



# Calibration des jets, recherche de nouvelle physique et interprétation statistique avec les données de l'expérience ATLAS au run 1 du LHC

Emmanuel Busato

► **To cite this version:**

Emmanuel Busato. Calibration des jets, recherche de nouvelle physique et interprétation statistique avec les données de l'expérience ATLAS au run 1 du LHC. Physique [physics]. Université Blaise Pascal, Clermont-Ferrand, 2015. tel-01310209

**HAL Id: tel-01310209**

**<https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01310209>**

Submitted on 10 May 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Université Blaise Pascal  
U.F.R. Sciences et Technologies

## Habilitation à Diriger des Recherches

Présentée par

**Emmanuel BUSATO**

Docteur en physique de l'Université Denis Diderot (Paris 7)  
Maître de conférence à l'Université Blaise Pascal (Clermont 2)

### Calibration des jets, recherche de nouvelle physique et interprétation statistique avec les données de l'expérience ATLAS au run 1 du LHC

Travaux présentés le 17 décembre 2015 devant le jury composé de :

<i>Rapporteurs :</i>	Philippe ROSNET	- Professeur, Université Blaise Pascal (LPC)
	Mossadek TALBY	- Professeur, Université Aix Marseille (CPPM)
	Isabelle WINGERTER-SEEZ	- Directrice de Recherche (LAPP)
<i>Examineurs :</i>	Laurent DEROME	- Professeur, Université Joseph Fourier (LPSC)
	Alain FALVARD	- Directeur de Recherche (LPC)
	Domnique PALLIN	- Directeur de Recherche (LPC)



# Remerciements

Je tiens à remercier tout d'abord les membres du jury pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail et pour leurs commentaires et suggestions lors de la préparation de ce manuscrit et de la soutenance. Merci à Philippe Rosnet, Isabelle Wingerter-Seez et Mossadek Talby pour leur travail de rapporteur, leur lecture attentive du manuscrit et leurs remarques. Un grand merci également à Laurent Derome pour avoir accepté de participer au jury et pour ses remarques utiles sur les statistiques.

Je remercie Alain Falvard et Dominique Pallin de m'avoir poussé à passer cette habilitation. Je remercie également mon père qui a fortement contribué à me convaincre lui aussi. C'est certainement chose utile dans notre système de recherche d'avoir la HDR, même si le sens profond de ce diplôme m'échappe toujours !

Je remercie tous les membres de l'équipe ATLAS du LPC avec qui il a été très agréable de travailler toutes ces années. Il m'est impossible de remercier tous les physiciens et physiciennes qui ont contribué de près ou de loin aux travaux présentés ici et je me contenterai donc de citer ceux dont la contribution a été la plus forte. Merci donc aux chefs de groupe François Vazeille et Dominique Pallin pour la liberté qu'ils m'ont laissée dans mes recherches et la bonne atmosphère de travail qu'ils ont su instaurer dans le groupe. Merci à Reina Camacho pour la super période que nous avons passé à travailler sur les jets. Le chapitre 1 est avant tout le fruit de son travail. C'est une chance immense pour moi de l'avoir eu comme première doctorante. Merci à David Calvet sans qui les travaux présentés dans les chapitres 3 et 4 n'auraient pas été possibles. C'est là aussi une grande chance pour moi d'avoir pu collaborer avec lui sur ces sujets.

Finalement, je tiens à remercier l'ensemble des membres du LPC, de l'université Blaise Pascal et d'ailleurs qui m'ont aidé à un moment ou à un autre, que ce soit dans mes activités de recherche ou d'enseignement.



# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 Calibration des jets avec les premières données du run 1</b>	<b>3</b>
1.1 Reconstruction des jets	4
1.2 Calibration EM+JES	4
1.3 Calibration GS	5
1.3.1 Propriétés longitudinales et transversales des jets	6
1.3.2 Dérivation des coefficients de calibration	7
1.4 Performances de la calibration GS	8
1.5 Incertitude sur l'échelle en énergie après calibration GS	9
1.5.1 Validation de la calibration GS sur les données	10
1.5.2 Sensibilité de la calibration GS aux effets d'empilement	16
1.6 Conclusion	17
<b>2 Interprétation statistique - Limites d'exclusion</b>	<b>19</b>
2.1 Généralités	19
2.2 Aperçu de différentes approches pour le calcul de limites d'exclusion	21
2.2.1 Approche fréquentiste	21
2.2.2 Approche bayésienne	24
2.2.3 Approche hybride	25
2.3 Discussion	26
2.4 Équivalence entre l'approche bayésienne et l'approche hybride	28
2.5 Conclusion	30
<b>3 Implémentation des approches hybride et bayésienne</b>	<b>31</b>
3.1 Approche hybride : OPTHYLiC	31
3.1.1 Traitement des incertitudes statistiques	33
3.1.2 Traitement des incertitudes systématiques	35
3.1.3 Limites attendues sous l'hypothèse de bruit de fond	36
3.2 Approche bayésienne : TiFOsi	37
3.2.1 Description	37
3.2.2 Algorithme de Metropolis-Hastings	37
3.3 Validation	39
3.3.1 Validation des calculs en l'absence d'incertitudes	39
3.3.2 Validation des calculs en présence d'incertitudes	41
3.3.3 Conclusion	44

---

<b>4</b>	<b>Recherche de nouvelle physique dans les événements à quatre quarks top</b>	<b>45</b>
4.1	Introduction . . . . .	45
4.2	Modèles recherchés . . . . .	46
4.2.1	Interaction de contact . . . . .	46
4.2.2	Modèle 2UED/RPP . . . . .	48
4.2.3	Production par le modèle standard . . . . .	50
4.3	Recherche avec les données d'ATLAS . . . . .	50
4.3.1	Sélection des événements et bruits de fond . . . . .	50
4.3.2	Résultats . . . . .	52
4.3.3	Variation d'interprétation . . . . .	55
4.4	Conclusion . . . . .	60
	<b>Conclusion</b>	<b>63</b>

# Introduction

Ce document résume mes activités de recherche sur l'expérience ATLAS durant le run 1 du LHC. Ce run, qui s'est déroulé de fin 2009 à début 2013, correspond à la première phase de fonctionnement du collisionneur et donc à la première phase de prise de données de l'expérience ATLAS. Il est le premier d'une longue série qui devrait s'écouler jusqu'en 2030 environ. L'étude des données enregistrées durant le run 1 a permis de réaliser les premières études de performance du détecteur après près de vingt années de R&D et de construction, et a conduit, en 2012, à la découverte d'un boson scalaire compatible avec le boson BEH. Elle a aussi permis de réaliser les premières recherches de phénomènes non-prédits par le modèle standard à  $\sqrt{s} > 1.96$  TeV, qui était l'énergie maximale sondée jusqu'alors grâce au Tevatron et aux expériences DØ et CDF.

Au début du run 1, mon activité a porté sur la mesure de l'énergie des jets et plus particulièrement sur l'étude des performances d'une méthode de calibration permettant une amélioration significative de la résolution en énergie et une réduction importante de l'incertitude systématique liée à la saveur du parton donnant naissance au jet. Ce travail est décrit dans le chapitre 1.

Par la suite mon activité s'est focalisée sur la recherche d'une signature nouvelle de physique au-delà du modèle standard : les événements avec quatre quarks top dans l'état final. Cette recherche n'était pas possible au Tevatron du fait de la trop faible énergie dans le référentiel du centre de masse. Grâce aux données recueillies par l'expérience ATLAS à  $\sqrt{s} = 7$  et 8 TeV, nous avons pu contraindre des modèles sur lesquels il n'existait pas (ou peu) de contraintes. Mon travail a notamment porté sur l'interprétation statistique des données et plus particulièrement sur les méthodes utilisées pour calculer les limites d'exclusion. Il a conduit, entre autre, au développement d'outils spécialisés pouvant être utilisés pour toute recherche de processus poissonniens. Ces outils sont introduits et décrits dans les chapitres 2 et 3. La recherche d'événements avec quatre quarks top ainsi que les résultats obtenus sont décrits dans le chapitre 4.

Les travaux et résultats présentés dans ce document ne sont bien-sûr par le fait de mon seul travail. Il s'agit à chaque fois de la production d'un groupe de personnes et notamment des doctorants ayant travaillé sur ces différents sujets. Ces personnes (au moins celles avec qui j'ai le plus travaillé) seront citées dès qu'il se doit au sein de ce document.



# Chapitre 1

## Calibration des jets avec les premières données du run 1

De très nombreux processus étudiés au LHC conduisent à la production de quarks et de gluons dans l'état final de la collision. Une fois produits, les quarks et gluons s'hadronisent pour donner des jets collimés de particules sans couleur. Ces particules interagissent dans le détecteur et les signaux produits, une fois regroupés en jets dits calorimétriques à l'aide d'un algorithme de reconstruction, constituent la signature expérimentale des quarks et des gluons.

La mesure des jets calorimétriques est faussée par plusieurs effets tels que la non-compensation des calorimètres, les pertes d'énergies dans les parties non-instrumentées du détecteur, les inefficacités de reconstruction, etc.. L'ensemble des corrections appliquées pour corriger ces effets forment la calibration des jets. Avoir une calibration des jets précise est crucial car elle est souvent une source d'incertitude importante lors de la mesure des processus physiques, comme par exemple lors des mesures des sections efficaces de production d'événements di-jets ou multijets [1,2], d'événements  $t\bar{t}$  [3] ou encore lors de la recherche de nouvelles résonances se désintégrant en jets [4].

La stratégie d'ATLAS au début du run 1 était de mettre en place une calibration simple et robuste (nommée EM+JES) qui puisse être utilisée dans les analyses de physique rapidement et de développer en parallèle des calibrations plus sophistiquées qui pourraient, si elles s'avéraient performantes, être utilisées dans les analyses ultérieures. Une partie de mes travaux entre 2009 et 2012 a porté sur le développement d'une de ces méthodes "sophistiquées" appelée *Global Sequential (GS) Calibration*. Cette méthode utilise les jets calibrés à l'échelle EM+JES et leur applique des corrections supplémentaires dans le but d'améliorer leur résolution en énergie et de s'affranchir d'une partie de la dépendance avec la saveur. La reconstruction des jets et la calibration EM+JES sont décrits succinctement dans les sections 1.1 et 1.2. La calibration GS est décrite dans la section 1.3. Ses performances et sa validation sur les données sont décrites dans les sections 1.4 et 1.5.

Les résultats présentés dans ce chapitre sur la calibration GS sont le fruit d'un travail collectif réalisé avec Reina Camacho, doctorante dans le groupe ATLAS du LPC entre 2009 et 2012 ayant travaillé sur cette calibration pendant la première moitié de sa thèse [5] et David Lopez Mateos et Ariel Schwartzman, initiateurs de cette calibration au sein d'ATLAS. Ils sont pour la plupart tirés de la note [6] et de l'article [7]. Ce chapitre reflète l'état de la calibration des jets dans ATLAS à l'époque où cet article a été écrit et non celui au moment où le présent document est publié.

Dans ce qui suit, les résultats sur les données ont été obtenus sur le lot recueilli en 2010 à  $\sqrt{s} = 7$  TeV. La luminosité intégrée est de  $38 \text{ pb}^{-1}$ .

## 1.1 Reconstruction des jets

Les jets sont reconstruits par l'algorithme anti- $k_t$  [8] avec un paramètre de distance  $R = 0,4$  ou  $R = 0,6$ . Les objets utilisés en entrée sont soit les amas dit "topologiques" reconstruits à partir des cellules des calorimètres électromagnétiques et hadroniques d'ATLAS [9], soit les tours calorimétriques, soit les particules générées dans le cas d'événements simulés. Dans ce qui suit, seuls les résultats pour  $R = 0,6$  et pour les jets calorimétriques construits à partir des amas topologiques sont présentés.

Les amas topologiques sont construits en regroupant les cellules voisines dont le rapport signal/bruit est grand. Leur utilisation permet de réduire l'impact du bruit sur la reconstruction des jets et de l'énergie transverse manquante et donc d'améliorer les performances en terme d'identification et de résolution. De plus, ils permettent une définition et une calibration des jets plus naturelle que celles obtenues avec les tours car ils sont l'image dans le calorimètre des gerbes électromagnétiques et hadroniques.

Après reconstruction, les jets calorimétriques sont à l'échelle dite électromagnétique (EM). Cette échelle, déterminée par des tests en faisceaux, est telle que la réponse est égale à 1 pour des électrons.

Pour les événements simulés, les jets formés par les particules générées sont reconstruits en utilisant le même algorithme que pour les jets calorimétriques. Toute les particules dont le temps de vie est supérieur à 10 ps sont utilisées à l'exception des muons et neutrinos. Ces jets servent de référence dans les calibrations EM+JES et GS. Nous les appellerons par la suite les "jets de particules".

## 1.2 Calibration EM+JES

La calibration EM+JES corrige l'énergie des jets calorimétriques de telle sorte à la ramener, en moyenne, à l'énergie des jets de particules. Ceci a pour effet d'amener l'énergie des jets à une échelle hadronique et donc de corriger la non-compensation des calorimètres électromagnétiques et hadroniques, les pertes d'énergies dans les parties non-instrumentées du détecteur, les inefficacités de reconstruction des amas topologiques, etc.. La direction des jets est également changée pour tenir compte de la position du vertex primaire et pour corriger du biais en  $\eta$  provenant des dépôts d'énergie dans les régions peu instrumentées du détecteur. Cette calibration est dérivée sur un échantillon d'événements multi-jets simulés avec PYTHIA (par la suite appelé échantillon nominal ou échantillon PYTHIAMC10) en fonction de la pseudorapidité  $\eta$  et de l'énergie. Seuls les jets calorimétriques isolés associés à un jet de particule isolé dans  $\Delta R = 3$  sont considérés<sup>1</sup>. Un jet est isolé si aucun autre jet d'impulsion transverse supérieure à 7 GeV ne se trouve à moins de  $\Delta R = 2,5 \times R$ , où  $R$  est le paramètre de distance de l'algorithme anti- $k_t$ .

La réponse en énergie

$$\langle \mathcal{R} \rangle = \left\langle \frac{E^{\text{jet}}}{E^{\text{truth}}} \right\rangle$$

à l'échelle électromagnétique est représentée sur la figure 1.1 en fonction de la pseudo-rapidité pour différentes énergies. Dans cette expression,  $E^{\text{jet}}$  désigne l'énergie du jet calorimétrique,  $E^{\text{truth}}$  l'énergie du jet de particule qui lui est associé et  $\langle \rangle$  la moyenne sur les jets obtenue par un ajustement gaussien. Après calibration EM+JES, la réponse est proche de 1.

L'incertitude sur l'échelle en énergie EM+JES provient de plusieurs sources :

---

1.  $\Delta R = \sqrt{\Delta\eta^2 + \Delta\phi^2}$

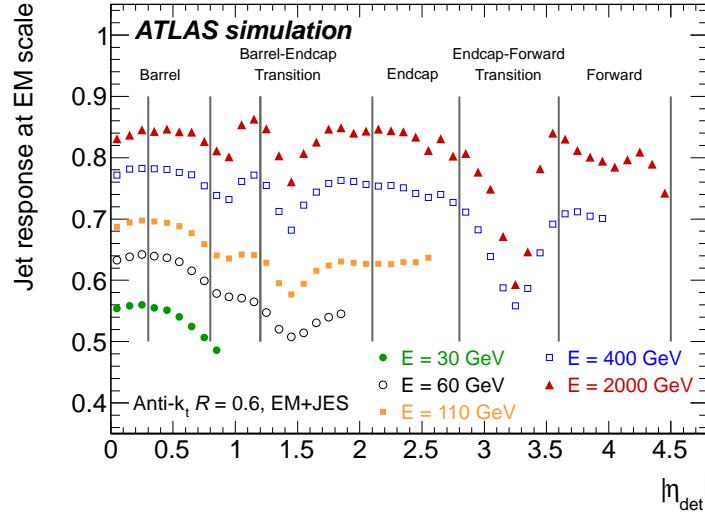


FIGURE 1.1 – Réponse en énergie des jets à l'échelle électromagnétique en fonction de la pseudo-rapacité pour différentes énergies.

- Méthode de calibration : cette incertitude est estimée en appliquant la calibration sur l'échantillon utilisé pour la dériver.
- Réponse en énergie des calorimètres : cette incertitude est estimée en propageant au jet l'incertitude sur la réponse pour des hadrons isolés mesurée soit *in-situ* soit sur les données du test en faisceau combiné de 2004.
- Modélisation du bruit dans les cellules calorimétriques : cette incertitude est estimée en faisant varier le seuil sur le bruit dans la simulation
- Modélisation des matériaux dans le détecteur : cette incertitude est estimée en faisant varier la quantité de matériaux de différentes parties du détecteur dans la simulation.
- Modélisation des événements dans les générateurs Monte Carlo : cette incertitude est estimée en comparant la réponse nominale (calculée sur l'échantillon PYTHIA nominal) à la réponse obtenue dans des échantillons simulés avec des modèles de fragmentation, d'événement sous-jacent et de physique pour l'événement dur différent.

Les incertitudes associées à ces différentes sources ainsi que l'incertitude totale sont représentées, pour la partie centrale du détecteur, sur la figure 1.2.

### 1.3 Calibration GS

La calibration GS est une extension multivariée de la calibration EM+JES. Après la calibration EM+JES, la dépendance de la réponse avec  $\eta$  et l'énergie est supprimée. Cependant, la réponse peut dépendre d'autres variables comme celles caractérisant l'extension longitudinale et transversale des jets. La calibration GS supprime ces dépendances de manière séquentielle. Ses effets principaux sont d'améliorer la résolution en énergie des jets et de réduire la dépendance de la réponse avec la saveur.

Toute variable  $x$  corrélée avec la réponse du calorimètre peut être utilisée. La réponse en fonction de  $x$  est définie par

$$\langle \mathcal{R}(x) \rangle = \left\langle \frac{p_{\text{T}}^{\text{jet}}(x)}{p_{\text{T}}^{\text{truth}}} \right\rangle \quad (1.1)$$

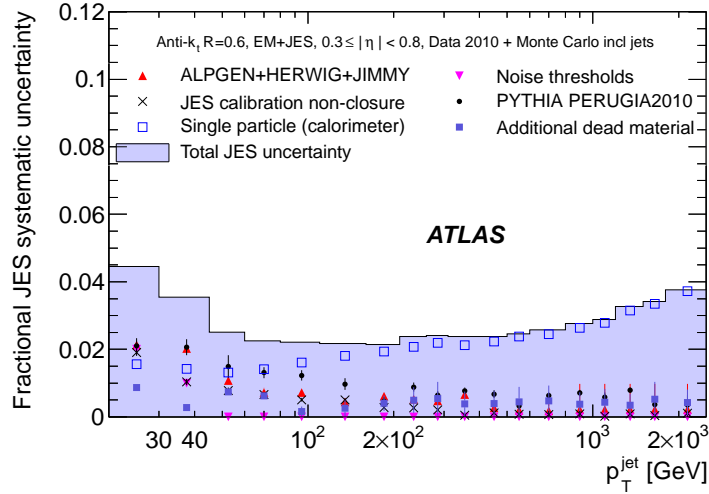


FIGURE 1.2 – Incertitude systématique sur l’échelle en énergie EM+JES dans la partie centrale du détecteur ( $0,3 \leq |\eta| < 0,8$ ). Les contributions des différentes sources discutées dans le texte sont montrées, ainsi que l’incertitude totale (histogramme bleu).

où  $p_T^{\text{jet}}$  est l’impulsion transverse du jet calibré à l’échelle EM+JES et  $p_T^{\text{truth}}$  celle du jet de particule. Comme pour la calibration EM+JES, seuls les jets isolés associés à un jet de particule isolé sont utilisés. La moyenne dans l’équation 1.1 est obtenue par ajustement gaussien dans un intervalle en  $p_T^{\text{truth}}$ ,  $\eta$  et  $x$ .

La dépendance de la réponse en  $x$  est supprimée en multipliant  $p_T^{\text{jet}}$  par

$$C(x) = 1/\langle \mathcal{R}(x) \rangle. \quad (1.2)$$

Plusieurs variables peuvent être utilisées de manière séquentielle pour atteindre la résolution optimale. Cette procédure requiert que la correction pour la variable  $x_n$  soit calculée sur les jets pour lesquels les corrections pour les variables précédentes aient déjà été appliquées. L’impulsion transverse d’un jet après la calibration GS est

$$p_T^{\text{GS}} = \left( \prod_{n=1}^N C_n(x_n) \right) \times p_T^{\text{EM+JES}} \quad (1.3)$$

où  $N$  est le nombre de variables utilisées. Lors de l’application de cette procédure séquentielle, il faut prêter attention à ce que la correction pour la variable  $n$  ne soit pas dégradée par les corrections  $k > n$ . Il a été vérifié que la réponse en fonction de chaque variable ne change pas jusqu’à la dernière correction.

### 1.3.1 Propriétés longitudinales et transversales des jets

Les variables utilisées dans la calibration GS (les  $x_n$  dans l’équation 1.3), sont des propriétés caractérisant la topologie longitudinale et transversale des dépôts d’énergie dans le jet. Une grande quantité d’énergie déposée dans les couches du calorimètre proches du point d’interaction indique que la gerbe a commencé à se développer en amont du calorimètre, induisant une réponse plus faible puisqu’une partie de l’énergie n’est pas détectée. Une grande fraction d’énergie déposée dans le calorimètre hadronique indique une grande fraction hadronique au sein du jet conduisant

à une réponse plus faible (du fait de la non-compensation des calorimètres d'ATLAS). Dans la partie centrale du détecteur, une grande énergie déposée dans la dernière couche du calorimètre électromagnétique et dans la première couche du calorimètre hadronique peut indiquer qu'une certaine fraction de l'énergie du jet a été perdue dans la partie non-instrumentée entre les deux calorimètres. La réponse calorimétrique et l'extension transversale des jets sont corrélées à la quantité d'énergie qui est perdue entre les parties tonneau et bouchon des calorimètres.

Chaque propriété utilisée peut être sensible à plusieurs effets. Aucune tentative n'est faite pour séparer ces effets dans la calibration GS. Ils sont corrigés de manière implicite par les différentes corrections qui apparaissent dans l'équation 1.3.

La structure longitudinale d'un jet (c'est-à-dire la structure le long de son axe), est caractérisée par la fraction d'énergie déposée dans les différentes couches des calorimètres électromagnétique et hadronique avant qu'une quelconque calibration en énergie soit appliquée :

$$f_{\text{layer}} = \frac{E_{\text{EM}}^{\text{layer}}}{E_{\text{EM}}^{\text{jet}}}, \quad (1.4)$$

où  $E_{\text{EM}}^{\text{jet}}$  est l'énergie du jet à l'échelle électromagnétique et  $E_{\text{EM}}^{\text{layer}}$  l'énergie déposée dans la couche calorimétrique d'intérêt, calculée également à l'échelle électromagnétique.

La structure transversale d'un jet (c'est-à-dire la structure dans le plan perpendiculaire à son axe) est définie par la largeur

$$width = \frac{\sum_i p_{\text{T}}^i \Delta R_{i,\text{jet}}}{\sum_i p_{\text{T}}^i}, \quad (1.5)$$

où la somme porte sur les amas topologiques formant le jet<sup>2</sup>,  $p_{\text{T}}^i$  est l'impulsion transverse de l'amas  $i$  et  $\Delta R_{i,\text{jet}}$  est la distance dans le plan  $(\eta, \phi)$  entre l'amas  $i$  et l'axe du jet.

### 1.3.2 Dérivation des coefficients de calibration

Les coefficients de calibration sont déterminés dans tous les intervalles en  $\eta$  de taille 0, 1 entre  $|\eta| = 0$  et  $|\eta| = 4, 5$ . Dans chaque intervalle, les propriétés permettant la meilleure amélioration de la résolution en énergie sont choisies. L'ensemble des propriétés formant la calibration GS ainsi que l'ordre dans lequel les corrections sont appliquées sont résumés dans la table 1.1. Dans cette table,  $f_{\text{T11e0}}$  est la fraction d'énergie déposée dans la première couche du calorimètre hadronique dans la partie centrale,  $f_{\text{LAR3}}$  celle déposée dans la dernière couche du calorimètre électromagnétique dans la partie centrale,  $f_{\text{PS}}$  celle déposée dans le pré-échantillonneur dans la partie centrale,  $f_{\text{HEC0}}$  celle déposée dans la première couche du calorimètre hadronique dans la partie bouchon et  $f_{\text{Ca11}}$  celle déposée dans la première couche du calorimètre à l'avant. La variable *width* est la largeur donnée par l'équation 1.5.

Dans la suite de ce chapitre, GSL fait référence à la calibration obtenue en appliquant seulement les corrections basées sur les fractions d'énergie déposées dans les différentes couches calorimétriques (c'est-à-dire sans la correction basée sur la largeur) et GS à la calibration complète (incluant la correction basée sur la largeur).

L'effet de la calibration GS est montré sur la figure 1.3 dans le cas de  $f_{\text{LAR3}}$  et de la largeur *width*. Dans les deux cas, la réponse est montrée avant et après calibration. Avant calibration, la réponse décroît avec  $f_{\text{LAR3}}$  et *width*. Après calibration, la dépendance de la réponse avec ces deux

2. Dans le cas de jets reconstruits à partir des tours calorimétrique la somme porte sur les tours.

région en $ \eta $	Corr 1	Corr 2	Corr 3	Corr 4
$ \eta  < 1.2$	$f_{\text{T1e0}}$	$f_{\text{LAr3}}$	$f_{\text{PS}}$	$width$
$1.2 \leq  \eta  < 1.4$	$f_{\text{T1e0}}$			$width$
$1.4 \leq  \eta  < 1.7$	$f_{\text{T1e0}}$	$f_{\text{HECO}}$		$width$
$1.7 \leq  \eta  < 3.0$		$f_{\text{HECO}}$		$width$
$3.0 \leq  \eta  < 3.2$		$f_{\text{LAr3}}$		$width$
$3.2 \leq  \eta  < 3.4$		$f_{\text{LAr3}}$		
$3.4 \leq  \eta  < 3.5$		$f_{\text{LAr3}}$		$width$
$3.5 \leq  \eta  < 3.8$	$f_{\text{FCa11}}$			$width$
$3.8 \leq  \eta  < 4.5$	$f_{\text{FCa11}}$			

TABLE 1.1 – Séquence des corrections appliquées dans la calibration GS dans chaque intervalle en  $|\eta|$ .

variables est réduite à moins de 1% et la réponse moyenne reste inchangée. Un comportement similaire est observé pour les autres variables.

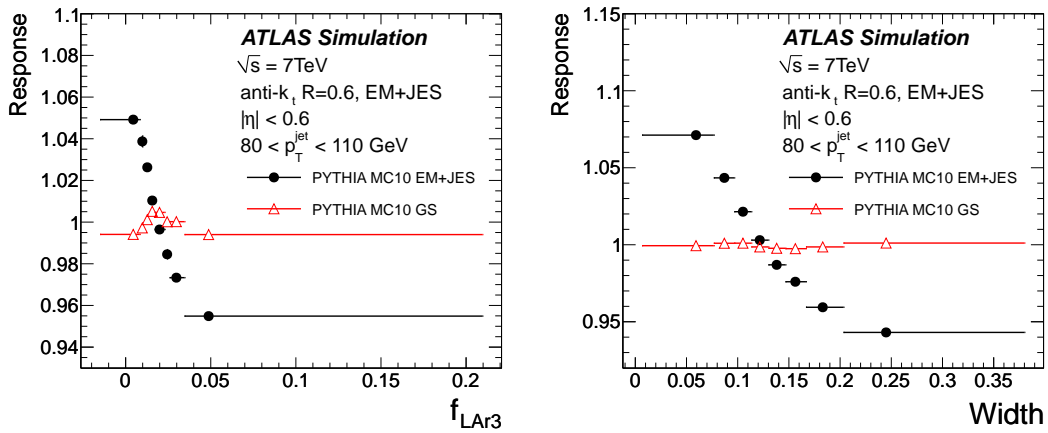


FIGURE 1.3 – Réponse en énergie avant (ronds) et après (triangles) calibration GS en fonction de  $f_{\text{LAr3}}$  (à gauche) et de la largeur du jet  $width$  (à droite) pour les jets ayant  $80 \leq p_T < 110\text{ GeV}$  et  $|\eta| < 0.6$ .

## 1.4 Performances de la calibration GS

De nombreuses études ont été réalisées afin de quantifier les performances de la calibration GS. La résolution en énergie a été évaluée sur la simulation et sur les données. La figure 1.4 montre la résolution en énergie sur les données dans la partie centrale du calorimètre après les calibrations EM+JES et GS. Les résultats pour les deux autres schémas de calibration étudiés au début du run 1, LCW et GCW, sont également montrés (le lecteur intéressé par ces méthodes peut consulter [7]). GS permet d'améliorer la résolution de 20% par rapport à EM+JES pour

une impulsion transverse de 200 GeV dans la partie centrale ( $|y| < 0,8$ , où  $y$  est la rapidité). Pour  $|y| \geq 0,8$ , l'amélioration est, pour cette impulsion transverse, de 20%. Ces améliorations sont comparables à celles obtenues avec les calibrations GCW et LCW.

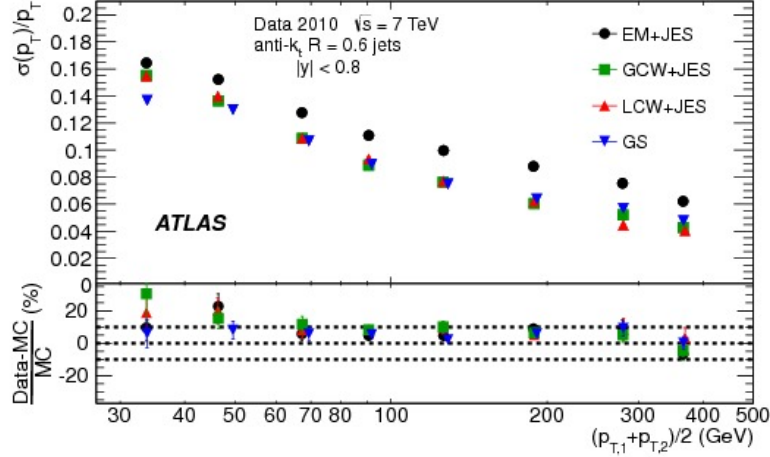


FIGURE 1.4 – Résolution en énergie en fonction de l’impulsion transverse pour les différents schémas de calibration utilisés dans ATLAS.  $p_{T,1}$  et  $p_{T,2}$  sont les impulsions transverses des deux jets utilisés pour calculer la résolution. La différence relative entre données et simulation est montrée sur la figure du bas.

Une attention importante a également été donnée à la quantification de la dépendance de la calibration en fonction de la saveur. En effet, les facteurs correctifs  $C_n$  ont été déterminés sur un échantillon simulé multijets, enrichi en jets provenant de gluons. Ceux-ci sont toutefois appliqués à tous les jets, quelque soit leur provenance. Il est donc crucial de vérifier que les facteurs correctifs présentent une faible dépendance avec la saveur des jets. La réponse pour un échantillon pur de jets de gluons a été comparée à celle pour un échantillon pur de jets de quarks dans la simulation. La figure 1.5 montre la différence de réponse entre les quarks légers et les gluons dans la partie centrale du détecteur. GS est la calibration qui présente la différence la plus faible. Les réponses diffèrent de 5% à 20 GeV et de 0,5% à 1 TeV. La calibration GS est également la calibration qui présente la plus faible différence dans la partie avant. Par exemple, dans la partie 2,  $1 < |\eta| < 2,8$ , la différence est d’environ 1% entre 30 et 400 GeV. Pour les autres calibrations, la différence est d’environ 5% (3,5%) pour EM+JES (LCW et GCW) à 30 GeV et décroît pour atteindre 1% à 400 GeV.

## 1.5 Incertitude sur l’échelle en énergie après calibration GS

Par construction, la calibration GS ne change pas l’énergie moyenne des jets dans l’échantillon utilisé pour dériver les facteurs correctifs  $C_n$ . Les imperfections de la simulation, une composition en saveur ou une topologie d’événements différents peuvent par contre conduire à des variations lorsque GS est appliqué sur d’autres échantillons. La dépendance en saveur a déjà été discutée dans la section 1.4. Dans cette section, les études réalisées afin d’évaluer l’incertitude systématique liée aux autres effets sont présentées.

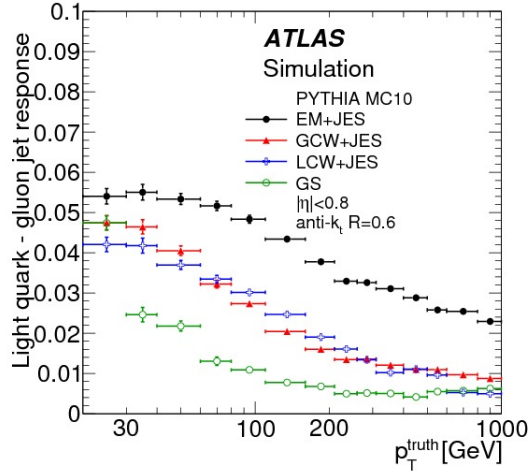


FIGURE 1.5 – Différence entre la réponse pour les jets issus de quarks légers et la réponse pour les jets issus de gluons pour les différents schémas de calibration utilisés dans ATLAS.

### 1.5.1 Validation de la calibration GS sur les données

Afin de vérifier que la calibration dérivée sur la simulation s'applique aux données, les facteurs correctifs ont été dérivés directement à partir de ces dernières puis comparés à ceux issus de la simulation. La méthode utilisée pour dériver les facteurs sur les données est décrite dans la section 1.5.1.1. La validation de cette méthode sur la simulation est décrite dans la section 1.5.1.2. Finalement, la comparaison des facteurs correctifs obtenus sur les données et simulées est décrite dans la section 1.5.1.3.

#### 1.5.1.1 Méthode de dérivation des facteurs correctifs sur les données

Les facteurs correctifs peuvent être dérivés sur des événements di-jets en exploitant la balance en impulsion transverse. Les événements di-jets sont sélectionnés en demandant que les deux jets de plus haut  $p_T$  soient dos-à-dos ( $\Delta\phi > 2.8$  radian) et dans la même région en pseudo-rapidité. Le jet utilisé pour mesurer la dépendance de la réponse avec la fraction d'énergie ou la largeur est qualifié de jet "sonde" (ou *probe* dans les équations ci-dessous) alors que l'autre jet est qualifié de jet de référence. Le choix du jet sonde et du jet de référence étant arbitraire, les événements sont utilisés deux fois en inversant leurs rôles.

Les facteurs correctifs sont mesurés grâce à l'asymétrie définie par

$$A(x) = \frac{p_T^{\text{probe}}(x) - p_T^{\text{ref}}}{p_T^{\text{avg}}(x)}, \quad (1.6)$$

où  $x$  est une des propriétés utilisées dans la calibration GS (voir table 1.1) et  $p_T^{\text{avg}}$  est l'impulsion transverse moyenne des deux jets donnée par

$$p_T^{\text{avg}} = (p_T^{\text{probe}} + p_T^{\text{ref}})/2. \quad (1.7)$$

Les deux jets ont toujours des impulsions transverses définies à la même échelle. Ainsi, lorsque la  $n^{\text{ième}}$  correction est déterminée, les deux sont corrigés jusqu'à la correction  $n - 1$ . La réponse

en fonction de  $x$  est donnée par :

$$\langle \mathcal{R}(x) \rangle = \left\langle \frac{p_{\text{T}}^{\text{probe}}}{p_{\text{T}}^{\text{ref}}} \right\rangle \simeq \frac{2 + \langle A(x) \rangle}{2 - \langle A(x) \rangle}. \quad (1.8)$$

La mesure de la réponse de cette manière suppose que l'asymétrie au niveau des jets de particules soit nulle. Ceci est vrai en moyenne mais pas dans un intervalle en  $x$  donné. L'asymétrie mesurée  $A(x)$  est par conséquent composée à la fois des effets liés au détecteur (que nous cherchons à mesurer) et d'effets liés à la physique des jets sous-jacente. Afin de supprimer l'effet d'asymétrie au niveau des jets de particules, une nouvelle asymétrie est introduite :

$$A'(x) = A(x) - A_{\text{true}}(x), \quad (1.9)$$

où  $A(x)$  est donné par l'équation 1.6 et  $A_{\text{true}}(x)$  est donné par :

$$A_{\text{true}}(x) = \frac{p_{\text{T},\text{truth}}^{\text{probe}}(x) - p_{\text{T},\text{truth}}^{\text{ref}}}{p_{\text{T},\text{truth}}^{\text{avg}}(x)}, \quad (1.10)$$

où  $p_{\text{T},\text{truth}}^{\text{avg}}(x) = (p_{\text{T},\text{truth}}^{\text{probe}}(x) + p_{\text{T},\text{truth}}^{\text{ref}})/2$ ,  $p_{\text{T},\text{truth}}^{\text{probe}}(x)$  et  $p_{\text{T},\text{truth}}^{\text{ref}}$  sont les impulsions transverses du jet de particule sonde et du jet de particule de référence respectivement. La variable  $A_{\text{true}}(x)$  est l'asymétrie au niveau des particules. La variable  $x$  dans l'équation 1.9 est celle du jet calorimétrique associé au jet de particule. Lorsque  $A'(x)$  est utilisé à la place de  $A(x)$  dans l'équation 1.8, l'effet d'asymétrie au niveau des jets de particules est supprimé et la réponse ne dépend plus que des effets liés au détecteur.

### 1.5.1.2 Validation sur les événements simulés

La méthode décrite dans la section précédente est validée sur la simulation en comparant les réponses calculées par l'équation 1.8 aux réponses calculées en utilisant les jets de particules (c'est-à-dire en les comparant aux réponses utilisées pour construire la calibration GS officielle). La figure 1.6 montre cette comparaison après la calibration EM+JES pour  $80 \leq p_{\text{T}}^{\text{jet}} < 110$  GeV et  $|\eta| < 0,6$ . Les résultats obtenus sans et avec prise en compte de l'asymétrie au niveau des jets de particules sont montrés. L'effet de cette asymétrie est particulièrement important pour la fraction d'énergie déposée dans le pré-échantillonneur et la largeur. Il peut aller jusqu'à 4% pour l'intervalle en  $p_{\text{T}}$  considéré sur la figure 1.6 et jusqu'à 8% pour des impulsions transverses proches de 20 GeV. Ces effets sont réduits à moins de 2% lorsque la correction  $A_{\text{true}}$  est appliquée.

La robustesse de la correction basée sur  $A_{\text{true}}$  a été testée en mesurant cette asymétrie sur deux échantillons simulés en plus de l'échantillon nominal. Ces échantillons, appelés PERUGIA2010 et HERWIG++, diffèrent de l'échantillon nominal par la modélisation des radiations au niveau partonique, de l'hadronisation et des événements sous-jacents. La figure 1.7 montre ces différentes mesures en fonction de  $f_{\text{PS}}$ ,  $f_{\text{LAr3}}$ ,  $f_{\text{T11e0}}$  et de la largeur des jets dans la région centrale pour  $40 \leq p_{\text{T}}^{\text{jet}} < 60$  GeV. L'asymétrie  $A_{\text{true}}$  ne diffère pas de plus de 5% dans cet intervalle en  $p_{\text{T}}$ . Pour  $p_{\text{T}}^{\text{jet}} > 60$  GeV et les autres intervalles en  $|\eta|$ , les différences sont inférieures à 2%. À bas  $p_{\text{T}}^{\text{jet}}$  (en dessous 40 GeV dans la partie centrale), la coupure en  $\Delta\phi$  combinée avec la relative petite taille des échantillons PERUGIA2010 et HERWIG++ conduit à des incertitudes statistiques de l'ordre de 5%, ce qui empêche de conclure de manière définitive sur un éventuel désaccord.

En conclusion, la méthode présentée dans la section 1.5.1.1 permet la dérivation des coefficients de calibration en fonction des différentes fractions d'énergie et de la largeur du jet pour tout l'intervalle en impulsion transverse et en  $\eta$  considéré. Cette méthode peut par conséquent être appliquée sur les données pour valider les corrections calculées sur la simulation.

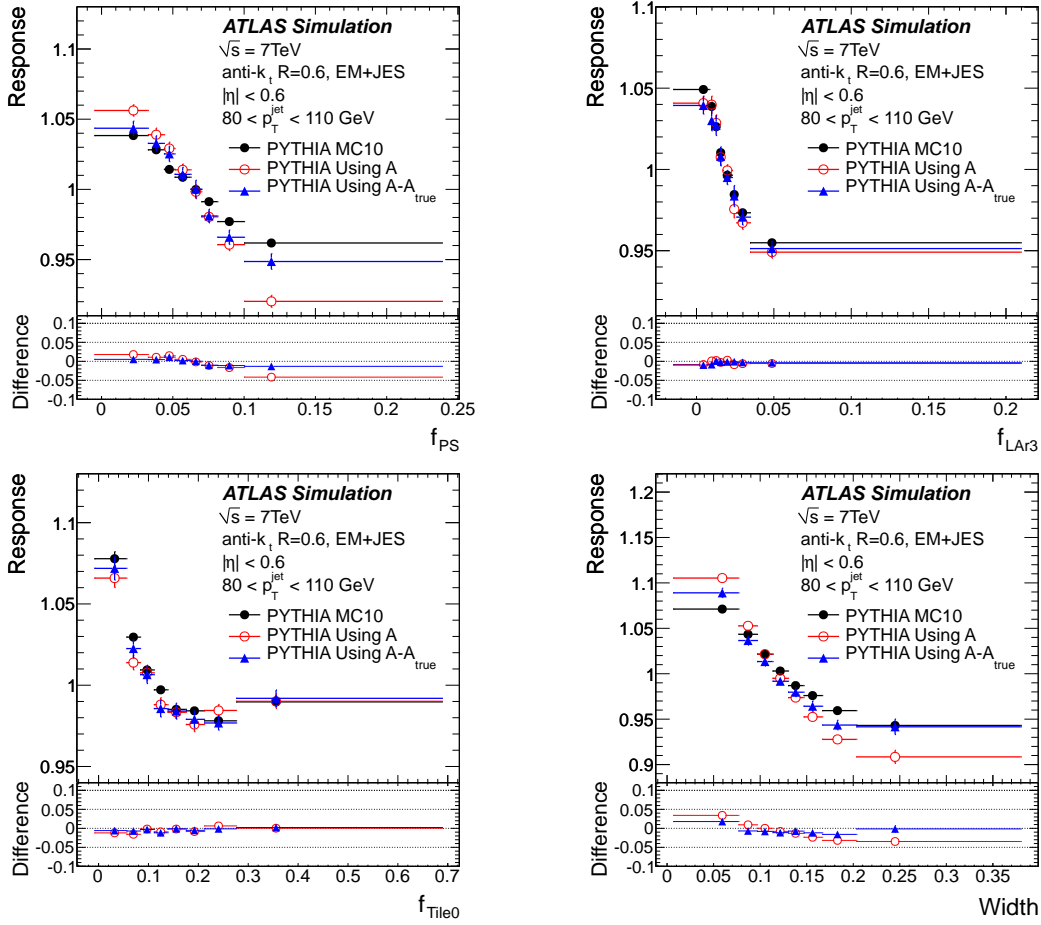


FIGURE 1.6 – Réponse en énergie calculée avec les jets de particules (ronds pleins), l’asymétrie  $A$  (ronds vides) et  $A - A_{\text{true}}$  (triangles) en fonction des fractions d’énergie  $f_{\text{PS}}$ ,  $f_{\text{LAr3}}$ ,  $f_{\text{Tile0}}$  et de la largeur  $width$  dans l’échantillon simulé nominal avant application de la calibration GS. Les jets ont  $80 \leq p_{\text{T}}^{\text{jet}} < 110$  GeV et  $|\eta| < 0.6$ . Pour chaque graphique, la différence entre la réponse calculée avec les jets de particules et la réponse calculée avec la méthode basée sur l’asymétrie avec et sans prise en compte de  $A_{\text{true}}$  est montrée.

### 1.5.1.3 Différences entre les facteurs correctifs dérivés sur les données et sur la simulation

La figure 1.8 montre les asymétrie  $A'$  (équation 1.9 où  $A_{\text{true}}(x)$  est calculé sur l’échantillon PYTHIA nominal) dans les données et dans l’échantillon PYTHIA nominal en fonction de  $f_{\text{PS}}$ ,  $f_{\text{LAr3}}$ ,  $f_{\text{Tile0}}$  et de la largeur pour des jets ayant  $80 \leq p_{\text{T}}^{\text{jet}} < 110$  GeV et  $|\eta| < 0.6$ . Elles sont compatibles aux incertitudes statistiques près. Le même accord est observé dans les autres régions en  $\eta$  et en  $p_{\text{T}}^{\text{jet}}$ .

Les asymétries telles que celles montrées sur la figure 1.8 sont utilisées pour dériver des facteurs correctifs basés sur les données. Les différences de réponse après application de ces facteurs sur l’échantillon simulé nominal mesure l’incertitude systématique associée à la calibration GS. Après les deux premières corrections (voir table 1.1), la réponse diffère de moins de 1%. Après les troisième et quatrième corrections, les différences augmentent de 1% à 2% dans la partie centrale du détecteur. Dans la partie bouchon, les différences sont de 2% (4%) pour  $p_{\text{T}}^{\text{truth}} > 60$  GeV

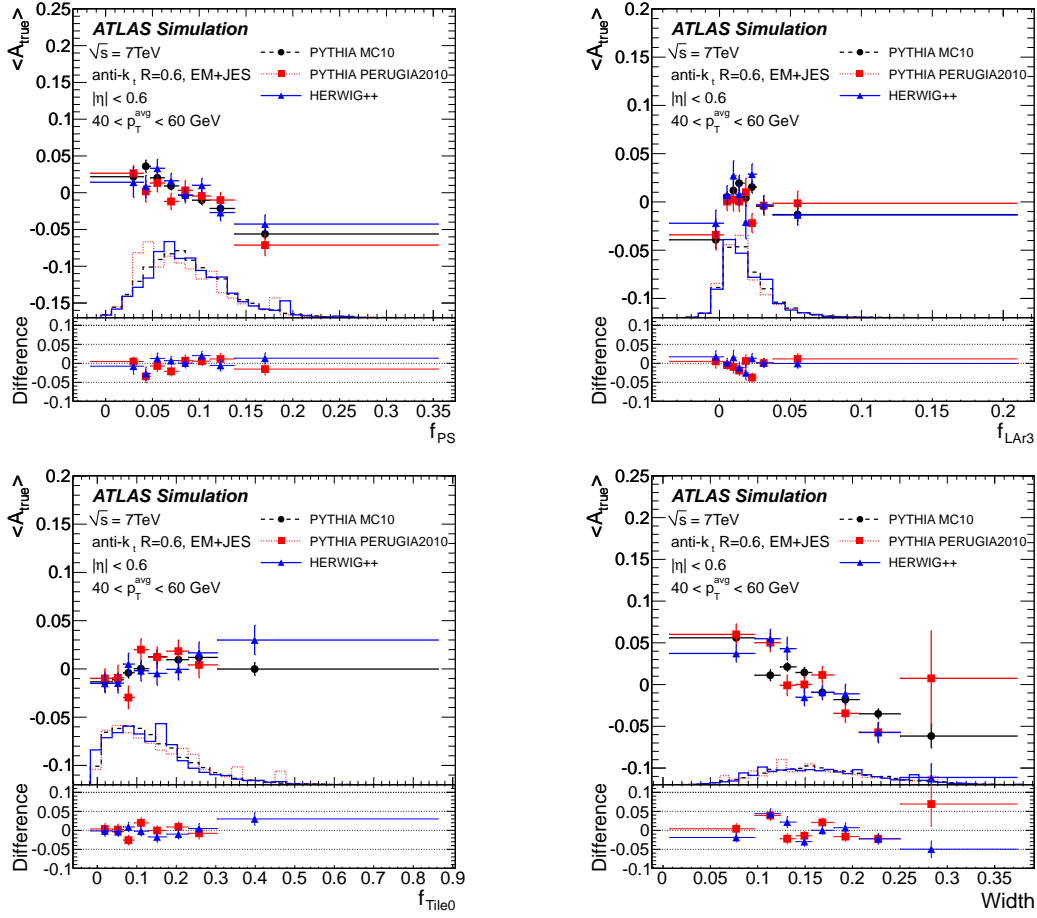


FIGURE 1.7 – Asymétrie au niveau des jets de particules en fonction des fractions d'énergie  $f_{\text{PS}}$ ,  $f_{\text{LAR3}}$ ,  $f_{\text{Tile0}}$  et de la largeur *width* du jet sonde dans l'échantillon simulé nominal et dans des échantillons avec des modélisation différentes pour l'hadronisation et les événements sous-jacents (PERUGIA2010 et HERWIG++). Les jets ont  $40 \leq p_{\text{T}}^{\text{avg}} < 60$  GeV et  $|\eta| < 0,6$ . Les distributions des fractions d'énergie et de la largeur des jets sont montrées, ainsi que les différences entre l'échantillon nominal et les autres.

(< 60 GeV). Il faut toutefois noter que les incertitudes statistiques sur ces différences sont grandes, s'élevant typiquement à la moitié de la différence.

Des facteurs correctifs sur les données ont également été calculés en prenant les asymétries  $A_{\text{true}}$  obtenues sur les échantillons simulés PERUGIA2010 et HERWIG++. Ces corrections sont, comme précédemment, appliquées à l'échantillon simulé nominal. Les réponses obtenues sont comparées à celles obtenues en appliquant les corrections dérivées des données utilisant  $A_{\text{true}}$  calculé sur l'échantillon simulé nominal. Les différences sont inférieures à 0,5% pour tous les intervalles en impulsion transverse et en  $|\eta|$  dans lesquels les incertitudes statistiques sont suffisamment petites pour permettre une comparaison pertinente.

Une vérification supplémentaire a été réalisée en appliquant les facteurs correctifs dérivés à partir de la simulation aux données et à la simulation. Les différences de réponse entre données et simulation reflètent les différences dans les propriétés longitudinales et transversales utilisées dans la calibration GS. La figure 1.9 montre la valeur moyenne de  $f_{\text{PS}}$ ,  $f_{\text{LAR3}}$ ,  $f_{\text{Tile0}}$  et de la largeur en fonction de  $p_{\text{T}}^{\text{jet}}$  dans la partie centrale du détecteur pour les données et les différents échan-

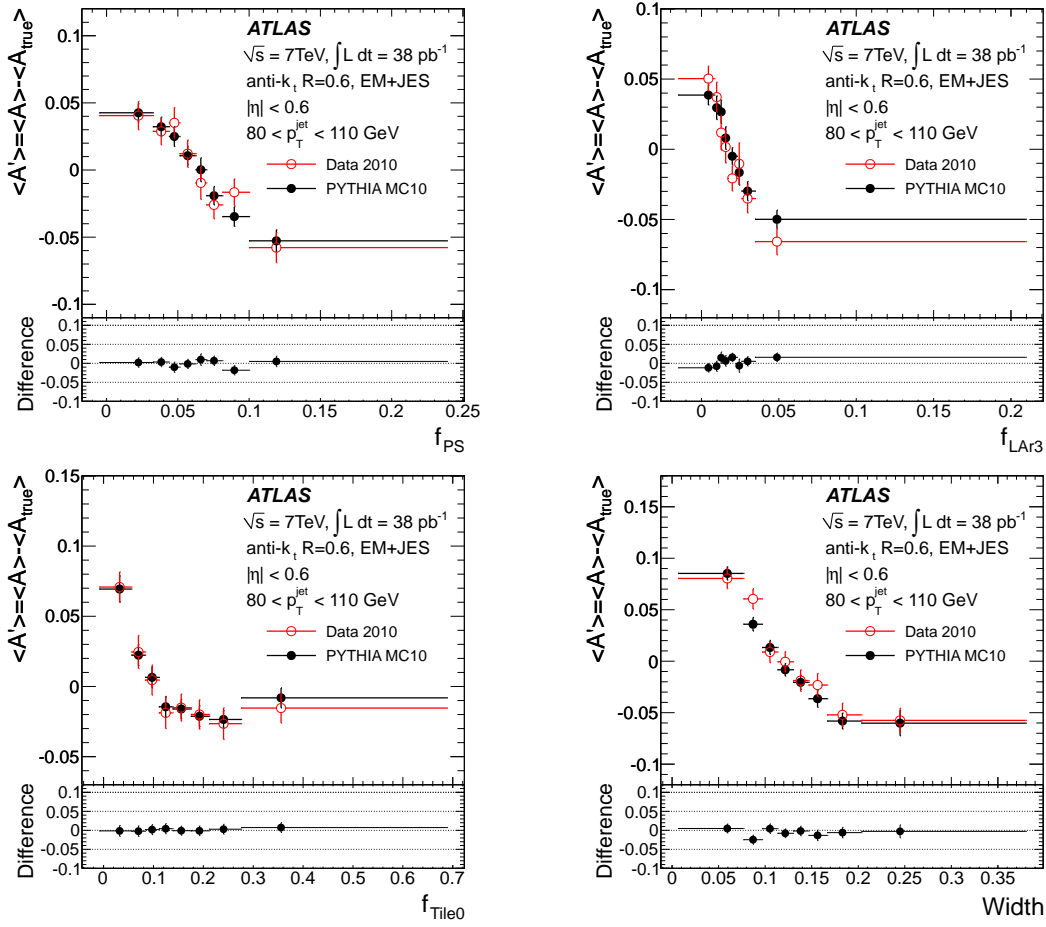


FIGURE 1.8 – Différence entre l’asymétrie au niveau des jets calorimétriques et l’asymétrie au niveau des jets de particules sur les données et sur l’échantillon simulé nominal en fonction de  $f_{\text{PS}}$ ,  $f_{\text{LAr3}}$ ,  $f_{\text{Tile0}}$  et de la largeur pour des jets ayant  $80 \leq p_T^{\text{jet}} < 110 \text{ GeV}$  et  $|\eta| < 0,6$ . Les différences entre la simulation et les données sont montrées en bas de chaque graphique.

tillons simulés considérés dans cette étude. Les différences pour  $f_{\text{Tile0}}$  et  $f_{\text{PS}}$  entre les données et l’échantillon simulé nominal n’excèdent pas 5% dans tout l’intervalle en impulsion transverse. Pour  $f_{\text{LAr3}}$ , les différences n’excèdent pas 5% non plus sauf pour  $20 \leq p_T^{\text{jet}} < 30 \text{ GeV}$  où un désaccord de 7.5% est observé. Un désaccord plus important est observé pour la largeur des jets. Les jets sont plus large de 5% (10%) dans les données que dans la simulation à 200 GeV (600 GeV) et plus étroits pour  $p_T < 30 \text{ GeV}$ . L’écart-type des distributions de  $f_{\text{LAr3}}$  et  $f_{\text{PS}}$  montre également des différences inférieures à 5% entre données et simulation sur tout l’intervalle en  $p_T^{\text{jet}}$ . Pour  $f_{\text{Tile0}}$  and  $width$ , des désaccords de 10% sont observés pour quelques intervalles en impulsion transverse. Des résultats similaires sont trouvés dans les autres régions en  $|\eta|$ , sauf pour  $2, 1 \leq |\eta| < 2, 8$ , où l’accord pour la variable  $width$  est légèrement moins bon.

La figure 1.9 montre que les échantillons simulés nominal et PERUGIA2010 s’accordent à quelques pourcents. L’accord de l’échantillon HERWIG avec les données est aussi bon que pour les autres échantillons pour  $f_{\text{LAr3}}$  et  $f_{\text{Tile0}}$ , sauf pour  $20 \leq p_T^{\text{jet}} < 30 \text{ GeV}$ . Pour  $f_{\text{PS}}$  et la largeur des jets, des désaccords de 5 à 10% sont observés entre HERWIG++ et les autres échantillons pour  $p_T^{\text{jet}} < 60 \text{ GeV}$ . Pour  $p_T^{\text{jet}} > 160 \text{ GeV}$ , HERWIG++ décrit la largeur des jets mieux que les autres échantillons.

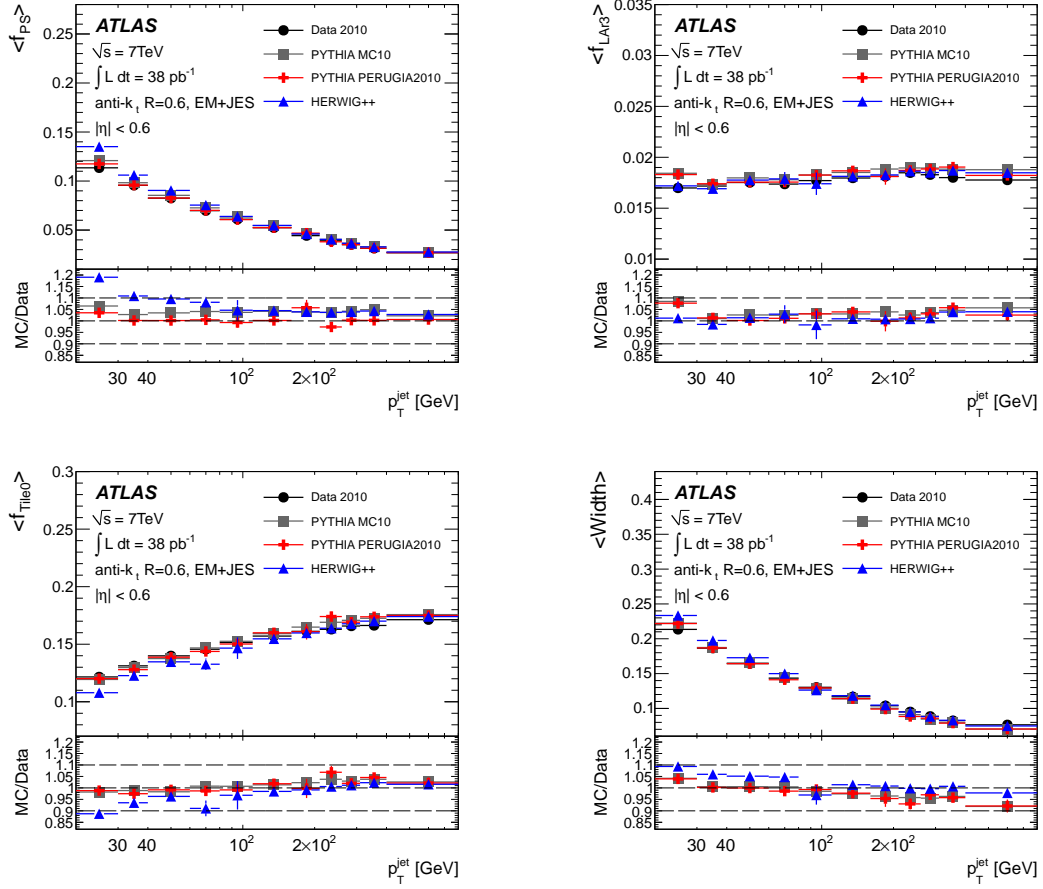


FIGURE 1.9 – Valeur moyenne des fractions d'énergie  $f_{PS}$ ,  $f_{LAr3}$ ,  $f_{Tile0}$  et de la largeur  $width$  en fonction de  $p_T$  pour  $|\eta| < 0,6$  dans les données et les simulations. Le rapport entre les simulations et les données sont montrés en bas de chaque graphique.

L'incertitude systématique peut être estimée quantitativement en évaluant les différences de facteurs correctifs  $E_{GS}^{jet}/E_{EM+JES}^{jet}$  entre les données et la simulation. Les facteurs correctifs en fonction de  $p_T^{jet}$  dans la région centrale et de  $\eta$  pour  $80 \leq p_T^{jet} < 110$  GeV dans les données et l'échantillon simulé nominal après GSL et GS sont montrés sur la figure 1.10. Le rapport entre données et simulation est montré en bas de chaque figure. L'écart à l'unité dans le rapport représente l'incertitude systématique associée à la calibration GSL ou GS. En général, il est inférieur à 1% pour  $20 \leq p_T^{jet} < 800$  GeV et  $0 \leq |\eta| < 2,8$ .

L'incertitude ayant pour origine la mauvaise description des propriétés longitudinales et transversales dans la simulation et les différences entre les facteurs correctifs dérivés à partir des données et ceux dérivés sur la simulation présentées dans la section 1.5.1.3 ne sont pas indépendantes. La réponse en énergie après la calibration GS (ou GSL) dans chaque intervalle en  $p_T^{jet}$  et  $\eta$ , qui dépend des distributions des propriétés et des facteurs correctifs eux-même, est proche de la réponse après calibration EM+JES. Un changement dans la distribution d'une propriété se propage par conséquent au facteur correctif en fonction de cette propriété de telle sorte que la réponse reste inchangée dans l'échantillon utilisé pour dériver la correction. Les différences observées dans la section 1.5.1.3 sont donc en partie dues à des différences dans les distributions des propriétés et pas seulement à des différences dans les facteurs correctifs.

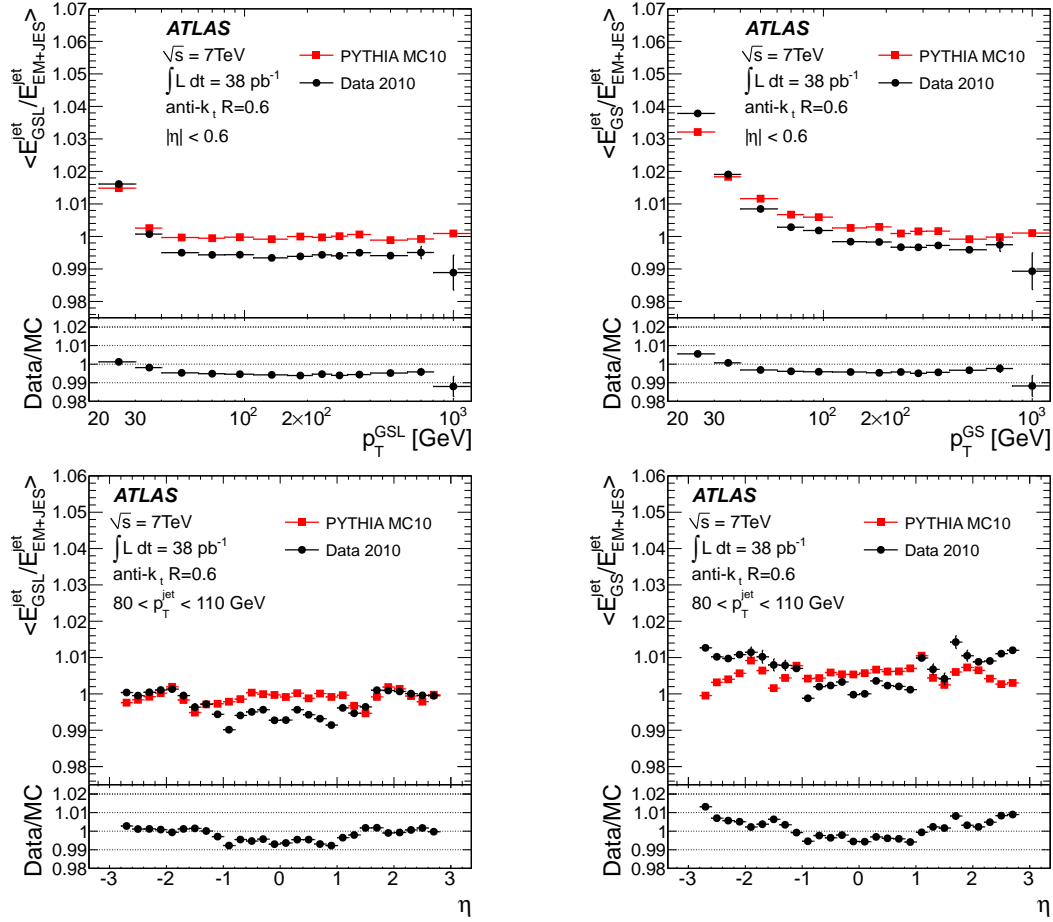


FIGURE 1.10 – Moyenne du facteur correctif pour les calibrations GSL (à gauche) et GS (à droite) en fonction de  $p_T^{\text{jet}}$  (en haut) dans la partie centrale du calorimètre et de  $\eta$  pour  $80 \leq p_T^{\text{jet}} < 100$  GeV (en bas) dans les données et la simulation. Le rapport entre les données et la simulation est montré en bas de chaque graphique.

### 1.5.2 Sensibilité de la calibration GS aux effets d'empilement

Un propriété très intéressante de la calibration GS qui a été observée au cours de ces études est sa relative indépendance vis-à-vis des effets d'empilement attendus dans les données de 2010. Les distributions des propriétés et les facteurs correctifs varient en effet peu lorsque des événements supplémentaires sont ajoutés à l'interaction principale. Les corrections dérivées en l'absence d'empilement sont donc applicables aux échantillons avec empilement, la dégradation dans l'échelle en énergie étant minimale. L'estimation quantitative des effets d'empilement est obtenue en appliquant la calibration GS dérivée dans l'échantillon simulé nominal (sans empilement) à des échantillons avec empilement. La réponse résultante est comparée à la réponse après application de la calibration EM+JES, dans laquelle l'énergie additionnelle liée à l'empilement est soustraite. La réponse après les différentes corrections de la calibration GS change de moins de 1% (2%) pour  $p_T > 30$  GeV ( $p_T < 30$  GeV). Ces variations sont inférieures à l'incertitude sur l'échelle en énergie sans empilement, et ceci quelque soit l'impulsion transverse.

## 1.6 Conclusion

Les études présentées dans ce chapitre montrent que la calibration GS permet une amélioration substantielle de la calibration des jets par rapport à la calibration EM+JES. Ces améliorations portent principalement sur la résolution en énergie et la dépendance de l'échelle en énergie avec la saveur. De plus, l'incertitude systématique associée à la calibration GS est inférieure à 1% pour  $0 \leq |\eta| < 2,8$  et  $20 \leq p_T^{\text{jet}} < 800$  GeV. Les sources responsables de cette incertitude sont largement décorréliées de celles responsables de l'incertitude sur la calibration EM+JES. L'incertitude sur la calibration GS peut par conséquent être ajoutée en quadrature à celle sur la calibration EM+JES (figure 1.2). La dégradation de l'incertitude sur l'échelle en énergie après calibration GS est donc minime.

Ces résultats ont conduit la collaboration ATLAS à poursuivre le développement et l'étude des performances de la calibration GS après publication de [7]. L'effet de cette calibration (dans une version légèrement modifiée par rapport à celle présentée dans ce chapitre) a notamment été étudié dans la recherche du boson BEH se désintégrant en une paire  $b\bar{b}$  [10]. Il a été montré que GS permet une amélioration de la résolution sur la masse invariante de la paire  $b\bar{b}$  d'environ 8% par rapport à la calibration EM+JES. Cette calibration a par conséquent été utilisée pour la recherche  $H \rightarrow b\bar{b}$  avec les données à  $\sqrt{s} = 8$  TeV [11].

La calibration GS fait aujourd'hui partie de la calibration officielle des jets dans ATLAS où elle est utilisée conjointement avec la calibration LCW. L'application séquentielle de ces deux calibrations permet de bénéficier des avantages propres à chacune d'elle : la calibration des gerbes calorimétriques grâce à LCW et les faibles résolution et incertitude systématique grâce à GS.



## Chapitre 2

# Interprétation statistique - Limites d'exclusion

Les recherches de processus rares (que ce soit des processus de nouvelle physique ou des processus prédits par le modèle standard non encore observés) se soldent malheureusement la plupart du temps par la non-observation du processus recherché. Ces résultats, bien que moins déterminant que des observations, permettent quand même d'apprendre quelque chose sur la physique des particules puisqu'ils peuvent être utilisés pour contraindre les modèles prédisant ces processus.

Une partie de mon travail entre 2012 et 2014 a porté sur le calcul de limites d'exclusion et le développement d'outils permettant ces calculs. Afin de comprendre ces travaux, présentés dans les chapitres 3 et 4, nous donnons dans ce chapitre un bref aperçu des méthodes statistiques utilisées en physique des particules. Un résultat original sur l'équivalence entre l'approche hybride fréquentiste-bayésienne et l'approche bayésienne est également présenté.

### 2.1 Généralités

L'objectif d'une analyse en physique des particules est en général de construire des lots d'événements enrichis en événements de signal et appauvris en événements de bruit de fond, à partir desquels une inférence portant sur un ou plusieurs paramètres de la théorie sous-jacente peut être faite. Les observables mesurées sont les nombres d'événements dans chaque lot et, éventuellement, des variables caractérisant la cinématique ou la topologie des événements présentant un pouvoir discriminant entre le signal et les bruits de fond. Notons  $X$  l'ensemble de ces observables et  $x$  les valeurs qu'elles peuvent prendre. La loi de probabilité décrivant ces observables peut s'écrire, d'une manière générale, comme ceci :

$$f_X(x; \theta, \nu) \tag{2.1}$$

où  $\theta$  représente les paramètres d'intérêt (c'est-à-dire ceux sur lesquels l'inférence porte) et  $\nu$  les paramètres de nuisance (c'est-à-dire tous les paramètres autres que les paramètres d'intérêt). En fonction de la nature des observables  $X$ ,  $f$  peut être soit une loi discrète, soit une loi continue, soit un mélange des deux. Sa forme exacte dépend du problème considéré.

Bien que  $X$  d'un côté et  $\theta$  et  $\nu$  de l'autre représentent des grandeurs physiquement différentes,  $f$  est en toute généralité une fonction de toutes ces grandeurs. Il est d'usage d'appeler  $f$  la loi de probabilité (ou densité de probabilité si  $X$  est continue ou fonction de masse si  $X$  est discret) lorsqu'elle est vue comme une fonction de  $X$  avec  $\theta$  et  $\nu$  fixes et la fonction de vraisemblance

lorsqu'elle est vue comme une fonction de  $\theta$  et  $\nu$  avec  $X$  fixe. Dans la suite nous ne ferons pas cette distinction et utiliserons tout le temps le terme de fonction de vraisemblance. Il devrait être clair, en fonction du contexte, si c'est  $X$  ou  $\theta$  et  $\nu$  qui sont considérés comme fixes. De plus, afin d'alléger les notations nous la noterons  $\mathcal{L}(\theta, \nu)$  ou plus simplement  $\mathcal{L} = \mathcal{L}(\theta, \nu) = f_X(x; \theta, \nu)$ .

Une attention particulière sera portée dans ce chapitre au cas des expériences de comptage car c'est ce type d'expérience qui sera présenté dans le chapitre 4. Dans une expérience de comptage, la seule observable est le nombre d'événements et sa loi de probabilité est la loi de Poisson. Si plusieurs canaux d'analyse indépendants sont considérés la fonction de vraisemblance s'écrit, en notant  $N_c$  le nombre d'événements dans le canal  $c$ ,

$$\mathcal{L} = \prod_c \left[ \frac{\lambda_c(\theta, \nu)^{N_c}}{N_c!} e^{-\lambda_c(\theta, \nu)} \right] \quad (2.2)$$

où  $\lambda_c$  est le nombre d'événements attendu dans le canal  $c$ , fonction des paramètres d'intérêt et de nuisance.  $\lambda_c$  est la somme d'une contribution de signal et d'une ou plusieurs contributions de bruit de fond. De plus, dans les cas que nous considérerons par la suite, le seul paramètre d'intérêt sera l'intensité du signal  $\mu = \sigma/\sigma_{\text{ref}}$ , où  $\sigma$  est la section efficace et  $\sigma_{\text{ref}}$  une section efficace de référence (correspondant le plus souvent à la section efficace prédite par le modèle). Nous pouvons donc réécrire l'équation 2.2 comme ceci :

$$\mathcal{L}(\mu, \nu) = \prod_c \left[ \frac{\left( \mu s_c(\nu) + \sum_i b_{ci}(\nu) \right)^{N_c}}{N_c!} e^{-\left( \mu s_c(\nu) + \sum_i b_{ci}(\nu) \right)} \right] \quad (2.3)$$

où  $s_c$  et  $b_{ci}$  sont les nombres d'événements de signal et de bruit de fond de type  $i$  attendus dans le canal  $c$ . Il est important de noter que ces nombres ne dépendent que des paramètres de nuisance (s'il y en a), le paramètre d'intérêt ayant été isolé.

Dans le cas où les nombres d'événements attendus de signal et de bruit de fond sont parfaitement connus,  $s_c$  et  $b_{ci}$  sont des constantes. La plupart du temps nous ne nous trouvons malheureusement pas dans ce cas. Ils varient sous l'effet de différentes sources d'incertitude. Par exemple, ils peuvent dépendre de l'échelle en énergie des jets qui n'est connue que de manière approximative ou de la section efficace d'un bruit de fond qui est entachée d'une erreur. Les paramètres de nuisance permettent de décrire ces dépendances pour chaque source d'incertitude. Une des limitations des analyses actuelles est que, pour chaque source d'incertitude, seuls trois points sont utilisés pour construire les fonctions  $s_c(\nu)$  et  $b_{ci}(\nu)$  : les valeurs nominales et les valeurs obtenues en faisant varier les sources d'incertitudes de  $\pm 1\sigma$ . Entre ces trois points il est nécessaire d'interpoler et au-delà d'extrapoler. Ces interpolations et extrapolations sont dans une grande mesure arbitraires. Nous verrons dans le chapitre 3 que les outils que nous avons développé proposent différentes configurations permettant d'évaluer la dépendance des résultats à ces choix.

Bien qu'incertaines, les valeurs des nombres d'événements attendus de signal et de bruit de fond ne sont en général pas équiprobables. Elles sont en effet la plupart du temps contraintes soit par des mesures soit par des calculs théoriques effectués préalablement à la mesure principale décrite par l'équation 2.3. La signification précise de ces contraintes et la façon dont elles interviennent dans le processus d'inférence dépend de l'approche utilisée (fréquentiste, bayésienne ou hybride). Dans tous les cas, la fonction de vraisemblance complète incluant les termes de

contrainte peut s'écrire

$$\mathcal{L}(\mu, \nu) = \prod_c \left[ \frac{\left( \mu s_c(\nu) + \sum_i b_{ci}(\nu) \right)^{N_c}}{N_c!} e^{-\left( \mu s_c(\nu) + \sum_i b_{ci}(\nu) \right)} \right] g(\nu) \quad (2.4)$$

où  $g$  est le terme de contrainte des paramètres de nuisance. Dans la suite nous considérerons le cas où les paramètres de nuisance sont associés à des sources d'incertitudes indépendantes.  $g$  s'écrira donc comme le produit des termes de contrainte associés à chaque source d'incertitude :

$$g(\nu) = \prod_j g_j(\nu_j) \quad (2.5)$$

où  $\nu_j$  est le paramètre de nuisance associé à l'incertitude  $j$  et  $g_j$  son terme de contrainte.

Les approches fréquentiste, bayésienne et hybride pour le calcul de limites d'exclusion sur le paramètre  $\mu$  sont discutées brièvement dans la section suivante. Nous ne considérerons que le cas des expériences de comptage et donc des fonctions de vraisemblance ayant la forme donnée dans l'équation 2.4.

## 2.2 Aperçu de différentes approches pour le calcul de limites d'exclusion

Les différentes approches utilisées en physique des particules pour calculer des limites d'exclusion sont décrites dans ce chapitre. Nous nous intéressons aux expériences de comptages décrites par l'équation 2.4 où  $g(\nu)$  est donné par l'équation 2.5. Les limites d'exclusion portent sur  $\mu$  ou, de manière équivalente, sur la section efficace du processus recherché.

Calculer une limite d'exclusion sur  $\mu$  consiste à construire un intervalle de valeurs probables pour ce paramètre borné inférieurement par 0 et supérieurement par la limite d'exclusion. Celle-ci sera notée  $\mu_{\text{up}}$ . Nous cherchons donc à construire des intervalles de la forme

$$[0; \mu_{\text{up}}] \quad (2.6)$$

ayant une grande probabilité de contenir  $\mu$ , le sens exact assigné à "grande probabilité" dépendant de l'approche statistique utilisée.

### 2.2.1 Approche fréquentiste

#### 2.2.1.1 Description

Dans l'approche fréquentiste,  $\mu_{\text{up}}$  est calculé en réalisant des tests d'hypothèses standards [12]. Le test statistique utilisé est basé sur la vraisemblance profilée :

$$q_\mu = \begin{cases} -2 \ln \frac{\mathcal{L}(\mu, \hat{\nu})}{\mathcal{L}(\hat{\mu}, \hat{\nu})} & \text{si } \mu \geq \hat{\mu} \\ 0 & \text{si } \mu < \hat{\mu}. \end{cases} \quad (2.7)$$

où  $\hat{\mu}$  et  $\hat{\nu}$  sont les estimateurs par maximum de vraisemblance de  $\mu$  et  $\nu$ , et  $\hat{\nu}$  est l'estimateur par maximum de vraisemblance conditionnel, calculé en fixant  $\mu$  à la valeur testée ( $\hat{\nu}$  est donc une

fonction de  $\mu : \hat{\nu} = \hat{\nu}(\mu)$ . L'hypothèse nulle est l'hypothèse signal plus bruit de fond ( $\mu > 0$ ) et l'hypothèse alternative est l'hypothèse bruit de fond seul ( $\mu = 0$ ). L'hypothèse nulle est testée pour plusieurs valeurs de  $\mu$ . L'intervalle de confiance donné par l'équation 2.6 est composé de toutes les valeurs de  $\mu$  pour lesquelles l'hypothèse nulle n'est pas rejetée.

Dans l'équation 2.7, le test est pris égal à 0 lorsque  $\mu < \hat{\mu}$  car les données qui présentent une fluctuation du nombre d'événements vers le haut ne doivent pas être considérées comme incompatibles avec l'hypothèse  $\mu$ . Elle ne doivent donc pas faire partie de la région critique<sup>1</sup> (une limite supérieure correspond à un intervalle de confiance unilatéral et doit donc être basé sur un test d'hypothèse unilatéral).

Dans l'approche fréquentiste de base, l'hypothèse nulle est rejetée si

$$P(q_\mu \geq q_\mu^{\text{obs}} | \mu' = \mu) < \alpha \quad (2.8)$$

où le membre de gauche est la probabilité pour que  $q_\mu$  soit supérieur à la valeur observée  $q_\mu^{\text{obs}}$  sous l'hypothèse  $\mu'$  et  $\alpha$  est l'erreur de première espèce.  $1 - \alpha$  est le niveau de confiance (ou CL pour *Confidence Level*). La valeur  $\alpha = 0,05$  est traditionnellement choisie, ce qui conduit à un niveau de confiance de 95%. La limite supérieure sur  $\mu$  est donc solution de

$$P(q_{\mu_{\text{up}}} \geq q_{\mu_{\text{up}}}^{\text{obs}} | \mu' = \mu_{\text{up}}) = \alpha \quad (2.9)$$

La probabilité dans les équations 2.8 et 2.9 est communément appelée  $CL_{s+b}$ . Cette méthode de calcul de limite d'exclusion est par conséquent appelée "méthode  $CL_{s+b}$ ".

Un problème avec la méthode  $CL_{s+b}$  est qu'elle peut conduire à rejeter des valeurs de  $\mu$  inférieures à 0 lorsque le nombre d'événements observé est trop petit par rapport au nombre attendu. Ceci n'est pas physique et, pour pallier ce problème, les physiciens des particules utilisent depuis les expériences du LEP la méthode dite  $CL_s$  [13]. Elle consiste à modifier l'équation 2.9 en divisant le membre de gauche par

$$CL_b = P(q_\mu \geq q_\mu^{\text{obs}} | \mu' = 0) \quad (2.10)$$

La limite d'exclusion  $\mu_{\text{up}}$  est donc telle que

$$CL_s(\mu_{\text{up}}) = \alpha \quad (2.11)$$

où  $CL_s = CL_{s+b}/CL_b$  (la dépendance en  $\mu$  a été explicitée dans l'équation 2.11 pour plus de clarté).

### 2.2.1.2 Limite asymptotique

Un des avantages de l'approche fréquentiste basée sur la vraisemblance profilée donnée dans l'équation 2.7 est que la distribution de  $q_\mu$  est connue dans la limite asymptotique<sup>2</sup>. En effet, dans cette limite nous avons (ce résultat, dû à A. Wald [14], est largement discuté dans [12])

$$-2 \ln \frac{\mathcal{L}(\mu, \hat{\nu})}{\mathcal{L}(\hat{\mu}, \hat{\nu})} \simeq \frac{(\mu - \hat{\mu})^2}{\sigma^2}$$

où  $\hat{\mu}$  est distribué suivant une loi normale d'espérance  $\mu'$  et d'écart-type  $\sigma$ .  $-2 \ln(\mathcal{L}(\mu, \hat{\nu})/\mathcal{L}(\hat{\mu}, \hat{\nu}))$  est donc distribué suivant une loi de chi-carré non centrée. La fonction de répartition de  $q_\mu$  est [15] :

$$F(q_\mu | \mu') = \Phi\left(\sqrt{q_\mu} - \frac{\mu - \mu'}{\sigma}\right)$$

---

1. La région critique est la région dans l'espace des observables qui conduit au rejet de l'hypothèse nulle.  
2. La limite asymptotique est la limite lorsque la taille de l'échantillon de données tend vers l'infini.

où  $\Phi$  est la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite. À partir de cette expression nous pouvons déduire la limite d'exclusion. En utilisant la méthode  $CL_s$ , nous trouvons

$$\mu_{\text{up}} = \hat{\mu} + \sigma \Phi^{-1} \left[ 1 - \alpha \times \Phi \left( \frac{\hat{\mu}}{\sigma} \right) \right] \quad (2.12)$$

### 2.2.1.3 Traitement des incertitudes

Le traitement des incertitudes (c'est-à-dire le sens donné aux paramètres de nuisance et leur traitement dans le calcul de limites) dans l'approche fréquentiste repose sur la notion d'expérience auxiliaire. Les expériences auxiliaires sont les expériences au cours desquelles les incertitudes sur les sources incertitudes dans l'expérience principale sont estimées. Afin d'illustrer cette notion, considérons le cas d'une analyse dans laquelle une source d'incertitude est l'échelle en énergie des jets. Les nombres d'événements attendus de signal et de bruit de fond sont donc fonction de l'échelle en énergie des jets. Cette échelle en énergie n'est pas inconnue. Elle a été mesurée dans ATLAS avec une certaine précision grâce à des méthodes telles que celles présentées dans le chapitre 1. Les nombres d'événements de signal et de bruit de fond attendus sont donc bien susceptibles de varier mais pas de manière arbitrairement grande. Leurs variations sont contraintes par la mesure qui a été faite de l'incertitude sur l'échelle en énergie des jets. Cette mesure est un exemple d'expérience auxiliaire.

Ce qui vient d'être dit sur l'échelle en énergie des jets vaut également pour les autres sources d'incertitudes considérées typiquement dans les analyses de physique : échelle en énergie des leptons, résolution des jets et leptons, efficacité d'étiquetage des jets provenant de quarks  $b$ , sections efficaces des bruits de fond, luminosité, etc. Chacune de ces sources d'incertitude a fait l'objet d'une expérience auxiliaire dont le résultat peut être utilisé dans l'expérience principale.

À chaque source d'incertitude est associée une observable qui est mesurée dans l'expérience auxiliaire correspondante. Notons  $a_j$  ces observables ( $j$  est un indice qui désigne, comme dans la section 2.1, la source d'incertitude). Chaque observable est décrite par une loi de probabilité et ce sont ces lois de probabilité qui sont utilisées pour contraindre les paramètres de nuisance  $\nu_j$ .

Ce qui vient d'être dit permet de donner un sens précis aux termes  $g_j$  dans l'équation 2.5. Nous voyons en effet que ces termes sont les fonctions de vraisemblance des expériences auxiliaires. Il serait plus correct de les écrire  $g_j(a_j; \nu_j)$  pour faire apparaître clairement que les  $\nu_j$  sont des paramètres et non des variables aléatoires (celles-ci étant les observables  $a_j$ ). La fonction de vraisemblance globale donnée dans l'équation 2.4 doit donc être vue comme une fonction de vraisemblance conjointe, correspondant au produit des fonctions de vraisemblance associées

- à l'expérience principale (dans laquelle les nombres d'événements dans les différents canaux sont mesurés) et
- aux expériences auxiliaires.

### 2.2.1.4 Cas des incertitudes statistiques

Les calculs des nombres d'événements de signal et de bruit de fond attendus sont souvent entachés d'incertitudes liées à la taille finie des échantillons simulés. Ces incertitudes sont qualifiées de statistiques car les nombres d'événements qui passent les coupures de sélection dans ces échantillons sont sujets à des fluctuations statistiques poissonniennes.

Dans l'approche fréquentiste, une source d'incertitude statistique est, comme les autres sources, contrainte par des expériences auxiliaires. Construire la fonction de vraisemblance de ces expériences n'est pas évident car les événements sont en général pondérés. Une approche populaire (utilisée par exemple dans HISTFACTORY [16]) consiste à considérer une expérience

dans laquelle tous les événements ont un poids unité (qui peut par conséquent être décrite par une distribution de Poisson) et l'incertitude statistique relative est égale à celle que l'on a dans l'expérience principale. Dans l'expérience principale, le nombre d'événements attendu nominal ( $y^{\text{nom}}$ ) et l'incertitude statistique sur ce nombre ( $\sigma$ ) pour un échantillon quelconque (signal ou bruit de fond) sont donnés par

$$y^{\text{nom}} = \sum_e w_e \quad \text{et} \quad \sigma = \sqrt{\sum_e w_e^2} \quad (2.13)$$

où  $e$  est un indice qui désigne l'événement et  $w_e$  le poids de l'événement  $e$ . L'incertitude statistique relative pour cet échantillon est donc  $\sigma/y^{\text{nom}} = \sqrt{\sum_e w_e^2} / \sum_e w_e$ . Le nombre d'événements de poids unité ayant la même incertitude statistique relative est

$$N_{\text{aux}}^{\text{nom}} = \left( \frac{y^{\text{nom}}}{\sigma} \right)^2 \quad (2.14)$$

La fonction de vraisemblance de l'expérience auxiliaire peut s'écrire

$$P(N_{\text{aux}}; \nu) = \frac{(\nu N_{\text{aux}}^{\text{nom}})^{N_{\text{aux}}}}{\Gamma(N_{\text{aux}} + 1)} e^{-\nu N_{\text{aux}}^{\text{nom}}} \quad (2.15)$$

où  $N_{\text{aux}}$  est l'observable,  $\Gamma(N_{\text{aux}} + 1) = \int_0^\infty x^{N_{\text{aux}}} e^{-x} dx$  la fonction gamma et  $\nu$  le paramètre de nuisance. Ce dernier affecte le nombre d'événements dans l'expérience principale de manière multiplicative.  $N_{\text{aux}}$  et  $P(N_{\text{aux}}; \nu)$  dans les équations 2.14 et 2.15 correspondent aux  $a_j$  et  $g_j(a_j; \nu_j)$  de la section 2.2.1.3. Nous leur avons donné des noms différents ici pour faire ressortir le fait que l'observable est un nombre d'événements et la fonction de vraisemblance une loi de Poisson.

## 2.2.2 Approche bayésienne

### 2.2.2.1 Description

Dans l'approche bayésienne, l'inférence se fait à partir de la distribution *a posteriori* conjointe des paramètres d'intérêt et de nuisance donnée par

$$f(\mu, \nu) = \frac{\mathcal{L}(\mu, \nu) \pi(\mu)}{\int \mathcal{L}(\mu, \nu) \pi(\mu) d\mu d\nu} \quad (2.16)$$

où  $\pi(\mu)$  est la distribution *a priori* de  $\mu$  et  $\mathcal{L}(\mu, \nu)$  est donné par les équations 2.4 et 2.5. Les  $g_j(\nu_j)$  dans cette dernière équation sont les distributions *a priori* des paramètres de nuisance.

Les incertitudes sont prises en compte par marginalisation. La distribution *a posteriori* du paramètre d'intérêt  $\mu$  est la distribution marginale de la distribution *a posteriori* conjointe donnée dans l'équation 2.16 :

$$f(\mu) = \int f(\mu, \nu) d\nu = \frac{\int \mathcal{L}(\mu, \nu) \pi(\mu) d\nu}{\int \mathcal{L}(\mu, \nu) \pi(\mu) d\mu d\nu} \quad (2.17)$$

La limite d'exclusion  $\mu_{\text{up}}$  sur  $\mu$  est telle que

$$\int_0^{\mu_{\text{up}}} f(\mu) d\mu = 1 - \alpha \quad (2.18)$$

où  $1 - \alpha$  est le niveau de crédibilité (ou CI pour *Credible Interval*) de l'intervalle (traditionnellement choisit égal à 95%).

### 2.2.2.2 Distributions *a priori* pour les incertitudes statistiques

Le choix des distributions *a priori* sur les paramètres de nuisance peut se baser sur les expériences auxiliaires décrites dans la section 2.2.1.3. En effet, si nous connaissons la fonction de vraisemblance de l'expérience auxiliaire, il est possible de l'utiliser pour déterminer une distribution *a posteriori* du paramètre de nuisance. Cette distribution *a posteriori* issue de l'expérience auxiliaire est par la suite utilisée comme distribution *a priori* dans l'expérience principale.

Une telle démarche est particulièrement pertinente dans le cas des incertitudes statistiques pour lesquelles la fonction de vraisemblance  $P(N_{\text{aux}}; \nu)$  donnée dans l'équation 2.15 peut être utilisée. La distribution *a posteriori* du paramètre de nuisance issue de l'expérience auxiliaire est

$$g(\nu) = \frac{P(N_{\text{aux}} = N_{\text{aux}}^{\text{nom}}; \nu) \pi(\nu)}{\int P(N_{\text{aux}} = N_{\text{aux}}^{\text{nom}}; \nu) \pi(\nu) d\nu} \quad (2.19)$$

où  $\pi(\nu)$  est la distribution *a priori* du paramètre de nuisance. Notons que la fonction de vraisemblance dans l'équation précédente est, comme il se doit, évaluée à la valeur effectivement observée de l'observable dans l'expérience auxiliaire ( $N_{\text{aux}}^{\text{nom}}$ ).

Dans les programmes que nous avons développé (voir chapitre 3), des distributions *a priori* de la forme

$$\pi(\nu) \propto \nu^\alpha$$

sont considérées. Nous pouvons montrer que, dans ce cas, la distribution *a posteriori* de  $\nu$  (équation 2.19) est une distribution gamma

$$f_G(\nu; a, b) = \frac{a (a\nu)^{b-1} e^{-a\nu}}{\Gamma(b)} \quad (2.20)$$

de paramètre d'intensité  $a = (y^{\text{nom}}/\sigma)^2$  et de forme  $b = (y^{\text{nom}}/\sigma)^2 + \alpha + 1$ . À partir de cette distribution pour  $\nu$  nous pouvons calculer la distribution *a posteriori* du nombre d'événements. En notant ce dernier de manière générique  $y$  (il correspond aux  $s_c$  et  $b_{ci}$  dans l'équation 2.4), nous avons  $y = \nu y^{\text{nom}}$ . Sa distribution *a posteriori*  $f(y)$  est, comme  $g(\nu)$ , une distribution gamma mais dont les paramètres sont différents :

$$f(y) = f_G\left(y; a = y^{\text{nom}}/\sigma^2, b = (y^{\text{nom}}/\sigma)^2 + \alpha + 1\right) \quad (2.21)$$

Nous reviendrons sur ces expressions dans la section 3.1 où l'on verra comment elles sont utilisées concrètement dans les programmes que nous avons développé.

### 2.2.3 Approche hybride

Dans l'approche hybride, les limites d'exclusion sont calculées en réalisant des tests d'hypothèses comme dans l'approche fréquentiste mais en traitant les paramètres de nuisance de manière bayésienne (c'est-à-dire en les marginalisant).

Les distributions du test statistique sous l'hypothèse signal plus bruit de fond et bruit de fond seul sont déterminées non pas à partir de la fonction de vraisemblance (comme dans l'approche fréquentiste) mais à partir de la fonction de vraisemblance marginalisée

$$\mathcal{L}_m(\mu) = \int \mathcal{L}(\mu, \nu) d\nu = \int \prod_c \left[ \frac{\left( \mu s_c(\nu) + \sum_i b_{ci}(\nu) \right)^{N_c}}{N_c!} e^{-\left( \mu s_c(\nu) + \sum_i b_{ci}(\nu) \right)} \right] g(\nu) d\nu \quad (2.22)$$

À partir de ces distributions, la limite d'exclusion peut être calculée comme dans l'approche fréquentiste soit par la méthode  $CL_{s+b}$  soit par la méthode  $CL_s$ . Dans le cas de la méthode  $CL_s$ , elle est donnée par

$$CL_s(\mu_{\text{up}}) = \frac{CL_{s+b}}{CL_b} = \frac{P_m(q_{\mu_{\text{up}}} \geq q_{\mu_{\text{up}}}^{\text{obs}} | \mu' = \mu_{\text{up}})}{P_m(q_{\mu_{\text{up}}} \geq q_{\mu_{\text{up}}}^{\text{obs}} | \mu' = 0)} = \alpha \quad (2.23)$$

où  $q_\mu$  est le test statistique et  $P_m$  désigne la probabilité calculée à partir de la distribution marginale du test, à ne pas confondre avec les probabilités des équations 2.8, 2.9 et 2.10 qui sont calculées à partir de la fonction de vraisemblance conjointe (équations 2.4 et 2.5 où les  $g_j(\nu_j)$  sont les fonctions de vraisemblance des expériences auxiliaires). Comme dans l'approche fréquentiste,  $1 - \alpha$  sera appelé le niveau de confiance (même si cela est un peu abusif étant donné le traitement bayésien des incertitudes).

L'approche hybride avec

$$q_\mu = -2 \ln \frac{\mathcal{L}(\mu)}{\mathcal{L}(\mu = 0)} \quad (2.24)$$

a beaucoup été utilisée au Tevatron dans les analyses des données des expériences DØ et CDF, et au run 1 du LHC (notamment pour la recherche de nouvelle physique que nous avons effectuée et décrite dans le chapitre 4). C'est cette approche qui a été implémentée dans le programme OPTHYLIC (voir section 3.1).

## 2.3 Discussion

Les approches qui viennent d'être décrites se distinguent les unes des autres sur un plan formel par le sens qu'elles donnent aux paramètres d'intérêt et de nuisance et, d'une manière plus générale, à une limite d'exclusion. Sur ces distinctions nous ne dirons presque rien et nous n'essayerons pas de les départager. La discussion qui suit touche à des aspects plus pratiques liés à la façon dont ces méthodes sont utilisées aujourd'hui en physique des particules et dans l'expérience ATLAS plus particulièrement.

L'approche la plus utilisée est l'approche fréquentiste basée sur la vraisemblance profilée. Les incertitudes sont traitées, comme nous l'avons vu, par des expériences auxiliaires. Un des avantages de cette approche est que la distribution du test est connue analytiquement dans la limite asymptotique. Ceci permet de calculer  $CL_{s+b}$  et  $CL_b$  (et donc  $CL_s$  et la limite d'exclusion) rapidement. Il en va de même pour la signification d'une observation. En guise d'exemple, les limites d'exclusion asymptotiques présentées dans la section 4.3.3.3 sont calculées en moins de dix secondes. Les situations pour lesquelles l'approximation asymptotique n'est pas valable sont en revanche problématiques. Il faut en effet avoir recours à des méthodes numériques pour générer des pseudo-expériences grâce auxquelles les distributions du test statistique peuvent être déterminées. Le calcul du test pour chaque pseudo-expérience est extrêmement coûteux en temps car il faut, à chaque fois, minimiser la fonction de vraisemblance par rapport à tous les paramètres (paramètre d'intérêt inclus) et aux seuls paramètres de nuisance pour une valeur fixe du paramètre d'intérêt. Le nombre de paramètres de nuisance typiquement considérés dans une analyse (plusieurs dizaines voire plusieurs centaines) fait que cette opération est en pratique très difficile à réaliser dans un temps raisonnable. Par exemple, il faut entre un et deux jours pour calculer les limites d'exclusion non-asymptotiques présentées dans la section 4.3.3.3 (soit environ 10 000 fois plus de temps que pour le calcul asymptotique). Même si cela peut à la limite être envisageable pour le calcul des limites finales dans une analyse, ça ne l'est plus du tout dans

une phase d'optimisation des coupures de sélection par exemple. Par ailleurs, l'ajustement des paramètres de nuisance nécessite une attention particulière car il faut s'assurer qu'il est stable et qu'il ne conduit pas à contraindre artificiellement les incertitudes.

Deux autres limitations de l'approche fréquentiste, davantage conceptuelles, résident dans l'usage qui est fait des expériences auxiliaires. Premièrement, toutes les sources d'incertitudes qui sont contraintes le sont par une expérience auxiliaire. Or, elles ne sont pas toutes de nature à être contraintes par une telle expérience. Par exemple, des sources d'incertitudes très régulièrement considérées dans les analyses sont liées à la modélisation des événements dans les générateurs Monte Carlo. De nombreuses analyses utilisent par exemple les différences entre PYTHIA et HERWIG pour estimer l'erreur liée à la modélisation de l'hadronisation. De même, les différences de sections efficaces en faisant varier les échelles de renormalisation et factorisation sont souvent utilisées comme mesure de l'incertitude théorique sur les sections efficaces. Or ces différences ne représentent pas une variabilité intrinsèque de la nature comme par exemple les incertitudes statistiques discutées dans la section 2.2.1.4, pour lesquelles le traitement par le biais d'expériences auxiliaires est justifié. Deuxièmement, les fonctions de vraisemblance des expériences auxiliaires sont, à part pour les incertitudes statistiques, considérées la plupart du temps comme étant des gaussiennes. Cela est certainement valable pour les expériences auxiliaires pour lesquelles l'approximation asymptotique est bonne mais n'a pas forcément à l'être en général.

L'approche bayésienne présente au premier abord un caractère plus arbitraire du fait de la prise en compte de distributions *a priori* pour le paramètre d'intérêt et les paramètres de nuisance. Lorsque les échantillons de données sont petits, le choix de ces distributions peut avoir un impact non négligeable sur la limite d'exclusion, ce qui est parfois considéré comme indésirable. Il nous semble toutefois que le traitement bayésien avec son interprétation en terme de degré de crédibilité et sa procédure de moyennisation est plus adapté que le traitement fréquentiste lorsqu'il s'agit d'incertitudes telles que celles décrites dans le paragraphe précédent.

Le calcul de la densité *a posteriori* dans l'approche bayésienne, bien qu'en général plus rapide que le calcul des distributions du test statistique dans l'approche fréquentiste pour des problèmes complexes (sauf dans la limite asymptotique), peut être relativement lent lorsque le nombre de paramètres de nuisance est élevé. Même avec des techniques rapides comme la méthode Monte Carlo par chaîne de Markov (voir section 3.2.2), le calcul de l'intégrale multiple dans l'équation 2.17 nécessite le calcul préalable de la distribution *a posteriori* conjointe du paramètre d'intérêt et des paramètres de nuisance. Pour cela, il faut parcourir un espace ayant autant de dimensions que de paramètres de nuisance et d'intérêt, c'est-à-dire typiquement plusieurs dizaines voire centaines, et le nombre d'itérations dans cet espace doit être suffisamment grand pour avoir une estimation fiable de la distribution conjointe. En guise d'illustration, les limites d'exclusion présentées dans la section 4.3.3.2 sont calculées en deux à trois minutes environ. D'une manière générale, le temps de calcul pour une limite bayésienne est en pratique, comme dans le cas fréquentiste, difficilement compatible avec la rapidité nécessaire pour faire l'optimisation d'une sélection.

Comme nous venons de le voir, les calculs fréquentistes non-asymptotiques et bayésiens présentent un inconvénient pratique important qui est la lenteur. L'approche hybride est de ce point de vue une approche intéressante car elle permet des calculs beaucoup plus rapides. En effet, l'utilisation d'un test statistique tel que celui donné dans l'équation 2.24 dans un calcul hybride ne nécessite ni la minimisation de la fonction de vraisemblance ni la détermination de la distribution *a posteriori* conjointe. Cette approche ne souffre donc pas des lenteurs inhérentes à ces procédures. Par exemple, il faut moins de dix secondes pour calculer les limites d'exclusion présentées dans les sections 4.3.2 et 4.3.3.1.

Un autre point qu'il est utile de souligner est que, quelque soit l'approche utilisée, un calcul de limite d'exclusion est toujours dans une certaine mesure arbitraire. En effet, toutes les approches sont dépendantes des choix qui sont faits pour les termes de contrainte et pour les interpolations et extrapolation (voir section 2.1). Étudier la dépendance des résultats vis-à-vis de ces choix est important. Pour que ceci soit possible, il est préférable de pouvoir calculer les limites d'exclusion rapidement. L'approche hybride est pour cette raison également intéressante.

## 2.4 Équivalence entre l'approche bayésienne et l'approche hybride

Il est connu de longue date que, dans le cas où un seul canal d'analyse est considéré et en l'absence d'incertitudes, l'approche fréquentiste (ou hybride<sup>3</sup>) avec la méthode  $CL_s$  et l'approche bayésienne avec une distribution *a priori* uniforme sur le paramètre d'intérêt sont équivalentes.

Un résultat qui a été montré dans le cadre de ce travail est que l'équivalence entre les approches hybride avec la méthode  $CL_s$  et bayésienne avec une distribution *a priori* uniforme sur  $\mu$  reste valable même en présence d'incertitudes, à la condition que celles-ci n'affectent que les bruits de fond. Ce résultat a été décrit dans [17]. Sa démonstration est reprise ci-dessous.

Dans le cas où un seul canal d'analyse est considéré, le test statistique peut être choisi comme étant le nombre d'événements (les tests basés sur un rapport de vraisemblance tels que ceux donnés dans les équations 2.7 et 2.24 sont des fonctions monotones de ce nombre). Notons le  $N$ . Pour les besoins de la démonstration, nous expliciterons la dépendance de la fonction de vraisemblance en  $N$ . Les fonctions de vraisemblance non-marginale (équation 2.4) et marginale (équation 2.22) s'écriront donc

$$\mathcal{L}(\mu, \nu; N) \quad \text{et} \quad \mathcal{L}_m(\mu; N)$$

La définition de la limite d'exclusion hybride avec la méthode  $CL_s$  (équation 2.23) s'écrit :

$$\alpha = \frac{CL_{s+b}(\mu_{\text{up}})}{CL_b} = \frac{\sum_{N=0}^{N^{\text{obs}}} \mathcal{L}_m(\mu_{\text{up}}; N)}{\sum_{N=0}^{N^{\text{obs}}} \mathcal{L}_m(\mu = 0; N)}$$

où  $N^{\text{obs}}$  est la valeur observée de  $N$ . En introduisant la fonction de vraisemblance marginale (équation 2.22) dans cette expression, nous obtenons

$$\alpha = \frac{\int \sum_{N=0}^{N^{\text{obs}}} \frac{(\mu_{\text{up}}^s + \sum b_i)^N}{N!} e^{-(\mu_{\text{up}}^s + \sum b_i)} g(\nu) d\nu}{\int \sum_{N=0}^{N^{\text{obs}}} \frac{(\sum b_i)^N}{N!} e^{-\sum b_i} g(\nu) d\nu}$$

Les sommes dans les intégrales au numérateur et au dénominateur sont  $CL_{s+b}$  et  $CL_b$  pour des valeurs fixes des paramètres de nuisance  $\nu$ . Nous pouvons donc écrire

$$\alpha = \frac{\int CL_{s+b}(\mu_{\text{up}}, \nu) g(\nu) d\nu}{\int CL_b(\nu) g(\nu) d\nu} \quad (2.25)$$

3. En l'absence d'incertitudes les approches fréquentiste et hybride sont équivalentes.

Le niveau de confiance  $\alpha$  est donc égal au rapport des espérances de  $CL_{s+b}$  et  $CL_b$  relativement aux paramètres de nuisance, où  $CL_{s+b}$  est évalué en  $\mu_{\text{up}}$ . La définition bayésienne de la limite d'exclusion avec une distribution *a priori* uniforme pour  $\mu$  est

$$1 - \alpha = \frac{\int_0^{\mu_{\text{up}}} \mathcal{L}_m(\mu; N^{\text{obs}}) d\mu}{\int_0^{\infty} \mathcal{L}_m(\mu; N^{\text{obs}}) d\mu}$$

Donc

$$1 - \alpha = \frac{\int \left[ \int_0^{\mu_{\text{up}}} (\mu s + \sum b_i)^{N^{\text{obs}}} e^{-(\mu s + \sum b_i)} d\mu \right] g(\nu) d\nu}{\int \left[ \int_0^{\infty} (\mu s + \sum b_i)^{N^{\text{obs}}} e^{-(\mu s + \sum b_i)} d\mu \right] g(\nu) d\nu}$$

Les termes entre crochet au numérateur et dénominateur peuvent s'exprimer avec la fonction gamma incomplète  $\Gamma(n+1; \nu) = \int_{\nu}^{\infty} x^n e^{-x} dx$  :

$$1 - \alpha = \frac{\int \frac{1}{s} [\Gamma(N^{\text{obs}} + 1; b) - \Gamma(N^{\text{obs}} + 1; \mu_{\text{up}}s + b)] g(\nu) d\nu}{\int \frac{1}{s} \Gamma(N^{\text{obs}} + 1; b) g(\nu) d\nu} \quad (2.26)$$

Or, la fonction de répartition de la distribution de Poisson et la fonction gamma incomplète sont reliées par la relation suivante :

$$\sum_{N=0}^{N^{\text{obs}}} \frac{\lambda^N}{N!} e^{-\lambda} = \frac{\Gamma(N^{\text{obs}} + 1; \lambda)}{\Gamma(N^{\text{obs}} + 1)}$$

où  $\lambda$  est un paramètre quelconque. L'équation 2.26 peut par conséquent s'écrire

$$\alpha = \frac{\int \frac{1}{s} CL_{s+b}(\mu_{\text{up}}, \nu) g(\nu) d\nu}{\int \frac{1}{s} CL_b(\nu) g(\nu) d\nu} \quad (2.27)$$

Les équations 2.25 et 2.27 sont équivalentes si  $s$  ne dépend pas des paramètres de nuisance. Ceci prouve que l'approche hybride avec la méthode  $CL_s$  et l'approche bayésienne avec une distribution *a priori* uniforme sur le paramètre d'intérêt sont équivalentes si le nombre d'événements de signal attendu est parfaitement connu. Ce résultat est valable quelque soient le nombre de source de bruit de fond et le nombre, la nature et la valeur des incertitudes associées à ces bruit de fond. Il est également valable quelque soit la nature des corrélations entre ses incertitudes (la démonstration qui vient d'être faite n'impose pas que la distribution *a priori* des paramètres de nuisance puisse se factoriser comme dans l'équation 2.5). Il a été utilisé pour valider le traitement des incertitudes systématique dans les programmes OPTHYLIC et TIFOSI (voir chapitre 3).

Lorsque le signal est incertain, les approches hybrides et bayésiennes diffèrent. Cependant, cette différence est faible lorsque les incertitudes sur le signal sont faibles par rapport aux incertitudes sur le bruit de fond. Dans ce cas, l'approche hybride peut donc être vue comme une méthode permettant d'obtenir un résultat bayésien approximatif (l'avantage de la méthode hybride par rapport à la méthode bayésienne étant qu'elle permet, comme nous l'avons vu, des calculs plus rapides). Ceci rend la méthode hybride particulièrement intéressante en physique des particules car nous trouvons fréquemment dans le cas considéré ici : les incertitudes sur le signal, typiquement des incertitudes sur les efficacités de sélection et l'acceptance, sont souvent plus faibles voire beaucoup plus faible que celles sur le bruit de fond, typiquement dominées par de grandes incertitudes de normalisation.

## 2.5 Conclusion

Les approches fréquentiste, bayésienne et hybride pour le calcul de limites d'exclusion sur les sections efficaces de production dans une expérience poissonnienne ont été présentées. Un résultat original sur l'équivalence entre les approches hybrides et bayésiennes a également été démontré. Ce résultat sera utilisé dans la section 3.3, après avoir présenté les outils que nous avons développé pour implémenter les approches hybrides et bayésienne.

## Chapitre 3

# Implémentation des approches hybride et bayésienne

Les approches hybride et bayésienne pour le calcul de limite d'exclusion présentées dans le chapitre précédent ont été implémentées dans deux outils : OPTHYLiC (pour l'approche hybride) et TiFOsi (pour l'approche bayésienne). Le modèle statistique, les paramètres de nuisance et les choix faits pour les distributions *a priori* associées aux incertitudes statistiques et systématiques sont présentés dans ce chapitre. Quelques résultats obtenus avec ces deux outils sur une analyse de recherche de nouvelle physique seront présentés dans le chapitre 4.

### 3.1 Approche hybride : OPTHYLiC

OPThyLiC (OPTimized Tools for HYbrid LiMit Calculation) est un outil permettant de calculer des limites d'exclusion par l'approche hybride avec la méthode  $CL_s$  décrite dans la section 2.2.3. Il a été développé en collaboration avec D. Calvet et T. Thevenaux-Pelzer et est décrit en détails dans [18]. Cet outil peut être utilisé pour des expériences de comptage ainsi que pour des expériences exploitant la forme des distributions de variables discriminantes.

OPThyLiC permet de tenir compte des incertitudes sur les nombres d'événements de signal et de bruit de fond attendus ainsi que de leurs corrélations entre les différents canaux et bruits de fond. Pour chaque échantillon dans chaque canal, l'utilisateur peut définir

- une incertitude statistique (ayant pour origine la taille finie des échantillons utilisés pour prédire les nombres d'événements attendus, voir section 2.2.1.4) et
- un nombre arbitraire d'incertitudes systématiques.

Les incertitudes statistiques sont complètement décorréées. Les incertitudes systématiques peuvent être soit complètement décorréées soit complètement corrélées entre les canaux et les bruits de fond.

Les nombres d'événements de signal et de bruit de fond dans le canal  $c$  et le bin  $l$ <sup>1</sup> sont donnés par

$$s_{cl} = s'_{cl} \times k_{cl}^{\text{sySt}}(\{\eta_j\}) \quad (3.1)$$

et

$$b_{cl} = \sum_{i \in \text{backgrounds}} b_{cil} = \sum_{i \in \text{backgrounds}} b'_{cil} \times k_{cil}^{\text{sySt}}(\{\eta_j\}) \quad (3.2)$$

---

1. Cet indice n'est pertinent que lorsque les distributions de variables discriminantes sont considérées. Dans le cas d'une expérience de comptage, il peut être ignoré.

où les paramètres de nuisance sont  $s'_{cl}$ ,  $b'_{cil}$  (pour les incertitudes statistiques) et les  $\eta_j$  (pour les incertitudes systématiques). Les fonctions  $k_{cl}^{\text{synt}}(\{\eta_j\})$  et  $k_{cil}^{\text{synt}}(\{\eta_j\})$  décrivent les variations des nombres d'événements avec les incertitudes systématiques. Elles implémentent l'interpolation et l'extrapolation discutée dans la section 2.1. Les fonctions disponibles dans OPTHYLiC sont présentées dans la section 3.1.2.

Notons que le traitement des incertitudes statistiques dans OPTHYLiC est légèrement différent de celui présenté dans la section 2.2.1.4. En effet, dans la section 2.2.1.4 le paramètre de nuisance associé aux incertitudes statistiques est un facteur multiplicatif dans le nombre d'événements. Dans OPTHYLiC, le paramètre de nuisance est le nombre d'événements lui-même. Cette différence est sans conséquence lorsque le nombre d'événements attendu nominal est non nul. En revanche, lorsque celui-ci est nul, l'utilisation du nombre d'événements comme paramètre de nuisance permet d'inclure la source de ces événements dans le calcul de limite alors que dans l'autre cas cette source est négligée.

La fonction de vraisemblance complète implémentée dans OPTHYLiC est

$$\mathcal{L}(\mu, \{s'_{cl}, b'_{cil}, \eta_j\}) = \prod_{c,l} \left[ \frac{(\mu s_{cl} + b_{cl})^{N_{cl}}}{N_{cl}!} e^{-(\mu s_{cl} + b_{cl})} \right] f(s'_{cl}; s_{cl}^{\text{nom}}, \sigma_{cl}) \prod_i f(b'_{cil}; b_{cil}^{\text{nom}}, \sigma_{cil}) \prod_j g(\eta_j) \quad (3.3)$$

où  $s_{cl}$  et  $b_{cl}$  sont donnés dans les équations 3.1 et 3.2. Les fonctions  $f$  sont les distributions *a priori* des paramètres de nuisance associés aux incertitudes statistiques ( $s'_{cl}$  et  $b'_{cil}$ ). Elles dépendent des nombres d'événements attendus nominaux ( $s_{cl}^{\text{nom}}$  et  $b_{cil}^{\text{nom}}$ ) et des incertitudes statistiques sur ces deux nombres ( $\sigma_{cl}$  et  $\sigma_{cil}$ ). Les fonctions disponibles dans OPTHYLiC sont présentées dans la section 3.1.1. Les fonctions  $g$  sont les distributions *a priori* des paramètres de nuisance associées aux incertitudes systématiques (les  $\eta_j$ ).

Le test statistique utilisé dans OPTHYLiC est le rapport des vraisemblances sous l'hypothèse signal plus bruit de fond et bruit de fond seul :

$$q_\mu = -2 \ln \frac{\mathcal{L}(\mu)}{\mathcal{L}(\mu = 0)} \quad (3.4)$$

Dans cette expression, ce sont les vraisemblances nominales qui sont utilisées et non les vraisemblances marginales. Elles sont calculées en prenant les valeurs nominales des paramètres de nuisance :  $s_{cl} = s_{cl}^{\text{nom}}$  et  $b_{cil} = b_{cil}^{\text{nom}}$ . Le test statistique peut par conséquent s'écrire

$$q_\mu = \sum_{cl} q_\mu^{cl} \quad (3.5)$$

où  $q_\mu^{cl}$  est le test statistique pour le canal  $c$  et le bin  $l$  donné par

$$q_\mu^{cl} = 2 \left[ \mu s_{cl}^{\text{nom}} - N_{cl} \ln \left( \frac{\mu s_{cl}^{\text{nom}} + b_{cl}^{\text{nom}}}{b_{cl}^{\text{nom}}} \right) \right] \quad (3.6)$$

Les distributions du test statistique sous l'hypothèse signal plus bruit de fond et bruit de fond seul sont calculées à partir de la vraisemblance marginale

$$\mathcal{L}_m(\mu) = \int \mathcal{L}(\mu, \{s'_{cl}, b'_{cil}, \eta_j\}) d\eta_j ds'_{cl} db'_{cil}. \quad (3.7)$$

L'intégrale dans cette expression est de la forme  $I = \int_a^b h(x)f(x)dx$ , où  $h(x)$  est une fonction de  $x$  (la distribution de Poisson dans notre cas) et  $f(x)$  la densité de probabilité de  $x$  (les

distributions *a priori* dans notre cas). Cette intégrale peut être estimée, grâce à la loi des grands nombres, par la moyenne empirique

$$\hat{I} = \frac{b-a}{n} \sum_{i=1}^n h(x_i)$$

où les  $x_i$  sont  $n$  valeurs de  $x$  tirées aléatoirement suivant  $f(x)$ . Cette technique est utilisée dans OPTHYLiC pour générer les distributions des nombres d'événements dans les différents canaux et bins, à partir desquels les distributions de  $q_\mu$  peuvent être déterminées. Deux distributions typiques calculées par OPTHYLiC sont montrées sur la figure 3.1.

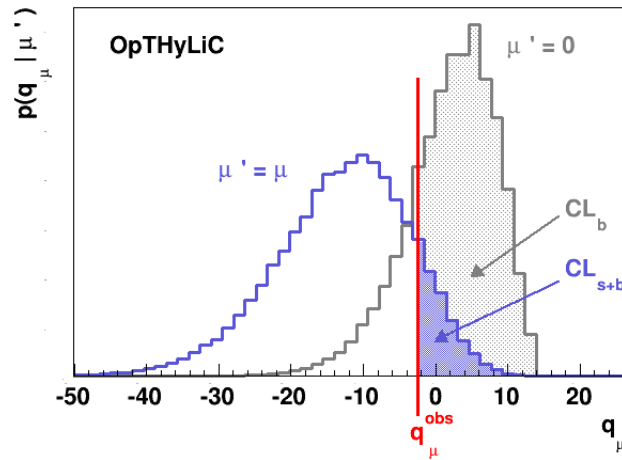


FIGURE 3.1 – Exemple de distributions du test statistique sous l’hypothèse signal plus bruit de fond ( $\mu' = \mu$ ) et bruit de fond seul ( $\mu' = 0$ ). Les probabilités  $CL_{s+b}$  et  $CL_b$  sont représentées par les aires colorées.

### 3.1.1 Traitement des incertitudes statistiques

Les distributions *a priori* des paramètres de nuisance associées aux incertitudes statistiques sont de la forme (voir équation 3.3)

$$f(y; y^{\text{nom}}, \sigma) \quad (3.8)$$

où  $y$  est le nombre d'événements attendu,  $y^{\text{nom}}$  le nombre d'événements attendu nominal et  $\sigma$  l'incertitude statistique (typiquement donnés par les équations 2.13). Les distributions disponibles sont gaussienne, log-normale et gamma (qui existe en trois déclinaisons). Pour les distributions gaussienne et log-normale, les paramètres sont choisis de telle sorte que l'espérance et l'écart-type soit égaux à  $y^{\text{nom}}$  et  $\sigma$  respectivement. La distribution gamma est justifiée par le fait qu'il s'agit, pour un choix de distribution *a priori* assez large, de la distribution *a posteriori* pour une expérience auxiliaire poissonnienne<sup>2</sup>. Dans la section 2.2.2.2 nous avons vu que, pour une distribution *a priori* de la forme  $\pi(y) \propto y^\alpha$ , la distribution *a posteriori* de  $y$  est

$$f(y; y^{\text{nom}}, \sigma) = f_G\left(y; a = y^{\text{nom}}/\sigma^2, b = (y^{\text{nom}}/\sigma)^2 + \alpha + 1\right) \quad (3.9)$$

2. Nous ne considérons dans ce qui suit que des distributions *a priori* de la forme  $y^\alpha$  mais c'est aussi le cas pour une distribution *a priori* appartenant à la famille des distributions gamma.

où  $f_G(y; a, b)$  est la distribution gamma (équation 2.20). Dans OPTHYLiC, les distributions gamma pour trois différentes valeurs de  $\alpha$  ont été choisies :

- $\pi(y) \propto 1$  ( $\alpha = 0$ ) : ce choix correspond à la distribution *a priori* uniforme
- $\pi(y) \propto 1/\sqrt{y}$  ( $\alpha = -1/2$ ) : ce choix correspond à la distribution *a priori* de Jeffreys
- $\pi(y) \propto 1/y$  ( $\alpha = -1$ ) : ce choix est motivé par le fait qu'il conduit à une distribution *a posteriori* de  $y$  ayant pour espérance  $y^{\text{nom}}$  et pour écart-type  $\sigma$ , comme dans le cas des distributions gaussienne et log-normale<sup>3</sup>.

Notons que, pour les deux premiers choix de distribution *a priori*, ni l'espérance ni l'écart-type ne sont égaux à  $y^{\text{nom}}$  et  $\sigma$ . Les cinq distributions disponibles dans OPTHYLiC sont comparées sur la figure 3.2 pour trois valeurs de  $y^{\text{nom}}$  et  $\sigma$ .

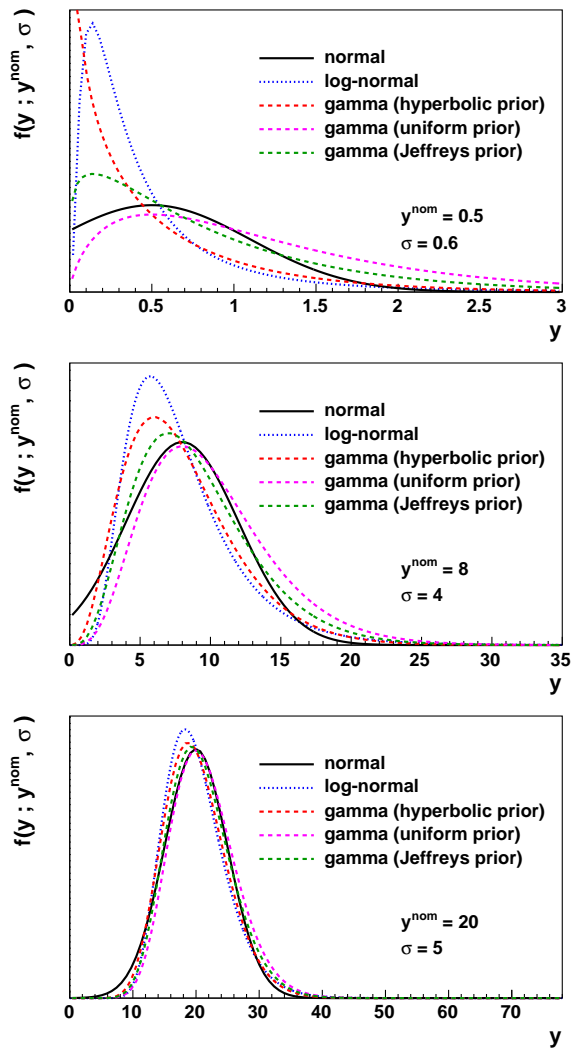


FIGURE 3.2 – Comparaison des densités de probabilités gaussienne, log-normale and gamma utilisées comme distribution *a priori* dans OPTHYLiC pour les incertitudes statistiques pour trois valeurs de  $y^{\text{nom}}$  and  $\sigma$ .

3. L'espérance et la variance de la distribution gamma de paramètre d'intensité  $a$  et de forme  $b$  sont  $b/a$  et  $b/a^2$  respectivement.

### 3.1.2 Traitement des incertitudes systématiques

Les paramètres de nuisance associés aux incertitudes systématiques (les  $\eta_j$  dans les équations 3.1, 3.2 et 3.3) sont choisis de telle sorte que la valeur nominale soit égale à 0 et que les valeurs correspondant à des variations de  $\pm 1\sigma$  des sources d'incertitudes soient égales à  $\pm 1$ . Un tel choix permet d'avoir un traitement unifié de toutes les incertitudes systématiques considérées. Notons  $y_j^{\text{var}}$  et  $h_j^{\text{syst}}(\eta_j)$  le nombre d'événements variés et le rapport entre ce nombre et le nombre nominal pour l'incertitude  $j$  respectivement :

$$y_j^{\text{var}} = y_j^{\text{nom}} \times h_j^{\text{syst}}(\eta_j) \quad (3.10)$$

Pour chacune incertitude systématique, OPTHYLiC utilise uniquement les valeurs des nombres d'événements variés lorsque les sources d'incertitudes sont variées de  $\pm 1\sigma$ . Ainsi, seules les valeurs de  $h_j^{\text{syst}}(\eta_j)$  pour  $\eta_j = 0, -1$  et  $+1$  sont connues (celle pour  $\eta_j = 0$  valant 1 par construction). Pour déterminer  $h_j^{\text{syst}}(\eta_j)$  pour d'autres valeurs de  $\eta_j$ , il est nécessaire d'interpoler entre  $-1$  et  $+1$  et d'extrapoler au-delà. Les contraintes imposées à ces fonctions d'interpolation et d'extrapolation sont premièrement qu'elles doivent passer, au moins approximativement, par les valeurs mesurées expérimentalement et deuxièmement qu'elles doivent être monotones. Grâce à cette dernière condition les intervalles  $\eta_j \in [-1; +1]$  et  $y_j^{\text{var}}(\eta_j) \in [y_j^{\text{var}}(\eta_j = -1); y_j^{\text{var}}(\eta_j = +1)]$  correspondent à un même niveau de confiance ou de crédibilité (68,3% dans notre cas).

Quatre choix de fonctions d'interpolation et d'extrapolation sont disponibles dans OPTHYLiC : interpolation et extrapolation linéaire par partie, interpolation et extrapolation exponentielle par partie, interpolation polynomiale et extrapolation exponentielle, interpolation et extrapolation similaire à celle disponible dans le programme MCLIMIT. Ces différents choix sont représentés sur la figure 3.3 pour différentes valeurs de  $h_j^{\text{syst}}(\eta_j = -1)$  et  $h_j^{\text{syst}}(\eta_j = +1)$ .

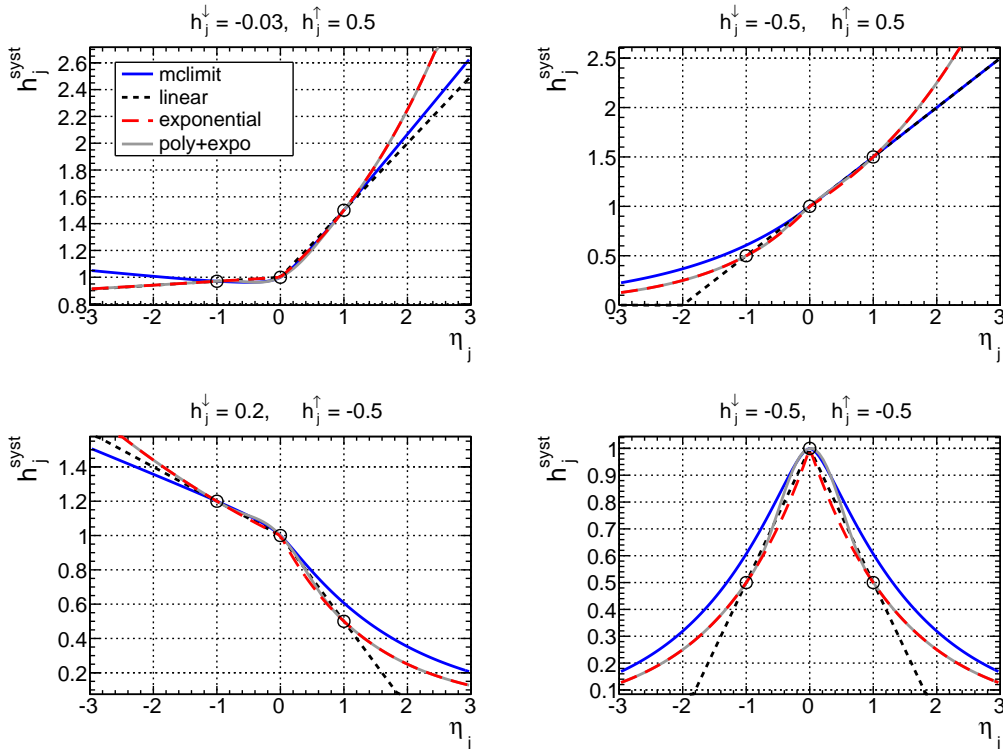


FIGURE 3.3 – Illustration des interpolations et extrapolations disponibles dans OPTHYLiC pour différentes valeurs de  $h_j^{\text{syst}}(\eta_j = -1)$  et  $h_j^{\text{syst}}(\eta_j = +1)$ . Les grandeurs  $h_j^{\downarrow}$  et  $h_j^{\uparrow}$  dont les valeurs sont données sur chaque graphique correspondent aux variations relatives sur les nombres d'événements lorsque la source d'incertitude est variée de  $-1\sigma$  et  $+1\sigma$  respectivement.

Comme le montre cette figure, la fonction d'interpolation et d'extrapolation utilisée par le programme MCLIMIT ne vérifie l'équation 3.10 qu'approximativement lorsque  $h_j^{\text{synt}}(\eta_j = -1)$  ou  $h_j^{\text{synt}}(\eta_j = +1)$  est inférieur à 1. Ceci peut être perçu comme indésirable. Ce choix est malgré tout disponible dans OPTHYLIC pour permettre des comparaisons avec MCLIMIT. De telles comparaisons ont par exemple été effectuées pour valider OPTHYLIC (voir section 3.3).

Comme il a été dit précédemment, le choix de l'interpolation et de l'extrapolation est dans une grande mesure arbitraire. Il est très probable qu'aucun des choix présentés ci-dessus ne corresponde à la réalité. D'où l'importance d'étudier la stabilité des résultats avec ces choix. Une solution (ou du moins une amélioration) serait de mesurer les nombres d'événements variés pour plus de variations dans les sources d'incertitudes (c'est-à-dire d'ajouter par exemple les variations pour  $\pm 2\sigma, \pm 3\sigma, \dots$ ). Ceci serait extrêmement lourd à mettre en place en pratique et n'est, pour cette raison, pas fait en physique des particules pour l'instant<sup>4</sup>.

### 3.1.3 Limites attendues sous l'hypothèse de bruit de fond

En plus des limites d'exclusion observées, OPTHYLIC permet de calculer les limites d'exclusion attendues sous l'hypothèse de bruit de fond médiane et à  $-2\sigma, -1\sigma, +1\sigma$  et  $+2\sigma$ . Ceci peut être fait par deux méthodes. Dans la première, la distribution de la limite observée sous l'hypothèse de bruit de fond est déterminée. Les cinq limites attendues sont obtenues en déterminant les quantiles de cette distribution. Dans la deuxième, les limites attendues sont calculées comme la limite observée mais en remplaçant le  $CL_s$  observé par les quantiles de la distribution de  $CL_s$  sous l'hypothèse de bruit de fond.

Les deux méthodes sont équivalentes. Pour le prouver, explicitons la dépendance en  $q_\mu^{\text{obs}}$  de  $CL_s$ . La limite supérieure observée  $\mu_{\text{up}}$  est donc donnée par

$$CL_s(\mu_{\text{up}}, q_\mu^{\text{obs}}) = \alpha \quad (3.11)$$

La première méthode consiste à calculer les quantiles de la distribution de  $\mu_{\text{up}}$  sous l'hypothèse de bruit de fond. À partir de l'expression précédente, nous pouvons écrire

$$\mu_{\text{up}} = CL_s^{-1}(\alpha, q_\mu^{\text{obs}})$$

où  $CL_s^{-1}$  est la fonction inverse de  $CL_s$ . Les quantiles de  $\mu_{\text{up}}$  sont donc (en notant  $\text{quant}_p[X]$  le quantile  $p$  de la variable aléatoire  $X$ )

$$\text{quant}_p[\mu_{\text{up}}] = \text{quant}_p[CL_s^{-1}(\alpha, q_\mu^{\text{obs}})] \quad (3.12)$$

La deuxième méthode consiste à résoudre l'équation 3.11 en utilisant les quantiles de la distribution de  $CL_s$ . Soit  $\mu_{\text{up}}^p$  la solution de cette équation pour le quantile  $p$ . Nous avons

$$\text{quant}_p[CL_s(\mu_{\text{up}}^p, q_\mu^{\text{obs}})] = \alpha$$

Or, dans tous les cas que nous avons examiné en pratique,  $CL_s$  est une fonction monotone de  $q_\mu^{\text{obs}}$ , donc

$$CL_s(\mu_{\text{up}}^p, \text{quant}_p[q_\mu^{\text{obs}}]) = \alpha$$

soit

$$\mu_{\text{up}}^p = CL_s^{-1}(\alpha, \text{quant}_p[q_\mu^{\text{obs}}]) = \text{quant}_p[CL_s^{-1}(\alpha, q_\mu^{\text{obs}})] \quad (3.13)$$

---

4. Il s'agit ici non pas d'une limitation liée à la prise en compte de ces variations supplémentaires au sein d'un programme de calcul de limite mais d'une limitation liée au temps nécessaire pour calculer les nombres d'événements variés.

Des équations 3.12 et 3.13 nous déduisons que  $\mu_{\text{up}}^p = \text{quant}_p[\mu_{\text{up}}]$ , ce qui prouve l'équivalence des deux méthodes. Elles sont en revanche très différentes en terme de temps de calcul. Pour la première, de nouvelles pseudo-expériences doivent être faites pour déterminer la distribution de  $\mu_{\text{up}}$  en plus des pseudo-expériences déjà réalisées pour déterminer les distributions du test statistique pour chaque valeur de  $\mu$ . Pour la deuxième, ces dernières pseudo-expériences peuvent être réutilisées pour déterminer la distribution puis les quantiles de  $CL_s$ . La deuxième méthode est de ce fait beaucoup plus rapide que la première, notamment lorsque le nombre de canaux est élevé. Seuls les résultats obtenus avec la deuxième méthode seront présentés dans la suite de ce document.

## 3.2 Approche bayésienne : TIFOSI

En parallèle d'OPThyLiC, un outil implémentant l'approche bayésienne a été développé. Cet outil, nommé TIFOSI (ToolKit FOFor Statistical Interpretation), a été utilisé pour calculer les limites d'exclusion dans les analyses décrites dans le chapitre 4 suivant une méthode purement bayésienne, afin de les comparer à celles obtenues par MCLIMIT et OPThyLiC.

### 3.2.1 Description

TIFOSI est un outil basé sur ROOFIT et ROOSTATS. Le modèle statistique (c'est-à-dire la fonction de vraisemblance, les distributions *a priori* et les interpolations/extrapolations) a été implémenté avec ROOFIT et l'inférence bayésienne est réalisée avec ROOSTATS.

Afin de pouvoir permettre des comparaisons directe avec OPThyLiC, le modèle statistique implémenté dans TIFOSI est le même que celui implémenté dans OPThyLiC. La fonction de vraisemblance est donnée dans l'équation 3.3. Les distributions *a priori* pour les incertitudes statistiques et systématiques sont les mêmes que celles décrites dans les sections 3.1.1 et 3.1.2. Les interpolations et extrapolations sont réalisées avec le même code que celui utilisé dans l'outil HISTFACTORY [16]. Il est possible de réaliser, comme dans OPThyLiC, des interpolations et extrapolations linéaires, exponentielles et polynomiales+exponentielles. L'interpolation et extrapolation du programme MCLIMIT n'est en revanche pas disponible.

La détermination de la distribution *a posteriori* conjointe (équation 2.16) est réalisée avec ROOSTATS par méthode Monte Carlo avec chaîne de Markov. L'algorithme utilisé est décrit dans la section suivante.

TIFOSI est un outil dédié au calcul de limites d'exclusion pour les expériences de comptage. Le nombre de canaux est arbitraire, ainsi que le nombre de sources de bruit de fond et d'incertitudes systématiques. Le format de fichier d'entrée dans TIFOSI est le même que celui dans OPThyLiC, ce qui permet des comparaisons directes.

### 3.2.2 Algorithme de Metropolis-Hastings

L'inférence bayésienne passe par la détermination de la distribution *a posteriori* conjointe des paramètres d'intérêt et de nuisance. Nous avons utilisé pour cela une méthode Monte Carlo par chaîne de Markov utilisant l'algorithme de Metropolis-Hastings [12, 19]. Cet algorithme, particulièrement bien adapté pour les problèmes à grand nombre de dimensions comme le notre, permet d'échantillonner n'importe quelle densité de probabilité. La densité de probabilité calculée à partir de l'échantillon converge vers la densité souhaitée lorsque le nombre d'éléments dans la chaîne tend vers l'infini.

Afin de simplifier la description qui suit, nous noterons la distribution *a posteriori* conjointe  $\mathcal{L}(\theta)$  ( $\theta$  désigne l'ensemble formé du paramètre d'intérêt et des paramètres de nuisance). Les éléments de la chaîne de Markov, notés  $\theta_i$ , sont trouvés de la manière suivante. À chaque itération  $i$ , un nouveau point dans l'espace des paramètres  $\theta^*$  est proposé suivant une "loi de proposition"  $q(\theta^*|\theta_i)$ . L'acceptation de ce nouveau point est basée sur la grandeur

$$\rho = \min \left( 1, \frac{\mathcal{L}(\theta^*) q(\theta_i|\theta^*)}{\mathcal{L}(\theta_i) q(\theta^*|\theta_i)} \right)$$

$\rho$  est comparé à un nombre  $u$  tiré aléatoirement suivant une loi uniforme entre 0 et 1. Si  $u < \rho$ ,  $\theta^*$  est accepté. Sinon il est rejeté et un nouveau point est proposé à partir de  $\theta_i$ .

La loi de proposition utilisée ici est une loi multinormale avec une matrice de covariance fixe. Cette loi étant symétrique, nous avons  $q(\theta_i|\theta^*) = q(\theta^*|\theta_i)$ . Ainsi  $\rho$  se simplifie en

$$\rho = \min \left( 1, \frac{\mathcal{L}(\theta^*)}{\mathcal{L}(\theta_i)} \right)$$

Afin d'illustrer cet algorithme, nous avons considéré le cas simple d'un seul canal avec un nombre d'événements de signal attendu nominal parfaitement connu ( $s = 1$ ) et un unique bruit de fond entaché d'une incertitude statistique ( $b = 10 \pm 3$ ) contraint par une distribution *a priori* gaussienne. Le nombre d'événements observés est 10. La figure 3.4 montre la distribution *a posteriori* conjointe de  $b$  et  $\mu$  (à gauche) et la distribution *a posteriori* de  $\mu$  après marginalisation sur le paramètre de nuisance (à droite). Ces deux distributions ont été obtenues avec un total de  $10^7$  itérations dans la chaîne de Markov.

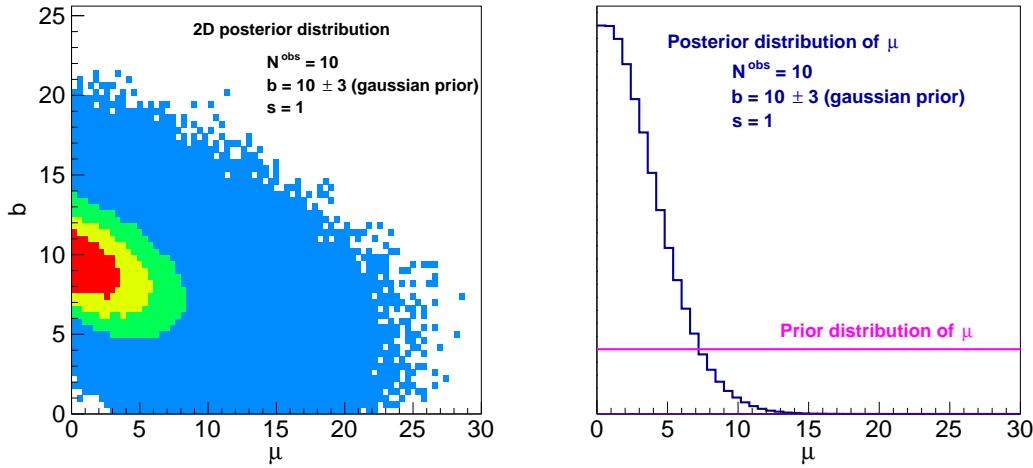


FIGURE 3.4 – Exemples de distribution *a posteriori* à 2 dimensions (à gauche) et de distribution *a posteriori* sur le paramètre d'intérêt  $\mu$  (à droite).

La figure 3.5 montre la valeur moyenne et l'écart-type de la distribution *a posteriori* de  $\mu$  après chaque itération pour laquelle le point proposé  $\theta^*$  est accepté (le taux d'acceptation est ici d'environ 18%). Le nombre total d'itérations est de  $10^5$ . La chaîne converge après environ 1000 itérations acceptées, soit environ 5000 itérations totales. Les distributions présentées sur la figure 3.4 et calculées avec un total de  $10^7$  itérations sont donc des estimations fiables des distributions *a posteriori*.

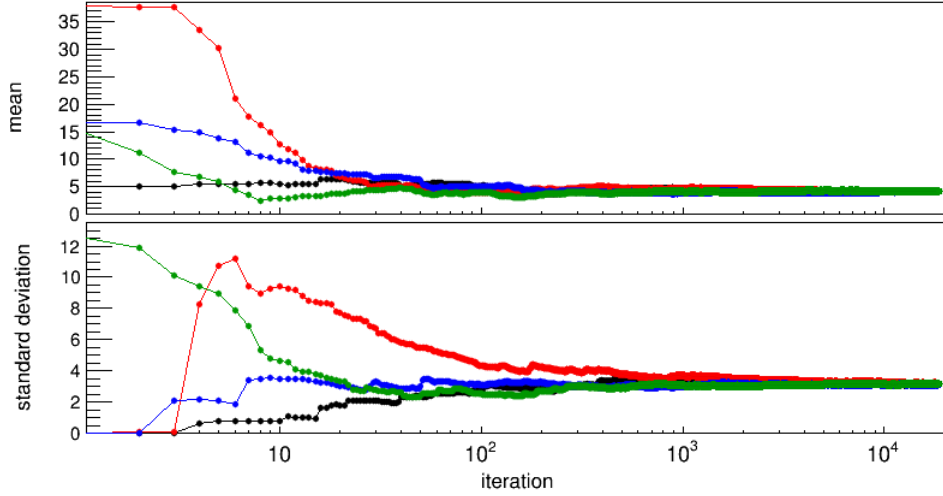


FIGURE 3.5 – Valeur moyenne et écart-type de la distribution *a posteriori* du paramètre d'intérêt  $\mu$  en fonction du nombre d'itérations pour l'exemple décrit dans le texte et pour différents points de départ de la chaîne de Markov.

### 3.3 Validation

La détermination des limites d'exclusion avec OPTHYLiC et TiFOSi implique de nombreux calculs de différents types : génération de nombres aléatoires, calcul de *p-values*, itération sur les valeurs de  $\mu$  pour résoudre l'équation 2.23, combinaison des canaux, interpolation et extrapolation pour les incertitudes systématiques, évaluation et marginalisation de la fonction de vraisemblance, calcul de quantiles, etc. De nombreuses études ont été réalisées pour valider ces calculs. OPTHYLiC et TiFOSi ont été comparés soit à des solutions théoriques lorsque cela est possible, soit entre eux lorsque les calculs hybrides et bayésiens sont équivalents. OPTHYLiC a également été comparé au programme MCLIMIT qui est équivalent à OPTHYLiC lorsque les bons choix sont faits pour l'interpolation et l'extrapolation et pour les distributions *a priori*. Ces études sont décrites dans cette section.

#### 3.3.1 Validation des calculs en l'absence d'incertitudes

OPThyLiC et TiFOsi ont d'abord été validés dans la situation la plus simple où le nombre d'événements de signal et le bruit de fond attendu est parfaitement connu. Lorsqu'il y a un seul canal, les approches hybride et bayésienne sont équivalentes et il existe une solution analytique pour  $\mu_{\text{up}}$  [18] :

$$\mu_{\text{up}} = \frac{0.5 \times F_{\chi^2}^{-1} \left( 1 - \alpha \left[ 1 - F_{\chi^2} \left( 2b^{\text{nom}}; 2(N^{\text{obs}} + 1) \right) \right]; 2(N^{\text{obs}} + 1) \right) - b^{\text{nom}}}{s^{\text{nom}}} \quad (3.14)$$

où  $F_{\chi^2}(x; d)$  est la fonction de répartition de la loi de chi-carré avec  $d$  degrés de liberté en  $x$ . La figure 3.6 montre une comparaison entre cette solution analytique et OPTHYLiC pour  $b^{\text{nom}} = 0.82 \times L$ ,  $s^{\text{nom}} = 2.49 \times L$  et  $N^{\text{obs}} = 1 \times L$ , avec  $L = 1, \dots, 7$ . L'accord entre les deux est excellent. D'autres tests ont été réalisés avec des valeurs différentes de  $b^{\text{nom}}$ ,  $s^{\text{nom}}$  et  $N^{\text{obs}}$ .

Tous montrent un accord de la même qualité. Des comparaisons similaires ont été faites entre l'équation 3.14 et TiFOsi. À chaque fois, un très bon accord a été obtenu.

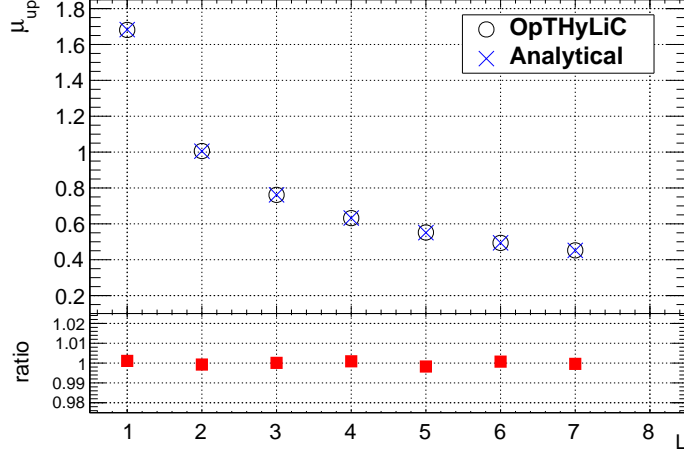


FIGURE 3.6 – Limite d'exclusion en fonction de  $L$  calculée avec OPThyLiC et à partir du résultat analytique (équation 3.14) pour  $b^{\text{nom}} = 0.82 \times L$ ,  $s^{\text{nom}} = 2.49 \times L$  et  $N^{\text{obs}} = 1 \times L$ .

Dans le cas où plusieurs canaux d'analyse sont combinés, deux validations ont été faites. Premièrement, les limites d'exclusion obtenues avec plusieurs canaux sont comparées aux limites d'exclusion obtenues avec un seul canal dans des situations où les deux doivent donner des résultats identiques. De telles situations se produisent lorsque les nombres d'événements dans les différents canaux sont reliés les uns aux autres par un facteur multiplicatif. Par exemple, les mêmes limites doivent être trouvées dans les deux cas suivants :

- $n$  canaux avec  $b^{\text{nom}}/n$  événements de bruit de fond,  $s^{\text{nom}}/n$  événements de signal et  $N^{\text{obs}}/n$  événements observés
- un canal avec  $b^{\text{nom}}$  événements de bruit de fond,  $s^{\text{nom}}$  événements de signal et  $N^{\text{obs}}$  événements observés

Les calculs dans ces deux cas ont été comparés pour plusieurs valeurs de  $s^{\text{nom}}$ ,  $b^{\text{nom}}$ ,  $N^{\text{obs}}$  et  $n$ . OPThyLiC et TiFOsi trouvent, comme il se doit, les mêmes limites d'exclusion. Deuxièmement, nous avons considéré le cas général où les nombres d'événements dans les différents canaux ne peuvent pas être reliés entre eux par un facteur multiplicatif. D'après les équations 3.5 et 3.6 nous voyons que le test statistique utilisé dans OPThyLiC peut s'écrire

$$N_{\text{eff}} = \sum_c N_c \beta_c \quad \text{avec} \quad \beta_c = \ln \frac{\mu s_c^{\text{nom}} + \sum_i b_{ci}^{\text{nom}}}{\sum_i b_{ci}^{\text{nom}}}$$

Dans la limite asymptotique,  $N_c$  est distribué suivant une loi normale.  $CL_s$  peut par conséquent s'écrire

$$CL_s = \Phi \left( \frac{N_{\text{eff}}^{\text{obs}}(\mu) - \sum_c \beta_c (\mu s_c^{\text{nom}} + b_c^{\text{nom}})}{\sqrt{\sum_c \beta_c^2 (\mu s_c^{\text{nom}} + b_c^{\text{nom}})}} \right) / \Phi \left( \frac{N_{\text{eff}}^{\text{obs}}(\mu) - \sum_c \beta_c b_c^{\text{nom}}}{\sqrt{\sum_c \beta_c^2 b_c^{\text{nom}}}} \right) \quad (3.15)$$

où  $\Phi$  est la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite. L'équation 2.11 avec l'équation 3.15 peut être résolue facilement par dichotomie. Ce résultat a été utilisé pour valider la

combinaison des canaux dans OPThyLiC dans la limite asymptotique. La figure 3.7 montre une comparaison entre ce résultat asymptotique et OPThyLiC dans le cas de trois canaux donnés par

- canal 1 :  $s^{\text{nom}} = 5.18 \times L$ ,  $b^{\text{nom}} = 2.22 \times L$  et  $N^{\text{obs}} = 3 \times L$
- canal 2 :  $s^{\text{nom}} = 3.05 \times L$ ,  $b^{\text{nom}} = 1.61 \times L$  et  $N^{\text{obs}} = 4 \times L$
- canal 3 :  $s^{\text{nom}} = 4.45 \times L$ ,  $b^{\text{nom}} = 2.95 \times L$  et  $N^{\text{obs}} = 2 \times L$

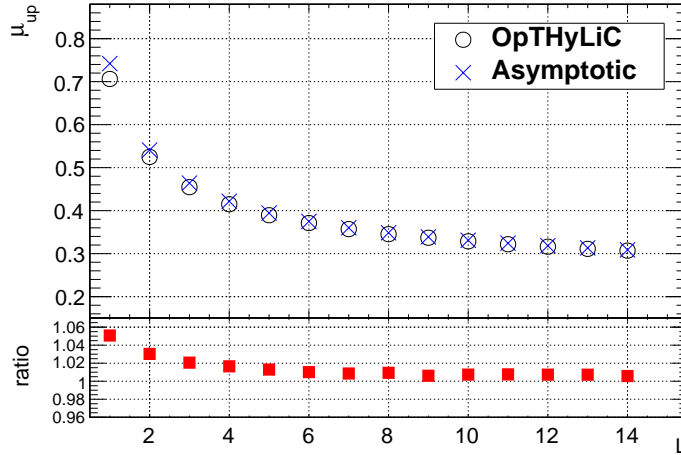


FIGURE 3.7 – Limite d'exclusion en fonction de  $L$  calculée avec OPThyLiC et à partir du résultat asymptotique (équation 3.15) pour la combinaison des trois canaux définis dans le texte.

La figure 3.7 montre que, lorsque le nombre d'événements augmente, OPThyLiC converge comme il se doit vers le résultat asymptotique.

### 3.3.2 Validation des calculs en présence d'incertitudes

Plusieurs études ont également été réalisées pour valider le traitement des incertitudes statistiques et systématiques dans OPThyLiC et TiFOsi. Comme nous l'avons vu dans la section 3.1, OPThyLiC traite les incertitudes de manière bayésienne, par marginalisation. Une vérification simple de la procédure de marginalisation a été réalisée en comparant la distribution marginale du nombre d'événements calculée par OPThyLiC à une solution analytique dans le cas où il y a une seule source de bruit de fond. Lorsque celle-ci est entachée d'une incertitude statistique pour laquelle une distribution *a priori* gamma est utilisée, la distribution marginale est binomiale négative :

$$\begin{aligned}
 P(N = n | b^{\text{nom}}, \sigma) &= \int_0^{\infty} P(N = n | b) \times f(b; b^{\text{nom}}, \sigma) db \\
 &= \frac{\Gamma\left(N + \left(\frac{b^{\text{nom}}}{\sigma}\right)^2\right)}{N! \Gamma\left(\left(\frac{b^{\text{nom}}}{\sigma}\right)^2\right)} \left(\frac{b^{\text{nom}}}{b^{\text{nom}} + \sigma^2}\right)^{\left(\frac{b^{\text{nom}}}{\sigma}\right)^2} \left(\frac{\sigma^2}{b^{\text{nom}} + \sigma^2}\right)^N \quad (3.16)
 \end{aligned}$$

où  $N$  est le nombre d'événements observés,  $b$  le nombre d'événements de bruit de fond attendu,  $b^{\text{nom}}$  sa valeur nominale,  $\sigma$  son incertitude statistique,  $P(N = n | b)$  la distribution de Poisson de paramètre  $b$ ,  $f(b; b^{\text{nom}}, \sigma)$  la distribution gamma pour  $b$  d'espérance  $b^{\text{nom}}$  et d'écart-type  $\sigma$

(donné par l'équation 3.9) et  $P(N = n|b^{\text{nom}}, \sigma)$  la distribution marginale (binomiale négative) du nombre d'événements. La figure 3.8 montre que l'accord entre l'équation 3.16 et la distribution marginale calculée par OPTHYLiC est excellent lorsqu'une distribution *a priori*  $\pi(b) \propto 1/b$  est utilisée ( $\alpha = 1$  dans l'équation 3.9). Un excellent accord a également été trouvé pour les deux autres distributions *a priori* disponibles dans OPTHYLiC ( $\pi(b) \propto 1$  et  $\pi(b) \propto 1/\sqrt{b}$ ).

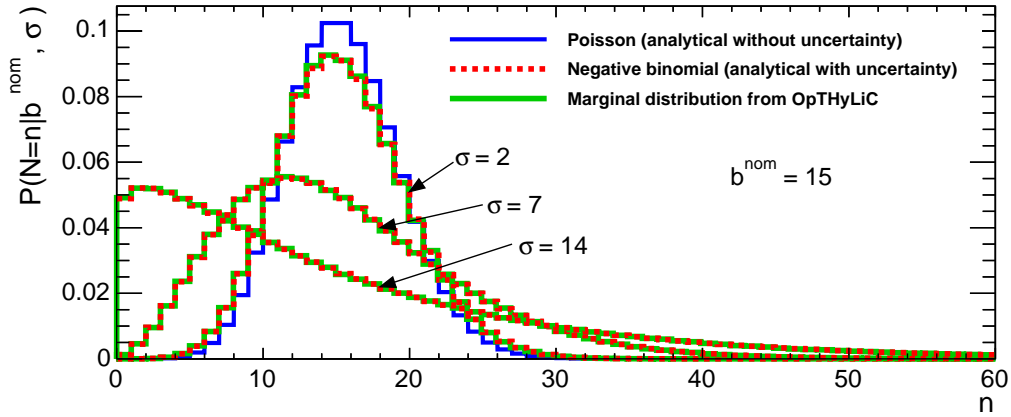


FIGURE 3.8 – Distribution marginale du nombre d'événements sous l'hypothèse de bruit de fond dans le cas où le bruit de fond a une incertitude statistique contrainte par une distribution gamma d'espérance  $b^{\text{nom}} = 15$  et d'écart-type  $\sigma$  égal à 2, 7 et 14.

Pour la validation plus complète du traitement des incertitudes dans OPTHYLiC et TiFOsi, le résultat établi dans la section 2.4 a été utilisé. Plusieurs comparaisons entre les limites d'exclusion obtenues par ces deux outils ont été faites en changeant le nombre de sources de bruit de fond, le nombre d'incertitudes systématiques sur ces bruits de fonds et la valeur des nombres d'événements et des incertitudes. Un exemple avec les données de la table 3.1 est montré sur la figure 3.9.

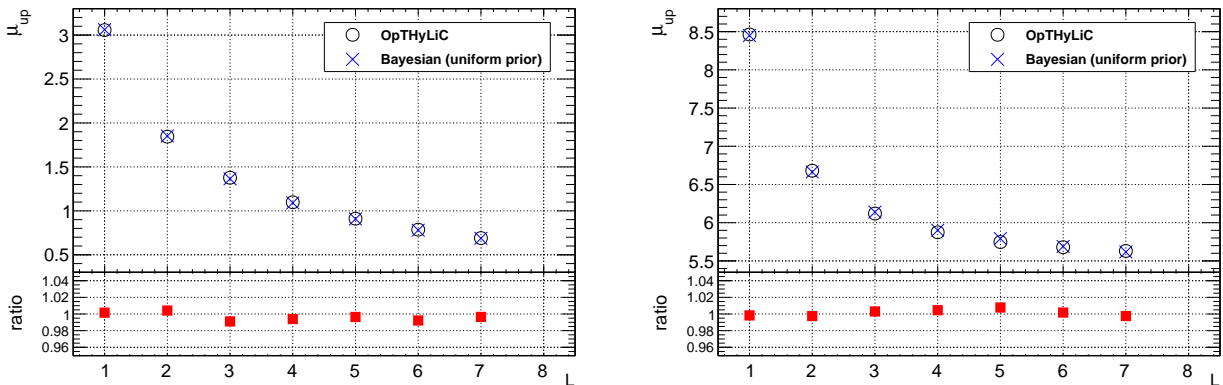


FIGURE 3.9 – Limite d'exclusion en fonction de  $L$  sans (à gauche) et avec (à droite) les incertitudes statistiques et systématiques. Une interpolation et extrapolation exponentielle a été utilisée pour les incertitudes systématiques et une contrainte normale a été utilisée pour les incertitudes statistiques.

Échantillon	nb événements nominal	incertitude statistique	incertitudes systématiques relatives				
			syst. 1	syst. 2	syst. 3	syst. 4	syst. 5
Bruit fond 1	$25 \times L$	7	+0,1 -0,3	+0,3 -0,2			
Bruit fond 2	$25 \times L$	12	+0,2 -0,05		-0,06 -0,15		
Bruit fond 3	$33.3 \times L$	3.5		-0,1 +0,3	+0,15 -0,15	-0,6 +0,6	
Bruit fond 4	$16.7 \times L$	5					-0,3 +0,25
Données	$90 \times L$	-	-	-	-	-	-
Signal	$5.0 \times L$	0	0 0	0 0	0 0	0 0	0 0

TABLE 3.1 – Exemple de configuration utilisée pour valider le traitement des incertitudes statistiques et systématiques. Les incertitudes statistiques (systématiques) sont données en absolu (relatif). Pour chaque incertitude systématique, un couple de valeur est donné. La valeur du haut (bas) correspond à la variation relative sur le nombre d'événements lorsque la source de l'incertitude est variée de  $+1\sigma$  ( $-1\sigma$ ). Les incertitudes systématiques dans une même colonne sont considérées comme corrélées à 100%. Celles dans des colonnes différentes sont totalement décorrélées. Les limites d'exclusion obtenues pour cette configuration sont montrées sur la figure 3.9.

L'exemple de la table 3.1 a été choisi car les incertitudes sont grandes et leur effet sur les limites d'exclusion est très prononcé (comme nous pouvons le voir en comparant les graphiques à gauche et à droite sur la figure 3.9). Ainsi, un mauvais traitement des incertitudes devrait être visible. Un excellent accord a été trouvé entre `OPThyLiC` et `TiFOsi`. Il en est de même dans les autres cas testés. De manière rigoureuse, ces comparaisons ne valident que le traitement des incertitudes statistiques et systématiques pour les bruits de fond. Cependant, les incertitudes sur le signal sont traitées par le même code que les incertitudes sur les bruits de fond et sont par conséquent indirectement validées par ce résultat.

Afin de s'assurer du traitement correcte des incertitudes (notamment celles sur le signal) et du calcul des limites attendues (à  $-2\sigma$ ,  $-1\sigma$ ,  $+1\sigma$ ,  $+2\sigma$  et médiane) dans `OPThyLiC`, d'autres comparaisons ont été faites mais cette fois-ci entre `OPThyLiC` et `MCLIMIT`. `MCLIMIT` est, comme `OPThyLiC`, un outil implémentant l'approche hybride fréquentiste-bayésienne. Il utilise l'interpolation et l'extrapolation décrite dans la section 3.1.2 et des distributions *a priori* gaussiennes pour les incertitudes statistiques. Lorsque `OPThyLiC` est configuré de manière adéquat, il doit fournir les mêmes limites observées et attendues que `MCLIMIT`. Pour cette comparaison, les données de l'analyse de recherche du *sgluon* avec le lot de données partiel mentionné dans la section 4.3 ont été utilisées. La figure 3.10 montre une comparaison des limites d'exclusion en fonction de la masse obtenue en combinant les trois canaux leptoniques ( $ee$ ,  $e\mu$  et  $\mu\mu$ ). Six valeurs de masse ont été considérées et sept sources de bruit de fond sont présentes dans chaque canal. Le signal et les bruits de fond sont affectés par des incertitudes statistiques et systématiques. Pour chaque masse, le nombre total de paramètres de nuisance est 51 (24 sont associés à des incertitudes systématiques et 27 à des incertitudes statistiques). Dans les deux cas, 50 000 pseudo-expériences sont utilisées. Les limites obtenues par `OPThyLiC` sont en bon accord avec celles trouvées par `MCLIMIT`, validant ainsi les calculs.

Cette comparaison illustre sur un exemple réaliste une des différences principales entre `OP-`

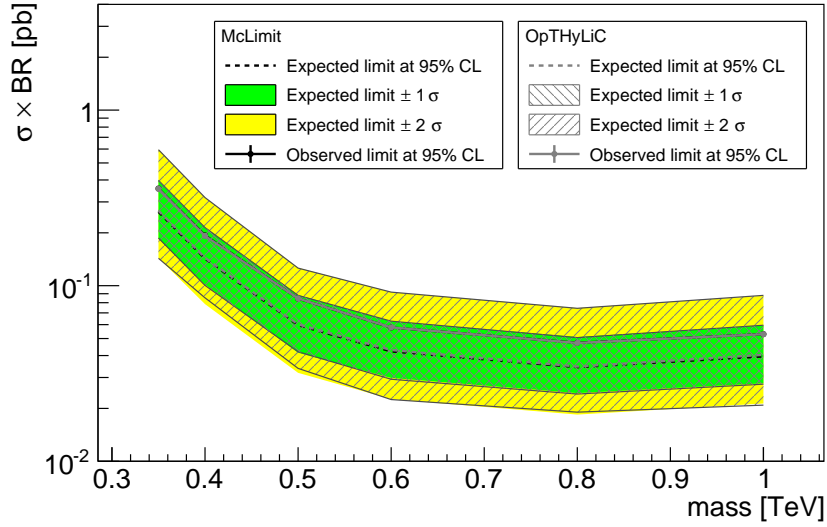


FIGURE 3.10 – Comparaison des limites observées et attendues calculées avec MCLIMIT et OPTHYLIC dans un cas réaliste (voir texte).

THYLiC et MCLIMIT : le temps de calcul. Sur le même ordinateur, il a fallu 25 minutes (8 secondes) pour calculer la limite observée à 1 TeV avec MCLIMIT (OPTHYLiC). Le graphique complet est produit en moins de six minutes avec OPTHYLiC alors qu'il faut plusieurs heures pour le produire avec MCLIMIT.

### 3.3.3 Conclusion

Les outils OPTHYLiC et TiFOSi, implémentés pour le calcul de limite d'exclusion sur les sections efficaces de production, ont été présentés. Ces outils utilisent le même modèle statistique et sont capables de prendre en compte un nombre arbitrairement grand de canaux et d'incertitudes statistiques et systématiques. Les corrélations entre ces dernières sont également prises en compte. Les calculs réalisés par ces outils ont été validés dans de nombreuses configurations, révélant un comportement toujours conforme aux attentes. Quelques résultats obtenus avec ces outils pour la recherche d'événements avec quatre quarks top sont présentés dans le chapitre suivant.

## Chapitre 4

# Recherche de nouvelle physique dans les événements à quatre quarks top

La recherche d'événements avec quatre quarks top dans l'état final ainsi que les contraintes posées sur quelques modèles prédisant ce type d'événements sont présentées dans ce chapitre. Tout ce qui s'y trouve est, comme pour les travaux présentés précédemment, le fruit d'un travail collectif. Le nombre de personnes impliquées est trop grand pour pouvoir toutes les citer ici. Les principales personnes avec qui j'ai travaillé sont David Calvet, Daniela Paredes, Loïc Valéry et Dorian Simon.

Les motivations pour réaliser une telle recherche sont présentées dans la section 4.1. Les modèles contraints sont présentés dans la section 4.2. Enfin, l'analyse et les limites d'exclusion obtenues sont présentées dans la section 4.3. Mon activité ayant porté principalement sur des études préliminaires de sensibilité, le choix des modèles et l'interprétation statistique des données, l'analyse en elle-même ne sera que très brièvement décrite. Pour plus de détails, le lecteur est invité à consulter les manuscrits de thèse des étudiants ayant travaillé sur ce sujet [20–22], les notes de conférences [23, 24] et l'article [25].

### 4.1 Introduction

Bien que jamais mis en défaut expérimentalement, le modèle standard de la physique des particules est considéré comme étant un modèle effectif cessant d'être valable pour des énergies proches du TeV. Un des objectifs principaux des expériences actuelles, maintenant qu'un excellent candidat au boson BEH a été découvert, est la recherche de signes de nouvelle physique à cette échelle d'énergie. Des arguments de nature théorique laissent penser que, s'il y a de la nouvelle physique, elle devrait se manifester dans le secteur du quark top [26]. L'étude de la production et de la désintégration de ce quark dans les collisions proton-proton du LHC est par conséquent une voie de recherche intéressante pour la recherche de nouvelle physique.

Le travail présenté dans ce chapitre s'inscrit dans cette voie. Il est né du constat qu'il y avait, dans le champ phénoménologique, une activité qui n'avait jusqu'alors pas reçu l'attention de la communauté expérimentale et qui pourtant semblait prometteuse. Cette activité portait sur l'étude de modèles dans lesquels le quark top est composite [27–30], de modèles de dimensions supplémentaires [31] ou encore des modèles dans lesquels des scalaires colorés sont produit par paire au LHC [32, 33]. Une des prédictions de ces modèles est la production accrue d'événements avec quatre quarks top ( $t\bar{t}t\bar{t}$ ) dans l'état final. Cette production est possible dans le modèle standard, cependant sa section efficace est très faible (environ 1 fb à 8 TeV [34]). L'observation

d'événements  $t\bar{t}\bar{t}$  serait donc une signature claire de la présence de nouvelle physique.

Une étude préliminaire de l'état final  $t\bar{t}\bar{t}$  se basant sur le modèle présenté dans [29] a alors été faite. Elle a permis de montrer que le LHC avec les expériences ATLAS et CMS était capable de contraindre fortement les modèles prédisant cet état final. Ceci nous a conduit à mettre en place une stratégie d'analyse pour rechercher les événements  $t\bar{t}\bar{t}$  avec les données recueillies par le détecteur ATLAS à 7 et 8 TeV. Les modèles recherchés sont décrits dans la section 4.2. Les analyses réalisées ainsi que les contraintes mises sur ces modèles sont décrites dans la section 4.3.

## 4.2 Modèles recherchés

Pour la première recherche d'événements  $t\bar{t}\bar{t}$  avec les données à 7 TeV, nous avons choisi un modèle effectif dans lequel les événements  $t\bar{t}\bar{t}$  proviennent d'une interaction de contact. Ce modèle non-résonant est, de tous ceux décrits dans les articles cités ci-dessus, celui qui permet l'établissement de contraintes le plus simplement et de la manière la plus modèle indépendante possible. Ce modèle est décrit dans la section 4.2.1.

Suite à l'analyse des données à 7 TeV, nous avons poursuivi avec l'analyse des données à 8 TeV et étendu l'interprétation à d'autres modes de production d'événements  $t\bar{t}\bar{t}$ . En effet, durant les années 2010, 2011 et 2012 l'activité phénoménologique sur des modèles conduisant à ce mode de production s'est poursuivie et de nouveaux modèles ont vu le jour [35–38]. Nous avons choisi le modèle nommé 2UED/RPP [35] (aussi décrit dans [39–41]) car la physique sous-jacente est très différente de celle conduisant à l'interaction de contact et les événements présentent une topologie relativement extrême, avec des objets très énergétiques. Ce modèle est décrit dans la section 4.2.2.

En plus des deux modèles précédemment cités, un autre modèle a été considéré dans l'analyse des données à 8 TeV. Il s'agit d'un modèle supersymétrique prédisant la production par paire d'une particule scalaire colorée nommée *sgluon*. Le *sgluon* se désintègre préférentiellement en une paire  $t\bar{t}$ , ce qui conduit à l'état final  $t\bar{t}\bar{t}$ .

Les trois modes de production d'événements  $t\bar{t}\bar{t}$  considérés permettent une interprétation des données variée et complémentaire. Ils correspondent à différents scénarios de nouvelle physique et conduisent à des topologies dans l'état final différentes. Dans la suite, seuls les deux premiers seront discutés car ce sont ceux sur lesquels mon travail a porté. Le troisième modèle ainsi que les contraintes qui ont pu être mises sont décrits dans [21, 25].

### 4.2.1 Interaction de contact

Le premier modèle sur lequel nous avons cherché à mettre des contraintes est un modèle effectif non-résonant décrit par le lagrangien suivant :

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{SM}} + \frac{C}{\Lambda^2} (\bar{t}_R \gamma_\mu t_R) (\bar{t}_R \gamma^\mu t_R) \quad (4.1)$$

où  $\mathcal{L}_{\text{SM}}$  est le lagrangien du modèle standard,  $t_R$  est le quark top de chiralité droite,  $\gamma_\mu$  les matrices de Dirac,  $C$  une constante sans dimension et  $\Lambda$  l'échelle en énergie caractéristique de la nouvelle physique. Les événements  $t\bar{t}\bar{t}$  proviennent donc, dans ce modèle, d'une interaction de contact entre quatre quarks top de chiralité droite. La figure 4.1 montre quelques diagrammes de Feynman pour ce processus. Seule l'interaction de contact avec des quarks de chiralité droite est considérée car celle avec des quarks de chiralité gauche est déjà contrainte par les mesures de précision électrofaible [27].

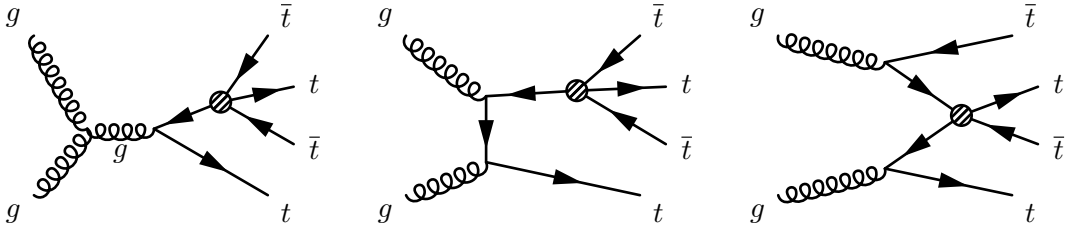


FIGURE 4.1 – Quelques diagrammes de Feynman de production de quatre quarks top par interaction de contact.

L'intérêt de ce mode de production est double. Premièrement, il n'existe à l'heure actuelle que des contraintes très faibles sur  $C/\Lambda^2$  [30]. Celles-ci proviennent des mesures de section efficace de production de paire  $t\bar{t}$  au Tevatron, processus dans lequel l'interaction à quatre quarks top apparaît dans une boucle. L'effet du terme  $C/\Lambda^2$  est donc, dans ce processus, relativement supprimé. Les événements  $t\bar{t}t\bar{t}$  apparaissent ainsi complémentaires aux événements  $t\bar{t}$  et sondent une physique qu'il n'était pas possible de sonder auparavant. Deuxièmement, le terme d'interaction de contact dans l'équation 4.1 est un opérateur effectif (non renormalisable) qui n'est pas spécifique à un modèle de nouvelle physique en particulier. Cette analyse n'a par conséquent pas pour but d'observer ou exclure un modèle particulier mais un ensemble de modèles dans lesquels la nouvelle physique se manifeste, à basse énergie, par une interaction de contact à quatre quarks top. C'est le cas par exemple des modèles de top composite et de dimensions supplémentaires présentés dans [28–31], qui, à haute masse (typiquement supérieure à 2 TeV), tendent vers l'interaction de contact.

Le calcul des sections efficaces de production et la génération des événements ont été fait avec MADGRAPH5. Le modèle de physique utilisé a été fourni par les auteurs de [42]. Dans ce modèle, l'interaction de contact n'est pas implémentée directement. Elle est obtenue en introduisant une nouvelle particule vectorielle sans couleur ( $\rho$ ) se couplant au quark top de chiralité droite. Ce modèle a deux paramètres en plus des paramètres du modèle standard : la constante de couplage entre le quark top et  $\rho$  ( $g_\rho$ ) et la masse de  $\rho$  ( $M_\rho$ ). Cette dernière est fixée à une valeur très élevée pour être dans le régime d'interaction de contact. Dans ce régime, la production d'événements  $t\bar{t}t\bar{t}$  ne dépend que du rapport des deux paramètres. Dans l'équation 4.1, ce rapport est écrit en terme des paramètres de la théorie effective ( $C$  et  $\Lambda$ ). Ils sont reliés à  $g_\rho$  et  $M_\rho$  par l'équation suivante :  $C/\Lambda^2 = -g_\rho^2/(2M_\rho^2)$ . Il y a donc un unique paramètre libre.

Pour la génération des événements, la valeur  $C/\Lambda^2 = -4\pi \text{ TeV}^{-2}$  a été utilisée. La section efficace de production calculée avec cette valeur est 42,2 fb à  $\sqrt{s} = 8 \text{ TeV}$ . Il est important de noter que cette valeur de section efficace n'est pas une prédiction du modèle mais un paramètre libre (puisque'elle est proportionnelle à  $C^2/\Lambda^4$ ) et que la cinématique des événements ne dépend pas des valeurs de  $C$  et  $\Lambda$  (pourvu que la masse  $M_\rho$  soit suffisamment grande pour être dans le régime d'interaction de contact). L'acceptance calculée avec les valeurs utilisées pour la génération peut par conséquent être utilisée pour les autres valeurs des paramètres. L'analyse décrite dans la section 4.3 permet ainsi de poser une limite supérieure sur la section efficace et donc d'exclure certaines régions du plan ( $C, \Lambda$ ).

Lorsque la masse du nouveau vecteur  $M_\rho$  n'est pas suffisamment grande pour être dans le régime d'interaction de contact, la production d'événements  $t\bar{t}t\bar{t}$  ne peut plus être décrite par l'équation 4.1. La cinématique des événements est de moins en moins dure lorsque  $M_\rho$  diminue. Des études ont été réalisées au niveau partonique afin de quantifier la perte en acceptance qui en découle. Nous avons montré que la perte entre le régime d'interaction de contact et le régime à basse masse n'est pas énorme. Lorsque  $M_\rho$  passe de 100 TeV à 500 GeV, l'acceptance partonique

diminue de 30%. La limite d'exclusion sur la section efficace à 500 GeV est donc environ 30% plus élevée que celles obtenues pour l'interaction de contact dans la section 4.3. Il faut toutefois noter que la section efficace de production augmente lorsque la masse diminue. La sensibilité de l'analyse diminue donc de moins de 30% et elle peut même augmenter si l'accroissement de la section efficace est plus rapide que la diminution de l'acceptance. Les analyses réalisées sont donc également sensibles aux scénarios pour lesquels  $M_\rho$  est plus petit que 2 TeV.

La section efficace de production d'événements  $t\bar{t}t\bar{t}$  par le modèle standard est faible (environ 1 fb à  $\sqrt{s} = 8$  TeV) et l'interférence entre cette production et la production par interaction de contact est petite [42]. L'échantillon de signal généré ne comprend par conséquent que la production par interaction de contact. Les densités de partons utilisées sont MSTW2008LO et les échelles de renormalisation et factorisation ont été fixées à  $4m_t$ , où  $m_t$  est la masse du quark top.

### 4.2.2 Modèle 2UED/RPP

Le modèle 2UED/RPP est un modèle à deux dimensions supplémentaires universelles compactifiées sur le "Plan Projectif Réel" (*Real Projective Plane*, ou RPP). Son principal intérêt est de prédire un candidat matière noire dont la stabilité est assurée par les symétries du modèle et n'a pas à être rajoutée de manière *ad hoc* [39].

Du fait de la compactification, l'impulsion est quantifiée suivant les deux dimensions supplémentaires. Il y a donc des tours de Kaluza-Klein pour chaque particule du modèle standard. Les étages sont étiquetés par deux entiers  $k$  et  $l$ . Les deux paramètres du modèle sont les deux rayons de compactification  $R_4$  et  $R_5$ . Plutôt que de les utiliser directement, nous utiliserons la masse caractéristique  $m_{KK}$  et le rapport des rayons  $\xi$  donnés par

$$m_{KK} = \frac{1}{R_4} \quad \text{et} \quad \xi = \frac{R_4}{R_5}.$$

Au premier ordre, les masses carrées des particules de l'étage  $(k, l)$  sont  $m^2 = \frac{k^2}{R_4^2} + \frac{l^2}{R_5^2}$ . Les différences de masse au sein d'un étage  $(k, l)$  proviennent des corrections d'ordre supérieur. Elles sont petites par rapport aux masses [39].

Le modèle 2UED/RPP est le seul modèle avec moins de trois dimensions supplémentaires universelles qui permet à la fois l'existence de fermions chiraux dans l'étage  $(0, 0)$  et l'absence de point ou ligne fixe. La première propriété est nécessaire pour permettre de retrouver les particules du modèle standard et la deuxième pour permettre à la symétrie assurant la stabilité du candidat matière d'être non brisée. Ainsi, le candidat matière noire, qui est la particule la plus légère de l'étage  $(1, 0)$  (et  $(0, 1)$  dans le cas où les rayons sont égaux) ne peut pas se désintégrer en particule du modèle standard. Les mesures de densité relique contraignent  $m_{KK}$  à se trouver approximativement entre 600 GeV et 1000 GeV [40].

Les événements à quatre quarks top dans ce modèle proviennent essentiellement de la production et de la désintégration de particules lourdes (quarks ou gluons) de l'étage  $(1, 1)$ . Pour des raisons de symétries, ces particules sont produites par paire. Chacune d'elle se désintègre suivant une chaîne de désintégration qui aboutit à la particule la plus légère de l'étage : le photon lourd  $A^{(1,1)}$ . Les désintégrations possibles sont :

- Désintégration directe d'un quark :  
 $q_{R/L}^{(1,1)} \rightarrow q A_\mu^{(1,1)} \rightarrow q t \bar{t}$
- Désintégration d'un doublet en un boson  $Z$  ou  $W$  :  
 $q_L^{(1,1)} \rightarrow q Z^{(1,1)} \rightarrow \{q \ell \bar{\ell}^{(1,1)} / q \ell^{(1,1)} \bar{\ell}\} \rightarrow q \ell \bar{\ell} A_\mu^{(1,1)} \rightarrow q \ell \bar{\ell} t \bar{t}$   
 $q_L^{(1,1)} \rightarrow q' W^{(1,1)} \rightarrow \{q' \ell^{(1,1)} \bar{\nu}_\ell / q' \ell \bar{\nu}_\ell^{(1,1)}\} \rightarrow q' \ell \bar{\nu}_\ell A_\mu^{(1,1)} \rightarrow q' \ell \bar{\nu}_\ell t \bar{t}$



### 4.2.3 Production par le modèle standard

En plus des modèles présentés ci-dessus, la production d'événements  $t\bar{t}t\bar{t}$  dans le modèle standard a également été considérée. Un exemple de diagramme de Feynman est représenté sur la figure 4.3. Ce processus n'a jamais été observé et la luminosité intégrée accumulée au run 1 ne permet pas d'envisager une observation. Il reste cependant intéressant d'inclure ce processus dans l'analyse pour évaluer la sensibilité atteignable. Un échantillon d'événements  $t\bar{t}t\bar{t}$  a par conséquent été généré. Comme pour les modèles précédents, c'est MADGRAPH5 qui a été utilisé.

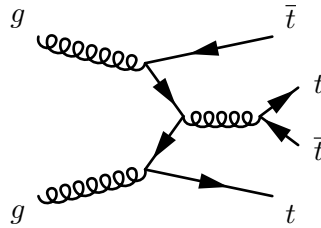


FIGURE 4.3 – Exemple de production d'événements  $t\bar{t}t\bar{t}$  par le modèle standard.

## 4.3 Recherche avec les données d'ATLAS

Trois analyses ont été réalisées avec les données d'ATLAS. La première, faite avec les données à  $\sqrt{s} = 7$  TeV et une luminosité intégrée de  $4,7 \text{ fb}^{-1}$ , a permis de poser les premières contraintes sur la production d'événements  $t\bar{t}t\bar{t}$  par interaction de contact. La deuxième, faite avec les données à  $\sqrt{s} = 8$  TeV et une luminosité intégrée de  $14,3 \text{ fb}^{-1}$ , a permis de poser de nouvelles contraintes sur le modèle d'interaction de contact et de poser les premières contraintes sur le modèle 2UED/RPP (ainsi que sur le modèle supersymétrique mentionné dans la section 4.2). La troisième a été faite avec le lot de données complet à  $\sqrt{8}$  TeV, soit  $20,3 \text{ fb}^{-1}$ . Seule cette troisième analyse sera décrite dans la suite.

### 4.3.1 Sélection des événements et bruits de fond

La signature recherchée dans cette analyse est la présence dans l'état final de deux leptons ayant la même charge électrique ou de trois leptons. Seuls les électrons et muons sont considérés. Ils doivent être isolés et avoir une énergie transverse (pour les électrons) et une impulsion transverse (pour les muons) supérieure à 25 GeV. Si les leptons de même charge sont des électrons, leur masse invariante doit être supérieure à 15 GeV et doit satisfaire  $|m_{ee} - m_Z| > 10$  GeV. Le nombre de jets provenant d'un quark  $b$  doit être supérieur ou égal à deux. L'impulsion transverse des jets doit être supérieure ou égale à 25 GeV. L'énergie transverse manquante doit être supérieure à 40 GeV. Enfin, l'énergie transverse totale  $H_T$  (définie comme étant la somme scalaire des impulsions transverse des leptons et jets) doit être supérieure à 400 GeV. La figure 4.4 montre les distributions de  $H_T$  et du nombre de jets par événement pour les différents signaux considérés et les bruit de fond, illustrant le pouvoir discriminant de ces variables. Dans cette figure et dans la suite, les différents canaux leptoniques ( $ee$ ,  $e\mu$ ,  $\mu\mu$ ,  $eee$ ,  $ee\mu$ ,  $e\mu\mu$  et  $\mu\mu\mu$ ) sont ajoutés.

Une fois les coupures précédentes appliquées, une catégorisation des événements permettant de définir cinq régions de signal est réalisée. Celles-ci sont présentées dans la table 4.2. Les limites d'exclusion données ci-dessous sont obtenues, pour tous les signaux, en combinant ces cinq catégories.

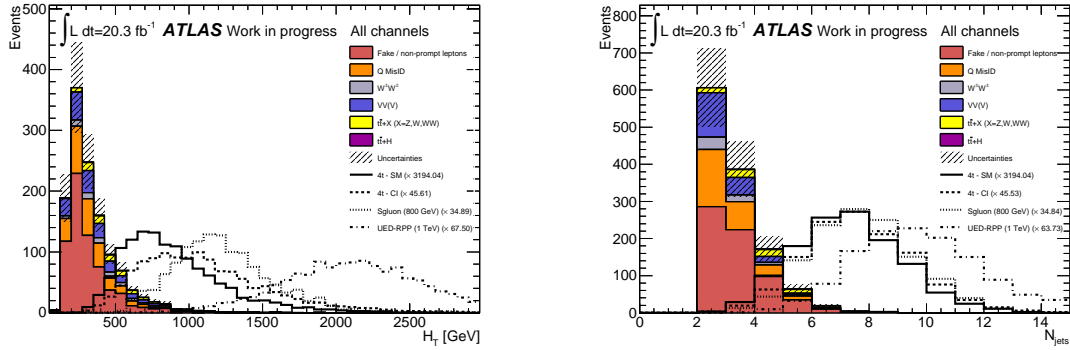


FIGURE 4.4 – Distribution de l’impulsion transverse totale  $H_T$  et du nombre de jets par événement pour les différents signaux  $t\bar{t}\bar{t}$  et pour le bruit de fond. Les canaux leptonniques sont ajoutés.

		Définition	Nom
$400 < H_T < 700$ GeV		$N_b = 2$	SR4t0
		$N_b \geq 3$	SR4t1
$H_T \geq 700$ GeV	$N_b = 2$	$40 < E_T^{\text{miss}} < 100$ GeV	SR4t2
		$E_T^{\text{miss}} \geq 100$ GeV	SR4t3
		$N_b \geq 3$	SR4t4

TABLE 4.2 – Définitions des régions de signal.

Les bruits de fond considérés dans cette analyse sont de deux types :

- Bruits de fond physiques : il s’agit des processus du modèle standard conduisant à la production de deux leptons de même charge ou de trois leptons. Les processus considérés sont ceux dont les états finaux sont  $t\bar{t}W$ ,  $t\bar{t}Z$ ,  $t\bar{t}WW$ ,  $WW$ ,  $WZ$ ,  $ZZ$ ,  $t\bar{t}H$ ,  $WH$ ,  $ZH$ ,  $WWW^*$ ,  $ZWW^*$ ,  $tWZ$  et  $tH$ .
- Bruits de fond instrumentaux : il s’agit d’événements dans lesquels des objets sont soit mal identifiés soit mal reconstruits et qui de ce fait passent les coupures de sélection. Ces événements sont de deux types. Le premier correspond à des événements dans lesquels un ou plusieurs jets sont reconstruits comme des leptons (ce bruit de fond sera dénommé *fakes* par la suite). Le deuxième correspond à des événements avec deux leptons de charges opposées dans lesquels la charge de l’un d’entre eux est mal reconstruite (ce bruit de fond sera dénommé *mis-id* par la suite).

Les bruits de fond physiques sont estimés grâce à la simulation Monte Carlo. Les incertitudes systématiques considérées sont les incertitudes théoriques sur les sections efficace de production, les incertitudes liées aux radiations dans les états initiaux et finaux, l’incertitude sur la luminosité, les incertitudes sur les efficacités d’identification et la résolution des jets et des leptons et l’incertitude sur l’efficacité d’identification des jets provenant de quarks  $b$ .

Les bruits de fond instrumentaux sont estimés sur les données. Les incertitudes sur les taux de mauvaise identification des jets et de mauvaise reconstruction de la charge électrique ont été estimés et pris en compte dans les calculs de limite d’exclusion.

### 4.3.2 Résultats

Les nombres d'événements observés et attendus pour les bruits de fond et le signal dans les cinq régions de signal sont donnés dans la table 4.3 et montrés sur la figure 4.5 (les sept canaux leptoniques sont additionnés). Cette figure montre également les nombres d'événements dans des régions de signal autres que celles décrites jusqu'ici (SRVLQx). Ces régions ne sont pas considérées dans l'analyse présentée dans ce document et ne sont donc pas détaillées. Les deux régions qui contribuent le plus à l'acceptance pour la production d'événements  $t\bar{t}\bar{t}$  par interaction de contact et par le modèle 2UED/RPP sont de loin les régions SR4t3 et SR4t4. Le bruit de fond dominant est le processus  $t\bar{t}W/Z$ . Les deux autres fonds qui contribuent de manière significative sont les fonds *mis-id* et *fakes*. Le nombre d'événements nominal prédit pour ce dernier est faible mais les incertitudes sont grandes (notamment l'incertitude statistique). Les limites d'exclusion sont davantage dégradées par ces incertitudes que par les autres fonds dont le nombre d'événements nominal est plus grand mais l'incertitude plus faible. Pour la production d'événements par le modèle standard, ce sont aussi les régions SR4t3 et SR4t4 qui fournissent le plus de signal mais, contrairement au cas des autres signaux, les autres régions contribuent de manière non négligeable.

Un bon accord entre la prédiction sous l'hypothèse de bruit de fond et l'observation est obtenu dans toutes les régions, sauf dans SR4t3 et SR4t4 où un excès d'événements est présent dans les données.

	SR4t0	SR4t1	SR4t2	SR4t3	SR4t4
<b>Signaux</b>					
$m_{KK} = 600$ GeV	$7,7 \pm 1,3$	$5,9 \pm 1,1$	$81 \pm 4$	$321 \pm 9$	$588 \pm 11$
$m_{KK} = 800$ GeV	$0,08 \pm 0,04$	$0,12 \pm 0,05$	$6,9 \pm 0,4$	$38,7 \pm 0,9$	$60,9 \pm 1,0$
$m_{KK} = 1000$ GeV	$(9 \pm 5) \cdot 10^{-3}$	$(5 \pm 5) \cdot 10^{-4}$	$0,77 \pm 0,05$	$5,02 \pm 0,12$	$6,72 \pm 0,13$
$m_{KK} = 1200$ GeV	$< 1,9 \cdot 10^{-4}$	$< 1,9 \cdot 10^{-4}$	$(74 \pm 5) \cdot 10^{-3}$	$0,648 \pm 0,014$	$0,689 \pm 0,013$
Modèle standard	$(42,8 \pm 2,1) \cdot 10^{-3}$	$(38,8 \pm 2,0) \cdot 10^{-3}$	$(25,8 \pm 1,7) \cdot 10^{-3}$	$(58,3 \pm 2,7) \cdot 10^{-3}$	$(105,7 \pm 3,4) \cdot 10^{-3}$
Interaction contact	$1,60 \pm 0,10$	$1,26 \pm 0,09$	$1,96 \pm 0,12$	$5,26 \pm 0,20$	$8,88 \pm 0,24$
<b>Bruits de fond</b>					
$t\bar{t}W/Z$	$12.6 \pm 0.3 \pm 5.4$	$1.24 \pm 0.09 \pm 0.53$	$1.87 \pm 0.09 \pm 0.80$	$2.46 \pm 0.11 \pm 1.06$	$0.57 \pm 0.05 \pm 0.25$
$t\bar{t}H$	$1.8 \pm 0.1 \pm 0.2$	$0.26 \pm 0.03 \pm 0.05$	$0.31 \pm 0.04 \pm 0.05$	$0.44 \pm 0.04 \pm 0.06$	$0.08 \pm 0.02 \pm 0.02$
Dibosons	$0.95 \pm 0.19 \pm 0.25$	$0.07 \pm 0.12 \pm 0.05$	$0.33 \pm 0.14 \pm 0.10$	$0.04 \pm 0.12 \pm 0.03$	$0.00 \pm 0.12 \pm 0.00$
Fake/Non-prompt	$8.61 \pm 2.34 \pm 5.02$	$1.17 \pm 0.82 \pm 0.68$	$1.03 \pm 0.97 \pm 0.60$	$0.00 \pm 1.02 \pm 0.28$	$0.04 \pm 0.83 \pm 0.24$
Q mis-Id	$15.1 \pm 0.6 \pm 3.5$	$0.74 \pm 0.11 \pm 0.18$	$1.17 \pm 0.16 \pm 0.38$	$1.09 \pm 0.14 \pm 0.34$	$0.30 \pm 0.09 \pm 0.10$
Autres	$0.75 \pm 0.04 \pm 0.10$	$0.10 \pm 0.08 \pm 0.03$	$0.16 \pm 0.08 \pm 0.02$	$0.23 \pm 0.08 \pm 0.05$	$0.14 \pm 0.08 \pm 0.08$
Total	$40.0 \pm 2.4 \pm 7.3$	$3.6 \pm 0.9 \pm 0.8$	$4.9 \pm 1.0 \pm 1.0$	$4.3 \pm 1.1 \pm 1.1$	$1.1 \pm 0.9 \pm 0.4$
<b>Observé</b>					
	54	6	6	12	6

TABLE 4.3 – Nombre d'événements attendu pour les signaux recherchés et les bruits de fond et nombre d'événements observés dans les différentes régions de signal. Les incertitudes sur les nombres d'événements pour les signaux sont les incertitudes statistiques. Pour les bruits de fond, les premières et deuxièmes incertitudes sont respectivement les incertitudes statistiques et systématiques (ces dernières sont données par l'écart-type de la distribution marginale du nombre d'événements). Pour la production par interaction de contact, les nombres donnés ont été obtenus avec  $C/\Lambda^2 = -4\pi \text{ TeV}^{-2}$ .

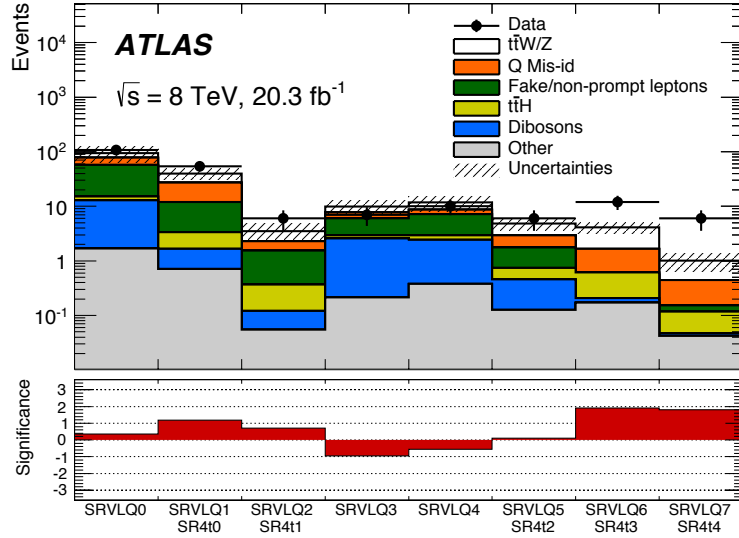


FIGURE 4.5 – Nombre d'événements de bruit de fond attendus et observés (en haut) et signifi-  
cance de l'observation (en bas) dans les différentes régions de signal.

La signifi-  
cance de l'excès est quantifiée en calculant la  $p$ -value de l'observation sous l'hypo-  
thèse de bruit de fond, par la suite notée  $p$ . Celle-ci est dans une très bonne approximation égale  
à  $1 - CL_b$ . Elle est traduite en signifi-  
cance par l'expression

$$Z = \Phi^{-1}(1 - p)$$

où  $\Phi$  est la fonction de répartition de la distribution normale centrée réduite. La signifi-  
cance dans SR4t3 et SR4t4 est très légèrement inférieure à  $2\sigma$ , comme le montre le graphique du bas sur la  
figure 4.5. Il s'agit donc d'un excès modéré. Les données de cette analyse ont par conséquent été  
utilisées pour contraindre les modèles de nouvelle physique considérés.

Les limites d'exclusion sont calculées avec la méthode hybride fréquentiste-bayésienne décrite  
dans les chapitres 2 et 3. Les cinq régions de signal sont combinées (chacune d'elle correspond à  
un canal  $c$  dans l'équation 3.3). Les distributions *a priori* pour les incertitudes statistiques sont  
gaussiennes et l'interpolation et extrapolation nommée "MCLIMIT" dans la section 3.1.2 a été  
utilisée. Toutes les limites présentées dans la suite ont été calculées avec le programmes MCLIMIT  
et OPTHYLIC. Un excellent accord a été trouvé à chaque fois.

Les limites d'exclusion à 95% CL sur les sections efficaces de production d'événements  $t\bar{t}\bar{t}\bar{t}$  par  
interaction de contact et par le modèle standard sont montrées dans la table 4.4. Comme nous  
l'avons dit dans la section 4.2.1, l'établissement d'une limite d'exclusion sur la section efficace  
de production d'événements  $t\bar{t}\bar{t}\bar{t}$  par interaction de contact permet d'exclure certaines régions du  
plan  $(C, \Lambda)$ . Les limites d'exclusion dans ce plan sont montrées sur la figure 4.6(a).

	attendu à $1\sigma$	attendu médiane	observée
Modèle standard	[18 – 41]	27	70
Interaction contact	[16 – 34]	22	61

TABLE 4.4 – Limites attendues et observées sur les sections efficaces de production d'événements  
 $t\bar{t}\bar{t}\bar{t}$  par interaction de contact et par le modèle standard (en fb).

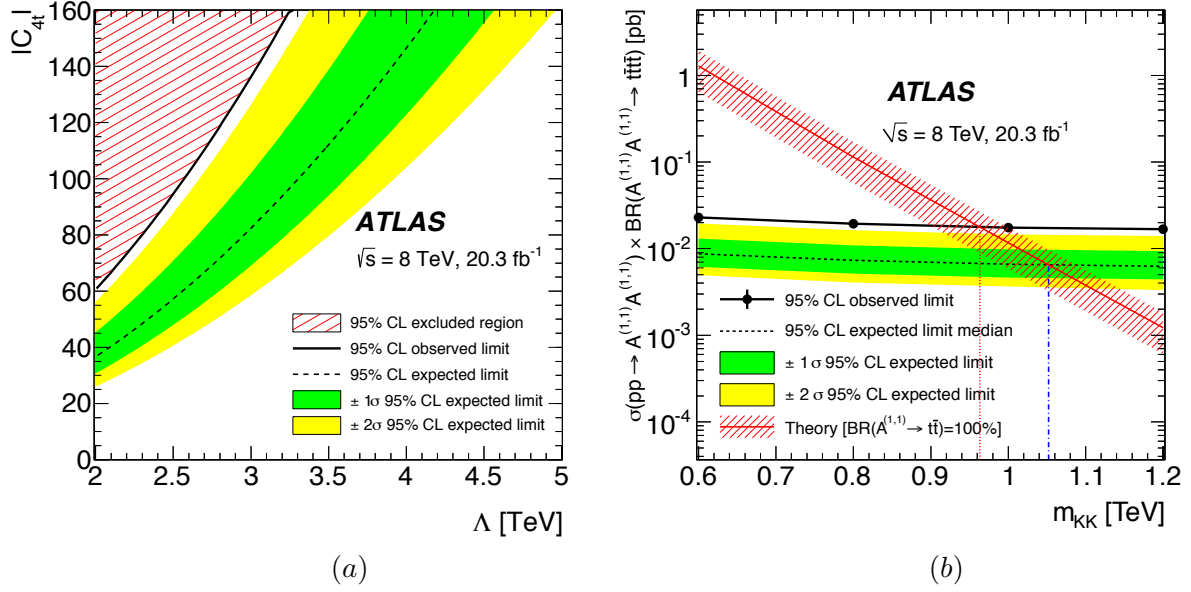


FIGURE 4.6 – Limites d’exclusion attendues et observée à 95% CL sur la constante  $C$  en fonction de l’échelle en énergie  $\Lambda$  pour la production d’événements  $t\bar{t}\bar{t}$  par interaction de contact (à gauche) et sur la section efficace de production d’événements  $t\bar{t}\bar{t}$  par le modèle 2UED/RPP en fonction de  $m_{KK}$  (à droite).

Les limites d’exclusion attendues et observées en fonction de  $m_{KK}$  pour le signal 2UED/RPP sont montrées sur la figure 4.6(b). La section efficace théorique est également montrée. La limite inférieure attendue médiane (observée) sur  $m_{KK}$  est de 1,05 TeV (0,96 TeV). Ces limites sont, comme nous l’avons vu dans la section 4.2.2, déterminées en faisant l’hypothèse que les rayons  $R_4$  et  $R_5$  sont égaux ( $\xi = 1$ ). Au premier ordre, la section efficace de production ainsi que la cinématique des événements provenant de l’étage (1, 1) ne dépend que de

$$\sqrt{\frac{1}{R_4^2} + \frac{1}{R_5^2}} = m_{KK} \sqrt{1 + \xi^2}$$

Les limites obtenues sur  $m_{KK}$  pour  $\xi = 1$  peuvent donc être utilisées pour mettre des limites sur  $m_{KK}$  pour des valeurs différentes de  $\xi$ . La figure 4.7 montre les limites d’exclusion attendues et observées dans le plan  $(\xi, m_{KK})$ . Les contraintes cosmologiques sont également montrées.

La figure 4.6 montre que, lorsque toutes les régions de signal sont combinées, la signification de l’observation est supérieure à  $2\sigma$ . Les distributions du test sous l’hypothèse de bruit de fond pour l’interaction de contact et pour le signal 2UED/RPP avec  $m_{KK} = 1000$  GeV sont montrées sur la figure 4.8. Nous en déduisons que la signification est égale à environ 2,4 pour la production d’événements  $t\bar{t}\bar{t}$  par interaction de contact et environ 2,5 pour la production par le modèle 2UED/RPP avec  $m_{KK} = 1000$  GeV.

Ces valeurs de signification montrent que la différence entre l’observation et la prédiction commence à être significative lorsque toutes les régions de signal sont combinées. Plusieurs vérifications ont été effectuées afin de vérifier que cette différence ne provient pas d’une mauvaise estimation des bruits de fond. Pour les fonds  $t\bar{t}W/Z$ , différents générateurs et différents réglages de ces générateurs ont été utilisés. Pour les fonds instrumentaux, il a été vérifié que les leptons se trouvant dans les régions SR4t3 et SR4t4 ont des propriétés similaires à celles attendues pour des vrais leptons. De plus, ces fonds ont été estimés avec la simulation uniquement. Dans tous

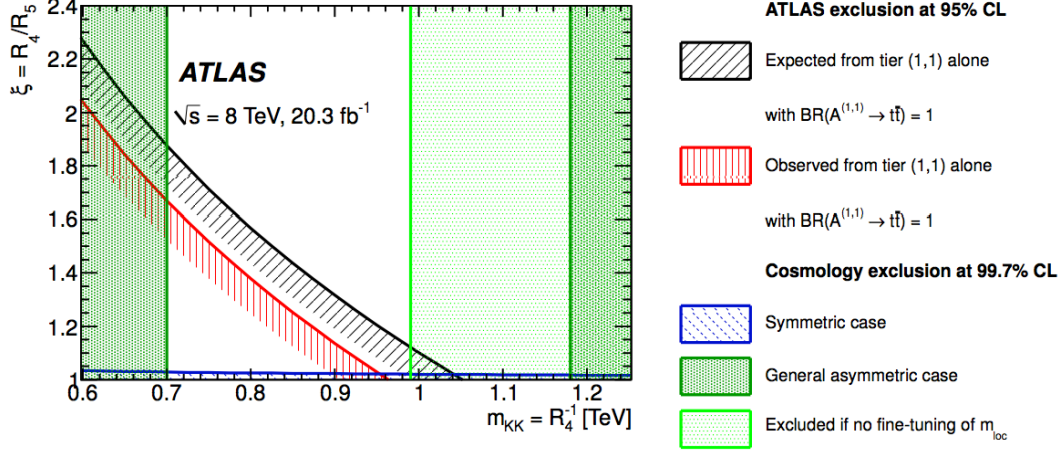


FIGURE 4.7 – Limites d’exclusion attendue et observée à 95% CL sur  $\xi$  en fonction de  $m_{KK}$  pour le modèle 2UED/RPP. Les contraintes cosmologiques sont également montrées.

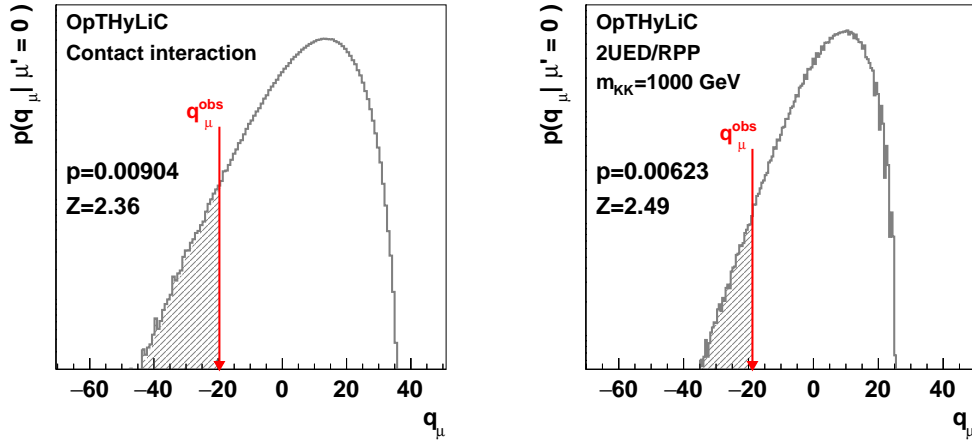


FIGURE 4.8 – Distribution du test statistique  $q_\mu$  sous l’hypothèse de bruit de fond pour la production d’événements  $t\bar{t}t\bar{t}$  par interaction de contact (à gauche) et par le modèle 2UED/RPP avec  $m_{KK} = 1000$  GeV. La valeur observée  $q_\mu^{obs}$  est représentée par la ligne verticale. La  $p$ -value  $p$  et la signification  $Z$  de l’observation sont également données.

les cas, les nombres d’événements obtenus dans les différentes régions de signal sont compatibles avec ceux issus de l’estimation nominale.

### 4.3.3 Variation d’interprétation

En plus des vérifications décrites ci-dessus, d’autres études ont été réalisées sur l’interprétation statistique des données. Comme nous l’avons vu dans les chapitre 2 et 3, toute interprétation statistique contient une part d’arbitraire liée aux choix qui sont faits pour réaliser les calculs (que ce soit les calculs de limite ou de signification). Ces choix sont de deux types. Premièrement,

il y a le choix de l'approche statistique. Les résultats publiés présentés ci-dessus ont été obtenus avec une approche hybride et il est intéressant de les comparer à ceux obtenus par une approche fréquentiste et bayésienne. Deuxièmement, il y a les choix relatifs au traitement des incertitudes statistiques et systématiques. Ces derniers doivent être fait quelque soit l'approche statistique utilisée. Les sections suivantes présentent les résultats obtenus en faisant varier ces choix.

#### 4.3.3.1 Interprétation hybride variée

Les limites d'exclusion et significances d'observation ont été calculées avec OPTHYLiC en faisant varier l'interpolation et extrapolation des incertitudes systématiques et les distributions *a priori* pour les incertitudes statistiques. La figure 4.9 montre les limites pour les modèles d'interaction de contact et 2UED/RPP avec  $m_{KK} = 1000$  GeV obtenues avec la configuration standard présentée précédemment et celles obtenues avec une interpolation polynomiale, une extrapolation exponentielle et une distribution *a priori* gamma donnée par la formule 3.9 (une distribution *a priori*  $\pi(y) \propto 1/y$  est utilisée). D'autres comparaisons ont été effectuées en changeant d'interpolation/extrapolation et en prenant des distributions *a priori* log-normales. Les limites obtenues sont similaires à celles obtenues avec la distribution gamma.

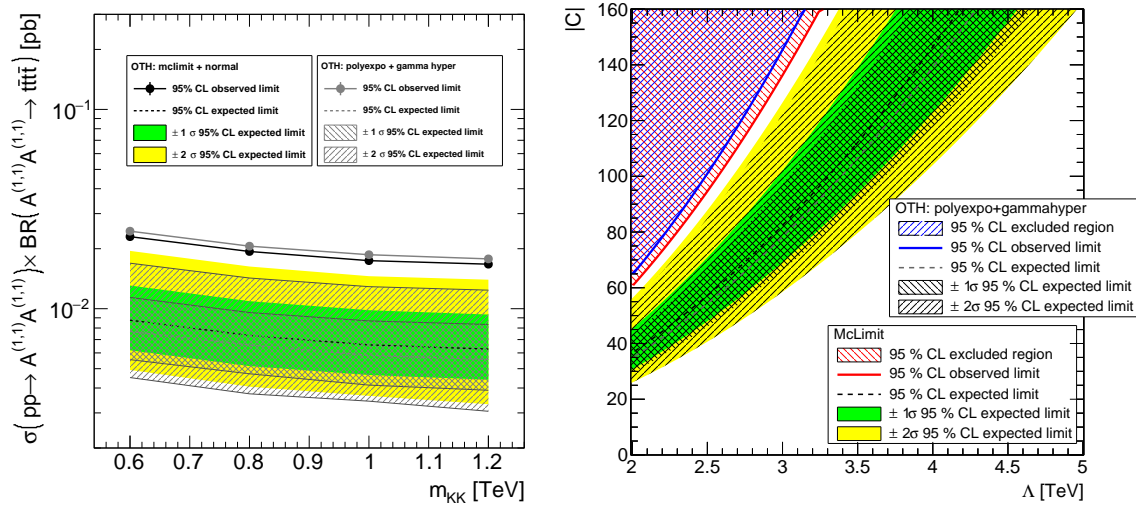


FIGURE 4.9 – Limites observées et attendues à 95% CL pour le modèle 2UED/RPP avec  $m_{KK} = 1000$  GeV (à gauche) et le modèle d'interaction de contact (à droite) obtenue avec différents schémas d'interpolation et extrapolation pour les incertitudes systématiques et différentes distributions *a priori* pour les incertitudes statistiques. Les résultats pour l'interpolation et extrapolation nommée "MCLIMIT" et des distributions *a priori* normales sont montrés en vert, jaune et noir et ceux pour l'interpolation polynomiale, l'extrapolation exponentielle et des distributions *a priori* gammas sont montrés en gris.

Les différences entre la configuration standard et la configuration variée sont essentiellement dues au changement dans les distributions *a priori*. Le passage de distributions normales aux distributions gammas (ou log-normales) se traduit par un diminution de la valeur moyenne du nombre d'événements (ceci est vrai sous l'hypothèse de bruit de fond et sous l'hypothèse signal plus bruit de fond). La distribution du test est par conséquent décalée vers les grandes valeurs. De plus, elle est davantage asymétrique du fait de l'asymétrie de la distribution gamma (ou log-normale) lorsque son espérance est faible. Ceci a pour effet de réduire légèrement les limites

attendues. Les limites observées sont quant à elles plus grandes avec des distributions gammas. En effet, l'excès est tel que  $CL_b$  est très proche de 1 quelque soient les distributions *a priori*. Il faut donc un  $\mu$  plus grand avec les distributions gammas qu'avec les distributions normales pour atteindre  $CL_{s+b} = 0,05$ .

Les différences que nous venons de décrire se traduisent également par des différences dans la signification de l'excès. L'utilisation de distributions gamma (ou log-normale) fait passer la signification de 2,4 à 2,7 dans le cas de la production par interaction de contact et de 2,5 à 2,8 pour la production par le modèle 2UED/RPP avec  $m_{KK} = 1000$  GeV.

Ces études montrent qu'un changement d'interprétation hybride conduit à des variations de 6% à 12% dans les limites d'exclusion et d'environ 12% dans les significances.

#### 4.3.3.2 Interprétation bayésienne

Les limites d'exclusion pour tous les signaux ont également été calculées par l'approche bayésienne avec l'outil TiFOsi (voir section 3.2). Pour tous les résultats présentés ci-dessous, une distribution *a priori* uniforme sur le paramètre d'intérêt  $\mu$  a été utilisée. Les distributions *a priori* pour les incertitudes statistique sont gaussiennes. L'interpolation et l'extrapolation utilisées par le programme MCLIMIT n'étant pas disponible dans TiFOsi, nous avons choisi l'interpolation polynomiale et l'extrapolation exponentielle décrites dans le chapitre 3. Le niveau de crédibilité des intervalles bayésiens est choisi égal au niveau de confiance des intervalles hybrides, soit 95% (rappelons que, dans le cas où un seul canal est considéré avec un signal parfaitement connu, l'utilisation d'une même valeur pour les deux niveaux conduit à la même inférence sur  $\mu$ ).

Les limites bayésienne et hybride (calculées avec OPTHYLiC) pour les différents signaux sont données dans la table 4.5.

Signal	Limite attendue		Limite observée	
	hybride	bayésienne	hybride	bayésienne
2UED/RPP $m_{KK} = 600$ GeV	8,67	6,98	23,0	21,8
2UED/RPP $m_{KK} = 800$ GeV	7,38	6,03	19,3	19,0
2UED/RPP $m_{KK} = 1000$ GeV	6,62	5,62	17,5	16,7
2UED/RPP $m_{KK} = 1200$ GeV	6,24	5,17	16,7	16,0
Interaction contact	22,4	19,0	61,2	66,3
Modèle standard	26,6	21,0	70,1	66,7

TABLE 4.5 – Limites d'exclusion sur la section efficace de production (en fb) pour les différents signaux considérés dans cette analyse. Les limites hybrides (bayésiennes) sont calculées avec le programme OPTHYLiC à 95% CL (TiFOsi à 95% CI). Les limites bayésiennes sont calculées avec une distribution *a priori* uniforme sur le paramètre d'intérêt. Les limites attendues sont les limites médianes sous l'hypothèse du bruit de fond dans le cas hybride et les limites calculées avec un échantillon *asimov* dans le cas bayésien. Pour la production par interaction de contact, les nombres d'événements ont été obtenus avec  $C/\Lambda^2 = -4\pi$  TeV<sup>-2</sup>

Les limites attendues dans le cas bayésien sont calculées avec un échantillon *asimov*, c'est-à-dire, en utilisant les notations des chapitres 2 et 3, avec

$$N_c^{\text{obs}} = \sum_i b_{ci}$$

pour tous les canaux  $c$ . Les limites attendues bayésiennes sont plus faibles que les limites attendues hybrides de 15% à 21% en fonction du signal. Pour tous les signaux, les limites attendues bayésiennes se trouvent dans l'intervalle de confiance à  $\pm 1\sigma$  obtenue dans le cas hybride. Les limites observées sont compatibles à 10% près.

La figure 4.10 montre les limites hybrides et bayésiennes observées et attendues pour le signal 2UED/RPP en fonction de  $m_{KK}$  (à gauche) et pour l'interaction de contact (à droite). Les limites observées et attendues sur  $m_{KK}$  sont sensiblement les mêmes dans les deux cas (elles sont augmentées avec le calcul bayésien d'environ 16 GeV et 3,5 GeV respectivement). Les régions exclues dans le plan  $(C, \Lambda)$  changent elles-aussi relativement peu.

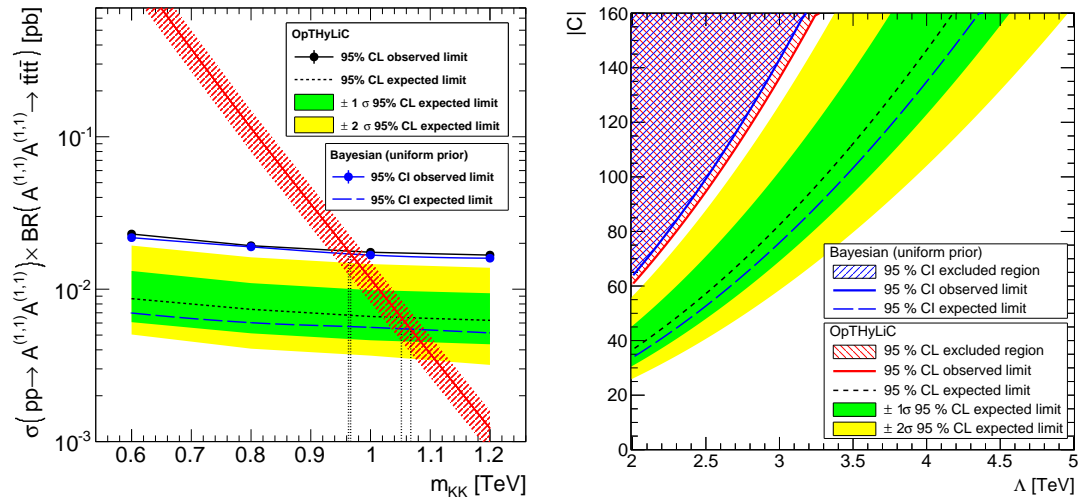


FIGURE 4.10 – Comparaison des limites attendues et observées bayésiennes et hybrides en fonction de  $m_{KK}$  pour la production d'événements  $t\bar{t}\bar{t}$  par le modèle 2UED/RPP (à gauche) et dans le plan  $(C, \Lambda)$  pour la production par interaction de contact (à droite).

### 4.3.3.3 Interprétation fréquentiste

Les limites et significances ont également été calculées suivant une méthode purement fréquentiste afin d'être comparées aux résultats hybrides et bayésiens discutés précédemment. Le modèle statistique utilisé ici est légèrement différent. Nous avons en effet utilisé le modèle construit par le programme HISTFACTORY [16] dans le but d'appliquer un traitement similaire à celui appliqué habituellement dans ATLAS pour les inférences fréquentistes. Dans chaque canal, un seul paramètre de nuisance est introduit pour décrire les incertitudes statistiques (alors que précédemment le nombre de paramètres de nuisance était égal au nombre total d'échantillons de signal et de bruit de fond) et ce paramètre est contraint par une distribution de Poisson. La figure 4.11 montre  $CL_{s+b}$ ,  $CL_b$  et  $CL_s$  pour plusieurs valeurs de  $\mu$  dans le cas du modèle 2UED/RPP avec

$m_{KK} = 1000$  GeV. Cette figure permet de déterminer la limite observée et les limites attendues par la deuxième méthode décrite dans la section 3.1.3. Les valeurs obtenues sont données dans la table 4.6. Cette table donne également les valeurs obtenues en faisant l'approximation asymptotique décrite dans la section 2.2.1.2.

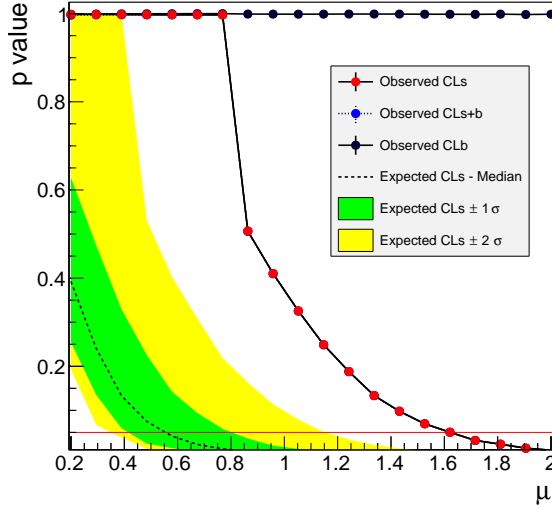


FIGURE 4.11 –  $CL_s$ ,  $CL_{s+b}$  et  $CL_b$  en fonction de  $\mu$  dans l'interprétation fréquentiste pour le modèle 2UED/RPP avec  $m_{KK} = 1000$  GeV. Les valeurs de  $CL_s$  observées, attendues médianes et à  $-2\sigma$ ,  $-1\sigma$ ,  $+1\sigma$  et  $+2\sigma$  sont montrées.

	Limite attendue					Limite observée
	$-2\sigma$	$-1\sigma$	médiane	$+1\sigma$	$+2\sigma$	
calcul exact	0,29	0,39	0,55	0,81	1,22	1,60
calcul asymptotique	0,32	0,41	0,55	0,80	1,15	1,62

TABLE 4.6 – Limites d'exclusion sur  $\mu$  pour le signal 2UED/RPP avec  $m_{KK} = 1000$  GeV. Les valeurs obtenues avec un calcul exact et en faisant l'approximation asymptotique sont données.

Les résultats présentés dans la table 4.6 montrent que l'approximation asymptotique est une bonne approximation pour notre analyse. C'est également ce que montre la figure 4.12 dans laquelle la distribution du test obtenue par des pseudo-expériences est comparée à la distribution asymptotique sous l'hypothèse de bruit de fond. Nous avons par conséquent utilisé la limite asymptotique pour calculer les limites pour les autres valeurs de  $m_{KK}$  dans le cas du signal 2UED/RPP et pour la production par interaction de contact. Ces calculs sont basés sur l'équation 2.12 pour les limites observées. Pour les limites attendues,  $\hat{\mu}$  est remplacé dans cette équation par  $\mu' + N\sigma$  (nous rappelons que  $\sigma$  est ici l'écart-type de la distribution de  $\hat{\mu}$  dans la limite asymptotique) avec  $N = -2, -1, 0, +1, +2$  [43].

La figure 4.13 compare les limites fréquentistes asymptotiques à celles obtenues par l'approche hybride dans la section 4.3.2. Les limites fréquentiste et hybride ne diffèrent pas de plus de 10%. Ce résultat, comme ceux présentés dans les sections 4.3.3.1 et 4.3.3.2, permet d'avoir une évaluation quantitative de la robustesse des limites publiées.

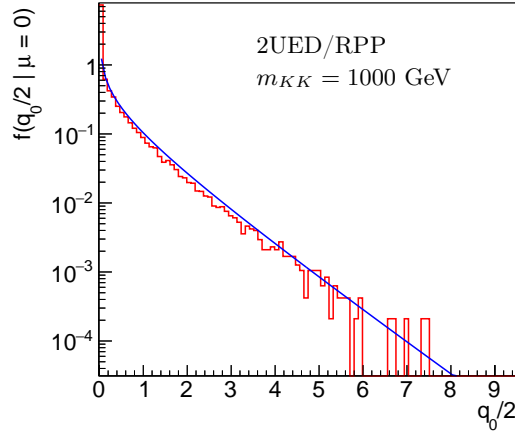


FIGURE 4.12 – Distribution du test statistique  $q_0/2$  sous l'hypothèse de bruit de fond pour le signal 2UED/RPP avec une masse  $m_{KK} = 1000$  GeV. La distribution attendue dans la limite asymptotique est montrée par la courbe bleue en trait plein.

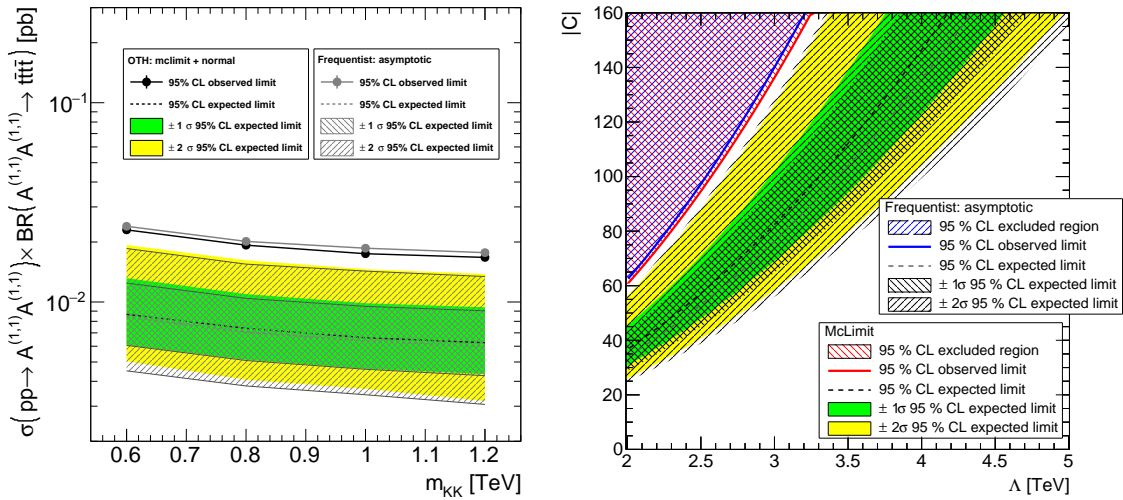


FIGURE 4.13 – Comparaison des limites attendues et observées obtenues par un calcul fréquentiste (dans la limite asymptotique) et un calcul hybride en fonction de  $m_{KK}$  pour la production d'événements  $t\bar{t}t$  par le modèle 2UED/RPP (à gauche) et dans le plan  $(C, \Lambda)$  pour la production par interaction de contact (à droite).

#### 4.4 Conclusion

La recherche d'événements avec quatre quarks top dans les données enregistrées par l'expérience ATLAS en 2012 à  $\sqrt{s} = 8$  TeV a été présentée. Les modèles considérés permettent de couvrir un nombre relativement important de scénarios de nouvelle physique prédisant ce type d'événements. Un excès d'événements par rapport à la prédiction de bruit de fond a été observé. Cet excès n'étant pas significatif, des limites supérieures sur les sections efficaces de production ont été posées. Ces limites ont ensuite été traduites en limites sur les paramètres des modèles.

---

Pour tous les signaux, les limites ont été calculées suivant trois approches : hybride, bayésienne et fréquentiste. La sensibilité des limites au choix des fonctions d'interpolation et extrapolation pour les incertitudes systématiques et au choix des distributions *a priori* pour les incertitudes statistiques a également été étudié. Les variations maximales que nous avons observées sur les sections efficaces exclues sont de 21%. Elles sont la plupart du temps inférieures à 12%. Nos résultats sont donc validés à une dizaine de pourcent près. Ces variations sur les sections efficaces se traduisent, dans le cas du modèle 2UED/RPP, par des variations sur les valeurs de  $m_{KK}$  exclues n'excédant pas 20 GeV.



# Conclusion

Ce document résume les travaux de recherche que j'ai effectués ces dernières années sur l'expérience ATLAS du LHC. Ceux-ci ont porté sur trois thématiques : la calibration des jets, la recherche de nouvelle physique dans le secteur du quark top et l'interprétation statistique des données. Pour les deux premières, les résultats ont été obtenus avec, entre autre, deux doctorants que j'ai co-encadrés et dont la thèse portait en partie sur ces thématiques. La troisième thématique n'a pas fait l'objet d'une thèse. Sa présence dans ce manuscrit est justifiée par l'importance qu'elle revêt dans toute recherche en physique des particules, notamment celle présentée dans ce manuscrit, et par le fait qu'elle a représenté une part significative de mon travail ces dernières années.

Les travaux réalisés sur la calibration des jets ont permis d'établir, avec les premières données du run 1 du LHC, l'intérêt de la méthode de calibration GS (*Global Sequential*). Nous avons montré notamment que cette calibration est relativement simple à mettre en œuvre, dérivable à partir de données, performante en terme de résolution en énergie et entachée d'une faible incertitude systématique. Par ces résultats, nous avons pu poser quelques bases à partir desquelles a pu être construite la méthode de calibration actuellement utilisée dans ATLAS. Celle-ci inclut en effet GS dans sa séquence de calibration mais au lieu de l'appliquer sur les jets à l'échelle électromagnétique, comme nous l'avions fait dans nos études, elle l'applique aux jets déjà calibrés par la méthode LCW. Nous pouvons ainsi bénéficier en même temps des avantages de la calibration GS et de la calibration des gerbes calorimétriques propres à la calibration LCW.

Suite aux travaux sur la calibration des jets, mon activité a porté sur la recherche de nouvelle physique dans le secteur du quark top. Nous avons initié une recherche qui n'avait jamais été réalisée jusqu'alors, faute d'une énergie de collision suffisante : la recherche d'événements avec quatre quarks top dans l'état final. Celle-ci a été faite dans les états finaux avec deux leptons de même charge et trois leptons (seuls les électrons et muons ont été considérés). L'analyse des données d'ATLAS à  $\sqrt{s} = 8$  TeV avec  $20,3 \text{ fb}^{-1}$  n'a pas permis d'observer de déviation par rapport aux prédictions du modèle standard. Nous avons par conséquent utilisé ces données pour contraindre des modèles de nouvelle physique prédisant cet état final. Le choix des modèles a été fait de tel sorte à couvrir une grande variété de scénarios de nouvelle physique. Pour chacun d'eux, des contraintes améliorant celles existantes ont pu être posées. Les contraintes publiées ont été obtenues suivant une approche statistique hybride fréquentiste-bayésienne. Plusieurs études ont été réalisées afin de quantifier leur robustesse. Elles ont été comparées aux contraintes obtenues par des approches fréquentiste et bayésienne. Différents choix pour les distributions *a priori* sur les paramètres de nuisance ont également été considérés. Ces études ont permis de valider les résultats publiés à une dizaine de pourcent près

Pour réaliser les calculs de limites d'exclusion, deux outils implémentant les approches hybride et bayésienne ont été développés. L'outil hybride, appelé OPTHYLIC, a été développé afin de corriger certains défauts de l'outil hybride de référence que nous utilisons lorsque nous avons commencé l'analyse (MCLIMIT). OPTHYLIC permet des calculs beaucoup plus rapides et

plusieurs choix pour les distributions *a priori* sur les paramètres de nuisance (un seul choix est disponible dans MCLIMIT). L'outil bayésien, appelé TIFOSI, a été développé afin de pouvoir calculer des limites bayésiennes avec le même modèle statistique que celui utilisé dans OPTHYLIC (ce modèle étant plus précis que celui implementé dans HISTFACTORY, le programme utilisé par défaut dans ATLAS).

Bien que compatible avec les prédictions du modèle standard, le nombre d'événements que nous avons observés dans l'analyse présente un excès d'environ  $2,5\sigma$  par rapport à la prédiction de bruit de fond. La recherche d'événements avec quatre quarks top dans le canal avec deux leptons de même charge et trois leptons va être poursuivie dans ATLAS au run 2 du LHC. Nous pourrions ainsi savoir si l'excès observé au run 1 était une fluctuation statistique ou le premier signe d'un phénomène nouveau. Si les observations restent compatibles avec les prédictions du modèle standard, l'accroissement de l'énergie de collision et de la luminosité intégrée permettra d'améliorer largement les contraintes sur les modèles prédisant l'état final à quatre quarks top. Certains pourront peut-être être exclus de manière définitive. Si en revanche l'excès persiste et voit sa signification augmenter, alors peut-être que la nouvelle physique tant recherchée commencera à révéler certains de ses secrets. Et si elle ne le fait pas dans l'état final que nous avons considéré, espérons qu'elle le fasse dans un autre. Dans tous les cas, avec les nouvelles énergies atteintes au LHC, nous rentrons dans une phase durant laquelle la compréhension de la physique des particules devrait fortement progresser.

# Bibliographie

- [1] ATLAS Collaboration, “Measurement of the inclusive jet cross-section in proton-proton collisions at  $\sqrt{s} = 7$  TeV using  $4.5 \text{ fb}^{-1}$  of data with the ATLAS detector,” *JHEP*, vol. 02, p. 153, 2015. [Erratum : JHEP09,141(2015)].
- [2] ATLAS Collaboration, “Measurement of dijet cross sections in  $pp$  collisions at 7 TeV centre-of-mass energy using the ATLAS detector,” *JHEP*, vol. 1405, p. 059, 2014.
- [3] ATLAS Collaboration, “Measurement of the  $t\bar{t}$  production cross-section as a function of jet multiplicity and jet transverse momentum in 7 TeV proton-proton collisions with the ATLAS detector,” *JHEP*, vol. 01, p. 020, 2015.
- [4] ATLAS Collaboration, “Search for new phenomena in the dijet mass distribution using  $p - p$  collision data at  $\sqrt{s} = 8$  TeV with the ATLAS detector,” *Phys. Rev.*, vol. D91, no. 5, p. 052007, 2015.
- [5] R. Camacho, *Search of new resonances decaying into top quark pairs with the ATLAS detector at the LHC and jet calibration studies*. Theses, Université Blaise Pascal - Clermont-Ferrand II, July 2012. Numéro DU : 2259 Numéro EDSF : 719.
- [6] R. Camacho *et al.*, “Validation of the Jet Global Sequential Calibration Using Proton-Proton Collisions at  $\sqrt{s} = 7$  TeV and Evaluation of its Associated Systematic Uncertainty,” Tech. Rep. ATL-PHYS-INT-2011-060, CERN, Geneva, Jul 2011.
- [7] ATLAS Collaboration, “Jet energy measurement with the ATLAS detector in proton-proton collisions at  $\sqrt{s} = 7$  TeV,” *Eur.Phys.J.*, vol. C73, p. 2304, 2013.
- [8] M. Cacciari, G. P. Salam, and G. Soyez, “The anti- $k_t$  jet clustering algorithm,” *JHEP*, vol. 04, p. 063, 2008.
- [9] ATLAS Collaboration, “The ATLAS Experiment at the CERN Large Hadron Collider,” *JINST*, vol. 3, p. S08003, 2008.
- [10] G. Aad *et al.*, “Invariant Mass Studies for the  $H \rightarrow b\bar{b}$  Measurements for LHCP,” Tech. Rep. ATL-COM-PHYS-2013-449, CERN, Geneva, Apr 2013.
- [11] ATLAS Collaboration, “Search for the  $b\bar{b}$  decay of the Standard Model Higgs boson in associated  $(W/Z)H$  production with the ATLAS detector,” *JHEP*, vol. 01, p. 069, 2015.
- [12] A. Stuart, J. K. Ord, S. Arnold, A. O’Hagan, and J. Forster, *Kendall’s advanced theory of statistics ; 6th ed. of the 3-vol. ed.* Chichester : Wiley, 1994.
- [13] A. L. Read, “Presentation of search results : the  $cl_s$  technique,” *Journal of Physics G : Nuclear and Particle Physics*, vol. 2810, p. 2693, 2002.
- [14] A. Wald, “Tests of Statistical Hypotheses Concerning Several Parameters When the Number of Observations is Large,” *Transactions of the American Mathematical Society*, vol. 54, pp. 426–482, Nov. 1943.

- 
- [15] G. Cowan, K. Cranmer, E. Gross, and O. Vitells, “Asymptotic formulae for likelihood-based tests of new physics,” *European Physical Journal C*, vol. 71, p. 1554, Feb. 2011.
- [16] K. Cranmer, G. Lewis, L. Moneta, A. Shibata, and W. Verkerke, “HistFactory : A tool for creating statistical models for use with RooFit and RooStats,” Tech. Rep. CERN-OPEN-2012-016, New York U., New York, Jan 2012.
- [17] E. Busato, “Equivalence between hybrid CLs and bayesian methods for limit setting,” *ArXiv e-prints*, Apr. 2014. [arXiv :1404.1340 [stat.ME]].
- [18] E. Busato, D. Calvet, and T. Theveneaux-Pelzer, “OpTHyLiC : an Optimised Tool for Hybrid Limits Computation,” 2015. [arXiv :1502.02610 [hep-ex]].
- [19] *Proceedings SOS 2012 IN2P3 School of Statistics*, The European Physical Journal, (Autrans, France), EDP Sciences, 2013. ISBN 9782759810321 EPJ Web of Conferences 55 (2013).
- [20] D. Paredes Hernández, *Search for New Physics in events with 4 top quarks in the ATLAS detector at the LHC*. Theses, Université Blaise Pascal - Clermont-Ferrand II, Sept. 2013.
- [21] L. Valéry, *In search of sgluons in final states multitops with the Atlas detector at LHC to  $\sqrt{s} = 8$  TeV*. Theses, Université Blaise Pascal - Clermont-Ferrand II, June 2014.
- [22] D. Simon, *Recherche de nouvelle physique dans les événements à quatre quarks top avec le détecteur ATLAS auprès du LHC*. Theses, Université Blaise Pascal - Clermont-Ferrand II, July 2015.
- [23] “Search for exotic same-sign dilepton signatures ( $b'$  quark,  $T_{5/3}$  and four top quarks production) in 4.7/fb of pp collisions at  $\sqrt{s}=7$  TeV with the ATLAS detector,” Tech. Rep. ATLAS-CONF-2012-130, CERN, Geneva, Sep 2012.
- [24] “Search for anomalous production of events with same-sign dileptons and  $b$  jets in 14.3  $\text{fb}^{-1}$  of  $pp$  collisions at  $\sqrt{s} = 8$  TeV with the ATLAS detector,” Tech. Rep. ATLAS-CONF-2013-051, CERN, Geneva, May 2013. Not published in the proceedings.
- [25] ATLAS Collaboration, “Analysis of events with  $b$ -jets and a pair of leptons of the same charge in  $pp$  collisions at  $\sqrt{s} = 8$  TeV with the ATLAS detector,” *JHEP*, vol. 10, p. 150, 2015.
- [26] M. E. Peskin, “On the Trail of the Higgs Boson,” *arXiv :1506.08185*, 2015.
- [27] H. Georgi, L. Kaplan, D. Morin, and A. Schenk, “Effects of top quark compositeness,” *Phys. Rev. D*, vol. 51, pp. 3888–3894, 1995.
- [28] A. Pomarol and J. Serra, “Top quark compositeness : Feasibility and implications,” *Phys. Rev. D*, vol. 78, p. 074026, 2008.
- [29] B. Lillie, J. Shu, and T. M. Tait, “Top compositeness at the tevatron and lhc,” *JHEP*, vol. 0804, p. 087, 2008.
- [30] K. Kumar, T. M. Tait, and R. Vega-Morales, “Manifestations of top compositeness at colliders,” *JHEP*, vol. 0905, p. 022, 2009.
- [31] M. Guchait, F. Mahmoudi, and K. Sridhar, “Associated production of a Kaluza-Klein excitation of a gluon with a  $t$  anti- $t$  pair at the LHC,” *Phys. Lett.*, vol. B666, pp. 347–351, 2008.
- [32] C.-R. Chen, W. Klemm, V. Rentala, and K. Wang, “Color Sextet Scalars at the CERN Large Hadron Collider,” *Phys.Rev.*, vol. D79, p. 054002, 2009.
- [33] M. Gerbush, T. J. Khoo, D. J. Phalen, A. Pierce, and D. Tucker-Smith, “Color-octet scalars at the CERN LHC,” *Phys.Rev.*, vol. D77, p. 095003, 2008.

- 
- [34] V. Barger, W.-Y. Keung, and B. Yencho, “Triple-Top Signal of New Physics at the LHC,” *Phys. Lett.*, vol. B687, pp. 70–74, 2010.
  - [35] G. Cacciapaglia, R. Chierici, A. Deandrea, L. Panizzi, S. Perries, and S. Tosi, “Four tops on the real projective plane at LHC,” *JHEP*, vol. 10, p. 042, 2011.
  - [36] S. Jung and J. D. Wells, “Low-scale warped extra dimension and its predilection for multiple top quarks,” *JHEP*, vol. 1011, p. 001, 2010.
  - [37] G. L. Kane, E. Kuflik, R. Lu, and L.-T. Wang, “Top Channel for Early SUSY Discovery at the LHC,” *Phys.Rev.*, vol. D84, p. 095004, 2011.
  - [38] M. Frigerio, J. Serra, and A. Varagnolo, “Composite GUTs : models and expectations at the LHC,” *JHEP*, vol. 1106, p. 029, 2011.
  - [39] G. Cacciapaglia, A. Deandrea, and J. Llodra-Perez, “A Dark Matter candidate from Lorentz Invariance in 6D,” *JHEP*, vol. 03, p. 083, 2010.
  - [40] A. Arbey, G. Cacciapaglia, A. Deandrea, and B. Kubik, “Dark Matter in a twisted bottle,” *JHEP*, vol. 01, p. 147, 2013.
  - [41] G. Cacciapaglia, A. Deandrea, and J. Llodra-Perez, “The Universal Real Projective Plane : LHC phenomenology at one Loop,” *JHEP*, vol. 10, p. 146, 2011.
  - [42] C. Degrande, J.-M. Gerard, C. Grojean, F. Maltoni, and G. Servant, “Non-resonant New Physics in Top Pair Production at Hadron Colliders,” *JHEP*, vol. 1103, p. 125, 2011.
  - [43] A. Armbruster and J. Qian, *Discovery of a Higgs Boson with the ATLAS Detector*. PhD thesis, Michigan U., May 2013. Presented 02 May 2013.