

ANKARA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

DOKTORA TEZİ

ELEKTRON-POZİTRON ÇARPIŞTIRICILARINDA SPİN-3/2 UYARILMIŞ
LEPTONLARIN ÜRETİMİ VE BOZUNUMU

Aysuhan OZANSOY

FİZİK ANABİLİM DALI

ANKARA
2009

Her hakkı saklıdır

ÖZET

Doktora Tezi

ELEKTRON-POZİTRON ÇARPIŞTIRICILARINDA SPİN-3/2 UYARILMIŞ LEPTONLARIN ÜRETİMİ VE BOZUNUMU

Aysuhan OZANSOY

Ankara Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Fizik Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Orhan ÇAKIR

Bu tezde, spin-3/2 uyarılmış leptonların tek üretimi, gelecek nesil yüksek enerjili elektron-pozitron çarpıştırıcıları ILC (International Linear Collider) ve CLIC (Compact Linear Collider) enerjilerinde incelenmiştir. Uyarılmış leptonlar, kompozit modeller tarafından öngörülen parçacıklardır. En düşük uyarım olarak spin-1/2 uyarılmış leptonlar dikkate alınırken, spin-3/2 uyarılmış leptonlar bir üst uyarım olarak ele alınmıştır. Uyarılmış leptonlar, SM leptonları ve ayar bozonları arasındaki etkileşmeler için etkin lagranjiyen yöntemi kullanılmıştır. Spin-3/2 uyarılmış leptonlar için mümkün bütün bozunma modları incelenmiş ve spin-1/2 uyarılmış leptonun bozunmaları ile karşılaştırılmıştır. Sinyal ile buna karşılık gelen fon olayları dikkate alınmış, son durum gözlenebilir parçacıklar üzerine uygun kinematik sınırlamalar getirilerek ILC ve CLIC’ de uyarılmış leptonların keşfedilme limitleri bulunmuştur.

Şubat 2009, 155 sayfa

Anahtar Kelimeler: uyarılmış lepton, spin-3/2, elektron-pozitron, tek üretim

ABSTRACT

Ph.D. Thesis

PRODUCTION AND DECAY OF SPIN-3/2 EXCITED LEPTONS AT ELECTRON-POSITRON COLLIDERS

Aysuhan OZANSOY

Ankara University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Physics

Supervisor: Prof. Dr. Orhan AKIR

In this thesis, single production of excited spin-3/2 leptons have been studied at future high energy electron-positron collider ILC (International Linear Collider), and CLIC (Compact Linear Collider) energies. Excited leptons are particles which are suggested by composite models. Spin-1/2 excited leptons are considered as the lowest excitation and spin-3/2 excited leptons are considered as an higher excitation. Effective lagrangian method has been used for the interactions among excited leptons, SM leptons, and gauge bosons. All of the possible decay modes of the excited spin-3/2 leptons have been studied and compared with spin-1/2 excited lepton decay modes. Signal and corresponding backgrounds have been taken into account and discovery limits at ILC and CLIC have been obtained by applying suitable kinematical cuts on the final state detectable particles.

February 2009, 155 pages

Key Words: excited lepton, spin-3/2, electron-positron, single production

TEŞEKKÜR

Bu çalışmanın en başından itibaren her aşamasında önerileri ile bana sabırla yol gösteren, ilgi ve desteğini esirgemeyen danışmanım Sayın Prof. Dr. Orhan ÇAKIR (Ankara Üniversitesi Fen Fakültesi)'a, tez çalışmam süresince desteklerini esirgemeyen değerli hocalarım Prof. Dr. Satılmış ATAĞ (Ankara Üniversitesi Fen Fakültesi) ve Prof. Dr. Ali Ulvi Yılmaz (Ankara Üniversitesi Mühendislik Fakültesi)' e, çalışmalarım süresince beni her zaman yüreklendiren ve destekleyen eşim Dr. Korkut Okan OZANSOY (Ankara Üniversitesi Fen Fakültesi)' a ve aileme içtenlikle teşekkür ederim.

Ayrıca, doktora öğrenimim sırasında destek aldığım ve üyesi olduğum DPT-2006K-120470 projesi için Devlet Planlama Teşkilatı' na, VII-B.04.DPT.1.05 projesi için Türkiye Atom Enerjisi Kurumu' na ve BİDEB 2214 burs programından faydalandığım Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu' na teşekkür ederim.

Aysuhan OZANSOY

Ankara, Şubat 2009

İÇİNDEKİLER

ÖZET.....	i
ABSTRACT.....	ii
TEŞEKKÜR.....	iii
SİMGELER DİZİNİ.....	vi
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	vii
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	x
1. GİRİŞ.....	1
2. STANDART MODEL ve ÖTESİ.....	3
2.1 SM' de Temel Parçacıklar ve Temel Etkileşmeler.....	3
2.2 Ayar Değişmezliği ve Simetriler.....	6
2.2.1 Global ayar değişmezliği-abelyen durum.....	7
2.2.2 Yerel ayar değişmezliği-abelyen durum.....	8
2.2.3 Global ayar değişmezliği-abelyen olmayan durum.....	10
2.2.4 Yerel ayar değişmezliği-abelyen olmayan durum.....	12
2.3 SM' in Elektrozayıf Teorisi.....	14
2.3.1 Tek lepton ailesinin ayar değişmez modeli.....	14
2.3.2 Tek lepton ailesi için global simetri.....	16
2.4 Kendiliğinden Simetri Kırılması.....	22
2.4.1 Global simetrilerin kendiliğinden kırılması ve Goldstone teoremi.....	23
2.4.2 Yerel simetrilerin kendiliğinden kırılması ve Higgs mekanizması.....	27
2.4.3 $SU(2) \times U(1)$ simetrisinin kırılması.....	30
2.5 SM' in Sorunları.....	36
2.6 SM Ötesi Modeller.....	39
2.6.1 Kompozit modeller.....	41
2.6.2 Kompozitlik ölçeği.....	46

2.6.3 Anomal manyetik momentler.....	48
3. UYARILMIŞ LEPTONLAR.....	51
3.1 Spin-1/2 Uyarılmış Leptonlar.....	52
3.1.1 Spin-1/2 uyarılmış leptonlar için kütle limitleri.....	56
3.2 Spin-3/2 Uyarılmış Leptonlar.....	57
3.2.1 Spin-3/2 parçacıklar için görelî alan denklemi:Rarita-Schwinger denklemleri.....	58
3.2.2 Spin-3/2 uyarılmış leptonlar için etkileşme terimleri.....	68
3.3 Uyarılmış Leptonların Bozunma Genişlikleri.....	69
4. ELEKTRON-POZİTRON ÇARPIŞTIRICILARINDA UYARILMIŞ LEPTONLARIN TEK ÜRETİMİ.....	77
4.1 Elektron-Pozitron Çarpıştırıcılarında Uyarılmış Elektronun Tek Üretimi.....	77
4.2 Elektron-Pozitron Çarpıştırıcılarında Uyarılmış Nötrininin Tek Üretimi.....	80
4.3 Tesir Kesitleri.....	83
4.3.1 Uyarılmış elektron tek üretiminde Z -bozonuna bağlaşım.....	86
4.3.2 Uyarılmış elektron tek üretiminde fotona bağlaşım.....	89
4.3.3 Uyarılmış nötrino tek üretiminde fotona bağlaşım.....	92
4.3.4 Uyarılmış nötrino tek üretiminde Z -bozonuna bağlaşım.....	95
4.3.5 Uyarılmış nötrino tek üretiminde W -bozonuna bağlaşım.....	98
4.4 Analiz.....	101
4.4.1 Uyarılmış elektron için analiz.....	101
4.4.2 Uyarılmış nötrino için analiz.....	107
5. TARTIŞMA ve SONUÇ.....	117
KAYNAKLAR.....	121
EKLER.....	124
EK 1. DIRAC DENKLEMİ ve ÇÖZÜMLERİ.....	125
EK 2. $1 \rightarrow 2$ SÜRECİ İÇİN KİNEMATİK.....	138
EK 3. $2 \rightarrow 2$ SÜRECİ İÇİN KİNEMATİK.....	142
EK 4. DİFERANSİYEL TESİR KESİTLERİNİN ANALİTİK İFADELERİ.....	148

SİMGELER DİZİNİ

SM	Standart Model
$e^{-(+)}$	Elektron (Pozitron)
Y	Hiperyük
I_3	Zayıf izospinin üçüncü bileşeni
θ_w	Weinberg Açısı
QED (KED)	Kuantum Elektrodinamiği
QCD (KRD)	Kuantum Renk dinamiği
BR	Dallanma Oranı
Γ	Bozunma Genişliği
Λ	Kompozitlik ölçeği
u^μ	Rarita-Schwinger vektör-spinörü
γ^μ	Dirac Gamma Matrisi
α	İnce Yapı Sabiti
l^*	Uyarılmış Yüklü Lepton
ν^*	Uyarılmış Nötrino
m^*	Uyarılmış Leptonun Kütlesi
CLIC	Kompakt Doğrusal Çarpıştırıcı
ILC	Uluslararası Doğrusal Çarpıştırıcı
C.L.	Güvenilirlik Seviyesi
$\sqrt{s}$	Kütle merkezi enerjisi
p_T	Enine momentum

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 3.1 Uyarılmış yüklü lepton için iki cisim bozunmasının temsili gösterimi.....	69
Şekil 3.2 Spin-1/2 ve spin-3/2 uyarılmış leptonların bozunma genişliklerinin kütleye göre değişimi.....	72
Şekil 3.3 Spin-1/2 uyarılmış elektronun kütlesine bağlı (%)BR grafiği.....	74
Şekil 3.4 Spin-1/2 uyarılmış nötrinin kütlesine bağlı (%)BR grafiği.....	75
Şekil 3.5 Farklı akımlar için spin-3/2 uyarılmış leptonun dallanma oranları.....	76
Şekil 4.1 Uyarılmış elektronun tek üretimi için mümkün Feynman diyagramları.....	78
Şekil 4.2 Uyarılmış nötrinin tek üretimi için mümkün Feynman diyagramları.....	81
Şekil 4.3 $2 \rightarrow 2$ sürecinin sembolik gösterimi.....	84
Şekil 4.4 Uyarılmış elektronun (pozitronun) Z-bozonuna bağlaşımı olduğunda üretim tesir kesitinin kütleye göre ILC enerjilerinde değişimi.....	87
Şekil 4.5 Uyarılmış elektronun (pozitronun) Z-bozonuna bağlaşımı olduğunda üretim tesir kesitinin kütleye göre CLIC enerjilerinde değişimi.....	87
Şekil 4.6 Z-bozonuna bağlaşım durumunda uyarılmış elektron (pozitron) tek üretimi için ILC enerjilerinde normalize açısallık dağılım.....	88
Şekil 4.7 Z-bozonuna bağlaşım durumunda uyarılmış elektron (pozitron) tek üretimi için CLIC enerjilerinde normalize açısallık dağılım.....	88
Şekil 4.8 Uyarılmış elektronun (pozitronun) fotona bağlaşımı olduğunda üretim tesir kesitinin kütleye göre ILC enerjilerinde değişimi.....	90
Şekil 4.9 Uyarılmış elektronun (pozitronun) fotona bağlaşımı olduğunda üretim tesir kesitinin kütleye göre CLIC enerjilerinde değişimi.....	90
Şekil 4.10 Fotona bağlaşım durumunda uyarılmış elektron (pozitron) tek üretimi için ILC enerjilerinde normalize açısallık dağılım.....	91

Şekil 4.11 Fotona bağlaşım durumunda uyarılmış elektron (pozitron) tek üretimi için CLIC enerjilerinde normalize açısıl dağılım.....	91
Şekil 4.12 Uyarılmış nötrininonun fotona bağlaşımı olduğunda üretim tesir kesitinin kütleyle göre ILC enerjilerinde değışimi.....	93
Şekil 4.13 Uyarılmış nötrininonun fotona bağlaşımı olduğunda üretim tesir kesitinin kütleyle göre CLIC enerjilerinde değışimi.....	93
Şekil 4.14 Fotona bağlaşım durumunda uyarılmış nötrino tek üretimi için ILC enerjilerinde kayıp enine momentum dağılımı.....	94
Şekil 4.15 Fotona bağlaşım durumunda uyarılmış nötrino tek üretimi için CLIC enerjilerinde kayıp enine momentum dağılımı.....	95
Şekil 4.16 Uyarılmış nötrininonun Z-bozonuna bağlaşımı olduğunda üretim tesir kesitinin kütleyle göre ILC enerjilerinde değışimi.....	96
Şekil 4.17 Uyarılmış nötrininonun Z-bozonuna bağlaşımı olduğunda üretim tesir kesitinin kütleyle göre CLIC enerjilerinde değışimi.....	96
Şekil 4.18 Z-bozonuna bağlaşım durumunda uyarılmış nötrino tek üretimi için ILC enerjilerinde kayıp enine momentum dağılımı.....	97
Şekil 4.19 Z-bozonuna bağlaşım durumunda uyarılmış nötrino tek üretimi için CLIC enerjilerinde kayıp enine momentum dağılımı.....	98
Şekil 4.20 Uyarılmış nötrininonun W-bozonuna bağlaşımı olduğunda üretim tesir kesitinin kütleyle göre ILC enerjilerinde değışimi.....	99
Şekil 4.21 Uyarılmış nötrininonun W-bozonuna bağlaşımı olduğunda üretim tesir kesitinin kütleyle göre CLIC enerjilerinde değışimi.....	99
Şekil 4.22 W-bozonuna bağlaşım durumunda uyarılmış nötrino tek üretimi için ILC enerjilerinde kayıp enine momentum dağılımı.....	100
Şekil 4.23 W-bozonuna bağlaşım durumunda uyarılmış nötrino tek üretimi için CLIC enerjilerinde kayıp enine momentum dağılımı.....	100
Şekil 4.24 Uyarılmış elektronun Z-bozonuna bağlaşımı olduğunda $\sqrt{s} = 0.5 \text{ TeV}$ de istatistik gözlenebilirlik.....	105
Şekil 4.25 Uyarılmış elektronun Z-bozonuna bağlaşımı olduğunda $\sqrt{s} = 3 \text{ TeV}$ de istatistik gözlenebilirlik.....	105
Şekil 4.26 Uyarılmış elektronun fotona bağlaşımı olduğunda $\sqrt{s} = 0.5 \text{ TeV}$ de	

istatistik gözlenebilirlik.....	106
Şekil 4.27 Uyarılmış elektronun fotona bağlaşımı olduğunda $\sqrt{s} = 3 \text{ TeV}$ ' de	
istatistik gözlenebilirlik.....	107
Şekil 4.28 Uyarılmış nötrinin fotona bağlaşımı olduğunda $\sqrt{s} = 0.5 \text{ TeV}$ ' de	
istatistik gözlenebilirlik.....	112
Şekil 4.29 Uyarılmış nötrinin fotona bağlaşımı olduğunda $\sqrt{s} = 3 \text{ TeV}$ ' de	
istatistik gözlenebilirlik.....	112
Şekil 4.30 Uyarılmış nötrinin Z -bozonuna bağlaşımı olduğunda ve $Z \rightarrow l^+ l^-$	
için $\sqrt{s} = 0.5 \text{ TeV}$ ' de istatistik gözlenebilirlik.....	113
Şekil 4.31 Uyarılmış nötrinin Z -bozonuna bağlaşımı olduğunda ve $Z \rightarrow l^+ l^-$	
için $\sqrt{s} = 3 \text{ TeV}$ ' de istatistik gözlenebilirlik.....	114
Şekil 4.32 Uyarılmış nötrinin W -bozonuna bağlaşımı olduğunda ve $W \rightarrow 2j$	
için $\sqrt{s} = 0.5 \text{ TeV}$ ' de istatistik gözlenebilirlik.....	115
Şekil 4.33 Uyarılmış nötrinin W -bozonuna bağlaşımı olduğunda ve $W \rightarrow 2j$	
için $\sqrt{s} = 3 \text{ TeV}$ ' de istatistik gözlenebilirlik.....	115

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 2.1 SM’ de fermiyonik aileler.....	5
Çizelge 2.2 SM çerçevesinde temel etkileşmeler ve aracı parçacıklar.....	6
Çizelge 2.3 Tek lepton ailesi için kuantum sayıları.....	22
Çizelge 2.4 Fermiyonik ve bozonik haplonların kuantum sayıları.....	43
Çizelge 2.5 Rishon modelinde kuantum sayıları.....	44
Çizelge 2.6 Preon üçlüsü modelinde kuantum sayıları.....	45
Çizelge 2.7 Preon üçlüsü modelinde leptonlar ve kuarklar.....	46
Çizelge 3.1 Spin-1/2 ve spin-3/2 uyarılmış leptonların bozunma genişlikleri.....	73
Çizelge 4.1 Uyarılmış leptonlar için bağlaşımların seçimi.....	86
Çizelge 4.2 Uyarılmış elektron için Z-bozonuna bağlaşım durumunda $\sqrt{s} = 0.5 \text{ TeV}$ ’ de sinyal ve fon tesir kesitleri.....	102
Çizelge 4.3 Uyarılmış elektron için Z-bozonuna bağlaşım durumunda $\sqrt{s} = 3 \text{ TeV}$ ’ de sinyal ve fon tesir kesitleri.....	103
Çizelge 4.4 Uyarılmış elektron için fotona bağlaşım durumunda $\sqrt{s} = 0.5 \text{ TeV}$ ’ de sinyal ve fon tesir kesitleri.....	103
Çizelge 4.5 Uyarılmış elektron için fotona bağlaşım durumunda $\sqrt{s} = 3 \text{ TeV}$ ’ de sinyal ve fon tesir kesitleri.....	104
Çizelge 4.6 Uyarılmış nötrino için fotona bağlaşım durumunda $\sqrt{s} = 0.5 \text{ TeV}$ ’ de sinyal tesir kesitleri.....	108
Çizelge 4.7 Uyarılmış nötrino için fotona bağlaşım durumunda $\sqrt{s} = 3 \text{ TeV}$ ’ de sinyal tesir kesitleri.....	109
Çizelge 4.8 Uyarılmış nötrino için Z-bozonuna bağlaşım durumunda $\sqrt{s} = 0.5 \text{ TeV}$ ’ de sinyal tesir kesitleri.....	109
Çizelge 4.9 Uyarılmış nötrino için Z-bozonuna bağlaşım durumunda	

$\sqrt{s} = 3 \text{ TeV}$ ' de sinyal tesir kesitleri.....	110
Çizelge 4.10 Uyarılmış nötrino için W -bozonuna bağlaşım durumunda	
$\sqrt{s} = 0.5 \text{ TeV}$ ' de sinyal ve fon tesir kesitleri.....	111
Çizelge 4.11 Uyarılmış nötrino için W -bozonuna bağlaşım durumunda	
$\sqrt{s} = 3 \text{ TeV}$ ' de sinyal ve fon tesir kesitleri.....	111

1. GİRİŞ

Maddeyi oluşturan en küçük yapı taşlarının ve bu yapı taşları arasındaki temel etkileşmelerin neler olduğu soruları temel parçacık fiziğinin cevap aradığı sorulardır. Bugüne kadar yapılan yüksek enerji fiziği deneylerinden maddenin temel bileşenlerinin kuarklar ve leptonlar ile kuvvet taşıyıcıları olan vektör bozonları olduğu anlaşılmıştır. Doğada, parçacıklar arasındaki 4 temel etkileşme elektromanyetik, güçlü, zayıf ve kütle çekimi (gravitasyon) etkileşmeleridir. Standart Model (SM), temel parçacıkları ve onlar arasındaki etkileşmeleri açıklayan bir modeldir. Parçacık fiziğinin SM' i güçlü etkileşmeler ile elektromanyetik ve zayıf etkileşmelerin birleşik teorisi olan elektrozayıf etkileşmeleri açıklayabilmektedir. Günümüz parçacık hızlandırıcılarının enerji ölçeğinde, SM' nin öngörülleri deneysel veriler ile oldukça yüksek hassaslıkta doğrulanmıştır. Bu model, kuarklar, leptonlar ve kuvvet taşıyıcıları yardımıyla madde ve maddenin yapısı hakkında pek çok soruyu cevaplar. Bununla birlikte, fermiyonik ailelerin tekrarlanması, aile sayısı bilmececi, fermiyon kütleleri, karışım açıları, Higgs mekanizması, nötrino salınımları, hiyerarşi problemi gibi bazı sorular cevapsız kalmaktadır. Bu gibi sorulardan bir veya birkaçını cevaplayabilmek üzere SM ötesinde bazı modeller önerilmektedir. Böylelikle SM ötesinde ne tür bir yeni fiziğin olduğu araştırılacaktır.

SM ötesinde öngörülen modellerden başlıcaları; büyük birleştirme teorileri, süpersimetri, sicim teorisi ve kompozit modellerdir. Fermiyonik ailelerin tekrarlanması kuark ve leptonların kompozit yapılar olabileceğini düşündürmektedir. Kompozit modeller, kuark ve leptonların, preon olarak adlandırılan daha temel parçacıkların bağlı durumu olduğunu öngörürler. Eğer kuarklar ve leptonlar daha temel bileşenlerden meydana gelmişlerse, bu bileşenlerin bağlanma enerjileri ölçeğinde, kuarklar ve leptonlar arasında, Λ kompozitlik ölçeği ile karakterize edilen yeni etkileşmeler açığa çıkmalıdır. Λ kompozitlik ölçeğinin çok altındaki enerjilerde bu etkileşmeler $1/\Lambda$ 'nın kuvvetleri ile bastırılmıştır. Kuark ve lepton kompozitliği için en ikna edici kanıt kuark ve lepton taban durumlarının üzerinde yer alan uyarılmış durumların keşfi olacaktır. Kompozit modellerde, spin-1/2 uyarılmış

fermionlar en düşük radyal ve yörüngesel uyarımlardır. En düşük fermiyonik uyarımların spininin araştırılması preon yapısı hakkında bilgi verecektir. Spin-3/2 uyarılmış fermionlar ise bir üst uyarım olarak ele alınabilir.

Temel parçacıklar ve etkileşmelerini açıklayan Standart Model hakkında 2. bölümde kısa bir bilgi verilerek, SM' nin sorunları ve SM ötesindeki modeller özetlenmiştir. 3. bölümde uyarılmış leptonlar ele alınmıştır, ayrıca uyarılmış leptonlar için elde edilen son kütle sınırlarından bahsedilmiştir. Uyarılmış lepton ile SM leptonları arasındaki etkileşmeler için etkin lagranjiyen yöntemi kullanılmıştır. Uyarılmış yüklü ve yüksüz leptonların mümkün bozunma modları incelenmiş, bu modlara ait bozunma genişlikleri ve dallanma oranları uyarılmış lepton kütesine bağlı olarak hesaplanmıştır. 4. Bölümde uyarılmış spin-1/2 ve spin-3/2 elektronun ve nötrinin gelecek nesil yüksek enerjili elektron-pozitron çarpıştırıcılarında tek üretimi için tesir kesitleri hesaplanmıştır. Sinyal olaylarının yanısıra fon da dikkate alınmış, son durum gözlenebilir parçacıklar üzerine bazı kinematik sınırlamalar konularak ulaşılabilecek kütle ve bağlanma parametreleri limitleri belirlenmiştir (Çakır and Ozansoy 2008, 2009).

Feynman diyagramlarının çizilmesinde PSFGO (Çakır 2004) programından faydalanılmıştır. Feynman genliklerinin sembolik hesaplamalarında iz yöntemi kullanılmış, bilgisayarda sembolik hesaplama programlarından MATHEMATICA (<http://www.wolfram.com>) programı için yüksek enerji paketi TamarA' dan (<http://library.wolfram.com/infocenter/MathSource/839/#downloads>) faydalanılmıştır. Grafik çizimi için GNUPLOT (<http://www.gnuplot.info>) ve MATHEMATICA programları kullanılmıştır. Fon tesir kesitlerinin hesaplanmasında CALCHEP 2.5.j (Pukhov *et al.* 1999, 2004) programından faydalanılmıştır.

2. STANDART MODEL ve ÖTESİ

Parçacık fiziğinin amacı maddenin temel bileşenlerinin neler olduğunu ve bu bileşenlerin nasıl etkileştiklerini araştırmaktır. Bu amaca göre olaylara iki yönden yaklaşılabilir: Madde parçacıkları ve etkileşmeler. Maddenin iç yapısız en küçük yapıtaşları temel parçacıklardır ve bu temel parçacıklar arasında elektromanyetik, güçlü ve zayıf kuvvet ile kütleçekimi kuvveti olmak üzere 4 temel kuvvet vardır. 1960' lı ve 1970' li yıllarda geliştirilen parçacık fiziğinin Standart Model' i (SM) günümüze kadar parçacık fiziğinin teorisi olmuştur. Bu model, parçacıkların davranışlarını açıklamamıza yardımcı olacak şekilde temel parçacıklar ve onlar arasındaki temel etkileşmelerin matematiksel bir anlatımıdır.

2.1 SM' de Temel Parçacıklar ve Temel Etkileşmeler

Parçacıklar arasındaki temel kuvvetlerin her biri fiziksel bir teoriye aittir. Kütle çekimi kuvvetinin klasik ilk teorisi Newton tarafından kurulan evrensel kütle çekim kanunudur. Daha sonra bu teorinin görelî genişletilmesi Einstein' ın genel görelilik teorisi ile yapılmıştır. Kütle çekiminin tam olarak kuantumlu bir teorisi henüz kurulmamıştır. Ayrıca, kütle çekim kuvveti temel parçacık fiziğinde önemli bir rol oynamayacak kadar zayıftır.

Elektromanyetik kuvvetleri açıklayan teori elektrodinamiktir. Elektrodinamiğin klasik formülasyonu 1873 yılında Maxwell tarafından yapılmıştır. Maxwell' ın teorisi özel görelilik ile uyumludur. 1940' lı yıllarda elektrodinamiğin kuantumlu teorisi olan Kuantum Elektrodinamiği (KED) Tomonaga, Feynman ve Schwinger tarafından kurulmuştur. Kuantum elektrodinamiği en eski ancak en basit ve en başarılı dinamik teoridir (Griffiths 1987).

Nükleer bozunmalardan sorumlu kuvvet zayıf kuvvettir ve zayıf etkileşmelerde lepton veya kuark çeşnişi değişebilir. Zayıf kuvveti açıklayan teori çeşnidinamiğidir (flavordynamics).

Zayıf kuvvet, temel parçacıklar üzerinde bağlayıcı bir etkiye sahip değildir. Zayıf etkileşmelerin, ilk teorisi 1934' te Fermi tarafından kuantumlu bir teori olarak verilmiştir.

Proton ve nötron arasında, bunları bir arada tutarak çekirdeği oluşturmalarından sorumlu kuvvet güçlü kuvvettir. Bu kuvvet kuarklararası etkileşmelerden sorumludur. 1964' te Gell-Mann ve Zweig tarafından kuark modeli kurulana dek, güçlü kuvvet Yukawa teorisi ile açıklanıyordu. Kuarkların güçlü etkileşmelerini açıklayan kuantumlu alan teorisi kuantum renk dinamiğidir (KRD).

Düşük enerjilerde, elektromanyetik ve zayıf kuvvetler oldukça farklı görünürler ancak yeteri kadar yüksek enerjilerde ve yüksek momentum aktarımı olduğunda elektromanyetik ve zayıf etkileşmeler aynı etkileşme şiddetine sahiptirler. Elektrozayıf teori, elektromanyetik ve zayıf kuvvetleri, aynı kuvvetin iki farklı görünümü olarak ele alır ve 10^2 GeV mertebesindeki birleştirme ölçeğinin üzerindeki enerjilerde, bu iki kuvveti tek kuvvet olarak (elektrozayıf kuvvet) birleştirir. Glashow (1961), elektromanyetik ve zayıf etkileşmelerin $SU(2)_L \times U(1)_Y$ ayar grubuna dayanan yerel bir ayar teorisi altında birleştirilebileceğini önermiştir. Daha sonra, Weinberg (1967) ve Salam (1968), başlangıçta kütesiz alınan ayar alanlarına kendiliğinden simetri kırılması yoluyla kütle kazandırarak elektrozayıf teoriyi, başka bir deyişle Glashow-Weinberg-Salam (GSW) modelini kurmuşlardır.

Elektrozayıf teori ile kuantum renk dinamiği beraber Standart Model olarak adlandırılır. SM' ye göre görünüm şöyledir: Maddenin temel bileşenleri $1/2$ spinli leptonlar ve kuarklar ile spini 1 olan kuvvet taşıyıcıları olarak adlandırılan ayar bozonlarıdır. Bunların dışında SM, henüz gözlenmeyen, ancak parçacıkların kütle kazanmalarından sorumlu olan en az bir tane skaler Higgs bozonu önermektedir. Leptonlar, kuarklar ve ayar bozonları günümüzdeki en yüksek enerjili hızlandırıcıların ölçtüğü boyutlarda bir iç yapıya sahip değildir.

Leptonlar ve kuarklar birlikte fermiyon olarak adlandırılırlar. SM’ de fermiyonlar 3 aile oluştururlar. SM’ de fermiyonik aileler Çizelge 2.1’ de verilmiştir. Yüklü leptonlar, elektron (e), müon (μ) ve tau (τ) -1 elektrik yüküne sahiptir. Her bir yüklü leptona karşılık gelen nötrinolar ν_e, ν_μ ve ν_τ ise yüksüzdürler ve SM’ de kütsüz kabul edilirler. Bu ailelerde sol-elli leptonlar, biri yüklü diğeri yüksüz olmak üzere ikililer şeklindedirler. Yüklü leptonlar ise sağ-elli tekliler olmak üzere sınıflandırılırlar. Yüklü leptonlar elektromanyetik ve zayıf olarak, yüksüz leptonlar ise sadece zayıf olarak etkileşirler.

Çizelge 2.1 SM’ de fermiyonik aileler

Parçacık	1.aile	2.aile	3.aile
Leptonlar	$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L, e_R$	$\begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L, \mu_R$	$\begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L, \tau_R$
Kuarklar	$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L, u_R, d_R$	$\begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L, c_R, s_R$	$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L, t_R, b_R$

Kuarklar ise güçlü, elektromanyetik ve zayıf olmak üzere 3 yolla etkileşirler. Kuarklar renk yükü adı verilen bir kuantum sayısına sahiptirler. Renk dışında kuarklar da leptonlar gibi 6 tanedir ve 3 aile oluştururlar. Kuarkın her bir çeşnisi 3 renge (kırmızı, mavi, yeşil) sahiptir. Kuarklar serbest olarak gözlenemezler, baryonları (3 kuark bağlı durumu) ya da mezonları (bir kuark bir antikuark bağlı durumu) oluştururlar.

Kuvvet taşıyıcıları olan ara bozonlar spin 1 parçacıklardır. Elektromanyetik etkileşmelerin taşıyıcı parçacığı foton (γ), zayıf etkileşmelerin taşıyıcı parçacıkları Z^0 ve $W^\pm$ bozonları, güçlü etkileşmelerin taşıyıcıları ise 8 adet gluondur (g). Çizelge 2.2’ de temel etkileşmelerin şiddetleri ve aracı parçacıkları gösterilmiştir. Temel etkileşmeleri tanımlayan teorilerinin dayanak noktası, koordinatlara bağlı bazı dönüşümler altında değişmez kalmalarıdır. Özellikle, elektromanyetik, zayıf ve güçlü kuvvetlerin kuantumlu alan

teorileri yerel ayar teorileri olarak adlandırılan sınıfa aittirler, çünkü bu teoriler parçacıkların iç uzayları üzerinde koordinatlara bağlı dönüşümler altında değişmez kalırlar (Ho-Kim and Pham 1998).

Çizelge 2.2 SM çerçevesinde temel etkileşmeler ve aracı parçacıkları

Etkileşme	Şiddet	Aracı Parçacık
Güçlü	1	Gluon (g)
Elektromanyetik	10^{-2}	Foton (γ)
Zayıf	10^{-5}	$W^{\pm}$ ve Z^0

Parçacıklar arasındaki temel etkileşmelerden bahsettiğimiz bu kesimde, kütle çekimi kuvvetinden hiç bahsetmedik. Çünkü, kütle çekim etkileri şiddet bakımından zayıf kuvvetten bile daha küçüktürler ya da en azından, bugün elde edilen uzaklıklardan daha küçük uzaklıklara ulaşıncaya kadar bu böyledir. Tüm kütleli maddeler kütle çekimine uyarlar. Elektrik akımı elektromanyetik kuvvetin, zayıf izospin ve zayıf hiperyük elektro-zayıf kuvvetin ve kuark renkleri de kuarklar arasındaki güçlü etkileşmelerin kaynağıdır. Özel olarak “kütleçekim yükü” taşıyan fermiyonik bir kaynağa rastlanmamıştır. Kütleçekim kuvveti de diğer üç temel kuvvet gibi yerel ayar değişmezliği prensibinden doğar, ancak teoriyi değişmez bırakan dönüşümler uzay-zaman koordinatları üzerine kendi kendilerine etkirler ve sonuç olarak korunumlu bir enerji-momentum tensöründen türetilen kuvvet alanı vektörel değil tensöreeldir. Kütle çekim kuvvetinin *graviton* adı verilen spin-2 parçacık tarafından taşındığı öngörülmüştür.

2.2 Ayar Değişmezliği ve Simetriler

Bu kesimde abelyen ve abelyen olmayan ayar gruplarının uzay-zamana bağlı olan ve olmayan faz dönüşümleri altındaki değişimlerine bakılarak simetriler ve etkileşmeler arasındaki ilişki incelenecektir.

2.2.1 Global ayar değişmezliği - abelyen durum

İlk olarak uzay-zamana bağlı olmayan iç simetrilerle ilgilenelim. Burada parçacık alanlarına örnek olarak serbest Dirac alanını ele alalım (Dirac denkleminin elde ediliş ve serbest parçacık çözümleri EK 1' de verilmiştir). m kütleli serbest Dirac alanı için lagranjiyen;

$$\Lambda_0 = \bar{\Psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\Psi \quad (2.1)$$

ile verilir. Bu lagranjiyen global faz dönüşümleri altında değişmez kalır. Böyle bir simetri elektrik yükünün korunumuna karşılık gelir.

$$\Psi(x) \rightarrow \Psi'(x) = e^{-iq\theta}\Psi(x) \quad (2.2)$$

Burada q parçacığın yükü, θ ise uzay-zamandan bağımsız keyfi bir sabit sayıdır ve dönüşüm parametresi olarak adlandırılır. Denklem (2.1) ile verilen ayar dönüşümleri bir grup oluştururlar. Gruptaki farklı dönüşümler birbiri ile sıra değiştireceğinden, bu grup abelyen bir gruptur, dönüşümler θ gibi tek bir parametre ile ifade edilir. Bu grup, $U(1)$ olarak adlandırılan bir boyutlu üniter dönüşümlerin grubudur. Dönüşüm parametresi θ koordinatlardan bağımsız olduğu için parçacık alanının gradyenti de alan ile aynı şekilde dönüşür. Alan gradyentinin dönüşümü,

$$\partial_\mu \Psi(x) \rightarrow \partial_\mu \Psi'(x) = e^{-iq\theta}\partial_\mu \Psi(x) \quad (2.3)$$

şeklindedir. $U(1)$ global faz dönüşümleri altında Λ_0 değişmez kalacağından $U(1)$ grubu Λ_0 lagranjiyeninin bir simetri grubudur. Λ_0 ' ın global faz simetrisine sahip olması, Noether teoremi ile verilen korunumlu bir akıma karşılık gelir. Bu korunumlu akım,

$$j_{\mu}(x) = q\bar{\Psi}\gamma_{\mu}\Psi \quad (2.4)$$

ile verilir. Noether akımlarına karşılık gelen korunumlu yük operatörleri ise

$$\hat{Q} \equiv \int d^3x j_0(x) \quad (2.5)$$

şeklinde yazılır.

2.2.2 Yerel ayar değişmezliği - abelyen durum

Global ayar değişmezliği durumunda, θ fazı, ölçülebilir değildir ve keyfi olarak seçilebilir. Bu faz bir kere seçildikten sonra, uzayda tüm zamanlarda aynı olmalıdır. Global dönüşümler, yerel (lokal) dönüşümler olarak genelleştirilmek istenirse faz, uzayda farklı noktalarda farklı değerler alacak şekilde ele alınır.

$$\Psi(x) \rightarrow \Psi'(x) = e^{-iq\theta(x)}\Psi(x) \quad (2.6)$$

Burada dönüşüm parametresi $\theta(x)$ uzay-zamanın bir fonksiyonudur. Alan gradyentinin dönüşümü global dönüşümlerde olduğu gibi alanla aynı yoldan gerçekleşmez.

$$\partial_{\mu}\Psi(x) \rightarrow \partial_{\mu}\Psi'(x) = e^{-iq\theta(x)}\left[\partial_{\mu}\Psi - iq(\partial_{\mu}\theta(x))\right]\Psi \quad (2.7)$$

Burada, serbest alan lagranjiyeni yerel abelyen dönüşüm altında değişmez kalmaz, ayar değişmezliğini bozacak şekilde ilave bir terim kazanır.

$$\begin{aligned} \Lambda_0 \rightarrow \Lambda_0' &= \Lambda_0 + q\bar{\Psi}\gamma^{\mu}\Psi(\partial_{\mu}\theta) \\ &= \Lambda_0 + j^{\mu}\partial_{\mu}\theta \end{aligned} \quad (2.8)$$

Ayar değişmezliğini yeniden sağlamak için teoriye, parçacık akımlarına bağlanacak vektör alanlarının eklenmesi gerekmektedir. Bu ise teoriyi etkileşen bir teori yapar. Böyle yerel ayar değişmezliğine sahip teoriye bir örnek elektrodinamiktir. Yeniden tanımlanan lagranjiyen,

$$\Lambda_1 = \Lambda_0 - j_\mu A^\mu \quad (2.9)$$

şeklidedir. Λ_1 lagranjiyeninin değişmez kalması vektör alanının dönüşümünün

$$A_\mu \rightarrow A'_\mu = A_\mu + \partial_\mu \theta \quad (2.10)$$

şeklinde olmasını gerektirir. A_μ vektör alanı *ayar alanı* olarak adlandırılır. Λ_1 ' in ayar değişmezliği, alan gradyentinin kovaryant olarak dönüşmesini gerektirir. Bu ayar grubu için kovaryant türev

$$D_\mu \equiv \partial_\mu + iqA_\mu \quad (2.11)$$

ile tanımlanır. Kovaryant türev alanla aynı yoldan dönüşür.

$$D_\mu \Psi \rightarrow D'_\mu \Psi = e^{-iq\theta(x)} D_\mu \Psi \quad (2.12)$$

Kovaryant türev cinsinden Λ_1 tekrar yazılırsa;

$$\Lambda_1 = \bar{\Psi}(iD_\mu \gamma^\mu - m)\Psi \quad (2.13)$$

A_μ vektör alanını dinamik sistemin ayrılmaz bir parçası yapmak istersek, A_μ ' nün türevlerinden oluşan ayar değişmez bir terimi lagranjiyene eklemek gerekir. Böyle bir terim

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu \quad (2.14)$$

şeklindedir. $F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$ terimi Lorentz skalerdir ve bu terimin lagranjiyene eklenmesiyle elde edilen hareket denklemlerinin Maxwell denklemlerini vermesi için $-1/4$ anlaşımsal katsayısı ile verilir. Son olarak ayar değişmez lagranjiyen şu şekilde yazılabilir:

$$\begin{aligned}\Lambda &= \Lambda_1 + \Lambda_G \\ &= \bar{\Psi}(iD_\mu \gamma^\mu - m)\Psi - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \\ \Lambda &= \bar{\Psi}(i\partial_\mu \gamma^\mu - m)\Psi - q\bar{\Psi}\gamma^\mu \Psi A_\mu - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}\end{aligned}\quad (2.15)$$

Madde alanı ile ayar alanının etkileşmesi, parçacığın doğasından bağımsız olarak sadece parçacığın yükü ile olmaktadır. Burada ayar alanı için kütle terimi sadece $-\frac{1}{2}m_A^2 A_\mu A^\mu$ formunda olabilirdi. Ancak böyle bir kütle terimi ayar değişmez olmadığından $m_A = 0$ olmalıdır. Özetleyecek olursak; elektrodinamik, ayar alanı olarak fotonu kütsüz bırakacak şekilde, abelyen, yerel ayar değişmezliğine sahip bir teoridir.

2.2.3 Global ayar değişmezliği - abelyen olmayan durum

Parçacık alanları eş çoklular halinde karşımıza çıkabilirler. Bu durumda abelyen olmayan dönüşümler kullanılır. Global durumda abelyen olmayan dönüşümlerin genelleştirilmesi daha açıktır ancak yerel abelyen olmayan simetriler için durum daha karmaşıktır. Parçacık alanı

$$\Psi = \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \vdots \\ \Psi_n \end{pmatrix} \quad (2.16)$$

şeklinde eş çoklu biçiminde yazılabilir. Bu çokludaki bileşenler birbirlerine üniter dönüşümler ile dönüşürler.

$$\Psi_a \rightarrow \Psi'_a = U_a{}^b \Psi_b \quad a, b = 1, \dots, n \quad (2.17)$$

U , $n \times n$ ' lik üniter ve ünimodüler matrislerdir ve bir Lie grubu G ' nin bazı temsillerini tanımlarlar. Burada basitlik olması bakımından G ' nin basit bir grup olduğunu ve Ψ ' nin onun temel temsiliinde olduğunu düşünüyoruz. Üniter ünimodüler matrisler $N=n^2-1$ adet θ_i parametresi (reel faz açısı) ile tanımlanırlar.

$$U = \exp(-igT_i\theta_i) \quad i = 1, \dots, N \quad (2.18)$$

Burada reel g sabiti bağlaşım sabiti olarak adlandırılır ve T_i matrislerine *grubun jeneratörleri* denir. U ' nun üniter ve ünimodüler olmasının gereği olarak T_i ' ler hermitik ($T_i = T_i^\dagger$) ve izsiz ($\text{Tr}T_i = 0$) matrislerdir. Bu matrisler Lie cebirinin bir bazını oluşturdıklarından sıra değıştirme bağıntıları;

$$[T_i, T_j] = if_{ijk}T_k \quad i, j, k = 1, \dots, N \quad (2.19)$$

şeklindedir. f_{ijk} ' lar grubun yapı sabitleridir ve hepsi sıfır olmadığı zaman abelyen olmayan bir cebir tanımlarlar. Jeneratörlerin normalizasyon bağıntısı

$$\text{Tr}(T_i T_j) = \frac{1}{2} \delta_{ij} \quad (2.20)$$

ile tanımlanabilir. Global abelyen olmayan $U = e^{-igT_i\theta_i}$ dönüşümleri altında fermiyon alanı ve alan gradyenti aynı yoldan dönüşeceği için, serbest alan lagranjiyeni abelyen durumda olduğu gibi değışmez kalır. Bu değışmezliğe karşılık gelen i adet fermiyon akımı yine Noether teoremi ile belirlenir.

$$j_i^\mu = g\bar{\Psi}\gamma^\mu T_i\Psi \quad (2.21)$$

2.2.4 Yerel ayar değişmezliği- abelyen olmayan durum

Denklem (2.18) ile verilen dönüşüm matrisini $U(x) = e^{-igT_i\theta_i(x)}$ şeklinde abelyen olmayan yerel duruma genelleştirelim. Burada dönüşüm parametreleri $\theta_i = \theta_i(x)$ uzay-zamanın bir fonksiyonu olduğu için alan ve alan gradyenti aynı şekilde dönüşmeyecektir.

$$\Psi \rightarrow \Psi' = U(x)\Psi \quad (2.22)$$

$$\partial_\mu \Psi \rightarrow \partial_\mu \Psi' = U\partial_\mu \Psi + (\partial_\mu U)\Psi \quad (2.23)$$

Serbest alan lagranjiyeni abelyen olmayan yerel dönüşümler altında ek bir terim kazanarak değişmez kalmaz.

$$\Lambda_0 \rightarrow \Lambda_0' = \Lambda_0 + \bar{\Psi} i \gamma^\mu (U^\dagger \partial_\mu U) \Psi \quad (2.24)$$

Simetriyi tekrar kurabilmek için parçacık akımlarına bağlanacak vektör alanlarına ihtiyaç vardır. Yeniden tanımlanan lagranjien,

$$\Lambda_1 = \Lambda_0 - g \bar{\Psi} \gamma^\mu A_\mu \Psi \quad (2.25)$$

şeklindedir. Burada A_μ , bileşenleri vektör olan $n \times n$ ' lik izsiz, hermityen matrislerdir. Vektör alanının dönüşümü

$$A_\mu \rightarrow A_\mu' = U A_\mu U^\dagger + \frac{i}{g} (\partial_\mu U) U^\dagger \quad (2.26)$$

ile verilir. Kovaryant türev

$$D_\mu \equiv (\partial_\mu + igA_\mu) \quad (2.27)$$

ile tanımlanır ve aşağıda verilen eşitliği sağlar

$$D'_\mu U\Psi = UD_\mu \Psi \quad (2.28)$$

Abelyen olmayan durumda alan tensörü, abelyen durumdaki gibi değişmez değildir, daha ziyade kovaryanttır.

$$F'_{\mu\nu} = UF_{\mu\nu}U^\dagger \approx F_{\mu\nu} + ig[F_{\mu\nu}, \theta] \quad (2.29)$$

$F_{\mu\nu}$, $n \times n$ ' lik matris olduğundan

$$F_{\mu\nu} = F_{\mu\nu}^i T_i \quad (2.30)$$

şeklinde ayrıştırılabilir. Burada

$$F_{\mu\nu}^i = \partial_\mu A_\nu^i - \partial_\nu A_\mu^i - gf_{ijk} A_\mu^j A_\nu^k \quad (2.31)$$

ile ifade edilir. Ayar alanlarının türevlerini içerecek şekilde lagranjiyene eklenecek ayar ve Lorentz değişmez terim abelyen olmayan durumda

$$\text{Tr}(F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}) = \frac{1}{2} F_{\mu\nu}^i F_i^{\mu\nu} \quad (2.32)$$

ile verilir. Vektör alanları ile etkileşen Dirac spinör alanları için ayar değişmez lagranjiyen $\Lambda = \Lambda_0 + \Lambda_G$

$$\begin{aligned}
&= \bar{\Psi}(iD_{\mu}\gamma^{\mu} - m)\Psi - \frac{1}{2}Tr(F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}) \\
&= \bar{\Psi}(i\partial_{\mu}\gamma^{\mu} - m)\Psi - gA_{i\mu}\bar{\Psi}\gamma^{\mu}T_i\Psi - \frac{1}{2}Tr(F_{\mu\nu}F^{\mu\nu})
\end{aligned} \tag{2.33}$$

şeklinde ifade edilir. Abelyen durumda olduğu gibi, ayar alanları kütsesiz olmak zorundadır. Ancak, (2.31) ile verilen ifadedeki lineer olmayan terimden dolayı, abelyen durumdan farklı olarak ayar alanının kendine bağlaşımı mevcuttur. Çünkü abelyen olmayan her bir ayar alanı $A_{i\mu}$, grubun karakteristiği olan bir yük taşır ve bu nedenle benzer yük taşıyan herhangi bir alanla, kendisi veya ayar çoklusundaki diğer bileşenlerle, etkileşir. Abelyen olmayan yerel ayar grupları altında değişmez kalan teorilere *Yang-Mills* teorileri denir.

2.3 SM' nin Elektrozayıf Teorisi

Elektromanyetik ve zayıf kuvvetlerin birleşik teorisi elektrozayıf teori abelyen olmayan yerel bir ayar teorisidir ve yerel faz değişmezliği kendiliğinden kırılmıştır. Bu kesimde öncelikle leptonların elektromanyetik ve zayıf etkileşmelerinin her ikisinin de özelliklerini veren tek bir grup belirlenmeye çalışılacak, daha sonra da leptonları ve skaler alanları içeren ayar değişmez bir model tanıtılacaktır. Son olarak fermiyonlara ve ayar bozonlarına kütle vermekten sorumlu olan kendiliğinden simetri kırılması olgusu tanıtılarak madde ve ayar alanlarının kütle kazanmaları incelenecektir.

2.3.1 Tek lepton ailesinin ayar değişmez modeli

Buradaki incelememizi tek aileli duruma indirgeyebiliriz. Çünkü her bir aile için leptonik kuantum sayısı ayrı ayrı korunmaktadır. Örneğin birinci aile için, elektron sayısı artı elektron nötrinosu sayısı eksi bunlara karşılık gelen antiparçacıkların sayısı korunur. Benzer korunum yasaları müon türü ve tau türü leptonlar için de geçerlidir.

Herhangi bir Dirac spinör alanı sağ- ve sol-elli bileşenler cinsinden

$$\Psi(x) = \Psi_L(x) + \Psi_R(x) \quad (2.34)$$

şeklinde yazılabilir. Sağ- ve sol-elli bileşenler, spinör alanı ve izdüşüm operatörleri cinsinden şu şekilde yazılabilir:

$$\Psi_L(x) = a_L \Psi(x), \quad \Psi_R(x) = a_R \Psi(x) \quad (2.35)$$

Burada izdüşüm operatörleri,

$$a_L \equiv \frac{1}{2}(1 - \gamma_5), \quad a_R \equiv \frac{1}{2}(1 + \gamma_5) \quad (2.36)$$

ile verilirler. Sağ- ve sol-elli spinör bileşenlerinin adjoint eşlenikleri

$$\begin{aligned} \bar{\Psi}_L &= \Psi_L^\dagger \gamma_0 = \Psi^\dagger a_L \gamma_0 = \bar{\Psi} a_R, \\ \bar{\Psi}_R &= \Psi_R^\dagger \gamma_0 = \Psi^\dagger a_R \gamma_0 = \bar{\Psi} a_L \end{aligned} \quad (2.37)$$

Deneysel veriler, sadece sol-elli leptonlar ile sağ-elli antileptonların zayıf bozunumlarının mümkün olduğunu göstermiştir. Bu nedenle bozunma genlikleri, alanların sol-elli bileşenlerini içerecek şekilde tanımlanabilir. Burada sadece ilk lepton ailesi gözönünde bulundurulduğundan, parçacık sembolleri spinör alanları yerine doğrudan kullanılmıştır.

$$\begin{aligned} L_\mu &= 2\bar{e}_L(x)\gamma_\mu\nu_{eL}(x) + \dots + \mu \text{ ve } \tau \text{ terimleri} \\ &= \bar{e}(x)\gamma_\mu(1 - \gamma_5)\nu_e(x) + \dots \end{aligned} \quad (2.38)$$

Bu ifadeye göre, e_L ve ν_L , $SU(2)$ grubu ile ilişkili olacak şekilde iki bileşenli vektör içinde bir araya gelmelidir. Diğer taraftan hiç bir parçacık ile etkileşmeyen sağ-elli bileşenler, tek

boyutlu temsillerde olmalıdırlar. Fakat, elektron için sağ-elli bileşen e_R , sol elli bileşen e_L ile aynı yüke ve aynı sıfırdan farklı kütleye sahip olduğundan tekli halinde ifade edilirken, ν_R elektriksel olarak nötral olduğundan, kütesiz kabul edildiğinden ve sadece sol-elli olarak gözlemlendiğinden çıkarılmıştır. Bu nedenle tek aileli durumda $SU(2)$ grubunda madde alanlarını sol-elli ikili ve sağ-elli tekli şeklinde ifade edebiliriz.

$$\Psi_L = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L, \quad \Psi_R = e_R \quad (2.39)$$

2.3.2 Tek lepton ailesi için global simetri

Kütlesiz sağ- ve sol-elli alanlar için serbest lagranjiyen;

$$\begin{aligned} \Lambda_0 &= \bar{\Psi}_L i\gamma^\mu \partial_\mu \Psi_L + \bar{\Psi}_R i\gamma^\mu \partial_\mu \Psi_R \\ &= \bar{\nu}_L i\gamma^\mu \partial_\mu \nu_L + \bar{e}_L i\gamma^\mu \partial_\mu e \end{aligned} \quad (2.40)$$

şeklinde yazılır. Λ_0 , $SU(2)$ dönüşümleri altında değişmez kalır.

$$U_2(\theta) = e^{-ig\theta_i t_i} \quad (2.41)$$

Burada, θ_i , $i=1,2,3$ dönüşüm parametreleri, t_i ' ler ise grubun jeneratörleridir. t_i , sol-elli bileşen Ψ_L üzerine etkidiğinde Pauli spin matrislerine ($t_{iL} = \frac{1}{2}\tau_i$), sağ-elli bileşen Ψ_R üzerine etkidiğinde ise sıfıra ($t_{iR} = 0$) eşit olur. Ψ_L ve Ψ_R ' nin bu dönüşüm altında değişimleri

$$\begin{aligned} \Psi_L &\rightarrow \Psi'_L = U_2 \Psi_L \\ \Psi_R &\rightarrow \Psi'_R = U_2 \Psi_R \end{aligned} \quad (2.42)$$

Sonsuz küçük dönüşümler için;

$$\begin{aligned} U_2 \Psi_L &= \Psi_L + \delta \Psi_L \approx (1 - ig\theta_i t_i) \Psi_L & \delta \Psi_L &= -i \frac{g}{2} \theta_i \tau_i \Psi_L \\ U_2 \Psi_R &= \Psi_R + \delta \Psi_R \approx (1 - ig\theta_i t_i) \Psi_R & \delta \Psi_R &= 0 \end{aligned} \quad (2.43)$$

elde edilir. Reel α_i parametreleri ile parametrize edilen sürekli global simetrilere, korunumlu akımlar karşılık gelir. Korunum yasaları ile sürekli global simetrileri birleştiren bu teorem Noether Teoremi olarak bilinir. Korunumlu akımlar şu şekilde ifade edilir:

$$j_i^\mu = \frac{\partial L}{\partial(\partial_\mu \Psi_a)} \frac{\delta \Psi_a}{\delta \alpha_i} + \Lambda_0 \frac{\delta x^\mu}{\delta \alpha_i} \quad (2.44)$$

Parçacıkların iç uzayı üzerindeki dönüşümler için $\delta x^\mu = 0$ olduğundan (2.44) denkleminde sağ taraftaki ikinci terim sıfırdır. Dikkate aldığımız global $SU(2)$ dönüşümü için $\alpha_i = g\theta_i$ olduğundan sağ- ve sol-elli alanların bu parametreye göre değişimleri

$$\frac{\delta \Psi_L}{\delta(g\theta_i)} = -i \frac{\tau_i}{2} \Psi_L, \quad \frac{\delta \Psi_R}{\delta(g\theta_i)} = 0 \quad (2.45)$$

ile verilir. Bu ifadelerin yardımıyla korunumlu zayıf izospin akımları;

$$j_i^\mu = \bar{\Psi}_L \gamma^\mu \frac{\tau_i}{2} \Psi_L \quad (i=1, 2, 3) \quad (2.46)$$

olarak elde edilir. Korunumlu akımın sıfıncı bileşeninin tüm uzay üzerinden integre edilmesi ile korunumlu yükler bulunur. Burada korunumlu yükler zayıf izospin operatörleridir. Kapalı formda bu zayıf izospin operatörleri,

$$I_i = \int d^3x j_i^0(x) \quad (2.47)$$

ile verilir. Bu operatörlerin açık yazılımları,

$$\begin{aligned}
I_1 &= \frac{1}{2} \int d^3x (v_L^\dagger e_L + e_L^\dagger v_L), \\
I_2 &= -\frac{i}{2} \int d^3x (v_L^\dagger e_L - e_L^\dagger v_L), \\
I_3 &= \frac{1}{2} \int d^3x (v_L^\dagger v_L - e_L^\dagger e_L)
\end{aligned} \tag{2.48}$$

Kütle terimi

$$-m\bar{e}e = -m(\bar{e}_R e_R + \bar{e}_L e_L) \tag{2.49}$$

şeklinde yazılırsa $SU(2)$ değişmezliği bozulacaktır. (2.40) ile verilen lagranjiyenin zayıf izospin simetrisine sahip olması istenirse fermiyonlar kütesiz olmalıdır. Elektron ve onun nötrinosunu içeren tek aileli durum için denklem (2.40) ile verilen lagranjiyenin zayıf-izospin dönüşümlerinin yanı sıra üniter genel faz dönüşümleri

$$U(\theta) = e^{-i\theta F} \tag{2.50}$$

altında da değişmez kalması gerekir. Bu dönüşüm, F matrisi ile verilen ve jeneratör gibi etki eden bir kuantum sayısı ile bir $U(1)$ grubu oluşturur. Elektron ailesinin elektromanyetik etkileşmelerini açıklayabilmek için $U(1)$ grubunu incelemek gerekir. Burda f sabiti, θ dönüşüm parametresinden ayrı olacak şekilde bir bağlaşım sabiti olarak verilmiştir. Sonsuz küçük dönüşümler dikkate alındığında;

$$\Psi \rightarrow \Psi' = U(\theta)\Psi \approx \Psi - i\theta F\Psi \tag{2.51}$$

F matrisinin mertebesi, Ψ 'nin ait olduğu temsilin boyutu ile verilir. Sağ- ve sol-elli bileşenlerin parametrelere göre değişimi

$$\frac{\delta\Psi_L}{\delta(f\theta)} = -iF\Psi_L, \quad \frac{\delta\Psi_R}{\delta(f\theta)} = -iF\Psi_R \quad (2.52)$$

şeklindedir. Buradan korunumlu akım;

$$j_\mu^F = \bar{\Psi}_L \gamma_\mu F \Psi_L + \bar{\Psi}_R \gamma_\mu F \Psi_R \quad (2.53)$$

ile verilir. Korunumlu akıma karşılık gelen korunumlu yük operatörleri aşağıdaki gibidir.

$$F = \int d^3x j_0^F(x) = \int d^3x (\Psi_L^\dagger F \Psi_L + \Psi_R^\dagger F \Psi_R) \quad (2.54)$$

Burada, F 'yi $F=Q$ şeklinde elektrik yükü operatörü olarak alalım. Bu durumda, (2.53) ile verilen korunumlu akım, elektromanyetik akıma karşılık gelir, ayrıca (2.54) ile verilen korunumlu yük operatörleri de elektron ve nötrino'nun elektrik yüklerini ($Q_e = -1$ ve $Q_\nu = 0$) veren elektriksel yük operatörleri olur.

$$j_\mu^{em} = Q(\bar{e}_L \gamma_\mu e_L + \bar{e}_R \gamma_\mu e_R) = -\bar{e} \gamma_\mu e \quad (2.55)$$

$$Q = \int d^3x j_0^{em}(x) = -\int d^3x e^\dagger e \quad (2.56)$$

Burada amacımız tek aileli durumda hem elektromanyetik hem de zayıf etkileşmeleri bir arada anlatacak, $SU(2)_L$ ve $U(1)_Q$ ayar gruplarını içeren bir grup kurmaktır. Bu nedenle böyle bir grupta, elektrik yükü operatörleri zayıf izospin operatörleri ile sıra değiştirmelidir. Ψ_L ikilisindeki bileşenlerin yükleri birbirinden farklı olduğundan elektrik yükü sayısı iyi bir kuantum sayısı değildir. Başka bir deyişle;

$$\begin{aligned}
Q &\equiv Q_L + Q_R \\
&= -\int d^3x \Psi_L^\dagger \frac{1}{2}(1 - \tau_3) \Psi_L - \int d^3x e_R^\dagger e_R
\end{aligned} \tag{2.57}$$

yük operatörleri $I_i = \frac{1}{2} \tau_i$ şeklinde verilen zayıf izospin operatörleri ile sıra değiştirmez. Bu operatörler arasında aşağıda verilen sıra değiştirme bağıntısı vardır:

$$[Q, I_i] = [I_3, I_i] = i\epsilon_{3ij} I_j \tag{2.58}$$

Bu nedenle, $U(1)_Q$ ve $SU(2)_L$, Λ_0 için eş zamanlı simetriler olamazlar. Bununla birlikte, α keyfi bir sabit olmak üzere, $\alpha(Q - I_3)$ operatörü zayıf izospin operatörleri I_i ’ ler ile sıra değiştirir ve $SU(2)_L$ grubu ile sıra değiştiren $U(1)$ grubunun jeneratörü olarak düşünölebilir. Deneysel verilerle uyumluluk için $\alpha=2$ seçilmiştir, $2(Q - I_3)$ operatörüne *zayıf hiperyük* operatörü adı verilir ve Y ile gösterilir.

$$Q = I_3 + \frac{1}{2}Y \tag{2.59}$$

(2.59) ile verilen ifade, ampirik bir ifadedir, Gell-Mann–Nishijima ifadesi olarak bilinir. Bu ifade, zayıf ve elektromanyetik etkileşmeler arasında ilişki kurularak, elektron ve elektron nötrinosu için, zayıf izospinin 3. bileşeni ile hiperyük cinsinden elektrik yüklerini verir. Y operatörünün daha açık yazımı

$$\begin{aligned}
Y &= -\int d^3x \Psi_L^\dagger (1 - \tau_3) \Psi_L - 2\int d^3x \Psi_R^\dagger \Psi_R - \int d^3x \Psi_L^\dagger \tau_3 \Psi_L \\
&= -\int d^3x \Psi_L^\dagger \Psi_L - 2\int d^3x \Psi_R^\dagger \Psi_R
\end{aligned} \tag{2.60}$$

Bu denklemi (2.54) ile özdeşleştirerek ve $F=Y$ alarak, elektron ailesi için

$$Y_L = -1 \text{ ve } Y_R = -2 \tag{2.61}$$

elde edilir. Verilen eş çoklu (isomultiplet) için hiperyükün ortalama değeri, çoklunun elektrik yükünün ortalama değerinin 2 katına eşittir, $Y = 2\langle Q - I_3 \rangle = 2\langle Q \rangle$. Korunumlu hiperyük akımı aşağıda verildiği şekildedir:

$$j_\mu^Y = Y_L \bar{\Psi}_L \gamma_\mu \Psi_L + Y_R \bar{\Psi}_R \gamma_\mu \Psi_R \quad (2.62)$$

Elektromanyetik, izospin ve hiperyük akımları arasındaki ilişki,

$$j_\mu^{em} = j_\mu^3 + \frac{1}{2} j_\mu^Y \quad (2.63)$$

ile verilir. Buraya kadar elde edilen sonuçları özetleyecek olursak; tek aileli serbest lepton lagranjiyeni global dönüşümlerin $SU(2)_L \times U(1)_Y$ grubu altında değişmez kalır.

$$SU(2)_L : \quad U_2(\theta) = e^{-ig\theta_i \frac{1}{2}\tau_i} \quad (2.64)$$

$$U(1)_Y : \quad U_1(\theta) = e^{-ig'\theta Y} \quad (2.65)$$

Burada, g ve g' sırasıyla $SU(2)_L$ ve $U(1)_Y$ ayar grupları için bağlanma sabiti olarak adlandırılırlar. $SU(2)_L \times U(1)_Y$ simetri grubu için elektron ailesine atanan kuantum sayıları Çizelge 2.3' de verilmiştir.

Çizelge 2.3 Tek lepton ailesi için kuantum sayıları

Eşçoklu	I	I_3	Y	Q
$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L$	$\frac{1}{2}$	$\begin{pmatrix} 1/2 \\ -1/2 \end{pmatrix}$	-1	$\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$
e_R	0	0	-2	-1

2.4 Kendiliğinden Simetri Kırılması

Bu kesimde parçacık fiziğinde büyük bir öneme sahip olan kendiliğinden simetri kırılması olgusu tanıtılacaktır. Bu kesimin incelenmesinde (Leader 1996, Ho-Kim 1999, Maggiore 2005) esas referanslar olarak kullanılmıştır. Dinamik bir sistemi tanımlayan lagranjiyen global veya yerel bir simetriye sahip olsun. Sistem için vakum durumu lagranjiyenle aynı simetriye sahip olmadığında kendiliğinden simetri kırılması gerçekleşir. Bu durum vakumun sıfırdan farklı bir beklenen değere sahip olması ile açıklanabilir.

Kuantumlu alan teorisinde, yerel ayar değişmezliğini sağlamak için teoriye ayar alanları dahil edilir. KED' in $U(1)_Q$ grubuna uygulanan ayar prensibi ile foton grubun kütsüz ayar alanı olarak tanımlanabilir. Zayıf etkileşmelerin daha kısa menzile sahip olması gibi farklı özelliklerinin olmasına rağmen, yüksek momentum aktarımı durumunda elektromanyetik etkileşmelerle benzer özellikler göstermektedirler. Ancak foton alanı kütsüz kalırken zayıf etkileşmelerin yayılmasından sorumlu W ve Z alanları kütlelidir. Bu durumda zayıf etkileşmelerin yerel abelyen olmayan bir teori ile nasıl tanımlanacağı sorundur. Ayar simetrisini bozmadan vektör bozonlarına kütle vermenin yolu, simetriyi kendiliğinden kırmaktır. Bu ifade, sistemin dejenere minumumları kümesinden rastgele bir tanesini fiziksel taban durumu olarak seçmekle eşdeğerdir. Simetri bozulmuş gibi görünse de gerçekte simetri bozulmamıştır, saklanmıştır.

2.4.1 Global simetrilerin kendiliğinden kırılması ve Goldstone teoremi

Sürekli ayar simetrisine sahip en basit sistem kompleks skaler alandır. Bu sistemi tanımlayan lagranjiyen;

$$\Lambda = \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi^* - V(\phi, \phi^*)$$

$$= \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi^* - \mu^2 \phi \phi^* - \frac{\lambda}{4} (\phi \phi^*)^2 \quad (2.66)$$

ile verilir. Burada $\phi = \phi_1 + i\phi_2$ şeklinde kompleks skaler alandır. Potansiyel ifadesi $V(\phi, \phi^*) = \mu^2 \phi \phi^* + \frac{\lambda}{4} (\phi \phi^*)^2$ ile verilir. μ^2 terimi, alan kuantumunun çıplak kütlesi olarak, λ ise öz etkileşmeyi tanımlayan bir bağlaşım olarak ele alınabilir. (2.66) ile verilen lagranjiyen global faz dönüşümleri altında değişmez kalır.

$$\phi(x) \rightarrow \phi'(x) = e^{-iq\alpha} \phi(x) \quad (2.67)$$

α , keyfi reel bir sabittir. Denklem (2.66)' da ilk terim kinetik terimdir ve pozitiftir. Burada kararlı denge için $\lambda > 0$ seçilmelidir. $\mu^2 > 0$ için taban durumu $\phi = 0$ olacak şekilde tektir. Ancak $\mu^2 < 0$ için taban durumu tek değildir. Sistemin minimum enerjisi, potansiyel ifadesinin alana göre türevinin alınarak sıfıra eşitlenmesi ile bulunur.

$$\frac{\partial V}{\partial \phi^*} = 0 = \phi(\mu^2 + \frac{\lambda}{2} |\phi|^2) \quad (2.68)$$

Buradan minumum koşulu

$$|\phi|^2 = \phi_1^2 + \phi_2^2 = -\frac{2\mu^2}{\lambda} \quad (2.69)$$

şeklinde elde edilir. Buna göre, $\sqrt{-\frac{2\mu^2}{\lambda}}$ yarıçaplı çember üzerinde sonsuz sayıda dejenere minumum yer alır. Bu minumumlardan herhangi biri taban durumu olarak seçildiğinde simetri kendiliğinden kırılmış olur. Bu minumumlardan biri diğerinden bir faz çarpanı kadar farklıdır ve hepsi aynı fiziğe dayanır. Taban durumu faz çarpanı ile beraber

$$\phi_{\text{taban}} = \langle \phi \rangle = \frac{v}{\sqrt{2}} e^{i\delta} \quad (2.70)$$

şeklinde yazılabilir. Bu ifadede $v = \sqrt{-4\mu^2 / \lambda}$ ile tanımlanır. Yeni alanın

$$\chi = \chi_1 + i\chi_2 \quad (2.71)$$

şeklinde verildiğini düşünelim. δ faz açısının sıfır olduğu durumda $\langle \phi \rangle = \frac{v}{\sqrt{2}}$ ile verilen taban durumu (minumum noktası reel eksen üzereinde seçilmiş olur) ve bu yeni alan cinsinden ϕ alanı

$$\begin{aligned} \phi &= \langle \phi \rangle + \frac{\chi}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} (v + \chi_1 + i\chi_2) \end{aligned} \quad (2.72)$$

biçiminde yeniden yazılabilir. χ_1 ve χ_2 alanları reeldir ve taban durumunda $\langle \chi_1 \rangle = \langle \chi_2 \rangle = 0$ 'dır. Bu alanlar, dejenere minumumlar çemberine teğet ve radyal doğrultulardaki salınımları ölçerler. Yeni alan cinsinden lagranjiyen;

$$\begin{aligned} \Lambda &= \frac{1}{2} \left[\partial^\mu \chi_1 \partial_\mu \chi_1 - (-2\mu^2) \chi_1^2 \right] + \frac{1}{2} \partial^\mu \chi_2 \partial_\mu \chi_2 \\ &\quad - \frac{\lambda}{16} (\chi_1^2 + \chi_2^2) (4v\chi_1 + \chi_1^2 + \chi_2^2) - \frac{1}{4} \mu^2 v^2 \end{aligned} \quad (2.73)$$

Sonuç olarak, (2.73) ile verilen lagranjiyende χ_1 alanı kütle kazanırken, χ_2 alanı kütesiz kalmıştır. Global simetrilerin kendiliğinden kırılması durumunda açığa çıkan bu kütesiz parçacıklara *Nambu-Goldstone* bozonları denir.

Global abelyen simetriler için yaptığımız incelemeyi global abelyen olmayan durumlara genelleştirelim. $j=1,...,n$ olmak üzere reel n tane skaler alandan oluşan ϕ alanını düşünelim.

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \vdots \\ \phi_n \end{pmatrix} \quad (2.74)$$

Bu sistemi tanımlayan lagranjiyen,

$$\Lambda = \frac{1}{2} \partial^\mu \phi^j \partial_\mu (\phi^j)^T - \frac{1}{2} \mu^2 \phi^j (\phi^j)^T - \frac{\lambda}{16} [\phi^j (\phi^j)^T]^2 \quad (2.75)$$

ile verilir. ϕ alanının bileşenleri birbirlerine ortogonal dönüşümlerle dönüşürler. Bu nedenle lagranjiyen için invaryant (değişmez) grup $O(n)$ grubudur. Grubun, $\frac{1}{2}n(n-1)$ adet jeneratörü vardır. $\lambda > 0$ ve $\mu^2 < 0$ için potansiyel enerjinin dejenere minumumları kümesi

$$\sum \phi^j (\phi^j)^T = |\phi|^2 = -\frac{4\mu^2}{\lambda} \quad (2.76)$$

koşulunu sağlar. Eğer ϕ^j , ϕ sütun vektörünün bir bileşeni olarak düşünülürse, (2.76) denklemi ile verilen minumum koşulu, vektörün doğrultusu keyfi olacak şekilde vektörün büyüklüğünü sabitler. Taban durumu için bir seçim;

$$\phi_{\text{taban}} = \langle \phi \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ v \end{pmatrix} \quad (2.77)$$

şeklinde olur. Vakum simetrisi, v ' yi değişmez bırakacak bütün dönmeleri içerir. Bu vakum durumu, $O(n)$ grubunun aşikar olmayan bir alt grubu $O(n-1)$ altında değişmez kalır. $O(n-1)$ grubu, n . alanı diğer alanlar ile karıştırmaz. $O(n-1)$ alt grubunun jeneratör sayısı ise, $\frac{1}{2}(n-1)(n-2)$ ile verilir.

$$\chi = \phi - v \quad (2.78)$$

şeklinde yeni alan tanımlanabilir. Burada $|v|^2 = -4\mu^2 / \lambda$ ile verilir. Lagranjiyen yeni alan cinsinden yazılırsa,

$$\begin{aligned} \Lambda = & \frac{1}{2} \left[\partial^\mu \chi^j \partial_\mu \chi^j - \frac{1}{2} \lambda v^j v^k \chi^j \chi^k \right] \\ & - \frac{\lambda}{16} (\chi^T \chi) [4(\chi^T v) + (\chi^T \chi)] - \frac{1}{4} \mu^2 v^2 \end{aligned} \quad (2.79)$$

elde edilir. Denklem (2.79)' da kütle terimleri açık değildir ancak ikinci terimden elde edilir. Burada, $O(n)$ grubu ve alt grubun jeneratörlerinin farkı, kırılan jeneratör sayısını verir. Bu sayı ise, kütsüz kalan skaler bozonların sayısına eşittir. Özet olarak, global abelyen olmayan simetrilerin kendiliğinden kırılması sonucu, kırılan her bir jeneratöre karşılık bir tane kütsüz skaler Nambu-Goldstone bozonu açığa çıkar.

2.4.2 Yerel simetrilerin kendiliğinden kırılması ve Higgs mekanizması

Yüklü skaler alanlar için $U(1)$ ayar dönüşümlerini dikkate alalım. Daha önce kesim 2.2.2' de bahsedildiği gibi, yerel ayar değişmezliği için ∂^μ türev ifadeleri $D^\mu = \partial^\mu + iqA^\mu$

kovaryant türevleri ile değiştirilip, lagranjiyene $-\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu}$ terimi ekleniyordu. Bu şekilde elde edilen lagranjiyen

$$\Lambda = D^\mu \phi D_\mu \phi^* - \mu^2 \phi \phi^* - \frac{\lambda}{4} (\phi \phi^*)^2 - \frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} \quad (2.80)$$

biçimindedir ve yerel abelyen ayar dönüşümleri

$$U(\theta) = e^{-iq\alpha(x)} \quad (2.81)$$

altında değişmez kalır. Bu dönüşümler altında skaler alan ve ayar alanının dönüşümü

$$\phi(x) \rightarrow \phi'(x) = e^{-iq\alpha(x)} \phi(x) \quad (2.82)$$

$$A_\mu(x) \rightarrow A'_\mu(x) = A_\mu(x) + \partial_\mu \alpha(x) \quad (2.83)$$

şeklinde. (2.80) denklemi ile verilen lagranjiyene göre A_μ kütlesiz ayar bozonudur.

$\lambda > 0$ ve $\mu^2 < 0$ için potansiyel enerjinin minumumları

$$|\phi|^2 = -2\mu^2 / \lambda \quad (2.84)$$

koşulunu sağlarlar. $v = \sqrt{-4\mu^2 / \lambda}$ olmak üzere, bu minumlar içerisinde taban durumu

$$\phi_{taban} = \langle \phi \rangle = \frac{v}{\sqrt{2}} \quad (2.85)$$

olarak seçildiğinde yerel abelyen simetri kırılmış olur. η ve χ reel skaler alanlar olmak üzere

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} [v + \eta(x) + i\chi(x)] \quad (2.86)$$

değişken değiştirmesi yapılarak lagranjiyen yeniden yazılırsa

$$\begin{aligned} \Lambda = & \frac{1}{2} \partial^\mu \eta \partial_\mu \eta + \frac{1}{2} \partial^\mu \chi \partial_\mu \chi - \mu^2 \eta^2 + \frac{q^2 v^2}{2} A_\mu A^\mu - qv A_\mu \partial^\mu \chi + \frac{1}{2} q^2 \eta^2 A_\mu A^\mu \\ & - \frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} - vq^2 \eta A_\mu A^\mu + \dots \end{aligned} \quad (2.87)$$

elde edilir. Burada, $\frac{q^2 v^2}{2} A_\mu A^\mu$ terimine göre A^μ alanı kütle kazanmıştır. (2.80) denklemi ile verilen başlangıçtaki lagranjiyende, 2 tanesi ϕ kompleks skaler alanından 2 tanesi de kütesiz A^μ alanından gelmek üzere toplam serbestlik derecesi sayısı dördür. (2.87) ile verilen yeni lagranjiyende ise η ve χ reel skaler alanları ile bir adet kütleli vektör (ayar) alanı bulunmaktadır ve toplam serbestlik derecesi sayısı beştir. Dolayısıyla fazladan bir serbestlik derecesi kazanılmıştır. Yerel ayar dönüşümleri için ϕ alanının fazı tamamen keyfidir. Bu nedenle $\alpha(x)$ dönüşüm parametresindeki herhangi bir değişim, Λ' yi aynı bırakacak şekilde A^μ üzerine uygun bir dönüşümle karşılanabilir (Aitchison and Hey 2004). Ayar değişmezliğini sağlayacak şekilde, özel bir ayar seçilerek fiziksel olmayan serbestlik derecesi kaldırılabilir. η ve χ alanlarının dönüşümleri daha karmaşık görünmektedir.

$$\begin{aligned} \eta(x) & \rightarrow \eta'(x) = (v + \eta(x)) \cos(q\alpha) + \chi(x) \sin(q\alpha) - v \\ \chi(x) & \rightarrow \chi'(x) = \chi(x) \cos(q\alpha) - (v + \eta(x)) \sin(q\alpha) \end{aligned} \quad (2.88)$$

Dönüşüm parametresinin,

$$\alpha(x) = \frac{1}{q} \tan^{-1} \left(\frac{\chi}{v + \eta} \right) \quad (2.89)$$

şeklinde seçilmesiyle χ' alanı tamamen ortadan kaldırılarak, η' ve A'^{μ} alanlarının kalması sağlanabilir. Dönüşmüş alanların $\eta' \equiv h$ ve $A'^{\mu} \equiv A^{\mu}$ şeklinde yeniden tanımlanmasıyla

$$\begin{aligned} \Lambda &= \frac{1}{2} \left[\partial_{\mu} h \partial^{\mu} h + 2\mu^2 h^2 \right] - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{1}{2} (qv)^2 A_{\mu} A^{\mu} \\ &= \frac{1}{2} q^2 A_{\mu} A^{\mu} h(h + 2v) - \frac{\lambda}{16} h^3 (h + 4v) - \frac{1}{4} \mu^2 v^2 \end{aligned} \quad (2.90)$$

lagranjiyeni elde edilir. Bu biçimi ile lagranjiyen, kütleli vektör bozonu A^{μ} ile reel skaler, kütleli h alanı arasındaki etkileşimleri tanımlar. Başlangıçta kütesiz olan ayar alanının yerel ayar simetrisinin kırılmasından sonra kütle kazanmasına *Higgs mekanizması* denir. Buna göre, ayar alanları teoriden kaybolan Goldstone bozonlarını yutarak kütle kazanırlar, Goldstone bozonları ayar alanlarının boyuna bileşeni olarak karşımıza çıkar. SM' ye göre Higgs mekanizması, $W^{\pm}$ ve Z bozonlarının kütle kazanmasından sorumludur.

2.4.3 SU(2) × U(1) simetrisinin kırılması

Bu kesimde, SM' nin elektro zayıf teorisi için gerekli olan yerel abelyen olmayan simetrilerin kırılması incelenecektir. Sonuçta, zayıf etkileşmelerle ilişkili olarak kütleli üç vektör bozonu ve elektromanyetik etkileşmelerden sorumlu kütesiz foton alanı elde edebilmek için 3+1=4 adet bağımsız skaler alana ihtiyaç vardır. En basit seçim (minimal SM olarak da adlandırılır), biri yüklü ve diğeri yüksüz olmak üzere iki kompleks skaler alanı bir eş ikili içine yerleştirmektir.

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \quad (2.91)$$

Yerel ayar dönüşümleri altında ϕ alanı,

$$SU(2) : \phi \rightarrow \phi' = \exp \left[-i \vec{\tau} \cdot \hat{\theta}(x) / 2 \right] \phi \quad (2.92)$$

$$U(1) : \phi \rightarrow \phi' = \exp \left[-i I \alpha(x) / 2 \right] \phi \quad (2.93)$$

şeklinde dönüşür. Burada $\vec{\tau}$ pauli matrislerini, I da birim matrisi göstermektedir. Skaler alan için ayar değişmez lagranjiyen,

$$\Lambda_s = (D_\mu \phi)^\dagger (D^\mu \phi) - \mu^2 \phi^\dagger \phi - \lambda (\phi^\dagger \phi)^2 \quad (2.94)$$

biçimindedir. $SU(2)$ grubu için ayar alanı $\vec{W}_\mu$ ve bağlaşım parametresi g ; $U(1)$ grubu için de ayar alanı B_μ ve bağlaşım parametresi g' olmak üzere kovaryant türev

$$D_\mu = \partial_\mu - ig \vec{W}_\mu \cdot \frac{\vec{\tau}}{2} - ig' B_\mu \frac{Y}{2} \quad (2.95)$$

ile verilir. Simetriyi, kırarak sıfırdan farklı vakum beklenen değeri

$$\langle \phi \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ v / \sqrt{2} \end{pmatrix} \quad (2.96)$$

şeklindedir. Bu denkleme göre, vakum “ $U(1) + SU(2)$ izospinin üçüncü bileşeni ” birleşik dönüşümü altında değişmez kalır (Aitchison and Hey 2004). Burada, ϕ^+ ve ϕ^0 kompleks skaler alanları ξ_1 , ξ_2 , ξ_3 ve h reel skaler alanları cinsinden

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} = \exp\left(\frac{i}{2v} \xi_i \tau_i\right) \begin{pmatrix} 0 \\ v + h \end{pmatrix} \quad (2.97)$$

şeklinde ifade edilebilir. Bu dört adet reel skaler alanın vakum beklenen değeri sıfırdır. Fiziksel olmayan alanları ortadan kaldırmak, fiziksel parçacık spektrumunu ve etkileşmelerini görebilmek için *üniter ayar* kullanılır. Kullanılacak üniter dönüşüm,

$$U = \exp\left(-\frac{i}{2v} \xi_i \tau_i\right) \quad (2.98)$$

biçimindedir. Bu üniter dönüşüm uygulandıktan sonra

$$\phi' = \phi = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(v + h) \end{pmatrix} \quad (2.99)$$

dönüşmüş alan elde edilir. Bu alan, (2.94) denklemi ile verilen lagranjiyende kinetik terimde kullanılırsa Higgs alanının ayar bozonlarına bağlaşımı bulunur.

- Ayar bozonlarının Higgs alanı ile bağlaşimleri:

Kovaryant türevin ikinci terimini,

$$\vec{W}_\mu \cdot \vec{\tau} = W_\mu^1 \tau_1 + W_\mu^2 \tau_2 + W_\mu^3 \tau_3 \quad (2.100)$$

biçiminde açıkça yazalım.

$$\begin{aligned}
(D_\mu \phi) &= \begin{pmatrix} \partial_\mu - \frac{i}{2}(gW_\mu^3 + g'YB_\mu) & -i\frac{g}{2}(W_\mu^1 - iW_\mu^2) \\ -i\frac{g}{2}(W_\mu^1 + iW_\mu^2) & \partial_\mu - \frac{i}{2}(-gW_\mu^3 + g'YB_\mu) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+h}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} -i\frac{g}{2}(W_\mu^1 - iW_\mu^2)\frac{v+h}{\sqrt{2}} \\ \{\partial_\mu - \frac{i}{2}(-gW_\mu^3 + g'YB_\mu)\}\frac{v+h}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{2.101}$$

$$(D^\mu \phi)^\dagger = \begin{pmatrix} i\frac{g}{2}(W_\mu^1 + iW_\mu^2)\frac{v+h}{\sqrt{2}} & \{\partial_\mu + \frac{i}{2}(-gW_\mu^3 + g'B_\mu)\}\frac{v+h}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \tag{2.102}$$

elde edilir. Bu ifadelerde yüklü zayıf akımları tasvir edebilmek için,

$$W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 \mp W_\mu^2) \tag{2.103}$$

tanımlaması yapılırsa, kinetik terim

$$(D_\mu \phi)(D^\mu \phi)^\dagger = \frac{g^2}{4} \frac{v^2}{2} W_\mu^+ W_\mu^- + \frac{1}{4} \frac{v^2}{2} (-gW_\mu^3 + g'B_\mu)^2 + \dots \tag{2.104}$$

elde edilir. Matematiksel W_μ^3 ve B_μ alanları, kütesiz foton alanını ve kütleli Z alanını oluşturmak üzere karışırlar.

$$A_\mu = B_\mu \cos \theta_W + W_\mu^3 \sin \theta_W \tag{2.105}$$

$$Z_\mu = -B_\mu \sin \theta_W + W_\mu^3 \cos \theta_W \tag{2.106}$$

A_μ ve Z_μ alanları fiziksel alanlardır ve sırasıyla foton ve Z bozonu alanlarına karşılık gelirler. θ_W , *zayıf karışım açısı* olarak adlandırılır.

$$\cos \theta_W = \frac{g}{\bar{g}} \quad \sin \theta_W = \frac{g'}{\bar{g}} \quad (2.107)$$

şeklindedir. Burada $\bar{g} = \sqrt{g^2 + g'^2}$ şeklinde tanımlanmaktadır. Denklem (2.104)' te ilk terimden W bozonu için kütle terimi

$$\frac{1}{2} m_W^2 = \frac{g^2}{4} \frac{v^2}{2} \Rightarrow m_W = \frac{gv}{2} \quad (2.108)$$

olarak elde edilir. Denklem (2.104)' te ikinci terim $\bar{g}^2$ ile çarpılıp bölünürse,

$$\frac{(g^2 + g'^2)}{4} \frac{v^2}{2} Z^\mu Z_\mu$$

terimi elde edilir. Buradan faydalananarak Z bozonunun kütlesi

$$\frac{1}{2} m_Z = \frac{(g^2 + g'^2)}{4} \frac{v^2}{2} \Rightarrow m_Z = \frac{\sqrt{(g^2 + g'^2)} v}{2} \quad (2.109)$$

şeklinde bulunur. W ve Z nin kütlelerin oranı zayıf karışım açısının kosinüsünü verir.

$$\frac{m_W}{m_Z} = \frac{gv/2}{\sqrt{(g^2 + g'^2)}v/2} = \cos \theta_W \quad (2.110)$$

Lagranjiyende $(B_\mu \cos \theta_W + W_\mu^3 \sin \theta_W)^2$ içeren bir terim olmadığından foton alanı için

$$m_A = 0 \quad (2.111)$$

sonucu elde edilir.

- Ayar bozonlarının öz bağlaşımları:

$SU(2)$ ve $U(1)$ ayar alanları için, ayar değişmez terimler

$$L_{GB} = -\frac{1}{4} \vec{W}_{\mu\nu} \cdot \vec{W}^{\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} \quad (2.112)$$

şeklinde yazılır. Bu terim, $W^\pm$, Z ve γ kinetik enerjilerini ve öz etkileşmelerini tanımlar. Burada

$$B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu \quad (2.113)$$

$$W_{\mu\nu}^j = \partial_\mu W_\nu^j - \partial_\nu W_\mu^j + g\epsilon^{jkl} W_\mu^k W_\nu^l \quad (2.114)$$

biçimindedir.

- Ayar bozonlarının leptonlara bağlaşımları

Leptonların ayar alanları ile etkileşmelerini içeren lagranjiyen

$$L_l = \bar{\Psi}_L i\gamma^\mu D_\mu^L \Psi_L + \bar{\Psi}_R i\gamma^\mu D_\mu^R \Psi_R \quad (2.115)$$

şeklindedir. Kovaryant türevler,

$$D_\mu^L = (\partial_\mu - i\frac{1}{2}g\vec{\tau} \cdot \vec{W}_\mu - i\frac{1}{2}g'Y_L B_\mu) \quad (2.116)$$

$$D_\mu^R = (\partial_\mu - i\frac{1}{2}g'Y_R B_\mu) \quad (2.117)$$

olarak verilir. (2.116) ve (2.117) denklemleri, verilen lagranjiyede kullanılırsa, elektron ve nötrinosu için kinetik terimler

$$\bar{\Psi}_L i\gamma^\mu \partial_\mu \Psi_L + \bar{\Psi}_R i\gamma^\mu \partial_\mu \Psi_R = \bar{\nu}_L i\gamma^\mu \partial_\mu \nu_L + \bar{e} i\gamma^\mu \partial_\mu e \quad (2.118)$$

olarak yazılabilir. Yüklü akım bağlaşımları,

$$L_l^{cc} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \bar{\Psi}_L \gamma^\mu (W_\mu^+ \tau_+ + W_\mu^- \tau_-) \Psi_L \quad (2.119)$$

şeklinde elde edilir. Burada $\tau_\pm = \frac{1}{2}(\tau_1 \pm i\tau_2)$ olarak tanımlanır. Fiziksel A_μ ve Z_μ alanlarının tanımları kullanılırsa, yüksüz akım bağlaşımları ise

$$L_l^{nc} = -e \bar{\Psi}_L \gamma^\mu \left[\frac{1}{2}(\tau_3 - Y) A_\mu - \frac{1}{2}(\tan \theta_W Y + \cot \theta_W \tau_3) Z_\mu \right] \Psi_L \quad (2.120)$$

olarak elde edilir. Burada g_e , $g_e = g \sin \theta_W = g' \cos \theta_W$ şeklinde tanımlanan elektromanyetik bağlanma sabitidir.

- Leptonların Higgs' e bağlaşımları:

Simetri kırılmasından sonra leptonlarla Higgs' in bağlaşımından dolayı leptonlar kütle kazanırlar. Bu bağlaşımlara *Yukawa bağlaşımları* denir. Higgs ile leptonlar arasındaki etkileşmeyi tanımlayan lagranjiyen

$$L_l^Y = -G_e \left[(\bar{\Psi}_L \phi) \Psi_R + \bar{\Psi}_R (\phi^\dagger \Psi_L) \right] \quad (2.121)$$

biçimindedir. ϕ ' nin sıfırdan farklı vakum beklenen değeri istenen bağlaşımları verecektir. Birinci aile leptonları için,

$$\begin{aligned}
L_l^Y &= -G_e \left[\bar{\Psi}_L \begin{pmatrix} 0 \\ (v+h)/\sqrt{2} \end{pmatrix} \psi_R + \bar{\Psi}_R \begin{pmatrix} 0 \\ (v+h)/\sqrt{2} \end{pmatrix} \Psi_L \right] \\
&= -\frac{G_e(v+h)}{\sqrt{2}} (\bar{e}_L e_R + \bar{e}_R e_L) \\
&= -\frac{G_e(v+h)}{\sqrt{2}} (\bar{e} e)
\end{aligned} \tag{2.122}$$

elde edilir. Elektron alanına göre karesel olan terim, elektronun kütle kazandığını gösterir. Elektron kütlesi

$$m_e = \frac{G_e v}{\sqrt{2}} \tag{2.123}$$

olarak elde edilir. Nötrino için Ψ_R kısmı olmadığından, nötrino kütesiz kalmaktadır.

2.5 Standart Modelin Sorunları

Parçacık fiziği ile ilgili pek çok şey SM çerçevesinde açıklanabilmektedir. Lorentz değişmezliği, üniterlik gibi genel ilkelerle uyumlu olduğundan ve renormalize edilebilir olduğundan SM' nin içeriği oldukça güçlüdür. SM' nin büyük başarısı elektromanyetik ve zayıf etkileşimleri $SU(2)_L \times U(1)_Y$ ayar grubu altında birleştirmesidir. Bununla birlikte, SM' nin öngörülleri deneylerden elde edilen verilerle çok büyük hassaslık mertebelerinde doğrulansa da, SM tarafından açıklanamayan sorular vardır. Bu soruların başlıcaları, Higgs mekanizmasının orijini, parametre sayısının fazlalığı, aile sayısı, nötrino kütleleri, hiyerarşi problemi ve SM' nin birleşik bir teori olmamasıdır.

Higgs mekanizmasının orijini: SM, deneysel veriler olmadan bir parçacığın kütlesini tahmin edememektedir. Elektrozayıf simetrinin $(SU(2)_L \times U(1)_Y)$ simetrisi kırılması Higgs

alanı olarak adlandırılan skaler bir alanın tanıtılması ile açıklanmaktadır. SM' nin öngörüsü, fermiyonların ve ayar bozonlarının kütlelerini kuramsal Higgs parçacığı ile etkileşmelerinden almalarıdır. Ancak, parçacıkların kütle kazanmalarından sorumlu Higgs mekanizmasının orijini hakkında SM sessiz kalmaktadır. Burada skaler alan için yazılan potansiyel teriminde neden $\mu^2 < 0$ seçildiğinin sorusu SM ötesine dayanmaktadır. Ayrıca Higgs parçacığının henüz gözlenmemiş olması da önemli bir sorun oluşturur. Bu sorunlar, Higgs mekanizmasının, SM' de öngörülenden daha karmaşık olabileceği ya da $SU(2)_L \times U(1)_Y$ simetrisinin kırılmasının temelini skaler bir alana ihtiyaç duyulmadan başka mekanizmalarla açıklanabileceği gibi yeni fikirleri de beraberinde getirmektedir.

Parametre sayısının fazlalığı: Standart Model, kuarkların, yüklü leptonların, zayıf vektör bozonların ve Higgs parçacığının kütleleri, 3 adet karışım açısı, CP bozulumundan sorumlu 1 adet faz ve 3 adet bağlaşım sabiti gibi oldukça fazla sayıda parametreye sahiptir. Bu parametreler deneylerden ölçülerek teoriye eklenirler. Bu parametreleri az sayıdaki temel sabitlerden hesaplayarak parametre sayısını azaltacak matematiksel bir yapı SM çerçevesinde yoktur.

Aile sayısı: SM' de leptonlar ve kuarklar 3 aile oluşturacak şekilde sınıflandırılırlar. Aile sayısının neden 3 olması gerektiğini modelin kendisi söylemez. Ayrıca bir aile içindeki yapının diğer ailelerde tekrarlanması da SM tarafından açıklanamaz. Parçacık kütlelerindeki farklılık dışında bir aileyi diğerinden ayıran temel şeyin ne olduğu bilinmemektedir.

Nötrino kütleleri: SM çerçevesinde leptonik kuantum sayıları her bir lepton çeşni için ayrı ayrı korunmaktadır. Ayrıca nötrinolar kütsüz kabul edilmektedir. Ancak elde edilen son deneysel veriler, nötrinoların salınım yaptıklarına ve küçük de olsa bir kütleye sahip olduklarına işaret etmektedir. Dolayısıyla SM, nötrino salınımları ve kütleleri için bir açıklama yapamamaktadır.

SM birleşik bir teori değil: Elektromanyetik ve zayıf kuvvetler SM çerçevesinde birleştirilirken güçlü kuvvet bu birleşmeye dahil edilememiştir. Bu üç kuvvetin birleştirilmesinde önemli nokta, güçlü, zayıf ve elektromanyetik etkileşmelerin bağlanma sabitlerinin tek bir bağlanma sabiti şeklinde ifade edilebileceği bir enerji ölçeğinin bulunmasıdır. Böyle bir birleşmenin $\sim 10^{15}$ GeV mertebesinde M_{GUT} olarak adlandırılan bir enerji ölçeğinde olacağına inanılıyor. Bu noktada, bu birleşmeyi SM çerçevesinde incelenmeyen kütle çekim kuvvetini de içerecek şekilde genişletilmesi fikri doğar. Dört temel kuvvetin tek kuvvet şeklinde birleşebileceği enerji ölçeği ise *Plank ölçeği* (M_{Pl}) olarak adlandırılır. Bu ölçek $\sim 10^{19}$ GeV mertebesindedir.

Hiyerarşi problemi: Elektrozayıf enerji ölçeği ($\sim 10^2$ GeV) ile M_{GUT} ya da M_{Pl} arasındaki farkın oldukça büyük olması *hiyerarşi problemi* olarak adlandırılır. Bu enerji ölçekleri arasında kalan enerji sahasında ne tür bir fizik olduğu cevapsız kalan sorulardandır.

Bu sorular ve problemler SM' nin yanlış bir teori olduğu sonucunu gerektirmez. Daha ziyade, SM' nin parçacık fiziğinin nihai teorisi olmadığı, etkin bir teori olduğu fikrine götürür. Düşük enerji limiti olarak SM' yi kapsayacak şekilde daha temel modelin ne olacağının, gelecekte kurulacak yüksek enerjili çarpıştırıcılarla ve hassas ölçümlerle belirlenebileceği düşünülmektedir.

2.6 SM Ötesi Modeller

SM ötesinde yeni fiziğin ne olduğunu bulmak amacıyla, SM ötesi modeller olarak bilinen yeni modeller öngörülmüş ve bunlar üzerinde ayrıntılı çalışmalar yapılmıştır. Bu modellerden her biri SM ile açıklanamayan sorulardan bir ya da bir kaçını açıklar. Bu

modellerde, SM' de bulunmayan yeni parçacıklar ve yeni etkileşmeler yer alır. SM ötesi teorilerden bazıları, *büyük birleştirme teorileri (GUT)*, *süpersimetri (SUSY)*, *sicim teorisi* ve *kompozitlik* olarak sıralanabilir.

1970' li yılların başı ile beraber fizikçiler güçlü ve elektrozayıf etkileşmeleri birleştirme konusu üzerinde çalışmaya başlamışlardır. Büyük birleştirme teorileri (GUT) olarak bilinen bu teoriler, $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ grubunu, teorinin düşük enerji bölgesinden sorumlu bir alt grup olarak kapsayacak şekilde, güçlü ve elektrozayıf etkileşmeleri, tek bir G grubu altında birleştirmeye çalışan teorilerdir. Buna göre, elektromanyetik, zayıf ve güçlü etkileşmelerin bağlanma sabitlerinin tek bir bağlanma sabiti olarak tanımlanacağı bir enerji ölçeği büyük birleştirme ölçeği (M_{GUT}) olarak adlandırılır. q^2 ilgili süreçteki momentum aktarımı olmak üzere, zayıf ve güçlü etkileşmelerin bağlanma sabiti, q^2 ile logaritmik olarak azalır. Zayıf bağlanma sabiti, güçlü bağlanma sabitine göre daha yavaş azalır. Bununla birlikte, elektromanyetik bağlanma sabiti q^2 ile artar. Bu üç bağlanma sabitinin yaklaştığı ortak enerji ölçeğinin $M_{GUT} \sim 10^{15}$ GeV olduğu hesaplanmıştır. Ayrıca büyük birleştirme teorileri çerçevesinde, bilinen ayar bozonları dışında daha ağır ayar bozonları da beklenmektedir.

Kuantumlu alan teorisine göre, korunum yasaları bir ayar değişmezliği ve buna karşılık gelen uzun menzilli, kütesiz bir alanın varlığı ile ilişkilidir. Buna göre baryon veya lepton sayısı korunumu ile ilgili bir alanın varlığı bilinmemektedir. Bu nedenlerle pekçok GUT senaryosu, B (baryon sayısı) ve L (lepton sayısı)' nin korunmadığı süreçleri öngörür. Bu süreçlerden bazıları, proton bozunumu ($\Delta B \neq 0$ ve $\Delta L \neq 0$), nötron-antinötron veya döteron-pion salınımları ($\Delta B = 2$ ve $\Delta L = 0$), nötrinolar sadece sonlu kütleyle sahip olduklarında gözlenebilecek olan nötrino salınımları ($\Delta L \neq 0$) süreçleridir (Leader and Predazzi 1996). Buna göre SM' nin sorunlarından biri olan nötrino salınımları büyük birleştirme teorileri ile cevap bulabilir.

$SU(2)$, $SU(3)$ ve $U(1)$ ayar gruplarını global bir ayar simetrisini içerecek şekilde birleştirmenin pek çok yolu vardır. $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ grubunu alt grup olarak içerecek minimal ayar grubununun $SU(5)$ olduğu (Georgi and Glashow 1974) söylenmiştir. Bu model bilinen fermiyonları çoklular içinde sunar. En küçük çokluda 5 eleman vardır. Bu çoklularda kuarklar leptonlara ve kuarklar antikuarklara, yükleri sırasıyla $-1/3$ ve $-4/3$ olan yaklaşık 10^{15} GeV kütleli X ve Y bozonları aracılığı ile dönüşür. $SU(5)$ çerçevesinde, protonun ortalama yaşam süresi (τ_p) ve $\sin^2 \theta_W$ ölçülebilir. $SU(5)$ ' te proton için baskın bozunum kanalı $p \rightarrow e^+ \pi^0$ olmak üzere $\tau_p \sim 10^{27}$ yıl olarak bulunmuştur. Bununla birlikte deneysel verilerden bu değerin $\sim 10^{31}$ yıl olduğu sonucu elde edilmiştir. Bu nedenle minimal grup olarak $SU(5)$ dışarılanmıştır. $SU(5)$ dışındaki diğer gruplar $SO(10)$ ve E_6 ' dır.

SM' ye göre, bir fermiyon ile bir bozon aynı eş çokluda yer alamazlar. *Süpersimetrik* teoriler ise, bir fermiyon ve bir bozonu aynı eş çokluya koyarak aralarında bir simetri kurar. Herhangi bir süpersimetrik modelde, en az bir fermiyon ve bir bozon aynı ayar kuantum sayısına sahip olacak şekilde bir eş çokluya yerleştirilmelidir (Wess and Zumino 1974). Bu modellerde, SM parçacıklarının süper eşleri yer almaktadır. Süper eşlerin spinleri, SM parçacıklarının spinlerinden $\frac{1}{2}$ kadar farklıdır. Buna göre, kuark ve leptonların süper eşleri spin-0 olan *skuarklar* ve *sleptonlar*; foton, W , Z , gluon ve Higgs' in süper eşleri ise sırasıyla spin-1/2 "*fotino*", "*wino*", "*zino*", "*gluino*" ve "*Higgsino*" olarak adlandırılan süper parçacıklardır. Süper parçacıklar şimdiye kadar gözlenmediği için kütlelerinin TeV bölgesinde olması beklenmektedir.

Diğer tüm temel simetriler gibi, süpersimetri de bir yerel ayar simetrisidir. İki tane yerel SUSY dönüşümü, uzay-zamana bağlı bir parametre ile verilen bir ötelemeye eş değerdir. Bu genel bir koordinat dönüşümüdür. Bu şekilde, kütleçekimini de içerecek şekilde süpersimetrinin genişletilmiş haline *süper kütleçekimi* (*SUGRA*) denir.

SUSY teorilerinin, kütleler ve bağlaşımlar arasındaki koşullardan dolayı teorideki ıraksaklık derecelerini azaltma, hiyerarşi problemine cevap verebilme gibi önemli özellikleri vardır.

Sicim teorisi ise, doğadaki bütün kuvvetlerin birleşik teorisi için mükemmel bir adaydır. Sicim teorisi kuantumlu bir teoridir, ayrıca kütle çekimini de içerdiği için kütle çekimi etkileşmelerinin de kuantumlu teorisidir. Sicim teorisine göre, her bir parçacık, temel, mikroskobik bir sicimin özel bir titreşim moduna karşılık gelecek şekilde tanımlanmıştır. Sicimin farklı titreşim modları farklı parçacıklara karşılık gelmektedir. Sadece bir tek sicim olduğundan ve her bir parçacık onun titreşimlerinden açığa çıktığından, tüm parçacıklar hep birlikte bir tek teori tarafından kapsanırlar (Zwiebach 2004). Sicim teorisine göre, sicimlerin boyutunun 10^{-33} cm olduğu ve bütün uzay-zamanın bu sicimlerle dolu olduğu düşünülür. Uzay-zaman boyutu 10 ile sabitlenmiştir. Bizim algıladığımız 3 uzay ve 1 zaman boyutundan başka 6 uzay boyutu yoğunlaşarak kapanmıştır.

Sicim teorisinin başarıları kütle çekimi kuvvetini diğer kuvvetler ile birleştirmesi, bilinen tüm parçacıkları bir tek sicimden elde ederek temel parçacık ve parametre sayısını azaltmasıdır.

2.6.1 Kompozit Modeller

Kompozit modellerde SM' de temel (iç yapısız) olarak kabul ettiğimiz kuark ve leptonların bir iç yapıya sahip oldukları, *preon* adı verilen daha temel parçacıkların bağlı durumları oldukları öngörülür. SM' de kuark ve leptonlar 3 aile şeklinde sınıflandırılmaktadır. Bir aile içindeki yapı diğer ailelerde de karşımıza çıkmaktadır. Ailelerin birbirini tekrarlaması, fermiyonların kütle spektrumundaki hiyerarşi, kuark ve leptonların zayıf etkileşmelerde benzerlik göstermesi ve SM çerçevesinde temel olarak adlandırdığımız parçacık sayısının fazla oluşu, kuark ve leptonların kompozit yapılar olabileceğini düşündürmektedir.

Kuark ve lepton kompozitliği için gözlenebilir etkilerden bazıları, anomal manyetik momentlerin SM tahminlerinden sapması, yüklü zayıf akımların V-A formundan sapmaları ve uyarılmış durumların varlığı şeklinde sıralanabilir (Terazawa *et al.* 1982). Kuark ve leptonların mümkün iç yapıları için en ikna edici kanıt, kuark ve lepton taban durumları üzerinde yer alan uyarılmış durumların varlığıdır (Baur *et al.* 1990). Buna göre bilinen lepton ve kuarklar taban durumu olmak üzere, taban durumu üzerinde yer alan uyarılmış durumların geniş bir spektrumunu beklenir.

Kompozit modellerde preonlar, lepton ve kuarkların alt bileşenleri olan noktasal parçacık olarak ele alınırlar. Böyle bir alt bileşen fikri ilk olarak 1974 yılında Jogesh Pati ve Abdus Salam tarafından (Pati and Salam 1974) ortaya atılmıştır. Pati, Salam ve Strathdee' nin bir yıl sonra yaptıkları çalışmalarında bu alt bileşenlere “pre” ismi verilmiştir (Pati *et al.* 1975). Daha sonra preonik modellerle ilgili çalışmalar sürmüştür. Preonik modellerin ayrıntılı incelemesi D' Souza ve Kalman (1992) tarafından verilmiştir. Bu modellerden bazıları şu şekildedir:

Fritzsch-Mandelbaum (Haplon) Modeli: Fritzsch ve Mandelbaum (1981) tarafından önerilen bu modele göre leptonlar, kuarklar ve zayıf etkileşmelerin aracı parçacıkları kompozit parçacıklar olarak ele alınmaktadır. Bu modele göre zayıf etkileşmelerin bir ayar teorisi olmadığı, lepton ve kuark iç yapısına bağlı olan artık bir etki olduğu düşünülmektedir. Ayrıca bu modele göre, kütleleri elde etmek için kendiliğinden simetri kırılmasına ihtiyaç duyulmamaktadır. Kuark, lepton ve ağır bozonları oluşturan bu alt bileşenlere Yunanca' da “basit” anlamına gelen *haplon* kelimesi kullanılmıştır. Kuark ve leptonları oluşturabilmek üzere 2 tane fermiyonik, 2 tane de bozonik haplon önerilmiştir. Fermiyonik ve bozonik haplonlar için kuantum sayıları Çizelge 2.4' te verilmiştir.

Çizelge 2.4 Fermiyonik ve bozonik haplonların kuantum sayıları

Haplon	Elektrik yükü	Renk	Spin	Hiper renk
α	-1/2	3	1/2	$+1n$
β	+1/2	3	1/2	$+1n$
x	-1/6	3	0	$-1\bar{n}$
y	+1/2	$\bar{3}$	0	$-1\bar{n}$

Haplonların “*hiper renk*” olarak da adlandırılan süper güçlü bir kuvvetle bağlandığı düşünülmektedir. Bu kuvvet $SU(n)$ kuvveti olabilir. Kütlelerin de bu kuvvet tarafından üretildiği düşünülmektedir. Bu kuvvetin dinamiği kuantum haplodinamiği (QHD) ile gösterilir. QHD’ nin de bir ayar teorisi olduğu düşünülür. Kuarklar, leptonlar ve ağır vektör bozonları QHD’ ye göre tekliler şeklindedirler. Birinci aile fermiyonları

$$u = (\bar{\alpha}\bar{x})_3, d = (\bar{\beta}\bar{x})_3$$

$$\nu_e = (\bar{\alpha}\bar{y})_1, e = (\bar{\beta}\bar{y})_1$$

şeklinde elde edilirler. Haplon modeline göre pek çok yeni egzotik kuark ve lepton da beklenmektedir. Bu egzotik parçacıkların kütlelerinin daha ağır olduğu düşünülmektedir. Haplon modeline göre sadece ilk fermiyonik aile dikkate alınmıştır. Diğer aileler birinci ailenin uyarılmış durumları olarak ele alınırlar.

Harari-Seiberg-Shupe (rishon) modeli: Bu modele göre kuarkların ve leptonların 3 preondan oluştuğu varsayılır (Harari 1979, Shupe 1979, Harari and Seiberg 1982). Bu modelde sadece fermiyonik preonlar yer alır. T ve V olarak adlandırılan bu preonlara İbranice “temel” anlamına gelen *rishon* denir. Rishonlar için kuantum sayıları Çizelge 2.5’ te verilmiştir. Her bir rishona karşılık bir de antirishon (t ve ν) bulunmaktadır.

Çizelge 2.5 Rishon modelinde kuantum sayıları

Rishon	Elektrik yükü	Renk	Hiper renk
T	$e/3$	3	3
V	0	3	$\bar{3}$

Pozitron ve elektron nötrinosu rishon modeline göre sırasıyla $e^+ = TTT$ ve $\nu_e = VVV$ olarak yazılır. u -kuarkın üç rengi TTV , TVT ve VTT olarak, d -kuarkın 3 rengi ise TVV , VTV ve VVT olarak yazılır. Bu modele göre $W^+ = TTTVVV$ şeklindedir. Rishon modeline göre ikinci ve üçüncü lepton ve kuark aileleri de ilk ailenin uyarımı olarak ele alınır.

Terazawa-Akama-Chikashige (WCH) modeli: İlk olarak Akama ve Terazawa (1976), sonra da Terazawa, Chikashige ve Akama (Terazawa *et al.* 1977) kuarkların, 3 adet spin-1/2 w_i ($i=1,2$), h_i ($i=1,2,\dots,N$) ve C_i ($i=1,2,3$) alt kuarklarından oluştuğu bir model önerdiler. Alt kuarkların isimlerinden dolayı bu modele WCH modeli de denir. w alt kuarkları w_L , w_{LR} ve w_{2R} sırasıyla ikili, tekli ve $SU(2)$ teklisi oluştururlar. h alt kuarkları, $SU(N)$ 'nin bilinmeyen bir H simetrisinin N -lisini oluştururlar. C alt kuarkları ise, $SU(3)$ renk simetrisinin üçlüsünü oluştururlar. Bu modele göre leptonlar, bir tane w bir tane h alt kuark ve bir de $SU(3)$ renk simetrisi altında tekli oluşturan ilave C_0 alt kuarkın bağlı durumudur. WCH modeline göre, birinci aile leptonları ve kuarkları

$$e = (w_2 h_1 C_0), \quad \nu_e = (w_1 h_1 C_0)$$

$$u_i = (w_1 h_1 C_i), \quad d_i = (w_2 h_1 C_i)$$

olarak elde edilir. Burada i , renk yükünü göstermektedir. Bu modele göre diğer aileler de w , h ve C alt kuarkları cinsinden elde edilebilirler.

Preon üçlüsü (trinity) modeli: Bu modele göre, leptonlar, kuarklar ve ağır vektör bozonları kompozit parçacıklar olarak düşünülürler. Preon üçlüsü modelinde spin-1/2 olan, α, β ve δ preonları vardır (Dugne *et al.* 1998, 1999, 2002). Bu modele göre, kuark-antikuark durumları yoluyla nükleer kuvvetin sızıntı yapmasına benzer olarak preon-antipreon

durumlarının olabileceği, böylece, zayıf kuvvetin temel bir kuvvet olmaktan ziyade daha güçlü bir kuvvetin artığı olabileceği düşünülmektedir. Buna göre, parçacıklara kütle kazandırmak üzere Higgs mekanizmasına ihtiyaç duyulmaz.

Bu modele göre, süpersimetri spin-1/2 parçacıkların spin-0 süper eşlerinin olması gibi, her bir spin-1/2 preon için spin-0 anti-dipreon vardır. Spin-1/2 preonlar temel olarak alınırken, spin-0 anti-dipreon bağlı durumları temel değildir. Preon üçlüsü modeli için kuantum sayıları Çizelge 2.6’ da verilmiştir.

Çizelge 2.6 Preon üçlüsü modelinde kuantum sayıları

Elektrik yükü	$+e/3$	$-2e/3$	$+e/3$
Preon (spin-1/2)	α	β	δ
Anti-dipreon (spin-0)	$(\bar{\beta}\bar{\delta})$	$(\bar{\alpha}\bar{\delta})$	$(\bar{\alpha}\bar{\beta})$

Preon üçlüsü modeline göre leptonlar, preon ve dipreon bağlı durumu, kuarklar preon ve anti-dipreon bağlı durumu, ağır vektör bozonları da preon ve antipreon bağlı durumu olarak yazılırlar. Bu modele göre 3 tane yeni lepton ($\nu_{\kappa_1}, \nu_{\kappa_2}, \kappa^+$) ve 3 tane de yeni kuark (X, g, h) yer almaktadır. Bu modelde leptonik kuantum sayısı dipreon sayısına eşit olduğundan yeni leptonlar için dördüncü leptonik kuantum sayısına gerek yoktur ve tüm süreçler için leptonik kuantum sayısı korunmaktadır. Preon üçlüsü modeline göre lepton ve kuarkların spektrumu Çizelge 2.7’ de verilmiştir.

Çizelge 2.7 Preon üçlüsü modelinde leptonlar ve kuarklar

	$(\beta\delta)$	$(\alpha\delta)$	$(\alpha\beta)$	$(\bar{\beta}\bar{\delta})$	$(\bar{\alpha}\bar{\delta})$	$(\bar{\alpha}\bar{\beta})$
α	ν_e	μ^+	ν_τ	u	s	c

β	e^-	$\bar{\nu}_\mu$	τ^-	d	X	b
δ	ν_{κ_1}	κ^+	ν_{κ_2}	t	g	h

2.6.2 Kompozitlik ölçeği

Kompozitlik ölçeği Λ , kompozit bir sistemin onu oluşturan alt bileşenlere ayrılabilceği enerji ölçeği olarak tanımlanır. Kuark ve leptonların kompozit olduğu modellerde Λ , bu parçacıkların noktasal parçacık davranışlarından uzaklaştıkları enerji ölçeği olarak ele alınır. Bu enerji ölçeğinde kuarklar ve leptonlar arasında yeni etkileşmeler açığa çıkabilir. Bu etkileşmeler, Λ 'nın altındaki enerjilerde Λ 'nın ters kuvvetleri ile bastırılmıştır. Eğer kompozitlik ölçeği, çarpışan parçacıkların kütle merkezi enerjisinden çok büyük ise, kompozitliğin açığa çıktığı etkileşmeler 4-fermion kontakt etkileşmeleri olacaktır. En düşük boyuttan, elli-değişmez 4-fermion kontakt etkileşmesini tanımlayan lagranjiyen,

$$\Lambda = \frac{g^2}{2\Lambda^2} \left[\eta_{LL} \bar{\psi}_L \gamma_\mu \psi_L \bar{\psi}_L \gamma^\mu \psi_L + \eta_{RR} \bar{\psi}_R \gamma_\mu \psi_R \bar{\psi}_R \gamma^\mu \psi_R + 2\eta_{LR} \bar{\psi}_L \gamma_\mu \psi_L \bar{\psi}_R \gamma^\mu \psi_R \right] \quad (2.124)$$

ile verilir. Bu forma sahip olan etkin etkileşmeler kullanılarak Λ belirlenebilir. Anlaşmasal metod, yeni etkileşmelerin bağlaşım sabitini $g^2/4\pi = g^2(\Lambda)/4\pi = 1$ olarak seçip, $|\eta_{\alpha\beta}| = 1$ olacak şekilde katsayıları atamaktır (Eichten *et al.* 1983). Örneğin;

$$\begin{aligned} (\eta_{LL}, \eta_{RR}, \eta_{LR}) &= (\pm 1, 0, 0) \text{ için } \Lambda = \Lambda_{LL}^\pm \\ (\eta_{LL}, \eta_{RR}, \eta_{LR}) &= (0, \pm 1, 0) \text{ için } \Lambda = \Lambda_{RR}^\pm \\ (\eta_{LL}, \eta_{RR}, \eta_{LR}) &= (\pm 1, \pm 1, \pm 1) \text{ için } \Lambda = \Lambda_{VV}^\pm \\ (\eta_{LL}, \eta_{RR}, \eta_{LR}) &= (\pm 1, \pm 1, \mp 1) \text{ için } \Lambda = \Lambda_{AA}^\pm \end{aligned} \quad (2.125)$$

verilebilir. Kontakt etkileşmeler için kompozitlik ölçeği üzerine getirilen bazı üst sınırlar şu şekildedir:

$eeee$ etkileşmesi için, $\sqrt{s} = 192\text{-}208$ GeV' de ALEPH, DELPHI, OPAL ve L3 deneylerinden alınan verilerin birleşik analizi sonucu %95 güvenilirlik seviyesinde (CL) $\Lambda_{LL}^+ > 8.3$ TeV ve $\Lambda_{LL}^- > 10.3$ TeV olarak (Bourilkov 2001) elde edilmiştir.

$ee\mu\mu$ etkileşmesi için %95 CL' de, $\sqrt{s} = 189\text{-}209$ GeV' de ALEPH detektöründen elde edilen veriler sonucu $\Lambda_{LL}^- > 9.5$ TeV (Schael *et al.* 2007) ve $\sqrt{s} = 130\text{-}189$ GeV' de L3 detektöründen elde edilen veriler sonucu $\Lambda_{LL}^+ > 8.5$ TeV (Acciari *et al.* 2000) sınırlaması getirilmiştir.

$ee\tau\tau$ etkileşmesi için %95 CL' de, $\sqrt{s} = 189\text{-}209$ GeV (Schael *et al.* 2007) ve $\sqrt{s} = 130\text{-}207$ GeV' de (Abdallah *et al.* 2006) ALEPH detektöründen elde edilen veriler sonucu $\Lambda_{LL}^+ > 7.9$ TeV ve $\sqrt{s} = 130\text{-}207$ GeV' de OPAL detektöründen elde edilen veriler sonucu $\Lambda_{LL}^- > 7.2$ TeV (Abbiendi *et al.* 2004) olarak elde edilmiştir.

Lepton evrenselliği dikkate alınarak $llll$ kontakt etkileşmesi için, %95 CL' de, $\sqrt{s} = 189\text{-}209$ GeV' de ALEPH deney grubu tarafından $\Lambda_{LL}^- > 10.3$ TeV (Schael *et al.* 2007) ve $\sqrt{s} = 130\text{-}207$ GeV' de DELPHI deney grubu tarafından $\Lambda_{LL}^+ > 9.1$ TeV (Abdallah *et al.* 2006) sınırlamaları getirilmiştir.

$\mu\mu qq$ kontakt etkileşmesi için, $\mu^+\mu^-$ kütle dağılımının $\sqrt{s} = 1.8$ TeV' de $p\bar{p} \rightarrow \mu^+\mu^- X$ sürecinden alınmasıyla %95 CL' de CDF deney grubu tarafından $\Lambda_{LL}^+ > 2.9$ TeV ve $\Lambda_{LL}^- > 4.2$ TeV (Abe *et al.* 1997) sınırlaması getirilmiştir.

Elli değişmez etkileşmeler dikkate alınarak, $\mu^+ \rightarrow \bar{\nu}_\mu e^+ \nu_e$ sürecinden $l\nu l\nu$ etkileşmesi için %90 CL' de $\Lambda_{LR}^+ > 3.10$ TeV (Jodido *et al.* 1986) olarak elde edilmiştir.

$e\nu qq$ etkileşmesi için %95 CL' de CDF deney grubu tarafından $\Lambda_{LR}^+ > 2.81$ TeV (Affolder *et al.* 2001) sınırlaması getirilmiştir.

$qqqq$ etkileşmesi için, %95 güvenilirlik seviyesinde D0 deney grubu tarafından $\Lambda_{LL}^+ > 2.7$ TeV (Abbott *et al.* 1999) olarak elde edilmiştir. Burada, $\sqrt{s}=1.8$ TeV' de $p\bar{p}$ çarpışmalarında içsel (inclusive) dijet kütle spektrumundan sonuçlar alınmıştır.

2.6.3 Anomal manyetik momentler

Leptonların ve kuarkların manyetik momentlerinin SM' de tahmin edilen değerlerinden mümkün sapmalar, lepton ve kuark kompozitliği için açık bir kanıt olacaktır. Müon için $g-2$ deneylerinden elde edilen sonuçların KED ile uyuşması, Λ kompozitlik leği zerine koşullar koymayı sağlar (Shaw *et al.* 1980).

Dirac denklemi, spin-1/2 noktasal parçacık için jiromanyetik oranı $g=2$ olarak öngörür.

Buna göre, manyetik moment $\vec{M}_i = g_i \frac{e}{2m_i} \vec{S}$ ($i = e, \mu, \tau$) olmak üzere, leptonlar için $g_i = 2$

ile verilir. Anomal manyetik moment

$$a_i \equiv \frac{g_i - 2}{2} \quad (2.126)$$

olmak üzere a_i ile parametrize edilir. Bu nedenle, teori ve deneyin karşılaştırılması kuantum ilmek seviyesinde SM' yi test eder. a niceliği SM çerçevesinde kesin olarak

hesaplanabilir. a_e^{deney} değerinin SM tahminlerinden sapması, TeV mertebesine kadar ulaşabilecek bir kütle ölçeğinde yeni fizik için bir işaret olacaktır. Elektron için elde edilen deneysel anomal manyetik moment değeri (Amsler *et al.* 2008)

$$a_e^{deney} = 1159.6521811 \pm 0.0000007) \times 10^{-6} \quad (2.127)$$

müon için elde edilen değer (Amsler *et al.* 2008)

$$a_\mu^{deney} = 11659208.0(5.4) \times 10^{-10} \quad (2.128)$$

ve tau için anomal manyetik momente koyulan sınırlama da (Amsler *et al.* 2008)

$$-0.052 < a_\tau^{deney} < 0.013 (\%95 CL) \quad (2.129)$$

şeklindedir. Deneysel olarak elde edilen değerler ile SM öngörüsü arasındaki farklılığın yeni fizik etkilerinden geldiği varsayılarak, yeni fizik için gözlenebilirlik sınırları üzerine sınırlamalar getirilebilir. Leptonların jromanyetik değerleri için kesinlik ölçümleri mümkün lepton iç yapısı üzerine sınırlar koyar. Fermiyonların anomal manyetik momentlerinin, onların kompozit yapıları ile ilişkisi Brodsky' nin (1980) çalışmasında tartışılmıştır. Burada ilk olarak, fermiyonların daha ağır iç bileşenlerin bir bağlı durumu oldukları düşünülerek oldukça küçük bir uzaysal uzantıya sahip oldukları öngörülmüştür.

Anomal manyetik momente fermiyon kompozitliğinden gelecek katkının $\delta a \propto O(\frac{m_l}{m^*})$

şeklinde kütle oranlarına lineer bağımlı olacağı söylenmiştir. Burada m_l leptonun, m^* da iç bileşenlerin kütlelerini göstermektedir. Böyle bir modelde lepton öz enerjisine birinci mertebeden gelecek katkılar oldukça büyük olacaktır. Ancak, gözlenen lepton kütleleri daha küçüktür. Bu zorluğu ortadan kaldırmak için ikinci bir kütle limiti tanıtılmıştır. Brodsky' e (1980) göre, kompozit leptonlar için en basit modelde, leptonlar m_f kütleli yüklü bir fermiyon ile λ kütlelerine sahip nötral bir bozonun (vektör veya sanki-skaler) bağlı

durumu olarak ele alınmıştır. Gözlenen lepton kütlelerini sağlayabilmek için, $m_f^2 \ll \lambda^2$ şeklinde seçilmiştir. Elektromanyetik form faktörü hesabı için üçgen ilmek diyagramlarının hesabı sonucu, $\lambda^2 = m_f^2$ için nötral alt bileşenin vektör olması durumunda anomal manyetik moment $a = m_l / m_f$ olarak; nötral alt bileşenin sanki-skaler olması durumunda ise $a = -\frac{1}{2} m_l / m_f$ olarak elde edilmiştir.

Brodsky' nin (1980) çalışmasında ayrıca anomal manyetik momentler üzerine lepton iç yapısından gelen katkılar üzerine daha detaylı çalışmalar için elli (chiral) simetri düşünülmüştür. Bu elli modelde, $m^* \rightarrow -m^*$ dönüşümü altında genliklerin simetrik olması özelliğinden, anomal manyetik momente gelecek katkılar, kütle oranlarına lineer bağımlı değildir. Burada, $\delta a \sim (m_l / m^*)^2$ şeklinde küçük bir katkı elde edilmiştir. İç bileşenlerin kütle ölçeği büyüdükçe, anomal manyetik momente lepton iç yapısından gelen katkılarının küçüleceği sonucuna ulaşılmıştır.

3. UYARILMIŞ LEPTONLAR

Lepton ve kuark ailelerinin tekrarlanması onların daha temel parçacıklardan oluşabileceklerini düşündürmektedir. Lepton ve kuarkların kütle spektrumu ve karışım yapıları mümkün bir iç yapı için önemli ipuçları verecektir. Lepton ve kuark

kompozitliğinin önemli bir gözlenebilir etkisi ise uyarılmış lepton ve kuarkların varlığı olacaktır. Buna göre bilinen lepton ve kuarklar *preon* adı verilen daha temel bileşenlerin bağlı durumlarıdır. Lepton ve kuark alt bileşenleri (preonlar), Λ kompozitlik ölçeği ile karakterize edilen bir enerji ölçeğinde, yeni etkileşmeler aracılığı ile etkileşirler. Bu etkileşmeler preon alışverişi veya ayar bozonları aracılığı ile olabilir. Λ' 'nın altındaki enerjilerde $1/\Lambda'$ 'nın kuvvetleri ile bu etkileşmeler bastırılmıştır.

Eğer leptonlar kompozit iseler, uyarılmış spin-1/2 leptonlar, üç tane spin-1/2 alt parçacığın (Terazawa *et al.* 1977) ya da spin-1/2 ve spin-0 alt parçacıkların (Ne'eman 1979) bağlı durumu olarak atanabilir. Benzer olarak, spin-3/2 uyarılmış durumlar ise, üç tane spin-1/2 alt parçacığın ya da spin-1/2 ve spin-1 alt parçacıkların bağlı durumu olarak atanabilirler (Çakır and Ozansoy 2009). SM leptonları taban durumunu oluşturmak üzere, bu taban durumunun üzerinde yer alan zengin bir uyarılmış durumlar spektrumu yer alır. Uyarılmış yüklü leptonlar e^* , μ^* , τ^* ve uyarılmış yüksüz leptonlar ν_e^* , ν_μ^* , ν_τ^* olmak üzere, SM leptonlarına benzer olarak uyarılmış leptonların da (l^*) üç aile olacağı öngörülmektedir. Fenomenolojik olarak uyarılmış bir lepton, bilinen bir lepton ile aynı leptonik kuantum sayısına (çeşnisine) sahip olan ağır bir leptondur. Örneğin, uyarılmış spin-1/2 elektron, elektron ile sıfırdan farklı bir geçiş manyetik bağlaşımı olan parçacıktır. Uyarılmış spin-1/2 durumlar en düşük radyal ve yörüngesel uyarımlardır. Standart teorisinin genişletilmiş gruplarındaki kompozit modeller ayrıca spin-3/2 leptonlara işaret etmektedir (Lopes *et al.* 1980, 1981, 1982). Buna göre spin-3/2 uyarılmış durumlar üst uyarım olarak ele alınabilir.

3.1 Spin-1/2 Uyarılmış Leptonlar

Spin-1/2 uyarılmış leptonlar, $SU(2) \times U(1)$ kuantum sayılarına göre 3 farklı şekilde sınıflandırılabilirler (Hagiwara *et al.* 2002). Bunlar:

1. Normal Tipli (Sequential Type): Sol-elli uyarılmış leptonlar eş ikilide, sağ-elliler ise teklide yer alırlar.

$$\begin{pmatrix} \nu^* \\ l^* \end{pmatrix}_L, \quad [\nu_R^*], \quad l_R^*$$

2. Görüntü Tipli (Mirror Type): Sol-elli uyarılmış leptonlar teklide, sağ-elliler ise eş ikilide yer alırlar.

$$[\nu_L^*], \quad l_L^*, \quad \begin{pmatrix} \nu^* \\ l^* \end{pmatrix}_R$$

3. Eş İkiler Tipli (Homodoublet Type): Sol-elli ve sağ-elli uyarılmış leptonlar eş ikililerde yer alırlar.

$$\begin{pmatrix} \nu^* \\ l^* \end{pmatrix}_L, \quad \begin{pmatrix} \nu^* \\ l^* \end{pmatrix}_R$$

Uyarılmış leptonların, bilinen leptonlardan daha ağır oldukları varsayımını yaparak $SU(2) \times U(1)$ simetri kırılmasına göre kütle kazandıkları düşünülecektir. Uyarılmış leptonların hem sağ hem de sol elli bileşenleri zayıf eş ikililerde yer alırlar, bu nedenle uyarılmış leptonların ayar alanlarına bağlaşımları vektör tiplidir (Boudjema *et al.* 1993). İki uyarılmış spin-1/2 lepton ve bir ayar bozonu arasındaki etkileşmeyi tanımlayan lagranjiyen;

$$L_{l^*l^*V} = \bar{\psi}_L \gamma^\mu \left[g \frac{\vec{\tau}}{2} \cdot \vec{W}_\mu + g' \frac{Y}{2} B_\mu \right] \psi_L + \bar{\psi}_R \gamma^\mu \left[g \frac{\vec{\tau}}{2} \cdot \vec{W}_\mu + g' \frac{Y}{2} B_\mu \right] \psi_R \quad (3.1)$$

ile verilir. Burada, $\vec{W}_\mu$ ve $\vec{B}_\mu$ sırasıyla $SU(2)$ ve $U(1)$ ayar alanları; g ve g' bu alanlara karşılık gelen ayar bağlanma sabitleridir. Burada alt bileşenlerin varlığı durumunda noktasal yapıdan ayrılmaları anlatmak için form faktörleri de eklenmelidir. $\vec{\tau}$ Pauli spin matrisi ve Y de zayıf hiperyüktür. Denlem (3.1) ile verilen lagranjiyen, $SU(2)$ ayar alanı $\vec{W}_\mu$ ' ye sağ-elli leptonların da bağlanabilmesi dışında, SM leptonları ile ayar alanlarının bağlaşımını ifade eden lagranjiyen (bkz. 2.115) ile benzer yapıdadır.

Uyarılmış leptonların bilinen leptonlardan oluşan temel durumlara geçişine izin verilir. Spin-1/2 uyarılmış lepton, bir SM leptonu (l) ve bir ayar bozonu (V) arasındaki etkileşmeyi tanımlayan lagranjiyen, hem uyarılmış leptonun bozunumunu hem de tek üretimini açıklayabilmelidir. $l^* l V$ bağlaşımını tek olarak belirleyen etkileşmenin $SU(2)_L \times U(1)_Y$ ayar değişmezi olması için tensörel yapıda olması gerekmektedir, başka bir deyişle spin-1/2 uyarılmış leptonlar ve SM leptonları arasında manyetik geçiş tipli bağlaşımalar vardır. Bu etkileşme vektörel yapıda olsaydı, $SU(2)_L$ altında değişmez kalmazdı, çünkü uyarılmış leptonun sağ- elli bileşeni eş ikilide yer alırken, SM leptonunun sağ-elli bileşeni ise teklide yer almaktadır. Bu nedenle bir uyarılmış lepton hem sağ-elli hem de sol-elli leptona bağlanmamalıdır. Böyle bir elli (chiral) simetri olmazsa, KED tahminlerine ve hassaslık deneylerinden elde edilen sonuçlara ters düşecek şekilde leptonlar büyük bir anomal manyetik moment kazanırlar (Kuhn and Zerwas 1984, Hagiwara *et al.* 1985, Boudjema *et al.* 1993). Burada elliğin değişmezliği, kuark ve lepton kütlelerinin, Λ' dan niçin daha küçük olduklarına doğal bir açıklama verir.

Spin-1/2 uyarılmış lepton, bir SM leptonu ve ayar bozonu arasındaki etkileşmeyi tanımlayan, elli simetriye sahip, $SU(2) \times U(1)$ değişmez etkin lagranjiyen (Hagiwara *et al.* 1985);

$$L = \frac{1}{2\Lambda} \bar{\psi}_R^* \sigma^{\mu\nu} \left[g f \frac{\vec{\tau}}{2} \vec{W}_{\mu\nu} + g' f' \frac{Y}{2} B_{\mu\nu} \right] \psi_L + h.c. \quad (3.2)$$

ile verilir. Burada Λ , yeni etkileşmelerden sorumlu yeni fizik için enerji ölçeği, $\vec{W}_{\mu\nu}$ ve $B_{\mu\nu}$ sırasıyla $SU(2)$ ve $U(1)$ ayar alanları için alan tensörleridir. $\vec{\tau}$ Pauli spin matrisleri ve Y hiperyük, bu alanlara karşılık gelen ayar yapı sabitleridir. f ve f' ise ölçeklendirme çarpanlarıdır. Bu bağlaşımlar farklı ayar grupları için $\Lambda_i = \Lambda / f_i$ olarak alınan farklı ölçekler olmak üzere ağırlık faktörleri olarak da yorumlanabilir (Eboli *et al.* 2002). Bu parametreler kompozitlik dinamiği ile ilgilidir ve ilgili süreçlerdeki momentum aktarımına (q) bağlı form faktörleri $f(q^2)$ şeklinde ifade edilebilirler. Bunların biçimleri $F(q^2) = F \left(2 / (1 + \frac{q^2}{m_*^2}) \right)^n$ şeklindedir ($F = f, f'$) (Baur *et al.* 1987). $SU(2)$ ve $U(1)$ ayar alanları için bağlaşımlar g ve g' , elektromanyetik bağlanma sabiti (g_e) cinsinden şu şekilde ifade edilir:

$$g = \frac{g_e}{s_W}, \quad g' = \frac{g_e}{s_W c_W} \quad (3.3)$$

Burada s_W ve c_W kısaltmaları sırasıyla, $\sin \theta_W$ ve $\cos \theta_W$ yerine kullanılmıştır. Fiziksel olarak, etkin lagranjiyen şu şekilde yazılabilir (Boudjema 1993):

$$L = \frac{g_e}{2\Lambda} (f - f') N_{\mu\nu} \sum_{l=v,e} \bar{l}^* \sigma^{\mu\nu} l_L + \frac{g_e}{2\Lambda} f \sum_{l,l'=v,e} \Theta_{\mu\nu}^{l*,l} \bar{l}^* \sigma^{\mu\nu} l' + h.c. \quad (3.4)$$

İlk terim üç katlı bir köşe içerir ve $f=f'$ için sıfırdır. Burada köşegen terim

$$N_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - (s_W / c_W) \partial_\mu Z_\nu \quad (3.5)$$

ile verilir. İkinci terim hem üç hem de dört katlı köşeleri içerir. Burada

$$\begin{aligned} \Theta_{\mu\nu}^{\bar{\nu}_e^*, \nu_e} &= \frac{1}{s_W c_W} \partial_\mu Z_\nu - i \frac{g_e}{s_W^2} W_\mu^+ W_\nu^- \\ \Theta_{\mu\nu}^{\bar{e}^*, e} &= - \left(2 \partial_\mu A_\nu + \frac{c_W^2 - s_W^2}{s_W c_W} \partial_\mu Z_\nu - i \frac{g_e}{s_W^2} W_\mu^+ W_\nu^- \right) \\ \Theta_{\mu\nu}^{\bar{\nu}_e^*, e} &= \frac{\sqrt{2}}{s_W} \left(\partial_\mu W_\nu^+ - i g_e W_\mu^+ \left(A_\nu + \frac{c_W}{s_W} Z_\nu \right) \right) \\ \Theta_{\mu\nu}^{\bar{e}^*, \nu_e} &= \frac{\sqrt{2}}{s_W} \left(\partial_\mu W_\nu^+ + i g_e W_\mu^- \left(A_\nu + \frac{c_W}{s_W} Z_\nu \right) \right) \end{aligned}$$

(3.6)

ile verilir. Bütün katkıları hesaplayarak V^*l köşesi için köşe faktörü;

$$\Gamma_{\mu}^{V\bar{f}^*f} = \frac{g_e}{2\Lambda} q^{\nu} \sigma_{\mu\nu} (1 - \gamma_5) f_V \quad (3.7)$$

şeklinde elde edilir. $V = W, Z, \gamma$ ve q ise V 'nin momentumudur. Zayıf izospinin üçüncü bileşeni ve uyarılmış leptonun elektrik yükü cinsinden

$$f_W = \frac{1}{\sqrt{2}s_W} f \quad (3.8)$$

$$f_Z = \frac{4I_{3L}(c_W^2 f + s_W^2 f') - 4e_f s_W^2 f'}{4s_W c_W} \quad (3.9)$$

$$f_{\gamma} = e_f f' + I_{3L}(f - f') \quad (3.10)$$

şeklinde yeni bağlaşım terimleri elde edilebilir. Burada e_f uyarılmış spin-1/2 leptonun elektrik yükünü, I_{3L} zayıf izospinin üçüncü bileşenini göstermektedir. Uyarılmış spin-1/2 elektron (e^*) için $f_Z = (s_W^2 f' - c_W^2 f)/2s_W c_W$, $f_{\gamma} = -(f + f')/2$ ve uyarılmış spin-1/2 elektron nötrinosu (ν^*) için $f_Z = (s_W^2 f' + c_W^2 f)/2s_W c_W$, $f_{\gamma} = (f - f')/2$ olarak elde edilir.

3.1.1 Spin-1/2 uyarılmış leptonlar için kütle limitleri

LEP e^+e^- çarpıştırıcısında, OPAL detektöründe $\sqrt{s}=183\text{-}209$ GeV alınarak 684.4 pb^{-1} lik veri kullanılarak, $f=f'$ için %95 CL' de uyarılmış elektron için çift üretimden gelen kütle limiti $m_e^* > 103.2$ GeV (Abbiendi *et al.* 2002) olarak elde edilmiştir. Burada uyarılmış müon ve uyarılmış tau çift üretimi için aynı kütle limiti getirilmiştir. LEP çarpıştırıcısında L3 deney grubu tarafından $\sqrt{s}=192\text{-}209$ GeV' de toplam ışınlık 427 pb^{-1} olmak üzere, %95' lik güvenilirlik seviyesinde t -kanalında e^* değiş tokuşu yoluyla uyarılmış elektron için dolaylı etkilerden gelen kütle limiti $m_e^* > 310$ GeV (Achard *et al.* 2002) olarak elde edilmiştir.

Uyarılmış elektronun tek üretimi için, HERA ep çarpıştırıcısında ($\sqrt{s} \sim 330$ GeV), H1 deney grubu, $f=f' = \Lambda/m_e^*$ için %95 CL' de toplam ışınlık 120 pb^{-1} alınarak kütle limitini $m_e^* > 255$ GeV (Adloff *et al.* 2002) olarak elde etmiştir.

Fermilab Tevatron $p\bar{p}$ çarpıştırıcısında ($\sqrt{s}=1.96$ TeV) CDF deney grubu tarafından, $f=f' = \Lambda/m_\mu^*$ için %95' lik güvenilirlik seviyesinde toplam ışınlık 371 pb^{-1} alınarak, uyarılmış müonun tek üretimi ve ona ardışık olarak $\mu^* \rightarrow \mu\gamma$ bozunumu dikkate alınarak, kütle limiti $m_\mu^* > 221$ GeV (Abulencia *et al.* 2006) olarak elde edilmiştir.

Uyarılmış tau için tek üretimden gelen kütle limiti, LEP OPAL detektöründe, $\sqrt{s}=183\text{-}209$ GeV' de $f=f' = \Lambda/m_\tau^*$ için %95 CL' de, $\tau^* \rightarrow \tau\gamma$ bozunumu da dikkate alınarak $m_\tau^* > 185$ GeV (Abbiendi *et al.* 2002) olarak elde edilmiştir.

L3 deney grubu tarafından $\sqrt{s}=189\text{-}209$ GeV' de %95' lik güvenilirlik seviyesinde toplam ışınlık 217 pb^{-1} alınarak $f=-f'$ için %95 CL' de uyarılmış nötrino için çift üretimden gelen kütle limiti $m_\nu^* > 102.6$ GeV (Achard *et al.* 2003) olarak elde edilmiştir. Ayrıca,

$f = f'$ için kütle limitleri $m_{\nu_e}^* > 101.7$ GeV, $m_{\nu_\mu}^* > 101.8$ GeV ve $m_{\nu_\tau}^* > 92.9$ GeV olarak elde edilmiştir. Bu deney grubu $f = -f' = \Lambda/m_\nu^*$ için %95 CL' de uyarılmış nötrino için tek üretiminden gelen kütle limitini $m_\nu^* > 190$ GeV olarak elde etmiştir.

3.2 Spin-3/2 Uyarılmış Leptonlar

Yüksek spinli parçacıkların incelenmesi kuantumlu alan teorisinde oldukça büyük öneme sahiptir. Bu parçacıklar ilk olarak pion-nükleon saçılmasında rezonans uyarımları olarak gözlenmişlerdir. Daha sonra yüksek spine sahip baryon rezonansları bulunmuştur (Napsuciale 2006). Bununla birlikte, yüksek spinli alanları içeren en dikkat çekici modeller, süpersimetri başta olmak üzere, Standart Model ötesinde önerilen modeller arasında yer almaktadır.

Spin-3/2 parçacıklar için motivasyon farklı modellerden gelmektedir. SM' de baryon spektrumu incelendiğinde $\Delta^0, \Delta^+, \Delta^-, \Delta^{++}, \Omega^-$ gibi spini 3/2 olan baryonlara rastlanır. Süper simetrik ayar teorilerinde, spin-3/2 parçacık gravitino, spin-2 parçacık gravitonun süper eşidir. Süper simetrik teoriler, evreninin gelişiminin anlaşılmasında önemli bir rol oynayabilecek olan, evrenin yakın zamanlarında temel spin-3/2 parçacıkların üretildiği tartışmasını açmıştır. Kompozit modellerde ise spin-3/2 leptonlar bir üst uyarım olarak ele alınır.

Leptonik aileler arasında kütlelerdeki büyük farklılıklar ve baryon spektrumunda spin-1/2 baryonların, aynı kuark içeriği ile, spini 3/2 olan uyarılmış durumlarının olduğu gerçeğine benzeşim, leptonların da spin-3/2 uyarılmış durumlarda bulunabileceklerini düşündürmektedir.

Ancak, etkileşen spin-3/2 alanlar için istikrarlı bir teori mevcut değildir. Spin-3/2 alanlar için renormalize edilebilir bir teori yoktur. Bir dış manyetik alanın varlığında, spin-3/2 alan denklemlerinin klasik çözümlerinde, ışıktan daha hızlı yayılan modlar bulunmaktadır (Velo

and Zwanziger 1969). Bunların yanısıra, spin-3/2 parçacıkların elektromanyetik etkileşmeleri, tesir kesitini enerji ile oldukça güçlü bir şekilde artırır ve bu nedenle üniterlik bozulur (Alles and Borelli 1976). Bu problemler, spin-3/2 parçacıklar için teorik tahminler yapmayı zorlaştırmaktadır. Bu problemlerden bazıları, spin-3/2 fermiyonların kütleli elektrozayıf ayar bozonlarına bağlaşımı ile düzeltilebilir (Lopes *et al.* 1980, 1981, 1982). Bu hipotez spin-3/2 alanlarla ilgili tüm sorunları çözmek için yeterli olmasa da, zayıf etkileşmeler için etkin Fermi teorisiyle aynı anlamda, güvenilir fenomenolojik tahminlerin yapılmasına olanak verir (Almeida *et al.* 1996). Kütleli ayar bozonu propagatörü, etkin form faktörü gibi davranır ve böylece üretim tesir kesitinin hesaplanmasına olanak verir.

3.2.1 Spin-3/2 parçacıklar için görelî alan denklemleri: Rarita-Schwinger denklemleri

Herhangi bir spin sayısına (tam sayı ya da yarım tamsayı) sahip serbest parçacığı anlatan denklemler, Bargmann-Wigner (Bargmann and Wigner 1948) denklemleridir. Bu denklemler şu şekilde verilirler:

$$\begin{aligned}
 (i\partial - m)_{aa'} \Psi_{a'b...t}(x) &= 0 \\
 (i\partial - m)_{bb'} \Psi_{ab'...t}(x) &= 0 \\
 &\vdots \\
 (i\partial - m)_{tt'} \Psi_{ab...t'}(x) &= 0
 \end{aligned} \tag{3.11}$$

$\Psi_{abc...t}(x)$ niceliği, m kütleli, s spinine sahip, $1/2$ spinli özdeş alanların birleşiminden oluşmuş parçacığın dalga fonksiyonunun bileşenleri olarak düşünülebilir. Burada $a, b, \dots, t$ spinör indisleridir ve $\Psi_{abc...t}(x)$, bu indislere göre tamamen simetriktir. Bu nedenle $\Psi_{abc...t}(x)$, Clifford cebrinin standart temsilindeki simetrik matrislerin lineer bir kombinasyonu olarak yazılabilir. Simetrik matrisler;

$$\gamma^\mu \hat{C}, \sigma^{\mu\nu} \hat{C} \tag{3.12}$$

ve antisimetrik matrisler,

$$\gamma^\mu \gamma_5 \hat{C}, \quad i\gamma_5 \hat{C}, \quad \hat{C} \quad (3.13)$$

şeklinde verilir. Burada $\hat{C} = i\gamma^2 \gamma^0$ şeklinde verilen yük eşleniği işlemcisidir. Spin-3/2 parçacık için Bargmann-Wigner çoklu spinörü 3 indise sahiptir ve bu indislere göre simetriktir.

$$(i\partial - m)_{aa'} \Psi_{a'bc}(x) = 0 \quad (3.14)$$

$$(i\partial - m)_{bb'} \Psi_{ab'c}(x) = 0 \quad (3.15)$$

$$(i\partial - m)_{cc'} \Psi_{abc'}(x) = 0 \quad (3.16)$$

a ve b indislerine göre simetri, $\Psi_{abc}(x)$ 'nin $(\gamma^\mu \hat{C})_{ab}$ ve $(\sigma^{\mu\nu} \hat{C})_{ab}$ simetrik matrisleri cinsinden yazılması ile elde edilir.

$$\Psi_{abc}(x) = A(\gamma_\mu \hat{C})_{ab} \psi_c^\mu(x) + B(\sigma^{\mu\nu} \hat{C})_{ab} \psi_c^{\mu\nu}(x) \quad (3.17)$$

Burada A ve B keyfi sabitlerdir. Denklem(3.17)'deki $\psi_c^\mu(x)$ bir vektör ve spinörün çarpımı ve $\psi_c^{\mu\nu}(x)$ de bir tensör ve spinörün çarpımı olarak ele alınabilir. $\psi_c^{\mu\nu}(x)$, antisimetrik $\sigma^{\mu\nu}$ ile kontrakte ettiğinden antisimetrik olmalıdır, aksi durumda bu kontraksiyon sıfır verir. b ve c 'ye göre simetriyi sağlayabilmek için, (3.17) denklemini $(\hat{C}^{-1})_{bc}$, $(\hat{C}^{-1} \gamma_5)_{bc}$, $(\hat{C}^{-1} \gamma_5 \gamma_\lambda)_{bc}$ antisimetrik matrisleri ile çarpmalıyız. Bu çarpımların sonucu sıfır verecektir.

$$A(\gamma_\mu)_{ac} \psi_c^\mu(x) + B(\sigma_{\mu\nu})_{ac} \psi_c^{\mu\nu}(x) = 0 \quad (3.18)$$

$$A(\gamma_\mu \gamma_5)_{ac} \psi_c^\mu(x) + B(\sigma_{\mu\nu} \gamma_5)_{ac} \psi_c^{\mu\nu}(x) = 0 \quad (3.19)$$

$$A(\gamma_\mu \gamma_5 \gamma_\lambda)_{ac} \psi_c^\mu(x) + B(\sigma_{\mu\nu} \gamma_5 \gamma_\lambda)_{ac} \psi_c^{\mu\nu}(x) = 0 \quad (3.20)$$

(3.19) ve (3.20) denklemleri soldan $(\gamma_5)_{ba}$ ile çarpılıp $\{\gamma_\mu, \gamma_5\} = 0, [\gamma_5, \sigma_{\mu\nu}] = 0$ ve $\gamma_5^2 = 1$ bağıntılarının kullanılmasıyla

$$-A(\gamma_\mu)_{ac} \psi_c^\mu(x) + B(\sigma_{\mu\nu})_{ac} \psi_c^{\mu\nu}(x) = 0 \quad (3.21)$$

$$-A(\gamma_\mu \gamma_\lambda)_{ac} \psi_c^\mu(x) + B(\sigma_{\mu\nu} \gamma_\lambda)_{ac} \psi_c^{\mu\nu}(x) = 0 \quad (3.22)$$

denklemleri elde edilir. (3.18) ve (3.21)' in toplanması ile

$$(\sigma_{\mu\nu})_{ac} \psi_c^{\mu\nu}(x) = 0 \quad (3.23)$$

koşulu elde edilir. Başka bir koşul ise (3.18)' den (3.21)' in çıkarılması ile elde edilir.

$$(\gamma_\mu)_{ac} \psi_c^\mu(x) = 0 \quad (3.24)$$

Denklem (3.22), $\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu}$ ve $[\gamma^\alpha, \sigma^{\mu\nu}] = 2i(g^{\alpha\mu} \gamma^\nu - g^{\alpha\nu} \gamma^\mu)$ bağıntıları kullanılarak yeniden düzenlenirse;

$$-A(2g_{\mu\lambda} - \gamma_\lambda \gamma_\mu)_{ac} \psi_c^\mu(x) + B(\gamma_\lambda \sigma_{\mu\nu} - 2ig_{\mu\lambda} \gamma_\nu + 2ig_{\nu\lambda} \gamma_\mu)_{ac} \psi_c^{\mu\nu}(x) = 0 \quad (3.25)$$

elde edilir. (3.25) denkleminde (3.23) ve (3.24) denklemleri ile bulunan koşullar uygulanıp düzenleme yapılırsa;

$$-2Ag_{\mu\lambda} \psi_c^\mu(x) + 2iBg_{\nu\lambda} \gamma_\mu \psi_c^{\mu\nu}(x) - \underbrace{2iBg_{\mu\lambda} \gamma_\nu \psi_c^{\mu\nu}(x)}_{\mu \rightarrow \alpha, \nu \rightarrow \beta} = 0$$

$$-2Ag_{\mu\lambda} \psi_c^\mu(x) + 2iBg_{\nu\lambda} \gamma_\mu \psi_c^{\mu\nu}(x) - \underbrace{2iBg_{\alpha\lambda} \gamma_\beta \psi_c^{\alpha\beta}(x)}_{\mu \rightarrow \alpha, \nu \rightarrow \beta} = 0$$

$$\begin{aligned} & \alpha \rightarrow \nu, \beta \rightarrow \mu \\ -2Ag_{\mu\lambda}\psi^\mu(x) + 2iBg_{\nu\lambda}\gamma_\mu\psi^{\mu\nu}(x) - 2iBg_{\nu\lambda}\gamma_\mu\psi^{\nu\mu}(x) &= 0 \end{aligned} \quad (3.26)$$

elde edilir. Bu denklemde $\psi^{\mu\nu}$ ' nün antisimetrikliğı de kullanılırsa

$$\begin{aligned} -2Ag_{\mu\lambda}\psi^\mu(x) + 4iBg_{\nu\lambda}\gamma_\mu\psi^{\mu\nu}(x) &= 0 \\ A\psi_\lambda(x) &= 2iB\gamma^\mu\psi_{\mu\lambda}(x) \end{aligned} \quad (3.27)$$

sonucuna ulaşılır. (3.23), (3.24) ve (3.27) denklemleri bağımsız değildir. Denklem (3.27) soldan γ^λ ile çarpılıp, denklem (3.24) ile verilen koşul kullanılırsa denklem (3.23) elde edilir.

$$\begin{aligned} A\gamma^\lambda\psi_\lambda(x) - 2iB\gamma^\lambda\gamma^\mu\psi_{\mu\lambda}(x) &= 0 - 2B\frac{i}{2}(\gamma^\lambda\gamma^\mu - \gamma^\mu\gamma^\lambda)\psi^{\mu\lambda}(x) \\ &= \sigma_{\mu\lambda}\psi^{\mu\lambda}(x) = 0 \end{aligned}$$

Ψ_{abc} alanının denklem (3.17) ile verilen açılımı, denklem (3.16)' da yazılan Bargman-Wigner denklemlerini ayrı ayrı sağlamalıdır.

$$(i\partial - m)_{aa'} \left[A(\gamma_\mu \hat{C})_{a'b} \psi_c^\mu(x) + B(\sigma_{\mu\nu} \hat{C})_{a'b} \psi_c^{\mu\nu}(x) \right] = 0$$

$$A \left[(i\gamma_\nu \partial^\nu - m)_{aa'} (\gamma_\mu \hat{C})_{a'b} \psi_c^\mu(x) \right] + B \left[(i\gamma_\lambda \partial^\lambda - m)_{aa'} (\sigma_{\mu\nu} \hat{C})_{a'b} \psi_c^{\mu\nu}(x) \right] \quad (3.28)$$

$$A(\gamma_\mu \hat{C})_{ab'} (i\partial - m)_{bb'} \psi_c^\mu(x) + B(\sigma_{\mu\nu} \hat{C})_{ab'} (i\partial - m)_{bb'} \psi_c^{\mu\nu}(x) = 0 \quad (3.29)$$

$$A(\gamma_\mu \hat{C})_{ab} (i\partial - m)_{cc'} \psi_c^\mu(x) + B(\sigma_{\mu\nu} \hat{C})_{ab} (i\partial - m)_{cc'} \psi_c^{\mu\nu}(x) = 0 \quad (3.30)$$

Denklem (3.28)' de matris çarpımına göre terimler doğru sıradadır, Lorentz indisleri herhangi bir probleme neden olmadan kaldırılabilir. Ancak denklem (3.29)' da işler daha zordur. Matris çarpımına göre b ve b' indislerinin yeri yer değiştirmiş gibidir. İndis sıralarını düzenlemek için ihtiyaç duyulan bağıntı;

$$(\gamma_\mu)_{af} \hat{C}_{fb'} (\gamma_\nu)_{bb'} \partial^\nu = (\gamma_\mu)_{af} \hat{C}_{fb'} (\gamma_\nu^T)_{b'b} \partial^\nu \quad (3.31)$$

şeklindedir. Burada $\hat{C}$ matrisi için $\hat{C}\hat{C}^T = 1$ ve $(\hat{C})^2 = -1$ özellikleri ve $\gamma_\mu \hat{C}$ ' nin simetrikliği kullanılarak

$$\gamma_\mu \hat{C} \gamma_\nu^T = \gamma_\mu \hat{C} (\hat{C} \hat{C}^T) \gamma_\nu^T = \gamma_\mu \hat{C} \hat{C} (\gamma_\nu \hat{C})^T = -\gamma_\mu \gamma_\nu \hat{C} \quad (3.32)$$

elde edilir. Buna göre denklem (3.29)' da, ∂ teriminde γ ' nin $\hat{C}$ ile yer değiştirmesi ile bir (-) işareti gelir.

$$A \left[\gamma_\mu (-i\gamma_\nu \partial^\nu - m) \hat{C} \right]_{ab} \psi_c^\mu(x) + B \left[\sigma_{\mu\nu} (-i\gamma_\lambda \partial^\lambda - m) \hat{C} \right]_{ab} \psi_c^{\mu\nu}(x) = 0 \quad (3.33)$$

Denklem (3.28)' i ve denklem (3.33)' ü toplayalım.

$$A \left[i(\gamma_\nu \gamma_\mu - \gamma_\mu \gamma_\nu) \hat{C} \right]_{ab} \partial^\nu \psi_c^\mu(x) - 2mA(\gamma_\mu \hat{C})_{ab} \psi_c^\mu(x) + B \left[i(\gamma_\lambda \sigma_{\mu\nu} - \sigma_{\mu\nu} \gamma_\lambda) \hat{C} \right]_{ab} \partial^\lambda \psi_c^{\mu\nu}(x) - 2mB(\sigma_{\mu\nu} \hat{C})_{ab} \psi_c^{\mu\nu} \quad (3.34)$$

$\sigma_{\mu\nu}$ ' nün antisimetrikliği ve $\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu}$ antikomütasyon bağıntıları kullanılarak denklem (3.34)' teki birinci ve üçüncü terimler yeniden düzenlenebilir. İlk terim;

$$i(\gamma_\nu \gamma_\mu - \gamma_\mu \gamma_\nu) = 2\sigma_{\nu\mu} = -2\sigma_{\mu\nu} = -\sigma_{\mu\nu} + \sigma_{\nu\mu}$$

$$A \left[i(\gamma_\nu \gamma_\mu - \gamma_\mu \gamma_\nu) \hat{C} \right]_{ab} \partial^\nu \psi_c^\mu(x) = -A\sigma_{\mu\nu} \hat{C} \partial^\nu \psi_c^\mu(x) + A \underbrace{\sigma_{\nu\mu} \hat{C} \partial^\nu \psi_c^\mu(x)}_{\nu \rightarrow \alpha, \mu \rightarrow \beta}$$

$$\begin{aligned}
&= -iA\sigma_{\mu\nu}\hat{C}\partial^\nu\psi^\mu(x) + \underbrace{iA\sigma_{\alpha\beta}\hat{C}\partial^\alpha\psi^\beta(x)}_{\alpha\rightarrow\mu, \beta\rightarrow\nu} \\
&= -iA\sigma_{\mu\nu}\hat{C}\partial^\nu\psi^\mu(x) + iA\sigma_{\mu\nu}\hat{C}\partial^\mu\psi^\nu(x)
\end{aligned}$$

$$A\left[i(\gamma_\nu\gamma_\mu - \gamma_\mu\gamma_\nu)\hat{C}\right]\partial^\nu\psi^\mu(x) = (\sigma_{\nu\mu}\hat{C})\{A\partial^\nu\psi^\mu(x) - A\partial^\mu\psi^\nu(x)\} \quad (3.35)$$

şeklinde elde edilir. Üçüncü terim;

$$\begin{aligned}
B\left[i(\gamma_\lambda\sigma_{\mu\nu} - \sigma_{\mu\nu}\gamma_\lambda)\hat{C}\right]\partial^\lambda\psi^{\mu\nu}(x) &= B(i[\gamma_\lambda, \sigma_{\mu\nu}]\hat{C})\partial^\lambda\psi^{\mu\nu}(x) \\
&= iB\{2i(g_{\lambda\mu}\gamma_\nu - g_{\lambda\nu}\gamma_\mu)\hat{C}\}\partial^\lambda\psi^{\mu\nu}(x) \\
&= -2B\gamma_\nu\hat{C}\partial_\mu\psi^{\mu\nu}(x) + 2B\gamma_\mu\hat{C}\partial_\nu\psi^{\mu\nu}(x) \\
&= \underbrace{2B\gamma_\nu\hat{C}\partial_\mu\psi^{\mu\nu}(x)}_{\nu\rightarrow\alpha, \mu\rightarrow\beta} + 2iB\gamma_\mu\hat{C}\partial_\nu\psi^{\mu\nu}(x) \\
&= \underbrace{2B\gamma_\alpha\hat{C}\partial_\beta\psi^{\alpha\beta}(x)}_{\alpha\rightarrow\mu, \beta\rightarrow\nu} + 2B\gamma_\mu\hat{C}\partial_\nu\psi^{\mu\nu}(x) \\
&= 2B\gamma_\mu\hat{C}\partial_\nu\psi^{\mu\nu}(x) + 2B\gamma_\mu\hat{C}\partial_\nu\psi^{\mu\nu}(x) \\
B\left[i(\gamma_\lambda\sigma_{\mu\nu} - \sigma_{\mu\nu}\gamma_\lambda)\hat{C}\right]\partial^\lambda\psi^{\mu\nu}(x) &= 4B\gamma_\mu\hat{C}\partial_\nu\psi^{\mu\nu}(x) \quad (3.36)
\end{aligned}$$

Denklem (3.35)' de ve denklem (3.36)' da elde edilen sonuçlar kullanılarak denklem (3.34) yeniden düzenlenirse;

$$(\sigma_{\nu\mu}\hat{C})\{A\partial^\nu\psi^\mu(x) - A\partial^\mu\psi^\nu(x) + 2mB\psi^{\mu\nu}\} + (\gamma_\mu\hat{C})\{4B\partial_\nu\psi^{\mu\nu}(x) - 2mA\psi^\mu(x)\} = 0 \quad (3.37)$$

elde edilir. $\sigma_{\mu\nu}\hat{C}$ ve $\gamma_\mu\hat{C}$ matrisleri lineer bağımsız değildir, bu nedenle katsayıları ayrı ayrı sıfıra eşit olmalıdır.

$$A(\partial^\nu \psi^\mu(x) - \partial^\mu \psi^\nu(x)) = -2mB\psi^{\mu\nu} \quad (3.38)$$

$$2mA\psi^\mu(x) = 4B\partial_\nu \psi^{\mu\nu}(x) \quad (3.39)$$

Denklem (3.39), ∂_μ ile çarpılıp $\psi^{\mu\nu}$ ' nün açık ifadesi ve antisimetrikliği kullanılırsa spin-3/2 alanlar için gerçek serbestlik derecesini bulmada ihtiyaç duyulan koşullardan biri elde edilir.

$$\begin{aligned} 2mA\partial_\mu \psi^\mu(x) &= 4B\partial_\mu \partial_\nu \psi^{\mu\nu}(x) \\ &= 4B\partial_\mu \partial_\nu (\partial^\mu \psi^\nu - \partial^\nu \psi^\mu) \\ &= 4B(\partial_\mu \partial_\nu \partial^\mu \psi^\nu - \partial_\mu \partial_\nu \partial^\nu \psi^\mu) \\ &= 4B(\partial_\nu \partial_\mu \partial^\mu \psi^\nu - \partial_\mu \partial_\nu \partial^\nu \psi^\mu) = 0 \end{aligned}$$

$$\partial_\mu \psi^\mu(x) = 0 \quad (3.40)$$

Denklem (3.38)' in denklem (3.39)' da kullanılması ile $\psi^\mu(x)$ alanı için Klein-Gordon denklemi elde edilir.

$$A(\partial^\nu \psi^\mu(x) - \partial^\mu \psi^\nu(x)) = -2mB\psi^{\mu\nu} \Rightarrow A\psi^{\mu\nu} = 2mB\psi^{\mu\nu} \Rightarrow B = \frac{A}{2m} \quad (3.41)$$

$$\begin{aligned} 2mA\psi^\mu(x) &= 4\left(\frac{A}{2m}\right)\partial_\nu \psi^{\mu\nu}(x) \\ m^2\psi^\mu(x) &= \partial_\nu \partial^\mu \psi^\nu - \partial_\nu \partial^\nu \psi^\mu \\ &= \underbrace{\partial^\mu \partial_\nu \psi^\nu}_{=0} - \text{kare}\psi^\mu \end{aligned}$$

$$(\square + m^2)\psi^\mu(x) = 0 \quad (3.42)$$

Buraya kadar elde edilen denklemlerden, ψ^μ ve $\psi^{\mu\nu}$ alanları için Dirac denklemi çıkarılabilir. ψ^μ alanı için, denklem (3.27) m ile çarpılıp, denklem (3.38) kullanılırsa

$$A\psi_{\lambda}(x) = 2iB\gamma^{\mu}\psi_{\mu\lambda}(x)$$

$$\begin{aligned} m\psi_{\lambda}(x) &= \frac{2iB}{A}m\gamma^{\mu}\psi_{\mu\lambda}(x) \\ &= \frac{2iBm}{A}\gamma^{\mu}\frac{A}{2mB}(\partial_{\mu}\psi_{\lambda} - \partial_{\lambda}\psi_{\mu}) \\ &= i\gamma^{\mu}\partial_{\mu}\psi_{\lambda} - \underbrace{i\partial_{\lambda}\gamma^{\mu}\psi_{\mu}}_{=0} \end{aligned}$$

$$(i\gamma^{\mu}\partial_{\mu} - m)\psi_{\lambda} = 0 \quad (3.43)$$

elde edilir. $\psi^{\mu\nu}$ alanı için denklem (3.38)' den

$$(i\gamma^{\mu}\partial_{\mu} - m)\psi^{\mu\nu} = (i\gamma^{\mu}\partial_{\mu} - m)\frac{A}{2mB}(\partial^{\nu}\psi^{\mu} - \partial^{\mu}\psi^{\nu}) \quad (3.44)$$

bulunur. ψ^{μ} ve $\psi^{\mu\nu}$ alanları bağımsız değildir. Eğer, ψ^{μ} biliniyorsa denklem (3.38)' den $\psi^{\mu\nu}$ tek olarak belirlenebilir. Spin-3/2 parçacığı tanımlayabilmek için ψ^{μ} alanını bulmak gerekmektedir. Bu alan üzerindeki koşullarla beraber Rarita-Schwinger (Rarita and Schwinger 1941) denklemleri

$$(i\partial - m)\psi_a^{\mu}(x) = 0, \quad \gamma_{\mu}\psi_a^{\mu}(x) = 0, \quad \partial_{\mu}\psi_a^{\mu}(x) = 0 \quad (3.45)$$

olarak elde edilir. Burada $a=1,2,3,4$ olmak üzere spinör (Dirac) indisi ve $\mu=0,1,2,3$ olmak üzere vektör (Lorentz) indisidir. Buna göre $\psi_a^{\mu}(x)$ alanı 16 serbestlik derecesi anlamına gelen 16 tane bileşene sahiptir. Gerçekte spin-3/2 alan için serbestlik derecesi sayısı 8' dir ($2 \times (2s+1)=8$). Denklem (3.45)' te verilen iki koşul istenmeyen serbestlik derecelerini indirmek için kullanılır.

$\psi_a^{\mu}(x)$ alanının Fourier dönüşümü

$$\psi_a^\mu(x) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int d^3p \psi_a^\mu(p) e^{ipx} \quad (3.46)$$

şeklindedir. $\psi_a^\mu(p)$ alanını, spin-3/2 alanlar için spinörlerin lineer bir kombinasyonu olacak şekilde yazabiliriz.

$$\psi_a^\mu(p) = \sum_{\lambda} A(p, \lambda) u_a^\mu(p, \lambda) \quad (3.47)$$

Burada $A(p, \lambda)$ ' ler bazı keyfi katsayılar olmak üzere, bir Lorentz indisi taşıyan $u_a^\mu(p, \lambda)$ spinörleri, spin-3/2 alan için spinör ifadeleridir. Bunlara *vektör-spinör* adı verilir. Vektör-spinörler, spin-1/2 alanlar için spinörler ve spin-1 alanlar için polarizasyon vektörlerinin lineer bir kombinasyonu olacak şekilde

$$u_a^\mu(p, \lambda) = \sum_{n,m} C_{n,m,\lambda}^{\frac{1}{2}, \frac{3}{2}} u_a(p, n) \varepsilon^\mu(p, m) \quad (3.48)$$

yazılır. Burada $C_{n,m,\lambda}^{\frac{1}{2}, \frac{3}{2}}$ katsayıları Clebsh-Gordon katsayılarıdır. Bu katsayıların yerleştirilmesiyle vektör-spinörler

$$u_a^\mu(p, \frac{3}{2}) = u_a(p, \frac{1}{2}) \varepsilon^\mu(p, 1) \quad (3.49)$$

$$u_a^\mu(p, \frac{1}{2}) = \sqrt{\frac{1}{3}} u_a(p, -\frac{1}{2}) \varepsilon^\mu(p, 1) + \sqrt{\frac{2}{3}} u_a(p, \frac{1}{2}) \varepsilon^\mu(p, 0) \quad (3.50)$$

$$u_a^\mu(p, -\frac{1}{2}) = \sqrt{\frac{1}{3}} u_a(p, \frac{1}{2}) \varepsilon^\mu(p, -1) + \sqrt{\frac{2}{3}} u_a(p, -\frac{1}{2}) \varepsilon^\mu(p, 0) \quad (3.51)$$

$$u_a^\mu(p, -\frac{3}{2}) = u_a(p, -\frac{1}{2}) \varepsilon^\mu(p, -1) \quad (3.52)$$

şeklinde elde edilirler. İzdüşüm operatörü

$$\Lambda_{\mu\nu}(p) = \sum_{\lambda=-3/2}^{3/2} u_\mu^{(\lambda)} \bar{u}_\nu^{(\lambda)} \quad (3.53)$$

daha açık şekilde

$$\Lambda_{\mu\nu}(p) = \frac{p + m}{3} \left[-g_{\mu\nu} + \frac{1}{3} \gamma_\mu \gamma_\nu + \frac{2p^\mu p^\nu}{3m^2} + \frac{p^\mu \gamma^\nu - p^\nu \gamma^\mu}{3m} \right] \quad (3.54)$$

olarak yazılabilir. Spin-3/2 propagatörü ise,

$$P_{\mu\nu} = \frac{\Lambda_{\mu\nu}}{p^2 - m^2 + i\varepsilon} \quad (3.55)$$

şeklinde elde edilir.

3.2.2 Spin-3/2 uyarılmış leptonlar için etkileşme akımları

Spin-1/2 uyarılmış leptonlar için literatürde etkin lagranjiyen yöntemi çok sık kullanılmaktadır. Bu yöntemi spin-3/2 uyarılmış leptonlar için de kullanabiliriz. Buna göre spin-3/2 uyarılmış leptonlar için literatürde sıklıkla geçen 3 fenomenolojik akım şu şekilde verilir:

$$J_1^\mu = g_e \bar{u}^\mu(p, 3/2) (c_{1V} - c_{1A} \gamma_5) u(k, 1/2) \quad (3.56)$$

$$J_2^\mu = \frac{g_e}{\Lambda} \bar{u}^\lambda(p, 3/2) q_\lambda \gamma^\mu (c_{2V} - c_{2A} \gamma_5) u(k, 1/2) \quad (3.57)$$

$$J_3^\mu = \frac{g_e}{\Lambda^2} \bar{u}^\lambda(p, 3/2) q_\lambda i \sigma^{\mu\nu} q_\nu (c_{3V} - c_{3A} \gamma^5) u(k, 1/2) \quad (3.58)$$

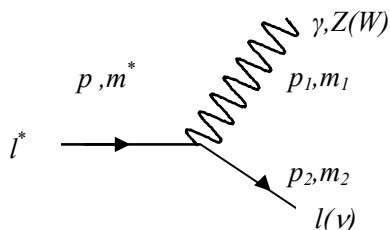
Burada u^μ Rarita-Schwinger vektör-spinörü, c_{iV} ve c_{iA} lar serbest parametrelerdir. $M^{*3/2} l$ köşesi için köşe faktörü, farklı akımlar için denklem 3.56 - 3.58 ile verilen akım değerlerinde alanlar silindikten sonra denklemin $(-i)$ ile çarpılmasıyla elde edilir (Köşe faktörleri EK 4.1' de verilmiştir).

Spin-3/2 uyarılmış leptonların kütleleri üzerine getirilen deneysel bir sınırlama yoktur. Ancak literatürde, spin-3/2 leptonların kütleleri ve bağlaşımları üzerine sınırlamalar getiren bazı çalışmalar vardır. $e^+e^- \rightarrow 2\gamma$ sürecinde, virtüel spin-3/2 uyarılmış lepton değiş tokuşu ile KED' den mümkün sapmalar Walsh ve Ramalho' nun (1999) çalışmasında ele alınmıştır. $\sqrt{s}=183 \text{ GeV}$ de OPAL verileri kullanılarak, sadece sol-elli Dirac spinör alanları dikkate alınarak ($c_L^2=1, c_R^2=0$ için) akım-2 tipli etkileşmeler için kütle limiti $m^{*3/2} > 125 \text{ GeV}$ ve akım-3 tipli etkileşmeler için de kütle limiti $m^{*3/2} > 142 \text{ GeV}$ olarak bulunmuştur.

3.3 Uyarılmış Leptonların Bozunumları

Uyarılmış lepton iki cisim bozunmasına uğrar. Uyarılmış bir lepton, bir ayar bozonuna ve bilinen bir leptona bozunur. Uyarılmış leptonların bozunma genişliklerini verecek analitik ifadeleri elde edebilmek için $1 \rightarrow 2$ sürecinin kinematiği EK 2' de incelenmiştir.

Burada sadece uyarılmış bir leptonun bir ayar bozonuna ve bilinen bir leptona bozunduğu durum ele alınacaktır. Uyarılmış leptonun mümkün 3 bozunma modu; $l^*(\nu^*) \rightarrow l(\nu)\gamma$ (ışınasal bozunum), $l^*(\nu^*) \rightarrow l(\nu)Z$ (yüksüz akım bozunumu) ve $l^*(\nu^*) \rightarrow \nu(l)W$ (yükü akım bozunumu) şeklindedir (Şekil 3.1).



Şekil 3.1 Uyarılmış yüklü lepton için iki cisim bozunmasının temsili gösterimi

Uyarılmış spin-1/2 leptonun bozunumu ile ilgili genlik,

$$M = i \frac{g_e}{2\Lambda} \bar{u}(p, 1/2) \sigma^{\mu\nu} q_\nu (1 - \gamma_5) f_V u(k, 1/2) \varepsilon_\mu(q) \quad (3.59)$$

ile verilmektedir. Burada $V = \gamma, Z, W$ olmak üzere, f_V , elektrik yükü, zayıf karışım açısı ve zayıf izospinin üçüncü bileşeni cinsinden ifade edilen yeni bağlaşımlardır.

Uyarılmış spin-3/2 leptonun bozunumu için üç akım kullanarak elde edilen genlikler denklem (3.60) – (3.62) ile verilmiştir. Burada p , k ve q sırasıyla spin-3/2 uyarılmış leptonun, SM leptonunun ve vektör bozonunun dörtlü momentumlarıdır. i indisi $i = \gamma, Z, W$ olmak üzere farklı vektör bozonlarını göstermektedir.

$$M_1 = g_e \bar{u}^\mu(p, 3/2) (c_{1V}^i - c_{1A}^i \gamma_5) u(k, 1/2) \varepsilon_\mu(q) \quad (3.60)$$

$$M_2 = \frac{g_e}{\Lambda} \bar{u}^\mu(p, 3/2) q_\mu \gamma^\lambda (c_{2V}^i - c_{2A}^i \gamma_5) u(k, 1/2) \varepsilon_\lambda(q) \quad (3.61)$$

$$M_3 = i \frac{g_e}{\Lambda^2} \bar{u}^\mu(p, 3/2) q_\mu \sigma^{\alpha\beta} q_\beta (c_{3V}^i - c_{3A}^i \gamma_5) u(k, 1/2) \varepsilon_\alpha(q) \quad (3.62)$$

Spin-1/2 uyarılmış lepton için ışımasal bozunum modu için bozunma genişliği ifadesi, son durumdaki SM leptonunun kütlesi ihmal edilerek

$$\Gamma_{\gamma} = \frac{f_{\gamma}^2 m^{*3} \alpha}{4\Lambda^2} \quad (3.63)$$

şeklinde elde edilir. Spin-1/2 uyarılmış lepton için yüklü akım ve yüksüz akım bozunum modları için bozunma genişliği ifadesi;

$$\Gamma_V = \frac{f_V^2 m^{*3} \alpha}{4\Lambda^2} \left(1 - \frac{m_V^2}{m^{*2}}\right)^2 \left(1 + \frac{m_V^2}{2m^{*2}}\right) \quad (V = Z, W) \quad (3.64)$$

şeklindedir. Denklem (3.63) ve (3.64) incelendiğinde, bozunma genişliklerinin f_V bağlaşımlarının kareleri ile doğru orantılı olduğu görülmektedir. Burada $m^* \gg m_V$ ve $\Lambda = m^*$ alınırsa bozunma genişlikleri için $\Gamma \approx f_V^2 m^*$ elde edilir. Uyarılmış spin-3/2 lepton için, farklı akımlar için ışımasal bozunum modunda elde edilen bozunma genişlikleri;

$$\Gamma_{\gamma}^{(1)} = \frac{\alpha}{4} (c_{1A}^{\gamma^2} + c_{1V}^{\gamma^2}) m^* \quad (3.65)$$

$$\Gamma_{\gamma}^{(2)} = \frac{\alpha}{24} (c_{2A}^{\gamma^2} + c_{2V}^{\gamma^2}) m^* \left(\frac{m^*}{\Lambda}\right)^2 \quad (3.66)$$

$$\Gamma_{\gamma}^{(3)} = \frac{\alpha}{48} (c_{3A}^{\gamma^2} + c_{3V}^{\gamma^2}) m^* \left(\frac{m^*}{\Lambda}\right)^4 \quad (3.67)$$

şeklindedir. Spin-3/2 uyarılmış leptonların yüklü ve yüksüz akım bozunum modları için bozunma genişlikleri $V = W, Z$ olmak üzere,

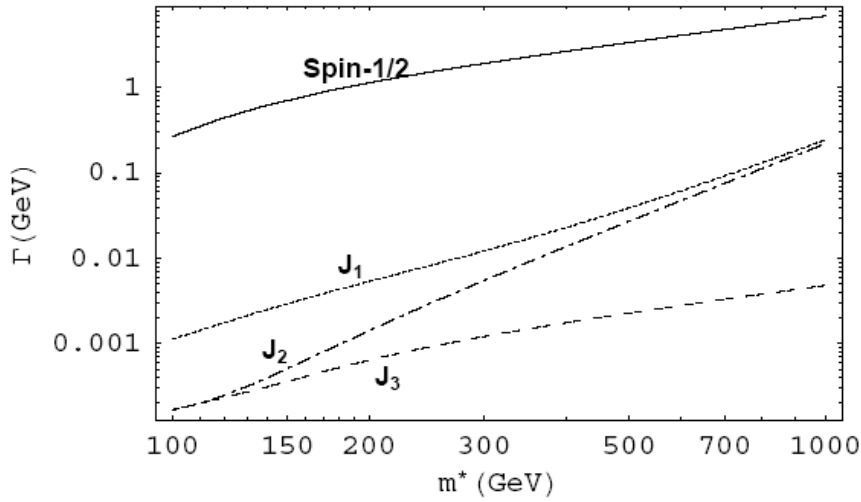
$$\Gamma_V^{(1)} = \frac{\alpha}{48} (c_{1V}^2 + c_{1A}^2) m^* \frac{(1-\kappa)^2}{\kappa} (1 + 10\kappa + \kappa^2) \quad (3.68)$$

$$\Gamma_V^{(2)} = \frac{\alpha}{48} (c_{2V}^2 + c_{2A}^2) m^* \left(\frac{m^*}{\Lambda}\right)^2 \frac{(1-\kappa)^4}{\kappa} (1 + 2\kappa) \quad (3.69)$$

$$\Gamma_V^{(3)} = \frac{\alpha}{48} (c_{3V}^2 + c_{3A}^2) m^* \left(\frac{m^*}{\Lambda}\right)^4 (1 - \kappa)^4 (2 + \kappa) \quad (3.70)$$

olarak elde edilir. Burada $\kappa = (m_V / m^*)^2$ ile verilir. Üç akım için de bozunma genişliği ifadesinin serbest parametrelerin karelerinin toplamı ile doğru orantılı olduğu görülmüştür. Kütle boyutu 5 ve 6 olan operatörler bozunma genişliğine sırasıyla Λ^{-2} ve Λ^{-4} orantılı olacak şekilde katkı verirler. $\Lambda = m^*$ alındığı durumda bu ifadelerin bağıl önemi olmayacaktır.

Spin-1/2 uyarılmış elektron ve farklı akımlar dikkate alınarak spin-3/2 uyarılmış elektron için toplam bozunma genişliğinin kütleye göre değişimi Şekil 3.2’ de verilmiştir. Burada $\Lambda = m^*$, spin-1/2 akım için $f = f' = 1$, spin-3/2 akımlar için $c_{iV} = 0.05, c_{iA} = 0.05$ olarak alınmıştır.



Şekil 3.2 Spin-1/2 ve spin-3/2 uyarılmış leptonun bozunma genişliğinin kütleye göre değişimi

Çizelge 3.1’ de uyarılmış spin-1/2 elektron için $f = f' = 1$ (uyarılmış spin-1/2 nötrino $f = -f' = 1$) ve $c_{iV} = c_{iA} = 0.5$ için uyarılmış spin-3/2 leptonun kütesine bağlı olarak toplam

bozunma genişliği değerleri verilmiştir. Çizelge 3.1’ de görüldüğü gibi, spin-1/2 uyarılmış leptonların bozunma genişlikleri $m^* < 0.5$ TeV için oldukça küçüktür. Bu ise, uyarılmış leptonlar üretilirse, bozunma köşesini (vertex) deneysel olarak saptama olanağını bulamadan, detektör içinde bozunacakları anlamına gelmektedir (Boudjema *et al.* 1993). İkinci sütunda parantez içindeki değerler uyarılmış spin-1/2 elektron $f = -f' = 1$ (uyarılmış spin-1/2 nötrino $f = f' = 1$) için elde edilen değerlerdir. Burada $\Lambda = m^*$ olarak alınmıştır.

Çizelge 3.1 Spin-1/2 ve spin-3/2 uyarılmış leptonların toplam bozunma genişlikleri

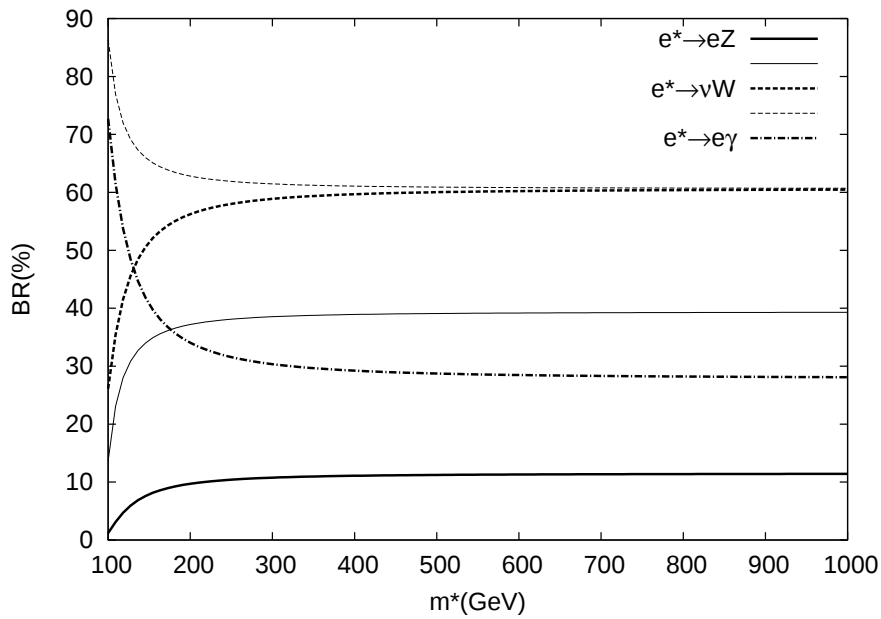
m^* (TeV)	$\Gamma_{J(1/2)}$ (GeV)	$\Gamma_{J_1(3/2)}$ (GeV)	$\Gamma_{J_2(3/2)}$ (GeV)	$\Gamma_{J_3(3/2)}$ (GeV)
0.2	1.15 (1.03)	0.54	0.14	0.06
0.3	1.93 (1.85)	1.22	0.55	0.12
0.4	2.67 (2.61)	2.29	1.36	0.18
0.5	3.39 (3.35)	3.89	2.71	0.23
0.75	5.18 (5.15)	11.12	9.31	0.36
1.0	6.95 (6.93)	24.62	22.20	0.48
1.5	10.47 (10.45)	78.89	75.24	0.73
2.0	13.98 (13.97)	183.48	178.61	0.97
2.5	17.49 (17.47)	355.16	349.07	1.22
3.0	20.99 (20.98)	650.72	603.41	1.46

Toplam bozunma genişliği, her bir bozunma modu için bozunma genişliklerinin toplamı olarak ifade edilir.

$$\Gamma_{top} = \sum_{i=1}^n \Gamma_i \quad (3.71)$$

Dallanma oranı (BR), özel bir bozunum modu için bozunma genişliğinin toplam bozunma genişliğine bölünmesi ile elde edilir.

$$BR = \frac{\Gamma_i}{\Gamma_{top}} \quad (3.72)$$

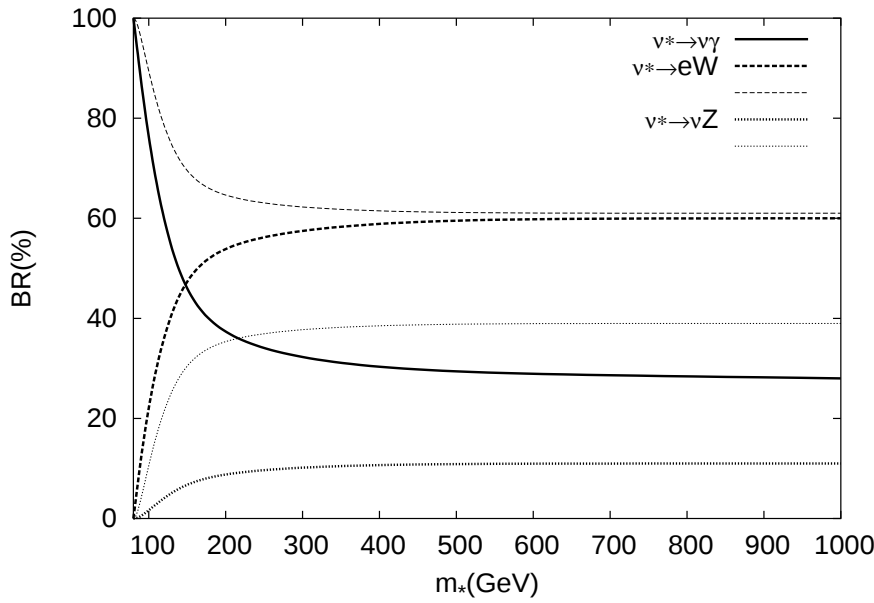


Şekil 3.3 Spin-1/2 uyarılmış elektronun kütlesine bağlı (%) BR grafiği
($f = f' = 1$ için (kalın çizgiler) ve $f = -f' = 1$ için (ince çizgiler) verilmiştir)

Şekil 3.3' te spin-1/2 uyarılmış elektron için dallanma oranı grafiği $\Lambda = m^*$ için verilmiştir. Bu grafikte, $f = f' = 1$ için (%) BR değerleri kalın çizgiler ile, $f = -f' = 1$ için (%) BR

değerleri ise ince çizgiler ile verilmiştir. Açıkça görüleceği gibi $f = -f'$ için spin-1/2 uyarılmış elektronun foton bozunum modu kapalıdır (bozunma genişliği sıfırdır). Uyarılmış spin-1/2 elektron için en büyük katkı $m^* > 150$ GeV için W -kanalından gelmektedir. Büyük kütlelerde dallanma oranı değerleri, Z -kanalı için % 12 ve foton kanalı için % 28 dir.

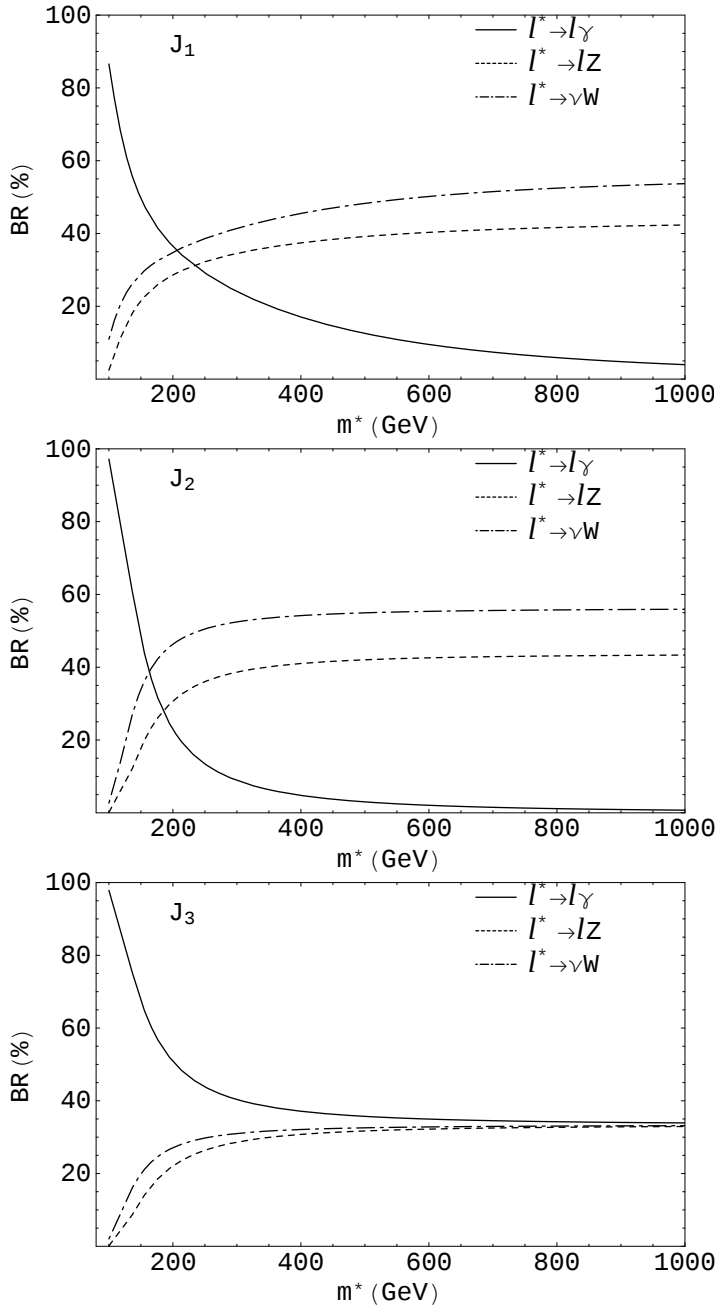
Uyarılmış spin-1/2 nötrinin ise $f = f'$ için foton kanalı kapalıdır. Bu durumda, uyarılmış nötrino için büyük kütle değerlerinde, dallanma oranları yaklaşık olarak, W -kanalı için % 60 ve Z -kanalı için % 40 olarak elde edilmektedir. $\Lambda = m^*$ için spin-1/2 uyarılmış nötrinin dallanma oranlarının kütleyle değişimi grafiği Şekil 3.4' te verilmiştir.



Şekil 3.4 Spin-1/2 uyarılmış nötrinin kütlelerine bağlı (%) BR grafiği
($f = -f' = 1$ için (kalın çizgiler) ve $f = f' = 1$ için (ince çizgiler) verilmiştir)

Uyarılmış spin-3/2 elektronun üç akıma göre verilen dallanma oranlarının kütleyle değişimi grafiği Şekil 3.5' te verilmiştir. Eşit bağlaşımlarda ve $\Lambda = m^*$ alındığında, bozunma genişlikleri arasındaki farklılık, her akım için ışımasal moddaki katkıların farklı

olmasından ve κ terimlerinden kaynaklanmaktadır. Şekil 3.5' ten görüldüğü gibi, yaklaşık $m^* \geq 200$ GeV için akım-1 (J_1)' e ve akım-2 (J_2)' ye karşılık gelen zayıf bozunum modları baskındır. Büyük kütlelerde, eşit bağlaşımlar alındığında J_3 için zayıf ve ışımasal bozunum modlarının eşit olasılığa sahip olduğu görülmektedir. Spin-3/2 uyarılmış nötrino için dallanma oranının kütleyle göre değişimi grafiği, bağlaşımlar aynı alındığında spin-3/2 uyarılmış elektronunki ile aynı olacaktır.



Şekil 3.5 Farklı akımlar için spin-3/2 uyarılmış leptonun dallanma oranları

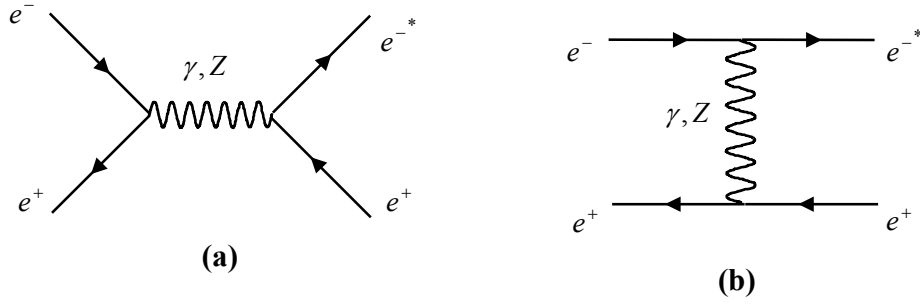
4. ELEKTRON-POZİTRON ÇARPIŞTIRICILARINDA UYARILMIŞ LEPTONLARIN TEK ÜRETİMİ

Elektron-pozitron çarpışmalarının deneysel olarak büyük avantajları vardır. e^+e^- etkileşmesi elektrozayıf teori çerçevesinde iyi anlaşılmıştır ve mümkün SM süreçleri için büyük belirsizlikler olmadan tahminler yapılabilir. Elektron-pozitron sistemi, sıfır elektrik yüküne, sıfır lepton sayısına vb. sahip olduğu için yeni parçacıklar üretmek için oldukça uygundur. Simetrik elektron ve pozitron demetleri kullanıldığında laboratuvar çerçevesi kütle merkezi çerçevesi ile özdeş olur, böylelikle tüm kütle merkezi enerjisi mümkün en yüksek fizik eşiği için kullanılabilir (Han 2005). Bu nedenlerle, yüksek enerjili elektron-pozitron çarpıştırıcıları uyarılmış leptonların araştırılması için mükemmel bir ortam sağlar.

Uyarılmış leptonların, e^+e^- çarpıştırıcılarında çift ve tek üretimi mevcuttur. Tek üretim süreçleriyle, kütle merkezi enerjisine yakın kütle değerlerine kadar ulaşılabilir. Elektron-pozitron çarpıştırıcılarında uyarılmış elektronun tek üretimi $e^+e^- \rightarrow e^{\pm*}e^{\mp}$ ve uyarılmış nötrinin tek üretimi ise $e^+e^- \rightarrow \nu^*\bar{\nu}$ süreçleri ile mümkündür. Uyarılmış elektron ve nötrino tesir kesitlerinin hesabı için kütle merkezi sisteminde $2 \rightarrow 2$ sürecinin kinematikleri kullanılmıştır. Kinematik ile ilgili ayrıntılı hesaplamalar EK 3' te verilmiştir.

4.1 Elektron-Pozitron Çarpıştırıcılarında Uyarılmış Elektronun Tek Üretimi

Spin-3/2 ve spin-1/2 uyarılmış elektronun, gelecek nesil yüksek enerjili e^+e^- çarpıştırıcıları ILC (International Linear Collider) ve CLIC (Compact Linear Collider)' de tek üretimi mümkündür. s -kanalı ve t -kanalında Z ve γ değiş-tokuşu yoluyla tek üretime katkıda bulunan Feynman diyagramları Şekil 4.1' de verilmiştir.



Şekil 4.1 Uyarılmış elektronun tek üretimi için mümkün Feynman diyagramları

(a) s -kanalı ve (b) t -kanalında Z ve γ değiş-tokuşu

e^+e^- çarpışmalarında s -kanalında γ aracılığı ile uyarılmış elektronun tek üretimi sürecinin genlik ifadeleri spin-1/2 akım ve spin-3/2 fenomenolojik akımlar J_1, J_2 ve J_3 için sırasıyla;

$$M^{(1/2)} = \frac{ig_e^2}{2\Lambda} f_\gamma^{(e)} \frac{1}{q^2} [\bar{v}(p_2)\gamma^\mu u(p_1)] g_{\mu\nu} [\bar{u}(p_3)\sigma^{\nu\alpha}(1-\gamma_5)q_\alpha v(p_4)] \quad (4.1)$$

$$M_1^{(3/2)} = \frac{g_e^2}{q^2} [\bar{v}(p_2)\gamma^\mu u(p_1)] g_{\mu\nu} [\bar{u}^\nu(p_3)(c_{1V}^\gamma - c_{1A}^\gamma\gamma^5)v(p_4)] \quad (4.2)$$

$$M_2^{(3/2)} = \frac{g_e^2}{\Lambda q^2} [\bar{v}(p_2)\gamma^\mu u(p_1)] g_{\mu\lambda} [\bar{u}^\nu(p_3)\gamma^\lambda (c_{2V}^\gamma - c_{2A}^\gamma\gamma^5)v(p_4)] q_\nu \quad (4.3)$$

$$M_3^{(3/2)} = \frac{ig_e^2}{\Lambda^2 q^2} [\bar{v}(p_2)\gamma^\mu u(p_1)] g_{\mu\alpha} [\bar{u}^\nu(p_3)\sigma^{\alpha\beta} (c_{3V}^\gamma - c_{3A}^\gamma\gamma^5)v(p_4)] q_\nu q_\beta \quad (4.4)$$

ile verilir. Spin-1/2 ve spin-3/2 uyarılmış elektronun e^+e^- çarpışmalarında s -kanalında Z aracılığı ile tek üretimi süreci için genlik ifadeleri;

$$M^{(1/2)} = -i \frac{g_e g_z}{4\Lambda} f_z^{(e)} \frac{1}{(q^2 - m_z^2 + im_z \Gamma_z)} \left[\bar{v}(p_2) \gamma^\mu (c_V - c_A \gamma_5) u(p_1) \right] (g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu / m_z^2) \left[\bar{u}(p_3) \sigma^{\nu\alpha} (1 - \gamma_5) q_\alpha v(p_4) \right] \quad (4.5)$$

$$M_1^{(3/2)} = - \frac{g_e g_z}{2(q^2 - m_z^2 + im_z \Gamma_z)} \left[\bar{v}(p_2) \gamma^\mu (c_V - c_A \gamma_5) u(p_1) \right] (g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu / m_z^2) \left[\bar{u}^\nu(p_3) (c_{1V}^z - c_{1A}^z \gamma^5) v(p_4) \right] \quad (4.6)$$

$$M_2^{(3/2)} = - \frac{g_e g_z}{2\Lambda(q^2 - m_z^2 + im_z \Gamma_z)} \left[\bar{v}(p_2) \gamma^\mu (c_V - c_A \gamma_5) u(p_1) \right] (g_{\mu\lambda} - q_\mu q_\lambda / m_z^2) \left[\bar{u}^\nu(p_3) \gamma^\lambda (c_{2V}^z - c_{2A}^z \gamma^5) v(p_4) \right] g_\nu \quad (4.7)$$

$$M_3^{(3/2)} = -i \frac{g_e g_z}{2\Lambda^2(q^2 - m_z^2 + im_z \Gamma_z)} \left[\bar{v}(p_2) \gamma^\mu (c_V - c_A \gamma_5) u(p_1) \right] (g_{\mu\alpha} - q_\mu q_\alpha / m_z^2) \left[\bar{u}^\nu(p_3) \sigma^{\alpha\beta} (c_{3V}^z - c_{3A}^z \gamma^5) v(p_4) \right] g_\nu q_\beta \quad (4.8)$$

şeklinde. t -kanalında γ aracılığında tek üretimi süreci için genlik ifadeleri;

$$M^{(1/2)} = \frac{ig_e^2}{2\Lambda} f_\gamma^{(e)} \frac{1}{q^2} \left[\bar{u}(p_3) \sigma^{\mu\alpha} (1 - \gamma_5) q_\alpha u(p_1) \right] g_{\mu\nu} \left[\bar{v}(p_2) \gamma^\nu v(p_4) \right] \quad (4.9)$$

$$M_1^{(3/2)} = \frac{g_e^2}{q^2} \left[\bar{u}^\mu(p_3) (c_{1V}^\gamma - c_{1A}^\gamma \gamma^5) u(p_1) \right] g_{\mu\nu} \left[\bar{v}(p_2) \gamma^\nu v(p_4) \right] \quad (4.10)$$

$$M_2^{(3/2)} = \frac{g_e^2}{\Lambda q^2} \left[\bar{u}^\mu(p_3) \gamma^\lambda (c_{2V}^\gamma - c_{2A}^\gamma \gamma^5) q_\mu u(p_1) \right] g_{\lambda\nu} \left[\bar{v}(p_2) \gamma^\nu v(p_4) \right] \quad (4.11)$$

$$M_3^{(3/2)} = \frac{ig_e^2}{\Lambda^2 q^2} \left[\bar{u}^\mu(p_3) \sigma^{\alpha\beta} (c_{3V}^\gamma - c_{3A}^\gamma \gamma^5) q_\mu q_\beta u(p_1) \right] g_{\alpha\nu} \left[\bar{v}(p_2) \gamma^\nu v(p_4) \right] \quad (4.12)$$

ile verilir. t -kanalında Z aracılığı ile tek üretimi süreci için genlik ifadeleri;

$$M^{(1/2)} = -i \frac{g_e g_z}{4\Lambda} f_z^{(e)} \frac{1}{(q^2 - m_z^2 + im_z \Gamma_z)} \left[\bar{u}(p_3) \sigma_{\mu\alpha} (1 - \gamma_5) q^\alpha u(p_1) \right] \left[g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu / m_z^2 \right] \left[\bar{v}(p_2) \gamma^\nu (c_V - c_A \gamma_5) v(p_4) \right] \quad (4.13)$$

$$M_1^{(3/2)} = - \frac{g_e g_z}{2(q^2 - m_z^2 + im_z \Gamma_z)} \left[\bar{u}^\mu(p_3) (c_{1V}^z - c_{1A}^z \gamma^5) u(p_1) \right] \left[g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu / m_z^2 \right] \left[\bar{v}(p_2) \gamma^\mu (c_V - c_A \gamma_5) v(p_4) \right] \quad (4.14)$$

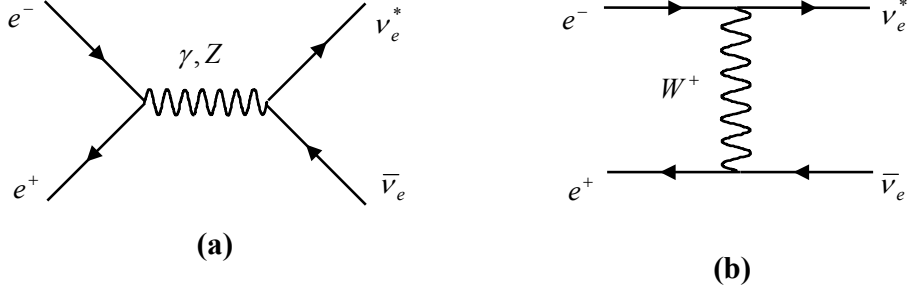
$$M_2^{(3/2)} = - \frac{g_e g_z}{2\Lambda(q^2 - m_z^2 + im_z \Gamma_z)} \left[\bar{u}^\mu(p_3) \gamma^\lambda (c_{2V}^z - c_{2A}^z \gamma^5) q_\mu u(p_1) \right] \left[g_{\lambda\nu} - q_\lambda q_\nu / m_z^2 \right] \left[\bar{v}(p_2) \gamma^\nu (c_V - c_A \gamma_5) v(p_4) \right] \quad (4.15)$$

$$M_3^{(3/2)} = -i \frac{g_e g_z}{2\Lambda^2(q^2 - m_z^2 + im_z \Gamma_z)} \left[\bar{u}^\mu(p_3) \sigma^{\alpha\beta} (c_{3V}^z - c_{3A}^z \gamma^5) q_\mu q_\beta u(p_1) \right] \left[g_{\alpha\nu} - q_\alpha q_\nu / m_z^2 \right] \left[\bar{v}(p_2) \gamma^\nu (c_V - c_A \gamma_5) v(p_4) \right] \quad (4.16)$$

şeklindedir. Denklem (4.1) - (4.16) arasında verilen genlik ifadelerinde, p_1 gelen elektronun, p_2 gelen pozitronun, p_3 çıkan uyarılmış elektronun, p_4 uyarılmış elektrona eşlik eden pozitronun ve q ise aracılık eden vektör bozonunun dörtlü momentumlarıdır.

4.2 Elektron-Pozitron Çarpıştırıcılarında Uyarılmış Nötrininin Tek Üretimi

Uyarılmış nötrino e^+e^- çarpıştırıcısında Şekil 4.2' de gösterildiği gibi, foton ve Z bozonu değişimi ile s – kanalı ve W değişimi ile t – kanalı olarak üretilir.



Şekil 4.2 Uyarılmış nötrinin tek üretimi için mümkün Feynman diyagramları

(a) s -kanalında Z ve γ değiş-tokuşu ve (b) t -kanalında W değiş-tokuşu

e^+e^- çarpışmalarında, spin-1/2 uyarılmış nötrino için ve spin-3/2 uyarılmış nötrinin üç fenomenolojik akımı için, s -kanalında γ aracılığı ile tek üretimi sürecinin genlik ifadeleri;

$$M^{(1/2)} = \frac{ig_e^2}{2\Lambda} f_\gamma^{(\nu)} \frac{1}{q^2} [\bar{\nu}(p_2)\gamma^\mu u(p_1)] g_{\mu\nu} [\bar{u}(p_3)\sigma^{\nu\alpha}(1-\gamma_5)v(p_4)] q_\alpha \quad (4.17)$$

$$M_1^{(3/2)} = \frac{g_e^2}{q^2} [\bar{\nu}(p_2)\gamma^\mu u(p_1)] g_{\mu\nu} [\bar{u}^\nu(p_3)(c_{1V}^\gamma - c_{1A}^\gamma\gamma^5)v(p_4)] \quad (4.18)$$

$$M_2^{(3/2)} = \frac{g_e^2}{\Lambda q^2} [\bar{\nu}(p_2)\gamma^\mu u(p_1)] g_{\mu\lambda} [\bar{u}^\nu(p_3)\gamma^\lambda (c_{2V}^\gamma - c_{2A}^\gamma\gamma^5)v(p_4)] q_\nu \quad (4.19)$$

$$M_3^{(3/2)} = \frac{ig_e^2}{\Lambda^2 q^2} [\bar{\nu}(p_2)\gamma^\mu u(p_1)] g_{\mu\alpha} [\bar{u}^\nu(p_3)\sigma^{\alpha\beta} (c_{3V}^\gamma - c_{3A}^\gamma\gamma^5)v(p_4)] q_\nu q_\beta \quad (4.20)$$

ile verilir. Spin-1/2 ve spin-3/2 uyarılmış nötrinin e^+e^- çarpışmalarında s -kanalında Z aracılığı ile tek üretimi süreci için genlik ifadeleri;

$$M^{(1/2)} = -i \frac{g_e g_z}{4\Lambda} f_z^{(\nu)} \frac{1}{(q^2 - m_z^2 + im_z \Gamma_z)} \left[\bar{\nu}(p_2) \gamma^\mu (c_V - c_A \gamma_5) u(p_1) \right] \left[g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu / m_z^2 \right] \left[\bar{u}(p_3) \sigma_{\nu\alpha} (1 - \gamma_5) v(p_4) \right] q^\alpha \quad (4.21)$$

$$M_1^{(3/2)} = - \frac{g_e g_z}{2(q^2 - m_z^2 + im_z \Gamma_z)} \left[\bar{\nu}(p_2) \gamma^\mu (c_V - c_A \gamma_5) u(p_1) \right] \left[g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu / m_z^2 \right] \left[\bar{u}^\nu(p_3) (c_{1V}^z - c_{1A}^z \gamma^5) v(p_4) \right] \quad (4.22)$$

$$M_2^{(3/2)} = - \frac{g_e g_z}{2\Lambda(q^2 - m_z^2 + im_z \Gamma_z)} \left[\bar{\nu}(p_2) \gamma^\mu (c_V - c_A \gamma_5) u(p_1) \right] \left[g_{\mu\lambda} - q_\mu q_\lambda / m_z^2 \right] \left[\bar{u}^\nu(p_3) \gamma^\lambda (c_{2V}^z - c_{2A}^z \gamma^5) v(p_4) \right] q_\nu \quad (4.23)$$

$$M_3^{(3/2)} = -i \frac{g_e g_z}{2\Lambda^2(q^2 - m_z^2 + im_z \Gamma_z)} \left[\bar{\nu}(p_2) \gamma^\mu (c_V - c_A \gamma_5) u(p_1) \right] \left[g_{\mu\alpha} - q_\mu q_\alpha / m_z^2 \right] \left[\bar{u}^\nu(p_3) \sigma^{\alpha\beta} (c_{3V}^z - c_{3A}^z \gamma^5) v(p_4) \right] q_\nu q_\beta \quad (4.24)$$

şeklindedir. t -kanalında W aracılığı ile uyarılmış nötrino tek üretimi süreci için genlik ifadeleri;

$$M^{(1/2)} = -i \frac{g_e g_w}{4\sqrt{2}\Lambda} f_W^{(\nu)} \frac{1}{(q^2 - m_w^2)} \left[\bar{u}(p_3) \sigma^{\mu\alpha} (1 - \gamma_5) q_\alpha u(p_1) \right] \left[g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu / m_w^2 \right] \left[\bar{\nu}(p_2) \gamma^\nu (1 - \gamma_5) v(p_4) \right] \quad (4.25)$$

$$M_1^{(3/2)} = - \frac{g_e g_w}{2\sqrt{2}(q^2 - m_w^2)} \left[\bar{u}^\mu(p_3) (c_{1V}^w - c_{1A}^w \gamma^5) u(p_1) \right] \left[g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu / m_w^2 \right] \left[\bar{\nu}(p_2) \gamma^\nu (1 - \gamma_5) v(p_4) \right] \quad (4.26)$$

$$M_2^{(3/2)} = - \frac{g_e g_w}{2\sqrt{2}\Lambda(q^2 - m_w^2)} \left[\bar{u}^\mu(p_3) \gamma^\lambda (c_{2V}^w - c_{2A}^w \gamma^5) q_\mu u(p_1) \right] \left[g_{\lambda\nu} - q_\lambda q_\nu / m_w^2 \right] \left[\bar{\nu}(p_2) \gamma^\nu (1 - \gamma_5) v(p_4) \right] \quad (4.27)$$

$$M_3^{(3/2)} = -i \frac{g_e g_w}{2\sqrt{2}\Lambda^2 (q^2 - m_w^2)} \left[\bar{u}^\mu(p_3) \sigma^{\alpha\beta} (c_{3V}^w - c_{3A}^w \gamma^5) q_\mu q_\beta u(p_1) \right] \left[g_{\alpha\nu} - q_\alpha q_\nu / m_w^2 \right] \left[\bar{v}(p_2) \gamma^\nu (1 - \gamma_5) v(p_4) \right] \quad (4.28)$$

şeklindedir. Denlem (4.17)-(4.28) arasında verilen genlik ifadelerinde, p_1 gelen elektronun, p_2 gelen pozitronun, p_3 çıkan uyarılmış nötrinin, p_4 uyarılmış nötrinoya eşlik eden antinötrinin, q ise aracılık eden vektör bozonunun dörtlü momentumlarıdır.

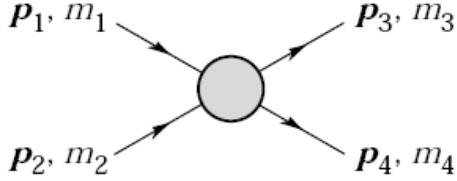
4.3 Tesir Kesitlerinin Hesaplanması

Kütle merkezi sisteminde gelen parçacık kütleleri sıfır alındığında $2 \rightarrow 2$ süreci için diferansiyel tesir kesiti

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{\langle |M|^2 \rangle}{16\pi s^2} \quad (4.29)$$

bağıntısı ile verilmektedir. $2 \rightarrow 2$ sürecinin sembolik gösterimi Şekil 4.3' te verilmiştir. Uyarılmış elektron ve uyarılmış nötrino için diferansiyel tesir kesitlerinin analitik ifadeleri EK 4.2-4.3' te verilmiştir. Burada $s = (p_1 + p_2)^2 = (p_3 + p_4)^2$ ve $t = (p_1 - p_3)^2 = (p_2 - p_4)^2$ şeklinde tanımlanan Lorentz değişmezi Mandelstam parametreleridir. e^+e^- çarpışmalarında uyarılmış elektronun tek üretimi ile ilgili diyagramlardan, t - kanalında fotonun aracılık ettiği diyagram tesir kesitine en büyük katkıyı verecektir. Düşük momentum aktarımı olduğu durumda ($q^2 \rightarrow 0$), foton propagatöründeki $1/q^2$ teriminden dolayı ıraksaklık meydana gelir. Fiziksel bir tesir kesitinin elde edilebilmesi ve bu tesir kesitinin deneysel olarak ölçülebilmesi için, ıraksaklığı gidermek üzere süreçte çıkan gözlenebilir parçacıkların kinematik değişkenleri ($p_T, y, \cos \theta, \dots$ vb.) üzerine bir takım sınırlamalar getirilebilir. Bununla birlikte, toplam tesir kesitini bulmak için diferansiyel tesir kesitinin

$(d\sigma/dt)$ integrali alınırken, integralin alt ve üst sınır değerleri ($t_{\min}$ ve $t_{\max}$) üzerine de sınırlamalar koyulabilir (Hagiwara 1985).



Şekil 4.3 2→2 sürecinin sembolik gösterimi (PDG 2008)

Kütle merkezi sisteminde $t_{\min}$ ve $t_{\max}$ değerleri (Amsler et al. 2008)

$$t_{\min(\max)} = \left(\frac{m_1^2 - m_2^2 - m_3^2 + m_4^2}{2\sqrt{s}} \right)^2 - (p_{1cm} \mp p_{3cm})^2 \quad (4.30)$$

ile hesaplanabilir. Kütle merkezi momentumları, m_i ilgili parçacığın momentumu olmak üzere,

$$\vec{p}_{icm} = \sqrt{E_{icm}^2 - m_i^2} \quad (4.31)$$

şeklindedir. Gelen ve çıkan parçacıkların kütle merkezi enerjileri ise

$$E_{1(3)cm} = \frac{s + m_{1(3)}^2 - m_{2(4)}^2}{2\sqrt{s}} \quad E_{2(4)cm} = \frac{s + m_{2(4)}^2 - m_{1(3)}^2}{2\sqrt{s}} \quad (4.32)$$

şeklinde verilir. Bu değerler kullanılarak Lorentz değişmez Mandelstam parametresi t , SM leptonlarının kütleleri ihmal edildiğinde, θ saçılma açısı olmak üzere,

$$t = (p_1 - p_3)^2 \approx -2(E_{1cm}E_{3cm} - |\vec{p}_{1cm}||\vec{p}_{3cm}|\cos\theta) \quad (4.33)$$

elde edilir. $m_4 = m^*$ alınarak, enerji ve momentum değerleri $E_{1cm} = \vec{p}_{1cm} = \sqrt{s}/2$, $E_{3cm} = \vec{p}_{3cm} = (\sqrt{s} - m^{*2})/2\sqrt{s}$ olarak hesaplanabilir. Bu değerler t ifadesinde yerine yazılırsa t ve $\cos\theta$ arasındaki ilişki;

$$t = -\frac{1}{2}(s - m^{*2})(1 - \cos\theta) \quad (4.34)$$

olarak bulunur. $\cos\theta$ ' ya bağlı diferansiyel tesir kesiti ifadesi;

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\cos\theta} &= \frac{d\sigma}{dt} \frac{dt}{d\cos\theta} \\ &= \frac{1}{2}(s - m^{*2}) \frac{\langle |M^2| \rangle}{16\pi s^2} \end{aligned} \quad (4.35)$$

olarak elde edilir. Burada spin-1/2 ve spin-3/2 uyarılmış elektronun ve nötrinin tek üretimi için toplam tesir kesitleri bulunurken $\cos\theta$ üzerine sınırlama koyulmuştur (diferansiyel tesir kesiti [-0.95, 0.95] aralığında integre edilmiştir).

Tesir kesitleri hesaplanırken, parametre sayısını azaltmak ve teorik tahminlerde bulunabilmek için uyarılmış lepton bağlaşımları ile ilgili bazı kabullenmeler yapılabilir. Spin-1/2 uyarılmış leptonlarla ilgili olarak literatürde sıklıkla $f = f' = 1$ ve $f = -f' = 1$ durumları dikkate alınmaktadır. Spin-3/2 uyarılmış leptonların tek üretim tesir kesiti ile ilgili teorik bir tahminin olmayışı ve serbest parametre sayısının fazlalığından dolayı, sinyal tesir kesitleri hesaplanırken, her bir ayar bozonuna bağlaşım ayrı ayrı dikkate alınmıştır; yani, ayar bozonlarından sadece birine olan bağlaşım sıfırdan farklı alınırken diğer ayar bozonlarına bağlaşım sıfır olarak alınmıştır. Spin-1/2 ve spin-3/2 uyarılmış leptonların tek

üretimi için hesaplamalar yapılırken, yapılabilecek kabullenimler Çizelge 4.1’ de verilmiştir.

Çizelge 4.1 Uyarılmış leptonlar için bağlaşımların seçimi

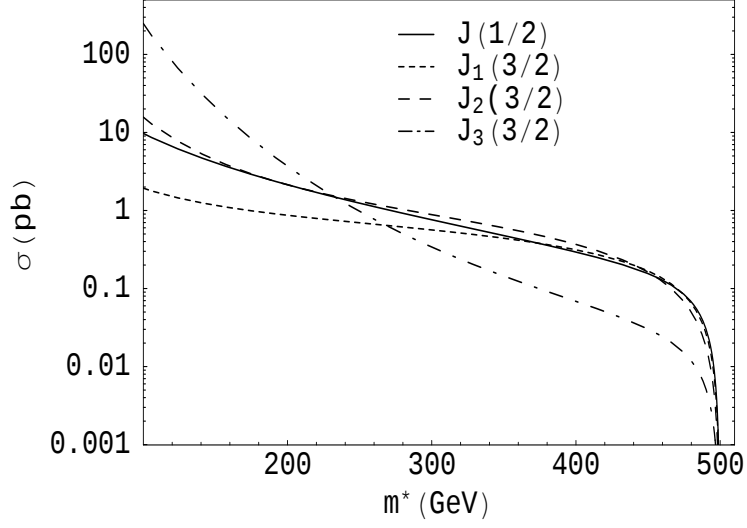
Spin-1/2	Spin-3/2
1. $f = f'$ 2. $f = -f'$	1. $c_x^\gamma = c_x^W = 0, c_x^Z \neq 0$ 2. $c_x^Z = c_x^W = 0, c_x^\gamma \neq 0$ 3. $c_x^Z = c_x^\gamma = 0, c_x^W \neq 0$ 4. $c_x^Z = c_x^\gamma = c_x^W \neq 0$

4.3.1 Uyarılmış elektron tek üretiminde Z-bozonuna bağlaşım

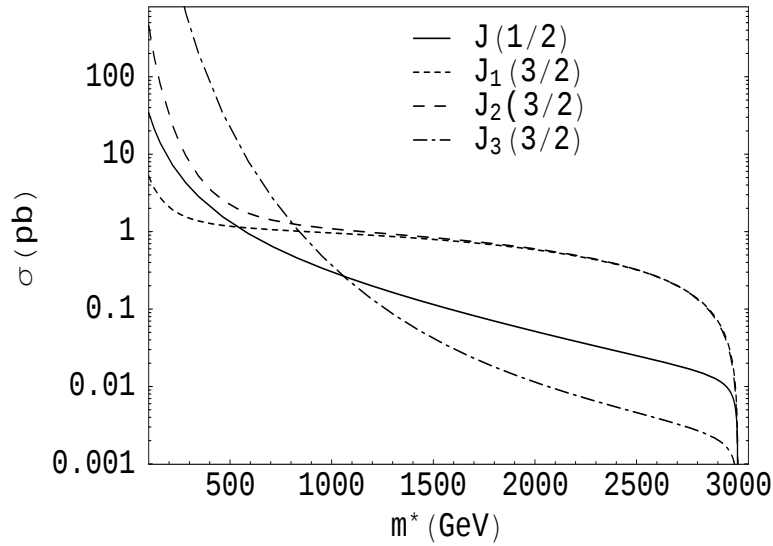
s ve t kanallarında Z-bozonu değiş tokuşu ağır propagatör ile etkin bir form faktörü gibi davranır. Spin-3/2 uyarılmış elektronun (e^*) tek üretiminde sadece Z-bozonuna bağlaşım istediğinde $c_{iV(A)}^\gamma = 0$ ve $c_{iV(A)}^Z \neq 0$ almak yeterlidir. Spin-1/2 uyarılmış elektron için ise, $f = -f'$ alındığında foton bağlaşımı ortadan kalkacak ve e^* tek üretimi için sadece Z-bozonuna bağlaşım kalacaktır. Spin-1/2 ve spin-3/2 uyarılmış elektronun (pozitronun) e^+e^- çarpışmalarında tek üretiminde, toplam tesir kesitinin uyarılmış lepton kütlesine göre değişimi, ILC ($\sqrt{s} = 0.5$ TeV) ve CLIC ($\sqrt{s} = 3$ TeV) enerjileri için sırasıyla Şekil 4.4 ve Şekil 4.5’ te verilmiştir. Bu grafiklerde düz çizgi, nokta, çizgi, nokta-çizgi sırasıyla $f = -f' = 1$ için spin-1/2 akımlara, $c_{iA}^Z = c_{iV}^Z = 0.5$ için spin-3/2 akımlara karşılık gelmektedir. Burada $\Lambda = m^*$ alınmıştır.

Şekil 4.4 (Şekil 4.5)’ ten görüldüğü gibi uyarılmış spin-3/2 elektron (ya da pozitron) $\sqrt{s} = 0.5(3)$ TeV için J_3 akımı dikkate alındığında 0.25 (0.8) TeV’ den daha düşük kütlelerde diğer akımlara göre daha yüksek tesir kesitine sahiptir. Tesir kesitleri c_{iA}, c_{iV} bağlaşımlarının kareleri ve bağlaşımların çapraz çarpımları ile orantılı olduğundan, bu

bağlaşımlar farklı alındığında, spin-3/2 akımların spin-1/2' ye göre bağıl önemleri değişecektir.

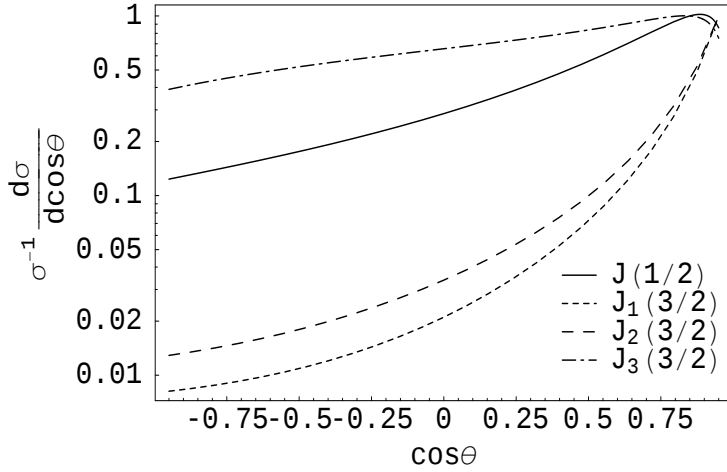


Şekil 4.4 Uyarılmış elektronun (pozitronun) Z- bozonuna bağlaşımı olduğunda üretim tesir kesitinin kütleyle göre ILC ($\sqrt{s} = 0.5$ TeV) enerjilerinde değişimi

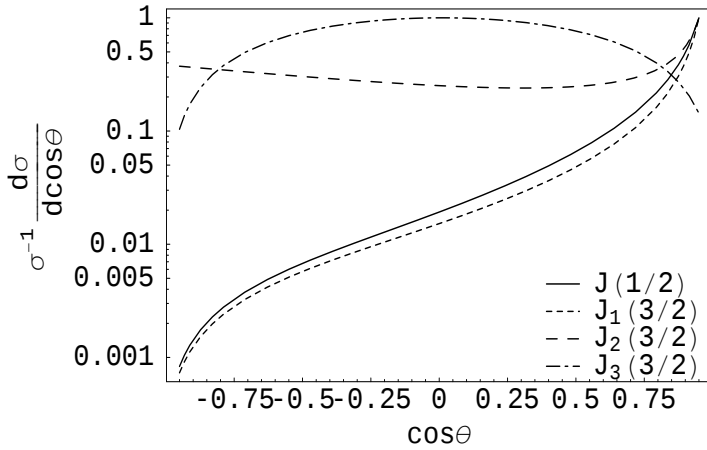


Şekil 4.5 Uyarılmış elektronun (pozitronun) Z- bozonuna bağlaşımı olduğunda üretim tesir kesitinin kütleyle göre CLIC ($\sqrt{s} = 3$ TeV) enerjilerinde değişimi

Spin-3/2 ve spin-1/2 uyarılmış elektron (pozitron) sinyallerini birbirinden ayırt edebilmek için son durum gözlenebilir parçacıkların açısal dağılımları incelenmiştir. Normalize tesir kesitlerinin saçılma açısının kosinüsüne göre değişimi ILC ve CLIC enerjilerinde sırasıyla, Şekil 4.6’ da ve Şekil 4.7’ de verilmiştir. Burada $\Lambda = m^* = 350$ GeV, spin-1/2 akım için $f = -f' = 1$ ve spin-3/2 akımlar için $c_{iA}^z = c_{iV}^z = 0.5$ olarak alınmıştır.



Şekil 4.6 Z-bozonuna bağlaşım durumunda uyarılmış elektron (pozitron) tek üretimi için ILC ($\sqrt{s} = 0.5$ TeV) enerjilerinde normalize açısal dağılım



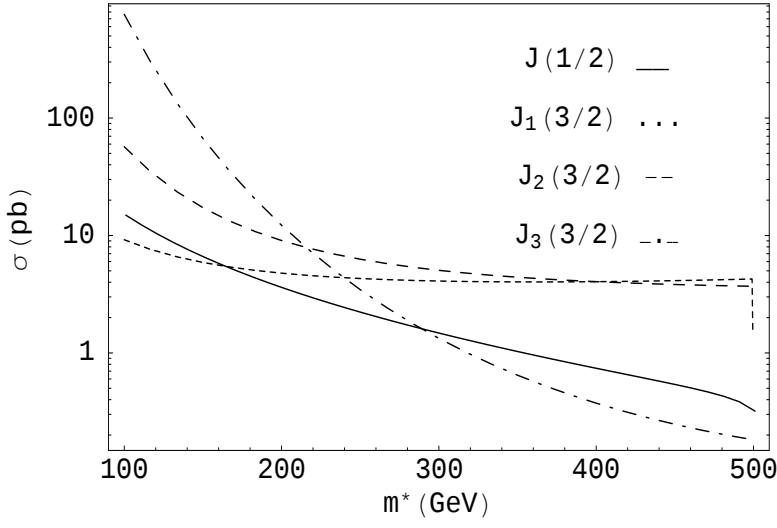
Şekil 4.7 Z-bozonuna bağlaşım durumunda uyarılmış elektron (pozitron) tek üretimi için CLIC ($\sqrt{s} = 3$ TeV) enerjilerinde normalize açısal dağılım

Açısal dağılımlar incelendiğinde, spin-1/2 ve spin-3/2 uyarılmış elektron (pozitron) sinyalinin birbirinden ayırt edilebildiği, uyarılmış spin-1/2 elektronun daha çok ileri yönde üretildiği ve akım-3 için spin-3/2 uyarılmış elektronun farklı bir açısal dağılıma sahip olduğu görülmektedir. Bağlaşımlar eşit seçildiğinde normalize açısal dağılımların bağlaşımlara bağımlılığı kalmayacaktır. Seçilen farklı bağlaşımlar ve kütle değerlerine göre açısal dağılımların biçimi değişecektir.

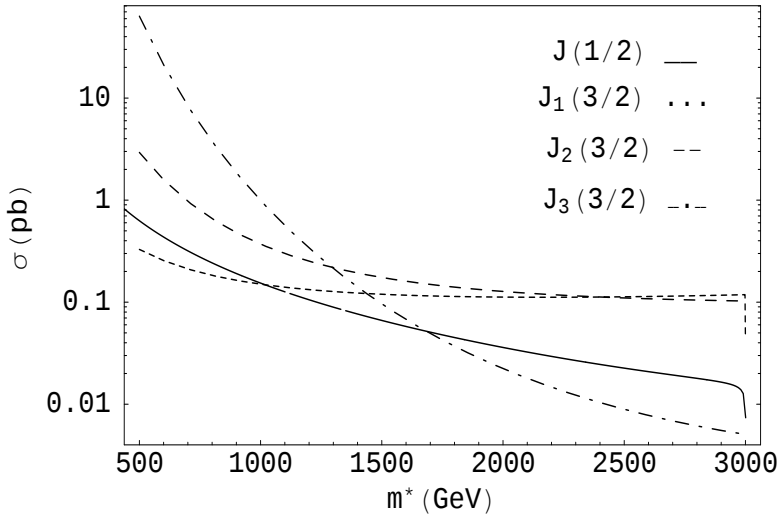
4.3.2 Uyarılmış elektron tek üretiminde fotona bağlaşım

Spin-3/2 uyarılmış elektron için sadece γ ' ya bağlaşım istediğinde $c_{iV(A)}^\gamma \neq 0$ ve $c_{iV(A)}^z = 0$ almak uygundur. Spin-1/2 uyarılmış elektron için ise, bağlaşımlar $f = f'$ alınmıştır. Burada, uyarılmış elektronun sadece fotona bağlaşımı düşünüldüğünden $e^* \rightarrow e\gamma$ sinyali dikkate alınarak (spin-1/2 uyarılmış elektron sinyali için elde edilen tesir kesiti $e^* \rightarrow e\gamma$ dallanma oranı ile çarpılarak) inceleme yapılmıştır. Spin-1/2 ve spin-3/2 uyarılmış elektronun (pozitronun) e^+e^- çarpışmalarında tek üretiminde sadece fotona bağlaşımı olduğunda, toplam tesir kesitinin uyarılmış lepton kütlelerine göre değişimi, ILC ve CLIC enerjileri için sırasıyla Şekil 4.8' de ve Şekil 4.9' da verilmiştir. Burada, spin-1/2 uyarılmış elektron için $f = f' = 1$, spin-3/2 akımlar için $c_{iA}^\gamma = c_{iV}^\gamma = 0.5$ ve $\Lambda = m^*$ alınmıştır.

Şekil 4.8' den (Şekil 4.9' dan) görüldüğü gibi uyarılmış spin-3/2 elektron (ya da pozitron) $\sqrt{s} = 0.5(3)$ TeV için J_3 akımı dikkate alındığında 0.22 (1.3) TeV' den daha düşük kütlelerde diğer akımlara göre daha yüksek tesir kesitine sahiptir.



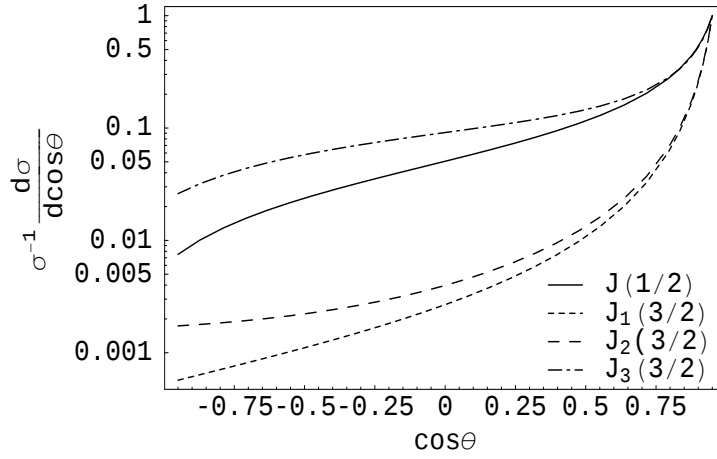
Şekil 4.8 Uyarılmış elektronun (pozitronun) fotona bağlaşımı olduğunda üretim tesir kesitinin kütleye göre ILC ($\sqrt{s} = 0.5$ TeV) enerjilerinde değişimi



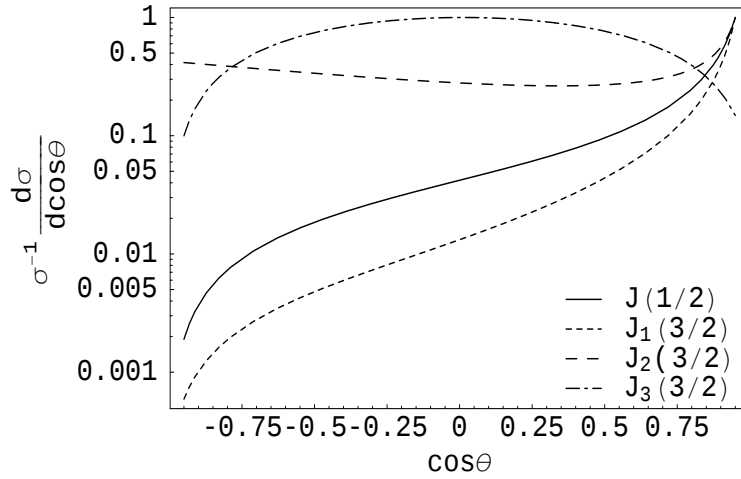
Şekil 4.9 Uyarılmış elektronun (pozitronun) fotona bağlaşımı olduğunda üretim tesir kesitinin kütleye göre CLIC ($\sqrt{s} = 3$ TeV) enerjilerinde değişimi

Fotona bağlaşım olduğu durumda spin-3/2 ve spin-1/2 uyarılmış elektron (pozitron) sinyallerini birbirinden ayırt edebilmek için normalize tesir kesitlerinin saçılma açısının kosinüsün göre değişimi Şekil 4.10' da ve Şekil 4.11' de incelenmiştir. Burada $\Lambda = m^* = 350$ GeV, spin-1/2 akım için $f = f' = 1$ ve spin-3/2 akımlar için $c_{iA}^\gamma = c_{iV}^\gamma = 0.5$

olarak alınmıştır. Seçilen bu bağlaşım ve kütle değeri için $\sqrt{s}=3$ TeV’ de spin-3/2 uyarılmış elektronun (pozitronun) açısai dağılımın diğerlerinden farklı olduğu görülmüştür. Sadece fotona bağlaşım olduğu durumda da spin-1/2 ve spin-3/2 uyarılmış elektron (pozitron) sinyallerinin birbirinden ayırt edilebilecekleri gözlenmiştir.



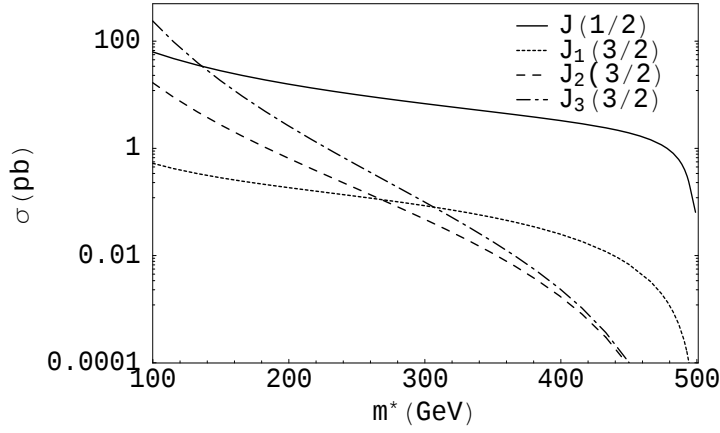
Şekil 4.10 Fotona bağlaşım durumunda uyarılmış elektron (pozitron) tek üretimi için ILC ($\sqrt{s} = 0.5$ TeV) enerjilerinde normalize açısai dağılım



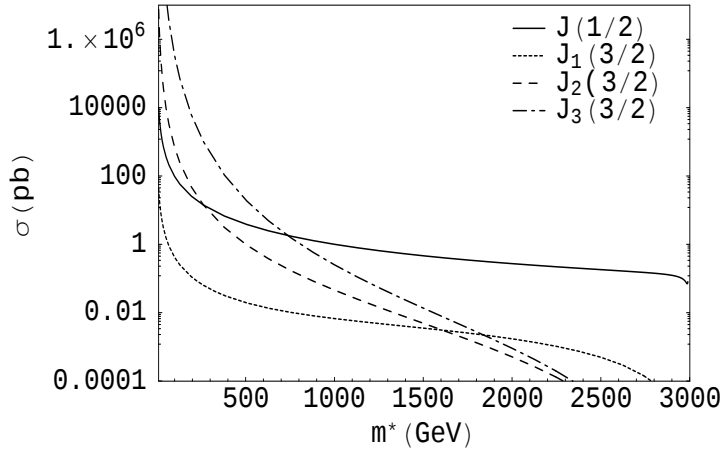
Şekil 4.11 Fotona bağlaşım durumunda uyarılmış elektron (pozitron) tek üretimi için CLIC ($\sqrt{s} = 3$ TeV) enerjilerinde normalize açısai dağılım

4.3.3 Uyarılmış nötrino tek üretiminde fotona bağlaşım

Uyarılmış nötrinoların (ν^*), SM nötrinolarından farklı olarak elektromanyetik bağlaşımı vardır. Uyarılmış nötrinoların e^+e^- çarpışmalarında tek olarak üretilmesi için mümkün Feynman diyagramlarından biri s -kanalında fotonun aracılık ettiği diyagramdır. Spin-3/2 uyarılmış nötrinin sadece fotona bağlaşımı istendiğinde $c_{iV(A)}^\gamma \neq 0$ ve $c_{iV(A)}^{\bar{\gamma}} = c_{iV(A)}^W = 0$ almak yeterlidir. Spin-1/2 uyarılmış elektron için, bağlaşım $f = -f'$ alındığında üç bozunum (ışınasal, yüklü zayıf ve yüksüz zayıf) modu mümkün olacaktır. Burada, uyarılmış spin-1/2 nötrinin sadece elektromanyetik bağlaşımının olması istendiğinden, $f = -f'$ için elde edilen toplam tesir kesiti $\nu^* \rightarrow \nu\gamma$ dallanma oranı ile çarpılmıştır. e^+e^- çarpışmalarında spin-1/2 ve spin-3/2 uyarılmış nötrinin tek üretim sürecinde yalnızca fotona bağlaşımı dikkate alındığında, tesir kesitinin uyarılmış nötrino kütlesine göre değişimi, ILC ve CLIC enerjileri için sırasıyla Şekil 4.11 ve Şekil 4.12' de verilmiştir. Düz çizgi, nokta, kesik çizgi, nokta-çizgi sırasıyla $f = -f' = 1$ için spin-1/2 akıma, $c_{iA}^\gamma = c_{iV}^\gamma = 0.5$ için spin-3/2 J_1, J_2, J_3 akımlarına karşılık gelmektedir. Burada $\Lambda = m^*$ alınmıştır. Şekil 4.11 (Şekil 4.12)' den görüldüğü gibi spin-3/2 uyarılmış nötrino $\sqrt{s} = 0.5(3)$ TeV için J_3 akımı dikkate alındığında 0.22 (1.3) TeV' den daha düşük kütlelerde diğer akımlara göre daha yüksek tesir kesitine sahiptir.



Şekil 4.12 Uyarılmış nötrinin fona bağlaşımı olduğunda üretim tesir kesitinin kütle göre ILC ($\sqrt{s} = 0.5$ TeV) enerjilerinde değışimi



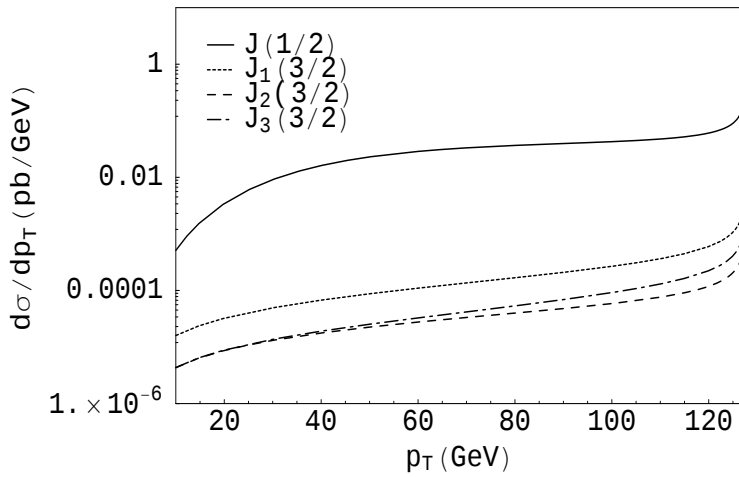
Şekil 4.13 Uyarılmış nötrinin fona bağlaşımı olduğunda üretim tesir kesitinin kütle göre CLIC ($\sqrt{s} = 3$ TeV) enerjilerinde değışimi

Tek üretim sürecinde uyarılmış nötrinolarla eşlik eden bir SM antinötrinosu açığa çıkar. Spin-3/2 ve spin-1/2 uyarılmış nötrino sinyallerini ayırt edebilmek için eşlik eden antinötrininin kayıp enine momentum dağılımlarına bakılır. Enine momentum dağılımlarının biçimine göre spin-3/2 ve spin-1/2 uyarılmış nötrino sinyallerini ayırt etmek

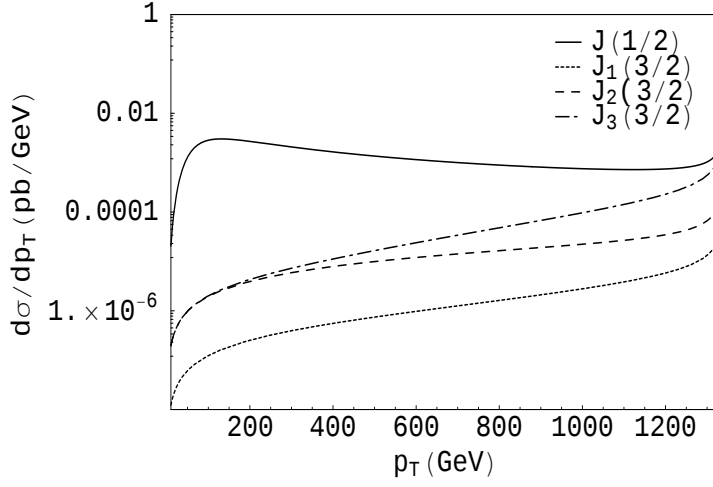
mümkün olacaktır. Uyarılmış nötrino üretim tesir kesitinin eşlik eden antinötrinin enine momentumuna göre değişimi

$$\frac{d\sigma}{dp_T} = \sqrt{s} \frac{1}{\sqrt{\left[\left(\frac{s-m^{*2}}{2p_T\sqrt{s}}\right)^2 - 1\right]}} \left(\frac{d\sigma}{dt}\right) \quad (4.36)$$

ile verilir. Bu ifadenin elde edilişı EK 3.2' de ayrıntılı olarak verilmiştir. Uyarılmış nötrinin yalnızca fotona bağlaşımı dikkate alındığında spin-3/2 ve spin-1/2 uyarılmış nötrino üretimi için kayıp enine momentum dağılımları Şekil 4.14 ve Şekil 4.15' te verilmiştir. Bu şekillerde, spin-1/2 akım için $f = -f' = 1$ ve spin-3/2 akımlar için $c_{IA}^\gamma = c_{IV}^\gamma = 0.5$ olarak alınmıştır. Ayrıca, Şekil 4.14' te ILC ($\sqrt{s} = 0.5 \text{ TeV}$) için $\Lambda = m^* = 350 \text{ GeV}$ ve Şekil 4.15' te CLIC ($\sqrt{s} = 3 \text{ TeV}$) için $\Lambda = m^* = 1 \text{ TeV}$ olarak alınmıştır. Verilen bu bağlaşımlar ve kütle değerleri için kayıp enine momentum dağılımlarına bakılarak spin-1/2 ve spin-3/2 uyarılmış nötrino sinyallerinin birbirinden ayırt edilebileceği görülmüştür.



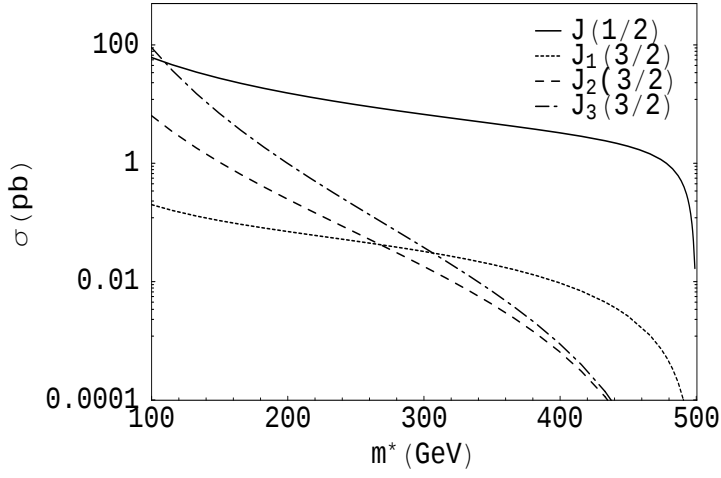
Şekil 4.14 Fotona bağlaşımlı durumda uyarılmış nötrino tek üretimi için ILC ($\sqrt{s} = 0.5 \text{ TeV}$) enerjilerinde kayıp enine momentum dağılımı



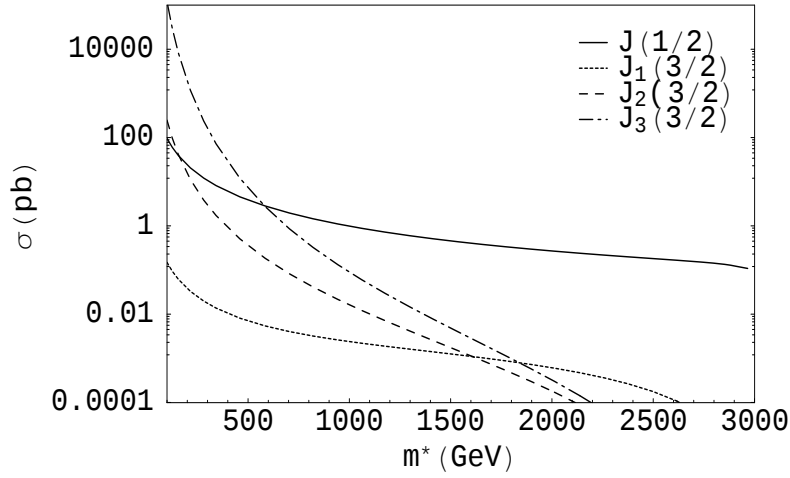
Şekil 4.15 Fotona bağlaşım durumunda uyarılmış nötrino tek üretimi için CLIC ($\sqrt{s} = 3$ TeV) enerjilerinde kayıp enine momentum dağılımı

4.3.4 Uyarılmış nötrino tek üretiminde Z-bozonuna bağlaşım

Spin-3/2 uyarılmış nötrinin sadece Z-bozonuna bağlaşımı istediğinde $c_{iV(A)}^Z \neq 0$ ve $c_{iV(A)}^\gamma = c_{iV(A)}^W = 0$ alınır. Spin-1/2 uyarılmış nötrino için, bağlaşım $f = f'$ alındığında ışımsal bozunum modu ortadan kalkarken sadece yüklü zayıf ve yüksüz zayıf bozunum modu mümkün olur. Burada uyarılmış spin-1/2 nötrinin sadece Z' ye bağlaşımının olması istediğinden, $f = f'$ alınarak elde edilen toplam tesir kesiti $\nu^* \rightarrow \nu Z$ dallanma oranı ile çarpılmıştır. e^+e^- çarpışmalarında spin-1/2 ve spin-3/2 uyarılmış nötrinin tek üretim sürecinde yalnızca Z-bozonuna bağlaşımı dikkate alındığında, tesir kesitinin uyarılmış nötrino kütesine göre değişimi, ILC ve CLIC enerjileri için sırasıyla Şekil 4.16' da ve Şekil 4.17' de verilmiştir. Bu grafiklerde düz çizgi, nokta, kesik çizgi, nokta-çizgi sırasıyla $f = f' = 1$ için spin-1/2 akıma, $c_{iA}^Z = c_{iV}^Z = 0.5$ için spin-3/2 J_1, J_2, J_3 akımlarına karşılık gelmektedir. Burada $\Lambda = m^*$ alınmıştır.



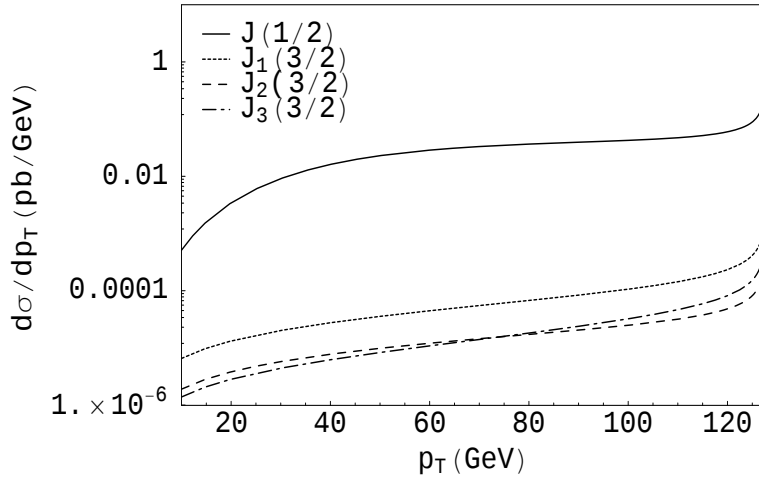
Şekil 4.16 Uyarılmış nötrinin Z-bozonuna bağlaşımı olduğunda üretim tesir kesitinin kütleye göre ILC ($\sqrt{s} = 0.5$ TeV) enerjilerinde değişimi



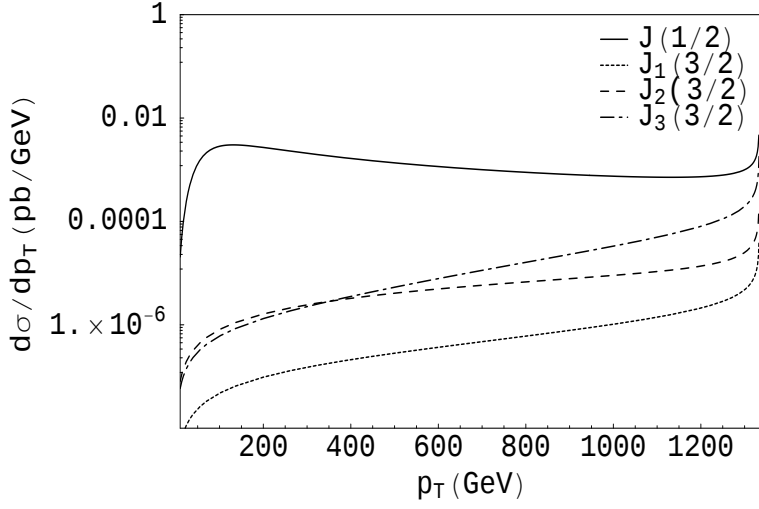
Şekil 4.17 Uyarılmış nötrinin Z-bozonuna bağlaşımı olduğunda üretim tesir kesitinin kütleye göre CLIC ($\sqrt{s} = 3$ TeV) enerjilerinde değişimi

Yalnızca Z-bozonuna bağlaşım dikkate alındığında küçük kütle değerlerinde spin-3/2 uyarılmış nötrinin J_3 için J_1 ve J_2 ’den daha büyük tesir kesitlerine sahip olduğu Şekil 4.16’ dan ve Şekil 4.17’ den görülmektedir. Uyarılmış nötrinolar eşlik eden SM

antinötrinolarının kayıp enine momentum dağılımları incelendiğinde ILC için $\Lambda = m^* = 350$ GeV ve CLIC için $\Lambda = m^* = 1$ TeV alındığında, kayıp enine momentum dağılımlarının farklı olduğu görülmüştür. Her iki kütle merkezi enerjisinde de küçük kütle değerlerinde spin-3/2 akım-2 ve akım-3 (J_2 ve J_3) p_T dağılımlarının, uyarılmış nötrino sadece fotona bağlaşımı olduğu durumdaki gibi, birbirine çok yakın olduğu Şekil 4.18' den ve Şekil 4.19' dan görülmektedir. Bu grafiklerde, spin-1/2 akım için $f = f' = 1$ ve spin-3/2 akımlar için $c_{iA}^Z = c_{iV}^Z = 0.5$ olarak alınmıştır.



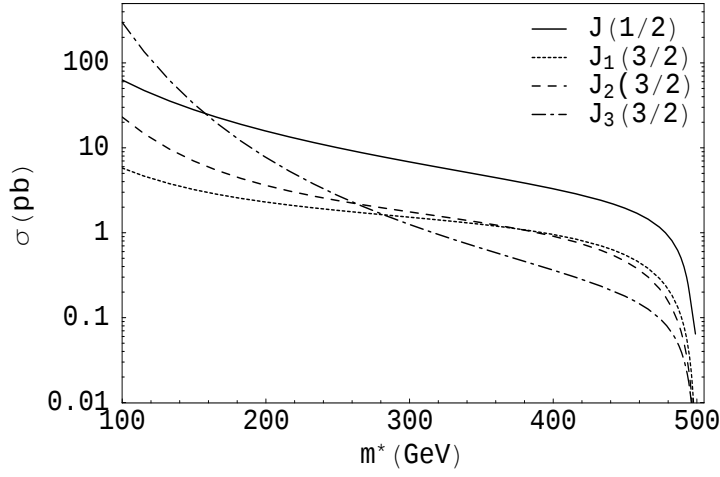
Şekil 4.18 Z- bozonuna bağlaşım durumunda uyarılmış nötrino tek üretimi için ILC ($\sqrt{s} = 0.5$ TeV) enerjilerinde kayıp enine momentum dağılımı



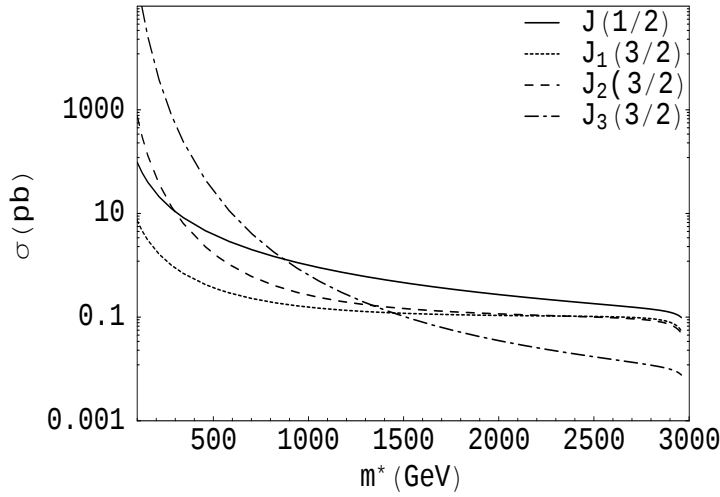
Şekil 4.19 Z- bozonuna bağlaşım durumunda uyarılmış nötrino tek üretimi için CLIC ($\sqrt{s} = 3$ TeV) enerjilerinde kayıp enine momentum dağılımı

4.3.5 Uyarılmış nötrino tek üretiminde W -bozonuna bağlaşım

Spin-3/2 uyarılmış nötrinin sadece W -bozonuna bağlaşımı istediğinde $c_{iV(A)}^W \neq 0$ ve $c_{iV(A)}^\gamma = c_{iV(A)}^Z = 0$ alınır. Spin-1/2 uyarılmış nötrino için, bağlaşım $f = f'$ ya da $f = -f'$ alındığında yüklü zayıf bozunum modu mümkün olacaktır. Burada uyarılmış spin-1/2 nötrinin sadece W 'ya bağlaşımının olması istediğinden, $f = -f'$ alınmış ve elde edilen toplam tesir kesiti $\nu^* \rightarrow eW$ dallanma oranı ile çarpılmıştır. e^+e^- çarpışmalarında spin-1/2 ve spin-3/2 uyarılmış nötrinin tek üretim sürecinde yalnızca W bozonuna bağlaşımı dikkate alındığında, tesir kesitinin uyarılmış nötrino kütlesine göre değişimi, ILC ve CLIC enerjileri için sırasıyla Şekil 4.20 ve Şekil 4.21' de verilmiştir. Bu grafiklerde, düz çizgi, nokta, kesik çizgi, nokta-çizgi sırasıyla $f = -f' = 1$ için spin-1/2 akıma, $c_{iA}^W = c_{iV}^W = 0.5$ için spin-3/2 J_1, J_2, J_3 akımlarına karşılık gelmektedir. Ayrıca $\Lambda = m^*$ alınmıştır.



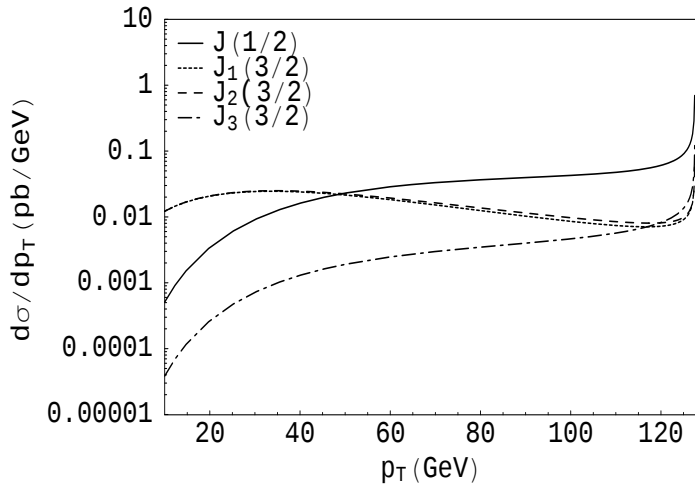
Şekil 4.20 Uyarılmış nötrinin W -bozonuna bağlaşımı olduğunda üretim tesir kesitinin kütleyle göre ILC ($\sqrt{s} = 0.5$ TeV) enerjilerinde değişimi



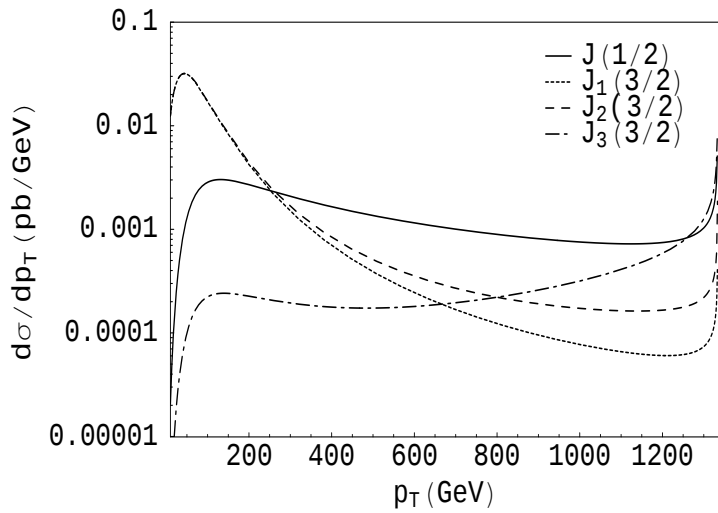
Şekil 4.21 Uyarılmış nötrinin W -bozonuna bağlaşımı olduğunda üretim tesir kesitinin kütleyle göre CLIC ($\sqrt{s} = 3$ TeV) enerjilerinde değişimi

W -bozonuna bağlaşım dikkate alındığında, diğer ayar bozonlarına kıyasla daha büyük tesir kesitleri elde edilmektedir. $\sqrt{s} = 3$ TeV için J_3 ile, t -kanalında W değiş-tokuşunda spin-3/2 uyarılmış nötrino üretimi $m^* < 1.4$ TeV için daha gözlenebilir. Tek olarak üretilen

uyarılmış nötrinolarla eşlik eden SM antinötrinolarının kayıp enine momentum dağılımları Şekil 4.22’ de ve Şekil 4.23’ te verilmiştir. Bu grafiklerde, spin-1/2 akım için $f = -f' = 1$ ve spin-3/2 akımlar için $c_{iA}^W = c_{iV}^W = 0.5$, ILC için $\Lambda = m^* = 350$ GeV ve CLIC için $\Lambda = m^* = 1$ TeV olarak alınmıştır. Verilen bu bağlaşım ve kütle değerleri için spin-1/2 ve spin-3/2 uyarılmış nötrino sinyallerinin birbirinden ayırt edilebildiği görülmüştür.



Şekil 4.22 W^- bozonuna bağlaşım durumunda uyarılmış nötrino tek üretimi için ILC ($\sqrt{s} = 0.5$ TeV) enerjilerinde kayıp enine momentum dağılımı



Şekil 4.23 W^- bozonuna bağlaşım durumunda uyarılmış nötrino tek üretimi için CLIC ($\sqrt{s} = 3$ TeV) enerjilerinde kayıp enine momentum dağılımı

4.4 Analiz

Spin-3/2 ve spin-1/2 uyarılmış leptonların elektron-pozitron çarpıştırıcılarında vereceği sinyallerin istatistik önemini incelemek için farklı bozunma kanallarında karşılık gelen fonlar çeşitli kinematik sınırlamalar altında incelenmiştir. Uyarılmış lepton sinyalinin iyi algılanabilmesi için fonun mümkün olduğu kadar azaltılması gerekmektedir. Bunun için son durumdaki gözlenebilir parçacıkların enine momentumları, hızlılıkları (rapidity), ayrılımları ve değişmez kütleleri üzerine bazı kinematik sınırlamalar konulmalıdır (Çakır et al. 2004).

4.4.1 Uyarılmış elektron için analiz

Uyarılmış elektronun bozunumları dikkate alındığında, SM fonu olarak $e^+e^- \rightarrow e^-e^+\gamma$, $e^+e^- \rightarrow e^-e^+Z$ ve $e^+e^- \rightarrow e^-\bar{\nu}W^+$ süreçleri ele alınmıştır. Fon tesir kesitlerinin hesaplanmasında Calchep programı kullanılmıştır. Getirilen ilk sınırlamalar,

$$\begin{aligned} p_T^{e,\gamma} &> 20 \text{ GeV} \\ |\eta_{e,\gamma}| &< 2.5 \\ \Delta R_{(e^+e^-),(e^\pm\gamma)} &> 0.4 \end{aligned} \tag{4.37}$$

şeklindedir. Burada p_T son durum gözlenebilir parçacıkların enine momentumu, η sanki-hızlılık (pseudorapidite), ΔR ayrılma açısı olarak bilinen, son durum gözlenebilir parçacıklar arasındaki ayırımdır. Bu kinematik sınırlamaları getirdikten sonra SM fon tesir kesitleri, sırasıyla, $e^-e^+\gamma$, e^-e^+Z ve $e^-\bar{\nu}W^-$ son durumları için, $\sqrt{s}=0.5$ (3) TeV' de $\sigma = 1.93$ (0.16) pb, 0.11 (0.03) pb ve 0.92 (0.46) pb olarak elde edilmiştir.

Uyarılmış elektron sinyalini fon süreçlerinden daha iyi ayırabilmenin bir yolu eZ ve $e\gamma$ sistemlerinin değişmez kütlesi üzerine $V = Z, \gamma$ olmak üzere $|m_{eV} - m^*| < 25$ sınırlamasını getirmektir. Böylelikle kütle aralığı $\Delta m = 50$ GeV için fon tesir kesitleri elde edilir. Spin-3/2 uyarılmış elektron için J_1 ve J_2 dikkate alındığında, $m^* > 1$ TeV için toplam bozunma genişliği 50 GeV' in üzerindedir. Sinyalin daha kolay algılanabilmesi için daha büyük kütle değerleri için değişmez kütle sınırlaması $m_{eV} > 1$ TeV için $m^* > 1.5$ TeV olarak genişletilmiştir.

Uyarılmış elektronun sadece Z-bozonuna bağlaşımı dikkate alındığında, spin-1/2 akım için $f = -f' = 1$ ve spin-3/2 akımlar için $c_{iA}^z = c_{iV}^z = 0.5$ alınarak, $\Lambda = m^*$ için $\sqrt{s} = 0.5$ (3) TeV' de sinyal tesir kesitleri ve sinyale karşılık gelen fon tesir kesitleri Çizelge 4.2' de (Çizelge 4.3' te) verilmiştir.

Çizelge 4.2 Uyarılmış elektron için Z-bozonuna bağlaşım durumunda $\sqrt{s} = 0.5$ TeV' de sinyal ve fon tesir kesitleri

m^* (GeV)	$J(1/2)$ σ_s (GeV)	$J_1(3/2)$ σ_s (GeV)	$J_2(3/2)$ σ_s (GeV)	$J_3(3/2)$ σ_s (GeV)	$\sigma_B (\Delta m)$
200	8.50×10^{-1}	8.70×10^{-1}	2.13×10^0	3.68×10^0	1.47×10^{-2}
250	5.00×10^{-1}	6.90×10^{-1}	1.31×10^0	9.70×10^{-1}	1.27×10^{-2}
300	3.00×10^{-1}	5.60×10^{-1}	8.80×10^{-1}	3.40×10^{-1}	1.26×10^{-2}
350	1.90×10^{-1}	4.40×10^{-1}	6.00×10^{-1}	1.40×10^{-1}	1.44×10^{-2}
400	1.20×10^{-1}	3.10×10^{-1}	3.70×10^{-1}	7.00×10^{-2}	1.73×10^{-2}
475	3.00×10^{-2}	8.00×10^{-2}	7.00×10^{-2}	2.00×10^{-2}	9.73×10^{-3}

Çizelge 4.3 Uyarılmış elektron için Z-bozonuna bağlaşım durumunda $\sqrt{s}=3$ TeV’ de sinyal ve fon tesir kesitleri

m^* (GeV)	$J(1/2)$ σ_s (GeV)	$J_1(3/2)$ σ_s (GeV)	$J_2(3/2)$ σ_s (GeV)	$J_3(3/2)$ σ_s (GeV)	$\sigma_B (\Delta m)$
250	2.18×10^0	1.69×10^0	1.44×10^1	1.38×10^3	1.67×10^{-4}
500	5.30×10^{-1}	1.17×10^0	2.22×10^0	2.17×10^1	8.26×10^{-4}
1000	1.20×10^{-1}	9.60×10^{-1}	1.08×10^0	3.70×10^{-1}	3.24×10^{-4}
1500	5.00×10^{-2}	7.90×10^{-1}	8.40×10^{-1}	4.00×10^{-2}	3.67×10^{-4}
2000	2.00×10^{-2}	6.00×10^{-2}	6.00×10^{-2}	1.00×10^{-2}	1.66×10^{-2}
2500	1.00×10^{-2}	3.20×10^{-2}	3.20×10^{-2}	4.00×10^{-3}	1.66×10^{-2}
2750	7.00×10^{-3}	1.70×10^{-2}	1.70×10^{-2}	3.00×10^{-3}	1.66×10^{-2}

Uyarılmış elektron için sadece fotona bağlaşım ele alındığında, spin-1/2 akım için $f = f' = 1$ ve spin-3/2 akımlar için $c_{IA}^\gamma = c_{IV}^\gamma = 0.5$ alınarak, $\sqrt{s}=0.5$ (3) TeV’ de sinyal ve ilgili fon tesir kesitleri Çizelge 4.4 (Çizelge 4.5)’ te verilmiştir.

Çizelge 4.4 Uyarılmış elektron için fotona bağlaşım durumunda $\sqrt{s}=0.5$ TeV’ de sinyal ve fon tesir kesitleri

m^* (GeV)	$J(1/2)$ σ_s (GeV)	$J_1(3/2)$ σ_s (GeV)	$J_2(3/2)$ σ_s (GeV)	$J_3(3/2)$ σ_s (GeV)	$\sigma_B (\Delta m)$
200	3.61×10^0	4.75×10^0	9.06×10^0	1.23×10^1	9.76×10^{-2}
250	2.22×10^0	4.27×10^0	6.28×10^0	3.46×10^0	1.17×10^{-1}
300	1.48×10^0	4.07×10^0	5.05×10^0	1.33×10^0	1.37×10^{-1}
350	1.03×10^0	4.00×10^0	4.41×10^0	6.50×10^{-1}	1.52×10^{-1}
400	7.40×10^{-1}	4.02×10^0	4.05×10^0	3.70×10^{-1}	1.49×10^{-1}
475	4.50×10^{-1}	4.16×10^0	3.75×10^0	2.10×10^{-1}	5.05×10^{-2}

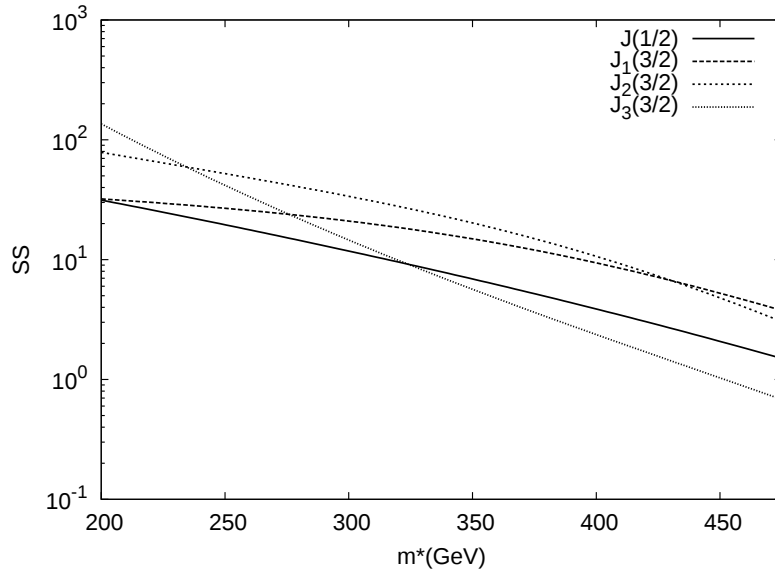
Çizelge 4.5 Uyarılmış elektron için fotona bağlaşım durumunda $\sqrt{s}=3$ TeV’ de sinyal ve fon tesir kesitleri

m^* (GeV)	$J(1/2)$ σ_s (GeV)	$J_1(3/2)$ σ_s (GeV)	$J_2(3/2)$ σ_s (GeV)	$J_3(3/2)$ σ_s (GeV)	σ_B (Δm)
250	2.52×10^0	1.04×10^0	3.85×10^1	4.10×10^3	3.15×10^{-3}
500	6.30×10^{-1}	3.30×10^{-1}	2.93×10^0	6.35×10^1	1.75×10^{-3}
1000	1.50×10^{-1}	1.50×10^{-1}	3.70×10^{-1}	9.90×10^{-1}	1.37×10^{-3}
1500	7.00×10^{-2}	1.20×10^{-1}	1.70×10^{-1}	1.00×10^{-1}	9.19×10^{-4}
2000	4.00×10^{-2}	1.10×10^{-1}	1.30×10^{-1}	2.00×10^{-2}	3.31×10^{-2}
2500	3.00×10^{-2}	1.10×10^{-1}	1.10×10^{-1}	9.00×10^{-3}	3.31×10^{-2}
2750	2.00×10^{-2}	1.10×10^{-1}	1.10×10^{-1}	7.00×10^{-1}	3.31×10^{-2}

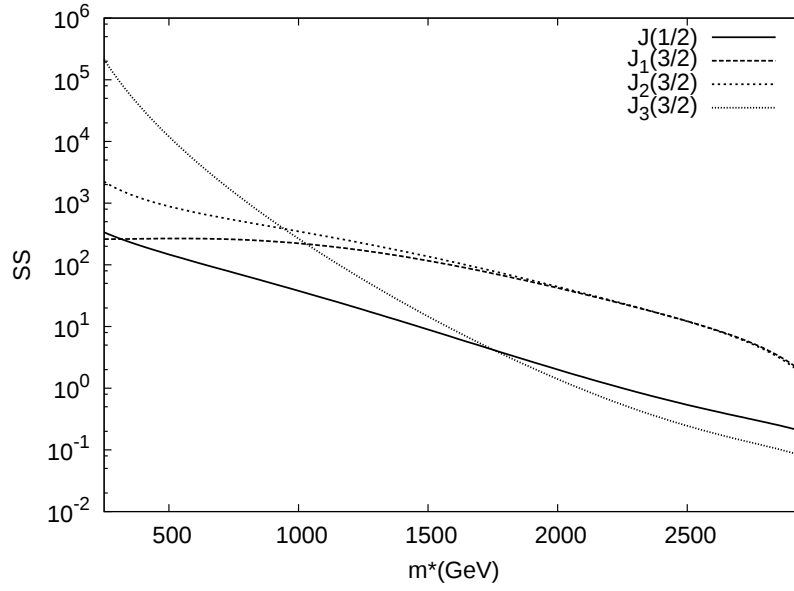
İstatistiksel gözlenebilirlik,

$$SS = \frac{\sigma_s}{\sqrt{\sigma_B}} \sqrt{\varepsilon \cdot L_{\text{int}}} \quad (4.38)$$

ile tanımlanır. Burada L_{int} , çarpıştırıcının toplam ışınlığı, ε ise seçilen bir kanalda sinyali gözleyebilme verimliliğidir ve leptonik kanalda bire yakındır (Denklem (4.38) ile verilen ifade S sinyal olay sayısı ve B de fon olay sayısı olmak üzere $S/\sqrt{B}$ şeklinde de ifade edilir). ILC için ($\sqrt{s}=0.5$ TeV) $L_{\text{int}}=2 \times 10^5$ pb⁻¹ ve CLIC için ($\sqrt{s}=3$ TeV) $L_{\text{int}}=4 \times 10^5$ pb⁻¹ değerleri alınarak, uyarılmış elektronun Z-bozonuna bağlaşımı olduğu durum için istatistik gözlenebilirlik grafikleri sırasıyla Şekil 4.24 ve Şekil 4.25’ te verilmiştir. Bu grafiklerde spin-1/2 akım için $f=-f'=1$, spin-3/2 akımlar için $c_{iA}^Z=c_{iV}^Z=0.05$ ve $\Lambda=m^*$ olarak alınmıştır.



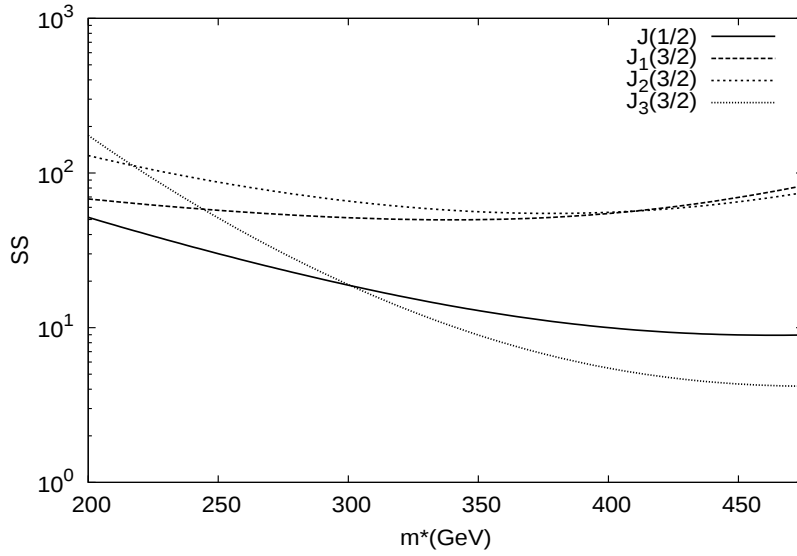
Şekil 4.24 Uyarılmış elektronun Z-bozonuna bağlaşımı olduğunda $\sqrt{s} = 0.5$ TeV’ de istatistik gözlenebilirlik



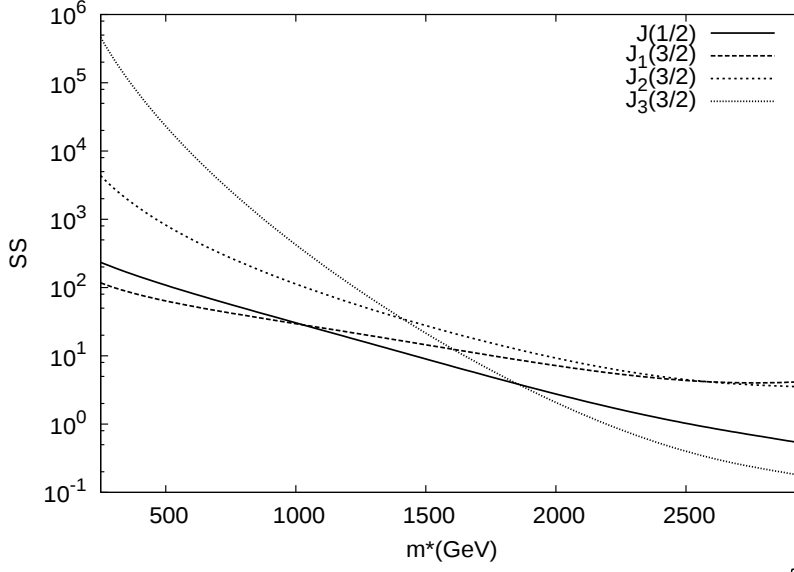
Şekil 4.25 Uyarılmış elektronun Z-bozonuna bağlaşımı olduğunda $\sqrt{s} = 3$ TeV’ de istatistik gözlenebilirlik

Şekil 4.24' ten görüldüğü gibi, $SS > 3$ koşulunu sağlayacak şekilde, uyarılmış elektronun tek üretiminde yalnızca Z-bozonuna bağlaşım olduğu durumda, $c_{iA}^Z = c_{iV}^Z = 0.05$ için ILC' de spin-3/2 uyarılmış elektron akım-3 (J_3) için 0.39 TeV' e kadar, akım-1 (J_1) ve akım-2 (J_2) için ise kütle merkezi enerjilerine kadar gözlenebilir. Aynı bağlaşımlar için CLIC' de ise spin-3/2 uyarılmış elektron akım-3 için 1.8 TeV' e kadar gözlenebilir.

Uyarılmış elektronun sadece fotona bağlaşımı olduğu durum için istatistiksel gözlenebilirliğin kütleye göre değişimi Şekil 4.26' da ve Şekil 4.27' de verilmiştir. Bu grafiklerde spin-1/2 akım için $f = f' = 1$, spin-3/2 akımlar için $c_{iA}^\gamma = c_{iV}^\gamma = 0.05$ ve $\Lambda = m^*$ olarak alınmıştır.



Şekil 4.26 Uyarılmış elektronun fotona bağlaşımı olduğunda $\sqrt{s} = 0.5 \text{ TeV}$ ' de istatistik gözlenebilirlik



Şekil 4.27 Uyarılmış elektronun fotona bağlaşımı olduğunda $\sqrt{s} = 3$ TeV’ de istatistik gözlenebilirlik

$SS > 3$ koşulunu sağlayacak şekilde, yalnızca fotona bağlaşım olduğu durumda, spin-3/2 uyarılmış leptonlar için bağlaşımaları $c_{iA}^\gamma = c_{iV}^\gamma = 0.05$ olarak spin-3/2 uyarılmış elektron, akım-3 için ILC’ de 0.48 TeV’ e kadar, CLIC’ de ise 1.8 TeV’ e kadar gözlenebilir.

4.4.2 Uyarılmış nötrino için analiz

Uyarılmış nötrinin bozunumları dikkate alındığında, SM fonu olarak $e^+e^- \rightarrow \nu\bar{\nu}\gamma$, $e^+e^- \rightarrow \nu\bar{\nu}Z$ ve $e^+e^- \rightarrow e^-\bar{\nu}W^+$ süreçleri ele alınmıştır. Fon tesir kesitlerinin hesaplanmasında getirilen ilk sınırlamalar,

$$\begin{aligned} p_T^\gamma &> 20 \text{ GeV}, \quad p_T > 20 \text{ GeV} \\ |\eta_\gamma| &< 2.5 \end{aligned} \tag{4.39}$$

şeklindedir. Burada, p_T nötrinin kayıp enine momentumudur.

$e^+e^- \rightarrow \nu^*\bar{\nu} \rightarrow \nu\bar{\nu}\gamma$ süreci gözönüne alındığında son durumdaki fotonun enine momentumu için $p_T^\gamma > 20 \text{ GeV}$ ve sanki-hızlılığı için $|\eta_\gamma| < 2.5$ sınırlamaları ile, son durumdaki nötrino ve antinötrinonun kayıp enine momentumu üzerine $p_T > 20 \text{ GeV}$ sınırlaması konulduğunda fon tesir kesitleri $\sqrt{s}=0.5$ (3) TeV’ de 1.062 (2.049) pb olarak elde edilmistir. Spin-1/2 akım için $f = -f' = 1$ ve spin-3/2 akımlar için $c_{iA}^\gamma = c_{iV}^\gamma = 0.5$ alınarak, $\Lambda = m^*$ için sinyal tesir kesitleri ise, $\sqrt{s}=0.5$ (3) TeV için Çizelge 4.6’ da ve Çizelge 4.7’ de verilmiştir.

Çizelge 4.6 Uyarılmış nötrino için fotona bağlaşım durumunda $\sqrt{s} = 0.5 \text{ TeV}$ ’ de sinyal tesir kesitleri

$m^* \text{ (GeV)}$	$J(1/2)$ $\sigma_s \text{ (GeV)}$	$J_1(3/2)$ $\sigma_s \text{ (GeV)}$	$J_2(3/2)$ $\sigma_s \text{ (GeV)}$	$J_3(3/2)$ $\sigma_s \text{ (GeV)}$
200	5.36×10^0	1.85×10^{-1}	6.49×10^{-1}	2.60×10^0
250	3.21×10^0	1.27×10^{-1}	1.76×10^{-1}	4.90×10^{-1}
300	2.05×10^0	8.50×10^{-2}	4.70×10^{-2}	9.90×10^{-2}
350	1.43×10^0	5.10×10^{-2}	1.10×10^{-2}	1.80×10^{-2}
400	0.95×10^{-1}	2.50×10^{-2}	1.17×10^{-3}	2.30×10^{-3}
475	0.33×10^{-1}	1.80×10^{-3}	5.10×10^{-6}	5.40×10^{-6}

Çizelge 4.7 Uyarılmış nötrino için fotona bağlaşım durumunda $\sqrt{s} = 3 \text{ TeV}$ ’ de sinyal tesir kesitleri

m^* (GeV)	$J(1/2)$ σ_s (GeV)	$J_1(3/2)$ σ_s (GeV)	$J_2(3/2)$ σ_s (GeV)	$J_3(3/2)$ σ_s (GeV)
250	4.97×10^0	6.90×10^{-2}	1.73×10^1	1.35×10^3
500	1.13×10^0	2.00×10^{-2}	1.00×10^0	2.01×10^1
1000	2.80×10^{-1}	6.70×10^{-3}	4.60×10^{-2}	2.50×10^{-1}
1500	1.29×10^{-1}	3.50×10^{-3}	4.90×10^{-3}	1.40×10^{-2}
2000	7.60×10^{-2}	1.70×10^{-3}	5.10×10^{-4}	9.10×10^{-4}
2500	5.00×10^{-2}	5.00×10^{-4}	2.10×10^{-5}	2.70×10^{-5}
2750	4.20×10^{-1}	1.30×10^{-4}	1.14×10^{-6}	1.29×10^{-6}

Uyarılmış nötrininonun Z-bozonuna bağlaşımı olduğu durumda, $e^+e^- \rightarrow \nu^*\bar{\nu} \rightarrow \bar{\nu}\nu Z$ süreci için son durumdaki nötrino ve antinötrininonun kayıp enine momentumları üzerine $p_T > 20 \text{ GeV}$ sınırlaması getirilerek fon tesir kesitleri $\sqrt{s}=0.5$ (3)TeV için 0.329 (2.083) pb olarak elde edilmiştir. Spin-1/2 akım için $f = f' = 1$ ve spin-3/2 akımlar için $c_{iA}^Z = c_{iV}^Z = 0.5$ alınarak, $\Lambda = m^*$ için $\sqrt{s}=0.5$ (3) TeV’ de elde edilen sinyal tesir kesitleri ise sırasıyla Çizelge 4.8’ de ve Çizelge 4.9’ da verilmiştir.

Çizelge 4.8 Uyarılmış nötrino için Z-bozonuna bağlaşım durumunda $\sqrt{s} = 0.5 \text{ TeV}$ ’ de sinyal tesir kesitleri

m^* (GeV)	$J(1/2)$ σ_s (GeV)	$J_1(3/2)$ σ_s (GeV)	$J_2(3/2)$ σ_s (GeV)	$J_3(3/2)$ σ_s (GeV)
200	5.68×10^0	7.00×10^{-2}	2.40×10^{-1}	9.90×10^{-1}
250	3.82×10^0	4.80×10^{-2}	6.70×10^{-2}	1.90×10^{-1}
300	2.61×10^0	3.20×10^{-2}	1.80×10^{-2}	3.80×10^{-2}
350	1.84×10^0	2.00×10^{-2}	4.20×10^{-3}	6.90×10^{-3}
400	1.27×10^0	9.50×10^{-3}	6.40×10^{-4}	8.80×10^{-4}
475	4.40×10^{-1}	6.80×10^{-4}	1.92×10^{-6}	2.07×10^{-6}

Çizelge 4.9 Uyarılmış nötrino için Z-bozonuna bağlaşım durumunda $\sqrt{s} = 3$ TeV’ de sinyal tesir kesitleri

m^* (GeV)	$J(1/2)$ σ_s (GeV)	$J_1(3/2)$ σ_s (GeV)	$J_2(3/2)$ σ_s (GeV)	$J_3(3/2)$ σ_s (GeV)
250	5.95×10^0	2.50×10^{-2}	6.15×10^0	4.80×10^2
500	1.50×10^0	7.00×10^{-3}	3.60×10^{-1}	7.16×10^0
1000	3.90×10^{-1}	2.40×10^{-3}	1.60×10^{-2}	9.00×10^{-2}
1500	1.79×10^{-1}	1.30×10^{-3}	1.70×10^{-3}	4.80×10^{-3}
2000	1.05×10^{-1}	6.10×10^{-4}	1.80×10^{-4}	3.20×10^{-4}
2500	7.00×10^{-2}	1.80×10^{-4}	7.54×10^{-6}	9.74×10^{-6}
2750	5.90×10^{-2}	4.80×10^{-5}	4.10×10^{-7}	4.60×10^{-7}

$e^+e^- \rightarrow \nu^*\bar{\nu} \rightarrow \bar{\nu}eW$ sinyali son durumdaki elektrondan dolayı daha kolay algılanabilir. Ayrıca uyarılmış nötrinonun dallanma oranının en yüksek olduğu mod, W^- ya bozunum modudur. Bu nedenlerle, $\nu^* \rightarrow eW$ sinyali, uyarılmış nötrinoların gelecek nesil çarpıştırıcılarda araştırılması için tercih edilen bir kanaldır. Son durumdaki elektron için $p_T^e > 20$ GeV ve $|\eta_e| < 2.5$ sınırlamaları ile antinötrinonun kayıp enine momentumu üzerine $p_T > 20$ GeV sınırlaması getirildiğinde fon tesir kesitleri $\sqrt{s}=0.5$ (3) TeV için 0.918 (0.463) pb olarak elde edilmiştir. Uyarılmış nötrino sinyalini daha iyi algılamak için eW sisteminin değişmez kütlesi üzerine $|m_{eW} - m^*| > 25$ GeV sınırlaması getirilebilir. Daha yüksek kütle değerleri için bu sınırlama $m^* > 1.5$ TeV için $m_{eW} > 1$ TeV olarak genişletilmiştir. Spin-1/2 akım için $f = -f' = 1$ ve spin-3/2 akımlar için $c_{IA}^W = c_{IV}^W = 0.5$ alınarak, $\Lambda = m^*$ için $\sqrt{s}=0.5$ (3) TeV’ de elde edilen sinyal tesir kesitleri ve kütle aralıklarında fon tesir kesitleri sırasıyla Çizelge 4.10’ da ve Çizelge 4.11’ de verilmiştir.

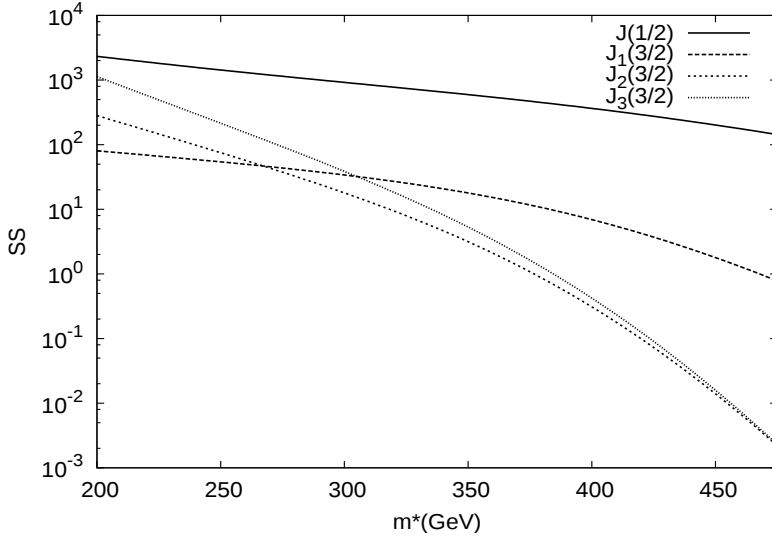
Çizelge 4.10 Uyarılmış nötrino için W -bozonuna bağlaşım durumunda $\sqrt{s} = 0.5$ TeV' de sinyal ve fon tesir kesitleri

m^* (GeV)	$J(1/2)$ σ_s (pb)	$J_1(3/2)$ σ_s (pb)	$J_2(3/2)$ σ_s (pb)	$J_3(3/2)$ σ_s (pb)	$\sigma_B(\Delta m)$
200	8.82×10^0	2.30×10^0	3.61×10^0	7.70×10^0	9.36×10^{-2}
250	5.81×10^0	1.83×10^0	2.39×10^0	2.75×10^0	9.12×10^{-2}
300	4.02×10^0	1.52×10^0	1.76×10^0	1.25×10^0	9.65×10^{-2}
350	2.82×10^0	1.26×10^0	1.32×10^0	6.60×10^{-1}	1.21×10^{-1}
400	1.97×10^0	9.50×10^{-1}	9.10×10^{-1}	3.60×10^{-1}	1.69×10^{-1}
475	6.70×10^{-1}	2.80×10^{-1}	2.10×10^{-1}	9.50×10^{-2}	1.23×10^{-1}

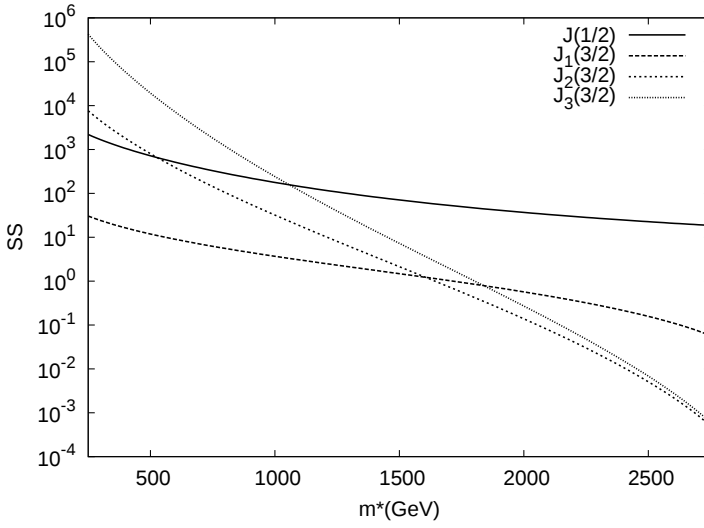
Çizelge 4.11 Uyarılmış nötrino için W -bozonuna bağlaşım durumunda $\sqrt{s} = 3$ TeV' de sinyal ve fon tesir kesitleri

m^* (GeV)	$J(1/2)$ σ_s (GeV)	$J_1(3/2)$ σ_s (GeV)	$J_2(3/2)$ σ_s (GeV)	$J_3(3/2)$ σ_s (GeV)	$\sigma_B(\Delta m)$
250	9.01×10^0	1.23×10^0	2.08×10^1	1.54×10^3	1.96×10^{-2}
500	2.35×10^0	3.70×10^{-1}	1.70×10^0	2.69×10^1	1.69×10^{-2}
1000	6.00×10^{-1}	1.60×10^{-1}	2.70×10^{-1}	6.50×10^{-1}	1.00×10^{-2}
1500	2.76×10^{-1}	1.20×10^{-1}	1.50×10^{-1}	1.00×10^{-1}	6.32×10^{-3}
2000	1.62×10^{-1}	1.10×10^{-1}	1.20×10^{-1}	3.50×10^{-2}	1.83×10^{-1}
2500	1.08×10^{-1}	1.00×10^{-1}	1.00×10^{-1}	1.70×10^{-2}	1.83×10^{-1}
2750	9.00×10^{-2}	9.70×10^{-2}	9.00×10^{-2}	1.30×10^{-2}	1.83×10^{-1}

Uyarılmış nötrinonun fotona bağlaşımı olduğu durumda istatistiksel gözlenebilirliğin uyarılmış nötrino kütlesine göre değişimi Şekil 4.28' de ve Şekil 4.29' da verilmiştir.



Şekil 4.28 Uyarılmış nötrininonun fotona bağlaşımı olduğunda $\sqrt{s} = 0.5$ TeV' de istatistik gözlenebilirlik

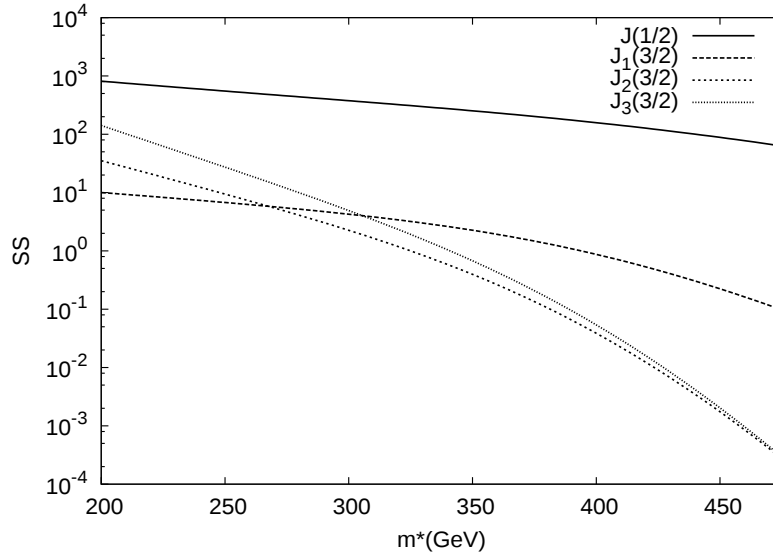


Şekil 4.29 Uyarılmış nötrininonun fotona bağlaşımı olduğunda $\sqrt{s} = 3$ TeV' de istatistik gözlenebilirlik

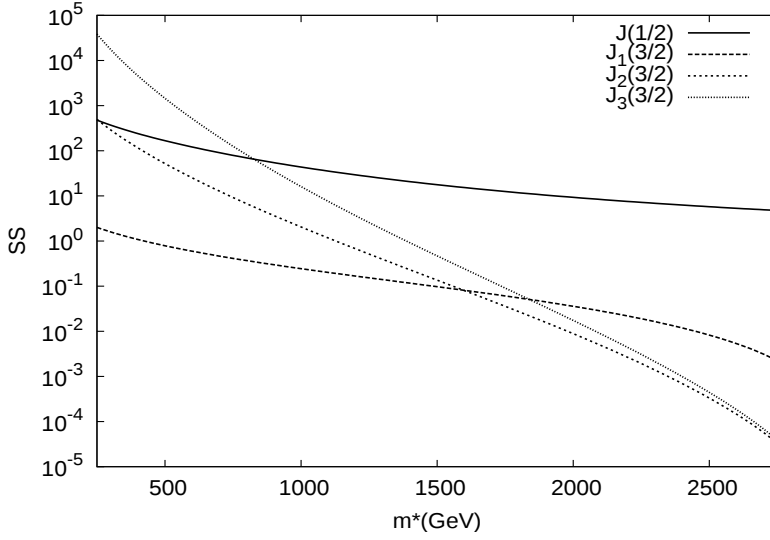
Uyarılmış nötrininonun fotona bağlaşımı olduğunda, bağlaşımın spin-1/2 akım için $f = -f' = 1$ ve spin-3/2 akımlar için $c_{iA}^{\gamma} = c_{iV}^{\gamma} = 0.5$ alındığında, ILC için $L_{\text{int}} = 2 \times 10^5 \text{ pb}^{-1}$ ve CLIC için $L_{\text{int}} = 4 \times 10^5 \text{ pb}^{-1}$ değerlerinde, spin-3/2 uyarılmış nötrinolar ILC' de akım-2

(J_2) ve akım-3 (J_3) için yaklaşık 0.38 TeV' e kadar, CLIC' de spin-3/2 uyarılmış nötrinolar farklı akımlar için 1.3-1.5 TeV aralığında ve spin-1/2 uyarılmış nötrinolar ise kinematik limite kadar gözlenebilirler.

Uyarılmış nötrinin sadece Z-bozonuna bağlaşımı olduğu durumda, Z-bozonunun da son durumda 2 leptona geçtiği durum ($Z \rightarrow l^+ l^-$) için ILC ve CLIC enerjilerinde istatistiksel gözlenebilirlik grafikleri Şekil 4.30' da ve Şekil 4.31' de verilmiştir. Burada uyarılmış nötrinin sadece Z' ye bağlaşımı olduğuunda elde edilen tesir kesitleri $Z \rightarrow l^+ l^-$ dallanma oranı (%3.37) ile çarpılmıştır. Bu grafiklerde, $\Lambda = m^*$ ve bağlaşımlar spin-1/2 akım için $f = f' = 1$, spin-3/2 akımlar için $c_{iA}^Z = c_{iV}^Z = 0.5$ olarak alınmıştır.



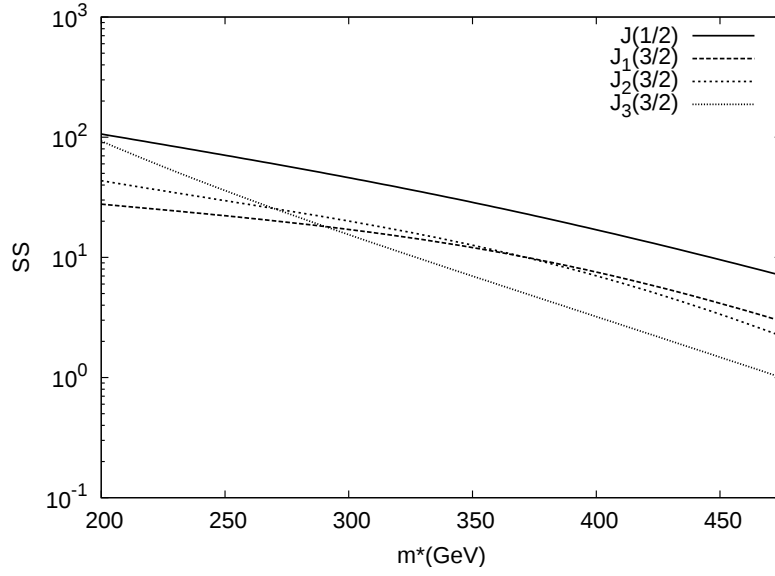
Şekil 4.30 Uyarılmış nötrinin Z-bozonuna bağlaşımı olduğuunda ve $Z \rightarrow l^+ l^-$ için $\sqrt{s} = 0.5$ TeV' de istatistik gözlenebilirlik



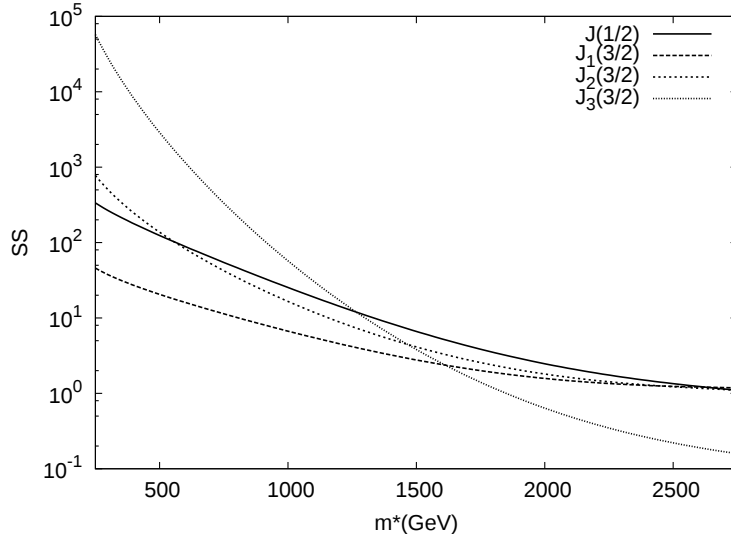
Şekil 4.31 Uyarılmış nötrinin Z -bozonuna bağlaşımı olduğunda ve $Z \rightarrow l^+l^-$ için $\sqrt{s} = 3$ TeV’ de istatistik gözlenebilirlik

Spin-3/2 uyarılmış nötrino bağlaşımı $c_{iA}^Z = c_{iV}^Z = 0.5$ alındığında, uyarılmış nötrinolar ILC’ de akım-1 (J_1) için kinematik limite kadar, akım-2 (J_2) ve akım-3 (J_3) için yaklaşık 0.33 TeV’ e kadar gözlenebilirler. CLIC’ de ise, akım-1 ve akım-2 için $m^* \approx 1.3 - 1.5$ TeV kütle değerine kadar ulaşılabilir.

Uyarılmış nötrinin sadece W -bozonuna bağlaşımı olduğu durumda ise, son durumda W ların iki jete bozunduğu ($W \rightarrow 2j$) durum dikkate alınmıştır. Burada uyarılmış nötrinin sadece W ya bağlaşımı olduğunda elde edilen tesir kesitleri $W \rightarrow 2j$ dallanma oranı (%67.60) ile çarpılmıştır. Bu durum için istatistik gözlenebilirliğin uyarılmış nötrino kütlesine göre değişimi grafikleri Şekil 4.32’ de ve Şekil 4.33’ te verilmiştir. Burada spin-3/2 nötrinolar için bağlaşımlar $c_{iA}^W = c_{iV}^W = 0.05$ ve spin-1/2 uyarılmış nötrinolar için $f = -f' = 1$ olarak alınmıştır. Ayrıca $\Lambda = m^*$ alınmıştır.



Şekil 4.32 Uyarılmış nötrinin W -bozonuna bağlaşımı olduğunda ve $W \rightarrow 2j$ için $\sqrt{s} = 0.5$ TeV’ de istatistik gözlenebilirlik



Şekil 4.33 Uyarılmış nötrinin W -bozonuna bağlaşımı olduğunda ve $W \rightarrow 2j$ için $\sqrt{s} = 3$ TeV’ de istatistik gözlenebilirlik

$c_{iA}^W = c_{iV}^W = 0.05$ için spin-3/2 uyarılmış nötrinolar akım-3 için ILC’ de 0.4 TeV’ e kadar gözlenebilirler. CLIC’ de ise aynı bağlaşımlar kullanılarak spin-3/2 uyarılmış nötrinolar

için $m^* \approx 1.5$ TeV ve spin-1/2 uyarılmış nötrinolar için $f = -f' = 1$ alınarak $m^* \approx 2$ TeV kütle limitlerine kadar ulaşılabilir. Uyarılmış nötrino için $\nu^* \rightarrow eW$ modu diğer bozunma modlarına göre daha baskındır. $\nu^* \rightarrow eW$ sinyali dikkate alınarak, daha küçük bağlaşım parametrelerinde büyük kütle değerlerine ulaşılmaktadır, bu nedenle gelecek nesil yüksek enerjili çarpıştırıcılarda gerçekleştirilecek olan deneylerde uyarılmış nötrino araştırmaları için bu sinyal tercih edilen bir kanal olacaktır.

5. SONUÇLAR ve TARTIŞMA

Kompozit modellerde bugün temel olarak bildiğimiz kuark ve leptonların daha temel alt bileşenlerin bağlı durumu olduğu düşünülür. Bu alt bileşenlerin bağlanma enerjisi ölçeğinde yeni etkileşmeler açığa çıkabilir. Bu yeni etkileşmeler kompozitlik ölçeği Λ' 'nın altındaki enerjilerde $1/\Lambda'$ 'nın kuvvetleri ile bastırılmıştır. Kuark ve lepton kompozitliğinin gözlenebilir etkilerinden biri uyarılmış durumların varlığı olacaktır. Fenomenolojik olarak, uyarılmış leptonlar bilinen leptonlar ile benzer kuantum sayısına sahip olan daha ağır bir leptondur. En düşük radyal ve yörüngesel uyarılma olarak spin-1/2 uyarılmış leptonlar alınır. En düşük uyarılmaların incelenmesi alt bileşenlerin özellikleri hakkında önemli bilgiler verebilir. Spin-3/2 uyarılmış durumlar ise üst uyarım olarak dikkate alınır.

Gelecek nesil yüksek enerjili doğrusal elektron-pozitron çarpıştırıcıları uyarılmış leptonların araştırılması için mükemmel bir ortam sağlar. Bu çarpıştırıcılarda uyarılmış leptonlar tek ve çift olarak üretilebilirler. Üretilen bu uyarılmış leptonlar bilinen bir SM leptonuna ve bir vektör bozonuna bozunacaktır. Bozunma modlarını inceleyerek sinyal hakkında bilgi edinmek mümkündür. Son durumdaki gözlenebilir parçacıklar üzerine belirli kinematik sınırlamalar koyarak, normalize açısalları dağılımlar, değişmez kütle dağılımları ve enine momentum dağılımlarından faydalanarak uyarılmış leptonlar algılanabilir.

Bu çalışmada, uyarılmış spin-3/2 leptonların e^+e^- çarpıştırıcılarında tek üretimi, bunların spin-1/2 uyarılmış leptonlar ile nasıl ayırt edilebileceği incelenmiştir. Alt bileşenlerin dinamiği bilinmediğinden uyarılmış leptonlar, SM leptonları ve ayar bozonları arasındaki etkileşmeyi tanımlamak üzere etkin lagranjiyen yöntemi kullanılmıştır. Analizlerimizde sadece ayar etkileşmeleri dikkate alınmıştır, ancak, uyarılmış leptonlar keşfetme limitlerini genişleten kontakt etkileşmeler yoluyla da bilinen kuark ve leptonlara bağlanabilir (Çakır *et al.* 2003). Bununla birlikte bu çalışmanın amacı gelecek nesil yüksek enerjili e^+e^- çarpıştırıcıları ILC ve CLIC' de uyarılmış elektron ve onun nötrinosu için keşfedilme potansiyellerinin bulunmasıdır.

Uyarılmış yüklü leptonlar için mümkün son durumlar $l+\gamma, l+2j, 3l$ ve $l+E_T$ şeklinde olabilir. Uyarılmış nötrinolar için ise $\gamma+E_T, 2l+E_T, 2j+E_T, E_T$ ve $l+2j$ mümkün son durumlardır. Bu sinyaller, uyarılmış yüklü lepton ve uyarılmış nötrinin bozunum ürünleri olan vektör bozonlarının da farklı (hadronik, leptonik veya yarı leptonik) bozunumlara uğraması sonucu elde edilmiştir. Burada E_T nötrinin enine kayıp enerjisine karşılık gelmektedir.

Spin-3/2 parçacıklar için etkileşme akımları bilinmeyen bağlaşımlara sahiptir. Tesir kesiti hesaplarında basitlik olması bakımından, parametre sayısını azaltabilmek ve teorik tahminlerde bulunabilmek için spin-3/2 uyarılmış leptonun bir ayar bozonuna bağlaşımı sıfırdan farklı tutulurken diğerleri sıfır olarak alınmıştır. Spin-1/2 uyarılmış leptonlar için literatürde sıklıkla kullanılan parametre seçimi ise $f = f'$ ve $f = -f'$ şeklindedir.

Bu çalışmada, sinyal ve fon olaylarının analizi için $S/\sqrt{B}$ şeklinde ifade edilen istatistiksel gözlenebilirlik (SS) değerleri farklı kanallar için hesaplanmıştır. Bu hesaplarda, ILC için kütle merkezi enerjisi $\sqrt{s} = 0.5$ TeV ve toplam ışınlık $2 \times 10^5 \text{ pb}^{-1}$ olarak, CLIC için ise kütle merkezi enerjisi $\sqrt{s} = 3$ TeV ve toplam ışınlık $4 \times 10^5 \text{ pb}^{-1}$ olarak alınmıştır.

ILC' de $SS > 3$ koşuluna göre, uyarılmış elektronun sadece Z-bozonuna bağlaşımı olduğu dikkate alınırsa $\Lambda = m^*$ ve $c_{iA}^Z = c_{iV}^Z = 0.05$ için spin-3/2 uyarılmış elektron akım-3 (J_3) türü etkileşmeler için 0.39 TeV' e kadar, akım-1 (J_1) ve akım-2 (J_2) türü etkileşmeler için ise kütle merkezi enerjisine kadar gözlenebilirler. CLIC' de ise $SS > 3$ koşuluna göre, $\Lambda = m^*$ ve $c_{iA}^Z = c_{iV}^Z = 0.05$ için spin-3/2 uyarılmış elektron akım-3 (J_3) için 1.8 TeV' e kadar gözlenebilir.

Uyarılmış elektronun sadece fotona bağlaşımı dikkate alındığında, $\Lambda = m^*$ ve $c_{iA}^\gamma = c_{iV}^\gamma = 0.05$ alınarak $SS > 3$ olacak şekilde, spin-3/2 uyarılmış elektron akım-3 (J_3) türü

etkileşmeler için ILC' de 0.48 TeV' e, CLIC' de ise 1.8 TeV' e kadar gözlenebilir. Diğer akımlar için daha yüksek kütle değerlerine ulaşılabilir.

Uyarılmış nötrinin sadece fotona bağlaşımı dikkate alındığında, $\Lambda = m^*$ ve $c_{iA}^\gamma = c_{iV}^\gamma = 0.5$ alınarak $SS > 3$ olacak şekilde, spin-3/2 uyarılmış nötrino ILC' de J_2 ve J_3 türü etkileşmeler için yaklaşık 0.38 TeV' e kadar, CLIC' de ise farklı akımlar için 1.3-1.5 TeV' e kadar gözlenebilir.

Uyarılmış nötrinin sadece Z-bozonuna bağlaşımı olduğu ve Z' nin de iki leptona geçtiği durum ($Z \rightarrow l^+ l^-$) dikkate alındığında, $SS > 3$ koşulunu sağlayacak şekilde, $\Lambda = m^*$ ve $c_{iA}^Z = c_{iV}^Z = 0.5$ için spin-3/2 uyarılmış nötrino ILC' de J_1 için kinematik limite kadar, J_2 ve J_3 türü etkileşmeler dikkate alındığında yaklaşık olarak 0.33 TeV' e kadar, CLIC' de ise J_1 ve J_2 türü etkileşmeler için yaklaşık 1.5 TeV' e kadar gözlenebilir.

Uyarılmış nötrinin sadece W-bozonuna bağlaşımı olduğu ve W' nun de iki jete geçtiği durum ($W \rightarrow 2j$) dikkate alınır, $SS > 3$ koşulunu sağlayacak şekilde, $\Lambda = m^*$ ve $c_{iA}^W = c_{iV}^W = 0.05$ için spin-3/2 uyarılmış nötrino ILC' de J_3 için 0.40 TeV' e kadar, CLIC' de yaklaşık 1.5 TeV' e kadar gözlenebilir.

Bu çalışma sonucu, spin-1/2 ve spin-3/2 uyarılmış elektronların açılal dağılımlar yardımıyla, uyarılmış nötrinoların ise kayıp enine momentum dağılımları yardımıyla ayırt edilebileceğini gösterdik. Burada uyarılmış leptonların birinci ailesi için yaptığımız analizler diğer ailelere de genişletilebilir. Uyarılmış müon ve tau, s-kanalında tek olarak üretilebilir. Lepton çeşnisini bozon (LFV) etkileşmeler dikkate alındığında uyarılmış müon ve taunun t-kanalında tek üretimleri de mümkün olacaktır. Uyarılmış elektron için açılal dağılımların incelenmesinde t-kanalı katkısı önemlidir. Uyarılmış müon ve tau nötrinosu ise s-kanalında foton ve Z değiş tokuşu ile t-kanalında ise W değiş tokuşu ile lepton çeşnisini

bozan veya bozmayan etkileşmeler yoluyla tek olarak üretilebilirler. Eğer uyarılmış müon ve tau nötrinosu t -kanalında lepton çeşnisini bozan bir diyagram yoluyla üretilirse, dağılımları uyarılmış elektron nötrinosundan farklı olacaktır.

Literatürde spin-3/2 uyarılmış leptonlar ile yapılan çalışmalar oldukça azdır. Spin-3/2 uyarılmış leptonlar ile ilgili üretim tesir kesitlerinin ve bozunma genişliklerinin hesaplarının yapılması, elde edilen sonuçların spin-1/2 uyarılmış leptonlar için elde edilen sonuçlarla karşılaştırılması uyarılmış leptonlar ile ilgili yapılan çalışmalara önemli bir katkı sağlamıştır.

KAYNAKLAR

- Abe, F. *et al.* 1997. The CDF Collaboration, Phys. Rev. Lett. 79, 2198
- Abbiendi, G. *et al.* 2002. The OPAL Collaboration, Phys. Lett. B 544, 57
- Abbiendi, G. *et al.* 2004. The OPAL Collaboration, Eur. Phys. J. C 33, 173
- Abdallah, J. *et al.* 2006. The DELPHI Collaboration, Eur. Phys. J. C 45, 589
- Abbot, B. *et al.* 1999. The D0 Collaboration, Phys. Rev. Lett. 82, 2457
- Abulencia, A. *et al.* 2006. The CDF Collaboration, Phys. Rev. Lett. 97, 191802
- Acciarri, M. *et al.* 2000. The L3 Collaboration, Phys. Lett. B 489, 81
- Achard, P. *et al.* 2002. The L3 Collaboration, Phys. Lett. B 531, 28
- Achard, P. *et al.* The L3 Collaboration, 2003. Phys. Lett. B 568, 23
- Adloff, C. *et al.* 2002. The H1 Collaboration, Phys. Lett. B 548, 35
- Affolder, T. *et al.* 2001. Phys. Rev. Lett. 87, 231803
- Aitchison, I. Jr. and Hey J. G. 2003. Gauge Theories in Particle Physics Vol. 1, IOP Publishing, 406 p, UK.
- Aitchison, I. Jr. and Hey J. G. 2004. Gauge Theories in Particle Physics Vol. 2, IOP Publishing, 453 p, UK.
- Akama, K. and Terazawa, H. 1976. Institute for Nuclear Study Report No: INS-Report-257 (unpublished)
- Alles, W. and Borelli V.A. 1976. Nuovo Cimento A 35, 125
- Almeida, F.M.L., Lopes, L.H., Martins Simoes, J.A. and Ramalho A.J. 1996. Phys. Rev. D 53, 7
- Amsler, C. *et al.* 2008. Review of Particle Physics, Phys. Lett. B 667/1-5
- Bargmann, V. and Wigner, E.P. 1948. Proc. N.A.S 34, 211
- Baur, U., Spira, M. and Zerwas, P.M. 1990. Phys. Rev. D 42, 3
- Baur, U., Hinchliffe, I. and Zeppenfeld D. 1987. INT J Mod. Pys. A 2, 1285
- Boudjema, F., Djouadi, A. and Kneur, J. L. 1993. Z. Phys. C 29 425
- Bourikov, A. 2001. Phys. Rev. D 64, 071701
- Brodsky, S.J. and Drell, S.D. 1980. Phys. Rev. D 22, 9
- Çakır, O. 2004. ArXiv: physics/0411006

- Çakır, O., Yılmaz, A. and Sultansoy, S. 2004. Phys. Rev.D 70, 070511
- Çakır, O. and Ozansoy A. 2008. Phys. Rev. D 77, 035002
- Çakır, O. and Ozansoy A. 2009. Phys. Rev. D (basımda); ArXiv: hep-ph/ 0809.1624
- Çakır, O., Leroy, C., Mehdiyev, R. and Belyaev A. 2004. Eur. Phys. J. C 32
- D' Souza, I.A. and Kalman C.S. 1992. Preons: Models of Leptons, Quarks and Gauge Bosons as Composite Objects, 108 p, World Scientific Pub,
- Dugne, J.J., Fredriksson, S., Hansson, J. and Predazzi, E. 1998. ArXiv: hep-ph/9802339; 1999. ArXiv: hep-ph/9909569
- Dugne, J.J., Fredriksson, S. and Hansson, J. 2002. Europhys. Lett. 57, 188
- Eboli, O.J.P. , Lietti S. M. and Mathews, P. 2002. Phys. Rev. D 65, 075003
- Eichten, E.J., Lane, K. D. and Peskin M.E. 1981. Phys. Rev. Lett. 50, 811
- Georgi, H. and Glashow, S.L. 1974. Phys. Rev. Lett. 32, 438
- Glashow, S.L. 1961. Nucl. Phys. 22, 579
- Greiner, W. 1997. Relativistic Quantum Mechanics: Wave Equations, Springer-Verlag, 424 p., Berlin
- Griffiths, D. 1987. Inroduction to Elemantary Particles, 392 p, John Wiley and Sons Inc., New York
- Fritzsch, H. and Mandelbaum G. 1981. Phys. Lett. 102 B, 319
- Harari, H. 1979. Phys. Lett. 86 B, 83
- Harari, H. and Seiberg, N. 1982. Nucl. Phys. B 204, 141
- Hagiwara, K., Komamiya S. and Zeppenfeld D.Z. 1985. Z. Phys. C 29, 115
- Hagiwara *et al.* 2001. Phys. Rev. D 60, 0100001
- Han, T. 2005. ArXiv: hep-ph/0508097
- Ho-Kim, Q. and Pham, X. 1998. Elementary Particles and Their Interactions, 661 p, Springer-Verlag, Berlin
- <http://www.wolfram.com>
- <http://www.gnuplot.info>
- <http://library.wolfram.com/infocenter/MathSource/839/#downloads>
- Jodido, A. *et al.* 1986. Phys. Rev. D 34, 1967
- Kuhn, J. and Zerwas, P. 1984. Phys. Lett. 147B, 189

- Leader, E. and Predazzi, E. 1996. An Introduction to Gauge Theories and Modern Particle Physics, Vol.2, 431 p, Cambridge University Press, Cambridge
- Leite Lopes, J., Martins Simoes, J.A. and Spehler D. 1980. Phys. Lett. 94B, 367;
1981. Phys. Rev. D 23, 797; Phys. Rev. D 25, 1854
- Maggiore, M. 2005. A Modern Introduction to Quantum Field Theory, 291 p,
Oxford Univ. Press, Oxford
- Napsuciale, M. Kirchbach, M. and Rodriguez S. 2006. Eur. Phys. J. A 29, 289
- Ne'eman, Y. 1969. Phys. Lett. 82B, 69
- Pati, J.C. and Salam, A. 1974. Phys. Rev. D 10, 275
- Pati, J.C., Salam, A. and Strahdee, J. 1975. Phys. Lett. B59, 265
- Pukhov, A. *et al.* 1999. ArXiv:hep-ph/9908288; 2004. ArXiv: hep-ph/0412191
- Rarita, W. and Schwinger J. 1941. Phys. Rev. 60, 61
- Salam, A. 1968. Reprinted in J.L. Rosner, New Particles. Selected Reprints,
Stony Brook, Am. Ass. of Physics Teachers (1981) 29
- Schael, S. *et al.* 2007. The ALEPH Collaboration, Eur. Phys. J. C 49, 411
- Shaw, G., Silverman, D.J. and Slansky, L. 1980. Phys. Lett. B 94, 57
- Shupe, M.A. 1979. Phys. Lett. 86 B, 87
- Terezawa, H., Chikashige, K. and Akama, K. 1977. Phys. Rev. D 15, 480
- Terezawa, H., Akama, K. and Hayashi, M. 1982. Phys. Lett. B 112, 4
- Velo, C. and Zwanziger D. 1969. Phys. Rev. 186, 1337
- Verçin, A. ve Dereli T. 1998. Kuantum Mekaniği, Cilt-1, ODTÜ Geliştirme Vakfı
Yayıncılık ve İletişim A.Ş., 203 say., Ankara
- Weinberg, S. 1967. Phys. Rev. Lett. 19, 1264
- Wess, J. and Zumino, B. 1974. Nucl. Phys. B 70, 39
- Zwiebach, B. 2004. A First Course in String Theory, Cambridge University Press,
556 p., Cambridge

EKLER

EK 1. DIRAC DENKLEMİ ve ÇÖZÜMLERİ.....	125
EK 1.1 Schrödinger Denklemi.....	125
EK 1.2 Klein-Gordon Denklemi.....	127
EK 1.3 Dirac Denklemi.....	129
EK 1.4 Dirac Denklemine Serbest Parçacık için Çözümleri.....	134
EK 2. 1→2 SÜRECİ İÇİN KİNEMATİK.....	138
EK3. 2→2 SÜRECİ İÇİN KİNEMATİK.....	142
EK 3.1 Tesir Kesiti İfadesinin Elde Edilmesi.....	142
EK 3.2 Enine Momentum Dağılımı İfadesinin Elde Edilmesi.....	145
EK 4. DİFERANSİYEL TESİR KESİTLERİNİN ANALİTİK İFADELERİ.....	148
EK 4.1 Uyarılmış Leptonlar İçin Köşe Faktörleri.....	148
EK 4.2 Uyarılmış Elektron İçin Diferansiyel Tesir Kesiti İfadeleri.....	149
EK 4.3 Uyarılmış Nötrino İçin Diferansiyel Tesir Kesiti İfadeleri.....	153

EK 1. DIRAC DENKLEMİ ve ÇÖZÜMLERİ

Bu kesimde spin-1/2 parçacıklar için görelî alan denklemi olan Dirac denkleminin elde edilmesi ve serbest parçacık için çözümleri ele alınacaktır. Öncelikle görelî olmayan kuantum mekaniği ile ilgili temel kavramlar verildikten sonra, görelî enerji-momentum bağıntısından elde edilecek Klein-Gordon denkleminin kısaca bahsedilecektir. Daha sonra, Klein-Gordon denkleminin olasılık yorumundaki zorluğu ve Dirac denkleminin açığa çıkışından bahsedilecektir. Bu bölümün hazırlanmasında (Griffiths 1987, Greiner 1997, Aitchison and Hey 2003) esas referanslar olarak kullanılmışlardır.

EK 1.1 Schrödinger Denklemi

Görelî olmayan kuantum mekaniğinde parçacıklar Schrödinger denklemi ile tanımlanırlar. Klasik mekanikteki toplam enerji ifadesi

$$\frac{\vec{p}^2}{2m} + V = E \quad (\text{EK 1.1})$$

ile verilir. Kuantum mekaniğinin temel varsayımlarından biri, fiziksel gözlenebilirliğe bir işlemcinin karşılık geldiğidir. Bu işlemciler çizgisel ve hermitseldir (Verçin 2000). Enerji ve momentumun işlemci gösterimleri

$$\hat{\vec{p}} = -i\hbar\vec{\nabla}, \quad E = i\hbar\frac{\partial}{\partial t} \quad (\text{EK 1.2})$$

şeklinde-dir. Kuantum mekaniğinde bir sistem belli bir t anında, türevlenebilir ve sürekli $\psi(\vec{r}, t)$ dalga fonksiyonu ile tanımlanır. Denklem (EK 1.1) ile verilen klasik toplam enerji ifadesinde enerji ve momentum yerine işlemci karşılıkları yazılıp, bu işlemciler dalga fonksiyonu üzerine etkirse Schrödinger denklemi elde edilir.

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\vec{\nabla}^2\psi(\vec{r},t)+V\psi(\vec{r},t)=i\hbar\frac{\partial\psi(\vec{r},t)}{\partial t} \quad (\text{EK 1.3})$$

Olasılık yoğunluğu $\rho(\vec{r},t)=\psi^*\psi$ şeklinde verilir. Olasılığın korunduğunu görmek için olasılık yoğunluğunun zamana göre türevi alınır.

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}=\psi\frac{\partial\psi^*}{\partial t}+\psi^*\frac{\partial\psi}{\partial t} \quad (\text{EK 1.4})$$

Denklem (EK 1.3) ve onun kompleks eşleniği alınıp, denklem (EK 1.4)' te yerine yazılıp gerekli düzenlemeler yapılırsa;

$$\begin{aligned} \frac{\partial\rho}{\partial t} &= \frac{\hbar}{2im}\psi\vec{\nabla}^2\psi^* - \frac{1}{i\hbar}\psi V\psi^* - \frac{\hbar}{2im}\psi^*\vec{\nabla}^2\psi + \frac{1}{i\hbar}\psi^* V\psi \\ &= -\frac{\hbar}{2im}(\psi^*\vec{\nabla}^2\psi - \psi\vec{\nabla}^2\psi^*) \\ &= -\vec{\nabla}\left[\frac{\hbar}{2im}(\psi^*\vec{\nabla}\psi - \psi\vec{\nabla}\psi^*)\right] \end{aligned} \quad (\text{EK 1.5})$$

bulunur. Burada vektörel bir nicelik olarak olasılık akısı

$$\vec{J}(\vec{r},t)=\frac{\hbar}{2im}(\psi^*\vec{\nabla}\psi - \psi\vec{\nabla}\psi^*) \quad (\text{EK 1.6})$$

şeklinde tanımlanırsa,

$$\frac{\partial\rho(\vec{r},t)}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{J}(\vec{r},t) = 0 \quad (\text{EK 1.7})$$

elde edilir. Bu, Schrödinger denklemi için süreklilik denklemdir.

EK 1.2 Klein-Gordon Denklemleri

Klein ve Gordon görelilik kuantum mekaniğini oluşturmak için, Schrödinger denkleminin toplam klasik enerji ifadesinde enerji ve momentumun işlemci karşılıklarının yazılarak elde edilmesine benzer olarak, görelilik enerji-momentum ifadesinden yola çıktılar. Görelilik enerji-momentum ifadesi

$$E^2 - \vec{p}^2 c^2 = m^2 c^4 \quad (\text{EK 1.8})$$

ile verilir. Dörtlü notasyonda bu ifade

$$p^\mu p_\mu - m^2 c^4 = 0 \quad (\text{EK 1.9})$$

şeklinde verilir. Dörtlü momentumun işlemci karşılığı

$$p_\mu = i\hbar \partial_\mu \quad (\partial_\mu \equiv \frac{\partial}{\partial x^\mu}) \quad (\text{EK 1.10})$$

şeklinde verilir. Dörtlü momentumun işlemci karşılığı denklem (EK 1.8)' de yerleştirilip bir ϕ dalga fonksiyonu üzerine etkirse Klein-Gordon denklemi elde edilir.

$$\begin{aligned} -\hbar^2 \partial^\mu \partial_\mu \phi - m^2 c^4 \phi &= 0 \\ \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - \nabla^2 \phi + \left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2 \phi &= 0 \end{aligned} \quad (\text{EK 1.11})$$

Klein-Gordon denklemi için dörtlü olasılık akısı

$$j^\mu = (\rho, \vec{j}) = \frac{i\hbar}{2m} (\phi^* \partial^\mu \phi - \phi \partial^\mu \phi^*) \quad (\text{EK 1.12})$$

şeklinde verilir. Dörtlü notasyonda süreklilik denklemi,

$$\partial^\mu j_\mu = 0 \quad (\text{EK 1.13})$$

şeklindedir. Olasılık yoğunluğu ve uzaysal akım yoğunluğunu ayrı ayrı yazacak olursak;

$$\rho = \frac{i\hbar}{2mc^2} (\phi^* \frac{\partial \phi}{\partial t} - \phi \frac{\partial \phi^*}{\partial t}) \quad (\text{EK 1.14})$$

ve

$$\vec{j} = \frac{i\hbar}{2m} (\phi^* \vec{\nabla} \phi - \phi \vec{\nabla} \phi^*) \quad (\text{EK 1.15})$$

elde edilir. Klein-Gordon denklemi için uzaysal akım yoğunluğu Schrödinger denklemi için verilen uzaysal akım yoğunluğu ile aynı formdadır, ancak olasılık yoğunlukları aynı formda değildir. Klein-Gordon denklemi zaman göre ikinci türevleri içerdiğinden, olasılık yoğunluğu da zamana göre birinci türevleri içermektedir. Bu ise olasılık yoğunluğunu yorumlamada bazı güçlükler getirir. $\phi = Ne^{-ipx} = Ne^{-i(Et - \vec{p} \cdot \vec{x})}$ düzlem dalga çözümlerini dikkate alırsak olasılık yoğunluğu

$$\rho = 2|N|^2 E \quad (\text{EK 1.16})$$

şeklinde elde edilir. Bu denklemde N normalizasyon katsayısıdır. Burada olasılığı yorumlamadaki zorluk kendini gösterir. E 'nin işaretine göre ρ negatif veya pozitif olabilir. Klein-Gordon denklemiyle ilgili zorluklar,

1. $E^2 = \vec{p}^2 c^2 + m^2 c^4$ bağıntısından hareketle, verilen bir $\vec{p}$ üçlü momentumu için enerjinin $E = \pm \sqrt{\vec{p}^2 c^2 + m^2 c^4}$ şeklinde pozitif ve negatif mümkün 2 çözümünün olmasında,

2. olasılık yoğunluğu ifadesinin $\partial/\partial t$ terimlerini içermesinden dolayı negatif olasılık yoğunluklarının ortaya çıkmasında

kendini göstermektedir.

EK 1.3 Dirac Denklemi

Klein-Gordon denklemi hem zamana hem de uzaysal koordinatlara göre ikinci mertebe türevleri içermektedir. Görelî enerji-momentum bağıntısından hareketle elde edilen Klein-Gordon denkleminin tek parçacık görelî dalga denklemi olarak yorumlanmasında negatif enerjili çözümlerin bulunuşu ve olasılık yoğunluğunun pozitif tanımlı olmayışı gibi iki zorluk ortaya çıkar. Bu zorlukları ortadan kaldırmak üzere, Dirac 1928 yılında pozitif tanımlı bir olasılık yoğunluğu ($\rho \geq 0$) elde edebilmek için $\partial/\partial t$ terimine göre çizgisel olan bir denklem yazdı. Görelî kovaryantlığın sağlanması için bu denklem, $\vec{\nabla}$ terimine göre de çizgisel olmalıydı. Serbest parçacık için Dirac denklemi;

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = H_f \psi \quad (\text{EK 1.17})$$

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \left[\frac{\hbar c}{i} \sum_i \alpha_i \frac{\partial}{\partial x_i} + \beta mc^2 \right] \psi \quad (\text{EK 1.18})$$

şeklinde verilir. Uzaysal dönmeler altında denklem (EK 1.18)' in değişmez kalabilmesi için α_i ' ler sayı olmamalıdır. Dalga fonksiyonu ψ , $N \times 1$ ' lik sütun matris olmak üzere, α_i ' ler $N \times N$ ' lik matrislerdir. (EK 1.18)' i bileşenler cinsinden yazarsak;

$$i\hbar \frac{\partial \psi_\lambda}{\partial t} = \frac{\hbar c}{i} \sum_{\delta=1}^N (\alpha_1 \frac{\partial}{\partial x_1} + \alpha_2 \frac{\partial}{\partial x_2} + \alpha_3 \frac{\partial}{\partial x_3})_{\lambda\delta} \psi_\delta + mc^2 \sum_{\delta=1}^N \beta_{\lambda\delta} \psi_\delta \quad (\text{EK 1.19})$$

elde edilir. Buradaki temel problem α ve β matrislerinin bulunmasıdır. Bunları bulabilmek için öncelikle görelî bir dalga denklemi kurmak için gerekli özellikleri özetleyelim:

1. E ve $\vec{p}$ arasında görelî bir ilişki $\rightarrow E^2 = \vec{p}^2 c^2 + m^2 c^4$;
2. Olasılık yoğunluğu yorumu için $\rho \geq 0$;
3. Lorentz dönüşümleri altında kovaryantlık (form değişmezliği).

İlk özelliğin sağlanabilmesi için, dalga fonksiyonunun her bir bileşeninin Klein-Gordon denklemini sağladığını düşünüyoruz.

$$-\hbar^2 \frac{\partial^2 \psi_\lambda}{\partial t^2} = \left[-\hbar^2 c^2 \vec{\nabla}^2 + m^2 c^4 \right] \psi_\lambda \quad (\text{EK 1.20})$$

Bundan sonra amacımız Dirac denklemini Klein-Gordon denkleminin formuna benzetebilmektir. Bunun için denklem (EK 1.18) ile yazılan Dirac denkleminin zamana göre türevini alalım ve $i\hbar$ ile çarpalım.

$$-\hbar^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = \left[\frac{\hbar c}{i} \sum_{i=1}^3 \hat{\alpha}_i \frac{\partial}{\partial x_i} + \beta m c^2 \right] i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad (\text{EK 1.21})$$

Denklem (EK 1.21)' de denklem (EK 1.18) yerine konulup düzenleme yapılırsa;

$$\begin{aligned} -\hbar^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} &= \left[\frac{\hbar c}{i} \sum_{i=1}^3 \hat{\alpha}_i \frac{\partial}{\partial x_i} + \beta m c^2 \right] \left[\frac{\hbar c}{i} \sum_{j=1}^3 \hat{\alpha}_j \frac{\partial}{\partial x_j} + \beta m c^2 \right] \psi \\ -\hbar^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} &= -\hbar^2 c^2 \sum_{i,j=1}^3 \frac{\alpha_i \alpha_j + \alpha_j \alpha_i}{2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_i \partial x_j} + \frac{\hbar m c^3}{i} \sum_{i=1}^3 (\alpha_i \beta + \beta \alpha_i) \frac{\partial \psi}{\partial x_i} + m^2 c^4 \beta^2 \psi \end{aligned} \quad (\text{EK 1.22})$$

Denklem (EK 1.20) ve (EK 1.22) karşılaştırılırsa α ve β matrisleri için şu koşullar elde edilir:

$$\hat{\alpha}_i \hat{\alpha}_j + \hat{\alpha}_j \hat{\alpha}_i = 2\delta_{ij} 1 \Rightarrow \{\alpha_i, \alpha_j\} = 0, i \neq j \quad (\text{EK 1.23})$$

$$\hat{\alpha}_i \hat{\beta} + \hat{\beta} \hat{\alpha}_i = 0 \Rightarrow \{\alpha_i, \beta\} = 0 \quad (\text{EK 1.24})$$

$$\hat{\alpha}_i^2 = \hat{\beta}^2 = 1 \quad (\text{EK 1.25})$$

$\hat{H}_f$ serbest Dirac hamiltonyeni hermitsel olduğundan α ve β matrisleri de hermitseldir.

$$\hat{\alpha}_i^\dagger = \hat{\alpha}_i, \quad \hat{\beta}^\dagger = \hat{\beta} \quad (\text{EK 1.26})$$

α ve β matrisleri hermitsel olduğundan özdeğerleri reeldir. $\hat{\alpha}_i^2 = \hat{\beta}^2 = 1$ koşulundan dolayı özdeğerler ± 1 olabilir. α ve β matrislerinin izleri de sıfırdır.

$$\begin{aligned} (\hat{\alpha}_i \hat{\beta} + \hat{\beta} \hat{\alpha}_i = 0) \beta \\ \alpha_i \beta^2 = -\beta \alpha_i \beta \\ Tr(\alpha_i) = -Tr(\beta \alpha_i \beta) = -Tr(\beta^2 \alpha_i) = -Tr(\alpha_i) \\ Tr(\alpha_i) = 0 \end{aligned} \quad (\text{EK 1.27})$$

ve

$$Tr(\beta) = 0 \quad (\text{EK 1.28})$$

elde edilebilir. Bu matrislerin izlerinin sıfır olması ve özdeğerlerinin ± 1 olmasından dolayı boyutlarının çift olması gerekmektedir. $N=2$ olamaz. Çünkü 2×2 ' lik matrisler Pauli matrisleri ve birim matris cinsinden ifade edilebilir. Ancak burada birbiri ile antikomüte eden 4 adet matris söz konusudur. Bu nedenle N ' nin en küçük değeri 4 olmalıdır. 4×4 ' lük

α ve β matrislerinin seçimi tek değildir. Bu matrislerin farklı temsillerdeki gösterimlerine üniter bir dönüşüm ile geçilir.

$$\begin{aligned}\alpha'_i &= U\alpha_i U^{-1} \\ \beta' &= U\beta U^{-1}\end{aligned}\quad (\text{EK 1.29})$$

α ve β matrisleri için en çok kullanılan iki temsil Dirac Temsili (Standart Temsil) ve Weyl Temsili (Chiral Temsil)' dir. $\vec{\sigma}$ Pauli matrisleri ve I birim matris olmak üzere;

Dirac Temsili (Standart Temsil):

$$\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ \vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix} \quad \beta = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix} \quad (\text{EK 1.30})$$

Weyl Temsili (Chiral Temsil):

$$\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} -\vec{\sigma} & 0 \\ 0 & \vec{\sigma} \end{pmatrix} \quad \beta = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{EK 1.31})$$

şeklinde tanımlıdır. Dirac denkleminin kovaryant formunu elde edebilmek için (EK 1.18) denklemini β ile çarpalım:

$$i\hbar\beta\frac{\partial\psi}{\partial t} = (-i\hbar c\beta\vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} + \beta^2 mc^2)\psi \quad (\text{EK 1.32})$$

Burada $\gamma^\mu = (\beta, \beta\vec{\alpha})$ şeklinde bir tanım yapılırsa;

$$(i\hbar\gamma^\mu\partial_\mu - mc)\psi = 0 \quad (\text{EK 1.33})$$

şeklinde Dirac denkleminin kovaryant formu elde edilir. Burada Dirac spinörü ya da bispinör olarak adlandırılan ψ 'nin dört bileşenli bir sütun matris olduğuna dikkat edilmelidir.

$$\psi(x) = \begin{pmatrix} \psi_1(x) \\ \psi_2(x) \\ \psi_3(x) \\ \psi_4(x) \end{pmatrix} \quad (\text{EK 1.34})$$

Süreklilik denklemini elde edebilmek için, Dirac denkleminin soldan $\psi^\dagger$, Dirac denkleminin hermitik eşleniği de soldan ψ ile çarpalım.

$$i\hbar\psi^\dagger \frac{\partial\psi}{\partial t} = -i\hbar c\psi^\dagger \vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} \psi + mc^2\psi^\dagger \beta\psi \quad (\text{EK 1.35})$$

$$-i\hbar\psi \frac{\partial\psi^\dagger}{\partial t} = i\hbar c\psi \vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} \psi^\dagger + mc^2\psi\beta\psi^\dagger \quad (\text{EK 1.36})$$

Elde edilen son iki denklemin birbirinden çıkarılmasıyla

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{\partial}{\partial t} (\psi^\dagger \psi) &= -i\hbar c \vec{\nabla} \cdot (\psi^\dagger \vec{\alpha} \psi) \\ \frac{\partial}{\partial t} (\psi^\dagger \psi) + \vec{\nabla} \cdot (\psi^\dagger c \vec{\alpha} \psi) &= 0 \Rightarrow \frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{j} = 0 \end{aligned} \quad (\text{EK 1.37})$$

süreklilik denklemi bulunur. Dirac denklemi için olasılık yoğunluğu ve olasılık akımı yoğunluğu, $\psi^\dagger = (\psi^T)^*$ olmak üzere sırasıyla, $\rho = \psi^\dagger \psi$ ve $\vec{j} = \psi^\dagger c \vec{\alpha} \psi$ şeklinde tanımlanır.

Olasılık yoğunluğu

$$\rho = \psi^\dagger \psi = \begin{pmatrix} \psi_1^* & \psi_2^* & \psi_3^* & \psi_4^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \\ \psi_4 \end{pmatrix} \quad (\text{EK 1.38})$$

$$= \sum_{a=1}^4 |\psi_a|^2 > 0$$

şeklinde açık biçimde yazılabilir. Denlem (EK 1.38) ile tanımlı Dirac denklemi için olasılık yoğunluğu skaler ve pozitif tanımlı bir ifadedir. Bu özellikler olasılık yoğunluğu için istenen özelliklerdir.

EK 1.4 Dirac Denkleminin Serbest Parçacık İçin Çözümleri

Dirac denklemi için düzlem dalga çözümlerini dikkate alacağız ($\hbar = c = 1$).

$$\psi(x) = e^{-ix \cdot p} \omega(p) \quad (p \equiv p^\mu = (E, \vec{p}), x \equiv x^\mu = (t, \vec{x})) \quad (\text{EK 1.39})$$

Burada $\omega(p)$, x ve $e^{-ix \cdot p}$ den bağımsız 4-bileşenli Dirac spinörüdür. ω , 2×2 ' lik ϕ ve χ spinörleri cinsinden,

$$\omega = \begin{pmatrix} \phi \\ \chi \end{pmatrix} \quad (\text{EK 1.40})$$

şeklinde yazılabilir. Burada $\phi = \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{pmatrix}$ ve $\chi = \begin{pmatrix} \omega_3 \\ \omega_4 \end{pmatrix}$ şeklindedir. Denklem (EK 1.39)' un denklem (EK 1.18) ile verilen Dirac denkleminde yerine koyulmasıyla;

$$i \frac{\partial}{\partial t} \left[e^{-ix \cdot p} \begin{pmatrix} \phi \\ \chi \end{pmatrix} \right] = \left[-i \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ \vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix} \vec{\nabla} + \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix} m \right] e^{-ix \cdot p} \begin{pmatrix} \phi \\ \chi \end{pmatrix}$$

$$E \begin{pmatrix} \phi \\ \chi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} mI & \vec{\sigma} \cdot \vec{p} \\ \vec{\sigma} \cdot \vec{p} & -mI \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi \\ \chi \end{pmatrix} \quad (\text{EK 1.41})$$

elde edilir. Buradan ϕ ve χ için bağışlımlı denklemler

$$(E - m)\phi = \vec{\sigma} \cdot \vec{p}\chi \quad (\text{EK 1.42})$$

$$(E + m)\chi = \vec{\sigma} \cdot \vec{p}\phi \quad (\text{EK 1.43})$$

şeklindeir. Bu bağışlımlı denklemler sistemi için katsayılar determinantı sıfıra eşit olmalıdır.

$$\begin{vmatrix} (E - m) & -\vec{\sigma} \cdot \vec{p} \\ -\vec{\sigma} \cdot \vec{p} & (E + m) \end{vmatrix} = 0$$

$$E^2 - m^2 - (\vec{\sigma} \cdot \vec{p})(\vec{\sigma} \cdot \vec{p}) = 0 \quad (\text{EK 1.44})$$

Denklemler (EK 1.44)' de $(\vec{\sigma} \cdot \vec{A})(\vec{\sigma} \cdot \vec{B}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + i\vec{\sigma} \cdot (\vec{A} \times \vec{B})$ özelliğı kullanarak, E ve $\vec{p}$ arasındaki ilişki bulunabilir.

$$E^2 - m^2 - \vec{p}^2 = 0$$

$$E = \pm \sqrt{\vec{p}^2 + m^2} \quad (\text{EK 1.45})$$

Verilen bir üçlü momentum için enerjinin pozitif ve negatif olmak üzere mümkün 2 çözümü vardır. Daha sonra da açıklanacağı gibi pozitif çözümler parçacık durumları ile, negatif çözümler de antiparçacık çözümleri ile ilişkilendirilir. Denklem (EK 1.42) ve (EK 1.43) kullanılarak χ ve ϕ spinörleri birbiri cinsinden yazılabilir.

$$\chi = \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{(E + m)} \phi \quad (\text{EK 1.46})$$

$$\phi = \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{(E - m)} \chi \quad (\text{EK 1.47})$$

Buradan, 4-bileşenli $\omega(p)$ spinörü ϕ cinsinden

$$\omega(p) = \begin{pmatrix} \phi \\ \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{(E + m)} \phi \end{pmatrix} \quad (\text{EK 1.48})$$

olarak elde edilir. $\vec{\sigma} \cdot \vec{p}$ çarpımın açık biçimi

$$\begin{aligned} \vec{\sigma} \cdot \vec{p} &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} p_x + \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} p_y + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} p_z \\ &= \begin{pmatrix} p_z & (p_x - ip_y) \\ (p_x + ip_y) & p_z \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{EK 1.49})$$

şeklinde yazılır. Denklem (EK 1.46), (EK 1.47) ve (EK 1.49) kullanılarak, Dirac denkleminin dört bağımsız çözümü yazılabilir.

$$\phi = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \chi = \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{(E + m)} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{(E + m)} \begin{pmatrix} p_z \\ (p_x + ip_y) \end{pmatrix} \quad (\text{EK 1.50})$$

$$\phi = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \chi = \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{(E + m)} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{(E + m)} \begin{pmatrix} (p_x - ip_y) \\ -p_z \end{pmatrix} \quad (\text{EK 1.51})$$

$$\chi = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \phi = \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{(E - m)} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{(E - m)} \begin{pmatrix} p_z \\ (p_x + ip_y) \end{pmatrix} \quad (\text{EK 1.52})$$

$$\chi = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \phi = \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{(E - m)} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{(E - m)} \begin{pmatrix} (p_x - ip_y) \\ -p_z \end{pmatrix} \quad (\text{EK 1.53})$$

Denklem (EK 1.50) ve (EK 1.51)' de enerji için pozitif kök ($E > 0$) alınmalıdır. Aksi durumda $\vec{p} \rightarrow 0$ için χ spinörü ıraksar. Bu iki denklem parçacık durumlarına karşılık gelir. Denklem (EK 1.52)' de ve (EK 1.53)' te ise enerji için negatif kök ($E < 0$) alınmalıdır, yoksa $\vec{p} \rightarrow 0$ için ϕ spinörü ıraksar. Bu son iki denklem de antiparçacık durumlarına karşılık gelir.

EK 2. 1→2 SÜRECİ İÇİN KİNEMATİK

Verilen bir süreç için bir ilk durumdan son duruma geçiş oranı Fermi' nin altın kuralına göre

$$(\text{Geçiş Oranı}) \sim (2\pi) |M|^2 (\text{Faz Uzayı}) \quad (\text{EK 2.1})$$

şeklinde ifade edilir. m kütleli bir parçacığın kendi durgun çerçevesinde n tane parçacığa bozunması oranı Lorentz değişmezi matris elemanı M cinsinden verilir.

$$d\Gamma = \frac{(2\pi)^4}{2m} |M|^2 d\Phi_n(p; p_1, p_2, \dots, p_n) \quad (\text{EK 2.2})$$

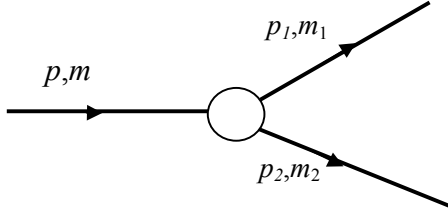
Burada $d\Phi_n$ n -cisim faz uzayı elemanıdır.

$$d\Phi_n(p; p_1, \dots, p_n) = \delta^4\left(p - \sum_{i=1}^n p_i\right) \prod_{i=1}^n \frac{d^3 p_i}{(2\pi)^3 2E_i} \quad (\text{EK 2.3})$$

$\hbar = c = 1$ birim sisteminde diferansiyel bozunma genişliği ifadesi daha açık olarak

$$d\Gamma = \frac{S}{2M} |M|^2 \left[\frac{d^3 p_1}{(2\pi)^3 2E_1} \frac{d^3 p_2}{(2\pi)^3 2E_2} \dots \frac{d^3 p_n}{(2\pi)^3 2E_n} \right] (2\pi)^4 \delta^4(p - p_1 - p_2 \dots p_n) \quad (\text{EK 2.4})$$

olarak verilir. Burada j son durum özdeş parçacık sayısı olmak üzere, istatistik çarpan $S=1/j!$ ile verilir. İki cisim bozunması için değişken tanımlaması Şekil 1' de yapılmıştır.



Şekil 1 İki cisim bozunması.

Burada p , p_1 ve p_2 dörtlü momentumlardır. Görelî enerji-momentum bağıntısına göre parçacığın dörtlü momentumu parçacığın kütlesine eşittir.

$$\begin{aligned} E^2 &= \vec{p}^2 + m^2 \\ E^2 - \vec{p}^2 &= m^2 \Rightarrow p^2 = m^2 \end{aligned} \quad (\text{EK 2.5})$$

Momentumun korunumundan,

$$\begin{aligned} p_2 &= p - p_1 \\ p_2^2 &= p^2 + p_1^2 - 2p \cdot p_1 \\ m_2^2 &= m^2 + m_1^2 - 2EE_1 - 2\vec{p}\vec{p}_1 \end{aligned} \quad (\text{EK 2.6})$$

elde edilir. m kütleli parçacığın durgun sisteminde

$$m_2^2 = m^2 + m_1^2 - 2mE_1 \quad (\text{EK 2.7})$$

bulunur. Benzer bir ifade 1 parçacığı için de yazılır.

$$m_1^2 = m^2 + m_2^2 - 2mE_2 \quad (\text{EK 2.8})$$

Buradan 1 ve 2 numaralı parçacıkların enerjileri elde edilir.

$$E_1 = \frac{m^2 + m_1^2 - m_2^2}{2m}, \quad E_2 = \frac{m^2 + m_2^2 - m_1^2}{2m} \quad (\text{EK 2.9})$$

m kütleli parçacığın durgun çerçevesinde, 1 ve 2 numaralı parçacıkların momentumları eşit büyüklükte fakat zıt yönlüdürler.

$$|\vec{p}_1| = |\vec{p}_2| = \frac{\left[\left(m^2 - (m_1 + m_2)^2 \right) \left(m^2 - (m_1 - m_2)^2 \right) \right]^{1/2}}{2m} \quad (\text{EK 2.10})$$

Diferensiyel bozunma genişliği

$$d\Gamma = \frac{S(2\pi)^4}{2m} |M|^2 \delta^4(p - p_1 - p_2) \frac{d^3|\vec{p}_1|}{(2\pi)^3 2E_1} \frac{d^3|\vec{p}_2|}{(2\pi)^3 2E_2} \quad (\text{EK 2.11})$$

ifadesinde $\vec{p} = 0$ ve $E = m$ yazılarak delta fonksiyonunu yeniden düzenlenirse;

$$\delta^4(p - p_1 - p_2) = \delta(m - E_1 - E_2) \delta^3(-\vec{p}_1 - \vec{p}_2) \quad (\text{EK 2.12})$$

olur. Diferansiyel bozunma genişliği ifadesi yeniden düzenlenirse

$$d\Gamma = \frac{S}{8m(2\pi)^2} \frac{|M|^2}{E_1 E_2} \delta(m - E_1 - E_2) \delta^3(-\vec{p}_1 - \vec{p}_2) d^3|\vec{p}_1| d^3|\vec{p}_2| \quad (\text{EK 2.13})$$

Burada $\vec{p}_2$ üzerinden integral alınırsa

$$\Gamma = \frac{S}{8m(2\pi)^2} \int \frac{|M|^2 \delta(m - E_1 - E_2)}{E_1 E_2} d^3|\vec{p}_1| \quad (\text{EK 2.14})$$

bulunur. $|\vec{p}_1| = \rho$ ve $E = E_1 + E_2 \Rightarrow E = \sqrt{m_1^2 + \rho^2} + \sqrt{m_2^2 + \rho^2}$ şeklinde yeniden tanımlama yapılırsa, $dE = \rho d\rho \left(\frac{1}{\sqrt{\rho^2 + m_1^2}} + \frac{1}{\sqrt{\rho^2 + m_2^2}} \right)$ olmak üzere, $d^3\rho = \rho^2 d\rho d\phi_1 d\theta_1$ şeklinde hacim elemanı yazılır. Bu ifadelere göre denklem (EK 2.14) düzenlenirse

$$\Gamma = \frac{\rho}{8\pi m^2} |M|^2 \quad (\text{EK 2.15})$$

elde edilir. Elde edilen bu son ifade iki cisim bozunması için bozunma genişliği ifadesidir.

Burada $|\vec{p}_1| = |\vec{p}_2| = \rho = \frac{1}{2m} \sqrt{m^4 + m_1^4 + m_2^4 - 2m^2 m_1^2 - 2m^2 m_2^2 - 2m_1^2 m_2^2}$ ile verilir.

EK 3. 2→2 SÜRECİ İÇİN KİNEMATİK

EK 3.1 Tesir Kesiti İfadesinin Elde Edilmesi

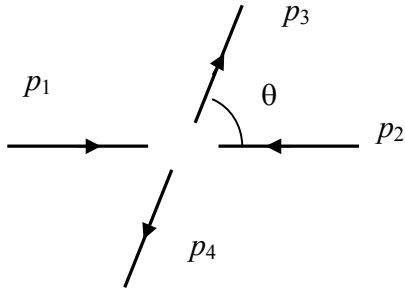
Fermi' nin altın kuralına göre $1+2\rightarrow3+4+\dots+n$ süreci için tesir kesiti

$$d\sigma = \langle |M|^2 \rangle \frac{S}{4\sqrt{(P_1 \cdot P_2)^2 - (m_1 m_2)^2}} \left[\frac{d^3 p_3}{(2\pi)^3 2E_3} \frac{d^3 p_4}{(2\pi)^3 2E_4} \dots \frac{d^3 p_n}{(2\pi)^3 2E_n} \right] \times (2\pi)^4 \delta^4(P_1 + P_2 - P_3 - P_4 - \dots - P_n) \quad (\text{EK 3.1})$$

ile verilir. Burada

$$F = 4\sqrt{(p_1 \cdot p_2)^2 - (m_1 m_2)^2} \quad (\text{EK 3.2})$$

ile verilen nicelik Lorentz değişmez akıdır. Kütle merkezi sisteminde iki cisim saçılmasının şematik gösterimi Şekil 1' de gösterilmiştir.



Şekil 1 Kütle merkezi sisteminde iki cisim saçılması

Kütle merkezi sisteminde, gelen parçacıkların üçlü momentumları eşit büyüklükte fakat zıt yönlü ($\vec{p}_1 = -\vec{p}_2$) olduğundan Lorentz değişmez akı $F = (E_1 + E_2)|\vec{p}_1| = \sqrt{s}|\vec{p}_1|$ olarak elde edilir. Buna göre

$$d\sigma = \frac{\langle |M|^2 \rangle}{4\sqrt{s}|\vec{p}_1|} \frac{d^3\vec{p}_3 d^3\vec{p}_4}{(2\pi)^2 4E_3 E_4} \delta^{(4)}(p_1 + p_2 - p_3 - p_4) \quad (\text{EK 3.3})$$

Dörtlü Delta fonksiyonu $\delta^{(4)}(p_1 + p_2 - p_3 - p_4) = \delta^{(3)}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{p}_3 - \vec{p}_4) \delta(E_1 + E_2 - E_3 - E_4)$ şeklinde yazılır ve $d^3\vec{p}_4$ integrali kaldırılabilir. Geriye $d^3\vec{p}_3$ integralinin alınması kalır. $d^3\vec{p}_3 = \vec{p}_3^2 d\vec{p}_3 d\Omega$ ($d\Omega = \sin\theta d\theta d\phi$ şeklinde verilen katı açı, θ ise saçılma açısıdır), $E_3 = \sqrt{m_3^2 + \vec{p}_3^2}$ ve $E_4 = \sqrt{m_4^2 + \vec{p}_3^2}$ şeklinde yazılıp $E_3 + E_4 = E'$ değişken değiştirmesi yapıldığında

$$d\vec{p}_3 = \frac{dE'}{|\vec{p}_3|} \left(\frac{\sqrt{m_3^2 + \vec{p}_3^2} \sqrt{m_4^2 + \vec{p}_3^2}}{\sqrt{m_3^2 + \vec{p}_3^2} + \sqrt{m_4^2 + \vec{p}_3^2}} \right) \quad (\text{EK 3.4})$$

elde edilir. Buradan diferansiyel tesir kesiti

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\langle |M|^2 \rangle}{64\pi^2 s} \frac{|\vec{p}_s|}{|\vec{p}_i|} \quad (\text{EK 3.5})$$

olarak bulunur. $|\vec{p}_i| \equiv |\vec{p}_1|$ ilk momentum ve $|\vec{p}_s| \equiv |\vec{p}_3|$ ise son momentumdur. Buradan $\frac{d\sigma}{dt}$

ifadesine geçilebilir. Burada t ; $t = (p_1 - p_3)^2$ şeklinde tanımlanan Mandelstam değişkenidir.

Bazı tanımlamalar

$$t = (p_1 - p_3)^2 = m_1^2 + m_3^2 - 2[E_1 E_3 - |\vec{p}_1| |\vec{p}_3| \cos \theta]$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\sigma}{dt} \frac{dt}{d\Omega}$$

$$\frac{dt}{d\Omega} = \frac{dt}{2\pi d(\cos \theta)} = \frac{1}{2\pi} \frac{dt}{d(\cos \theta)} \quad (\text{EK 3.6})$$

şeklinde yazılır. Buradan

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{\langle |\mathbf{M}|^2 \rangle}{64\pi s |\vec{p}_i|^2} \quad (\text{EK 3.7})$$

elde edilir. Kütle merkezi sisteminde $m_1 = m_2 = 0$ için $|\vec{p}_i| = \sqrt{s}/2$ olarak bulunur. Bu ifade kullanılarak diferansiyel tesir kesiti

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{\langle |\mathbf{M}|^2 \rangle}{16\pi s^2} \quad (\text{EK 3.8})$$

olarak elde edilir. Tesir kesiti ifadesi

$$\sigma = \int_{t_{\min}}^{t_{\max}} \frac{\langle |\mathbf{M}|^2 \rangle}{16\pi s^2} dt \quad (\text{EK 3.9})$$

integrali alınarak bulunur. $\theta = 0$ ve $\theta = \pi$ için $t_{\min}$ ve $t_{\max}$ uygun kinematik bağıntılardan bulunur. Uyarılmış elektron ve nötrinosu için tesir kesiti hesaplarında kinematikten faydalananak $t_{\min} = m^{*2} - s$ ve $t_{\max} = 0$ olarak bulunmuştur.

EK 3.2 Enine Momentum Dağılımı İfadesinin Elde Edilmesi

İki parçacık saçılması için diferansiyel tesir kesiti,

$$d\sigma(1+2 \rightarrow 3+4) = \frac{1}{2s} \sum |M(1+2 \rightarrow 3+4)|^2 (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_1 + p_2 - p_3 - p_4) \frac{d^3 p_3}{(2\pi)^3 2E_3} \frac{d^3 p_4}{(2\pi)^3 2E_4} \quad (\text{EK 3.10})$$

ile verilir.

$$\int \frac{d^3 p_4}{2E_4} = d^4 p_4 \delta(p_4^2 - m_4^2) \quad (\text{EK 3.11})$$

$$\delta(p_4^2 - m_4^2) = \delta(s + t + u - m_4^2) \quad (\text{EK 3.12})$$

$$\left(\frac{d\sigma}{dt} \right) = \frac{1}{16\pi s^2} \sum |M(1+2 \rightarrow 3+4)|^2 \quad (\text{EK 3.13})$$

bağıntılarının EK 3.10' da yerleştirilmesiyle

$$\frac{E_3 d\sigma}{d^3 p_3} = \frac{1}{2s} \sum |M|^2 \delta^{(4)}(p_1 + p_2 - p_3 - p_4) d^4 p_4 \delta(s + t + u - m_4^2) \quad (\text{EK 3.14})$$

elde edilir. Bu denklemde

$$\left(\frac{d\sigma}{dt}\right) = \frac{1}{16\pi s^2} \sum |M(1+2 \rightarrow 3+4)|^2 \quad (\text{EK 3.15})$$

$$d^3 p_3 = (dp_3)_z (p_3)_T (dp_3)_T d\phi \quad (\text{EK 3.16})$$

$$\frac{E_3}{(dp_3)_z} = \frac{1}{dy_3} \quad (\text{EK 3.17})$$

bağıntılarının ve $p_4 = p_1 + p_2 - p_3$ şeklinde momentumun korunumunun kullanılmasıyla

$$\frac{d\sigma}{(dp_3)_T} = 2s(p_3)_T \int dy_3 \left(\frac{d\sigma}{dt}\right) \delta(s+t+u-m_4^2) \quad (\text{EK 3.18})$$

elde edilir. Burada y_3 üçüncü parçacık için hızlılıktır. Enine kütle ifadesi $m_T^2 = m^2 + p_T^2$ ile verilir ve kütsüz parçacık için $m_T = m$ şeklindedir. Burada üçüncü parçacık için kütle $m_3 = 0$ alınarak Mandelstam parametreleri,

$$t = -(p_3)_T \sqrt{s} e^{-y_3}, \quad u = -(p_3)_T \sqrt{s} e^{y_3} \quad (\text{EK 3.19})$$

şeklinde elde edilir. Buradan denklem EK 3.18

$$\frac{d\sigma}{(dp_3)_T} = 2s(p_3)_T \int dy_3 \left(\frac{d\sigma}{dt}\right) \delta(s-m_4^2 - (p_3)_T \sqrt{s} (e^{-y_3} + e^{y_3})) \quad (\text{EK 3.20})$$

olarak elde edilir. Burada $2 \cosh y_3 = e^{y_3} + e^{-y_3}$ bağıntısı kullanılarak

$$\delta(s-m_4^2 - 2(p_3)_T \sqrt{s} \cosh y_3) = \delta[2(p_3)_T \sqrt{s} (-\cosh y_3 + \frac{s-m_4^2}{2(p_3)_T \sqrt{s}})] \quad \text{şeklinde Dirac delta}$$

fonksiyonu düzenlenebilir. Burada $\cosh y_3 = w$ değişken değiştirmesi yapılarak,

$$\frac{d\sigma}{(dp_3)_T} = 2s(p_3)_T \int \frac{dw}{\sqrt{w^2 - 1}} \left(\frac{d\sigma}{dt} \right) \frac{1}{2(p_3)_T \sqrt{s}} \delta\left(-w + \frac{s - m_4^2}{2(p_3)_T \sqrt{s}}\right) \quad (\text{EK 3.21})$$

$$\frac{d\sigma}{(dp_3)_T} = \sqrt{s} \frac{1}{\sqrt{\frac{s - m_4^2}{2(p_3)_T \sqrt{s}} - 1}} \left(\frac{d\sigma}{dt} \right) \quad (\text{EK 3.22})$$

enine momentum dağılımı bulunur.

EK 4. DİFERANSİYEL TESİR KESİTLERİNİN ANALİTİK İFADELERİ

EK 4.1 Uyarılmış Leptonlar İçin Köşe Faktörleri

Spin-1/2 uyarılmış lepton, SM leptonu ve vektör bozonu köşesi

$$\Gamma_{\mu}^{ll^{*(1/2)}V} = \frac{g_e}{2\Lambda} \sigma_{\mu\alpha} q^{\alpha} (1 - \gamma_5) f_V \quad (V = \gamma, Z, W) \quad (\text{EK 4.1})$$

ile verilir. Burada f_V bağlaşımları

$$\begin{aligned} f_w &= \frac{1}{\sqrt{2}s_W} f \\ f_z &= \frac{4I_{3L} (c_W^2 f + s_W^2 f') - 4e_f s_W^2 f'}{4s_W c_W} \\ f_{\gamma} &= e_f f' + I_{3L} (f - f') \end{aligned} \quad (\text{EK 4.2})$$

şeklindedir. Burada e_f uyarılmış spin-1/2 leptonun elektrik yükünü, I_{3L} zayıf izospinin üçüncü bileşenini $s_W (c_W)$ ise zayıf karışım açısının sinüsünü(kosinüsünü) göstermektedir. Uyarılmış spin-1/2 elektron (e^*) için

$$f_z^{(e)} = (s_W^2 f' - c_W^2 f) / 2s_W c_W, \quad f_{\gamma}^{(e)} = -(f + f') / 2, \quad f_w^{(e)} = \frac{1}{\sqrt{2}s_W} f \quad (\text{EK 4.3})$$

ve uyarılmış spin-1/2 elektron nötrinosu (ν^*) için

$$f_z^{(\nu)} = (s_W^2 f' + c_W^2 f) / 2s_W c_W, \quad f_{\gamma}^{(\nu)} = (f - f') / 2, \quad f_w^{(\nu)} = \frac{1}{\sqrt{2}s_W} f \quad (\text{EK 4.4})$$

olarak elde edilir. Spin-3/2 uyarılmış lepton, SM leptonu ve vektör bozonu için akım-1 (J_1) tipli etkileşmeler dikkate alındığında köşe faktörü

$$\Gamma_1^{ll^{*(3/2)i}} = -ig_e (c_{1V}^i - c_{1A}^i \gamma_5) \quad (i = \gamma, Z, W) \quad (\text{EK 4.5})$$

ile verilir. Spin-3/2 uyarılmış lepton, SM leptonu ve vektör bozonu için akım-2 (J_2) tipli etkileşmeler dikkate alındığında köşe faktörü

$$\Gamma_2^{ll^{*(3/2)i}} = \frac{-ig_e}{\Lambda} q_\mu \gamma^\lambda (c_{2V}^i - c_{2A}^i \gamma_5) \quad (i = \gamma, Z, W) \quad (\text{EK 4.6})$$

şeklindedir. Akım-3 (J_3) tipli etkileşmeler için, spin-3/2 uyarılmış lepton, SM leptonu ve vektör bozonu için köşe faktörü

$$\Gamma_3^{ll^{*(3/2)i}} = \frac{g_e}{\Lambda^2} q_\mu \sigma^{\alpha\beta} q_\beta (c_{3V}^i - c_{3A}^i \gamma_5) \quad (i = \gamma, Z, W) \quad (\text{EK 4.7})$$

ile verilir. $i = \gamma, Z, W$ olmak üzere (c_{1V}^i, c_{1A}^i) , (c_{2V}^i, c_{2A}^i) ve (c_{3V}^i, c_{3A}^i) ' lar serbest parametrelerdir.

EK 4.2 Uyarılmış Elektron İçin Diferansiyel Tesir Kesiti İfadeleri

Spin-1/2 uyarılmış elektronun elektron-pozitron çarpıştırıcılarında tek üretimi için toplam diferansiyel tesir kesiti ifadesi;

$$\begin{aligned}
\frac{d\sigma^{(1/2)}}{dt} = \frac{1}{4} \left\{ \frac{f_\gamma^{(e)2} g_e^4 (-m^{*2} + 2(s+t))}{4\pi s^2 \Lambda^2} + \frac{(c_A^f + c_V^f) f_\gamma^{(e)} f_z^{(e)} g_e^3 g_z t (-m^{*2} + 2(s+t))}{8\pi s^2 (m_z^2 - t) \Lambda^2} \right. \\
- \frac{c_V^f f_\gamma^{(e)} f_z^{(e)} g_e^3 g_z (m^{*4} + 4s(s+t) - m^{*2}(4s+t))}{8\pi s^2 (m_z^2 - t) \Lambda^2} - \frac{f_\gamma^{(e)2} g_e^4 (m^{*4} + 4s(s+t) - m^{*2}(4s+t))}{8\pi s^2 t \Lambda^2} \\
+ \frac{(c_A^{f2} + c_V^{f2}) f_z^{(e)2} g_e^2 g_z^2 t (-m^{*4} - 4s(s+t) + m^{*2}(4s+t))}{32\pi s^2 (m_z^2 - t)^2 \Lambda^2} \\
- \frac{f_\gamma^{(e)2} g_e^4 (m^{*4} + 2t(s+t) - m^{*2}(s+2t))}{4\pi s^3 \Lambda^2} + \frac{(c_A^f + c_V^f) f_\gamma^{(e)} f_z^{(e)} g_e^3 g_z (m_z^2 - s) (-m^{*2} + 2(s+t))}{8\pi s (m_z^4 + s^2 + m_z^2 (-2s + \Gamma_z^2)) \Lambda^2} \\
+ \frac{(c_A^f + c_V^f)^2 f_z^{(e)2} g_e^2 g_z^2 t (m_z^2 - s) (-m^{*2} + 2(s+t))}{4\pi s (m_z^2 - t) (m_z^4 + s^2 + m_z^2 (-2s + \Gamma_z^2)) \Lambda^2} \\
- \frac{f_\gamma^{(e)} f_z^{(e)} g_e^3 g_z (m_z^2 - s) (c_A^f m^{*2} (-m^{*2} + s + 2t) + c_V^f (m^{*4} + 2t(s+t) - m^{*2}(s+2t)))}{4\pi s^2 (m_z^4 + s^2 + m_z^2 (-2s + \Gamma_z^2)) \Lambda^2} \\
\left. - \frac{f_z^{(e)2} g_e^2 g_z^2 (2c_A^f c_V^f m^{*2} (-m^{*2} + s + 2t) + (c_A^{f2} + c_V^{f2}) (m^{*4} + 2t(s+t) - m^{*2}(s+2t)))}{16\pi s (m_z^4 + s^2 + m_z^2 (-2s + \Gamma_z^2)) \Lambda^2} \right\}
\end{aligned}$$

(EK 4.8)

şeklindedir. Spin-3/2 uyarılmış elektron akım-1 (J_1) için fotonun aracılık ettiği diyagramlar (s -kanalı, t -kanalı, s - ve t -kanalı girişimi) için diferansiyel tesir kesitleri aşağıdaki gibidir.

$$\frac{d\sigma_1^{(s)}}{dt} = \frac{-g_e^4 (c_{1A}^{\gamma 2} + c_{1V}^{\gamma 2}) (m^{*2} - s) (-t(s+t) + m^{*2}(2s+t))}{24m^{*2} \pi s^4} \quad (\text{EK 4.9})$$

$$\frac{d\sigma_1^{(t)}}{dt} = \frac{-g_e^4 (c_{1A}^{\gamma 2} + c_{1V}^{\gamma 2}) (m^{*2} - t) (-s(s+t) + m^{*2}(s+2t))}{24m^{*2} \pi s^2 t^2} \quad (\text{EK 4.10})$$

$$\frac{d\sigma_1^{(st)}}{dt} = \frac{(-g_e^4 (c_{1A}^{\gamma 2} + c_{1V}^{\gamma 2}) (m^{*4} + st) (s+t) - m^{*2}(s^2 + t^2))}{48m^{*2} \pi s^3 t} \quad (\text{EK 4.11})$$

Spin-3/2 uyarılmış elektron akım-2 (J_2) için fotonun aracılık ettiği diyagramlar için diferansiyel tesir kesitleri

$$\frac{d\sigma_2^{(s)}}{dt} = \frac{\{-g_e^4(c_{2A}^{\gamma 2} + c_{2V}^{\gamma 2})(m^{*2} - s)^2(-s^2 - 2st - 2t^2 + m^{*2}(s + 2t))\}}{48m^{*2}\pi\Lambda^2 s^4} \quad (\text{EK 4.12})$$

$$\frac{d\sigma_2^{(t)}}{dt} = \frac{\{-g_e^4(c_{2A}^{\gamma 2} + c_{2V}^{\gamma 2})(m^{*2} - t)^2(-2s^2 - 2st - t^2 + m^{*2}(2s + t))\}}{48m^{*2}\pi\Lambda^2 s^2 t^2} \quad (\text{EK 4.13})$$

$$\frac{d\sigma_2^{(st)}}{dt} = \frac{\{-g_e^4(c_{2A}^{\gamma 2} + c_{2V}^{\gamma 2})(m^{*2} - s - t)(s + t)(m^{*4} - st - m^{*2}(s + t))\}}{48m^{*2}\pi\Lambda^2 s^3 t} \quad (\text{EK 4.14})$$

Spin-3/2 uyarılmış elektron akım-3 (J_3) için fotonun aracılık ettiği diyagramlar için diferansiyel tesir kesitleri

$$\frac{d\sigma_3^{(s)}}{dt} = \frac{\{-g_e^4(c_{3A}^{\gamma 2} + c_{3V}^{\gamma 2})(m^{*2} - s)^2(m^{*4} + 2t(s + t) - m^{*2}(s + 2t))\}}{48m^{*2}\pi\Lambda^4 s^3} \quad (\text{EK 4.15})$$

$$\frac{d\sigma_3^{(t)}}{dt} = \frac{\{-g_e^4(c_{3A}^{\gamma 2} + c_{3V}^{\gamma 2})(m^{*2} - t)^2(m^{*4} + 2s(s + t) - m^{*2}(2s + t))\}}{48m^{*2}\pi\Lambda^4 s^2 t} \quad (\text{EK 4.16})$$

$$\frac{d\sigma_3^{(st)}}{dt} = \frac{\{g_e^4(c_{3A}^{\gamma 2} + c_{3V}^{\gamma 2})(m^{*2} - s - t)st\}}{48m^{*2}\pi\Lambda^4 s^2} \quad (\text{EK 4.17})$$

ile verilir.

Spin-3/2 uyarılmış elektronun tek üretiminde J_1 için Z-bozonunun aracılık ettiği diyagramlar için diferansiyel tesir kesitleri aşağıdaki gibidir.

$$\frac{d\sigma_1^{(s)}}{dt} = \frac{\{-g_e^2 g_z^2 (4c_{1A}^Z c_{1V}^Z c_A^f c_V^f m^{*2} s(m^{*2} - s - 2t) + (c_{1A}^{Z2} + c_{1V}^{Z2})(c_A^{f2} + c_V^{f2})(m^{*2} - s)(-t(s+t) + m^{*2}(2s+t)))\}}{96m^{*2} \pi s^2 (m_z^4 + s^2 + m_z^2 (-2s + \Gamma_z^2))}$$

(EK 4.18)

$$\frac{d\sigma_1^{(t)}}{dt} = \frac{\{g_e^2 g_z^2 (4c_{1A}^Z c_{1V}^Z c_A^f c_V^f m^{*2} t(-m^{*2} + 2s + t) - (c_{1A}^{Z2} + c_{1V}^{Z2})(c_A^{f2} + c_V^{f2})(m^{*2} - t)(-s(s+t) + m^{*2}(s+2t)))\}}{96m^{*2} \pi s^2 (m_z^2 - t)^2}$$

(EK 4.19)

$$\frac{d\sigma_1^{(st)}}{dt} = \frac{\{-g_e^2 g_z^2 (-4c_{1A}^Z c_{1V}^Z c_A^f c_V^f + (c_{1A}^{Z2} + c_{1V}^{Z2})(c_A^{f2} + c_V^{f2})(m^{*4}(3s-t) + st(s+t) + m^{*2}(-3s^2 + t^2)))\}}{192m^{*2} \pi s^2 (m_z^4 + s^2 + m_z^2 (-2s + \Gamma_z^2))(m_z^2 - t)}$$

(EK 4.20)

Spin-3/2 uyarılmış elektronun tek üretiminde J_2 için Z-bozonunun aracılık ettiği diyagramlar için diferansiyel tesir kesitleri

$$\frac{d\sigma_2^{(s)}}{dt} = \frac{\{-g_e^2 g_z^2 (m^{*2} - s)^2 (-4c_{2A}^Z c_{2V}^Z c_A^f c_V^f s(-m^{*2} + s + 2t) + (c_{2A}^{Z2} + c_{2V}^{Z2})(c_A^{f2} + c_V^{f2})(-s^2 - 2st - 2t^2 + m^{*2}(s+2t)))\}}{(192m^{*2} \pi s^2) 4(m_z^4 + s^2 + m_z^2 s(-2s + \Gamma_z^2)) \Lambda^2}$$

(EK 4.21)

$$\frac{d\sigma_2^{(t)}}{dt} = \frac{\{-g_e^2 g_z^2 (m^{*2} - t)^2 (4c_{2A}^Z c_{2V}^Z c_A^f c_V^f (m^{*2} - 2s - t)t + (c_{2A}^{Z2} + c_{2V}^{Z2})(c_A^{f2} + c_V^{f2})(-2s^2 - 2st - t^2 + m^{*2}(2s+t)))\}}{192m^{*2} \pi s^2 (m_z^2 - t)^2 \Lambda^2}$$

(EK 4.22)

$$\frac{d\sigma_2^{(st)}}{dt} = \{-g_e^2 g_z^2 (4c_{2A}^Z c_{2V}^Z c_A^f c_V^f + (c_{2A}^{Z2} + c_{2V}^{Z2})(c_A^{f2} + c_V^{f2})(m_z^2 - s)(-m^{*2} + s)(-2m^{*4} s + m^{*4}(s-t) + st(s+t) + m^{*2}(s+t)^2))\} / 192m^{*2} \pi s^2 (m_z^2 - t)(m_z^4 + s^2 + m_z^2 (-2s + \Gamma_z^2)) \Lambda^2$$

(EK 4.23)

şeklinde verilir. Spin-3/2 uyarılmış elektronun tek üretiminde J_3 için Z-bozonunun aracılık ettiği diyagramlar için diferansiyel tesir kesitleri ise aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_3^{(s)}}{dt} = & \{-g_e^2 g_z^2 (m^{*2} - s)^2 (4c_{3A}^Z c_{3V}^Z c_A^f c_V^f m^{*2} s (-m^{*2} + s + 2t) + \\ & + (c_{3A}^{Z2} + c_{3V}^{Z2})(c_A^{f2} + c_V^{f2})(m^{*4} + 2s(s+t) - m^{*2}(2s+t)))\} / 192m^{*2} \pi s^2 ((m_z^2 - s)^2 + m_z^2 \Gamma_z^2) \Lambda^4 \end{aligned} \quad (\text{EK 4.24})$$

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_3^{(t)}}{dt} = & \{-g_e^2 g_z^2 (4c_{3A}^Z c_{3V}^Z c_A^f c_V^f m^{*2} t (m^{*2} - t)^2 (-m^{*2} + 2s + t) + \\ & + (c_{3A}^{Z2} + c_{3V}^{Z2})(c_A^{f2} + c_V^{f2})(m^{*4} + 2s(s+t) - m^{*2}(2s+t)))\} / 192m^{*2} \pi s^2 (m_z^2 - t)^2 \Lambda^4 \end{aligned} \quad (\text{EK 4.25})$$

$$\frac{d\sigma_3^{(st)}}{dt} = \frac{\{-g_e^2 g_z^2 (-4c_{3A}^Z c_{3V}^Z c_A^f c_V^f + (c_{3A}^{Z2} + c_{3V}^{Z2})(c_A^{f2} + c_V^{f2})(m_z^2 - s)s^2 t^2 (-m^{*2} + s + t))\}}{192m^{*2} \pi s^2 (m_z^2 - t)(m_z^4 + s^2 + m_z^2 (-2s + \Gamma_z^2)) \Lambda^4} \quad (\text{EK 4.26})$$

EK 4.2 Uyarılmış Nötrino İçin Diferansiyel Tesir Kesiti İfadeleri

Spin-1/2 uyarılmış nötrinonun elektron-pozitron çarpıştırıcılarında tek üretimi için toplam diferansiyel tesir kesiti ifadesi;

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma^{(1/2)}}{dt} = & \frac{1}{4} \left\{ -\frac{f_\gamma^{(\nu)2} g_e^2 g_w^2 t(s+t)}{8\pi s(m_W^2 - t)\Lambda^2} - \frac{f_\gamma^{(\nu)2} g_e^4 (m^{*4} + 2t(s+t) - m^{*2}(s+2t))}{4\pi s^3 \Lambda^2} \right. \\ & - \frac{f_\gamma^{(\nu)} f_z^{(\nu)} g_e^3 g_z^2 (m_z^2 - s)(c_A^f m^{*2} (-m^{*2} + s + 2t) + c_V^f (m^{*4} + 2t(s+t) - m^{*2}(s+2t)))}{4\pi s^2 (m_z^4 + s^2 + m_z^2 (-2s + \Gamma_z^2)) \Lambda^2} \\ & \left. - \frac{f_z^{(\nu)2} g_e^2 g_z^2 (2c_A^f c_V^f m^{*2} (-m^{*2} + s + 2t) + (c_A^{f2} + c_V^{f2})(m^{*4} + 2t(s+t) - m^{*2}(s+2t)))}{16\pi s(m_z^4 + s^2 + m_z^2 (-2s + \Gamma_z^2)) \Lambda^2} \right\} \end{aligned} \quad (\text{EK 4.27})$$

ile verilir. s -kanalında fotonun aracılık ettiği diyagram için spin-3/2 uyarılmış nötrino J_1, J_2 ve J_3 için sırasıyla diferansiyel tesir kesitleri,

$$\frac{d\sigma_1^{(3/2)}}{dt} = \frac{-g_e^4 (c_{1A}^{\gamma 2} + c_{1V}^{\gamma 2})(m^{*2} - s)(-t(s+t) + m^{*2}(2s+t))}{24m^{*2}\pi s^4} \quad (\text{EK 4.28})$$

$$\frac{d\sigma_2^{(3/2)}}{dt} = \frac{-g_e^4 (c_{2A}^{\gamma 2} + c_{2V}^{\gamma 2})(m^{*2} - s)^2(-s^2 - 2st - 2t^2 + m^{*2}(s+2t))}{48m^{*2}\pi s^2 \Lambda^2} \quad (\text{EK 4.29})$$

$$\frac{d\sigma_3^{(3/2)}}{dt} = \frac{\{-g_e^4 (c_{3A}^{\gamma 2} + c_{3V}^{\gamma 2})(m^{*2} - s)^2(m^{*4} + 2t(s+t) - m^{*2}(s+2t))\}}{48m^{*2}\pi \Lambda^4 s^3} \quad (\text{EK 4.30})$$

şeklindedir. s -kanalında Z -bozonunun aracılık ettiği diyagram için spin-3/2 uyarılmış nötrino J_1, J_2 ve J_3 için sırasıyla diferansiyel tesir kesitleri,

$$\frac{d\sigma_1^{(3/2)}}{dt} = \frac{\{-g_e^2 g_z^2 (4c_{1A}^Z c_{1V}^Z c_A^f c_V^f m^{*2} s(m^{*2} - s - 2t) + (c_{1A}^{Z2} + c_{1V}^{Z2})(c_A^{f2} + c_V^{f2})(m^{*2} - s)(-t(s+t) + m^{*2}(2s+t)))\}}{96m^{*2}\pi s^2 (m_z^4 + s^2 + m_z^2(-2s + \Gamma_z^2))} \quad (\text{EK 4.31})$$

$$\frac{d\sigma_2^{(3/2)}}{dt} = \frac{\{-g_e^2 g_z^2 (m^{*2} - s)^2 (-4c_{2A}^Z c_{2V}^Z c_A^f c_V^f s(-m^{*2} + s + 2t) + (c_{2A}^{Z2} + c_{2V}^{Z2})(c_A^{f2} + c_V^{f2})(-s^2 - 2st - 2t^2 + m^{*2}(s+2t)))\}}{(192m^{*2}\pi s^2)(m_z^4 + s^2 + m_z^2(-2s + \Gamma_z^2))\Lambda^2} \quad (\text{EK 4.32})$$

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_3^{(3/2)}}{dt} = & \{-g_e^2 g_z^2 (m^{*2} - s)^2 (4c_{3A}^Z c_{3V}^Z c_A^f c_V^f m^{*2} s(-m^{*2} + s + 2t) + \\ & + (c_{3A}^{Z2} + c_{3V}^{Z2})(c_A^{f2} + c_V^{f2})(m^{*4} + 2t(s+t) - m^{*2}(s+2t)))\} / 192m^{*2}\pi s^2 ((m_z^2 - s)^2 + m_z^2 \Gamma_z^2) \Lambda^4 \end{aligned} \quad (\text{EK 4.33})$$

ile verilir. t -kanalında W -bozonunun aracılık ettiği diyagram için spin-3/2 uyarılmış nötrino J_1, J_2 ve J_3 için sırasıyla diferansiyel tesir kesitleri,

$$\frac{d\sigma_1^{(3/2)}}{dt} = \frac{\{-g_e^2 g_w^2 (c_{1A}^{W2} + c_{1V}^{W2})(-m^{*2} + t)(s(s+t) - m^{*2}(s+2t)) + 2c_{1A}^W c_{1V}^W m^{*2}(m^{*2} - 2s - t)t\}}{96\pi m^{*2} s^2 (m_w^2 - t)^2} \quad (\text{EK 4.34})$$

$$\frac{d\sigma_2^{(3/2)}}{dt} = \frac{\{-g_e^2 g_w^2 ((-m^{*2} + t)^2 (2c_{2A}^W c_{2V}^W m^{*2}(m^{*2} - 2s - t)t + (c_{2A}^{W2} + c_{2V}^{W2})(-2s^2 - 2st - t^2 + m^{*2}(2s + t))))\}}{96\pi m^{*2} s^2 (m_w^2 - t)^2 \Lambda^2} \quad (\text{EK 4.35})$$

$$\frac{d\sigma_3^{(3/2)}}{dt} = \frac{\{-g_e^2 g_w^2 ((-m^{*2} + t)^2 t(2c_{3A}^W c_{3V}^W m^{*2}(-m^{*2} + 2s + t) + (c_{3A}^{W2} + c_{3V}^{W2})(m^{*4} + 2s(s+t) - m^{*2}(2s + t))))\}}{96\pi m^{*2} s^2 (t - m_w^2)^2 \Lambda^4} \quad (\text{EK 4.36})$$

şeklinde verilir.

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı: Aysuhan (Yılmaz) OZANSOY

Doğum Yeri: Ankara

Doğum Tarihi: 20. 01. 1980

Medeni Hali: Evli

Yabancı Dili: İngilizce

Eğitim Durumu:

Lise: Ankara Ayrancı Yabancı Dil Ağırlıklı Lise (1994-1998)

Lisans: Ankara Üniversitesi Fen Fakültesi Fizik Bölümü (1998-2002)

Yüksek Lisans: Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Fizik Anabilim Dalı
(2002-2004)

Doktora: Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Fizik Anabilim Dalı
(Eylül 2004 – Şubat 2009)

Çalıştığı Kurum: Ankara Üniversitesi Fen Fakültesi Fizik Bölümü, Araş. Gör. (2005-)

Yayınları:

1. Çakır, O., **Yılmaz A.** and Sultansoy S. 2004. Phys. Rev.D 70, 070511
2. Çakır, O. and **Ozansoy A.** 2008. Phys. Rev. D 77, 035002
3. Çakır, O. and **Ozansoy A.** 2009. Phys. Rev. D (basımda);
ArXiv: hep-ph/ 0809.1624