مجلهٔ پژوهش فیزیک ایران، جلد ۱۱، شمارهٔ ۲، تابستان ۱۳۹۰

نظرية ميدان ناجابه‌جايي و پارامترهاي نقض لورنتس درQED

سارا آقابابايي و منصور حقيقت

دانشكدة فيزيك، دانشگاه صنعتي اصفهان

پست الكترونيكي: mansour@cc.iut.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۳۸۹/۱۰/۱۶ ؛ دریافت نسخهٔ نهایی: ۱۳۹۰/۴/۳)

چكيده

نظرية ميدان ناجابه‌جايي به عنوان يك نظريه شامل نقض تقارن لورنتس، با دو رهيافت متفاوت ساخته مي‌شود. در رهيافت اول ميدان‌هاي معمولي با ميدان‌هاي ناجابه‌جايي يكسان بوده و در مقابل از گروه‌هاي تقارني بزرگتري استفاده مي‌شود. به عنوان نمونه در مدل استاندارد، گروه تقارني بزرگتر $U(۳)\times U(۲)\times U(۱)$ به جاي گروه تقارني $SU(۳)\times SU(۲)\times U(۱)$ به كار برده مي‌شود. در رهيافت دوم گروه تقارني همان گروه تقارني معمول مدل استاندارد مي‌باشد ولي ميدان‌ها بر اساس نگاشت سايبرگ - ويتن نوشته مي‌شوند. در اين مقاله قصد داريم ارتباط بين ضرايب نقض لورنتس را با پارامتر ناجابه‌جايي در رهيافت اول به دست آوريم و نتايج آن را با آنچه در رويكرد دوم به دست آمده است، مقايسه كنيم. در پايان از طريق نتايج آزمايشگاهي به دست آمده از ضرايب نقض لورنتس، حدي از مقياس ناجابه‌جايي را به دست مي‌آوريم.

واژه‌هاي كليدي: نظرية ميدان ناجابه‌جايي، نقض تقارن لورنتس، نگاشت سايبرگ - ويتن

۱. مقدمه

تمام برهم‌کنش‌های فیزیکی تحت تبدیلات لورنتس وCPT ناوردا باقی می‌مانند. این دو تبدیل با قضیهCPT به هم مرتبط می‌شوند. این قضیه در سال ۱۹۵۴ توسط بل، لودر و پائولی مطرح شد و بر اساس آن ادعا می‌شود که نظریه‌هایی که تقارن لورنتس دارند حتماً تقارنCPT هم دارند و نظریه‌هایی که در آنها تقارنCPT شکسته می‌شود شامل نقض تقارن لورنتس نیز می‌شوند ولی عکس آن همواره صادق نمی‌باشد [۱]. تقارن لورنتس به دو نوع تقسیم می‌شود؛ تبدیل لورنتس مشاهده‌گر و تبدیل لورنتس ذره [۲]. زمانی که این دو نوع تبدیل ناوردا باقی می‌مانند، تقارن لورنتس داریم. تقارنCPT نیز از ترکیب سه عملگر همیوغی بار(C)، پاریته(P) و وارونی زمان (T) تشکیل شده است. قوانین فیزیک تحت اثر عملگرCPT بدون تغییر باقی می‌مانند. نظریه‌ها و آزمایش‌های بسیاری برای بررسی صحت این تقارن‌ها انجام گرفته است. با این وجود در سال‌های اخیر شواهد نظری قابل توجه‌ای از نقض تقارن لورنتس وCPT در حوزه مقیاس پلانک مشاهده شده است [۳].

بر اساس این شواهد، کوانتش نیروی گرانش بدون شکست تقارن لورنتس امکان‌پذیر نمی‌باشد. نظریه‌هایی که در این جهت پیشنهاد می‌شوند مثل نظریهٔ ریسمان و نظریهٔ میدان ناجابه‌جایی همگی دارای نقض تقارن لورنتس می‌باشند. مدل استاندارد توسعه‌یافته SME[۱] بهترین چارچوب برای توصیف نظریه‌هایی است که شامل نقض تقارن لورنتس وCPT هستند. در این مدل جملات برهم‌کنشی اضافه شده به مدل استاندارد همگی دارای

۱. Standard Model Extension

تقارن لورنتس مشاهده‌گر می‌باشند ولـی تقـارن لـورنتس ذره را می‌شکنند [۲و۴].

کلـی‌تـرین حالـت از لاگرانـژی بهنجـار شـده در بخـش الکترودینامیک کوانتومی از مدل اسـتاندارد توسـعه‌یافتـه کـه بـا QEDE نشان می‌دهیم به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\mathcal{L}_{QEDE} = \mathcal{L}_{fermion} + \mathcal{L}_{photon}. \quad (۱)$$

در لاگرانـژی فـوق جملـهٔ مربـوط بـه بـرهم‌کـنش فرمیـون‌هـا $\mathcal{L}_{fermion}$ به صورت:

$$\mathcal{L}_{fermion} = \frac{1}{2} i\bar{\psi}\,\Gamma^{\nu}\overleftrightarrow{D}_{\nu}\psi - M\bar{\psi}\psi, \quad (۲)$$

نوشته می‌شود به طوری که در این رابطه Γ وM بـه ترتیـب بـه صورت :

$$\Gamma^{\nu} = \gamma^{\nu} + c^{\mu\nu}\gamma_{\mu} + d^{\mu\nu}\gamma_{5}\gamma_{\mu}, \quad (۳)$$

و

$$M = m + a_{\mu}\gamma^{\mu} + b_{\mu}\gamma_{5}\gamma^{\mu} + \frac{1}{2}H^{\mu\nu}\sigma_{\mu\nu}, \quad (۴)$$

بسط داده می‌شوند. جملهٔ مربوط به بخش فوتونی $\mathcal{L}_{photon}$ نیز به شکل زیر است.

$$\mathcal{L}_{photon} = -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} - \frac{1}{4}k_{F\,\alpha\beta\mu\nu}\,F^{\alpha\beta}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}(k_{AF})^{\alpha}\,\varepsilon_{\alpha\beta\mu\nu}\,A^{\beta}F^{\mu\nu}. \quad (۵)$$

a_{μ}، b_{μ}، $c_{\mu\nu}$، $d_{\mu\nu}$، $H_{\mu\nu}$، k_{AF} و k_{F} ضـرایب ثابـت و حقیقی هستند. ایـن ضـرایب بـه عنـوان میـدان‌هـای تانـسوری پس‌زمینه محسوب می‌شـوند و شکـست خودبـه‌خـودی تقـارن لـورنتس ذره را بـه عهـده دارنـد. همچنـین ایـن ضـرایب بـه آزمایش‌هایی خاص حساس می‌باشند و جملات نقض لـورنتس و CPT توسط آنها کنترل می‌شوند [۴].

آزمایش‌های حساس به تقارن‌هـای لـورنتس و CPT شـامل شتابدهنده‌های ذرات، آزمایش‌هـای اتمـی در حـد انـرژی‌هـای پایین و اختر فیزیک می‌باشند. از طریق این آزمایش‌هـا بـر روی ضرایب نقض لورنتس حد قرار داده می‌شـود [۵]. از آن جملـه می‌توان به مقایسه ساعت‌هـای اتمـی در زمـین و فـضا [۶ و۷]، بررسـی طیـف اتـم هیـدروژن و پادهیـدروژن [۸]، محاسـبات کیهان‌شناسی [۹]، مشاهده نوسان‌های نوترینـوهـا [۱۰] و غیـره اشاره کرد.

در ادامه و در بخش دوم به بررسی نظریهٔ میدان ناجابه‌جایی به عنوان یک نظریه شامل نقض تقارن لورنتس خواهیم پرداخت و رویکردهای پیشنهاد شده برای بیان نظریهٔ میدان ناجابه‌جـایی را معرفی خواهیم کرد. سپس در بخش سوم ارتباط بین ضرایب نقض لورنتس با پارامتر ناجابـه‌جـایی را بـرای رویکـرد اول در ناجابه‌جایی به دست خواهیم آورد و با آنچه که در رویکرد دوم به دست آمده است، مقایسه می‌کنیم. در انتها از طریق نتـایج بـه دست آمده حدهایی قابل مقایسه با کارهای دیگران برای مقیاس ناجابه‌جایی به دست خواهیم آورد.

۲. نظریهٔ میدان ناجابه‌جایی

در سال‌های اخیر تـلاش‌هـای بـسیاری بـر روی نظریـهٔ میـدان ناجابه‌جایی و نتایج پدیده‌شناختی آن صورت گرفته است [۱۱]. ایده فضا - زمان ناجابه‌جایی به طور جـدی از مـسئلهٔ کـوانتش یک ریسمان باز در حضور میدان پس‌زمینه آغاز شد [۱۲].

در نظریهٔ میدان ناجابه‌جایی، نسبت بـه همتـایش در فـضای جابه‌جایی برهم‌کنش‌های جدیـدی وجـود دارد کـه در فیزیـک ذرات و کیهان‌شناسی و در انرژی‌های بالا می‌تواند قابل اهمیـت باشند و پنجره‌ای را رو به فیزیک جدید باز کنند. در چـارچوب فضا – زمان ناجابه‌جایی مختصه‌ها به صـورت عملگـر تعریـف می‌شوند و رابطهٔ جابه‌جایی آنها به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$[\hat{x}_{\mu}, \hat{x}_{\nu}] = i\theta_{\mu\nu}, \quad (۶)$$

که در آن پارامتر ناجابه‌جایی، $\theta_{\mu\nu}$، کمیتـی ثابـت، پادمتقـارن و حقیقی است. همان‌طور که رابطهٔ (۶) نشان مـی‌دهـد $\theta_{\mu\nu}$ دارای بعد مربع طول می‌باشد. بنابراین رابطهٔ آن با مقیاس انرژی Λ_{NC} بـه صـورت $\theta^{\mu\nu} \propto \frac{1}{\Lambda_{NC}^{2}}$ خواهـد بـود. ثابـت بـودن پـارامتر ناجابه‌جایی باعث ایجاد یـک جهـت مـرجع در فـضا – زمـان می‌شود و همـسانگردی فـضا - زمـان را از بـین مـی‌بـرد. ایـن موضوع انگیزهٔ ایجاد ارتباط تنگاتنگ بین نظریه‌های ناجابه‌جایی و مدل استاندارد توسعه‌یافته را فراهم می‌کند. به عبـارتی نظریـهٔ میدان ناجابه‌جایی می‌توانـد در زیـر مجموعـه مـدل اسـتاندارد توسعه‌یافته قرار بگیرد. پارامتر ناجابـه‌جـایی نقـش میـدان‌هـای پس‌زمینه را در مدل استاندارد توسعه‌یافته بازی می‌کند و منجـر

به شکست تقارن لورنتس ذره می‌شود [۱۳].

فضای ناجابه‌جایی با جایگزینی توابع معمولی به توابع ناجابه‌جایی مربوطه و تبدیل ضرب معمولی به ضرب ستاره‌ای در نظریهٔ میدان معمولی (جابه‌جایی) ساخته می‌شود. با توجه به رابطهٔ (۶) ضرب ستاره‌ای به صورت زیر بیان می‌شود:

$$f * g(x) = \exp(\frac{1}{2} i\theta^{\mu\nu}\partial_{x^{\mu}}\partial_{y^{\nu}}) f(x)g(y)|_{x=y} \,. \qquad (۷)$$

تناظر بالا به تناظر ویل – مویال[۱] معروف است. ساختن نظریهٔ میدان ناجابه‌جایی با استفاده از تناظر ویل – مویال به سادگی امکان پذیر نیست و با مشکلاتی روبه رو است. از جمله مشکلاتی که می‌توان به آن اشاره کرد، مسئله کوانتش بار الکتریکی است. گروه U(۱) در نظریهٔ میدان NCQED تنها می‌تواند ذرات با بار ۰, ۱± را توصیف کند [۱۴]. برای رفع چنین مشکلی دو رویکرد متفاوت برای ساخت نظریهٔ میدان ناجابه‌جایی با حفظ تقارن پیمانه‌ای پیشنهاد می‌شود؛ نظریهٔ میدان ناجابه‌جایی بدون استفاده از نگاشت سایبرگ – ویتن[۲] [۱۵] و نظریهٔ میدان ناجابه‌جایی با استفاده از نگاشت سایبرگ – ویتن [۱۶].

در مورد اول میدان‌های ناجابه‌جایی را با میدان‌های معمولی یکسان در نظر گرفته و در مقابل گروه تقارنی نظریه را بزرگتر می‌کنیم. به عنوان مثال گروه مدل استاندارد به صورت $U(3)\times U(2)\times U(1)$ در نظر گرفته می‌شود. در نهایت با دو شکست خودبخودی تقارن به گروه مدل استاندارد معمولی کاهش داده می‌شود و در نتیجه دو ذرهٔ اضافی "هیگزک"[۳] به دست می‌آید. این امر باعث می‌شود که تعداد ذرات این نظریه نسبت به گروه استاندارد معمولی بیشتر باشد [۱۵].

در رویکرد دوم گروه تقارنی همان گروه تقارنی مدل استاندارد $SU(3)\times SU(2)\times U(1)$ در نظر گرفته می‌شود ولی میدان‌ها تابعی از پارامتر ناجابه‌جایی بوده و به کمک نگاشت سایبرگ – ویتن تعیین می‌شوند [۱۶]. بر اساس نگاشت سایبرگ – ویتن میدان‌ها تا هر مرتبه دلخواهی از پارامتر ناجابه‌جایی بسط داده می‌شوند [۱۷]. همچنین در این مورد تعداد ذرات با نظریهٔ متناظر در فضای معمولی یکسان می‌باشد.

فیزیک‌دانان بر روی نظریهٔ میدان ناجابه‌جایی و جنبه‌های پدیده‌شناختی آن با توجه به این دو رویکرد تلاش‌های بسیاری کرده‌اند و نتایج متفاوت و جالبی را به دست آورده‌اند. به عنوان نمونه در رویکرد مدل استاندارد ناجابه‌جایی با توجه به نگاشت سایبرگ – ویتن عامل رأس برای برهم‌کنش نوترینو چپ‌دست با فوتون وجود ندارد در حالی که در رویکرد مقابل برای چنین برهم‌کنشی عامل رأس برای نوترینو راست‌دست و چپ‌دست یکسان می‌باشد [۱۸]. در رویکرد ناجابه‌جایی با توجه به نگاشت سایبرگ – ویتن تنها نوترینوهای مایورانا وجود دارند در حالی که در رویکرد مقابل آن علاوه بر نوترینوهای مایورانا، نوترینوهای دیراک نیز وجود دارند [۱۹].

اکنون ما در این مقاله و در بخش بعدی سعی داریم که یکی دیگر از تفاوت‌های این دو رویکرد را در مسئله نقض تقارن لورنتس مورد توجه قرار دهیم.

۳. نظریهٔ میدان ناجابه‌جایی و نقض تقارن لورنتس بدون استفاده از نگاشت سایبرگ - ویتن

در این بخش و با کمک رویکرد اول در نظریهٔ ناجابه‌جایی ارتباط بین ضرایب نقض لورنتس و پارامتر ناجابه‌جایی را به دست خواهیم آورد. ما تنها در این مقاله بخش الکترودینامیک کوانتومی از مدل استاندارد را مبنا قرار داده‌ایم. به این منظور میدان‌های ناجابه‌جایی را با میدان‌های معمولی یکسان در نظر می‌گیریم و گروه تقارن پیمانه‌ای خود را به گروه تقارنی بزرگتر $U_*(1)$ ارتقا می‌دهیم. این گروه در فضای ویل – مویال که بر مبنای ضرب ستاره‌ای ساخته شده است، عمل می‌کند. از آنجا که این گروه با گروه U(۱) معمول یکریخت است [۱۵]، لذا لاگرانژی مربوط به آن را به صورت معمول در نظر می‌گیریم و ضرب معمول را به ضرب ستاره‌ای تبدیل می‌کنیم.

$$\mathcal{L}_{NC} = \frac{1}{2} i\bar{\hat{\psi}} * \gamma^{\mu}\overleftrightarrow{\hat{D}}_{\mu}\hat{\psi} - m\bar{\hat{\psi}} * \hat{\psi} - \frac{1}{4q^{2}}\hat{F}_{\mu\nu} * \hat{F}^{\mu\nu}, \qquad (۸)$$

میدان‌های فوتونی و فرمیونی ناجابه‌جایی به ترتیب به صورت :

$$\hat{F}_{\mu\nu} = \partial_{\mu}\hat{A}_{\nu} - \partial_{\nu}\hat{A}_{\mu} - i[\hat{A}_{\mu}, \hat{A}_{\nu}]_{*}, \qquad (۹)$$

۱. Weyl-Moyal

۲. Seiberg-Witten

۳. Higgsac

و

$$\bar{\hat\psi} * \overleftrightarrow{\hat D}_\mu \hat\psi \equiv \bar{\hat\psi} * \hat D_\mu \hat\psi - \hat D_\mu \bar{\hat\psi} * \hat\psi, \tag{۱۰}$$

تعریف می‌شوند. تعریف مشتق هموردا نیز به صورت معمول با جایگزینی ضرب ستاره‌ای به دست می‌آید.

$$\hat D_\mu \hat\psi = \partial_\mu \hat\psi - i\,\hat A_\mu * \hat\psi. \tag{۱۱}$$

نظریهٔ میدان ناجابه‌جایی به عنوان یک نظریهٔ پیمانه‌ای محسوب می‌شود. بدین معنی که تحت تبدیلات،

$$\begin{aligned} &\hat F_{\mu\nu} \to U(x) * \hat F_{\mu\nu} * U^{-1}(x), \\ &\hat A_\mu \to U(x) * \hat A_\mu * U^{-1}(x) + iU(x) * \partial_\mu U^{-1}(x), \\ &\hat\psi \to U(x) * \hat\psi, \end{aligned} \tag{۱۲}$$

تقارن پیمانه‌ای حفظ می‌شود [۲۰]. تبدیل یکانی نیز به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$\begin{aligned} &U(x) \equiv e_*^{i\lambda} = 1 + i\lambda + \frac{1}{2}\lambda * \lambda + \cdots, \\ &U(x) * U^{-1}(x) = 1. \end{aligned} \tag{۱۳}$$

اکنون میدان‌های ناجابه‌جایی را روی لاگرانژی (۸) اعمال می‌کنیم. با توجه به انتگرال‌گیری روی کل فضا و پادمتقارن بودن پارامتر ناجابه‌جایی (پیوست A)، جملات تصحیحی از ناجابه‌جایی که دارای نقض تقارن لورنتس می‌باشند به صورت زیر حاصل می‌شوند:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{NC}^{LIV} = \mathcal{L}_{QED} &+ \frac{1}{4} i q\theta^{\alpha\beta} F_{\alpha\mu} \bar\psi \gamma^\mu \overleftrightarrow{D}_\beta \psi \\ &+ \frac{1}{4} i q\theta^{\alpha\beta} (\partial_\mu A_\alpha) \bar\psi \gamma^\mu \overleftrightarrow{D}_\beta \psi \\ &- \frac{1}{2} q\theta^{\alpha\beta} F_{\alpha\mu} F_{\beta\nu} F^{\mu\nu} \\ &+ \frac{1}{8} q\theta^{\alpha\beta} F_{\alpha\beta} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}, \end{aligned} \tag{۱۴}$$

در این رابطه $\mathcal{L}_{QED}$ لاگرانژی مشابه در نظریهٔ میدان معمولی است. جملات تصحیحی در بخش فوتونی در هر دو رویکرد معرفی شده در فضای ناجابه‌جایی در سطح تک حلقه بازبهنجارش پذیر می‌باشند[۲۱]. رابطهٔ (۱۴) نشان می‌دهد که اثرات ناجابه‌جایی در ذرات خنثی از بین می‌رود.

اکنون با انتخاب یک میدان الکترومغناطیسی پس‌زمینه بررسی‌های خود را به موردهای فیزیکی‌تر توسعه می‌دهیم. برای محاسبه لاگرانژی موثر در ناجابه‌جایی، تبدیل

$$A_\mu \to A_\mu^{ext} + A_\mu,$$

که در آن A_μ^{ext} میدان خارجی و تبدیل $F_{\mu\nu} \to f_{\mu\nu} + F_{\mu\nu}$ که در آن $f_{\mu\nu}$ میدان ثابت پس‌زمینه متناظر با A_μ^{ext} در فضای جابه‌جایی و $F_{\mu\nu}$ افت و خیز کوچک دینامیکی است را به لاگرانژی (۱۴) اعمال می‌کنیم. با نگه داشتن جملات تا مرتبه دوم نسبت به F لاگرانژی (۱۴) به شرح زیر بازنویسی می‌شود.

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{NC} = \mathcal{L}_{QED} &+ \frac{1}{4} i q\theta^{\alpha\beta} f_{\alpha\mu} \bar\psi \gamma^\mu \overleftrightarrow{D}_\beta \psi \\ &+ \frac{1}{4} i q\theta^{\alpha\beta} (\partial_\mu A_\alpha^{ext}) \bar\psi \gamma^\mu \overleftrightarrow{D}_\beta \psi \\ &- \frac{1}{2} q\theta^{\alpha\beta} A_\beta (\partial_\alpha A_\mu^{ext}) \bar\psi \gamma^\mu \psi \\ &- \frac{1}{2} q\theta^{\alpha\beta} f_{\alpha\mu} F_{\beta\nu} F^{\mu\nu} - \frac{1}{2} q\theta^{\alpha\beta} f^{\mu\nu} F_{\alpha\mu} F_{\beta\nu} \\ &+ \frac{1}{8} q\theta^{\alpha\beta} f_{\alpha\beta} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{1}{4} q\theta^{\alpha\beta} f_{\mu\nu} F_{\alpha\beta} F^{\mu\nu}. \end{aligned} \tag{۱۵}$$

با مقایسهٔ رابطهٔ (۱۵) با لاگرانژی نوشته شده در قسمت QEDE از مدل استاندارد توسعه‌یافته:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{LIV} = &\frac{1}{2} i\bar\psi\gamma^\mu \overleftrightarrow{D}_\mu \psi - m\bar\psi\psi - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \\ &- a_\mu \bar\psi \gamma^\mu \psi + \frac{1}{2} i c_{\mu\nu} \bar\psi \gamma^\mu \overleftrightarrow{D}^\nu \psi \\ &- \frac{1}{4} (k_F)_{\alpha\beta\mu\nu} F^{\alpha\beta} F^{\mu\nu}, \end{aligned} \tag{۱۶}$$

ضرایب نقض لورنتس به شرح زیر به دست می‌آیند.

$$c_{\mu\nu} = -\frac{1}{2} q\, f_\mu{}^\lambda \theta_{\lambda\nu} + \frac{1}{2} q (\partial_\mu A_\lambda^{ext}) \theta^\lambda{}_\nu, \tag{۱۷}$$

$$\begin{aligned} (k_F)_{\alpha\beta\mu\nu} = &-4q\theta_{\lambda\alpha} f^\lambda{}_\mu \eta_{\beta\nu} + 2q\,\theta_{\alpha\mu} f_{\beta\nu} \\ &- q\,\theta_{\alpha\beta} f_{\mu\nu}, \end{aligned} \tag{۱۸}$$

$$a_\mu = \frac{1}{2} q\theta^{\alpha\beta} A_\beta^{ext} (\partial_\alpha A_\mu^{ext}). \tag{۱۹}$$

بار الکتریکی که در مشتق هموردا (۱۶) ظاهر می‌شود هیچ تغییری نخواهد کرد یعنی $q_{eff} = q$ خواهد بود.

متناظر با کاری که ما در رویکرد اول انجام دادیم، ضرایب نقض لورنتس در رویکرد دوم نیز محاسبه شده است. در این حالت میدان‌های ناجابه‌جایی با استفاده از نگاشت سایبرگ – ویتن بر اساس میدان‌های جابه‌جایی به صورت زیر بسط داده شده‌اند.

$$\begin{aligned} &\hat A_\mu = A_\mu - \frac{1}{2} \theta^{\alpha\beta} A_\alpha (\partial_\beta A_\mu + F_{\beta\mu}), \\ &\hat\psi = \psi - \frac{1}{2} \theta^{\alpha\beta} A_\alpha \partial_\beta \psi. \end{aligned} \tag{۲۰}$$

با جایگزینی این میدان‌ها در لاگرانژی معرفی شده در رابطهٔ (۸) تصحیحات به دست آمده در این رویکرد به صورت زیر خواهد بود.

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{NC}^{LIV} &= \frac{1}{2} i\bar{\psi}\gamma^{\mu}\overleftrightarrow{D}_{\mu}\psi - m\bar{\psi}\psi - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}\\ &-\frac{1}{8} iq\theta^{\alpha\beta}F_{\alpha\beta}\bar{\psi}\gamma^{\mu}\overleftrightarrow{D}_{\mu}\psi\\ &+\frac{1}{4} iq\theta^{\alpha\beta}F_{\alpha\mu}\bar{\psi}\gamma^{\mu}\overleftrightarrow{D}_{\beta}\psi\\ &+\frac{1}{4} mq\,\theta^{\alpha\beta}F_{\alpha\beta}\bar{\psi}\psi\\ &-\frac{1}{2} q\,\theta^{\alpha\beta}F_{\alpha\mu}F_{\beta\nu}F^{\mu\nu}\\ &+\frac{1}{8} q\,\theta^{\alpha\beta}F_{\alpha\beta}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu},\end{aligned} \tag{۲۱}$$

این لاگرانژی نیز مانند مورد مشابه در رویکرد اول دارای ناوردایی پیمانه‌ای است. به طور مشابه با اعمال میدان پس‌زمینه و با مقایسه با لاگرانژی نقض تقارن لورنتس (۱۶) ضرایب نقض لورنتس به دست آورده می‌شود [۱۳].

$$c_{\mu\nu} = -\frac{1}{2} q\, f_{\mu}{}^{\lambda}\theta_{\lambda\nu}, \tag{۲۲}$$

$$\begin{aligned}(k_F)_{\alpha\beta\mu\nu} &= -q\, f_{\alpha}{}^{\lambda}\theta_{\lambda\mu}\eta_{\beta\nu} + \frac{1}{2} q\, f_{\alpha\mu}\theta_{\beta\nu}\\ &\quad -\frac{1}{4} q\, f_{\alpha\beta}\,\theta_{\mu\nu}\\ &-(\alpha\leftrightarrow\beta)-(\mu\leftrightarrow\nu)+(\alpha\beta\leftrightarrow\mu\nu).\end{aligned} \tag{۲۳}$$

در رابطهٔ (۱۶) بار الکتریکی که در مشتق هموردا در این رویکرد ظاهر می‌شود با بارالکتریکی موثر جایگزین شده است:

$$q_{eff} = \left(1+\frac{1}{4} q\, f^{\mu\nu}\theta_{\mu\nu}\right) q.$$

با مقایسهٔ دو رویکرد معرفی شده در ساخت ناجابه‌جایی در تعیین ضرایب نقض لورنتس ملاحظه می‌شود که در رویکرد اول و بدون بسط دادن میدان‌های ناجابه‌جایی ضرایب نقض لورنتس $c_{\mu\nu}$ و k_F به ترتیب با روابط (۱۷) و(۱۸) به پارامتر ناجابه‌جایی $\theta_{\mu\nu}$ و میدان‌های زمینه وابستگی دارند. به علاوه در این رویکرد ضریب نقض لورنتس a_{μ} نیز وجود دارد (۱۹). در حالی که در رویکرد دوم با بسط میدان‌های ناجابه‌جایی بر اساس نگاشت سایبرگ – ویتن، تصحیحات ناجابه‌جایی شامل نقض لورنتس در ضرایب $c_{\mu\nu}$ و k_F نمایان می‌شود. این ضرایب به ترتیب در رابطهٔ (۲۲) و (۲۳) نشان داده شده است.

۴. مقیاس ناجابه‌جایی

مطالعات بسیاری در چارچوب اثرات ناجابه‌جایی صورت گرفته است. برخی از آنها مقیاس ناجابه‌جایی را تا حد رضایت‌بخشی پیش‌بینی کرده‌اند [۲۲]. در این بخش به بررسی مقیاس ناجابه‌جایی که از نقض تقارن لورنتس ناشی می‌شود می‌پردازیم. همان‌طور که پیش از این نیز اشاره کردیم آزمایش‌های بسیاری در چارچوب مدل استاندارد توسعه‌یافته انجام می‌شود که شامل نقض تقارن لورنتس و CPT می‌باشند. این گونه آزمایش‌ها با پیشرفت امکانات آزمایشگاهی حدهای محکم و قابل قبول‌تری را روی ضرایب نقض لورنتس به دست می‌آورند. هر دو ضریب نقض لورنتسی که ما در بخش گذشته با توجه به دو رویکرد ناجابه‌جایی به دست آوردیم، شامل تقارن CPT هستند لذا توجه خود را تنها به آزمایش‌هایی که شامل نقض تقارن لورنتس هستند معطوف می‌کنیم. به عنوان مثال می‌توان به قطبش در میکروموج‌های کیهانی زمینه CMB[۱] اشاره کرد. CMB به عنوان یک منبع طبیعی از فوتون‌ها و امواج الکترومغناطیسی محسوب می‌شود. بررسی‌ها و مطالعات زیادی بر روی آن شده است. بر اساس بررسی انجام شده بر روی این چشمه‌های طبیعی، کوچکی مولفهٔ پارامتر نقض لورنتس k_F از مرتبهٔ 10^{-31} به دست آمده است [۲۳]. با توجه به رابطهٔ این ضریب با پارامتر ناجابه‌جایی بر اساس هر دو رویکرد ناجابه‌جایی $k_F \sim q\theta B$ مقیاس ناجابه‌جایی از مرتبهٔ تقریباً $200\,\text{GeV}$ خواهد بود. این حد با توجه به بررسی مشابه که در گذشته انجام شده است، اثرات ناجابه‌جایی را تا دو مرتبهٔ بزرگی افزایش می‌دهد.

اما در بخش فرمیونی از مدل الکترودینامیک کوانتومی توسعه‌یافته حدهای بسیاری روی ضریب $c_{\mu\nu}$ و ترکیبات از آن قرار داده شده است [۵]. از آن جمله می‌توان به آزمایش مقایسهٔ ساعت‌های اتمی اشاره کرد. در این نمونه آزمایش‌ها فرکانس‌های گذار زیمن و فوق ریز از اتم‌ها و یون‌ها خاصی با دقت بالا اندازه‌گیری می‌شود. با کمک داده‌های تجربی که از مقایسهٔ اتم $^{9}Be_{+}/H$ در حضور میدان مغناطیسی $0/8T$، ضریب نقض لورنتس $|\tilde{c}_J| < 10^{-25}\,\text{GeV}$ تخمین زده می‌شود [۲۴]. با توجه

۱. Cosmic Microwave Background

جدول ۱. مقیاس ناجابه‌جایی با توجه به ضریب نقض لورنتس $c_{\mu\nu}$ در بخش فرمیونی.

سیستم فیزیکی	میدان مغناطیسی B	Λ_{NC}	$\theta_{\mu\nu}$	نتیجۀ تجربی	مولفه‌های $c_{\mu\nu}$
تشدیدگرهای اپتیکی[۲۵]	$\sim ۱/۷\mathrm{T}$	$۰/۱\mathrm{GeV}$	$<(۱۰^{-۱}\mathrm{GeV})^{-۲}$	$<۸\times۱۰^{-۱۵}$	$\left\lvert\frac{۱}{۲}c^{e}{}_{XY}\right\rvert$
تشدیدگرهای میکروموجی و اپتیکی[۲۶]	$\sim \mathrm{T}$	$۰/۵\mathrm{GeV}$	$<(۵\times۱۰^{-۱}\mathrm{GeV})^{-۲}$	$\sim ۲/۱\times۱۰^{-۱۶}$	$\left\lvert\frac{۱}{۲}c^{e}{}_{XY}\right\rvert$
گذار ۲S- ۱S [۲۷]	$\sim \mathrm{mT}$	$\gtrsim ۴\times۱۰^{-۲}\mathrm{MeV}$	$<(۴\times۱۰^{-۵}\mathrm{GeV})^{-۲}$	$\sim ۴\times۱۰^{-۱۱}$	$۰/۸۳c_{(TX)}$ $+۰/۵۱c_{(TY)}$ $+۰/۲۲c_{(TZ)}$
همجوشی Cs [۷]	$۲۰\mu\mathrm{T}-۰/۲\mathrm{mT}$	$۷-۲۰\mathrm{GeV}$	$(۷-۲۰\mathrm{GeV})^{-۲}$	$\sim ۰/۳\times۱۰^{-۲۲}\mathrm{GeV}$	$\lvert\tilde{c}_{Q}^{P}\rvert$
همجوشی Cs [۷]	$۲۰\mu\mathrm{T}-۰/۲\mathrm{mT}$	$۸\times۱۰-۴\times۱۰^{۲}\mathrm{GeV}$	$(۸\times۱۰-۴\times۱۰^{۲}\mathrm{GeV})^{-۲}$	$\sim ۱/۸\times۱۰^{-۲۵}\mathrm{GeV}$	$\lvert\tilde{c}_{-}^{P}\rvert$
مقایسۀ [۲۴] $^{۹}Be_{+}/H$	$\sim ۰/۸۱\mathrm{T}$	$\gtrsim ۲۲\mathrm{TeV}$	$<۲۱\times۱۰^{۳}\mathrm{GeV})^{-۲}$	$<۱۰^{-۲۵}\mathrm{GeV}$	$\lvert\tilde{c}_{J}^{N}\rvert$ $J=X,Y$
مقایسۀ [۲۴] $Hg/Hg\ \&\ Ne/Ne$	$\sim \mathrm{mG}$	$\gtrsim ۷۷\mathrm{GeV}$	$<(۷۷\mathrm{GeV})^{-۲}$	$<۱۰^{-۲۷}\mathrm{GeV}$	$\lvert\tilde{c}_{-}^{N}\rvert,\lvert\tilde{c}_{Z}^{N}\rvert$

جدول۲. مقیاس ناجابه‌جایی با توجه به ضریب نقض لورنتس k_F در بخش فوتونی.

مولفه‌های k_F	نتیجۀ تجربی	$\theta_{\mu\nu}$	Λ_{NC}	میدان مغناطیسی B	سیستم فیزیکی
k_F	$\sim ۱۰^{-۲۸}$	$<(۳\times۱۰\mathrm{GeV})^{-۲}$	$\gtrsim ۳۰\mathrm{GeV}$	$\sim ۱۰\mu\mathrm{G}$	چشمه‌های کیهانی[۴]
k^{a} $a=۱,۲,...۱۰$	۲×۱۰^{-۳۲}	$<(۱۰^{۳}\mathrm{GeV})^{-۲}$	$\gtrsim ۱۰۰\mathrm{GeV}$	$\sim \mu\mathrm{G}$	اختر فیزیک[۲۸]
بعضی از k^{a} ها	۲×۱۰^{-۳۷}	$<(۲\times۱۰^{۵}\mathrm{GeV})^{-۲}$	$\gtrsim ۲۰۰\mathrm{TeV}$	$\sim \mu\mathrm{G}$	اختر فیزیک[۲۹]
$(k_{B}^{۴})_{۲۰}$	۱۷×۱۰^{-۳۱}	$<(۲\times۱۰^{۲}\mathrm{GeV})^{-۲}$	$\gtrsim ۲۰۰\mathrm{GeV}$	$\sim ۱۰\mu\mathrm{G}$	CMB[۲۳]
$(\tilde{k}_{e})^{XJ}$ $J=Y,Z$	$\sim ۰/۳۱\times۱۰^{-۱۷}$	$(۳\times۱۰^{-۲}\mathrm{GeV})^{-۲}$	$\gtrsim ۰/۰۳\mathrm{GeV}$	$\sim ۰/۶\mathrm{G}$	تشدیدگر اپتیکی در حال چرخش[۳۰]

به رابطۀ (۱۷) و (۲۲) از دو رویکرد ناجابه‌جایی، مقیاس ناجابه‌جایی از مرتبه ۲۲TeV خواهد بود. این نتیجه با حد به دست آمده از [۱۳] هم مرتبه می‌باشد.

حدهای جدیدی از هریک از مولفه‌های ضرایب نقض لورنتس در بخش‌های مختلف مدل استاندارد توسعه یافته در سال ۲۰۱۰ حاصل شده است که در نسخه جدید [۵] جمع‌آوری شده است. در جدول ۱ با توجه به نتایجی که از ضریب نقض لورنتس فرمیونی $c_{\mu\nu}$ و هر کدام از ترکیبات آن در سیستم‌های مختلف فیزیکی به دست آمده است، حدهای مختلفی از مقیاس ناجابه‌جایی محاسبه شده است.

در جدول ۲ نیز مقیاس ناجابه‌جایی در سیستم‌های ویژه‌ای که حساس به ویژگی‌های فوتون می‌باشند، نتایج مختلفی به دست آمده است.

۵. نتیجه‌گیری

همان‌طور که اشاره کردیم، دو رویکرد در ساخت ناجابه‌جایی

وجود دارد که هر کدام نتایج متفاوت و جالبی را در بخش‌های مختلف مدل استاندارد به همراه داشتند . در این مقاله سعی داشتیم تا نتایج این دو رویکرد را در مسئله نقض تقارن لورنتس بررسی کنیم. به همین خاطر در این مقاله رویکرد اول برای ساخت نظریه میدان ناجابه‌جایی (بدون استفاده از نگاشت سایبرگ- ویتن) را در نظر گرفتیم و تصحیحات آن را به دست آوردیم. لاگرانژی به دست آمده در این مورد را که شامل نقض لورنتس بود را با لاگرانژی مدل استاندارد توسعه یافته در بخش QED مقایسه کردیم و ارتباط ضرایب نقض تقارن لورنتس را با پارامتر ناجابه‌جایی به دست آوردیم. در این مورد دیدیم که با در نظر گرفتن میدان‌های ناجابه‌جایی مشابه با میدان‌های معمولی، ضریب نقض لورنتس $c_{\mu\nu}$، k_F و a_μ به ترتیب با توجه به روابط (۱۷)، (۱۸) و(۱۹) با پارامتر ناجابه‌جایی و میدان الکترومغناطیسی زمینه مرتبط هستند. با مقایسه با کار انجام شده در [۱۳] و با استفاده از رویکرد دوم ناجابه‌جایی (با استفاده از نگاشت سایبرگ –ویتن)، ضرایب نقض لورنتس شامل ضریب $c_{\mu\nu}$ و k_F است که در روابط (۲۲) و(۲۳) نشان داده شده است.

همچنین با کمک ضریب k_F در هر دو رویکرد و با توجه به قطبش CMB، مقیاس ناجابه‌جایی را تا مرتبه $\Lambda_{NC}\approx$ ۲۰۰GeV به دست آوردیم. سپس از طریق ضریب $c_{\mu\nu}$ نیز توانستیم مقیاس ناجابه‌جایی را تا مرتبه ۲۲TeV بهبود ببخشیم. در این مورد از نتایج تجربی $c_{\mu\nu}$ در مقایسهٔ فرکانس‌های گذار Be_+/H [۹] استفاده شده است. بررسی مقیاس‌های ناجابه‌جایی محاسبه شده در جدول‌های ۱و۲ نشان می‌دهد حد مقیاس ناجابه‌جایی که از سیستم اختر فیزیکی [۲۹] به دست می‌آید منجر به نتایج بهتری می‌شوند.

پیوست A

جزئیات محاسبهٔ چگالی لاگرانژی ناجابه‌جایی بدون استفاده از نگاشت سایبرگ - ویتن و محاسبهٔ ضرایب نقض لورنتس

با لاگرانژی در بخش NCQED شروع می‌کنیم :

$$\mathcal{L}_{NC}=\frac{۱}{۲}i\bar{\hat{\psi}}*\gamma^\mu\hat{\tilde{D}}_\mu\hat{\psi}-m\bar{\hat{\psi}}*\hat{\psi}-\frac{۱}{۴q^۲}\hat{F}_{\mu\nu}*\hat{F}^{\mu\nu}. \quad (۱-A)$$

با انتخاب میدان‌های ناجابه‌جایی مشابه با میدان‌های معمولی و با توجه به تعریف ضرب ستاره‌ای (۷) تا مرتبهٔ اول ناجابه‌جایی و با استفاده از روابط (۱۰) و (۱۱) انتگرال‌گیری روی کل فضا در جمله اول عبارت (A-۱) به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned}S_{NC}^{fermion}&=\int\{\frac{۱}{۲}i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi-\frac{۱}{۲}i(\partial_\mu\bar{\psi})\gamma^\mu\psi\\&+\bar{\psi}\gamma^\mu A_\mu\psi+\frac{۱}{۲}i\theta^{\alpha\beta}\\&\times(\partial_\alpha\bar{\psi})\gamma^\mu(\partial_\beta A_\mu)\psi\}d^۴x.\end{aligned}\quad (۲-A)$$

با توجه به تعریف مشتق هموردا در فضای معمولی ساده شده عبارت (A-۲) را خواهیم داشت:

$$\frac{۱}{۲}i\bar{\psi}\gamma^\mu\tilde{D}_\mu\psi+\frac{۱}{۲}i\theta^{\alpha\beta}(\partial_\beta A_\mu)(\partial_\alpha\bar{\psi})\gamma^\mu\psi, \quad (۳-A)$$

دیگر جملهٔ فرمیونی از رابطهٔ (A-۱) یعنی،

$$\int m\bar{\hat{\psi}}*\hat{\psi}d^۴x=\int\{m\bar{\psi}\psi+\frac{۱}{۲}im\theta^{\alpha\beta}(\partial_\alpha\bar{\psi})(\partial_\beta\psi)\}d^۴x, \quad (۴-A)$$

نیز با توجه به خاصیت پادمتقارنی پارامتر ناجابه‌جایی، مشابه برهم‌کنش معمول جابه‌جایی خواهد بود. بنابراین جملات باقی مانده در بخش فرمیونی عبارت خواهند بود از

$$\begin{aligned}S_{NC}^{fermion}&=\int\{\frac{۱}{۲}i\bar{\psi}\gamma^\mu\tilde{D}_\mu\psi-m\bar{\psi}\psi\\&+\frac{۱}{۲}i\theta^{\alpha\beta}(\partial_\beta A_\mu)(\partial_\alpha\bar{\psi})\gamma^\mu\psi\}d^۴x.\end{aligned}\quad (۵-A)$$

جملهٔ مربوط به بخش فوتونی ناجابه‌جایی به شکل:

$$\begin{aligned}S_{NC}^{photon}&=-\frac{۱}{۴q^۲}\int\hat{F}_{\mu\nu}*\hat{F}^{\mu\nu}d^۴x\\&=-\frac{۱}{۴q^۲}\int\hat{F}_{\mu\nu}\hat{F}^{\mu\nu}d^۴x,\end{aligned}\quad (۶-A)$$

است که در آن از خاصیت ضرب ستاره‌ای به شکل زیر استفاده شده است:

$$\int\hat{f}*\hat{g}\,d^۴x=\int\hat{f}\cdot\hat{g}\,d^۴x.$$

اکنون با توجه به تعریف میدان‌های فوتونی در ناجابه‌جایی طبق رابطهٔ (۹)، کنش بر حسب میدان‌های معمول جابه‌جایی در این بخش به دست می‌آید.

$$\begin{aligned}S_{NC}^{photon}&=-\frac{۱}{۴q^۲}\int\{F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}\\&+۲\theta^{\alpha\beta}F_{\mu\nu}(\partial_\alpha A_\mu)(\partial_\beta A_\nu)\}d^۴x.\end{aligned}\quad (۷-A)$$

لذا کنش نهایی از ناجابه‌جایی بدون بسط میدان‌ها عبارت

خواهد بود از

$$S_{NC} = S_{QED} + \int \{\frac{1}{2} i\,\theta^{\alpha\beta} (\partial_\beta A_\mu)(\partial_\alpha \bar{\psi})\gamma^\mu \psi - \frac{1}{2q^2}\theta^{\alpha\beta}(\partial_\alpha A_\mu)(\partial_\beta A_\nu)F^{\mu\nu}\} d^4x, \tag{A-8}$$

که در آن S_{QED} کنش در فضای جابه‌جایی است. اکنون با توجه به اینکه می‌خواهیم لاگرانژی در این رویکرد را با لاگرانژی مربوط به نقض لورنتس مقایسه کنیم از تعریف میدان فوتونی به صورت زیر

$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$.

استفاده کرده و جملات تصحیحی حاصل شده از ناجابه‌جایی در عبارت (A–۸) را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم.

$$\begin{aligned}\theta^{\alpha\beta} \int [&\frac{1}{4} i\, (\partial_\alpha A_\mu)\bar{\psi}\gamma^\mu \overleftrightarrow{D}_\beta \psi\psi \\ &- \frac{1}{2} A_\beta (\partial_\alpha A_\mu)\bar{\psi}\gamma^\mu\psi \;\; - \frac{1}{2q^2}\{F_{\alpha\mu}F_{\beta\nu}F^{\mu\nu} \\ &+ (\partial_\mu A_\alpha)(\partial_\beta A_\nu)F^{\mu\nu} + (\partial_\mu A_\alpha)(\partial_\beta A_\nu)F^{\mu\nu} \\ &- (\partial_\mu A_\alpha)(\partial_\nu A_\beta)F^{\mu\nu}\}] d^4x.\end{aligned} \tag{A-9}$$

با توجه به حذف میدان‌ها در بی‌نهایت طبق قضیه دیورژانس و با حفظ جملاتی که دارای نقض لورنتس هستند چهار عبارت پایانی از (A–۹) به صورت زیر تغییر می‌کنند.

$$\theta^{\alpha\beta}\int -\frac{1}{2q^2}\{F_{\alpha\mu}F_{\beta\nu}F^{\mu\nu} - A_\alpha(\partial_\beta F_{\mu\nu})F^{\mu\nu}\}. \tag{A-10}$$

با توجه به برقرار بودن رابطهٔ

$$\theta^{\alpha\beta}F_{\alpha\beta}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} = 4\theta^{\alpha\beta}A_\alpha F^{\mu\nu}(\partial_\beta F_{\mu\nu}), \tag{A-11}$$

رابطهٔ (A–۱۰) را می‌توان به شکل زیر نشان داد:

$$-\frac{1}{2q^2}\theta^{\alpha\beta}F_{\alpha\mu}F_{\beta\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{8q^2}\theta^{\alpha\beta}F_{\alpha\beta}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}.$$

$$-\frac{1}{2q^2}\theta^{\alpha\beta}F_{\alpha\mu}F_{\beta\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{8q^2}\theta^{\alpha\beta}F_{\alpha\beta}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}. \tag{A-12}$$

با انتخاب $A_\mu \to qA_\mu$ جفت‌شدگی بار را بـه مسئله اضـافه و لاگرانژی نهایی به دست آمده را به صورت زیر بیان می‌کنیم.

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{NC} = \mathcal{L}_{QED} &- \frac{1}{2}q\theta^{\alpha\beta}A_\beta(\partial_\alpha A_\mu)\bar{\psi}\gamma^\mu\psi + \frac{1}{4}i\,q\,\theta^{\alpha\beta}F_{\alpha\mu}\bar{\psi}\gamma^\mu\overleftrightarrow{D}_\beta\psi \\ &+ \frac{1}{4}i\,q\theta^{\alpha\beta}(\partial_\mu A_\alpha)\bar{\psi}\gamma^\mu\overleftrightarrow{D}_\beta\psi - \frac{1}{2}q\theta^{\alpha\beta}F_{\alpha\mu}F_{\beta\nu}F^{\mu\nu} \\ &+ \frac{1}{8}q\theta^{\alpha\beta}F_{\alpha\beta}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}.\end{aligned} \tag{A-13}$$

برای به دست آوردن لاگرانژی موثر در حضور یک میدان الکترومغناطیسی زمینه تبدیل

$A_\mu \to A_\mu^{ext} + A_\mu$

و $F_{\mu\nu} \to f_{\mu\nu} + F_{\mu\nu}$ را روی میدان‌ها (A–۱۳) اعمال می‌کنیم و جملات را تا مرتبهٔ دوم F نگه می‌داریم.

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{NC} = \mathcal{L}_{QED} &- \frac{1}{2}q\theta^{\alpha\beta}A_\beta(\partial_\alpha A_\mu^{ext})\bar{\psi}\gamma^\mu\psi \\ &+ \frac{1}{4}i\,q\,\theta^{\alpha\beta}f_{\alpha\mu}\bar{\psi}\gamma^\mu\overleftrightarrow{D}_\beta\psi \\ &+ \frac{1}{4}i\,q\theta^{\alpha\beta}(\partial_\mu A_\alpha^{ext})\bar{\psi}\gamma^\mu\overleftrightarrow{D}_\beta\psi \\ &- \frac{1}{2}q\theta^{\alpha\beta}f_{\alpha\mu}F_{\beta\nu}F^{\mu\nu} - \frac{1}{2}q\theta^{\alpha\beta}f_{\beta\nu}F_{\alpha\mu}F^{\mu\nu} \\ &- \frac{1}{2}q\theta^{\alpha\beta}f^{\mu\nu}F_{\alpha\mu}F_{\beta\nu} + \frac{1}{8}q\theta^{\alpha\beta}f_{\mu\nu}F_{\alpha\beta}F^{\mu\nu}\end{aligned} \tag{A-14}$$

با توجه بـه خاصیت شـاخص‌هـای لورنتـسی و بـا توجـه بـه پادمتقارن بودن تانسور میدان الکترومغناطیس لاگرانژی (A–۱۴) به صورت زیر باز نویسی می‌شود:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{NC} = \mathcal{L}_{QED} &+ \frac{1}{4}i\,q\{\theta_\nu^{\alpha}f_{\alpha\mu} \\ &+ \theta_\nu^{\alpha}(\partial_\mu A_\alpha^{ext})\}\bar{\psi}\gamma^\mu\overleftrightarrow{D}^\nu\psi \\ &- \frac{1}{2}q\,\theta^{\alpha\beta}\{A_\beta(\partial_\alpha A_\mu^{ext})\}\bar{\psi}\gamma^\mu\psi \\ &+ \{q\theta_\alpha{}^{\lambda}f_{\lambda\mu}\eta_{\beta\nu} + \frac{1}{8}q\theta^{\alpha\beta}f_{\alpha\beta}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \\ &- \frac{1}{2}q\theta_{\alpha\mu}f_{\beta\nu} + \frac{1}{4}q\theta_{\alpha\beta}f_{\mu\nu}\}F^{\alpha\beta}F^{\mu\nu}.\end{aligned} \tag{A-15}$$

اکنون با مقایسـه رابطـه (A–۱۵) بـا لاگرانـژی مـدل اسـتاندارد توسعه یافته (۱۶) ضرایب نقض لورنتس به شـرح زیـر حاصـل می‌شوند.

$$c_{\mu\nu} = \frac{1}{2}q(\theta_{\alpha\nu}f_\mu^{\alpha} + \theta_\nu^{\alpha}(\partial_\mu A_\alpha^{ext})),$$

$$a_\mu = \frac{1}{2}q\theta^{\alpha\beta}A_\beta^{ext}(\partial_\alpha A_\mu^{ext}).$$

$$\begin{aligned}(k_F)_{\alpha\beta\mu\nu} = &-4q\,\theta_\alpha{}^{\lambda}f_{\lambda\mu}\eta_{\beta\nu} \\ &+ 2q\,\theta_{\alpha\mu}f_{\beta\nu} - q\,\theta_{\alpha\beta}f_{\mu\nu},\end{aligned}$$

مراجع

1. O W Greenberg, *Phys. Rev. Lett.*, **89** (2002) 2316021.
2. D Colladay and V A Kostelecky, *Phys. Rev*. D **55**, (1997) 6760.
3. Ralf Lehnert, *J. Phys, Conf. Ser*. **171** (2009) 012036.
4. D Colladay and V A Kostelecky, *Phys. Rev*. D **58** (1998) 116002; V A Kostelecky, *Phys. Rev*. D **65** (2002) 056006.
5. V A Kostelecky and N Russell, hep-ph :0801.0287 (2009).
6. V A Kostelecy, hep-ph/99245 (1999).
7. P Wolf, *Phys. Rev. lett*., **96**, 060801(2006).
8. R Blnhm,V A Kostelecky and N Rassell., hep-ph/ 0003223 (2006).
9. P Stanwix, *Phys. Rev*. D **74** (2006) 081101.
10. L B Auerbach, *Phys. Rev*. D **72** (2005) 076004.
11. M Chaichian, P Presnajder, M M Sheikh-Jabbari and A Tureanu, *Eur. Phys. J*. C **29** (2003) 413; C P Martin, D Sanchez-Ruiz and C Tamarit, *J High Energy Phys*. **02** (2007) 065; A Alboteanu, T Ohl and R Ru¨ckl, *Phys. Rev*. D **74** (2006) 096004; M Mohammad Najafabadi, *Phys. Rev*. D **74** (2006) 025021.
12. F Ardalan, H Arfaei, M M Sheikh-jabbari, *JHEP*, 9902 (1999).
13. S M Carroll, J A Harvey, V A Kostelecky, C D Lane and T Okamoto, *Phys. Rev. Let*., **84** (2001) 141601.
14. M Hayajawa, *Phys. Lett*. B **478**(2000) 394.
15. M Chaichian, P Presnajder, M M Sheikh-jabbari, A. Turea, *Eur. Phys*. *J.* C **29** (2003) 413.
16. X Calmet, *Eur. Phys. J*. C **23** (2002) 363.
17. N Seiberg and E Witten, *JHEP*. **032** (1999); M Etefaghi and M Haghighat, *Phys. Rev*. D **75** (2007) 125002; L Moller, JHEP. **10** (2004) 063; B Jurco, L Moller, S Schraml, P Schupp and J Wess, *Eur. Phys. J*. C **21** (2001) 383.
18. M M Etefaghi and M Haghighat, *Phys. Rev*. D **77** (2008) 056009.
19. M Haghighat, M M Etefaghi and M Zeinali, *Phys. Rev*. D 013007 (2006).
20. F Riad and M M Sheikh –Jabbari, *JHEP*, 00.8 /045 (2000).
21. M M Etefaghi, M Haghighat and R Mohammadi, *Phys. Rev*. D **82** (2010)105017; R Wulkenhaar, *JHEP* **0203** (2002) 024.
22. M Moumni, A Bonslama and S Zaim, *Journal of Geometry and Physic*, **61**, 1 (2011) 151-156.
23. V A Kostelecky and M Mewes, *Phys. Rev. Lett*. **99** (2007) 011601; M Zarei et al., *Phys. Rev*. D **81** (2010) 084035.

میدان مغناطیسی در این چشمه‌ها در حدود $10\mu G$ در نظر گرفته شده است.

24. A Kostelecky and C Lane, *Phys. Rev*. D **60** (1999) 116010.
25. H Muller et al., *Phys. Rev*. D **68** (2003) 116006.
26. H Muller et al., *Phys. Rev. Lett*., **99** (2007) 050401.
27. B Altschul, arxiv:0912.0530.
28. V A Kostelecky and M Mewes, *Phys. Rev*. D **66** (2002) 0560005.
29. V A Kostelecky and M Mewes, *Phys. Rev. Lett*., **97** (2006) 140401.
30. S Hermann et al, *Phys. Rev.* D **80** (2009) 105011.