

# 无穷级数单标量场暴涨宇宙模型与原初引力波

冯朝君, 李新洲

(上海师范大学天体物理中心, 上海 200234)

**摘要:** 通过对宇宙微波背景辐射光子极化的观测, 可以精确测量张标比. 在对暴涨宇宙模型进行限制的时候, 它将提供一个非常有利的工具. 就一个单标量场暴涨模型而言, 要同时预言比较大的张标比和谱指数跑动是有困难的. 为了试图解决这一问题, 本文作者提出了一种具有幂级数形式势能的单暴涨场模型. 研究表明, 这个具有无穷多项势能的暴涨模型不仅理论上是自洽的, 而且能够缓解上述问题.

**关键词:** 张标比; 谱指数; 谱指数跑动; 幂级数; 暴涨宇宙

**中图分类号:** O 412.1   **文献标识码:** A   **文章编号:** 1000-5137(2014)04-0391-08

宇宙在暴涨时期, 张量扰动模式激发了光子极化的  $B$ -模式, 而这一信号已经被 BICEP2 实验组观测到了<sup>[1]</sup>. 实际上, 度规场的张量扰动对应着引力波的产生, 观测到  $B$ -模式也就意味着观测到了引力波, 只是这种引力波是在早期宇宙中被激发的, 称为原初引力波. 通过对  $B$ -模式的测量, 能够估计出张量扰动的幅度, 通常人们会用一个称为张标比的量来描述. 根据 BICEP2 实验组的数据分析, 张标比被限制在  $r = 0.20^{+0.07}_{-0.05}$  (68% CL), 并且在  $7.0\sigma$  的置信度上排除了  $r = 0$  的可能性. 有了张标比以及谱指数的限制, 就可以区分并排除一些暴涨模型, 比如小场暴涨模型.

然而, BICEP2 实验组得到的结果与之前 Planck 实验组得到的有一些不相吻合的地方. 文献 [2] 中指出, 根据 Planck + WP + highL 的数据, 谱指数被限制在  $n_s = 0.9600 \pm 0.0071$ , 而张标比几乎可以被忽略  $r_{0.002} < 0.11$  (95% CL). 不过, 当把谱指数的跑动  $n'_s \equiv dn_s/d \ln k$  作为独立参数去拟合相同数据的时候, 发现  $n_s = 0.95700 \pm 0.0075$ ,  $r_{0.002} < 0.26$  以及  $n'_s = -0.022^{+0.020}_{-0.021}$  (95% CL). 也就是说, 为了能使得这两个结果相互吻合, 理论上应该有一个比较大的谱指数跑动, 比如  $n'_s \leq -0.001$ . 当然, 这里的大小指的是它绝对值的大小.

另一方面, 暴涨宇宙<sup>[3-5]</sup>是解决大爆炸宇宙学中诸如宇宙平坦性问题的最经济选择. 而且, 暴涨场和背景度规场的量子扰动将成为宇宙大尺度结构形成的种子. 光子极化  $B$ -模式的发现也同样肯定了宇宙早期的确发生过暴涨. 在最简单的暴涨宇宙模型中, 一个被称为暴涨子的标量场驱动着宇宙加速膨胀. 为了能够使宇宙在早期有足够长的暴涨时间, 这个标量场需要有一个非常平坦的势能  $V(\phi)$ . 当暴涨开始的时候, 它将从势能高的地方缓慢地滚向势能低的地方. 这个过程就称为慢滚暴涨. 比如: 在混沌暴涨 (chaotic inflation) 模型中, 有  $V \sim \phi^n$ <sup>[6]</sup>; 在自然暴涨 (natural inflation) 模型中, 有  $V \sim V_0 (\cos \phi/f + 1)$ <sup>[7]</sup>.

在这些单标量场的暴涨模型中, 谱指数偏离 Harrison-Zel'dovich 标度不变谱的数量级在  $n_s - 1 \sim$

收稿日期: 2014-06-20

基金项目: 国家自然科学基金(11047138); 上海市晨光计划(12CG51); 国家教育基金(2009312711004); 上海市自然科学基金(10ZR1422000)

通信作者: 冯朝君, 中国上海市桂林路 100 号上海师范大学天体物理中心, 邮编: 200234, E-mail: fengcj@shnu.edu.cn; 李新洲, E-mail: kychz@shnu.edu.cn

$O(10^{-2})$ , 谱指数跑动的数量级在  $n'_s \sim O(10^{-4})$ . 由此可见, 实现大的张标比的同时实现大的谱指数跑动对单标量场模型来说不是一件容易的事情, 文献[8]中特别针对这一问题进行了讨论, 但并没有给出解决方案. 此外, 在文献[9]中也指出, 对于慢滚暴涨而言, 要让暴涨场的势能具有比较大的三阶导数而保持一阶导数和二阶导数比较小是比较困难的, 除非所需要的 e-folding 数  $N$  比较小, 例如, 当  $N \approx 20 \sim 30$ . 文献[10]中也给出了相同的结论. 可是, 这些讨论仅仅针对势能具有有限项时的单场暴涨模型. 作者建议了一个势能具有无穷项即幂级数形式的暴涨模型. 该模型不仅在理论上是自洽的, 而且能够缓解上述问题. 针对如何实现大张标比和谱指数跑动的最新研究, 可参考文献[11-12], 以及文献[13-14]. 注意下文中所有的单位都采用  $M_{pl}^{-2} = 8\pi G = 1$ .

## 1 暴涨模型的构建

### 1.1 幂级数势能

令  $V$  表示暴涨场的势能函数, 并假设它有如下形式:

$$V(\phi) = \lambda \sum_{n=1}^{\infty} a_n \phi^{2n}, \quad (1)$$

这里的  $\lambda$  是一个比例系数, 将由功率谱的幅度来决定其大小. 定义慢滚参数:

$$\epsilon = \frac{M_{pl}^2}{2} \left( \frac{V'}{V} \right)^2, \quad \eta = M_{pl}^2 \frac{V''}{V}, \quad \xi = M_{pl}^4 \frac{V'V'''}{V^2}, \quad (2)$$

其中撇号表示对场  $\phi$  的微分, 则标量扰动的功率谱指数  $n_s$  及其跑动  $n'_s$  可以表示为:

$$n_s - 1 \approx 2\eta - 6\epsilon, \quad (3)$$

$$n'_s \approx 16\epsilon\eta - 24\epsilon^2 - 2\xi, \quad (4)$$

通过之前的分析可知, 如果要有一个比较大的谱指数跑动, 则  $\xi$  不能太小, 至少应该在  $\epsilon$  或者  $\eta$  的数量级. 假设有如下关系成立:

$$\xi = \alpha\epsilon + (\beta - \alpha)\eta, \quad (5)$$

其中  $\alpha, \beta$  是两个待定常数. 因此, 势能(1)中的各项系数必须满足一定的条件才能满足(5)式. 当  $n \geq 2$  时,  $a_n$  应当满足以下这个迭代关系:

$$a_n = \frac{1}{4n(2n-1)(n-1)} \sum_{k=1}^{n-1} a_{n-k}.$$

$$[(2\beta - 3\alpha)k^2 + (\alpha n + \alpha - \beta)k a_k - 4(k+1)(n-k)(2n-2k-1)(n-k-1)a_{k+1}]. \quad (6)$$

具体的证明以及前几项系数的表达式见第3章. 由于  $a_1$  可以取任意值, 把它吸收到  $\lambda$  中使得  $a_1 = 1$ . 注意, 当  $\beta = 0$  的时候, 有  $a_n (n \geq 2) = 0$ , 回到了平方势能函数, 即  $V \sim \phi^2$ .

事实上, 任何一个势能函数都可以展开成无穷幂级数的形式, 比如指数势能  $V \sim e^\phi$  就可以写成  $V \sim \sum \phi^n / n!$ . 而一般的势能也可以展开成 Taylor 级数. 但是, 当人们按照 Taylor 级数展开一个一般性的势能函数时, 会遇到无穷多个展开系数而使得模型无法处理. 唯一的办法是先把势能在暴涨发生时展开几阶, 然后根据实验数据来重构这个势能, 比如文献[15-16]所示. 方程(1)中, 虽然势能由无穷多项, 但却只有3个参数:  $\alpha, \beta$  以及  $\lambda$ . 这样一种势能, 有可能来自于某个超引力理论(SUGRA):

$$V = e^K [K^{i\bar{j}} (D_i W) (D_{\bar{j}} \bar{W}) - 3|W|^2], \quad D_i W = \partial_i W + (\partial_i K) W, \quad (7)$$

其中 Kähler 势取成:

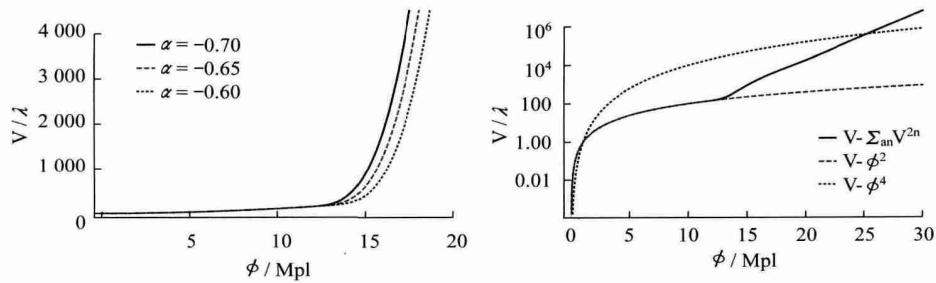
$$K = g_1(\varphi + \varphi^\dagger) + \frac{1}{2}(\varphi + \varphi^\dagger)^2 + |X|^2 - c_X |X|^4 + \dots, \quad (8)$$

可以预见该理论具有平移(shift)不变性, 并且该对称性保证了势能沿着场  $\varphi$  的虚部方向是平坦的. 这里的  $\phi = \sqrt{2}\text{Im}\varphi$  即为暴涨场, 而  $X$  是另外一个手征超场. 此外, 假定超势取成最一般的情形

$$W = X \sum h_n \phi^n + W_0. \tag{9}$$

关于超引力的理论研究, 请参考文献 [17]. 另外, 文献 [17-18] 中考虑了多项式暴涨模型, 即势能具有有限的几项.

由图 1 可见, 势能是暴涨场  $\phi$  的单调递增函数, 当参数  $\alpha$  小的时候, 势能显得更加陡峭一些, 它也明显不同于混沌暴涨中取  $\phi^2$  或者  $\phi^4$  形式的情形. 当  $\phi$  较小的时候, 它接近于  $\phi^2$  势, 而随着  $\phi$  值的增大, 它逐渐接近于  $\phi^4$  势.



参数  $\alpha$  的取值见图例所示  $\beta$  取值在其最佳拟合值

图 1 左图: 公式 (1) 中的势能  $V$ ; 右图: 与其他形式的势能比较  $V \sim \phi^2, \phi^4$

### 1.2 慢滚参数

将势能函数 (1) 代入到慢滚参数的定义 (2) 中, 化简得到:

$$\epsilon = \frac{1}{2} \phi^{-2} \sum_{n=0}^{\infty} b_n \phi^{2n}, \quad \eta = \phi^{-2} \sum_{n=0}^{\infty} c_n \phi^{2n}, \quad \xi = \phi^{-2} \sum_{n=0}^{\infty} d_n \phi^{2n}, \tag{10}$$

其中, 系数  $b_0 = 4, c_0 = 2, d_0 = 2\beta$ , 当  $n \geq 1$  时,  $b_n, c_n, d_n$  满足以下递推关系:

$$b_n = 4(n+1)a_{n+1} + \sum_{k=1}^n [4(k+1)(n-k+1)a_{k+1}a_{n-k+1} - \sum_{m=1}^{k+1} a_m a_{k+2-m} b_{n-k}], \tag{11}$$

$$c_n = 2(n+1)(2n+1)a_{n+1} - \sum_{k=1}^n a_{k+1}c_{n-k}, \tag{12}$$

$$d_n = 8(n+2)(2n+3)(n+1)a_{n+2} + \sum_{k=1}^n [8(k+1)(n-k+2)(2n-2k+3)(n-k+1)a_{k+1}a_{n-k+2} - \sum_{m=1}^{k+1} a_m a_{k+2-m} d_{n-k}]. \tag{13}$$

这些系数前几项的表达式见第 3 章. 另外, 暴涨结束之前的 e-folding 数定义为:

$$N = \int_t^{t_{\text{end}}} H dt = - \int_{\phi}^{\phi_{\text{end}}} \frac{V}{V'} d\phi = \frac{\phi^2}{4} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{f_n}{n+1} (\phi^{2n} - \phi_{\text{end}}^{2n}), \tag{14}$$

其中  $f_0 = 1$  以及

$$f_n = a_{n+1} - \sum_{k=1}^n (k+1)a_{k+1}f_{n-k}, \quad n \geq 1, \tag{15}$$

暴涨大概在  $\epsilon \approx 1$  的时候结束, 或者当下述关系成立的时候结束,

$$2\phi_{\text{end}}^2 \approx \sum_{n=0}^{\infty} b_n \phi_{\text{end}}^{2n}, \tag{16}$$

这里  $\phi_{\text{end}}$  表示暴涨结束时暴涨场的值, 大概在普朗克能标附近  $\phi_{\text{end}} \sim M_{pl}$ . 当然, 也可以通过数值的方法求解上式得到比较精确的结果.

### 1.3 扰动功率谱

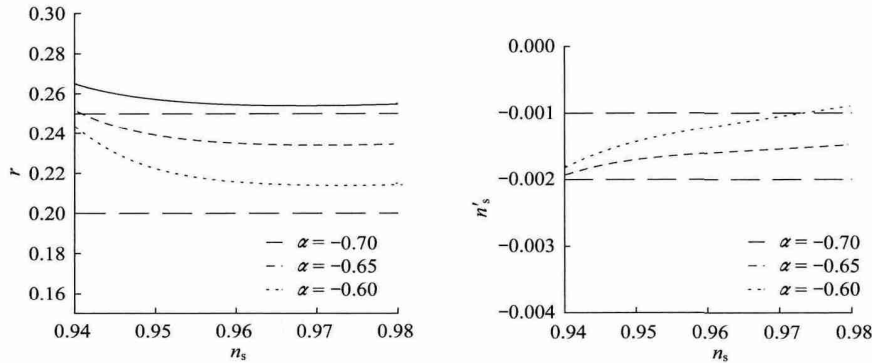
标量扰动的功率谱由下式给出:

$$P_s = A_s \left( \frac{k}{k_*} \right)^{n_s - 1 + n_s \ln(k/k_*) / 2}, \tag{17}$$

其中  $A_s$  表示它的幅度,谱指数  $n_s$  由公式(3)给出,谱指数的扰动  $n_s' = dn_s/d \ln k$  由公式(4)给出.利用方程(5),公式(4)也可以写成:

$$n_s' = 16\epsilon\eta - 24\epsilon^2 - 2\alpha\epsilon - 2(\beta - \alpha)\eta, \tag{18}$$

张标比  $r$  则由关系  $r \approx 16\epsilon$  给出.由(18)式可见,对谱指数的跑动而言,参数  $\alpha$  非常重要,如图2所示  $n_s' \sim O(\epsilon) \sim O(10^{-2})$ ,同时又有  $r \geq 0.20$ .也就是说,同时实现了大的张标比和大的谱指数跑动.



两图中均采用了相同的参数,见图例

图2 左图:张标比  $r$  与谱指数  $n_s$  的关系;右图:谱指数跑动  $n_s'$  和谱指数  $n_s$  的关系

目前,最新的观测数据包括:文献[1]中:张标比  $r = 0.20^{+0.07}_{-0.05}$ ; Planck 实验中的微波背景辐射数据,并以 WMAP 中的大尺度极化数据作为补充(以下称 Planck + WP);微波背景辐射大极矩数据(以下称 highL); Planck 引力透镜功率谱,大尺度结构(以下称 BAO)数据等.具体的数据在文献[2]中:标量谱指数  $0.9583 \pm 0.0081$  (Planck + WP)  $0.9633 \pm 0.0072$  (Planck + WP + lensing)  $0.9570 \pm 0.0075$  (Planck + WP + highL)  $0.9607 \pm 0.0063$  (Planck + WP + BAO),它的跑动值  $n_s' = -0.021 \pm 0.012$  (Planck + WP),  $n_s' = -0.017 \pm 0.012$  (Planck + WP + lensing),  $n_s' = -0.022^{+0.011}_{-0.010}$  (Planck + WP + highL),  $n_s' = -0.021^{+0.012}_{-0.010}$  (Planck + WP + BAO).

此外,还有其他一些研究团队给出了他们的结果.比如:文献[19]中结合了 Background Imaging of Cosmic Extragalactic Polarization(B2),Planck 以及 WP 数据集,给出  $r = 0.23^{+0.05}_{-0.09}$ ;文献[20]中结合了 Supernova Legacy Survey(SNLS)的数据给出  $r = 0.20^{+0.04}_{-0.05}$ ;文献[21]中结合了 Planck,超新星 Union2.1,BAO 和 BICEP2 的数据给出  $r = 0.199^{+0.037}_{-0.044}$ ,以及文献[22]中结合了其他 BAO 的数据后给出  $r = 0.20^{+0.04}_{-0.06}$ .研究还表明,所探测到的光子极化  $B$  模式并不能完全由拓扑缺陷或者大额外维模型来解释<sup>[23-24]</sup>.最有可能解释大张标比的还是暴涨时期产生的张量扰动模式.

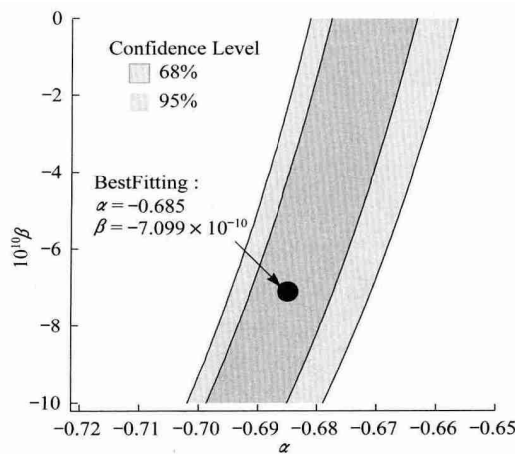
利用这些数据和结果,对模型中的参数  $\alpha$  和  $\beta$  进行了限制,结果如图3所示.暴涨场在暴涨时期的特征尺度为  $\phi / M_{pl} \approx O(10)$ ,可见它应该属于大场暴涨的范畴.利用 Planck 给出了功率谱幅度  $A_s(k = 0.002 \text{ Mpc}^{-1}) = 2.215 \times 10^{-19}$ <sup>[25]</sup>,可以估计出参数  $\lambda$  的值:

$$\lambda \approx \frac{3\pi^2}{2} \left( \sum_{n=1}^{\infty} a_n \phi^{2n} \right)^{-1} r A_s \approx 6.02 \times 10^{-11}. \tag{19}$$

其中用到了参数  $\alpha$  和  $\beta$  的最佳拟合值.

## 2 总结

笔者建议采用具有无限项的幂级数来描写暴涨场的势能,见公式(1).与观测比较和分析之后,该



中心红点代表参数的最佳拟合值

图 3 参数  $\alpha$  和  $\beta$  在  $1\sigma$  和  $2\sigma$  置信区间的等高图

模型中的参数  $\alpha$  和  $\beta$  得以限制. 由分析可知, 该模型预言了一个大的张标比  $r \geq 0.2$  和一个大的谱指数跑动  $|n'_s| \geq O(10^{-2})$  同时谱指数本身大概在  $n_s \approx 0.96$  左右, 非常好地吻合观测数据.

从势能各项的系数看, 势能函数 (1) 是收敛的, 至少在暴涨时期是这样. 当然, 它可能还有其他的收敛阈. 这样一种幂级数形式的势能也许来自某一类超引力理论, 这一点是值得继续研究和探讨的.

### 3 势能以及系数 $a_n, b_n, c_n, d_n, f_n$

首先证明如果  $a_n$  满足迭代关系 (6), 则势能  $V$  可以使方程 (5) 成立. 由幂级数乘积的性质<sup>[26]</sup>:

$$\sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k \sum_{k=0}^{\infty} b_k x^k = \sum_{k=0}^{\infty} c_k x^k, \quad c_n = \sum_{k=0}^n a_k b_{n-k} \quad (20)$$

以及方程 (6), (11) ~ (13) 可以得到系数  $a_n, b_n, c_n$  和  $d_n$  之间的关系如下

$$\sum_{n=1}^{\infty} 2na_n \phi^{2n} \sum_{n=1}^{\infty} 2na_n \phi^{2n} = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \phi^{2n} \sum_{n=1}^{\infty} a_n \phi^{2n} \sum_{n=0}^{\infty} b_n \phi^{2n}, \quad (21)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} 2n(2n-1) a_n \phi^{2n} = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \phi^{2n} \sum_{n=0}^{\infty} c_n \phi^{2n}, \quad (22)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} 2na_n \phi^{2n} \sum_{n=1}^{\infty} 4n(n+1)(2n+1) a_{n+1} \phi^{2n} = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \phi^{2n} \sum_{n=1}^{\infty} a_n \phi^{2n} \sum_{n=0}^{\infty} d_n \phi^{2n}. \quad (23)$$

将 (21) 式乘以  $\alpha$ , 减去  $2(\alpha - \beta)$  倍的 (22) 式, 再减去 2 倍的 (23) 式可得:

$$\begin{aligned} & \sum_{n=1}^{\infty} a_n \phi^{2n} \sum_{n=1}^{\infty} a_n \phi^{2n} \sum_{n=0}^{\infty} [\alpha b_n - 2(\alpha - \beta) c_n - 2 d_n] \phi^{2n} = \\ & \sum_{n=1}^{\infty} 2n a_n \phi^{2n} \sum_{n=1}^{\infty} [[2\alpha n + 2(\alpha - \beta)] a_n - 8n(n+1)(2n+1) a_{n+1}] \phi^{2n} - \\ & 8(\alpha - \beta) \sum_{n=1}^{\infty} a_n \phi^{2n} \sum_{n=1}^{\infty} n^2 a_n \phi^{2n}, \end{aligned} \quad (24)$$

利用  $a_n$  的迭代关系 (20) 可知上式右边等于 0. 因此得到关系

$$\alpha b_n - 2(\alpha - \beta) c_n - 2 d_n = 0, \quad (25)$$

代入慢滚参数的表达式, 即可得到方程 (5).

由公式 (6), (11) ~ (13) 以及 (15) 可以得到它们的前几项系数. 注意  $a_1$  已经吸收到  $\lambda$  中, 即  $a_1 = 1$ . 以下给出前 5 项系数:

$$a_1 = +1, \quad (26)$$

$$a_2 = \frac{\beta}{24}, \quad (27)$$

$$a_3 = \frac{\beta(5\beta - 3\alpha)}{2880}, \quad (28)$$

$$a_4 = \frac{\beta(10\alpha^2 - 23\alpha\beta + 15\beta^2)}{322560}, \quad (29)$$

$$a_5 = \frac{\beta(-210\alpha^3 + 453\alpha^2\beta - 330\alpha\beta^2 + 95\beta^3)}{232243200}, \quad (30)$$

...

$$b_0 = 4, \quad (31)$$

$$b_1 = \frac{\beta}{3}, \quad (32)$$

$$b_2 = \frac{\beta(5\beta - 4\alpha)}{240}, \quad (33)$$

$$b_3 = \frac{\beta(18\alpha^2 - 33\alpha\beta + 13\beta^2)}{24192}, \quad (34)$$

$$b_4 = -\frac{\beta(20\alpha^3 - 36\alpha^2\beta + 5\alpha\beta^2 + 10\beta^3)}{691200}, \quad (35)$$

$$b_5 = -\frac{\beta(-42\alpha^4 + 43\alpha^3\beta + 120\alpha^2\beta^2 - 175\alpha\beta^3 + 55\beta^4)}{42577920}, \quad (36)$$

...

$$c_0 = 2, \quad (37)$$

$$c_1 = \frac{5\beta}{12}, \quad (38)$$

$$c_2 = \frac{\beta(15\beta - 14\alpha)}{480}, \quad (39)$$

$$c_3 = \frac{\beta(162\alpha^2 - 213\alpha\beta + 47\beta^2)}{96768}, \quad (40)$$

$$c_4 = \frac{\beta(-110\alpha^3 + 81\alpha^2\beta + 110\alpha\beta^2 - 80\beta^3)}{1382400}, \quad (41)$$

$$c_5 = \frac{\beta(1092\alpha^4 + 994\alpha^3\beta - 5298\alpha^2\beta^2 + 3791\alpha\beta^3 - 583\beta^4)}{340623360}, \quad (42)$$

...

$$d_0 = 2\beta, \quad (43)$$

$$d_1 = \frac{\beta(5\beta - 3\alpha)}{12}, \quad (44)$$

$$d_2 = \frac{\beta(10\alpha^2 - 24\alpha\beta + 15\beta^2)}{480}, \quad (45)$$

$$d_3 = \frac{\beta(-126\alpha^3 + 309\alpha^2\beta - 234\alpha\beta^2 + 47\beta^3)}{96768}, \quad (46)$$

$$d_4 = -\frac{\beta(-90\alpha^4 + 155\alpha^3\beta + 34\alpha^2\beta^2 - 180\alpha\beta^3 + 80\beta^4)}{1382400}, \quad (47)$$

$$d_5 = -\frac{\beta(924\alpha^5 + 74\alpha^4\beta - 5812\alpha^3\beta^2 + 8389\alpha^2\beta^3 - 4154\alpha\beta^4 + 583\beta^5)}{340623360}, \quad (48)$$

...

$$f_0 = 1, \quad (49)$$

$$f_1 = -\frac{\beta}{24}, \quad (50)$$

$$f_2 = \frac{\beta}{480}, \quad (51)$$

$$f_3 = \frac{\beta(-30\alpha^2 - 29\alpha\beta + 25\beta^2)}{322560}, \quad (52)$$

$$f_4 = \frac{\beta(42\alpha^3 + 135\alpha^2\beta - 111\alpha\beta^2 - 4\beta^3)}{11612160}, \quad (53)$$

$$f_5 = -\frac{\beta(630\alpha^4 + 4635\alpha^3\beta - 1998\alpha^2\beta^2 - 3040\alpha\beta^3 + 1155\beta^4)}{5109350400}, \quad (54)$$

...

## 参考文献:

- [1] ADE P A R ,AIKIN R W ,BARKATS D ,et al. [BICEP2 Collaboration]. BICEP2 I: Detection of B-mode polarization at degree angular scales [J/OL]. arXiv: 1403. 3985 [astro - ph. CO].
- [2] ADE P A R ,AGHANIM N ,ARMITAGE-CAPLAN C ,et al. [Planck Collaboration]. Planck 2013 results. XXII. Constraints on inflation [J/OL]. arXiv: 1303. 5082 [astro - ph. CO].
- [3] GUTH A H. The inflationary universe: A possible solution to the horizon and flatness problems [J]. Phys Rev D ,1981 23 ( 347 ) : 347 - 356.
- [4] LINDE A D. A new inflationary universe scenario: A possible solution of the horizon ,flatness ,homogeneity ,isotropy and primordial monopole problems [J]. Phys Lett B ,1982 ,108( 6 ) : 389 - 393.
- [5] ALBRECHT A ,STEINHARDT P J. Cosmology for grand unified theories with radiatively induced symmetry breaking [J]. Phys Rev Lett ,1982 48: 1220 - 1223.
- [6] LINDE A D. Chaotic inflation [J]. Phys Lett B ,1983 ,129( 3 - 4 ) : 177 - 181.
- [7] FRESSE K ,FRIEMAN J A ,OLINTO A V. Natural inflation with pseudo-Nambu-Goldstone bosons [J]. Phys Rev Lett , 1990 65: 3233 - 3236.
- [8] GONG Y. The challenge for single field inflation with BICEP2 result [J/OL]. arXiv: 1403. 5716 [gr - qc].
- [9] CHUNG D J H ,SHIU G ,TRODDEN M. Running of the scalar spectral index from inflationary models [J]. Phys Rev D , 2003 68: 063501.
- [10] EASTHER R ,PEIRIS H. Implications of a running spectral index for slow roll inflation [J]. JCAP 2006 0609: 010 ,1 ~ 8

- [astro - ph/0604214].
- [11] FENG B ,LI M Z ,ZHANG R J ,et al. An inflation model with large variations in spectral index ,Phys Rev D ,2003 ,68: 103511. [astro - ph/0302479].
- [12] KOBAYASHI T ,TAKAHASHI F. Running spectral index from inflation with modulations [J]. JCAP ,2011 ,1101:026 ,1 ~ 24.
- [13] 冯朝君 ,李新洲. 新一类基于时空测不准原理的幂律暴涨宇宙 [J]. 上海师范大学学报:自然科学版 ,2014 ,43(4) : 369 - 377.
- [14] 冯朝君 ,李新洲. 非对易时空中的动能项暴涨宇宙 [J]. 上海师范大学学报:自然科学版 ,2014 ,43(4) :359 - 368.
- [15] MA Y Z ,WANG Y. Reconstructing the local potential of inflation with BICEP2 data [J/OL]. arXiv: 1403. 4585 [astro - ph. CO].
- [16] CHOUDHURY S ,MAZUMDAR A. Reconstructing inflationary potential from BICEP2 and running of tensor modes [J/OL]. arXiv: 1403. 5549 [hep - th].
- [17] NAKAYAMA K ,TAKAHASHI F ,YANAGIDA T T. Polynomial chaotic inflation in supergravity [J]. Journal of Cosmology and Astroparticle Physics ,2013(8) :038 ,1 ~ 18.
- [18] KOBAYASHI T ,SETO O. Polynomial inflation models after BICEP2 [J/OL]. arXiv: 1403. 5055 [astro - ph. CO].
- [19] CHENG C ,HUANG Q G. Constraints on the cosmological parameters from BICEP2 ,Planck and WMAP [J/OL]. arXiv: 1403. 7173 [astro - ph. CO].
- [20] CHENG C ,HUANG Q G. Constraint on inflation model from BICEP2 and WMAP 9-year data [J/OL]. arXiv: 1404. 1230 [astro - ph. CO].
- [21] LI H ,XIA J Q ,ZHANG X. Global fitting analysis on cosmological models after BICEP2 [J/OL]. arXiv: 1404. 0238 [astro - ph. CO].
- [22] WU F ,LI Y ,LU Y ,et al. Cosmological parameter fittings with the BICEP2 data [J/OL]. arXiv: 1403. 6462 [astro - ph. CO].
- [23] LIZARRAGA J ,URRESTILLA J ,DAVERIO D ,et al. Can topological defects mimic the BICEP2 B-mode signal [J/OL]. arXiv: 1403. 4924 [astro - ph. CO].
- [24] HO C M ,HSU S D. Does the BICEP2 observation of cosmological tensor modes imply an era of nearly planckian energy densities [J/OL]. arXiv: 1404. 0745 [hep - ph].
- [25] ADE P A R ,AGHANIM N ,ARMITAGE-CAPLAN C ,et al. [Planck Collaboration]. Planck 2013 results. XVI. Cosmological parameters [J/OL]. arXiv: 1303. 5076 [astro - ph. CO].
- [26] GRADSHTEYN I S ,RYZHIK I M ,JEFFREY A ,et al. Table of integrals ,series ,and products [M]. 7th edition. USA: Elsevier. Academic Press ,2007.

## Power series inflation and primordial gravitational waves

FENG Chaojun , LI Xinzhou

( Shanghai United Center for Astrophysics( SUCA) , Shanghai Normal University , Shanghai 200234 , China)

**Abstract:** The tensor-to-scalar ratio can be measured by observing the polarization of photos in the cosmic microwave background. It shows very strong power on constraining inflation models. However ,for a single field inflation model ,it can not predict both a large tensor-to-scalar ratio and a large running of the scalar power spectral index. To solve this problem ,the authors propose an inflation model with power series potential. It is found that this model is consistent with latest observations.

**Key words:** tensor-to-scalar ratio; spectral index; running of spectral index; power series; inflation

( 责任编辑: 顾浩然)