

LES JETS ET LE MODELE RECURSIF

A. KRZYWICKI

Laboratoire de Physique Théorique et Particules Elémentaires, Orsay



## 1. Introduction.

### 1.1 Avertissement.

Ce cours s'adressant aux expérimentateurs je dois le commencer par un avertissement: la théorie des phénomènes habituellement classés sous le générique "jets" reste à faire. Ce qui suit c'est de la phénoménologie de multiproduction mélangée à des spéculations inspirées par la chromodynamique (QCD). La cohérence interne de l'ensemble n'est pas garantie.

### 1.2 Définition d'un jet.

Qu'est-ce-qu'un jet ? On peut formuler diverses définitions, chacune ayant ses avantages et ses inconvénients. La définition donnée ci-dessous n'est pas très contraignante mais elle a l'avantage de s'appliquer évènement par évènement. J'espère que la signification de la notion "jet" se précisera par la suite, quand j'aurai discuté des propriétés des jets.

Considérons un groupe de particules dont les impulsions sont  $\vec{p}_j$ ,  $j=1, 2, \dots, N$ . Ces particules forment un jet s'il existe une direction dans l'espace, définie par un vecteur unité  $\hat{n}$ , telle que typiquement

$$\vec{p}_j \cdot \hat{n} \gg |\vec{p}_j \times \hat{n}| \quad (1)$$

Puisqu'on admet que l'inégalité (1) pourrait ne pas être satisfaite pour certaines particules, la définition donnée ci-dessus contient une ambiguïté. Il ne servirait à rien de se débarrasser de cette ambiguïté en adoptant une définition plus précise. En effet, un jet n'est pas produit en isolation et, nous le verrons, la dynamique même de la production des jets implique qu'il y a des particules dont le "statut" est intrinsèquement ambigu, dans le sens qu'elles peuvent être associées aussi bien à un jet qu'à un autre.

### 1.3 Qu'est-ce-qu'on observe ?

Laissez-moi vous rappeler qu'on observe deux jets opposés (au référentiel du centre de masse) dans les collisions inélastiques typiques hadron-hadron. Ceci est connu depuis près de 30 ans et constitue une des grandes découvertes faites par les cosmiciens. Plus récemment, on a observé des jets hadroniques dans la diffusion profondément inélastique lepton-hadron et dans l'annihilation  $e^+e^- \rightarrow$  hadrons. Enfin, dans les rares collisions hadron-hadron où des hadrons sont émis avec de grandes impulsions transverses, ces hadrons tendent à former deux jets (donc, dans ce cas précis on observe, au total, la formation de quatre jets: deux jets "habituel" et, en plus, les deux jets associés à la

production à grand  $p_T$ ).

Je n'ai pas l'intention de passer en revue la situation expérimentale. Je voudrais seulement souligner l'universalité du phénomène de production des jets: dans toute collision entre particules élémentaires qui aboutit à la multi-production des hadrons, ces hadrons forment des jets, pour autant que l'énergie disponible soit suffisamment grande.

#### 1.4 Un mécanisme universel ?

Etant donné qu'on observe les jets un peu partout, une question se pose tout naturellement: la production des jets est-elle une manifestation d'un mécanisme universel, commun à l'ensemble des processus mentionnés dans la section précédente ? La chromodynamique suggère la réponse suivante à cette question:

A l'origine de la multiproduction il y aurait (presque) toujours une tentative de séparation dans l'espace des sources de couleur. La couleur étant confinée, toute tentative pour séparer les sources de couleur aboutirait à la production de jets hadroniques orientés selon les directions de mouvement des sources<sup>1</sup>.

La précédente affirmation est composée de deux volets, que nous allons examiner séparément. Voyons d'abord s'il y a une séparation des sources de couleur sous-jacente dans les phénomènes de multiproduction.

La situation est particulièrement claire dans tous les cas où interviennent des leptons. Par exemple dans  $e^+e^- \rightarrow \gamma \rightarrow q\bar{q} \rightarrow$  hadrons les sources de couleur qu'on tente de séparer sont le quark et l'antiquark. Le cas de la diffusion profondément inélastique lepton-hadron est à peine plus compliqué<sup>2</sup>:

Plaçons-nous au référentiel où le hadron initial et le  $\gamma$  (ou  $W$ ) virtuel ont des impulsions colinéaires. Supposons que le hadron se meut de gauche à droite avec une quadri-impulsion  $p = (P, P, 0, 0)$  et que c'est le parton qui porte la fraction  $x$  de  $P$  qui absorbe le photon. Alors, la quadri-impulsion du photon est  $q = (-xP+Q^2/4xP, -xP-Q^2/4xP, 0, 0)$ , où  $Q^2 = -q \cdot q > 0$ . Une fois le photon absorbé on trouve un parton (quark ou antiquark) qui se meut de droite à gauche avec l'impulsion  $-Q^2/4xP$  et le système hadronique résiduel (coloré !) qui file de gauche à droite avec l'impulsion  $(1-x)P$ . La différence avec le cas  $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$  c'est que maintenant une des sources de couleur est étendue au lieu d'être ponctuelle.

Le processus de Drell et Yan<sup>3</sup>,  $q\bar{q} \rightarrow l\bar{l}$ , est responsable de la production des paires leptoniques lourdes dans les collisions hadron-hadron. Plaçons-nous au référentiel de centre de masse des deux hadrons incidents. Il est évident que la production de la paire  $l\bar{l}$  sera accompagnée de l'émergence de deux systèmes hadroniques résiduels et colorés se mouvant dans des directions opposées. Dans ce cas-ci les sources de couleur qui tentent de se séparer sont toutes les deux étendues.

Passons aux interactions purement hadroniques, en commençant par la production à grand  $p_T$ . Cette dernière est due à la diffusion "dure" des constituants des hadrons incidents. Si deux constituants colorés (quarks ou gluons) subissent une diffusion élastique "dure" on aboutit à une séparation temporaire de quatre sources de couleur\*.

Le cas de la diffusion "molle" hadron-hadron (petits  $p_T$ ) est un peu moins clair. La diffusion "molle" est caractérisée par des grandes distances et par des temps longs (comparés à  $10^{-13}$  cm ou à  $10^{-23}$  sec !). Par contre, l'image qui représente un hadron comme un faisceau de partons quasi-libres n'est, évidemment, qu'un "instantané". Cette image est surtout utile quand l'interaction elle-même dure un laps de temps très bref (ceci est le cas dans les interactions à grand transfert d'impulsion). Le lien entre la physique des quarks et gluons et la phénoménologie de multiproduction "molle" (reposant sur les concepts qui ne font pas intervenir la notion de couleur) est un sujet de recherche passionnant, mais qui est loin d'être vraiment compris. En particulier la relation exacte entre les forces fondamentales (agissant entre quarks et gluons et ayant une portée infinie dans l'espace de rapidité) et les forces effectives (celles qui agissent entre hadrons observables et qui semblent bien avoir une portée finie en rapidité) n'est pas encore bien claire. Cela dit, on peut essayer d'imaginer comment les choses se passent:

---

\* Dans le cadre du CIM (Constituent Interchange Model)<sup>4</sup> on imagine facilement des processus "durs", tels que  $(q\bar{q}) + (q\bar{q}) \rightarrow (q\bar{q}) + (q\bar{q})$ , qui mettent en jeu des constituants sans couleur uniquement. Il n'existe aucune indication que de tels processus jouent un rôle quelconque dans la production à grand  $p_T$ . En fait, si on croit aux règles de comptage dimensionnel de Brodsky-Farrar<sup>5</sup>, le processus que je viens de mentionner donne une contribution au spectre inclusif qui tombe comme  $p_T^{-12}$  (pour  $x_T = 2p_T/s^{1/2}$  fixe), ce qui n'est pas très compétitif.

Au référentiel de centre de masse, deux hadrons, ressemblant à des disques à cause de la contraction de Lorentz, se rapprochent à grande vitesse. Les deux disques se recouvrent pendant un temps très bref. Pour décrire ce qui se passe pendant ce temps on peut recourir au modèle des partons. Les deux hadrons peuvent échanger (interchanger) des partons qui ont (momentanément) une faible énergie (de l'ordre d'un GeV ou moins), sans que cela implique un grand transfert d'impulsion. L'échange (l'interchange) de partons équivaut, en général, à l'échange de couleur. Par conséquent, les objets qui se séparent après le bref recouvrement ne sont plus des hadrons "ordinaires" mais plutôt des sources étendues de couleur. (Quand c'est un singulet de couleur, par exemple  $(q\bar{q})_0$ , qui est échangé, les objets qui se séparent sont des hadrons "ordinaires", en général des hadrons excités. La définition d'un jet donnée au §1.2 est tellement générale qu'elle admet qu'on qualifie de jet l'ensemble des produits de désintégration d'un hadron excité. Ce n'est pas ces jets "banals", associés aux évènements à quasi-deux-corps, qui nous intéresseront dans la suite de ce cours).

Résumons: j'ai illustré à l'aide d'exemples particuliers la thèse selon laquelle la multiproduction est la conséquence d'une séparation (temporaire) des sources de couleur (je mets à part les réactions où l'état final est composé d'un petit nombre de hadrons excités, car ce n'est pas le cas typique). Voyons maintenant ce qui suit une séparation des sources de couleur.

La chromodynamique quantique possède la propriété bien connue de "liberté asymptotique" qui signifie que le couplage effectif devient nul quand la distance entre les sources tend vers zéro<sup>6</sup>. Inversement, le couplage augmente quand la distance grandit. En raison (principalement) de l'échec des tentatives de produire les quarks dans des chocs à haute énergie, on s'attend à ce que deux sources de couleur augmentent indéfiniment leur énergie potentielle en s'éloignant l'une de l'autre. Si on confère à deux sources de couleur une grande impulsion relative, les sources en s'éloignant l'une de l'autre convertissent leur énergie cinétique en énergie du champ de couleur. Dans ce champ de couleur se créeront spontanément des paires  $q\bar{q}$ , qui en se recombinant vont donner les hadrons observables. En chromodynamique, les grands transferts d'impulsion sont pénalisés (grand transfert d'impulsion  $\leftrightarrow$  petite distance). On s'attend, par conséquent, à ce que les particules produites par le processus de hadronisation gardent la mémoire des directions de mouvement des sources originelles de couleur, en s'alignant approximativement selon ces directions.

Je vais maintenant illustrer mes propos en utilisant un modèle spécifique. N'étant pas un "complicateur professionnel" je choisis le modèle le plus simple possible. En jouant avec ce modèle nous serons amenés tout naturellement à formuler quelques idées qui, apparemment, transcendent le modèle, car on les retrouve dans d'autres approches (plus complexes et plus sophisitquées).

## 2. Un modèle semi-classique<sup>7</sup>.

### 2.1 Les hypothèses.

Nous allons considérer un monde fictif où il n'y a que 1+1 dimensions: une dimension d'espace et le temps. On supposera que l'énergie potentielle d'une paire quark-antiquark\* croît linéairement avec la distance qui sépare les membres de la paire:

$$V_{q\bar{q}}(x) = \lambda |x|, \quad \lambda > 0 \quad (2)$$

La force entre  $q$  et  $\bar{q}$  est donc indépendante de distance et attractive.

On postulera aussi que

$$V_{qq}(x) = V_{\bar{q}\bar{q}}(x) = -\lambda |x|, \quad (3)$$

et que les forces entre quarks ent antiquarks sont additives\*\*

Les quarks et les antiquarks seront traités comme des points matériels classiques avec masse nulle:

$$m_q = 0 \quad (4)$$

Nous admettrons cependant que des paires  $q\bar{q}$  soient créées dans le champ entre un  $q$  et un  $\bar{q}$  (avec, initialement, une énergie cinétique nulle).

### 2.2 Un mésone.

Considérons une paire  $q\bar{q}$  au repos. Soit  $m_{q\bar{q}}$  la masse de la paire (ou, si l'on veut, du mésone). Les équations du mouvement s'écrivent:

$$dp_q/dt = \pm \lambda \quad (5a)$$

$$dp_{\bar{q}}/dt = \mp \lambda \quad (5b)$$

---

\* Ce sont des quarks entre guillemets: dans 1+1 dimensions il n'y a pas de spin et je négligerai les complications dues à la couleur.

\*\* Dans notre monde fictif il y a autant de quarks que d'antiquarks et les baryons n'existent pas.

où  $p_q$  ( $p_{\bar{q}}$ ) dénote l'impulsion du quark (antiquark) et  $t$  est le temps.

Supposons qu'à  $t=0$   $q$  et  $\bar{q}$  se trouvent au même point de l'espace et que  $p_q(0) > 0$ .

Alors ( $c = \hbar = 1$ ):

$$p_q(t) = -p_{\bar{q}}(t) = -\lambda t + m_{q\bar{q}}/2, \quad 0 < t < m_{q\bar{q}}/\lambda$$

$$p_q(t) = -p_{\bar{q}}(t) = \lambda t - 3m_{q\bar{q}}/2, \quad m_{q\bar{q}}/\lambda < t < 2m_{q\bar{q}}/\lambda$$

(6)

etc.

Ce mouvement oscillatoire est représenté graphiquement par la figure 1a.

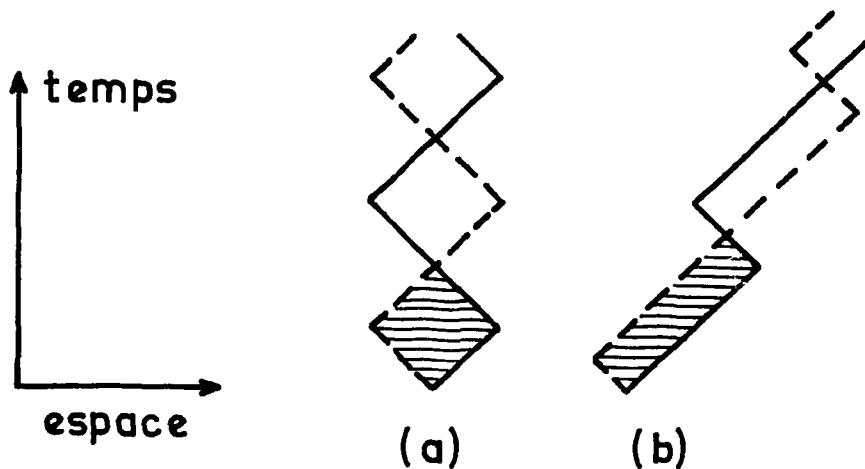


Fig. 1

La période d'une oscillation complète est  $\Delta t = 2m_{q\bar{q}}/\lambda$  et la distance maximum entre  $q$  et  $\bar{q}$  est  $(\Delta x)_{\max} = m_{q\bar{q}}/\lambda$ . Evidemment

$$m_{q\bar{q}} = |p_q(t)| + |p_{\bar{q}}(t)| + v_{q\bar{q}} [x(t)], \quad (7)$$

comme il se doit.

Je laisse au lecteur le soin de vérifier qu'un méson en mouvement est bien représenté par la figure 1b. La superficie de la région hachurée est invariante sous la transformation Lorentz. La distance maximum entre  $q$  et  $\bar{q}$  est contractée à  $e^{-y} m_{q\bar{q}}/\lambda$ , où  $y$  est la rapidité du méson.

N.B. : En supposant qu'à 3+1 dimensions une paire  $q\bar{q}$  ressemble aussi à une corde, on trouve facilement une relation entre le moment cinétique maximum d'un

méson ( $q\bar{q}$ ) et sa masse<sup>8</sup>:

$$J_{\max} = (1/2 \pi \lambda) (M_{q\bar{q}})^2 \quad (8)$$

Le coefficient devant  $(M_{q\bar{q}})^2$  peut être interprété comme étant la pente  $\alpha'_R$  de la trajectoire Regge dominante,  $\alpha'_R = 1 \text{ GeV}^{-2}$ . Ceci donne une estimation de  $\lambda$ ,

$$\lambda = 0.16 \text{ GeV}^2, \quad (9)$$

qui n'est pas très éloignée de ce qu'on trouve en étudiant la spectroscopie des psions<sup>9</sup>. Pour arriver à (8) on considère un rotateur relativiste de longueur  $L$  dont les bouts tournent à la vitesse de la lumière. L'énergie (au repos) d'un élément de longueur  $dl$  du rotateur est évidemment  $\lambda dl$  (voir eq.(2)). Un calcul simple (faites-le!) mène au résultat suivant:

$$M_{q\bar{q}} = \pi \lambda L \quad (10a)$$

$$J_{\max} = \pi \lambda L^2 / 2 \quad (10b)$$

d'où l'équation (8).

En revenant au "monde linéaire" et en utilisant (9) on observe que le rayon d'un meson est de l'ordre de  $(\Delta x)_{\max} / 2$ , c'est-à-dire environ  $0.5 \times 10^{-13} \text{ cm}$ . J'ai utilisé la masse du rho comme la masse "typique" d'un meson léger. Compte tenu de la grossièreté de l'estimation le résultat n'est pas mauvais.

### 2.3 La multiproduction.

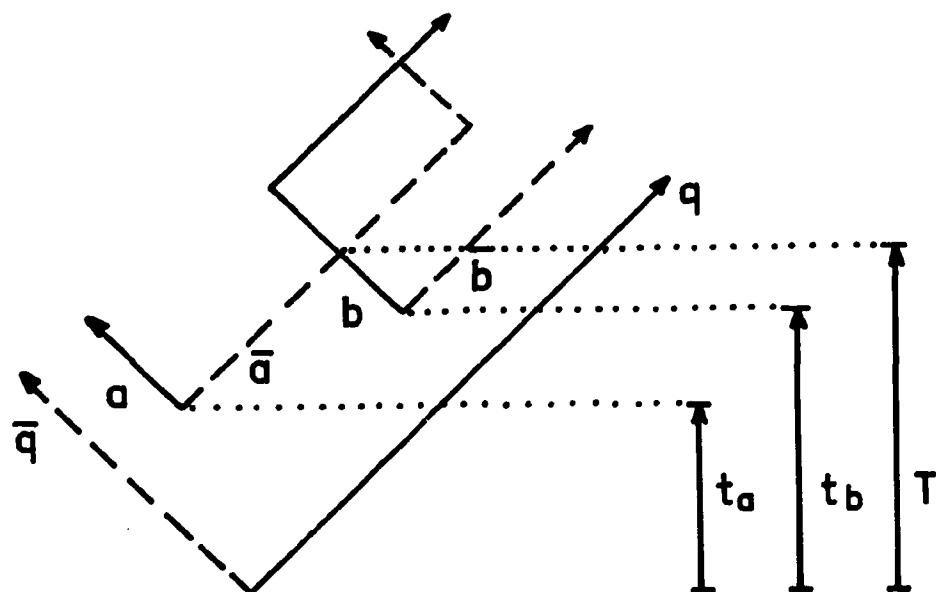


Fig. 2

Comme exemple d'un processus de multiproduction nous allons prendre le cas de  $e^+e^- \rightarrow q\bar{q} \rightarrow \text{hadrons}$ .

Ce qui pourrait se passer est illustré par la figure 2. Une paire quark-antiquark ( $q\bar{q}$ ) est créée au point  $(0,0)$  de l'espace-temps. Deux autres paires sont créées à  $(t_a, x_a)$  et  $(t_b, x_b)$ . Au point  $(T, X)$  le quark  $b$  et l'antiquark  $\bar{a}$  se rejoignent et forment un état lié en mouvement (cf. fig. 1b). Il est facile de vérifier que les forces s'annulent dans la région d'espace-temps comprise entre  $\bar{q}a$ ,  $\bar{a}b$  et  $\bar{b}q$  (pour  $t > \max(t_a, t_b)$ ). En particulier aucune force n'agit sur le méson ( $b\bar{a}$ ) qui se propage librement.

Nous supposons que

$$E_{\text{cin}}^{a\bar{a}}(t_a) = E_{\text{cin}}^{b\bar{b}}(t_b) = 0 \quad (11)$$

Par conséquent on a

$$p_{\bar{a}} = \lambda(t - t_a), \quad T \geq t \geq t_a, \quad (12a)$$

et

$$p_b = -\lambda(t - t_b), \quad T \geq t \geq t_b. \quad (12b)$$

Ceci nous permet de trouver l'impulsion du méson ( $b\bar{a}$ ),

$$p_{b\bar{a}} = p_b(T) + p_{\bar{a}}(T) = \lambda(t_b - t_a), \quad (13)$$

ainsi que son énergie

$$E_{b\bar{a}} = |p_b(T)| + |p_{\bar{a}}(T)| = \lambda(2T - t_a - t_b). \quad (14)$$

Puisque par ailleurs on a

$$T - t_a = X - x_a \quad (15a)$$

et

$$T - t_b = -X + x_b, \quad (15b)$$

on obtient à partir de (14)

$$E_{b\bar{a}} = \lambda(x_b - x_a). \quad (16)$$

Le temps nécessaire pour qu'apparaisse le méson ( $b\bar{a}$ ) est égal à

$$T = (t_a + t_b + x_b - x_a)/2. \quad (17)$$

Ce temps prend sa valeur minimum quand  $x_a = -t_a$  et  $x_b = t_b$ . Donc

$$T_{\text{min}} = x_b - x_a \equiv E_{b\bar{a}}/\lambda \quad (18)$$

Les équations (16) et (18) seront utiles dans la discussion du chapitre suivant.

### 3. Propriétés générales des jets.

#### 3.1 Cascade "in-out".

L'équation (18) peut être ré-écrite sous la forme

$$T_{\min} = (E_{b\bar{a}}/m_{b\bar{a}})(m_{b\bar{a}}/\lambda) \quad (19)$$

qui rend mieux compte de sa signification physique :  $m_{b\bar{a}}/\lambda$  c'est le temps propre minimum nécessaire à la formation du méson. Ce temps propre subit la dilatation de Lorentz quand le méson n'est pas produit au repos. Le fait que le temps propre soit fini, qu'un hadron ne peut être créé instantanément, implique que le temps qu'il faut pour produire un hadron est proportionnel à son énergie. Par conséquent, les particules lentes sont produites le plus tôt et les particules rapides le plus tard. En d'autres termes, le processus de multiproduction démarre dans la région des faibles rapidités et s'étend progressivement vers des rapidités de plus en plus grandes (en valeur absolue). C'est l'image de ce qu'on appelle après Bjorken la cascade "inside-outside" ou "in-out"<sup>10</sup>. Notez que cette image est valable dans n'importe quel référentiel. (La particule qui est émise la première dans un référentiel peut être produite la dernière dans un autre. Dans le cadre familier de la théorie de perturbation il peut aussi être constaté que l'ordre d'émission des particules dépend du repère: un diagramme de Feynman de la théorie relativiste représente une somme de plusieurs diagrammes ordonnés dans le temps. Le poids relatif des différents diagrammes ordonnés dépend du référentiel. Vous pouvez vérifier cette affirmation en prenant comme exemple les diagrammes ordonnés qui décrivent, à l'ordre le plus bas, la diffusion élastique dans la théorie avec l'interaction cubique  $g \phi^3$ ).

L'image d'une cascade "in-out" est commune à tous les modèles qui tentent de représenter d'une manière réaliste le développement dans l'espace-temps du processus de la production multiple des hadrons. Elle trouve sa confirmation empirique dans la quasi-absence d'une cascade intra-nucléaire dans les collisions hadron-noyau à haute énergie<sup>11</sup> (les secondaires rapides sont formées en dehors du noyau et ne peuvent plus subir des rediffusions).

#### 3.2 La hiérarchie de saveur.

Dans la section 2.3 on a étudié la conversion en mésons d'une paire  $q\bar{q}$  créée initialement. En général, les mésons créés forment deux jets, un associé au quark et l'autre à l'antiquark. Considérons un de ces deux jets, par exemple celui associé au quark. On peut y établir une hiérarchie de saveur<sup>12</sup>: d'abord il

Il y a le méson qui contient le quark initial, ensuite il y a le méson qui contient le quark de la paire dont l'antiquark s'est associé au quark initial, etc. Tant qu'on néglige la production de baryons il n'y a pas d'ambiguité.

Supposons que les paires  $a\bar{a}$ ,  $b\bar{b}$ ,  $c\bar{c}$ , ... sont créées à  $x_a < x_b < x_c$  ... (cf. figure 2). Alors le méson ( $c\bar{b}$ ) est d'un cran plus haut dans la hiérarchie que le méson ( $b\bar{a}$ ). Cependant, l'énergie  $E_{c\bar{b}} = \lambda(x_c - x_b)$  n'est pas nécessairement plus grande que  $E_{b\bar{a}} = \lambda(x_b - x_a)$  car  $x_a < x_b < x_c$  n'implique pas que  $x_b - x_a < x_c - x_b$ . De même la rapidité  $y_{c\bar{b}}$  n'est pas nécessairement plus grande que la rapidité  $y_{b\bar{a}}$ . Le résultat de cette discussion se résume dans la constatation suivante : l'ordre en rapidité ne coïncide pas toujours avec la hiérarchie de saveur. En particulier, il ne faut pas s'attendre à ce que le méson le plus rapide contienne toujours le quark qui a initié le jet.

### 3.3 L'énergie-impulsion d'un jet

Soient  $(E_j, \vec{p}_j)$ ,  $j = 1, 2, \dots$ , les quadri-impulsions des hadrons constituant un jet. Définissons l'axe du jet par la direction du vecteur  $\vec{P} = \sum_j \vec{p}_j$  et calculons la différence entre  $P = |\vec{P}|$  et  $E = \sum_j E_j$ . En utilisant l'approximation relativiste

$$e_{jy} = \frac{E_j}{P} = \frac{m_{jT}^2/2E_j}{1 + m_{jT}^2/2E_j^2} \quad (20)$$

où  $m_T$  dénote la masse transversale, on obtient

$$\begin{aligned} E - P &= \sum_j (E_j - e_{jy} P) \\ &\approx \sum_j m_{jT}^2/2E_j \end{aligned} \quad (21)$$

Supposons qu'il y a un long plateau en rapidité dans le spectre inclusif, c'est-à-dire que la multiplicité différentielle a la forme

$$dN = h dx/x, \quad (x_j = E_j/E > < m_T > / E), \quad (22)$$

où  $h$  est la hauteur du plateau (la forme exacte dans la région de fragmentation n'a pas d'importance pour l'argument qui suit; ce qui compte c'est le  $dx/x$ ).

En utilisant (22) on trouve qu'en moyenne

$$\begin{aligned} < E - P > &\approx (\langle m_T^2 \rangle - h/2E) \int_1^1 dx/x^2 \\ &\quad \langle m_T \rangle / E \\ &\approx h \langle m_T^2 \rangle / 2 \langle m_T \rangle \end{aligned} \quad (23)$$

Si de surcroit  $\text{Prob}(m_T) \sim \exp(-\text{const.}m_T)$ , alors  $\langle m_T^2 \rangle = 2 \langle m_T \rangle^2$  et on obtient

$$< E - P > = h \langle m_T \rangle \quad (24)$$

(ce résultat est mentionné dans l'article de Field et Feynman, cité dans ma référence 18). Le côté droit de (24) est empiriquement de l'ordre de 1 GeV. L'équation (24) implique que la masse d'un jet,  $M_{jet} = (E^2 - p^2)^{1/2}$ , est, en moyenne, de l'ordre de  $(2h \langle m_T \rangle E)^{1/2}$  et tend vers  $\infty$  quand  $E \rightarrow \infty$ .

En écrivant l'équation (22) j'ai un peu anticipé sur la discussion ultérieure, mais je n'ai pas fait de supposition qui serait en contradiction avec les données sur les jets, bien au contraire. Le petit calcul que je viens de faire montre que  $(E, \vec{P})$  ne peut pas être identifié avec la quadri-impulsion  $(E_q, \vec{P}_q)$  du quark (ou antiquark, selon le cas) qui a initié le jet :  $(E, P) \neq (E_q, P_q)$ . Bien que l'énergie-impulsion soit conservée globalement, par exemple dans  $e^+ e^- \rightarrow q\bar{q} \rightarrow \text{hadrons}$ , on n'a pas de conservation d'énergie-impulsion dans  $q \rightarrow \text{hadrons}$  et  $\bar{q} \rightarrow \text{hadrons}$  séparément. Il existe une incertitude intrinsèque, de l'ordre de 1 GeV en moyenne, dans toute tentative de déterminer  $E_q$  et/ou  $|P_q|$ . C'est lié au fait que la cascade "in-out" commence par l'émission des particules lentes qu'on peut aussi bien associer à un jet qu'à un autre.

L'erreur irréductible dans la détermination de l'énergie-impulsion du parton "parent" à partir des énergies-impulsions des hadrons observables a des conséquences importantes pour la phénoménologie. En effet, on voudrait interpréter les sections efficaces pour les processus fondamentaux (calculées, par exemple, dans le cadre de QCD perturbative) comme des sections efficaces pour la production de jets. Cependant, si la section efficace tombe comme  $E_q^{-8}$  et si  $E_q = E \pm 1 \text{ GeV}$ , alors l'incertitude concernant la valeur de la section efficace de production d'un jet d'énergie  $E = 5 \text{ GeV}$  correspond à un facteur de 20, ce qui est beaucoup.

### 3.4 La charge moyenne d'un jet de quark<sup>13</sup>.

La charge électrique d'un jet est un nombre entier qui fluctue d'un événement à l'autre. On pourrait s'attendre à ce que la charge moyenne des particules formant un jet soit égale à la charge du quark initial. En général ce n'est pas vrai car, là aussi, on commet une erreur systématique. Considérons un jet initié par un quark de charge  $Q_q$ . Après la création des paires  $q\bar{q}$  et la recombinaison des quarks et antiquarks en mésons finals, il reste toujours un antiquark "laissé pour compte" (en fait il s'intègre à un autre jet). Par conséquent la charge moyenne d'un jet de quark est

$$\langle Q \rangle = Q_q - \sum_f Q_f \text{Prob}(f) \quad (25)$$

où on somme sur les saveurs  $f$  et  $\text{Prob}(f)$  est la probabilité de création d'une paire  $\bar{q}_f q_f$ .

Il y a environ trente ans Schwinger<sup>14</sup> a calculé le taux de production des paires  $e^+e^-$  dans un champ électrique uniforme. Il a trouvé que ce taux est proportionnel à  $\exp(-\pi m^2/e E)$ , où  $m$  et  $e$  sont la masse et la charge de l'électron et  $E$  dénote l'intensité du champ électrique externe. Le problème de Schwinger ressemble suffisamment à celui qui nous intéresse pour qu'il soit légitime d'en déduire que le taux de production des paires  $q_f \bar{q}_f$  doit décroître rapidement avec la masse  $m_f$  du quark de saveur  $f$ . Les données sur la production à grand  $p_T$  suggèrent que

$$\text{Prob}(u) = \text{Prob}(d) = 2 \text{Prob}(s) \gg \text{Prob}(c) \quad (26)$$

Ceci donne

$$Q_q - \langle Q \rangle = \frac{2}{3} \times 0.4 - \frac{1}{3} \times 0.4 - \frac{1}{3} \times 0.2 = 0.07 \quad (27)$$

### 3.5 L'ordre à courte portée (?).

L'idée de l'ordre à courte portée (SRO = Short Range Order; je pense à la version forte de l'hypothèse) vous est certainement familière. Cette idée est très bien illustrée par l'analogie de Feynman-Wilson<sup>15</sup>:

L'état à multi-particules ressemble à un liquide non-critique enfermé dans un très long cylindre. La rapidité  $y$  et l'impulsion transverse  $\vec{p}_T$  d'une particule représentent les coordonnées d'une "molécule" du liquide. SRO englobe la constance du  $\langle p_T \rangle$ , l'invariance d'échelle à la Feynman, la courte portée des corrélations etc.

La compréhension de la multiproduction dans les chocs "mous" hadron-hadron s'organise autour de l'hypothèse SRO. Nous savons que SRO ne peut pas être une loi exacte, même asymptotiquement, étant nécessairement brisé par les effets diffractifs. Mais bien que ces effets diffractifs soient appréciables, on peut les contrôler, au moins d'une manière approchée<sup>16</sup>.

Puisque SRO est apparemment la propriété de base de la multiproduction "molle", l'argument de l'universalité de jets incite à prédire que pour tout jet on a  $\langle p_T \rangle = \text{const}$ , l'invariance d'échelle, corrélations à courte portée en rapidité etc. Et, en effet, les données accumulées jusqu'à présent ne permettent pas de conclure qu'il existe une différence qualitative notable entre les jets

produits dans les interactions "dures" et ceux qu'on observe dans les collisions hadroniques "molles". Cependant, on peut douter du bien fondé de l'argument de l'universalité.

Les calculs perturbatifs en chromodynamique quantique suggèrent que dans les chocs "dures" les sources de couleur qu'on tente de séparer émettent une radiation de freinage (bremsstrahlung)\*. Les quanta émis par bremsstrahlung s'alignent approximativement selon la direction de la source primitive de couleur et, ensemble avec cette source, forment un jet. Ce jet est constitué des particules colorées uniquement et je vais le désigner par l'expression "jet de couleur". Une discussion des jets de couleur, pour être utile, nécessiterait des considérations techniques qui nous mèneraient au-delà des limites imposées à ce cours. Je voudrais seulement mentionner que l'impulsion transverse moyenne des particules formant un jet de couleur n'est pas constante: l'échelle est fixée par l'impulsion totale du jet. On a donc  $\langle p_T \rangle \sim \text{const.} \times P$ , à des logP près.

Tant qu'on ne contrôle pas les effets non-perturbatifs, qui sont à l'origine du confinement de la couleur et de la conversion des quarks et des gluons en hadrons observables, il subsiste une incertitude quant à l'interprétation des résultats obtenus dans le cadre perturbatif. Vers quel état hadronique évolue un jet de couleur ? Strictement parlant je ne connais pas de réponse entièrement satisfaisante à cette question.

Il se pourrait que l'hadronisation d'un jet de couleur se manifeste par l'émergence d'un "jet" des jets hadroniques, chaque jet constituant ayant une structure semblable à celle des jets produits dans les interactions hadroniques molles. Aux énergies des expériences actuelles il y aurait un recouvrement considérable entre les jets constituants et, en plus, le nombre de ces jets serait petit. Ceci expliquerait qu'on ne voit pas encore de différence significative entre les jets produits dans les interactions "dures" et "molles". L'image que je viens d'esquisser tente de concilier les enseignements de QCD perturbative avec l'idée que SRO est une propriété de base de tout phénomène de multiproduction. Il va de soi qu'il ne s'agit que d'une pure spéculation.

---

\*C'est l'effet qui est, selon toute vraisemblance, à l'origine de la violation d'invariance d'échelle dans la diffusion profondément inélastique lepton-hadron.

Les modèles des jets de quark utilisés dans la littérature phénoménologique et, plus particulièrement, les modèles dont je discuterai plus loin, sont empruntés à la physique des interactions hadroniques "molles". Cet "emprunt" est parfaitement justifié. D'une part on travaille avec ce qu'on a. D'autre part, les modèles en question sont satisfaisants du point de vue phénoménologique, dans le sens qu'ils permettent de reproduire les données existantes.

### 3.6 Jets gluoniques.

Les calculs perturbatifs en QCD suggèrent que le mécanisme  $e^+e^- \rightarrow q\bar{q} \rightarrow$  hadrons, bien que dominant, ne devrait pas être exclusif. Par exemple, le mécanisme  $e^+e^- \rightarrow q\bar{q} + \text{gluon} \rightarrow$  hadrons devrait aussi contribuer à l'annihilation  $e^+e^-$ , en donnant lieu à la production de 3 jets hadroniques. Les énergies accessibles avec PEP ou PETRA sont suffisantes pour que la production de 3 jets soit cinématiquement réalisable. En fait, l'absence d'événements à 3 jets serait troublante et montrerait que notre compréhension de la chromodynamique est encore moindre que nous le pensons (ou que QCD n'est pas la théorie des interactions fortes). Cela dit, personne n'a encore formulé des prédictions vraiment crédibles quant aux propriétés des jets gluoniques. C'est la raison pour laquelle, ce cours se limite, en pratique, aux jets initiés par des quarks.

### 4. Deux modèles complémentaires.

Deux modèles phénoménologiques sont les plus utilisés dans l'étude des jets. Le premier c'est le modèle d'émission indépendante<sup>17</sup> (UJM = Uncorrelated Jet Model). Le deuxième c'est le modèle récursif<sup>18</sup>.

L'UJM repose sur l'hypothèse simplificatrice qui stipule que l'amplitude de diffusion est le produit de facteurs dont chacun dépend de l'impulsion d'une seule particule:

$$\left[ \begin{array}{l} \text{taux différentiel de} \\ \text{production de } N \text{ partici-} \\ \text{cules} \end{array} \right] \sim \delta_4(P - \sum_{j=1}^N p_j) \prod_{j=1}^N f_j(p_j) d_3 p_j / E_j \quad (28)$$

Pour produire les données on choisit pour  $f_j(p_j)$  une fonction rapidement décroissante de l'impulsion transverse, par exemple

$$f_j(p_j) = A \exp(-B p_{jT}) \quad (29)$$

où A et B sont des constantes. Avec le choix (29) la probabilité d'une configuration donnée est proportionnelle au volume correspondant de l'espace de phase cylindrique.

Il y a très peu de dynamique dans l'UJM, juste assez pour reproduire les faits les plus saillants (essentiellement les spectres à une particule). Le modèle joue dans l'étude de la production multiple un rôle très semblable à celui joué par le modèle de Fermi dans la recherche et l'étude des résonances. Il permet de mettre en évidence des effets dynamiques nouveaux, en donnant aux chercheur un moyen de les distinguer des réflections cinématiques d'autres effets, bien connus ceux-là. Je ne poursuivrai pas ici la discussion de l'UJM car c'est un modèle vieux de 15 ans et bien familier à tout le monde.

Le modèle recursif est un modèle dynamique. En dépit de sa simplicité il réunit l'ensemble des prédictions "raisonnables" (ou qui nous paraissent telles à l'heure actuelle) concernant les jets. Un écart des données par rapport au modèle ne signifie pas nécessairement qu'on a trouvé quelque chose d'intéressant. Mais le modèle fournit un standard. Prenons par exemple la question suivante: quelles sont les chances qu'un jet ait été initié par le quark u, étant donné que le hadron le plus rapide du jet est chargé positivement ? Est-ce plutôt 1%, 50% ou 99% ? Devant une question comme celle-ci l'UJM est impuissant. Par contre le modèle recursif suggère une réponse (nous reviendrons à ce problème) qu'on a tout lieu de croire "raisonnable".

## 5. Le modèle récursif<sup>18</sup>.

### 5.1. Le principe récursif.

Considérons l'ensemble statistique de tous les jets pouvant être produits par un certain mécanisme, que nous n'avons pas à préciser pour l'instant, et ayant la quadri-impulsion  $P = (E, \vec{P})$ . Il sera commode d'avoir un symbole spécifique pour désigner cet ensemble:  $J(P)$ .

Nous supposerons que si  $P'$  est obtenu de  $P$  par la transformation de Lorentz  $L$  alors  $J(P')$  s'obtient de  $J(P)$  en appliquant  $L$  à tout jet faisant partie de  $J(P)$ . Les effets d'interférence quantique seront négligés. On postulera que dans chaque jet, appartenant à l'ensemble  $J(P)$ , il y a une particule singulière dont le "statut spécial" est défini par le principe récursif énoncé ci-dessous:

[ un jet appartenant à  $J(P)$ ] = (la particule singulière) +  
+[ un jet appartenant à  $J(P - p)$  où  $p$  est la quadri-impulsion de la  
particule singulière ]

La signification exacte du principe récursif deviendra plus claire dans la section suivante, où je montrerai que le principe récursif implique l'existence d'une série d'équations intégrales intéressantes.

Remarques:

(i) La validité du principe récursif signifie l'existence d'une hiérarchie spécifique parmi les particules secondaires. Cette hiérarchie est illustrée par la figure 3. La particule de rang 1 c'est la particule singulière dans  $J(P)$ . La particule de rang 2 c'est la particule singulière de l'ensemble  $J(P - p)$  obtenu en enlevant la particule de rang 1 de l'ensemble originel  $J(P)$  etc.

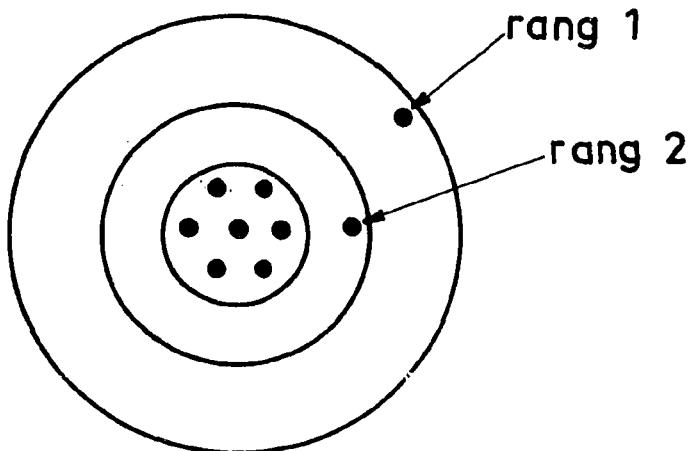


Fig. 3

(ii) le rang d'une particule n'est pas directement observable.  
(iii) On ne doit pas confondre le rang d'une particule avec la place qu'occupe le temps d'émission de la particule dans la séquence des temps d'émission. Le rang est un concept invariant tandis que l'ordre des temps d'émission des particules dépend du choix de référentiel. Par conséquent il n'y a pas nécessairement de contradiction entre le principe récursif et la

dynamique "in-out" du processus de production (contrairement à l'affirmation faite initialement par Field et Feynman; depuis, Field a d'ailleurs admis qu'ils se sont trompés).

### 5.2 Les équations intégrales du modèle (1+1 dimensions)

Pour simplifier la discussion (et surtout la notation) je me limiterai au cas où toutes les particules produites sont identiques et où il n'y a que 1+1 dimensions.

Considérons l'ensemble  $J(P)$  de jets et soit  $h(p;P)$  le spectre inclusif invariant de la particule de rang 1. Puisqu'il n'y a qu'une seule particule de rang 1,

$$\int (dp) h(p;P) = 1 \quad (30)$$

où  $(dp)$  est l'élément invariant d'espace de phase relativiste. Soit  $i_k(p_1, \dots, p_k; P)$  le spectre inclusif invariant à  $k$  particules, normalisé conventionnellement:

$$\int (dp_1) \dots (dp_k) i_k(p_1, \dots, p_k; P) = \langle N(N-1) \dots (N-k+1) \rangle \quad (31)$$

où  $N$  est la multiplicité.

Il est facile de se convaincre que le principe récursif conduit à l'équation suivante:

$$\begin{aligned} i_k(p_1, \dots, p_k; P) &= \\ &= \sum_{j=1}^k h(p_j; P) i_{k-1}(p_1, \dots, p_{j-1}, p_{j+1}, \dots, p_k; P - p_j) + \\ &+ \int (dp) h(p; P) i_k(p_1, \dots, p_k; P - p) \end{aligned} \quad (32)$$

La fonction  $i_k(p_1, \dots, p_k; P)$  c'est la probabilité que dans un jet on trouve une particule avec l'énergie-impulsion  $p_1$ , une autre avec  $p_2$ , etc. Il se peut que ce soit la particule de rang 1 qui ait l'impulsion  $p_j$ . Dans ce cas, selon le principe récursif, le spectre inclusif est égal à  $h(p_j; P) i_{k-1}(p_1, \dots, p_{j-1}, p_{j+1}, \dots, p_k; P - p_j)$ . Il y a évidemment  $k$  situations de ce genre et on doit sommer les probabilités correspondantes (sommer sur  $j$ ). Ceci donne le terme inhomogène de l'équation (32). Le terme intégral représente la probabilité qu'aucune des impulsions  $p_1, \dots, p_k$  n'appartient à la particule de rang 1. Dans ce cas, l'énergie-impulsion de la particule de rang 1 étant  $p$ , le spectre inclusif est égal à  $h(p; P) i_k(p_1, \dots, p_k; P - p)$ . Il faut bien sûr sommer sur tous les  $p$  possibles.

Faisons tendre vers l'infini la masse du jet:  $M = (p \cdot p)^{1/2}$ . Choisissons le

référentiel de telle façon que les impulsions des particules énergiques soient toujours positives. Supposons que dans la limite  $M \rightarrow \infty$  le spectre de la particule de rang 1 soit invariant par rapport aux changements d'échelle :

$$h(p; P) \rightarrow h(z),$$

où  $z = p/P$ . Dans ce cas, et dans la même limite on a

$$i_k(p_1, \dots, p_k; P) \rightarrow i_k(z_1, \dots, z_k),$$

où  $z_1 = p_1/P, \dots, z_k = p_k/P$ . D'autre part  $(dp) \rightarrow dz/z$ . L'équation (32) prend la forme asymptotique suivante :

$$\begin{aligned} i_k(z_1, \dots, z_k) &= \\ &= \sum_{j=1}^k h(z_j) i_{k-1}\left(\frac{z_1}{1-z_j}, \dots, \frac{z_{j-1}}{1-z_j}, \frac{z_{j+1}}{1-z_j}, \dots, \frac{z_k}{1-z_j}\right) \\ &+ \int (dz/z) h(z) i_k\left(\frac{z_1}{1-z}, \dots, \frac{z_k}{1-z}\right) \end{aligned} \quad (33)$$

En particulier, pour  $k=1$  on trouve

$$i_1(z_1) = h(z_1) + \int_0^{1-z_1} (dz/z) h(z) i_1\left(\frac{z_1}{1-z}\right) \quad (34)$$

La limite supérieure d'intégration vient du fait que  $i_1(x)=0$  pour  $x > 1$  (cette limite est implicite dans (33)).

Remarques:

(i) Attention à la notation: le nombre moyen de particules dans l'intervalle  $(z, z+dz)$  est égal à  $i_1(z) dz/z$ .

(ii) Il est évident que  $i_1(z) \rightarrow h(z)$  quand  $z \rightarrow 1$ . Dans ce sens la particule de rang 1 c'est la "leading particle".

(iii) Le terme intégral dans (34) est positif (pour  $z_1 < 1$ ). Par conséquent  $i_1(z) > h(z)$ , sauf pour  $z=1$ . Mais on ne peut trouver qu'une seule particule avec  $z > 1/2$ . Cela signifie que la particule de rang 1 n'est pas toujours la plus rapide. En d'autres termes, la hiérarchie postulée par le principe récursif ne coïncide pas avec l'ordre en rapidité.

(iv) On peut démontrer que les solutions des équations (33) satisfont automatiquement les contraintes dues à la conservation de l'énergie-impulsion.

En particulier, l'équation (34) implique que

$$\int_0^1 dz i_1(z) = 1 \quad (35)$$

quel que soit  $h(z)$ . Dérivez vous-même l'équation (35) en partant de l'équation (34) et en utilisant la forme asymptotique de la condition de normalisation

(30), viz.

$$\int_0^1 (dz/z) h(z) = 1 \quad (36)$$

(v) En général, la solution de l'équation (34) s'obtient en employant la technique de la transformé de Mellin. Pour des choix simples de  $h(z)$  on peut trouver des solutions explicites. Par exemple, si  $h(z) = (1+a) z (1-z)^a$  alors  $i_1(z) = (1+a) (1-z)^a$ , un résultat facile à vérifier.

(vi) Un point capital. Etant donné que le rang n'est pas observable l'équation (34) toute seule est d'une utilité limitée. Elle peut être considérée comme définissant  $h(z)$ . Notez cependant que la même fonction  $h(z)$  détermine par le biais de l'équation (33) l'ensemble des spectres inclusifs. Le meilleur emploi du modèle est le suivant: on détermine  $h(z)$  à partir du  $i_1(z)$  observé en résolvant l'équation (34) "à l'envers". Ensuite, une fois la fonction  $h(z)$  connue, on calcule tout ce qu'on veut, les fonctions de corrélation, la distribution de multiplicité, etc.

### 5.3 La multiplicité et les corrélations.

Il nous sera utile d'introduire un symbole simple pour désigner le moment binomial  $\langle N(N-1)\dots(N-k+1) \rangle$  (cf.eq. (31)):

$$B_k \text{ def } \langle N(N-1)\dots(N-k+1) \rangle \quad (37)$$

Le moment  $B_k$  est une fonction de l'énergie-impulsion du jet :  $B_k = B_k(P)$  (évidemment  $B_k$  ne dépend que de la masse du jet  $M = (p \cdot p)^{1/2}$ ). En intégrant les deux côtés de l'équation (32) par rapport à  $p_1, \dots, p_k$  et en tenant compte de la définition de  $B_k$  on obtient

$$B_k(P) = \int (dp) h(p; P) [k B_{k-1}(P-p) + B_k(P-p)] \quad (38)$$

L'intégrale sur  $B_{k-1}$  peut être éliminée en utilisant l'équation analogue à (38) mais pour  $B_{k-1}(P)$ . En continuant les éliminations on arrive finalement à l'équation suivante:

$$\sum_{j=0}^k \frac{(-1)^j k!}{(k-j)!} B_{k-j}(P) = \int (dp) h(p; P) B_k(P-p) \quad (39)$$

En posant  $k=1, 2$  etc, on obtient une série infinie d'équations intégrales.

Nous allons employer une technique mathématique éprouvée, qui consiste à remplacer la série d'équations par une seule équation que satisfait une fonction dépendant d'un paramètre supplémentaire.

Définissons la fonction génératrice

$$G(t, P) \underset{\text{def}}{=} \sum_k B_k t^k / k! \quad (40)$$

Il est facile de vérifier (faites le !) que

$$G(t, P) \equiv \sum_N (1+t)^N \text{Prob}(N) \quad (41)$$

Multipliant les deux côtés de (39) par  $t^k / k!$  et sommant sur  $k$  on obtient après un peu d'algèbre l'équation intégrale que satisfait la fonction  $G(t, P)$ :

$$G(t, P) = (1+t) \int d(p) h(p; P) G(t, P-p) \quad (42)$$

Passons à la limite  $M = (P \cdot P)^{1/2} \rightarrow \infty$ . Au repère où  $\vec{P}$  et  $\vec{p}$  sont parallèles on a

$$\begin{aligned} (P-p)^2 &= M^2 - 2(P^2 + M^2)^{1/2} (P^2 + m^2)^{1/2} + 2Pp \\ &\approx M^2 - 2(P + M^2/2P)(p + m^2/2p) + 2Pp \\ &\approx M^2(1-z), \end{aligned} \quad (43)$$

pour autant que  $z = p/P \gg m/M$ . Donc, asymptotiquement

$$G(t, M^2) = (1+t) \int_0^1 (dz/z) h(z) G[t, M^2(1-z)] \quad (44)$$

La solution de cette équation c'est

$$G(t, M^2) = A(t)(M^2)^{a(t)}, \quad (45)$$

où  $A(t)$  est arbitraire et  $a(t)$  est déterminé par l'équation à valeurs propres suivante:

$$1 = (1+t) \int_0^1 (dz/z) h(z) (1-z)^{a(t)} \quad (46)$$

En tenant compte de la condition de normalisation (36) on trouve

$$a(0) = 0, \quad (47)$$

puis on trouve les dérivées de  $a(t)$  à  $t=0$  en différentiant successivement les deux côtés de l'équation (46). Par exemple,

$$a'(0) = \left. \frac{da}{dt} \right|_{t=0} = -1 / \int_0^1 (dz/z) h(z) \ln(1-z) \quad (48)$$

Toutes ces dérivées, et en partant la fonction  $a(t)$ , existent pour autant que la fonction  $h(z)$  ne soit pas trop singulière à  $z=1$ .

L'équation (45) résume toute l'information concernant la distribution de multiplicité. Par exemple:

$$\langle N \rangle = \left. \frac{\partial}{\partial t} G(t, M^2) \right|_{t=0} \sim a'(0) \ln M^2 \quad (49)$$

La multiplicité augmente logarithmiquement avec la masse du jet:

le coefficient du logarithme, donné par (48), n'est rien d'autre que la hauteur du plateau de rapidité.

Les paramètres de corrélation de Mueller sont définis comme les dérivées logarithmiques de la fonction génératrice:

$$f_k \underset{\text{def}}{=} \frac{\partial^k}{\partial t^k} \ln G(t, M^2) \Big|_{t=0}, \quad k = 2, 3, \dots \quad (50)$$

Le paramètre  $f_k$  est égal à la fonction de corrélation inclusive de l'ordre  $k$  intégrée par rapport aux  $k$  rapidités. L'équation (45) donne

$$f_k \sim a^{(k)}(0) \ln M^2 \quad (51)$$

La croissance logarithmique de  $f_k$  avec la masse du jet signifie que, dans le modèle, les corrélations inclusives sont de courte portée en rapidité.

#### 5.4 L'introduction des saveurs.

Vous avez déjà probablement remarqué qu'il y a un parallèle entre la hiérarchie postulée par le modèle récursif et la hiérarchie de saveur. On n'a qu'à identifier les deux pour que la saveur soit introduite dans le cadre du modèle récursif.

Comme dans le reste de ce cours on négligera la production des baryons.

La fonction  $h(z)$  est maintenant remplacée par une matrice dont l'élément  $h_{q\bar{a}}(z)$  est égal à la probabilité que le méson de rang 1 soit de type  $q\bar{a}$  et emporte la fraction  $z$  de l'impulsion du jet ( $q$  dénote la saveur du quark primitif). La généralisation des équations intégrales de la section 5.2 est évidente. Soit, par exemple,  $i_{b\bar{a};q}^{(1)}(z)$  le spectre inclusif du meson de type  $b\bar{a}$  dans un jet initié par un quark de saveur  $q$ . Alors

$$i_{b\bar{a};q}^{(1)}(z) = h_{b\bar{a}}(z) \delta_{bq} + \sum_c \int_0^{1-z} (dz'/z') \sum_c h_{q\bar{c}}(z') i_{b\bar{a};c}^{(1)} \frac{z}{1-z'} \quad (52)$$

Le terme inhomogène est non nul pour  $b=q$  seulement (pourquoi?).

J'abandonne maintenant la discussion analytique du modèle pour décrire brièvement l'expérience sur ordinateur de Field et Feynman.

#### 5.5 Simulation Monte-Carlo (3+1 dimensions).

On simplifie considérablement le problème en supposant, ce qui est parfaitement raisonnable, que la création des paires, qui est à l'origine de l'hadronisation, ne dépend pas de la saveur du quark primitif:

$$h_{q\bar{a}}(z) = \gamma_a h(z) \quad (53)$$

où

$$\sum_a \gamma_a = 1 \quad (54)$$

Dès qu'on veut générer des jets Monte Carlo il se pose tout de suite la question: quelle est la signification de la variable  $z$  quand  $zP$  est petit, disons de l'ordre de 1 GeV ? En effet, l'artifice théorique qui consiste à prendre la limite asymptotique n'est pas de mise dans une simulation sur ordinateur. On s'en sort en re-définissant la variable  $z$ :

$$z_j \text{ def } \frac{E_j + p_{j\parallel}}{E + p} \quad (55)$$

Le nouveau  $z$  diffère de l'ancien pour des particules peu énergétiques seulement.

Le tirage des événements se fait par étapes. On se place initialement à une énergie  $E_0 \gg E$ .

(i) On tire les  $z_j$  successifs selon la loi de probabilité

$$\text{Prob}(z) dz = h(z) dz/z$$

N.B:  $h(z)/z$  est dénoté  $f(1-z)$  dans l'article de Field et Feynman.

On tire les saveurs  $a_1, a_2, \dots$  selon la probabilité  $\text{Prob}(a) = \gamma_a$ .

On tire les impulsions transverses  $\vec{v}_0, \vec{v}_1, \dots$  selon une distribution Gaussienne.

(ii) Par définition on pose:

particule de rang 1

$$\text{saveur} = q \bar{a}_1$$

$$E_1 + p_{1\parallel} = z_1 (p_0 + E_0)$$

$$\vec{p}_{1T} = \vec{v}_1 - \vec{v}_0.$$

particule de rang 2

$$\text{saveur} = a_1 \bar{a}_2$$

$$E_2 + p_{2\parallel} = z_2 (1-z_1) (p_0 + E_0)$$

$$\vec{p}_{2T} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1.$$

etc.

(iii) On choisit au hasard le spin du méson  $(a_j \bar{a}_{j+1})$ . Par souci de simplicité, seulement le nonet pseudoscalaire et le nonet vectoriel sont pris en compte. On simule la désintégration des résonances en pions finals. Cela produit une suite de quadri-impulsions des pions produits:  $(\omega_1, \vec{k}_1), (\omega_2, \vec{k}_2), \dots$

(iv) On passe au repère original en faisant la transformation suivante:

$$\omega'_j + k'_{j\parallel} = (\omega_j + k_{j\parallel}) \frac{E + p}{E_0 + p_0}, \quad j = 1, 2, \dots,$$

et on garde uniquement les particules dont les impulsions satisfont à la condition

$$k'_{j\parallel} > 0$$

Les pions du jet ont, par construction, des impulsions longitudinales positives. Le jet d'énergie finie satisfait automatiquement à la condition de fragmentation limite. En fabriquant d'abord un jet d'énergie plus grande que celle à laquelle on s'intéresse et en le "coupant" ensuite on récupère les pions dont l'impulsion longitudinale est positive malgré le fait qu'ils soient des produits de désingrégation de résonances ayant  $p'_{\parallel} < 0$ . Il est évident que l'énergie du jet Monte Carlo n'est pas exactement  $E$ , que son impulsion n'est pas exactement  $P$ , etc.

Faisons un rapide décompte des paramètres. Tout d'abord il y a une fonction inconnue  $h(z)$ . Le choix de Field et Feynman consiste à prendre

$$h(z)/z = f(1-z) = 1 - a + 3a(1-z)^2$$

La conservation d'isospin implique  $\gamma_u = \gamma_d$ . Cela fait 1 paramètre libre si on néglige les quarks lourds (charmés, etc) et si l'on tient compte de la contrainte (54). Le paramètre suivant est le rapport entre les probabilités qu'un méson ( $a_j \bar{a}_{j+1}$ ) soit un  $0^-$  ou un  $1^-$ . Finalement il y a la dispersion de la Gaussienne qui décrit la distribution des impulsions transverses.

Field et Feynman postulent que  $\text{Prob}(0^-) = \text{Prob}(1^-)$  (en fait, le choix  $\text{Prob}(1^-) = 3 \text{ Prob}(0^-)$  serait plus naturel). Pour reproduire les données sur le rapport  $K^+/\pi^+$  observé dans la production à grand  $p_T$  ils posent  $\gamma_u = \gamma_d = 2\gamma_s$ . La dispersion de la Gaussienne est déterminée en ajustant  $\langle k_T \rangle$ . Enfin, pour reproduire les fonctions de fragmentation des quarks observées dans les expériences leptoniques ils sont amenés à poser  $a=0.77$ .

### 5.6 Un exemple de résultat de l'expérience sur ordinateur de Field et Feynman.

Je reviens à la question soulevée, en passant, dans la section 4: comment déterminer la saveur du quark qui est à l'origine d'un jet observé?

Une réponse partielle à cette question se trouve dans la table 15 de l'article de Field et Feynman, dont j'en reproduis ici une partie.

Les auteurs ont généré un ensemble de jets dont l'énergie moyenne est de

10 GeV. L'ensemble contient autant de jets initiés par un quark u que par un quark d. La qualité du critère choisi pour déterminer la saveur du quark primitif est chiffrée par deux paramètres:

$$\text{la sûreté} = (V - F)/(V + F)$$

$$\text{l'efficacité} = (V + F)/N,$$

où

N = nombre total de jets examinés

V = nombre de fois où le critère a permis d'obtenir la réponse correcte.

F = nombre de fois où le critère a conduit à une réponse fausse.

L'efficacité d'un critère donné est, en général, plus petite que 1 car le critère n'est pas toujours applicable. Voici quelques résultats instructifs:

<u>critère choisi pour déterminer la saveur du quark primitif q</u>	<u>la sûreté</u>	<u>l'efficacité</u>
(a) si la charge du hadron le plus rapide est $> 0$ ( $< 0$ ) alors $q=u$ ( $d$ )	27%	60%
(b) si la charge du hadron chargé le plus rapide est $> 0$ ( $< 0$ ) alors $q=u$ ( $d$ )	25%	99%
(c) si la charge du hadron chargé ayant $z > 0.5$ est $> 0$ ( $< 0$ ) alors $q=u$ ( $d$ )	45%	14%
(d) si les deux hadrons chargés les plus rapides ont des charges $> 0$ ( $< 0$ ) alors $q = u$ ( $d$ )	46%	31%
(e) si la charge totale du jet est $> 0$ ( $< 0$ ) alors $q=u$ ( $d$ )	45%	66%
(f) si la charge totale des hadrons ayant $z > 0.1$ est $> 0$ ( $< 0$ ) alors $q = u$ ( $d$ )	38%	62%

Les questions pertinentes de C.PANDA m'ont beaucoup aidé dans la rédaction de ce cours.

BIBLIOGRAPHIE

1. Jets comme résultat de la séparation des sources de couleur; voir :  
A.CASHER, J.KOGUT et L.SUSSKIND, Phys.Rev.D10(1974) 732  
F.LOW, Phys.Rev.D12(1975) 163  
S.J.BRODSKY et J.F.GUNION, Phys.Rev.Lett.37(1976) 402.
2. La référence classique, pour ce qui est du modèle des partons est  
R.P.FEYNMAN, Photon-hadron Interaction, (W.Benjamin, Reading, Mass., 1972).
3. S.D.DRELL et T.M.YAN, Phys.Rev.Lett.25 (1970) 319.
4. R.BLANKENBECLER, S.J.BRODSKY, et J.F.GUNION, Phys.Rev;D12 (1975) 3469 et  
références là-dedans.
5. S.J.BRODSKY et G.R.FARRAR, Phys.Rev.D11, (1975) 1309, et références là-dedans.
6. Voir le cours de E.de Rafael dans ce volume.
7. Ma discussion du modèle semi-classique repose sur l'article de Andersson  
et al.,  
B.ANDERSSON, G.GUSTAFSON et C.PETERSON, Particles and Fields (Z.Phys.C, à  
paraître) qui est à son tour largement inspiré du travail important de  
Casher et al., (cité plus haut). Des considérations semblables se trouvent  
dans un article publié plus tôt par Artru et Mennessier:  
X.ARTRU et G.MENNESSIER , Nucl. Phys. B70 (1974) 93.
8. P.GODDARD, J.GOLDSTONE, C.REBBI et C.B.THORN, Nucl.Phys. B56 (1973) 109.
9. Voir le cours de A.Morel dans ce volume.
10. Bjorken ainsi que Casher, Kogut et Susskind sont à l'origine de l'idée de  
cascade "in-out". Voir :  
J.D.BJORKEN, SLAC-PUB-1756(1976),  
et l'article de Casher et al., cité plus haut.
11. W.BUSZA dans les Comptes-Rendus de la XII<sup>ème</sup> Rencontre de Moriond, ed. par  
J.Tran Thanh Van (Editions Frontières Paris 1977) .
12. R.P.FEYNMAN, Proc. 8th Int. Symposium on Multiparticle Dynamics, Kaysersberg  
1977.
13. La charge d'un jet:  
R.P.FEYNMAN, Conférence Neutrino 1972, Balatonfüred  
G.FARRAR et J.ROSNER, Phys.Rev. D7(1973) 2747  
R.CAHN et E.COGLAZIER, Phys.Rev.D9 (1974) 2658  
S.J.BRODSKY et N.WEISS, Phys.Rev. D16 (1977) 2325.

14. Création de paires dans un champ électrique uniforme:

J.SCHWINGER, Phys.Rev. 82 (1951) 664

Une application du résultat de Schwinger à la chromodynamique se trouve dans:

A.CASHER, W.NEUBERGER et S.NUSSINOV, prétrage Tel Aviv.

15. Le "liquide" de Feynman-Wilson:

K.G.WILSON, Proc. Scottish Univ. Summer School 1973, Academic Press, Londres 1974.

Articles de revue (relativement récents) sur SRO:

M.LE BELLAC, CERN Academic Training Program, CERN 76-14(1976)

A.KRZYWICKI, dans Many Degrees of Freedom in Particle Theory, Plenum Press N.Y. 1978.

16. Brisure de SRO par les effets diffractifs:

M.LE BELLAC, Phys.Lett. B37 (1971) 413

V.A.ABRAMOVSKII, O.V.KANCHELI et V.N.GRIBOV, Sov.J.Nucl.Phys.18(1974)308.

A.CAPELLA et A.KRZYWICKI, Phys.Rev.D, à paraître, et références là-dedans.

17. Modèles d'émission indépendante:

L.VAN HOVE, Rev.Mod.Phys.36(1964)655

A.KRZYWICKI, Nuovo Cimento 32 (1964) 1069

Articles plus récents :

E.H.DE GROOT et T.W.RUIJGROK, Nucl.Phys. B27(1971) 45

A.BASSETTO, M.TOLLER et L.SERTORIO, Nucl.Phys.B34 (1971) 1

D.SIVERS et G.H.THOMAS, Phys.Rev.D6 (1972) 1961.

18. Modèle récursif:

- formulation:

A.KRZYWICKI et B.PETERSSON, Phys.Rev. D6(1972) 924

- résultats analytiques:

J.FINKELSTEIN et R.D.PECCEI, Phys.Rev.D6(1972) 2006.

R.JENGO, A.KRZYWICKI et B.PETERSSON, Nucl.Phys.B65 (1973) 319

- extension aux jets initiés par un quark:

F.NIEDERMAYER, Nucl.Phys B79 (1974) 355

A.SEIDEN, Phys.Lett. B68 (1977) 157

R.P.FEYNMAN, Proc. 8th Int. Symposium on Multiparticle Dynamics,  
Kaysersberg, 1977.

U.SUKHATME, Phys.Lett.B74 (1978) 478

R.D.FIELD et R.P.FEYNMAN, Nucl.Phys.B136 (1978) 1

L'article de Field et Feynman est particulièrement exhaustif en ce qui concerne les applications numériques du modèle.

