



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ
ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ
ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ, ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ ΚΑΙ ΑΣΤΡΟΦΥΣΙΚΗ

ΕΙΔΙΚΗ ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Ενοποιημένες Θεωρίες Πεδίου πέρα από το Καθιερωμένο Πρότυπο της Σωματιδιακής Φυσικής

Από:

ΜΑΡΟΥΔΑΣ ΜΑΡΙΟΣ

Επίβλεψη:

ΛΩΛΑ ΣΜΑΡΑΓΔΑ

ΓΕΡΟΓΙΑΝΝΗΣ ΒΑΣΙΛΕΙΟΣ

ΑΝΑΣΤΟΠΟΥΛΟΣ ΧΑΡΗΣ

ΠΑΤΡΑ

2014 - 2015



UNIVERSITY OF PATRAS
FACULTY OF SCIENCE
PHYSICS DEPARTMENT
THEORETICAL COMPUTATIONAL PHYSICS AND ASTROPHYSICS

MASTER GRADUATION THESIS

Unified Field Theories beyond the Standard Model of Particle Physics

From:

MAROUDAS MARIOS

Supervisors:

LOLA SMARAGDA

GEROGIANNIS BASILEIOS

ANASTOPOULOS XARIS

PATRA
2014 - 2015

Πρόλογος

Στην παρούσα ειδική ερευνητική εργασία γίνεται βιβλιογραφική ανασκόπηση και διερεύνηση των βασικών θεωριών ενοποίησης πέρα από το Καθιερωμένο Πρότυπο της Σωματιδιακής Φυσικής, εστιάζοντας στην φαινομενολογική κυρίως μελέτη των Μεγαλοενοποιημένων θεωριών και της Υπερσυμμετρίας. Η εργασία αυτή εκπονήθηκε στα πλαίσια της ολοκλήρωσης των σπουδών μου στο μεταπτυχιακό πρόγραμμα σπουδών Θεωρητική, Υπολογιστική Φυσική και Αστροφυσική του τμήματος Φυσικής του Πανεπιστημίου Πατρών κατά το ακαδημαϊκό έτος 2014 - 2015. Η συγγραφή πραγματοποιήθηκε με τη βοήθεια του υπολογιστικού πακέτου L^AT_EX.

Επιβλέπουσα της εργασίας αυτής διετέλεσε η Καθηγήτρια του τμήματος Φυσικής κα. Λώλα Σμαράγδα με τους κκ. Γερογιάννη Βασίλειο και Αναστόπουλο Χάρη, επίσης Καθηγητές του τμήματος Φυσικής να συνθέτουν την τριμελή εξεταστική επιτροπή. Ευχαριστώ θερμά την επιβλέπουσα καθηγήτριά μου κα. Λώλα Σμαράγδα για την υπομονή της, την συνεχή υποστήριξη, και καθοδήγηση σε όλη την διάρκεια της εκπόνησης της παρούσας διπλωματικής, καθώς και τους δύο επιπλέον καθηγητές της τριμελούς επιτροπής για τις εξαιρετικές παρατηρήσεις τους.

Επίσης, αισθάνομαι την ανάγκη να ευχαριστήσω πολλούς ακόμα ανθρώπους που συμμετείχαν, είτε έμπρακτα είτε γενικώς υποστηρικτικά στην εκπόνηση της παρούσας εργασίας. Ένα μεγάλο ευχαριστώ, οφείλω στον κ. Ζιούτα Κωνσταντίνο, ομότιμο Καθηγητή του τμήματος Φυσικής του Πανεπιστημίου Πατρών και εκπρόσωπο του πειράματος CAST στο CERN για τις πολύ χρήσιμες συμβουλές του, αλλά και για την γενικότερη υποστήριξη του σε όλα τα έτη των μεταπτυχιακών μου σπουδών.

Επιπλέον, ευχαριστώ ιδιαιτέρως την Μητροπούλου Φωτεινή και τον Μαρούδα Σπυρίδωνα, για την ψυχολογική και ηθική υποστήριξη τους καθώς και την βοήθεια τους στον ορθογραφικό έλεγχο και την γενικότερη διαμόρφωση της παρούσας εργασίας. Πρέπει ακόμα να ευχαριστήσω τους μεταπτυχιακούς συμφοιτητές μου του τμήματος Φυσικής καθώς και τους πολυάριθμους φίλους και συνεργάτες από το CERN οι οποίοι συνέβαλλαν ο καθένας με τον δικό του ξεχωριστό τρόπο στην δημιουργία ενός ευχάριστου κλίματος συνεργασίας και αλληλοκατανόησης. Τέλος, ευχαριστώ από καρδιάς την οικογένεια μου για την κατανόηση, συμπαράσταση και υπομονή που έδειξαν όλο αυτόν τον καιρό.

Δεκέμβριος 2015

Περίληψη

Μια από τις σημαντικότερες, αν όχι η σημαντικότερη θεωρία στην ιστορία της θεωρητικής φυσικής υψηλών ενεργειών είναι το Καθιερωμένο Πρότυπο των Glashow, Salam και Weinberg. Έτσι, στο **Κεφάλαιο 2**, μετά την ιστορική εισαγωγή του **Κεφαλαίου 1** όπου εκτίθενται οι βασικές έννοιες της σύγχρονης και σωματιδιακής φυσικής, αναλύουμε τα βασικά στοιχεία του καθιερωμένου προτύπου της σωματιδιακής φυσικής αλλά και τα εργαλεία που χρησιμοποιούνται στην για την επίτευξη της ενοποίησης των ηλεκτρομαγνητικών και των ασθενών αλληλεπιδράσεων. Ο λόγος για την επεξηγηματική πορεία που ακολουθούμε, είναι η κατανόηση του τρόπου με τον οποίο επιτεύχθηκε η ενοποίηση αυτή αλλά και των ουσιωδών χαρακτηριστικών της φυσικής της ενοποίησης. Η προσέγγιση αυτή, θέτει τις βάσεις και τα εργαλεία για την ενοποίηση και των υπόλοιπων δυνάμεων κάτω από ένα κοινό μαθηματικό πλαίσιο το οποίο σίγουρα θα περιλαμβάνει τις θεωρίες βαθμίδας σαν βασικό συστατικό. Από τα μέσα της δεκαετίας του 1970, όπου ολοκληρώθηκε η διατύπωσή του, η αντιπαράθεση του καθιερωμένου προτύπου με τα πειραματικά δεδομένα, μέχρι και σήμερα, υπήρξε εξαιρετικά επιτυχημένη. Ωστόσο, όπως θα δούμε, παρά την μεγάλη επιτυχία του, γρήγορα διαπιστώθηκε πως διακατέχεται και από σοβαρές αδυναμίες. Έτσι, θα αναλύσουμε τα βασικά προβλήματα που το διέπουν, όπως ο αυθαίρετος αριθμός των ελεύθερων παραμέτρων και το CP πρόβλημα, αλλά και τα φαινόμενα τα οποία δεν μπορεί να εξηγήσει, όπως η σκοτεινή ύλη και ενέργεια αλλά και οι μάζες των νετρίνων, έτσι ώστε να καταλάβουμε για ποιο λόγο η περαιτέρω ενοποίηση δεν είναι απλά ένα νοητικό πρόβλημα της θεωρητικής και μαθηματικής φυσικής, αλλά ένα καίριο θέμα που μπορεί να λύσει τα προβλήματα που διέπουν την μέχρι στιγμής πιο επιτυχημένη θεωρία της σωματιδιακής φυσικής.

Η προσπάθεια να δοθούν απαντήσεις στα αναπάντητα ερωτήματα που δημιουργήσε το καθιερωμένο πρότυπο οδήγησε στην κατασκευή των Μεγαλοενοποιημένων Θεωριών. Στο **Κεφάλαιο 3** περιγράφουμε τις βασικές μεγαλοενοποιημένες θεωρίες, όπως η $SU(5)$ και $SO(10)$, που επιχειρούν να συνδέσουν τις ισχυρές αλληλεπιδράσεις με

τις ηλεκτρασθενείς και να επιλύσουν ορισμένα βασικά προβλήματα του καθιερωμένου προτύπου. Στο ίδιο κεφάλαιο αναδεικνύονται οι προβλέψεις που κάνουν οι θεωρίες αυτές, όπως η διάσπαση του πρωτονίου και τα μαγνητικά μονόπολα, οι πειραματικές προσπάθειες που γίνονται μέχρι σήμερα για την επιβεβαίωση ή απόρριψη τους, και η παρουσίαση νέων προβλημάτων που εδραιώνονται, όπως το doublet-triplet πρόβλημα και το πρόβλημα της ιεραρχίας.

Έτσι, οδηγούμαστε στο **Κεφάλαιο 4**, στο οποίο αναπτύσσεται μια από τις αποκαλούμενες ως ομορφότερες θεωρίες της θεωρητικής φυσικής, της υπερσυμμετρίας, η οποία επιλύει το πρόβλημα της ιεραρχίας σχετίζοντας μεταξύ τους τα μποζόνια και τα φερμιόνια ως δύο όψεις του ίδιου νομίσματος. Η θεωρία αυτή ενοποιεί με έναν εκπληκτικά όμορφο τρόπο διαφορετικές πτυχές της σωματιδιακής φυσικής αλλά και επιλύει πολλά υπάρχοντα προβλήματα. Επίσης, θα δούμε με ποιο τρόπο η υπερσυμμετρία επεκτείνει το καθιερωμένο πρότυπο στο MSSM αλλά και τα προβλήματα που το διακατέχουν. Στην συνέχεια, θα αναφέρουμε την εφαρμογή της υπερσυμμετρίας στις μεγαλοενοποιημένες θεωρίες και τις νέες προβλέψεις που λαμβάνουν χώρα. Ωστόσο, παρά τις επίμονες προσπάθειες η νέα αυτή συμμετρία δεν έχει επιβεβαιωθεί πειραματικά και η τελική απάντηση αναμένεται από τα νέα πειράματα.

Όμως, ο βασικός σκοπός της φυσικής των στοιχειωδών σωματιδίων, ο οποίος αποτελεί το δισκοπότηρο της θεωρητικής φυσικής, είναι η ενοποίηση όλων των θεμελιωδών αλληλεπιδράσεων. Το καθιερωμένο πρότυπο αλλά και οι μεγαλοενοποιημένες θεωρίες “αγνοούν” εντελώς τις βαρυτικές αλληλεπιδράσεις. Μια τέτοια θεωρία, που θα περιγράφει όλες τις αλληλεπιδράσεις και όλα τα φυσικά φαινόμενα και σωματίδια, ονομάζεται Θεωρία Των Πάντων, και κάποια βασικά χαρακτηριστικά της αλλά και κάποιες υποσχόμενες υποψήφιες θεωρίες, όπως η θεωρία χορδών και η κβαντική βαρύτητα βρόχων, σκιαγράφονται στο **Κεφάλαιο 5**. Πριν από αυτό όμως, παρατίθενται συγκεντρωτικά τα συμπεράσματα των θεωριών ενοποίησης που περιγράψαμε στα προηγούμενα κεφάλαια. Τέλος, κλείνουμε περιγράφοντας τους πειραματικούς περιορισμούς που υπάρχουν από τα υπάρχοντα και μελλοντικά πειράματα αλλά και τα μελλοντικά βήματα που θα ακολουθήσουν στην σωματιδιακή φυσική και φυσική υψηλών ενεργειών τα επόμενα χρόνια.

Abstract

One of the most important theory in the history of high energy theoretical physics is the Standard Model of Glashow Salam and Weinberg. Thus, in **Chapter 2**, after the historical introduction of **Chapter 1** where the basic concepts of modern and particle physics are exposed, we analyze the key elements of the standard model of particle physics, as well as the basic tools that are used to achieve the unification of electromagnetic and weak interactions. The reason for the explanatory path that we follow, is to understand the way in which this unification is achieved, and also the essential features of the physics of unification. This approach lays the foundations and tools for the unification of the remaining forces under a common mathematical framework which will surely include gauge theories as a basic ingredient. From the mid 70's when it's formulation was completed, until today, the confrontation of the standard model with the experimental data, had been extremely successful. However, as we shall see, despite it's great success, it was quickly realized that the standard model is also possessed by serious weaknesses. Thus, we will analyze the main underlying problems, such as the arbitrary number of free parameters and the CP problem, as well the variety of the phenomena that it can not explain, such as dark matter, dark energy and the neutrino masses, in order to understand why the idea of further unification is not just a mental problem of theoretical and mathematical physics, but a key issue that can solve the problems underlying the so far most successful theory of particle physics.

Trying to answer the remaining questions, that standard model created, led us to the construction of Grand Unified Theories. In **Chapter 3** we describe the basic grand unified theories such as $SU(5)$ and $SO(10)$, which attempt to unify the strong with the electroweak interactions and solve some of the standard model issues. The same chapter, highlights the predictions of theses theories, such as proton decay and the existence of magnetic monopoles, the experimental efforts made so far for a possible confirmation or rejection, as well as the new arisen

difficulties such as the doublet-triplet problem and the famous hierarchy problem.

Thus, we are led to **Chapter 4**, in which we develop the so-called most beautiful theory of theoretical physics, supersymmetry, which solves the hierarchy problem by associating with each other bosons and fermions as two sides of the same coin. This theory unifies, in a surprisingly beautiful way, different aspects of particle physics and settles a variety of existing difficulties. Furthermore, we will explore the way in which supersymmetry extends the standard model in MSSM as well as the new obstacles that need to be overcome. Then, we examine the application of supersymmetry in grand unified theories and the new predictions that take place. Nevertheless, despite the vigorous efforts, this new symmetry has not been experimentally confirmed, and the final verdict will be given by the current or future experiments.

However, the main objective of elementary particle physics, which is the grail of theoretical physics, is the unification of all fundamental interactions. The standard model and most of the grand unified theories completely ignore the gravitational interactions. A theory, which describes all interactions and all natural phenomena and particles, is called Theory of Everything. Some basic features, and some promising candidates such as string theory and quantum loop gravity are outlined in **Chapter 5**. Before that, we summarize the conclusions of the unification theories, described on the previous chapters. Lastly, we describe the experimental limitation of the existing and future experiments and the future steps that will be followed in particle and high energy physics in the upcoming years.

Περιεχόμενα

Πρόλογος	i
Περίληψη	iii
Abstract	v
Περιεχόμενα	vii
Κατάλογος Σχημάτων	xi
Κατάλογος Πινάκων	xix
Ακρωνύμια	xxi
1 Εισαγωγή	1
1.1 Κλασική φυσική	2
1.1.1 Κλασική μηχανική	2
1.1.2 Κλασική θεωρία πεδίων	3
1.1.3 Κλασική στατιστική μηχανική	4
1.2 Σύγχρονη φυσική	5
1.2.1 Θεωρία της σχετικότητας	6
1.2.2 Παλαιά κβαντική θεωρία	10
1.2.3 Νέα κβαντική θεωρία	13
1.2.4 Στοιχειώδη σωμάτια και θεμελιώδεις δυνάμεις	16
2 Το καθιερωμένο πρότυπο της σωματιδιακής φυσικής	21
2.1 Θεωρία πεδίου	22
2.1.1 Σχετικιστικές κυματικές εξισώσεις	22
2.1.2 Συμμετρίες και νόμοι διατήρησης	26

2.1.3	Μετασχηματισμοί βαθμίδας	28
2.1.4	Χαμιλτονιανή περιγραφή	30
2.1.5	Κανονική χβάντωση	33
2.1.6	Διαδότες και κορυφές	40
2.2	Καθιερωμένο πρότυπο	41
2.2.1	Θεωρία Yang - Mills	41
2.2.2	Χρωμοδυναμική	43
2.2.3	Αυθόρμητο σπάσιμο συμμετρίας	44
2.2.4	Θεωρία GSW	49
2.2.5	Διακριτές και εσωτερικές συμμετρίες	53
2.2.6	Διαγράμματα Feynman	59
2.2.7	Ομαλοποίηση - Επακανονικοποίηση	64
2.3	Πειραματική επαλήθευση	68
2.3.1	Ουδέτερα ρεύματα	68
2.3.2	Μποζόνια $W^\pm$ και Z^0	69
2.3.3	Top κουάρκ	71
2.3.4	Μποζόνιο Higgs	73
2.4	Βασικά προβλήματα	79
2.4.1	Μάζες νετρίνων	79
2.4.2	CP πρόβλημα	84
2.4.3	Ελεύθερες παράμετροι	87
2.4.4	Το πρόβλημα της ιεραρχίας	89
2.4.5	Σκοτεινή ύλη και σκοτεινή ενέργεια	92
2.4.6	Κβαντισμένο ηλεκτρικό φορτίο	98
2.4.7	Γενιές στοιχειωδών σωματιδίων	102
2.4.8	Ισχυρές αλληλεπιδράσεις και βαρύτητα	103
3	Μεγαλοενοποιημένες θεωρίες	105
3.1	Βασικές θεωρίες	106
3.1.1	$SU(5)$	106
3.1.2	$SO(10)$	115
3.1.3	Άλλες θεωρίες	123
3.2	Προβλέψεις	133
3.2.1	Διάσπαση πρωτονίου και παραβίαση βαρυονικού αριθμού	133
3.2.2	Βαρυονική ασυμμετρία	138

3.2.3	Μαγνητικά μονόπολα	139
3.2.4	Κβάντωση του φορτίου	142
3.2.5	Πρόβλεψη σταθερών ζεύξεων	143
3.3	Πειραματικές προσπάθειες	144
3.3.1	Σταθερότητα πρωτονίου	144
3.3.2	Μαγνητικά μονόπολα	148
3.4	Βασικά προβλήματα και πιθανές λύσεις	157
3.4.1	Doublet - Triplet splitting	157
3.4.2	Μάζες νετρίνων και σταθερές ζεύξης	159
4	Υπερσυμμετρία	163
4.1	Γενικά στοιχεία και κίνητρα	164
4.1.1	Κίνητρα	165
4.1.2	Άλγεβρα της υπερσυμμετρίας	176
4.1.3	Χειραλικά και διανυσματικά υπερπεδία	182
4.1.4	Υπερσυμμετρικές λαγκρατζιανές	186
4.1.5	Παραβίαση της υπερσυμμετρίας	191
4.2	Ελάχιστα υπερσυμμετρικό καθιερωμένο πρότυπο	194
4.2.1	Βασικά στοιχεία	194
4.2.2	Αυθόρμητο σπάσιμο της ηλεκτρασθενούς συμμετρίας	204
4.2.3	Σωματιδιακό περιεχόμενο	210
4.2.4	Βασικά προβλήματα	216
4.3	Υπερσυμμετρικές μεγαλοενοποιημένες θεωρίες	226
4.3.1	Υπερσυμμετρική $SU(5)$	228
4.3.2	Υπερσυμμετρική $SO(10)$	240
4.4	Πειραματικά δεδομένα	248
4.4.1	Διασπάσεις υπερσυμμετρικών σωματιδίων	248
4.4.2	Ανίχνευση υπερσυμμετρικών σωματιδίων	251
4.4.3	Αποτελέσματα ανίχνευσης LSP	254
4.4.4	Αποτελέσματα από επιταχυντές	255
5	Συμπεράσματα θεωριών ενοποίησης	269
5.1	Υπερσυμμετρία και μεγαλοενοποιημένες θεωρίες	270
5.1.1	Απλές μεγαλοενοποιημένες θεωρίες	270
5.1.2	Υπερσυμμετρία και MSSM	272

5.1.3	Υπερσυμμετρικές μεγαλοενοποιημένες θεωρίες	280
5.2	Περί μιας θεωρίας του παντός	284
5.2.1	Υποψήφιες θεωρίες	287
5.2.2	Αντεπιχειρηματολογία	305
5.3	Πειραματικοί περιορισμοί και μελλοντικά βήματα	309
5.3.1	Όρια της φυσικής	309
5.3.2	LHC και άλλα πειράματα	310
5.3.3	Μελλοντικοί στόχοι	313
Βιβλιογραφία		315

Κατάλογος Σχημάτων

1.1	Καμπύλωση του φωτός γύρω από ένα βαρύ αντικείμενο όπως περιγράφεται από την ΓΘΣ.	9
1.2	Η διαίρεση της φυσικής στους διάφορους κλάδους.	14
1.3	Ο χωρισμός των σωματιδίων σε αδρόνια (βαρυόνια και μεσόνια) και λεπτόνια. Στην παρένθεση δίνεται το είδος των σωματίων ανάλογα με τη στατιστική που ακολουθούν.	18
2.1	Παραλληλισμός ανυθόρμητου σπασίματος συμμετρίας με κατακόρυφη ράβδο υπό αξονική θλίψη [10].	45
2.2	Το δυναμικό $V = \frac{1}{2}\mu^2\phi^2 + \frac{1}{4}\lambda\phi^4$ για $\mu^2 < 0$ [10].	46
2.3	Το στοιχειώδη σωματίδια του ΚΠ της σωματιδιακής φυσικής.	59
2.4	Τα 3 πιθανά διαγράμματα που μπορούμε να έχουμε και τα οποία ικανοποιούν την σχέση $D = 4 - N \geq 0 \Rightarrow N \leq 4$ [13].	66
2.5	Συνεισφορά διαγραμμάτων μονού βρόγχου στον διαδότη.	66
2.6	Συνεισφορά διαγραμμάτων μονού βρόγχου στην αλληλεπίδραση.	67

2.7	Μια δέσμη νετρίνων, έχει διασχίσει το θάλαμο από κάτω. Τα νετρίνα είναι ηλεκτρικά ουδέτερα, και γι' αυτό δεν αφήνουν ίχνη τροχιάς, όμως ένα ηλεκτρόνιο εμφανίζεται να ξεκινά από ένα σημείο κοντά στο μέσο και δεξιά της εικόνας. Τα ηλεκτρόνια αυτά προήλθαν από έναν πυρήνα του υγρού, που περιέχεται στο θάλαμο φυσαλίδων, ο οποίος συγκρούστηκε με ένα νεutrino πολύ μεγάλης ενέργειας, και έτσι το ηλεκτρόνιο ακτινοβολεί φωτόνια επιβραδυνόμενο. Στην συνέχεια παρατηρούμε την τροχιά του ηλεκτρονίου και δυο ζεύγη e^-e^+ από δίδυμη γένεση που κάνουν δύο εκπεμπόμενα φωτόνια. Η παρατήρηση αυτή καθώς και εκείνες άλλων όμοιων γεγονότων στον Gargamelle, έδωσαν την πρώτη ένδειξη για την ύπαρξη αυτού του είδους σωματιδίου, το οποίο είχε προβλεφθεί από την ηλεκτρασθενή θεωρία.	70
2.8	Κυρίαρχα διαγράμματα Feynman για μονή παραγωγή του top κουάρκ στο κανάλι s (αριστερά) και t (δεξιά).	72
2.9	Οι διάφοροι τρόποι παραγωγής σωματιδίου Higgs σε συγκρούσεις pp . (α) Σύντηξη γκλουονίων (gluon fusion) (β) Παραγωγή με δύο top κουάρκ (top quark associated production). (γ) Σύντηξη μποζονίων (vector boson fusion). (δ) Ακτινοβολία Higgs (Higgsstrahlung). Τα αρχικά γκλουόνια ή κουάρκ είναι συστατικά των αρχικών πρωτονίων. .	74
2.10	Ενεργός διατομή παραγωγής του Higgs μέσω διαφόρων διαδικασιών παραγωγής σαν συνάρτηση της μάζας του.	74
2.11	Τα βασικά κανάλια διάσπασης του μποζονίου Higgs.	75
2.12	Διάγραμμα της μάζας του μποζονίου Higgs στο κανάλι των δυο φωτονίων από το πείραμα ATLAS [29].	77
2.13	Διάγραμμα της μάζας του μποζονίου Higgs στο κανάλι των δυο φωτονίων από το πείραμα CMS [34].	77
2.14	Διάγραμμα της μάζας του μποζονίου Higgs στο κανάλι των τεσσάρων λεπτονίων από το πείραμα ATLAS [29].	78
2.15	Διάγραμμα της μάζας του μποζονίου Higgs στο κανάλι των τεσσάρων λεπτονίων από το πείραμα CMS [35].	78
2.16	Περιοχές που επιτρέπονται ή απορρίπτονται για τις παραμέτρους τάλαντωσης των νετρίνων από διάφορα πειράματα βασιζόμενοι σε ανάλυση δύο γεύσεων νετρίνων [48].	85

2.17	Οι τετραγωνικές αποκλίσεις που συνεισφέρουν στην μάζα του Higgs από το top κουάρκ, τα μποζόνια βαθμίδας και το ίδιο το Higgs σε μονούς βρόγχους στο ΚΠ.	90
2.18	Συνεισφορά από φερμιόνια και αντι-φερμιόνια στον διαδότη του μποζονίου Higgs στο ΚΠ.	92
2.19	Τα πράσινα σημεία στο διάγραμμα αντιστοιχούν στις παρατηρούμενες ταχύτητες των αντικειμένων που βρίσκονται σε τροχιά γύρω από τον νάνο σπειροειδή γαλαξία M33 σαν συνάρτηση της απόστασης τους από το κέντρο του γαλαξία. Η κάτω καμπύλη στο διάγραμμα (διακεκομμένη γραμμή) δείχνει την αναμενόμενη ταχύτητα των αντικειμένων στον M33 ανάλογα με την φωτεινή ύλη στον γαλαξία. Η πράσινη γραμμή είναι η αναμενόμενη ταχύτητα για τα περιφερόμενα αντικείμενα αν υπάρχει ΣΥ στον M33.	94
2.20	Καμπύλη περιστροφής του γαλαξία NGC 6503 που μελετήθηκε από τους Begeman, Broels και Sanders (1991), όπου φαίνονται και οι συνεισφορές στην καμπύλη από αέρια, φωτεινή ύλη - δίσκο και ΣΥ στην άλω.	94
2.21	Διαχυμάνσεις της θερμοκρασίας στην κοσμική ακτινοβολία υποβάθρου όπως μετρήθηκε από τον δορυφόρο Planck.	95
2.22	Σχηματική απεικόνιση της μετάβασης ενός μαγνητικού μονόπολου με μαγνητικό φορτίο g , από έναν υπεραγώγιμο βρόγχο.	100
2.23	Όρια ενεργών διατομών συναρτήσει της μάζας των μαγνητικών μονόπολων όπως προκύπτει από άμεσες ανιχνεύσεις με χρήση επιταχυντών (συνεχόμενες γραμμές) και έμμεσων ανιχνεύσεων (διακεκομμένες γραμμές) [73].	102
3.1	Διάφορες διασπάσεις πρωτονίου μέσω ανταλλαγής των μποζονίων βαθμίδας X και Y [97].	134
3.2	Σχηματισμός τοπολογικών ατελειών.	142
3.3	Η ιδανική περίπτωση της διάσπασης $p \rightarrow e^+ \pi^0$ στον Super-Kamiokande [130].	146
3.4	Η ιδανική περίπτωση της διάσπασης $p \rightarrow K^+ \bar{\nu}$ στον Super-Kamiokande, για την περίπτωση $K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0$ (αριστερά) και $K^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$ (δεξιά) [130].	146
3.5	Πειραματικά κάτω όρια για τον χρόνο ζωής του πρωτονίου [133]. . . .	149

3.6	Άνω όρια ροής μαγνητικών μονόπολων με 95% ακρίβεια από διάφορα πειράματα [143].	155
3.7	Το διάσημο σήμα Cabrera. Τα δεδομένα δείχνουν (a) την τυπική σταθερότητα και (b) το γεγονός για το υποψήφιο μαγνητικό μονόπολο [152].	156
3.8	Αναπαράσταση των μαγνητικών γραμμών καθώς ένα μονόπολο περνά από έναν υπεραγώγιμο δακτύλιο. Όταν το μονόπολο είναι ακόμα μακριά από τον δακτύλιο (άνω απεικόνιση), το μαγνητικό του πεδίο είναι το συμμετρικό πεδίο ενός σημειακού μαγνητικού φορτίου. Όσο το μονόπολο πλησιάζει τον υπεραγώγιμο δακτύλιο, το πεδίο διαταράσσεται. Η διατάραξη συνεχίζεται όσο το μονόπολο περνά μέσα από τον δακτύλιο, όπου αφήνει κάποιες δυναμικές γραμμές. Μετά την διάβαση, έχουμε της δυναμικές γραμμές ενός μαγνητικού φορτίου συν τις παγιδευμένες γραμμές γύρω από το πηνίο.	157
4.1	Στα αριστερά φαίνονται τα σωματίδια του KΠ ενώ δεξιά φαίνεται το μικρότερο σωματιδιακό περιεχόμενο που προβλέπεται από τις υπερσυμμετρικές θεωρίες.	165
4.2	Εξέλιξη των αντιστρόφων των σταθερών ζεύξεων στο KΠ (αριστερά) και στην υπερσυμμετρική επέκταση του KΠ (MSSM) (δεξιά). Μόνο στην δεξιά περίπτωση, δηλαδή με την χρήση της υπερσυμμετρίας έχουμε ενοποίηση. Τα υπερσυμμετρικά σωματίδια αναμένεται να συνεισφέρουν μόνο πάνω από την ενεργή υπερσυμμετρική κλίμακα M_{SUSY} περίπου 1TeV , το οποίο προκαλεί αλλαγή στην κλίση της εξέλιξης των σταθερών. Το πάχος των γραμμών αναπαριστά το σφάλμα στις σταθερές ζεύξης [162].	168
4.3	Οι χ^2 κατανομές της M_{SUSY} και M_{GUT}	169
4.4	Ακτινοβολούσες διορθώσεις στην μάζα του ελαφριού Higgs.	170
4.5	Ακύρωση των τετραγωνικών όρων - αποκλίσεων από την υπερσυμμετρία.	171
4.6	Συνεισφορά από τον υπερσυμμετρικό εταίρο $\tilde{f}$ του φερμιονίου f στον διαδότη του μποζονίου Higgs. Το $\tilde{f}$ είναι είτε $\tilde{f}_L$ είτε $\tilde{f}_R$	172
4.7	Παράδειγμα διασπάσεων πρωτονίου στο ελάχιστα υπερσυμμετρικό μοντέλο μέσω ανταλλαγής wino και higgsino [97].	176
4.8	Η ενέργεια κενού ως κριτήριο για την αυθόρμητη παραβίαση της υπερσυμμετρίας.	193

4.9	Διάγραμμα το οποίο συνεισφέρει στην διάσπαση του πρωτονίου όταν η R -ομοτιμία είναι παραβιασμένη.	197
4.10	Μερικές από τις κορυφές οι οποίες γεννιούνται από τους υπερσυμμετρικούς όρους της Εξ. 4.127. Όλες οι κορυφές είναι ανάλογες της σταθεράς της ισχυρής ζεύξης g_3	203
4.11	Μερικές από τις κορυφές οι οποίες γεννιούνται από το υπερδυναμικό 4.112 του MSSM. Όλες οι κορυφές είναι ανάλογες με την ζεύξη Yukawa. Παρατηρούμε επίσης τον άρτιο αριθμό των υπερσωματίων σε κάθε κορυφή.	204
4.12	Η εξέλιξη των μαζών των βαθμωτών σωματιδίων του MSSM. Η μάζα $m_2^2 = m_{H_2}^2 + \mu^2$ παίρνει αρνητικές τιμές σε χαμηλές ενέργειες της τάξεως των 1TeV και πυροδοτεί την παραβίαση της ηλεκτρασθενούς συμμετρίας.	209
4.13	Οι συνθήκες παραβίασης της ηλεκτρασθενούς συμμετρίας και της αστάθειας σε σχέση με την ενέργεια Q . Στην ενέργεια M_G όπου οι ζεύξεις ενοποιούνται θεωρούμε κοινές μάζες M_0 για τα s -κουάρκ, $M_{1/2}$ για τα gauginos και A_0 για τις τριγραμμικές ζεύξεις. Με κατάλληλη επιλογή αυτών των παραμέτρων παίρνουμε την πειραματική μάζα για το διανυσματικό μποζόνιο Z στην ενέργεια $Q = M_Z$ όπως φαίνεται από τις συνθήκες ελαχιστοποίησης 4.150.	210
4.14	Διάσπαση πρωτονίου μέσω τελεστών διάστασης 5. Οι τελεστές αυτοί, προκύπτουν από την ανταλλαγή λεπτοκουάρκ, που ακολουθείται από κλείσιμο με gaugino ή Higgsino.	233
4.15	Ο ενεργός $d = 5$ τελεστής διάσπασης πρωτονίου κλεισμένος με έναν βρόγχο ανταλλαγής gluino.	233
4.16	Γυμνοί ενεργοί $d = 5$ τελεστές διάσπασης πρωτονίου.	234
4.17	Διάγραμμα Feynmann με διαδοχικές διασπάσεις των $\tilde{N}_i$, $\tilde{C}_i$ και LSP $\tilde{N}_1$ στην τελική κατάσταση.	250
4.18	Διάγραμμα Feynmann με διαδοχικές διασπάσεις των gluinos μέσω διαφόρων δυννητικών ή κανονικών σωματιδίων και με το LSP στα τελικά προϊόντα.	251
4.19	Διάγραμμα Feynmann με διαδοχικές διασπάσεις, τριλεπτονικό σήμα και ME_T	254

4.20	Ενεργές διατομές για παραγωγή ζευγών διαφόρων υπερσυμμετρικών σωματιδίων σαν συνάρτηση της μάζας τους στον LHC για ενέργεια κέντρου μάζας $8TeV$. Οι τυπικές ενεργές διατομές παραγωγής χρωματιστών s -κουάρκ και gluino είναι αρκετές τάξεις μεγέθους μεγαλύτερες από αυτές των λεπτονίων ή των charginos [354].	256
4.21	Ο παραμετρικός χώρος του μοντέλου CMSSM και διάφορα test points [356].	257
4.22	Ο παραμετρικός χώρος του μοντέλου CMSSM που επιτρέπεται από τα πειράματα είναι με πράσινο χρώμα [358]. Η διακεκομμένη γραμμή γύρω από το όριο της επιτρεπόμενης περιοχής είναι πρόβλεψη από το μοντέλο [359].	258
4.23	Περίληψη του μοντέλου pMSSM από το πείραμα ATLAS. Κάθε κάθετη μπάρα είναι μονοδιάστατη προβολή του κλάσματος των σημείων από μοντέλα που απορρίπτονται. Η χρωματική κωδικοποίηση αντιπροσωπεύει το κλάσμα των σημείων από μοντέλα που απορρίπτονται για κάθε υπερσυμμετρικό σωματίδιο.	259
4.24	Συγκεντρωτικά, τα όρια του πειράματος ATLAS στο CERN για την μάζα του gluino και neutralino για το Gtt απλοποιημένο μοντέλο σε ανάλυση για $8TeV$ [368].	261
4.25	Συγκεντρωτικά, τα παρατηρούμενα και αναμενόμενα όρια του πειράματος CMS στο CERN για διπλή παραγωγή του gluino [369].	261
4.26	Συγκεντρωτικά, τα όρια για τις μάζες των chargino και neutralino όπως δίνονται από το πείραμα CMS στο CERN [354].	264
4.27	Συγκεντρωτικά, τα όρια για τις μάζες των chargino και neutralino όπως δίνονται από το πείραμα ATLAS στο CERN μέχρι τον Σεπτέμβριο του 2015 [368].	264
4.28	Όρια για τις μάζες $\tilde{l}_R$ και $\tilde{l}_L$ θεωρώντας ίδιες μάζες s -ηλεκτρονίων και s -μιονίων [354, 368].	267
5.1	Συγκεντρωτικά, τα αποτελέσματα των αναζητήσεων υπερσυμμετρίας με τα αντίστοιχα όρια μαζών από το πείραμα ATLAS στον LHC μέχρι τον Ιούλιο του 2015 [368].	275
5.2	Συγκεντρωτικά, τα αποτελέσματα των αναζητήσεων υπερσυμμετρίας με τα αντίστοιχα όρια μαζών από το πείραμα CMS στον LHC [369]. . .	276

5.3	Η βαρύτητα διαδίδεται στον όγκο των επιπλέον διαστάσεων στην LED περίπτωση. Τα πεδία βαθμίδας και τα μαζικά πεδία του ΚΠ βρίσκονται περιορισμένα στη δική μας 4-διάστατη βράνη [377].	278
5.4	Σχηματική απεικόνιση περιελιγμένης επιπλέον διάστασης. Η τοπική ενέργεια αποκοπής είναι εκθετικά μικρότερη από την M_{Pl} [377]. . . .	280
5.5	Η ενοποίηση των θεμελιωδών δυνάμεων σε μια ενιαία ΘΤΠ σε ενέργειες κοντά στην κλίμακα Planck.	285
5.6	Η εξέλιξη του Σύμπαντος και η ενεργειακή κλίμακα ορισμένων χαρακτηριστικών γεγονότων. Πάνω από την κλίμακα Planck στα $10^{19} GeV$ η βαρύτητα γίνεται τόσο ισχυρή, γεγονός που υποδεικνύει μια ΘΤΠ για την περιγραφή όλων των δυνάμεων. Κάτω από αυτή την ενέργεια η ισχυρή και η ηλεκτρασθενής δύναμη θεωρούνται πως έχουν την ίδια ισχύ γεγονός που υποδεικνύει την πιθανότητα ύπαρξης μιας GUT με μόνο μία σταθερά ζεύξης στην κλίμακα ενοποίησης. Μετά το αυθόρμητο σπάσιμο της συμμετρίας τα μποζόνια βαθμίδας αυτής ενοποιημένης δύναμης γίνονται βαριά και “παγώνουν”. Οι εναπομείνουσες δυνάμεις αντιστοιχούν στην $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ συμμετρία του ΚΠ σε χαμηλότερες ενέργειες με τις σταθερές ζεύξης να αλλάζουν από την ενοποιημένη τιμή στην GUT κλίμακα στις τιμές χαμηλών ενεργειών (βλέπε Σχ. 4.2) [97].	286
5.7	Οι ΘΧ προϋποθέτουν την ύπαρξη ανοικτών χορδών (αριστερά) και κλειστών χορδών (δεξιά).	289
5.8	Τα σωματίδια του ΚΠ είναι περιορισμένα σε μια τρισδιάστατη υποπολλαπλότητα που ονομάζεται βράνη. Ο υψηλότερης διάστασης υπερχώρος ονομάζεται bulk.	290
5.9	Η μη παρατήρηση των επιπλέον διαστάσεων έχει ως συνέπεια την γενική παραδοχή ότι αυτές είναι περιελιγμένες ή συμπαγοποιημένες με τρόπο ώστε να μην μπορούμε να τις παρατηρήσουμε άμεσα. Η γεωμετρία αυτών των συμπαγοποιημένων αντικειμένων είναι πολύ δύσκολο να απεικονισθεί. Η εικόνα αυτή περιέχει δύο δισδιάστατες προβολές ενός εξαδιάστατου χώρου.	291

- 5.10 Ο ιστός του χώρου είναι ένα δίκτυο σπιν με γραμμές και κόμβους. Ο μικρότερος όγκος V_{Pl} αντιστοιχεί σε ένα κόμβο που το φως θέλει χρόνο t_{Pl} για να τον διασχίσει. Μεταξύ των κόμβων και πάνω στις γραμμές τοποθετούνται σύμβολα που αναπαριστούν είτε τις δυνάμεις είτε τα διάφορα σωματίδια που βρίσκονται εκεί. Η κίνηση σωματιδίων στο χώρο απεικονίζεται με αυτά τα σύμβολα να μετακινούνται με το μικρότερο δυνατό βήμα. Ο κβαντικός χωρόχρονος περιγράφεται από αντίστοιχα διαγράμματα, που ονομάζονται αφροί σπιν. 297
- 5.11 Εικόνα που δείχνει ένα δίκτυο σπιν με γραμμές και κόμβους μέσα στους οποίους ταξιδεύουν φωτόνια ακτίνων γ σε διαφορετικές διαδρομές. 298
- 5.12 Η αντιστοίχιση θεμελιωδών σωματίων σε 248 σημεία, στην E_8 θεωρία. Τα κόκκινα, πορτοκαλί, μπλε και μοβ τρίγωνα αναπαριστούν κουάρκ, ενώ τα κίτρινα και γκρι τρίγωνα αναπαριστούν λεπτόνια. Τα σωματίδια που φέρουν δύναμη αναπαρίστανται με κύκλους όπου οι πράσινοι αναπαριστούν βαρυτόνια, οι κίτρινοι τα ηλεκτρασθενή μποζόνια και τα μπλε τα γκλουόνια [462]. 303

Κατάλογος Πινάκων

1.1	Αλληλεπιδράσεις σωματιδίων με σχετική εμβέλεια και ένταση.	17
1.2	Ορισμένα σωματίδια και οι ιδιότητες τους με τα βασικά κανάλια δι- άσπασης.	19
1.3	Οι χβαντικοί αριθμοί των 6 κουάρκ και αντι-κουάρκ.	20
2.1	Νόμοι διατήρησης της φυσικής, και ισχύς στις διάφορες αλληλεπιδράσεις.	54
2.2	Ασθενές ισοτοπικό σπιν, υπερφορτίο και ηλεκτρικό φορτίο για την πρώτη οικογένεια στοιχειωδών σωματιδίων του ΚΠ [7].	58
3.1	Τα διάφορα φερμιόνια και οι χβαντικοί τους αριθμοί στην 16 -διάστατη σπινორιακή αναπαράσταση της $SO(10)$ [19].	116
3.2	Σωματιδιακό περιεχόμενο και αντίστοιχες ιδιότητες της 56_L αναπα- ράστασης της $SU(8)$. α, i είναι οι δείκτες χρώματος $SU(3)_C$ και $SU(3)_H$ αντίστοιχα. Επίσης, $d_i = (d, s, b)$, $e_i = (e, \mu, \tau)$, $\nu_i =$ $(\nu_e, \nu_\gamma, \nu_\tau)$, f, x, F και M_2 είναι τα νέα κουάρκ και λεπτόνια. Τέλος, $x_1 = x$, $x_2 = y$, $x_3 = z$, $M_k^c = (M_1^c, M_2^c, M_3^c)$, $N_k^c = (N_1^c, N_2^c, N_3^c)$ [90].	128
3.3	Τα 39 νέα μποζόνια βαθμίδας της $SU(8)$. Η ταξινόμηση τους γίνεται σύμφωνα με τον κανόνα μετασχηματισμού σε σχέση με την $SU(3)_C \times$ $SU(2) \times SU(3)_H$. Τα αντι-σωμάτια δεν παρουσιάζονται σε αυτόν τον πίνακα [90].	130
3.4	Πειραματικά κάτω όρια για τον χρόνο ζωής του πρωτονίου για διάφορα κανάλια [131].	148
4.1	Θεωρίες υπερβαρύτητας και πλήθος σωματιδίων σε διάφορα σπιν [10].	176

4.2	Οι χειραλικές υπερπολλαπλότητες του MSSM όπου $r, s, t, \dots = 1, 2, 3$ οι δείκτες της οικογένειας των κουάρκ και λεπτονίων, $i, j, k = 1, 2$ οι δείκτες της αναπαράστασης $SU(2)$ και $\alpha, \beta, \gamma = 1, 2, 3$ οι δείκτες της $SU(3)$ αναπαράστασης.	195
4.3	Οι διανυσματικές υπερπολλαπλότητες του MSSM όπου $R, S, Q, \dots = 1, \dots, 8$ οι δείκτες της ομάδας $SU(3)$ και $A, B, \Gamma = 1, 2, 3$ οι δείκτες της ομάδας $SU(2)$	196
4.4	Το υπερφορτίο Y , η τρίτη συνιστώσα του ισοσπίν T_3 και το φορτίο $Q = T_3 + \frac{Y}{2}$ του κάθε σωματίου στο MSSM.	203
4.5	Peccei-Quinn και R φορτία των spurions και των πεδίων του MSSM [262, 263].	221
4.6	Τα μποζόνια Higgs του MSSM και μερικών επεκτάσεων του. Συμβολίζουμε την μονή CP -περιττή κατάσταση στο MSSM και στο UMSSM σαν A_2^0 για ευκολότερη σύγκριση με τα υπόλοιπα μοντέλα [294].	225
4.7	Τυπικά πειραματικά σήματα σε αδρονικούς επιταχυντές για άμεση παραγωγή gluino και πρώτης και δεύτερης γενιάς s -κουάρκ θεωρώντας διαφορετικές ιεραρχίες μάζας [354].	260
4.8	Περίληψη των ορίων μαζών για τα gluino και s -κουάρκ, χρησιμοποιώντας διαφορετικές προσεγγίσεις, και θεωρώντας διατήρηση της R -ομοτιμίας. Οι μάζες στον πίνακα αυτό είναι σε GeV [354].	262
4.9	Περίληψη των ορίων μαζών των ασθενών gaugino θεωρώντας διατήρηση της R -ομοτιμίας. Οι μάζες στον πίνακα αυτό είναι σε GeV [354].	265
4.10	Περίληψη των ορίων μαζών των s -λεπτονίων από τον LHC και τον LEP θεωρώντας διατήρηση της R -ομοτιμίας και 100% “branching fraction” για $\tilde{l} \rightarrow l\tilde{\chi}_1^0$. Οι μάζες είναι σε GeV [354].	266
5.1	Σύνοψη των αναμενόμενων χρόνων ζωής για τα διάφορα θεωρητικά μοντέλα [138].	283

Ακρωνύμια

AΔΕ	Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας
AΔΟ	Αρχή Διατήρησης της Ορμής
AΔΣ	Αρχή Διατήρησης της Στροφορμής
ΓΘΣ	Γενική Θεωρία της Σχετικότητας
ΕΘΣ	Ειδική Θεωρία της Σχετικότητας
ΘΤΠ	Θεωρία των Πάντων
ΘΧ	Θεωρία Χορδών
KAM	Κοσμική Μικροκυματική Ακτινοβολία υποβάθρου
KB	Κβαντική Βαρύτητα
KΘΠ	Κβαντική Θεωρία Πεδίου
KΠ	Καθιερωμένο Πρότυπο
ME	Μεγάλη Έκρηξη
OE	Ομάδα Επακανονικοποίησης
ΣΥ	Σκοτεινή Ύλη
ΣΕ	Σκοτεινή Ενέργεια
AGS	Alternating Gradient Synchrotron
AMANDA	Antarctic Muon And Neutrino Detector Array
ANITA	Antarctic Impulsive Transient Antenna
ANTARES	Astronomy with a Neutrino Telescope and Abyss environmental RESearch
ARIANNA	Antarctic Ross Ice-Shelf ANtenna Neutrino Array
ATLAS	A Toroidal LHC Apparatus
AM	Adjoint Multiplet
BDUNT	Baikal Deep Underwater Neutrino Telescope
BNL	Brookhaven National Laboratory
CDF	Collider Detector at Fermilab

CDT	Causal Dynamical Triangulations
CERN	European Organisation for Nuclear Research
CKM	Cabibbo-Kobayashi-Maskaw
CMS	Compact Muon Solenoid
CMSSM	Constrained Minimal Supersymmetric Standard Model
COBE	Cosmic Background Explorer
DFSZ	Dine-Fischler-Srednicki-Zhitnisky model
DR	Dimensional Reduction scheme
DT	Doublet-Triplet splitting
DUNE	Dark Universe Explorer
EDM	Electric Dipole Moment
ESA	European Space Agency
EURECA	European Underground Rare Event Calorimeter Array
FCNC	Flavour-Changing Neutral Current
FM	Fermion Mass Higgs
GERDA	GERmanium Detector Array
GLA	Grade Lie Algebras
GLAST	Fermi Gamma-ray Space Telescope
GSW	Glashow-Salam-Weinberg theory
GUT	Grand Unified Theory
HERA	Hadron-Electron Ring Accelerator
HET-DEX	Hobby-Eberly Telescope Dark Energy Experiment
HLBC	Heavy Liquid Bubble Chamber
HL-LHC	High Luminosity Large Hadron Collider
ICARUS	Imaging Cosmic And Rare Underground Signal
ILC	International Linear Collider
IMB	Irvine-Michigan-Brookhaven
IS	Inverted Spectrum
JDEM	Joint Dark Energy Mission
KamiokaNDE	Kamioka Nucleon Decay Experiment
KamLAND	Kamioka Liquid Scintillator Antineutrino Detector
KGF	Kolar Gold Field
KM3NeT	Cubic Kilometre Neutrino Telescope
KSVZ	Kim-Shifman-Vainshtein-Zakharov model

K2K	KEK to Kamioka
LANNDD	Liquid Argon Neutrino and Nucleon Decay Detector
LBNE	Long-Baseline Neutrino Experiment
LED	Large Extra Dimensions
LENA	Low Energy Neutrino Astronomy
LEP	Large Electron-Positron Collider
LIGO	Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory
LHC	Large Hadron Collider
LISA	Laser Interferometer Space Antenna
LQG	Loop Quantum Gravity
LSP	Lightest Supersymmetric Particle
LUX	Large Underground Xenon
MACRO	Monopole, Astrophysics and Cosmic Ray Observatory
MEMPHYS	MEgaton Mass PHYSics
MFV	Minimal Flavor Violation
MINOS	Main Injector Neutrino Oscillation Search
MiniBooNE	Mini Booster Neutrino Experiment
MNSSM	Minimal Nonminimal Supersymmetric Standard Model
MS	Minimal Subtraction scheme
MSSM	Minimal Supersymmetric Standard Model
MSUGRA	Minimal SUPER GRAvity
NASA	National Aeronautics and Space Administration
NEMO	Neutrino Ettore Majorana Observatory
NESTOR	Neutrino Extended Submarine Telescope with Oceanographic Research
NGC	New General Catalogue of Nebulae and Clusters of Stars
NLSP	Next to Lightest Supersymmetric Particle
nMSSM	nearly Minimal Supersymmetric Standard Model
NMSSM	Next-to-Minimal Supersymmetric Standard Model
NO_νa	NuMI Off-Axis ν_e Appearance
NS	Normal Spectrum
NUSEX	Nucleon Stability Experiment
PMNS	Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata
pMSSM	phenomenological Minimal Supersymmetric Standard Model

PS	Proton Synchrotron
QCD	Quantum Chromodynamics
QD	Quasi-Degenerate spectrum
QED	Quantum Electrodynamics
RENO	Reactor Experiment for Neutrino Oscillations
SLC	Stanford Linear Collider
sMSSM	Secluded $U(1)'$ -extended Supersymmetric Standard Model
SNO	Sudbury Neutrino Observatory
SOX	Short distance neutrino Oscillations with BoreXino
SPS	Super Proton Synchrotron
SQUID	Superconducting Quantum Interference Device
SUSY	Supersymmetry
TPC	Time Projection Chamber
T2K	Tokai to Kamioka
UA	Underground Area
UMSSM	$U(1)'$ -extended Minimal Supersymmetric Standard Model
UNO	Underground Nucleon decay and Neutrino Observatory
VEV	Vacuum Expectation Value
WIMP	Weakly Interacting Massive Particle
WMAP	Wilkinson Microwave Anisotropy Probe

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

Στο τέλος του 19^{ου} αιώνα η φυσική της εποχής εκείνης που ονομάζεται σήμερα *κλασική φυσική* θεωρούνταν εδραιωμένη και ακλόνητη. Η κυρίαρχη φυσική γνώμη ήταν πως όλα τα θεμελιώδη προβλήματα είχαν θεωρητικά λυθεί. Η μελέτη συγκεκριμένων φαινομένων ήταν ζήτημα μονάχα κάποιας επιμέρους εφαρμογής των γνωστών θεμελιωδών αρχών και επίλυσης των γνωστών διαφορικών εξισώσεων που εκφράζουν τους θεμελιώδεις νόμους της φύσης. Την πεποίθηση αυτή είχαν ενισχύσει, εκτός από τις μεγάλες επιτυχίες της κλασικής μηχανικής στη μελέτη των ουρανίων σωμάτων, και οι άλλοι κλάδοι της Φυσικής. Η κινητική θεωρία, για παράδειγμα, ενοποίησε τη στατιστική μηχανική με τη θερμοδυναμική. Ομοίως η *ηλεκτρομαγνητική θεωρία* του Maxwell ενοποίησε τα ηλεκτρικά και μαγνητικά φαινόμενα με τα οπτικά φαινόμενα, δείχνοντας ότι το φως δεν ήταν τίποτε άλλο παρά ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία. Γενικά μπορούμε να δούμε πως κατά την διάρκεια της ιστορίας της φυσικής, έχει γίνει μεγάλη πρόοδος μέσω της ενοποίησης πτυχών της φύσης που ήταν φαινομενικά διαφορετικές εκφάνσεις της φυσικής πραγματικότητας.

Στα τέλη όμως του 19^{ου} αιώνα και στην αρχή του 20^{ού} προέκυψαν πειραματικά αποτελέσματα που δεν ήταν δυνατόν να ερμηνευθούν με την εφαρμογή των γνωστών βασικών αρχών. Έτσι, χρειάστηκε να αναθεωρηθούν οι βασικές αρχές γεγονός που όπως θα δούμε οδήγησε σε δύο διαφορετικές επαναστάσεις στη φυσική. Οι επαναστάσεις αυτές της Κβαντομηχανικής και της θεωρίας της Σχετικότητας θα άλλαζαν τελείως τον τρόπο με τον οποίο αντιλαμβανόμαστε την φυσική πραγματικότητα αλλά και την άποψη μας για μια ενιαία περιγραφή της φύσης.

1.1 Κλασική φυσική

Η κλασική φυσική, μπορούμε να πούμε ότι χωρίζεται γενικά σε τρεις θεμελιώδους κλάδους:

1. Κλασική Μηχανική.
2. Κλασική Θεωρία Πεδίων.
3. Κλασική Στατιστική Μηχανική.

1.1.1 Κλασική μηχανική

Η πρώτη σοβαρή προσπάθεια να ερμηνευτούν τα διάφορα φυσικά φαινόμενα κάτω από μια ενιαία περιγραφή έγινε από τον Νεύτωνα τον 16^ο αιώνα με την δημιουργία και την καθιέρωση της *Κλασικής Μηχανικής*, η οποία μπορούσε να εξηγήσει μια σειρά από φυσικές διεργασίες με την βοήθεια μερικών απλών και βασικών αρχών. Η αρμοδιότητα της κλασικής μηχανικής είναι η μελέτη της κίνησης των υλικών σωμάτων υπό την επίδραση δεδομένων δυνάμεων [1]. Το περιεχόμενο της συνοψίζεται στο *νόμο του Νεύτωνα*:

$$F = \frac{dp}{dt} \quad (1.1)$$

ο οποίος γνώρισε θεαματική επιβεβαίωση των προβλέψεων του τόσο στη μελέτη της κίνησης γήινων σωμάτων όσο και στην περιγραφή των πλανητικών τροχιών [1].

Στο πλαίσιο της μηχανικής ανήκουν επίσης και όλα τα φαινόμενα που οφείλονται στη σχετική κίνηση των δομικών μονάδων ενός συνεχούς μέσου υπό την επίδραση των αμοιβαίων τους δυνάμεων (*Κυματική και Μηχανική Ρευστών*). Η εφαρμογή του νόμου του Νεύτωνα 1.1 στο πρόβλημα της κυματικής διάδοσης οδηγεί στην γνωστή *κυματική εξίσωση*:

$$\nabla^2 \varphi - \frac{1}{u^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = 0 \quad (1.2)$$

η οποία περιγράφει με ακρίβεια όλα τα μηχανικά κύματα. Η μόνη περίπτωση που έμενε να επιβεβαιωθεί ήταν η διάδοση των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων. Όμως, όπως αποδείχθηκε μέσω των πειραμάτων των Mickelson-Morley τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα, δεν μπορούν να αναχθούν σε μηχανική ταλάντωση κάποιου υλικού μέσου όπως ο *αιθέρας* [2]. Σε αντίθεση επίσης με τα μηχανικά, αυτά μπορούν να διαδοθούν και στο κενό.

Οι βασικές παραδοχές της Κλασικής Μηχανικής είναι [1]:

- Τα υλικά σωματίδια κινούνται πάνω σε καλά καθορισμένες τροχιές πράγμα που σημαίνει ότι μπορούμε με απόλυτη ακρίβεια να μελετήσουμε τόσο τη θέση όσο και την ταχύτητα του σωματιδίου.
- Η ενέργεια και η ορμή των υλικών σωματιδίων είναι “καθαρά” εντοπισμένες.
- Φυσικά μεγέθη όπως η ενέργεια, η ορμή, η στροφορμή κλπ παίρνουν όλες τις δυνατές τιμές εντός επιτρεπόμενων διαστημάτων, δηλαδή έχουμε ένα συνεχές πεδίο τιμών.
- Η έννοια της “κβάντωσης”, είναι συνυφασμένη με καθαρά κυματικά μεγέθη, όπως η συχνότητα και το μήκος κύματος των στάσιμων κυμάτων. Ωστόσο, τα δυναμικά μεγέθη όπως η ενέργεια και η ορμή παίρνουν ένα συνεχές σύνολο τιμών.

1.1.2 Κλασική θεωρία πεδίων

Η Κλασική Θεωρία των Πεδίων πραγματεύεται η μελέτη των θεμελιωδών δυναμικών πεδίων, όπως το πεδίο βαρύτητας και το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο [3, 4]. Η κλασική θεωρία του πεδίου βαρύτητας συγκεντρώνεται στο νόμο της Παγκόσμιας Έλξης:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \hat{r} \quad (1.3)$$

Μετά την ανακάλυψη των ηλεκτρικών και μαγνητικών φαινομένων και ιδιαίτερα του ηλεκτρικού φορτίου, η έρευνα των φυσικών φαινομένων αποκτά καινούριο ενδιαφέρον. Μέχρι τον 19^ο αιώνα οι επιστήμονες θεωρούσαν την ηλεκτρική και τη μαγνητική δύναμη ως δυο τελείως διαφορετικές δυνάμεις. Οι εξισώσεις Maxwell σηματοδότησαν και την πρώτη ενοποίηση δυνάμεων. Το ηλεκτρικό και το μαγνητικό πεδίο αποδείχθηκε ότι αποτελούν τις δυο όψεις του ίδιου νομίσματος. Οι εξισώσεις Maxwell εμπεριέχουν συμπυκνωμένους όλους τους νόμους του Ηλεκτρομαγνητισμού [4]:

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \cdot \vec{E} &= \frac{\rho_E(\vec{r})}{\epsilon_0} \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{B} &= 0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \vec{\nabla} \times \vec{B} &= \mu_0 \vec{j}_E + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \end{aligned} \quad (1.4)$$

Οι Εξ. 1.4 επαληθεύουν την κλασική κυματική εξίσωση. Η πιο σημαντική συνέπεια τους είναι η διάδοση των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων στο κενό σύμφωνα με τους νόμους της Κλασικής Κυματικής με ταχύτητα ίση με την ταχύτητα του φωτός. Στα πλαίσια της Κλασικής Θεωρίας η αναγωγή των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων σε μηχανικές ταλαντώσεις είναι αδύνατη. Ως αποτέλεσμα υπάρχουν δυο ξεχωριστές και αμοιβαία αποκλειόμενες φυσικές οντότητες: τα σωματίδια και τα κύματα, και κάθε απόπειρα συνδυασμού έρχεται σε πλήρη αντίθεση με την κλασική φυσική.

1.1.3 Κλασική στατιστική μηχανική

Η Κλασική Μηχανική και Κλασική Θεωρία Πεδίων μπορεί να εξηγήσει τους νόμους οποιουδήποτε φαινομένου μελετώντας την κίνηση του πλήθους των σωματιδίων υπό την επίδραση των αμοιβαίων τους δυνάμεων. Ωστόσο, για ένα μακροσκοπικό σώμα αυτά δεν ισχύουν καθώς:

- Ο αριθμός των σωματιδίων του μακροσκοπικού σώματος είναι της τάξεως του 10^{23} , και άρα η λύση των εξισώσεων της κίνησης είναι πρακτικά αδύνατη για κάθε σωματίδιο ξεχωριστά.
- Όσον αφορά τα θερμοδυναμικά μεγέθη, η περιγραφή της σωματιδιακής κίνησης δεν είναι αναγκαία. Για παράδειγμα, για τον υπολογισμό της πίεσης του αερίου αρκεί η γνώση του αριθμού των σωματιδίων και της κατανομής των ταχυτήτων της. Δηλαδή, αρκεί η γνώση της στατιστικής κατανομής στο χώρο των θέσεων και τον ορμών.
- Ο βασικός νόμος που διέπει τις μεταβολές των απομονωμένων μακροσκοπικών συστημάτων, είναι ο *νόμος αύξησης της εντροπίας*, ο οποίος όμως δεν συνάγεται από της εξισώσεις της μικροσκοπικής κίνησης οι οποίες είναι αναλλοίωτες στην αντιστροφή του χρόνου καθώς οι μακροσκοπικές μεταβολές είναι μονής κατεύθυνσης. Άρα, ο νόμος αύξησης της εντροπίας θεωρείται ανεξάρτητος θεμελιώδης νόμος της φύσης.

Ο “στατιστικός ορισμός” της εντροπίας διατυπώνεται ως εξής:

$$S = k \log W \quad (1.5)$$

όπου k η σταθερά του Boltzmann και W το στατιστικό βάρος μιας συγκεκριμένης κατανομής μορίων στο χώρο των φάσεων. Το W ορίζεται ως ο αριθμός των συνδυασμών με τους οποίους μπορεί να πραγματοποιηθεί η θεωρούμενη κατανομή. Η

πιθανότερη κατανομή των μορίων είναι αυτή που μεγιστοποιεί την εντροπία, και η οποία αντιστοιχεί στην κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας. Αυτή είναι:

$$\frac{dN}{N} = Ae^{-E/kT} d\tau \quad (1.6)$$

όπου dN/N είναι το ποσοστό των μορίων που βρίσκονται σε όγκο $d\tau$ και έχουν ενέργεια E . Σύμφωνα με την Εξ. 1.6 η ποσότητα:

$$P = Ae^{-E/kT} \quad (1.7)$$

δίνει την πιθανότητα να έχει ένα σωματίδιο ενέργεια E σε θερμοκρασία T . Ο τύπος αυτός είναι ο τύπος του Boltzmann και αποτελεί βασικό τύπο της *Κλασικής Στατιστικής Μηχανικής*.

Τέλος, ένας από τους βασικούς νόμους της Στατιστικής Μηχανικής η οποία μελετά τη μέση τιμή των φυσικών ιδιοτήτων πολύ μεγάλων συνόλων από ξεχωριστά σωματίδια που κινούνται τυχαίως είναι το *θεώρημα της ισοκατανομής* το οποίο ορίζει πως η ολική ενέργεια ενός μεγάλου πλήθους χωριστών σωματίων που ανταλλάσσουν μεταξύ τους την ενέργεια τους με κρούσεις, κατανέμεται εξίσου (κατά μέσο όρο) σε όλα τα σωματίδια.

1.2 Σύγχρονη φυσική

Μετά κι από την ανακάλυψη της ατομικής δομής της ύλης με το *μοντέλο του Rutherford* (όπου το άτομο αποτελούνταν από έναν θετικά φορτισμένο πυρήνα και μερικά αρνητικά φορτισμένα ηλεκτρόνια γύρω από αυτόν), πολλοί πίστευαν ότι είχαν ανακαλυφθεί όλα τα στοιχεία που θα επέτρεπαν την ερμηνεία των διαφόρων φαινομένων του φυσικού κόσμου. Ωστόσο, γρήγορα βρέθηκαν ενδείξεις που άρχισαν να θέτουν υπό αμφισβήτηση τους νόμους του Νεύτωνα και του Maxwell. Αυτές ήταν κυρίως η σταθερότητα της ταχύτητας του φωτός και οι φασματικές γραμμές των ατόμων. Παρατηρήθηκε δηλαδή, πως η ταχύτητα του φωτός παραμένει σταθερή ανεξάρτητα από την ταχύτητα της πηγής που την εκπέμπει, σε πλήρη αντίθεση με τους νόμους της κίνησης της Νευτώνειας μηχανικής. Επίσης, φάνηκε μέσα από παρατηρήσεις φασμάτων διεγερμένων ατόμων, ότι τα φάσματα αυτά δεν είχαν μια συνέχεια, αλλά η εκπομπή λάμβανε χώρα σε συγκεκριμένες χαρακτηριστικές συχνότητες. Αυτό όμως ήταν παράλογο σύμφωνα με την θεωρία του Maxwell που προέβλεπε ότι ένα ηλεκτρόνιο που κινείται σε τροχιά γύρω από τον πυρήνα, και άρα επιταχύνεται, θα πρέπει

να εκπέμπει συνεχές φάσμα. Επίσης ένα τέτοιο άτομο θα έπρεπε να καταρρεύσει σε χρόνο $10^{-6}s$. Η “σταθερότητα” οπότε του ατόμου αποτελούσε μυστήριο.

Μέσα από αυτές τις αντιφάσεις θεωρίας και πειράματος γεννήθηκαν δυο μεγάλες επαναστατικές θεωρίες των αρχών του αιώνα μας, που καθόρισαν την σύγχρονη φυσική και αποτέλεσαν μερικά από τα μεγαλύτερα επιτεύγματα της θεωρητικής φυσικής. Αυτές είναι η *Ειδική Θεωρία της Σχετικότητας* - ΕΘΣ όπως διατυπώθηκε από τον Einstein το 1905 και η *Κβαντική Θεωρία* όπως διαμορφώθηκε από διάφορους φυσικούς μεταξύ των οποίων οι Heisenberg, Born, Jordan, Pauli, Schrodinger και Bohr κατά τα έτη 1924 – 1927. Οι θεωρίες αυτές άλλαξαν τον τρόπο που βλέπουμε το Σύμπαν αλλά και μας έδωσαν δύο πολύ ισχυρά εργαλεία για την μελέτη του φυσικού κόσμου. Συγκεκριμένα, φτάσαμε πιο κοντά σε μια ολοκληρωμένη κατανόηση του φυσικού κόσμου, και στην ερμηνεία μιας σειράς από πειραματικά δεδομένα που δεν ταίριαζαν με τις παλαιότερες αντιλήψεις. Οι βασικές θεμελιώδεις αρχές της Κβαντικής Θεωρίας είναι ο *κυματοσωματιδιακός δυϊσμός της ύλης* και η *διακριτότητα*. Αντίστοιχα, η ΕΘΣ ορίζει πως η ταχύτητας μετάδοσης μιας οποιαδήποτε δράσης δεν μπορεί να υπερβεί την ταχύτητα του φωτός γεγονός που υποδηλώνει πως υπάρχει *τοπικότητα* των παρατηρήσεων, δηλαδή, μια αλλαγή σε ένα σημείο στο χωρόχρονο γίνεται αντιληπτή σε άλλα σημεία αργότερα, οπότε η παρατήρηση είναι συνάρτηση της θέσης στον χωρόχρονο, και άρα χρειαζόμαστε την έννοια των πεδίων για την περιγραφή της φύσης.

1.2.1 Θεωρία της σχετικότητας

Ειδική θεωρία της σχετικότητας

Η ΕΘΣ βασίζεται σε δύο θεμελιώδη αξιώματα:

1. Οι νόμοι της φυσικής είναι ίδιοι σε όλα τα αδρανειακά συστήματα αναφοράς. Αυτό σημαίνει ότι βασικοί νόμοι, όπως ο $\sum F = ma$, έχουν την ίδια μαθηματική μορφή για όλους τους παρατηρητές που κινούνται με σταθερή ταχύτητα ο ένας ως προς τον άλλο.
2. Η μετρούμενη τιμή της ταχύτητας του φωτός στο κενό είναι πάντα $3 \times 10^8 m/s$ και είναι ανεξάρτητη της κίνησης του παρατηρητή ή της κίνησης της φωτεινής πηγής. Δηλαδή, η ταχύτητα του φωτός είναι η ίδια για όλους τους αδρανειακούς παρατηρητές.

Προκειμένου να ικανοποιηθούν αυτά τα αξιώματα, ο μετασχηματισμός συντεταγμένων του Γαλιλαίου πρέπει να αντικατασταθεί από τον μετασχηματισμό Lorentz που εκφράζεται από τις εξισώσεις:

$$\begin{aligned}x' &= \gamma(x - vt) \\t' &= \gamma\left(t - \frac{v}{c^2}x\right) \\y' &= y \\z' &= z\end{aligned}\tag{1.8}$$

όπου:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}\tag{1.9}$$

Σε αυτές τις εξισώσεις έχει υποθεθεί ότι το τονούμενο σύστημα κινείται με ταχύτητα v κατά μήκος των αξόνων xx' .

Η σχετικιστική σχέση για τον μετασχηματισμό της ταχύτητας είναι:

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - \frac{u_x v}{c^2}}\tag{1.10}$$

όπου u_x είναι η ταχύτητα ενός αντικειμένου, όπως αυτή μετριέται από το σύστημα S , και u'_x είναι η ταχύτητα όπως μετριέται από το σύστημα S' .

Μερικές από τις συνέπειες της ΕΘΣ είναι οι εξής:

1. Ρολόγια που κινούνται σε σχέση με έναν παρατηρητή έχουν βραδύτερο ρυθμό λειτουργίας κατά ένα παράγοντα γ . Αυτό το φαινόμενο είναι γνωστό ως *διαστολή του χρόνου*, και εκφράζεται από την σχέση:

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma \Delta t'\tag{1.11}$$

2. Τα κινούμενα αντικείμενα παρουσιάζουν συστολή στη διεύθυνση της κίνησης. Δηλαδή, ένα αντικείμενο που κινείται με ταχύτητα v έχει μετρούμενο μήκος μικρότερο από το μήκος ηρεμίας του (*ιδιομήκος*) L' κατά τον παράγοντα $1/\gamma$. Δηλαδή:

$$L = L' \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{L'}{\gamma}\tag{1.12}$$

3. Γεγονότα τα οποία είναι ταυτόχρονα για έναν παρατηρητή δεν είναι ταυτόχρονα για έναν άλλον παρατηρητή που κινείται σε σχέση με τον πρώτο, καθώς οι μετρήσεις χρονικών διαστημάτων εξαρτώνται από το σύστημα αναφοράς στο οποίο γίνεται η μέτρηση.

Συνοψίζοντας, μπορούμε να πούμε ότι η χρονική διάρκεια, το μήκος και το ταυτόχρονο δεν είναι “απόλυτες έννοιες” στη σχετικότητα.

Επίσης η σχετικιστική έκφραση για την ορμή ενός σωματιδίου που κινείται με ταχύτητα u είναι:

$$P = \gamma m u \quad (1.13)$$

ενώ η σχετικιστική έκφραση για την κινητική ενέργεια ενός σωματιδίου είναι:

$$K = \gamma m c^2 - m c^2 \quad (1.14)$$

όπου η ποσότητα $m c^2$ καλείται *ενέργεια ηρεμίας* του σωματιδίου. Η συνολική ενέργεια E ενός σωματιδίου σχετίζεται με τη μάζα μέσω της περίφημης *σχέσης ισοδυναμίας ενέργειας - μάζας*:

$$E = \gamma m c^2 \quad (1.15)$$

ενώ η *σχετικιστική ορμή* συνδέεται με την ολική ενέργεια μέσω της εξίσωσης:

$$E^2 = p^2 c^2 + (m c^2)^2 \quad (1.16)$$

Η ΕΘΣ έχει επιβεβαιωθεί από ένα μεγάλο πλήθος πειραμάτων και αποτελεί πλέον μια καλά καθιερωμένη θεωρία, η οποία αποτελεί σταθερή βάση για κάθε θεωρία πεδίου της Σύγχρονης Φυσικής.

Γενική θεωρία της σχετικότητας

Αργότερα όταν ο Einstein προχώρησε παραπέρα τις εξισώσεις ΕΘΣ, κατέληξε το 1916 σε μια νέα θεωρία για την βαρύτητα με την ονομασία *Γενική Θεωρία της Σχετικότητας* - ΓΘΣ και η οποία αποτελούσε γενίκευση της ΕΘΣ. Στη θεωρία του Νεύτωνα, οι σχέσεις που περιέγραφαν την δύναμη της βαρύτητας στηρίζονταν πάνω σε έννοιες όπως αυτές του απόλυτου χώρου και χρόνου, έννοιες που η ΕΘΣ είχε ήδη ανατρέψει. Άρα, ήταν απαραίτητη μια νέα θεώρηση της βαρύτητας.

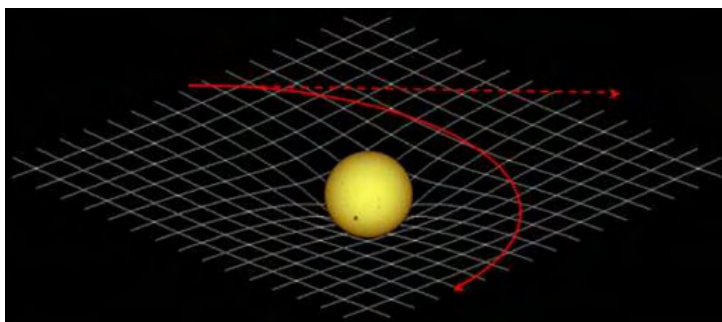
Βασική αρχή της ΓΘΣ είναι η ισοδυναμία των επιταχυνόμενων συστημάτων αναφοράς με συστήματα που ευρίσκονται εντός βαρυτικού πεδίου, η οποία ονομάζεται *αρχή της ισοδυναμίας*. Δηλαδή, για έναν παρατηρητή που βρίσκεται μέσα σε ένα εργαστήριο που υφίσταται ελεύθερη πτώση, θα πρέπει όχι μόνο τα αντικείμενα να αιωρούνται σαν να μην υπήρχε βαρύτητα, αλλά και όλοι οι μη βαρυτικοί νόμοι της φυσικής όπως ο ηλεκτρομαγνητισμός να λειτουργούν σαν να μην υπήρχε βαρύτητα. Επίσης ισχύει και το αντίστροφο, δηλαδή σε ένα σύστημα αναφοράς όπου η βαρύτητα

είναι αισθητή όπως σε ένα εργαστήριο πάνω στην επιφάνεια της Γης, τα αποτελέσματα της βαρύτητας πάνω στους φυσικούς νόμους μπορούν να βρεθούν απλώς με μαθηματικό τρόπο, δηλαδή με τον μετασχηματισμό των νόμων από ένα σύστημα ελεύθερης πτώσης στο σύστημα αναφοράς του εργαστηρίου. Στον κλάδο των μαθηματικών που είναι γνωστός ως *διαφορική γεωμετρία*, αυτό ισοδυναμεί με το να πούμε ότι ο χωρόχρονος είναι καμπυλωμένος. Με άλλα λόγια, τα αποτελέσματα της βαρύτητας δεν μπορούν να διακριθούν από τα αποτελέσματα που έχει κανείς όταν βρίσκεται μέσα σε καμπυλωμένο χωρόχρονο.

Έτσι, σαν βασική ιδέα της ΓΘΣ, η γεωμετρία του χωρόχρονου καθορίζει την επίδραση της βαρύτητας, με συνέπεια κάθε μάζα να παραμορφώνει τοπικά τη γεωμετρία του χωρόχρονου και να επηρεάζει τις τροχιές των σωματιδίων σε σχετικά μικρές αποστάσεις. Για παράδειγμα, ένα άστρο καμπυλώνει το χωροχρονικό συνεχές με τον ίδιο τρόπο που αν τοποθετούσαμε μια μπάλα πάνω σε ένα τεντωμένο σεντόνι, αυτή θα έκανε το σεντόνι να “βουλιάξει” στη συγκεκριμένη περιοχή (βλέπε Σχ. 1.1). Η βασική σχέση της ΓΘΣ, η οποία ονομάζεται *εξίσωση πεδίου του Einstein*, είναι:

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu} \quad (1.17)$$

Βασικές συνέπειες της αρχής της ισοδυναμίας είναι το φαινόμενο της *ερυθράς μετατόπισης* λόγω βαρύτητας αλλά και της *εκτροπής του φωτός* από ένα μαζικό σώμα όπως ο Ήλιος (βλέπε Σχ. 1.1). Η ανακάλυψη των φαινομένων αυτών όπως και η “μετατόπιση του περιηλίου της τροχιάς του Ερμή”, αλλά και ενός μεγάλου πλήθους πειραματικών ελέγχων, έχει καθιερώσει την ΓΘΣ ως την σωστή θεωρία της βαρύτητας, η οποία ανέλαβε στην συνέχεια νέους ρόλους ως θεωρητικό εργαλείο στην αστροφυσική και στην κοσμολογία αλλά και ως περιοχή διερεύνησης στην φυσική στοιχειωδών σωματιδίων.



Σχήμα 1.1: Καμπύλωση του φωτός γύρω από ένα βαρύ αντικείμενο όπως περιγράφεται από την ΓΘΣ.

1.2.2 Παλαιά κβαντική θεωρία

Τα τρία προβλήματα που προέκυψαν στην Κλασική Φυσική έμελλαν να αλλάξουν δραματικά την άποψη μας για την φυσική πραγματικότητα. Τα πειράματα αυτά που οδήγησαν στην αναθεώρηση της Κλασικής Φυσικής ήταν το “φάσμα μέλανος σώματος”, το “φωτοηλεκτρικό φαινόμενο” και το “φαινόμενο Compton”. Τα τρία αυτά φαινόμενα μπόρεσαν και εξηγήθηκαν με την νεοσύστατη Κβαντική Θεωρία, κάνοντας τις εξής υποθέσεις:

1. Σύμφωνα με τον Planck, οι ατομικοί ταλαντωτές που είναι υπαίτιοι για την ακτινοβολία μέλανος σώματος είναι δυνατόν να έχουν μόνο διακριτές ή κβαντωμένες ενέργειες. Οπότε, η ενέργεια ενός στάσιμου κύματος μέσα σε μια κοιλότητα είναι *κβαντωμένη*. Κατά την θερμική εκπομπή ακτινοβολίας οι μόνες επιτρεπόμενες τιμές ενέργειας είναι ακέραια πολλαπλάσια της ποσότητας $h\nu$ δηλαδή:

$$E_n = nh\nu, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (1.18)$$

όπου η σταθερά $h = 6.626 \times 10^{-34} Js$ ονομάζεται *σταθερά του Planck* ενώ η ποσότητα $h\nu$ ονομάζεται *κβάντο ενέργειας* και ο ακέραιος αριθμός n , καλείται *κβαντικός αριθμός* για την συγκεκριμένη συχνότητα ν του ταλαντωτή.

2. Για το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο, θεωρήθηκε πως το φως (συχνότητας ν) αποτελείται από μια δέσμη φωτεινών πακέτων που ονομάζονται *φωτόνια*, καθένα από τα οποία φέρει ενέργεια $E = h\nu$. Ο τύπος αυτός ονομάζεται *τύπος του Planck*. Επίσης, κάθε φωτόνιο μπορεί να δώσει την ενέργεια του (και άρα να εξάγει) σε ένα μόνο ηλεκτρόνιο, και η μεταφορά αυτής της ενέργειας γίνεται *ακαριαία*.
3. Για την θεωρητική εξαγωγή του φαινομένου Compton, έπρεπε να υποτεθεί πως η ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία αποτελείται από φωτόνια με ενέργεια που δίνεται από τον τύπο του Planck. Τα φωτόνια αυτά όντας σωματίδια σχεδιάζονται από ελαφρώς δέσμια ατομικά ηλεκτρόνια που κινούνται με σχετικιστικές ταχύτητες. Και φυσικά η ενέργεια και η ορμή πριν και μετά την σκέδαση είναι διατηρούμενες ποσότητες.

Η εντυπωσιακή κβαντική αυτή θεωρία του φωτός και η υπόθεση των φωτονίων έρχεται σε πλήρη αντίθεση με την Κλασική Θεωρία στα πλαίσια της οποίας η ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία έχει αποκλειστικά κυματικό χαρακτήρα χωρίς κανένα σωματιδιακό υπόβαθρο. Έτσι, με την υπόθεση των φωτονίων το ηλεκτρομαγνητικό κύμα

έχει ταυτόχρονα κυματικό και σωματιδιακό χαρακτήρα. Οπότε, η σημερινή αποδεκτή άποψη είναι ότι το φως έχει τόσο κυματικά όσο και σωματιδιακά χαρακτηριστικά, και ότι αυτά τα χαρακτηριστικά από κοινού συγκροτούν μια συμπληρωματική αντίληψη για το φως.

Το άτομο του Bohr

Το επόμενο βήμα, ήταν η εξήγηση της κίνησης των ηλεκτρονίων μέσα στο άτομο και των πολύπλοκων γραμμικών φασμάτων εκπομπής των ατόμων μέσω της κβάντωσης των ενεργειακών καταστάσεων του ατόμου του υδρογόνου. Η ευστάθεια των ατόμων αλλά και ορισμένα φασματοσκοπικά δεδομένα εξηγήθηκαν με την *ατομική θεωρία του Bohr*, ο οποίος βασίστηκε στα εξής αξιώματα:

1. Τα ηλεκτρόνια κινούνται γύρω από τον πυρήνα σε κυκλικές τροχιές που καθορίζονται από τους νόμους του Coulomb και του Νεύτωνα.
2. Μόνο ορισμένες διακριτές τροχιές είναι σταθερές. Το ηλεκτρόνιο δεν ακτινοβολεί ενέργεια σε αυτές τις ξεχωριστές τροχιές, οι οποίες καθορίζονται από την κβάντωση της στροφορμής. Συγκεκριμένα, επιτρέπονται μόνο εκείνες οι κυκλικές τροχιές, για τις οποίες η στροφορμή του ηλεκτρονίου είναι ακέραιο πολλαπλάσιο της σταθεράς του Planck:

$$l_n = mvr = n\hbar \quad (1.19)$$

3. Ένα φωτόνιο συχνότητας f εκπέμπεται όταν ένα ηλεκτρόνιο μεταπηδά από μια αρχική τροχιά ενέργειας E_n σε μια τελική τροχιά E_m , όπου:

$$h\nu = E_n - E_m \quad (1.20)$$

Τα αξιώματα αυτά οδήγησαν σε *κβαντωμένες τροχιές* και *κβαντωμένες ενέργειες* για ένα ηλεκτρόνιο που κινείται σε τροχιά γύρω από έναν πυρήνα με φορτίο $+Ze$, που δίνονται από τις σχέσεις:

$$r_n = \frac{n^2 a_0}{Z}, \quad E_n = -\frac{13.6Z^2}{n^2} \text{eV} \quad (1.21)$$

όπου $n = 1, 2, 3, \dots$ και $a_0 = \frac{\hbar^2}{mke^2} = 0.529 \text{\AA}$ που είναι η *ακτίνα του Bohr*. Δηλαδή, οι ενεργειακές καταστάσεις των ατόμων είναι κβαντωμένες, με τις επιτρεπόμενες ενέργειες να συνδέονται με την ακολουθία φασματικών όρων του κάθε ατόμου με την σχέση:

$$E_n = -h\nu_n, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (1.22)$$

Κάθε επιτρεπόμενη ενέργεια ορίζει μια “στάσιμη κατάσταση” στην οποία το άτομο δεν ακτινοβολεί. Ακτινοβολία εκπέμπεται μόνο κατά την μετάβαση του ατόμου από μια ανώτερη σε μια κατώτερη ενεργειακή στάθμη. Έτσι, επειδή οι ενέργειες των ηλεκτρονίων είναι διακριτές, το φάσμα του ατόμου είναι “γραμμικό” και χαρακτηριστικό του συγκεκριμένου ατόμου.

Υλικά κύματα

Στην συνέχεια, μετά την μεγάλη επιτυχία του ατομικού μοντέλου του Bohr για την εξήγηση των φασμάτων απλών ατόμων, προτάθηκε από τον Luis de Broglie η κυματική φύση των υλικών σωμάτων. Έτσι, διατυπώθηκε η περίφημη *αρχή του κυματοσωματιδιακού δυϊσμού* μας λέει ότι: ο κυματοσωματιδιακός δυϊσμός είναι ένα παγκόσμιο χαρακτηριστικό της ύλης σε όλες τις μορφές της. Οι σχέσεις που συνδέουν τα κυματικά με τα σωματιδιακά χαρακτηριστικά είναι:

$$E = \hbar\omega, \quad p = \hbar k \quad (1.23)$$

και είναι ίδιες τόσο για τα φωτόνια όσο και για τα μαζικά σωματίδια. Έτσι, ένα ηλεκτρόνιο είναι συνδεδεμένο με ένα βαθμιαία εξελισσόμενο κύμα, έτσι ώστε κάθε ενέργεια να είναι επιτρεπτή. Ένα όμως δεσμευμένο ηλεκτρόνιο χαρακτηρίζεται από ένα σταθερό κύμα που μπορεί να έχει μόνο μερικές καθορισμένες συχνότητες ή ενεργειακές καταστάσεις. Βασικό χαρακτηριστικό του εκάστοτε κύματος είναι το λεγόμενο *μήκος κύματος*:

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad (1.24)$$

Για να περιγράψουμε ένα σωματίδιο σωστά, πρέπει να χρησιμοποιήσουμε μια “επαλληλία υλικών κυμάτων” με κατάλληλα επιλεγμένα μήκη κύματος, πλάτη και φάσεις ώστε να συμβάλλουν εποικοδομητικά σε μια περιορισμένη περιοχή του χώρου. Η κυματοομάδα ή το κυματοπακέτο που προκύπτει μπορεί τότε να αποδειχθεί ότι οδεύει με την ίδια ταχύτητα, όπως το κλασικό σωματίδιο. Επιπλέον, μια κυματοομάδα εντοπισμένη σε μια περιοχή Δx περιέχει ένα εύρος κυματαριθμών Δk , όπου $\Delta x \Delta k \approx 1$. Επειδή όμως, $p = \hbar k$, αυτό συνεπάγεται ότι υπάρχει μια *αρχή απροσδιοριστίας* για τη θέση και την ορμή:

$$\Delta p \Delta x \geq \hbar \quad (1.25)$$

η οποία μας οδηγεί στο συμπέρασμα πως είναι αδύνατον να προσδιοριστεί ταυτόχρονα και με απεριορίστη ακρίβεια η θέση και η ορμή ενός σωματιδίου. Επίσης, υπάρχει μια

αντίστοιχη αρχή απροσδιοριστίας η οποία θέτει ένα όριο στην ακρίβεια με την οποία μπορεί να μετρηθεί η ενέργεια E ενός συστήματος σε ένα χρονικό διάστημα Δt :

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar \quad (1.26)$$

η οποία ονομάζεται *αρχή της απροσδιοριστίας ενέργειας - χρόνου*.

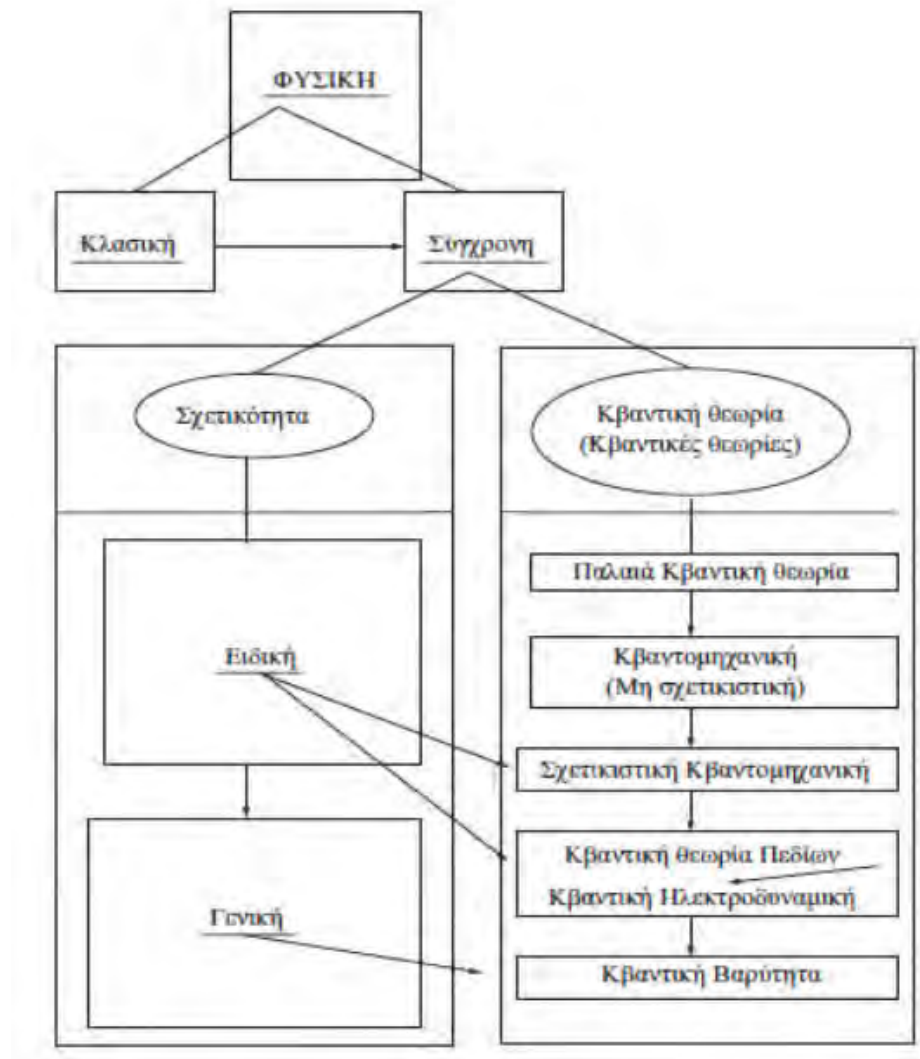
1.2.3 Νέα κβαντική θεωρία

Η αρχική (παλαιά) Κβαντική Θεωρία εξελίχθηκε και ολοκληρώθηκε διαδοχικά στις ολοκληρωμένες μορφές: *Κβαντομηχανική*, *Σχετικιστική Κβαντομηχανική* και *Κβαντική Θεωρία Πεδίου - ΚΘΠ*, στοιχεία των οποίων θα δούμε και στην συνέχεια στην ανάπτυξη των βασικών θεωριών ενοποίησης όπως το καθιερωμένο πρότυπο της σωματιδιακής φυσικής. Έτσι, πλέον κάτω από τον γενικό όρο Κβαντική Θεωρία (βλέπε Σχ. 1.2) έχουμε τις εξής θεωρίες:

- Η Κβαντομηχανική αποτελεί την ολοκληρωμένη και θεμελιωμένη μορφή της παλαιάς Κβαντικής Θεωρίας. Είναι μια σχετικά πλήρης φυσική θεωρία για την περιγραφή σωματιδίων του μικρόκοσμου (δηλαδή σωματίδια με διάμετρο $d < 1\text{\AA}$) που κινούνται με ταχύτητες πολύ μικρότερες από την ταχύτητα του φωτός.
- Η Σχετικιστική Κβαντομηχανική συνδυάζει τις αρχές της Κβαντομηχανικής και της ΕΘΣ. Η θεωρία αυτή δημιουργήθηκε για την περιγραφή σωματιδίων του μικρόκοσμου με ταχύτητες μικρότερες αλλά όχι αμελητέες ως προς την ταχύτητα του φωτός.
- Η ΚΘΠ μέσω της έννοιας του *κβαντικού πεδίου*, χρησιμεύει κυρίως για την περιγραφή αλληλεπιδράσεων μεταξύ σωματιδίων του μικρόκοσμου κατά τις οποίες μεταβάλλεται η φύση ή/και το πλήθος των σωματιδίων. Κατά τις αλληλεπιδράσεις αυτές συμβαίνουν μετατροπές ενέργειας σε ύλη και αντιστρόφως όπως προβλέπεται από την ΕΘΣ, και άρα η πρακτικά χρησιμότερη μορφή τη θεωρίας είναι σχετικιστική.
- Η *Κβαντική Βαρύτητα - ΚΒ* η οποία συνδυάζει την ΓΘΣ με την ΚΘΠ. Η θεωρία αυτή είναι ιδιαίτερα χρήσιμη στην κοσμολογία για την περιγραφή των αρχικών σταδίων στην εξέλιξη του Σύμπαντος.

Σήμερα, η Κβαντομηχανική αποτελεί τη βάση σχεδόν κάθε θεωρίας όλων των συστημάτων του μικρόκοσμου. Η νέα αυτή θεωρία εξηγεί:

- Τη σωματιδιακή φύση της ακτινοβολίας.
- Την κυματική φύση των υλικών σωματιδίων.
- Την χβάντωση των τιμών των φυσικών μεγεθών.



Σχήμα 1.2: Η διαίρεση της φυσικής στους διάφορους κλάδους.

Η Κβαντομηχανική βασίζεται σε 5 θεμελιώδη αξιώματα:

1. Σε κάθε κατάσταση ενός φυσικού συστήματος αντιστοιχεί μια *τετραγωνικά ολοκληρώσιμη κυματοσυνάρτηση* (η οποία περιγράφει τα υλικά κύματα). Η κυματοσυνάρτηση δεν έχει άμεσο φυσικό νόημα, αλλά περιέχει όλες τις πειραματικά ελέγξιμες πληροφορίες για την κατάσταση του φυσικού συστήματος.

2. Σε κάθε φυσικό μέγεθος A αντιστοιχεί ένας *ερμιτιανός τελεστής* $\hat{A}$, οι ιδιοσυναρτήσεις του οποίου αποτελούν ένα πλήρες σύνολο ιδιοσυναρτήσεων:

$$\langle A \rangle = \int \psi^* (A\psi) dx \quad (1.27)$$

Οι μόνες δυνατές τιμές που προκύπτουν από την μέτρηση του μεγέθους A είναι οι ιδιοτιμές του $\hat{A}$, που μπορεί να είναι διακριτές ή συνεχείς αλλά σίγουρα θα είναι πραγματικές λόγω της αυτοσυνάφειας. Αν το φυσικό μέγεθος εξαρτάται από τις δυναμικές μεταβλητές της θέσης και της ορμής, η κατασκευή του τελεστή A μπορεί να γίνει χρησιμοποιώντας τις αναπαράστάσεις:

$$r \rightarrow r, \quad p \rightarrow -i\hbar\nabla \quad (1.28)$$

3. Η μέση τιμή των αποτελεσμάτων των μετρήσεων ενός φυσικού μεγέθους δίνεται από:

$$\langle A \rangle = \int \psi^* (\hat{A}\psi) dx \quad (1.29)$$

όπου $\hat{A}$ είναι ο τελεστής που αντιστοιχεί στο μέγεθος A . Σε μια κατάσταση υπέρθεσης $\psi = \sum_n c_n \psi_n$, η πιθανότητα εμφάνισης της ιδιοτιμής a_n που αντιστοιχεί στην ιδιοσυνάρτηση ψ_n είναι:

$$P_n = |c_n|^2 \quad (1.30)$$

4. Η κατάσταση του φυσικού συστήματος μετά από μια μέτρηση δίνεται από την ιδιοσυνάρτηση της ιδιοτιμής που μετρήθηκε. Αυτό αναφέρεται ως *αρχή του φιλτρατίσματος* κατά την μέτρηση διότι από την επαλληλία πριν την μέτρηση, το σύστημα μεταβαίνει στην κατάσταση $\psi = c_n \psi_n$ μετά την μέτρηση υποθέτοντας πως το αποτέλεσμα της μέτρησης ήταν η ιδιοτιμή a_n .
5. Η χρονική εξέλιξη της κατάστασης ενός κβαντομηχανικού συστήματος διέπεται από την *εξίσωση του Schrodinger*:

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = H\psi \quad (1.31)$$

όπου H ο τελεστής της *χαμιλτονιανής* του συστήματος.

1.2.4 Στοιχειώδη σωμάτια και θεμελιώδεις δυνάμεις

Έτσι, βρέθηκε πως στο Σύμπαν υπάρχουν τουλάχιστον τέσσερις γνωστές βασικές δυνάμεις που περιγράφουν όλα τα φυσικά φαινόμενα (βλέπε Πίνακα 1.1). Η βαρύτητα, η ηλεκτρομαγνητική, η ασθενής και η ισχυρή πυρηνική δύναμη.

Οι βαρυτικές δυνάμεις εκδηλώνονται σε μακροσκοπική κλίμακα, δηλαδή στην κλίμακα του ηλιακού συστήματος και των γαλαξιών, και έχουν σχέση με γεωμετρικές καμπύλου χωρόχρονου και προβλήματα κοσμολογίας. Η εμβέλεια τους είναι άπειρη με δυναμικό $V(r) \propto 1/r$ και δρα σε σώματα που έχουν μάζα. Οι ηλεκτρομαγνητικές δυνάμεις εκδηλώνονται σε φαινόμενα όπως η ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία, γενικά, και είναι υπεύθυνες για τη σταθερότητα ατόμων και μορίων καθώς και για τις χημικές αντιδράσεις. Έχουν επίσης άπειρη εμβέλεια, με το δυναμικό Coulomb να εξαρτάται από $V(r) \propto 1/r$. Οι ισχυρές πυρηνικές δυνάμεις ήταν απαραίτητες για να κατανοηθεί η σταθερότητα του πυρήνα. Τα πρωτόνια πρέπει να κρατιούνται δέσμια σε μια μικρή περιοχή της τάξης 10^{-13}cm από δυνάμεις πολύ ισχυρότερες από τις ηλεκτρομαγνητικές. Αυτές εκδηλώνονται σε φαινόμενα όπως η σταθερότητα του πρωτονίου (δέσμιες καταστάσεις κουάρκ), η σταθερότητα των πυρήνων, καθώς επίσης η σχάση και η σύντηξη. Οι ασθενείς δυνάμεις ήταν απαραίτητες για την κατανόηση της μετατροπής ενός νετρονίου στον πυρήνα σε πρωτόνιο κατά την διάρκεια της αργής διαδικασίας διάσπασης που είναι γνωστή σαν ακτινοβολία β ($n \rightarrow p e^- \bar{\nu}_e$). Οπότε, αυτές εκδηλώνονται σε φαινόμενα όπως η β -ακτινοβολία, η μη σταθερότητα του νετρονίου και η διάσπαση μιονίου και πιονίου. Οι ασθενείς δυνάμεις έχουν την μικρότερη εμβέλεια από όλες τις δυνάμεις, της τάξεως 10^{-16}cm .

Οι τέσσερις αυτές δυνάμεις έπρεπε να εξηγήσουν, όλες μαζί, την ποικιλομορφία των φυσικών φαινομένων και να μπορέσουν να κατασκευάσουν το Σύμπαν. Οι διαφορές ανάμεσα τους είναι πολλές. Είδαμε την διαφορά στην εμβέλεια αλλά υπάρχει και διαφορά στην ένταση τους. Η ισχυρή αλληλεπίδραση είναι πιο δυνατή, ενώ η βαρύτητα η πιο αδύναμη, μικρότερη και από την ασθενή. Η ηλεκτρομαγνητική βρίσκεται ανάμεσα στην ισχυρή και την ασθενή. Η ενοποίηση όλων αυτών των γνωστών αλληλεπιδράσεων είναι ένα από τα βασικότερα προβλήματα της φυσικής. Ο ρόλος και ο στόχος αυτής της ενοποίησης, είναι η περιγραφή όλων αυτών των δυνάμεων κάτω από ένα κοινό μαθηματικό πλαίσιο που θα περιλαμβάνει στον πυρήνα του την ΚΘΠ καθώς και τις ΕΘΣ και ΓΘΣ.

Αλληλεπίδραση	Σχετική ισχύς	Εμβέλεια	Μεσολαβητές
Ισχυρή	1	μικρή ($\approx 1 fm$)	Γκλουόνια g
Ηλεκτρομαγνητική	10^{-2}	μεγάλη ($\propto 1/r^2$)	Φωτόνιο γ
Ασθενής	10^{-9}	μικρή ($\approx 1 fm$)	$W^\pm, Z$
Βαρυτική	10^{-38}	μεγάλη ($\propto 1/r^2$)	Βαρυτόνιο

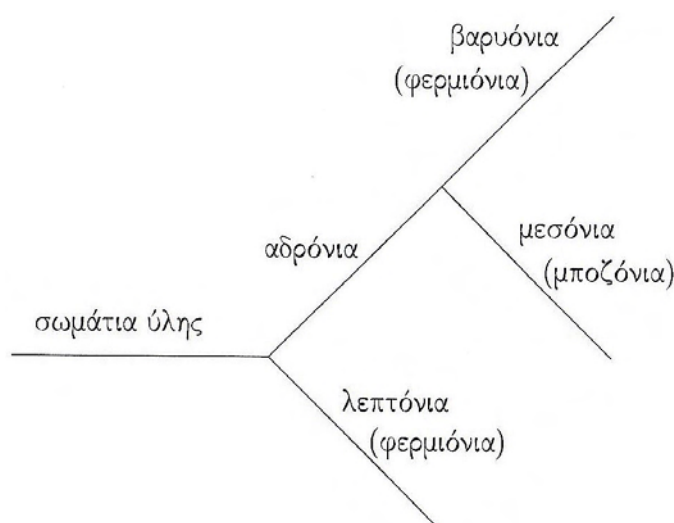
Πίνακας 1.1: Αλληλεπιδράσεις σωματιδίων με σχετική εμβέλεια και ένταση.

Η ιστορία των στοιχειωδών σωματιδίων έχει τις ρίζες της στην Αρχαία Ελληνική κοσμοθεωρία. Οι διακεκριμένοι ατομικοί φιλόσοφοι Δημόκριτος και Λεύκιππος, πρώτοι διατύπωσαν τον 5^ο αιώνα π.Χ. την άποψη ότι η ύλη αποτελείται από περαιτέρω αδιαίρετα συστατικά τα οποία ονόμασαν *άτομα* και θεωρούνταν στοιχειώδη. Όμως, με την εξέλιξη της φυσικής επιστήμης, αλλά και των πειραματικών διατάξεων, κατά την δεκαετία του 1970, τα θεωρούμενα στοιχειώδη σωματίδια ήταν εκατοντάδες.

Στην πορεία, μέσω της ανάπτυξης της Κβαντικής Θεωρίας, μπόρεσαν και ταξινομήθηκαν με βάση τις ιδιότητες τους. Ένας πρώτος χωρισμός είναι ανάλογα με το σπιν τους. Έτσι, έχουμε τα *φερμιόνια* τα οποία έχουν ημιακέραιο σπιν και υπαχούν στην στατιστική *Fermi-Dirac*, και τα *μποζόνια* τα οποία έχουν ακέραιο σπιν και υπαχούν στην στατιστική *Bose-Einstein*. Ένας δεύτερος χωρισμός είναι ανάλογα με το είδος της αλληλεπίδρασης που συμμετέχουν (βλέπε Σχ. 1.3). Έτσι, για παράδειγμα, το πρωτόνιο και το νετρόνιο βρέθηκε πως είναι μέλη μιας μεγάλης οικογένειας σωματιών που ονομάζονται *αδρόνια*, τα οποία αλληλεπιδρούν διαμέσου της ισχυρής δύναμης, ενώ το ηλεκτρόνιο και το αντίστοιχο νεutrino ανήκουν σε μια άλλη οικογένεια σωματιών που ονομάζονται *λεπτόνια*, τα οποία δεν αλληλεπιδρούν με την διαμέσου της ισχυρής δύναμης. Στην συνέχεια, βρέθηκε από τον Murray Gell-Mann πως τα αδρόνια δεν είναι “απλά” σωματίδια, αλλά “σύνθετα” και αποτελούνται από άλλα στοιχειώδη σωματίδια που ονομάζονται *κουάρκ*. Η ασυνήθιστη ιδιότητα αυτών των σωματιδίων είναι ότι έχουν κλασματικά φορτία. Επίσης, το μέγεθος τους είναι μικρότερο από $10^{-16} cm$, και υπάρχουν 6 διαφορετικά ήδη (βλέπε Πίνακα 1.3). Τα 6 κουάρκ και τα άλλα τόσα λεπτόνια, δεν φαίνεται να έχουν εσωτερική δομή και έτσι θεωρούνται κυριολεκτικά σήμερα ως “στοιχειώδη σωματίδια”. Οι αλληλεπιδράσεις μεταξύ κουάρκ και λεπτονίων μπορούν να ερμηνευτούν με την βοήθεια των τεσσάρων παραπάνω δυνάμεων, οι οποίες μεταφέρονται από το ένα σωματίδιο στο άλλο με την ανταλλαγή των κβάντα των αντίστοιχων πεδίων. Δηλαδή, μπορούμε να πούμε ότι

φορείς των δυνάμεων είναι τα αντίστοιχα κβάντα. Συγκεντρωτικά, για τα μαζικά σωματίια, έχουμε τις εξής κατηγορίες (βλέπε Πίνακα 1.2):

- Τα **λεπτόνια** τα οποία συμμετέχουν στις ασθενείς αλληλεπιδράσεις, έχουν σπιν $1/2$, είναι σημειακά και δεν αλληλεπιδρούν μέσω των ισχυρών αλληλεπιδράσεων. Στην ομάδα αυτή συγκαταλέγονται τα ηλεκτρόνια τα μιονία και τα νετρίνα. Τα 6 λεπτόνια και 6 αντι-λεπτόνια κατηγοριοποιούνται σε 3 οικογένειες (βλέπε Πίνακα 1.2 ή Σχ. 2.3).
- Τα **μεσόνια** συμμετέχουν στις ισχυρές αλληλεπιδράσεις (αδρόνια), έχουν σπιν 0 ή ακέραιο, δεν είναι σημειακά, και η μάζα τους κυμαίνεται μεταξύ της μάζας του ηλεκτρονίου και του πρωτονίου. Το ελαφρύτερο είναι το πιόνιο. Αποτελούνται από ένα κουάρκ και ένα αντι-κουάρκ.
- Τα **βαρυόνια** τα οποία συμμετέχουν στις ισχυρές αλληλεπιδράσεις (αδρόνια), έχουν σπιν ημιακέραιο, δεν είναι σημειακά και η μάζα τους είναι μεγαλύτερη του πρωτονίου και του νετρονίου που είναι βαρυόνια. Με εξαίρεση το πρωτόνιο διασπώνται σε σωματίια που περιλαμβάνουν και το πρωτόνιο. Τα βαρυόνια αποτελούνται από τρία κουάρκ.



Σχήμα 1.3: Ο χωρισμός των σωματιδίων σε αδρόνια (βαρυόνια και μεσόνια) και λεπτόνια. Στην παρένθεση δίνεται το είδος των σωματιών ανάλογα με τη στατιστική που ακολουθούν.

Κατηγορία	Ονομασία	Σύμβολο	Αντι-σωμάτιο	Μάζα ηρεμίας (MeV/c ²)	B	L _e	L _μ	L _τ	S	Χρόνος ζωής (s)	Βασικός τρόπος διάσπασης
Φωτόνιο	Φωτόνιο	γ	Το ίδιο	0	0	0	0	0	0	Σταθερό	
Λεπτόνια	Ηλεκτρόνιο	e^-	e^+	0.511	0	+1	0	0	0	Σταθερό	$e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu$ $\mu^- \bar{\nu}_\mu \nu_\tau, e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau$
	Νετρίνιο (e)	ν_e	$\bar{\nu}_e$	0(;)	0	+1	0	0	0	Σταθερό	
	Μιόνιο (e)	μ^-	μ^+	105.7	0	0	+1	0	0	2.20×10^{-6}	
	Νετρίνιο (μ)	ν_μ	$\bar{\nu}_\mu$	0(;)	0	0	+1	0	0	Σταθερό	
	Ταυ (τ)	τ^-	τ^+	1784	0	0	0	-1	0	$< 4 \times 10^{-13}$	
	Νετρίνιο (τ)	ν_τ	$\bar{\nu}_\tau$	0(;)	0	0	0	-1	0	Σταθερό	
Αδρόνια	Πιόνιο	π^+	π^-	139.6	0	0	0	0	0	2.60×10^{-8}	$\mu^+ \nu_\mu$ 2γ $\mu^+ \nu_\mu, \pi^+ \pi^0$ $\pi^+ \pi^-, 2\pi^0$ $\pi^\pm e^\mp \bar{\nu}_e, 3\pi^0, \pi^\pm \mu^\mp \bar{\nu}_\mu$ $2\gamma, 3\pi$
Μεσόνια	Καόνιο	π^0	Το ίδιο	135.0	0	0	0	0	0	0.83×10^{-16}	
		K^+	K^-	493.7	0	0	0	0	+1	1.24×10^{-8}	
		K_s^0	$\bar{K}_s^0$	497.7	0	0	0	0	+1	0.89×10^{-10}	
	Ήτα	K_L^0	$\bar{K}_L^0$	497.7	0	0	0	0	+1	5.2×10^{-8}	
		η^0	Το ίδιο	548.8	0	0	0	0	0	$< 10^{-18}$	
Βαρυόνια	Πρωτόνιο	p	$\bar{p}$	938.3	+1	0	0	0	0	Σταθερό (;)	$pe^- \bar{\nu}_e$ 920 $p\pi^-, n\pi^0$ $p\pi^0, n\pi^+$ $\Lambda^0 \gamma$ $n\pi^-$ $\Lambda^0 \pi^+$ $\Lambda^0 \pi^-$ $\Xi^0 \pi^-, \Xi^- \pi^0, \Lambda^0 K^-$
	Νετρόνιο	n	$\bar{n}$	939.6	+1	0	0	0	0	920	
	Λάμδα	Λ^0	$\bar{\Lambda}^0$	1115.6	+1	0	0	0	-1	2.6×10^{-10}	
	Σίγμα	Σ^+	$\bar{\Sigma}^-$	1189.4	+1	0	0	0	-1	0.80×10^{-10}	
		Σ^0	$\bar{\Sigma}^0$	1192.5	+1	0	0	0	-1	6×10^{-20}	
		Σ^-	$\bar{\Sigma}^+$	1197.3	+1	0	0	0	-1	1.5×10^{-10}	
		Ξ	$\bar{\Xi}^0$	1315	+1	0	0	0	-2	2.9×10^{-10}	
	Ωμέγα	Ξ^-	$\bar{\Xi}^+$	11321	+1	0	0	0	-2	1.64×10^{-10}	
		Ω^-	Ω^+	1672	+1	0	0	0	-3	0.82×10^{-10}	

Πίνακας 1.2: Ορισμένα σωματίδια και οι ιδιότητες τους με τα βασικά κανάλια διάσπασης.

Τέλος, στη σύγχρονη φυσική οι αλληλεπιδράσεις μεταξύ των σωματιδίων περιγράφονται από την ΚΘΠ, όπου οι αλληλεπιδράσεις των στοιχειωδών σωματιδίων ερμηνεύονται μέσω της μεταξύ τους ανταλλαγής κάποιων σωματιδίων πεδίου ή χβάντα πεδίου τα οποία ονομάζονται *μποζόνια* και έχουν ακέραιο σπιν. Για παράδειγμα, στην περίπτωση της ηλεκτρομαγνητικής αλληλεπίδρασης, τα σωματίδια πεδίου είναι τα φωτόνια, και έτσι μπορούμε να πούμε ότι η ηλεκτρομαγνητική δύναμη διαδίδεται μέσω των φωτονίων, τα οποία είναι χβάντα του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου. Παρομοίως, η ισχυρή δύναμη διαδίδεται μέσω των σωματιδίων πεδίου που ονομάζονται *γκλουόνια* (*gluons*), η ασθενής δύναμη διαδίδεται μέσω των μποζονίων W και Z ενώ η βαρυτική δύναμη διαδίδεται μέσω χβάντων του πεδίου βαρύτητας που ονομάζονται *βαρυτόνια* ή *γκραβιτόνια* (*gravitons*). Οι βασικές αλληλεπιδράσεις, η εμβέλεια τους και η σχετική τους ισχύς φαίνονται στον Πίνακα 1.1. Τέλος, να αναφέρουμε πως πέρα από τους βασικούς νόμους διατήρησης της “ενέργειας”, της “γραμμικής ορμής”, της “στροφορμής” και του “ηλεκτρικού φορτίου” υπάρχει και η διατήρηση του “βαρυονικού” και “λεπτονικού αριθμού” που μας λένε πως ο συνολικός αριθμός των βαρυονίων και λεπτονίων παραμένει σταθερός σε κάθε διεργασία.

Όνομα	Σύμβολο	Σπιν	Q	B	S	C	b	t	I	I_3
Πάνω	u	1/2	+2/3	+1/3	0	0	0	0	+1/2	+1/2
Κάτω	d	1/2	-1/3	+1/3	0	0	0	0	+1/2	-1/2
Παράδοξο	s	1/2	-1/3	+1/3	-1	0	0	0	0	0
Χαριτωμένο	c	1/2	+2/3	+1/3	0	+1	0	0	0	0
Όμορφο	b	1/2	-1/3	+1/3	0	0	+1	0	0	0
Αληθινό	t	1/2	+2/3	+1/3	0	0	0	+1	0	0
Πάνω	$\bar{u}$	1/2	-2/3	-1/3	0	0	0	0	+1/2	-1/2
Κάτω	$\bar{d}$	1/2	+1/3	-1/3	0	0	0	0	+1/2	+1/2
Παράδοξο	$\bar{s}$	1/2	+1/3	-1/3	+1	0	0	0	0	0
Χαριτωμένο	$\bar{c}$	1/2	-2/3	-1/3	0	-1	0	0	0	0
Όμορφο	$\bar{b}$	1/2	+1/3	-1/3	0	0	-1	0	0	0
Αληθινό	$\bar{t}$	1/2	-2/3	-1/3	0	0	0	-1	0	0

Πίνακας 1.3: Οι χβαντικοί αριθμοί των 6 κουάρκ και αντι-κουάρκ.

Άρα, όπως είδαμε, μέσω της ενοποίησης διαφορετικών πτυχών της φυσικής πραγματικότητας, η φυσική μπόρεσε αφενός και εξελίχθηκε, και αφετέρου έλυσε πολλά από τα υπάρχοντα προβλήματα ή εμπόδια που εμφανίζονταν. Η ενοποίηση των ηλεκτρομαγνητικών δυνάμεων του Maxwell, και η ΕΘΣ η οποία ενοποίησε τους νόμους του Maxwell με αυτούς του Νεύτωνα, αλλά και η ενοποίηση της ΕΘΣ με την Κβαντομηχανική από τον Dirac που γέννησε την ΚΘΠ, αποτελούν πλέον κλασικά παραδείγματα της ισχύος της έννοιας της ενοποίησης. Έτσι, με τις επιτυχημένες αυτές ενοποιήσεις να αποτελούν πλέον παρελθόν, παραμένουν οι υπόλοιπες θεμελιώδεις αλληλεπιδράσεις των οποίων η πιθανή ενοποίηση κάτω από ένα ενιαίο μαθηματικό πλαίσιο καθώς και η βαθύτερη κατανόηση τους, η οποία θα είναι σύμφωνη με τις μικροσκοπικές και μακροσκοπικές παρατηρήσεις, φαίνεται πως αποτελεί φυσική αλλά και μαθηματική απαίτηση.

Κεφάλαιο 2

Το καθιερωμένο πρότυπο της σωματιδιακής φυσικής

Το *Καθιερωμένο Πρότυπο της Σωματιδιακής Φυσικής - (ΚΠ)* είναι μια θεωρία της φυσικής η οποία περιγράφει τις ισχυρές τις ασθενείς και τις ηλεκτρομαγνητικές αλληλεπιδράσεις, καθώς και τα στοιχειώδη σωματίδια τα οποία αποτελούν αυτό που αποκαλούμε “ύλη”. Η ανάπτυξη του ήταν αναμφισβήτητα μια μεγάλη επιτυχία της θεωρητικής φυσικής καθώς ενοποιούσε στην ουσία τον ηλεκτρομαγνητισμό με την ασθενή πυρηνική δύναμη στην λεγόμενη “ηλεκτρασθενή δύναμη” και περιελάμβανε επίσης και τις ισχυρές αλληλεπιδράσεις.

Το μοντέλο αυτό αναπτύχθηκε κατά την διάρκεια του 1970 – 1973, και είναι μια ΚΘΠ η οποία χρησιμοποιεί σαν συμμετρία βαθμίδας την $G_{SM} = SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$, με τρεις σταθερές ζεύξης g_3 , g_2 και g_1 αντίστοιχα. Με $U(n)$ συμβολίζουμε την *μοναδιακή (unitary) συμμετρία* στις n διαστάσεις, που έχει n^2 γεννήτορες, ενώ με $SU(n)$ συμβολίζουμε την *ειδική μοναδιακή συμμετρία* (με ορίζουσα μονάδα) στις n διαστάσεις με $n^2 - 1$ γεννήτορες. Η $SU(3)_C$ είναι η ειδική μοναδιακή συμμετρία στις 3 διαστάσεις, και έχει να κάνει με τον χβαντικό αριθμό του χρώματος. Διέπει τις ισχυρές αλληλεπιδράσεις και χαρακτηρίζεται από $n^2 - 1 = 8$ γεννήτορες που αντιστοιχούν σε 8 σωματίδια βαθμίδας, τους συγκολλητές (γκλουόνια) g_i , $i = 1, 2, \dots, 8$. Η $SU(2)_L$ χαρακτηρίζεται αντίστοιχα από 3 γεννήτορες που αντιστοιχούν στα 3 σωματίδια βαθμίδας W^+ , W^- και Z^0 (με ηλεκτρικό φορτίο $+1$, -1 , και 0 αντίστοιχα. Η τρίτη και τελευταία συμμετρία $U(1)_Y$ αντιστοιχεί σε έναν απλό πολλαπλασιασμό με μια βαθμωτή συνάρτηση. Τέτοιες συμμετρίες ονομάζονται *αβελιανές συμμετρίες*. Η συμμετρία αυτή, έχει έναν γεννήτορα και ένα σωματίο βαθμίδας που είναι ηλεκτρικά

ουδέτερο και αντιστοιχεί στο φωτόνιο.

Μέχρι σήμερα, σχεδόν όλες οι πειραματικές δοκιμές [5] που έχουν πραγματοποιηθεί πάνω στις τρεις αλληλεπιδράσεις που περιγράφονται από το ΚΠ, συμφωνούν με τις θεωρητικές προβλέψεις (βλέπε εδάφιο 2.3). Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα ήταν η πρόβλεψη των μποζονίων Z και W όπως και των μαζών τους, που αργότερα επαληθεύτηκαν πειραματικά (βλέπε εδάφιο 2.3.2). Μια ακόμα επιτυχία του ΚΠ ήταν η πρόβλεψη της ύπαρξης του top κουάρκ που βρέθηκε πειραματικά στα μέσα της δεκαετίας του 1990 από τους ανιχνευτές “Collider Detector at Fermilab” (CDF) και “D0” στο “Tevatron” (βλέπε εδάφιο 2.3.3). Τέλος, έχουμε την εύρεση του “περιζήτητου” μποζονίου Higgs από τους ανιχνευτές “A Toroidal LHC Apparatus” (ATLAS) και “Compact Muon Solenoid” (CMS) στο “European Organization for Nuclear Research” (CERN) (βλέπε εδάφιο 2.3.4).

Παρόλα αυτά, το ΚΠ δεν περιλαμβάνει καμία περιγραφή των βαρυτικών αλληλεπιδράσεων αλλά και διακατέχεται από ένα πλήθος προβλημάτων (βλέπε εδάφιο 2.4) τα οποία οι θεωρητικοί φυσικοί προσπάθησαν να αντιμετωπίσουν, όπως θα δούμε στα επόμενα κεφάλαια, με διάφορες θεωρίες που ανέπτυξαν οι οποίες είτε επέκτειναν το ΚΠ είτε αποτελούσαν εντελώς διαφορετικές προσεγγίσεις (βλέπε Κεφ. 3 και Κεφ. 4). Στην συνέχεια, θα δούμε κάποια βασικά χαρακτηριστικά του ΚΠ, τις μεγάλες επιτυχίες του στις πειραματικές προβλέψεις, καθώς και τα κύρια προβλήματα που το διέπουν, πολλά από τα οποία λύθηκαν από διάφορες θεωρίες οι οποίες αναπτύχθηκαν τα επόμενα χρόνια.

2.1 Θεωρία πεδίου

2.1.1 Σχετικιστικές κυματικές εξισώσεις

Στην Κλασική Μηχανική μελετάται η κίνηση υλικών σημείων στο χώρο θεωρώντας τις χωρικές συντεταγμένες q_i ως συναρτήσεις του χρόνου t . Όλη η πληροφορία για την εξέλιξη της κίνησης περιέχεται στην *λαγκρατζιανή* $L = L(q, \dot{q}, t)$ με $\dot{q}_i = \frac{dq_i}{dt}$. Για ένα απλό σωματίδιο υπό την επίδραση εξωτερικού δυναμικού ορίζεται ως η διαφορά κινητικής και δυναμικής ενέργειας του συστήματος δηλαδή:

$$L = T(\dot{q}) - V(q, t) \quad (2.1)$$

όπου $T = \frac{1}{2}m\dot{q}^2$. Θεωρώντας το *συναρτησιακό δράσης*:

$$S[q(t)] = \int_{t_1}^{t_2} L(q, \dot{q}, t) dt \quad (2.2)$$

τότε οι κλασικές εξισώσεις κίνησης των σωμάτων προκύπτουν από την *αρχή της ελαχίστου δράσης*, δηλαδή από την απαίτηση, η διαδρομή που ακολουθεί το σύστημα, να είναι αυτή για την οποία η δράση S παρουσιάζει ακρότατο για δεδομένες αρχικές συνθήκες, δηλαδή:

$$\frac{\delta S[q]}{\delta q(t)} = 0 \quad (2.3)$$

Οι κλασικές εξισώσεις κίνησης που προκύπτουν ονομάζονται *εξισώσεις Euler - Lagrange*, και οι συντεταγμένες εξελίσσονται με βάση αυτές τις εξισώσεις:

$$q^i = q^i(t), t \in [a, b] \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0 \quad (2.4)$$

Στην Κλασική Μηχανική υπάρχει μία μόνο καθορισμένη διαδρομή μεταξύ δύο σημείων, η λεγόμενη “κλασική διαδρομή” η οποία καθορίζεται από την αρχή της ελάχιστης δράσης. Η δράση εξαρτάται από όλη την μορφή της διαδρομής του σωματιδίου, και έτσι αν δεν έχει οριστεί αυτή δεν είναι δυνατός ο υπολογισμός της.

Στην Κβαντομηχανική, όπως είδαμε, η εξέλιξη των συντεταγμένων με το χρόνο είναι “στοχαστική”, γεγονός που σημαίνει ότι η εξέλιξη αυτή δεν προσδιορίζεται από ένα σύστημα διαφορικών εξισώσεων. Οι συντεταγμένες θεωρούνται τυχαίες μεταβλητές. Οπότε, αντί για τις “διακεκριμένες” γενικευμένες συντεταγμένες q_i έχουμε “συνεχώς μεταβαλλόμενες” συντεταγμένες που είναι το ίδιο το πεδίο $\psi(\vec{x}, t)$. Για την ακρίβεια την θέση τους παίρνει η *κυματοσυνάρτηση* $\psi(q)$, η οποία εξελίσσεται ντετερμινιστικά. Αυτή ερμηνεύεται ως η *πυκνότητα πιθανότητας* πραγματοποίησης μέτρησης των συντεταγμένων q σε μια πειραματική μέτρηση. Η εξέλιξη της κυματοσυνάρτησης δίνεται από μια τροχιά στο χώρο των κυματοσυναρτήσεων, παραμετροποιημένη με το χρόνο:

$$\frac{\partial}{\partial t} \psi(q, t) = -iH\psi(q, t) \quad (2.5)$$

Ο τελεστής H είναι η χαμιλτονιανή του συστήματος και αντιστοιχεί στην ενέργεια του συστήματος. Όλα τα φυσικά μεγέθη, συμπεριλαμβανομένων και των χωρικών συντεταγμένων, περιγράφονται από τελεστές που δρουν πάνω σε κυματοσυναρτήσεις.

Στην ΚΘΠ τα σωματίδια σχετίζονται με πεδία $\phi_i(x)$ όπου $i = 1, 2, \dots, n$ που εξαρτώνται από τις χωροχρονικές συντεταγμένες $x = (x^0, x^1, x^2, x^3)$. Έτσι, αντίστοιχα στην κλασική θεωρία πεδίου όπου ασχολούμαστε με την εξέλιξη των πεδίων στο χρόνο ορίζουμε μια αντίστοιχη λαγκρατζιανή $L(\phi, \partial_j \phi)$ η οποία περιέχει όλη την πληροφορία για την εξέλιξη του πεδίου. Η λαγκρατζιανή πυκνότητα η οποία θα ονομάζεται στο εξής απλά λαγκρατζιανή, έχει την μορφή:

$$L = \int d^3x \mathcal{L}(x) \quad (2.6)$$

δηλαδή η λαγκραντζιανή είναι ίση με το ολοκλήρωμα της λαγκρατζιανής πυκνότητας πάνω σε όλο τον χώρο. Στην συνέχεια, βρίσκουμε τις εξισώσεις κίνησης για το πεδίο μέσω της αρχής ελαχίστου δράσης η οποία ορίζεται μαθηματικώς ως:

$$S[\phi, \phi_1, \phi_2] = \int_{t_1}^{t_2} dt L(t) = \int d^4x \mathcal{L}(x) \quad (2.7)$$

και απαιτείται να παρουσιάζει ακρότατο για την τροχιά του πεδίου $\phi(t)$. Η διαμόρφωση του πεδίου ορίζεται ως το σύνολο των τιμών του πεδίου για κάθε σημείο του χώρου, δηλαδή μια δεδομένη επιλογή του ϕ . Οπότε, καταλήγουμε έτσι στην εξίσωση Euler - Lagrange όπως αυτή διαμορφώνεται στην θεωρία πεδίου:

$$\frac{\partial L}{\partial \phi} - \partial_\mu \left[\frac{\partial L}{\partial (\partial_\mu \phi)} \right] = 0 \quad (2.8)$$

Πολλές φορές είναι προτιμότερο, αντί για τις εξισώσεις ενός συστήματος, να μελετήσουμε την λαγκρατζιανή από την οποία προκύπτουν. Αν εξασφαλίσουμε ότι η λαγκρατζιανή είναι “βαθμωτή” ως προς τους μετασχηματισμούς Lorentz, τότε οι αντίστοιχες εξισώσεις θα είναι συναλλοίωτες. Στην συνέχεια, θα δούμε τις βασικές κυματικές εξισώσεις [6, 7].

Εξίσωση Klein - Gordon

Η εξίσωση Klein - Gordon για πραγματικά βαθμωτά (ή ψευδοβαθμωτά) πεδία $\phi(\vec{x}, t)$, δηλαδή για σωματίια με σπιν 0 και μάζας m , προκύπτει από την λαγκρατζιανή:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi) (\partial^\mu \phi) - \frac{1}{2} m^2 \phi^2 \quad (2.9)$$

Οπότε, αντικαθιστώντας στην Εξ. 2.8 παίρνουμε την εξίσωση:

$$\partial_\mu \partial^\mu \phi - m^2 \phi = (\Box^2 - m^2) \phi = 0 \quad (2.10)$$

η οποία ονομάζεται *εξίσωση Klein - Gordon*, όπου:

$$\square = \nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} = \sum_{\mu, \nu} \eta^{\mu\nu} \partial_\mu \partial_\nu \quad (2.11)$$

όπου $\eta^{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu}$ με $\mu, \nu = 0, 1, 2, 3$ η μετρική του χώρου Minkowski.

Αντίστοιχα, η εξίσωση Klein - Gordon για μιγαδικά βαθμωτά (ή ψευδοβαθμωτά) πεδία $\phi(\vec{x}, t) = \phi_1(\vec{x}, t) + i\phi_2(\vec{x}, t)$, προκύπτει από την λαγκρατζιανή:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= -(\partial_\mu \phi)(\partial^\mu \phi)^* - m^2 \phi \phi^* = \\ &= -(\partial_\mu \phi_1)(\partial^\mu \phi_1) - m^2 \phi_1^2 - (\partial_\mu \phi_2)(\partial^\mu \phi_2) - m^2 \phi_2^2 \end{aligned} \quad (2.12)$$

Οπότε, αντικαθιστώντας στην Εξ. 2.8 παίρνουμε πάλι την εξίσωση:

$$\partial_\mu \partial^\mu \phi_i - m^2 \phi_i = (\square - m^2) \phi_i = 0 \quad (2.13)$$

όπου $i = 1, 2$, δηλαδή το μιγαδικό βαθμωτό πεδίο ταυτίζεται με 2 ανεξάρτητα πραγματικά βαθμωτά πεδία.

Εξίσωση Dirac

Η εξίσωση Dirac για φερμιονικά πεδία ψ , δηλαδή για σωματίια με σπιν 1/2, προκύπτει αν πάρουμε την λαγκρατζιανή:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= i\bar{\psi} \gamma^\mu \partial_\mu \psi - m\bar{\psi} \psi \\ &= -i(\partial_\mu \bar{\psi}) \gamma^\mu \psi - m\bar{\psi} \psi \end{aligned} \quad (2.14)$$

όπου το ψ είναι 4-διάστατο πεδίο (σπινόρας - *spinor*) τότε αντικαθιστώντας στην Εξ. 2.8 παίρνουμε την εξίσωση:

$$i\gamma^\mu (\partial_\mu \psi) - m\psi = i(\partial_\mu \bar{\psi}) \gamma^\mu + m\bar{\psi} = 0 \quad (2.15)$$

η οποία ονομάζεται *εξίσωση Dirac*.

Εξίσωση Proca

Για να παράξουμε την εξίσωση Proca για ανυσματικά πεδία δηλαδή για σωματίια με σπιν 1, ορίζουμε αρχικά τον τελεστή $F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu$ με $\mu, \nu = 0, 1, 2, 3$, και στην συνέχεια παίρνουμε την λαγκρατζιανή:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{16\pi} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{1}{8\pi} m^2 A^\mu A_\mu \quad (2.16)$$

την οποία αντικαθιστώντας στην Εξ. 2.8, παίρνουμε την εξίσωση:

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} + m^2 A^\nu = 0 \quad (2.17)$$

η οποία ονομάζεται *εξίσωση Proca*.

Εξισώσεις Maxwell

Οι εξισώσεις Maxwell για ανυσματικά πεδία με $m = 0$, προκύπτουν διαλέγοντας την λαγκρατζιανή:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{16\pi} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - J^\mu A_\mu \quad (2.18)$$

τότε αντικαθιστώντας στην Εξ. 2.8 παίρνουμε:

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} = 4\pi J^\nu \quad (2.19)$$

τις εξισώσεις Maxwell με πηγή J_μ . Από την Εξ. 2.19 συνεπάγεται επίσης η εξίσωση συνέχειας:

$$\partial_\nu J^\nu = 0 \quad (2.20)$$

2.1.2 Συμμετρίες και νόμοι διατήρησης

Η αρχή των μεταβολών που βασίζεται στην αρχή ελάχιστης δράσης έχει και μια άλλη συνέπεια πέρα από την εξίσωση Euler - Lagrange. Αυτή έχει να κάνει με την δυνατή ύπαρξη κάποιας συμμετρίας, δηλαδή με το γεγονός ότι η δράση μπορεί να παραμένει αναλλοίωτη κάτω από ορισμένους μετασχηματισμούς των συντεταγμένων του χωροχρόνου x^μ και του πεδίου ϕ . Σε μια τέτοια περίπτωση, έχουμε μία ή περισσότερες διατηρούμενες ποσότητες με την μορφή συνδυασμών των πεδίων και των παραγώγων τους, που παραμένουν αναλλοίωτοι κάτω από τους μετασχηματισμούς αυτούς.

Θεώρημα Noether

Η σύνδεση ανάμεσα σε συμμετρίες και νόμους διατήρησης αποτελεί το *θεώρημα Noether* και συνιστά μια από τις πιο σπουδαίες σχέσεις στην θεωρία πεδίου αλλά και στην σωματιδιακή φυσική. Έστω ένας απειροστός χωροχρονικός μετασχηματισμός [8]:

$$x_\mu \rightarrow x'_\mu + \delta a_\mu \quad (2.21)$$

όπου η απειροστή μεταβολή δa_μ είναι ανεξάρτητη του x_μ . Η *αναλλοιότητα του Poincare* μας λέει ότι η δράση πρέπει να παραμένει *αναλλοίωτη* κάτω από αυτόν τον μετασχηματισμό. Οπότε, η αντίστοιχη αλλαγή στην λαγκρατζιανή θα είναι:

$$\delta \mathcal{L} = \mathcal{L}(x') - \mathcal{L}(x) = a^\mu \partial_\mu \mathcal{L} \quad (2.22)$$

Επίσης, τα πεδία ϕ σε απειροστή μορφή μπορούν να γραφούν ως: $\phi(x) \rightarrow \phi'(x) = \phi(x) + \delta\phi(x)$. Θεωρώντας $\mathcal{L}(\phi, \partial_\mu\phi)$ μπορούμε να γράψουμε:

$$\delta\mathcal{L} = \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\phi}\delta\phi + \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\phi)}\delta(\partial_\mu\phi) \quad (2.23)$$

όπου:

$$\delta\phi = \phi(x') - \phi(x) = a^\mu\partial_\mu\phi \quad (2.24)$$

$$\delta(\partial_\mu\phi) = \partial_\mu\phi(x') - \partial_\mu\phi(x) = a^\nu\partial_\nu(\partial_\mu\phi) \quad (2.25)$$

Εφαρμόζοντας τις Εξ. Euler - Lagrange 2.8 αλλά και τις Εξ. 2.24, 2.25 προκύπτει ότι:

$$\delta\mathcal{L} = \left[\partial_\nu \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\nu\phi)} \right] a^\mu\partial_\mu\phi + \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\nu\phi)} a^\mu\partial_\mu(\partial_\nu\phi) = \partial_\nu \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\nu\phi)} a^\mu\partial_\mu\phi \quad (2.26)$$

Οπότε, από την Εξ. 2.22 και την Εξ. 2.26 έχουμε ότι:

$$a_\nu\partial_\mu \left[\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\phi)}\partial^\nu\phi - g^{\mu\nu}\mathcal{L} \right] = 0 \quad (2.27)$$

όπου $g^{\mu\nu}$ ο μετρικός τανυστής. Ορίζοντας τώρα τον τανυστή:

$$\Theta^{\mu\nu} = \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\phi)}(\partial^\nu\phi) - g^{\mu\nu}\mathcal{L} \quad (2.28)$$

όπου $\nu = 0, 1, 2, 3$ ο οποίος λέγεται *τανυστής ενέργειας - ορμής*, έχουμε ισοδύναμα ότι:

$$\partial_\mu\Theta^{\mu\nu}(x) = 0 \quad (2.29)$$

δηλαδή έχουμε έναν τοπικό νόμο διατήρησης.

Συγκεκριμένα, μπορούμε να δείξουμε από την Εξ. 2.28 ότι:

$$\Theta^{00} = \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_0\phi)}(\partial^0\phi) - g^{00}\mathcal{L} = \left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\dot{\phi}} \right) \dot{\phi} - \mathcal{L} = \mathcal{H} \quad (2.30)$$

οπότε η ολική ενέργεια είναι σταθερή:

$$H = \int d^3x\mathcal{H} = \int d^3x\Theta^{00} \quad (2.31)$$

Με παρόμοιο τρόπο, μπορούμε να δείξουμε ότι τα στοιχεία Θ^{0k} σχετίζονται με πυκνότητες ορμών. Οπότε, η ποσότητα $\Theta^{\mu\nu}$ είναι ένα παράδειγμα διατηρούμενου τανυστή *Noether*. Φυσικά, ο τανυστής ενέργειας - ορμής δεν είναι μονοσήμαντα ορισμένος αφού και η λαγκρατζιανή δεν είναι μονοσήμαντα ορισμένη.

Άρα, αν έχουμε μια δράση που είναι αναλλοίωτη ως προς μια συνεχή ομάδα μετασχηματισμών, αυτό ισοδυναμεί με την ύπαρξη νόμων διατήρησης στην θεωρία και πιο συγκεκριμένα υπάρχει ένας νόμος διατήρησης για κάθε γεννήτορα ομάδας μετασχηματισμών. Έτσι, για παράδειγμα, αν η δράση είναι αναλλοίωτη ως προς χρονικές μετατοπίσεις αυτό συνεπάγεται την *Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας (ΑΔΕ)*. Επίσης, η αναλλοίωτη ως προς μετατοπίσεις στο χώρο συνεπάγεται την *Αρχή Διατήρησης της Ορμής (ΑΔΟ)* ενώ η αναλλοίωτη ως προς στροφές στον τρισδιάστατο φυσικό χώρο συνεπάγεται την *Αρχή Διατήρησης της Στροφορμής (ΑΔΣ)*, όπως φαίνεται και στον Πίνακα 2.1. Τέλος, η διατήρηση του ηλεκτρικού φορτίου οφείλεται στο γεγονός ότι η δράση παραμένει αναλλοίωτη σε αυθαίρετες μετατοπίσεις της φάσης των κυματοσυναρτήσεων των φορτισμένων σωματιδίων.

2.1.3 Μετασχηματισμοί βαθμίδας

Πεδίο Dirac

Αν πάρουμε, για παράδειγμα, την λαγκρατζιανή Dirac της Εξ. 2.14 μπορούμε να δούμε ότι αυτή είναι αναλλοίωτη κάτω από τον μετασχηματισμό:

$$\psi \rightarrow e^{i\theta} \psi \quad (2.32)$$

ο οποίος ονομάζεται *εκτεταμένος μετασχηματισμός βαθμίδας $U(1)$ (global gauge transformations)* ή *μετασχηματισμός βαθμίδας πρώτου είδους*. Όμως, αν η φάση εξαρτάται από το χωροχρονικό σημείο δηλαδή:

$$\psi \rightarrow e^{i\theta(x)} \psi \quad (2.33)$$

ο οποίος ονομάζεται *τοπικός μετασχηματισμός βαθμίδας $U(1)$ (local gauge transformations)* ή *μετασχηματισμός βαθμίδας δεύτερου είδους*, τότε η λαγκρατζιανή δεν παραμένει αναλλοίωτη, αφού:

$$\partial_\mu (e^{i\theta} \psi) = i (\partial_\mu \theta) e^{i\theta} \psi + e^{i\theta} \partial_\mu \psi \quad (2.34)$$

Άρα:

$$\mathcal{L} \rightarrow \mathcal{L} - (\partial_\mu \theta) \bar{\psi} \gamma^\mu \psi \quad (2.35)$$

Όπως θα δούμε στην συνέχεια, στην ΚΘΠ η μορφή μιας λαγκρατζιανής υπαγορεύεται από το αναλλοίωτο κάτω από τοπικούς μετασχηματισμούς βαθμίδας. Επίσης, να

αναφέρουμε πως όταν οι δυο ανωτέρω μετασχηματισμοί δεν είναι παρά απλοί πολλαπλασιασμοί με την φάση $e^{i\theta(x)}$, οι αντίστοιχες συμμετρίες ονομάζονται *αβελιανές*.

Έστω q = φερμιονικό φορτίο, $\lambda(x) \equiv -\frac{\theta(x)}{q}$ και:

$$\mathcal{L} \rightarrow \mathcal{L} + (q\bar{\psi}\gamma^\mu\psi) \partial_\mu\lambda \quad (2.36)$$

για $\psi \rightarrow e^{-iq\lambda(x)}\psi$. Οπότε, για να είναι η $\mathcal{L}_{Dirac}$ αναλλοίωτη κάτω από τοπικούς μετασχηματισμούς βαθμίδας πρέπει:

$$\mathcal{L} = i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi - (q\bar{\psi}\gamma^\mu\psi) A_\mu \quad (2.37)$$

όπου $A_\mu \rightarrow A_\mu + \partial_\mu\lambda$.

Η λαγκρατζιανή πρέπει, οπότε, να περιέχει και έναν όρο για ελεύθερα ανυσματικά πεδία βαθμίδας όπως στην Εξ. Proca 2.17. Ο όρος $F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu$ είναι αναλλοίωτος σε αντίθεση όμως με τον όρο $A^\nu A_\nu$. Οπότε, για τα πεδία βαθμίδας έχουμε $m = 0$ και άρα:

$$\mathcal{L} = i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi - \frac{1}{16\pi}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} - (q\bar{\psi}\gamma^\mu\psi) A_\mu \quad (2.38)$$

με $J^\mu = q(\bar{\psi}\gamma^\mu\psi)$

Βλέπουμε οπότε ότι οι ολικοί με τους τοπικούς μετασχηματισμούς βαθμίδας διαφέρουν κατά τον όρο $(\partial_\mu\theta)\bar{\psi}\gamma^\mu\psi$ οπότε για να επιτύχουμε αναλλοίωτη λαγκρατζιανή στους ολικούς μετασχηματισμούς αντικαθιστώντας το ∂_μ με την *συναλλοίωτη παράγωγο*:

$$\partial_\mu \rightarrow D_\mu \equiv \partial_\mu + iqA_\mu \quad (2.39)$$

και απαιτούμε να ισχύει $A_\mu \rightarrow A_\mu + \partial_\mu\lambda$. Οπότε, $\partial_\mu\psi \rightarrow e^{iq\lambda}[\partial_\mu - iq(\partial_\mu\lambda)]\psi$ με $D_\mu\psi \rightarrow e^{-iq\lambda}D_\mu\psi$.

Πεδίο Klein - Gordon

Αν πάρουμε τώρα τους μετασχηματισμούς βαθμίδας για το μιγαδικό πεδίο Klein - Gordon δηλαδή την Εξ. 2.12, τότε βλέπουμε ότι η λαγκρατζιανή παραμένει αναλλοίωτη κάτω από ολικούς μετασχηματισμούς βαθμίδας. Για να γενικεύσουμε την Klein - Gordon ώστε να είναι αναλλοίωτη ως προς τοπικούς μετασχηματισμούς βαθμίδας πρέπει έχουμε ζεύξη της Klein - Gordon με το HM πεδίο. Άρα, πρέπει αρχικά να κάνουμε την αντικατάσταση $\partial_\mu \rightarrow D_\mu$, και στην συνέχεια:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= (D_\mu\phi)^*(D^\mu\phi) - m^2\phi^*\phi - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} = \\ &= (\partial_\mu\phi^* - iqA_\mu\phi^*)(\partial^\mu\phi + iqA^\mu\phi) - m^2\phi^*\phi - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \end{aligned} \quad (2.40)$$

Άρα, καταλήγουμε στο συμπέρασμα πως το αναλλοίωτο κάτω από τοπικούς μετασχηματισμούς βαθμίδας απαιτεί την παρουσία ενός ανυσματικού πεδίου A^μ . Έτσι, το αναλλοίωτο κάτω από τοπικούς μετασχηματισμούς βαθμίδας, για μια θεωρία με ηλεκτρικά φορτισμένα σωματίδια, απαιτεί να υπάρχει ένα φωτόνιο και να έχουμε ηλεκτρομαγνητικές αλληλεπιδράσεις όπως αυτές που παρατηρούνται στην φύση.

2.1.4 Χαμιλτονιανή περιγραφή

Ορίζουμε την λεγόμενη συζυγή ορμή του πεδίου $\phi(x)$ ως εξής:

$$\pi_\phi(x) = \frac{\partial L}{\partial [\partial_0 \phi(x)]} \quad (2.41)$$

όπου $L = \int d^3x \mathcal{L}$. Στην συνέχεια, ορίζουμε την χαμιλτονιανή πυκνότητα:

$$\mathcal{H} = \pi_\phi \cdot (\partial_0 \phi) - \mathcal{L} \quad (2.42)$$

όπου η χαμιλτονιανή της θεωρίας ορίζεται ως $H = \int d^3x \mathcal{H}$. Οπότε, οι κλασικές εξισώσεις κίνησης της θεωρίας γράφονται ως:

$$\begin{aligned} \partial_0 \phi(x) &= \frac{\partial H}{\partial \pi_\phi(x)} \\ \partial_0 \pi_\phi(x) &= -\frac{\partial H}{\partial \phi(x)} \end{aligned} \quad (2.43)$$

Αγκύλες Poisson

Οι αγκύλες *Poisson* στην θεωρία πεδίου ορίζονται ως εξής:

$$\begin{aligned} \{f(\vec{x}, t), g(\vec{x}, t)\}_{t=t'} &= \\ &= \int d^3x'' \left[\frac{\partial f(\vec{x}, t)}{\partial \phi(\vec{x}'', t'')} \cdot \frac{\partial g(\vec{x}', t)}{\partial \pi_\phi(\vec{x}'', t'')} - \frac{\partial g(\vec{x}, t)}{\partial \phi(\vec{x}'', t'')} \cdot \frac{\partial f(\vec{x}', t)}{\partial \pi_\phi(\vec{x}'', t'')} \right]_{t=t''=t'} \end{aligned} \quad (2.44)$$

Οπότε, οι κλασικές εξισώσεις κίνησης 2.43 της θεωρίας πεδίου γράφονται ως:

$$\begin{aligned} \partial_0 \phi(\vec{x}, t) &= \{\phi(\vec{x}, t), H\} \\ \partial_0 \pi_\phi(\vec{x}, t) &= \{\pi_\phi(\vec{x}, t), H\} \end{aligned} \quad (2.45)$$

Πεδίο Klein - Gordon

Εφαρμόζοντας στην Εξ. 2.41 την περίπτωση για ένα βαθμωτό πεδίο με γενικό δυναμικό $V(\phi)$, δηλαδή για μια λαγκραντζιανή της μορφής της Εξ. 2.9 προκύπτει:

$$\pi_\phi(\vec{x}, t) = 2\partial_0 \phi(\vec{x}, t) \quad (2.46)$$

Οπότε, μέσω της 2.42 έχουμε ότι:

$$\mathcal{H}_{KG} = (\partial_0 \phi)^2 + (\vec{\nabla} \phi) \cdot (\vec{\nabla} \phi) + V(\phi) \quad (2.47)$$

Οι κλασικές εξισώσεις κίνησης 2.9 γράφονται αναλυτικά ως:

$$(\partial_0^2 - \nabla^2 + m^2) \phi(x) = 0 \quad (2.48)$$

Οι λύσεις της εξίσωσης Klein - Gordon είναι τα λεγόμενα *επίπεδα μονοχρωματικά κύματα* της μορφής:

$$\phi(x) e^{ik^\mu x_\mu} \quad (2.49)$$

όπου k^μ είναι το 4-κυματοδιάνυσμα. Όμως, αντικαθιστώντας τις λύσεις στην Εξ. 2.48 βλέπουμε ότι το k^μ δεν μπορεί να είναι εντελώς αυθαίρετο αλλά πρέπει να υπακούει στην συνθήκη:

$$\begin{aligned} -(k^0)^2 + |\vec{k}|^2 + m^2 &= 0 \\ k_\mu k^\mu + m^2 &= 0 \end{aligned} \quad (2.50)$$

η οποία ονομάζεται *συνθήκη mass - shell*. Τώρα επειδή η εξίσωση Klein - Gordon είναι γραμμική τότε η γενική λύση προκύπτει ως υπέρθεση όλων των δυνατών μονοχρωματικών κυμάτων ως:

$$\phi(x) = \int d_\mu(k) [a(k) e^{ik^\mu x_\mu} + a^*(k) e^{-ik^\mu x_\mu}] \quad (2.51)$$

όπου $a(k)$, $a^*(k)$ συντελεστές Fourier. Προσδιορίζοντας στην συνέχεια, το μέτρο ολοκλήρωσης, προκύπτει:

$$\phi(x) = \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3 2\omega_k} [a(k) e^{ik^\mu x_\mu} + a^*(k) e^{-ik^\mu x_\mu}] \quad (2.52)$$

Δηλαδή, παρατηρούμε ότι το $\phi(x)$ γράφεται ως υπέρθεση επίπεδων μονοχρωματικών κυμάτων με κυκλική συχνότητα $\omega_k = \sqrt{m^2 + |\vec{k}|^2}$.

Στην συνέχεια, υπολογίζοντας την χαμιλτονιανή του πεδίου από την Εξ. 2.47 έχουμε ότι:

$$\begin{aligned} H_{KG} &= \int d^3 x [(\partial_0 \phi)^2 + (\vec{\nabla} \phi) \cdot (\vec{\nabla} \phi) + m^2 \phi^2] \Rightarrow \\ \Rightarrow H_{KG} &= \int \frac{d^3 x}{(2\pi)^3} \alpha(k) a^*(k) \end{aligned} \quad (2.53)$$

δηλαδή η χαμιλτονιανή είναι μια συνεχής υπέρθεση άπειρου πλήθους αρμονικών ταλαντωτών στο χώρο των κυματοδιανυσμάτων $\{k\}$ με κυκλικές συχνότητες $\omega_k = \sqrt{m^2 + |\vec{k}|^2}$.

Ηλεκτρομαγνητικό πεδίο

Ομοίως εφαρμόζοντας στην Εξ. 2.41 την περίπτωση για ένα ελεύθερο ηλεκτρομαγνητικό πεδίο δηλαδή για μια λαγκρατζιανή της μορφής της Εξ. 2.18 χωρίς όμως πηγές, δηλαδή $J^\mu = 0$, προκύπτει:

$$\pi_{A_\mu} = \pi^\mu = -\frac{1}{4\pi} F^{0\mu} \quad (2.54)$$

Οπότε, μέσω της Εξ. 2.42 έχουμε ότι:

$$\mathcal{H}_{EM} = \frac{1}{8\pi} \left(|\vec{E}|^2 + |\vec{B}|^2 \right) - \frac{1}{4\pi} \vec{E} \cdot \vec{\nabla} A_0 \quad (2.55)$$

Άρα, με χρήση της σχέσης $H = \int d^3x \mathcal{H}$, προκύπτει ότι:

$$H_{EM} = \frac{1}{8\pi} \int d^3x \left(|\vec{E}|^2 + |\vec{B}|^2 \right) \quad (2.56)$$

Στην βαθμίδα Lorentz $\partial_\mu A^\mu = 0$, οι πεδιακές εξισώσεις Maxwell χωρίς πηγές είναι:

$$\square A_\mu(x) = 0 \quad (2.57)$$

Οι λύσεις είναι επίπεδα μονοχρωματικά κύματα της μορφής:

$$A_\mu(x) = \varepsilon_\mu(k) e^{ik^\mu x_\mu} \quad (2.58)$$

όπου ε_μ σταθερό 4-διάνυσμα. Οπότε, κατά αναλογία με Klein - Gordon η γενική λύση της Εξ. 2.57 θα είναι υπέρθεση μονοχρωματικών κυμάτων υπό την προϋπόθεση ότι έχουμε την συνθήκη *mass shell* $k_\mu k^\mu + m^2 = 0$, οπότε $\omega_k = |\vec{k}|$. Συνεχίζοντας με την ίδια λογική προκύπτει ότι η γενική λύση έχει την μορφή:

$$A_\mu(x) = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3 2\omega_k} \varepsilon_\mu(k) [a(k) e^{ik^\mu x_\mu} + a^*(k) e^{-ik^\mu x_\mu}] \quad (2.59)$$

όπου στην προκειμένη περίπτωση επειδή έχοντας επιλέξει την βαθμίδα Lorentz $\partial_\mu A^\mu = 0$ δεν έχουμε πλήρως απαλείψει την ελευθερία μετασχηματισμών βαθμίδας, έτσι μπορούμε να επιλέξουμε και άλλους μετασχηματισμούς της μορφής $\delta A_\mu = \partial_\mu f$ που δεν αλλάζουν την επιλογή βαθμίδας Lorentz αν $\square f = 0$. Επιλέγοντας ταυτόχρονα *αξονική* και *βαθμίδα Coulomb* προκύπτει ότι τα επίπεδα κύματα έχουν μόνο χωρικό δείκτη, και άρα προκύπτει ότι $\vec{k} \cdot \vec{\varepsilon}(k) = 0$ όπου τα $\vec{\varepsilon}(k)$ είναι διανύσματα πόλωσης των επίπεδων κυμάτων που είναι κάθετα στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος. Το γεγονός αυτό υποδεικνύει ότι το φως είναι εγκάρσια πολωμένο και το πλήθος των φυσικών βαθμών ελευθερίας του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου είναι 2.

Στην συνέχεια, υπολογίζοντας την χαμιλτονιανή του πεδίου έχουμε ότι:

$$H_{EM} = \sum_{\lambda=1}^2 \int \frac{d^3x}{(2\pi)^3} \alpha^{(\lambda)}(k) a^{(\lambda)*}(k) \quad (2.60)$$

δηλαδή είναι άπειρη συνεχής υπέρθεση αρμονικών ταλαντωτών με κυκλική συχνότητα ω_k για κάθε $\vec{k}$ και κάθε διάνυσμα πόλωσης.

2.1.5 Κανονική κβάντωση

Από τα ανωτέρω μπορούμε να δούμε ότι η ενέργεια της θεμελιώδους κατάστασης του συστήματος μας είναι ίση με την ενέργεια της θεμελιώδους κατάστασης κάθε ταλαντωτή, και επειδή έχουμε άπειρο πλήθος ταλαντωτών η ενέργεια αυτή είναι άπειρη. Το σύστημα όμως έχει διάφορες ενεργειακές στάθμες, η διαφορά των οποίων είναι πεπερασμένη. Οπότε, από το άπειρο πρέπει να εξάγουμε πεπερασμένα αποτελέσματα για να μπορούμε να τα συγκρίνουμε με τα πειράματα.

Γενικότερα όταν έχουμε ζεύξη με άλλα πεδία, πρέπει να αναπτύξουμε μια θεωρία διαταραχών, οι διορθώσεις της οποίας όμως όπως θα δούμε είναι πάλι άπειρες. Έτσι, για να μπορέσουμε να εξάγουμε πεπερασμένες φυσικές ποσότητες από το άπειρο, ακολουθούμε μια διαδικασία που όπως θα δούμε (βλέπε εδάφιο 2.2.7) ονομάζεται *επακανονικοποίηση*.

Χρονικά, η “πρώτη κβάντωση” έγινε όταν αντικαταστήσαμε τα παρατηρούμενα φυσικά μεγέθη ϕ από τελεστές. Για να κατανοήσει όμως κάποιος σωστά τις σχετικιστικές κυματικές εξισώσεις θα πρέπει να εγκαταλείψει την ερμηνεία τους σαν εξισώσεις που επιδέχονται μονοσωματιδιακές λύσεις και να εισαχθεί η έννοια του κβαντικού πεδίου, δηλαδή οι κυματοσυναρτήσεις των αντίστοιχων εξισώσεων να υπόκεινται σε σχέσεις μετάθεσης ή αντιμετάθεσης ανάλογες με εκείνες της Κβαντομηχανικής. Αυτή ονομάστηκε “δεύτερη κβάντωση” όπου στην ουσία τα κβαντικά πεδία παριστάνονται πλέον με *τελεστές δημιουργίας και καταστροφής* που δημιουργούν ή καταστρέφουν σωματίδια [9].

Πραγματικό βαθμωτό πεδίο

Ένα πραγματικό βαθμωτό πεδίο στο κλασικό επίπεδο ορίζεται από την σχέση $\phi(x) = \phi^*(x)$ όπου σύμφωνα με την *αρχή της αντιστοιχίας* του Bohr μπορεί να ερμηνευτεί σαν η “αναμενόμενη τιμή” ενός κβαντομηχανικού τελεστή $\hat{\phi}(x)$ ως προς μια κατάλληλη κβαντομηχανική κατάσταση $\phi(x) = \langle \hat{\phi}(x) \rangle$. Το κλασικό πεδίο $\phi(x)$ είναι

πραγματικό και υπακούει στην εξίσωση Klein - Gordon, αρκεί ο τελεστής $\hat{\phi}(x)$ να είναι ερμιτιανός και να ικανοποιεί επίσης την εξίσωση Klein - Gordon.

Η γενική λύση της Klein - Gordon είδαμε ότι γράφεται με την μορφή της Εξ. 2.52, όπου $a(k)$ είναι μια αυθαίρετη μιγαδική συνάρτηση. Στην ΚΘΠ τώρα που έχουμε το κβαντικό πεδίο $\hat{\phi}(x)$ έχουμε κατά αναλογία:

$$\hat{\phi}(x) = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3 2\omega_k} [\hat{a}(k) e^{ik^\mu x_\mu} + \hat{a}^\dagger(k) e^{-ik^\mu x_\mu}] \quad (2.61)$$

όπου τώρα $\hat{a}(k)$ ο συντελεστής είναι τελεστής και $\hat{a}^\dagger(k)$ είναι ερμιτιανός συζυγής του. Στην συνέχεια, θα θεωρούμε πως $\phi(x)$, $a(k)$ και $a^\dagger(k)$ είναι τελεστές.

Η κβάντωση της μηχανικής βασίζεται στις κανονικές σχέσεις μετάθεσης του Heisenberg:

$$\begin{aligned} [x_i, p_j] &= i\delta_{ij} \\ [x_i, x_j] &= [p_i, p_j] = 0 \end{aligned} \quad (2.62)$$

όπου $p_i = \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_i}$ η κανονική ορμή. Σε αυτές τις σχέσεις η θέση και η ορμή μετρώνται την ίδια χρονική στιγμή. Σε αναλογία με τις σχέσεις αυτές, στην ΚΘΠ έχουμε τις σχέσεις:

$$\begin{aligned} [\phi(\vec{x}, t), \pi(\vec{y}, t)] &= i\delta(\vec{x} - \vec{y}) \\ [\phi(\vec{x}, t), \phi(\vec{y}, t)] &= [\pi(\vec{x}, t), \pi(\vec{y}, t)] = 0 \end{aligned} \quad (2.63)$$

όπου η κανονική ορμή $\pi(\vec{x}, t)$ ορίζεται εδώ σαν:

$$\pi(\vec{x}, t) = \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}(\vec{x}, t)} \quad (2.64)$$

Οι σχέσεις αυτές ονομάζονται κανονικές σχέσεις μετάθεσης ίσου χρόνου, και παίζουν τον ίδιο ρόλο που παίζουν και οι κανονικές σχέσεις μετάθεσης του Heisenberg στην κλασική Κβαντομηχανική.

Αντικαθιστώντας την Εξ. 2.61 στην Εξ. 2.46, αντιστρέφοντας τους μετασχηματισμούς Fourier και στην συνέχεια παίρνοντας τον μεταθέτη προκύπτει ότι:

$$\begin{aligned} [a(k_1), a(k_2)] &= [a^\dagger(k_1), a^\dagger(k_2)] = 0 \\ [a(k_1), a^\dagger(k_2)] &= (2\pi)^3 2\omega_1 \delta(k_1 - k_2) \end{aligned} \quad (2.65)$$

Ορίζοντας στην συνέχεια τον τελεστή:

$$N(k) = a^\dagger(k) a(k) \quad (2.66)$$

βλέπουμε ότι ισχύουν οι σχέσεις μετάθεσης:

$$\begin{aligned} [N(k), N(k')] &= 0 \\ [N(k), a^\dagger(k)] &= a^\dagger(k) \\ [N(k), a(k)] &= -a(k) \end{aligned} \quad (2.67)$$

Με βάση αυτές τις σχέσεις, αν είναι $n(k)$, $|n(k)\rangle$ οι ιδιοτιμές, αντίστοιχα ιδιοκαταστάσεις του τελεστή $N(k)$, τότε έχουμε:

$$\begin{aligned} N(k) |n(k)\rangle &= n(k) |n(k)\rangle \\ N(k) a^\dagger(k) |n(k)\rangle &= [n(k) + 1] a^\dagger(k) |n(k)\rangle \\ N(k) a(k) |n(k)\rangle &= [n(k) - 1] a(k) |n(k)\rangle \end{aligned} \quad (2.68)$$

Αυτό σημαίνει ότι οι καταστάσεις $a^\dagger(k) |n(k)\rangle$, $a(k) |n(k)\rangle$ είναι ιδιοκαταστάσεις του $N(k)$ με ιδιοτιμές $n(k) + 1$, $n(k) - 1$ αντίστοιχα. Αυτό υποδεικνύει ότι ο τελεστής $N(k)$ είναι ο *αριθμητικός τελεστής* των σωματιδίων με ενέργεια ω_k και ορμή k . Επίσης, βλέπουμε ότι η δράση του $a(k)$ μειώνει κατά 1 την ιδιοτιμή $n(k)$ ενώ η δράση του $a^\dagger(k)$ αυξάνει την ιδιοτιμή $n(k)$ κατά 1, πράγμα που σημαίνει ότι οι ιδιοτιμές $n(k)$ είναι ακέραιοι αριθμοί. Έτσι, δικαιολογείται η ονομασία των $a(k)$ και $a^\dagger(k)$ σαν τελεστές καταστροφής και δημιουργίας των κβάντων του πεδίου και ολοκληρώνουν την δικαιολόγηση της ερμηνείας του $N(k)$ σαν αριθμητικού τελεστή. Έτσι, συμπληρώνεται η σωματιδιακή ερμηνεία της Κβαντικής Θεωρίας.

Είδαμε προηγουμένως ότι ένα κβαντικό πεδίο είναι ισοδύναμο με ένα άπειρο άθροισμα αρμονικών ταλαντωτών. Η αναίρεση της απειρίας στην ενέργεια γίνεται με την *κανονική διάταξη* (*normal ordering*), όπου οι τελεστές καταστροφής γράφονται δεξιά των τελεστών δημιουργίας. Όπως αναφέραμε η ενέργεια του πεδίου περιέχει μια άπειρη συνεισφορά, που προέρχεται από το άθροισμα των ενεργειών της βασικής κατάστασης των αρμονικών ταλαντωτών. Επειδή όμως το επίπεδο της μηδενικής ενέργειας είναι αυθαίρετο, μπορούμε να αφαιρέσουμε μια τέτοια συνεισφορά χωρίς φυσικές συνέπειες και να ορίσουμε την χαμιλτονιανή με χρήση της Εξ. 2.66 σαν:

$$H = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3 2\omega_k} \omega_k N(k) \quad (2.69)$$

Τότε η ενέργεια της βασικής κατάστασης είναι:

$$\langle 0 | H | 0 \rangle = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3 2\omega_k} \omega_k \langle 0 | a^\dagger(k) a(k) | 0 \rangle = 0 \quad (2.70)$$

οπότε η απειρία αναιρείται.

Μιγαδικό βαθμωτό πεδίο

Όπως ξέρουμε με ένα μιγαδικό βαθμωτό πεδίο περιγράφουμε ένα βαθμωτό σωματίδιο και το αντι-σωματίδιο του, που χαρακτηρίζονται από αντίθετα φορτία. Επειδή το κλασικό πεδίο δεν είναι πραγματικό, το κβαντικό πεδίο δεν θα είναι ερμιτιανό και έτσι αντί για την Εξ. 2.61 έχουμε τώρα:

$$\begin{aligned}\phi(x) &= \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3 2\omega_k} [a(k) e^{ikx} + b^\dagger(k) e^{-ikx}] \\ \phi^\dagger(x) &= \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3 2\omega_k} [b(k) e^{ikx} + a^\dagger(k) e^{-ikx}]\end{aligned}\quad (2.71)$$

Τώρα οι κανονικές σχέσεις μετάθεσης ίσου χρόνου 2.63 και οι αντίστοιχες ερμιτιανές συζυγείς σχέσεις οδηγούν στις εξισώσεις:

$$\begin{aligned}[a(k_1), a^\dagger(k_2)] &= (2\pi)^3 2\omega_1 \delta(k_1 - k_2) \\ [b(k_1), b^\dagger(k_2)] &= (2\pi)^3 2\omega_1 \delta(k_1 - k_2)\end{aligned}\quad (2.72)$$

ενώ όλοι οι υπόλοιποι μεταθέτες μηδενίζονται. Έτσι, έχουμε εδώ δύο σύνολα τελεστών καταστροφής και δημιουργίας, τα $a, a^\dagger$ και $b, b^\dagger$.

Εισάγοντας την κανονική διάταξη, βρίσκουμε για την χαμιλτονιανή ότι:

$$H = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3 2\omega_k} \omega_k [a^\dagger(k) a(k) + b^\dagger(k) b(k)] \quad (2.73)$$

Οπότε, τα $a, a^\dagger$ ερμηνεύονται σαν τελεστές καταστροφής και δημιουργίας σωματιδίων, και τα $b, b^\dagger$ σαν τελεστές καταστροφής και δημιουργίας αντι-σωματιδίων, τα οποία έχουν αντίθετο φορτίο αλλά ίδια μάζα.

Γράφοντας στην συνέχεια τους αριθμητικούς τελεστές:

$$\begin{aligned}N_a(k) &= a^\dagger(k) a(k) \\ N_b(k) &= b^\dagger(k) b(k)\end{aligned}\quad (2.74)$$

για σωματίδια και αντι-σωματίδια η έκφραση της χαμιλτονιανής γίνεται:

$$H = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3 2\omega_k} \omega_k [N_a(k) + N_b(k)] \quad (2.75)$$

Πεδίο Dirac

Θεωρώντας και σε αυτή την περίπτωση το πεδίο Dirac σαν πεδιακό τελεστή, όπως και στην περίπτωση του βαθμωτού πεδίου, γράφουμε την γενική λύση της εξίσωσης

Dirac σαν επαλληλία επίπεδων κυμάτων με συντελεστές που είναι τελεστές:

$$\begin{aligned}\psi(x) &= \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3 2k_0} \sum_{s=1,2} [a_s(k) u^{(s)}(k) e^{-ikx} + b_s^\dagger(k) v^{(s)}(k) e^{ikx}] \\ \bar{\psi}(x) &= \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3 2k_0} \sum_{s=1,2} [a_s^\dagger(k) \bar{u}^{(s)}(k) e^{ikx} + b_s(k) \bar{v}^{(s)}(k) e^{-ikx}]\end{aligned}\quad (2.76)$$

όπου $u^{(1,2)}$ και $v^{(1,2)}$ οι σπινωριακές λύσεις θετικής και αρνητικής ενέργειας, όπου η ενέργεια συμβολίζεται ως $E = k_0$. Σε αυτή την περίπτωση χρησιμοποιούμε διαφορετικούς τελεστές $a(k)$, $b(k)$ για να μπορούμε να περιγράψουμε μη ερμιτιανά (δηλαδή φορτισμένα) πεδία Dirac.

Από την λαγκρατζιανή του Dirac της Εξ. 2.14 παίρνουμε με βάση την Εξ. 2.41 την κανονική ορμή:

$$\pi(x) = i\psi^\dagger(x) \quad (2.77)$$

και άρα με χρήση της Εξ. 2.42 έχουμε:

$$\mathcal{H} = \psi^\dagger(x) i \frac{\partial}{\partial t} \psi(x) \quad (2.78)$$

Αντίθετα με την προηγούμενη περίπτωση του βαθμωτού πεδίου η χαμιλτονιανή δεν είναι αναγκαστικά μια θετική ποσότητα πριν πάμε στην κβάντωση της θεωρίας. Αντικαθιστώντας τα κβαντικά πεδία 2.76 στην Εξ. 2.78 βρίσκουμε για την ενέργεια $H = \int d^3x \mathcal{H}$ ότι:

$$H = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3 2k_0} k_0 \sum_{s=1,2} [a_s^\dagger(k) a_s(k) - b_s(k) b_s^\dagger(k)] \quad (2.79)$$

Σε αυτή τώρα την περίπτωση αντί για τις σχέσεις 2.72 ισχύουν οι σχέσεις:

$$\begin{aligned}[a_r(k_1), a_s^\dagger(k_2)] &= \delta_{rs} (2\pi)^3 2k_0 \delta(k_1 - k_2) \\ [b_r(k_1), b_s^\dagger(k_2)] &= \delta_{rs} (2\pi)^3 2k_0 \delta(k_1 - k_2)\end{aligned}\quad (2.80)$$

ενώ όλοι οι υπόλοιποι μεταθέτες μηδενίζονται.

Αυτό σημαίνει ότι, για να αφαιρέσουμε τώρα την ενέργεια μηδενικού σημείου χρησιμοποιώντας την κανονική διάταξη στη χαμιλτονιανή, φροντίζουμε να αλλάξουμε το “σημείο” κάθε όρου στον οποίο κάνουμε εναλλαγή τελεστών. Άρα, έχουμε ότι:

$$\begin{aligned}H &= \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3 2k_0} k_0 \sum_{s=1,2} [a_s^\dagger(k) a_s(k) + b_s^\dagger(k) b_s(k)] = \\ &= \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3 2k_0} k_0 \sum_{s=1,2} [N_s(k) + \bar{N}_s(k)]\end{aligned}\quad (2.81)$$

Ηλεκτρομαγνητικό πεδίο

Το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο είναι η απλούστερη περίπτωση ανυσματικού πεδίου και η χβάντωση του παρουσιάζει όλες τις ιδιαιτερότητες της χβάντωσης πεδίων με σπιν 1. Αυτές έχουν να κάνουν με τους μετασχηματισμούς βαθμίδας. Μπορούμε να εξετάσουμε την χβάντωση του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου είτε στην βαθμίδα Coulomb είτε στην βαθμίδα Lorentz. Στην συνέχεια, θα εξετάσουμε την περίπτωση της βαθμίδας Lorentz όμως το αποτέλεσμα είναι το ίδιο αν επιλέξουμε την βαθμίδα Coulomb.

Αναμένουμε να ισχύουν οι συναλλοίωτες σχέσεις μετάθεσης ίσου χρόνου:

$$\begin{aligned} [A_\mu(\vec{x}, t), \pi_\nu(\vec{y}, t)] &= ig_{\mu\nu}\delta(\vec{x} - \vec{y}) \\ [A_\mu(\vec{x}, t), A_\nu(\vec{y}, t)] &= [\pi_\mu(\vec{x}, t), \pi_\nu(\vec{y}, t)] = 0 \end{aligned} \quad (2.82)$$

Όμως, από την Εξ. 2.54 βλέπουμε ότι $\pi^0 = 0$, οπότε η πρώτη σχέση των Εξ. 2.82 δεν μπορεί να ικανοποιηθεί για την A^0 .

Έτσι, προσθέτουμε στην λαγκρατζιανή έναν νέο όρο:

$$L = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - \frac{\xi}{2}(\partial_\mu A^\mu)^2 \quad (2.83)$$

όπου ο όρος $-\frac{\xi}{2}(\partial_\mu A^\mu)^2$ ονομάζεται *όρος καθορισμού βαθμίδας*, και είναι ιδιαίτερα χρήσιμος στις μη αβελιανές θεωρίες βαθμίδας. Αλλά και πάλι έχουμε $\pi^0 = 0$ στη βαθμίδα Lorentz. Η λύση του προβλήματος δόθηκε από τους Gupta και Bleuler οι οποίοι έδειξαν ότι πρέπει να απαιτήσουμε μόνο οι φυσικές καταστάσεις $|\psi\rangle$ να ικανοποιούν την συνθήκη Lorentz δηλαδή η αναμενόμενη τιμή του $\partial_\mu A^\mu$ ως προς τις φυσικές καταστάσεις να είναι μηδέν.

$$\langle\psi|\partial_\mu A^\mu|\psi\rangle = 0 \quad (2.84)$$

Οπότε, οι λύσεις παίρνουν την μορφή:

$$A^\mu(x) = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3 2\omega_k} \sum_{\lambda=0,1,2,3} \varepsilon_\mu^{(\lambda)}(k) [a^{(\lambda)}(k) e^{-ikx} + a^{(\lambda)\dagger}(k) e^{ikx}] \quad (2.85)$$

όπου με $\lambda = 0, 1, 2, 3$ συμβολίζουμε τις τέσσερις δυνατές καταστάσεις πόλωσης. Έτσι, για $\xi = 1$ οι σχέσεις μετάθεσης 2.82:

$$\begin{aligned} [\dot{A}_\mu(\vec{x}, t), A_\nu(\vec{y}, t)] &= ig_{\mu\nu}\delta(\vec{x} - \vec{y}) \\ [a^{(\lambda)}(k), a^{(\lambda')\dagger}(k')] &= -g^{\lambda\lambda'}(2\pi)^3 2\omega_k \delta(k - k') \end{aligned} \quad (2.86)$$

ενώ όλοι οι άλλοι μεταθέτες είναι μηδέν.

Για τα εγκάρσια ($\lambda = 1, 2$) και τα διαμήκη ($\lambda = 3$) φωτόνια δεν υπάρχει κάποιο πρόβλημα, όμως για τα βαθμωτά (ή χρονοειδή) φωτόνια ($\lambda = 0$) το αρνητικό σημείο της δεύτερης σχέσης των Εξ. 2.86 δημιουργεί προβλήματα, καθώς η συνεισφορά τους στην ενέργεια είναι αρνητική. Έτσι, χρησιμοποιώντας και πάλι την μέθοδο των Gupta και Bleuler προκύπτει ότι οι συνεισφορές των βαθμωτών και των διαμηκών φωτονίων στην αναμενόμενη τιμή της χαμιλτονιανής ως προς φυσικές καταστάσεις αλληλοεξουδετερώνονται και μένουμε τελικά μόνο με την συνεισφορά των εγκάρσιων φυσικών φωτονίων. Οπότε, η έκφραση που προκύπτει για την χαμιλτονιανή είναι τελικά:

$$H_{EM} = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3 2\omega_k} \omega_k \left[\sum_{\lambda=1,2} a^{(\lambda)\dagger}(k) a^{(\lambda)}(k) \right] \quad (2.87)$$

Μαζικό ανυσματικό πεδίο - Proca

Έστω ένα ελεύθερο ουδέτερο μαζικό ανυσματικό πεδίο π.χ. το Z_μ . Σε αυτή την περίπτωση οι σχέσεις μετάθεσης γράφονται:

$$\begin{aligned} \left[\dot{Z}_i(\vec{x}, t), Z_j(\vec{y}, t) \right] &= i g_{ij} \delta(\vec{x} - \vec{y}) \\ \left[a^{(\lambda)}(k), a^{(\lambda')\dagger}(k') \right] &= \delta_{\lambda\lambda'} (2\pi)^3 2\omega_k \delta(k - k') \end{aligned} \quad (2.88)$$

όπου το $Z_\mu(x)$ αναπτύσσεται σαν:

$$Z_\mu(x) = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3 2\omega_k} \sum_{\lambda=1,2,3} \varepsilon_\mu^{(\lambda)}(k) \left[a^{(\lambda)}(k) e^{-ikx} + a^{(\lambda)\dagger}(k) e^{ikx} \right] \quad (2.89)$$

Μετά την κανονική διάταξη η χαμιλτονιανή παίρνει την μορφή:

$$H = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3 2\omega_k} \omega_k \left[\sum_{\lambda=1,2,3} a^{(\lambda)\dagger}(k) a^{(\lambda)}(k) \right] \quad (2.90)$$

Για ελεύθερα φορτισμένα μαζικά ανυσματικά πεδία, όπως τα $W_\mu^+ = (W_\mu^-)^\dagger$, θα έχουμε την ανάπτυξη:

$$W_\mu^+(x) = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3 2\omega_k} \sum_{\lambda=1,2,3} \varepsilon_\mu^{(\lambda)}(k) \left[a^{(\lambda)}(k) e^{-ikx} + b^{(\lambda)\dagger}(k) e^{ikx} \right] \quad (2.91)$$

Τέλος, οι τελεστές καταστροφής και δημιουργίας $a, a^\dagger$ και $b, b^\dagger$ για τα W^+ και W^- σωματίδια, αντίστοιχα θα υπακούουν στις σχέσεις μετάθεσης:

$$\left[a^{(\lambda)}(k), a^{(\lambda')\dagger}(k') \right] = \left[b^{(\lambda)}(k), b^{(\lambda')\dagger}(k') \right] = \delta_{\lambda\lambda'} (2\pi)^3 2\omega_k \delta(k - k') \quad (2.92)$$

2.1.6 Διαδότες και κορυφές

Μένει να υπολογίσουμε τις αναμενόμενες τιμές ως προς το κενό ενός γινομένου που περιλαμβάνει ένα πεδίο σε διαφορετικά σημεία x και y . Έτσι, για το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο A_μ βρίσκουμε στην βαθμίδα Lorentz ότι:

$$\langle 0 | A_\mu(x) A_\nu(y) | 0 \rangle = -g_{\mu\nu} \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3 2\omega_k} e^{-ik(x-y)} \quad (2.93)$$

Στην συνέχεια, θα χρησιμοποιήσουμε το χρονολογικό γινόμενο δυο τελεστών, όπου τοποθετούμε στα δεξιά τελεστές που αναφέρονται σε προγενέστερους χρόνους. Αυτό ορίζεται ως:

$$T[A_\mu(x) A_\nu(y)] = \begin{cases} A_\mu(x) A_\nu(y) & \text{για } x^0 > y^0 \\ A_\nu(y) A_\mu(x) & \text{για } y^0 > x^0 \end{cases} \quad (2.94)$$

Παρόμοια ορίζεται το χρονολογικό γινόμενο T για κάθε μποζονικό τελεστή. Βλέπουμε επίσης ότι από τον ορισμό δεν υπάρχει εξάρτηση από το σύστημα αναφοράς.

Στην συνέχεια, ορίζουμε την συνάρτηση $ig_{\mu\nu} D_F(x-y)$ μέσω της ολοκληρωτικής αναπαράστασης:

$$\begin{aligned} \langle 0 | T[A_\mu(x) A_\nu(y)] | 0 \rangle &= ig_{\mu\nu} D_F(x-y) = \\ &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0+} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{-ig_{\mu\nu}}{k^2 + i\varepsilon} e^{-ik(x-y)} \end{aligned} \quad (2.95)$$

η οποία μαζί με τον Fourier μετασχηματισμό της $-\frac{ig_{\mu\nu}}{k^2 + i\varepsilon}$ ονομάζονται διαδότες *Feynman* στο χώρο Minkowski και στο χώρο των ορμών αντίστοιχα, για ένα ελεύθερο φωτονικό πεδίο. Η φυσική ερμηνεία του διαδότη Feynman συναρτήσει της εκπομπής, διάδοσης και καταστροφής φωτονίων στην προκειμένη περίπτωση είναι η εξής: Για $x^0 > y^0$, η αναμενόμενη τιμή $\langle 0 | A_\mu(x) A_\nu(y) | 0 \rangle$ παριστάνει ένα φωτόνιο που δημιουργείται στο σημείο y και διαδίδεται μέχρι το σημείο x όπου και καταστρέφεται.

Ανάλογα μπορούμε να ορίσουμε τις αντίστοιχες εκφράσεις για ένα μαζικό ανυσματικό πεδίο. Σε αυτή την περίπτωση ορίζεται ένα “τροποποιημένο” χρονολογικό γινόμενο T^* για λόγους συναλλοιότητας. Έτσι, για τους διαδότες Feynman έχουμε:

$$\langle 0 | T^*[Z_\mu(x) Z_\nu(y)] | 0 \rangle = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0+} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{i \left(-g_{\mu\nu} + \frac{k_\mu k_\nu}{M_Z^2} \right)}{k^2 - M_Z^2 + i\varepsilon} e^{-ik(x-y)} \quad (2.96)$$

Για ένα βαθμωτό πεδίο (πραγματικό ή μιγαδικό) έχουμε:

$$\begin{aligned} \langle 0 | T[\phi(x) \phi^\dagger(y)] | 0 \rangle &= i\Delta_F(x-y) = \\ &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0+} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{i}{k^2 - m^2 + i\varepsilon} e^{-ik(x-y)} \end{aligned} \quad (2.97)$$

Για το πεδίο Dirac που είναι φερμιονικό, ορίζουμε το χρονολογικό γινόμενο μέσω της σχέσης:

$$T [\psi (x) \bar{\psi} (y)] = \begin{cases} \psi (x) \bar{\psi} (y) & \text{για } x^0 > y^0 \\ -\bar{\psi} (y) \psi (x) & \text{για } y^0 > x^0 \end{cases} \quad (2.98)$$

Οπότε, οι διαδότες Feynman γίνονται:

$$\begin{aligned} \langle 0 | T [\psi (x) \bar{\psi} (y)] | 0 \rangle &= i S_F (x - y) = \\ &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0_+} \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \frac{i}{p - m + i\varepsilon} e^{-ip(x-y)} \\ &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0_+} \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \frac{i(p + m)}{p^2 - m^2 + i\varepsilon} e^{-ip(x-y)} \end{aligned} \quad (2.99)$$

Σημειώνεται επίσης ότι οι συναρτήσεις $D_F(x - y)$, $\Delta_F(x - y)$ και $S_F(x - y)$ ικανοποιούν τις κυματικές εξισώσεις:

$$\begin{aligned} \square_x^2 D_F(x - y) &= \delta(x - y) \\ (\square_x^2 + m^2) \Delta_F(x - y) &= -\delta(x - y) \\ (i\partial_x - m) S_F(x - y) &= \delta(x - y) \end{aligned} \quad (2.100)$$

δηλαδή είναι *συναρτήσεις Green* για τα πεδία Maxwell, Klein - Gordon και Dirac, αντίστοιχα.

Για την μελέτη των αλληλεπιδράσεων, η ιδέα για τους διάφορους υπολογισμούς έγκειται στο να χρησιμοποιήσουμε μια ανάπτυξη σε σειρά ως προς τις σταθερές ζεύξης των θεωριών βαθμίδας που αποτελούν μικρές παραμέτρους, με χρήση των μεθόδων της θεωρίας διαταραχών. Έτσι, μπορούμε να δούμε ότι μια στοιχειώδης αλληλεπίδραση - κορυφή μπορεί να παρασταθεί γραφικά με ένα διάγραμμα στο οποίο μπορούμε να έχουμε καταστροφή ή δημιουργία σωματιδίων ή αντι-σωματιδίων και εκπομπή ή απορρόφηση χβάντων ακτινοβολίας. Περισσότερες λεπτομέρειες θα δούμε στο εδάφιο 2.2.6.

2.2 Καθιερωμένο πρότυπο

2.2.1 Θεωρία Yang - Mills

Η θεωρία *Yang - Mills* είναι μια μη αβελιανή γενίκευση της ηλεκτρομαγνητικής θεωρίας Maxwell και περιγράφει τις ασθενείς και τις ισχυρές αλληλεπιδράσεις. Οι θεωρίες αυτές αρχικά ξεκίνησαν για να δώσουν μια ενοποιημένη περιγραφή των πρωτονίων και των νετρονίων ως σωματίδια με σπιν 1/2 και παρόμοια μάζα.

Έστω δυο πεδία με σπιν $1/2$, ψ_1 και ψ_2 , τότε η λαγκρατζιανή μπορεί να γραφεί ως:

$$\mathcal{L} = i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - M\bar{\psi}\psi \quad (2.101)$$

όπου $\psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix}$, $\bar{\psi} = \begin{pmatrix} \bar{\psi}_1 & \bar{\psi}_2 \end{pmatrix}$ και $M = \begin{pmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{pmatrix}$. Αν όμως $m_1 \approx m_2 = m$ τότε:

$$\mathcal{L} = i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi \quad (2.102)$$

η οποία μοιάζει με την Εξ. 2.14 Dirac για ένα σωματίο μάζας m . Όμως, η εξίσωση αυτή δεν αντιστοιχεί σε ένα σωματίο αλλά στην διπλέτα (*doublet*) $\psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix}$ όπου κάθε ψ_i είναι σπινόρας με 4 συνιστώσες.

Μετασχηματισμοί Βαθμίδας στις YM

Οι μετασχηματισμοί βαθμίδας εισάγονται ως 2×2 πίνακες $SU(2)$ της μορφής $\psi \rightarrow U\psi$ και $\bar{\psi} \rightarrow \bar{\psi}U^\dagger$ με $U = e^{i\theta I + \vec{\tau} \cdot \vec{a}}$, όπου I είναι ο 2×2 μοναδιαίος πίνακας.

Ο ολικός μετασχηματισμός βαθμίδας $SU(2)$ είναι:

$$\psi = e^{i(\vec{\tau} \cdot \vec{a})}\psi \quad (2.103)$$

ενώ ο τοπικός μετασχηματισμός βαθμίδας $SU(2)$ είναι:

$$\psi = S\psi \quad (2.104)$$

όπου $S = e^{iq\vec{\tau} \cdot \vec{\lambda}(x)}$ και $\vec{\lambda}(x) = -\frac{\vec{a}(x)}{q}$. Βλέπουμε ότι η $\mathcal{L}$ δεν είναι αναλλοίωτη κάτω από $SU(2)$ μετασχηματισμούς βαθμίδας. Έτσι, ορίζουμε τα ανυσματικά πεδία $\vec{A}^\mu \equiv (A_1^\mu, A_2^\mu, A_3^\mu)$ και την συναλλοίωτη παράγωγο $D_\mu \equiv \partial_\mu + iq\vec{\tau} \cdot \vec{A}_\mu$ όπου $D_\mu\psi \rightarrow S(D_\mu\psi)$. Οπότε, τελικά έχουμε ότι:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= i\bar{\psi}\gamma^\mu D_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi = \\ &= [i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi] - (q\bar{\psi}\gamma^\mu\vec{\tau}\psi) \cdot \vec{A}_\mu \end{aligned} \quad (2.105)$$

Επίσης, κάθε $\vec{A}_\mu$ χρειάζεται τον κινητικό του όρο:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{16\pi} \vec{F}^{\mu\nu} \cdot \vec{F}_{\mu\nu} \quad (2.106)$$

καθώς η μάζα Proca απαγορεύεται από τους τοπικούς μετασχηματισμούς βαθμίδας. Οπότε, η πλήρης λαγκρατζιανή Yang - Mills είναι η:

$$\mathcal{L} = [i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi] - \frac{1}{16\pi} \vec{F}^{\mu\nu} \cdot \vec{F}_{\mu\nu} - (q\bar{\psi}\gamma^\mu\vec{\tau}\psi) \cdot \vec{A}_\mu \quad (2.107)$$

η οποία περιγράφει δύο ίσης μάζας πεδία Dirac που αλληλεπιδρούν με 2 άμαζα ανυσματικά πεδία βαθμίδας.

Τα πεδία Dirac γεννούν 3 ρεύματα:

$$\vec{J}^\mu = q (\bar{\psi} \gamma^\mu \bar{\tau} \psi) \quad (2.108)$$

Έτσι, οι μετασχηματισμοί βαθμίδας του πεδίου έχουν την μορφή:

$$\begin{aligned} \vec{A}_\mu &\rightarrow \vec{A}_\mu + \partial_\mu \vec{\lambda} + 2q (\vec{\lambda} \times \vec{A}_\mu) \\ \vec{F}^{\mu\nu} &\rightarrow \partial_\mu \vec{A}^\nu - \partial^\nu \vec{A}_\mu + 2q (\vec{\lambda} \times \vec{F}^{\mu\nu}) \end{aligned} \quad (2.109)$$

2.2.2 Χρωμοδυναμική

Την ίδια διαδικασία θα ακολουθήσουμε στην συνέχεια για 3 σωμάτια. Δηλαδή, έχουμε πάλι την λαγκρατζιανή τύπου Dirac:

$$\mathcal{L} = i\bar{\psi} \gamma^\mu \partial_\mu \psi - m\bar{\psi} \psi \quad (2.110)$$

όπου $\psi = \begin{pmatrix} \psi_r \\ \psi_b \\ \psi_g \end{pmatrix}$, $\bar{\psi} = (\bar{\psi}_r \quad \bar{\psi}_b \quad \bar{\psi}_g)$ και $M = \begin{pmatrix} m_r & 0 & 0 \\ 0 & m_b & 0 \\ 0 & 0 & m_g \end{pmatrix}$ με τις τρεις μάζες ίσες, δηλαδή $m_r = m_b = m_g = m$.

Μετασχηματισμοί βαθμίδας στις ισχυρές αλληλεπιδράσεις

Για ολικούς μετασχηματισμούς $SU(3)$ έχουμε $\psi \rightarrow U\psi$, $U^\dagger U = I$ και $\bar{\psi} \rightarrow \bar{\psi} U^\dagger$ με:

$$U = e^{i(\theta I + \lambda_1 \cdot a_1 + \lambda_2 \cdot a_2 + \dots + \lambda_8 \cdot a_8)} \quad (2.111)$$

Για τοπικούς τώρα μετασχηματισμούς βαθμίδας έχουμε $\psi \rightarrow S(x) \psi$ όπου:

$$S(x) = e^{-\frac{i\vec{\lambda} \cdot \vec{\phi}(x)}{q}} \quad (2.112)$$

με $\vec{\lambda} \cdot \vec{\phi}(x) = \lambda_1 \cdot \phi_1(x) + \dots + \lambda_8 \cdot \phi_8(x)$. Βλέπουμε ότι η $\mathcal{L}$ είναι μη αναλλοίωτη κάτω από $SU(3)$ μετασχηματισμούς βαθμίδας. Έτσι, εισάγουμε 8 ανυσματικά πεδία βαθμίδας $\vec{A}^\mu \equiv (A_1^\mu, A_2^\mu, \dots, A_8^\mu)$ και την συναλλοίωτη παράγωγο $D_\mu \equiv \partial_\mu + iq\vec{\lambda} \cdot \vec{A}_\mu$ όπου $D_\mu \psi \rightarrow S(D_\mu \psi)$. Οπότε, τελικά έχουμε ότι:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= i\bar{\psi} \gamma^\mu D_\mu \psi - m\bar{\psi} \psi = \\ &= [i\bar{\psi} \gamma^\mu \partial_\mu \psi - m\bar{\psi} \psi] - (q\bar{\psi} \gamma^\mu \vec{\lambda} \psi) \cdot \vec{A}_\mu \end{aligned} \quad (2.113)$$

Έχουμε επίσης του κινητούς όρους των γκλουονίων:

$$\mathcal{L}_{gluons} = -\frac{1}{16\pi} \vec{F}^{\mu\nu} \cdot \vec{F}_{\mu\nu} \quad (2.114)$$

Οπότε, η πλήρης λαγκρατζιανή είναι η:

$$\mathcal{L} = [i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi] - \frac{1}{16\pi} \vec{F}^{\mu\nu} \cdot \vec{F}_{\mu\nu} - \left(q\bar{\psi}\gamma^\mu\vec{\lambda}\psi\right) \cdot \vec{A}_\mu \quad (2.115)$$

Στην περίπτωση αυτή έχουμε 8 ρεύματα:

$$\vec{J}^\mu = q \left(\bar{\psi}\gamma^\mu\vec{\lambda}\psi \right) \quad (2.116)$$

Έτσι, οι μετασχηματισμοί βαθμίδας του πεδίου έχουν την μορφή:

$$\begin{aligned} \vec{A}_\mu &\rightarrow \vec{A}_\mu + \partial_\mu\vec{\phi} + 2q \left(\vec{\phi} \times \vec{A}_\mu \right) \\ \vec{F}^{\mu\nu} &\rightarrow \partial_\mu\vec{A}^\nu - \partial^\nu\vec{A}_\mu + 2q \left(\vec{\phi} \times \vec{F}^{\mu\nu} \right) \end{aligned} \quad (2.117)$$

όπως ακριβώς στην θεωρία Yang - Mills.

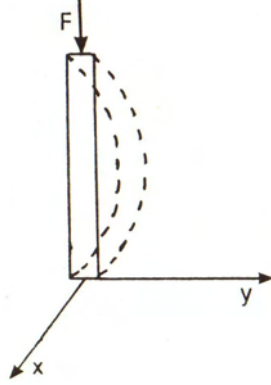
2.2.3 Αυθόρμητο σπάσιμο συμμετρίας

Θεώρημα Goldstone

Στα προηγούμενα είδαμε πως μπορούμε να ερμηνεύσουμε τις ηλεκτρομαγνητικές και τις ισχυρές αλληλεπιδράσεις. Τα πεδία όμως βαθμίδας αυτά δεν έχουν μάζα, οπότε πρέπει να βρούμε έναν άλλο τρόπο να περιγράψουμε τις ασθενείς αλληλεπιδράσεις που έχουν μικρή εμβέλεια. Για να γίνει αυτό χρειάζεται να εισαχθεί η έννοια του αυθόρμητου σπασίματος συμμετρίας.

Υπάρχουν πολλά φυσικά συστήματα στα οποία η θεμελιώδης κατάσταση έχει μικρότερη συμμετρία από την συμμετρία που παρουσιάζει το σύστημα. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται *αυθόρμητο σπάσιμο της συμμετρίας*. Για παράδειγμα, έστω ότι έχουμε μια λεπτή κατακόρυφη ράβδο την οποία συμπιέζουμε κατά μήκος της με μια δύναμη F όπως φαίνεται στο Σχ. 2.1. Το σύστημα αυτό έχει μια κυλινδρική συμμετρία γύρω από τον άξονα z . Όταν όμως η δύναμη F υπερβεί μια κρίσιμη τιμή τότε η ράβδος κάμπτεται όπως φαίνεται στο Σχ. 2.1. Αυτό συμβαίνει καθώς πέρα από μια επιβράχυνση η ενέργεια στην θέση λυγισμού είναι μικρότερη από την ενέργεια επιβράχυνσης. Η κυλινδρική συμμετρία του συστήματος στην θέση λυγισμού έχει πλέον καταστραφεί. Αλλά η ράβδος μπορεί να λυγίσει σε οποιαδήποτε διεύθυνση στο

επίπεδο $x - y$ με την ίδια ενέργεια την οποία δεν μπορούμε να προβλέψουμε. Μπορούμε όμως να πούμε ότι η κυλινδρική συμμετρία που καταστράφηκε, εκφράζεται τώρα με το ότι ο λυγισμός μπορεί να γίνει με την ίδια πιθανότητα σε όλες τις διευθύνσεις κυλινδρικά γύρω από την ράβδο.



Σχήμα 2.1: Παράλληλισμός αυθόρμητου σπασίματος συμμετρίας με κατακόρυφη ράβδο υπό αξονική θλίψη [10].

Στην ΚΘΠ το αυθόρμητο σπάσιμο της συμμετρίας γεννά σωμάτια με σπιν και μάζα ηρεμίας μηδέν και τα οποία ονομάζονται *μποζόνια Goldstone*. Πιο συγκεκριμένα ισχύει το εξής θεώρημα:

Έστω ότι η θεωρία μας είναι συμμετρική ως προς μια ομάδα G με διαστάσεις N , ενώ η θεμελιώδης κατάσταση είναι συμμετρική από μια υποομάδα H με διαστάσεις M όπου $M < N$. Τότε θα υπάρχουν $N - M$ σωμάτια με σπιν και μάζα ηρεμίας μηδέν τα οποία ονομάζονται *μποζόνια Goldstone*. Τα σωμάτια αυτά αντιστοιχούν στους $N - M$ σπασμένους γεννήτορες της G/H . Οπότε, το *θεώρημα Goldstone* μας λέει ότι σε κάθε γεννήτορα αυθόρμητα σπασμένης συμμετρίας αντιστοιχεί ένα βαθμωτό πεδίο μηδενικής μάζας που λέγεται *πεδίο Goldstone* ή *πεδίο Nambu*.

Σπάσιμο μιας ολικής αβελιανής συμμετρίας

Έστω ότι έχουμε ένα μιγαδικό βαθμωτό πεδίο $\phi = (\phi_1 + i\phi_2)/\sqrt{2}$ το οποίο περιγράφεται από την λαγκρατζιανή:

$$\mathcal{L} = -(\partial_\mu \phi)^* (\partial^\mu \phi) - V(\phi, \phi^*) \quad (2.118)$$

όπου το δυναμικό έχει την μορφή: $V(\phi, \phi^*) = \mu^2 \phi \phi^* + \lambda(\phi \phi^*)^2$.

Η λαγκρατζιανή αυτή είναι αναλλοίωτη κάτω από $U(1)$ ολικούς μετασχηματισμούς βαθμίδας του τύπου $\phi(x) \rightarrow e^{i\theta} \phi(x)$ και $\phi^*(x) \rightarrow e^{-i\theta} \phi^*(x)$. Η παράμετρος λ πρέπει

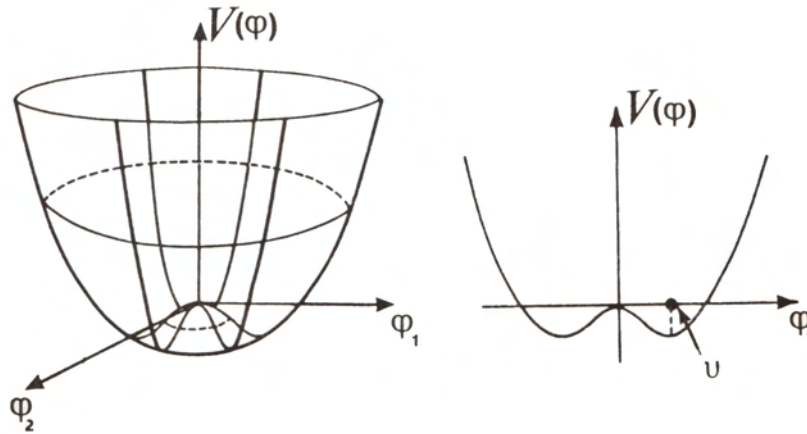
να είναι μη αρνητική για να είναι το δυναμικό φραγμένο από κάτω, δηλαδή για να υπάρχει θεμελιώδης κατάσταση. Θεωρούμε την περίπτωση $\lambda > 0$. Η λαγκρατζιανή 2.118 μπορεί να γραφεί και ως:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi_1)^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi_2)^2 - \frac{1}{2}\mu^2(\phi_1^2 + \phi_2^2) - \frac{1}{4}\lambda(\phi_1^2 + \phi_2^2)^2 \quad (2.119)$$

Το σχήμα του δυναμικού και η δομή της θεμελιώδους κατάστασης φαίνεται στο Σχ. 2.2. Το σύνολο των θεμελιωδών καταστάσεων ταυτίζεται με τα ελάχιστα του δυναμικού. Οπότε, παίρνοντας την παράγωγο του δυναμικού βλέπουμε ότι αν $\mu^2 \geq 0$ τότε έχουμε μόνο μια θεμελιώδη κατάσταση την $\phi = 0 = \phi^*$ ενώ αν $\mu^2 < 0$ το δυναμικό παρουσιάζει ελάχιστο κατά μήκος ενός κύκλου στο επίπεδο $\phi_1 - \phi_2$ με ακτίνα v , όπως φαίνεται στο Σχ. 2.2 τέτοια ώστε:

$$\phi_1^2 + \phi_2^2 = -\frac{\mu^2}{\lambda} = v^2 \quad (2.120)$$

Δηλαδή, το σύνολο των θεμελιωδών καταστάσεων προσδιορίζεται ως $|\phi|^2 = -\frac{\mu^2}{2\lambda} > 0$. Οπότε, βλέπουμε ότι αν $\mu^2 \geq 0$ τότε υπάρχει μια και μοναδική θεμελιώδης κατάσταση η οποία είναι αναλλοίωτη ως προς όλους τους μετασχηματισμούς βαθμίδας της $\mathcal{L}$ ενώ αν $\mu^2 < 0$ τότε κάθε επιλογή θεμελιώδους κατάστασης δεν παραμένει αναλλοίωτη ως προς τους μετασχηματισμούς βαθμίδας. Άρα, έχουμε αυθόρμητα σπασμένη συμμετρία [10].



Σχήμα 2.2: Το δυναμικό $V = \frac{1}{2}\mu^2\phi^2 + \frac{1}{4}\lambda\phi^4$ για $\mu^2 < 0$ [10].

Για να αντιληφθούμε τι παριστάνει η λαγκρατζιανή 2.119, κάνουμε μια μετατόπιση σε ένα από τα σημεία στα οποία το δυναμικό γίνεται ελάχιστο. Χωρίς περιορισμό της

γενικότητας επιλέγουμε το σημείο $\phi_1 = v, \phi_2 = 0$ και εισάγουμε τα πεδία η και ξ από την σχέση:

$$\phi(x) = \sqrt{\frac{1}{2}} [v + \eta(x) + i\xi(x)] \quad (2.121)$$

Εισάγοντας έτσι την Εξ. 2.2.3 στην Εξ. 2.118 παίρνουμε ότι:

$$\mathcal{L}' = \frac{1}{2}(\partial_\mu \xi)^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu \eta)^2 - \lambda v^2 \eta + O \quad (2.122)$$

όπου O σταθεροί και ανώτεροι όροι. Έτσι, αν το πεδίο η έχει μάζα (ηρεμίας) m_η τότε στην λαγκρατζιανή πρέπει να εμφανίζεται ένας όρος της μορφής $-\frac{1}{2}m_\eta^2 \eta^2$ και οποίος λέγεται *όρος μάζας (mass term)*. Αυτό σημαίνει ότι ο τρίτος όρος της Εξ. 2.122 είναι όρος μάζας, και μας λέει ότι το πεδίο η έχει μάζα:

$$m_\eta = \sqrt{2\lambda v^2} \quad (2.123)$$

Οι όροι $\frac{1}{2}(\partial_\mu \xi)^2$ και $\frac{1}{2}(\partial_\mu \eta)^2$ παριστάνουν την κινητική ενέργεια των αντίστοιχων πεδίων. Για το πεδίο ξ παρατηρούμε ότι έχει κινητική ενέργεια αλλά λείπει ο όρος μάζας, δηλαδή η μάζα των χβάντων του πεδίου αυτού είναι μηδέν. Κάθε χβάντο του πεδίου ξ οπότε είναι ένα μποζόνιο Goldstone δηλαδή ένα βαθμωτό με μηδενικής μάζας ηρεμίας μποζόνιο. Η αναβάθμιση όμως της συμμετρίας σε τοπική, μας απαλλάσσει από τα ανεπιθύμητα μποζόνια Goldstone.

Αυθόρμητο σπάσιμο τοπικής συμμετρίας και μηχανισμός Higgs

Κατά το αυθόρμητο σπάσιμο μιας τοπικής συμμετρίας φάσης εμφανίζονται δύο ειδών μποζόνια με μηδενική μάζα ηρεμίας. Τα διανυσματικά μποζόνια λόγω της τοπικής συμμετρίας φάσης, και τα βαθμωτά μποζόνια Goldstone που προκύπτουν από το αυθόρμητο σπάσιμο της συμμετρίας. Σε αυτό το σημείο συμβαίνει ο *μηχανισμός Higgs*. Τα βαθμωτά μποζόνια Goldstone συνδυάζονται με τα διανυσματικά μποζόνια της τοπικής συμμετρίας με αποτέλεσμα τα τελευταία να αποκτούν μάζα, ενώ τα μποζόνια Goldstone εξαφανίζονται. Έτσι, καταφέρνουμε να δίνουμε μάζα στα διανυσματικά μποζόνια χωρίς να καταστρέφεται η τοπική συμμετρία βαθμίδας η οποία είναι απαραίτητα για να εξασφαλίσουμε την επακανονικοποίηση της θεωρίας μας.

Θεωρούμε πάλι την λαγκρατζιανή 2.118 η οποία για $\mu^2 < 0$ παρουσιάζει αυθόρμητο σπάσιμο συμμετρίας και αυτή την φορά απαιτούμε να είναι αναλλοίωτη από τον τοπικό μετασχηματισμό $\phi(x) \rightarrow e^{i\theta(x)}\phi(x)$. Έτσι, όπως έχουμε ήδη δει στο εδάφιο 2.1.3, αντικαθιστούμε την ∂_μ με την συναλλοίωτη παράγωγο $A_\mu \rightarrow A_\mu + \partial_\mu \lambda$ και

άρα η Εξ. 2.118 γράφεται ως εξής:

$$\mathcal{L} = (D_\mu \phi)^* (D^\mu \phi) - \mu^2 \phi^* \phi - \lambda (\phi^* \phi)^2 - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \quad (2.124)$$

Στην συνέχεια, αναπτύσσουμε πάλι την λαγκρατζιανή γύρω από την θέση $\phi_1 = v, \phi_2 = 0$ εισάγοντας τα πεδία η και ξ από την Εξ. 2.121 οπότε έχουμε:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} (\partial_\mu \xi)^2 + \frac{1}{2} (\partial_\mu \eta)^2 - \lambda v^2 \eta + \frac{1}{2} v^2 q^2 A_\mu A^\mu + qv A_\mu \partial^\mu \xi - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \dots \quad (2.125)$$

Παρατηρούμε ότι στην ανωτέρω λαγκρατζιανή 2.125, εξακολουθεί να υπάρχει το πεδίο Goldstone ξ και εμφανίζεται επίσης ο ανεπιθύμητος όρος $qv A_\mu \partial^\mu \xi$. Θα προσπαθήσουμε να απαλλαγούμε από τα παραπάνω ανεπιθύμητα καταφεύγοντας στο γεγονός ότι η λαγκρατζιανή 2.125 είναι αναλλοίωτη στους τοπικούς μετασχηματισμούς βαθμίδας. Εκτελούμε έναν μετασχηματισμό βαθμίδας όπου ορίζουμε σαν γωνία φάσης $\theta(x) = -\frac{1}{v} \xi(x)$. Οπότε, έχουμε ότι:

$$\phi'(x) = \exp \left[-\frac{1}{v} \xi(x) \right] \cdot \sqrt{\frac{1}{2}} [v + \eta(x) + i\xi(x)] \approx \sqrt{\frac{1}{2}} [v + \eta(x)] \quad (2.126)$$

και:

$$A'_\mu(x) = A_\mu + \frac{1}{qv} (\partial_\mu \xi) \quad (2.127)$$

Αντικαθιστώντας τις 2.126 και 2.127 στην 2.122 παίρνουμε τελικά ότι:

$$\mathcal{L}' = \frac{1}{2} (\partial_\mu \eta)^2 - \lambda v^2 \eta^2 + \frac{1}{2} v^2 q^2 A'_\mu A'^\mu - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \dots \quad (2.128)$$

Στην Εξ. 2.128 παρατηρούμε ότι από τα τρία πεδία η, ξ και A_μ επιζούν μόνο τα δύο, δηλαδή το η και το A_μ . Έτσι, ο όρος $\lambda v^2 \eta^2$ μας δίνει ένα βαθμωτό σωματίο με μάζα ηρεμίας $\sqrt{2\lambda v^2}$ που αντιστοιχεί στο πεδίο η . Ο όρος $\frac{1}{2} v^2 q^2 A'_\mu A'^\mu$ μας δείχνει ότι δώσαμε με δυναμικό τρόπο μάζα στο διανυσματικό μποζόνιο A_μ , η μάζα του οποίου είναι vq . Το πεδίο ξ έχει εξαφανιστεί, πράγμα που σημαίνει ότι δεν υπάρχει πλέον κανένα βαθμωτό μποζόνιο Goldstone. Αυτή ακριβώς είναι και η μεγάλη σπουδαιότητα του μηχανισμού Higgs το ότι δηλαδή εξαφανίζει τα μποζόνια Goldstone και δίνει μάζα σε διανυσματικά μποζόνια.

Τα πεδία τα οποία εκδηλώνουν αυθόρμητο σπάσιμο συμμετρίας ονομάζονται πεδία *Higgs* και τα αντίστοιχα βαθμωτά μποζόνια που επιζούν, έχοντας μη μηδενική μάζα ηρεμίας, ονομάζονται *σωμάτια Higgs*. Μπορούμε επίσης εύκολα να διαπιστώσουμε ότι στο μηχανισμό Higgs διατηρούνται οι συνολικοί βαθμοί ελευθερίας καθώς ένα διανυσματικό πεδίο με μηδενική μάζα ηρεμίας έχει 2 βαθμούς ελευθερίας, ενώ με μάζα

διάφορη του μηδενός έχει 3. Τέλος, ένα βαθμωτό πεδίο έχει 1 βαθμό ελευθερίας. Οπότε, βλέπουμε ότι ο βαθμός ελευθερίας του μποζονίου Goldstone απορροφάται από το διανυσματικό πεδίο το οποίο παίρνει μάζα [10].

2.2.4 Θεωρία GSW

Η θεωρία *Glashow-Salam-Weinberg* (*GSW theory*) αποτελεί ένα μοντέλο ενοποίησης των ηλεκτρασθενών αλληλεπιδράσεων. Σύμφωνα με τα παραπάνω, η θεωρία πεδίου για ασθενείς αλληλεπιδράσεις θα πρέπει να είναι θεωρία Yang - Mills για $SU(2)$ σε ζεύξη με βαθμωτά πεδία ώστε να έχουμε αυθόρμητο σπάσιμο συμμετρίας, ενώ η θεωρία πεδίου για ηλεκτρομαγνητικές αλληλεπιδράσεις θα πρέπει να είναι θεωρία Yang - Mills για $U(1)$. Άρα, αναμένουμε μια ενοποιημένη θεωρία ηλεκτρασθενών αλληλεπιδράσεων να είναι μια θεωρία Yang - Mills με ομάδα μετασχηματισμού $SU(2) \times U(1)$ σε ζεύξη με βαθμωτά πεδία με μερικό σπάσιμο συμμετρίας [11].

Οπότε, η θεωρία αυτή αφού περιέχει διανυσματικά πεδία, βαθμωτά πεδία και σπινωριακά πεδία με ζεύξεις, θα περιγράφεται από την λαγκρατζιανή:

$$\mathcal{L}_{GSW} = \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_3 \quad (2.129)$$

όπου:

$$\mathcal{L}_0 = -\frac{1}{4} \sum_{i=1}^3 F_{\mu\nu}^{(i)}(A) F^{\mu\nu(i)}(A) - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}(c) F^{\mu\nu}(c) \quad (2.130)$$

με A_μ^i το $SU(2)$ Yang-Mills πεδίο βαθμίδας και C_μ το $U(1)$ πεδίο βαθμίδας.

$$\mathcal{L}_1 = -(D_\mu \phi)^\dagger (D^\mu \phi) - \mu^2 \phi^\dagger \phi - \lambda (\phi^\dagger \phi)^2 \quad (2.131)$$

με $\phi = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix}$ η διπλέτα μιγαδικών βαθμωτών πεδίων, και $D_\mu = \partial_\mu - i\xi T_i A_\mu^{(i)} - i\xi' T_4 C_\mu$ η συναλλοίωτη παράγωγος με σταθερές ζεύξης $SU(2)$ και $U(1)$ αντίστοιχα. Επίσης, $T_1 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $T_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$, $T_3 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ είναι οι γεννήτορες της άλγεβρας $SU(2)$, ενώ $T_4 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ είναι ο γεννήτορας της $U(1)$ στην αναπαράσταση που θεωρούμε με 2×2 πίνακες.

$$\mathcal{L}_2 = i\bar{\psi}_L \gamma^\mu (\partial_\mu - i\xi T_i A_\mu^{(i)} + i\xi' T_4 C_\mu) \psi_L + i\bar{\psi}_R \gamma^\mu (\partial_\mu + i\xi' C_\mu) \psi_R \quad (2.132)$$

με $\psi_L = \begin{pmatrix} v_L \\ l_L \end{pmatrix}$ διπλέτα σπινόρων με αριστερόχειρο χαρακτήρα $\langle \psi_L = \frac{1}{2} (1 - \gamma_5) \psi \rangle$ και $\psi_R = l_R$ μονέτα (*singlet*) σπινόρων με δεξιόχειρο χαρακτήρα $\langle \psi_R = \frac{1}{2} (1 + \gamma_5) \psi \rangle$.

Στην φύση l είναι οι σπίνορες των λεπτονίων $l = e, \mu, \tau$ ενώ ν_R είναι τα αντίστοιχα νετρίνα τους. Στην φύση δεν υπάρχουν δεξιόχειρα νετρίνα. Τέλος, έχουμε:

$$\mathcal{L}_3 = -\xi_l'' (\bar{\psi}_L \phi \psi_R + \bar{\psi}_R \phi^\dagger \psi_L) \quad (2.133)$$

που περιγράφει την ζεύξη των σπινόρων με τα βαθμωτά πεδία (όροι ζεύξης *Yukawa*) και ξ_l'' είναι η αντίστοιχη σταθερά ζεύξης.

Μετασχηματισμός βαθμίδας

Η λαγκτραζιανή 2.129 παραμένει αναλλοίωτη ως προς τους (τοπικούς) μετασχηματισμούς βαθμίδας:

1. Ως προς την $U(1)$:

$$\begin{aligned} C_\mu(x) &\rightarrow C_\mu(x) + \frac{1}{\xi'} \partial_\mu \theta_4(x) \\ \phi(x) &\rightarrow e^{\frac{i}{2}\theta_4(x)} \phi(x) \\ \psi_R(x) &\rightarrow e^{-i\theta_4(x)} \psi_R(x) \\ \psi_L(x) &\rightarrow e^{-\frac{i}{2}\theta_4(x)} \psi_L(x) \end{aligned} \quad (2.134)$$

όπου $\theta_4(x)$ είναι η αντίστοιχη παράμετρος των $U(1)$ μετασχηματισμών βαθμίδας

2. Ως προς την $SU(2)$:

$$\begin{aligned} A_\mu^{SU(2)}(x) &\rightarrow g^{-1}(x) A_\mu^{SU(2)}(x) g(x) + \frac{i}{\xi} g^{-1}(x) \partial_\mu g(x) \\ \phi(x) &\rightarrow g^{-1}(x) \phi(x) \\ \psi_R(x) &\rightarrow \psi_R(x) \\ \psi_L(x) &\rightarrow g^{-1}(x) \psi_L(x) \end{aligned} \quad (2.135)$$

όπου $g(x) = e^{-i\theta_1(x)T_1 - i\theta_2(x)T_2 - i\theta_3(x)T_3}$ είναι στοιχείο της $SU(2)$ ομάδας βαθμίδας που έχει για γεννήτορες τους πίνακες Pauli T_1, T_2, T_3 με αντίστοιχες παραμέτρους $\theta_1(x), \theta_2(x), \theta_3(x)$.

Γωνία Weinberg

Ορίζουμε την γωνία *Weinberg*, θ_w , συναρτήσεϊ των σταθερών ζεύξης ξ και ξ' ως:

$$\tan \theta_w = \frac{\xi'}{\xi} \quad (2.136)$$

οπότε $\frac{\xi}{\sqrt{\xi^2 + \xi'^2}} = \cos \theta_w$ και $\frac{\xi'}{\sqrt{\xi^2 + \xi'^2}} = \sin \theta_w$

Αυθόρμητο σπάσιμο συμμετρίας

Όταν οι παράμετροι του δυναμικού του βαθμωτού πεδίου είναι $\lambda > 0$ και $\mu^2 < 0$ έχουμε αυθόρμητο σπάσιμο της συμμετρίας βαθμίδας στη θεωρία GSW, και έτσι $SU(2) \times U(1) \rightarrow U(1)^{EM}$. Αφού το σπάσιμο της συμμετρίας γίνεται με διπλέτα μιγαδικών πεδίων, ο χώρος των θεμελιωδών καταστάσεων είναι εκφυλισμένος σε μια 3-διάστατη σφαίρα που περιγράφεται από την εξίσωση $\phi^\dagger \phi = -\frac{\mu^2}{2\lambda} > 0$ ή $|\phi_1|^2 + |\phi_2|^2 = -\frac{\mu^2}{2\lambda}$. Θέτοντας $\phi_1 = \varphi_1 + i\varphi_3$, $\phi_2 = \varphi_2 + i\varphi_4$ όπου ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 είναι πραγματικά βαθμωτά πεδία έχουμε την 3-διάστατη σφαίρα των θεμελιωδών καταστάσεων:

$$\varphi_1^2 + \varphi_2^2 + \varphi_3^2 + \varphi_4^2 = -\frac{\mu^2}{2\lambda} \quad (2.137)$$

Για να εφαρμόσουμε τον μηχανισμό Higgs και να δούμε πως 3 από τα 4 διανυσματικά πεδία της θεωρίας GSW παίρνουν μάζες επιλέγουμε την θεμελιώδη κατάσταση ως:

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ a + \chi(x) \end{pmatrix} \quad (2.138)$$

όπου $a = \sqrt{-\frac{\mu^2}{2\lambda}}$ και $\chi(x)$ ένα πραγματικό βαθμωτό. Αφού:

$$D_\mu = \partial_\mu - i\xi T_i A_\mu^i - i\xi' T_4 C_\mu \quad (2.139)$$

εφαρμόζοντας στην Εξ. 2.131, και ξεχωρίζοντας τους όρους μαζών που εμφανίζονται μετά από το αυθόρμητο σπάσιμο της συμμετρίας προκύπτει ότι:

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{4}\xi^2 a^2 A_\mu^1 A^{\mu 1} - \frac{1}{4}\xi^2 a^2 A_\mu^2 A^{\mu 2} - \\ & -\frac{1}{4}\left(\xi^2 + \xi'^2\right) a^2 \frac{1}{\sqrt{\xi^2 + \xi'^2}} \left(-\xi A_\mu^3 + \xi' C_\mu\right) \frac{1}{\sqrt{\xi^2 + \xi'^2}} \left(-\xi A^{\mu 3} + \xi' c^\mu\right) + \\ & + O \cdot A_\mu^{(EM)} A^{\mu(EM)} \end{aligned} \quad (2.140)$$

ενώ για το πραγματικό βαθμωτό έχουμε ότι:

$$-(\partial_\mu \chi)(\partial^\mu \chi) + 2\mu^2 \chi^2 \quad (2.141)$$

Άρα, από την $\mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_1$ (βλέπε Εξ. 2.130 και 2.131) προκύπτει από τον μηχανισμό Higgs ότι έχουμε τα εξής πεδία:

- $A_\mu^{(EM)}$ με μηδενική μάζα.
- $W_\mu^{(\pm)}$ ή $A_\mu^{(1)}$ και $A_\mu^{(2)}$ με $m_{W_\mu^{(\pm)}}^2 \sim -\xi^2 \frac{\mu^2}{2\lambda}$.

- $Z_\mu^{(0)}$ με $m_{Z_\mu^{(0)}}^2 \sim -(\xi^2 + \xi'^2) \frac{\mu^2}{2\lambda}$.
- χ με μάζα $m_\chi^2 \sim 2\mu^2$.

Έχοντας ορίσει τους γραμμικούς συνδυασμούς των πεδίων βαθμίδας:

$$\begin{aligned} W_\mu^{(\pm)}(x) &= A_\mu^{(1)}(x) \pm iA_\mu^{(2)}(x) \\ Z_\mu^{(0)}(x) &= \frac{1}{\sqrt{\xi^2 + \xi'^2}} [\xi A_\mu^{(3)}(x) - \xi' C_\mu(x)] \\ A_\mu^{(EM)}(x) &= \frac{1}{\sqrt{\xi^2 + \xi'^2}} [\xi' A_\mu^{(3)}(x) + \xi C_\mu(x)] \end{aligned} \quad (2.142)$$

Άρα, με βάση την Εξ. 2.136 έχουμε ότι:

$$m_{W_\mu^{(\pm)}} = m_{Z_\mu^{(0)}} \cos \theta_w \quad (2.143)$$

Δηλαδή, τα δύο διανυσματικά πεδία $W_\mu^{(\pm)}$ έχουν ίδιες μάζες, ενώ το διανυσματικό $Z_\mu^{(0)}$ έχει διαφορετική. Οι συγκεκριμένες τιμές όπως θα δούμε μετρήθηκαν από τα πειράματα στο CERN, όπως και η συγκεκριμένη τιμή της γωνίας Weinberg. Το $A_\mu^{(EM)}$ έχει μηδενική μάζα και ταυτίζεται με το 4-διάνυσμα δυναμικού του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου. Τέλος, το πεδίο Higgs, όπως θα δούμε στην συνέχεια, στο εδάφιο 2.3.4 βρέθηκε και αυτό το 2012 από το CERN.

Μάζες λεπτονίων

Στην αρχική διατύπωση της λαγκρατζιανής των GSW, τα σπινωριακά πεδία έχουν μηδενική μάζα όπως φαίνεται στην $\mathcal{L}_3$ της Εξ. 2.133. Όμως, με το αυθόρμητο σπάσιμο της συμμετρίας οι όροι ζεύξης Yukawa δίνουν μάζες στα λεπτόνια της θεωρίας. Εκτελώντας παρόμοιους υπολογισμούς με προηγουμένως και επιλέγοντας πάλι την θεμελιώδη κατάσταση 2.138, προκύπτει ότι οι όροι Yukawa μετά το αυθόρμητο σπάσιμο της συμμετρίας δίνουν όρους της μορφής:

$$-\xi_l'' a (\bar{l}_L l_R + \bar{l}_R l_L) + O = -\xi_l'' a (\bar{l}l) + O \quad (2.144)$$

όπου O όροι ζεύξεων του χ με l . Οπότε, τα λεπτόνια ($l = e, \mu, \tau$) παίρνουν μάζα:

$$m_l = \xi_l'' a \quad (2.145)$$

ενώ τα αντίστοιχα νετρίνα παραμένουν με μηδενική μάζα αφού δεν γεννιούνται όροι μαζών για αυτά.

Ζεύξεις των $A_\mu^{(EM)}$ και $Z_\mu^{(0)}$ με τα λεπτόνια - Ουδέτερα ρεύματα

Αν μελετήσουμε την επιμέρους λαγκρατζιανή 2.132, μπορούμε να προσδιορίσουμε τις ζεύξεις των λεπτονίων με τα διανυσματικά πεδία $Z_\mu^{(0)}$ και $A_\mu^{(EM)}$. Έτσι, εύκολα προκύπτει ότι:

$$\begin{aligned}
 & \bar{\psi}_L \gamma^\mu (\xi T_3 A_\mu^{(3)} - \xi' T_4 C_\mu) \psi_L - \bar{\psi}_R \gamma^\mu (\xi' C_\mu) \psi_R = \\
 & = - \frac{\xi \xi'}{\sqrt{\xi^2 + \xi'^2}} \bar{l}_L \gamma^\mu A_\mu^{(EM)} l_L - \frac{\xi \xi'}{\sqrt{\xi^2 + \xi'^2}} \bar{l}_R \gamma^\mu A_\mu^{(EM)} l_R \\
 & + \frac{\xi'^2}{\sqrt{\xi^2 + \xi'^2}} \bar{l}_R \gamma^\mu Z_\mu^{(0)} l_R + \frac{1}{2} \frac{\xi'^2 - \xi^2}{\sqrt{\xi^2 + \xi'^2}} \bar{l}_L \gamma^\mu Z_\mu^{(0)} l_L \\
 & + \frac{1}{2} \sqrt{\xi^2 + \xi'^2} \bar{\nu}_l \gamma^\mu Z_\mu^{(0)} \nu_l
 \end{aligned} \tag{2.146}$$

Από το αποτέλεσμα αυτό, παρατηρούμε ότι η θεωρία GSW προτείνει τα εξής:

1. Η ζεύξη του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου $A_\mu^{(EM)}$ με σπίνορες είναι ίδια για σπίνορες με αριστερόχειρο (l_L) ή δεξιόχειρο (l_R) χαρακτήρα. Στην περίπτωση αυτή, η σταθερά ζεύξης $\frac{\xi \xi'}{\sqrt{\xi^2 + \xi'^2}}$ θα πρέπει να ταυτίζεται με τη σταθερά ζεύξης του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου που είναι e , οπότε καταλήγουμε στον τύπο:

$$\frac{\xi \xi'}{\sqrt{\xi^2 + \xi'^2}} = \xi \sin \theta_W = e \tag{2.147}$$

2. Επίσης, το $A_\mu^{(EM)}$ έχει ζεύξη μόνο με τα λεπτόνια l και όχι με τα νετρίνα ν_l . Αυτά τα αποτελέσματα είναι σύμφωνα με τα πειραματικά δεδομένα.
3. Το διανυσματικό $Z_\mu^{(0)}$ έχει ζεύξεις και με τα λεπτόνια l και με τα νετρίνα ν_l , αφού εμφανίζονται όροι της μορφής $\bar{l}_l \gamma^\mu Z_\mu^{(0)} l_l$ και $\bar{\nu}_l \gamma^\mu Z_\mu^{(0)} \nu_l$. Η ύπαρξη της ζεύξης $\bar{\nu}_l \gamma^\mu Z_\mu^{(0)} \nu_l$ είναι μια από τις χαρακτηριστικές προβλέψεις της θεωρίας και ορίζει τις λεγόμενες αλληλεπιδράσεις ουδέτερου ρεύματος (*neutral current interactions*).

2.2.5 Διακριτές και εσωτερικές συμμετρίες

Διακρίνουμε δύο ειδών συμμετρίες, τις *εξωτερικές* και τις *εσωτερικές* συμμετρίες. Οι πρώτες είναι “συμμετρίες του χωρόχρονου”, ενώ οι δεύτερες αφορούν σε “εσωτερικές παραμέτρους” των σωματιδιακών κυματοσυναρτήσεων όπως για παράδειγμα η φάση μιας κυματοσυνάρτησης.

Επίσης, έχουμε τις *συνεχείς* και τις *διακριτές* συμμετρίες. Οι συνεχείς συνδέονται με μετασχηματισμού που παραμετροποιούνται με πραγματικούς αριθμούς, όπως μια φάση, ενώ στις διακριτές συμμετρίες η παραμετροποίηση γίνεται με ακέραιους αριθμούς. Στην περίπτωση των συνεχών συμμετριών οι αντίστοιχες ομάδες συμμετρίας είναι *συνεχείς ομάδες Lie* και οδηγούν σε *προσθετικούς κβαντικούς αριθμούς*, όπως το “ηλεκτρικό φορτίο” ή ο “βαρυονικός” και “λεπτονικός αριθμός”. Αντίθετα στις διακριτές συμμετρίες αντιστοιχούν πεπερασμένες ομάδες, και οδηγούν έτσι σε *πολλαπλασιαστικούς κβαντικούς αριθμούς*, όπως για παράδειγμα η “ομοτιμία P ” κατά την αναστροφή του χώρου και η “συζυγία φορτίου C ” κατά την εναλλαγή σωματιδίου-αντι-σωματιδίου.

Τέλος, έχουμε τις *ακριβείς* συμμετρίες που οδηγούν σε ακριβώς διατηρήσιμες ποσότητες ή κβαντικούς αριθμούς και τις *προσεγγιστικές* συμμετρίες που οδηγούν μόνο σε “κατά προσέγγιση” νόμους διατήρησης.

Στον Πίνακα 2.1 βλέπουμε συγκεντρωτικά τους νόμους διατήρησης της σωματιδιακής φυσικής.

Φυσική Ποσότητα	Μετασχηματισμός	Ακριβής Συμ.	Αλληλεπιδράσεις		
			Ισχυρές	H/M	Ασθενείς
Ενέργεια	Μετατόπιση στο χρόνο	NAI	NAI	NAI	NAI
Ορμή	Μετατόπιση στο χώρο	NAI	NAI	NAI	NAI
Στροφορμή	Περιστροφή στο χώρο	NAI	NAI	NAI	NAI
Ηλεκτρικό φορτίο	$U(1)_{EM}$ μετ. βαθμίδας	NAI	NAI	NAI	NAI
Βαρυονικός αριθμός B	$U(1)_B$ εκτεταμένος μετ.		NAI	NAI	NAI
Λεπτονικός αριθμός L	$U(1)_L$ εκτεταμένος μετ.		NAI	NAI	NAI
Ομοτιμία π	Αναστροφή χώρου P : $r \rightarrow -r$		NAI	NAI	OXI
Ομοτιμία φορτίου λ_C	Συζυγία φορτίου C : σωματίδιο $\leftrightarrow$ αντι-σωματίδιο		NAI	NAI	OXI
	Αναστροφή χρόνου T : $t \rightarrow -t$		NAI	NAI	OXI
	CP : Συνδυασμένη δράση C και P		NAI	NAI	OXI
$\pi\lambda_C$	CPT : Συνδυασμένη δράση C , P και T	NAI	NAI	NAI	NAI
Ασθενές ισοτοπικό σπιν	$SU(2)_L$		OXI	OXI	OXI
Κβαντικός αριθμός γεύσης			NAI	NAI	OXI

Πίνακας 2.1: Νόμοι διατήρησης της φυσικής, και ισχύς στις διάφορες αλληλεπιδράσεις.

Διακριτές συμμετρίες C , P και T

Ο μετασχηματισμός της συζυγίας φορτίου C χαρακτηρίζεται από το γεγονός ότι ένα σωματίδιο αντικαθίσταται από το αντι-σωματίδιο του, που έχει αντίθετους όλους τους προσθετικούς κβαντικούς αριθμούς (ηλεκτρικό φορτίο, βαρυονικός και λεπτονικός αριθμός, παραδοξότητα κλπ). Το σπιν και η κατάσταση κίνησης δεν μεταβάλλονται. Οι ισχυρές αλληλεπιδράσεις παραβιάζουν την συμμετρία C σε ποσοστό $\ll 1\%$. Οπότε, όλες οι ενδείξεις μέχρι σήμερα δείχνουν ότι οι ισχυρές και οι ηλεκτρομαγνητικές αλληλεπιδράσεις σέβονται την συμμετρία C , σε αντίθεση όμως με τις ασθενείς αλληλεπιδράσεις. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι στη β-ακτινοβολία προτιμώνται αριστερόστροφα ηλεκτρόνια και δεξιόστροφα ποζιτρόνια.

Ο μετασχηματισμός αναστροφής τους χώρου P χαρακτηρίζεται από το γεγονός ότι θεωρούμε την ανάκλαση μιας φυσικής κατάστασης ως προς την αρχή των συντεταγμένων. Δεχόμαστε ότι αυτός ο μετασχηματισμός δεν επηρεάζει τις “εσωτερικές” ιδιότητες του σωματιδίου όπως ηλεκτρικό φορτίο, βαρυονικό, λεπτονικό αριθμό κλπ που δεν συνδέονται άμεσα με τον φυσικό χωρόχρονο. Επίσης, η κατάσταση του σπιν παραμένει αναλλοίωτη κάτω από τον μετασχηματισμό P ενώ αντίθετα η ορμή αλλάζει σημείο. Πειραματικά έχειδειχθεί ότι οι ισχυρές και οι ηλεκτρομαγνητικές αλληλεπιδράσεις διατηρούν την ομοτιμία σε αντίθεση με τις ασθενείς αλληλεπιδράσεις.

Ο μετασχηματισμός της αναστροφής του χρόνου T εναλλάσσει τις χρονικές συντεταγμένες t και $-t$. Έτσι, αντιστρέφει για παράδειγμα, την κατεύθυνση των ορμών.

Οπότε, οι ισχυρές και οι ηλεκτρομαγνητικές αλληλεπιδράσεις παραμένουν αναλλοίωτες κάτω από τους μετασχηματισμούς C , P και T , όμως οι ασθενείς αλληλεπιδράσεις παραβιάζουν και τις 3 αυτές συμμετρίες. Ωστόσο, παρά το γεγονός ότι μπορεί να παραβιάζονται οι συμμετρίες αυτές μεμονωμένα σε μια σχετικιστική θεωρία, το γινόμενο $\Theta = CPT$ θα πρέπει πάντα να είναι ένας μετασχηματισμός συμμετρίες. Έτσι, το θεώρημα CPT ισχύει για κάθε (τοπική) ΚΘΠ που είναι αναλλοίωτη κάτω από γνήσιους (χωρίς χωρική αναστροφή) μετασχηματισμούς Lorentz. Η συμμετρία CPT εγγυάται ότι ένα σωματίδιο και το αντι-σωματίδιο του έχουν ίσες μάζες, ίσους χρόνους ζωής, ίδιο σπιν, αλλά αντίθετους τους προσθετικούς κβαντικούς αριθμούς.

Όπως θα δούμε στην συνέχεια, στο εδάφιο 2.4.2, η συνδυασμένη συμμετρία CP θα ίσχυε για 2 οικογένειες φερμιονίων και ένα πεδίο Higgs αλλά για τρεις οικογένειες φερμιονίων ο πίνακας CKM (βλέπε Εξ. 2.205) δεν είναι πραγματικός, και έτσι έχουμε παραβίαση της συμμετρίας CP . Η παραβίασή της CP από τις ασθενείς αλληλεπιδράσεις αποδείχθηκε πειραματικά το 1964 από τους James W. Cronin και

Val L. Fitch [12]. Τέλος, η *Κβαντική Χρωμοδυναμική* (*Quantum Chromodynamics* - *QCD*), η οποία αποτελεί την επικρατέστερη θεωρία περιγραφής των ισχυρών αλληλεπιδράσεων μεταξύ των κουάρκ και των γκλουονίων, δε φαίνεται να την παραβιάζει, κάτι που αντιτίθεται στη θεωρητική πρόβλεψη, όπως θα δούμε στην συνέχεια στο εδάφιο 2.4.2, γεγονός που αποτελεί ένα από τα βασικά προβλήματα του ΚΠ.

Εσωτερικές συμμετρίες

Για την περιγραφή του ΚΠ, όπως έχουμε ήδη δει, χρειαζόμαστε τρεις εσωτερικές συμμετρίες με τις αντίστοιχες θεωρίες βαθμίδας. Καταρχάς, όλα τα στοιχειώδη σωματρία φαίνεται να έχουν μια $U(1)$ συμμετρία. Επειδή θέλουμε η συμμετρία αυτή να είναι μια τοπική $U(1)$ συμμετρία βαθμίδας, θα έχουμε ένα αντίστοιχο πεδίο βαθμίδας A_μ .

Επίσης, όλα τα στοιχειώδη σωματρία φαίνεται να έχουν μια δεύτερη εσωτερική συμμετρία κάτω από ένα σύνολο τοπικών μετασχηματισμών βαθμίδας που σχηματίζουν την ομάδα $SU(2)$. Αυτή η συμμετρία είναι γνωστή σαν *ηλεκτρασθενής συμμετρία*, και μας υποδεικνύει την ύπαρξη ενός πεδίου βαθμίδας για κάθε έναν από τους τρεις γεννήτορες της ομάδας $SU(2)$ τους οποίους ονομάζουμε W_μ^+ , W_μ^- και Z^0 . Η συμμετρία αυτή χρησιμοποιήθηκε αρχικά για την περιγραφή του ισχυρού ισотоπικού σπιν το οποίο εισήχθη λόγω της ανάγκης να αντιστοιχίσουμε έναν “εσωτερικό” βαθμό ελευθερίας στις δυο καταστάσεις του πρωτονίου και του νετρονίου που οι ισχυρές πυρηνικές αλληλεπιδράσεις δεν μπορούσαν να διακρίνουν. Σήμερα όμως, χρησιμοποιούμε την συμμετρία αυτή με την έννοια του *ασθενούς ισотоπικού σπιν*. Έτσι, οι δεξιόστροφες συνιστώσες $\psi_R = \frac{1+\gamma^5}{2}\psi$ των λεπτονίων και των κουάρκ σχηματίζουν αναπαράστάσεις με $I = 0$:

$$\begin{aligned} e_R^-, & \quad u_R, & d_R, \\ \mu_R^-, & \quad c_R, & s_R, \\ \tau_R^-, & \quad t_R, & b_R, \end{aligned} \tag{2.148}$$

ενώ οι αριστερόστροφες συνιστώσες $\psi_L = \frac{1-\gamma^5}{2}\psi$ σχηματίζουν αναπαράστάσεις με $I = 1/2$:

$$\begin{aligned} L &= \begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L, & \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix}_L, & \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix}_L \\ Q &= \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L, & \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L, & \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L \end{aligned} \tag{2.149}$$

Τα πεδία βαθμίδας που συνδέονται με τους $SU(2)$ τοπικούς μετασχηματισμούς βαθμίδας, σχηματίζουν μια $I = 1$ αναπαράσταση:

$$W_\mu = \begin{pmatrix} W_\mu^1 \\ W_\mu^2 \\ W_\mu^3 \end{pmatrix} \quad (2.150)$$

και οι ηλεκτρικά φορτισμένες καταστάσεις είναι:

$$W_\mu^\pm = \frac{W_\mu^1 \mp iW_\mu^2}{\sqrt{2}} \quad (2.151)$$

$$W_\mu^0 = W_\mu^3$$

Τέλος, όλα τα στοιχειώδη σωματρία φαίνεται να έχουν μια τρίτη εσωτερική συμμετρία κάτω από ένα σύνολο τοπικών μετασχηματισμών βαθμίδας που σχηματίζουν την ομάδα $SU(3)$, η οποία είναι γνωστή σαν *συμμετρία χρώματος* και έχει σχέση με τις ισχυρές αλληλεπιδράσεις. Σε αυτή την περίπτωση έχουμε οκτώ πεδία βαθμίδας G_μ^a , $a = 1, 2, \dots, 8$ ένα για κάθε έναν από τους οκτώ γεννήτορες της ομάδας $SU(3)$. Τα μποζόνια αυτά ονομάζονται *συγκολλητές* (*gluons*) και το “χρώμα” είναι ο εσωτερικός κβαντικός αριθμός που μεταφέρει κάθε σωματίδιο και καθορίζει πως αυτό αλληλεπιδρά με τους συγκολλητές. Οι κανόνες που ισχύουν είναι οι εξής:

- Τα λεπτόνια δεν φέρουν χρώμα.
- Για τα κουάρκ υπάρχουν τρία χρώματα, και έτσι τα κουάρκ σχηματίζουν τη βασική αναπαράσταση ως προς το $SU(3)$:

$$u_R = (u_1, u_2, u_3)_R, d_R = (d_1, d_2, d_3)_R, \dots$$

$$Q = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L = \begin{pmatrix} u_1 & u_2 & u_3 \\ d_1 & d_2 & d_3 \end{pmatrix}_L, \dots \quad (2.152)$$

- Τα συνηθισμένα σωματίδια, όπως πρωτόνιο, νετρόνιο, π μεσόνιο κλπ γίνονται από συνδυασμούς κουάρκ όπως qqq ή $q\bar{q}$. Κάθε ένα από τα κουάρκ μεταφέρει κάποιο χρώμα αλλά τα χρώματα συνδυάζονται κατά τέτοιο τρόπο, έτσι ώστε τα τελικά συνηθισμένα σωματίδια να μην έχουν χρώμα.

Ακόμα, μπορούμε να δούμε ότι ισχύει η σχέση:

$$Q = T_3 + \frac{Y}{2} \quad (2.153)$$

ανάμεσα στο ηλεκτρικό φορτίο Q σε μονάδες e , την τρίτη συνιστώσα του ασθενούς ισοτοπικού σπιν και το υπερφορτίο ενός σωματιδίου. Στον Πίνακα 2.2 μπορούμε να δούμε τους αντίστοιχους κβαντικούς αριθμούς για την πρώτη οικογένεια των στοιχειωδών σωματιδίων σύμφωνα με το όσα έχουμε περιγράψει ανωτέρω.

Σωματίδιο	T	T_3	Y	$Q = T_3 + \frac{Y}{2}$
$L = \begin{pmatrix} v \\ e \end{pmatrix}_L$	$1/2$	$\begin{pmatrix} 1/2 \\ -1/2 \end{pmatrix}$	-1	$\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$
e_R	0	0	-2	-1
$Q = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L$	$1/2$	$\begin{pmatrix} 1/2 \\ -1/2 \end{pmatrix}$	1_3	$\begin{pmatrix} 2/3 \\ -1/3 \end{pmatrix}$
u_R	0	0	$4/3$	$2/3$
d_R	0	0	$-2/3$	$-1/3$

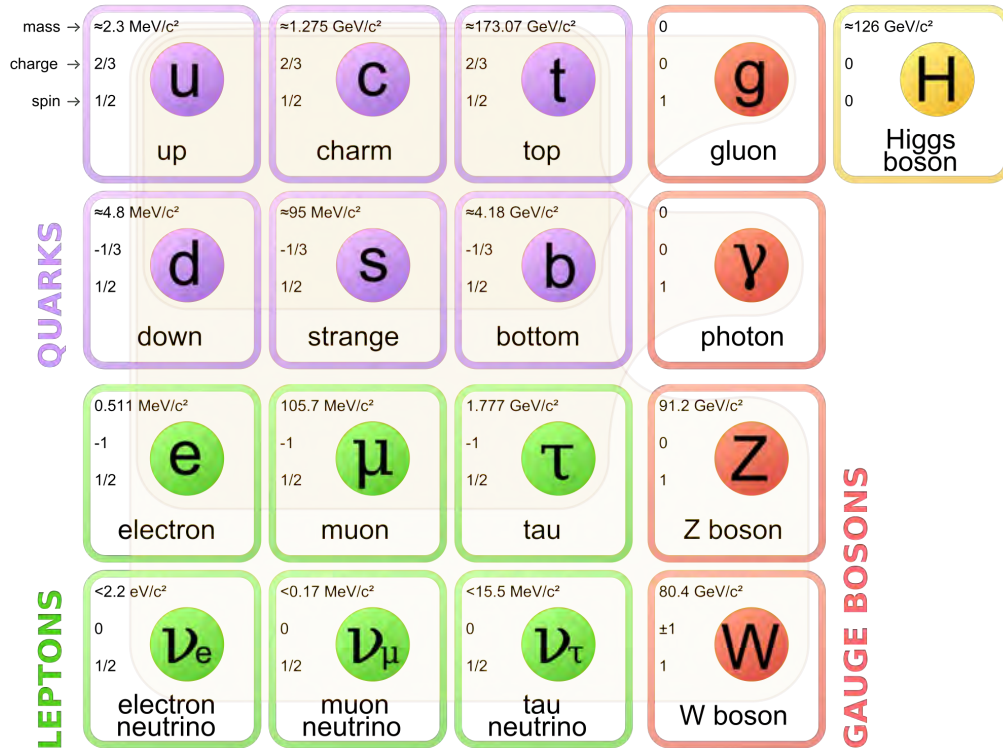
Πίνακας 2.2: Ασθενές ισοτοπικό σπιν, υπερφορτίο και ηλεκτρικό φορτίο για την πρώτη οικογένεια στοιχειωδών σωματιδίων του ΚΠ [7].

Τέλος, πρέπει να αναφέρουμε ότι όλο το μαζικό περιεχόμενο του ΚΠ αποτελείται από κουάρκ και λεπτόνια (βλέπε Σχ. 2.3). Συνολικά έχουμε 15 φερμιόνια Weyl στην 5 αναπαράσταση της ομάδας βαθμίδας με τους εξής κβαντικούς αριθμούς:

$$\begin{aligned}
 Q &= \begin{pmatrix} u_1 & u_2 & u_3 \\ d_1 & d_2 & d_3 \end{pmatrix} \sim \left(3, 2, \frac{1}{6}\right) \\
 u^c &= \begin{pmatrix} u_1^c & u_2^c & u_3^c \end{pmatrix} \sim \left(\bar{3}, 1, -\frac{2}{3}\right) \\
 d^c &= \begin{pmatrix} d_1^c & d_2^c & d_3^c \end{pmatrix} \sim \left(\bar{3}, 1, \frac{1}{3}\right) \\
 L &= \begin{pmatrix} \nu \\ e^- \end{pmatrix} \sim \left(1, 2, -\frac{1}{2}\right) \\
 e^c &\sim (1, 1, 1) \\
 \nu^c &\sim (1, 1, 0)
 \end{aligned} \tag{2.154}$$

όπου η πρώτη στήλη είναι αναπαράσταση κάτω από την $SU(3)$, με 3 , $\bar{3}$ και 1 αναπαριστούν την θεμελιώδη, την αντι-θεμελιώδη και την μονέτα αντίστοιχα. Η δεύτερη στήλη είναι αναπαράσταση κάτω από την $SU(2)$, όπου το 2 αντιπροσωπεύει την θεμελιώδη και το 1 την μονέτα. Τέλος, η τρίτη στήλη είναι το υπερφορτίο Y , ο γεννήτορας

της $U(1)$ που συνδέεται με το ηλεκτρικό φορτίο με την σχέση 2.153, όπου T_3 είναι γεννήτορας Cartan της $SU(2)$. Συνήθως, δουλεύουμε μόνο με τα αριστερόστροφα φερμιόνια, οπότε ο συνήθης συμβολισμός είναι Q και L που είναι τα αριστερόστροφα φερμιόνια Weyl και $u \equiv (3, 1, \frac{2}{3})$, $d \equiv (3, 1, -\frac{1}{3})$ και $e \equiv (1, 1, -1)$ που είναι τα δεξιόστροφα φερμιόνια Weyl.



Σχήμα 2.3: Το στοιχειώδη σωματίδια του ΚΠ της σωματιδιακής φυσικής.

2.2.6 Διαγράμματα Feynman

Τα διαγράμματα *Feynman* είναι ένας απλός τρόπος παράστασης αντιδράσεων όπου οι τροχιές των σωματιδίων περιγράφονται με γραμμές που έχουν φορά στο χώρο και το χρόνο, ενώ οι αλληλεπιδράσεις με κόμβους, δηλαδή τομές μεταξύ των χωροχρονικών γραμμών. Τα διαγράμματα αυτά χρησιμεύουν στην διευκόλυνση υπολογισμού ορισμένων μεγεθών όπως το πλάτος πιθανότητας μιας αντίδρασης αλλά και του υπολογισμού της ενεργού διατομής της. Για την ακρίβεια τα διαγράμματα Feynman είναι μία δισδιάστατη χωροχρονική απεικόνιση των πλατών μετάβασης, όπως αυτά διαμορφώνονται υπό την επίδραση ενός πεδίου χρησιμοποιώντας την θεωρία διαταραχών για ορισμένη τάξη διόρθωσης.

Οι κανόνες *Feynman* (διαδότες - κορυφές) καθορίζονται από την εκάστοτε μορφή της λαγκρατζιανής. Στην πράξη οι διαδότες είναι το αντίστροφο του τελεστή που εμφανίζεται στους όρους που είναι τετραγωνικοί ως προς τα πεδία, ενώ οι κορυφές είναι ο συντελεστής των όρων αλληλεπίδρασης των πεδίων πολλαπλασιασμένος επί i . Έτσι, για μια ορισμένη φυσική διαδικασία αφού σχεδιάσουμε όλα τα συμβιβαστά με τις αλληλεπιδράσεις της θεωρίας μας διαγράμματα που είναι τοπολογικά διαφορετικά μεταξύ τους, ακολουθούμε τους κανόνες που θα δούμε στην συνέχεια για τον υπολογισμό των αντίστοιχων αναλλοίωτων πλατών μετάβασης.

Γενικές ιδιότητες

Στην ουσία τα διαγράμματα *Feynman* είναι διαγράμματα παράστασης της διαδικασίας αλληλεπίδρασης, όπου ο χρόνος εξελίσσεται οριζόντια και ο χώρος κατακόρυφα. Επίσης, τα βέλη δείχνουν τη φορά κίνησης των σωματίων που πλησιάζουν ή απομακρύνονται από τις κορυφές. Τέλος, εισερχόμενα σωματάρια ισοδυναμούν με εξερχόμενα αντι-σωμάτια.

Σε κάθε κορυφή διαγραμμάτων *Feynman* διατηρούνται οι εξής κβαντικοί αριθμοί:

- Τετραορμή.
- Φορτίο.
- Βαρυονικός αριθμός.
- Λεπτονικός αριθμός.

Επίσης, η γεύση του κουάρκ διατηρείται στις παρακάτω αλληλεπιδράσεις:

- Ισχυρές.
- Ηλεκτρομαγνητικές.
- Ασθενείς μόνο όταν $X = Z^0$.

Κανόνες

Για τα εξωτερικά σωματίδια έχουμε τους εξής συμβολισμούς για τις διάφορες περιπτώσεις:

- Εξερχόμενο φερμιόνιο: $\bar{\psi}^{(s)}(p)$
- Εξερχόμενο αντι-φερμιόνιο: $\psi^{(s)}(p)$

- Εισερχόμενο φερμιόνιο: $v^{(s)}(p)$
- Εισερχόμενο αντι-φερμιόνιο: $\bar{v}^{(s)}(p)$
- Εισερχόμενο φωτόνιο: $\varepsilon_\mu(\gamma)$
- Εξερχόμενο φωτόνιο: $\varepsilon_\mu^*(\gamma)$

Για τους διάφορους διαδότες έχουμε επίσης τα εξής:

- Λεπτόνια και κουάρκ:

$$\text{---} \rightarrow = \frac{i}{p-m+i\varepsilon} = \frac{i(p+m)}{p^2-m^2+i\varepsilon}$$

- Μαζικά ανυσματικά πεδία $W^\pm, Z^0$:

$$\mu \text{---} \lambda \text{---} \nu = \frac{i(-g_{\mu\nu} + \frac{p_\mu p_\nu}{m^2})}{p^2-m^2+i\varepsilon}$$

- Φωτόνιο:

$$\mu \text{---} \lambda \text{---} \nu = \frac{i(-g_{\mu\nu} + \frac{p_\mu p_\nu}{p^2+i\varepsilon})}{p^2+i\varepsilon} = \frac{i\eta_{\mu\nu}}{p^2+i\varepsilon}$$

- Συγκολλητές:

$$\begin{matrix} a & & b \\ \text{---} & & \text{---} \\ \mu & & \nu \end{matrix} = \frac{i(-g_{\mu\nu} + \frac{p_\mu p_\nu}{p^2+i\varepsilon})}{p^2+i\varepsilon} \delta^{ab}$$

- Μποζόνιο Higgs:

$$\text{---} \rightarrow = \frac{i}{p^2-m^2+i\varepsilon}$$

Τέλος, για τις κορυφές ισχύουν οι εξής κανόνες:

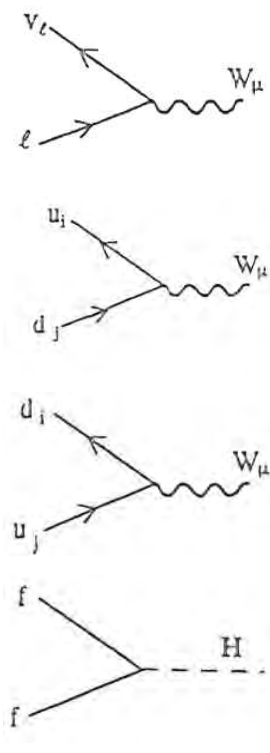
1. Ηλεκτρασθενείς αλληλεπιδράσεις:

(α') Αλληλεπιδράσεις φερμιονίων - μποζονίων:

$$\begin{matrix} f & & A_\mu \\ \text{---} & & \text{---} \\ f & & \end{matrix} \quad ieQ_f \gamma^\mu$$

$$\begin{matrix} f & & Z_\mu \\ \text{---} & & \text{---} \\ f & & \end{matrix}$$

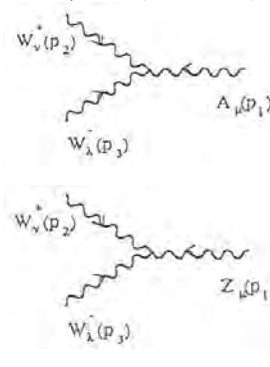
$$\frac{ie}{\sin \theta_W \cos \theta_W} \left[T_{3f} \gamma^\mu \frac{(1-\gamma_5)}{2} \right] - Q_f \sin^2 \theta_W \gamma^\mu$$



Four Feynman diagrams showing the couplings of the W boson and the Higgs boson H to fermions. The first three diagrams show the W boson coupling to lepton and quark doublets. The fourth diagram shows the Higgs boson coupling to a fermion f and its antifermion $\bar{f}$.

$$\begin{aligned} & \frac{ie}{\sin \theta_W \sqrt{2}} \gamma^\mu \frac{(1-\gamma_5)}{2} \\ & \frac{ie}{\sin \theta_W \sqrt{2}} V_{ij} \gamma^\mu \frac{(1-\gamma_5)}{2} \\ & \frac{ie}{\sin \theta_W \sqrt{2}} V_{ij}^* \gamma^\mu \frac{(1-\gamma_5)}{2} \\ & -i \frac{m_f}{v} \end{aligned}$$

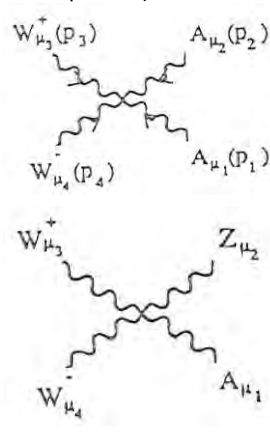
(β') Αλληλεπιδράσεις τριών ανυσματικών μποζονίων:



Two Feynman diagrams showing the three-gauge-boson vertices. The first diagram shows the W boson self-interaction vertex. The second diagram shows the W and Z boson interaction vertex.

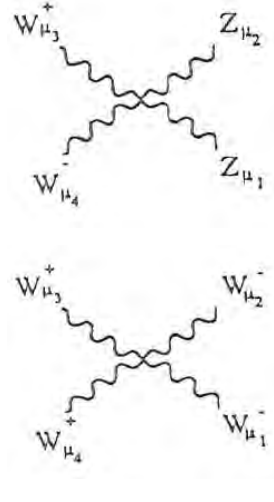
$$\begin{aligned} & -ie \left[g_{\mu\nu}(p_1 - p_2)_\lambda + g_{\nu\lambda}(p_2 - p_3)_\mu + g_{\lambda\mu}(p_3 - p_1)_\nu \right] \\ & -ie \frac{\cos \theta_W}{\sin \theta_W} \left[g_{\mu\nu}(p_1 - p_2)_\lambda + g_{\nu\lambda}(p_2 - p_3)_\mu + g_{\lambda\mu}(p_3 - p_1)_\nu \right] \end{aligned}$$

(γ') Αλληλεπιδράσεις τεσσάρων ανυσματικών μποζονίων:



Two Feynman diagrams showing the four-gauge-boson vertices. The first diagram shows the W boson quartic interaction vertex. The second diagram shows the W and Z boson quartic interaction vertex.

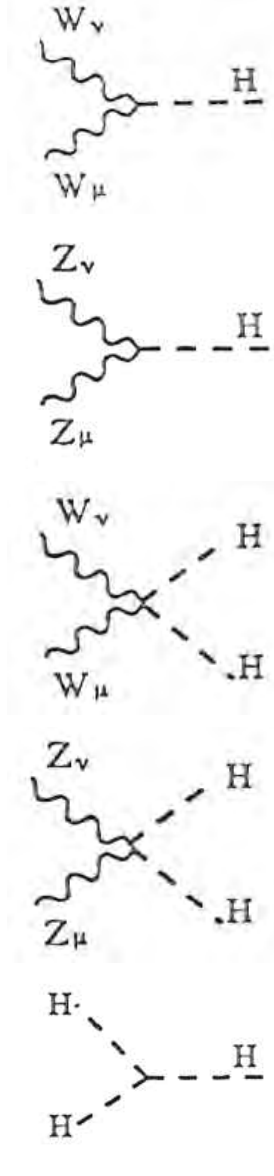
$$\begin{aligned} & -ie^2 (2g_{\mu_1\mu_2}g_{\mu_3\mu_4} - g_{\mu_1\mu_3}g_{\mu_2\mu_4} - g_{\mu_1\mu_4}g_{\mu_2\mu_3}) \\ & -ie^2 \frac{\cos \theta_W}{\sin \theta_W} (2g_{\mu_1\mu_2}g_{\mu_3\mu_4} - g_{\mu_1\mu_3}g_{\mu_2\mu_4} - g_{\mu_1\mu_4}g_{\mu_2\mu_3}) \end{aligned}$$



$$-ie^2 \frac{\cos^2 \theta_W}{\sin^2 \theta_W} (2g_{\mu_1 \mu_2} g_{\mu_3 \mu_4} - g_{\mu_1 \mu_3} g_{\mu_2 \mu_4} - g_{\mu_1 \mu_4} g_{\mu_2 \mu_3})$$

$$+ie^2 \frac{1}{\sin^2 \theta_W} (2g_{\mu_1 \mu_2} g_{\mu_3 \mu_4} - g_{\mu_1 \mu_3} g_{\mu_2 \mu_4} - g_{\mu_1 \mu_4} g_{\mu_2 \mu_3})$$

(δ') Αλληλεπιδράσεις με μποζόνια Higgs :



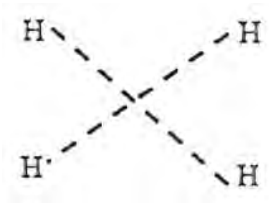
$$ig_{\mu\nu} \frac{2M_W^2}{v}$$

$$ig_{\mu\nu} \frac{2M_Z^2}{v}$$

$$ig_{\mu\nu} \frac{2M_W^2}{v^2}$$

$$ig_{\mu\nu} \frac{2M_Z^2}{v^2}$$

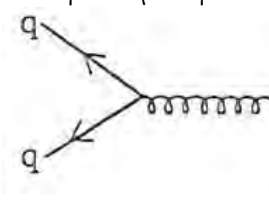
$$-3i \frac{M_H^2}{v}$$



$$-3i \frac{M_H^2}{v^2}$$

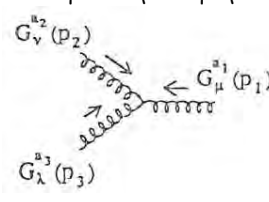
2. Ισχυρές αλληλεπιδράσεις:

- Αλληλεπίδραση κουάρκ - συγκολλητών:



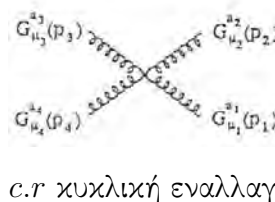
$$ig_3 \frac{\lambda^a}{2} \gamma^\mu$$

- Αλληλεπίδραση τριών συγκολλητών:



$$g_3 f_{a_1 a_2 a_3} \left[g_{\mu\nu} (p_1 - p_2)_\lambda + g_{\nu\lambda} (p_2 - p_3)_\mu + g_{\lambda\mu} (p_3 - p_1)_\nu \right]$$

- Αλληλεπίδραση τεσσάρων συγκολλητών:



$$ig_3^2 \left[f_{a_1 a_2 b} f_{a_3 a_4 b} (g_{\mu_1 \mu_4} g_{\mu_2 \mu_3} - g_{\mu_1 \mu_3} g_{\mu_2 \mu_4}) + c.r \right] \text{ όπου } c.r \text{ κυκλική εναλλαγή}$$

Με βάση τους ανωτέρω κανόνες μπορεί κανείς να υπολογίσει στο ΚΠ όλα τα διαγράμματα δένδρου, δηλαδή διαγράμματα χωρίς κλειστούς βρόγχους. Για διαγράμματα με βρόγχους πρέπει να συμπεριληφθούν κανόνες Feynman και “μη φυσικά” πεδία ακόμη και στη μοναδιαία βαθμίδα.

2.2.7 Ομαλοποίηση - Επακανονικοποίηση

Ένα βασικό πρόβλημα που μπορούμε να δούμε ότι δημιουργείται, είναι ότι η ενέργεια των εικονικών σωματιδίων που δημιουργούνται μπορεί να πάρει οποιαδήποτε τιμή και φαινομενικά παρατηρείται ότι τα σωματάρια αυτά δεν σέβονται την ΑΔΕ. Αυτό όμως οφείλεται στην αρχή της αβεβαιότητας του Heisenberg: $\Delta E \cdot \Delta t = \hbar$, όπου για $\Delta t \rightarrow 0$ έχουμε $\Delta E \rightarrow \infty$. Οπότε, τα εικονικά σωματάρια μπορούν να έχουν οποιαδήποτε ενέργεια ανεξάρτητα από την ενέργεια του διαδότη.

Για την λύση του προβλήματος των απειρισμών, ακολουθούμε αρχικά την μέθοδο της ομαλοποίησης η οποία “απομονώνει” τους απειρισμούς των ολοκληρωμάτων Feynman όπως υπολογίζονται για παράδειγμα από την Εξ. 2.93, και στην συνέχεια την μέθοδο της επακανονικοποίησης η οποία “ακυρώνει” στην ουσία τους όρους που προκαλούν τους απειρισμούς προσθέτοντας νέους κατάλληλους άπειρους όρους. Έτσι, προκύπτει ότι η *Κβαντική Ηλεκτροδυναμική (Quantum Electrodynamics - QED)* όπως και η QCD είναι μια επακανονικοποιήσιμη θεωρία, η οποία μπορεί να δώσει αποτελέσματα για φυσικά μεγέθη που δεν έχουν άπειρη τιμή και έτσι έχουν νόημα. Ένα βασικό πρόβλημα που θα δούμε μετά είναι ότι μια ΚΘΠ που συμπεριλαμβάνει και την βαρυτική αλληλεπίδραση εισάγοντας την με τον ίδιο τρόπο που γίνεται με τις ηλεκτρασθενείς αλληλεπιδράσεις, δεν επιδέχεται επακανονικοποίηση.

Ο καλύτερος τρόπος για να ομαλοποιήσουμε ένα ολοκλήρωμα είναι η μέθοδος της διαστατικής ομαλοποίησης (*dimensional regularization*). Η μέθοδος αυτή βασίζεται στο γεγονός ότι η ύπαρξη απειρίας σε ένα ολοκλήρωμα εξαρτάται άμεσα από το βαθμό του διαφορικού, και επομένως τον αριθμό των διαστάσεων του χωροχρόνου n . Η βασική ιδέα είναι να υπολογίσουμε το ολοκλήρωμα στην περιοχή του αριθμού των διαστάσεων του χωροχρόνου όπου αυτό είναι πεπερασμένο, και στη συνέχεια κάνοντας αναλυτική επέκταση του αποτελέσματος να πάρουμε μια γενική έκφραση που θα είναι συνάρτηση του n . Οι απειρίες θα εμφανιστούν έτσι με τη μορφή πόλων και θα διαχωριστούν από το υπόλοιπο πεπερασμένο μέρος του ολοκληρώματος.

Επακανονικοποίηση της θεωρίας ϕ^4

Σε αυτή την θεωρία χρειάζεται να θεωρήσουμε μόνο τρία πιθανά διαγράμματα τα οποία βλέπουμε στο Σχ. 2.4. Άρα, έχουμε τεσσάρων ειδών απειρισμούς κάθε ένας από τους οποίους πρέπει να απορροφηθεί σε κάποια παράμετρο στην λαγκρατζιανή. Έτσι, στο συγκεκριμένο παράδειγμα, τα ολοκληρώματα Feynman αντιμετωπίζονται σαν ολοκληρώματα στον d -διάστατο χώρο των ορμών και στην συνέχεια παίρνουμε το όριο του d στο 4. Η λαγκρατζιανή της θεωρίας αυτής στον τετραδιάστατο χώρο έχει την μορφή [14]:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - \frac{1}{2} m^2 \phi^2 - \frac{g}{4!} \phi^4 \quad (2.155)$$

Ενώ στον d -διάστατο χώρο έχει την μορφή:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - \frac{1}{2} m^2 \phi^2 - \frac{\mu^{4-d} g}{4!} \phi^4 \quad (2.156)$$

όπου μ παράμετρος μάζας.

$$\begin{aligned}
 N = 0 &\implies D = 4: & \text{[Diagram: A shaded circle]} & \sim \Lambda^4 \\
 N = 2 &\implies D = 2: & \text{[Diagram: A shaded circle with two horizontal lines passing through it, labeled p on the left and p on the right]} & \sim \Lambda^2 + p^2 \log \Lambda \\
 N = 4 &\implies D = 0: & \text{[Diagram: A shaded circle with four lines crossing at its center, two incoming and two outgoing]} & \sim \log \Lambda
 \end{aligned}$$

Σχήμα 2.4: Τα 3 πιθανά διαγράμματα που μπορούμε να έχουμε και τα οποία ικανοποιούν την σχέση $D = 4 - N \geq 0 \Rightarrow N \leq 4$ [13].

Ο ελεύθερος διαδότης με ένα βρόγχο (βλέπε Σχ. 2.5) στον d -διάστατο χώρο έχει την μορφή:

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{2} g \mu^{4-d} \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^d} \frac{1}{p^2 - m^2} = \\
 &= -\frac{ig}{32\pi^2} m^2 \left(\frac{4\pi\mu^2}{-m^2} \right)^{2-\frac{d}{2}} \Gamma\left(1 - \frac{d}{2}\right) \\
 &= \frac{igm^2}{16\pi^2\varepsilon} + \text{finite}
 \end{aligned} \tag{2.157}$$

όπου $\varepsilon = 4 - d$ με $d \rightarrow 4$.

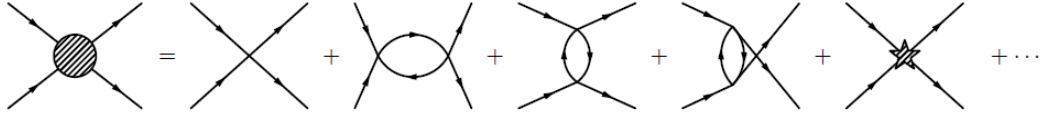
$$\text{[Diagram: A shaded circle with two horizontal lines passing through it, labeled p on the left and p on the right]} = \text{[Diagram: A horizontal line with a dot in the middle, labeled p]} + \text{[Diagram: A horizontal line with a dot in the middle, labeled p, and a loop above it]} + \text{[Diagram: A horizontal line with a star in the middle]}$$

Σχήμα 2.5: Συνεισφορά διαγραμμάτων μονού βρόγχου στον διαδότη.

Αντίστοιχα, για την αλληλεπίδραση με ένα βρόγχο στον d -διάστατο χώρο (βλέπε Σχ. 2.6) έχουμε:

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{2} g^2 (\mu^2)^{4-d} \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^d} \frac{1}{(p^2 - m^2) [(p - q)^2 - m^2]} = \\
 &= -ig\mu^\varepsilon \left(1 - \frac{3g}{16\pi^2\varepsilon} \right) + \text{finite}
 \end{aligned} \tag{2.158}$$

όπου $\frac{\varepsilon}{2} = 4 - d$ με $d \rightarrow 4$.



Σχήμα 2.6: Συνεισφορά διαγραμμάτων μονού βρόγχου στην αλληλεπίδραση.

Οπότε, σε επίπεδο λαγκρατζιανής προσθέτουμε τους όρους:

$$\delta\mathcal{L}_1 = -\frac{gm^2}{32\pi^2\varepsilon}\phi^2 = -\frac{\delta m^2}{2}\phi^2 \quad (2.159)$$

και:

$$\delta\mathcal{L}_2 = -\frac{1}{4!}\frac{32g^2\mu^\varepsilon}{16\pi^2\varepsilon}\phi^4 = -\frac{Bg\mu^\varepsilon}{4!}\phi^4 \quad (2.160)$$

αντίστοιχα, οι οποίοι ονομάζονται *counter terms*. Άρα, έχουμε επίσης αντίστοιχα:

$$\Gamma_r^{(2)}(p) = i \left[\frac{p^2 - m^2}{i} - \left(\frac{igm^2}{16\pi^2\varepsilon} + \text{finite} \right) + \frac{igm^2}{16\pi^2\varepsilon} \right] \quad (2.161)$$

και:

$$\Gamma_r^{(4)} = -ig\mu^\varepsilon \left(1 - \frac{3g}{16\pi^2\varepsilon} \right) + \text{finite} - \frac{i3g^2\mu^\varepsilon}{16\pi^2\varepsilon} \quad (2.162)$$

Οπότε, ενώ η απλή λαγκρατζιανή στις d -διαστάσεις έχει την μορφή 2.156, η γυμνή λαγκρατζιανή έχει την μορφή:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_B &= \frac{1}{2}(\partial_\mu\phi)^2 - \frac{m^2 + \delta m^2}{2}\phi^2 - \frac{\mu^\varepsilon g + B\mu^\varepsilon g}{4!}\phi^4 \Rightarrow \\ \Rightarrow \mathcal{L}_B &= \frac{1}{2}(\partial_\mu\phi)^2 - \frac{m_B^2}{2}\phi^2 - \frac{g_B}{4!}\phi^4 \end{aligned} \quad (2.163)$$

όπου:

$$m_B^2 = m^2 + \frac{g}{16\pi^2\varepsilon}m^2 \quad (2.164)$$

η γυμνή μάζα και:

$$g_B = g\mu^\varepsilon + \frac{32g^2\mu^\varepsilon}{16\pi^2\varepsilon} \quad (2.165)$$

η γυμνή σταθερά ζεύξης, οι οποίες απειρίζονται.

Αν κάνουμε τώρα την αντικατάσταση $\mu \rightarrow \mu' = e^s\mu$, οι συναρτήσεις Green είναι αναλλοίωτες κάτω από μετασχηματισμούς του μ , οπότε $\mu \frac{d}{d\mu} \Gamma^{(n)} = 0$. Άρα $\mu \frac{d}{d\mu} Z_\phi^{-n/2} \Gamma_r^{(n)} = 0$ όπου $\Gamma_r^{(n)}$ η επακανονικοποιημένη συνάρτηση που εξαρτάται από

τα μ , $g_B(\mu)$, $m_B(\mu)$ και $Z_\phi^{-n/2}$ η σταθερά επακανονικοποίησης. Οπότε, η εξίσωση της ομάδας επακανονικοποίησης - OE (*Renormalization Group* - RG) είναι η:

$$\left[\mu \frac{\partial}{\partial \mu} + \beta(g) \frac{\partial}{\partial g} - n\gamma(g) + m\gamma_m(g) \frac{\partial}{\partial m} \right] \Gamma_r^{(n)} = 0 \quad (2.166)$$

όπου $\gamma(g) = \mu \frac{\partial}{\partial \mu} \ln \sqrt{Z_\phi}$ και $m\gamma_m(g) = \mu \frac{\partial m}{\partial \mu}$ και:

$$\beta(g) = \mu \frac{\partial g}{\partial \mu} = \mu \frac{\partial}{\partial \mu} \left[g\mu^\epsilon \left(1 + \frac{3g}{16\pi^2\epsilon} \right) \right] = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left[\epsilon g\mu^\epsilon + \frac{3g^2\mu^\epsilon}{16\pi^2} \right] = \frac{3g^2}{16\pi^2} \quad (2.167)$$

Γενικά, ισχύει ο εξής τύπος για τον υπολογισμό της συνάρτησης β για την περίπτωση ενός βρόγχου [15]:

$$\beta(g) = (16\pi^2)^{-1} g^3 \left[\frac{2}{3} T(R) d(R) + \frac{1}{3} T(S) d(S) - \frac{11}{3} c(G) \right] \quad (2.168)$$

όπου R είναι σωματίδια με σπιν 1/2, S είναι σωματίδια με σπιν 0, $T = 1/2$, d είναι η πολλαπλότητα και c η διάσταση της ομάδας.

2.3 Πειραματική επαλήθευση

2.3.1 Ουδέτερα ρεύματα

Όπως είδαμε εν συντομία και στο εδάφιο 2.2.4, το μοντέλο των ηλεκτρασθενών αλληλεπιδράσεων προέβλεπε νέου τύπου αλληλεπιδράσεις οι οποίες ονομάστηκαν ουδέτερα ρεύματα. Αυτού του είδους οι αλληλεπιδράσεις παρατηρήθηκαν για πρώτη φορά στα πειράματα του CERN στα μέσα της δεκαετίας του 1970 [16] και αποτέλεσαν την πρώτη μεγάλη επιτυχία του ΚΠ.

Η έρευνα για την αναζήτηση διαδικασιών που περιελάμβαναν ουδέτερα ρεύματα ξεκίνησε με υψηλής ενέργειας δέσμες νετρίνων στις εγκαταστάσεις “Alternating Gradient Synchrotron” (AGS) στο “Brookhaven National Laboratory” (BNL) αλλά και στο CERN στο “Proton Synchrotron facility” (PS). Ωστόσο, τα πειράματα δεν βρήκαν κανένα σήμα. Μάλιστα, το πείραμα “Heavy Liquid Bubble Chamber” (HLBC) στο CERN έδωσε ένα αποθαρρυντικό όριο στην αναλογία ζεύξης ουδέτερων ρευμάτων προς φορτισμένων ρευμάτων με την τιμή του να είναι μικρότερο από 3%.

Για την επιτυχή παρατήρηση αυτού του νέου είδους ρεύματος χρειάστηκε ένας θάλαμος φουσαλίδων με το όνομα “Gargamelle”. Ήταν μια κυλινδρική κατασκευή με 4,8 μέτρα μήκος, 2 μέτρα διάμετρο γεμάτη με 18 τόνους υγρό φρέον και περιτριγυρισμένη με 1000 τόνους βοηθητικό εξοπλισμό, ειδικά κατασκευασμένη για την

ανακάλυψη του ασθενούς ρεύματος. Ο Gargamelle αναζητούσε για ελαστικές αλληλεπιδράσεις ουδέτερων ρευμάτων μεταξύ νετρίνων-ηλεκτρονίων και αντι-νετρίνων-ηλεκτρονίων:

$$\begin{aligned}\nu_\mu + e^- &\rightarrow \nu_\mu + e^- \\ \bar{\nu}_\mu + e^- &\rightarrow \bar{\nu}_\mu + e^-\end{aligned}\tag{2.169}$$

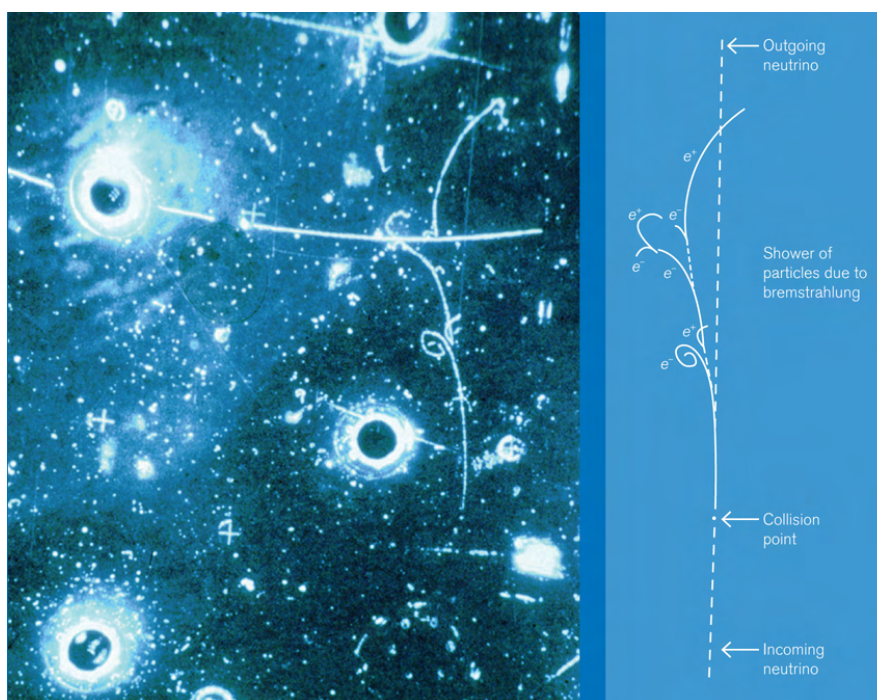
Συγκεκριμένα, η κάθε δέσμη μιονικών νετρίνων σκεδάζονταν με ηλεκτρόνια του βαρέως υγρού φρέον CF_3Br που βρισκόταν στο θάλαμο φυσαλίδων Gargamelle. Τα ηλεκτρόνια μετά την σκέδαση τους εκτοξεύονταν σε μικρές γωνίες (τυπικά μικρότερες από 5°) ως προς την δέσμη νετρίνων με σχετικά μεγάλες ενέργειες $E > 300 MeV$. Άρα, το σήμα που αναζητούνταν ήταν χαρακτηριστικό.

Η ταυτοποίηση στην συνέχεια των ηλεκτρονίων πραγματοποιούνταν μέσω της ακτινοβολίας πέδησης. Δηλαδή, κατά μήκος της τροχιάς του λάμβαναν χώρα ηλεκτρομαγνητικές αλληλεπιδράσεις μεταξύ του e^- και των πυρήνων του υγρού. Έτσι, αυτά επιβραδύνονταν, με αποτέλεσμα την δημιουργία φωτονίων τα οποία μέσω δίδυμης γένεσης κατέληγαν τελικά σε ένα χαμηλής ενέργειας ζεύγος e^-e^+ το οποίο και κατέγραφε ο θάλαμος φυσαλίδων. Τόσο το αρχικό ηλεκτρόνιο, όσο και το ζεύγος από την δίδυμη γένεση ιόνιζαν το υγρό και έτσι παράγονταν φυσαλίδες οι οποίες και εμφανίζονταν στο φωτογραφικό φιλμ σαν τροχιές.

Για κάθε παλμό του επιταχυντή περίπου $10^9 \bar{\nu}_\mu$ διέσχιζαν τον θάλαμο. Ο θάλαμος φωτογραφιζόταν και έτσι από την ανάλυση των φωτογραφικών πλακών, παρατηρήθηκαν μόλις 3 γεγονότα της σκέδασης $\bar{\nu}_\mu + e^- \rightarrow \bar{\nu}_\mu + e^-$ μεταξύ 1.4×10^6 φωτογραφιών. Στο Σχ. 2.7 φαίνεται μια τέτοια φωτογραφία. Έτσι, από αυτά τα γεγονότα αποδείχθηκε ότι υπάρχει αλληλεπίδραση ενός σωματιδίου χωρίς ισχυρό και ηλεκτρικό φορτίο, η οποία συμβαίνει εξαιρετικά σπάνια και ο φορέας είναι ηλεκτρικά ουδέτερος. Όμως, με την μέτρηση αυτή η μάζα του μποζονίου Z^0 παραμένει άγνωστη. Η άμεση ανακάλυψη του όπως θα δούμε (βλέπε εδάφιο 2.3.2) έγινε 6 χρόνια μετά, και έδωσε στους εμπνευστές της ηλεκτρασθενούς θεωρίας Glashow, Salam και Weinberg το βραβείο Νόμπελ για την πρόβλεψη των ασθενών ρευμάτων.

2.3.2 Μποζόνια $W^\pm$ και Z^0

Η εύρεση και ταυτοποίηση των μποζονίων της ηλεκτρασθενούς θεωρίας απαιτούσε ενέργειας της τάξης μερικών εκατοντάδων GeV ώστε να παραχθούν και ένα πείραμα συγκρουόμενων δεσμών ήταν απαραίτητο για ένα τέτοιο εγχείρημα. Για αυτό τον λόγο κατασκευάστηκε ο επιταχυντής - συγκρουστής $p\bar{p}$ (πρωτονίων-αντι-πρωτονίων)



Σχήμα 2.7: Μια δέσμη νετρίνων, έχει διασχίσει το θάλαμο από κάτω. Τα νετρίνα είναι ηλεκτρικά ουδέτερα, και γι' αυτό δεν αφήνουν ίχνη τροχιάς, όμως ένα ηλεκτρόνιο εμφανίζεται να ξεκινά από ένα σημείο κοντά στο μέσο και δεξιά της εικόνας. Τα ηλεκτρόνια αυτά προήλθαν από έναν πυρήνα του υγρού, που περιέχεται στο θάλαμο φυσαλίδων, ο οποίος συγκρούστηκε με ένα νεutrίνο πολύ μεγάλης ενέργειας, και έτσι το ηλεκτρόνιο ακτινοβολεί φωτόνια επιβραδυνόμενο. Στην συνέχεια παρατηρούμε την τροχιά του ηλεκτρονίου και δυο ζεύγη e^-e^+ από δίδυμη γένεση που κάνουν δύο εκπεμπόμενα φωτόνια. Η παρατήρηση αυτή καθώς και εκείνες άλλων όμοιων γεγονότων στον Gargamelle, έδωσαν την πρώτη ένδειξη για την ύπαρξη αυτού του είδους σωματιδίου, το οποίο είχε προβλεφθεί από την ηλεκτρασθενή θεωρία.

“Super Proton Synchrotron” (SPS) στο CERN. Τα δύο πειράματα - ανιχνευτές που αναζητούσαν τα μποζόνια ονομάστηκαν “UA1” και “UA2” (UA: Underground Area). Σε αυτά, ανελαστικές σχεδιάσεις των $p\bar{p}$ παρήγαγαν γεγονότα μέσω χρωμοδυναμικών διαδικασιών δηλαδή εξαυλώσεων $q\bar{q} \rightarrow g$.

Το 1983 πραγματοποιήθηκαν οι πολυπρόητες ανακαλύψεις των μποζονίων W^+ , W^- και Z^0 . Οι τυπικές διαδικασίες παραγωγής των τριών αυτών μποζονίων σε συγκρούσεις $p\bar{p}$ είναι οι εξής:

$$\begin{aligned} q\bar{q} &\rightarrow Z^0 \\ u\bar{d} &\rightarrow W^+ \\ d\bar{u} &\rightarrow W^- \end{aligned} \tag{2.170}$$

Πολύ βασική συμβολή είχαν οι Carlo Rubbia επικεφαλής του UA1, και Simon van

der Meer ο εμπνευστής της μεθόδου *Stochaistic Cooling* για την σταθεροποίηση των συγκρουόμενων δεσμών. Το 1984 οι Carlo Rubbia και Simon van der Meer πήραν το πρώτο βραβείο του CERN στην φυσική, για την συμβολή τους στην ανακάλυψη των μποζονίων W και Z , των σωματιδίων φορέων της ασθενούς αλληλεπίδρασης.

Οι μάζες των τριών μποζονίων όπως μετρήθηκαν από ορισμένες τυπικές διασπάσεις όπως:

$$\begin{aligned} W^- &\rightarrow e^- \bar{\nu}_e \\ W^+ &\rightarrow e^+ \nu_e \\ Z^0 &\rightarrow e^- e^+ \end{aligned} \quad (2.171)$$

από τα UA1 [17] και UA2 [18] είχαν τις αντίστοιχες τιμές:

$$\begin{aligned} M_W^{UA1} &= 81 \pm 5 GeV \\ M_Z^{UA1} &= 95.2 \pm 2.5 GeV \\ M_W^{UA2} &= 80_{-6}^{+10} GeV \\ M_Z^{UA2} &= 91.9 \pm 1.3 \pm 1.4 GeV \end{aligned} \quad (2.172)$$

Σήμερα, από τον συμψηφισμό πολλών πειραμάτων έχουμε τα ακόλουθα πολύ πιο ακριβή αποτελέσματα για τις μάζες των μποζονίων [19]:

$$\begin{aligned} M_W &= 80.385 \pm 0.015 GeV \\ M_Z &= 91.1876 \pm 0.0021 GeV \end{aligned} \quad (2.173)$$

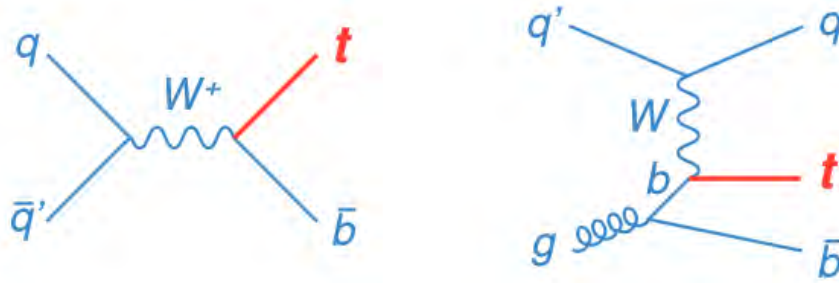
Τέλος, τα πλάτη διασπάσεων έχουν τις τιμές [19]:

$$\begin{aligned} \Gamma_W &= 2.085 \pm 0.042 GeV \\ \Gamma_Z &= 2.4952 \pm 0.0023 GeV \end{aligned} \quad (2.174)$$

2.3.3 Top κουάρκ

Το 1964 οι Gell-Mann και Zweig είχαν προτείνει την ύπαρξη των κουάρκ. Τα 5 πρώτα κουάρκ είχαν ανακαλυφθεί από διάφορα πειράματα, ενώ το έκτο, το top κουάρκ είχε προβλεφθεί από το ΚΠ για την συμπλήρωση της τρίτης γενιάς και ήταν το τελευταίο κομμάτι του παζλ των γενιών των λεπτονίων. Η εμφάνιση του σε διαγράμματα Feynman ανώτερης τάξης υπήρξε η βάση για την εκτίμηση της μάζας του. Η ανακάλυψη του bottom κουάρκ το 1977 αποτέλεσε μια ισχυρή ένδειξη για την ύπαρξη του top, και για την χρηματοδότηση πειραμάτων με στόχο την εύρεση του.

Το πείραμα το οποίο ανακάλυψε πρώτο το top κουάρκ το 1995 ήταν το Tevatron στο Fermilab με τους ανιχνευτές CDF [20] και D0 [21], στο οποίο συγκρούονται δέσμες πρωτονίων και αντι-πρωτονίων με ενέργεια 900GeV η κάθε μία [22]. Τα top κουάρκ μπορούν να παραχθούν μέσα από ασθενείς αλληλεπιδράσεις αλλά και σε ζεύγη top-antitop. Το κυρίαρχο κανάλι είναι μέσω της ανταλλαγής ενός εικονικού μποζονίου W ανάμεσα σε ένα ελαφρύ κουάρκ και ένα bottom κουάρκ (b -κουάρκ) στο t -κανάλι και ένα δεύτερο είναι μέσω της ανταλλαγής ενός χρονοειδούς εικονικού μποζονίου W στο s -κανάλι που παράγει ένα t -κουάρκ και ένα b -κουάρκ [23] όπως βλέπουμε στο Σχ. 2.8.



Σχήμα 2.8: Κυρίαρχα διαγράμματα Feynman για μονή παραγωγή του top κουάρκ στο κανάλι s (αριστερά) και t (δεξιά).

Λόγω της μεγάλης μάζας του το top κουάρκ ζει για πάρα πολύ μικρό χρονικό διάστημα της τάξης των $5 \times 10^{-25}\text{s}$ [24], ενώ για να αλληλεπιδράσει ισχυρά θα μεσολαβούσε χρόνος $\sim 10^{-23}\text{s}$. Άρα, η παρατήρηση του γίνεται έμμεσα από τα προϊόντα της διάσπασης του. Η διάσπαση του συμβαίνει κυρίως ως εξής:

$$\begin{aligned} t &\rightarrow W^+ b \\ \bar{t} &\rightarrow W^- \bar{b} \end{aligned} \quad (2.175)$$

Τα μποζόνια $W^\pm$ όμως από μόνα τους είναι ασταθή και διασπώνται το ίδιο γρήγορα είτε σε ένα φορτισμένο λεπτόνιο και νετρίνο $W \rightarrow l^+ \nu_l$, είτε σε ένα κουάρκ και αντι-κουάρκ (κυρίως $W \rightarrow u\bar{d}$ ή $W \rightarrow c\bar{s}$). Οπότε, αφού κάθε κουάρκ μπορεί να έχει ένα από τα 3 φορτία χρώματος, υπάρχουν 6 πιθανά αδρονικά κανάλια διάσπασης, ενώ υπάρχουν μόνο 3 λεπτονικά κανάλια διάσπασης [25].

Τα τελευταία αποτελέσματα τα οποία προέρχονται από τον συνδυασμό μετρήσεων από τον Tevatron αλλά και από τον “Large Hadron Collider” (LHC) δίνουν τελικά για την μάζα του t -κουάρκ την τιμή [19]:

$$m_t = 173.21 \pm 0.51 \pm 0.71\text{GeV} \quad (2.176)$$

2.3.4 Μποζόνιο Higgs

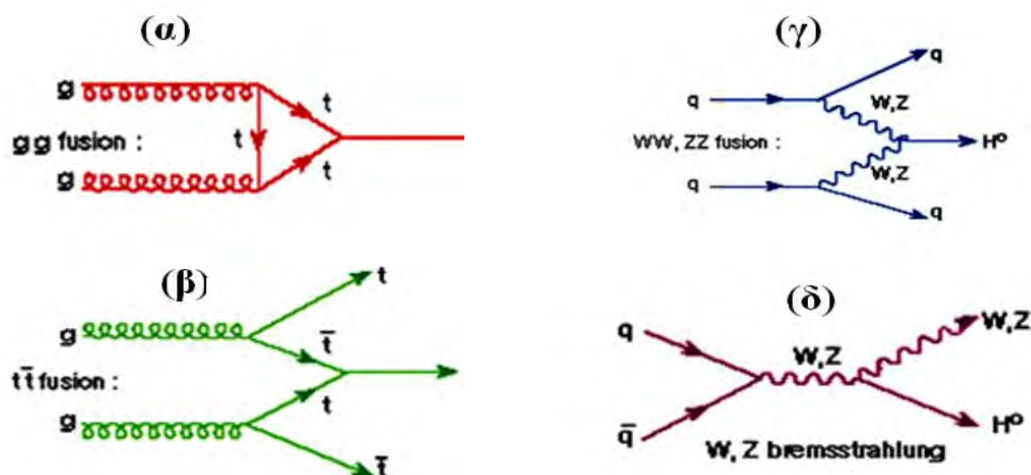
Όπως έχουμε ήδη δει (βλέπε εδάφιο 2.2.4), η απλούστερη μορφή υλοποίησης του μηχανισμού Higgs στο ΚΠ απαιτεί την ύπαρξη ενός ουδέτερου βαθμωτού σωματιδίου του μποζονίου Higgs. Έτσι, το μέχρι στιγμής μεγαλύτερο κενό στην θεωρία του ΚΠ ήταν η μη εύρεση του μποζονίου Higgs η αναζήτηση του οποίου διήρκεσε περίπου 50 χρόνια. Η πολυπόθητη επιβεβαίωση της ύπαρξης του λεγόμενου “σωματιδίου του θεού” έγινε τον Ιούνιο του 2012 όταν ανακοινώθηκε από το CERN η εύρεση ενός σωματιδίου που μοιάζει εξαιρετικά στο Higgs με μάζα $\sim 126\text{GeV}$.

Μηχανισμοί παραγωγής

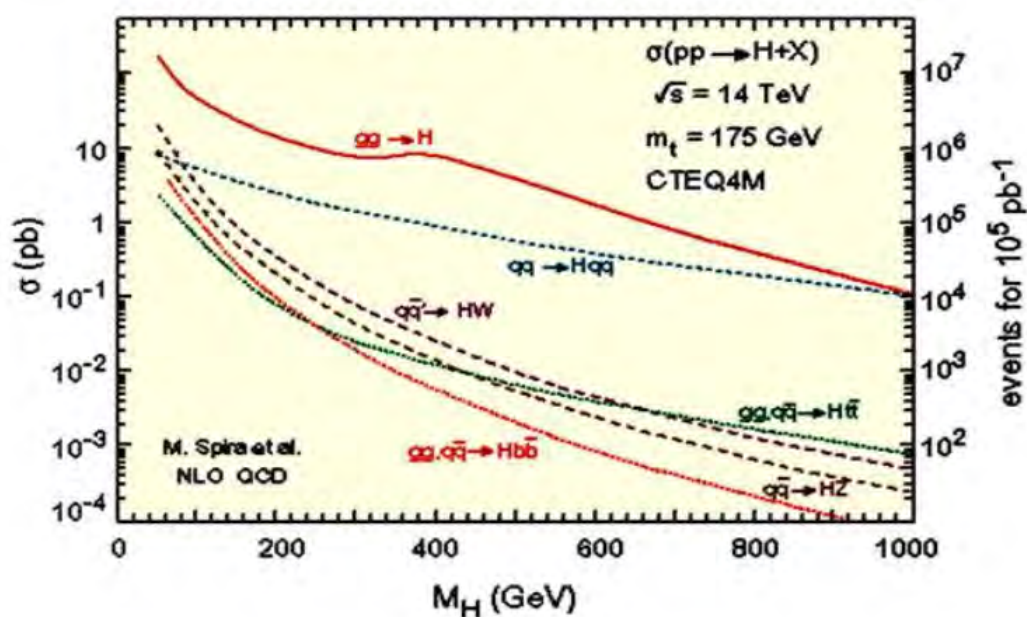
Το Higgs είναι ένα ουδέτερο, χωρίς χρώμα σωματίο που αλληλεπιδρά μόνο με σωματίδια που έχουν μάζα, και έτσι η διαδικασία παραγωγής του περιλαμβάνει πάντα σωματίδια που έχουν μη μηδενική μάζα. Οι βασικοί τρόποι παραγωγής του, οι οποίοι φαίνονται στο Σχ. 2.9, είναι οι εξής:

- (α') Μέσω σύντηξης γκλουονίων. Επειδή το Higgs δεν έχει χρώμα, η αντίδραση γίνεται με ενδιάμεσο στάδιο όπου τα δυο γκλουόνια δίνουν ένα ζεύγος από κουάρκ και αντι-κουάρκ τα οποία έχουν χρώμα. Το top κουάρκ είναι το βαρύτερο κουάρκ και έτσι η πιθανότητα το ενδιάμεσο σωματίδιο να είναι top κουάρκ είναι μεγάλη. Στην συνέχεια, ακολουθεί η πιθανότητα να έχουμε bottom κουάρκ.
- (β') Για τους ίδιους λόγους γίνεται και αυτή η αντίδραση η οποία είναι μέσω δυο top κουάρκ. Όμως, αυτή η αντίδραση έχει μικρότερη ενεργό διατομή και πιθανότητα να συμβεί, καθώς απαιτείται η παραγωγή και δυο top κουάρκ τα οποία έχουν μάζα 175GeV .
- (γ') Η αντίδραση με σύντηξη μποζονίων γίνεται διότι το Higgs αλληλεπιδρά με τα διανυσματικά μποζόνια τα οποία έχουν μάζα.
- (δ') Το ίδιο συμβαίνει και με την αντίδραση μέσω ακτινοβολίας Higgs. Τα διανυσματικά μποζόνια, επειδή έχουν μάζα μπορούν να συζευχθούν με το Higgs, και συνεπώς μπορούν να εκπέψουν το Higgs με μία διαδικασία η οποία μοιάζει με την εκπομπή φωτονίων από ηλεκτρόνια. Για αυτό, η διαδικασία αυτή ονομάζεται *Higgs - Strahlung*.

Στο Σχ. 2.10 βλέπουμε πως μεταβάλλεται η ενεργός διατομή του Higgs ανάλογα με τον μηχανισμό παραγωγής.



Σχήμα 2.9: Οι διάφοροι τρόποι παραγωγής σωματιδίου Higgs σε συγκρούσεις pp . (α) Σύντηξη γκλουονίων (gluon fusion) (β) Παραγωγή με δύο top κουάρκ (top quark associated production). (γ) Σύντηξη μποζονίων (vector boson fusion). (δ) Ακτινοβολία Higgs (Higgsstrahlung). Τα αρχικά γκλουόνια ή κουάρκ είναι συστατικά των αρχικών πρωτονίων.



Σχήμα 2.10: Ενεργός διατομή παραγωγής του Higgs μέσω διαφόρων διαδικασιών παραγωγής σαν συνάρτηση της μάζας του.

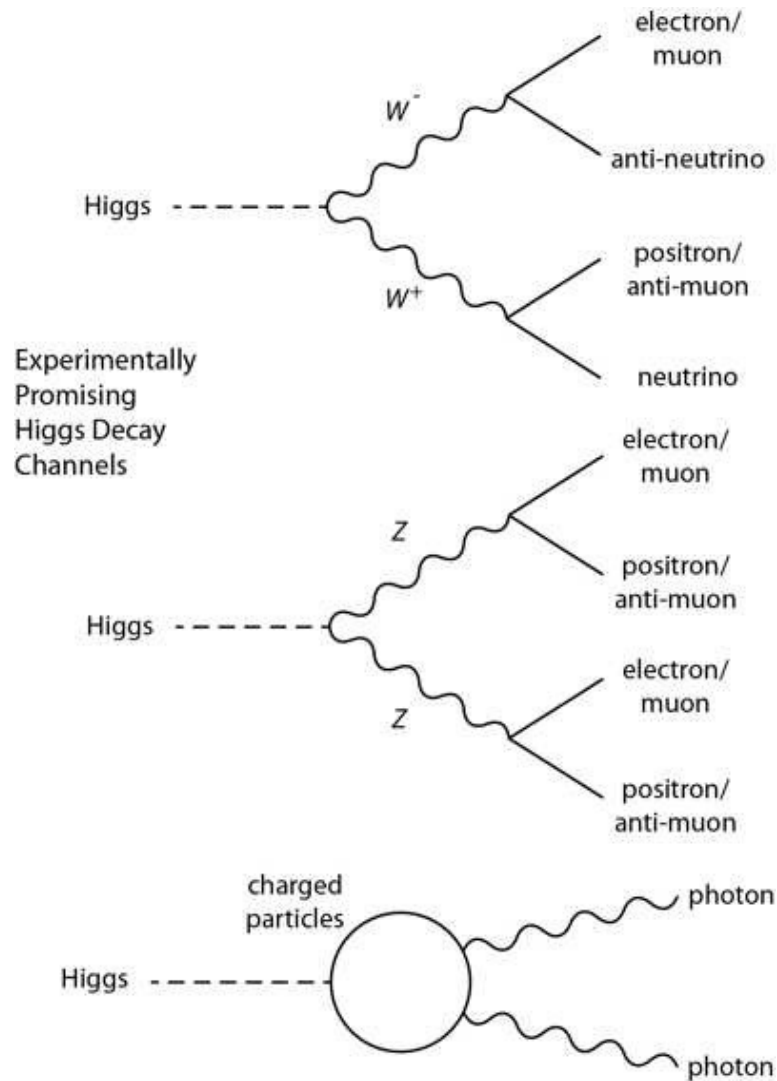
Διασπάσεις

Όπως έχουμε δει, το μποζόνιο Higgs είναι ένα ασταθές σωματίδιο που ζει ελάχιστα κλάσματα του δευτερολέπτου προτού διασπαστεί σε άλλα σωματίδια. Έτσι, στα πειράματα μπορεί να εντοπισθεί μόνο μέσω της ανίχνευσης των προϊόντων της διάσπασης

του. Έτσι, το μποζόνιο Higgs αναμένεται να διασπάται σε διαφορετικούς συνδυασμούς σωματιδίων, ή “καναλιών διάσπασης” όπως ονομάζονται. Συγκεκριμένα, τα βασικά κανάλια που παίζουν καθοριστικό ρόλο στην ανίχνευση του είναι τα εξής [26]:

$$\begin{aligned} H &\rightarrow \gamma\gamma \\ H &\rightarrow ZZ \rightarrow 4l \\ H &\rightarrow W^+W^- \rightarrow l^+\nu_l l'^-\bar{\nu}_{l'} \end{aligned} \quad (2.177)$$

Αυτά τα κανάλια, τα οποία φαίνονται στο Σχ. 2.11, παρέχουν την πιο υψηλή ακρίβεια



Σχήμα 2.11: Τα βασικά κανάλια διάσπασης του μποζονίου Higgs.

μέτρησης της μάζας του μποζονίου Higgs. Ωστόσο, το κανάλι το δύο φωτονίων δίνει ένα μέτριο σήμα επί ενός εκτεταμένου αλλά μετρήσιμου υποβάθρου, ενώ το κανάλι των τεσσάρων λεπτονίων δίνει ένα μικρό σήμα με πολύ χαμηλό υποβάθρο.

Επίσης, υπάρχουν τα κανάλια όπου το Higgs διασπάται σε φερμιόνια όπως τα:

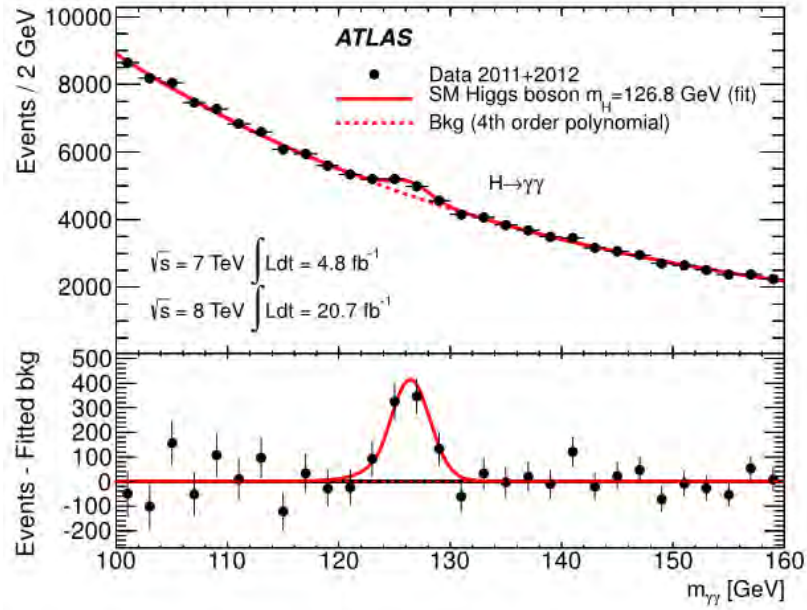
$$\begin{aligned} H &\rightarrow b\bar{b} \\ H &\rightarrow \tau^+\tau^- \end{aligned} \quad (2.178)$$

τα οποία όμως έχουν μεγάλο υπόβαθρο και μικρή ακρίβεια μέτρησης της μάζας.

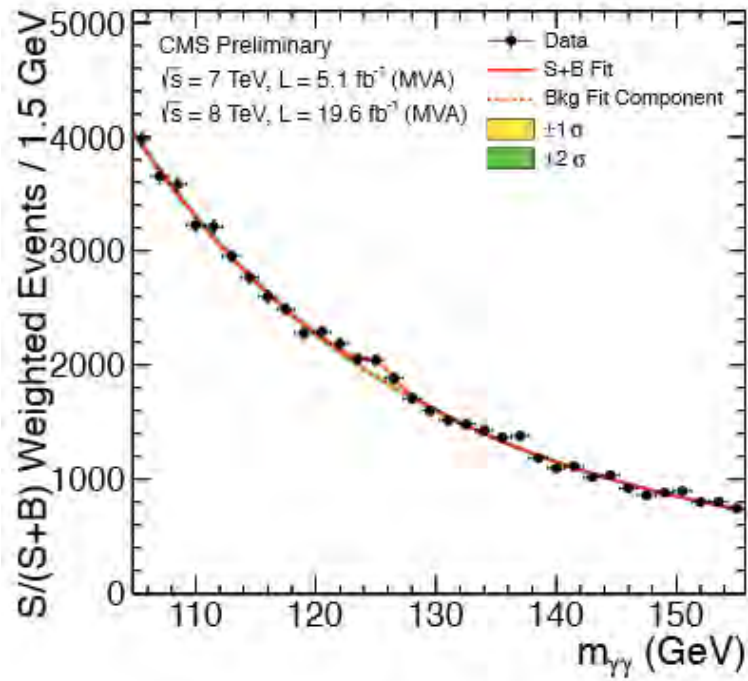
Ανίχνευση

Έτσι, από την ανάλυση των πειραματικών δεδομένων του LHC το 2012 και 2013 διαπιστώθηκε ότι αυτά τα κανάλια παρουσιάζουν σημαντικό στατιστικό μέγιστο στο ίδιο σημείο στην μάζα των 126GeV περίπου [27, 28]. Συγκεκριμένα, για το κανάλι $H \rightarrow \gamma\gamma$ τα αποτελέσματα του πειράματος ATLAS όπως φαίνονται στο Σχ. 2.12, έδειξαν ένα μέγιστο σε $m_H = 126.8\text{GeV}$ με ακρίβεια 7.4σ ενώ το CMS όπως φαίνεται και στο Σχ. 2.13, έδειξαν μια περίσσεια σε μάζα $m_H = 125.4\text{GeV}$ με ακρίβεια 3.2σ .

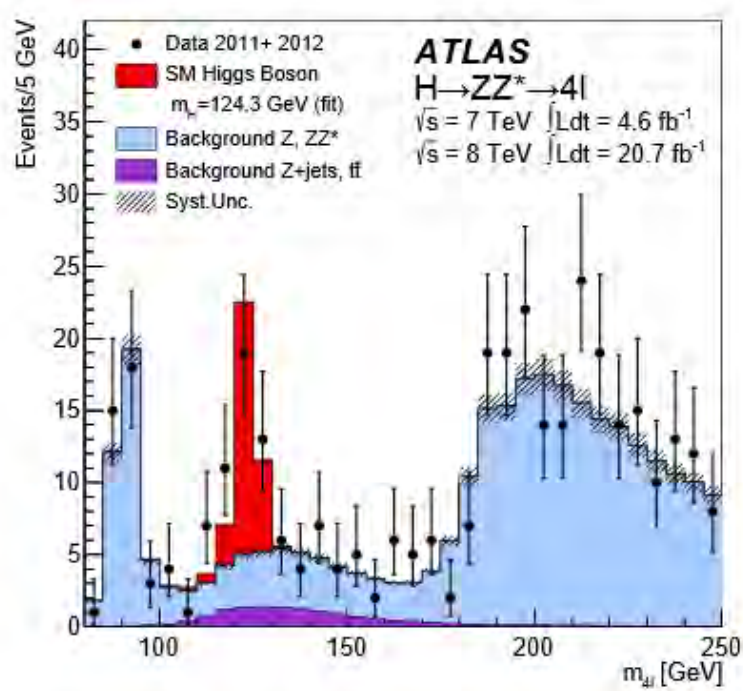
Επίσης, για το κανάλι των τεσσάρων λεπτονίων, από το πείραμα ATLAS, βρέθηκε απόκλιση από το υπόβαθρο στην τιμή $m_H = 124.3\text{GeV}$ με ακρίβεια 6.7σ όπως φαίνεται και στο Σχ. 2.14, ενώ το CMS παρατήρησε απόκλιση από το υπόβαθρο στην τιμή $m_H = 125.8\text{GeV}$ με ακρίβεια 6.7σ όπως φαίνεται και στο Σχ. 2.15. Τα αποτελέσματα για κανάλια όπου είχαμε διασπάσεις σε φερμιόνια δεν τα παρουσιάζουμε, καθώς η ακρίβεια ως επί το πλείστον είναι μικρότερη από 5σ , όμως ο αναγνώστης μπορεί να ανατρέξει στις αναφορές [29–33].



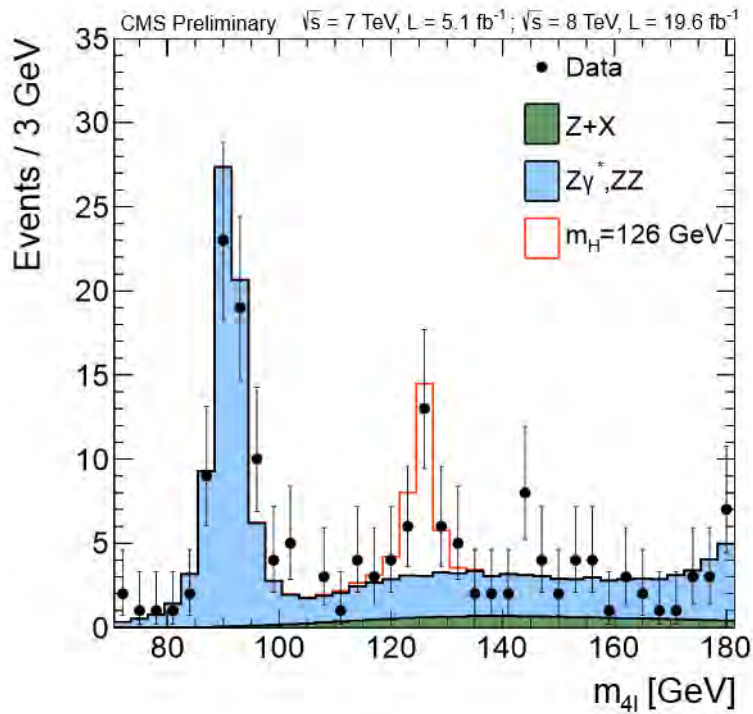
Σχήμα 2.12: Διάγραμμα της μάζας του μποζονίου Higgs στο κανάλι των δυο φωτονίων από το πείραμα ATLAS [29].



Σχήμα 2.13: Διάγραμμα της μάζας του μποζονίου Higgs στο κανάλι των δυο φωτονίων από το πείραμα CMS [34].



Σχήμα 2.14: Διάγραμμα της μάζας του μποζονίου Higgs στο κανάλι των τεσσάρων λεπτονίων από το πείραμα ATLAS [29].



Σχήμα 2.15: Διάγραμμα της μάζας του μποζονίου Higgs στο κανάλι των τεσσάρων λεπτονίων από το πείραμα CMS [35].

2.4 Βασικά προβλήματα

2.4.1 Μάζες νευτρίνων

Όπως έχουμε δει, τα θεμελιώδη σωμάτια της ύλης ομαδοποιούνται σε 3 οικογένειες ή αλλιώς γενιές, η οποίες χωρίζονται σε κουάρκ και λεπτόνια, όπως βλέπουμε στο Σχ. 2.3. Συγκεκριμένα, τα νευτρίνα υπάρχουν σε τρεις διαφορετικούς τύπους, που ονομάζονται γεύσεις, είναι ηλεκτρικά ουδέτερα και έχουν σπιν $1/2$. Ανάλογα με το λεπτόνιο που παράγεται στις ασθενείς αντιδράσεις έχουμε και το αντίστοιχο ηλεκτρονικό νευτρίνο, μιονικό και ταυ για τα ηλεκτρονικά λεπτόνια, μιονικά και ταυ αντίστοιχα. Τα τρία διαφορετικά νευτρίνα συμπληρώνονται από τα αντι-νευτρίνα τους.

Αντι-νευτρίνα

Εφόσον τα νευτρίνα είναι ηλεκτρικά ουδέτερα, θα μπορούσαν να είναι τα ίδια τα αντι-σωμάτια τους, μια ιδιότητα που προτάθηκε πρώτα από τον Ettore Majorana το 1937 [36]. Το νευτρίνο θα μπορούσε να μετατραπεί σε ένα αντι-νευτρίνο και αντιστρόφα αλλάζοντας τον προσανατολισμό της κατάστασης του σπιν του. Σε αυτή την περίπτωση το νευτρίνο θα ήταν ένα *φερμιόνιο Majorana* και θα ήταν το πρώτο αυτού του είδους. Παραδείγματα μποζονίων Majorana είναι το ουδέτερο πiónιο, το φωτόνιο και το μποζόνιο Z τα οποία είναι ίδια με τα αντι-σωμάτια τους.

Όμως, τα νευτρίνα *Majorana* και τα νευτρίνα *Dirac* δρουν διαφορετικά κάτω από CP μετασχηματισμούς, καθώς το πεδίο ενός νευτρίνου Majorana είναι μια ιδιοκατάσταση του CP μετασχηματισμού. Επίσης, η διάκριση ανάμεσα στα δύο αυτά είδη νευτρίνων δεν είναι μόνο θεωρητική. Ένα μαζικό νευτρίνο Dirac σε αντίθεση με ένα νευτρίνο Majorana θα είχε μη μηδενική μαγνητική ηλεκτρική διπολική ροπή (*Electric Dipole Moment - EDM*), η οποία μπορεί να παρατηρηθεί πειραματικά. Η διαφορά ανάμεσα σε σωμάτια Majorana και Dirac υπάρχει μόνο αν η μάζα ηρεμίας τους είναι μη μηδενική. Αν τα νευτρίνα έχουν μάζα, τότε όπως θα δούμε μπορούν να εμφανισθούν στην λαγκρατζιανή και Majorana και Dirac όροι μάζας.

Ελικότητα, μάζα και ΚΠ

Οι πειραματικές ενδείξεις δείχνουν ότι όλα τα παραγόμενα και τα παρατηρούμενα νευτρίνα έχουν αριστερόστροφες ελικότητες και όλα τα αντι-νευτρίνα έχουν δεξιόστροφες ελικότητες. Στο άμαζο όριο του ΚΠ αυτές είναι οι μόνες ελικότητες που υπάρχουν και μόνο μία από τις δύο πιθανές ελικότητες παρατηρείται για το εκάστοτε σωμάτιο.

Γενικά, υπάρχουν δύο πιθανοί όροι μάζας για τα φερμιόνια, όροι μάζας Dirac και όροι μάζας Majorana. Οι όροι μάζας Dirac συνδέουν αριστερόστροφα πεδία με δεξιόστροφα:

$$m_D \bar{\psi}_L \psi_R + h.c \quad (2.179)$$

όπου $\bar{\psi}_L$ και ψ_R είναι αριστερόστροφα και δεξιόστροφα σπινωριακά πεδία Weyl αντίστοιχα. Τέτοιοι όροι μάζας γεννιούνται μέσω των αλληλεπιδράσεων Yukawa με το πεδίο Higgs. Οι όροι μάζας Majorana συνδέουν ένα αριστερόστροφο ή ένα δεξιόστροφο πεδίο με τον εαυτό του. Αν ψ_R ένα μονήρες δεξιόστροφο πεδίο του ΚΠ τότε ο όρος Majorana έχει την μορφή:

$$\begin{aligned} m_M \bar{\psi}_R^c \psi_R \\ \psi^c = c \bar{\psi}^T \end{aligned} \quad (2.180)$$

όπου c ο πίνακας συζυγίας του φορτίου.

Όλα τα φερμιόνια μπορούν να έχουν όρους μάζας Dirac αλλά μόνο τα ουδέτερα φερμιόνια μπορούν να έχουν όρους μάζας Majorana. Οπότε, στο ΚΠ όλα τα φερμιόνια που έχουν μάζα, τα κουάρκ και τα φορτισμένα λεπτόνια έχουν όρους Dirac. Αντίστοιχα, το ΚΠ δεν έχει όρους μάζας Dirac για νετρίνα. Επίσης, οι ασθενείς αλληλεπιδράσεις συζευγνύονται μόνο με αριστερόστροφα ρεύματα. Άρα, δεξιόστροφα νετρίνα δεν υπάρχουν στην λαγκρατζιανή του ΚΠ. Άρα, όροι μάζας δεν μπορούν να δημιουργηθούν στο ΚΠ όπως είδαμε και στο εδάφιο 2.2.4, το οποίο προβλέπει μόνο αριστερόστροφα νετρίνα και δεξιόστροφα αντι-νετρίνα για κάθε γενιά.

Είναι βέβαια πιθανό τα αντίστοιχα ομόλογα σωματάρια (δεξιόστροφα νετρίνα και αριστερόστροφα αντι-νετρίνα) να μην υπάρχουν. Αλλά αν υπάρχουν οι ιδιότητες τους είναι διαφορετικές από αυτές των παρατηρούμενων νετρίνων και αντι-νετρίνων.

Άλλη μια υπόθεση του ΚΠ είναι ότι τα νετρίνα δεν μπορούν να αλλάζουν γεύση και είναι άμαζα, αλλά όπως θα δούμε στην συνέχεια, το πειραματικά επιβεβαιωμένο φαινόμενο της ταλάντωσης νετρίνων απαιτεί από τα νετρίνα να έχουν μη μηδενικές μάζες, και να ταλαντώνονται ανάμεσα στις τρεις γεύσεις. Οπότε, για την περιγραφή αυτών των φαινομένων απαιτείται “νέα φυσική”.

Ταλαντώσεις νετρίνων

Το 1965 ξεκίνησε ένα πείραμα για την μέτρηση της ροής των νετρίνων που προέρχονται από τον Ήλιο. Τα νετρίνα αυτά παράγονται από τις πυρηνικές διασπάσεις που συμβαίνουν στο κέντρο του ηλίου. Τα νετρίνα αυτά προέρχονται από την λεγόμενη

αλυσίδα pp όπου:

$$\begin{aligned} H^1 + H^1 &\rightarrow D^2 + e^+ + \nu, \\ D^2 + H^1 &\rightarrow He^3 + \gamma \dots \end{aligned} \quad (2.181)$$

Ο Ήλιος στέλνει ένα μεγάλο πλήθος νετρίνων σε όλες τις διευθύνσεις. Κάθε δευτερόλεπτο περίπου 6.5×10^{10} ηλιακά νετρίνα περνάνε από κάθε cm^2 της Γης, [37]. Αφού όμως τα νετρίνα δεν απορροφώνται σχεδόν καθόλου από την μάζα της Γης, η επιφάνεια της Γης που είναι αντίθετα από τον Ήλιο δέχεται τον ίδιο αριθμό νετρίνων με την πλευρά που είναι μπροστά στον Ήλιο. Η θεωρητική πρόβλεψη για τα ηλιακά νετρίνα έγινε από τον Jon Bahcall στο τέλος της δεκαετίας του 60 [38]. Η συμβολή από την αλυσίδα pp είναι πολύ καλά καθορισμένη και αποτελεί το $\approx 99\%$ της ροής ηλιακών νετρίνων στην Γη. Όμως, η πρόβλεψη του Bahcall ήρθε σε αντίθεση με την πειραματική ανίχνευση των ηλιακών νετρίνων από τον Ray Davies το 1968. Πιο συγκεκριμένα, τα ηλεκτρονικά νετρίνα που έρχονταν από τον Ήλιο ήταν ανάμεσα στο $1/3$, και στο $1/2$ του αριθμού που προβλεπόταν από το ΚΠ. Αυτή η διαφορά έγινε γνωστή ως *το πρόβλημα των ηλιακών νετρίνων*.

Το 1967 ο Bruno Pontecorvo [39,40] πρότεινε την πιθανότητα οι γεύσεις των νετρίνων να μπορούν να αναμιχθούν. Το χβαντομηχανικό αυτό φαινόμενο ονομάστηκε *ταλάντωση νετρίνων* καθώς η πιθανότητα αλλαγής μεταξύ δυο γεύσεων έχει ημιτονοειδή εξάρτηση από το μήκος της διαδρομής που ακολουθούν. Συγκεκριμένα, η ταλάντωση αυτή προκύπτει από την ζεύξη ανάμεσα στην γεύση και στις ιδιοκαταστάσεις της μάζας των νετρίνων. Οι τρεις καταστάσεις των νετρίνων που αλληλεπιδρούν με τα φορτισμένα λεπτόνια στις ασθενείς αλληλεπιδράσεις, είναι η καθενμία μια διαφορετική υπέρθεση των τριών καταστάσεων νετρίνων καθορισμένης μάζας. Καθώς ένα νεutrino διαδίδεται στον χώρο, οι χβαντομηχανικές φάσεις των τριών καταστάσεων μαζών προχωρούν κατά ελαφρώς διαφορετικούς ρυθμούς λόγω μικρών διαφορών στις μάζες των νετρίνων. Αυτό, έχει ως αποτέλεσμα ένα εναλλασσόμενο μίγμα καταστάσεων μαζών όπως το νεutrino διαδίδεται στον χώρο, το οποίο όπως αντιστοιχεί σε ένα διαφορετικό μείγμα καταστάσεων γεύσεων. Μέσω αυτού του φαινομένου, τα νετρίνα μπορούν και ταλαντώνονται ανάμεσα στις τρεις πιθανές γεύσεις καθώς ταξιδεύουν. Αυτό επιτρέπει σε ένα νεutrino το οποίο είχε παραχθεί σαν ένα ηλεκτρονικό νεutrino, σε μια άλλη τοποθεσία να έχει πιθανότητα να ανιχνευθεί ως ένα μιονικό ή ταν νεutrino. Έτσι, εξηγήθηκε η διαφορά που υπήρχε ανάμεσα στον αριθμό των ηλεκτρονικών νετρίνων που μετρούσαν στον πυρήνα του Ήλιου, και στον αριθμό που προβλέπονταν από την θεωρία.

Ο μοναδιαίος μετασχηματισμός ο οποίος συσχετίζει την γεύση και τις ιδιοκαταστάσεις μάζας μπορεί να γραφεί ως:

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_i U_{\alpha i} |\nu_i\rangle \quad (2.182)$$

και αντίστροφα:

$$|\nu_i\rangle = \sum_\alpha U_{\alpha i}^* |\nu_\alpha\rangle \quad (2.183)$$

όπου $|\nu_\alpha\rangle$ είναι ένα νεutrino με καθορισμένη γεύση $\alpha = e, \mu, \tau$ και $|\nu_i\rangle$ ένα νεutrino με καθορισμένη μάζα m_i όπου $i = 1, 2, 3$, και $U_{\alpha i}$ είναι ένα στοιχείο του πίνακα μίξης *Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata (PMNS)*.

Για την περίπτωση με 3 νεutrinos, έχουμε πίνακα 3×3 που μπορεί να παραμετροποιηθεί από 3 γωνίες μίξης $\theta_{12}, \theta_{23}, \theta_{13}$, και μια φάση παραβίασης CP δ :

$$U_{\alpha i} = \begin{pmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu 1} & U_{\mu 2} & U_{\mu 3} \\ U_{\tau 1} & U_{\tau 2} & U_{\tau 3} \end{pmatrix}$$

$$= \overbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix}}^{\text{Atmospheric}} \overbrace{\begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{i\delta} & 0 & c_{13} \end{pmatrix}}^{\text{Cross - Mixing}} \overbrace{\begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}^{\text{Solar}} \overbrace{\begin{pmatrix} e^{i\alpha_1/2} & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\alpha_2/2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}^{\text{Majorana CP - violating phases}}$$

$$= \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{i\alpha_1/2} & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\alpha_2/2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.184)$$

όπου $c_{ij} = \cos \theta_{ij}$ και $s_{ij} = \sin \theta_{ij}$. Οι παράγοντες φάσης α_1 και α_2 έχουν νόημα μόνο αν τα νεutrinos είναι Majorana και δεν μπαίνουν σε φαινόμενα ταλάντωσης. Ο παράγοντας φάσης δ είναι μη μηδενικός μόνο αν η ταλάντωση νεutrinos παραβιάζει την CP συμμετρία.

Δεδομένων των τριών μαζών των νεutrinos, μπορούμε να προσδιορίσουμε δύο ανεξάρτητες τετραγωνικές διαφορές μαζών:

$$\Delta m_{12}^2 = m_1^2 - m_2^2, \quad (2.185)$$

$$\Delta m_{23}^2 = m_2^2 - m_3^2. \quad (2.186)$$

Έχειδειχθεί πειραματικά ότι $|\Delta m_{12}^2| \ll |\Delta m_{23}^2|$ (πιο συγκεκριμένα έχειδειχθεί ότι $\Delta m_{12}^2 \simeq \frac{1}{30} |\Delta m_{23}^2|$) και άρα:

$$\Delta m_{13}^2 = m_1^2 - m_3^2 \approx \Delta m_{23}^2. \quad (2.187)$$

Για την περίπτωση δυο νετρίνων, ο πίνακας μίξης μειώνεται σε 2×2 και χαρακτηρίζεται μόνο από την γωνία μίξης θ :

$$\begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}. \quad (2.188)$$

Σε απόσταση L από την πηγή, η πιθανότητα ένα νεutrino να αλλάξει γεύση είναι:

$$P_{a \rightarrow b} = \sin^2(2\theta) \sin^2\left(\frac{\Delta m^2 L}{4E}\right) \quad (2.189)$$

σε φυσικές μονάδες και:

$$P_{a \rightarrow b} = \sin^2(2\theta) \sin^2\left(1.27 \frac{\Delta m^2 L}{E} \frac{\text{GeV}}{\text{eV}^2 \text{km}}\right) \quad (2.190)$$

σε μονάδες SI. Να τονίσουμε εδώ πως οι ταλαντώσεις είναι ευαίσθητες μόνο στην διαφορά των τετραγωνικών μαζών Δm^2 .

Για την περίπτωση μίξης τριών νετρίνων στην Εξ. 2.182 και Εξ. 2.183, είναι πιθανά τρία διαφορετικά φάσματα μαζών [41]:

1. Normal spectrum (NS):

$$m_1 < m_2 < m_3, \quad \Delta m_{12}^2 \ll \Delta m_{23}^2, \quad (2.191)$$

2. Inverted spectrum (IS):

$$m_3 < m_1 < m_2, \quad \Delta m_{12}^2 \ll |\Delta m_{13}^2|, \quad (2.192)$$

3. Quasi-Degenerate spectrum (QD):

$$m_1 \approx m_2 \approx m_3. \quad (2.193)$$

Τα μέχρι στιγμής υπάρχοντα δεδομένα δεν επιτρέπουν τον προσδιορισμό για το ποιο από τα ανωτέρω φάσματα πραγματοποιείται στην φύση.

Πειραματικές τιμές των παραμέτρων ταλάντωσης

Καταρχάς, εισάγουμε τους ορισμούς ηλιακές και ατμοσφαιρικές διαφορές τετραγωνικών μαζών Δm_{sol}^2 και Δm_{atm}^2 , αντίστοιχα. Και για τα δύο φάσματα έχουμε $\Delta m_{12}^2 = \Delta m_{sol}^2$. Για ένα NS (IS) φάσμα έχουμε $\Delta m_{23}^2 = \Delta m_{atm}^2$ ($|\Delta m_{13}^2| = \Delta m_{atm}^2$).

Τα ηλιακά νετρίνα προέρχονται από την πυρηνική σύντηξη που δίνει ενέργεια στον Ήλιο και σε άλλα άστρα. Από την συνδυασμένη ανάλυση τριών νετρίνων όλων των δεδομένων από πειράματα ηλιακών νετρίνων και από το “Kamioka Liquid Scintillator Antineutrino Detector” (KamLAND) οι ηλιακές παράμετροι θ_{13} έχουν μετρηθεί [42]:

$$\Delta m_{sol}^2 = \Delta m_{21}^2 \sim 7.50_{-0.20}^{+0.19} \times 10^{-5} \text{eV}^2 \quad (2.194)$$

$$\tan^2 \theta_{sol} = \tan^2 \theta_{12} \sim 0.452_{-0.033}^{+0.035}, \quad (2.195)$$

και:

$$\sin^2 \theta_{13} = 0.020 \pm 0.016. \quad (2.196)$$

Πειράματα με ατμοσφαιρικά νετρίνα όπως το “Super - Kamioka Nucleon Decay Experiment” (Super-KamiokaNDE) μαζί με τα “KEK to Kamioka” (K2K) και “Main Injector Neutrino Oscillation Search” (MINOS) long baseline accelerator πειράματα νετρίνων έχουν προσδιορίσει τις ατμοσφαιρικές παραμέτρους [43]. Από την ανάλυση δυο νετρίνων του MINOS $\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$, είχαμε τις ακόλουθες τιμές:

$$\Delta m_{atm}^2 = |\Delta m_{31}^2| \approx |\Delta m_{32}^2| = 2.32_{-0.08}^{+0.12} \times 10^{-3} \text{eV}^2 \quad (2.197)$$

και:

$$\sin^2 (2\theta_{atm}) = \sin^2 (2\theta_{23}) > 0.90. \quad (2.198)$$

Η τελευταία γωνία μίξης θ_{13} η οποία μετρήθηκε από το “Daya Bay Experiment” [44], και το “Reactor Experiment for Neutrino Oscillations” (RENO) δίνουν μια 5.2σ απόδειξη για μια μη μηδενική τιμή του θ_{13} η οποία επαληθεύει τις προηγούμενες μετρήσεις από το “Tokai to Kamioka” (T2K) [45], MINOS [46] και “Double Chooz” [47]:

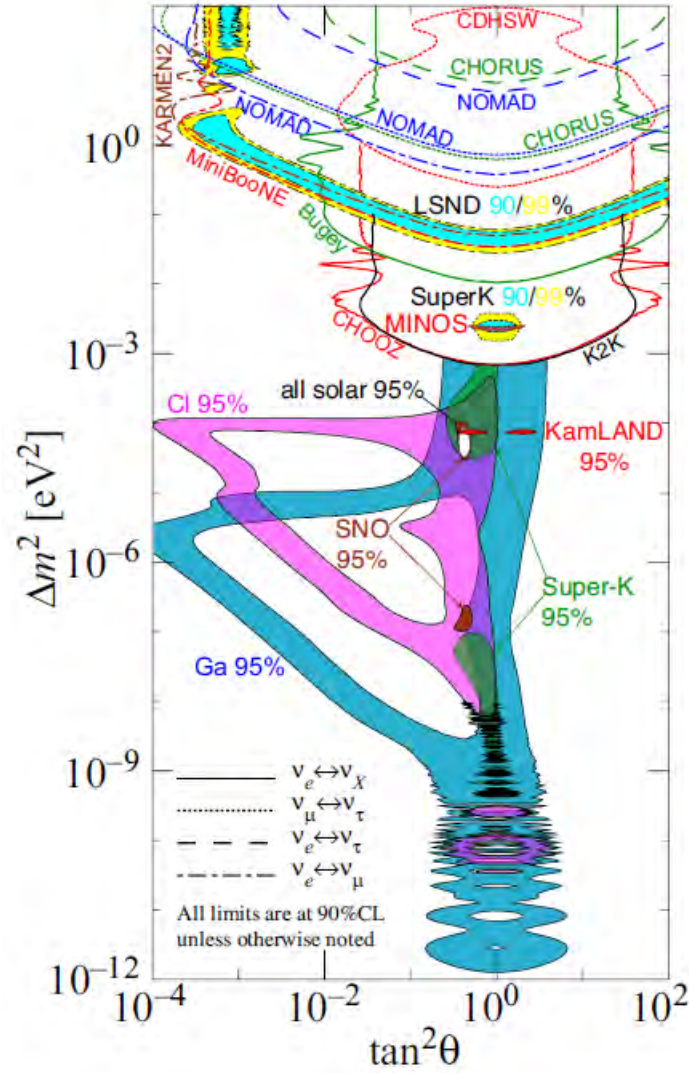
$$\sin^2 (\theta_{13}) = 0.024 \pm 0.004. \quad (2.199)$$

Στο Σχ. 2.16, μπορούμε να δούμε τις περιοχές που επιτρέπονται ή απορρίπτονται για τις παραμέτρους ταλάντωσης των νετρίνων από τα διάφορα πειράματα. Οι παράμετροι ταλάντωσης δ , α_1 , α_2 , το πρόσημο Δm_{32}^2 καθώς και οι απόλυτες τιμές των μαζών των νετρίνων είναι μέχρι στιγμής άγνωστα.

2.4.2 CP πρόβλημα

Αν εξετάσουμε την λαγκρατζιανή της QCD:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - \frac{n_f g^2 \theta}{32\pi^2} F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu} + \bar{\psi} (i\gamma^\mu D_\mu - m e^{i\theta' \gamma_5}) \psi \quad (2.200)$$



Σχήμα 2.16: Περιοχές που επιτρέπονται ή απορρίπτονται για τις παραμέτρους ταλάντωσης των νετρίνων από διάφορα πειράματα βασιζόμενοι σε ανάλυση δύο γεύσεων νετρίνων [48].

θα παρατηρήσουμε πως αυτή περιέχει φυσικούς όρους οι οποίοι μπορούν να παραβιάσουν την συμμετρία CP . Το ΚΠ δηλαδή περιέχει μια σταθερή γωνία θ η οποία δεν έχει κάποια προτεινόμενη τιμή. Υπολογισμοί στο πλαίσιο του ΚΠ έδειξαν όμως ότι αν η θ -παράμετρος στην Εξ. 2.200 δεν έχει μηδενική τιμή, τότε προκύπτει ότι η συμμετρία CP μπορεί να παραβιαστεί. Δηλαδή, η ισχυρή πυρηνική δύναμη θα διατηρούσε την συμμετρία CP μόνο αν η θ -παράμετρος μηδενιζόταν.

Η γωνία αυτή όμως επηρεάζει τον τρόπο με τον οποίο φαίνεται να κατανέμεται το ηλεκτρικό φορτίο στο νετρόνιο. Συγκεκριμένα, η παραβίαση της CP συμμετρίας έχει ως άμεση συνέπεια την ύπαρξη μετρήσιμης EDM στο νετρόνιο κάτι όμως που

δεν έχει παρατηρηθεί. Για την ακρίβεια το πειραματικό όριο είναι:

$$|d_n| < 10^{-25} e \cdot cm \quad (2.201)$$

Αλλά δεδομένου ότι:

$$d_n \sim 10^{-16} \theta e \cdot cm \quad (2.202)$$

προκύπτει για την θ -παράμετρο:

$$|\theta| < 10^{-9} \quad (2.203)$$

Δηλαδή, οι παρατηρήσεις μας μετρώντας αυτή την κατανομή φορτίου μας δείχνουν ότι η γωνία είναι μηδέν με ακρίβεια ενός δισεκατομμυρίου, δηλαδή η συμμετρία CP διατηρείται στις ισχυρές αλληλεπιδράσεις. Όμως, λόγω κβαντικών φαινομένων η τιμή της θ -παραμέτρου δεν μπορεί να είναι τόσο κοντά στο μηδέν. Έτσι, πρέπει να υπάρχει μια βαθύτερη εξήγηση για αυτό το πρόβλημα φυσικότητας το οποίο είναι γνωστό σαν *πρόβλημα θ ή Ισχυρό Πρόβλημα CP* .

Επίσης, στις υψηλές ενέργειες η μη διατήρηση της CP συμμετρίας ευθύνεται για την ασυμμετρία της παρουσίας ύλης και αντιύλης στο παρατηρούμενο Σύμπαν. Δηλαδή, η παραβίαση CP , οδηγεί σε διαφορετική συμπεριφορά των σωματιδίων ύλης και αντιύλης, το οποίο είναι ένα σημείο που ίσως αποδειχτεί “κλειδί” στην εξήγηση της *ασυμμετρίας ύλης και αντιύλης* στο Σύμπαν. Λίγο μετά τη *Μεγάλη Έκρηξη - ME (Big Bang)*, το Σύμπαν αποτελούνταν από ίσες ποσότητες ύλης και αντιύλης, και δίχως την παραβίαση CP οι δύο μορφές ύλης θα είχαν εξαϋλωθεί, δημιουργώντας ένα Σύμπαν γεμάτο μονάχα από ενέργεια. Όμως, το γεγονός ότι παρατηρούμε ύλη και όχι αντιύλη αυτό σημαίνει ότι πρέπει να υπήρχε μια ασυμμετρία ανάμεσα στις δυο αυτές μορφές ύλης, δηλαδή πρέπει η CP συμμετρία να παραβιάζεται για να μπορεί το Σύμπαν να υπάρχει στην μορφή που το παρατηρούμε σήμερα.

Η πιο διαδομένη λύση για αυτό το πρόβλημα δόθηκε από τους Helen Quinn και Roberto Peccei το 1977 [49, 50], οι οποίοι έδειξαν ότι σπάζοντας την ολική συμμετρία $U(1)_{PQ}$ στην κλίμακα f_a (η οποία ονομάζεται *κλίμακα Peccei-Quinn*, ή *σταθερά διάσπασης αξιονίου*) τότε η θ -παράμετρος, ανάγεται από σταθερά σε δυναμικό κβαντικό πεδίο, το οποίο ονομάζεται *αξιονικό πεδίο*, και έτσι η τιμή της μηδενίζεται μέσω κάποιας φυσικής διαδικασίας. Απόρροια όμως του νέου πεδίου ήταν η ύπαρξη ενός νέου ψευδοβαθμωτού σωματιδίου, του *αξιονίου (axion)* [51, 52]. Στην ουσία δηλαδή το αξιονικό πεδίο είναι μια αναπόφευκτη συνέπεια της πρότασης Peccei - Quinn προκειμένου να εξηγηθεί το σπάσιμο της CP συμμετρίας. Συγκεκριμένα, το αξιονικό πεδίο $a(x)$, ακυρώνει τον όρο της Εξ. 2.200 που παραβιάζει την CP συμμετρία. Το

ψευδοβαθμωτό πεδίο αλληλεπιδρά με τα γκλουόνια με βάση τον παραπάνω όρο και το θ αντικαθίσταται από τον παράγοντα $\theta - a(x)/f_a$. Τα μοντέλα που περιγράφουν αξιόνια με πολύ μικρή μάζα και χρόνο ζωής πρακτικά άπειρα ονομάζονται *μοντέλα αόρατων αξιονίων*. Το πρώτο χρονικά και απλούστερο μοντέλο ήταν το *KSVZ μοντέλο*. Το μοντέλο αυτό εισάγει νέα βαρέα φερμιόνια τα οποία έχουν φορτίο *Peccei - Quinn*, δηλαδή τον απαραίτητο χβαντικό αριθμό για την αλληλεπίδραση με τα αξιόνια. Το αξιόνιο που περιγράφει αυτό το μοντέλο ονομάζεται *αδρονικό*. Το δεύτερο μοντέλο είναι το *DFSZ μοντέλο*. Αυτό δεν απαιτεί επιπρόσθετα κουάρκ όπως το άλλο μοντέλο αφού τα γνωστά κουάρκ και λεπτόνια φέρουν φορτίο *Peccei - Quinn*. Η πρακτική διαφορά ανάμεσα στα δυο μοντέλα βασίζεται στο γεγονός ότι τα αξιόνια του δεύτερου μοντέλου μπορούν να αλληλεπιδρούν και με φορτισμένα λεπτόνια, εκτός από νουκλεόνια και φωτόνια, όπως προβλέπει το μοντέλο *KSVZ*. Η ύπαρξη αξιονίων προβλέπεται επίσης και από άλλες θεωρίες όπως στην θεωρία χορδών (βλέπε εδάφιο 5.2.1), ή σε ορισμένες μεγαλοενοποιημένες θεωρίες (βλέπε εδάφιο 3.1.2) ενώ στις θεωρίες της υπερσυμμετρίας (βλέπε Κεφ. 4) το αξιόνιο έχει και βαθμωτό και φερμιονικό υπερ-ταίρι. Το φερμιονικό υπερ-ταίρι του είναι το αξίνο ενώ το βαθμωτό ονομάζεται *s-άξιον*. Τα αξιόνια είναι ψευδοβαθμωτά μποζόνια, έχουν μηδενικό σπιν, μηδενικό φορτίο και δεν υπακούουν στην *CP* συμμετρία. Αλληλεπιδρούν 10^{10} φορές πιο ασθενικά με την ύλη από ότι το νετρίνο άρα στην ουσία αλληλεπιδρούν μόνο βαρυτικά με την ύλη, γεγονός που καθιστά την ανίχνευση τους εξαιρετικά δύσκολη, αλλά ταυτόχρονα τα καθορίζει ως βασικούς υποψηφίους της *ΣΥ* [53] (βλέπε εδάφιο 2.4.5).

2.4.3 Ελεύθερες παράμετροι

Οι Cabibo-Kobayashi-Maskawa πρότειναν το 1973 6 τύπους κουάρκ αντί για την μέχρι πρότινος πεποίθηση για 4, τα οποία κατανέμονται σε τρεις ομάδες. Οπότε, τα φορτισμένα ρεύματα θα γράφονται στην μορφή:

$$J_{\varphi op}^{\mu} = (\bar{u}\bar{c}\bar{t}) \gamma^{\mu} P_L \begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = (\bar{u}\bar{c}\bar{t}) \gamma^{\mu} P_L V \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} \quad (2.204)$$

όπου ο πίνακας V είναι ένας 3×3 μοναδιαχός πίνακας. Έτσι, οι Cabibo, Kobayashi και Maskawa πρότειναν για την πιθανότητα μετάβασης από το ένα κουάρκ j στο άλλο

ο τον λεγόμενο *Cabibbo-Kobayashi-Maskaw (CKM)* πίνακα:

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}s_3 & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{-i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \quad (2.205)$$

όπου $c_{ij} = \cos \theta_{ij}$ και $s_{ij} = \sin \theta_{ij}$ με $i, j = 1, 2, 3$, οι τρεις γωνίες μίξης και δ η σχετική φάση. Μπορούμε να διαλέξουμε τις πραγματικές γωνίες $\theta_{12}, \theta_{23}, \theta_{13}$ να βρίσκονται στο πρώτο τεταρτημόριο, δηλαδή $0 \leq \theta_{12}, \theta_{23}, \theta_{13} \leq \frac{\pi}{2}$. Επίσης, το c_{13} βρίσκουμε πειραματικά ότι αποκλίνει από την μονάδα μόνο στο πέμπτο δεκαδικό ψηφίο, και άρα έχουμε ότι $|V_{us}| = s_{12}$, $|V_{ub}| = s_{13}$ και $|V_{cb}| = s_{23}$. Τέλος, η φάση δ βρίσκεται στην περιοχή $0 \leq \delta \leq 2\pi$.

Οι τιμές των διαφόρων στοιχείων του πίνακα CKM προσδιορίζονται από τις ασθενείς διασπάσεις των σχετικών κουάρκ αλλά και από τις “βαθιά” ανελαστικές σκεδάσεις των νετρίνων. Οπότε, οι σημερινές τιμές του μέτρου των διαφόρων στοιχείων του πίνακα είναι [19]:

$$\begin{pmatrix} 0.97427 \pm 0.00014 & 0.222536 \pm 0.00061 & 0.00355 \pm 0.00015 \\ 0.22522 \pm 0.00061 & 0.97343 \pm 0.00015 & 0.0414 \pm 0.0012 \\ 0.00886^{+0.00033}_{-0.00032} & 0.0405^{+0.0011}_{-0.0012} & 0.99914 \pm 0.00005 \end{pmatrix} \quad (2.206)$$

Αυτές αντιστοιχούν σε τιμές των γωνιών $s_{12} = 0.218 - 0.224$, $s_{23} = 0.032 - 0.048$ και $s_{13} = 0.002 - 0.005$. Μπορούμε έτσι να διακρίνουμε πως οι μεταβάσεις από οικογένεια σε οικογένεια κατά μια μονάδα είναι μικρές, ενώ οι μεταβάσεις από οικογένεια σε οικογένεια κατά δύο μονάδες είναι ακόμα μικρότερες.

Οπότε, συνοψίζοντας, βλέπουμε ότι στο ΚΠ υπάρχουν 18 ανεξάρτητες παράμετροι των οποίων οι τιμές μπορούν να προσδιοριστούν μόνο πειραματικά. Αυτές συγκεντρωτικά είναι:

- 3 σταθερές ζεύξης: g_1, g_2, g_3 ή ισοδύναμα $e, \sin \theta_W, g_3 \equiv g_s$.
- 2 μάζες μποζονίων βαθμίδας: M_W, M_Z .
- 3 μάζες λεπτονίων: m_e, m_μ, m_τ .
- 6 μάζες κουάρκ: $m_u, m_d, m_c, m_s, m_t, m_b$.

- 4 παράμετροι πίνακα CKM: $\theta_{12}, \theta_{23}, \theta_{13}, \delta$.

Αν προσθέσουμε επίσης τις 4 παραμέτρους από τον PMNS πίνακα της Εξ. 2.184, $\theta_{12}, \theta_{23}, \theta_{13}$, και την φάση παραβίασης CP , δ_{CP} , καθώς και την μάζα του μποζονίου Higgs, m_H , την τιμή της VEV Higgs, v αλλά και την θ -παράμετρο της Εξ. 2.200, της QCD, έχουμε συνολικά 25 ελεύθερες παραμέτρους για τις τιμές των οποίων οι τιμές δεν υπολογίζονται θεωρητικά.

2.4.4 Το πρόβλημα της ιεραρχίας

Στην σωματιδιακή φυσική το πρόβλημα της ιεραρχίας ανάγεται στο ερώτημα γιατί η ασθενής αλληλεπίδραση είναι 10^{32} φορές ισχυρότερη από την βαρύτητα. Πιο τεχνικά το ερώτημα γίνεται γιατί το μποζόνιο Higgs είναι τόσο ελαφρύτερο από ότι η μάζα του Planck. Από την θεωρία αναμένεται πως οι μεγάλες χβαντικές διορθώσεις στο τετράγωνο της μάζας του Higgs, θα έκαναν την μάζα τεράστια, συγκρίσιμη με την κλίμακα στην οποία εμφανίζεται νέα φυσική, εκτός αν υπάρχουν απίστευτες λεπτές ρυθμίσεις που “ακυρώνουν” τις τετραγωνικές διορθώσεις στην μάζα του Higgs.

Συγκεκριμένα, ότι οι χβαντικές διορθώσεις στο τετράγωνο της μάζας του μποζονίου Higgs λόγω των χβαντικών διορθώσεων ενός βρόγχου, αποκλίνουν τετραγωνικά ως προς την σταθερά αποκοπής Λ η οποία χαρακτηρίζει το όριο της ενέργειας πάνω από την οποία αρχίζει να εκδηλώνεται η “νέα φυσική” πέρα από το ΚΠ:

$$\delta m_{H,W}^2 = O\left(\frac{g^2}{16\pi^2}\right) \int_0^\Lambda \frac{d^4k}{k^2} = O\left(\frac{a}{\pi}\right) \Lambda^2 \quad (2.207)$$

Αν δεν υπάρχει “νέα φυσική” πριν την ενέργεια της μάζας Planck $M_P \sim 10^{18} \text{GeV}$, τότε αναγκαστικά πρέπει να θεωρήσουμε ότι $\Lambda \rightarrow M_P$. Οπότε, για τέτοιες μεγάλες τιμές του Λ οι διορθώσεις στην μάζα του Higgs είναι περίπου 30 τάξεις μεγέθους μεγαλύτερες από τις φυσικές τιμές των μαζών m_H και m_W πράγμα που είναι αφύσικο. Για αυτό το πρόβλημα αυτής της απόκλισης που εμφανίζεται ονομάζεται και *πρόβλημα της φυσικότητας* [54].

Οι βασικές τετραγωνικές αποκλίσεις που συνεισφέρουν στην μάζα του Higgs στο ΚΠ, όπως φαίνεται και στο Σχ. 2.17, είναι κυρίως από [55]:

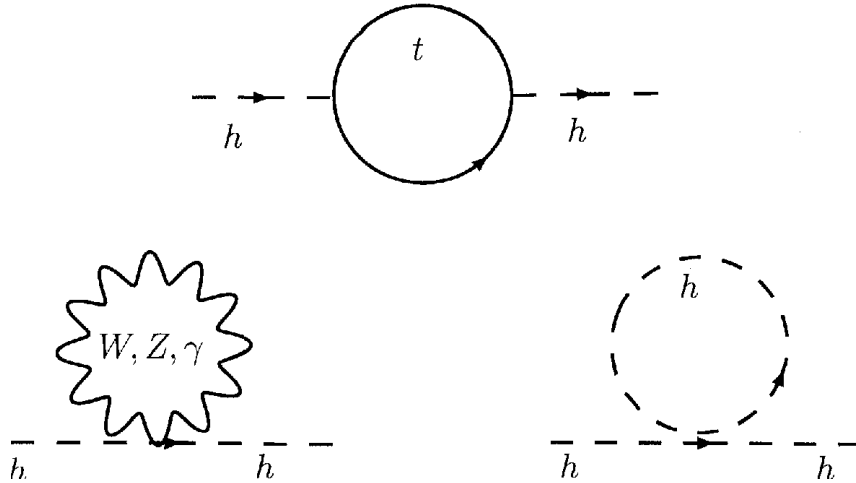
- Μονού βρόγχου διαγράμματα με top κουάρκ, όπου $-\frac{3}{8\pi^2} \lambda_t^2 \Lambda^2 \sim -(2 \text{TeV})^2$.
- Μονού βρόγχου $SU(2) \times U(1)$ μποζόνια βαθμίδας, όπου $\frac{9}{64\pi^2} g^2 \Lambda^2 \sim (700 \text{GeV})^2$.

- Του ιδίου του Higgs που “τρέχει” στον βρόγχο, όπου $\frac{1}{16\pi^2}\lambda^2\Lambda^2 \sim (500\text{GeV})^2$.

Όλα τα υπόλοιπα διαγράμματα έχουν μικρότερη συνεισφορά επειδή εμπεριέχουν μικρές σταθερές ζεύξης. Η ολική μάζα του Higgs στο τετράγωνο περιλαμβάνει το άθροισμα των συνεισφορών από αυτούς τους βρόγχους καθώς και μια επιπέδου δένδρου (*tree level*) παράμετρο μάζας στο τετράγωνο, δηλαδή:

$$m_H^2 = m_{tree}^2 - [100 - 10 - 5] (200\text{GeV})^2 \quad (2.208)$$

Οπότε, για να έχει το Higgs μάζα μερικά GeV όπως έχει ήδη βρεθεί, απαιτείται λεπτή ρύθμιση των *tree level* παραμέτρων της τάξης $g^2 \sim O(10^{-28})$. Δηλαδή, για να αποκτήσουμε αναμενόμενη τιμή κενού (*Vacuum Expectation Value - VEV*) για το Higgs στην ασθενή κλίμακα με λεπτές ρυθμίσεις μέχρι 10%, οι τρεις βρόγχοι πρέπει να αποκόπτονται στις εξής κλίμακες: $\Lambda_{top} \leq 2\text{TeV}$, $\Lambda_{gauge} \leq 5\text{TeV}$ και $\Lambda_{Higgs} \leq 10\text{TeV}$.



Σχήμα 2.17: Οι τετραγωνικές αποκλίσεις που συνεισφέρουν στην μάζα του Higgs από το top κουάρκ, τα μποζόνια βαθμίδας και το ίδιο το Higgs σε μονούς βρόγχους στο ΚΠ.

Αν θεωρήσουμε πιο συγκεκριμένα τις γενικές συνεισφορές από ένα βαρύ φερμιόνιο στις κβαντικές διορθώσεις της μάζας του βαθμωτού Higgs $\phi = \text{Re}(H - u)/\sqrt{2}$ στο ΚΠ (βλέπε Σχ. 2.18), όπου έχουμε την ζεύξη λ_f για τον όρο $H f \bar{f}$, τότε οι διορθώσεις

δίνονται από:

$$\begin{aligned}
 \Pi_{\phi\phi}^f(0) &= -(\mu^2)^{(2-\omega)} N(f) \int \frac{d^{2\omega}l}{(2\pi)^{2\omega}} \text{Tr} \left[\left(i \frac{\lambda_f}{\sqrt{2}} \right) \frac{i}{l - m_f} \left(i \frac{\lambda_f}{\sqrt{2}} \right) \frac{i}{l - m_f} \right] = \\
 &= -2(\mu^2)^{(2-\omega)} N(f) \lambda_f^2 \int \frac{d^{2\omega}l}{(2\pi)^{2\omega}} \frac{l^2 + m_f^2}{(l^2 - m_f^2)^2} = \\
 &= -2N(f) \lambda_f^2 \int \frac{d^{2\omega}l}{(2\pi)^{2\omega}} \left[\frac{1}{l^2 - m_f^2} + \frac{2m_f^2}{(l^2 - m_f^2)^2} \right] = \\
 &= 2N(f) i \frac{\lambda_f^2}{4\pi^2} m_f^2 \left[\frac{3}{\varepsilon} + 1 + 3 \log \frac{\mu^2}{m_f^2} \right]
 \end{aligned} \tag{2.209}$$

όπου $N(f)$ είναι ένας πολλαπλασιαστικός παράγοντας που έχει να κάνει με το χρώμα του φερμιονίου f (για παράδειγμα $N(t) = 3$). Ο πρώτος όρος της τελευταίας σειράς της Εξ. 2.209 αποκλίνει τετραγωνικά. Δηλαδή, αν λύσουμε τα ολοκληρώματα βάζοντας σαν πάνω όριο το $\Lambda \sim M_{Pl}$ τότε θα πάρουμε:

$$\delta m_\phi^2 = -2N(f) \frac{\lambda_f^2}{4\pi^2} M_{Pl}^2 \tag{2.210}$$

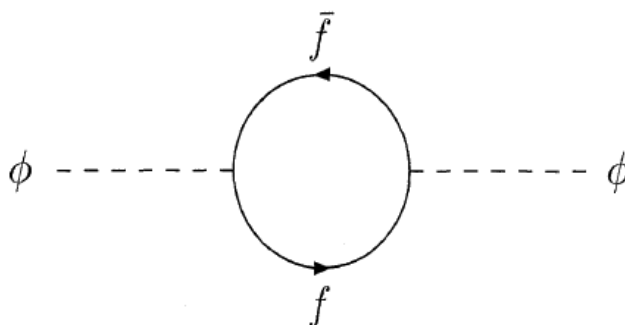
και οι χβαντικές διορθώσεις στην μάζα του Higgs είναι 30 τάξεις μεγέθους μεγαλύτερες από την μάζα του. Οι τετραγωνικές αποκλίσεις είναι καταστροφικές σε σχέση με τις λογαριθμικές. Επίσης, το αποτέλεσμα της Εξ. 2.209 του Σχ. 2.18 δεν εξαρτάται καθόλου από την γυμνή μάζα του πεδίου Higgs m_ϕ . Αυτό συνδέεται με το γεγονός ότι για $m_\phi = 0$ δεν έχουμε αύξηση της ομάδας συμμετρίας του μοντέλου. Έτσι, δεν υπάρχει μια συμμετρία που να προστατεύει την μάζα του Higgs από μεγάλες χβαντικές διορθώσεις όπως για παράδειγμα υπάρχει η συμμετρία βαθμίδας $U(1)$ για το φωτόνιο.

Θα μπορούσε κανείς να μην δώσει φυσική σημασία στην ενέργεια Λ και να ακολουθήσει το συνηθισμένο πρόγραμμα επακανονικοποίησης. Έτσι, από την Εξ. 2.209 βλέπουμε ότι οι χβαντικές διορθώσεις θα είναι:

$$\delta m_\phi^2 = 2N(f) \frac{\lambda_f^2}{4\pi^2} m_f^2 \left[1 + 3 \log \frac{\mu^2}{m_f^2} \right] \tag{2.211}$$

Εάν το m_f είναι η μάζα κάποιο φερμιονίου του ΚΠ τότε η Εξ. 2.211 δίνει μικρές διορθώσεις στην μάζα του πεδίου Higgs. Το ΚΠ όμως είναι μια ενεργή θεωρία πεδίου η οποία περιγράφει την φυσική των στοιχειωδών σωματιδίων στις χαμηλές ενέργειες. Στην περιοχή των υψηλών ενεργειών πιστεύεται πως υπάρχει μια άλλη θεμελιώδης

θεωρία όπως κάποια GUT, όπως θα δούμε στην συνέχεια. Τότε θα μπορούσε η μάζα του φερμιονίου να είναι της τάξης της ενέργειας αυτής και οι χβαντικές διορθώσεις στην μάζα του Higgs να είναι τεράστιες. Έτσι, όπως ήδη αναφέραμε, για να λυθεί το πρόβλημα αυτό θα πρέπει να θεωρηθεί μια αφύσικη λεπτή ρύθμιση των παραμέτρων της θεωρίας.



Σχήμα 2.18: Συνεισφορά από φερμιόνια και αντι-φερμιόνια στον διαδότη του μποζονίου Higgs στο ΚΠ.

2.4.5 Σκοτεινή ύλη και σκοτεινή ενέργεια

Παρατηρήσεις στο Σύμπαν υποδεικνύουν πως μόνο το 4% της συνολικής μάζας του Σύμπαντος μπορεί να είναι ορατό, δηλαδή βαρυονική ύλη. Περίπου το 23% υπολογίζεται ότι αποτελείται από Σκοτεινή Ύλη - ΣΥ (*Dark Matter*) και το υπόλοιπο 73% από Σκοτεινή Ενέργεια - ΣΕ (*Dark Energy*). Δηλαδή, το 96% του Σύμπαντος μας είναι “σκοτεινό”. Οι λόγοι που μας οδήγησαν στην υπόθεση ύπαρξης της ΣΥ είναι διάφοροι και βασίζονται σε ένα πλήθος θεωρητικών και παρατηρησιακών δεδομένων, όπως θα δούμε εν συντομία παρακάτω. Το ΚΠ, σύμφωνα με τα όσα έχουμε μέχρι στιγμής δει στις προηγούμενες ενότητες, δεν κάνει καμία πρόβλεψη για την ύπαρξη αυτών των φυσικών ποσοτήτων ούτε μπορεί να τα εξηγήσει με βάση το σωματιδιακό περιεχόμενο του. Οπότε, υπάρχει ανάγκη για την εύρεση άλλων θεωριών που θα περιλαμβάνουν στις προβλέψεις τους, αλλά και θα εξηγούν με φυσικές διαδικασίες, την ύπαρξη αυτού το 96% του Σύμπαντος μας.

Βασικές ενδείξεις για σκοτεινή ύλη

Η πρώτη παρατήρηση έγινε το 1933 όταν ο αστρονόμος Fritz Zwicky [56, 57] από το California Institute of Technology, μελετώντας την κίνηση μιας ομάδας γαλαξι-

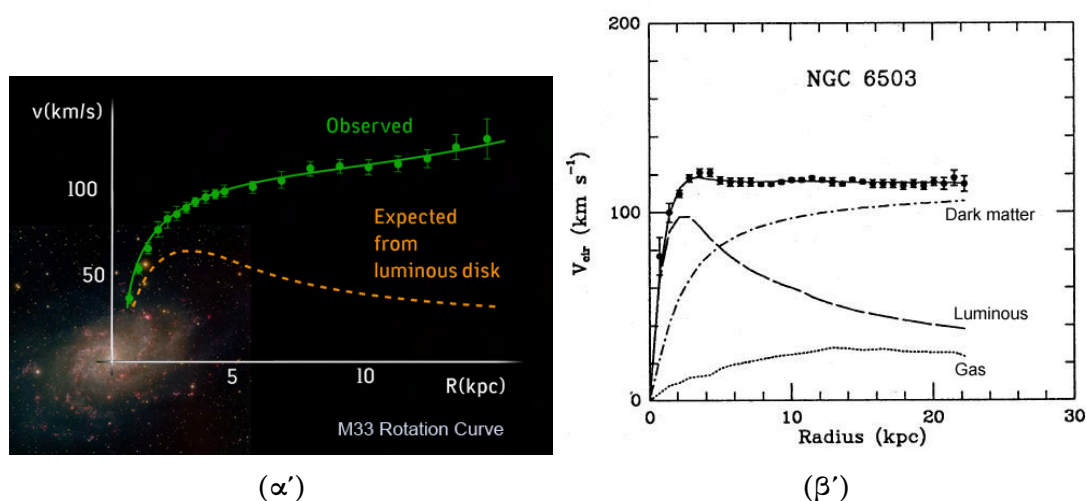
ών στην Κόμη της Βερενίκης μέσω ερυθρομετατόπισης παρατήρησε ότι οι σχετικές τροχιακές τους ταχύτητες ήταν υπερβολικά μεγάλες, της τάξης των 7000 km/sec . Αυτό όμως σημαίνει ότι η βαρυτική έλξη λόγω της ορατής ύλης στο εσωτερικό των γαλαξιών δεν επαρκεί για να τους συγκρατήσει. Ο Zwicky υπολόγισε την μάζα του εκάστοτε γαλαξία του σμήνους βασιζόμενος στην λαμπρότητα του, και έτσι στην συνέχεια άθροισε όλες τις γαλαξιακές μάζες για να υπολογίσει η συνολική μάζα του σμήνους. Στην συνέχεια ακολούθησε και έναν δεύτερο ανεξάρτητο υπολογισμό της συνολικής μάζας του σμήνους μέσω του *θεωρήματος virial* από μετρήσεις της διασποράς ταχυτήτων των γαλαξιακών μελών και της ακτίνας του πυρήνα του χώρου όπου είναι κατανομημένοι. Ο Zwicky παρατήρησε πως αυτός ο δεύτερος δυναμικός υπολογισμός της μάζας του σμήνους ήταν 400 φορές μεγαλύτερος από τον αρχικό του υπολογισμό που βασιζόταν στην λαμπρότητα των γαλαξιών. Το φαινόμενο αυτό επιβεβαιώθηκε το 1937 από τον Sinclair Smith ο οποίος παρατήρησε επίσης πολύ μεγάλες ταχύτητες στο σμήνος της Κόμης της Βερενίκης. Με αυτόν τον τρόπο οι Zwicky και Smith διαπίστωσαν πως πρέπει να υπάρχει μάζα τουλάχιστον δεκαπλάσια της ορατής ύλης στους γαλαξίες αυτούς έτσι ώστε να μπορεί δικαιολογήσει αυτές τις τροχιακές ταχύτητες.

Ένα ακόμα παρατηρησιακό δεδομένο το οποίο υπέδειξε την ανάγκη ύπαρξης της ΣΥ προκύπτει από τις *καμπύλες περιστροφής* των σπειροειδών γαλαξιών. Οι σπειροειδείς γαλαξίες περιλαμβάνουν ένα μεγάλο πλήθος από αστέρες που διαγράφουν τροχιές σχεδόν κυκλικές γύρω από το γαλαξιακό κέντρο. Όπως ισχύει και για τις τροχιές των πλανητών, έτσι και οι αστέρες με μεγαλύτερες γαλαξιακές τροχιές έχουν μικρότερες τροχιακές ταχύτητες όπως προκύπτει από τον τρίτο νόμο του Kepler.

$$v(r) = \sqrt{\frac{GM(r)}{r}} \quad (2.212)$$

Η Αμερικανή αστρονόμος Vera Rubin, εκτελώντας φασματικές μετρήσεις των γαλαξιών σε συστήματα σπειροειδών γαλαξιών κατέληξε στο γεγονός ότι οι καμπύλες περιστροφής παραμένουν σταθερές μέχρι το όριο του φωτεινού δίσκου [58]. Το αποτέλεσμα αυτό είναι αντίθετο με την αναμενόμενη φθίνουσα μορφή της καμπύλης και φαίνεται πως ισχύει για κάθε γαλαξία ανεξάρτητα του σχήματος και του περιβάλλοντος του όπως φαίνεται στο Σχ. 2.19. Οι παρατηρήσεις της Rubin επιβεβαιώθηκαν και από άλλους αστρονόμους για διάφορα συστήματα σπειροειδών γαλαξιών, οι οποίοι διαπίστωσαν ότι σε καμία περίπτωση δεν ακολουθείται ο τρίτος νόμος του Kepler [59]. Δηλαδή, αντί να μειώνονται σε μεγάλες ακτίνες, οι τροχιακές ταχύτητες

των αστέρων σε αυτά τα συστήματα παραμένουν απόλυτα σταθερές (βλέπε Σχ. 2.20) γεγονός που υποδηλώνει ότι η μάζα που περιλαμβάνουν οι τροχιές μεγάλων ακτίνων αυξάνεται. Το γεγονός αυτό ισχύει και για αστέρες που βρίσκονται σχετικά κοντά στα όρια του γαλαξία. Αν και βρίσκονται κοντά στα άκρα του φωτεινού τμήματος του γαλαξία, το τμήμα αυτό έχει μια κατανομή μάζας που φαινομενικά συνεχίζει πολύ πέρα από τις περιοχές στις οποίες βρίσκονται αστέρες. Έτσι, από τον συνδυασμό φασματοσκοπικών και ορατών παρατηρήσεων φαίνεται πως τουλάχιστον το 70 – 80% της ύλης τέτοιων συστημάτων είναι σκοτεινή και βρίσκεται έξω από την περιοχή στην οποία εκπέμπεται το μεγαλύτερο ποσοστό του φωτός σε αποστάσεις τουλάχιστον δεκαπλάσιες από εκείνες της ορατής ύλης. Τέλος, η ΣΥ κατανέμεται διαφορετικά από την ορατή ύλη καθώς βρίσκεται σε μια εκτεταμένη “άλω” η οποία περιβάλλει τον γαλαξία.



Σχήμα 2.19: Τα πράσινα σημεία στο διάγραμμα αντιστοιχούν στις παρατηρούμενες ταχύτητες των αντικειμένων που βρίσκονται σε τροχιά γύρω από τον νάνο σπειροειδή γαλαξία M33 σαν συνάρτηση της απόστασης τους από το κέντρο του γαλαξία. Η κάτω καμπύλη στο διάγραμμα (διακεκομμένη γραμμή) δείχνει την αναμενόμενη ταχύτητα των αντικειμένων στον M33 ανάλογα με την φωτεινή ύλη στον γαλαξία. Η πράσινη γραμμή είναι η αναμενόμενη ταχύτητα για τα περιφερόμενα αντικείμενα αν υπάρχει ΣΥ στον M33.

Σχήμα 2.20: Καμπύλη περιστροφής του γαλαξία NGC 6503 που μελετήθηκε από τους Begeman, Broels και Sanders (1991), όπου φαίνονται και οι συνεισφορές στην καμπύλη από αέρια, φωτεινή ύλη - δίσκο και ΣΥ στην άλω.

Ένας επίσης βασικός λόγος, είναι από τον προσδιορισμό της γεωμετρίας του Σύμπαντος. Το ποσό της βαρυονικής ύλης που υπάρχει στο Σύμπαν δεν είναι ε-

ύκολο να υπολογιστεί εξ ολοκλήρου από την ακτινοβολία που εκπέμπει. Για αυτό τον λόγο βασιζόμαστε στις θεωρίες της πρώιμης πυρηνοσύνθεσης για την δημιουργία των ελαφρών στοιχείων. Έτσι, προκύπτει ότι η πυκνότητα της βαρυονικής ύλης είναι περίπου:

$$\Omega_B = 0.0449 \pm 0.0028 \quad (2.213)$$

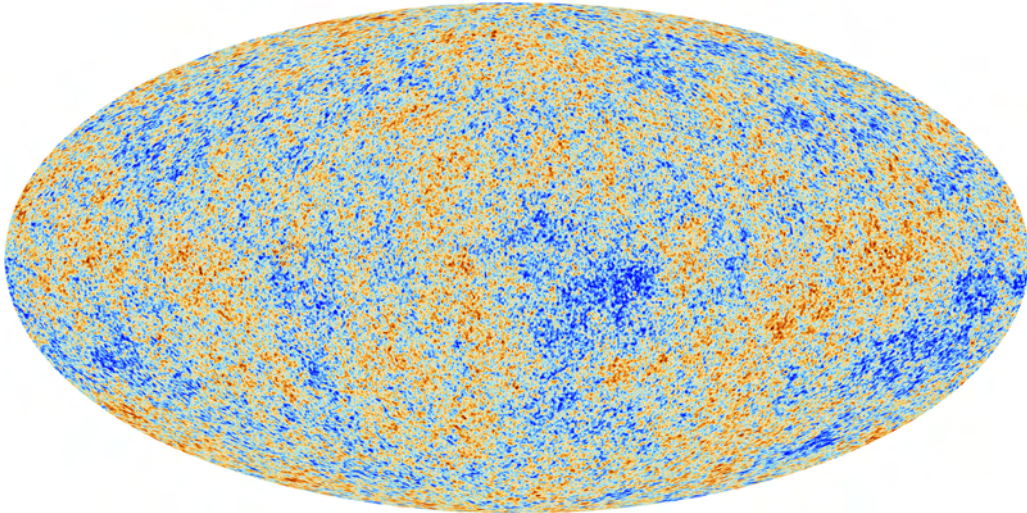
Αλλά από παρατηρήσεις μέσω της *κοσμικής μικροκυματικής ακτινοβολίας υποβάθρου* (KAM) από δορυφόρους όπως ο “Cosmic Background Explorer” (COBE) και ο “Wilkinson Microwave Anisotropy Probe” (WMAP) αλλά και από τον πρόσφατο “Planck” προκύπτει ότι η τιμή της κοσμολογικής παραμέτρου Ω είναι [60]:

$$\Omega_0 = 1.02 \pm 0.02 \quad (2.214)$$

Άρα, η ορατή ύλη παρέχει μόνο 1 – 2% της μάζας που χρειάζεται για να είναι το Σύμπαν μας κλειστό. Η συνολική πυκνότητα ύλης (βαρυονικής και μη βαρυονικής) στο Σύμπαν συμπεριλαμβανομένης και της ΣΥ των ορατών γαλαξιών υπολογίζεται από τις μετρήσεις του WMAP σε:

$$\Omega_M = \Omega_B + \Omega_{SY} = 0.267 \pm 0.026 \quad (2.215)$$

Αλλά από τις διακυμάνσεις στην KAM βρήκαμε την τιμή 2.214, οπότε για να είναι το Σύμπαν μας κλειστό πρέπει να υπάρχει τουλάχιστον 50 – 100 φορές περισσότερη ποσότητα ΣΥ από αυτήν που έχουμε βρει με τις ανωτέρω μεθόδους [61].



Σχήμα 2.21: Διακυμάνσεις της θερμοκρασίας στην κοσμική ακτινοβολία υποβάθρου όπως μετρήθηκε από τον δορυφόρο Planck.

Γενικά χαρακτηριστικά της σκοτεινής ύλης

Από τις ανωτέρω παρατηρήσεις για την ύπαρξη ΣΥ καταλήγουμε στις εξής ιδιότητες τις οποίες πρέπει να έχει:

1. Να αλληλεπιδρά με την συνηθισμένη ύλη κυρίως βαρυτικά.
2. Να είναι ηλεκτρικά ουδέτερη, δηλαδή να μην αλληλεπιδρά ηλεκτρομαγνητικά αλλιώς θα είχε ανιχνευτεί άμεσα.
3. Να μπορεί να συμμετέχει στις ασθενείς αλληλεπιδράσεις.
4. Οι αλληλεπιδράσεις μεταξύ των σωματιδίων ΣΥ θα πρέπει να είναι πολύ μικρές. Η ενεργός διατομή θα πρέπει να είναι της τάξης μεγέθους $\sigma \simeq 10^{-24} \text{cm}^2$. Εάν υφίστατο αλληλεπίδραση μεταξύ σωματιδίων ΣΥ τότε αυτή θα καταστρεφόταν βαρυτικά.
5. Να βρίσκεται παντού μέσα στο Σύμπαν με μεγαλύτερη όμως συγκέντρωση στην άλω των γαλαξιών. Δηλαδή, η ΣΥ είναι ανόμοια κατανεμημένη στο Σύμπαν.
6. Να διαπερνά εύκολα πυκνή ύλη όπως τη Γη τον Ήλιο κλπ. Δηλαδή, η αλληλεπίδραση ανάμεσα σε βαρυονική και ΣΥ πρέπει να είναι ελάχιστη. Αν η ενεργός διατομή δεν ήταν μικρή τότε σήμερα θα είχαμε την ίδια κατανομή ΣΥ και βαρυονικής ύλης.

Βασικές ενδείξεις για σκοτεινή ενέργεια

Το γεγονός ότι το Σύμπαν διαστέλλεται και δεν είναι στατικό διατυπώθηκε από τον Βρετανό αστρονόμο Hubble ο οποίος βρήκε ότι όσο μεγαλύτερη είναι η απόσταση ενός γαλαξία από εμάς τόσο μεγαλύτερη κατά μέσο όρο τείνει να είναι η ταχύτητα απομάκρυνσης του από εμάς προς το ερυθρό. Σύμφωνα λοιπόν με τον νόμο του Hubble η ταχύτητα απομάκρυνσης ενός γαλαξία είναι ανάλογη της απόστασης του γαλαξία. Δηλαδή, το Σύμπαν διαστέλλεται με τέτοιο τρόπο ώστε η απόσταση μεταξύ δυο οποιωνδήποτε γαλαξιών να αυξάνει σταθερά με τον χρόνο. Φυσικά, η διαστολή σημαίνει ότι ο ίδιος ο χώρος ανάμεσα τους διαστέλλεται, και δεν απομακρύνονται απλά μεταξύ τους. Η μαθηματική έκφραση του νόμου του Hubble δίνεται από την σχέση:

$$v = H_0 r \quad (2.216)$$

όπου H_0 είναι η σταθερά του Hubble, v η ταχύτητα απομάκρυνσης και r η απόσταση.

Το 1998 δυο επιστημονικές ομάδες που δούλευαν στο πρόγραμμα “Κοσμολογία Σουπερνόβα” έφτασαν σε ένα παράξενο συμπέρασμα όταν μελετούσαν μακρινούς υπερκαινοφανείς τύπου Ια ως πρότυπα κεριά για την μέτρηση της απόστασης σε σχέση με την μετατόπιση προς το ερυθρό. Υποθέτουμε ότι σε κάθε γαλαξία τα αντικείμενα αυτά έχουν τα ίδια μέσα απόλυτα μεγέθη με τον δικό μας Γαλαξία και ίσο με $M = -19.3$. Οπότε, αφού γνωρίζουμε το απόλυτο μέγεθος τους μπορούμε να συσχετίσουμε το *σχετικό μέγεθος* τους m με την απόσταση r από τον τύπο:

$$m - M = 5 \log r - 5Au \quad (2.217)$$

Συνεπώς μετρώντας το σχετικό τους μέγεθος μπορούμε να υπολογίσουμε την απόσταση τους. Αυτού του τύπου οι υπερκαινοφανείς χρησίμευσαν για την μέτρηση του ρυθμού διαστολής του Σύμπαντος σε διαφορετικούς χρόνους κατά την εξέλιξή του. Όμως, όσο πιο απόμακροι είναι οι γαλαξίες τόσο πιο πίσω στο χρόνο τους βλέπουμε, και όπως προκύπτει από τον νόμο του Ηυββλε τόσο περισσότερο το φως τους μετατοπίζεται προς το ερυθρό μέρος του φάσματος, με βάση την σχέση:

$$r = \frac{c}{H_0} \left[\frac{(z+1)^2 - 1}{(z+1)^2 + 1} \right] \quad (2.218)$$

όπου z η ερυθρή μετατόπιση η οποία είναι ανάλογη της μετατόπισης του μήκους κύματος. Έτσι, μετρώντας την φωτεινότητα και την ερυθρή μετατόπιση των υπερκαινοφανών σε αυτούς του γαλαξίες μπορούμε να βρούμε το μέγεθος που είχε το Σύμπαν όταν έγινε η έκρηξη του υπερκαινοφανούς και συνεπώς το ρυθμό διαστολής του Σύμπαντος. Οι ομάδες αυτές διαπίστωσαν πως ο ρυθμός διαστολής του Σύμπαντος αντί να ελαττώνεται, αυξάνεται. Αυτό είναι αντίθετο με την θεωρητική πρόβλεψη, καθώς αφού η βαρύτητα η οποία είναι η κυρίαρχη μορφή δύναμης στο Σύμπαν είναι ελκτική, τότε ένα Σύμπαν από ύλη ή ακτινοβολία θα έπρεπε να διαστέλλεται επιβραδυνόμενα. Οι υπολογισμοί όμως των παρατηρήσεων έδειξαν ότι το Σύμπαν επιταχύνεται τα τελευταία 10^9 χρόνια. Άρα, πρέπει να υπάρχει μια νέα ουσία η οποία να προκαλεί βαρυτική άπωση και συνεπώς την επιταχυνόμενη διαστολή του Σύμπαντος. Η ουσία αυτή πήρε το όνομα ΣΕ από τον κοσμολόγο Michael Turner [62, 63].

Η δεύτερη ένδειξη για την ύπαρξη ΣΕ έγινε, όπως αναφέραμε, από την μελέτη της KAM [64] από όπου προκύπτει ότι για να έχουμε $\Omega_0 \simeq 1$ δεν αρκεί η ύπαρξη ΣΥ αλλά όπως φαίνεται και από την Εξ. 2.214 πρέπει να υπάρχει ένα επιπρόσθετο $\Omega_{\Sigma\Gamma} = 0.73$.

Γενικά χαρακτηριστικά της σκοτεινής ενέργειας

Από τις ανωτέρω παρατηρήσεις καταλήγουμε πως η ΣΕ πρέπει να έχει τις εξής χαρακτηριστικές ιδιότητες:

1. Πρέπει να ασκεί αρνητική πίεση. Όπως προκύπτει από την γενική σχετικότητα η δύναμη της βαρύτητας καθορίζεται από τον συνδυασμό της ενεργειακής πυκνότητας ρ και της πίεσης p από την σχέση $\rho + 3p$. Το άθροισμα αυτό ορίζει την συνολική βαρυτική ενέργεια της ύλης και όλες οι μέχρι στιγμής γνωστές μορφές ύλης έχουν $\rho + 3p > 0$, οι οποίες προκαλούν επιβράδυνση, για να έχουμε μια απωστική δύναμη και μια αρνητική πίεση θα πρέπει να ισχύει $\rho + 3p < 0$.
2. Η ΣΕ δεν έχει μάζα και διαδίδεται ομοιόμορφα σε όλα το διάστημα όπου δρα ως ένα είδος απωστικής δύναμης που ωθεί το Σύμπαν να διαστέλλεται επιταχυνόμενα.
3. Αφού κατανέμεται ομοιόμορφα στο χώρο τίποτε δεν έλκεται ιδιαίτερα από αυτήν, διότι απαντά παντού στην ίδια ποσότητα.
4. Συγκεκριμένα, έχει παντού την ίδια πυκνότητα $\rho_{SE} \simeq 10^{-26} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$. Έτσι, η ΣΕ στο ηλιακό μας σύστημα έχει περίπου την μάζα ενός μικρού αστεροειδούς, κάνοντας την εντελώς αδύνατη να επηρεάσει την κίνηση των πλανητών. Τα αποτελέσματα της ξεχωρίζουν μόνο όταν μελετώνται τεράστιες κλίμακες.

2.4.6 Κβαντισμένο ηλεκτρικό φορτίο

Τα ηλεκτρικά φορτία όλων των γνωστών στοιχειωδών σωματιδίων είναι ακέραια πολλαπλάσια του φορτίου του d -κουάρκ (βλέπε πχ Πίνακα 1.3 ή Πίνακα 2.2). Οπότε, πειραματικά φαίνεται πως το ηλεκτρικό φορτίο είναι κβαντισμένο. Όμως, θεωρητικά δεν γνωρίζουμε με σιγουριά γιατί το ηλεκτρικό φορτίο είναι κβαντισμένο αφού το υπερφορτίο είναι εντελώς αυθαίρετο.

Αν η ομάδα βαθμίδας είναι μια συμπαγής απλή ομάδα, τότε η αντίστοιχη θεωρία βαθμίδας έχει μια μοναδική σταθερά ζεύξης, και οδηγεί φυσικά σε διακριτά φορτία. Ωστόσο, μια θεωρία βαθμίδας, μιας αβελιανής ομάδας (που δεν κάνει διάκριση μεταξύ σταθερών ζεύξης και φορτίων) μπορεί να συζευχθεί με τα πεδία με αυθαίρετες σταθερές στην συναλλοίωτη παράγωγο. Έτσι, υπάρχει πρόβλημα με την κβάντωση του φορτίου στην $U(1)$ θεωρία βαθμίδας καθώς δεν γνωρίζουμε γιατί το ηλεκτρικό φορτίο είναι κβαντισμένο. Γνωρίζουμε ότι τα πεδία της ύλης με μια αβελιανή ομάδα

βαθμίδας έχουν φορτία τα οποία είναι ακέραια πολλαπλάσια του $e/3$ όπου e το φορτίο του ηλεκτρονίου. Οπότε, το πρόβλημα ανάγεται στην διαμάχη μεταξύ των παρατηρούμενων κβαντισμένων τιμών του ηλεκτρικού φορτίου και των θεωρητικά απεριόριστων συνεχών τιμών των επιτρεπτών ηλεκτρικών φορτίων.

Ανά τα χρόνια υπήρχαν διάφορες θεωρίες οι οποίες προσπαθούν να δώσουν μια εξήγηση αυτού του φαινομένου όμως μέχρι στιγμής δεν έχει αποδειχθεί καμία. Μια τέτοια θεωρία έδωσε ο Dirac [65], το 1931 όπου έδειξε πως όταν πραγματοποιήσουμε ζεύξη του Ηλεκτρομαγνητισμού με την Κβαντομηχανική, η ύπαρξη ενός μεμονωμένου μαγνητικού μονόπολου που ονομάστηκε *μονόπολο Dirac*, αφ' ενός αποκαθιστά την ασυμμετρία που υπάρχει μεταξύ ηλεκτρικού και μαγνητικού φορτίου στις εξισώσεις του Maxwell, και αφ' εταίρου μπορεί να εξηγήσει την κβάντωση του ηλεκτρικού φορτίου. Δηλαδή, μπορεί να εξηγήσει τον λόγο για τον οποία δεν παρατηρούμε μεμονωμένα ηλεκτρικά φορτία με μη ακέραια πολλαπλάσια του στοιχειώδους φορτίου του ηλεκτρονίου. Η περίφημη σχέση κβάντωσης του Dirac για το μαγνητικό φορτίο g ενός μονόπολου έχει την μορφή:

$$eg = \frac{n\hbar c}{2} \quad (2.219)$$

με $n = 1, 2, 3, \dots$ όπου e το στοιχειώδες ηλεκτρικό φορτίο του ηλεκτρονίου και $\hbar$ η σταθερά του Planck. Η συνθήκη 2.219 μας λέει ότι εάν στο Σύμπαν υπάρχει τουλάχιστον ένα μαγνητικό μονόπολο οποιουδήποτε μαγνητικού φορτίου g , τότε το ηλεκτρικό φορτίο πρέπει απαραίτητα να είναι κβαντωμένο. Η ελάχιστη μάζα του μονόπολου Dirac που προκύπτει από την συνθήκη κβάντωσης και είναι της τάξης μεγέθους της μάζας του πρωτονίου.

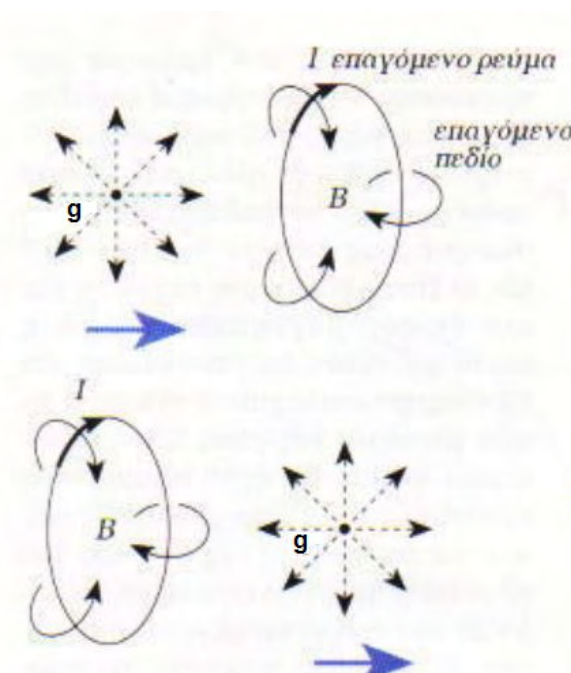
Η εξίσωση του Dirac μπορεί να αποδειχθεί εύκολα χρησιμοποιώντας έναν διαφορετικό δρόμο από αυτόν που χρησιμοποίησε ο Dirac με χρήση της υπεραγωγιμότητας. Υποθέτουμε αρχικά ότι υπάρχει ένα μαγνητικό μονόπολο που αντιστοιχεί σε μαγνητικό φορτίο g . Οι ιδιότητες του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί το μαγνητικό μονόπολο θα είναι ανάλογες με τις ιδιότητες του ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργεί ένα σημειακό φορτίο q . Συνεπώς αφού η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργεί ένα σημειακό φορτίο βρίσκεται από την σχέση:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \quad (2.220)$$

Ανάλογα για την ένταση του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί ένα σημειακό μαγνητικό μονόπολο με μαγνητικό φορτίο g θα είναι:

$$B = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{g}{r^2} \quad (2.221)$$

Αν διαθέτουμε έναν υπεραγώγιμο βρόγχο και το μαγνητικό μονόπολο περάσει μέσα από αυτόν, τότε η μεταβολή της μαγνητικής ροής θα δημιουργήσει ένα μόνιμο ηλεκτρικό ρεύμα στο βρόγχο. Καθώς το μονόπολο πλησιάζει το βρόγχο, η μεταβολή της μαγνητικής ροής θα επάγει ένα ηλεκτρικό ρεύμα, του οποίου το μαγνητικό πεδίο B θα αντιστέκεται στο πλησίασμα του μονόπολου. Όταν τελικά το μονόπολο εξέλθει από τον βρόγχο το επαγωγικό ρεύμα θα συνεχίσει να έχει την ίδια φορά, έτσι ώστε να δημιουργεί ένα μαγνητικό πεδίο που θα αντικαθιστά το ελαττούμενο μαγνητικό πεδίο του μονόπολου όπως φαίνεται και στο Σχ. 2.22:



Σχήμα 2.22: Σχηματική απεικόνιση της μετάβασης ενός μαγνητικού μονόπολου με μαγνητικό φορτίο g , από έναν υπεραγώγιμο βρόγχο.

Η συνολική μαγνητική ροή που διέρχεται μέσα από τον κυκλικό βρόγχο είναι στην ουσία ίδια με την μαγνητική ροή που διασχίζει μια σφαιρική επιφάνεια που περιέχει το μαγνητικό μονόπολο g θα είναι:

$$\Phi = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{g}{r^2} \cdot 4\pi r^2 = \mu_0 g \quad (2.222)$$

Το 1961 όμως ανακαλύφθηκε πειραματικά ότι η μαγνητική ροή που διέρχεται διαμέσου ενός υπεραγώγιμου ρευματοφόρου βρόγχου είναι κβαντισμένη [66]. Η διέλευση του μονόπολου διαμέσου ενός υπεραγώγιμου βρόγχου δημιουργεί μόνιμο ηλεκτρικό ρεύμα στο βρόγχο. Εφόσον η κβαντωμένη μαγνητική ροή διαμέσου του βρόγχου εξαρτάται

από το εν λόγω ρεύμα, το οποίο με τη σειρά του εξαρτάται από την κίνηση των ηλεκτρονίων, τότε τα ηλεκτρόνια πρέπει να βρίσκονται σε διακριτές ενεργειακές στάθμες. Αυτό θυμίζει το άτομο του υδρογόνου και την αρχή του Bohr, η οποία λέει ότι ένα ηλεκτρόνιο που κινείται σε κυκλική τροχιά ακτίνας r πρέπει να ικανοποιεί την σχέση:

$$mvr = n \frac{h}{2\pi} \quad (2.223)$$

όπου n ακέραιος. Στην περίπτωση του υπεραγωγίου βρόγχου μπορούμε να θεωρήσουμε ότι τα ηλεκτρόνια κινούνται σε κυκλική τροχιά μέσα σε ένα ομογενές μαγνητικό πεδίο εξαιτίας της δύναμης Lorentz που παίζει τον ρόλο της κεντρομόλου επιτάχυνσης:

$$Bve = m \frac{v^2}{r} \quad (2.224)$$

Έτσι, συνδυάζοντας τις Εξ. 2.223 και 2.224 προκύπτει ότι:

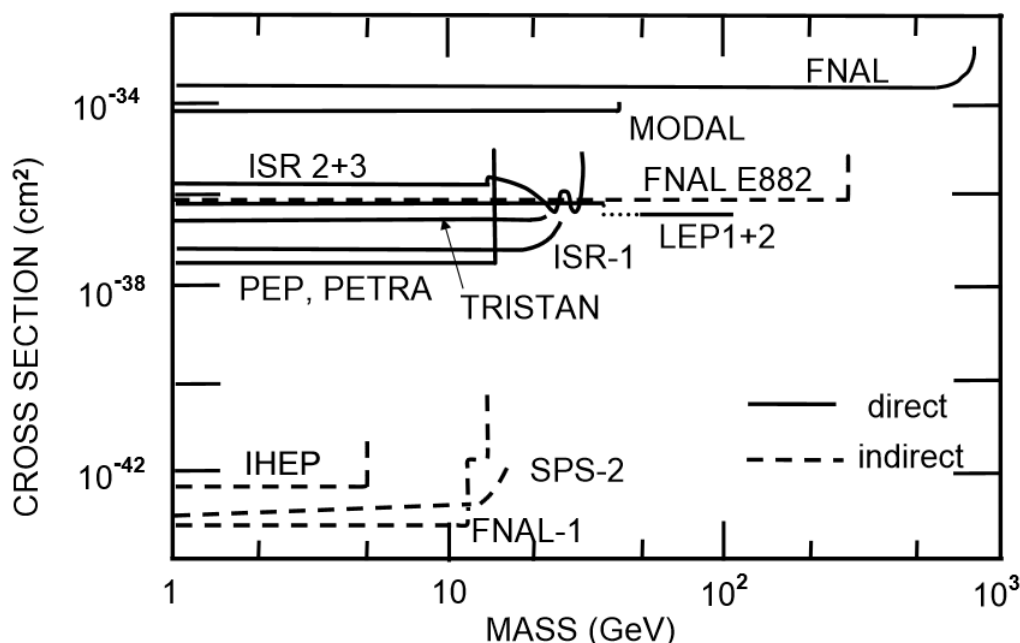
$$\Phi = B (\pi r^2) = n \frac{h}{2e} \quad (2.225)$$

Συνεπώς η μαγνητική ροή που διέρχεται μέσα από έναν ρευματοφόρο βρόγχο είναι κβαντωμένη, το κβάντο της οποίας είναι περίπου $2 \cdot 10^{-15} T \cdot m^2$. Οπότε, συνδυάζοντας τις σχέσεις 2.222 και 2.225 παίρνουμε:

$$\mu_0 g e = \frac{nh}{2} \quad (2.226)$$

που δεν είναι τίποτα άλλο παρά η περίφημη συνθήκη κβάντωσης του Dirac για το μαγνητικό φορτίο του μονόπολου 2.219 σε μονάδες S.I.

Όμως, μέχρι στιγμής δεν έχει βρεθεί κανένα μαγνητικό μονόπολο στα διάφορα πειράματα που φαίνονται στο Σχ. 2.23, και έτσι έχουν δοθεί κάτω όρια. Άλλες θεωρίες που προβλέπουν την ύπαρξη μαγνητικών μονόπολων, είναι οι Μεγαλοενοποιημένες Θεωρίες (GUTs) τις οποίες θα δούμε στο επόμενο κεφάλαιο (βλέπε εδάφιο 3.2.3) καθώς και θεωρίες που περιλαμβάνουν την ύπαρξη επιπλέον διαστάσεων [67], όπως η θεωρία χορδών (βλέπε εδάφιο 5.2.1). Φυσικά, τα μονόπολα που προβλέπονται από αυτές τις θεωρίες είναι διαφορετικά καθώς είναι πολύ πιο βαριά από τα αντίστοιχα μονόπολα του Dirac. Για τα μονόπολα αυτά (από επιπλέον διαστάσεις και θεωρία χορδών) δεν θα δούμε περισσότερες λεπτομέρειες, καθώς ξεπερνά τα όρια αυτής της εργασίας, όμως ο αναγνώστης μπορεί να ανατρέξει στις αναφορές [68–72].



Σχήμα 2.23: Όρια ενεργών διατομών συναρτήσει της μάζας των μαγνητικών μονόπολων όπως προκύπτει από άμεσες ανιχνεύσεις με χρήση επιταχυντών (συνεχόμενες γραμμές) και έμμεσων ανιχνεύσεων (διακεκομμένες γραμμές) [73].

2.4.7 Γενιές στοιχειωδών σωματιδίων

Σύμφωνα με το ΚΠ, όπως έχουμε δει και στο εδάφιο 2.4.3, υπάρχουν τρεις γενιές στοιχειωδών σωματιδίων κουάρκ και λεπτονίων (βλέπε Σχ. 2.3). Κάθε γενιά αποτελείται συγκεκριμένα από δύο λεπτόνια και δύο κουάρκ. Ανάμεσα στις γενιές τα σωματάρια διαφέρουν ως προς τον χβαντικό αριθμό της γεύσης, και την μάζα τους, όμως οι αλληλεπιδράσεις τους είναι πανομοιότυπες. Από τις τρεις γενιές σωματιδίων, μόνο η πρώτη είναι σταθερή, δηλαδή αυτή που περιέχει τα up και down κουάρκ, τα ηλεκτρόνια και τα ηλεκτρονικά νετρίνα. Δεν φαίνεται να υπάρχει ανάγκη για τις άλλες δύο γενιές στον κόσμο που μας περιβάλλει, παρόλα αυτά οι γενιές αυτές υπάρχουν. Οι φυσικές θεωρίες δεν έχουν καμία εξήγηση για την ύπαρξη των άλλων δύο ασταθών γενεών. Δηλαδή, το ΚΠ δεν εξηγεί γιατί υπάρχουν τρεις γενιές κουάρκ-λεπτονίων και όχι λιγότερες ή περισσότερες. Επίσης, δεν υπάρχουν σοβαροί αυστηροί περιορισμοί οι οποίοι να αποκλείουν την πιθανότητα να υπάρχουν παραπάνω γενιές με βαρύτερα σωματάρια οι οποίες μέχρι τώρα δεν έχουν παρατηρηθεί [74,75]. Τα πειράματα βέβαια μέχρι στιγμής συνηγορούν στην ύπαρξη 3 και όχι περισσότερων γενεών.

2.4.8 Ισχυρές αλληλεπιδράσεις και βαρύτητα

Ένα βασικό επίσης ερώτημα είναι το πως θα ενοποιηθεί η θεωρία για την βαρύτητα (δηλαδή η ΓΘΣ) με την θεωρία για τις άλλες αλληλεπιδράσεις (δηλαδή το ΚΠ). Προσπάθειες για την διατύπωση μιας θεωρίας ΚΒ θα συζητήσουμε αργότερα (βλέπε εδάφιο 5.2). Ένα βασικό πρόβλημα όπως θα δούμε στην συνέχεια είναι ότι μια θεωρία για την ΚΒ είναι “μη επακανονικοποιήσιμη”. Επίσης, μια βασική διαφορά για παράδειγμα ανάμεσα στις ηλεκτρομαγνητικές δυνάμεις και στις δυνάμεις βαρύτητας έγκειται στο ότι δυο όμοια ηλεκτρικά φορτία απωθούνται ενώ δυο όμοια βαρυτικά φορτία, πχ δυο μάζες, έλκονται. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι στη θεωρία πεδίου η απαίτηση να είναι η ενέργεια μια θετικά καθορισμένη ποσότητα συνεπάγεται ότι μόνο θεωρίες με άρτια σπιν οδηγούν σε έλξη όμοιων φορτίων ενώ θεωρίες με περιττό σπιν οδηγούν σε άπωση.

Πέρα από το γεγονός ότι η βαρύτητα δεν περιλαμβάνεται, η ισχυρή αλληλεπίδραση δεν αναμιγνύεται ούτε με την ασθενή ούτε με την ηλεκτρομαγνητική με κανέναν τρόπο. Όμως, παρά την ανάμιξη που επιτυγχάνεται των δύο τελευταίων (ηλεκτρασθενής αλληλεπίδραση), είναι λάθος να μιλάμε για ενοποίηση, αφού η κάθε μία χαρακτηρίζεται από διαφορετική σταθερά σύζευξης ακόμα και μετά την ανάμιξή τους.

Η ανεπάρκεια λοιπόν του ΚΠ να εδραιωθεί σαν μία θεωρία ενοποίησης μας ανάγκασε να κινηθούμε σε θεωρίες πέρα από το ΚΠ και να θεωρήσουμε το τελευταίο (λόγω των επιτυχιών του) ως ένα ενδιάμεσο βήμα προς μία πιο θεμελιώδη θεωρία, η οποία να μπορεί να ανταποκριθεί στις παραπάνω προσδοκίες και να λύνει όλα τα προαναφερθέντα προβλήματα.

Κεφάλαιο 3

Μεγαλοενοποιημένες θεωρίες

Μετά και την ανακάλυψη του μποζονίου Higgs (βλέπε εδάφιο 2.3.4) το ΚΠ θεωρείται πως είναι πλήρες και πως αποτελεί μια καλή προσέγγιση μέχρι τις τωρινές υψηλές ενέργειας, όμως δεν μπορεί να θεωρηθεί ως τελική θεωρία της φύσης. Όπως αναφέρθηκε στο εδάφιο 2.4, υπάρχει ένα μεγάλο πλήθος προβλημάτων τα οποία μας υποδεικνύουν ότι το ΚΠ δεν είναι η τελική θεωρία και άρα πρέπει να συνεχίσουμε να αναζητούμε θεωρίες και άλλες ομάδες που θα μας περιγράφουν καλύτερα την φυσική πραγματικότητα.

Πιο συγκεκριμένα, πολλά από τα προβλήματα του ΚΠ μπορούν να ξεπεραστούν αν θεωρήσουμε ότι η ομάδα συμμετριών $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ είναι μέλος μιας μεγαλύτερης ομάδας G , δηλαδή:

$$G \supset SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y \quad (3.1)$$

Με αυτό τον τρόπο, όπως θα δούμε, περιορίζονται οι ελεύθερες παράμετροι του ΚΠ (βλέπε εδάφιο 2.4.3) αλλά και προβλέπεται η χβάντωση του ηλεκτρικού φορτίου (βλέπε εδάφιο 2.4.6). Ένα άλλο χαρακτηριστικό που πρέπει να έχουν οι θεωρίες αυτές είναι πως πρέπει, εκτός του να λύνουν κάποια από τα υπάρχοντα προβλήματα του ΚΠ, να συνδέουν διαφορετικά φαινόμενα, όπως η διάσπαση του πρωτονίου, οι μάζες των φερμιονίων και οι συμμετρίες βαθμίδας.

Οι θεωρητικές προσπάθειες για την εύρεση μιας τέτοιας υποομάδας υπήρξαν αρκετά έντονες και οδήγησαν στις σύγχρονες Μεγαλοενοποιημένες Θεωρίες Βαθμίδας (*Grand Unified Theories - GUT*). Αυτές, προβλέπουν πως σε ενέργειες της τάξης των 10^{13} GeV προκύπτει η ενοποίηση των ισχυρών αλληλεπιδράσεων με τις ηλεκτροσθενείς που έλειπε από το ΚΠ (βλέπε εδάφιο 2.4.8). Το γεγονός αυτό όμως μας

υποδεικνύει ότι η άμεση επαλήθευση τους είναι πρακτικά αδύνατη καθώς η ενεργειακή αυτή κλίμακα της ενοποίησης είναι τέτοια που κάνει την άμεση πειραματική επαλήθευση της ενοποίησης ανέφικτη σε αντίθεση με τις ηλεκτρασθενείς δυνάμεις όπου η επαλήθευση έγινε μέσω της ανακάλυψης των ενδιάμεσων ανυσματικών μποζονίων (βλέπε εδάφιο 2.3.2). Όμως, όπως θα δούμε στην συνέχεια, η ενοποίηση μπορεί να επαληθευθεί έμμεσα μέσω των συνεπειών της στις χαμηλές ενέργειες, όπως η ύπαρξη μαγνητικών μονόπολων (βλέπε εδάφιο 3.2.3), αλλά και η διάσπαση του πρωτονίου (βλέπε εδάφιο 3.2.1).

3.1 Βασικές θεωρίες

3.1.1 $SU(5)$

Κοιτώντας όλες τις πιθανότητες, καταλήγουμε στο γεγονός ότι δεν έχουμε πολλές επιλογές αν θέλουμε να ενσωματώσουμε και το ΚΠ στην ομάδα μας. Έχουμε λοιπόν 9 υποψήφιες ομάδες: $SU(2)^4$, $SO(5)^2$, G_2^2 , $SO(8)$, $Sp(8)$, F_4 , $SU(3)^2$ και $SU(5)$. Οι πρώτες δύο απορρίπτονται καθώς δεν περιέχουν μια $SU(3)$, ενώ οι επόμενες πέντε δεν έχουν μιγαδικές αναπαραστάσεις και άρα δεν μπορούν να αναπαράγουν το σωματιδιακό περιεχόμενο του ΚΠ με την παρατηρούμενη χειραλική δομή. Τέλος, η ομάδα $SU(3)^2$ θα μπορούσε να δουλέψει αλλά δεν μπορούμε να καθορίσουμε έναν γεννήτορα ηλεκτρικού φορτίου χωρίς να προσθέσουμε μια εκτενή λίστα από μαζικά πεδία εκτός του ΚΠ. Από την άλλη, η $SU(5)$ μας επιτρέπει να θεωρήσουμε μόνο μαζικά πεδία του ΚΠ και με τους σωστούς χβαντικούς αριθμούς.

Έτσι, η μικρότερη επέκταση του ΚΠ που μπορεί να γίνει προς μια GUT, δηλαδή η ομάδα με το μικρότερο σωματιδιακό περιεχόμενο, βασίζεται στην ομάδα $SU(5)$. Οπότε, η μικρότερη λειτουργική ομάδα G της σχέσης 3.1 είναι η $SU(5)$, από όπου έχουμε

$$SU(5) \rightarrow SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y \rightarrow SU(3)_C \times U(1)_Q \quad (3.2)$$

Το μοντέλο αυτό επεξεργάστηκε το 1973 από τους Glashow και Georgi [76]. Στο πρότυπο αυτό, το ενοποιημένο πεδίο των τριών βασικών αλληλεπιδράσεων χρειάζεται για την διάδοση του $5^2 - 1 = 24$ ενδιάμεσους φορείς. Από αυτούς, οι 12 είναι οι γνωστοί μας φορείς των τριών βασικών αλληλεπιδράσεων, δηλαδή το φωτόνιο γ των ηλεκτρομαγνητικών, τα μποζόνια $W^\pm$ και Z^0 των ασθενών πυρηνικών δυνάμεων και τα γκλουόνια g_i , $i = 1, \dots, 8$ των ισχυρών πυρηνικών δυνάμεων. Υπάρχουν άρα 12

νέοι μεσάζοντες οι οποίοι συμβολίζονται με X και Y και τα αντι-σωμάτια τους $\bar{X}$ και $\bar{Y}$. Τα σωμάτια X και Y , όπως και οι συγκολλητές, είναι έγχρωμα, είναι μέλη της αντι-τριάδας χρώματος και έχουν ηλεκτρικό φορτίο ίσο με $4/3$ και $1/3$ αντίστοιχα, ενώ παίρνουν την μάζα τους από το σπάσιμο της συμμετρίας $SU(5)$.

Επίσης, στο πρότυπο $SU(5)$ τα φερμιόνια κατατάσσονται σε πεντάδες ή δεκάδες οι οποίες ονομάζονται *πολλαπλότητες της συμμετρίας βαθμίδας του πεδίου* (όπως οι τριάδες των έγχρωμων κουάρκ στις ισχυρές αλληλεπιδράσεις και οι δυάδες των λεπτονίων στις ασθενείς). Σε αυτή την περίπτωση όμως στην ίδια πεντάδα μπορεί να συνυπάρχουν κουάρκ και λεπτόνια πράγμα, που μας δείχνει ότι μπορεί να υπάρξει μετασχηματισμός ενός κουάρκ σε λεπτόνιο και το αντίστροφο, κάτι που παραβιάζει την διατήρηση τόσο του βαρυονικού όσο και του λεπτονικού αριθμού. Οι μετασχηματισμοί αυτοί γίνονται για τον ίδιο λόγο που τα κουάρκ μιας τριάδας ή τα λεπτόνια μιας δυάδας μπορούν να μετασχηματίζονται το ένα στο άλλο μέσω των φορέων των αντίστοιχων αλληλεπιδράσεων. Φορείς αυτού του μετασχηματισμού είναι τα νέα ανυσματικά μποζόνια X και Y .

Δομή

Κάτω από την $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ η αναπαράσταση **10** της $SU(5)$ αποσυντίθεται σε:

$$\mathbf{10} = \left(3, 2, \frac{1}{6}\right) \oplus \left(3^*, 1, -\frac{2}{3}\right) \oplus (1, 1, 1) \quad (3.3)$$

ενώ για τις άλλες αναπαραστάσεις έχουμε ότι:

$$\begin{aligned} \mathbf{5} &= \left(3, 1, -\frac{1}{3}\right) \oplus \left(1, 2, \frac{1}{2}\right) \\ \mathbf{5}^* &= \left(3^*, 1, \frac{1}{3}\right) \oplus \left(1, 2, -\frac{1}{2}\right) \end{aligned} \quad (3.4)$$

Έτσι, στο μοντέλο αυτό οι τρεις γενιές φερμιονίων του ΚΠ, δηλαδή όλα τα κουάρκ και τα λεπτόνια, περιλαμβάνονται στις αναπαραστάσεις $\mathbf{10}_F$ και $\bar{\mathbf{5}}_F$ της $SU(5)$ όπου:

$$\bar{\mathbf{5}}_F = \begin{pmatrix} d_1^c \\ d_2^c \\ d_3^c \\ e^- \\ -v_e \end{pmatrix}_L, \quad \mathbf{10}_F = \left(\begin{array}{ccc|cc} 0 & u_3^c & -u_2^c & u_1 & d_1 \\ -u_3^c & 0 & u_1^c & u_2 & d_2 \\ u_2^c & -u_1^c & 0 & u_3 & d_3 \\ \hline -u_1 & -u_2 & -u_3 & 0 & e^+ \\ -d_1 & -d_2 & -d_3 & -e^+ & 0 \end{array} \right)_L \quad (3.5)$$

Οι αναπαράστασεις αυτές κατηγοριοποιούνται με το δείκτη L για ναδειχθεί ότι όλα τα πεδία είναι αριστερόστροφα. Τα δεξιόστροφα πεδία του ΚΠ έχουν γίνει συζυγή (με τον δείκτη c) έτσι ώστε να μουν μαζί με τα αριστερόστροφα πεδία σε μια αριστερόστροφη αναπαράσταση. Το δεξιόστροφο νεutrino δεν εμφανίζεται σε αυτές αναπαράστασεις και άρα πρέπει να εισαχθεί σε μια έξτρα μονέτα κάτω από την $SU(5)$.

Όπως θα δούμε, στον τομέα Higgs ένα βαθμωτό πεδίο ϕ στην **24** μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να σπάσει την $SU(5)$ στην συμμετρία του ΚΠ και να δώσει μεγάλες μάζες της τάξης των $\sim 10^{16} GeV$ στα βαθμωτά μποζόνια. Επίσης, δύο υπερπεδία H_u και H_d στις **5** και $\bar{5}$ συμπεριλαμβάνονται στο μοντέλο τα οποία δίνουν μάζες στα φερμιόνια μέσω ζεύξεων με Yukawa.

Λαγκρατζιανή

Όπως και στο ΚΠ, η λαγκρατζιανή του $SU(5)$ μπορεί να σπάσει σε διαφορετικούς τομείς:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{gauge} + \mathcal{L}_{int}^F + \mathcal{L}_{int}^S + \mathcal{L}_{yuk} - V \quad (3.6)$$

όπου:

$$\mathcal{L}_{gauge} = -\frac{1}{4} A^{\alpha\mu\nu} A_{\mu\nu}^\alpha \quad (3.7)$$

Μπορούμε να γράψουμε τον πίνακα όλων των μποζονίων βαθμίδας στην μορφή

$$\tilde{A}_\mu = \sum_{\alpha=12}^{24} A_\mu^\alpha \frac{\lambda^\alpha}{2} \quad (3.8)$$

ενώ στην μορφή πίνακα θα έχουμε:

$$\tilde{A}_\mu = \left(\begin{array}{ccc|cc} G_{1\mu}^1 + \frac{2B_\mu}{\sqrt{30}} & G_{2\mu}^1 & G_{3\mu}^1 & X_\mu^{1c} & Y_\mu^{1c} \\ G_{1\mu}^2 & G_{2\mu}^2 + \frac{2B_\mu}{\sqrt{30}} & G_{3\mu}^2 & X_\mu^{2c} & Y_\mu^{2c} \\ G_{1\mu}^3 & G_{2\mu}^3 & G_{3\mu}^3 + \frac{2B_\mu}{\sqrt{30}} & X_\mu^{3c} & Y_\mu^{3c} \\ \hline X_\mu^1 & X_\mu^2 & X_\mu^3 & \frac{Z_\mu}{\sqrt{2}} - \sqrt{\frac{3}{10}} B_\mu & W_\mu^+ \\ Y_\mu^1 & Y_\mu^2 & Y_\mu^3 & W_\mu^- & -\frac{Z_\mu}{\sqrt{2}} - \sqrt{\frac{3}{10}} B_\mu \end{array} \right) \quad (3.9)$$

Για την θεμελιώδη αναπαράσταση **5** η συναλλοίωτη παράγωγος έχει την μορφή:

$$D_\mu = \partial_\mu + ig_5 \tilde{A}_\mu \quad (3.10)$$

ενώ για την αντι-συμμετρική αναπαράσταση **10** η συναλλοίωτη παράγωγος θα είναι διαφορετική:

$$D_\mu \psi = \partial_\mu \psi + ig_5 \left\{ \tilde{A}_\mu \psi + \psi \tilde{A}_\mu^T \right\} \quad (3.11)$$

Έτσι, υπολογίζοντας τους κανόνες μετασχηματισμού των διανυσματικών πεδίων έτσι ώστε η λαγκρατζιανή να είναι αναλλοίωτη κάτω από $SU(5)$ μετασχηματισμούς καταλήγουμε στην κατασκευή των όρων που περιέχουν συναλλοίωτες παραγώγους για τα φερμιονικά πεδία:

$$\mathcal{L}^F = i\frac{1}{2}Tr\{\bar{\psi}_{10}D\psi_{10}\} + i\bar{\psi}_5 D\psi_5 = \frac{1}{2}iTr\{\bar{\psi}_{10}\partial\psi_{10}\} + i\bar{\psi}_5\partial\psi_5 + \mathcal{L}_{\text{int}}^F \quad (3.12)$$

$$\mathcal{L}_{\text{int}}^F = -g_5 Tr\left\{\bar{\psi}_{10}\gamma^\mu \tilde{A}_\mu \psi_{10}\right\} + g_5 \bar{\psi}_5 \gamma^\mu \tilde{A}_\mu^T \psi_5 \quad (3.13)$$

Βλέπουμε έτσι ότι τα μποζόνια βαθμίδας του ΚΠ δεν εισάγουν κάτι νέο στις αλληλεπιδράσεις του ΚΠ, ενώ τα X_μ, Y_μ αποτελούν μια $SU(2)$ διπλέτα και μια $SU(3)$ τριπλέτα (*triplet*) και άρα μπορούν να συνδέσουν μια λεπτονική “γραμμή” με μια “γραμμή” κουάρκ, γεγονός το οποίο δεν συμβαίνει στο ΚΠ. Αυτές οι αλληλεπιδράσεις όπως θα δούμε είναι υπεύθυνες για ένα είδος διάσπασης πρωτονίου.

Τέλος, είναι χρήσιμο να χωρίσουμε τον Πίνακα 3.9 με τα μποζόνια βαθμίδας, στο ΚΠ και τις νέες αλληλεπιδράσεις:

$$\tilde{A}_\mu = \tilde{A}_\mu^{SM} + \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} & X_\mu^{1c} & Y_\mu^{1c} \\ & X_\mu^{2c} & Y_\mu^{2c} \\ & X_\mu^{3c} & Y_\mu^{3c} \\ X_\mu^1 & X_\mu^2 & X_\mu^3 \\ Y_\mu^1 & Y_\mu^2 & Y_\mu^3 \end{pmatrix} \equiv \tilde{A}_\mu^{SM} + \tilde{A}_\mu^X \quad (3.14)$$

Τομέας Higgs και δυναμικό

Ο μικρότερος τομέας Higgs μπορεί να κατασκευαστεί από δυο βαθμωτές αναπαραστάσεις: μία **24** και μία **5**. Η **24_H** θα χρησιμοποιηθεί για να σπάσει την $SU(5)$ ενώ η **5_H** περιέχει την διπλέτα Higgs του ΚΠ και άρα θα σπάσει το ΚΠ στον ηλεκτρομαγνητισμό. Η **24_H** είναι στην συζυγή ή αυτοπροσαρτημένη (*adjoint*), αναπαράσταση και άρα δεν σπάει την τάξη της ομάδας $SU(5)$, η οποία είναι ίδια με αυτή της ομάδας του ΚΠ [77].

Έχουμε οπότε για τις δύο αναπαραστάσεις ότι:

$$\mathbf{24}_H = \sum_{\alpha=1}^{24} \phi^\alpha \lambda^\alpha \quad (3.15)$$

και:

$$\mathbf{5}_H = \begin{pmatrix} T \\ H \end{pmatrix} \quad (3.16)$$

όπου T είναι η $SU(3)$ τριπλέτα χρώματος.

Ο όρος συναλλοίωτης παράγωγου για το πεδίο $\mathbf{5}_H$ είναι τετριμμένος, ενώ για το $\mathbf{24}_H$ πρέπει να μετασχηματίζεται ως:

$$(D_\mu \Phi)' = U D_\mu \Phi U^\dagger \quad (3.17)$$

οπότε, προκύπτει ότι η σωστή έκφραση για την συναλλοίωτη παράγωγο είναι:

$$D_\mu \mathbf{24}_H = \partial_\mu \mathbf{24}_H + ig_5 [\tilde{A}_\mu, \mathbf{24}_H] \quad (3.18)$$

Έτσι, οι δύο όροι παραγώγου είναι:

$$\mathcal{L}^S = \frac{1}{2} Tr \left\{ (D_\mu \mathbf{24}_H)^\dagger (D^\mu \mathbf{24}_H) \right\} + (D_\mu \mathbf{5}_H)^\dagger (D^\mu \mathbf{5}_H) \quad (3.19)$$

Έτσι, παίρνουμε το δυναμικό:

$$V = V(\mathbf{24}_H) + V(\mathbf{5}_H) + V(\mathbf{24}_H, \mathbf{5}_H) \quad (3.20)$$

όπου από τους μη παραγωγήσιμους όρους της $\mathbf{24}_H$ έχουμε:

$$V(\mathbf{24}_H) = -\frac{\mu^2}{2} Tr \{ \mathbf{24}_H^2 \} + \frac{a}{4} Tr \{ \mathbf{24}_H^2 \}^2 + \frac{b}{4} Tr \{ \mathbf{24}_H^4 \} + \frac{c}{3} Tr \{ \mathbf{24}_H^3 \} \quad (3.21)$$

και από τους αντίστοιχους της $\mathbf{5}_H$:

$$V(\mathbf{5}_H) = -\frac{\mu_5^2}{2} (\mathbf{5}_H^\dagger \mathbf{5}_H) + \frac{a_5}{4} (\mathbf{5}_H^\dagger \mathbf{5}_H)^2 \quad (3.22)$$

ενώ οι όροι που έχουν ταυτόχρονα και H και Φ δίνουν:

$$V(\mathbf{24}_H, \mathbf{5}_H) = \alpha \mathbf{5}_H^\dagger \mathbf{5}_H Tr \{ \mathbf{24}_H^2 \} + \beta \mathbf{5}_H^\dagger \mathbf{24}_H^2 \mathbf{5}_H + c_1 \mathbf{5}_H^\dagger \mathbf{24}_H \mathbf{5}_H \quad (3.23)$$

Αυθόρμητο σπάσιμο συμμετρίας

Για να είναι η θεωρία μας ρεαλιστική πρέπει να σπάσουμε αυθόρμητα το πεδίο βαθμίδας $SU(5)$ στο ΚΠ. Το πεδίο που θα δράσει για αυτή την διαδικασία είναι το $\mathbf{24}$ βαθμωτό πεδίο Φ . Η ομάδα μας θα σπάσει όταν το βαθμωτό Φ πάρει μια μη εξαφανιζόμενη VEV, $\Phi_0 = \langle \Phi \rangle$ η οποία θα σπάσει την ομάδα σε μια συγκεκριμένη διεύθυνση η οποία περιορίζεται από το δυναμικό 3.21.

Για το δυναμικό 3.21 υπάρχουν τρία ακρότατα τα οποία μπορούν να γραφούν ως:

$$\langle \mathbf{24}_H \rangle = \left\{ \begin{array}{l} \frac{v}{\sqrt{30}} \text{diag}(2, 2, 2, -3, -3) \\ v_{41} \text{diag}(1, 1, 1, 1, -4) \\ \text{diag}(0, 0, 0, 0, 0) \end{array} \right\} \quad (3.24)$$

όπου το πρώτο σπάει στο ΚΠ, το δεύτερο σε $SU(4) \times U(1)$, ενώ το τελευταίο ακρότατο δεν σπάει την $SU(5)$. Οπότε, παίρνοντας το πρώτο ακρότατο, το δυναμικό 3.21 για την ελάχιστη περίπτωση, όπου $c = 0$, γίνεται:

$$V(v) = -\frac{1}{2}\mu^2 v^2 + \left(\frac{7b}{30} + a\right) \frac{v^2}{4} \quad (3.25)$$

Οπότε, η εξίσωση κίνησης είναι:

$$\frac{\partial V}{\partial v} = v \left[-\mu^2 + \left(\frac{7b}{30} + a\right) v^2 \right] = 0 \quad (3.26)$$

της οποίας λύση είναι η:

$$v^2 = \frac{30\mu^2}{30a + 7b} \quad (3.27)$$

η οποία είναι ελάχιστη, μόνο αν:

$$30a + 7b > 0, \quad \mu^2 > 0 \quad (3.28)$$

Αξίζει να αναφέρουμε επίσης πως η VEV για την γενική περίπτωση, όπου $c \neq 0$, είναι:

$$v^2 = 30 \left(\frac{c \pm \sqrt{c^2 + 4(30a + 7b)\mu^2}}{60a + 14b} \right)^2 \quad (3.29)$$

Σε αυτή την περίπτωση όμως δεν έχουμε μια μοναδική ελάχιστη διάταξη για το δυναμικό, γεγονός που κάνει τα πράγματα πιο περίπλοκα. Για το ελάχιστο μοντέλο όμως μπορούμε να χρησιμοποιούμε την σχέση 3.27.

Μάζες συζυγών Higgs

Αφού σπάμε κατά την διεύθυνση του υπερφορτίου, πρέπει να δούμε τι συμβαίνει και στα άλλα πεδία του συζυγούς. Έχουμε τεσσάρων ειδών πεδία στο συζυγές: Μια οκταπλέτα $SU(3)$, μια $SU(2)$ τριπλέτα, μια διάταξη λεπτοκουάρκ και μια μονέτα. Έτσι, μπορούμε να αναπαραστήσουμε το βαθμωτό συζυγές σαν:

$$\begin{aligned} \mathbf{24}_H &= \Sigma_O \oplus \Sigma_T \oplus \Sigma_X \oplus \Sigma_{\bar{X}} \oplus \Sigma_S \Rightarrow \\ \mathbf{24}_H &\rightarrow O(8, 1, 0) + T(1, 3, 0) + X(3, 2, -\frac{5}{6}) + \bar{X}(\bar{3}, 2, \frac{5}{6}) + S(1, 1, 0) \end{aligned} \quad (3.30)$$

Το συζυγές μπορεί να σχηματιστεί σε μπλοκ μορφή:

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 3 \times 3 & 3 \times 2 \\ 2 \times 3 & 2 \times 2 \end{pmatrix} \quad (3.31)$$

οπότε τα ανωτέρω πεδία μπορούμε να τα γράψουμε ως:

$$\Sigma = \begin{pmatrix} O & X \\ \bar{X} & T \end{pmatrix} + \left(1 + \frac{S}{v}\right) \langle \Sigma \rangle \quad (3.32)$$

Γράφοντας αναλυτικά τον πίνακα, μπορούμε να πάρουμε μόνο ένα στοιχείο κάθε αναπαράστασης, ενώ τα άλλα στοιχεία πρέπει να έχουν την ίδια μάζα αφού η συμμετρία του ΚΠ διατηρείται ακόμα. Έτσι, χρησιμοποιώντας μια κοινή κανονικοποίηση για όλα τα πεδία παίρνουμε ότι:

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 2\frac{v+S}{\sqrt{30}} + \frac{O}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & X & 0 \\ 0 & 2\frac{v+S}{\sqrt{30}} - \frac{O}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2\frac{v+S}{\sqrt{30}} & 0 & 0 \\ \bar{X} & 0 & 0 & -3\frac{v+S}{\sqrt{30}} + \frac{T}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -3\frac{v+S}{\sqrt{30}} - \frac{T}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (3.33)$$

από όπου προκύπτει ότι:

$$\begin{aligned} m_O^2 &= \frac{b}{6}v^2 \\ m_T^2 &= \frac{2b}{3}v^2 \\ m_X^2 &= m_{\bar{X}}^2 = 0 \\ m_S^2 &= 2\mu^2 \end{aligned} \quad (3.34)$$

- Για να υπάρχει σταθερή λύση πρέπει το b να είναι μη αρνητικό.
- Για $b = 0$ έχουμε 23 άμαζα πεδία όπως προκύπτει από το θεώρημα Nambu - Goldstone αφού $\frac{24 \times 23}{2} - \frac{23 \times 22}{2} = 23$.
- Για $b > 0$ τα συνηθισμένα μποζόνια Goldstone από το σπάσιμο της $SU(5)$ είναι τα $X, \bar{X}$, όπου $24 - 12 = 12$.

Μάζες διανυσματικών μποζονίων

Λόγω του όρου της συναλλοίωτης παραγώγου του βαθμωτού πεδίου της Εξ. 3.19, η παραμένονσα VEV θα παράγει μάζες για κάποια από τα μποζόνια βαθμίδας.

Οι μάζες των διανυσματικών μποζονίων μπορούν να υπολογιστούν, όπως σε κάθε μηχανισμό Higgs, μέσω των κινητικών όρων των αντίστοιχων Higgs δηλαδή μέσω της συναλλοίωτης παραγώγου. Όμως, όπως είδαμε, η συναλλοίωτη παράγωγος για ένα

συζυγές βαθμωτό πεδίο δίνεται από την σχέση 3.18 οπότε ο όρος αλληλεπίδρασης θα είναι:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_H^{\mathbf{24}} &= \frac{1}{2} \text{Tr} \left\{ (D_\mu \mathbf{24}_H)^\dagger (D^\mu \mathbf{24}_H) \right\} = \\ &= \frac{1}{2} \text{Tr} \left\{ (\partial_\mu \mathbf{24}_H + ig_5 [A_\mu, \mathbf{24}_H])^\dagger (\partial^\mu \mathbf{24}_H + ig_5 [A^\mu, \mathbf{24}_H]) \right\}\end{aligned}\quad (3.35)$$

ο οποίος όταν αποκτήσει VEV γίνεται:

$$\mathcal{L}^{\langle \mathbf{24}_H \rangle} = \frac{1}{2} \text{Tr} \left\{ (ig_5 [A_\mu, \langle \mathbf{24}_H \rangle])^\dagger (ig_5 [A^\mu, \langle \mathbf{24}_H \rangle]) \right\} \quad (3.36)$$

από όπου μπορούμε να υπολογίζουμε τους όρους μάζας:

$$\mathcal{L}^{\langle \mathbf{24}_H \rangle} = \mathcal{L}_m^X = \frac{5}{6} g_5^2 v^2 \left(\overline{X}_\mu^i X^{i\mu} + \overline{Y}_\mu^i Y^{i\mu} \right) \quad (3.37)$$

οπότε το φάσμα μαζών που παίρνουμε από την VEV για τα διανυσματικά πεδία έχουν την μορφή:

$$M_X^2 = M_Y^2 = \frac{5}{6} g_5^2 v^2 \quad (3.38)$$

που σημαίνει ότι μόνο τα βαθμωτά μποζόνια που δεν ανήκουν στο ΚΠ παίρνουν μάζα δηλαδή τα X και Y , ενώ η εναπομείνουσα συμμετρία βαθμίδας είναι το ΚΠ. Τα υπόλοιπα μποζόνια βαθμίδας του ΚΠ θα πάρουν μάζα στην συνέχεια από το σπάσιμο της ηλεκτροασθενής συμμετρίας.

Τομέας Yukawa

Στο ΚΠ τα αριστερόστροφα φερμιόνια είναι διπλέτες και τα δεξιόστροφα φερμιόνια είναι μονέτες, έτσι ώστε η χειραλικότητα τους να είναι η προφανής. Στο ελάχιστο $SU(5)$ μοντέλο, οι φερμιονικές μάζες προκύπτουν μέσω των ζεύξεων Yukawa των φερμιονίων με το ελαφρύ Higgs της Εξ. 3.16. Το πεδίο αυτό μπορεί να δώσει μάζα λοιπόν σε όλα τα φερμιόνια μέσω της επακανονικοποιήσιμης αλληλεπίδρασης Yukawa:

$$\mathcal{L}_Y = \bar{\mathbf{5}}_F Y_5 \mathbf{10}_F \mathbf{5}_H^* + \frac{1}{8} \varepsilon_5 \mathbf{10}_F Y_{10} \mathbf{10}_F \mathbf{5}_H + h.c. \quad (3.39)$$

ενώ αν γράψουμε την αναλλοιώτητα Lorentz η ακριβής σχέση μπορεί να γραφεί ως:

$$\mathcal{L}_Y = \bar{\mathbf{5}}_F^T C Y_5 \mathbf{10}_F \mathbf{5}_H^* + \frac{1}{8} \varepsilon_5 \mathbf{10}_F^T C Y_{10} \mathbf{10}_F \mathbf{5}_H + h.c. \quad (3.40)$$

Υπολογίζοντας στην συνέχεια τους όρους Yukawa με το ελαφρύ Higgs ΚΠ έχουμε:

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{5}}_F Y_5 \mathbf{10}_F \mathbf{5}_H^* &= \begin{pmatrix} d^c & \varepsilon_2 L \end{pmatrix} Y_5 \begin{pmatrix} \varepsilon_3 u^c & Q \\ -Q^T & \varepsilon_2 e^c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T^* \\ H^* \end{pmatrix} \\ &= \varepsilon_2 L Y_5 \varepsilon_2 e^c H^* + Q Y_5^T d^c H^* + (T\text{-terms})\end{aligned}\quad (3.41)$$

γεγονός που σημαίνει ότι στην M_{GUT} έχουμε:

$$m_e = m_d \quad (3.42)$$

δηλαδή ότι, $Y_d = Y_e^T$, ο Yukawa πίνακας μάζας για τα κάτω κουάρκ είναι απλά ο ανάστροφος του Yukawa πίνακα μάζας για τα φορτισμένα λεπτόνια. Παρόμοιες συνθήκες ισχύουν για τις υπόλοιπες γενιές, δηλαδή $m_s = m_\mu$ και $m_b = m_\tau$ στην κλίμακα ενοποίησης M_{GUT} . Από αυτές τις σχέσεις μπορεί να προκύψει ότι:

$$\frac{m_s}{m_d} = \frac{m_\mu}{m_e} \quad (3.43)$$

Χρησιμοποιώντας τα πειραματικά δεδομένα [19], βρίσκουμε ότι:

$$\frac{m_s}{m_d} \simeq 21, \quad \frac{m_\mu}{m_e} \simeq 207 \quad (3.44)$$

Δηλαδή, η συνθήκη 3.43 δεν ισχύει στην φύση αφού δεν συμβαδίζει με τα πειραματικά αποτελέσματα. Για την διόρθωση αυτού του προβλήματος μπορεί να εισαχθεί το **45**-διάστατο Higgs στο επακανονικοποιήσιμο επίπεδο ή μπορεί να εισαχθούν **5**-διάστατοι τελεστές όπως για παράδειγμα $\bar{\mathbf{5}}^c Y_5^{(1)} \mathbf{10}_F \left(\frac{\Phi}{\Lambda} \mathbf{5}_H\right)^*$ [78, 79]. Για παράδειγμα, αν πάρουμε μια επιπλέον **45**-διάστατη αναπαράσταση Higgs τότε οι σχέσεις μαζών γίνονται:

$$m_\mu = 3m_s, \quad 3m_e = m_d, \quad m_\tau = m_b \quad (3.45)$$

οπότε έχουμε τελικά ότι:

$$\frac{m_s}{m_d} = \frac{1}{9} \frac{m_\mu}{m_e} \quad (3.46)$$

το οποίο συμβαδίζει με τα πειραματικά γεγονότα. Το θέμα όμως είναι ότι με την εισαγωγή τέτοιων όρων, μπορεί να έχουμε αρκετή ελευθερία ώστε να πάρουμε τους σωστούς τομείς Yukawa, ωστόσο η προβλεψιμότητα μας μειώνεται όσο πηγαίνουμε πέρα από το ελάχιστο μοντέλο.

Οι αλληλεπιδράσεις Yukawa για τα πάνω κουάρκ με τα Higgs ΚΠ μπορούν να προκύψουν από τον δεύτερο όρο στην Yukawa λαγκρατζιανή. Συγκεκριμένα, έχουμε:

$$\varepsilon_5 \mathbf{10}_F^T Y_{10} \mathbf{10}_F \mathbf{5}_H = \varepsilon_{ijklm} (\mathbf{10}_F^T) Y_{10} \mathbf{10}_F^{kl} \mathbf{5}_H^m \quad (3.47)$$

οπότε για να πάρουμε τους όρους Yukawa ΚΠ χρειαζόμαστε τις δύο τελευταίες καταχωρήσεις στο H που αντιστοιχούν με τον περιορισμό του δείκτη m σε $m = 4, 5$. Έτσι, αλλάζουμε τους δείκτες της $SU(5)$ με τέτοιο τρόπο ώστε να έχουμε τρεις

$SU(3)$ δείκτες $\alpha, \beta, \gamma = 1, \dots, 3$ και δύο $SU(2)$ δείκτες $a, b = 1, 2$ προσέχοντας φυσικά να μην ξεχάσουμε όρους κατά την αναδιάταξη:

$$- \varepsilon_{ijklm} (\mathbf{10}_F^{ij}) Y_{10} \mathbf{10}_F^{kl} \mathbf{5}_H^m \rightarrow -2\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}\varepsilon_{ab} \mathbf{10}_F^{\alpha\beta} (Y_{10} + Y_{10}^T) \mathbf{10}_F^\gamma \mathbf{5}_H^b \quad (3.48)$$

Οπότε, τελικά παίρνουμε:

$$- 2\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}\varepsilon_{ab} \mathbf{10}_F^{\alpha\beta} (Y_{10} + Y_{10}^T) \mathbf{10}_F^\gamma \mathbf{5}_H^b = -4Q (Y_{10} + Y_{10}^T) u^c \varepsilon_2 H \quad (3.49)$$

που σημαίνει ότι:

$$Y_u = Y_u^T \quad (3.50)$$

δηλαδή ο πίνακας μάζα Yukawa για τα πάνω κουάρκ είναι συμμετρικός. Το γεγονός αυτό δεν είναι τόσο περιοριστικό όσο η Εξ. 3.42, αλλά είναι περισσότερο περιοριστικό από ότι παίρνουμε στο ΚΠ το οποίο δεν περιορίζει καθόλου τους πίνακες Yukawa.

3.1.2 $SO(10)$

Τα μοντέλα $SO(10)$ περιέχουν περισσότερες επιλογές από ότι τα $SU(5)$ για τις αναπαραστάσεις που μπορούν να περιέχουν το ΚΠ. Υπάρχουν φυσικά και άλλες περιπτώσεις όπου εισάγονται επιπλέον ολικές συνεχείς και διακριτές συμμετρίες. Η ομάδα $SO(10)$ η οποία είναι τάξης 5 προτάθηκε αρχικά από τις αναφορές [80, 81], και δεν περιέχει ανωμαλίες. Υπάρχουν δύο τύποι αναπαραστάσεων της $SO(10)$, και των $SO(N)$ γενικά, η *τανυστική* και η *σπινორιακή*. Η πρώτη μοιάζει με αυτή που χρησιμοποιούσαμε στην $SU(5)$, στην οποία όμως δεν υπάρχουν διαφορές ανάμεσα στους πάνω και στους κάτω δείκτες. Για παράδειγμα, ο συνδυασμός:

$$M_{ijk} N_{ij} P_k \quad (3.51)$$

όπου επαναλαμβανόμενοι δείκτες “τρέχουν” από 1 έως 10, είναι αναλλοίωτος κάτω από την $SO(10)$. Η άλλη σημαντική αναπαράσταση της $SO(10)$ και η οποία χρησιμοποιείται και περισσότερο, είναι η **16**-διάστατη σπινორιακή η οποία μπορεί να αποσυντεθεί κάτω από την $SU(5)$ σαν:

$$\mathbf{16} = \mathbf{10} + \bar{\mathbf{5}} + \mathbf{1} \quad (3.52)$$

έτσι ώστε κάθε μη αναγώγιμη (*irreducible*) $\bar{\mathbf{5}} + \mathbf{10}$ αναπαράσταση του μοντέλου Georgi - Glashow να συνδυάζεται σε μια μη αναγώγιμη αναπαράσταση της $SO(10)$. Αυτός είναι και ο λόγος που οι ανωμαλίες της $\bar{\mathbf{5}}$ και της $\mathbf{10}$ “ακυρώνονται”. Η

αναπαράσταση αυτή ενοποιεί κάθε οικογένεια φερμιονίων με την προσθήκη ενός δεξιόστροφου νετρίνου ανά οικογένεια. Δηλαδή, κάθε οικογένεια αριστερόστροφων φερμιονίων αντιστοιχίζεται σε έναν **16**-διάστατο μιγαδικό σπίνορα, όπου το 16° στοιχείο είναι μονέτα και είναι το δεξιόστροφο νετρίνο:

$$\mathbf{16}_F = (Q, u^c, d^c, L, \nu^c, e^c) \quad (3.53)$$

Δηλαδή, η **16** μπορεί να περιέχει τις μαζικές καταστάσεις του ΚΠ (βλέπε Πίνακα 3.1) και ταυτόχρονα να περιέχει μαζικά νετρίνα. Επίσης, από τους 45 γεννήτορες της $SO(10)$, οι 24 είναι αυτοί της υποομάδας $SU(5)$. Οι άλλοι 21 γεννήτορες σχετίζονται ή διαφοροποιούνται ανάμεσα στις **10**, $\bar{\mathbf{5}}$ και **1** της Εξ. 3.52. Με αυτόν τον τρόπο διαφορετικοί τύποι Yukawa μπορούν να συνδεθούν. Οπότε, μπορούμε να πάρουμε από την $SO(10)$ διάφορους περιορισμούς για τις ζεύξεις Yukawa στο ΚΠ. Όμως, μόνο τρεις τύποι Yukawa είναι πιθανοί:

$$\mathbf{16} \times \mathbf{16} = \mathbf{10} + \mathbf{120} + \mathbf{126} \quad (3.54)$$

Δηλαδή, ο πιο γενικός τομέας Yukawa περιέχει γενικά τις **10**, **120** και **126** αδιάστατες αναπαραστάσεις Higgs που συζευγνύονται με σπινორιακές διγραμμικές αναπαραστάσεις.

$SU(5)$ αναπαράσταση	Κατάσταση	Y	Δείκτες χρώματος	Ασθενείς δείκτες
1	ν^c	0	— — —	— —
10	e^+	2	— — —	++
	u_r	1/3	+ — —	— +
	d_r	1/3	+ — —	+ —
	u_b	1/3	— + —	— +
	d_b	1/3	— + —	+ —
	u_y	1/3	— — +	— +
	d_y	1/3	— — +	+ —
	$\bar{u}_r$	-4/3	— + +	— —
	$\bar{u}_b$	-4/3	+ — +	— —
	$\bar{u}_y$	-4/3	+ + —	— —
$\bar{\mathbf{5}}$	$\bar{d}_r$	2/3	— + +	++
	$\bar{d}_b$	2/3	+ — +	++
	$\bar{d}_y$	2/3	+ + —	++
	ν_e	-1	+ + +	— +
	e	-1	+ + +	+ —

Πίνακας 3.1: Τα διάφορα φερμιόνια και οι χβαντικοί τους αριθμοί στην **16**-διάστατη σπινοριακή αναπαράσταση της $SO(10)$ [19].

Ομάδες αποσύνθεσης

Η $SO(10)$ έχει ένα πλήθος από τρόπους με τους οποίους μπορεί να σπάσει και αυτό είναι ένα στοιχείο που την κάνει πιο πλούσια από την $SU(5)$. Οι τρόποι αυτοί είναι:

$$SO(10) \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} SU(5) \rightarrow \dots \\ SU(5) \times U(1) \rightarrow \dots \\ SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y \rightarrow \dots \\ SO(6) \times SO(4) \rightarrow SU(4) \times SU(2)_L \times SU(2)_R \rightarrow \dots \\ SU(4) \times SU(2)_L \times U(1)_R \rightarrow \dots \\ SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_R \times U(1) \rightarrow \dots \end{array} \right\} \quad (3.55)$$

Από αυτές τις πιθανότητες, οι δυο περισσότερο μελετημένες περιπτώσεις είναι οι:

$$\begin{aligned} SO(10) &\rightarrow SU(5) \times U(1) \\ SO(10) &\rightarrow G_{PS} = SU(4)_C \times SU(2)_L \times SU(2)_R \end{aligned} \quad (3.56)$$

Στην πρώτη περίπτωση παίρνουμε είτε την Georgi - Glashow $SU(5)$ περίπτωση, αν το Q_{EM} δίνεται μόνο σε όρους γεννητόρων της $SU(5)$, είτε την flipped $SU(5)$, αν το Q_{EM} είναι μερικώς στην $U(1)$ [82,83]. Ενώ στην δεύτερη περίπτωση έχουμε την συμμετρία Pati-Salam: G_{PS} [84].

Τομέας Yukawa

Με βάση την Εξ. 3.54 η πιο γενική λαγκρατζιανή Yukawa που μπορεί να γραφεί είναι:

$$\mathcal{L}_Y = \mathbf{16}_F (Y_{10} \mathbf{10}_H + Y_{120} \mathbf{120}_H + Y_{126} \overline{\mathbf{126}}_H) \mathbf{16}_F + h.c. \quad (3.57)$$

όπου Y_{10} και Y_{120} είναι μιγαδικοί συμμετρικοί πίνακες ενώ ο Y_{126} είναι μιγαδικός αντισυμμετρικός πίνακας.

Ένα βασικό ερώτημα είναι επίσης ποιος είναι ο ελάχιστος αριθμός αναπαράστασεων Higgs που χρειάζονται στον τομέα Yukawa έτσι ώστε να έχουμε μια ρεαλιστική θεωρία. Με μόνο μία αναπαράσταση Higgs δεν υπάρχει μίξη φερμιονίων, καθώς ένας πίνακας Yukawa μπορεί πάντα να διαγωνοποιείται στρέφοντας τα $\mathbf{16}_F$ πεδία, άρα πρέπει να υπάρχουν τουλάχιστον δύο αναπαράστασεις. Συνολικά, με την χρήση των

10_H , 120_H και $\overline{126}_H$ έχουμε 6 πιθανούς συνδυασμούς [85]:

$$\begin{aligned}
 (1) & \quad 10_H + \overline{126}_H \\
 (2) & \quad 120_H + \overline{126}_H \\
 (3) & \quad 10_H + 120_H \\
 (4) & \quad 10_H + 10_H \\
 (5) & \quad 120_H + 120_H \\
 (6) & \quad \overline{126}_H + \overline{126}_H
 \end{aligned} \tag{3.58}$$

από τους οποίους κρατάμε τις τρεις πρώτες περιπτώσεις, αφού οι τρεις τελευταίοι απορρίπτονται καθώς προβλέπουν λάθος σχέσεις μαζών. Για παράδειγμα, η περίπτωση (4) προβλέπει ότι $M_d = M_e$, η περίπτωση (6) προβλέπει $M_d = -3M_e$, ενώ στην (5) η αντισυμμετρικότητα της Y_{120} υπονοεί ότι $m_1 = 0$ (πρώτη γενιά) και $m_2 = -m_3$ (δεύτερη και τρίτη γενιά). Επίσης, να σημειώσουμε πως στην περίπτωση (3) η έλλειψη της $\overline{126}_H$ σημαίνει ότι τα νετρίνα είναι Dirac και οι μάζες τους σχετίζονται με αυτές των φορτισμένων λεπτονίων, γεγονός που είναι λάθος. Για την διόρθωση αυτού του προβλήματος πρέπει να εισαχθεί η διγραμμική $\overline{16}_H \overline{16}_H$ η οποία παίζει τον ρόλο της $\overline{126}_H$.

Η κατανόηση των φερμιονικών μαζών είναι ευκολότερη στην γλώσσα Pati-Salam. Οπότε, αν αποσυνθέσουμε τις βασικές αναπαραστάσεις κάτω από την G_{PS} (και όχι κάτω από το ΚΠ) έχουμε:

$$\begin{aligned}
 10 &= (2, 2, 1) + (1, 1, 6) \\
 16 &= (4, 2, 1) + (\bar{4}, 1, 2) \\
 120 &= (2, 2, 15) + (2, 2, 1) + (1, 1, 10) + (1, 1, \overline{10}) + (1, 3, 6) + (3, 1, 6) \\
 126 &= (2, 2, 15) + (3, 1, \overline{10}) + (1, 3, 10) + (1, 1, 6) \\
 \overline{126} &= (2, 2, 15) + (1, 3, \overline{10}) + (3, 1, 10) + (1, 1, 6) \\
 210 &= (1, 1, 1) + (2, 2, 6) + (3, 1, 15) + (1, 3, 15) + (2, 2, 10) + (2, 2, \overline{10}) + (1, 1, 15) \\
 45 &= (3, 1, 1) + (1, 3, 1) + (2, 2, 6) + (1, 1, 15)
 \end{aligned} \tag{3.59}$$

όπου οι αριστερόστροφες και οι δεξιόστροφες διπλέτες είναι στις:

$$\begin{aligned}
 (4, 2, 1) &= \begin{pmatrix} \nu & u_1 & u_2 & u_3 \\ e & d_1 & d_2 & d_3 \end{pmatrix} \\
 (\bar{4}, 1, 2) &= \begin{pmatrix} \nu^c & u_1^c & u_3^c & u_3^c \\ e^c & d_1^c & d_2^c & d_3^c \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{3.60}$$

Παρατηρούμε επίσης ότι τα λεπτόνια είναι απλά το τέταρτο χρώμα. Κάνοντας στην συνέχεια τους υπολογισμούς για τις μάζες των λεπτονίων, χρησιμοποιώντας επίσης το γεγονός ότι:

$$Y_{10} = Y_{10}^T, \quad Y_{126} = Y_{126}^T, \quad Y_{120} = -Y_{120}^T \quad (3.61)$$

βρίσκουμε ότι με την χρήση όλων των πεδίων Higgs $\mathbf{10}_H$, $\mathbf{120}_H$ και $\overline{\mathbf{126}}_H$ έχουμε:

$$\begin{aligned} M_u &= \langle 2, 2, 1 \rangle_{10}^u Y_{10} + \langle 2, 2, 15 \rangle_{126}^u Y_{126} + (\langle 2, 2, 1 \rangle_{120}^u + \langle 2, 2, 15 \rangle_{120}^u) Y_{120} \\ M_d &= \langle 2, 2, 1 \rangle_{10}^d Y_{10} + \langle 2, 2, 15 \rangle_{126}^d Y_{126} + (\langle 2, 2, 1 \rangle_{120}^d + \langle 2, 2, 15 \rangle_{120}^d) Y_{120} \\ M_l &= \langle 2, 2, 1 \rangle_{10}^d Y_{10} - 3 \langle 2, 2, 15 \rangle_{126}^d Y_{126} + (\langle 2, 2, 1 \rangle_{120}^d - 3 \langle 2, 2, 15 \rangle_{120}^d) Y_{120} \\ M_{\nu_D} &= \langle 2, 2, 1 \rangle_{10}^u Y_{10} - 3 \langle 2, 2, 15 \rangle_{126}^u Y_{126} + (\langle 2, 2, 1 \rangle_{120}^u - 3 \langle 2, 2, 15 \rangle_{120}^u) Y_{120} \\ M_{\nu_R} &= \langle 1, 3, 10 \rangle Y_{126} \\ M_{\nu_L}^{II} &= \langle 3, 1, \overline{10} \rangle Y_{126} \end{aligned} \quad (3.62)$$

όπου M_u , M_d , M_l , M_{ν_D} , M_{ν_R} , $M_{\nu_L}^{II}$ αναπαριστούν αντίστοιχα τους πίνακες μαζών του πάνω κουάρκ, του κάτω κουάρκ, των φορτισμένων λεπτονίων, του νετρίνου Dirac, του δεξιόστροφου νετρίνου και το αριστερόστροφου νετρίνου. Ο πίνακας μάζας $M_{\nu_L}^{II}$ του αριστερόστροφου νετρίνου καλείται τύπου *II seesaw* επειδή η προκύπτουσα VEV για $\langle 3, 1, \overline{10} \rangle$ είναι μικρή, αφού $\langle 3, 1, \overline{10} \rangle \approx \frac{M_W^2}{M_{GUT}}$.

Αν οπότε πάρουμε την περίπτωση (1) από τις περιπτώσεις 3.59, τότε με βάση την Εξ. 3.57 παίρνουμε τις εξής σχέσεις για τις φερμιονικές μάζες [86]:

$$\begin{aligned} M_u &= c_0 M_0 + c_1 M_1 \\ M_d &= M_0 + M_1 \\ M_l &= M_0 - 3M_1 \\ M_{\nu_D} &= c_0 M_0 - 3c_1 M_1 \\ M_{\nu_R} &= \langle 1, 3, 10 \rangle Y_{126} \\ M_{\nu_L}^{II} &= \langle 3, 1, \overline{10} \rangle Y_{126} \end{aligned} \quad (3.63)$$

όπου:

$$\begin{aligned} M_0 &= \langle 2, 2, 1 \rangle_{10}^d Y_{10} \\ M_1 &= \langle 2, 2, 15 \rangle_{126}^d Y_{126} \\ c_0 &= \frac{\langle 2, 2, 1 \rangle_{10}^u}{\langle 2, 2, 1 \rangle_{10}^d} \\ c_1 &= \frac{\langle 2, 2, 15 \rangle_{126}^u}{\langle 2, 2, 15 \rangle_{126}^d} \end{aligned} \quad (3.64)$$

Επίσης, από τα ανωτέρω προκύπτει για τον πίνακα μαζών των νετρίνων η σχέση:

$$M_\nu = M_{\nu_L} - M_{\nu_D} M_{\nu_R}^{-1} M_{\nu_D} \quad (3.65)$$

Αν πάρουμε την φυσική προσέγγιση $\theta_q = V_{cb} = 0$ βρίσκουμε ότι:

$$c_0 = \frac{m_c(m_\tau - m_b) - m_t(m_\mu - m_s)}{m_s m_\tau - m_\mu m_b} \approx \frac{m_\tau}{m_b} \quad (3.66)$$

το οποίο είναι προφανώς πολύ μεγαλύτερο από 1.

Οπότε, παρατηρούμε ότι το $\mathbf{10}_H$ δεν μπορεί να είναι πραγματικό αφού σε αυτή την περίπτωση θα είχαμε μόνο μια $SU(2)_L$ διπλέτα στην $(2, 2, 1)$ και άρα $|\langle 2, 2, 1 \rangle_{10}^u| = |\langle 2, 2, 1 \rangle_{10}^d|$ που σημαίνει ότι $|c_0| = 1$. Άρα, το $\mathbf{10}_H$ πρέπει να είναι μιγαδικό όπως και στην υπερσυμμετρική θεωρία που θα δούμε στο εδάφιο 4.3.2. Το γεγονός αυτό εισάγει νέες ζεύξεις Yukawa το οποίο κάνει την θεωρία λιγότερο προβλέψιμη. Όμως, κάποιες προβλέψεις όπως η συσχέτιση της ενοποίηση $b - \tau$ με την μεγάλη γωνία ατμοσφαιρικής μίξης στον μηχανισμό seesaw τύπου II παραμένουν. Στην μη υπερσυμμετρική θεωρία η $b - \tau$ ενοποίηση αποτυγχάνει καθώς προβλέπει $m_\tau \sim 2m_b$. Για να είναι ρεαλιστική, η θεωρία απαιτεί μηχανισμό seesaw τύπου I ή μια μίξη και των δύο πιθανοτήτων.

Αν στην συνέχεια πάρουμε την περίπτωση (2) από τις περιπτώσεις 3.59, τότε αφού η Y_{120} είναι αντισυμμετρική, αυτό σημαίνει ότι θα έχουμε μόνο 3 νέες μιγαδικές ζεύξεις πάνω από την Y_{126} [86]. Σε αυτή την περίπτωση οπότε παίρνουμε:

$$\begin{aligned} M_u &= c_1 M_1 + c_2 M_2 \\ M_d &= M_1 + M_2 \\ M_l &= c_3 M_2 - 3M_1 \\ M_{\nu_D} &= c_4 M_2 - 3c_1 M_1 \end{aligned} \quad (3.67)$$

όπου:

$$\begin{aligned} M_1 &= \langle 2, 2, 15 \rangle_{126}^d Y_{126} \\ M_2 &= \left(\langle 2, 2, 1 \rangle_{120}^d + \langle 2, 2, 15 \rangle_{120}^d \right) Y_{120} \\ c_1 &= \frac{\langle 2, 2, 15 \rangle_{126}^u}{\langle 2, 2, 15 \rangle_{126}^d} \\ c_2 &= \frac{\langle 2, 2, 1 \rangle_{120}^u + \langle 2, 2, 15 \rangle_{120}^u}{\langle 2, 2, 1 \rangle_{120}^d + \langle 2, 2, 15 \rangle_{120}^d} \\ c_3 &= \frac{\langle 2, 2, 1 \rangle_{120}^d - 3 \langle 2, 2, 15 \rangle_{120}^d}{\langle 2, 2, 1 \rangle_{120}^d + \langle 2, 2, 15 \rangle_{120}^d} \\ c_4 &= \frac{\langle 2, 2, 1 \rangle_{120}^u - 3 \langle 2, 2, 15 \rangle_{120}^u}{\langle 2, 2, 1 \rangle_{120}^d + \langle 2, 2, 15 \rangle_{120}^d} \end{aligned} \quad (3.68)$$

Είναι εύκολο να δούμε πως και σε αυτή την περίπτωση υπάρχει ανάγκη τα πεδία Higgs να είναι και εδώ μιγαδικά, όπως και στην περίπτωση με το $\mathbf{10}_H$. Αυτό πραγματοποιείται ευκολότερα εισάγοντας μια νέα $U(1)_{PQ}$ συμμετρία η οποία όπως είδαμε στο εδάφιο 2.4.2 έχει ως υποπροϊόν την ύπαρξη ενός υποψηφίου ΣΥ που ονομάζεται αξιόνιο. Η συνεισφορά του τύπου I μηχανισμού seesaw δίνει στα ελαφριά νετρίνα τον πίνακα μάζας:

$$M_N^I = -M_{\nu_D}^T M_{\nu_R}^{-1} M_{\nu_D} \propto 9c_1^2 M_1 - c_4^2 M_2 M_1^{-1} M_2 \quad (3.69)$$

ενώ η συνεισφορά του τύπου II είναι:

$$M_N^{II} \propto M_1 \quad (3.70)$$

Αναλύοντας στην συνέχεια μόνο την δεύτερη και τρίτη γενιά μπορούμε να πάρουμε αλγεβρικές εκφράσεις που θα μας δώσουν μια πιο καθαρή φυσική σημασία. Έτσι, στην βάση που ο M_1 είναι διαγώνιος πραγματικός και μη αρνητικός, για την περίπτωση με τις δύο γενιές:

$$M_1 \propto \begin{pmatrix} \sin^2 \theta & 0 \\ 0 & \cos^2 \theta \end{pmatrix} \quad (3.71)$$

ο πιο γενικός πίνακας φορτισμένων φερμιονίων μπορεί να γραφεί στην μορφή:

$$M_f = \mu_f \begin{pmatrix} \sin^2 \theta & i(\sin \theta \cos \theta + \varepsilon_f) \\ -i(\sin \theta \cos \theta + \varepsilon_f) & \cos^2 \theta \end{pmatrix} \quad (3.72)$$

όπου $f = D, U, E$ αντιπροσωπεύει φορτισμένα φερμιόνια και το ε_f εξαφανίζεται για αμελητέες δεύτερης γενιάς μάζες, αφού $|\varepsilon_f| \propto \frac{m_2^f}{m_3^f}$. Επιπλέον ο παράγοντας μ_f καθορίζει τον παράγοντα μάζας της τρίτης γενιάς. Έτσι, κάνοντας τους υπολογισμούς έχουμε τις εξής προβλέψεις:

1. Όσον αφορά τις μάζες των νετρίνων, με την χρήση των Εξ. 3.69, 3.70, και χρησιμοποιώντας συγκεκριμένη μορφή των 2×2 πινάκων, προκύπτει ότι ο μηχανισμός seesaw τύπου I και τύπου II οδηγούν στην ίδια δομή:

$$M_N^I \propto M_N^{II} \propto M_1 \quad (3.73)$$

έτσι ώστε στην επιλεγμένη βάση ο πίνακας μάζας νετρίνων να είναι διαγώνιος. Βλέπουμε ότι η γωνία θ αναγνωρίζεται ως η λεπτονική (ατμοσφαιρική) γωνία μίξης θ_A μέχρι όρους της τάξης $|\varepsilon_E| \approx \frac{m_\mu}{m_\tau}$. Για τις μάζες των νετρίνων βρίσκουμε από την Εξ. 3.71 ότι:

$$\frac{m_3^2 - m_2^2}{m_3^2 + m_2^2} = \frac{\cos 2\theta_A}{1 - \sin^2 2\theta_A/2} + O(|\varepsilon|) \quad (3.74)$$

Η εξίσωση αυτή δείχνει ότι ο εκφυλισμός των μαζών νετρίνων μετράται από το μεγάλο μέγεθος της ατμοσφαιρικής γωνίας μίξης θ_A .

2. Η αναλογία της μάζας του λεπτονίου ταυ και του κάτω κουάρκ προκύπτει ότι είναι:

$$\frac{m_\tau}{m_b} = 3 + 3 \sin 2\theta_A \operatorname{Re} [\varepsilon_E - \varepsilon_U] + (|\varepsilon^2|) \quad (3.75)$$

Το αποτέλεσμα αυτό δεν είναι σωστό κατά βάση καθώς η προέκταση από το ΚΠ οδηγεί στην πρόβλεψη $m_\tau \approx 2m_b$. Όμως, διάφορα φαινόμενα μπορούν να μεταβάλλουν αυτό το συμπέρασμα όπως για παράδειγμα η κατάλληλη επιλογή των φάσεων, οι διορθώσεις τάξης ε μπορούν να δώσουν 10% μείωση έτσι ώστε η μεγάλη Dirac Yukawa ζεύξη να παράξει ένα φαινόμενο 10 – 20%, παρόμοιο με αυτό που μπορούμε να προβλέψουμε με την ανάλυση με όλες τις 3 γενιές. Σε κάθε περίπτωση αναμένουμε το m_b να προκύψει όσο το δυνατόν μικρότερο.

3. Η μίξη κουάρκ προκύπτει ότι είναι:

$$|V_{cb}| = |\cos 2\theta_A (\varepsilon_D - \varepsilon_U)| + O(|\varepsilon^2|) \quad (3.76)$$

Η εξίσωση αυτή δείχνει την επιτυχημένη συνύπαρξη μικρών και μεγάλων γωνιών μίξης. Για να δουλέψει ποσοτικά, το $|\cos 2\theta_A|$ πρέπει να είναι όσο το δυνατόν μεγαλύτερο, δηλαδή το θ_A πρέπει να είναι όσο το δυνατόν πιο μακριά γίνεται από την μέγιστη τιμή 45° . Για συγκεκριμένη αριθμητική πρόβλεψη, πρέπει να προστεθούν επίσης οι βρόγχοι καθώς και τα φαινόμενα της πρώτης γενιάς.

Τέλος, είναι χρήσιμο να γράψουμε το ηλεκτρικό φορτίο σαν συμμετρικό συνδυασμό των γεννητόρων της $SO(10)$:

$$Q_{em} = T_{3L} + T_{3R} + \frac{B - L}{2} \quad (3.77)$$

όπου $T_{3L,R}$ είναι οι ιδιοτιμές του τρίτου γεννήτορα της $SU(2)_{L,R}$, όπου στην θεμελιώδη αναπαράσταση για παράδειγμα από τον πίνακα Pauli $\tau_3/2$:

$$T_3 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (3.78)$$

ενώ αντίστοιχα το $B - L$ είναι αντίστοιχο στον τελευταίο 15^ο γεννήτορα της $SU(4)_c$ όπου στην θεμελιώδη αναπαράσταση είναι για παράδειγμα:

$$\frac{B - L}{2} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3 \end{pmatrix} \quad (3.79)$$

3.1.3 Άλλες θεωρίες

Ομάδα $SU(6)$

Μια ακόμα επιλογή για επέκταση του ΚΠ είναι μέσω της ομάδας $SU(6)$ [87]. Η ομάδα αυτή έχει τάξη 5, δηλαδή ίδια με την ομάδα $SO(10)$, πράγμα που σημαίνει ότι θα παρέχει μια νέα εναλλακτική για την πραγματοποίηση μεγάλης ενοποίησης πέρα από το κλασικό μοντέλο $SO(10)$. Επίσης, έχοντας μεγαλύτερη τάξη και από την $SU(5)$ σημαίνει ότι η ομάδα αυτή έχει περισσότερες κλίμακες στις οποίες μπορεί να σπάσει πριν από την $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$. Όπως θα δούμε αυτό είναι ένα σημαντικό στοιχείο για την αποφυγή γρήγορης διάσπασης πρωτονίου την οποία θα εξετάσουμε στο εδάφιο 3.2.1.

Ένα από τα σημαντικότερα στοιχεία για μια οποιαδήποτε θεωρία μεγάλης ενοποίησης είναι ο καθορισμός του σπασίματος της συμμετρίας. Στην περίπτωση της $SU(6)$ έχουμε διάφορες πιθανότητες για να σπάσουμε την συμμετρία. Για παράδειγμα:

$$SU(6) \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} SU(5) \times U(1) \\ SU(2) \times SU(2) \times SU(2) \times U(1) \times U(1) \\ SU(3) \times SU(3) \times U(1) \end{array} \right\} \quad (3.80)$$

Η πρώτη επιλογή είναι ξεκάθαρα παρόμοια με την γνωστή $SU(5)$ GUT η οποία ακολουθείται από το μοτίβο σπασίματος $SU(5) \rightarrow SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ ώστε να προκύψει το ΚΠ. Αυτό το μοτίβο, ήταν από τα πρώτα που είχαν προταθεί [88], και ήταν από τις δημοφιλέστερες GUT θεωρίες, όμως πλέον δεν προτιμάται λόγω της πολύ γρήγορης διάσπασης του πρωτονίου που προβλέπει. Η δεύτερη επιλογή σπασίματος μπορεί εύκολα να απορριφθεί λόγω του ότι δεν μπορεί να συμπεριλαμβάνει το ΚΠ. Οπότε, μπορούμε να διαλέξουμε για μελέτη την τρίτη επιλογή ως ρεαλιστικό τρόπο σπασίματος. Έτσι, σε αυτό το στάδιο μπορούμε να σπάσουμε την $SU(6)$ σε δύο στάδια:

$$\begin{aligned} SU(6) &\rightarrow SU(3)_C \times SU(3)_H \times U(1)_C \\ &\rightarrow SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_B \times U(1)_C \end{aligned} \quad (3.81)$$

όπου το H αποτελεί έναν καινούριο χβαντικό αριθμό που θα ονομάζουμε υπερ-ισοσπίν. Επίσης, ο συνδυασμός των χβαντικών αριθμών που εισάγονται από τις $U(1)_B$ και $U(1)_C$ θα αναπαράγει το γνωστό υπερφορτίο που σχετίζεται με την $U(1)_Y$ στην ηλεκτρασθενή θεωρία.

Οι θεμελιώδεις αναπαραστάσεις της $SU(6)$ είναι η $\mathbf{6}$ και η αντισυμμετρική της $\bar{\mathbf{6}}$. Ένα ταυυστικό γινόμενο των δυο αναπαραστάσεων δίνει $\mathbf{6} \times \bar{\mathbf{6}} = \mathbf{21} + \bar{\mathbf{15}}$.

Ακολουθώντας στην συνέχεια την γενική απαίτηση για αναίρεση των ανωμαλιών από τον συνδυασμό των αναπαράστάσεων των φερμιόνιων σε κάθε ομάδα $SU(N)$, διαλέγουμε τον συνδυασμό $2 \cdot \mathbf{6} + \overline{\mathbf{15}}$. Η δεύτερη $\mathbf{6}$ -διάστατη αναπαράσταση προκύπτει από την αποσύνθεση της $\mathbf{21}$ στο ανωτέρω τανυστικό γινόμενο. Άρα, καταλήγουμε πως τα φερμιόνια πρέπει να αντιστοιχηθούν σε αυτές τις δύο πολλαπλότητες $\mathbf{6}$ και $\mathbf{15}$.

Όσον αφορά τους γεννήτορες, η $SU(6)$ αφού είναι τάξεως 5 θα πρέπει να έχει 5 γεννήτορες που θα καθορίζουν την “υποάλγεβρα Cartan”. Δηλαδή, πρέπει να υπάρχουν 5 γεννήτορες με μη μηδενικά διαγώνια στοιχεία. Αυτοί μπορούν να καθοριστούν με ένα κοινό τρόπο ορίζοντας:

$$F_i \equiv \frac{1}{2} \lambda_i \quad (3.82)$$

με $i = 1, 2, \dots, 35$ οι οποίοι ικανοποιούν την σχέση $[F_i, F_j] = i f_{ijk} F_k$ όπου f_{ijk} είναι η σταθερά δομής. Αξίζει εδώ να κάνουμε τις εξής επισημάνσεις:

- Οι “τύπου Gell-Mann” πίνακες $\lambda_{27, \dots, 34}$ με τα μη μηδενικά στοιχεία στο κάτω αριστερό 3×3 μπλοκ αναπαριστούν την $SU(3)_H$ στο πρώτο σπάσιμο της συμμετρίας. Αυτό διαμορφώνει τον νέο χβαντικό αριθμό υπερ-ισοσπίν.
- Αφού η $SU(6)$ περιλαμβάνει την $SU(5)$ σαν υποομάδα, ο $\bar{\lambda}_{24}$ πρέπει να συμπεριλαμβάνεται σε έναν 6×6 πίνακα ο οποίος είναι γραμμικός συνδυασμός των λ_{34} και λ_{35} , δηλαδή:

$$c_{34}\lambda_{34} + c_{35}\lambda_{35} = \frac{2}{\sqrt{15}} \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & & & & & 0 \\ & 1 & & & & 0 \\ & & 1 & & & 0 \\ & & & -\frac{3}{2} & & 0 \\ & & & & -\frac{3}{2} & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c|c} \bar{\lambda}_{24} & 0 \\ \hline 0 & 0 \end{array} \right) \quad (3.83)$$

- Ο λ_{35} αναπαριστά τα υπερφορτία που υπάρχουν στην ισχυρή και την ασθενή δύναμη με αντίθετα πρόσημα. Αυτό δείχνει την ιδιότητα των αλληλεπιδράσεων μικρής και μεγάλης εμβέλειας. Το είδος αυτού του υπερφορτίου, το ονομάζουμε C -υπερφορτίο.
- Το υπερφορτίο που εισάγεται από τον λ_{34} υπάρχει μόνο στον ασθενή τομέα και ονοματίζεται B -υπερφορτίο.

Καθώς η $SU(3)_C$ διατηρείται μέχρι την χαμηλή ενεργειακή κλίμακα, δεν υπάρχει κάποια καινούρια φυσική συνέπεια στον έννοια του χβαντικού αριθμού. Αν εστιάσουμε

στους γεννήτορες της $SU(3)_H$ που ευθύνονται για την ηλεκτρασθενή αλληλεπίδραση, θα δούμε πως η σχέση *Gell-Mann-Okubo* του ΚΠ $Q = I_3 + \frac{1}{2}Y$, όπως αναφέρεται στην Εξ. 2.153, μετασχηματίζεται ως:

$$\begin{aligned} Q &= I_{H_3} + \frac{1}{2}Y \\ &= I_3 + [\Delta I_3 \cdot (\Delta Y_B + \Delta Y_C)] + \frac{1}{2}(Y_B + Y_C) \end{aligned} \quad (3.84)$$

Τέλος, με βάση τη σχέση 3.84 καθορίζουμε το σωματιδιακό περιεχόμενο της θεωρίας μας. Όλα τα φερμιόνια πρέπει να μπουν στον συνδυασμό των **6** και **15** πολλαπλοτήτων. Έτσι, έχουμε ότι:

$$(\psi^6)_R^i = \begin{pmatrix} d_r^i \\ d_b^i \\ d_g^i \\ (l^i)^+ \\ -(\nu_l^i)^c \\ N_{li} \end{pmatrix}_R \quad (3.85)$$

για την **6**-πλέτα και για την **15**-πλέτα:

$$(\psi^{15})_L^{ij} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 0 & (u_g^i)^c & -(u_b^i)^c & -u_r^i & -d_r^i & -d_r^j \\ -(u_g^i)^c & 0 & (u_r^i)^c & -u_b^i & -d_b^i & -d_b^j \\ (u_b^i)^c & -(u_r^i)^c & 0 & -u_g^i & -d_g^i & -d_g^j \\ \hline u_r^i & u_b^i & u_g^i & 0 & (l^j)^+ & -(l^i)^+ \\ d_r^i & d_b^i & d_g^i & -(l^j)^+ & 0 & (N_{li})^c \\ d_r^j & d_b^j & d_g^j & (l^i)^+ & -(N_{li})^c & 0 \end{array} \right)_L \quad (3.86)$$

όπου $u_i = u, c, t$, $d^i = d, s, b$, $l^i = e, \mu, \tau$, $N_{li} = N_e, N_\mu, N_\tau$ και r, g, b αναπαριστούν τα χρώματα. Τα N_l είναι τα νέα φερμιόνια με ουδέτερα φορτία. Να σημειώσουμε επίσης πως i, j αναπαριστούν την γενιά και ο συνδυασμός τους πάει κυκλικά $(i, j) : (1, 2) \rightarrow (2, 3) \rightarrow (3, 1)$. Τέλος, L και R είναι οι τελεστές προβολής $L \equiv \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)$, $R \equiv \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)$.

Να σημειώσουμε εδώ αρχικά πως καθορίζουμε τα όμοια φερμιόνια για δύο **6**-πλέτες για την “ακύρωση” ανωμαλιών. Επίσης, το μοντέλο αυτό προβλέπει την ύπαρξη ενός νέου ουδέτερου φερμιονίου N_l για να συμπληρωθούν οι πολλαπλότητες. Το εξωτικό αυτό φερμιόνιο μπορεί να μεταφραστεί ως το βαρύ νετρίνο Majorana που θα ενεργοποιήσει φυσικά τον μηχανισμό seesaw. Φυσικά, το προαναφερθέν είναι

το ελάχιστο σωματιδιακό περιεχόμενο, δηλαδή έχουμε την ελάχιστη $SU(6)$ θεωρία, οπότε φυσικά θα μπορούσαν να παρθούν και περιπτώσεις με περισσότερα εξωτικά φερμιόνια όπως στην [88].

Τέλος, αν γράψουμε τις Εξ. 3.85 και 3.86 ξεχωριστά για κάθε γενιά έχουμε:

$$(\psi^6)_R^1 = \begin{pmatrix} d_r \\ d_b \\ d_g \\ e^+ \\ -(\nu_e)^c \\ N_e \end{pmatrix}_R, \quad (\psi^6)_R^2 = \begin{pmatrix} s_r \\ s_b \\ s_g \\ \mu^+ \\ -(\nu_\mu)^c \\ N_\mu \end{pmatrix}_R, \quad (\psi^6)_R^3 = \begin{pmatrix} b_r \\ b_b \\ b_g \\ \tau^+ \\ -(\nu_\tau)^c \\ N_\tau \end{pmatrix}_R \quad (3.87)$$

$$\begin{aligned} (\psi^{15})_L^{12} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 0 & (u_g)^c & -(u_b)^c & -u_r & -d_r & -s_r \\ -(u_g)^c & 0 & (u_r)^c & -u_b & -d_b & -s_b \\ (u_b)^c & -(u_r)^c & 0 & -u_g & -d_g & -s_g \\ \hline u_r & u_b & u_g & 0 & \mu^+ & -e^+ \\ d_r & d_b & d_g & -\mu^+ & 0 & (N_e)^c \\ s_r & s_b & s_g & e^+ & -(N_e)^c & 0 \end{array} \right)_L, \\ (\psi^{15})_L^{23} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 0 & (c_g)^c & -(c_b)^c & -c_r & -s_r & -b_r \\ -(c_g)^c & 0 & (c_r)^c & -c_b & -s_b & -b_b \\ (c_b)^c & -(c_r)^c & 0 & -c_g & -s_g & -b_g \\ \hline c_r & c_b & c_g & 0 & \tau^+ & -\mu^+ \\ s_r & s_b & s_g & -\tau^+ & 0 & (N_\mu)^c \\ b_r & b_b & b_g & \mu^+ & -(N_\mu)^c & 0 \end{array} \right)_L, \\ (\psi^{15})_L^{31} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 0 & (t_g)^c & -(t_b)^c & t_r & -b_r & -d_r \\ -(t_g)^c & 0 & (t_r)^c & -t_b & -b_b & -d_b \\ (t_b)^c & -(t_r)^c & 0 & -t_g & -b_g & -d_g \\ \hline t_r & t_b & t_g & 0 & e^+ & -\tau^+ \\ b_r & b_b & b_g & -e^+ & 0 & (N_\tau)^c \\ d_r & d_b & d_g & \tau^+ & -(N_\tau)^c & 0 \end{array} \right)_L, \end{aligned} \quad (3.88)$$

Ομάδα $SU(8)$

Το πρόβλημα των γεύσεων ή της δομής των γενεών το οποίο είδαμε στο εδάφιο 2.4.7 μπορεί να λυθεί με την εισαγωγή μιας τοπικής συμμετρίας όπως για παράδειγμα της *οριζόντιας (horizontal) συμμετρίας βαθμίδας*. Έτσι, μια απευθείας επέκταση της $SU(5)$ είναι το μοντέλο $SU(8)$ το οποίο είναι το ελάχιστο μοντέλο που απαιτείται ώστε να εμπεριέχει την $SU(3)_H$ [89,90].

Το μοντέλο αυτό για να είναι ρεαλιστικό πρέπει να ακυρώνει τις ανωμαλίες. Γνωρίζουμε ότι η m αντισυμμετρική αναπαράσταση μιας $SU(N)$ δίνεται από:

$$A(N, m) = \frac{(N-2m)(N-3)!}{(N-m-1)!(m-1)!} \quad (3.89)$$

Οπότε, για την περίπτωση της $SU(8)$ έχουμε για κάθε αναπαράσταση τις εξής ανωμαλίες:

$$\begin{aligned} \mathbf{8} &\rightarrow 1 \\ \mathbf{28} &\rightarrow 2 \\ \mathbf{56} &\rightarrow 3 \end{aligned} \quad (3.90)$$

Οπότε, για να μην έχουμε ανωμαλίες μπορούμε να διαλέξουμε είτε: $\mathbf{8}_R + \mathbf{28}_R + \mathbf{56}_L$, είτε: $\mathbf{8}_L + \mathbf{28}_L + \mathbf{56}_R$. Η αποσύνθεση της $SU(8)$ με βάση την $SU(5) \times SU(3)_H$ είναι:

$$\begin{aligned} \mathbf{8} &= (1, 3) + (5, 1) \\ \mathbf{28} &= (10, 1) + (5, 3) + (1, \bar{3}) \\ \mathbf{56} &= (10, 3) + (5, \bar{3}) + (10, 1) + (1, 1) \end{aligned} \quad (3.91)$$

Στο μοντέλο αυτό οπότε μια γενιά είναι η $\mathbf{5}_R + \mathbf{10}_L$. Αυτές όμως περιέχονται στην $\mathbf{28}$ και $\mathbf{56}$ σαν τριπλέτες της $SU(3)$. Έτσι, η ελικοτότητα γίνεται $\mathbf{8}_R$, $\mathbf{28}_R$ και $\mathbf{56}_L$, και έτσι έχουμε το ελάχιστο μοντέλο με το μικρότερο πλήθος πεδίων. Τέλος, πρέπει να διαλέξουμε έναν τελεστή φορτίου Q . Για να αποφύγουμε εξωτικά σωματρία διαλέγουμε τον ίδιο τελεστή φορτίου με το $SU(5)$ μοντέλο, δηλαδή:

$$Q = \text{diag} \left(-\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}, 1, 0, 0, 0, 0 \right) \quad (3.92)$$

Για το σωματιδιακό περιεχόμενο των $\mathbf{8}_R$, $\mathbf{28}_R$ και $\mathbf{56}_L$ έχουμε:

$$\mathbf{8}_R = (z_1, z_2, z_3, M_1^c, L_1^c, F_1, F_2, F_3)_R \quad (3.93)$$

$$28_R = \left(\begin{array}{cccc|cccc} 0 & f_3^c & -f_2^c & f_1 & x_1 & d_1 & s_1 & b_1 \\ -f_3^c & 0 & f_1^c & f_2 & x_2 & d_2 & s_2 & b_2 \\ f_2^c & f_1^c & 0 & f_3 & x_3 & d_3 & s_3 & b_3 \\ -f_1 & -f_2 & -f_3 & 0 & M & e^c & \mu^c & \tau^c \\ \hline -x_1 & -x_2 & -x_3 & -M & 0 & \nu_e^c & \nu_\mu^c & \nu_\tau^c \\ -d_1 & -d_2 & -d_3 & -e & -\nu_e & 0 & F_3^c & -F_2^c \\ -s_1 & -s_2 & -s_3 & -\mu & -\nu_\mu & -F_3^c & 0 & F_1^c \\ -b_1 & -b_2 & -b_3 & -\tau & -\nu_\tau & F_2^c & -F_1^c & 0 \end{array} \right)_R \quad (3.94)$$

καθώς και τον Πίνακα 3.2.

Δείκτης	Σωματίδιο	Q	$SU(3)_C \times SU(2) \times SU(3)_H$
$\alpha\beta$	$\varepsilon_{\alpha\beta\gamma} f_\gamma^c$	$-\frac{2}{3}$	$(\bar{3}, 1, 1)$
$\alpha 4$	f_α	$\frac{2}{3}$	$(3, 2, 1)$
$\alpha 5$	x_α	$-\frac{1}{3}$	$(3, 1, 3)$
$\alpha 1$	d_i	$-\frac{1}{3}$	$(3, 1, 3)$
$4i$	e_i	1	$(1, 2, 3)$
$5i$	ν_i	0	$(1, 2, 3)$
ij	$\varepsilon_{ijk} F_k^c$	0	$(1, 1, \bar{3})$
$\alpha\beta\gamma$	M_3	-1	$(1, 1, 1)$
ijk	L_2	0	$(1, 1, 1)$
$\alpha\beta 4$	$\varepsilon_{\alpha\beta\gamma} \begin{pmatrix} y_\tau^c \\ g_\gamma^c \end{pmatrix}$	$\left\{ \frac{1}{3} \right\}$	$(\bar{3}, 2, 1)$
$\alpha\beta 5$		$\left\{ -\frac{2}{3} \right\}$	
$\alpha 45$	g_α	$\frac{2}{3}$	$(3, 1, 1)$
$\alpha 4i$	$\begin{pmatrix} u_{\alpha i} \\ d_{\alpha i} \end{pmatrix}$	$\left\{ \frac{2}{3} \right\}$	$(3, 2, 3)$
$\alpha 5i$		$\left\{ -\frac{1}{3} \right\}$	
$4ij$	$\varepsilon_{ijk} \begin{pmatrix} M_k^c \\ N_k^c \end{pmatrix}$	$\left\{ 1 \right\}$	$(1, 2, \bar{3})$
$5ij$		$\left\{ 0 \right\}$	
αij	$\varepsilon_{ijk} x_{ka}$	$-\frac{1}{3}$	$(3, 1, \bar{3})$
$\alpha\beta i$	$\varepsilon_{\alpha\beta\gamma} u_{\gamma i}^c$	$-\frac{2}{3}$	$(\bar{3}, 1, 3)$
$45i$	e_i^c	1	$(1, 1, 3)$

Πίνακας 3.2: Σωματιδιακό περιεχόμενο και αντίστοιχες ιδιότητες της 56_L αναπαράστασης της $SU(8)$. α, i είναι οι δείκτες χρώματος $SU(3)_C$ και $SU(3)_H$ αντίστοιχα. Επίσης, $d_i = (d, s, b)$, $e_i = (e, \mu, \tau)$, $\nu_i = (\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau)$, f, x, F και M_2 είναι τα νέα κουάρκ και λεπτόνια. Τέλος, $x_1 = x$, $x_2 = y$, $x_3 = z$, $M_k^c = (M_1^c, M_2^c, M_3^c)$, $N_k^c = (N_1^c, N_2^c, N_3^c)$ [90].

Το μοντέλο αυτό περιέχει συνολικά 92 πεδία. Τα περισσότερα από τα φερμιόνια, εκτός από τα συνηθισμένα 45 σωματίια, πρέπει να είναι υπερβαρέα. Επίσης, ανάλογα με το πως αναγνωρίζουμε τα σωματίια και τα αντι-σωματίια, εμφανίζονται ένα, τρία ή πέντε νέα άμαζα σωματίια εκτός από τα συνηθισμένα νετρίνα. Στην συνέχεια, εκτός από τα 24 μποζόνια του $SU(5)$ έχουμε 39 διανυσματικά μποζόνια, καθώς $8^2 - 1 = 63$ (βλέπε Πίνακα 3.3). Η εμφάνιση του A_μ είναι χαρακτηριστική κάθε θεωρίας με τοπική οριζόντια συμμετρία και προκαλεί την αλλαγή της γεύσης σε διαγράμματα επιπέδου δένδρου. Το μοντέλο επίσης περιέχει νέα φορτισμένα διανυσματικά μποζόνια Z_μ, V_μ^+ τα οποία είναι νέοι μεσολαβητές της CP παραβίασης.

Επίσης, πρέπει να αναφέρουμε ότι η $SU(8)$ μπορεί να σπάσει στην $SU(3)_C \times U(1)$ με διάφορους τρόπους [90]:

$$SU(8) \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} SU(7) \times U(1) \\ SU(6) \times SU(2) \times U(1) \\ SU(5) \times SU(3) \times U(1) \\ SU(4) \times SU(4) \times U(1) \\ SU(7) \\ SU(6) \times U(1) \\ SU(5) \times SU(2) \times U(1) \\ SU(4) \times SU(3) \times U(1) \end{array} \right\} \quad (3.95)$$

Για τις μάζες των μποζονίων βαθμίδας έχουμε γενικά ότι:

$$10^{14} GeV \simeq m_{X_\mu(Y_\mu)} \simeq m_{V_\mu} \simeq m_{Z_\mu} \quad (3.96)$$

$$m_{A_\mu} \leq m_{Z_\mu} \quad (3.97)$$

όπου τα X_μ και Y_μ είναι τα υπερβαρέα μποζόνια της $SU(5)$. Για την μάζα του A_μ γνωρίζουμε ότι πρέπει να είναι βαρύ έτσι ώστε να περιορίζεται το *ουδέτερο ρεύμα αλλαγής γεύσης* (*Flavour Changing Neutral Current - FCNC*). Έτσι, ένα κάτω όριο που μπορεί να δοθεί είναι:

$$m_{A_\mu} \geq 10^4 GeV \quad (3.98)$$

Δείκτης	Μποζόνιο βαθμίδας	Q	$SU(3)_C \times SU(2) \times SU(3)_H$
ij	A_μ	0	(1, 1, 8)
α_i	Z_μ	$-\frac{1}{3}$	(3, 1, 3)
$\begin{pmatrix} 4i \\ 5i \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} V_\mu^+ \\ V_\mu^0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	(1, 2, 3)
	B_μ	0	(1, 1, 1)

Πίνακας 3.3: Τα 39 νέα μποζόνια βαθμίδας της $SU(8)$. Η ταξινόμηση τους γίνεται σύμφωνα με τον κανόνα μετασχηματισμού σε σχέση με την $SU(3)_C \times SU(2) \times SU(3)_H$. Τα αντι-σωμάτια δεν παρουσιάζονται σε αυτόν τον πίνακα [90].

Ομάδα E_6

Οι ομάδες $SO(n)$, $SU(n)$, και $Sp(2n)$ είναι μέλη μιας άπειρης ακολουθίας. Δηλαδή, δεν υπάρχει κάποιος γενικός λόγος, που η θεωρία $SU(5)$, πρέπει να είναι καλύτερος υποψήφιος για GUT από ότι η $SU(6)$, $SU(7)$ κλπ κλπ. Εκτός όμως αυτών των ομάδων, υπάρχουν οι ασυνήθιστες ομάδες Lie (*exceptional simple Lie groups*) οι οποίες είναι μοναδικές και είναι μόνο πέντε στον αριθμό: G_2 , F_4 , E_6 , E_7 , και E_8 . Από αυτές τις ομάδες, η G_2 δεν είναι αρκετά μεγάλη ώστε να συμπεριλαμβάνει το ΚΠ σαν υποομάδα. Από τις υπόλοιπες ομάδες, η E_8 παρόλο που η μικρότερη διαστατικά αναπαράσταση είναι η αυτοπροσαρτημένη αναπαράσταση, η διάσταση της είναι 248 και άρα απαιτείται ένα τεράστιο πλήθος από μποζόνια βαθμίδας και φερμιόνια. Η ομάδα αυτή είναι τάξεως 6 με 78 γεννήτορες, οι περισσότεροι από τους οποίους πρέπει να σπάσουν σε πολύ μεγάλη μάζα αφήνοντας άσπαστους τους 12 γεννήτορες του ΚΠ [91].

Μόνο η θεμελιώδης **27** αναπαράσταση (και η συζυγής της) ικανοποιεί την απαίτηση να έχουμε μόνο 1, 3, και 3^* αναπαραστάσεις της υποομάδας χρώματος [92,93] στην E_6 , όπου [94]:

$$\mathbf{27} = \begin{pmatrix} Q, & u^c, & e^c, & L, & d^c, & \nu^c \\ H, & g^c, & H^c, & g, & S^c \end{pmatrix} \quad (3.99)$$

με:

$$H = \begin{pmatrix} N \\ E \end{pmatrix}, \quad H^c = \begin{pmatrix} N \\ E \end{pmatrix}^c \quad (3.100)$$

και g είναι η χρωματιστή $SU(2)$ μονέτα. Στην Εξ. 3.99 η πάνω γραμμή είναι είναι μάζες της $\mathbf{16} = \mathbf{10} + \bar{\mathbf{5}} + \mathbf{1}$ και τα κάτω στοιχεία είναι εξωτικά της $\mathbf{10} = \bar{\mathbf{5}} + \mathbf{5}$ και

1 αντίστοιχα. Ενώ τα N και N^c παίζουν τον ρόλο των H_u και H_d αντίστοιχα.

Κάτω από τη “μέγιστη” (maximal) ομάδα $SU(3)_C \times SU(3) \times SU(3)$ η **27** και η αυτοπροσαρτημένη αναπαράσταση μετασχηματίζονται ως:

$$\begin{aligned} \mathbf{27} &\rightarrow (1, 3^*, 3) \oplus (3, 3, 1) \oplus (3^*, 1, 3^*) \\ \mathbf{78} &\rightarrow (8, 1, 1) \oplus (1, 8, 1) \oplus (1, 1, 8) \oplus (3, 3^*, 3^*) \oplus (3^*, 3, 3) \end{aligned} \quad (3.101)$$

Μια άλλη ενδιαφέρουσα υποομάδα είναι η $SO(10) \times U(1)$. Κάτω από την $SO(10)$ έχουμε:

$$\begin{aligned} \mathbf{27} &\rightarrow \mathbf{16} + \mathbf{1} + \mathbf{10} \\ \mathbf{78} &\rightarrow \mathbf{45} + \mathbf{16} + \mathbf{16}^* + \mathbf{1} \end{aligned} \quad (3.102)$$

Τα περισσότερα E_6 μοντέλα χρησιμοποιούν την μιγαδική **27**-διάστατη αναπαράσταση για τα αριστερόστροφα φερμιόνια. Τα μοντέλα αυτά μπορούν να χωριστούν σε δύο κατηγορίες ανάλογα με τον αν δίνουν έμφαση στην $SU(3)_C \times SU(3) \times SU(3)$ ή στην $SO(10)$ υποομάδα.

Τα μοντέλα της πρώτης κατηγορίας είναι περισσότερο οικονομικά στο πλήθος των φερμιονίων, με όλα τα αριστερόστροφα φερμιόνια να αντιστοιχίζονται σε δύο **27**. Τα μοντέλα αυτά περιέχουν δύο κουάρκ φορτίου $2/3$ (u, c), τέσσερα κουάρκ φορτίου $-1/3$ (d, s, b, h), τέσσερα λεπτόνια φορτίου -1 (e^-, μ^-, τ^-, M^-) και δέκα νετρίνα ($\nu_L^e, \nu_L^\mu, \nu_L^\tau, \nu_L^M, \nu_L^{e\tau}, \nu_L^{eM}, \alpha_L^{e\tau}, \alpha_L^{eM}, \beta_L^e, \beta_L^\mu$). Οι προβλέψεις που γίνονται είναι [91]:

- Δεν υπάρχει t κουάρκ.
- Υπάρχει ένα τέταρτο φορτισμένο λεπτόνιο.
- Τα ουδέτερα ρεύματα τ^-, M^- είναι καθαρά διανυσματικά.
- Τα συνηθισμένα νετρίνα θα είναι μαζικά, και θα υπάρχουν επιπλέον ουδέτερα λεπτόνια τα οποία θα είναι γενικά πολύ βαριά.
- Μίξη ανάμεσα στα d, b, h , και s και ανάμεσα στα e, μ, τ , και M οδηγεί γενικά σε FCNC. Αν η μίξη των b και h με τα d και s περιορίζεται με κάποιο τρόπο ώστε να αποφευχθούν FCNC τότε τα b και h δεν θα μπορούσαν να διασπαστούν μέσω των συνηθισμένων $SU(2) \times U(1)$ φορτισμένων ρευμάτων ασθενών αλληλεπιδράσεων.

Έχει προταθεί πως ο κυρίαρχος μηχανισμός σπασίματος συμμετρίας οφείλεται σε μια αυτοπροσαρτημένη αναπαράσταση Higgs στην οποία τα στοιχεία $(1, 8, 1)$ και $(1, 1, 8)$ έχουν VEV κατά μήκος των διευθύνσεων των υπερφορτίων των δύο ομάδων $SU(3)$.

Σε αυτή την περίπτωση $E_6 \rightarrow SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_L$. Στοιχεία των ίδιων ή επιπλέον αυτοπροσαρτημένων αναπαράστάσεων στις “διευθύνσεις” 3 και 6 των υποομάδων $SU(2)$, ή άλλων αναπαράστάσεων Higgs μπορούν να σπάσουν επιπλέον την συμμετρία στην $G_{SM} = SU(3)_c \times SU(2) \times U(1)$, για παράδειγμα. Σε κάθε περίπτωση, θεωρείται πως τα μποζόνια που προκαλούν νουκλεονική διάσπαση είναι παρόμοια με αυτά των μοντέλων $SU(5)$ και $SO(10)$.

Η άλλη κατηγορία μοντέλων βασίζεται στην υποομάδα $SO(10) \times U(1)$. Τα μοντέλα συμπεριλαμβάνουν τις κανονικές $SU(2)_L \times U(1)$ αναθέσεις για τα ελαφριά φερμιόνια, εισάγοντας επιπλέον βαρέα φερμιόνια. Καθένα από τα 27 φερμιόνια αποσυντίθεται κάτω από την $SO(10)$ σε $\mathbf{16} + \mathbf{1} + \mathbf{10}$. Η $\mathbf{16}$ είναι η καθιερωμένη $SO(10)$ αναπαράσταση για μία οικογένεια φερμιονίων ενώ η $SO(10)$ μονέτα είναι ένα ουδέτερο λεπτόνιο E_L . Το E_L μπορεί να συνδυαστεί με την $SU(5)$ μονέτα ν_L^c για να δημιουργήσει ένα μαζικό σωματίδιο Dirac όπως προτάθηκε από τους Georgi και Νανόπουλο. Τα φερμιόνια στην $\mathbf{10}$ θεωρούνται με κάποιο τρόπο ότι λαμβάνουν μεγάλη μάζα. Τουλάχιστον τρεις $\mathbf{27}$ απαιτούνται για να συμπεριληφθούν οι γνωστές οικογένειες φερμιονίων. Η φυσική στα περισσότερα από αυτά τα μοντέλα είναι παρόμοια με το $SO(10)$ μοντέλο.

Για παράδειγμα, στο μοντέλο [95] η E_6 σπάει στο G_{SM} από τις $\mathbf{351}_S$ και $\mathbf{351}'_A$ αναπαράστάσεις Higgs. Έτσι, σε αυτό το μοντέλο τα φερμιόνια που δεν χρειάζονται (τα $\mathbf{10}$, E_L και ν_L^c) σχηματίζουν μια διανυσματοειδή αναπαράσταση όσον αφορά την ομάδα του ΚΠ. Εκεί θα λάβουν υπερβαρέες αναλλοίωτες μάζες από τα ίδια πεδία Higgs που σπάνε την E_6 . Τα άλλα 15 φερμιόνια μπορούν να λάβουν μάζες μόνο από το $\mathbf{27}$ -διάστατο Higgs το οποίο σπάει το $G_{SM} \rightarrow SU(3)_C \times U(1)_{EM}$ και άρα αναμένεται να έχουν μικρή VEV. Άρα, φαίνεται πως το μοτίβο των μαζών των φερμιονίων είναι δεμένο με την (ανεξήγητη μέχρι στιγμής) ιεραρχία των μαζών των μποζονίων βαθμίδας.

Επιπρόσθετα, ο πίνακας μαζών που παράγεται στην $\mathbf{27}$ για τα ελαφριά φερμιόνια υπονοεί ότι $M_e = M_d$ όπως στα μοντέλα $SU(5)$ και $SO(10)$. Ωστόσο, σε αυτή την περίπτωση υπάρχουν μεγάλες μη διαγώνιες ζεύξεις ανάμεσα στα ελαφρυά και στα βαριά φερμιόνια (που παράγονται από τις $\mathbf{351}$ και $\mathbf{351}'$) οι οποίες μπορούν να αλλάξουν την πρόβλεψη:

$$\frac{m_d}{m_s} = \frac{m_e}{m_\mu} \quad (3.103)$$

Δυστυχώς όμως, η επιθυμητή συσχέτιση ανάμεσα στις m_b και m_τ θα χαθεί, εκτός από την περίπτωση μερικών ειδικών-συγκεκριμένων ορίων των παραμέτρων της θεωρίας.

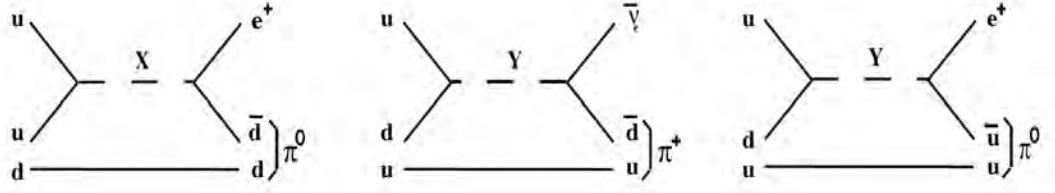
Τέλος, έχει παρατηρηθεί [95,96] πως το απαιτούμενο σπάσιμο της συμμετρίας στο E_6 μοντέλο μπορεί να εφαρμοστεί από τις αναπαραστάσεις ($\mathbf{27}^*$, $\mathbf{351}$, $\mathbf{351}'$) Higgs που εμπεριέχονται στο ευθύ γινόμενο $\mathbf{27} \times \mathbf{27}$ (Η χρήση συζυγούς δεν απαιτείται). Αυτό το χαρακτηριστικό δεν συμπεριλαμβάνεται στα μοντέλα $SU(5)$ και $SO(10)$, και είναι ενδιαφέρον καθώς προτείνει πως το σπάσιμο της συμμετρίας μπορεί να είναι δυναμικό με τα πεδία Higgs να αντικαθίστανται από δέσμιες καταστάσεις φερμιονίων-αντι-φερμιονίων. Για παράδειγμα, τα πεδία που μετασχηματίζονται σαν $\mathbf{16} \times \mathbf{1}$ κάτω από την $SO(10)$ υποομάδα μπορούν να σπάσουν την E_6 στην $SU(5)$ ή τα πεδία που μετασχηματίζονται σαν $\mathbf{10} \times \mathbf{10}$ περιλαμβάνουν ένα συζυγές της $SU(5)$ (στην $\mathbf{351}$ ή $\mathbf{351}'$ της E_6) το οποίο μπορεί να σπάσει την $SU(5)$ στην G_{SM} .

3.2 Προβλέψεις

3.2.1 Διάσπαση πρωτονίου και παραβίαση βαρυονικού αριθμού

Στο ΚΠ ο βαρυονικός και ο λεπτονικός αριθμός διατηρούνται καθώς δεν μπορούμε να γράψουμε όρους παραβίασης σε διαγράμματα Feynman δένδρου. Έτσι, λέμε ότι ο βαρυονικός και ο λεπτονικός αριθμός είναι “τυχαίες” συμμετρίες του ΚΠ και δεν χρειάζονται να εισαχθούν, αλλά προκύπτουν από το πεδιακό περιεχόμενο και την απαίτηση της βάρμωσης και της αναλλοιωτότητας Lorentz. Οπότε, οι κβαντικοί αυτοί αριθμοί διατηρούνται και άρα δεν μπορούν να υπάρξουν βρόγχοι που να παράγουν μη μηδενικό ρυθμό διάσπασης νουκλεονίων ή μαζών νετρίνων. Στις GUT αντίθετα διαφορετικές αναπαραστάσεις του ΚΠ βρίσκονται στις ίδιες πολλαπλότητες όποτε ο βαρυονικός και ο λεπτονικός αριθμός δεν διατηρούνται ακόμα και σε διαγράμματα δένδρου, οπότε δεν απαγορεύει τίποτα το πρωτόνιο να διασπάται. Συγκεκριμένα, οι διάφορες διασπάσεις πρωτονίων και νετρονίων που μπορούν να πραγματοποιηθούν στα διάφορα κανάλια, είναι οι εξής (Βλέπε Σχ. 3.1):

$$\begin{array}{ll}
 p \rightarrow e^+ \pi^0 & cn \rightarrow e^+ \pi^- \\
 p \rightarrow e^+ \rho^0 & n \rightarrow e^+ \rho^- \\
 p \rightarrow e^+ \omega^0 & n \rightarrow \nu \omega^0 \\
 p \rightarrow e^+ \eta & n \rightarrow \bar{\nu} \pi^0 \\
 p \rightarrow \bar{\nu} \pi^+ & n \rightarrow \bar{\nu} \pi^0 \\
 p \rightarrow \bar{\nu} \rho^+ & n \rightarrow \bar{\nu}_\mu K^0 \\
 p \rightarrow \bar{\nu} K^+ &
 \end{array} \tag{3.104}$$



Σχήμα 3.1: Διάφορες διασπάσεις πρωτονίου μέσω ανταλλαγής των μποζονίων βαθμίδας X και Y [97].

Στην συνέχεια, θα δούμε πως προκύπτουν αναλυτικά οι τελεστές που συνεισφέρουν στην διάσπαση πρωτονίου στο Georgi-Salam μοντέλο. Η κύρια συνεισφορά προέρχεται από την αλληλεπίδραση βαθμίδας, δηλαδή από τον κινητικό όρο των φερμιονίων. Οι αλληλεπιδράσεις αυτές περιγράφονται στην Εξ. 3.13 ενώ θα χρησιμοποιήσουμε και τον πίνακα για τα λεπτοκουάρκ μποζόνια βαθμίδας της Εξ. 3.14. Έτσι, έχουμε:

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = \mathcal{L}_{SM} + \mathcal{L}_X \quad (3.105)$$

Στην συνέχεια θα μελετήσουμε την πιθανότητα για διάσπαση πρωτονίου μέσω των Yukawa αλληλεπιδράσεων που προέρχονται από τις βαθμωτές τριπλέτες χρώματος, των οποίων η λαγκρατζιανή δίνεται στην Εξ. 3.39. Οι νέες αλληλεπιδράσεις που επηρεάζουν τα φερμιόνια λόγω των μποζονίων λεπτοκουάρκ είναι οπότε:

$$\mathcal{L}_X = -g_5 \text{Tr} \left\{ \mathbf{10}_F \gamma^\mu \tilde{A}_\mu^X \mathbf{10}_F \right\} + g_5 \bar{\mathbf{5}}_F \gamma^\mu \left(\tilde{A}_\mu^X \right)^T \bar{\mathbf{5}}_F \quad (3.106)$$

Γράφουμε επίσης:

$$\tilde{A}_\mu^X = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & X_\mu^c \\ X_\mu & 0 \end{pmatrix} \quad (3.107)$$

έτσι ώστε:

$$X_\mu^c \rightarrow (X_\mu^c)_a^\alpha, \quad X_\mu \rightarrow (X_\mu)_a^\alpha \quad (3.108)$$

όπου a είναι ο $SU(3)$ δείκτης και α είναι ο $SU(2)_L$. Τέλος, οι $\mathbf{10}_F$ και $\bar{\mathbf{5}}_F$ γράφονται στην μπλοκ μορφή των Εξ. 3.5. Οπότε, χρησιμοποιώντας τον συνηθισμένο κανόνα μετασχηματισμού:

$$\hat{T}^a \mathbf{5}^c = -T^{aT} \mathbf{5}^c \quad (3.109)$$

όπου T^a είναι οι $SU(5)_C$ γεννήτορες στην θεμελιώδη αναπαράσταση (πίνακες Gell-Mann), ενώ για την δύο δεικτών αντισυμμετρική $\mathbf{10}$:

$$\hat{T}^a \mathbf{10} = T^a \mathbf{10} - \mathbf{10}^T T^{aT} \quad (3.110)$$

που δίνει λόγω της αντισυμμετρικότητας της **10**:

$$\frac{1}{2}Tr(\overline{\mathbf{10}}\hat{T}^a\mathbf{10}) = Tr(\overline{\mathbf{10}}T^a\mathbf{10}) \quad (3.111)$$

παίρνουμε την λαγκρατζιανή:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{XY} = & \frac{g_5}{\sqrt{2}} \left[(\overline{d^c})^\alpha \gamma^\mu \varepsilon_{ab} L^b - \overline{e^c} \varepsilon_{ba} \gamma^\mu Q^{ab} + \overline{Q}_{\beta a} \gamma^\mu \varepsilon^{\alpha\beta\gamma} u_\gamma^c \right] [X_\mu]_\alpha^a + \\ & + \frac{g_5}{\sqrt{2}} \left[(\overline{L})_b \varepsilon^{ba} \gamma^\mu d_\alpha^c - \overline{Q}_{b\alpha} \gamma^\mu \varepsilon^{ab} e^c + \varepsilon_{\gamma\beta\alpha} (\overline{u^c})^\gamma \gamma^\mu Q^{a\beta} \right] [X_\mu]_a^\alpha \end{aligned} \quad (3.112)$$

όπου οι πρώτοι μισοί όροι μπορούν να διαβαστούν σαν το ερμιτιανό συζυγές των δεύτερων μισών όρων.

Στην συνέχεια, για τις αλληλεπιδράσεις που προκύπτουν από Yukawa έχουμε τους όρους 3.39. Κάνοντας παρόμοιες πράξεις και παίρνοντας την Εξ. 3.47 και ορίζοντας $m = \alpha$, όπου $\alpha = 1, 2, 3$, παίρνουμε:

$$\frac{1}{8} \varepsilon_5 \mathbf{10}_F Y_{10} \mathbf{10}_F H \rightarrow -\frac{1}{2} \varepsilon_{ab} \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} (Q^{aa}) Y_{10} (Q^{\beta b}) T^\gamma - \frac{1}{2} e^c Y_{10} u_\gamma^c T^\gamma - \frac{1}{2} u^c Y_{10} e_\gamma^c T^\gamma \quad (3.113)$$

και βάζοντας αυτό μαζί με τους Y_5 όρους στο T παίρνουμε τους όρους Yukawa που φέρονται από το T :

$$\mathcal{L}_T = (-\varepsilon_2 L Y_5 Q + d^c Y_5 \varepsilon_3 u^c) T^* - \left(\frac{1}{2} \varepsilon_2 \varepsilon_3 Q Y_{10} Q + e^c Y_{10} u^c \right) T + h.c. \quad (3.114)$$

Παρατηρούμε πως ούτε η Εξ. 3.112 ούτε η 3.114 αποτελούνται μόνο από όρους παραβίασης λεπτονικού ή βαρυονικού αριθμού. Αλλά οι νέοι κανόνες Feynmann που σπάνε τον B και L διατηρούν το $\Delta(B-L)$. Αυτό σημαίνει πως έχουμε μια νέα συμμετρία που είναι τυχαία, με τον ίδιο τρόπο που οι B και L διατηρούνται στο ΚΠ κατά τύχη και όχι από απαίτηση.

$d = 6$ τελεστές για διάσπαση πρωτονίου

Στις χαμηλές ενέργειες ο διαδότης αυτών των στοιχείων που φέρουν την διάσπαση του πρωτονίου θα καταρρεύσει σε μια τεσσάρων-φερμιονίων ενεργή αλληλεπίδραση. Οι εξισώσεις κίνησης για ένα πεδίο ϕ δίνονται από την Εξ. 2.8. Αν το πεδίο είναι βαρύ, τότε οι όροι παραγώγου θα είναι πολύ μικροί και έτσι οι εξισώσεις κίνησης μπορούν να δοθούν από την σχέση:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} = 0 \quad (3.115)$$

Οπότε, θα κάνουμε τους υπολογισμούς που απαιτούνται για τα λεπτοκουάρκ μποζονικά πεδία και για τη βαθμωτή τριπλέτα χρώματος. Καταρχάς όσον αφορά τα νέα μποζόνια βαθμίδας, προσθέτουμε στην λαγκρατζιανή 3.112, τον όρο μάζας:

$$\mathcal{L}_{M_X} = -\frac{M_X^2}{2} (X_\mu^c)_a^\alpha (X_\mu)_\alpha^a \quad (3.116)$$

έτσι ώστε όλη η πληροφορία για τα πεδία λεπτοκουάρκ καθώς και όλες οι σχετικές αλληλεπιδράσεις να περιέχονται στην $\mathcal{L}_{XY} + \mathcal{L}_{M_X}$. Υπολογίζοντας στην συνέχεια τους ενεργούς τελεστές για τα πεδία λεπτοκουάρκ παίρνοντας τις αντίστοιχες παραγώγους έχουμε:

$$(X_\mu^c)_a^\alpha = \frac{2}{\sqrt{2}} \frac{g_5}{M_X^2} \left\{ (\bar{d}^c)^a \gamma_\mu \varepsilon_{ab} L^b - \bar{e}^c \varepsilon_{ba} \gamma_\mu Q^{\alpha b} + \bar{Q}_{\beta a} \gamma_\mu \varepsilon^{\alpha \beta \gamma} u_\gamma^c \right\} \quad (3.117)$$

και για το ερμιτιανό συζυγές του:

$$(X_\mu)_\alpha^a = \frac{2}{\sqrt{2}} \frac{g_5}{M_X^2} \left\{ (\bar{L})_b \varepsilon^{ba} \gamma_\mu d_\alpha^c - \bar{Q}_{ba} \gamma_\mu \varepsilon^{ab} e^c + \varepsilon_{\gamma \beta \alpha} (\bar{u}^c)^\gamma \gamma_\mu \varepsilon_{ab} L^b \right\} \quad (3.118)$$

Αντικαθιστώντας στην συνέχεια τις Εξ. 3.117 και 3.118 στην λαγκρατζιανή αλληλεπίδρασης 3.112 και αφού διατηρήσουμε μόνο τους όρους παραβίασης βαρυονικού και λεπτονικού αριθμού, παίρνουμε τους εξής $d = 6$ τελεστές:

$$\mathcal{L}_{d=6} = \frac{g_5}{M_X^2} \varepsilon_{\alpha \beta \gamma} (\bar{u}^c)^\alpha \gamma_\mu Q^{\alpha \beta} \left\{ (\bar{e}^c) \varepsilon_{ab} \gamma^\mu Q^{\gamma b} + (\bar{d}^c)^\gamma \gamma^\mu \varepsilon_{ab} L^b \right\} + h.c. \quad (3.119)$$

Αν, για παράδειγμα, πάμε στην συνέχεια στο συγκεκριμένο κανάλι διάσπασης πρωτονίου:

$$p \rightarrow \pi^0 e^+ \quad (3.120)$$

που φαίνεται στο Σχ. 3.1 στο (α), οι συνεισφορές που προκύπτουν σε αυτή τη διαδικασία είναι:

$$\begin{aligned} O^I &= \frac{g_5^2}{M_X^2} \varepsilon_{\alpha \beta \gamma} (\bar{u}^c)^\alpha \gamma_\mu u^\beta (\bar{e}^c) \gamma^\mu d^\gamma \\ O^{II} &= \frac{g_5^2}{M_X^2} \varepsilon_{\alpha \beta \gamma} (\bar{u}^c)^\alpha \gamma_\mu u^\beta (\bar{d}^c)^\gamma \gamma^\mu e \end{aligned} \quad (3.121)$$

Μια εκτίμηση οπότε που προκύπτει για το πλάτος είναι [98]:

$$\Gamma_{p \rightarrow \pi^0 e^+} \sim a_5^2 \frac{m_p^5}{M_X^2} \quad (3.122)$$

από όπου μπορούμε, ανάλογα με τα πειραματικά όρια για τον χρόνο ζωής του πρωτονίου, να δώσουμε μια αναμενόμενη τιμή για την μάζα των λεπτοκουάρκ μποζονίων. Παίρνοντας, για παράδειγμα, $\tau_{p \rightarrow \pi^0 e^+} \sim 10^{34} \text{ys}$ και για $a_5 \sim 1/40$ και $m_p =$

0.938GeV , παίρνουμε για τις μάζες των υπερβαρέων μποζονίων βαθμίδας ότι:

$$M_X \sim 4 \times 10^{15} \text{GeV} \quad (3.123)$$

Κάνοντας την ίδια διαδικασία για τις τριπλέτες χρώματος, θεωρούμε τον όρο μάζας:

$$\mathcal{L}_{m_T} = -m_T^2 T^* T \quad (3.124)$$

τον οποίο προσθέτουμε στους όρους αλληλεπίδρασης 3.114. Στην συνέχεια, ολοκληρώνουμε το πεδίο μας και κρατάμε μόνο τους όρους που παραβιάζουν τον λεπονικό και βαρυονικό αριθμό, οπότε παίρνουμε:

$$\mathcal{L}_{d=6}^T = \frac{1}{2m_T^2} (QY_{10}Q)(LY_5Q) - \frac{1}{m_T^2} (d^c Y_5 u^c)(e^c Y_{10} u^c) + h.c. \quad (3.125)$$

Οι τελεστές που προκύπτουν έχουν την γενική μορφή:

$$\mathcal{L}_{d=6}^T = \frac{1}{2m_T^2} Y_{10} Y_5 Q Q Q e \quad (3.126)$$

που σημαίνει ότι η m_T^2 είναι λιγότερο περιορισμένη από τα λεπτοκουάρκ μποζόνια βαθμίδας, και ο λόγος είναι ότι οι τομείς Yukawa για την πρώτη γενιά από τους οποίους το κουάρκ φτιάχνεται, είναι πολύ μικροί, της τάξης του ≤ 0.01 , το οποίο χαλαρώνει την m_T^2 κατά 4 περίπου τάξεις μεγέθους, οπότε παίρνουμε ότι:

$$m_T^2 \geq 10^{12} \text{GeV} \quad (3.127)$$

Παρατηρούμε επίσης πως στην Εξ. 3.125 υπάρχει μια αντισυμμετρική δομή στους αριθμούς χρώματος βαθμίδας αφού ο φορέας κουβαλάει αριθμό χρώματος τύπου κουάρκ και ο μόνος τρόπος να κατασκευάσουμε ένα $QQ + QL$ αναλλοίωτο χρώμα είναι να αντισυμμετροποιήσουμε το χρώμα. Αυτό θα χαλαρώσει όμως τον ρυθμό διάσπασης αφού θα συνεισφέρει μόνο το αντισυμμετρικό μέρος των Yukawa.

Στο $SO(10)$ μοντέλο η τάξη μεγέθους της ζωής του πρωτονίου δίνεται από την σχέση:

$$\tau_{p \rightarrow e^+ \pi^0} = \frac{M_X^4}{\alpha_U^2 m_p^5} \quad (3.128)$$

οπότε μπορούμε να κάνουμε μια πρώτη πρόβλεψη:

$$\tau_{p \rightarrow e^+ \pi^0} \sim 5 \times 10^{36} \text{ys} \quad (3.129)$$

Η διάσπαση πρωτονίου και εδώ μπορεί να προκύψει από τις βαθμωτές τριπλέτες χρώματος που περιέχονται στην $\overline{126}_H$ αναπαράσταση. Οι συνεισφορές αυτές είναι της τάξης:

$$\Gamma = \frac{g_T^2 m_p^5}{m_T^4} \quad (3.130)$$

όπου g_T είναι το αποτέλεσμα των ζεύξεων των Higgs με τα φερμιόνια στα πλάτη για την διάσπαση πρωτονίου. Όμως, πρέπει να είμαστε πιο προσεκτικοί καθώς υπάρχουν πολλών ειδών βαθμωτά σωμάτια, όλα από τα οποία δεν μπορεί να είναι εκφυλισμένα.

Σε αντίθεση με την $SU(5)$, η $SO(10)$ ομάδα δεν έχει ένα μοναδικό σπάσιμο της συμμετρίας της με ένα “βήμα” στο ΚΠ. Έτσι, θα σπάσει πρώτα σε μια υποομάδα και μετά στο ΚΠ. Ο τρόπος που θα σπάσει η συμμετρία επηρεάζει και τον χρόνο ζωής του πρωτονίου, και οι ενεργειακές κλίμακες των ενδιάμεσων μαζών θα εισάγουν σφάλματα στις προβλέψεις για τον χρόνο ζωής του πρωτονίου. Μπορούμε οπότε να γράψουμε ότι:

$$\tau_p = \tau_p^{(0)} F_p \quad (3.131)$$

όπου το F_p δηλώνει την αβεβαιότητα που προκύπτει από “threshold” διορθώσεις αλλά και από τα πειραματικά σφάλματα α_s , α_{EM} και $\sin^2\theta_W$. Επίσης, μπορούμε να δούμε ότι:

$$\tau_{p \rightarrow e^+ \pi^0} = \frac{5}{8} \left(\frac{\alpha_U^{SU(5)}}{\alpha_U^{SO(10)}} \right)^2 \times 4.5 \times 10^{29 \pm 0.7} \left(\frac{M_U}{2.1 \times 10^{14} \text{ GeV}} \right)^4 \text{ ys} \quad (3.132)$$

Ένας χρόνος ζωής που μπορεί υπολογιστεί για τέσσερα διαφορετικά κανάλια σπασίματος, με $\alpha_U^{SU(5)} \approx \alpha_U^{SO(10)}$ έχει ως αποτέλεσμα [99]:

$$\tau_{p \rightarrow e^+ \pi^0} \sim 10^{30-40} \text{ ys} \quad (3.133)$$

3.2.2 Βαρυονική ασυμμετρία

Τα βαρέα μποζόνια βαθμίδας που είναι υπεύθυνα για την ενοποιημένη δύναμη δεν μπορούν να παραχθούν από συμβατικούς επιταχυντές, όμως ενέργειες πάνω από 10^{15} GeV , είναι πολύ εύκολα προσεγγίσιμες κατά τις πρώτες στιγμές του Σύμπαντος μας. Αυτό θα μπορούσε να οδηγήσει σε επικράτηση της ύλης ενάντια στην αντιύλη ακριβώς εκείνες τις στιγμές, καθώς τα μποζόνια X και Y μπορούν να διασπαστούν σε καθαρή ύλη. Για παράδειγμα, η διαδικασία:

$$X \rightarrow uu \quad (3.134)$$

επιτρέπεται καθώς το φορτίου του μποζονίου X είναι $4/3$. Όπως προτάθηκε από τον Sakharov [100], μια τέτοια επικράτηση της ύλης είναι πιθανή αν ταυτόχρονα οι συμμετρίες C και CP παραβιάζονται, αν ο βαρυονικός αριθμός B παραβιάζεται και αν η διαδικασία περνά από μια φάση “μη ισορροπίας”. Και οι τρεις αυτές συνθήκες είναι πιθανές στο μοντέλο $SU(5)$. Η φάση “μη ισορροπίας” συμβαίνει αν το θερμό Σύμπαν ψύχεται, και φτάνει σε μια θερμοκρασία πολύ χαμηλή για να παράξει τα μποζόνια X και Y , και άρα μόνο οι διασπάσεις τους είναι πιθανές. Αφού η CP παραβίαση αναμένεται να είναι μικρή, η περίσσεια της ύλης ενάντια στην αντιύλη θα είναι μικρή και οπότε η περισσότερη ύλη θα εξαϋλωθεί με την αντιύλη και θα παραχθεί ένα μεγάλο πλήθος από φωτόνια. Αυτό θα εξηγούσε τον λόγο για τον οποίο ο αριθμός των φωτονίων σε σχέση με τα βαρυόνια είναι τόσο μεγάλος:

$$\frac{N_\gamma}{N_b} \approx 10^{10} \quad (3.135)$$

Ωστόσο, αργότερα παρατηρήθηκε πως η ηλεκτρασθενή φάση μετάβασης μπορεί να εκμηδενίσει οποιαδήποτε περίσσεια $(B + L)$ που παράγεται από τις GUT. Έτσι, αυτό που πρέπει να εξηγηθεί είναι η παρατηρούμενη βαρυονική ασυμμετρία από την ηλεκτρασθενή βαρυογέννεση [101].

3.2.3 Μαγνητικά μονόπολα

Το 1974 οι Gerard 't Hooft και Alexander Polyakov έδειξαν πως στην σπασμένη φάση μιας GUT υπάρχουν τοπολογικά σταθερές κλασικές λύσεις που φέρουν μαγνητικό φορτίο κάτω από μια άσπαστη συμμετρία $U(1)$ [102, 103]. Αυτά τα μαγνητικά μονόπολα έχουν μάζα της τάξης:

$$m_{monop} = \frac{M_{GUT}}{a_{GUT}} \simeq 10^{16} GeV \quad (3.136)$$

και παράγονται κατά την διάρκεια της φάσης μετάβασης της GUT στο πρώιμο Σύμπαν. Για παράδειγμα, το σπάσιμο της $SU(5)$ παράγει ένα μονόπολο με μαγνητικό φορτίο $Q = \frac{2\pi}{e}$ και μάζα $m_{monop} = \frac{M_U}{\alpha_U}$ [104].

Στην πραγματικότητα η ύπαρξη των μαγνητικών μονόπολων δεν είναι συγκεκριμένα μόνο στην $SU(5)$ GUT. Αντ' αυτού είναι μια αναπόφευκτη ιδιότητα της μεγάλης ενοποίησης. Οποιαδήποτε θεωρία περιγράφει τις ισχυρές και ηλεκτρασθενείς δυνάμεις σαν μία μεγαλοενοποιημένη αλληλεπίδραση θα έχουν και 't Hooft-Polyakov μονόπολα, όπως αποδεικνύεται μέσω των μαθηματικών της τοπολογίας [105, 106]. Μια ακόμα

ιδιότητα είναι ότι αυτή η τεράστια μάζα σημαίνει ότι τα μονόπολα των GUT θα μπορούσαν να έχουν παραχθεί μόνο κατά τη στιγμή της ΜΕ. Αν έχει συμβεί αυτό τότε είναι πολύ πιθανό να υπάρχει κάποιο υψηλότερο νόημα στην κβάντωση του ηλεκτρικού και του μαγνητικού φορτίου. Η μάζα αυτών των μονόπολων είναι αρκετή για το κλείσιμο του Σύμπαντος, και για την επιλογή των μονόπολων ως υποψηφίους για την ΣΥ, όμως δεν παρατηρήθηκε ποτέ πειραματικά. Επίσης, να αναφέρουμε πως αυτά τα βαριά μονόπολα αλληλεπιδρούν με την συνηθισμένη ύλη αρκετά διαφορετικά από ότι τα ελαφριά μονόπολα του Dirac (βλέπε εδάφιο 2.4.6) [65]. Λόγω της μεγάλης μάζας τους, οι αλληλεπιδράσεις τους με ελαφριά άτομα δεν θα ήταν επαρκείς έτσι ώστε να εμποδίσουν την κίνηση τους. Οπότε, ένα αργά κινούμενο μονόπολο που θα έπεφτε προς την Γη θα διείσδυε στην επιφάνεια της πολύ εύκολα αφού τίποτα δεν θα μπορούσε να το εμποδίσει.

Κοσμολογικό πρόβλημα

Η ενοποίηση στις θεωρίες GUT πραγματοποιείται σε πολύ υψηλές ενέργειες, και συνεπώς στο πρώιμο Σύμπαν στο οποίο υπήρχαν αυτές οι ενέργειες, οι αλληλεπιδράσεις ήταν ενοποιημένες. Στη συνέχεια, με την ελάττωση της θερμοκρασίας και την συνεπαγόμενη μείωση της ενέργειας οι δυνάμεις αυτές διαχωρίστηκαν. Έτσι, το Σύμπαν περνά από τη συμμετρική του φάση στη μη συμμετρική και συνεπώς εμφανίζεται ένας μεγάλος αριθμός τοπολογικών ατελειών ανάμεσα τους και τα μαγνητικά μονόπολα (βλέπε Σχ. 3.2). Προφανώς αυτό συμβαίνει λόγω του ότι σε πολύ μεγάλες κλίμακες τα πεδία Higgs δεν αλληλεπιδρούν μεταξύ τους ώστε να ευθυγραμμιστούν, οπότε προσανατολίζονται τυχαία. Έτσι, η ερμηνεία των μαγνητικών μονόπολων μπορεί να πραγματοποιηθεί πέραν των κλασικών μεθόδων, μέσα από τα μαθηματικά της τοπολογίας.

Συγκεκριμένα, δείχθηκε από τους John Preskill [107] και Yakov Borisovich Zel'dovich [108] πως στο πρώιμο Σύμπαν όταν μια συμμετρία των GUT καταρρέει στις διακριτές ισχυρές και ηλεκτρασθενείς θεωρίες, αναμένεται μεγάλη παραγωγή μονόπολων. Για παράδειγμα, αν υποθέσουμε ότι έχουμε την ομάδα $SU(5)$, τότε στο πρώιμο Σύμπαν θα έπρεπε να είχαμε την εξής μετάβαση:

$$SU(5) \xrightarrow[10^{-35}s]{10^{15}GeV} SU(3)_C \times [SU(2)_L \times U(1)_Y] \xrightarrow[10^{-9}s]{10^2GeV} SU(3)_C \times U(1)_{EM} \quad (3.137)$$

Σε αυτή την περίπτωση τα μαγνητικά μονόπολα που θα παράγονταν σαν σημειακές τοπολογικές ατέλειες στην GUT αλλαγής φάσης, θα ήταν περίπου ένα για κάθε

“casual domain”. Στην κλασική κοσμολογία αυτό οδηγεί σε πάρα πολλά μονόπολα. Η σημερινή πυκνότητα μονόπολων θα ήταν [109]:

$$\rho_{monop} \simeq 5 \times 10^{-18} g/cm^3 \quad (3.138)$$

ενώ η κρίσιμη πυκνότητα είναι:

$$\rho_{crit} \simeq 5 \times 10^{-29} g/cm^3 \quad (3.139)$$

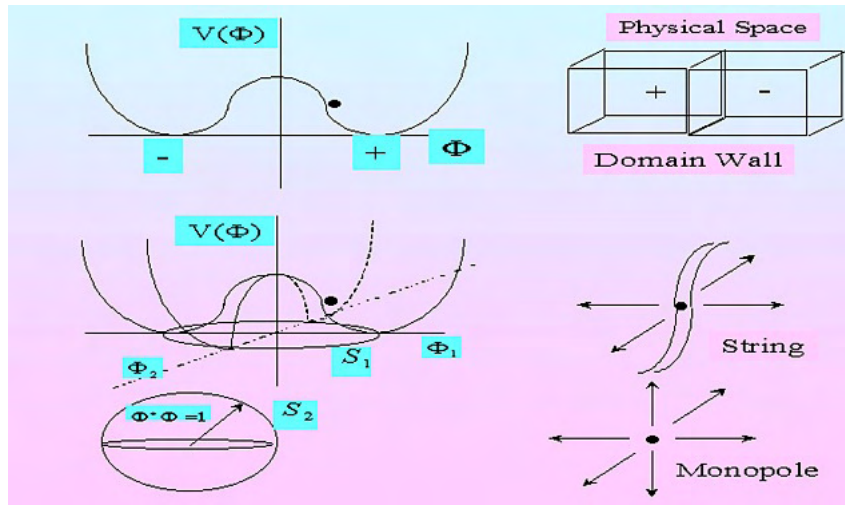
Το πρόβλημα δεν ήταν πλέον το αν θα υπήρχε ένα μαγνητικό μονόπολο, αλλά το γεγονός ότι θα έπρεπε να είναι υπερβολικά πολλά. Το γεγονός όμως ότι μέχρι τότε δεν είχε παρατηρηθεί ούτε ένα μαγνητικό μονόπολο δημιουργούσε τεράστια προβλήματα στις GUT. Το πρόβλημα αυτό ονομάστηκε *πρόβλημα των μονόπολων*. Συγκεκριμένα, όπως δείξαμε προβλέπεται ότι η πυκνότητα μονόπολων σήμερα θα πρέπει να είναι 10^{11} φορές την κρίσιμη πυκνότητα του Σύμπαντος μας σύμφωνα με το μοντέλο της ME:

$$n_{monop} \geq \frac{1}{V_{H,GUT}} = \left(\frac{4}{3} \pi r_{H,GUT}^3 \right)^{-1} \rightarrow \rho_{monop} \simeq 10^{11} \rho_{crit} \quad (3.140)$$

Οπότε, τα μαγνητικά μονόπολα πρέπει να έχουν παραχθεί σε έναν μη αποδεχόμενο τεράστιο αριθμό στο πρώιμο Σύμπαν, εκτός εάν υπάρχει κάποιος μηχανισμός ο οποίος να περιορίζει την παραγωγή τους ή να αυξάνει την εξαύλωση ζευγών μονόπολων-αντι-μονόπολων. Το πρόβλημα αυτό είναι ένα βασικό κίνητρο για ένα πληθωριστικό Σύμπαν το οποίο εισάγει μια εποχή γρήγορου πληθωρισμού μετά την φάση μετάβασης της GUT. Αυτό θα είχε σαν συνέπεια την αραίωση της πυκνότητας μονόπολων όσο η θερμοκρασία επαναθέρμανσης είναι κάτω από την M_{GUT} [110]. Επίσης, όπως δείχθηκε, αν η μεταβολή φάσης των θεωριών GUT, κατά την οποία παράγονται μονόπολα, είναι ίδια με εκείνη που οδηγεί στον πληθωρισμό, τότε η θεωρία του Alan Guth εξασφαλίζει, μέσω του πληθωρισμού, ότι στο ορατό Σύμπαν σήμερα θα έχει απομείνει το πολύ ένα μονόπολο. Δηλαδή, τα καθιερωμένα μοντέλα του πληθωρισμού λύνουν το πρόβλημα των μονόπολων, υιοθετώντας την άποψη ότι ο “σπόρος” από τον οποίο προήλθε όλο το ορατό Σύμπαν, ήταν μια κβαντική διακύμανση, τόσο μικρή που το πολύ να περιείχε μόνο ένα μονόπολο. Το μονόπολο αυτό, υπάρχει ακόμα εκεί έξω, κάπου στο Σύμπαν, αλλά είναι εξαιρετικά απίθανο ότι θα βρεθεί κάποια στιγμή στην τροχιά μας. Σαν συνέπεια μπορεί στην πραγματικότητα να υπάρχουν άλλες περιοχές του χωρόχρονου πέρα από το ορατό Σύμπαν οι οποίες δεν υπέστησαν διόγκωση με την ίδια ταχύτητα με την δική μας “φυσαλίδα” από την οποία προήλθε το Σύμπαν. Μπορεί να ζούμε δηλαδή σε μια τοπική περιοχή (η οποία είναι ολόκληρο το παρατηρήσιμο Σύμπαν) ενός πολύ μεγαλύτερου Σύμπαντος. Με άλλα λόγια, μπορούμε

να πούμε ότι αν η περίοδος του πληθωρισμού συνέβη, κάτω από την θερμοκρασία όπου μαγνητικά μονόπολα μπορούν να παραχθούν, τότε αυτό θα έλυne το πρόβλημα, καθώς τα μονόπολα θα απομακρύνονταν μεταξύ τους όσο το Σύμπαν γύρω τους διαστέλλεται και έτσι θα μειωνόταν η παρατηρούμενη πυκνότητά τους κατά πολλές τάξεις μεγέθους [111].

Άλλες πιθανές λύσεις είναι η μείωση των μέσω: “domain walls” (που θα αναφέρουμε και στο εδάφιο 4.2.4) [112], “ $U(1)$ ηλεκτρομαγνητικό σπάσιμο συμμετρίας σε υψηλή θερμοκρασία” [113] ή “μη επαναφορά της GUT συμμετρίας” [114]. Τέλος, αξίζει να αναφέρουμε πως έχειδειχθεί ότι τα μονόπολα GUT μπορούν επίσης να καταλύσουν την διάσπαση του πρωτονίου [115–117].



Σχήμα 3.2: Σχηματισμός τοπολογικών ατελειών.

3.2.4 Κβάντωση του φορτίου

Στο ΚΠ τα κουάρκ και τα λεπτόνια είναι και τα δύο στοιχειώδη σωματλια χωρίς κάποια εσωτερική δομή. Όμως, μετά από την ανάλυση που έχει γίνει από τις GUT έχει γίνει σαφές ότι μπορεί απλά να είναι δύο όψεις του ίδιου νομίσματος, όπως για παράδειγμα εκτείνοντας την ομάδα $SU(3)$ της χβαντικής χρωμοδυναμικής ώστε να συμπεριλαμβάνει λεπτόνια σαν τέταρτο χρώμα. Η πλήρης Pati-Salam ομάδα βαθμίδας είναι η G_{PS} με τις καταστάσεις της μιας οικογένειας $[(Q, L), (Q^c, L^c)]$ να μετασχηματίζονται σαν $[(4, 2, 1), (\bar{4}, 1, 2)]$ όπου τα $Q^c = (d^c, u^c)$, $L^c = (e^c, \nu^c)$ είναι διπλέτες κάτω από την $SU(2)_R$. Έτσι, το ηλεκτρικό φορτίο δίνεται από την Εξ. 3.77 ενώ η $SU(4)_C$ περιέχει την υποομάδα $SU(3)_C \times (B - L)$. Έτσι, το ηλεκτρικό φορτίο είναι χβαντι-

σμένο αφού συμπεριλαμβάνεται σε μια αβελιανή ομάδα βαθμίδας. Επίσης, το ν^c δεν έχει χβαντικούς αριθμούς ΚΠ και άρα είναι τελείως στείρο και εισάγεται για να συμπληρώσει την $SU(2)_R$ λεπτονική διπλέτα. Η επιπλέον αυτή κατάσταση, όπως θα δούμε, είναι επιθυμητή όταν θεωρούμε μάζες νετρίνων.

Έτσι, από το γεγονός ότι τα κουάρκ και τα λεπτόνια μπαίνουν στην ίδια πολλαπλέτα, τα φορτία πρέπει να σχετίζονται αφού το ίχνος κάθε γεννήτορα πρέπει να είναι μηδέν. Για παράδειγμα, ο τελεστής φορτίου στην θεμελιώδη αναπαράσταση μας δίνει:

$$Tr Q = Tr (q_{\bar{d}}, q_{\bar{d}}, q_{\bar{d}}, e, 0) = 0 \quad (3.141)$$

Δηλαδή, το ηλεκτρικό φορτίου του d -κουάρκ πρέπει να είναι το $1/3$ του φορτίου του ηλεκτρονίου. Παρόμοια βρίσκουμε ότι το φορτίο του u -κουάρκ πρέπει να είναι τα $2/3$ του φορτίου του ποζιτρονίου έτσι ώστε το τελικό φορτίο του πρωτονίου $p = uud$ να είναι ακριβώς αντίθετο με το φορτίο του ηλεκτρονίου.

3.2.5 Πρόβλεψη σταθερών ζεύξεων

Στο ΚΠ οι σταθερές ζεύξης g_1 , g_2 και g_3 είναι αυθαίρετες. Αντίθετα μια βασική πρόβλεψη του μοντέλου $SU(5)$ είναι η ακριβής τιμή της γωνίας Weinberg της Εξ. 2.136 η οποία στο ΚΠ δεν μπορεί να υπολογιστεί. Το γεγονός αυτό οφείλεται στο ότι οι γεννήτορες είναι όλοι μέρος της ίδιας απλής ομάδας, οπότε οι σταθερές ζεύξης σχετίζονται μεταξύ τους για $Q^2 \geq M_X^2$. Έτσι, έχουμε ότι:

$$\sin^2 \theta_W = \frac{g'^2}{g'^2 + g^2} = \frac{g_1^2}{g_1^2 + \frac{5}{3}g_2^2} \xrightarrow{Q^2 \geq M_X^2} \frac{3}{8} \quad (3.142)$$

Ένας απευθείας υπολογισμός του $\sin^2 \theta_W$ μπορεί να προκύψει από την σχέση:

$$\sin^2 \theta_W = \frac{e^2}{g^2} = \frac{\sum_a (t_a^3)^2}{\sum_a (q_a)^2} = \frac{Tr(T_3)^2}{Tr(Q^2)} \quad (3.143)$$

όπου τα αθροίσματα εκτείνονται σε όλα τα πεδία σε μια αναπαράσταση. Φυσικά, κάθε αναπαράσταση θα έδινε τα ίδια αποτελέσματα. Η σχέση αυτή προκύπτει από:

$$\begin{aligned} eQ &= g_5 \hat{Q} \\ gT_3 &= g_5 \hat{T}_3 \end{aligned} \quad (3.144)$$

όπου οι $\hat{Q}$ και $\hat{T}_3$ είναι κατάλληλα κανονικοποιημένοι γεννήτορες της $SU(5)$. Εισάγοντας στην συνέχεια τα νούμερα από την πενταπλέτα της $SU(5)$ έχουμε ότι:

$$\frac{Tr(T_3)^2}{Tr(Q^2)} = \frac{2\frac{1}{4}}{3\frac{1}{9} + 1} = \frac{3}{8} \quad (3.145)$$

Οπότε, απο τις Εξ. 3.143 και 3.145 προκύπτει ότι $\sin^2\theta_W^{SU(5)} = 3/8 = 0.375$.

Το πρόβλημα είναι ότι υπάρχει μεγάλη ασυμφωνία της ανωτέρω θεωρητικής τιμής με την πειραματική τιμή $\sin^2\theta_W^{\text{exp}} \simeq 0.23$ σε χαμηλές ενέργειες. Έτσι, αρχικά το μοντέλο $SU(5)$ τέθηκε υπό αμφισβήτηση, μέχρι που παρατηρήθηκε πως το “τρέξιμο” των σταθερών ζεύξεων ανάμεσα στην κλίμακα ενοποίησης και τις χαμηλές ενέργειες μπορεί να μειώσει σημαντικά την τιμή της $\sin^2\theta_W$. Πρέπει επίσης να τονίσουμε πως η πρόβλεψη της Εξ. 3.142 δεν είναι μόνο για το $SU(5)$ μοντέλο αλλά για κάθε μοντέλο που έχει τις $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ σαν υποομάδες, υπονοώντας ότι οι Q , T_3 και Y_W είναι γεννήτορες με μηδενικά ίχνη και άρα οδηγούν στις ανωτέρω προβλέψεις.

Η ίδια πρόβλεψη, δηλαδή ότι $\sin^2\theta_W = \frac{\text{Tr}(T_3)^2}{\text{Tr}(Q)^2} = 3/8$ όταν $Q^2 \simeq M^2$, γίνεται και από το απλό μοντέλο E_6 , αν η ομάδα E_6 σπάει στην G_{SM} σε υψηλές ενέργειες [113]. Επίσης, τα φαινόμενα επακανονικοποίησης είναι επίσης ίδια έτσι ώστε $\sin^2\theta_W \simeq 0.20$ σε χαμηλές ενέργειες. Έχει προταθεί πως αν το μοντέλο E_6 σπάσει σε μεγαλύτερη ομάδα από το G_{SM} , όπως για παράδειγμα στο $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_L \times SU(2)_R \times U(1)_R$ ή στο $SU(3)_c \times SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)'$ και στην συνέχεια σπάσει στο G_{SM} σε χαμηλές ενέργειες, θα οδηγήσει σε μεγαλύτερες τιμές του $\sin^2\theta_W$ στην τάξη του $0.25 - 0.30$.

3.3 Πειραματικές προσπάθειες

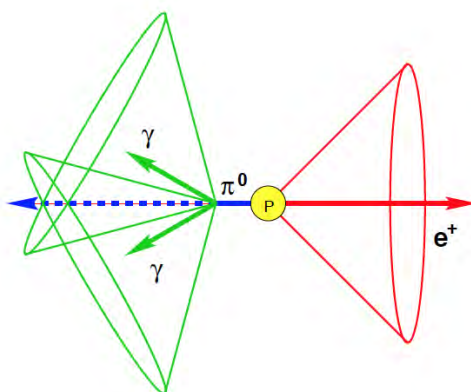
3.3.1 Σταθερότητα πρωτονίου

Το θέμα της σταθερότητας του πρωτονίου, που αναπτύξαμε στο εδάφιο 3.2.1, απασχολεί την επιστημονική κοινότητα για πάνω από 70 χρόνια [98]. Την περίοδο 1929–1949 ο κανόνας της διατήρησης του βαρυονικού αριθμού δημιουργήθηκε από τους Weyl, Stueckelberg και Wigner [118–120], και η πρώτη πειραματική ιδέα προτάθηκε από τον Goldhaber το 1954 [121]. Η βασική ιδέα ήταν ότι η διάσπαση του νουκλεονίου θα άφηνε το στοιχείο Th^{232} σε μια διεγερμένη και διασπασίμη κατάσταση, και άρα η σύγκριση του μετρούμενου χρόνου ζωής με αυτόν για αυθόρμητη διάσπαση μπορούσε να χρησιμοποιηθεί για την διάσπαση του νουκλεονίου. Αυτή η τεχνική παρήγαγε ένα κάτω όριο στον χρόνο ζωής του πρωτονίου της τάξης $\tau_p > 1.4 \times 10^{18} \text{ys}$. Η πρώτη άμεση έρευνα για διάσπαση του πρωτονίου έγινε από τους Reines, Cowan και Goldhaber με την χρήση ενός υγρού ανιχνευτή σπινθηρισμών 300 λίτρων [122], και το όριο που τέθηκε ήταν $\tau_p > 1 \times 10^{21} \text{ys}$ για τα ελεύθερα πρωτόνια και $\tau_p > 1 \times 10^{22} \text{ys}$ για τα δέσμια νουκλεόνια.

Μετά από την μεγάλη θεωρητική ανάπτυξη κατά τον 19^ο αιώνα στην πρόβλεψη της διάσπασης πρωτονίου, κατασκευάστηκαν διάφορα μεγάλα πειράματα για την έρεση οποιασδήποτε πειραματικής ένδειξης. Τα βασικά πειράματα είναι τα “Kolar Gold Field” (KGF) [123], “Nucleon Stability Experiment” (NUSEX) [124], FREJUS [125], “SOUDAN” [126], “Irvine-Michigan-Brookhaven” (IMB) [127] και το Kamiokande [128]. Τα πειράματα αυτά είναι είτε *καλορίμετρα* (πχ ο “SOUDAN”) είτε τύπου *Cherenkov* (IMB, Kamiokande). Όλα τα πειράματα έδωσαν αρνητικά αποτελέσματα καθώς δεν βρήκαν κανένα υποψήφιο γεγονός για διάσπαση πρωτονίου αλλά έδωσαν κάτω όρια για τα διάφορα “κανάλια” (modes) διάσπασης του πρωτονίου (βλέπε εδάφιο 3.104). Κατά την δεκαετία του 1990, ο μεγαλύτερος υγρός ανιχνευτής Cherenkov για την διάσπαση το πρωτονίου και για τις ιδιότητες των ατμοσφαιρικών και ηλιακών νετρίνων ήταν ο Super-Kamiokande [129]. Ο ανιχνευτής αυτός είναι ένας δακτύλιος που περιέχει 50ktons εξαιρετικά καθαρού νερού που συγκρατείται σε μια κυλινδρική δεξαμενή από ανοξείδωτο χάλυβα 1km κάτω από ένα ορυχείο στις Ιαπωνικές Άλπεις. Ο ευαίσθητος αυτός όγκος νερού χωρίζεται σε δύο κομμάτια. Ο εξωτερικός ανιχνευτής πάχους 2m παρατηρείται από 1885 φωτοπολλαπλασιαστικούς σωλήνες διαμέτρου 20cm. Όταν σχετικιστικά σωματάρια περνούν από το νερό εκπέμπουν ακτινοβολία Cherenkov σε γωνία περίπου 42° από την διεύθυνση κίνησης του σωματιδίου. Μετρώντας έτσι το φορτίο που παράγεται σε κάθε φωτοπολλαπλασιαστή και το χρόνο που αυτό συλλέγεται, είναι πιθανό να επανακατασκευαστεί η θέση και η ενέργεια του γεγονότος καθώς και η ορμή του εκάστοτε φορτισμένου σωματίου στο γεγονός.

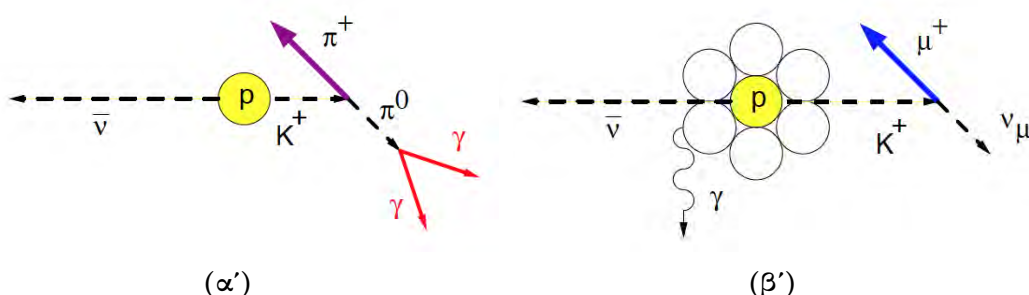
Το Σχ. 3.5 δίνει τα πειραματικά κάτω όρια για την διάσπαση πρωτονίου τα τελευταία 50 χρόνια. Επίσης, φαίνεται η δύναμη των ανιχνευτών Cherenkov στην βελτίωση των ορίων. Έτσι, αφού ο Super-Kamiokande είναι αυτή τη στιγμή το πιο ευαίσθητο πείραμα θα εξετάσουμε εν συντομία τις ενδείξεις για διάσπαση πρωτονίου σε αυτό το συγκεκριμένο πείραμα.

Ένα από τα πιο απλά κανάλια, είναι το $p \rightarrow e^+ \pi^0$. Στο Σχ. 3.3 βλέπουμε μια σχηματική αναπαράσταση μιας ιδανικής διάσπασης αυτού του είδους. Το ποζιτρόνιο e^+ και το ουδέτερο πιόνιο π^0 φεύγουν σε διαφορετικές διευθύνσεις. Το ποζιτρόνιο ξεκινάει έναν *ηλεκτρομαγνητικό καταγισμό* (*shower*) που οδηγεί σε ένα απομονωμένο δακτύλιο. Το π^0 σχεδόν αμέσως διασπάται σε δύο φωτόνια τα οποία θα συνεχίσουν και θα ξεκινήσουν καταγισμούς δημιουργώντας δύο επικαλυπτόμενους δακτύλιους. Γενικά, τα πραγματικά γεγονότα θα διαφέρουν από αυτή την ιδανική περίπτωση κα-



Σχήμα 3.3: Η ιδανική περίπτωση της διάσπασης $p \rightarrow e^+ \pi^0$ στον Super-Kamiokande [130].

θώς το πiónιο μπορεί να σχεδαστεί ή να απορροφηθεί ολοκληρωτικά πριν φύγει από τον πυρήνα. Επιπλέον, το πρωτόνιο στον πυρήνα μπορεί να έχει κάποια ορμή λόγω κίνησης *Fermi*. Αυτά τα δύο φαινόμενα, η αλληλεπίδραση πιονίου - πυρήνα και η κίνηση *Fermi*, χαλούν την ισορροπία της επαναδημιουργημένης ορμής. Επίσης, το πiónιο μπορεί να διασπαστεί ασυμμετρικά, δηλαδή το ένα φωτόνιο μπορεί να πάρει πάνω από την μισή ενέργεια του πιονίου αφήνοντας στο δεύτερο φωτόνιο ένα θολό ή τελείως αόρατο δαχτύλιο. Έτσι, όλα αυτά τα φαινόμενα πρέπει να λαμβάνονται υπόψιν στο σήμα που λαμβάνεται. Το Super-Kamiokande ψάχνει επίσης για το κανάλι $p \rightarrow K^+ \bar{\nu}$ κοιτώντας για τα προϊόντα από τους δύο βασικούς κλάδους της διάσπασης του K^+ (βλέπε Σχ. 3.4). Στην περίπτωση $K^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$, όταν το διασπώμενο πρωτόνιο είναι στο ^{16}O , ο πυρήνας μένει σαν ένα διεγερμένο ^{15}N . Μετά την αποδιέγερση εκπέμπεται ένα φωτόνιο ενέργειας 6.3MeV (βλέπε Σχ. 3.4 δεξιά).



Σχήμα 3.4: Η ιδανική περίπτωση της διάσπασης $p \rightarrow K^+ \bar{\nu}$ στον Super-Kamiokande, για την περίπτωση $K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0$ (αριστερά) και $K^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$ (δεξιά) [130].

Ένα επιπλέον βασικό στοιχείο για τις διασπάσεις πρωτονίου αφορά τα υποστρώματα. Υπάρχουν τριών ειδών υποστρώματα γεγονότων ατμοσφαιρικών νετρίνων, τα

οποία σχετίζονται με τις αναζητήσεις διασπάσεων πρωτονίου. Το πρώτο, είναι τα γεγονότα με ανελαστικά φορτισμένα ρεύματα: $\nu N \rightarrow Ne, \mu + n\pi$, όπου ένα νεutrino αλληλεπιδρά με ένα νουκλεόνιο στο νερό και παράγει ένα ορατό λεπτόνιο και ορισμένα πιόνια. Αυτό μπορεί να μιμηθεί διάφορα είδη διασπάσεων όπως το $p \rightarrow e^+\pi^0$. Το δεύτερο είδος είναι ουδέτερα ρεύματα παραγωγής πιονίων: $\nu N \rightarrow \nu N n\pi$, με μόνα παρατηρήσιμα προϊόντα τα πιόνια. Τέλος, υπάρχουν τα γεγονότα με ημιελαστικά (*quasi elastic*) φορτισμένα ρεύματα $\nu N \rightarrow N\mu, e$, τα οποία μοιάζουν με $p \rightarrow K^+\bar{\nu}$. Στον Πίνακα 3.4, έχουμε τα πιο πρόσφατα κάτω όρια για τους χρόνους ζωής των πρωτονίων. Από αυτόν τον πίνακα, μπορούμε να παρατηρήσουμε πως το μεγαλύτερο κάτω όριο περιέχεται στο κανάλι $p \rightarrow e^+\pi^0$, ενώ επίσης τα κανάλια $p \rightarrow e^+\gamma$ και $p \rightarrow \mu^+\gamma$ έχουν πολύ μεγάλους περιορισμούς.

Τα πιο πρόσφατα όρια που δόθηκαν από το Super-Kamiokande για ορισμένα κανάλια με 90% ακρίβεια είναι τα εξής [132]:

$$\begin{aligned}\tau_{p \rightarrow e^+\pi^0} &> 1.0 \times 10^{34} \text{ys} \\ \tau_{p \rightarrow K^+\bar{\nu}} &> 3.3 \times 10^{33} \text{ys} \\ \tau_{p \rightarrow K^0\mu^+} &> 1.3 \times 10^{33} \text{ys} \\ \tau_{p \rightarrow K^0e^+} &> 1.0 \times 10^{33} \text{ys}\end{aligned}\tag{3.146}$$

Όπως θα δούμε και στην συνέχεια, η διάσπαση του πρωτονίου μπορεί να δώσει λεπτομέρειες για θεμελιώδεις αλληλεπιδράσεις σε εξαιρετικά μικρές κλίμακες και δρα σαν ένα εργαλείο για την εξερεύνηση των μεγάλων ενοποιήσεων, της φυσικής της κλίμακας Planck, της KB, την θεωρία χορδών και την θεωρία M (βλέπε εδάφιο 5.2.1). Οπότε, είναι σημαντική η ύπαρξη νέων πειραμάτων για αναζήτηση διάσπασης του πρωτονίου αλλά και για βελτίωση των ήδη υπάρχοντων ορίων. Έτσι, έχουν προταθεί αρκετά καινούρια πειράματα που βασίζονται κυρίως σε δυο τεχνικές: αυτή των ανιχνευτών “ακτινοβολίας Cherenkov” και η χρήση “ευγενών αερίων” όπως το “Liquid Argon Time Projection Chamber” (LAr TPC). Πειράματα με την χρήση της 1^{ης} τεχνικής, είναι το ενός μεγατόνου HYPER-K [134], το “Underground Nucleon decay and Neutrino Observatory” (UNO) [135] με 650kt νερό, το 3M με 1000kt νερό [136], και το Ευρωπαϊκό “MEgaton Mass PHYSics” (MEMPHYS) με ένα μεγάτονο στο Frejus [137]. Με την 2^η τεχνική, έχουμε το “Imaging Cosmic And Rare Underground Signal” (ICARUS) [138] και το “Liquid Argon Neutrino and Nucleon Decay Detector” (LANNDD) το οποίο είναι ένα 100kt υγρού αργού TPC στην Αμερική [139]. Τέλος, υπάρχει και το “Low Energy Neutrino Astronomy” (LENA) όπου ο ανιχνευτής αποτελείται από 50kt υγρών σπινθηριστών [140]. Τα πειράματα

Κανάλι	$\tau_p [10^{30}ys]$
$p \rightarrow invisible$	0.21
$p \rightarrow e^+\pi^0$	1600
$p \rightarrow \mu^+\pi^0$	473
$p \rightarrow \nu\pi^+$	25
$p \rightarrow e^+\eta^0$	313
$p \rightarrow \mu^+\eta^0$	126
$p \rightarrow e^+\rho^0$	75
$p \rightarrow \mu^+\rho^0$	110
$p \rightarrow \nu\rho^+$	162
$p \rightarrow e^+\omega^0$	107
$p \rightarrow \mu^+\omega^0$	117
$p \rightarrow e^+K^0$	150
$p \rightarrow e^+K_S^0$	120
$p \rightarrow e^+K_L^0$	51
$p \rightarrow \mu^+K^0$	120
$p \rightarrow \mu^+K_S^0$	150
$p \rightarrow \mu^+K_L^0$	83
$p \rightarrow \nu K^+$	670
$p \rightarrow e^+K^*(892)$	84
$p \rightarrow \nu K^*(892)$	51
$p \rightarrow e^+\gamma$	670
$p \rightarrow \mu^+\gamma$	478

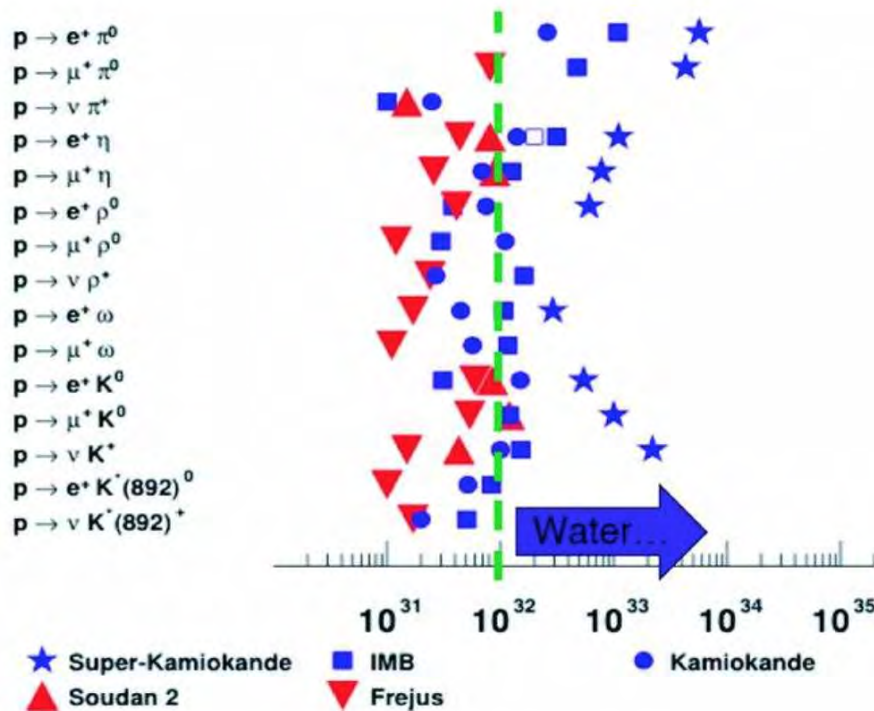
Πίνακας 3.4: Πειραματικά κάτω όρια για τον χρόνο ζωής του πρωτονίου για διάφορα κανάλια [131].

αυτά είτε θα βρουν την διάσπαση του νετρονίου είτε θα βελτιώσουν τα υπάρχοντα κάτω όρια και θα απορρίψουν ένα μεγάλο πλήθος από προτεινόμενα μοντέλα.

3.3.2 Μαγνητικά μονόπολα

Μερικά από τα γενικά χαρακτηριστικά των μαγνητικών μονόπολων (βλέπε εδάφιο 3.2.3) είναι:

1. Το στοιχειώδες μαγνητικό φορτίο είναι: $g = \frac{hc}{2e} = \frac{137e}{2} = 3.29 \times 10^{-8} cgs =$



Σχήμα 3.5: Πειραματικά κάτω όρια για τον χρόνο ζωής του πρωτονίου [133].

68.53.

2. Η σταθερά σύζευξης είναι: $a = \frac{e^2}{hc} \simeq 1/137$, ενώ η αδιάστατη σταθερά σύζευξης είναι: $a = \frac{g^2}{hc} \simeq 34.25$.
3. Η ενέργεια W από το μαγνητικό πεδίο είναι: $B \cdot W = ngBI = n \times 20.5 keV/G \cdot cm$.
4. Η ταχύτητα των βαρέων μονόπολων από τις GUT είναι: $10^{-4} < \beta < 10^{-1}$.
5. Θεωρείται γενικά πως αναζητείται σωματίδιο που φέρει δύο είδη φορτίου.
6. Η μάζα τους δεν έχει προσεγγιστεί ακόμα αλλά υπάρχουν εκτιμήσεις συνδυαστικά με την ακτίνα και του ηλεκτρικού φορτίου: $r_{monop} = \frac{g^2}{m_{monop}c^2} = \frac{e^2}{m_e c^2}$. Από αυτά προκύπτει $m_{monop} = \frac{g^2 m_e}{e^2} \simeq n \times 2.4 GeV/c^2$. Από άλλες άμεσες και έμμεσες έρευνες γίνεται φανερό με 95% ακρίβεια, πως $m_{monop} > 850 GeV$. Σε κάθε περίπτωση ξεπερνάει κατά πολύ την μάζα του ηλεκτρονίου η οποία είναι $0.5 MeV$.
7. Για τα πολύ αργά μονόπολα, δηλαδή για $\beta < 10^{-4}$, δεν παρατηρείται διέγερση ατόμων, αλλά χάνεται ενέργεια από ελαστικές κρούσεις με άτομα και πυρήνες,

καθώς μετατρέπεται σε ελαστικές δονήσεις στο υλικό ή σε υπέρυθρη ακτινοβολία.

8. Για μονόπολα που διέρχονται από υπεραγωγίμους δακτυλίους, θα υπάρξει μεταβολή της ροής Φ_B και $\frac{dE}{dx} \simeq 42 \text{ MeV/cm}$ ανεξάρτητα της ταχύτητας.

Όσον αφορά την αλληλεπίδραση με την ύλη, γνωρίζουμε ότι κινούμενα φορτισμένα σωμάτια τα οποία κινούνται στην ύλη αλληλεπιδρούν με τα άτομα του υλικού. Η αλληλεπίδραση αυτή διεγείρει ή ιονίζει τα άτομα. Αυτό δημιουργεί μια απώλεια ενέργειας του σωματιδίου που διαδίδεται διαμέσου της ύλης. Γνωρίζουμε ότι ισχύει η σχέση *Bethe - Bloch* η οποία περιγράφει την απώλεια ενέργειας ανά απόσταση φορτισμένων σωματιδίων που διαδίδονται στην ύλη. Η σχέση αυτή εκφράζεται ως εξής για το μαγνητικό φορτίο:

$$-\frac{dE}{dx} = K \frac{Z}{A} g^2 \left[\ln \frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2}{I_m} + \frac{K|g|}{2} - \frac{1}{2} - B(g) \right] \quad (3.147)$$

Η σχέση αυτή μας δείχνει ότι ο ιονισμός αυξάνεται με το μαγνητικό φορτίο και μειώνεται με την ταχύτητα β πράγμα που μας δίνει μια μοναδική υπογραφή για την εύρεση του μαγνητικού μονόπολου από πειραματικές διατάξεις. Έτσι, ο ιονισμός ενός σχετικιστικού μονόπολου είναι $(ng)^2$ φορές μεγαλύτερη από αυτόν ενός σχετικιστικού πρωτονίου $4700n^2$ όπου $n = 1, 2, 3, \dots$

Όσον αφορά την απώλεια ενέργειας παρουσία ύλης, γνωρίζουμε ότι η αλληλεπίδραση του μαγνητικού φορτίου ενός μαγνητικού μονόπολου με πυρηνικά μαγνητικά δίπολα μπορεί να οδηγήσει στο σχηματισμό ενός μονόπολου-πυρήνα δέσμιου συστήματος. Αυτό μπορεί να επηρεάσει την απώλεια ενέργειας στην ύλη και την ενεργό διατομή για κατάλυση της διάσπασης του πρωτονίου από μαγνητικά μονόπολα. Μια δέσμια κατάσταση μονόπολου-πρωτονίου μπορεί να παραχθεί μέσω της διαδικασίας $M + p \rightarrow (M + p)_{\text{bound}} + \gamma$. Δέσμιες καταστάσεις μονόπολου-πυρήνα μπορούν να υπάρξουν για πυρήνες με μεγάλο γυρομαγνητικό λόγο [141].

- Ένα γρήγορα κινούμενο μαγνητικό μονόπολο με ταχύτητα $v > 10^{-2}c$ συμπεριφέρεται σαν ένα αντίστοιχο ηλεκτρικό φορτίο $(Ze)_{eq}^2 = g^2 \beta^2$.
- Για αργά σωμάτια, είναι σημαντικό να ξεχωρίσουμε την ενέργεια που χάνεται σε ιονισμό ή σε διέγερση των ατόμων και μορίων του μέσου (ηλεκτρονική απώλεια ενέργειας) από αυτή που χάνεται σε κινητική ενέργεια ανάδρασης ατόμων ή πυρήνων (ατομική ή πυρηνική απώλεια ενέργειας). Η ηλεκτρονική απώλεια ενέργειας υπερिशύει για ηλεκτρικά ή μαγνητικά φορτισμένα σωμάτια με $\beta >$

10^{-2} . Η dE/dx μαγνητικών μονόπολων με $10^{-4} < \beta < 10^{-3}$ είναι κυρίως λόγω διεγέρσεων των ατόμων. Ένα μονόπολο που περνάει από ένα άτομο όπως το $^4\text{He}_2$ μπορεί να παράξει “level mixings” και διασταυρώσεις (*Drell effect*). Η επίδραση αυτή μπορεί να χρησιμοποιηθεί για πρακτική ανίχνευση παρατηρώντας τον ιονισμό που προκαλείται από μεταβάσεις ενέργειας από διεγερμένα άτομα He σε πολύπλοκα μόρια με μικρό δυναμικό ιονισμού (*Penning effect*).

- Τα μαγνητικά μονόπολα με ταχύτητες $v < 10^{-4}c$, δεν μπορούν να διεγείρουν άτομα αλλά μπορούν να χάσουν ενέργεια σε ελαστικές κρούσεις με άτομα ή με πυρήνες. Η ενέργεια αυτή απελευθερώνεται στο μέσο στην μορφή ελαστικών δονήσεων και/ή υπέρυθη ακτινοβολία.
- Αν ένα μονόπολο περάσει από έναν υπεραγωγό θα υπάρχει αλλαγή της μαγνητικής ροής $\Phi_B = \frac{2\pi\hbar c}{e}$, που δίνει $\frac{dE}{dx} \simeq 42\text{MeV}/\text{cm}$, το οποίο είναι ανεξάρτητο του β .
- Για $\beta < 10^{-4}$, η κυρίως απώλεια ενέργειας στη Γη, είναι λόγω ελαστικής σκέδασης μονόπολου-ατόμων, απώλεια ρεύματος στροβιλισμού (*eddy current losses*) και *nuclear stopping power*. Η Γη, πρέπει να μπορεί να σταματήσει GUT μονόπολα με $\beta \leq 10^{-4}$. Από παρόμοιες εκτιμήσεις για άλλα ουράνια σώματα καταλήγουμε στο ότι τα μονόπολα μπορούν να σταματήσουν αν οι ταχύτητες τους είναι: για το φεγγάρι $\beta \leq 5 \times 10^{-5}$, για τον Δία $\beta \leq 3 \times 10^{-4}$, και για τον Ήλιο $\beta \leq 10^{-3}$.

Κοσμολογικά και αστροφυσικά όρια

Το πρώτο όριο προέρχεται απαιτώντας η σημερινή πυκνότητα μάζας των μαγνητικών μονόπολων να είναι μικρότερη από την κριτική πυκνότητα του Σύμπαντος ρ_{crit} . Οπότε, για μαγνητικά μονόπολα με μάζα $m_{\text{monop}} \simeq 10^{17}\text{GeV}$ παίρνουμε το όριο:

$$F = \frac{n_{\text{monop}} c}{4\pi} \beta < 3 \times 10^{-12} h_0^2 \beta [cm^{-2}s^{-1}sr^{-1}] \quad (3.148)$$

Το όριο αυτό είναι συνεπές για μονόπολα που είναι ομοιόμορφα κατανομημένα στο Σύμπαν. Αν τα μονόπολα όμως βρίσκονται συσσωρευμένα σε γαλαξίες τότε το όριο αυτό μπορεί να είναι πολύ μεγαλύτερο [109].

Ένα αυστηρό όριο είναι το όριο *Parker* στην ροή μονόπολων το οποίο έχει να κάνει με το μαγνητικό πεδίο του Γαλαξία μας [142]. Επειδή το μαγνητικό πεδίο του γαλαξία μας επιταχύνει μονόπολα, η ενεργειακή πυκνότητα $U = \frac{B^2}{8\pi}$ που αποθηκεύεται στο

πεδίο θα διαχέεται με ρυθμό $\frac{dU}{dt} \simeq \langle gnv \cdot B \rangle$, όπου n η πυκνότητα των μονόπολων. Απαιτώντας η ενέργεια του πεδίου να μην εξαντλείται ουσιαστικά σε χρόνο τ της τάξης 10^8 χρόνια, που απαιτείται για την ανάπλαση του πεδίου παίρνουμε το όριο:

$$F = \frac{n_{\text{monop}} v}{4\pi} \leq \frac{B}{32\pi^2 g \tau} \simeq 10^{-16} \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1} \text{sr}^{-1} \left(\frac{B}{3 \times 10^{-6} \text{G}} \right) \left(\frac{10^8 \text{ys}}{\tau} \right) \quad (3.149)$$

Ένα χρήσιμο χαρακτηριστικό αυτού του ορίου στη ροή είναι ότι φαίνεται να είναι ανεξάρτητο από την μάζα του μονόπολου [105].

Υποθέτοντας την ύπαρξη ενός διαγαλαξιακού μαγνητικού πεδίου της τάξης $B_{IG} \simeq 3 \times 10^{-8} \text{G}$ στην τοπική ομάδα γαλαξιών με χρόνο επαναδημιουργίας (*regeneration time*) $\tau_{IG} \simeq 10^9 \text{ys}$ και εφαρμόζοντας την ίδια αιτιολόγηση με ανωτέρω παίρνουμε ένα πιο αυστηρό όριο το οποίο όμως είναι λιγότερο αξιόπιστο καθώς το διαγαλαξιακό πεδίο δεν είναι με ακρίβεια καθορισμένο [109].

Τέλος, οι παράξενοι αστέρες A4 έχουν το μαγνητικό τους πεδίο $B \simeq 10^3 \text{G}$ σε διεύθυνση αντίθετη από αυτή που αναμένεται λόγω της περιστροφής τους. Ένα μαγνητικό μονόπολο με ταχύτητα $\beta \leq 10^3$ θα μπορούσε να σταματήσει στους A4 αστέρες. Οπότε, ο αριθμός των μαγνητικών μονόπολων σε έναν τέτοιο αστέρα θα αυξανόταν με τον χρόνο αν δεν λάβουμε υπόψιν μας εξαύλωση μονόπολων-αντι-μονόπολων μέσα στον αστέρα. Τα μονόπολα αυτά θα επιταχύνονταν στο μαγνητικό πεδίο, το οποίο σαν συνέπεια θα μηδενιζόταν με το πέρασμα του χρόνου. Επαναλαμβάνοντας έτσι το επιχείρημα Parker, μπορούμε να λάβουμε ισχυρά όρια, που όμως δεν βασίζονται σε ξεκάθαρες υποθέσεις. Μπορούμε να εφαρμόσουμε παρόμοιους περιορισμούς στον υπεραγώγιμο πυρήνα αστέρων νετρονίων, και έτσι το πεδίο που επιβιώνει ενός Pulsar μπορεί να μας δώσει ένα άνω όριο στην ροή μονόπολων στην γειτονιά του Pulsar. Το όριο θα είναι ιδιαίτερα αυστηρό για την συγκεκριμένη περίπτωση του Pulsar *PSR 1937 + 214* [109].

Ανίχνευση με κοσμικές ακτίνες

Η μεγάλη μάζα των μαγνητικών μονόπολων που προβλέπονται από τις θεωρίες GUT δεν μπορεί να παραχθεί από κανέναν επιταχυντή. Έτσι, τόσο μεγάλα μαγνητικά μονόπολα μπορούν να παραχθούν στις πρώτες στιγμές του Σύμπαντος και μπορούν να ανιχνευθούν στις διεισδυτικές κοσμικές ακτίνες. Τα μονόπολα που παράγονται από τις θεωρίες GUT καταλύουν την διάσπαση των πρωτονίων, φαινόμενο που είναι μια βασική πρόβλεψη των θεωριών GUT. Αυτά τα μαγνητικά μονόπολα όπως έχουμε αναφέρει μπορούν να περιέχονται στην διεισδυτική KAM ενώ αναμένεται να

προκύπτουν ισοτροπικά από όλες τις διευθύνσεις και να έχουν τυπικές γαλακτικές ταχύτητες $10^{-3}c$ αν είναι παγιδευμένα στον γαλαξία μας. Τα μαγνητικά μονόπολα που είναι παγιδευμένα στο ηλιακό μας σύστημα ή σε υπερσμήνη γαλαξιών μπορούν να ταξιδεύουν με τυπικές ταχύτητες της τάξης $10^{-4}c$ και $10^{-2}c$ αντίστοιχα.

Η αναζήτηση τέτοιων μαγνητικών μονόπολων GUT είναι από τα βασικά αντικείμενα μελέτης του “Monopole, Astrophysics and Cosmic Ray Observatory” (MACRO) [143]. Οι περισσότεροι σημερινοί ανιχνευτές σωματιδίων, που μεταξύ άλλων αναζητούν μαγνητικά μονόπολα, τοποθετούνται κάτω από την επιφάνεια της Γης έτσι ώστε να υπάρχει ελάχιστη ροή σωματιδίων κοσμικής ακτινοβολίας η οποία επηρεάζει οποιοδήποτε σήμα μαγνητικών μονόπολων. Έτσι, και ο MACRO βρίσκεται στην σήραγγα του Gran Sasso στην Ιταλία, ο οποίος κατασκευάστηκε το 1989 με τεράστιο εμβαδό 2 τάξης μεγέθους μεγαλύτερο από τον συνδυασμό όλων των προηγούμενων ανιχνευτών μονόπολων ($76.6 \times 12 \times 9.3 [m^3]$), ενώ παρείχε μια συνολική αποδοχή των $10000 m^2 sr$ σε μια ισοτροπική ροή σωματιδίων. Ο ανιχνευτής αυτός χρησιμοποιεί τριών ειδών υπο-ανιχνευτές και μπορεί να ανιχνεύει τον ιονισμό που προκαλούν διερχόμενα κοσμικά σωματίδια με ενέργεια τέτοια ώστε να ιονίσει άτομα του εσωτερικού του ανιχνευτή. Σε όλα τα χρόνια της λειτουργίας του μέχρι το 2001 δεν βρέθηκε κάποιο υποψήφιο γεγονός μαγνητικού μονόπολου, όμως τέθηκαν άνω όρια στη ροή τους με ακρίβεια 90%. Τα άνω όρια αυτά είναι τα καλύτερα όρια που υπάρχουν για άμεση αναζήτηση μαγνητικών μονόπολων GUT. Το άνω όριο για την ροή των μαγνητικών μονόπολων καθιερώθηκε στα [144]:

$$1.4 \times 10^{-16} cm^{-2} s^{-1} sr^{-1} \quad (3.150)$$

για ταχύτητες $4 \times 10^{-5} < \beta = \frac{v}{c} < 1$.

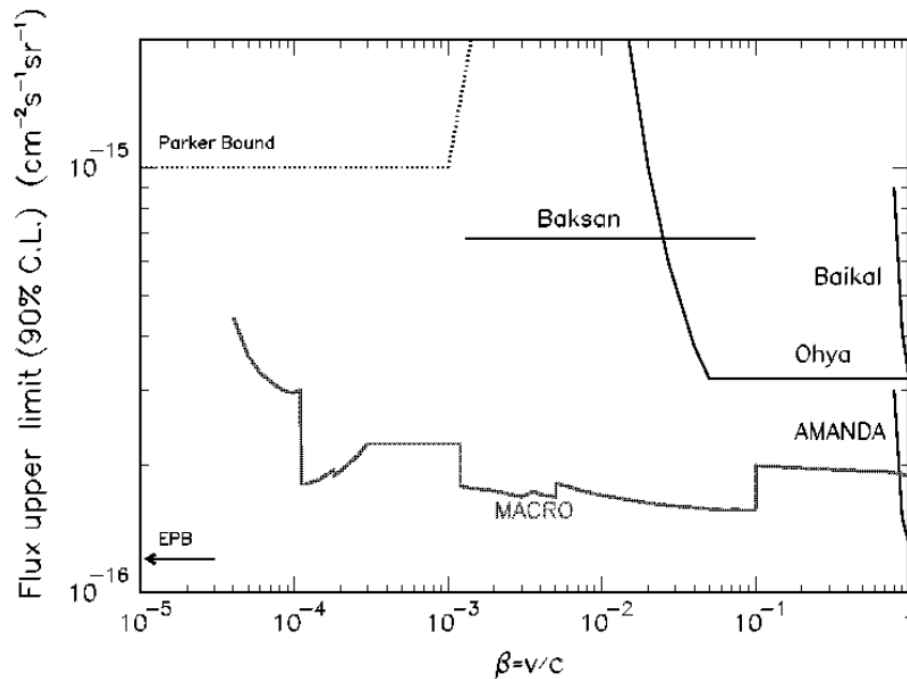
Ανίχνευση με τηλεσκόπια νετρίνων

Τα μαγνητικά μονόπολα μάζας ως και $10^{14} GeV$ μπορούν να επιταχύνονται σε σχετικιστικές ταχύτητες από γαλαξιακά και εξωγαλαξιακά μαγνητικά πεδία. Κατά την διάδοση ενός μαγνητικού μονόπολου σε διηλεκτρικό μέσο εκπέμπεται ακτινοβολία Cherenkov από τα μοριακά δίπολα του μέσου, όπως ακριβώς συμβαίνει και κατά την περίπτωση ενός κινούμενου ηλεκτρικά φορτισμένου σωματίου. Κατά την διάδοση ενός μαγνητικού μονόπολου με ταχύτητα $u \simeq c$ και μαγνητικό φορτίο $g = e/2a$ στο διηλεκτρικό μέσο, ο αριθμός των φωτονίων Cherenkov που εκπέμπεται είναι κατά 8300 φορές μεγαλύτερος από τον αριθμό των εκπεμπόμενων φωτονίων Cherenkov

που εκπέμπονται κατά την διάδοση ενός κινούμενου ηλεκτρικού φορτίου στο μέσο. Το γεγονός αυτό έχει ως αποτέλεσμα ένα χαρακτηριστικό πειραματικό σήμα σε ένα τηλεσκόπιο νετρίνων. Έτσι, κατά την διάδοση ενός μαγνητικού μονόπολου στο νερό ή στον πάγο που περιβάλλει ένα μεγάλο τηλεσκόπιο νετρίνων, ένας μεγάλος αριθμός από φωτόνια θα πρέπει να συλλεχθούν από τους φωτοπολλαπλασιαστές του ανιχνευτή. Το νερό και ο πάγος είναι απαραίτητα στοιχεία των τηλεσκοπίων νετρίνων καθώς περιορίζουν τα μίονια που προέρχονται από τις κοσμικές ακτίνες σε χαμηλά σχετικά επίπεδα, έτσι ώστε ο ανιχνευτής να μπορεί να ξεχωρίσει το σήμα από τον θόρυβο.

Ένα τηλεσκόπιο νετρίνων είναι το “Antarctic Impulsive Transient Antenna” (ANITA) το οποίο βρίσκεται σε ένα τεράστιο μπαλόνι στην ανταρκτική και μπορεί να ανιχνεύσει μεταξύ άλλων μαγνητικό μονόπολα, έχει θέσει ως άνω όριο το $1/10000$ του ορίου Parker, για μονόπολα που κινούνται κοντά στην ταχύτητα του φωτός [145]. Άλλα τηλεσκόπια νετρίνων είναι το “Antarctic Muon And Neutrino Detector Array” (AMANDA) που βρίσκεται στους πάγους της Ανταρκτικής [146] και το “Baikal Deep Underwater Neutrino Telescope” (BDUNT) το οποίο βρίσκεται στη Βαϊκάλη, την βαθύτερη λίμνη της Γης (1.6km) στη Σιβηρία [147]. Τα τηλεσκόπια αυτά δεν έχουν ανιχνεύσει κάποιο μαγνητικό μονόπολο, όμως έχουν παράγει νέα μειωμένα ανώτατα όρια για την ροή αργά κινούμενων μαγνητικών μονόπολων [73] (βλέπε Σχ. 3.6)

Προς το παρόν η έρευνα για την αναζήτηση μαγνητικών μονόπολων συνεχίζεται και από άλλα τηλεσκόπια νετρίνων όπως ο διάδοχος του AMANDA, το “IceCube” το οποίο βρίσκεται στους πάγους της Ανταρκτικής και είναι το μεγαλύτερο μέχρι στιγμής τηλεσκόπιο νετρίνων καθώς περιέχει ένα κυβικό χιλιόμετρο πάγου [148]. Υπάρχουν επίσης και άλλα πειραματικά τηλεσκόπια νετρίνων όπως είναι το “Astronomy with a Neutrino Telescope and Abyss environmental RESearch” (ANTARES) έξω από την Toulon στη Γαλλία [149], το “Neutrino Ettore Majorana Observatory” (NEMO) στα ανοικτά της Σικελίας [150] και το “Neutrino Extended Submarine Telescope with Oceanographic Research” (NESTOR) το οποίο βρίσκεται στην Πύλο στο βαθύτερο σημείο της Μεσογείου το οποίο ονομάζεται “φρέαρ των Οινουσσών” [151]. Τελικός στόχος όλων αυτών των προσπάθειών, στα πλαίσια του προγράμματος “Cubic Kilometre Neutrino Telescope” (KM3NeT), είναι η κατασκευή ενός Ευρωπαϊκού υποθαλάσσιου τηλεσκοπίου νετρίνων με όγκο ενός κυβικού χιλιομέτρου το οποίο θα κατασκευαστεί στη Μεσόγειο. Η θέση στην οποία θα κατασκευαστεί το τηλεσκόπιο αυτό, θα επιλεγεί ανάμεσα από εκείνες στις οποίες τη στιγμή αυτή ολοκληρώνονται τα τρία πειραματικά τηλεσκόπια νετρίνων ANTARES, NEMO και NESTOR.



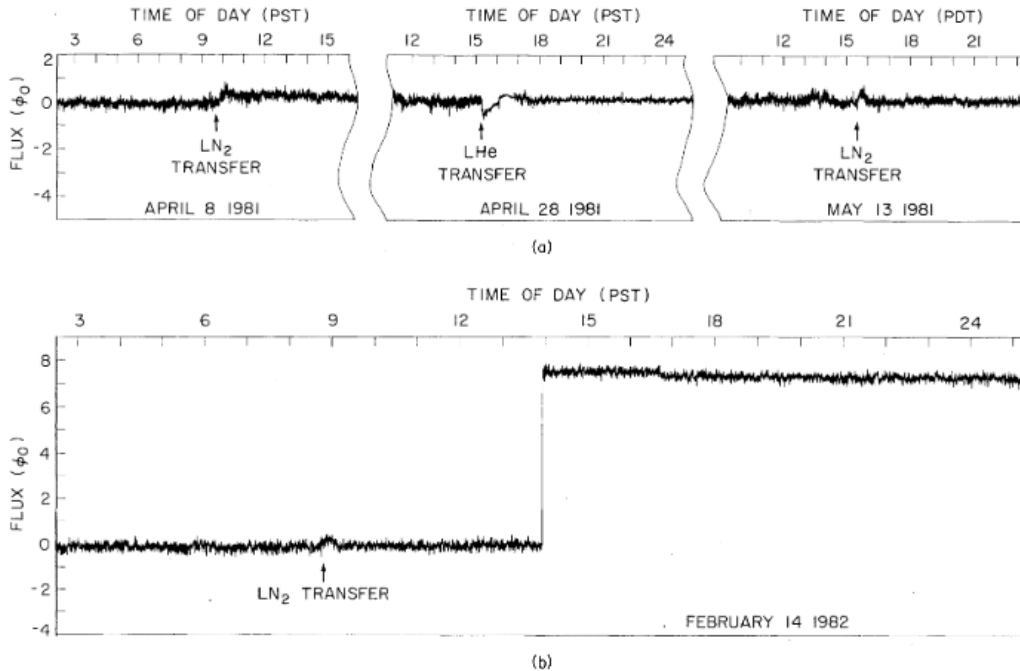
Σχήμα 3.6: Άνω όρια ροής μαγνητικών μονόπολων με 95% ακρίβεια από διάφορα πειράματα [143].

Ανίχνευση με SQUID

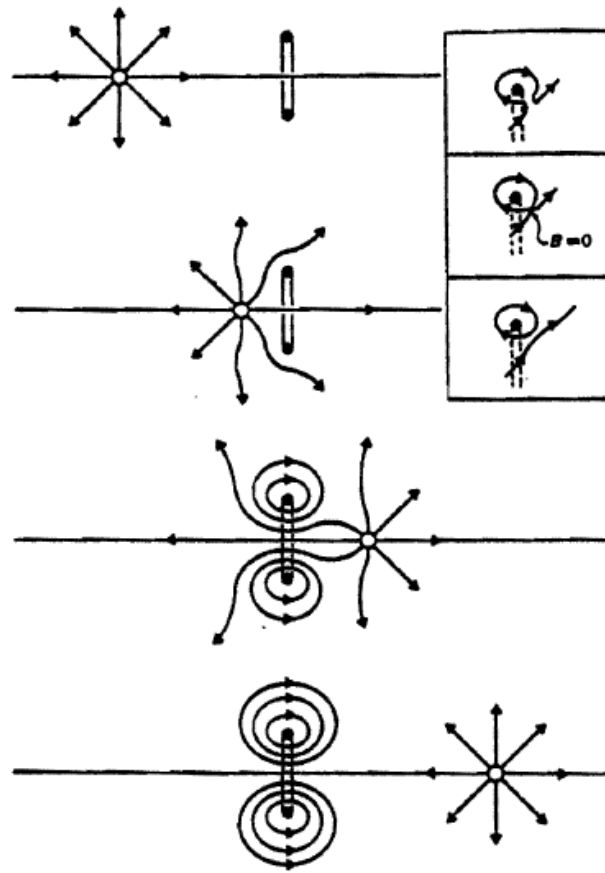
Το μόνο πείραμα το οποίο βρήκε κάποιο σήμα μαγνητικού μονόπολου είναι το πείραμα του Blas Cabrera [152]. Η θεωρητική ιδέα που προέρχεται από τις εξισώσεις του Maxwell, που είναι και ο πιο απλός τρόπος ανίχνευσης μαγνητικού μονόπολου, ήταν πως αν ένα μονόπολο διαχύσει έναν συρμάτινο βρόγχο τότε θα προκαλέσει μια ροή ρεύματος εξ' επαγωγής λόγω του μεταβαλλόμενου μαγνητικού πεδίου. Έτσι, το ολικό ρεύμα που επάγεται εξαρτάται μόνο από το μαγνητικό φορτίο του μονόπολου. Ο Cabrera χρησιμοποίησε την υπεραγωγιμότητα για να κατασκευάσει έναν ανιχνευτή έτσι ώστε να μπορεί να παρατηρήσει ένα ξεκάθαρο σήμα ενός μεμονωμένου μονόπολου που δεν παράγεται από κανένα άλλο σωματίδιο (βλέπε Σχ. 3.8). Συγκεκριμένα, χρησιμοποίησε έναν υπεραγώγιμο βρόγχο τεσσάρων σπειρών, με εμβαδό επιφάνειας 20cm^2 ο οποίος μπορεί να αναζητήσει ακόμα και πολύ μικρές μαγνητικές πηγές. Οι κατασκευές αυτές με υπεραγώγιμους συρμάτινους βρόχους ονομάζονται "Superconducting Quantum Interference Device" (SQUID). Έτσι, κατασκεύασε έναν ανιχνευτή στο Stanford ο οποίος δεν επηρεαζόταν από το γήινο μαγνητικό πεδίο και ο οποίος αναζητούσε την ύπαρξη ενός μονόπολου μέσω του περιοδικού ελέγχου της χρονικής εξέλιξης της ροής ρεύματος στον βρόγχο. Η μόνη καταγραφή ρεύματος στην συσκευή

πραγματοποιήθηκε στις 14 Φεβρουαρίου του 1982 (ημέρα του Αγίου Βαλεντίνου). Η ροή μάζας που υπολογίστηκε οδήγησε σε μια πυκνότητα μονόπολων στην Γαλαξιακή Άλω με μάζα 10^{16} GeV . Όπως αναφέρθηκε το “γεγονός του Βαλεντίνου”, είχε αβεβαιότητα μόλις 5% (βλέπε Σχ. 3.7). Το γεγονός όμως αυτό δεν επαναλήφθηκε σε κανέναν άλλο ανιχνευτή και συνεπώς το σήμα αυτό θεωρήθηκε ως τυχαία διακύμανση και όχι ως ανακάλυψη.

Μια παραλλαγή του αρχικού πειράματος του Cabrera προκειμένου να μειωθεί η πιθανότητα τυχαίων διακυμάνσεων ενός υπεραγωγού η οποία μπορεί να φανεί ως σήμα ενός μονόπολου, έγινε στην γεωμετρική σχεδίαση του ανιχνευτή. Ο ανιχνευτής αυτός αντί για έναν βρόγχο χρησιμοποιούσε έξι ανεξάρτητους βρόγχους στις έδρες ενός κύβου. Οπότε, αναγκαστικά ένα διερχόμενο μονόπολο θα περνούσε ακριβώς από δύο βρόγχους με αποτέλεσμα την ίδια χρονική στιγμή να υπάρχει ένα αναμενόμενο σήμα που συνδέεται με την τιμή του ρεύματος στους δύο βρόγχους χωρίς αυτό το σήμα να μπορεί να μιμηθεί από άλλες διακυμάνσεις. Μέχρι σήμερα δεν έχει παρατηρηθεί κανένα σήμα μονόπολων, γεγονός που μειώνει κατά πολύ την συνολική ροή κοσμικών μονόπολων που περνούν από την Γη σε: $4 \times 10^{-14} \text{ monopoles/cm}^2 \text{ s}$. Δηλαδή, οι μάζες των μονόπολων στην Άλω θα πρέπει να είναι $m_{\text{monop}} > 10^{21} \text{ GeV}$.



Σχήμα 3.7: Το διάσημο σήμα Cabrera. Τα δεδομένα δείχνουν (a) την τυπική σταθερότητα και (b) το γεγονός για το υποψήφιο μαγνητικό μονόπολο [152].



Σχήμα 3.8: Αναπαράσταση των μαγνητικών γραμμών καθώς ένα μονόπολο περνά από έναν υπεραγώγιμο δακτύλιο. Όταν το μονόπολο είναι ακόμα μακριά από τον δακτύλιο (άνω απεικόνιση), το μαγνητικό του πεδίο είναι το συμμετρικό πεδίο ενός σημειακού μαγνητικού φορτίου. Όσο το μονόπολο πλησιάζει τον υπεραγώγιμο δακτύλιο, το πεδίο διαταράσσεται. Η διατάραξη συνεχίζεται όσο το μονόπολο περνά μέσα από τον δακτύλιο, όπου αφήνει κάποιες δυναμικές γραμμές. Μετά την διάβαση, έχουμε της δυναμικές γραμμές ενός μαγνητικού φορτίου συν τις παγιδευμένες γραμμές γύρω από το πηνίο.

3.4 Βασικά προβλήματα και πιθανές λύσεις

3.4.1 Doublet - Triplet splitting

Το πρόβλημα αυτό είναι χαρακτηριστικό των GUT. Η διπλέτα Higgs του KΠ όταν συμπεριλαμβάνεται σε μια αναπαράσταση GUT, συνήθως συμπεριλαμβάνει τριπλέτες χρώματος οι οποίες ευθύνονται για την διάσπαση του πρωτονίου. Για παράδειγμα, στο $SU(5)$ μοντέλο το Higgs μένει στην θεμελιώδη αναπαράσταση και η τριπλέτα T

έχει ζεύξεις Yukawa οι οποίες έχουν την μορφή:

$$\mathcal{L}_Y(T) = T^* (LY_5 Q - d^c Y_5 u^c) - \left(\frac{1}{2} QY_{10} Q + u^c Y_{10} e^c \right) T \quad (3.151)$$

Η τριπλέτα είναι βαριά και η ανταλλαγή της οδηγεί στην αλληλεπίδραση Fermi:

$$\mathcal{L}_{d=6} = \frac{1}{2M_T^2} (QY_{10} Q) (QY_5^T L) + \frac{1}{M_T^2} (d^c Y_5 u^c) (u^c Y_{10} e^c) \quad (3.152)$$

Αφού τα νουκλεόνια αποτελούνται από κουάρκ της πρώτης γενιάς, οι αντίστοιχοι Yukawa έχουν τυπικά τέτοια τάξη ώστε:

$$\frac{y_u y_d}{M_T^2} \leq \frac{1}{M_{GUT}^2} \quad (3.153)$$

και άρα:

$$M_T \geq 10^{12} \text{GeV} \quad (3.154)$$

Από την άλλη μεριά, η διπλέτα Higgs, δηλαδή ο εταίρος αυτής της βαριάς μονέτας, έχει έναν αρνητικό όρο, δηλαδή μια βαριά τριπλέτα χρώματος και μια ελαφριά ασθενής διπλέτα από την ίδια πολλαπλέτα είναι δύσκολο να προκύψουν με φυσικό τρόπο. Αυτό είναι το λεγόμενο *Doublet-Triplet splitting* πρόβλημα (*DT*). Παρόλο που θα μπορούσαμε να εκπληρώσουμε αυτές τις συνθήκες, δηλαδή να έχουμε μια ελαφριά διπλέτα και μια βαριά τριπλέτα από την ίδια πολλαπλέτα, αυτό απαιτεί λεπτή ρύθμιση των παραμέτρων του μοντέλου, εκτός και αν εργασθούμε σε πιο περίπλοκες θεωρίες με μη ελάχιστη διαρρύθμιση.

Η αλληλεπίδραση ανάμεσα στο Higgs που είναι υπεύθυνο για το σπάσιμο της $SU(5)$ (το $\mathbf{24}_H$), και στο Higgs που είναι υπεύθυνο για το ηλεκτρασθενές σπάσιμο (το $\mathbf{5}_H$), έχει την μορφή:

$$\mathbf{5}_H^* (a\mathbf{24}_H + b) \mathbf{5}_H \quad (3.155)$$

Μόλις το βαρύ Higgs αποκτήσει μια VEV από τις περιπτώσεις 3.24, οι μάζες των δύο μερών των στοιχειωδών πολλαπλοτήτων χωρίζονται ως εξής:

$$\left(2a \frac{v}{\sqrt{30}} + b \right) |T|^2 + \left(-3a \frac{v}{\sqrt{30}} + b \right) |H|^2 = M_T^2 |T|^2 + M_H^2 |H|^2 \quad (3.156)$$

Έτσι, προκύπτει ότι:

$$b = M_H^2 + 3a \frac{v}{\sqrt{30}} = \frac{3}{5} M_T^2 + O(M_H^2) \quad (3.157)$$

Αλλά για να έχουμε $O\left(\frac{M_H^2}{M_T^2}\right) \approx 10^{-20}$ λόγω της Εξ. 3.29, απαιτείται λεπτή ρύθμιση των παραμέτρων της λαγκρατζιανής.

Υπάρχουν διάφοροι τρόποι για την επίλυση αυτού του προβλήματος [153–155], αλλά δυστυχώς κανένα ελάχιστο μοντέλο δεν έχει τέτοιες λύσεις. Άρα, χρειαζόμαστε μη ελάχιστες γενικεύσεις αλλά και την υπερσυμμετρία (βλέπε πχ εδάφιο 4.3.1) έτσι ώστε να σταθεροποιηθεί. Τέτοιες λύσεις συνήθως δεν κάνουν συγκεκριμένες προβλέψεις, πράγμα που σημαίνει ότι δεν μπορούν να διαφοροποιηθούν πειραματικά στις χαμηλές ενέργειες από τα ελάχιστα μοντέλα ή τα μοντέλα με λεπτή ρύθμιση.

3.4.2 Μάζες νευτρίνων και σταθερές ζεύξης

Το απλό Georgi - Glashow μοντέλο απορρίπτεται γιατί προβλέπει λάθος σταθερές ζεύξης στην κλίμακα M_Z , δηλαδή οι 3 σταθερές ζεύξης του ΚΠ δεν ενοποιούνται. Αν μια ομάδα είναι απλή, τότε η αντίστοιχη GUT θα πρέπει να έχει μόνο μια σταθερά ζεύξης πριν από το αυθόρμητο σπάσιμο της συμμετρίας. Οι τρεις σταθερές ζεύξης του ΚΠ εξαρτώνται από την ενέργεια και στην $SU(5)$ βρίσκονται κοντά στα $\sim 10^{15} \text{ GeV}$, όμως δεν έχουμε ενοποίηση σε ένα μοναδικό σημείο. Επίσης, το μοντέλο αυτό έχει το ίδιο πρόβλημα με το ΚΠ, δηλαδή προβλέπει άμαζα νευτρίνα. Αυτό συμβαίνει καθώς αν γράψουμε έναν ενεργό τελεστή Weinberg:

$$\mathcal{L}_{\text{Weinberg}}^{SU(5)} = y_{ij}^{SU(5)} \frac{(\mathbf{5}_{Fi}^c \mathbf{5}_H)(\mathbf{5}_H \mathbf{5}_{Fj})}{M} + h.c. \quad (3.158)$$

τότε το όριο αποκοπής (*cutoff*) M δεν μπορεί να είναι μικρότερο από το M_{GUT} αν θέλουμε η θεωρία μας να έχει νόημα στην κλίμακα ενοποίησης. Όμως, λόγω περιορισμών από την διάσπαση του πρωτονίου, όπως έχουμε δει, πρέπει $M_{GUT} \geq 10^{16} \text{ GeV}$. Επίσης, λόγω διαταρακτικών υποθέσεων $y \leq 1$, οπότε οι μάζες των νευτρίνων προκύπτουν πολύ μικρές.

Τα προβλήματα αυτά μπορούν να ξεπεραστούν αν εισάγουμε νέους βαθμούς ελευθερίας. Για παράδειγμα, μπορούμε να εισάγουμε στο μοντέλο $SU(5)$ το φερμιονικό συζυγές $\mathbf{24}_F$ [156, 157], το οποίο κάτω από το ΚΠ αποσυντίθεται σε:

$$\mathbf{24}_F = S(1, 1, 0) + T(1, 3, 0) + O(8, 1, 0) + X\left(3, 2, -\frac{5}{6}\right) + \bar{X}\left(\bar{3}, 2, \frac{5}{6}\right) \quad (3.159)$$

Επίσης, η $\mathbf{24}_H$ επίσης αποσυντίθεται με παρόμοιο τρόπο. Έτσι, έχουμε την ακόλουθη πιθανότητα για “ελαφριές” καταστάσεις:

- Για $\text{spin} = 0$: $T_H(1, 3, 0)$, $O_H(8, 1, 1)$, $H^c(3, 1, -\frac{1}{3})$
- Για $\text{spin} = 1/2$: $T(1, 3, 0)$, $O(8, 1, 1)$, $X(3, 2, -\frac{5}{6})$, $\bar{X}(\bar{3}, 2, \frac{5}{6})$

Αν θέλουμε ενοποίηση δεν έχουμε πολλά περιθώρια για τις μάζες. Για να πάρουμε ελαφρύτερες τριπλέτες και οκταπλέτες στην $\mathbf{24}_F$ χρειαζόμαστε υψηλότερης τάξης τελεστές, και έτσι η μέγιστη μάζα για το λεπτοκουάρκ είναι $m_X \approx \frac{M_{GUT}^2}{\Lambda}$ όπου Λ είναι η παράμετρος αποκοπής για το μοντέλο $SU(5)$ και είναι τουλάχιστον $100M_{GUT}$ για να είναι διαταραχτικό. Άρα, μπορούμε να δείξουμε ότι:

$$m_T \approx 1TeV \quad (3.160)$$

Επίσης, μπορούμε να δείξουμε ότι όσο ψηλότερη είναι η μάζα της τριπλέτας, τόσο μικρότερη είναι η GUT κλίμακα που σημαίνει τόσο ταχύτερη είναι η διάσπαση του πρωτονίου.

Για το πρόβλημα των μαζών των νετρίνων έχουμε δύο υποψηφίους για φορείς του μηχανισμού see-saw, την φερμιονική μονέτα S (see-saw τύπου I) και την φερμιονική τριπλέτα T (see-saw τύπου II). Συζευγνύονται με τα λεπτόνια του ΚΠ ως:

$$\mathcal{L}_{Yuk} = y_T^i L_i T H + y_S^i L_i S H \quad (3.161)$$

για να δώσουν τον πίνακα μάζας των νετρίνων:

$$m_\nu^{ij} = \frac{v^2}{2} \left(\frac{y_T^i y_T^j}{M_T} + \frac{y_S^i y_S^j}{M_S} \right) \quad (3.162)$$

όπου $M_{T,S}$ είναι οι μάζες της τριπλέτας και της μονέτας. Ο πίνακας αυτός έχει τάξη 2 και άρα το μοντέλο προβλέπει ένα μαζικό νεutrino.

Η ασθενής φερμιονική τριπλέτα $T = (T^+, T^0, T^-)$ διασπάται μέσω ασθενών αλληλεπιδράσεων κυρίως σε ένα λεπτόνιο και ένα μποζόνιο βαθμίδας:

$$\begin{aligned} T^\pm &\rightarrow W^\pm \nu \\ T^\pm &\rightarrow Z^0 e^\pm \\ T^0 &\rightarrow W^\pm e^\mp \\ T^0 &\rightarrow Z^0 \nu \end{aligned} \quad (3.163)$$

με πλάτος διάσπασης περίπου:

$$\Gamma_T \approx |y_T|^2 m_T \quad (3.164)$$

Ο ρυθμός διάσπασης εξαρτάται από τις ίδιες ζεύξεις Yukawa που είναι υπεύθυνες για την μάζα των νετρίνων. Ο LHC θα μπορούσε να δώσει πληροφορίες για τις μέχρι στιγμές μη μετρημένες παραμέτρους του τομέα νετρίνου.

Ένας δεύτερος τρόπος να λυθεί το πρόβλημα της απλής $SU(5)$ είναι, όπως θα δούμε στην συνέχεια, με χρήση της υπερσυμμετρίας (βλέπε εδάφιο 4.3.1). Αντίθετα το μοντέλο $SO(10)$ όμως προβλέπει ενοποίηση των σταθερών ζεύξεων με ή χωρίς την χρήση υπερσυμμετρίας καθώς χρειάζεται απλά την ύπαρξη μιας ενδιαμέσης κλίμακας όπως της Pati-Salam $SU(4) \times SU(2)_L \times SU(2)_R$ ή της Left-Right $SU(3)_C \times SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$ ανάμεσα στις M_W και M_{GUT} .

Όσον αφορά το μοντέλο $SO(10)$, είναι προφανές πως ο μηχανισμός see-saw είναι είτε τύπου I είτε τύπου II , απαιτεί την $\overline{\mathbf{126}}$ καθώς περιέχει και την $(1, 3, 10)$ της οποίας η VEV μπορεί να δώσει μάζα στο ν_R (τύπου I) και την $(3, 1, \overline{10})$ η οποία περιέχει μια μονέτα χρώματος, $B - L = 2$ πεδία Δ_L , τα οποία μπορούν να δώσουν άμεσα μια μικρή μάζα στο ν_L (τύπου II) της Εξ. 3.62. Αυτό μπορεί να φανεί απευθείας από την αποσύνθεση:

$$\overline{\mathbf{126}} \rightarrow \mathbf{1} + \mathbf{5} + \mathbf{15} + \overline{\mathbf{45}} + \mathbf{50} \quad (3.165)$$

Η $\mathbf{1}$ της $SU(5)$ ανήκει στην $(1, 3, 10)$ της G_{PS} και δίνει μάζα στο ν_R ενώ η $\mathbf{15}$ αντιστοιχεί στην $(3, 1, \overline{10})$ και δίνει απευθείας μάζα στο ν_L . Φυσικά, η $\overline{\mathbf{126}}_H$ μπορεί να είναι ένα θεμελιώδες πεδίο, ή ένας συνδυασμός δύο $\overline{\mathbf{16}}_H$ πεδίων, ή μπορεί να προκύψει από μια $\mathbf{10}_H$ και δυο $\mathbf{45}$ -διάστατες αναπαράστασεις βαθμίδας. Έτσι, ο τρόπος που θα πάρουμε τους τομείς Yukawa καθορίζει και τον τρόπο που θα αποδοθούν οι μάζες των φερμιονίων [86, 158].

Κεφάλαιο 4

Υπερσυμμετρία

Οι υπερσυμμετρικές θεωρίες εισάγουν πέρα από τις συνηθισμένες συμμετρίες που υπάρχουν στη φύση (Lorentz και Poincare) και οποίες χαρακτηρίζουν τη δομή του τετραδιάστατου χωροχρονικού συνεχούς, μια νέα “επαναστατική” συμμετρία, γνωστή ως υπερσυμμετρία (*supersymmetry - SUSY*) [159–161].

Η θεωρία αυτή αναπτύχθηκε στην προσπάθεια μας να λυθεί το πρόβλημα της ιεραρχίας (βλέπε εδάφιο 2.4.4) εισάγοντας ένα μποζόνιο για κάθε φερμιόνιο που υπάρχει στο ΚΠ και αντίστροφα, γεγονός που αποτελεί ένα είδος ενοποίησης ύλης και δύναμης. Δηλαδή έχουμε πλέον μια ενιαία εικόνα ύλης και δύναμης, όπου τα στοιχειώδη σωματίδια δεν χωρίζονται πλέον σε φερμιόνια ύλης και μποζόνια φορείς αλληλεπιδράσεων, αλλά το καθένα μπορεί να βρεθεί και στους δύο ρόλους. Όπως γρήγορα διαπιστώθηκε, η υπερσυμμετρία μπορεί να παράσχει λύση και σε ένα πλήθος από άλλα προβλήματα (βλέπε εδάφιο 4.1) όπως η ΣΥ για την οποία παρέχει έναν καλό υποψήφιο.

Η υπερσυμμετρία μπορεί να εφαρμοστεί στο ΚΠ (βλέπε εδάφιο 4.1.5) αλλά και στις GUT θεωρίες (βλέπε εδάφιο 4.3) λύνοντας σε μεγάλο βαθμό το πρόβλημα της γρήγορης διάσπαση του πρωτονίου που αναφέραμε στο εδάφιο 3.2.1. Παρόλα αυτά υπάρχουν διάφοροι τρόποι να εφαρμοστεί η υπερσυμμετρία στις θεωρίες αυτές, και όπως θα δούμε παραμένουν ορισμένα θεωρητικά προβλήματα που πρέπει να επιλυθούν πριν την τελική μας κατάληξη σχετικά με την υπερσυμμετρία (βλέπε εδάφιο 4.2.4). Το μεγαλύτερο βέβαια πρόβλημα μέχρι στιγμής είναι, όπως θα δούμε, η έλλειψη πειραματικής επαλήθευσης καθώς μέχρι στιγμής, παρόλη την μεγάλη πειραματική δραστηριότητα, δεν έχει βρεθεί κανένα υποψήφιο υπερσυμμετρικό σωματίο στους διάφορους ανιχνευτές σε ενέργειες μέχρι 1TeV (βλέπε εδάφιο 4.4).

Παρόλα αυτά, για τους λόγους που θα δούμε στην συνέχεια (βλέπε εδάφιο 4.1), η υπερσυμμετρία παραμένει από τις σημαντικότερες και ισχυρότερες θεωρίες μέχρι στιγμής, και άρα, λόγω και ελλείψει πειστικών εναλλακτικών δυνατοτήτων (βλέπε εδάφιο 5.1.2), δεν μπορούμε να την εγκαταλείψουμε ακόμα.

4.1 Γενικά στοιχεία και κίνητρα

Σε μια υπερσυμμετρική θεωρία, δεν υπάρχουν μόνο μετασχηματισμοί μεταξύ των καταστάσεων των σωματιδίων με διαφορετική ενέργεια και ορμή, αλλά υπάρχουν και μετασχηματισμοί καταστάσεων των σωματιδίων με διαφορετικό σπιν. Όπως γνωρίζουμε στη στατιστική φυσική τα διάφορα σωματίδια ανάλογα με την συμπεριφορά τους χωρίζονται σε μποζόνια με ακέραιο σπιν και σε φερμιόνια με ημιακέραιο σπιν. Η υπερσυμμετρία είναι μια συμμετρία ακριβώς ανάμεσα στις δυο αυτές κατηγορίες σωματιδίων, και προβλέπει ότι για κάθε φερμιόνιο θα πρέπει να υπάρχει στη φύση ένα μποζόνιο και αντίστροφα, όπου εκτός από την διαφορά τους στο σπιν θα έχουν κοινά όλα τα υπόλοιπα χαρακτηριστικά τους. Δηλαδή, για κάθε σωματίο που έχει σπιν j θα υπάρχει ένα υπερσυμμετρικό σωματίο με σπιν $j - 1/2$ και το οποίο θα ονομάζεται *s-σωμάτιο* (συπερσψιμμετρικ-παρτιζλε). Οπότε, εκτός από τα γνωστά μας λεπτόνια που έχουν σπιν $s = 1/2$ θα πρέπει να υπάρχουν στη φύση και σωματίδια με τα ίδια ακριβώς χαρακτηριστικά αλλά με σπιν $s = 0$. Τα νέα αυτά σωματίδια ονομάστηκαν *υπερλεπτόνια* (*sleptons*) ή *s-λεπτόνια* και συμβολίζονται με $\tilde{e} \Leftrightarrow s$ -ηλεκτρόνιο, $\tilde{\nu} \Leftrightarrow s$ -νεutrino κλπ. Με τον ίδιο τρόπο έχουμε τους υπερσυμμετρικούς συντρόφους των κουάρκ, οι οποίοι ονομάζονται *υπερκουάρκ* (*squarks*) ή *s-κουάρκ* και συμβολίζονται με $\tilde{q}$ (βλέπε Σχ. 4.1).

Οι ενδιαμέσοι φορείς έχουν και αυτοί τους υπερσυμμετρικούς συντρόφους τους. Το φωτόνιο έχει το *φωτίνιο* $\tilde{\gamma}$ (με σπιν $s = 1/2$), το βαρυτόνιο έχει το *βαρυτίνιο* $\tilde{G}$ (με σπιν $s = 3/2$), οι συγκολλητές τους *συγκολλητίνους* ή *γκλουίνους* (*gluinos*) $\tilde{g}$ (με σπιν $s = 1/2$), τα $\tilde{W}^\pm$ και $\tilde{Z}^0$ (με σπιν $s = 1/2$). Επίσης, για τα σωματίδια Higgs έχουμε τα *Higgsinos*, $\tilde{H}$. Μόνο που εδώ απαιτούνται δύο δυάδες:

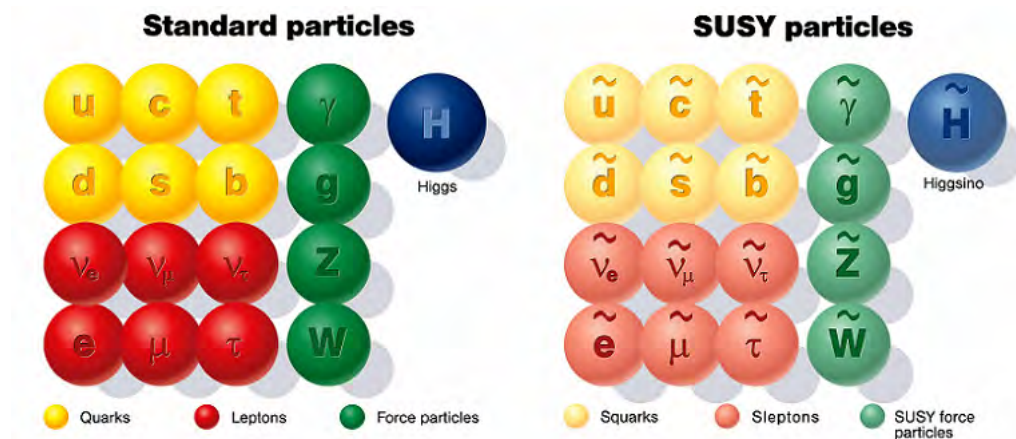
$$\begin{aligned} H_1 &= (H_1^+, H_1^0) \\ H_2 &= (H_2^+, H_2^0) \end{aligned} \quad (4.1)$$

Άρα, έχουμε και δύο δυάδες Higgsinos $(\tilde{H}_1, \tilde{H}_2)$. Οπότε, παρατηρούμε πως υπάρχει ένας πολλαπλασιασμός των στοιχειωδών σωματιδίων, κάτι που όμως δεν είναι καθόλου φυσικό καθώς δεν παρατηρούνται στις εκάστοτε ενεργειακές κλίμακες.

Έτσι, η υπερσυμμετρία δεν είναι μια ακριβής συμμετρία της φύσης: για παράδειγμα δεν υπάρχει σωματίο με σπιν 0, ίδια μάζα και ίδιο φορτίο με αυτό του ηλεκτρονίου. Για αυτόν ακριβώς τον λόγο, η υπερσυμμετρία θα πρέπει να είναι παραβιασμένη, με την έννοια ότι οι τιμές των μαζών των υπερσυμμετρικών σωματιδίων θα είναι διαχωρισμένες από τις συνηθισμένες τιμές των μαζών του ΚΠ. Έτσι, αν κάποιος ορίσει τον χβαντικό αριθμό R (R -ομοτιμία):

$$R \equiv (-1)^{3B+L+2S} \quad (4.2)$$

ο οποίος είναι ακριβής υπό την προϋπόθεση ότι ο βαρυονικός και ο λεπτονικός αριθμός διατηρούνται, τότε για τα συνηθισμένα σωματάρια το R θα είναι άρτιο ενώ για τους υπερσυμμετρικούς εταίρους τους, το R θα είναι περιττό. Σωματίδιο με περιττό αριθμό R δεν έχουν ακόμα παρατηρηθεί.



Σχήμα 4.1: Στα αριστερά φαίνονται τα σωματάρια του ΚΠ ενώ δεξιά φαίνεται το μικρότερο σωματιδιακό περιεχόμενο που προβλέπεται από τις υπερσυμμετρικές θεωρίες.

4.1.1 Κίνητρα

Ενοποίηση των σταθερών ζεύξεων

Οι τιμές των σταθερών ζεύξεων εξαρτώνται από την κλίμακα που γίνεται η μέτρηση. Η εξέλιξη της σταθεράς με την ενέργεια εξαρτάται από την υποκείμενη ομάδα αλλά και από το περιεχόμενο ύλης της θεωρίας. Έτσι, η ένταση της εκάστοτε σταθεράς αυξομειώνεται με την ενέργεια ανάλογα με την περίπτωση. Στο ΚΠ οι τρεις σταθερές ζεύξης g' , g και g_s δεν συναντώνται σε ένα σημείο και αυτό είναι ένα βασικό πρόβλημα

για την ενοποίηση που επιζητούμε. Συγκεκριμένα, στο ΚΠ οι τρεις σταθερές ζεύξης έχουν τις τιμές [162]:

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{5}{3} \frac{g'^2}{4\pi} = \frac{5a}{3\cos^2\theta_W} \\ a_2 &= \frac{g^2}{4\pi} = \frac{a}{\sin^2\theta_W} \\ a_3 &= \frac{g_s^2}{4\pi} \end{aligned} \quad (4.3)$$

όπου g' , g και g_s είναι οι συνηθισμένες $U(1)$, $SU(2)$ και $SU(3)$ σταθερές ζεύξης και a η σταθερά λεπτής υφής. Ο παράγοντας $5/3$ στον ορισμό του a_1 εισάγεται για λόγους κανονικοποίησης των γεννητόρων.

Αντικαθιστώντας τις πειραματικές τιμές [19]:

$$\begin{aligned} \alpha_{em}^{-1}(M_Z) &= 127.916 \pm 0.015 \\ \sin^2\theta_W(M_Z) &= 0.23116 \pm 0.00013 \\ \alpha_3(M_Z) &= 0.1184 \pm 0.0007 \end{aligned} \quad (4.4)$$

βρίσκουμε για τις σταθερές ζεύξης ότι:

$$a_1(M_Z) \simeq 0.016, \quad a_2(M_Z) \simeq 0.032, \quad a_3(M_Z) \simeq 0.118 \quad (4.5)$$

Έτσι, έχουμε ότι $g_s > g > g'$ το οποίο ισχύει και στις GUT. Θεωρώντας ότι το ΚΠ ισχύει μέχρι την κλίμακα ενοποίησης, χρησιμοποιούμε τις εξισώσεις της ΟΕ για τις τρεις ζεύξεις:

$$\frac{d\tilde{\alpha}_i}{dt} = b_i \tilde{\alpha}_i^2 \quad (4.6)$$

όπου $\tilde{\alpha}_i = \frac{\alpha_i}{4\pi}$ και $t = \log\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right)$, και οι σταθερές του ΚΠ b_i είναι:

$$b_i = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -22/3 \\ -11 \end{pmatrix} + N_{F_{am}} \begin{pmatrix} 4/3 \\ 4/3 \\ 4/3 \end{pmatrix} + N_{Higgs} \begin{pmatrix} 1/10 \\ 1/6 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.7)$$

όπου $N_{F_{am}}$ είναι ο αριθμός των φερμιονικών γενεών των πολλαπλών ύλης και N_{Higgs} ο αριθμός των διπλετών Higgs. Για το ελάχιστο ΚΠ χρησιμοποιούμε $N_{F_{am}} = 3$ και $N_{Higgs} = 1$ το οποίο μας δίνει:

$$b_i = \begin{pmatrix} 41/10 \\ -19/6 \\ -7 \end{pmatrix} \quad (4.8)$$

Η λύση της Εξ. 4.6 έχει την απλή μορφή:

$$\bar{\alpha}_i^{-1}(Q^2) = \frac{1}{\tilde{\alpha}_i(\mu^2)} - b_i \log\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right) \quad (4.9)$$

Το αποτέλεσμα αυτό φαίνεται στο Σχ. 4.2 (αριστερά) το οποίο δείχνει την εξέλιξη των αντίστροφων ζεύξεων σαν συνάρτηση του λογαρίθμου της ενέργειας. Σε πρώτη τάξη η εξέλιξη γίνεται ευθεία γραμμή σε αυτή την παρουσίαση, ενώ οι διορθώσεις δεύτερης τάξης είναι μικρές και δεν έχουν κάποια ορατή απόκλιση από την ευθεία γραμμή. Έτσι, βλέπουμε ότι στο ΚΠ η ενοποίηση σε ένα σημείο είναι αδύνατη. Άρα, ενοποίηση μπορεί να προκύψει μόνο αν υπάρχει “νέα φυσική” ανάμεσα στην ηλεκτρασθενή και την κλίμακα Planck.

Στην περίπτωση της υπερσυμμετρίας, οι καμπύλες των καμπυλών εξέλιξης μεταβάλλονται. Συγκεκριμένα, οι σταθερές b_i της Εξ. 4.6 γίνονται:

$$b_i = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -6 \\ -9 \end{pmatrix} + N_{F_{am}} \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} + N_{Higgs} \begin{pmatrix} 3/10 \\ 1/2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.10)$$

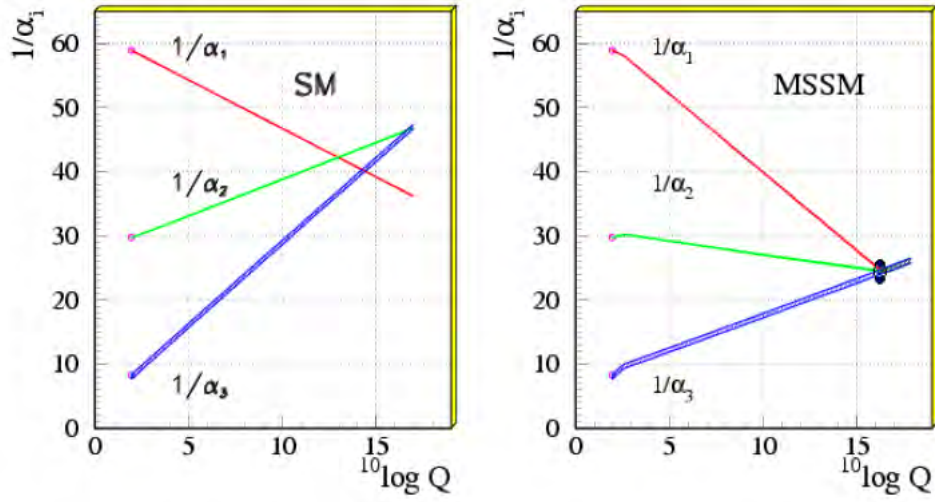
Έτσι, χρησιμοποιώντας $N_{F_{am}} = 3$ και $N_{Higgs} = 2$ στο ελάχιστο υπερσυμμετρικό μοντέλο παίρνουμε:

$$b_i = \begin{pmatrix} 33/5 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix} \quad (4.11)$$

Έτσι, προκύπτει ότι στην υπερσυμμετρία λαμβάνουμε μια τέλεια ενοποίηση αν οι υπερσυμμετρικές μάζες είναι της τάξης του 1TeV . Αυτό φαίνεται και στο Σχ. 4.2 (δεξιά) όπου τα υπερσυμμετρικά σωματίδια θεωρείται πως συνεισφέρουν ενεργά στις σταθερές ζεύξης μόνο για ενέργειες πάνω από την τυπική κλίμακα μάζας της υπερσυμμετρίας, η οποία προκαλεί αλλαγή στην κλίση των γραμμών κοντά στο 1TeV . Για να έχουμε έτσι ενοποίηση βρίσκουμε ότι [163]:

$$\begin{aligned} M_{SUSY} &= 10^{3.4 \pm 0.9 \pm 0.4} \text{GeV} \\ M_{GUT} &= 10^{15.8 \pm 0.3 \pm 0.1} \text{GeV} \\ \alpha_{GUT}^{-1} &= 26.3 \pm 1.9 \pm 1.0 \end{aligned} \quad (4.12)$$

όπου $\alpha_{GUT} = \frac{g_3^2}{4\pi}$. Το πρώτο σφάλμα στις σχέσεις 4.12, προκύπτει από την αβεβαιότητα στην σταθερά ζεύξης ενώ το δεύτερο λόγω της αβεβαιότητας στον “χωρισμό των μαζών” (mass splittings) ανάμεσα στα υπερσυμμετρικά σωματίδια.



Σχήμα 4.2: Εξέλιξη των αντιστρόφων των σταθερών ζεύξεων στο ΚΠ (αριστερά) και στην υπερσυμμετρική επέκταση του ΚΠ (MSSM) (δεξιά). Μόνο στην δεξιά περίπτωση, δηλαδή με την χρήση της υπερσυμμετρίας έχουμε ενοποίηση. Τα υπερσυμμετρικά σωμάτια αναμένεται να συνεισφέρουν μόνο πάνω από την ενεργή υπερσυμμετρική κλίμακα M_{SUSY} περίπου 1TeV , το οποίο προκαλεί αλλαγή στην κλίση της εξέλιξης των σταθερών. Το πάχος των γραμμών αναπαριστά το σφάλμα στις σταθερές ζεύξης [162].

Οι χ^2 κατανομές της M_{SUSY} και M_{GUT} φαίνονται στο Σχ. 4.3, όπου:

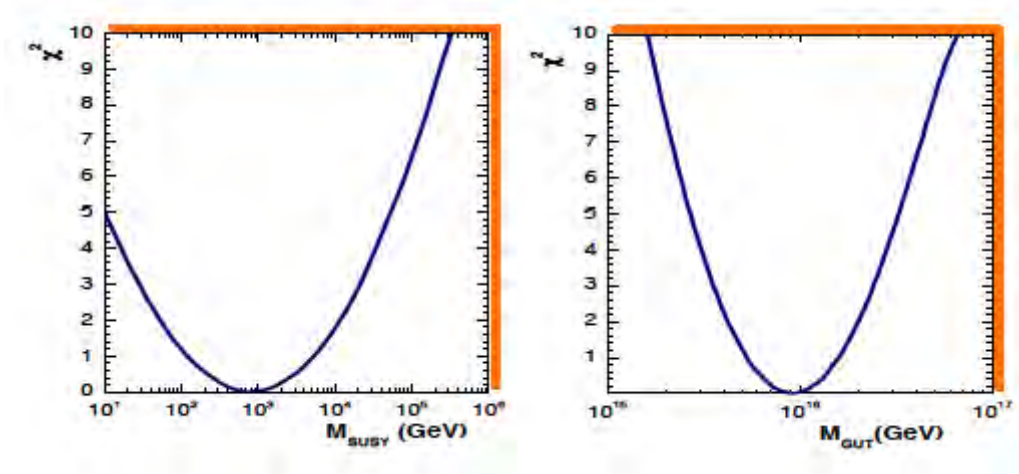
$$\chi^2 = \sum_{i=1}^3 \frac{(\alpha_i^{-1} - \alpha_{GUT}^{-1})^2}{\sigma_i^2} \quad (4.13)$$

Για τα υπερσυμμετρικά μοντέλα το $\overline{DR}$ (*dimensional reduction scheme*) σχήμα, το οποίο είναι σχήμα μη εξαρτώμενο από την μάζα, είναι το πιο κατάλληλο σχήμα επακανονικοποίησης [164]. Σε αυτό το μοτίβο, όλα τα όρια θεωρούνται σαν απλού βήματος προσεγγίσεις, και η ενοποίηση προκύπτει αν και τα τρία α συναντώνται ακριβώς σε ένα σημείο. Το σημείο συνάντησης αντιστοιχεί στην μάζα των βαρέων μποζονίων βαθμίδας. Οι ζεύξεις $\overline{MS}$ (*minimal subtraction scheme*) και $\overline{DR}$ διαφέρουν κατά:

$$\frac{1}{\alpha_i^{\overline{DR}}} = \frac{1}{\alpha_i^{\overline{MS}}} - \frac{C_i}{12\pi} \quad (4.14)$$

όπου C_i είναι οι τετραγωνικοί “τελεστές Casimir” της ομάδας ($C_i = N$ για $SU(N)$ και $C_i = 0$ για $U(1)$ έτσι ώστε το α_1 να παραμένει το ίδιο).

Να σημειώσουμε επίσης πως η ενοποίηση των τριών καμπυλών σε ένα σημείο δεν είναι τετριμμένη όσο φαίνεται από την ύπαρξη των τριών ελευθέρων παραμέτρων (M_{SUSY} , M_{GUT} , και α_{GUT}) καθώς η εισαγωγή νέων σωματιδίων επηρεάζει και τις



Σχήμα 4.3: Οι χ^2 κατανομές της M_{SUSY} και M_{GUT} .

τρεις καμπύλες ταυτόχρονα και άρα γεννά ισχυρές συσχετίσεις ανάμεσα στις κλίσεις των τριών γραμμών. Ωστόσο, η ενοποίηση δεν αποδεικνύει την ύπαρξη της υπερσυμμετρίας. Η πραγματική απόδειξη θα ήταν η παρατήρηση των υπερσωματιδίων.

Λύση του προβλήματος της ιεραρχίας

Το βασικό πρόβλημα της ιεραρχίας προέρχεται από την εμφάνιση δύο διαφορετικών κλιμάκων $V \gg v$ σε μια θεωρία GUT. Πιο συγκεκριμένα για να πάρουμε το απαιτούμενο μοτίβο για το αυθόρμητο σπάσιμο της συμμετρίας χρειαζόμαστε:

$$\begin{aligned} m_H &\sim v \sim 10^2 \text{ GeV} \\ m_\Sigma &\sim V \sim 10^{16} \text{ GeV} \end{aligned} \quad (4.15)$$

δηλαδή, διαιρώντας τις Εξ. 4.15 προκύπτει ότι:

$$\frac{m_H}{m_\Sigma} \sim 10^{-14} \text{ GeV} \ll 1 \quad (4.16)$$

όπου H και Σ τα πεδία Higgs που είναι υπεύθυνα για το αυθόρμητο σπάσιμο της $SU(2)$ και των GUT ομάδων, αντίστοιχα. Έτσι, αυτός ο μικρός αριθμός δεν μπορεί να προκύψει με φυσικό τρόπο.

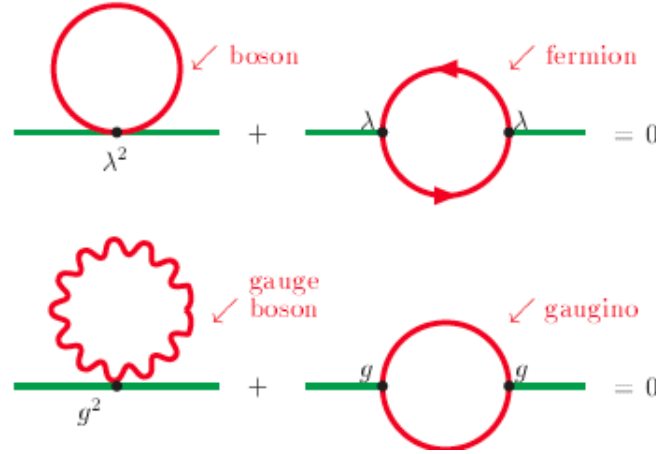
Το δεύτερο κομμάτι της ιεραρχίας σχετίζεται με την διατήρηση της ιεραρχίας. Δηλαδή, ακόμα και αν πάρουμε μια ιεραρχία όπως στην Εξ. 4.15, οι ακτινοβολούσες διορθώσεις (*radiative corrections*) θα την εξαφανίσουν. Αν δούμε τις διορθώσεις στην μάζα του ελαφριού Higgs θα δούμε ότι είναι ανάλογη με την μάζα στο τετράγωνο του βαρέως σωματιδίου (βλέπε Σχ. 4.4). Αυτή η διόρθωση χαλάει την ιεραρχία.

Όμως, αυτή η πολύ ακριβής ακύρωση με ακρίβεια $\sim 10^{-14}$ απαιτεί λεπτή ρύθμιση των σταθερών ζεύξεων. Όπως έχουμε δει στο εδάφιο 2.4 οι επακανονικοποιημένες χβαντικές θεωρίες πεδίου με βαθμωτά σωματίια, όπως π.χ. ο τομέας Higgs των ενοποιημένων θεωριών βαθμίδας παρουσιάζουν τετραγωνικές αποκλίσεις σε τάξη ενός βρόγχου και υψηλότερης όσον αφορά τις βαθμωτές μάζες. Αντίθετα με τις λογαριθμικές αποκλίσεις που σχετίζονται με τις φερμιονικές μάζες, οι οποίες μπορούν να εξαφανιστούν εκμεταλλευόμενοι τις χειραλικές συμμετρίες, δεν υπάρχει προφανής συμμετρία που να μπορεί να ελέγξει τις αποκλίσεις που σχετίζονται με τις μάζες των βαθμωτών σωματίων. Με άλλα λόγια οι μάζες στα σωματίια του ΚΠ είναι ανάλογες της κλίμακας στην οποία σπάει η συμμετρία της ηλεκτρασθενής δύναμης, η οποία με την σειρά της είναι ανάλογη της μάζας του βαθμωτού πεδίου υπεύθυνου για το σπάσιμο της συμμετρίας. Το πρόβλημα της ιεραρχίας βρίσκεται στο ότι αυτά τα βαθμωτά πεδία αντίθετα με τα φερμιόνια και τα διανυσματικά μποζόνια, δεν προστατεύονται από το να πάρουν υψηλές μάζες από καμία συμμετρία του ΚΠ και έτσι είναι δύσκολο να κατανοηθεί γιατί οι μάζες τους και άρα και οι μάζες όλων των άλλων δεν είναι κοντά στην M_U .

$$\begin{array}{c} \text{heavy (M)} \\ \swarrow \\ \lambda^2 \\ \uparrow \text{light (m)} \end{array} \Rightarrow \begin{array}{ccc} \delta m^2 \sim & \lambda^2 & \cdot M^2 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ & 10^2 & 10^{-1} & 10^{16} \end{array}$$

Σχήμα 4.4: Ακτινοβολούσες διορθώσεις στην μάζα του ελαφριού Higgs.

Από την άλλη πλευρά, η υπερσυμμετρία η οποία συζευγνύει φερμιόνια και μποζόνια, παρέχει στις βαθμωτές μάζες 2 πηγές για τις τετραγωνικές αποκλίσεις τους, μία με θετικό πρόσημο η οποία προέρχεται από το βαθμωτό βρόγχο και μια με αρνητικό πρόσημο από το φερμιονικό βρόγχο. Έτσι, οι αποκλίσεις εξαφανίζονται με την χρήση αυτής της ιδιότητας της υπερσυμμετρίας που συνδέει τις σταθερές ζεύξης και μάζες μποζονίων και φερμιονίων (βλέπε Σχ. 4.5). Δηλαδή, στην υπερσυμμετρική εκδοχή του ΚΠ όλες οι μάζες του ΚΠ δένονται με την ενεργειακή κλίμακα στην οποία σπάει η συμμετρία. Αφού όμως η υπερσυμμετρία μετατίθενται με την ηλεκτρασθενή συμμετρία, οι ιδιότητες του μετασχηματισμού των γνωστών σωματίων και των υπερσυμμετρικών εταίρων τους πρέπει να είναι οι ίδιοι και με το μέρος της λαγκρατζιανής που σπάει την υπερσυμμετρία και θα πρέπει να σέβονται την ηλεκτρασθενή συμμετρία.



Σχήμα 4.5: Ακύρωση των τετραγωνικών όρων - αποκλίσεων από την υπερσυμμετρία.

Η ακύρωση πραγματοποιείται στην περίπτωση της άσπαστης υπερσυμμετρίας λόγω του ακόλουθου κανόνα αθροίσματος που σχετίζει τις μάζες των υπερσυμμετρικών εταίρων:

$$\sum_{bosons} m^2 = \sum_{fermions} m^2 \quad (4.17)$$

και παραβιάζεται όταν η υπερσυμμετρία σπάει. Στην συνέχεια, η ακύρωση υφίσταται μέχρι την κλίμακα σπασίματος της υπερσυμμετρίας M_{SUSY} αφού:

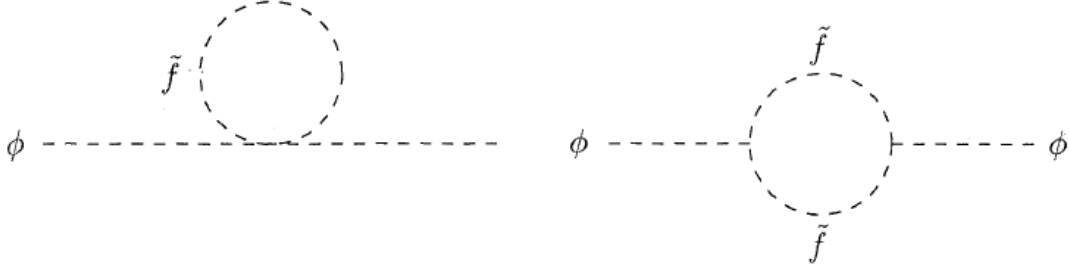
$$\sum_{bosons} m^2 - \sum_{fermions} m^2 = M_{SUSY}^2 \quad (4.18)$$

η οποία δεν πρέπει να είναι πολύ μεγάλη $\leq 1TeV$ για να είναι η λεπτή ρύθμιση φυσική. Αν πάρουμε την μάζα του μποζονίου Higgs και θεωρώντας πως οι ακτινοβολούσες διορθώσεις στην μάζα του Higgs να μην ξεπερνούν την ίδια την μάζα, για λόγους συνέπειας της θεωρίας διαταραχών, έχουμε:

$$\delta M_h^2 \sim g^2 M_{SUSY}^2 \sim M_h^2 \quad (4.19)$$

Οπότε, αν $M_h \sim 10^2 GeV$ και $g \sim 10^{-1}$, χρειαζόμαστε $M_{SUSY} \sim 10^3 GeV$ για να ισχύει η 4.19. Άρα, πάλι σαν γενική εκτίμηση παίρνουμε ότι $M_{SUSY} \sim 1TeV$ όπως με την ενοποίηση των σταθερών ζεύξεων.

Για να δούμε πιο συγκεκριμένα πως δουλεύει ο μηχανισμός επίλυσης του προβλήματος της ιεραρχίας μέσω των επιπλέον συνεισφορών στο $\Pi_{\phi\phi}(0)$ από τους υπερσυμμετρικούς εταίρους των φερμιονίων τα οποία είναι μποζόνια, θεωρούμε δύο



Σχήμα 4.6: Συνεισφορά από τον υπερσυμμετρικό εταίρο $\tilde{f}$ του φερμιονίου f στον διαδότη του μποζονίου Higgs. Το $\tilde{f}$ είναι είτε $\tilde{f}_L$ είτε $\tilde{f}_R$.

μιγαδικά βαθμωτά τα οποία συζευγνύονται με το πεδίο Higgs ως εξής:

$$\mathcal{L}_{\phi\tilde{f}} = \frac{1}{2}\tilde{\lambda}_f\phi^2\left(|\tilde{f}_L|^2 + |\tilde{f}_R|^2\right) + v\tilde{\lambda}_f\phi\left(|\tilde{f}_L|^2 + |\tilde{f}_R|^2\right) + \left(\frac{\lambda_f}{\sqrt{2}}A_f\phi\tilde{f}_L\tilde{f}_R^* + h.c.\right) \quad (4.20)$$

όπου $v \simeq 246\text{GeV}$ η VEV. Η παρουσία του δεύτερου όρου στην Εξ. 4.20, οφείλεται στην παραβίαση της ηλεκτρασθενούς συμμετρίας βαθμίδας $SU(2) \times U(1)_Y$ και για αυτό το λόγο η ζεύξη του συνδέεται με αυτήν του πρώτου όρου. Η ζεύξη A_f του τελευταίου όρου είναι τυχαία. Επιπλέον μαζί με τα διαγράμματα του Σχ. 2.18 θα έχουμε και τα διαγράμματα του Σχ. 4.6 μέσα στα οποία θα υπάρχουν τα πεδία $\tilde{f}_L$ και $\tilde{f}_R$. Αναλυτικά οι διορθώσεις του Σχ. 4.6 θα είναι:

$$\begin{aligned} \Pi_{\phi\phi}^{\tilde{f}}(0) = & -(\mu^2)^{(2-\omega)}\tilde{\lambda}_f N(\tilde{f}) \int \frac{d^{2\omega}l}{(2\pi)^{2\omega}} \left[\frac{1}{l^2 - m_{\tilde{f}_L}^2} + \frac{1}{l^2 - m_{\tilde{f}_R}^2} \right] + \\ & + (\mu^2)^{(2-\omega)}(\tilde{\lambda}_f v)^2 N(\tilde{f}) \int \frac{d^{2\omega}l}{(2\pi)^{2\omega}} \left[\frac{1}{(l^2 - m_{\tilde{f}_L}^2)^2} + \frac{1}{(l^2 - m_{\tilde{f}_R}^2)^2} \right] + \\ & + (\mu^2)^{(2-\omega)}|\lambda_f A_f|^2 N(\tilde{f}) \int \frac{d^{2\omega}l}{(2\pi)^{2\omega}} \left[\frac{1}{(l^2 - m_{\tilde{f}_L}^2)(l^2 - m_{\tilde{f}_R}^2)} \right] \end{aligned} \quad (4.21)$$

Ο πρώτος όρος της Εξ. 4.21 ο οποίος προέρχεται από το αριστερό διάγραμμα του Σχ. 4.6 περιέχει τετραγωνικές αποκλίσεις οι οποίες απαλείφονται με αυτές της Εξ. 2.210 μόνο αν:

$$\begin{aligned} N(\tilde{f}_L) &= N(\tilde{f}_R) = N(f) \\ \tilde{\lambda}_f &= -\lambda_f^2 \end{aligned} \quad (4.22)$$

Φυσικά, πρέπει $\tilde{\lambda}_f < 0$ ώστε το δυναμικό να είναι δεσμευμένο στις χαμηλότερες τιμές του. Επίσης, να σημειώσουμε πως η διαγραφή των τετραγωνικών αποκλίσεων δεν

απαιτεί κανένα περιορισμό στις μάζες $m_{\tilde{f}_L}$, $m_{\tilde{f}_R}$ καθώς και στην ζεύξη A_f . Αθροίζοντας τώρα τα διαγράμματα των Σχ. 2.18 και 4.6 και θεωρώντας για απλότητα ότι $m_{\tilde{f}_L} = m_{\tilde{f}_R} = m_{\tilde{f}}$ έχουμε:

$$\begin{aligned} \Pi_{\phi\phi}^{f+\tilde{f}}(0) = i \frac{\lambda_f^2 N(f)}{16\pi^2} & \left[-2m_{\tilde{f}}^2 \left(1 - \log \frac{m_{\tilde{f}}^2}{\mu^2} \right) + 4m_{\tilde{f}}^2 \log \frac{m_{\tilde{f}}^2}{\mu^2} + \right. \\ & \left[+2m_{\tilde{f}}^2 \left(1 - \log \frac{m_{\tilde{f}}^2}{\mu^2} \right) - 4m_{\tilde{f}}^2 \log \frac{m_{\tilde{f}}^2}{\mu^2} - \right. \\ & \left. \left. \left[-|A_f|^2 \log \frac{m_{\tilde{f}}^2}{\mu^2} \right] \right] \right] \end{aligned} \quad (4.23)$$

όπου έχουμε χρησιμοποιήσει την σχέση του ΚΠ: $m_f = \frac{\lambda_f v}{\sqrt{2}}$. Είναι προφανές από την Εξ. 4.23 ότι οι χβαντικές διορθώσεις στην μάζα του Higgs θα μηδενίζονται αν και μόνο αν ισχύει:

$$\begin{aligned} m_{\tilde{f}} &= m_f \\ A_f &= 0 \end{aligned} \quad (4.24)$$

Παραβίαση της υπερσυμμετρίας θα σημαίνει και παραβίαση των Εξ. 4.24. Αν παραβιάσουμε την δεύτερη σχέση 4.24, αφήνοντας το A_f να έχει μια μικρή τιμή τότε από την Εξ. 4.23 θα έχουμε:

$$\Pi_{\phi\phi}^{f+\tilde{f}}(0) = -i \frac{\lambda_f^2 N(f)}{16\pi^2} |A_f|^2 \log \frac{m_{\tilde{f}}^2}{\mu^2} \quad (4.25)$$

Το A_f θα πρέπει οπότε να είναι της τάξης $100 - 1000 \text{ GeV}$ για να έχουμε μικρές συνεισφορές στην μάζα του Higgs. Το ίδιο θα πρέπει να συμβαίνει και με την πρώτη συνθήκη 4.24. Δηλαδή, αν είναι $m_{\tilde{f}}^2 = m_f^2 + \delta^2$ τότε το δ θα πρέπει να είναι της τάξης του M_Z για να μην βρεθούμε και πάλι αντιμέτωποι με το πρόβλημα της ιεραρχίας. Αυτή η απόδειξη για την μη ύπαρξη τετραγωνικών αποκλίσεων στις υπερσυμμετρικές θεωρίες στο επίπεδο του ενός βρόγχου μπορεί να επεκταθεί σε όλες τις τάξεις της θεωρίας διαταραχών χρησιμοποιώντας την μέθοδο των υπερδιαγραμμάτων.

Ελαφρύτερος υπερσυμμετρικός εταίρος και σκοτεινή ύλη

Όπως ήδη αναφέραμε, και όπως θα δούμε αναλυτικότερα παρακάτω, στην υπερσυμμετρία εισάγεται μια διακριτή Z_2 συμμετρία η R -ομοτιμία. Η συμμετρία αυτή διατηρείται σε όλες τις αλληλεπιδράσεις, δηλαδή επιτρέπονται μόνο οι αλληλεπιδράσεις για τις οποίες πριν και μετά την αλληλεπίδραση ο αριθμός των υπερσυμμετρικών εταίρων της συνηθισμένης ύλης παραμένει ίδιος. Με τον ορισμό 4.2, η R -ομοτιμία η οποία είναι

πολλαπλασιαστικός χβαντικός αριθμός έχει την τιμή $R = +1$ για τα γνωστά σωματίδια του καθιερωμένου προτύπου και $R = -1$ για τους υπερσυμμετρικούς εταίρους τους πράγμα το οποίο σημαίνει ότι τα υπερσυμμετρικά σωματίδια μπορούν να δημιουργούνται μόνο σε ζευγάρια με αλληλεπιδράσεις με τα κανονικά σωματίδια. Αυτό έχει ως συνέπεια ο ελαφρύτερος υπερσυμμετρικός εταίρος (*Lightest Supersymmetric Particle - LSP*) της συνηθισμένης ύλης να μην μπορεί να διασπαστεί σε κανένα συστατικό αφού κατά την διάσπαση του η R -ομοτιμία θα πρέπει να διατηρείται. Όσον αφορά τα χαρακτηριστικά αυτού του σωματιδίου παρατηρούμε πως εκτός του γεγονότος ότι δεν διασπάται, σε πολλές περιπτώσεις έχει εξαιρετικά μεγάλο χρόνο ζωής, μεγαλύτερο ακόμα και από την ηλικία του Σύμπαντος, αλλά και αλληλεπιδρά πολύ ασθενώς με την συνηθισμένη ύλη [165]. Αυτό το σωματίδιο μπορεί να αποτελέσει έναν καλό υποψήφιο ΣΥ καθώς η μάζα ενός τέτοιου LSP, όπως προκύπτει από τα πιο απλά υπερσυμμετρικά μοντέλα [166], μπορεί να οδηγήσει σε μια πυκνότητα ίση με την πυκνότητα κλεισίματος. Η αναμενόμενη αυτή μάζα είναι [167]:

$$10\text{GeV}/c^2 \leq m_{LSP} \leq 1000\text{GeV}/c^2 \quad (4.26)$$

Τέλος, το πιο εντυπωσιακό γεγονός του LSP είναι ότι, όταν επιλύουμε τις εξισώσεις φτάνοντας χρονικά στην ΜΕ προκειμένου να διαπιστώσουμε τι ποσοστό του υλικού αυτού έχει διατηρηθεί μέχρι σήμερα, βρίσκουμε πως το ποσοστό αυτό είναι σχεδόν ίσο με το ποσοστό που αντιστοιχεί στην ΣΥ. Το γεγονός αυτό υποδηλώνει πως ο LSP αν υπάρχει είναι ένας πολύ καλός υποψήφιος για την ΣΥ.

Φυσικά, για να είναι ένας LSP υποψήφιος ΣΥ πρέπει να είναι *Weakly Interacting Massive Particle (WIMP)*, δηλαδή να αλληλεπιδρά μόνο μέσω της ασθενούς αλληλεπίδρασης και της βαρύτητας. Αυτό σημαίνει ότι ο υποψήφιος LSP πρέπει να είναι ηλεκτρικά ουδέτερος καθώς αλλιώς θα αλληλεπιδρά ηλεκτρομαγνητικά και θα εκπέμπει φως, αλλά και να μην έχει χρώμα, δηλαδή να μην αλληλεπιδρά μέσω της ισχυρής πυρηνικής δύναμης. Με αυτούς τους περιορισμούς, τα βασικότερα LSP που μπορούν να αποτελούν υποψήφιους ΣΥ μπορεί να είναι: το ελαφρύτερο neutralino, το gravitino, ή το ελαφρύτερο s -νεutrino [168]. Φυσικά, πέρα από αυτά τα βασικά LSP υπάρχουν και άλλοι υποψήφιοι ΣΥ που προκύπτουν για παράδειγμα από θεωρίες με επιπλέον συμμετρίες όπως είναι οι βαθμωτοί εταίροι των νετρίνων, το βαρύ νεutrino Dirac, αλλά και κάποιο ουδέτερο εξωτικό σωματίο [169].

Τέλος, να αναφέρουμε πως ο τρόπος που τα LSP βρέθηκαν γύρω από τους γαλαξίες έτσι ώστε να μπορέσουν να σχηματίσουν την απαιτούμενη “άλω” που θα εξηγήσει την παρατηρούμενη γρήγορη περιστροφή των γαλαξιών, περιγράφεται πλήρως

από την κοσμολογία. Στο πρώιμο Σύμπαν, όπου η θερμοκρασία ήταν υψηλή και όλα τα σωματίδια είχαν σχετικιστική συμπεριφορά, η ύλη επικρατούσε της αντιύλης και τα LSP βρίσκονταν σε θερμοδυναμική ισορροπία με τα υπόλοιπα σωματίδια. Καθώς το Σύμπαν διαστελλόταν και άρχισε να ψύχεται, τα σωματίδια του ΚΠ έχαναν ενέργεια ακτινοβολώντας και έτσι η ύλη συμπυκνωνόταν σε βαρυόνια που μαζί με τα ελεύθερα λεπτόνια και τα LSP αποτελούσαν το σωματιδιακό περιεχόμενο του Σύμπαντος. Τα τελευταία δεν διαθέτουν κάποιο μηχανισμό ταχείας απώλειας ενέργειας και έτσι διατηρούν σταθερές τις υψηλές ενέργειες τους σε όλη την φάση ψύξης του Σύμπαντος. Με το πέρας του χρόνου, όταν η θερμοκρασία και οι ενέργειες επέτρεπαν το σχηματισμό δομών αστερών και γαλαξιών από την ύλη δημιουργώντας έτσι ισχυρούς πυρήνες βαρυτικής έλξης, τα βαρέα LSP μπορούσαν να συγκεντρωθούν γύρω από τους γαλαξίες σε σφαιρικούς σχηματισμούς σταθερής πυκνότητας, όπου συνεχίζουν να μην αλληλεπιδρούν παρά μόνο βαρυτικά με την φωτεινή ύλη. Αν το πλήθος των βαρυονίων και των πολύ μαζικότερων LSP είναι συγκρίσιμο τότε εξηγείται αποτελεσματικά η γρήγορη περιστροφή των γαλαξιών και κατά συνέπεια και η ΣΥ.

Ενοποίηση με βαρύτητα

Μια σημαντική ιδιότητα της υπερσυμμετρίας είναι ότι διαδοχικές εφαρμογές του μετασχηματισμού φερμιονίου-μποζονίου ισοδυναμεί με ένα μετασχηματισμό Poincare. Φυσικά, ένας μετασχηματισμός Poincare είναι ένας μετασχηματισμός Lorentz συν μετατόπιση.

Η ΓΘΣ αντιστοιχεί σε τοπική συμμετρία της ομάδας Poincare και το βαρυτόνιο που έχει σπιν 2 είναι το αντίστοιχο πεδίο βαθμίδας. Έτσι, η τοπική υπερσυμμετρία θα περιέχει μεταξύ των άλλων πεδίων βαθμίδας και το βαρυτόνιο. Αυτό σημαίνει ότι η τοπική υπερσυμμετρία περιλαμβάνει και την θεωρία βαρύτητας του Einstein. Για τον λόγο αυτό η τοπική αυτή υπερσυμμετρία ονομάζεται συνήθως *υπερβαρύτητα* (*supergravity*). Η υπερβαρύτητα υπόσχεται ότι θα ενοποιήσει την βαρύτητα με τις υπόλοιπες τρεις θεμελιώδεις δυνάμεις.

Στην απλούστερη μορφή της υπερβαρύτητας στο βαρυτόνιο με σπιν 2 αντιστοιχεί το gravitino με σπιν 3/2. Για να πραγματοποιηθεί όμως η ενοποίηση με τις άλλες δυνάμεις, πρέπει να επεκταθεί η υπερβαρύτητα ώστε να περιλαμβάνει και σωματίδια με σπιν μικρότερο από 3/2. Στην διευρυμένη αυτή υπερβαρύτητα όλα τα σωματίδια θα συνδέονται μεταξύ τους με υπερσυμμετρικούς μετασχηματισμούς.

Έχει αποδειχθεί ότι μόνο 8 βιώσιμες διευρυμένες θεωρίες υπερβαρύτητας υπάρ-

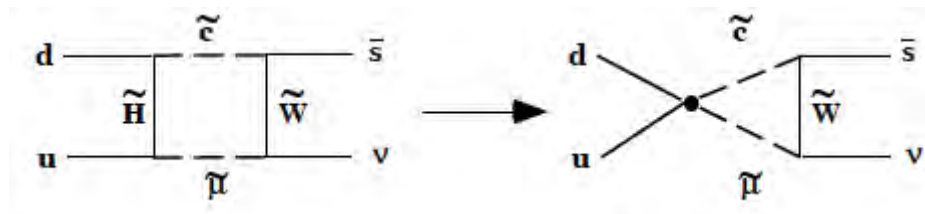
χουν. Στον πίνακα 4.1 μπορούμε να δούμε το πλήθος των σωματιδίων που περιλαμβάνει κάθε μια από τις θεωρίες αυτές στα διάφορα σπιν.

Θεωρία	Σπιν 0	Σπιν 1/2	Σπιν 1	Σπιν 3/2	Σπιν 2
$N = 1$				1	1
$N = 2$			1	2	1
$N = 3$		1	3	3	1
$N = 4$	2	4	6	4	1
$N = 5$	10	11	10	5	1
$N = 6$	30	26	16	6	1
$N = 7$	70	56	28	7	1
$N = 8$	70	56	28	8	1

Πίνακας 4.1: Θεωρίες υπερβαρύτητας και πλήθος σωματιδίων σε διάφορα σπιν [10].

Μεγάλη κλίμακα

Όπως είδαμε και σε προηγούμενο εδάφιο (βλέπε 3.3.1), τα όρια για τον χρόνο ζωής του πρωτονίου απαιτούν η κλίμακα ενοποίησης να είναι πάνω από 10^{15} GeV , το οποίο ισχύει στο MSSM. Επιπλέον, πρέπει να θεωρήσουμε και διάσπαση πρωτονίου μέσω διαφορετικών διαδικασιών όπως φαίνεται στο Σχ. 4.7. Αυτές δημιουργούν έναν ισχυρό περιορισμό στην μίξη του τομέα Higgs όπως θα δούμε και αργότερα [170,171].



Σχήμα 4.7: Παράδειγμα διασπάσεων πρωτονίου στο ελάχιστο υπερσυμμετρικό μοντέλο μέσω ανταλλαγής wino και higgsino [97].

4.1.2 Άλγεβρα της υπερσυμμετρίας

Βασικό συστατικό όλων των φυσικών θεωριών, είναι όπως γνωρίζουμε η συναλλοιωτήτα τους κάτω από την ομάδα Poincare, της οποίας γεννήτορες είναι η ορμή P_μ

(μετατοπίσεις) και η γωνιακή ορμή $P_{\mu\nu}$ (στροφές και ωθήσεις). Αυτοί ικανοποιούν την άλγεβρα Lie:

$$\begin{aligned} [P_\mu, P_\nu] &= 0 \\ [M_{\mu\nu}, P_\lambda] &= -i(\eta_{\mu\lambda}P_\nu - \eta_{\nu\lambda}P_\mu) \\ [M_{\mu\nu}, M_{\sigma\lambda}] &= -i(\eta_{\mu\sigma}M_{\nu\lambda} + \eta_{\nu\lambda}M_{\mu\sigma} - \eta_{\mu\lambda}M_{\nu\sigma} - \eta_{\nu\sigma}M_{\mu\lambda}) \end{aligned} \quad (4.27)$$

η οποία δημιουργεί την Poincare ομάδα Lie με δέκα παραμέτρους. Από το *θεώρημα των Coleman, Mantula* [172] ξέρουμε ότι είναι αδύνατο να αναμίξεις εσωτερικές συμμετρίες με την συμμετρία Poincare με ένα πολύπλοκο τρόπο. Συγκεκριμένα, αν G_i είναι οι γεννήτορες μιας εσωτερικής συμμετρίας, τότε αυτοί μετατίθενται με τους γεννήτορες P_μ και $M_{\mu\nu}$:

$$[P_\mu, G_i] = [M_{\mu\nu}, G_i] = 0 \quad (4.28)$$

Όμως, στο *θεώρημα* αυτό χρησιμοποιούνται μόνο σχέσεις μετάθεσης. Όμως, υπάρχουν και πιο σύνθετες αλγεβρικές δομές που κλείνουν κάτω από μεταθέτες και αντιμεταθέτες και ονομάζονται *Grade Lie Algebras (GLA)*. Τα άρτια στοιχεία μιας τέτοιας άλγεβρας υπακούν τις συνηθισμένες σχέσεις μετάθεσης και τα περιττά σε σχέσης αντιμετάθεσης μεταξύ τους και μετάθεσης με τα περιττά. Όταν χρησιμοποιηθούν τέτοιες δομές τότε το *θεώρημα των Coleman, Mantula* γενικεύεται ώστε η άλγεβρα Poincare να επεκτείνεται στην άλγεβρα της υπερσυμμετρίας. Ουσιαστικά αυτό είναι και το περιεχόμενο του *θεωρήματος Haag-Lopuszanski-Sohnius* [173]. Η απλούστερη επέκταση της άλγεβρας Poincare είναι η $N = 1$ υπερσυμμετρία, η οποία περιέχει εκτός από τους P_μ και $M_{\mu\nu}$ (άρτια στοιχεία), τέσσερα νέα σπινორιακά φορτία Q_α^i σαν περιττά στοιχεία. Μια ακόμα επέκταση είναι να έχουμε περισσότερα σπινორιακά φορτία Q_α^i και την παρουσία η όχι κεντρικών φορτίων. Έτσι, αν Q_α^i είναι φορτία με δύο συνιστώσες (σπίνορες Weyl) τότε έχουμε την άλγεβρα:

$$\begin{aligned} [P_\mu, Q_\alpha^i] &= [P_\mu, \bar{Q}_\alpha^i] = 0 \\ \{Q_\alpha^i, Q_\beta^j\} &= \{\bar{Q}_\alpha^i, \bar{Q}_\beta^j\} = 0 \\ [M_{\mu\nu}, Q_\alpha^i] &= -(\sigma_{\mu\nu}Q^i)_\alpha \\ \{Q_\alpha^i, \bar{Q}_\beta^j\} &= 2\delta^{ij}\sigma_{\alpha\dot{\beta}}^\mu P_\mu \end{aligned} \quad (4.29)$$

όπου $\sigma^\mu \equiv (1, \sigma^i)$, $\bar{\sigma}^\mu \equiv (1 - \sigma^i)$ ενώ οι δείκτες i, j παίρνουν τιμές από 1 μέχρι N , όπου N είναι ο συνολικός αριθμός των υπερσυμμετριών. Τα φορτία μπορούν να ικανοποιούν και σχέσεις αντιμετάθεσης της μορφής:

$$\{Q_\alpha^i, Q_\beta^j\} = \varepsilon_{\alpha\beta} Z^{ij} \quad (4.30)$$

όπου $[Z^{ij}, G] = 0$ για κάθε στοιχείο της GLA. Η πρώτη από τις Εξ. 4.29 δηλώνει ότι οι σπίνορες είναι αναλλοίωτοι κάτω από μετατοπίσεις, ενώ η τρίτη ότι τα Q_α^i μετασχηματίζονται σαν σπίνορες κάτω από την ομάδα Poincare.

Υπερχώρος και υπερπεδία

Για να μπορέσουν να κατασκευαστούν μοντέλα είναι απαραίτητος ένας φορμαλισμός στον οποίο η υπερσυμμετρία να ισχύει κατά ανάλογο τρόπο με την αναλλοιωτότητα Lorentz στον τετραδιάστατο χώρο. Έτσι, ο χώρος Minkowski επεκτείνεται στον υπερχώρο, στοιχεία του οποίου είναι οι υπερσυντεταγμένες που περιέχουν τις γνωστές 4 χωροχρονικές συντεταγμένες και 4 σταθερούς (ανεξάρτητους του x_μ) αντιμεταθετικούς αριθμούς Grassmann $\theta^\alpha, \bar{\theta}_{\dot{\alpha}}$, με $\alpha, \dot{\alpha} = 1, 2$. Είναι φανερό η επιθυμία να κρατηθεί μια συμμετρία μεταξύ του συνηθισμένου χώρου και του φερμιονικού. Για αυτό εισάγονται 4 φερμιονικές συντεταγμένες. Ένα σημείο στον υπερχώρο συμβολίζεται οπότε ως $(x_\mu, \theta, \bar{\theta})$. Οι μεταβλητές Grassmann έχουν τις εξής ιδιότητες:

$$\begin{aligned} \{\theta_\alpha, \theta_\alpha\} &= \{\bar{\theta}_{\dot{\alpha}}, \bar{\theta}_{\dot{\alpha}}\} = \{\theta_\alpha, \bar{\theta}_{\dot{\alpha}}\} = 0 \\ \int d\theta_\alpha &= 0 \\ \int \theta_\alpha d\theta_\alpha &= 1 \end{aligned} \quad (4.31)$$

Κάτω από τους υπερσυμμετρικούς $N = 1$ μετασχηματισμούς και με παραμέτρους του μετασχηματισμού να είναι τα ξ και $\bar{\xi}$, οι συντεταγμένες του υπερχώρου μετασχηματίζονται σαν:

$$\begin{aligned} x^\mu &\rightarrow x'^\mu = x^\mu + i\theta\sigma^\mu\bar{\xi} - i\xi\sigma^\mu\bar{\theta} \\ \theta &\rightarrow \theta' = \theta + \xi \\ \bar{\theta} &\rightarrow \bar{\theta}' = \bar{\theta} + \bar{\xi} \end{aligned} \quad (4.32)$$

Οι δείκτες Weyl “ανεβοκατεβαίνουν”, όπως είναι γνωστό, με την βοήθεια του αντισυμμετρικού τανυστή $\varepsilon_{\alpha\beta}$:

$$\varepsilon_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.33)$$

Οπότε, κάθε σπίνορας Weyl γράφεται ως:

$$\begin{aligned} \psi^\alpha &= \varepsilon^{\alpha\beta}\psi_\beta, & \psi_\alpha &= \varepsilon_{\alpha\beta}\psi^\beta \\ \bar{\psi}^{\dot{\alpha}} &= \varepsilon^{\dot{\alpha}\dot{\beta}}\bar{\psi}_{\dot{\beta}}, & \bar{\psi}_{\dot{\alpha}} &= \varepsilon_{\dot{\alpha}\dot{\beta}}\bar{\psi}^{\dot{\beta}} \end{aligned} \quad (4.34)$$

Οι ψ_α μετασχηματίζονται σύμφωνα με την $(\frac{1}{2}, 0)$ αναπαράσταση, ενώ οι $\bar{\psi}^{\dot{\alpha}}$ σύμφωνα με την $(0, \frac{1}{2})$. Επίσης, ορίζεται ο σπίνορας Dirac:

$$\psi_D = \begin{pmatrix} x_\alpha \\ \bar{\psi}^{\dot{\alpha}} \end{pmatrix} \quad (4.35)$$

και ο σπίνορας Majorana:

$$\psi_M = \begin{pmatrix} x_\alpha \\ \bar{x}^{\dot{\alpha}} \end{pmatrix} \quad (4.36)$$

Το εσωτερικό γινόμενο δύο σπινόρων ορίζεται ως:

$$\psi x = \psi_\alpha x^\alpha = \psi^\alpha x_\alpha = x \psi \quad (4.37)$$

αφού:

$$\psi_\alpha x^\alpha = \varepsilon_{\alpha\beta} \psi^\beta x^\alpha = -\varepsilon_{\alpha\beta} x^\alpha \psi^\beta = \varepsilon_{\beta\alpha} x^\alpha \psi^\beta = x^\alpha \psi_\alpha \quad (4.38)$$

Ομοίως:

$$\bar{\psi} \bar{x} = \bar{\psi}_\alpha \bar{x}^\alpha = \bar{\psi}^{\dot{\alpha}} \bar{x}_\alpha = \bar{x} \bar{\psi} \quad (4.39)$$

Τα στοιχεία των πινάκων Pauli είναι:

$$\sigma_{\beta\dot{\beta}}^\mu = \varepsilon_{\beta\dot{\alpha}} \varepsilon_{\beta\alpha} \bar{\sigma}^{\mu\alpha\dot{\alpha}}, \quad \bar{\sigma}^{\mu\alpha\dot{\alpha}} = \varepsilon^{\dot{\alpha}\dot{\beta}} \varepsilon^{\alpha\beta} \sigma_{\beta\dot{\beta}}^\mu \quad (4.40)$$

Χρήσιμες είναι επίσης οι σχέσεις:

$$\theta^\alpha \theta^\beta = -\frac{1}{2} \varepsilon^{\alpha\beta} \theta\theta, \quad \bar{\theta}^{\dot{\alpha}} \bar{\theta}^{\dot{\beta}} = -\frac{1}{2} \varepsilon^{\dot{\alpha}\dot{\beta}} \bar{\theta}\bar{\theta}, \quad (\theta\sigma^\mu\bar{\theta}) (\theta\sigma^\nu\bar{\theta}) = \frac{1}{2} \theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta} g_{\mu\nu} \quad (4.41)$$

Οπότε:

$$-\frac{1}{2} \varepsilon^{\alpha\beta} \theta\theta = -\frac{1}{2} \varepsilon^{\alpha\beta} \varepsilon^{cd} \theta^c \theta^d = -\frac{1}{2} (\delta_c^\beta \delta_d^\alpha - \delta_c^\alpha \delta_d^\beta) \theta^c \theta^d = \theta^\alpha \theta^\beta \quad (4.42)$$

και:

$$\begin{aligned} (\theta\sigma^\mu\bar{\theta}) (\theta\sigma^\nu\bar{\theta}) &= \theta^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\beta}}^\mu \bar{\theta}^{\dot{\beta}} \theta^c \sigma_{cd}^\nu \bar{\theta}^{\dot{d}} = -\theta^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\beta}}^\mu \theta^c \bar{\theta}^{\dot{\beta}} \sigma_{cd}^\nu \bar{\theta}^{\dot{d}} = \\ &= -\sigma_{\alpha\dot{\beta}}^\mu \sigma_{cd}^\nu \theta^\alpha \theta^c \bar{\theta}^{\dot{\beta}} \bar{\theta}^{\dot{d}} = \frac{1}{2} \theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta} g_{\mu\nu} \end{aligned} \quad (4.43)$$

Ορίζεται, επίσης, ο τελεστής:

$$L(x_\mu, \theta, \bar{\theta}) = \exp \{ i x^\mu P_\mu + i \theta Q + i \bar{\theta} \bar{Q} \} \quad (4.44)$$

ο οποίος είναι ένας πεπερασμένος υπερσυμμετρικός μετασχηματισμός και δρα πάνω σε συναρτήσεις που ορίζονται στον υπερχώρο. Ο πολλαπλασιασμός δύο τέτοιων

στοιχείων της ομάδας της υπερσυμμετρίας, χρησιμοποιώντας την *φόρμουλα Baker-Hausdorff*:

$$\exp \{a\} \exp \{b\} = \exp \left\{ a + b + \frac{1}{2} [a, b] \right\} \quad (4.45)$$

αφού για τις μεταβλητές Grassmann ισχύει $[a, [a, b]] = 0$ και $[i\xi Q, i\bar{\theta}\bar{Q}] = 2\xi\sigma^\mu_{\alpha\dot{\beta}}\bar{\theta}^{\dot{\beta}}P_\mu$, μας δίνει:

$$\begin{aligned} L(\alpha, \xi, \bar{\xi}) L(x_\mu, \theta, \bar{\theta}) &= \exp \{ i\alpha^\mu P_\mu + i\xi Q + i\bar{\xi}\bar{Q} + ix^\mu P_\mu + i\theta Q + i\bar{\theta}\bar{Q} + \} \\ &\quad \left\{ + \frac{1}{2} [i\alpha^\mu P_\mu + i\xi Q + i\bar{\xi}\bar{Q} + ix^\mu P_\mu + i\theta Q + i\bar{\theta}\bar{Q}] \right\} = \\ &= L'(x'_\mu, \theta', \bar{\theta}') = \\ &= \exp \{ i[\alpha^\mu + x^\mu + i(\xi\sigma^\mu\bar{\theta} - \theta\sigma^\mu\bar{\xi})] P_\mu + i(\theta + \xi) Q + i(\bar{\theta} + \bar{\xi}) \bar{Q} \} \end{aligned} \quad (4.46)$$

δηλαδή δυο διαδοχικοί υπερσυμμετρικοί μετασχηματισμοί έχουν ως αποτέλεσμα μια χωροχρονική μετατόπιση.

Τα αντικείμενα πάνω στα οποία δρα ο τελεστής L είναι τα λεγόμενα *υπερπεδία*. Οπότε, υπερπεδίο είναι μια συνάρτηση του υπερχώρου, πχ $\Phi(x, \theta, \bar{\theta})$. Έτσι, οι Salam και Strathdee πρότειναν ότι μια συνάρτηση $\Phi(x, \theta, \bar{\theta})$ των συνιστωσών του υπερχώρου, που ονόμασαν υπερπεδίο, μπορεί να θεωρηθεί ο γεννήτορας των στοιχείων των υπερπολλαπλοτήτων. Η γενικότερη μορφή που μπορεί να έχει το υπερπεδίο στην $N = 1$ υπερσυμμετρία είναι:

$$\begin{aligned} \Phi(x, \theta, \bar{\theta}) &= \phi(x) + \theta\psi(x) + \bar{\theta}\chi(x) + \theta^2 M(x) + \bar{\theta}^2 N(x) + \\ &\quad + \theta\sigma^\mu\bar{\theta}V_\mu(x) + \theta^2\bar{\theta}\bar{\lambda}(x) + \bar{\theta}^2\theta\alpha(x) + \bar{\theta}^2\theta^2 D(x) \end{aligned} \quad (4.47)$$

όπου τα $\phi, \psi, \chi, M(x), N(x), V_\mu(x), \bar{\lambda}(x), \alpha(x), D(x)$ είναι οι συνιστώσες του υπερπεδίου. Υπάρχουν 16 πραγματικοί μποζονικοί και 16 πραγματικοί φερμιονικοί βαθμοί ελευθερίας. Εναλλακτικά, ένα γενικό υπερπεδίο Φ μπορεί να εκφρασθεί συναρτήσει παραμέτρων Grassmann 4 στοιχείων οι οποίες ικανοποιούν την συνθήκη Majorana. Οπότε, μπορεί να γραφεί:

$$\begin{aligned} S(x, \theta) &= C(x) - i[\theta\gamma_5\omega(x)] - \frac{i}{2}(\bar{\theta}\gamma_5\theta)M(x) - \frac{1}{2}(\bar{\theta}\theta)N(x) + \\ &\quad + \frac{i}{2}(\bar{\theta}\gamma_5\gamma_\mu\theta)V^\mu(x) - i(\bar{\theta}\gamma_5\theta)\left\{\bar{\theta}\left[\lambda(x) + \frac{1}{2}\not{\theta}\omega(x)\right]\right\} - \\ &\quad - \frac{1}{4}(\bar{\theta}\gamma_5\theta)\left[D(x) + \frac{1}{2}C(x)\right] \end{aligned} \quad (4.48)$$

όπου δυνάμεις του θ μεγαλύτερες του 4 είναι μηδέν, δηλαδή:

$$\theta^n = 0, \quad n \geq 5 \quad (4.49)$$

Συνήθως, αρκεί να θεωρηθούν απειροστοί υπερσυμμετρικοί μετασχηματισμοί:

$$\delta_S((\alpha, \bar{\alpha})) \Phi = \left[i\alpha^A Q_A + i\bar{\alpha}_{\dot{A}} \bar{Q}^{\dot{A}} \right] \quad (4.50)$$

$$\delta_S(\alpha, \bar{\alpha}) \Phi(x, \theta, \bar{\theta}) = \left[\alpha \frac{\partial}{\partial \theta} + \bar{\alpha} \frac{\partial}{\partial \bar{\theta}} - i(\alpha \sigma^\mu \bar{\theta} - \theta \sigma^\mu \bar{\alpha}) \frac{\partial}{\partial x_\mu} \right] \Phi(x, \theta, \bar{\theta}) \quad (4.51)$$

όπου $\alpha, \bar{\alpha}$ είναι οι μεταβλητές Grassmann. Από τις σχέσεις 4.50 και 4.51 προκύπτει η εξής αναπαράσταση για τους γεννήτορες της υπερσυμμετρίας:

$$\begin{aligned} Q_\alpha &= \frac{\partial}{\partial \theta^\alpha} - i\sigma^\mu_{\alpha\dot{\beta}} \bar{\theta}^{\dot{\beta}} \partial_\mu \\ \bar{Q}_{\dot{\alpha}} &= -\frac{\partial}{\partial \bar{\theta}^{\dot{\alpha}}} + \theta^\beta \sigma^\mu_{\beta\dot{\alpha}} \partial_\mu \end{aligned} \quad (4.52)$$

Η κατασκευή αυτών των γεννητόρων σε διαφορική μορφή, έγινε εφικτή λόγω της επέκτασης του απλού χωροχρόνου στον υπερχώρο. Φυσικά, οι υπερσυμμετρικοί μετασχηματισμοί παράγονται από αυτούς τους κβαντικούς τελεστές Q οι οποίοι αλλάζουν τις φερμιονικές καταστάσεις σε μποζονικές και αντίστροφα:

$$Q |fermion\rangle = |boson\rangle, \quad Q |boson\rangle = |fermion\rangle \quad (4.53)$$

Εισάγουμε επίσης τις υπερσυμμετρικές συναλλοίωτες παραγώγους D_α , δηλαδή συναλλοίωτες παραγώγους κάτω από υπερσυμμετρικούς μετασχηματισμούς:

$$\begin{aligned} D_\alpha &= \frac{\partial}{\partial \theta^\alpha} + i\sigma^\mu_{\alpha\dot{\beta}} \bar{\theta}^{\dot{\beta}} \partial_\mu \\ \bar{D}_{\dot{\alpha}} &= -\frac{\partial}{\partial \bar{\theta}^{\dot{\alpha}}} - \theta^\beta \sigma^\mu_{\beta\dot{\alpha}} \partial_\mu \end{aligned} \quad (4.54)$$

με την ιδιότητα όταν αυτός δράσει σε υπερπεδίο να δώσει άλλο υπερπεδίο:

$$[D_\alpha, \delta_S] = [\bar{D}_{\dot{\alpha}}, \delta_S] = 0 \quad (4.55)$$

Οι χειραλικές αναπαραστάσεις των παραπάνω, οι οποίες θα χρειαστούν στην συνέχεια, μας δίνουν:

$$\begin{aligned} \delta_S(\alpha, \bar{\alpha}) \Phi_L &= \left[\alpha \frac{\partial}{\partial \theta} + \bar{\alpha} \frac{\partial}{\partial \bar{\theta}} + 2i\theta \sigma^\mu \bar{\alpha} \partial_\mu \right] \Phi_L \\ \delta_S(\alpha, \bar{\alpha}) \Phi_R &= \left[\alpha \frac{\partial}{\partial \theta} + \bar{\alpha} \frac{\partial}{\partial \bar{\theta}} - 2i\alpha \sigma^\mu \bar{\theta} \partial_\mu \right] \Phi_R \\ D_L &= \frac{\partial}{\partial \theta} + 2i\sigma^\mu \bar{\theta} \partial_\mu, & \bar{D}_L &= -\frac{\partial}{\partial \bar{\theta}} \\ \bar{D}_R &= -\frac{\partial}{\partial \bar{\theta}} - 2i\theta \sigma^\mu \partial_\mu, & D_R &= \frac{\partial}{\partial \theta} \end{aligned} \quad (4.56)$$

Μεταξύ των αναπαραστάσεων L και R ισχύει η σχέση:

$$\Phi(x, \theta, \bar{\theta}) = \Phi_L(x_\mu + i\theta \sigma_\mu \bar{\theta}, \theta, \bar{\theta}) = \Phi_R(x_\mu - i\theta \sigma_\mu \bar{\theta}, \theta, \bar{\theta}) \quad (4.57)$$

4.1.3 Χειραλικά και διανυσματικά υπερπεδία

Χειραλικά υπερπεδία

Τα υπερπεδία μπορούν να είναι δύο ειδών. Το πρώτο είδος υπερπεδίου είναι τα *χειραλικά* (*chiral*) υπερπεδία [174,175]. Το όνομα προκύπτει από το γεγονός ότι τα φερμιόνια του ΚΠ είναι χειραλικά που σημαίνει ότι οι αριστερόστροφες και δεξιόστροφες συνιστώσες μετασχηματίζονται διαφορετικά κάτω από την $SU(2) \times U(1)_Y$. Έτσι, χρειαζόμαστε υπερπεδία με μόνο δύο φυσικούς φερμιονικούς βαθμούς ελευθερίας, τα οποία μπορούν να περιγράψουν την αριστερόστροφη ή δεξιόστροφη συνιστώσα ενός φερμιονίου του ΚΠ. Φυσικά, τα ίδια τα υπερπεδία θα έχουν μποζονικούς εταίρους, τα υπερφερμιόνια ή *s*-φερμιόνια. Έτσι, τα πεδία αυτά χαρακτηρίζονται από τον περιορισμό:

$$\bar{D}_\alpha \Phi_L = 0, \quad D_\alpha \Phi_R = 0 \quad (4.58)$$

Ορίζουμε στην συνέχεια τις νέες μεταβλητές:

$$\begin{aligned} y^\mu &= x^\mu + i\theta\sigma^\mu\bar{\theta} \\ \theta' &= \theta \\ \bar{\theta}' &= \bar{\theta} \end{aligned} \quad (4.59)$$

Με βάση αυτές τις συντεταγμένες οι συναλλοίωτες παράγωγοι γίνονται:

$$\begin{aligned} \bar{D}_{\dot{\alpha}} &= -\frac{\partial}{\partial\theta^{\dot{\alpha}}} \\ D_\alpha &= \frac{\partial}{\partial\theta^\alpha} + 2i\sigma^\mu_{\alpha\dot{\beta}}\bar{\theta}^{\dot{\beta}}\frac{\partial}{\partial y_\mu} \end{aligned} \quad (4.60)$$

οπότε ισχύουν οι σχέσεις:

$$\bar{D}_{\dot{\alpha}}y^\mu = 0, \quad \bar{D}_{\dot{\alpha}}\theta^\beta = 0 \quad (4.61)$$

Οπότε, δεν έχουμε $\bar{\theta}$ εξάρτηση στην Φ_L . Οπότε, για ένα αριστερόστροφο πεδίο μπορούμε να γράψουμε ότι:

$$\Phi_L(y_\mu, \theta) = A(y) + \sqrt{2}\theta\psi(y) + \theta\theta F(y) \quad (4.62)$$

όπου ο παράγοντας $\sqrt{2}$ μπαίνει για λόγους κανονικοποίησης. Έτσι, το θ έχει μόνο δύο συνιστώσες οι οποίες αντιμετωπίζονται. Για αυτό δεν υπάρχει όρος με τρεις ή περισσότερους παράγοντες θ . Τα πεδία A και F είναι μιγαδικά βαθμωτά ενώ το ψ είναι σπίνορας Weyl. Αρχικά, φαίνεται το Φ_L να έχει τέσσερις μποζονικούς βαθμούς

ελευθερίας και μόνο δύο φερμιονικούς. Όμως, δεν αναπαριστούν όλα τα μποζονικά πεδία φυσικούς βαθμούς ελευθερίας. Αν εκφράσουμε το χειραλικό αυτό υπερπεδίο συναρτήσει των αρχικών συντεταγμένων τότε:

$$\begin{aligned}\Phi_L(x, \theta, \bar{\theta}) = & A(x) + i(\theta\sigma^\mu\bar{\theta})\partial_\mu A(x) - \frac{1}{4}\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}\partial^\mu A(x) + \\ & + \sqrt{2}\theta\psi(x) - \frac{i}{\sqrt{2}}(\theta\theta)\theta_{\dot{\alpha}}\partial_\mu\psi^\alpha(x)\sigma^\mu_{\alpha\dot{\beta}}\varepsilon^{\dot{\alpha}\dot{\beta}} + \theta\theta F(x)\end{aligned}\quad (4.63)$$

Η μεταβλητή Grassmann θ έχει διάσταση σε μονάδες μάζας: $-\frac{1}{2}$. Δίνοντας στο βαθμωτό πεδίο A διάσταση $+1$, θα πρέπει το φερμιονικό πεδίο ψ να έχει την συνηθισμένη διάσταση $+\frac{3}{2}$ και το βαθμωτό πεδίο F την ασυνήθιστη διάσταση μάζας $+2$. Το υπερπεδίο Φ έχει διάσταση $+1$.

Κάτω από έναν απειροστό υπερσυμμετρικό μετασχηματισμό, οι συνιστώσες του χειραλικού υπερπεδίου με χρήση των Εξ. 4.56 μετασχηματίζονται ως:

$$\begin{aligned}\delta\phi &= \sqrt{2}\alpha\psi && \text{μποζόνιο} \rightarrow \text{φερμιόνιο} \\ \delta\psi &= \sqrt{2}\alpha F(y) + i\sqrt{2}\sigma^\mu\bar{\alpha}\partial_\mu\phi && \text{φερμιόνιο} \rightarrow \text{μποζόνιο} \\ \delta F &= -i\sqrt{2}\partial_\mu\psi\sigma^\mu\bar{\alpha} && F \rightarrow \text{ολική παράγωγος}\end{aligned}\quad (4.64)$$

Δηλαδή, η υπερσυμμετρία μετατρέπει τα μποζόνια σε φερμιόνια και αντίστροφα. Έτσι, η συνιστώσα $\theta\theta$ του αριστερόστροφου πεδίου θα παραμείνει αναλλοίωτη κάτω από υπερσυμμετρικούς μετασχηματισμούς.

Αντίστοιχα, το δεξιόστροφο υπερπεδίο (ή αντι-χειραλικό υπερπεδίο) αναπτύσσεται ως εξής:

$$\Phi_R(y_\mu^\dagger, \theta) = A^\dagger(y) + \sqrt{2}\bar{\theta}\bar{\psi}(y^\dagger) + \bar{\theta}\bar{\theta}F(y^\dagger) \quad (4.65)$$

όπου ο σπίνορας $\bar{\psi}$ είναι τώρα ένας δεξιόστροφος σπίνορας Weyl. Επίσης, τώρα ισχύει

$$y^{\mu\dagger} = x^\mu - i\theta\sigma^\mu\bar{\theta} \quad (4.66)$$

ενώ αν εκφράσουμε το πεδίο συναρτήσει των αρχικών συντεταγμένων έχουμε:

$$\begin{aligned}\Phi_R(x, \theta, \bar{\theta}) = & A^\dagger(x) - i(\theta\sigma^\mu\bar{\theta})\partial_\mu A^\dagger(x) - \frac{1}{4}\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}\partial^\mu A^\dagger(x) + \\ & + \sqrt{2}\bar{\theta}\bar{\psi}(x) + \frac{i}{\sqrt{2}}(\bar{\theta}\bar{\theta})\theta_{\dot{\alpha}}\partial_\mu\bar{\psi}^\alpha(x)\sigma^\mu_{\alpha\dot{\beta}}\varepsilon^{\dot{\alpha}\dot{\beta}} + \bar{\theta}\bar{\theta}F^\dagger(x)\end{aligned}\quad (4.67)$$

Να αναφέρουμε επίσης, ότι κάθε τυχαία συνάρτηση ενός χειραλικού υπερπεδίου είναι επίσης ένα υπερπεδίο:

$$\begin{aligned}W(\Phi_i) &= W\left(A_i + \sqrt{2}\theta\psi_i + \theta\theta F_i\right) = \\ &= W(A_i) + \frac{\partial W}{\partial A_i}\sqrt{2}\theta\psi_i + \theta\theta\left(\frac{\partial W}{\partial A_i}F_i - \frac{1}{2}\frac{\partial^2 W}{\partial A_i\partial A_j}\psi_i\psi_j\right)\end{aligned}\quad (4.68)$$

Η αναλυτική συνάρτηση $W(A_i)$ ονομάζεται *υπερδυναμικό (superpotential)*.

Διανυσματικά υπερπεδία

Τα χειραλικά υπερπεδία μπορούν να περιγράψουν μποζόνια με σπιν 0 και φερμιόνια με σπιν $\frac{1}{2}$, όπως για παράδειγμα τα λεπτόνια, τα κουάρκ του ΚΠ και τα μποζόνια Higgs. Για να περιγράψουμε τα διανυσματικά μποζόνια του ΚΠ τα οποία έχουν σπιν 1, πρέπει να εισάγουμε τα διανυσματικά υπερπεδία V , τα οποία ικανοποιούν την συνθήκη [176]:

$$V(x, \theta, \bar{\theta}) = V^\dagger(x, \theta, \bar{\theta}) \quad (4.69)$$

Σε μορφή συνιστωσών το διανυσματικό υπερπεδίο γράφεται:

$$\begin{aligned} V(x, \theta, \bar{\theta}) = & C(x) + i\theta\chi - i\bar{\theta}\bar{\chi} + \frac{i}{2}\theta^2(M + iN) - \frac{i}{2}\bar{\theta}^2(M - iN) - \\ & - \theta\sigma^\mu\bar{\theta}V_\mu + i\theta^2\bar{\theta}\left(\bar{\lambda} + \frac{i}{2}\bar{\sigma}^\mu\partial_\mu\chi\right) - \\ & - i\bar{\theta}^2\theta\left(\lambda + \frac{i}{2}\bar{\sigma}^\mu\partial_\mu\bar{\chi}\right) + \frac{1}{2}\theta^2\bar{\theta}^2\left(D - \frac{1}{2}\partial_\mu\partial^\mu C\right) \end{aligned} \quad (4.70)$$

όπου τα C , M , N και D είναι πραγματικά βαθμωτά πεδία, τα χ και λ είναι σπίνορες Weyl και το V_μ είναι το διανυσματικό πεδίο το οποίο και χαρίζει το όνομα του σε όλο το υπερπεδίο. Το διανυσματικό φερμιόνιο λ είναι ο υπερσυμμετρικός εταίρος του διανυσματικού πεδίου V_μ . Αν το V_μ περιγράφει ένα διανυσματικό μποζόνιο, τότε το V πρέπει να μετασχηματίζεται σαν την αυτοπροσαρτημένη αναπαράσταση της ομάδας βαθμίδας.

Αρκετές από τις συνιστώσες του διανυσματικού υπερπεδίου 4.70 μπορούν να απαλειφθούν αν χρησιμοποιήσουμε τον μετασχηματισμό βαθμίδας $V \rightarrow V + \Lambda + \Lambda^\dagger$, όπου τα Λ , $\Lambda^\dagger$ είναι χειραλικά και αντι-χειραλικά υπερπεδία. Διαλέγοντας μια βαθμίδα (βαθμίδα Wess-Zumino) με $C = M = N = \chi = 0$, το διανυσματικό υπερπεδίο 4.70 μπορεί να γραφεί:

$$V = -\theta\sigma^\mu\bar{\theta}V_\mu + \theta^2\bar{\theta}\bar{\lambda} - i\bar{\theta}^2\theta\lambda + \frac{1}{2}\theta^2\bar{\theta}^2D \quad V^2 = \frac{1}{2}V_\mu V^\mu\theta^2\bar{\theta}^2V^3 = 0 \quad (4.71)$$

Σε αυτή την βαθμίδα ισχύει ακριβώς $\exp\{V\} = 1 + V + V^2$, επίσης η βαθμίδα αυτή παραβιάζει την υπερσυμμετρία αλλά όχι την αβελιανή συμμετρία βαθμίδας, $V_\mu(x) \rightarrow V_\mu(x) + \partial_\mu\varphi(x)$. Είναι δηλαδή το ανάλογο της μοναδιακής βαθμίδας (unitary gauge) με την έννοια ότι αφαιρεί αρκετούς αφύσικους βαθμούς ελευθερίας. Αν δοθεί η φυσική διάσταση μάζας +1 στο V_μ , τότε αυτό σημαίνει ότι θα έχουμε διάσταση μάζας

$+\frac{3}{2}$ στο φερμιονικό πεδίο λ , ενώ το D θα έχει την ασυνήθιστη διάσταση μάζας $+2$ όπως ακριβώς η F συνιστώσα του χειραλικού υπερπεδίου. Η συνιστώσα D λέγεται και $\theta^2\bar{\theta}^2$ συνιστώσα. Το διανυσματικό υπερπεδίο V είναι αδιάστατο. Κάτω από έναν υπερσυμμετρικό μετασχηματισμό η D συνιστώσα γίνεται μια ολική παράγωγος κάποιος ποσότητας, αφού

$$\delta D = -\alpha\sigma^\mu\partial_\mu\bar{\lambda} + \bar{\alpha}\sigma^\mu\partial_\mu\lambda \quad (4.72)$$

Άρα, το $\int d^4x D$ είναι ένα υπερσυμμετρικά αναλλοίωτο αντικείμενο, γεγονός που θα είναι χρήσιμο στην κατασκευή της υπερσυμμετρικής $N = 1$ λαγκρατζιανής.

Ορίζουμε στην συνέχεια τα χειραλικά υπερπεδία:

$$W_\alpha = -\frac{1}{4}\bar{D}\bar{D}D_\alpha V \quad \bar{W}_{\dot{\alpha}} = -\frac{1}{4}DD\bar{D}_{\dot{\alpha}}V \quad (4.73)$$

Οι ποσότητες αυτές αποτελούν την γενίκευση του ηλεκτρομαγνητικού τανυστή στον υπερχώρο και είναι αναλλοίωτες κάτω από τους αβελιανούς μετασχηματισμούς βαθμίδας. Επίσης, μπορεί ναδειχθεί ότι είναι αναλλοίωτοι κάτω από το μετασχηματισμό Wess-Zumino. Ακόμα, το W_α αφού είναι χειραλικό υπερπεδίο:

$$\begin{aligned} \bar{D}_{\dot{A}}W_A &= -\frac{1}{4}\bar{D}_{\dot{A}}(\bar{D}\bar{D})D_AV = 0 \\ D_AW_{\dot{A}} &= -\frac{1}{4}D_A(DD)\bar{D}_{\dot{A}}V = 0 \end{aligned} \quad (4.74)$$

αφού $\bar{D}^3 = 0$. Για την αναλλοιότητα κάτω από το μετασχηματισμό Wess-Zumino έχουμε:

$$W_{A'} = -\frac{1}{4}\bar{D}\bar{D}D_AV' = -\frac{1}{4}\bar{D}\bar{D}D_A(V + \Phi + \Phi^\dagger) \quad (4.75)$$

Αφού όμως $D, \bar{D}$ είναι γραμμικοί τελεστές, έχουμε:

$$\begin{aligned} W_{A'} &= -\frac{1}{4}\bar{D}\bar{D}D_AV - \frac{1}{4}\bar{D}\bar{D}D_A\Phi - \frac{1}{4}\bar{D}\bar{D}D_A\Phi^\dagger = \\ &= W_A - \frac{1}{4}\bar{D}\bar{D}D_A\Phi = W_A - \frac{1}{4}\bar{D}_{\dot{A}}\bar{D}^{\dot{A}}D_A\Phi - \frac{1}{4}\bar{D}_{\dot{A}}D_A\bar{D}^{\dot{A}}\Phi = \\ &= W_A - \frac{1}{4}\bar{D}_{\dot{A}}\left\{\bar{D}^{\dot{A}}, D_A\right\}\Phi \end{aligned} \quad (4.76)$$

αφού $\bar{D}_{\dot{A}}\Phi = 0$. Οπότε $W_A = W_{A'}$. Έτσι, στην βαθμίδα Wess-Zumino έχουμε:

$$W_A = -i\lambda_A(y) + \theta_AD - \frac{i}{2}(\sigma^\mu\bar{\sigma}^\nu\theta)_AF_{\mu\nu} + \theta^2(\sigma^\mu\partial_\mu\bar{\lambda})_A \quad (4.77)$$

όπου $F_{\mu\nu} = \partial_\mu V_\nu - \partial_\nu V_\mu$ ο γνωστός ηλεκτρομαγνητικός τανυστής. Επειδή όπως αναφέραμε το διανυσματικό υπερπεδίο ανήκει στην αυτοπροσαρτημένη αναπαράσταση της ομάδας βαθμίδας, για αυτό θα ισχύει:

$$V = V_AT^A, \quad T^{A\dagger} = T^A \quad (4.78)$$

Ένας γενικός μη αβελιανός μετασχηματισμός ενός διανυσματικού υπερπεδίου είναι:

$$e^{-gV} \rightarrow e^{-i\Lambda} e^{gV} e^{i\Lambda} \quad (4.79)$$

όπου $\Lambda = \Lambda_A T^A$, με:

$$W_A = \frac{1}{8} \bar{D}^2 e^{gV} D_A e^{-gV} \quad (4.80)$$

με $W_A \rightarrow W'_A = e^{-i\Lambda} W_A e^{i\Lambda}$. Υπο μορφή συνιστωσών ο μη αβελιανός ταυνοστής είναι:

$$W_A = T^\alpha \left[-i\lambda_A^\alpha + \theta_A D^\alpha - \frac{i}{2} (\sigma^\mu \bar{\sigma}^\nu \theta)_A F_{\mu\nu}^\alpha + \theta^2 \sigma^\mu D_\mu \bar{\lambda}^\alpha \right] \quad (4.81)$$

όπου $F_{\mu\nu}^\alpha = \partial_\mu V_\nu^\alpha - \partial_\nu V_\mu^\alpha + f^{abc} V_\mu^b V_\nu^c$ και $D_\mu \bar{\lambda}^\alpha = \partial_\mu \bar{\lambda}^\alpha + f^{abc} V_\mu^b \bar{\lambda}^c$.

4.1.4 Υπερσυμμετρικές λαγκρατζιανές

Έχει ήδη αναφερθεί ότι η υψηλότερης τάξης συνιστώσα ενός υπερπεδίου μετασχηματίζεται κάτω από μετασχηματισμούς υπερσυμμετρίας σε μια ολική παράγωγο. Ένα χωροχρονικό ολοκλήρωμα μιας τέτοιας ποσότητας είναι επομένως αναλλοίωτο κάτω από υπερσυμμετρικούς μετασχηματισμούς. Αυτή η βασική ιδιότητα είναι το κριτήριο σύμφωνα με το οποίο κατασκευάζονται υπερσυμμετρικές λαγκρατζιανές. Έτσι, για την κατασκευή μιας υπερσυμμετρικής σύζευξης διαφόρων υπερπεδίων, απλά θεωρείται ότι το τελικό υπερπεδίο δημιουργείται από τον πολλαπλασιασμό των συνιστωσών υψηλότερης τάξης. Όμως, το υψηλότερης τάξης πεδίο προκύπτει από ολοκλήρωση ως προς τις μεταβλητές Grassmann θ και $\bar{\theta}$. Οπότε, η υπερσυμμετρική δράση είναι:

$$S = \int d^4x \int d^4\theta \mathcal{L} = \int d^4x \int d^2\theta d^2\bar{\theta} \mathcal{L} \quad (4.82)$$

όπου $\mathcal{L}$ η υπερσυμμετρική λαγκρατζιανή πυκνότητα (υπερσυμμετρική μέχρι μια ολική παράγωγο). Φυσικά, θα πρέπει η δράση να είναι αναλλοίωτη κάτω από υπερσυμμετρικούς μετασχηματισμούς, δηλαδή:

$$\delta S = \delta \int d^4x \mathcal{L}(x) = 0 \quad (4.83)$$

για την ικανοποίηση της οποίας, το $\mathcal{L}(x)$ από μόνο του πρέπει να μετασχηματίζεται σαν μια ολική παράγωγος. Είδαμε όμως ότι η F και D συνιστώσα ενός χειραλικού και ενός διανυσματικού υπερπεδίου ικανοποιούν αυτήν την συνθήκη, και άρα μπορούν να χρησιμοποιηθούν στην κατασκευή της λαγκρατζιανής:

$$S = \int d^4x \left(\int d^2\theta \mathcal{L}_F + \int d^2\theta d^2\bar{\theta} \mathcal{L}_D \right) \quad (4.84)$$

όπου τα $\mathcal{L}_F$ και $\mathcal{L}_D$ είναι γενικά τα χειραλικά και διανυσματικά υπερπεδία και δίνουν τους λεγόμενους F και D -όρους αντίστοιχα.

Πρέπει, για να ισχύει κάποια δράση της μορφής 4.82, να επιβληθούν συνθήκες στα υπερπεδία από τα οποία αποτελείται. Για ένα υπερπεδίο $S(x, \theta)$, η μόνη υπερσυμμετρική κινητική δράση η οποία είναι διγραμμική στα S, S^* και δεν περιλαμβάνει πάνω από δύο παραγώγους των συνιστωσών πεδίων είναι:

$$S \sim \int d^4x [S^* S]_D \quad (4.85)$$

Οπότε, λόγω της Εξ. 4.48, η ζητούμενη D συνιστώσα θα είναι:

$$\begin{aligned} [S^* S]_D = & -\partial_\mu C^* \partial^\mu C - \frac{1}{2} (\bar{\omega} \gamma^\mu \partial_\mu \omega) + \frac{1}{2} [(\partial_\mu \bar{\omega}) \gamma^\mu \omega] + \\ & + C^* D + D^* C - (\bar{\omega} \lambda) - (\bar{\lambda} \omega) + M^* M + N^* N - V_\mu^* V^\mu \end{aligned} \quad (4.86)$$

Οι τετραγωνικοί όροι ως προς το C, ω θα μπορούσαν να περιγράψουν κινητικούς όρους άμαζων πεδίων με σπιν 0 και $\frac{1}{2}$. Όμως, οι όροι που περιέχουν τα D, λ έχουν την καταστροφική απαίτηση στα τροχιακά ολοκληρώματα να μηδενίζουν τα C, ω . Οπότε, για αυτό επιβλήθηκαν στο γενικό υπερπεδίο διάφορες συνθήκες δημιουργώντας καινούρια υπερπεδία που οδηγούν σε σωστές, από φυσική άποψη, δράσεις.

Λόγω της παρουσίας χειραλικών υπερπεδίων έχουμε μια ακόμα δυνατότητα για την κατασκευή υπερσυμμετρικών δράσεων. Μελετώντας τον κανόνα μετασχηματισμού 4.64, βλέπουμε ότι ο υπερσυμμετρικός μετασχηματισμός αλλάζει τον F όρο του αριστερόστροφου υπερπεδίου κατά μία παράγωγο, έτσι ώστε το ολοκλήρωμα κάθε F -όρου του υπερπεδίου να είναι υπερσυμμετρικό. Έτσι, σε αυτή την περίπτωση μια υπερσυμμετρική δράση θα έχει την μορφή:

$$S = \int d^4x [f(\Phi_L)]_F + \int d^4x [f(\Phi_L)]_F^* + \frac{1}{2} \int d^4x [K]_D \quad (4.87)$$

όπου τα $f(\Phi_L), K$ είναι συναρτήσεις των βασικών αριστερόστροφων και γενικών υπερπεδίων που ορίσαμε νωρίτερα. Αν το $f(\Phi_L)$ εκφραστεί ως μια συνάρτηση μόνο των βασικών αριστερόστροφων υπερπεδίων και όχι συναρτήσει των υπερπαραγώγων τους ή των χωροχρονικών παραγώγων τους, τότε αυτό είναι γνωστό ως υπερδυναμικό.

Η συνάρτηση K είναι γενικά μια πραγματική βαθμωτή συνάρτηση και των αριστερόστροφων και των δεξιόστροφων υπερπεδίων καθώς και των υπερπαραγώγων τους και των χωροχρονικών παραγώγων τους. Αυτή η συνάρτηση είναι γνωστή ως *δυναμικό Kahler*. Να σημειώσουμε επίσης ότι επειδή τα χειραλικά υπερπεδία δεν έχουν D όρους, δύο K που διαφέρουν κατά ένα χειραλικό υπερπεδίο συνεισφέρουν το ίδιο

στην δράση. Τέλος, με βάση το ανωτέρω δυναμικό, τα υπερπεδία μπορούν να ζουν σε χώρο που ορίζεται από την μετρική

$$g_{ij} = \frac{\partial^2 K(\phi, \phi^*)}{\partial \phi_i \partial \phi_j} \quad (4.88)$$

Να τονίσουμε επίσης ότι για μια επακανονικοποιήσιμη θεωρία, η μορφή που θα έχουν τα K και $f(\Phi_L)$ δεν είναι τυχαία αλλά περιορίζεται από μια συμμετρία που ονομάζεται *συμμετρία- R* . Αυτή η συμμετρία δρα πάνω στα χειραλικά υπερπεδία ως εξής:

$$\begin{aligned} R\Phi(x, \theta) &= \Phi'(x, \theta) = e^{2i\alpha} \Phi(x, e^{-i\alpha}\theta) \\ R\Phi^\dagger(x, \theta) &= \Phi'^\dagger(x, \theta) = e^{-2i\alpha} \Phi^\dagger(x, e^{i\alpha}\bar{\theta}) \end{aligned} \quad (4.89)$$

Οι συνιστώσες των πεδίων κάτω από αυτή τη συμμετρία μετασχηματίζονται σαν:

$$\begin{aligned} A &\rightarrow e^{2i\alpha} A \\ \psi &\rightarrow e^{2i(n-\frac{1}{2})\alpha} \psi \\ F &\rightarrow e^{2i(n-1)\alpha} F \end{aligned} \quad (4.90)$$

Εφόσον είναι $\theta \rightarrow e^{+i\alpha}\theta$ και $d^2\theta \rightarrow e^{-2i\alpha}d^2\theta$ θα πρέπει ο χαρακτήρας- R των υπερπεδίων σε κάθε όρο $f(\Phi_L)$ να ανθροίζεται στην μονάδα. Ομοίως το K θα πρέπει να είναι ουδέτερο κάτω από την R . Τα διανυσματικά υπερπεδία είναι πραγματικά και έτσι δεν υπάρχει φυσική συμμετρία R για αυτά.

Όπως θα δούμε και στην συνέχεια, πολλές φορές χρειαζόμαστε μη επακανονικοποιήσιμες λαγκρατζιανές της γενικής μορφής:

$$\mathcal{L} = 2\text{Re}[f(\Phi)]_F + \frac{1}{2}[K(\Phi, \Phi^*)]_D \quad (4.91)$$

όπου σε αυτή την περίπτωση το υπερδυναμικό f είναι τυχαία συνάρτηση αριστερόστροφων πεδίων αλλά όχι των παραγώγων τους, και το δυναμικό Kahler είναι μια τυχαία συνάρτηση των Φ, Φ^* αλλά όχι των παραγώγων τους. Αυτή η περίπτωση προκύπτει στις ενεργές θεωρίες πεδίου, των οποίων οι συμμετρίες αποκλείουν κάθε επακανονικοποιήσιμη αλληλεπίδραση, ή στις οποίες οι επακανονικοποιήσιμες αλληλεπιδράσεις είναι πάρα πολύ μικρές.

Τα πεδία ύλης βρίσκονται σε χειραλικές πολλαπλότητες οι οποίες κάτω από μετασχηματισμούς βαθμίδας μετασχηματίζονται ως:

$$\Phi \rightarrow e^{-ig\Lambda} \Phi \quad (4.92)$$

με $\Lambda = \Lambda^\alpha T^\alpha$, όπου Λ^α χειραλικά υπερπεδία και T^α οι γεννήτορες της αναπαράστασης τους Φ . Τα πεδία βαθμίδας ανήκουν σε διανυσματικές υπερπολλαπλότητες V^α . Αν $V = V^\alpha T^\alpha$ είναι η D συνιστώσα $(\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta})$ της έκφρασης:

$$\int d^4x [\Phi^\dagger e^{gV} \Phi] \quad (4.93)$$

τότε είναι υπερσυμμετρικά αναλλοίωτη κάτω από μετασχηματισμούς βαθμίδας μόνο αν το V μετασχηματίζεται ως:

$$e^{gV} \rightarrow e^{-ig\Lambda^\dagger} e^{gV} e^{ig\Lambda} \quad (4.94)$$

Το κανονικοποιημένο μέρος της κινητικής ενέργειας των πεδίων βαθμίδας και των υπερσυμμετρικών συντρόφων τους περιέχεται στην υπερσυμμετρική ερμιτιανή δράση:

$$\frac{1}{4g^2} \int d^4x \{Tr(W^\alpha W_\alpha)_{\theta\theta} + h.c.\} \quad (4.95)$$

Η συνολική δράση, η οποία είναι και υπερσυμμετρικά αναλλοίωτη και κάτω από μετασχηματισμούς βαθμίδας, συμπεριλαμβανομένων και των πεδίων ύλης έχει την μορφή:

$$\begin{aligned} S_{SUSY} &= \int d^4x \mathcal{L}_{SUSY} = \\ &= \int d^4x \left\{ \frac{1}{4g^2} [Tr(W^\alpha W_\alpha)_{\theta\theta} + h.c.] + \sum_i \left(\Phi_i^\dagger e^{gV} \Phi_i \right)_{\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}} + [f(\Phi_i)_{\theta\theta} + h.c.] \right\} \end{aligned} \quad (4.96)$$

όπου $f(\Phi_i)$ είναι το υπερδυναμικό και μια χειραλική συνάρτηση του ορίσματος της,

$$f(\Phi_i) = c_i \Phi_i + \frac{m_{ij}}{2} \Phi_i \Phi_j + \frac{\lambda_{ijk}}{3!} \Phi_i \Phi_j \Phi_k \quad (4.97)$$

με $c_i, m_{ij}, \lambda_{ijk}$ συντελεστές που σέβονται την συμμετρία βαθμίδας. Μπορεί ναδειχθεί ότι η απαραίτητη συνθήκη για επακανονικοποιήσιμη δράση απαγορεύει την ύπαρξη στην λαγκρατζιανή δυνάμεων του Φ μεγαλύτερων από 3. Στην βαθμίδα Wess-Zumino η λαγκρατζιανή είναι επακανονικοποιήσιμη και μπορεί να εκφραστεί συναρτήσει των συνιστωσών ($g \rightarrow 2g$):

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{SUSY} &= -\frac{1}{4} (F_{\mu\nu}^\alpha)^2 + \left(\frac{i}{2} \bar{\lambda}^\alpha \bar{\sigma}^\mu D_\mu \lambda^\alpha + h.c. \right) \\ &+ (D_\mu A_i)^\dagger (D_\mu A_i) + \frac{i}{2} (\bar{\psi}_i \bar{\sigma}^\mu D_\mu \psi_i + h.c.) \\ &- \frac{1}{2} \left[\frac{\partial^2 f(A)}{\partial A_i \partial A_j} \psi_i \psi_j + i\sqrt{2} \frac{\partial D^\alpha}{\partial A_i} \psi_i \lambda^\alpha + h.c. \right] - V(F, F^\dagger, D) \end{aligned} \quad (4.98)$$

όπου:

$$\begin{aligned} D_\mu \begin{pmatrix} \psi_i \\ A_i \end{pmatrix} &= (\partial_\mu - igT^\alpha V_\mu^\alpha) \begin{pmatrix} \psi_i \\ A_i \end{pmatrix} \\ D_\mu \lambda^\alpha &= \partial_\mu \lambda^\alpha + gf^{abc} V_\mu^b \lambda^c \\ F_{\mu\nu}^\alpha &= \partial_\mu V_\nu^\alpha - \partial_\nu V_\mu^\alpha + gf^{abc} V_\mu^b V_\nu^c \end{aligned} \quad (4.99)$$

με f^{abc} σταθερές δομής. Το $V(F, F^\dagger, D)$ ονομάζεται βαθμωτό δυναμικό και στην υπερσυμμετρία είναι πάντα θετικά ορισμένο, και δίνεται από την σχέση:

$$V(F, F^\dagger, D) = \sum_i F_i^\dagger F_i + \frac{1}{2} \sum_\alpha (D^\alpha)^2 \quad (4.100)$$

όπου τα “βοηθητικά” (auxiliary) πεδία F , $F^\dagger$, D^α που εμφανίζονται, καθορίζονται από τις εξισώσεις κίνησης:

$$F_i^\dagger = -\frac{\partial f(A)}{\partial A_i}, \quad D^\alpha = -g \sum_i \left(A_i^\dagger T^{(\alpha)} A_i \right) \quad (4.101)$$

Εάν είναι γνωστή η συμμετρία βαθμίδας, τότε από την Εξ. 4.98 μπορούμε να κατασκευάσουμε το αντίστοιχο υπερσυμμετρικό μοντέλο. Επίσης, μπορούμε να κατασκευάσουμε τους κανόνες Feynman της $N = 1$ υπερσυμμετρικής θεωρίας, χρησιμοποιώντας υπερπεδία αντί για τα συνηθισμένα πεδία. Σε κάθε βαθμωτό A_i (2 βαθμοί ελευθερίας) αντιστοιχεί ένα φερμιόνιο Weyl και σε κάθε διανυσματικό μποζόνιο V_μ^α ένα φερμιόνιο βαθμίδας (gaugino) $\lambda^{(\alpha)}$. Τα $\lambda^{(\alpha)}$ ανήκουν στην αυτοπροσαρτημένη αναπαράσταση της ομάδας βαθμίδας όπως ακριβώς και τα μποζόνια βαθμίδας. Οι ιδιοτιμές των μαζών για φερμιόνια και μποζόνια, ικανοποιούν τον κανόνα:

$$\text{Str} M^2 \equiv \text{Supertrace} M^2 = \sum_i (-1)^{2j} (2j+1) m_j^2 = 0 \quad (4.102)$$

Δηλαδή, μποζόνια και φερμιόνια έχουν την ίδια μάζα. Τέλος, αν η ομάδα βαθμίδας περιέχει μια $U(1)_Y$ ομάδα που χαρακτηρίζεται από μια σταθερά g_Y τότε μπορεί να έχει έναν επιπλέον όρο στην λαγκραντζιανή:

$$\delta \mathcal{L} = \xi_Y D_Y \equiv 2\xi_Y V^{(Y)}|_{\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}} \quad (4.103)$$

και η εξίσωση κίνησης για το D_Y είναι:

$$D_Y = -g_Y \sum_i Y_i A_i^\dagger - \xi_Y \quad (4.104)$$

Ο όρος αυτός ονομάζεται όρος *Fayet-Iliopoulos* [177].

4.1.5 Παραβίαση της υπερσυμμετρίας

Σε μια υπερσυμμετρική θεωρία θα πρέπει να ικανοποιείται η Εξ. 4.24, δηλαδή θα πρέπει οι μάζες των υπερσυμμετρικών εταίρων να είναι ίσες με τις συνηθισμένες μάζες του ΚΠ. Αυτό βέβαια δεν είναι ρεαλιστικό, καθώς δεν παρατηρούνται στην φύση, σε αυτές τις ενεργειακές κλίμακες. Έτσι, είναι φανερό ότι η υπερσυμμετρία δεν είναι μια ακριβής συμμετρία και θα πρέπει να είναι παραβιασμένη. Παρόλα αυτά, σε πολλές περιπτώσεις αποδεικνύεται ότι το αυθόρμητο σπάσιμο δημιουργεί μια ενεργό λαγκρατζιανή στις χαμηλές ενέργειες η οποία είναι υπερσυμμετρική εκτός από συγκεκριμένους ήπιους όρους (*soft terms*) που την παραβιάζουν. Το ήπιο σπάσιμο επιτυγχάνεται προσθέτοντας όρους στην λαγκρατζιανή οι οποίοι δεν εισάγουν τετραγωνικές αποκλίσεις. Με τον όρο “ήπιοι” εννοούμε ότι οι νέοι αυτοί όροι διατηρούν την διαγραφή των τετραγωνικών αποκλίσεων και δεν γεννούν καινούριες. Αναλυτικοί υπολογισμοί δείχνουν ότι εισάγοντας όρους μάζας για τους βαθμωτούς υπερσυμμετρικούς εταίρους όπως επίσης και τριγραμμικές ζεύξεις για αυτούς, οι τετραγωνικές αποκλίσεις συνεχίζουν να απαλείφονται. Το αποτέλεσμα αυτό ισχύει σε όλες τις τάξεις της θεωρίας διαταραχών. Επίσης, έχει αποδειχθεί ότι η πιο γενική θεωρία η οποία δεν χαρακτηρίζεται από τετραγωνικές αποκλίσεις είναι η υπερσυμμετρία με έναν περιορισμένο αριθμό από ήπιους όρους [178–180]. Ουσιαστικά, οι όροι που μπορούν να προστεθούν που σπάνε την υπερσυμμετρία είναι οι εξής [181]:

$$m^2 AA^\dagger, \quad m^2 (A^2 + A^{\dagger 2}), \quad g (A^3 + A^{\dagger 3}) m_g \lambda \lambda \quad (4.105)$$

όπου το A δηλώνει ένα μιγαδικό βαθμωτό πεδίο και το λ ένα φερμιόνιο βαθμίδας. Μια συμμετρία που σπάει λόγω της παρουσίας των όρων αυτών λέμε ότι είναι *ήπια σπασμένη*. Να σημειώσουμε επίσης ότι απαγορεύεται να προσθέσουμε όρους μάζας για τα φερμιόνια, πέρα από αυτούς που ήδη υπάρχουν στο υπερδυναμικό.

Από την άλγεβρα της υπερσυμμετρίας, που έχουμε ήδη μελετήσει στο εδάφιο 4.1.2, προκύπτει ότι η χαμιλτονιανή του συστήματος δίνεται από την σχέση:

$$H = P^0 = \frac{1}{4} \sum_{\alpha=1}^2 (Q_\alpha^\dagger Q_\alpha + Q_\alpha Q_\alpha^\dagger) \geq 0 \quad (4.106)$$

Το P^0 είναι άθροισμα τετραγώνων και άρα είναι μια θετικά ορισμένη ποσότητα. Αν για μια φυσική κατάσταση η ενέργεια είναι μηδέν τότε αυτή είναι βασική κατάσταση του συστήματος και η υπερσυμμετρία δεν έχει σπάσει, και αντίστροφα, αν η βασική κατάσταση του συστήματος είναι υπερσυμμετρική, τότε $Q_\alpha |0\rangle = \bar{Q}_\alpha |0\rangle = 0$, οπότε

η Εξ. 4.106 δίνει $E_{vac} = \langle 0 | H | 0 \rangle = 0$. Δηλαδή, με άλλα λόγια, η υπερσυμμετρία θα είναι αυθόρμητα σπασμένη αν και μόνο αν, η ενέργεια του κενού είναι θετική (βλέπε Σχ. 4.8) [182]. Η Εξ. 4.106 προκύπτει ως εξής:

$$\begin{aligned} \{Q_A, \bar{Q}_{\dot{B}}\} &= 2\sigma_{A\dot{B}}^\mu P_\mu \Rightarrow \{Q_A, \bar{Q}_{\dot{B}}\} (\bar{\sigma}^\nu)^{\dot{B}A} = 2 \left(\sigma_{A\dot{B}}^\mu \right) (\bar{\sigma}^\nu)^{\dot{B}A} P_\mu = \\ &= 2Tr [\sigma^\mu \bar{\sigma}^\nu] P_\mu = 4\eta^{\mu\nu} P_\mu = 4P_\nu \end{aligned} \quad (4.107)$$

και για $\nu = 0$ είναι:

$$P^0 = H = \frac{1}{4} \{Q_A, \bar{Q}_{\dot{B}}\} (\bar{\sigma}^0)^{\dot{B}A} = \frac{1}{4} (Q_1 \bar{Q}_{\dot{1}} + \bar{Q}_{\dot{1}} Q_1 + Q_2 \bar{Q}_{\dot{2}} + \bar{Q}_{\dot{2}} Q_2) \quad (4.108)$$

αφού $\bar{\sigma}^0 = I_{2 \times 2}$. Έτσι λοιπόν, ένα υπερσυμμετρικό κενό υπονοεί ότι τα υπερφορτία $Q_A, \bar{Q}_{\dot{A}}$ εξαφανίζονται στο κενό, $E_{vac} = \langle 0 | H | 0 \rangle = 0$. Συνεπώς, για μια θεωρία με βαθμωτά υπερπεδία μπορεί να μην υπάρχει σπάσιμο της υπερσυμμετρίας ούτε εσωτερικής συμμετρίας, αλλά μπορεί και να συμβαίνει σπάσιμο κάποιας εσωτερικής συμμετρίας αλλά όχι της υπερσυμμετρίας. Υπάρχει επίσης και η περίπτωση κατά την οποία η υπερσυμμετρία είναι σπασμένη, ενώ η ενέργεια κενού είναι διάφορη του μηδενός.

Η ενέργεια κενού της θεωρίας μελετάται από το δυναμικό για το οποίο η έκφραση στο επίπεδο δένδρου είναι η Εξ. 4.98. Είναι ένα άθροισμα θετικά ορισμένων όρων και το αυθόρμητο σπάσιμο της υπερσυμμετρίας απαιτεί $V_{\min} \equiv f^2 > 0$ που σημαίνει ότι $\langle F_i \rangle \neq 0$ ή/και $\langle D^a \rangle \neq 0$ στο ελάχιστο. Όταν $\langle F_i \rangle \neq 0$ το σπάσιμο ονομάζεται σπάσιμο τύπου F (*O' Raifeartaigh*) και όταν $\langle D^a \rangle \neq 0$ σπάσιμο τύπου D (*Fayet-Iliopoulos*).

Σαν παράδειγμα, μπορούμε να δούμε, ότι είναι δυνατόν από τις Εξ. 4.100, 4.101 να προκύψει ένα δυναμικό της μορφής:

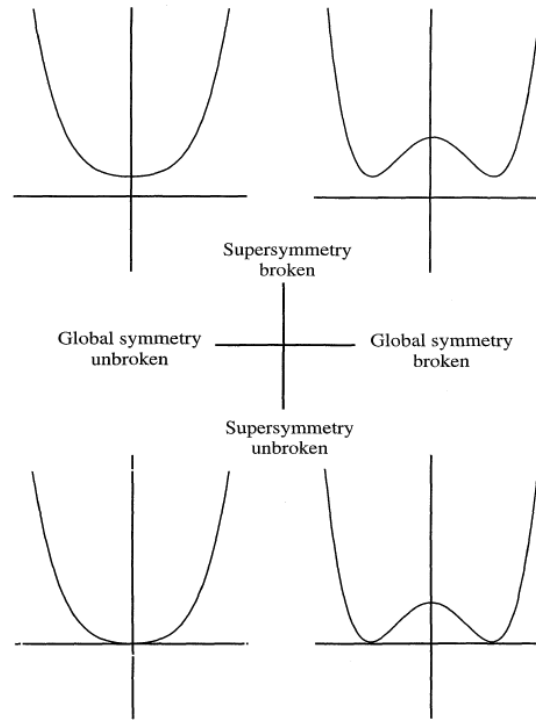
$$V(x, y) = \sum_i |f_i(x)|^2 + \sum_n \left| \sum_i y_i \frac{\partial f_i(x)}{\partial x_n} \right| \quad (4.109)$$

Το δυναμικό ελαχιστοποιείται διαλέγοντας τα x_n έτσι ώστε να ελαχιστοποιείται ο πρώτος όρος. Ότι τιμές και να δίνει αυτό στο x_n , ο δεύτερος όρος μπορεί πάντα να ελαχιστοποιηθεί παίρνοντας $y_i = 0$. Είτε η υπερσυμμετρία μπορεί να σπάσει αυθόρμητα είτε όχι, αυτά τα μοντέλα έχουν την παράξενη ιδιότητα να υπάρχουν πάντα διευθύνσεις στο χώρο των υπερπεδίων στις οποίες το ελάχιστο του δυναμικού να είναι επίπεδο. Έτσι, οποιεσδήποτε τιμές x_{n0} του x_n ελαχιστοποιούν τον πρώτο όρο, ο δεύτερος όρος μηδενίζεται όχι μόνο για $y_i = 0$ αλλά και για κάθε διάνυσμα σε μια

διεύθυνση κάθετη σε όλα τα διανύσματα:

$$(u^n)_i = \left[\frac{\partial f_i(x)}{\partial x_n} \right]_{x=x_0} \quad (4.110)$$

Αν υπάρχουν N_X υπερπεδία X_n και N_Y υπερπεδία Y_i με $N_Y > N_X$, τότε τα u^n δεν μπορούν να αναπτύξουν τον χώρο των y και έτσι θα υπάρχουν τουλάχιστον $N_Y - N_X$ “επίπεδες διευθύνσεις”. Έτσι, όταν αναφέρουμε D και F “επίπεδες διευθύνσεις” εννοούμε τα πεδία για τα οποία οι D , F -όροι μηδενίζονται στο δυναμικό 4.100. Για παράδειγμα, στο δυναμικό 4.100 μπορεί να ελαχιστοποιηθεί ο πρώτος όρος για κάποιο $\langle A_i \rangle$, ενώ ο δεύτερος όρος μπορεί να μηδενιστεί όχι μόνο για $\langle A_i \rangle = 0$ αλλά και για κάθε A_i κάθετο στο $T^\alpha \langle A_i \rangle$. Θα μπορούσαμε να πούμε ότι η υπερσυμμετρία σπάει εάν υπάρχουν A_i για τα οποία μερικές συμμετρίες βαθμίδας είναι σπασμένες $T^\alpha \langle A_i \rangle \neq 0$. Αυτό όμως δεν συμβαίνει, όχι μόνο στην προσέγγιση δένδρου, αλλά σε καμία τάξη της θεωρίας διαταραχών, κάτι που προκύπτει από τα διαταραχτικά μη επακανονικοποιήσιμα θεωρήματα. Έτσι, συμπερασματικά αναφέρουμε ότι αν η υπερσυμμετρία είναι ή όχι αυθόρμητα σπασμένη είναι ένα θέμα απόλυτα ισοδύναμο με την ερώτηση αν το κενό έχει θετικά ορισμένη ενέργεια ή μηδέν. Η παραπάνω επιχειρηματολογία με την ενέργεια κενού φαίνεται στο Σχ. 4.8.



Σχήμα 4.8: Η ενέργεια κενού ως κριτήριο για την αυθόρμητη παραβίαση της υπερσυμμετρίας.

4.2 Ελάχιστα υπερσυμμετρικό καθιερωμένο πρότυπο

4.2.1 Βασικά στοιχεία

Το κίνητρο για την αρχική εισαγωγή της υπερσυμμετρίας σε ενέργειες της τάξεως της κλίμακας στην οποία παραβιάζεται η ηλεκτρασθενής συμμετρία, ήταν η απαλοιφή των τετραγωνικών αποκλίσεων. Αυτό οδηγεί και στην λύση του προβλήματος της ιεραρχίας (βλέπε εδάφιο 2.4.4) όπως περιγράψαμε αναλυτικά στο εδάφιο 4.1.1. Ένας άλλος βασικός λόγος βασίζεται στο θεώρημα [173], το οποίο μας λέει ότι η μεγαλύτερη συμμετρία που μπορεί να έχει μια ΚΘΠ είναι ένα γινόμενο μιας συμμετρίας βαθμίδας, μιας συμμετρίας Poincare και της υπερσυμμετρίας. Οι δύο πρώτες συμμετρίες ικανοποιούνται στο ΚΠ, οπότε το ερώτημα είναι αν η τρίτη συμμετρία που επιτρέπεται από το θεώρημα των Haag, Sohnius, Lopuszanski μπορεί να μας δώσει μια πληρέστερη και καλύτερη περιγραφή της φύσης.

Όπως έχουμε ήδη δει στο εδάφιο 4.1.5, η δράση ενός υπερσυμμετρικού προτύπου θα πρέπει να έχει όρους οι οποίοι σέβονται την υπερσυμμετρία αλλά και επιπλέον ήπιους όρους οι οποίοι την παραβιάζουν χωρίς όμως την δημιουργία τετραγωνικών αποκλίσεων. Το επόμενο θέμα, είναι να δούμε το πως παραβιάζεται η ηλεκτρασθενής συμμετρία $SU(2) \times U(1)$. Όμως, όπως φαίνεται αυτή η παραβίαση είναι εντελώς ανεξάρτητη από την παραβίαση της υπερσυμμετρίας. Ωστόσο, το γεγονός ότι οι μάζες των υπερσωματιδίων θα πρέπει να έχουν τιμές γύρω από την ηλεκτρασθενή κλίμακα, μας κάνει να υποψιαζόμαστε ότι οι δύο παραβιάσεις συνδέονται μεταξύ τους. Και όντως, όπως θα δούμε, όταν η υπερσυμμετρία είναι παραβιασμένη, τότε και η ηλεκτρασθενής συμμετρία $SU(2) \times U(1)$ θα είναι παραβιασμένη σαν αποτέλεσμα χβαντικών διορθώσεων.

Καθορισμός του μοντέλου

Όπως είναι φανερό και από το όνομα του, το *Ελάχιστα Υπερσυμμετρικό Καθιερωμένο Πρότυπο* (*Minimal Supersymmetric Standard Model - MSSM*), το οποίο αναπτύχθηκε το 1981, είναι μια υπερσυμμετρική εκδοχή του ΚΠ, όπου με τον όρο απλό εννοούμε ότι θέλουμε την ύπαρξη όσο το δυνατόν λιγότερων υπερπεδίων [183–185]. Αφού τα πεδία της ύλης (κουάρκ και λεπτόνια) στο ΚΠ ανήκουν σε διαφορετική αναπαράσταση της ομάδας συμμετρίας από τα μποζόνια βαθμίδας, θα πρέπει και εδώ να

αντιστοιχούν σε διαφορετική αναπαράσταση των υπερπεδίων. Για παράδειγμα, κανένα φερμιόνιο του ΚΠ δεν μπορεί να ταυτισθεί με τον υπερσυμμετρικό εταίρο ενός μποζονίου βαθμίδας (gaugino). Μια γενιά του ΚΠ περιγράφεται στο MSSM από πέντε χειραλικά υπερπεδία: Το Q το οποίο περιέχει τις $SU(2)$ δυάδες των κουάρκ και των υπερσυμμετρικών εταίρων τους s -κουάρκ, τα U^c και D^c που περιέχουν τις μονάδες των κουάρκ και s -κουάρκ, το L το οποίο περιέχει τις $SU(2)$ δυάδες των λεπτονίων και των s -λεπτονίων, και το E^c υπερπεδίο που περιέχει την μονάδα λεπτονίων και s -λεπτονίων. Φυσικά, χρειαζόμαστε τρεις γενιές για να περιγράψουμε όλη την ύλη του ΚΠ. Όλες οι χειραλικές υπερπολλαπλότητες του MSSM φαίνονται στον Πίνακα 4.2.

Υπερπεδία	Συστατικά	$SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$
$Q_r^{i,\alpha}$	$\begin{pmatrix} \tilde{u} \\ \tilde{d} \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L$	$(3, 2, \frac{1}{6})$
$D_{r,\alpha}^c$	$\tilde{d}^c, d^c$	$(\bar{3}, 1, -\frac{2}{3})$
$U_{r,\alpha}^c$	$\tilde{u}^c, u^c$	$(\bar{3}, 1, \frac{1}{3})$
E_r^c	$\tilde{e}^c, e^c$	$(1, 1, 1)$
L_r^i	$\begin{pmatrix} \tilde{\nu}_e \\ \tilde{e} \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L$	$(1, 2, -\frac{1}{2})$
H_1^i	$\begin{pmatrix} \tilde{H}_1^0 \\ \tilde{H}_1^- \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} H_1^0 \\ H_1^- \end{pmatrix}$	$(1, 2, -\frac{1}{2})$
H_2^i	$\begin{pmatrix} \tilde{H}_2^+ \\ \tilde{H}_2^0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} H_2^+ \\ H_2^0 \end{pmatrix}$	$(1, 2, \frac{1}{2})$

Πίνακας 4.2: Οι χειραλικές υπερπολλαπλότητες του MSSM όπου $r, s, t, \dots = 1, 2, 3$ οι δείκτες της οικογένειας των κουάρκ και λεπτονίων, $i, j, k = 1, 2$ οι δείκτες της αναπαράστασης $SU(2)$ και $\alpha, \beta, \gamma = 1, 2, 3$ οι δείκτες της $SU(3)$ αναπαράστασης.

Για τις αλληλεπιδράσεις των μποζονίων βαθμίδας χρειαζόμαστε διανυσματικά υπερπεδία. Συγκεκριμένα, χρειαζόμαστε 8 gluinos $\tilde{G}^{(R)}$ σαν εταίρους των 8 γκλουονίων της κβαντικής χρωμοδυναμικής, 3 winos $\tilde{W}^{(\Gamma)}$ σαν εταίρους των μποζονίων βαθμίδας της $SU(2)$ και ένα bino $\tilde{B}$ σαν εταίρο του μποζονίου βαθμίδας της συμμετρίας $U(1)$. Τα winos και τα binos δεν είναι γενικά φυσικές ιδιοκαταστάσεις των μαζών. Θα αναμιγνύονται με άλλα πεδία που έχουν το ίδιο φορτίο αλλά διαφορετικούς κβαντικούς αριθμούς κάτω από την συμμετρία $SU(2) \times U(1)_Y$. Όλες οι διανυσματικές

υπερπολλαπλότητες φαίνονται στον Πίνακα 4.3.

Υπερπεδία	Συστατικά	$SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$
V_1	$\tilde{B}, B_\mu$	$(1, 1, 0)$
$V_2^{(\Gamma)}$	$\tilde{W}^{(\Gamma)}, W^{(\Gamma)}$	$(1, 3, 0)$
$V_3^{(R)}$	$\tilde{G}^{(R)}, G_\mu^{(R)}$	$(8, 1, 0)$

Πίνακας 4.3: Οι διανυσματικές υπερπολλαπλότητες του MSSM όπου $R, S, Q, \dots = 1, \dots, 8$ οι δείκτες της ομάδας $SU(3)$ και $A, B, \Gamma = 1, 2, 3$ οι δείκτες της ομάδας $SU(2)$.

Οι υπερσυμμετρικές θεωρίες Yang-Mills περιέχουν οπότε δύο βασικούς τύπους πεδίων:

- Τις διανυσματικές πολλαπλότητες βαθμίδας $(\lambda^\alpha, V_\mu^\alpha)$ στην αυτοπροσαρτημένη αναπαράσταση της ομάδας βαθμίδας G .
- Τις πολλαπλότητες ύλης σε μια επιλεγμένη αναπαράσταση της $G(A_i, \psi_i)$, με τα A_i, ψ_i να βρίσκονται στα χειραλικά υπερπεδία, όπου A_i μιγαδικά βαθμωτά πεδία και ψ_i φερμιονικά πεδία.

Έτσι, στην περίπτωση όπου τα πεδία του μοντέλου είναι αυτά των Πινάκων 4.2, 4.3. είναι:

$$\begin{aligned}
 A_i : \tilde{L}_r^{i,\alpha}, \tilde{Q}_r^{i,\alpha}, \tilde{U}_{r,\alpha}^c, \tilde{D}_{r,\alpha}^c, \tilde{E}_r^c, H_1^i, H_2^i &\rightarrow \text{μποζόνια} \quad s = 0 \\
 \psi_i : L_r^{i,\alpha}, Q_r^{i,\alpha}, U_{r,\alpha}^c, D_{r,\alpha}^c, E_r^c, \tilde{H}_1^i, \tilde{H}_2^i &\rightarrow \text{φερμιόνια} \quad s = \frac{1}{2} \\
 \lambda^\alpha : \tilde{B}, \tilde{W}, \tilde{G} &\rightarrow \text{φερμιόνια} \quad s = \frac{1}{2}
 \end{aligned} \tag{4.111}$$

Οπότε, βασιζόμενοι στην Εξ. 4.98 και χρησιμοποιώντας τα παραπάνω πεδία προκύπτει η λαγκρατζιανή του MSSM άμεσα. Άρα, το υπερδυναμικό του MSSM που προκύπτει το οποίο σέβεται την διατήρηση του λεπτονικού και του βαρυονικού αριθμού είναι:

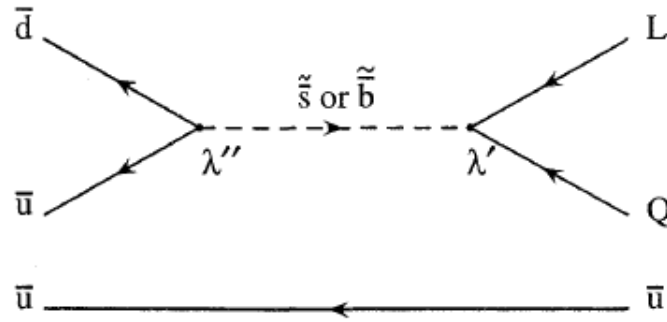
$$W = Y_u^{rs} Q_r^{j,\alpha} U_{s,\alpha}^c H_2^i \varepsilon_{ij} + Y_d^{rs} Q_r^{j,\alpha} D_{s,\alpha}^c H_1^i \varepsilon_{ij} + Y_e^{rs} L_r^j E_s^c H_1^i \varepsilon_{ij} + \mu \varepsilon_{ij} H_1^i H_2^j \tag{4.112}$$

Οι πίνακες $Y_{u,d,e}$ έχουν διάσταση 3×3 και γενικά είναι μιγαδικοί. Οι δείκτες $r, s, \dots = 1, 2, 3$ μας δείχνουν την οικογένεια των κουάρκ και των λεπτονίων, ενώ οι δείκτες $i, j, \dots = 1, 2$ και $\alpha, \beta, \dots = 1, 2, 3$ συμβολίζουν τις αναπαράστασεις της ομάδας $SU(2)$ και $SU(3)$ αντίστοιχα. Στην πραγματικότητα, θα μπορούσαμε να προσθέσουμε και επιπλέον όρους στην Εξ. 4.112 οι οποίοι θα είναι αναλλοίωτοι κάτω από την συμμετρία

βαθμίδας $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ αλλά και επακανονικοποιήσιμοι:

$$W' = \frac{1}{2} \lambda_{rst} L_r^i L_s^j E_t^c \varepsilon_{ij} + \lambda'_{rst} L_r^i Q_s^{j,\alpha} D_t^{c,\alpha} \varepsilon_{ij} + \frac{1}{2} \lambda''_{rst} U_r^{c,\alpha} D_s^{c,\beta} D_t^{c,\gamma} \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} + k_r L_r^i H_{2i} \quad (4.113)$$

Τέτοιοι όροι όμως οδηγούν στην παραβίαση του βαρυονικού και του λεπτονικού αριθμού και οδηγούν σε γρήγορη διάσπαση του πρωτονίου όπως φαίνεται και στο Σχ. 4.9. Συνήθως, σε αυτές τις περιπτώσεις γίνεται η υπόθεση ότι κάποιες συμμετρίες απαγορεύουν την εμφάνιση τέτοιου είδους όρων. Προφανώς αυτές οι συμμετρίες μπορεί να είναι ο λεπτονικός και ο βαρυονικός αριθμός. Ωστόσο, υπάρχουν αμφιβολίες σχετικά με το αν είναι πιθανό να έχουμε ακριβείς συνεχείς εκτεταμένες συμμετρίες.



Σχήμα 4.9: Διάγραμμα το οποίο συνεισφέρει στην διάσπαση του πρωτονίου όταν η R -ομοτιμία είναι παραβιασμένη.

R -ομοτιμία

Παρ' όλα αυτά, οι όροι 4.113 μπορούν να αποφευχθούν αν επιβάλουμε μια διακριτή εκτεταμένη συμμετρία που ονομάζεται R -ομοτιμία (R -parity), η οποία ορίζεται ως:

$$R = (-1)^{3B+L+S} \quad (4.114)$$

όπου B ο βαρυονικός αριθμός με:

$$B(Q_r) = +\frac{1}{3}, \quad B(U_r^c, D_r^c) = -\frac{1}{3}, \quad B(L_r, E_r^c) = 0 \quad (4.115)$$

και L ο λεπτονικός αριθμός με:

$$L(L_r) = +1, \quad L(E_r^c) = -1, \quad L(Q_r, U_r^c, D_r^c) = 0 \quad (4.116)$$

ενώ S είναι το γνωστό σπιν του σωματιδίου. Έτσι, για παράδειγμα, το ηλεκτρόνιο έχει $R = 1$ ενώ το s -ηλεκτρόνιο έχει $R = -1$. Το ίδιο συμβαίνει για όλα τα σωματίδια και τα υπερσωματίδια.

Η R -ομοτιμία δεν απαγορεύει όρους με διάσταση $d > 4$ οι οποίοι παραβιάζουν τον λεπτονικό και βαρυονικό αριθμό. Η ύπαρξη κάποιου μηχανισμού σε υψηλή κλίμακα M που σχετίζεται με αυτή την παραβίαση οδηγεί σε τελεστές που εμφανίζονται στην ενεργό λαγκρατζιανή του ΚΠ με συντελεστές $\sim M^{d-4}$. Στην μη υπερσυμμετρική εκδοχή του ΚΠ, αυτοί είναι διάστασης 6 [186, 187] ενώ στην υπερσυμμετρική εκδοχή υπάρχουν και διάστασης 5 [188, 189]. Οι υπερσυμμετρικοί τελεστές διάστασης 5 που μπορούν να σχηματιστούν από χειραλικά υπερπεδία είναι της μορφής $(\Phi^*\Phi\Phi)_D$ και $(\Phi\Phi\Phi\Phi)_F$ καθώς και οι ερμιτιανοί συζυγείς αυτών. Δεν θεωρούνται τελεστές που περιέχουν παραγώγους ή πεδία βαθμίδας γιατί αυτοί δεν προσφέρουν καμία πρόσθετη πιθανότητα για μη διατήρηση λεπτονικού ή βαρυονικού αριθμού. Οι όροι διάστασης 5 που διατηρούν την R -ομοτιμία είναι:

$$(LLH_2H_2)_F \quad (4.117)$$

$$(L\tilde{E}H_2^*)_D, (Q, DH_2^*)_D, (Q, \tilde{U}H_1^*)_D, (QQ\tilde{U}D)_F, (Q\tilde{U}L\tilde{E})_F \quad (4.118)$$

$$(QQQL)_F, (\tilde{U}\tilde{U}\tilde{D}\tilde{E})_F \quad (4.119)$$

Ο όρος 4.117 είναι η υπερσυμμετρική εκδοχή του τελεστή διάστασης 5 που θα δώσει μια μικρή μάζα στα νετρίνα σε ορισμένες θεωρίες [186, 187]. Οι τελεστές 4.119 προσφέρουν καινούριους μηχανισμούς για την παραβίαση του βαρυονικού και του λεπτονικού αριθμού. Φυσικά, είναι πιθανό οι διαδικασίες που υποθέτουν την παραβίαση του βαρυονικού αριθμού να απαγορεύονται λόγω της ύπαρξης κάποιου νόμου διατήρησης. Μια τέτοια θεωρία είναι η θεωρία χορδών την οποία θα δούμε περιγραφικά στο επόμενο κεφάλαιο (βλέπε εδάφιο 5.2.1), όπου είναι εναντίον της διατήρησής του βαρυονικού αριθμού ως βασική εκτεταμένη συνεχής συμμετρία, όμως τίποτα δεν απαγορεύει οι τελεστές 4.119 να διαγράφονται λόγω μιας Z_3 συμμετρίας [190].

Κανένα από τα κουάρκ και τα λεπτονικά πεδία του ΚΠ δεν ανήκουν στην συζυγή αναπαράσταση της $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$, έτσι δεν είναι μπορούν να είναι υπερσυμμετρικοί εταίροι γνωστών διανυσματικών μποζονίων και για αυτό ορίστηκαν να περιέχονται σε χειραλικά βαθμωτά υπερπεδία. Ορίστηκαν οπότε τα $U_i, D_i, \tilde{U}_i, \tilde{D}_i, E_i, \tilde{E}_i$ σαν τα υπερπεδία των οποίων οι συνιστώσες ψ_L είναι τα γνωστά αριστερόστροφα πεδία των κουάρκ και αντι-κουάρκ, λεπτονίων και αντι-λεπτονίων. Να σημειώσουμε επίσης, ότι χρειάζονται 2 διπλέτες Higgs για να δοθούν οι απαραίτητες μάζες των φερμιονίων. Ο λόγος είναι πως η υπερσυμμετρία δεν επιτρέπει την χρήση του μιγαδικού συζυγή στην κατασκευή του υπερδυναμικού. Επίσης, τα 2 πεδία Higgs χρειάζονται έτσι ώστε να επιτευχθεί και η απαραίτητη διαγραφή των ανωμαλιών.

Πλήρης λαγκρατζιανή του MSSM

Βασιζόμενοι στην Εξ. 4.98, και χρησιμοποιώντας το υπερδυναμικό 4.112 θεωρώντας ότι οι 3×3 πίνακες Yukawa $Y_{e,d,u}^{rs}$ είναι διαγώνιοι, $Y_{e,d,u}^{rs} = \delta_{rs} Y_{e,d,u}^{rs}$ (όχι άθροισμα στα r, s), μπορούμε να γράψουμε για την λαγκρατζιανή του MSSM:

$$\mathcal{L}_{MSSM} = \mathcal{L}_{KIN} + \mathcal{L}_{INT} + \mathcal{L}_{SUSY} + \mathcal{L}_{SOFT} + \mathcal{L}_{GF} + \mathcal{L}_{GHOSTS} \quad (4.120)$$

όπου:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{KIN} = & -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^{\alpha} F^{\alpha\mu\nu} + \left(\frac{i}{2} \bar{\lambda}^{\alpha} \bar{\sigma}^{\mu} D_{\mu} \lambda^{\alpha} + h.c. \right) + \\ & + (\partial_{\mu} A_i - ig A_{\mu}^{\alpha} T^{\alpha} A_i)^{\dagger} (\partial^{\mu} A_i - ig A^{\alpha\mu} T^{\alpha} A_i) + \\ & + \left[\frac{i}{2} \bar{\psi}_i \bar{\sigma}^{\mu} (\partial_{\mu} \psi_i - ig A_{\mu}^{\alpha} T^{\alpha} \psi_i) + h.c. \right] \end{aligned} \quad (4.121)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{INT} = & i\sqrt{2} g A_i^{\dagger} T^{\alpha} \psi_i \lambda^{\alpha} - i\sqrt{2} g \bar{\lambda}^{\alpha} T^{\alpha} A_i \bar{\psi}_i - \\ & - \left(\frac{1}{2} \frac{\partial^2 f(A)}{\partial A_i \partial A_j} \psi_i \psi_j + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \bar{f}(A)}{\partial A_i^{\dagger} \partial A_j^{\dagger}} \bar{\psi}_i \bar{\psi}_j \right) \end{aligned} \quad (4.122)$$

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_{SUSY} = & V_{SUSY} = V_f + V_D = \\ = & \sum_i \left| \frac{\partial f(A)}{\partial A_i} \right|^2 + \sum_l \frac{g_l^2}{2} \sum_{\alpha} \left(\sum_{i,j} A_i^* T_{l,\alpha}^{ij} A_j \right)^2 \end{aligned} \quad (4.123)$$

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_{SOFT} = & V_{SOFT} = \left[\frac{1}{2} M_1 \tilde{B} \tilde{B} + \frac{1}{2} M_2 \tilde{W}^{(\Gamma)} \tilde{W}^{(\Gamma)} + \frac{1}{2} M_3 \tilde{G}^{(R)} \tilde{G}^{(R)} + h.c. \right] + \\ & + m_{H_1}^2 |H_1|^2 + m_{H_2}^2 |H_2|^2 + \\ & + \sum_{r=1}^3 \left[m_{\tilde{Q}_r}^2 |\tilde{Q}_r|^2 + m_{\tilde{L}_r}^2 |\tilde{L}_r|^2 + m_{\tilde{E}_r^c}^2 |\tilde{E}_r^c|^2 + m_{\tilde{U}_r^c}^2 |\tilde{U}_r^c|^2 + m_{\tilde{D}_r^c}^2 |\tilde{D}_r^c|^2 \right] + \\ & + \sum_{r=1}^3 \left(Y_e^r A_e^r \tilde{L}_r^j \tilde{E}_r^c H_1^i \varepsilon_{ij} + Y_d^r A_d^r \tilde{Q}_r^j \tilde{D}_r^c H_1^i \varepsilon_{ij} + Y_u^r A_u^r \tilde{Q}_r^j \tilde{U}_r^c H_2^i \varepsilon_{ij} + h.c. \right) + \\ & + (\mu B H_1^i H_2^j \varepsilon_{ij} + h.c.) \end{aligned} \quad (4.124)$$

όπου $\tau^{(\Gamma)}$ και $\lambda^{(R)}$ οι γνωστοί πίνακες Pauli και Gell-Mann αντίστοιχα.

$$\mathcal{L}_{GF} = \frac{1}{2} \xi (\partial_{\mu} B_{\mu})^2 + \frac{1}{2} \xi (\partial_{\mu} W_{\mu}^{(\Gamma)})^2 + \frac{1}{2} \xi (\partial_{\mu} G_{\mu}^{(R)})^2 \quad (4.125)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{GHOSTS} = & \bar{c}_2^{(\Gamma)} \left[-\partial^2 \delta^{\Gamma E} - g_2 \varepsilon_{\Gamma \Delta E} \partial^{\mu} W_{\mu}^{(\Delta)} \right] c_2^{(E)} + \\ & + \bar{c}_3^{(R)} \left[-\partial^2 \delta^{RQ} - g_2 f^{RSQ} \partial^{\mu} G_{\mu}^{(S)} \right] c_3^{(Q)} \end{aligned} \quad (4.126)$$

Πιο συγκεκριμένα, αν στο MSSM αναπτύξουμε όλα τα πεδία, τότε οι υπόλοιποι μη αναπτυγμένοι όροι της λαγκρατζιανής παίρνουν την εξής πλήρη μορφή:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{KIN} = & -\frac{1}{4}(\partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu)^2 - \frac{1}{4}\left(\partial_\mu W_\nu^{(\Gamma)} - \partial_\nu W_\mu^{(\Gamma)} + g_2 \varepsilon_{\Gamma\Theta\Pi} W_\mu^{(\Theta)} W_\nu^{(\Pi)}\right)^2 - \\
& -\frac{1}{4}\left(\partial_\mu G_\nu^{(R)} - \partial_\nu G_\mu^{(R)} + g_3 f_{RSQ} G_\mu^{(S)} G_\nu^{(Q)}\right)^2 + \left(\frac{i}{2}\bar{B}\bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \tilde{B} + h.c.\right) + \\
& + \left[\frac{i}{2}\bar{W}^{(\Gamma)}\bar{\sigma}^\mu \left(\partial_\mu \tilde{W}^{(\Gamma)} + g_2 \varepsilon_{\Gamma\Theta\Pi} W_\mu^{(\Theta)} \tilde{W}^{(\Pi)}\right) + h.c.\right] + \\
& + \left[\frac{i}{2}\bar{G}^{(R)}\bar{\sigma}^\mu \left(\partial_\mu \tilde{G}^{(R)} + g_3 f_{RSQ} G_\mu^{(S)} \tilde{G}^{(Q)}\right) + h.c.\right] + \\
& + \left|\partial_\mu \tilde{L}_r + \frac{ig}{2}B_\mu \tilde{L}_r - \frac{ig_2}{2}W_\mu^{(\Gamma)}\tau^{(\Gamma)}\tilde{L}_r\right|^2 + \left|\partial_\mu \tilde{E}_r^c - igB_\mu \tilde{E}_r^c\right|^2 + \\
& + \left|\partial_\mu \tilde{Q}_r + \frac{ig}{6}B_\mu \tilde{Q}_r - \frac{ig_2}{2}W_\mu^{(\Gamma)}\tau^{(\Gamma)}\tilde{Q}_r - \frac{ig_3}{2}G_\mu^{(R)}\lambda^{(R)}\tilde{Q}_r\right|^2 + \\
& + \left|\partial_\mu \tilde{U}_r^c + \frac{2ig}{3}B_\mu \tilde{U}_{rr}^c - \frac{ig_3}{2}G_\mu^{(R)}\left[\lambda^{(R)}\right]^* \tilde{U}_r^c\right|^2 + \\
& + \left|\partial_\mu \tilde{D}_r^c - \frac{ig}{3}B_\mu \tilde{D}_r^c - \frac{ig_3}{2}G_\mu^{(R)}\left[\lambda^{(R)}\right]^* \tilde{D}_r^c\right|^2 + \\
& + \left|\partial_\mu H_1 + \frac{ig}{2}B_\mu H_1 - \frac{ig_2}{2}W_\mu^{(\Gamma)}\tau^{(\Gamma)}H_1\right|^2 + \\
& + \left|\partial_\mu H_2 - \frac{ig}{2}B_\mu H_2 - \frac{ig_2}{2}W_\mu^{(\Gamma)}\tau^{(\Gamma)}H_2\right|^2 + \\
& + \left\{\frac{i}{2}\bar{L}_r\bar{\sigma}^\mu \left[\partial_\mu L_r + \frac{ig}{2}B_\mu L_r - \frac{ig_2}{2}W_\mu^{(\Gamma)}\tau^{(\Gamma)}L_r\right] + h.c.\right\} + \\
& + \left\{\frac{i}{2}\bar{E}_r^c\bar{\sigma}^\mu [\partial_\mu E_r^c - igB_\mu E_r^c] + h.c.\right\} + \\
& + \left\{\frac{i}{2}\bar{Q}_r\bar{\sigma}^\mu \left[\partial_\mu Q_r - \frac{ig}{6}B_\mu Q_r - \frac{ig_2}{2}W_\mu^{(\Gamma)}\tau^{(\Gamma)}Q_r - \frac{ig_3}{2}G_\mu^{(R)}\lambda^{(R)}Q_r\right] + h.c.\right\} + \\
& + \left\{\frac{i}{2}\bar{U}_r^c\bar{\sigma}^\mu \left[\partial_\mu U_r^c + \frac{2ig}{3}B_\mu U_r^c - \frac{ig_3}{2}G_\mu^{(R)}\left(\lambda^{(R)}\right)^* U_r^c\right] + h.c.\right\} + \\
& + \left\{\frac{i}{2}\bar{D}_r^c\bar{\sigma}^\mu \left[\partial_\mu D_r^c - \frac{ig}{3}B_\mu D_r^c - \frac{ig_3}{2}G_\mu^{(R)}\left(\lambda^{(R)}\right)^* D_r^c\right] + h.c.\right\} + \\
& + \left\{\frac{i}{2}\bar{H}_1\bar{\sigma}^\mu \left[\partial_\mu \tilde{H}_1 + \frac{ig}{2}B_\mu \tilde{H}_1 - \frac{ig_2}{2}W_\mu^{(\Gamma)}\tau^{(\Gamma)}\tilde{H}_1\right] + h.c.\right\} + \\
& + \left\{\frac{i}{2}\bar{H}_2\bar{\sigma}^\mu \left[\partial_\mu \tilde{H}_2 - \frac{ig}{2}B_\mu \tilde{H}_2 - \frac{ig_2}{2}W_\mu^{(\Gamma)}\tau^{(\Gamma)}\tilde{H}_2\right] + h.c.\right\}
\end{aligned} \tag{4.127}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{INT} = & -\mu\varepsilon_{ij}\tilde{H}_1^i\tilde{H}_2^j - \sum_{r=1}^3 Y_e^r \tilde{H}_1^i L_r^j \tilde{E}_r^c \varepsilon_{ij} - \\
& - \sum_{r=1}^3 Y_e^r \tilde{H}_1^i E_r^c L_r^j \varepsilon_{ij} - \sum_{r=1}^3 Y_d^r \tilde{H}_1^i Q_r^{j,\alpha} \tilde{D}_{r,\alpha}^c \varepsilon_{ij} - \\
& - \sum_{r=1}^3 Y_d^r \tilde{H}_1^i D_{r,\alpha}^c \tilde{Q}_r^{j,\alpha} \varepsilon_{ij} - \sum_{r=1}^3 Y_u^r \tilde{H}_2^i Q_r^j \tilde{U}_{r,\alpha}^c \varepsilon_{ij} - \\
& - \sum_{r=1}^3 Y_u^r \tilde{H}_2^i U_{r,\alpha}^c \tilde{Q}_r^{j,\alpha} \varepsilon_{ij} - \sum_{r=1}^3 Y_e^r L_r^i E_r^c H_1^j \varepsilon_{ji} - \\
& - \sum_{r=1}^3 Y_u^r U_{r,\alpha}^c Q_r^{j,\alpha} H_2^i \varepsilon_{ij} - \sum_{r=1}^3 Y_d^r Q_r^{i,\alpha} D_{r,\alpha}^c H_1^j \varepsilon_{ji} + \\
& + i\sqrt{2}g\left(\tilde{E}_r^c\right)^* E_r^c \tilde{B} - \frac{i}{\sqrt{2}}g\left(\tilde{L}_r^i\right)^* L_r^i \tilde{B} + \\
& + \frac{i}{\sqrt{2}}g_2\left(\tilde{L}_r^i\right)^* \tau_{ij}^{(\Gamma)} L_r^j \tilde{W}^{(\Gamma)} + \frac{i}{3\sqrt{2}}g\left(\tilde{Q}_r^{i,\alpha}\right)^* Q_r^{i,\alpha} \tilde{B} + \\
& + \frac{i}{\sqrt{2}}g_2\left(\tilde{Q}_r^{i,\alpha}\right)^* \tau_{ij}^{(\Gamma)} \tilde{Q}_r^{j,\alpha} \tilde{W}^{(\Gamma)} + \frac{i}{\sqrt{2}}g_3\left(\tilde{Q}_r^{i,\alpha}\right)^* \lambda_{\alpha\beta}^{(R)} Q_r^{i,\beta} \tilde{G}^{(R)} - \\
& - \frac{2i\sqrt{2}}{3}g\left(\tilde{U}_{r,\alpha}^c\right)^* U_{r,\alpha}^c \tilde{B} + \frac{i}{\sqrt{2}}g_3\left(\tilde{U}_{r,\alpha}^c\right)^* \left(\lambda_{\alpha\beta}^{(R)}\right)^* U_{r,\beta}^c \tilde{G}^{(R)} + \\
& + \frac{i\sqrt{2}}{3}g\left(\tilde{D}_{r,\alpha}^c\right)^* D_{r,\alpha}^c \tilde{B} + \frac{i}{\sqrt{2}}g_3\left(\tilde{D}_{r,\alpha}^c\right)^* \left(\lambda_{\alpha\beta}^{(R)}\right)^* D_{r,\beta}^c \tilde{G}^{(R)} - \\
& - \frac{i}{\sqrt{2}}g\left(H_1^i\right)^* \tilde{H}_1^i \tilde{B} + \frac{i}{\sqrt{2}}g_2\left(H_1^i\right)^* \tau_{ij}^{(\Gamma)} \tilde{H}_1^j \tilde{W}^{(\Gamma)} + \\
& + \frac{i}{\sqrt{2}}g\left(H_2^i\right)^* \tilde{H}_2^i \tilde{B} + \frac{i}{\sqrt{2}}g_2\left(H_2^i\right)^* \tau_{ij}^{(\Gamma)} \tilde{H}_2^j \tilde{W}^{(\Gamma)} + \\
& + h.c.
\end{aligned} \tag{4.128}$$

$$\begin{aligned}
V_F = & \left| \sum_{r=1}^3 \left(Y_e^r \tilde{L}_r^j \tilde{E}_r^c + Y_d^r \tilde{Q}_r^{j,\alpha} \tilde{D}_{r,\alpha}^c \right) \varepsilon_{ij} + \mu H_2^j \varepsilon_{ij} \right|^2 + \sum_{r=1}^3 \left| Y_e^r H_1^j \tilde{E}_r^c \varepsilon_{ij} \right|^2 + \\
& + \left| \sum_{r=1}^3 \left(Y_u^r \tilde{Q}_r^{j,\alpha} \tilde{U}_{r,\alpha}^c \right) \varepsilon_{ij} - \mu H_1^j \varepsilon_{ij} \right|^2 + \sum_{r=1}^3 \left| Y_d^r \tilde{D}_{r,\alpha}^c H_1^j \varepsilon_{ji} + Y_u^r \tilde{U}_{r,\alpha}^c H_2^j \varepsilon_{ji} \right|^2 + \\
& + \sum_{r=1}^3 \left| Y_e^r H_1^i \tilde{L}_r^j \varepsilon_{ij} \right|^2 + \sum_{r=1}^3 \left| Y_d^r H_1^i \tilde{Q}_r^{j,\alpha} \varepsilon_{ij} \right|^2 + \sum_{r=1}^3 \left| Y_u^r H_2^i \tilde{Q}_r^{j,\alpha} \varepsilon_{ij} \right|^2
\end{aligned} \tag{4.129}$$

$$\begin{aligned}
V_D = & \frac{g^2}{8} \left[\left| \tilde{L}_r \right|^2 - 2 \left| \tilde{E}_r^c \right|^2 - \frac{1}{3} \left| \tilde{Q}_r \right|^2 - \frac{2}{3} \left| \tilde{D}_r^c \right|^2 + \frac{4}{3} \left| \tilde{U}_r^c \right|^2 + |H_1|^2 - |H_2|^2 \right]^2 + \\
& + \frac{g_2^2}{8} \left[2 \left| \tilde{L}_r^\dagger \tilde{L}_s \right|^2 - \left(\left| \tilde{L}_r \right|^2 \right)^2 + 2 \left| \tilde{Q}_r^{\alpha\dagger} \tilde{Q}_s^b \right|^2 - \left(\left| \tilde{Q}_r \right|^2 \right)^2 \right] + \\
& + \frac{g_2^2}{8} \left[\left(|H_1|^2 \right)^2 + \left(|H_2|^2 \right)^2 + 4 \left| \tilde{L}_r^\dagger \tilde{Q}_s^\alpha \right|^2 - 2 \left| \tilde{L}_r \right|^2 \left| \tilde{Q}_r \right|^2 + 4 \left| H_1^\dagger \tilde{L}_r \right|^2 \right] + \\
& + \frac{g_2^2}{8} \left[-2 |H_1|^2 \left| \tilde{L}_r \right|^2 + 4 \left| H_2^\dagger \tilde{L}_r \right|^2 - 2 |H_2|^2 \left| \tilde{L}_r \right|^2 + 4 \left| H_1^\dagger \tilde{Q}_r^\alpha \right|^2 - 2 |H_1|^2 \left| \tilde{Q}_r \right|^2 \right] + \\
& + \frac{g_2^2}{8} \left[4 \left| H_2^\dagger \tilde{Q}_r^\alpha \right|^2 - 2 |H_2|^2 \left| \tilde{Q}_r \right|^2 + 4 \left| H_1^\dagger H_2 \right|^2 - 2 |H_1|^2 |H_2|^2 \right] + \\
& + \frac{g_3^2}{6} \left[\left| \tilde{Q}_r \right|^2 \left| \tilde{U}_s^c \right|^2 + \left| \tilde{Q}_r \right|^2 \left| \tilde{D}_s^c \right|^2 - \left| \tilde{D}_r^c \right|^2 \left| \tilde{U}_s^c \right|^2 - \frac{1}{2} \left(\left| \tilde{Q}_r \right|^2 \right)^2 \right] + \\
& + \frac{g_3^2}{6} \left[-\frac{1}{2} \left(\left| \tilde{D}_r^c \right|^2 \right)^2 - \frac{1}{2} \left(\left| \tilde{U}_r^c \right|^2 \right)^2 + \frac{3}{2} \left| \tilde{D}_r^{\dagger c} \tilde{D}_s^c \right|^2 + 3 \left| \tilde{D}_r^{\dagger c} \tilde{U}_s^c \right|^2 + \frac{3}{2} \left| \tilde{U}_r^{\dagger c} \tilde{U}_s^c \right|^2 + \frac{3}{2} \left| \tilde{Q}_r^{\dagger i} \tilde{Q}_s^k \right|^2 \right] + \\
& + \frac{g_3^2}{6} \left[-3 \left| \tilde{Q}_r^{iT} \tilde{D}_s^c \right|^2 - 3 \left| \tilde{Q}_r^{iT} \tilde{U}_s^c \right|^2 \right]
\end{aligned} \tag{4.130}$$

Το βαθμωτό δυναμικό του MSSM έχει συνεισφορές από τους υπερσυμμετρικούς F -όρους από τον πρώτο όρο της Εξ. 4.100, από υπερσυμμετρικούς D -όρους από τον δεύτερο όρο της Εξ. 4.100, καθώς και από όρους από το μέρος της λαγκρατζιανής που σπάει την υπερσυμμετρία. Οπότε, έχουμε ότι:

$$V = V_F + V_D + V_{SOFT} \tag{4.131}$$

Μπορούμε να μεταβούμε απευθείας στις ιδιοκαταστάσεις μαζών των διανυσματικών μποζονίων αν αντικαταστήσουμε την συναλλοίωτη παράγωγο D_μ :

$$D_\mu = \partial_\mu - \frac{ig_2}{\sqrt{2}} (W_\mu^+ T^+ + W_\mu^- T^-) - \frac{ig_2}{\cos \theta_W} Z_\mu (T_3 - \sin^2 \theta_W Q) - ieQ A_\mu \tag{4.132}$$

όπου φυσικά:

$$T^\pm = \frac{1}{2} (\sigma^1 \pm i\sigma^2), \quad T^+ = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad T^- = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \tag{4.133}$$

e η ζεύξη του ηλεκτρομαγνητισμού και:

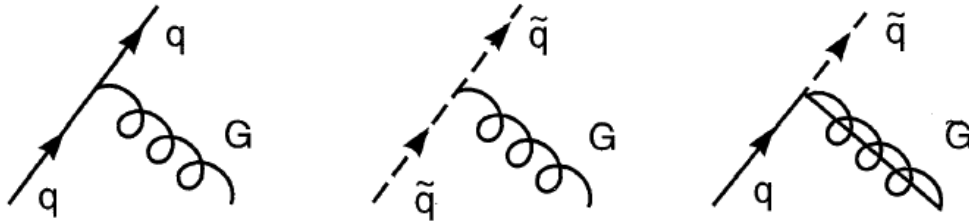
$$g_2 = \frac{e}{\sin \theta_W}, \quad \sin^2 \theta_W = \frac{g^2}{g^2 + g_2^2} \tag{4.134}$$

Το υπερφορτίο Y , η τρίτη συνιστώσα του ισοσπίν T_3 και το φορτίο $Q = T_3 + \frac{Y}{2}$ του κάθε σωματίου φαίνεται στον Πίνακα 4.4.

Πεδία	$\frac{Y}{2}$	T_3	Q
$u, \tilde{u}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$
$d, \tilde{d}$	$\frac{1}{6}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$
$u^c, \tilde{u}^c$	$-\frac{2}{3}$	0	$-\frac{2}{3}$
$d^c, \tilde{d}^c$	$\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$
$\nu, \tilde{\nu}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$e, \tilde{e}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0
$e^c, \tilde{e}^c$	1	0	1
$H_1^0, \tilde{H}_1^0$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$H_1^-, \tilde{H}_1^-$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	-1
$H_2^+, \tilde{H}_2^+$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	+1
$H_2^0, \tilde{H}_2^0$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0

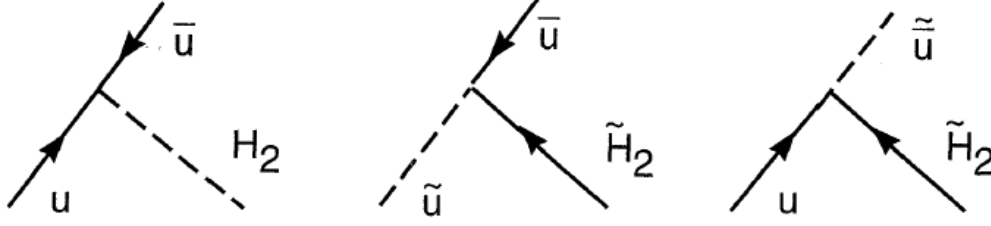
Πίνακας 4.4: Το υπερφορτίο Y , η τρίτη συνιστώσα του ισοσπίν T_3 και το φορτίο $Q = T_3 + \frac{Y}{2}$ του κάθε σωματίου στο MSSM.

Η επιλογή του δυναμικού της Εξ. 4.112 οδηγεί στην διατήρηση της R -ομοτιμίας. Να σημειώσουμε επίσης πως οι αλληλεπιδράσεις που περιγράφονται από τις Εξ. 4.127 και 4.128 περιέχουν μόνο όρους από άρτιο αριθμό από υπερσωμάτια και το ίδιο συμβαίνει και από τις αλληλεπιδράσεις που παράγονται από το δυναμικό 4.129, και 4.130. Αυτό σημαίνει ότι στο MSSM τα υπερσωμάτια θα παράγονται κατά ζεύγη. Για παράδειγμα θα μπορούσαμε να πάρουμε ένα ζευγάρι από s -ηλεκτρόνια από την διάσπαση ενός μποζονίου Z , όπως φαίνεται και από την Εξ. 4.127. Μερικές από τις νέες αυτές αλληλεπιδράσεις φαίνονται στα Σχ. 4.10 και 4.11.



Σχήμα 4.10: Μερικές από τις κορυφές οι οποίες γεννιούνται από τους υπερσυμμετρικούς όρους της Εξ. 4.127. Όλες οι κορυφές είναι ανάλογες της σταθεράς της ισχυρής ζεύξης g_3 .

Τέλος, ένα υπερσυμμετρικό σωματίδιο μπορεί να διασπαστεί μόνο σε περιττό αριθμό από άλλα υπερσωμάτια και σε οποιοδήποτε αριθμό από σωματίδια του ΚΠ. Για



Σχήμα 4.11: Μερικές από τις κορυφές οι οποίες γεννιούνται από το υπερδυναμικό 4.112 του MSSM. Όλες οι κορυφές είναι ανάλογες με την ζεύξη Yukawa. Παρατηρούμε επίσης τον άρτιο αριθμό των υπερσωματιών σε κάθε κορυφή.

παραδείγμα ένα s -κουάρκ θα πρέπει να διασπάται σε ένα higgsino και σε ένα κουάρκ μέσω αλληλεπιδράσεων Yukawa όπως φαίνεται στο Σχ. 4.11 και όπως περιγράφεται από την Εξ. 4.128. Έτσι, στο MSSM το ελαφρύτερο υπερσυμμετρικό σωματίο (LSP) δεν θα μπορεί να διασπαστεί παραπέρα. Αυτή η παρατήρηση μπορεί να μας οδηγήσει στον διαχωρισμό των υπερσυμμετρικών σωματιδίων από τα συνήθη σωματίια στους επιταχυντές, καθώς αν όλα τα υπερσωματίδια διασπώνται τελικά σε ένα τουλάχιστον LSP και κάποιο αριθμό από σωματίδια του KΠ τότε κάθε υπερσυμμετρικό γεγονός θα συνοδεύεται από απώλεια ενέργειας.

4.2.2 Αυθόρμητο σπάσιμο της ηλεκτρασθενούς συμμετρίας

Η ηλεκτρασθενής συμμετρία $SU(2) \times U(1)_Y$ πρέπει, όπως γνωρίζουμε, να σπάσει αυθόρμητα. Για αυτό το λόγο θεωρούνται 2 πεδία Higgs:

$$H_1 = \begin{pmatrix} H_1^0 \\ H_1^- \end{pmatrix}, \quad H_2 = \begin{pmatrix} H_2^+ \\ H_2^0 \end{pmatrix} \quad (4.135)$$

Επίσης, είναι απαραίτητο το βαθμωτό δυναμικό να έχει το απόλυτο ελάχιστο του μακριά από το μηδέν. Το βαθμωτό δυναμικό της Εξ. 4.131, για την περίπτωση που εξαρτάται μόνο από τα πεδία Higgs, έχει την μορφή:

$$\begin{aligned} V = V_F + V_D + V_{SOFT} = & (m_{H_1}^2 + \mu^2) |H_1|^2 + (m_{H_2}^2 + \mu^2) |H_2|^2 + \\ & + \mu B \epsilon_{ij} H_1^j H_2^i + \mu B \epsilon_{ij} \bar{H}_2^j \bar{H}_1^i + \\ & + \frac{1}{8} (g^2 + g_2^2) (|H_2|^2 - |H_1|^2)^2 + \frac{g_2^2}{2} |H_2^+ H_1|^2 \end{aligned} \quad (4.136)$$

όπου συνήθως ορίζουμε $m_1 = m_{H_1}^2 + \mu^2$ και $m_2 = m_{H_2}^2 + \mu^2$. Επειδή αναζητούμε το ελάχιστο εκεί που η ηλεκτρομαγνητική θεωρία παραμένει αναλλοίωτη, θεωρούμε

μόνο ουδέτερα πεδία. Αυτό επιτυγχάνεται με έναν $SU(2)$ μετασχηματισμό βαθμίδας επιλέγοντας $\langle H^- \rangle = \langle H^+ \rangle = 0$. Οπότε:

$$H_1 = \begin{pmatrix} v_1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad H_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ v_2 \end{pmatrix} \quad (4.137)$$

Για αυτές τις διευθύνσεις, το δυναμικό γράφεται:

$$V = \frac{g^2 + g_2^2}{8} (v_2^2 - v_1^2)^2 + (v_2 v_1) \begin{pmatrix} \mu^2 + m_{H_2}^2 & -B\mu \\ -B\mu & \mu^2 + m_{H_1}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_2 \\ v_1 \end{pmatrix} \quad (4.138)$$

Για να μπορέσουν οπότε τα μποζόνια Higgs να αποκτήσουν VEV θα πρέπει η ορίζουσα:

$$\det \begin{pmatrix} \mu^2 + m_{H_2}^2 & -B\mu \\ -B\mu & \mu^2 + m_{H_1}^2 \end{pmatrix} < 0 \quad (4.139)$$

να είναι αρνητική. Ωστόσο, υπάρχει κίνδυνος η διεύθυνση $v_2 = v_1$, στην οποία ο πρώτος όρος τέταρτης τάξης του δυναμικού μηδενίζεται, να μην περιορίζεται με κάτω όριο. Για να μην συμβεί αυτό πρέπει:

$$\mu^2 + m_{H_2}^2 + \mu^2 + m_{H_1}^2 > 2\mu B \quad (4.140)$$

οπότε με αυτή την συνθήκη, τα m_1, m_2 δεν μπορούν να πάρουν αρνητικές τιμές. Οπότε, γράφοντας στην συνέχεια την Εξ. 4.139 συναρτήσει των m_1, m_2 έχουμε:

$$m_1^2 m_2^2 < (\mu B)^2 \quad (4.141)$$

Οι συνθήκες 4.140, 4.141 δεν ικανοποιούνται ταυτόχρονα για $m_1^2 = m_2^2$. Επιπλέον αυτό ισχύει και όταν οι υπερσυμμετρικές συνεισφορές στα m_1^2, m_2^2 είναι οι ίδιες. Κάθε διαφορά στις δύο αυτές ποσότητες πρέπει να οφείλεται σε συνεισφορές που προέρχονται από το μέρος της λαγκρατζιανής το οποίο σπάει την υπερσυμμετρία. Δηλαδή, στο MSSM υπάρχει σχέση μεταξύ του σπασίματος μιας συμμετρίας βαθμίδας και του σπασίματος της υπερσυμμετρίας, καθώς το σπάσιμο μιας συμμετρίας βαθμίδας δεν είναι δυνατό χωρίς το σπάσιμο της υπερσυμμετρίας.

Η μάζα του Z διανυσματικού μποζονίου βαθμίδας παίρνει την σωστή της τιμή για:

$$v_2 = \frac{v}{\sqrt{2}} \sin \beta, \quad v_1 = \frac{v}{\sqrt{2}} \cos \beta, \quad v \sim 250 \text{ GeV} \quad (4.142)$$

Άρα, η ελαχιστοποίηση του δυναμικού 4.138 μέσω της σχέσης $\frac{\partial V}{\partial v_2} = \frac{\partial V}{\partial v_1} = 0$, με χρήση των 4.142 θα δώσει:

$$\begin{aligned} \mu^2 &= -\frac{M_Z^2}{2} + \frac{m_{H_1}^2 - m_{H_2}^2 \tan^2 \beta}{\tan^2 \beta - 1} \\ 2B\mu &= (2\mu^2 + m_{H_2}^2 + m_{H_1}^2) \sin 2\beta \end{aligned} \quad (4.143)$$

Μηχανισμός διαστατικής μετάλλαξης

Η απλή υπερσυμμετρική εκδοχή του ΚΠ μπορεί να οδηγήσει σε σπάσιμο της ηλεκτρασθενής συμμετρίας μέσω κβαντικών διορθώσεων, όταν η υπερσυμμετρία είναι παραβιασμένη [191–193]. Το ενεργό δυναμικό Higgs σε τάξη ενός βρόγχου, μπορεί να εκφραστεί σαν άθροισμα του δυναμικού σε επίπεδο δένδρου συν τις κβαντικές διορθώσεις που προέρχονται από το άθροισμα των διαγραμμάτων ενός βρόγχου με μηδενικές εξωτερικές ορμές:

$$V_{loop} = V_{tree}(Q) + \Delta V_1(Q) \quad (4.144)$$

όπου το δεύτερο μέλος είναι ανεξάρτητο από την ενέργεια Q στο επίπεδο του ενός βρόγχου. Η διόρθωση ενός βρόγχου δίνεται από την σχέση:

$$\begin{aligned} \Delta V_1(Q) &= \frac{1}{64\pi^2} Str \left\{ M^4 \left(\ln \frac{M^2}{Q^2} - \frac{3}{2} \right) \right\} = \\ &= \frac{1}{64\pi^2} \sum_p (-1)^{2s_p} (2s_p + 1) m_p^4 \left(\ln \frac{M_p^2}{Q^2} - \frac{3}{2} \right) \end{aligned} \quad (4.145)$$

όπου M^2 οι πίνακες μαζών στο τετράγωνο, οι οποίοι εξαρτώνται από τα πεδία και m_p^2 είναι οι ιδιοτιμές των μαζών του p σωματιδίου με σπιν s_p . Το δυναμικό Higgs σε επίπεδο δένδρου είναι:

$$\begin{aligned} V_{tree}(Q) &= m_1^2 H_1^\dagger(Q) H_1(Q) + m_2^2 H_2^\dagger(Q) H_2(Q) + \\ &+ m_3^2(Q) [H_1^i(Q) H_2^j(Q) \varepsilon_{ij} + h.c.] + \\ &+ \frac{1}{8} g^2(Q) \left[|H_1^2(Q)|^2 - |H_2^2(Q)|^2 \right]^2 + \\ &+ \frac{1}{8} g_2^2(Q) \left[|H_1(Q)|^4 + |H_2(Q)|^4 + 4 |H_1^\dagger(Q) H_2(Q)|^2 \right] + \\ &+ \frac{1}{8} g_2^2(Q) [-2 |H_1(Q)|^2 |H_2(Q)|^2] \end{aligned} \quad (4.146)$$

όπου:

$$\begin{aligned} m_1^2(Q) &= m_{H_1}^2(Q) + \mu^2(Q) \\ m_2^2(Q) &= m_{H_2}^2(Q) + \mu^2(Q) \\ m_3^2(Q) &= \mu(Q) B(Q) \end{aligned} \quad (4.147)$$

Οι παράμετροι στο δυναμικό θεωρούνται ως “τρέχων”, δηλαδή μεταβάλλονται με την κλίμακα σύμφωνα με τις εξισώσεις της ΟΕ. Επειδή η κλίμακα στην οποία σπάσει η ηλεκτρασθενής συμμετρία είναι μικρή, θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί η ΟΕ έτσι ώστε

να εξελιχθούν οι παράμετροι του δυναμικού σε μια βολική κλίμακα, όπως η M_Z , όπου είναι γνωστές οι πειραματικές τιμές των σταθερών ζεύξης.

Πιο συγκεκριμένα, αν ορίσουμε:

$$\bar{m}_i^2 = m_i^2 + \frac{\partial \Delta V_1}{\partial v_i^2} \quad (4.148)$$

με $v_1 = \langle H_1^0 \rangle$, $v_2 = \langle H_2^0 \rangle$ και:

$$\frac{\partial \Delta V_1}{\partial v_i^2} = \frac{1}{32\pi^2} \sum_p (-1)^{2s_p} (2s_p - 1) m_p^2 \left(\ln \frac{m_p^2}{Q^2} - 1 \right) \frac{\partial m_p^2}{\partial v_i^2} \quad (4.149)$$

τότε η ελαχιστοποίηση του δυναμικού θα μας δώσει τις συνθήκες:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} M_Z^2 &= \frac{\bar{m}_1^2 - \bar{m}_2^2 \tan^2 \beta}{\tan^2 \beta - 1} \\ \sin 2\beta &= -\frac{2\mu B}{\bar{m}_1^2 + \bar{m}_2^2} \end{aligned} \quad (4.150)$$

όπου:

$$\begin{aligned} M_Z^2(Q) &= \frac{1}{2} [g^2(Q) + g_2^2(Q)] [v_1^2(Q) + v_2^2(Q)] \\ \tan \beta &= \frac{v_2}{v_1} \end{aligned} \quad (4.151)$$

Αυτό που αποδεικνύεται από την αριθμητική λύση των εξισώσεων, είναι ότι η παράμετρος m_2^2 μπορεί να πάρει αρνητικές τιμές σε χαμηλές ενέργειες αν και μόνο αν η μάζα του top κουάρκ είναι αρκετά μεγάλη. Επιπλέον η μάζα m_1 καθώς και οι μάζες των s -κουάρκ και s -λεπτονίων παραμένουν θετικές σε όλο το φάσμα ενεργειών. Η εξέλιξη των μαζών σε σχέση με την ενέργεια φαίνεται στο Σχ. 4.12.

Έτσι, από την Εξ. 4.146, η ενέργεια Q_b στην οποία λαμβάνει χώρα η παραβίαση της ηλεκτρασθενούς συμμετρίας, καθορίζεται από την συνθήκη:

$$m_1^2(Q_b) + m_2^2(Q_b) - m_3^4(Q_b) = 0 \quad (4.152)$$

Άρα, αν δώσουμε κατάλληλες τιμές στις ελεύθερες παραμέτρους της θεωρίας τότε μπορούμε να λάβουμε την σωστή μάζα για το διανυσματικό μποζόνιο βαθμίδας M_Z που παρατηρούμε και πειραματικά.

Στο επίπεδο δένδρου μπορούμε να θεωρήσουμε την κρίσιμη ενέργεια Q_s . Όπως φαίνεται και από την Εξ. 4.146, το δυναμικό δεν μπορεί να είναι φραγμένο από κάτω αν ισχύει:

$$m_1^2(Q_s) + m_2^2(Q_s) - 2|m_3^2(Q_s)| < 0 \quad (4.153)$$

Από την συνθήκη 4.152 συμπεραίνουμε ότι θα ισχύει $m_1^2 + m_2^2 \leq 0$, και άρα θα πρέπει η συνθήκη 4.153 να ισχύει για ενέργειες $Q_s < Q_b$ (βλέπε Σχ. 4.13).

Επίσης, πρέπει να αναφέρουμε πως για να έχουμε απαλοιφή των τετραγωνικών αποκλίσεων θα πρέπει να έχουμε ότι $M_{SUSY} \sim 1TeV$. Έτσι, θα έχουμε 3 περιπτώσεις:

1. $M_{SUSY} < Q_s < Q_b$
2. $Q_s < M_{SUSY} < Q_b$
3. $Q_s < Q_b < M_{SUSY}$

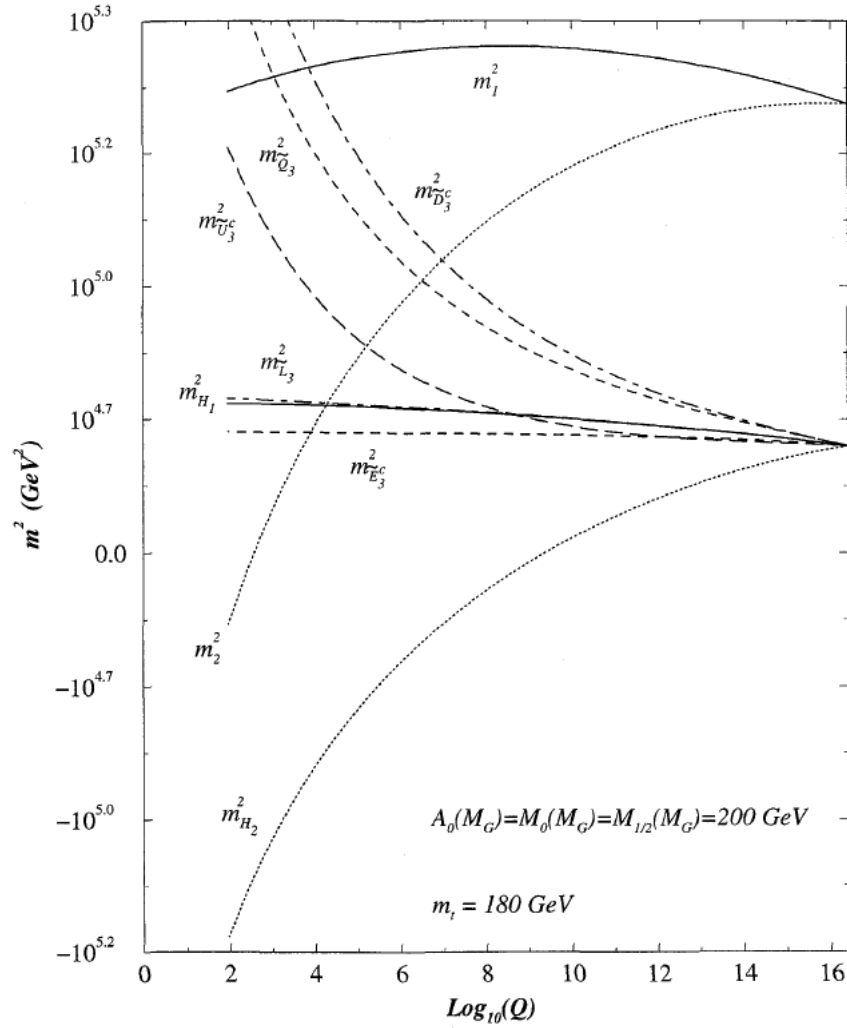
Στην πρώτη περίπτωση υπάρχει φαινομενολογικό πρόβλημα καθώς το φάσμα των μαζών είναι αρκετά χαμηλό και αποκλείεται από το πείραμα [194]. Στην τρίτη περίπτωση, για ενέργειες μικρότερες από M_{SUSY} , τα υπερσυμμετρικά σωματίδια αποζευγνύονται από την θεωρία και παγώνουν σε αυτή την ενέργεια. Όμως, σε αυτή την ενέργεια το πρόσημο της μάζας m_2^2 δεν έχει αλλάξει, και συνεπώς δεν θα έχουμε παραβίαση της ηλεκτρασθενούς συμμετρίας (βλέπε Σχ. 4.12). Έτσι, μένει η δεύτερη περίπτωση με την οποία και θα ασχοληθούμε.

Να τονίσουμε επίσης ότι η επιτυχία του μηχανισμού εξαρτάται από την ζεύξη Yukawa του top κουάρκ και κατά συνέπεια από την μάζα του top κουάρκ. Για να γίνει η μάζα m_2^2 αρνητική ώστε να πυροδοτηθεί η παραβίαση της ηλεκτρασθενούς συμμετρίας, και να ικανοποιηθούν οι συνθήκες 4.150, θα πρέπει η μάζα του top κουάρκ να είναι μεγαλύτερη από $65GeV$ [191] γεγονός που επιβεβαιώνει την επιτυχία της θεωρίας μας αφού η μάζα του top κουάρκ βρέθηκε πειραματικά στην τιμή: $m_t = 173.21 \pm 0.51 \pm 0.71GeV$ [19].

Σε όλη την διαδικασία της ελαχιστοποίησης του δυναμικού ασχοληθήκαμε μόνο με ελάχιστα τα οποία παραβιάζουν την $SU(2)_L \times U(1)$ συμμετρία. Θα πρέπει να προσέχουμε ώστε να αποφύγουμε άλλα ελάχιστα τα οποία παραβιάζουν άλλες συμμετρίες της θεωρίας, όπως για παράδειγμα την συμμετρία φορτίου $SU(3)$ ή την διατήρηση του ηλεκτρικού φορτίου. Απαραίτητες συνθήκες για να συμβαίνει αυτό είναι:

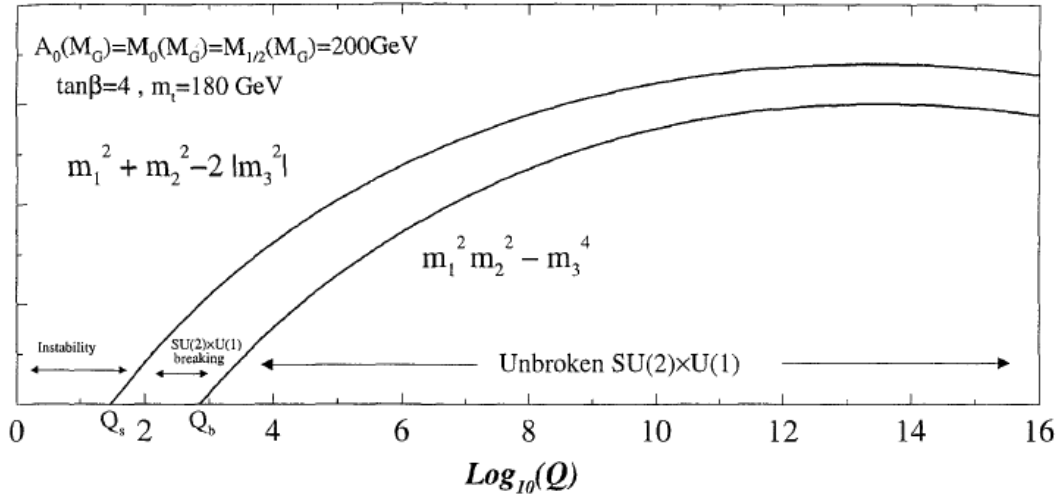
$$\begin{aligned}
 A_u^2 &< 3 \left(m_{\tilde{Q}}^2 + m_{\tilde{U}^c}^2 + m_{H_2}^2 \right) \\
 A_d^2 &< 3 \left(m_{\tilde{Q}}^2 + m_{\tilde{D}^c}^2 + m_{H_1}^2 \right) \\
 A_e^2 &< 3 \left(m_{\tilde{L}}^2 + m_{\tilde{E}^c}^2 + m_{H_1}^2 \right)
 \end{aligned} \tag{4.154}$$

Όπως φαίνεται και από το Σχ. 4.13, όταν αθροίσουμε τους λογαριθμικούς όρους από το ενεργό δυναμικό μέσω των εξισώσεων της OE για τις παραμέτρους m_1^2 και m_2^2



Σχήμα 4.12: Η εξέλιξη των μαζών των βαθμωτών σωματιδίων του MSSM. Η μάζα $m_2^2 = m_{H_2}^2 + \mu^2$ παίρνει αρνητικές τιμές σε χαμηλές ενέργειες της τάξεως των 1TeV και πυροδοτεί την παραβίαση της ηλεκτρασθενούς συμμετρίας.

τότε εμφανίζεται μια ενέργεια Q_b παραβίασης της ηλεκτρασθενούς συμμετρίας η οποία θα καθορίσει την τιμή της $v^2 \equiv v_1^2 + v_2^2$ από τις συνθήκες ελαχιστοποίησης 4.150. Έτσι, μπορούμε χάρη στις εξισώσεις ελαχιστοποίησης 4.150 να αντικαταστήσουμε κάποιες παραμέτρους με κάποιες άλλες. Για παράδειγμα οι 4.150 είναι ανεξάρτητες της ενέργειας Q στο επίπεδο ενός βρόγχου, και άρα μπορούμε να διαλέξουμε $Q = M_Z$ και να τις λύσουμε ως προς $\mu(M_Z)$ και $B(M_Z)$ και να πάρουμε τις Εξ. 4.143. Οπότε, από αυτές τις εξισώσεις μπορούμε να αντικαταστήσουμε την παράμετρο μ με την μάζα M_Z και την παράμετρο B με την αδιάστατη παράμετρο $\tan \beta$ αποδίδοντας έτσι στο MSSM την έννοια της διαστατικής μετάλλαξης (*dimesional transmutation*). Πρέπει



Σχήμα 4.13: Οι συνθήκες παραβίασης της ηλεκτρασθενούς συμμετρίας και της αστάθειας σε σχέση με την ενέργεια Q . Στην ενέργεια M_G όπου οι ζεύξεις ενοποιούνται θεωρούμε κοινές μάζες M_0 για τα s -κουάρκ, $M_{1/2}$ για τα gauginos και A_0 για τις τριγραμμικές ζεύξεις. Με κατάλληλη επιλογή αυτών των παραμέτρων παίρνουμε την πειραματική μάζα για το διανυσματικό μποζόνιο Z στην ενέργεια $Q = M_Z$ όπως φαίνεται από τις συνθήκες ελαχιστοποίησης 4.150.

να παρατηρήσουμε τέλος από τις Εξ. 4.143, ότι το πρόσημο του μ είναι ανθαίρετο στο MSSM.

4.2.3 Σωματιδιακό περιεχόμενο

Τομέας Higgs

Μετά από το σπάσιμο της ηλεκτρασθενούς συμμετρίας, 3 από τους 8 βαθμούς ελευθερίας που περιέχονται στις δυνάδες H_1, H_2 “τρώγονται” από τις διαμήκεις συνιστώσες των διανυσματικών μποζονίων βαθμίδας $W^\pm$ και Z . Οι 5 φυσικοί βαθμοί ελευθερίας που απομένουν φτιάχνουν ένα ουδέτερο ψευδοβαθμωτό, CP -περιττό μποζόνιο Higgs A^0 , δύο ουδέτερα, CP -άρτια, βαθμωτά h^0, H^0 και ένα φορτισμένο μποζόνιο Higgs $H^\pm$. Οι πίνακες μαζών στο επίπεδο δένδρου για τις καταστάσεις Higgs μπορούν να κατασκευαστούν εύκολα αν πάρουμε τις δεύτερες παραγώγους του δυναμικού στο απόλυτο κενό της θεωρίας. Έτσι, το φυσικό ψευδοβαθμωτό μποζόνιο Higgs A^0 κατασκευάζεται από τα φανταστικά μέρη H_1^0, H_2^0 , ενώ και ο πίνακας μαζών, στην βάση $\left(\frac{\text{Im}H_1^0}{\sqrt{2}}, \frac{\text{Im}H_2^0}{\sqrt{2}}\right)$, όπως προκύπτει από την Εξ. 4.138 είναι:

$$M_I^2 = \begin{pmatrix} -m_3^2 \tan \beta & -m_3^2 \\ -m_3^2 & -m_3^2 \cot \beta \end{pmatrix} \quad (4.155)$$

όπου έχουμε χρησιμοποιήσει μια εναλλακτική μορφή των εξισώσεων ελαχιστοποίησης:

$$\begin{aligned} m_1^2 &= -m_3^2 \tan \beta - \frac{1}{2} M_Z^2 \cos 2\beta \\ m_2^2 &= -m_3^2 \cot \beta + \frac{1}{2} M_Z^2 \cos 2\beta \end{aligned} \quad (4.156)$$

Επίσης, ισχύει ότι $\det M_I^2 = 0$. Η αντίστοιχη μηδενική ιδιοτιμή είναι το ουδέτερο εν-δυνάμει μποζόνιο Goldstone:

$$G^0 = \frac{1}{2} (\cos \beta \operatorname{Im} H_1^0 - \sin \beta \operatorname{Im} H_2^0) \quad (4.157)$$

Το φυσικό ψευδοβαθμωτό A^0 είναι ορθογώνιο στο G^0 , δηλαδή:

$$A^0 = \frac{1}{2} (\sin \beta \operatorname{Im} H_1^0 + \cos \beta \operatorname{Im} H_2^0) \quad (4.158)$$

με μάζα:

$$m_A^2 = 2\mu^2 + m_{H_2}^2 + m_{H_1}^2 = -\frac{2m_3^2}{\sin 2\beta} \quad (4.159)$$

Όταν $m_3^2 \rightarrow 0$ τότε και $m_A^2 \rightarrow 0$. Ένα τέτοιο άμαζο ψευδοβαθμωτό αξιόνιο αποκλείεται από το πείραμα. Μπορούμε να παραβιάσουμε την συμμετρία $SU(2) \times U(1)$ με φαινομενολογικά αποδεκτό τρόπο εάν και μόνο αν $m_3^2 \neq 0$, το οποίο σημαίνει $\mu \neq 0$. Αυτό σημαίνει ότι είναι απαραίτητο να εισάγουμε μια μάζα τόσο στον τομέα που παραβιάζει την υπερσυμμετρία όσο και στον τομέα που την διατηρεί. Μια τέτοια σύνδεση όμως φαίνεται αρκετά μυστηριώδης. Σε αυτό το μ -πρόβλημα όπως θα δούμε έχουν προταθεί διάφορες λύσεις.

Τα ουδέτερα βαθμωτά μποζόνια Higgs προέρχονται από μίξεις από τα πραγματικά μέρη των H_1^0 και H_2^0 . Ο σχετικός πίνακας, στην βάση $\left(\frac{\operatorname{Re} H_1^0}{\sqrt{2}}, \frac{\operatorname{Re} H_2^0}{\sqrt{2}}\right)$, όπως προκύπτει από την Εξ. 4.138 είναι:

$$M_R^2 = \begin{pmatrix} -m_3^2 \tan \beta + M_Z^2 \cos^2 \beta & m_3^2 - \frac{1}{2} M_Z^2 \sin 2\beta \\ m_3^2 - \frac{1}{2} M_Z^2 \sin 2\beta & -m_3^2 \cot \beta + M_Z^2 \sin^2 \beta \end{pmatrix} \quad (4.160)$$

Σε αυτή την περίπτωση ισχύει ότι $\det M_R^2 = m_A^2 M_Z^2 \cos^2 2\beta$ το οποίο πάει στο 0 όταν $m_A \rightarrow 0$, ή $M_Z \rightarrow 0$ ή όταν $\tan \beta \rightarrow 0$. Κάθε ένα από τα τρία αυτά όρια οδηγεί στην ύπαρξη ενός άμαζου μποζονίου Higgs (τουλάχιστον στο επίπεδο δένδρου). Γενικά, οι ιδιοτιμές του πίνακα M_R^2 είναι:

$$m_{H^0, h^0}^2 = \frac{1}{2} \left[m_A^2 + M_Z^2 \pm \sqrt{(m_A^2 + M_Z^2)^2 - 4M_Z^2 m_A^2 \cos^2 2\beta} \right] \quad (4.161)$$

από όπου προκύπτει ότι:

$$m_{h^0} \leq \min(m_A, M_Z) |\cos 2\beta| \quad (4.162)$$

Εκ' πρώτης όψης, το MSSM φαίνεται να προβλέπει ότι το ένα από τα δύο ουδέτερα μποζόνια Higgs έχει μάζα μικρότερη από το M_Z . Η πηγή αυτού του ορίου έρχεται από το γεγονός ότι οι ζεύξεις των μποζονίων Higgs στην Εξ. 4.146 δεν είναι τίποτα άλλο από τις ζεύξεις βαθμίδας. Στην περίπτωση του ΚΠ αυτές οι ζεύξεις είναι άγνωστες και για αυτό τον λόγο δεν έχουμε αντίστοιχο περιορισμό.

Ωστόσο, ο περιορισμός 4.162 δέχεται κβαντικές διορθώσεις στο επίπεδο του ενός βρόγχου κυρίως από συνεισφορές με top κουάρκ και του υπερσυμμετρικού εταίρου του (s -top) [195–201]. Σε λογαριθμική προσέγγιση (*leading log approximation*) ο περιορισμός 4.162 τροποποιείται σαν:

$$m_{h^0}^2 \leq M_Z^2 \cos^2 2\beta + \frac{3m_t^4}{32\pi^2 \sin^2 \beta M_W^2} \log \frac{m_{\tilde{t}_1} m_{\tilde{t}_2}}{m_t^2} \quad (4.163)$$

όπου $m_{\tilde{t}_1}$ και $m_{\tilde{t}_2}$ είναι οι μάζες των δύο αντίστοιχων ιδιοκαταστάσεων του s -top. Αριθμητικά, θα έχουμε:

$$m_{h^0} \leq 130 \text{ GeV} \quad (4.164)$$

εάν υποθέσουμε πως οι μάζες $m_{\tilde{t}_1}$ και $m_{\tilde{t}_2}$ δεν υπερβαίνουν το 1 TeV και επίσης $m_t \simeq 185 \text{ GeV}$. Επίσης, έχειδειχθεί [201] πως έχουμε και μια επιπλέον συνεισφορά από τους μη λογαριθμικούς όρους γύρω στα 10 GeV και από αυτή τοποθετείται το πάνω όριο στην Εξ. 4.164.

Το τελευταίο φυσικό μποζόνιο Higgs είναι το φορτισμένο $H^\pm$ με μάζα που προκύπτει από την Εξ. 4.138:

$$m_{H^\pm}^2 = M_W^2 + m_A^2 \quad (4.165)$$

που είναι πάντα βαρύτερο από το μποζόνιο W με $M_W^2 = \frac{g_2^2 v^2}{2}$. Αποδεικνύεται επίσης και αριθμητικά πως στην περίπτωση όπου $M_A^2 \gg M_Z^2$, οι μάζες των A , H , $H^\pm$ είναι πολύ κοντά η μία στην άλλη.

Να αναφέρουμε εδώ, πως η πρόσφατη ανακάλυψη από τον LHC ενός μποζονίου που μοιάζει με το Higgs του ΚΠ με μάζα 126 GeV [27, 28] δείχνει πως αυτή η κατάσταση πρέπει να αναγνωριστεί με την h^0 , παρόλο που παραμένει η πιθανότητα, η κατάσταση 126 GeV να αναγνωριστεί ως το H^0 [202, 203].

Μάζες υπερφερμιονίων

Αν αγνοήσουμε τις μίξεις από s -φερμιόνια διαφορετικών γενεών κάθε πίνακας μαζών θα έχει διάσταση 2×2 . Έτσι, θα έχουμε συνεισφορές από F -όρους, D -όρους και από τους ήπιους όρους παραβίασης της υπερσυμμετρίας. Στην βάση $(\tilde{t}, \tilde{t}^c)$ θα έχουμε:

$$M_{\tilde{t}}^2 = \begin{pmatrix} m_{\tilde{t}}^2 + m_{\tilde{Q}}^2 + \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3}\sin^2\theta_W\right) M_Z^2 \cos 2\beta & -m_t (A_t + \mu \cot \beta) \\ -m_t (A_t + \mu \cot \beta) & m_{\tilde{t}}^2 + m_{\tilde{U}^c}^2 + \frac{2}{3}\sin^2\theta_W M_Z^2 \cos 2\beta \end{pmatrix} \quad (4.166)$$

Η Εξ. 4.166 περιγράφει επίσης τους πίνακες $M_{\tilde{u}}^2$ και $M_{\tilde{c}}^2$ με την αλλαγή $t \rightarrow u$ και $t \rightarrow c$ αντίστοιχα. Τα μη διαγώνια στοιχεία είναι σημαντικά στην τρίτη γενιά καθώς είναι ανάλογα του m_t . Ο πίνακας 4.166 μπορεί να διαγωνοποιηθεί από τον πίνακα $K_{\tilde{t}}$ με ένα μετασχηματισμό ομοιότητας:

$$K_{\tilde{t}}^T M_{\tilde{t}}^2 K_{\tilde{t}} = \begin{pmatrix} m_{\tilde{t}_1}^2 & 0 \\ 0 & m_{\tilde{t}_2}^2 \end{pmatrix} \quad (4.167)$$

Οι νέες ιδιοκαταστάσεις μαζών $\tilde{t}_1$ και $\tilde{t}_2$ συνδέονται με τις παλιές $\tilde{t}$ και $\tilde{t}^c$ ως εξής:

$$\begin{pmatrix} \tilde{t}_1 \\ \tilde{t}_2 \end{pmatrix} = K_{\tilde{t}}^T \begin{pmatrix} \tilde{t} \\ \tilde{t}^c \end{pmatrix} \quad (4.168)$$

όπου:

$$K_{\tilde{t}}^T = \begin{pmatrix} \cos \theta_{\tilde{t}} & \sin \theta_{\tilde{t}} \\ -\sin \theta_{\tilde{t}} & \cos \theta_{\tilde{t}} \end{pmatrix} \quad (4.169)$$

Οι ιδιοτιμές $m_{\tilde{t}_1}^2$ και $m_{\tilde{t}_2}^2$ δίνονται από:

$$m_{\tilde{t}_1, \tilde{t}_2}^2 = \frac{1}{2} \left(2m_{\tilde{t}}^2 + m_{\tilde{Q}}^2 + m_{\tilde{U}^c}^2 + \frac{1}{2} M_Z^2 \cos 2\beta \right) \pm \frac{1}{2} \sqrt{\left[m_{\tilde{Q}}^2 - m_{\tilde{U}^c}^2 + \left(\frac{1}{2} - \frac{4}{3}\sin^2\theta_W \right) M_Z^2 \cos 2\beta \right]^2 + 4m_t^2 (A_t + \mu \cos \beta)^2} \quad (4.170)$$

με:

$$\tan 2\theta_{\tilde{t}} = \frac{-2m_t (A_t + \mu \cot \beta)}{m_{\tilde{Q}}^2 - m_{\tilde{U}^c}^2 + \left(\frac{1}{2} - \frac{4}{3}\sin^2\theta_W \right) M_Z^2 \cos 2\beta} \quad (4.171)$$

Ο υπολογισμός του πίνακα μαζών του s -bottom είναι ανάλογος με αυτόν που ακολουθήσαμε για τον $M_{\tilde{t}}^2$. Στην βάση $(\tilde{b}, \tilde{b}^c)$ έχουμε:

$$M_{\tilde{b}}^2 = \begin{pmatrix} m_{\tilde{b}}^2 + m_{\tilde{Q}}^2 - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\sin^2\theta_W \right) M_Z^2 \cos 2\beta & -m_b (A_b + \mu \tan \beta) \\ -m_b (A_b + \mu \tan \beta) & m_{\tilde{b}}^2 + m_{\tilde{D}^c}^2 - \frac{1}{3}\sin^2\theta_W M_Z^2 \cos 2\beta \end{pmatrix} \quad (4.172)$$

Με τον ίδιο τρόπο όπως και πριν θα έχουμε για τις ιδιοκαταστάσεις μαζών $\tilde{b}_1$ και $\tilde{b}_2$ ότι:

$$m_{\tilde{b}_1, \tilde{b}_2}^2 = \frac{1}{2} \left(2m_b^2 + m_{\tilde{Q}}^2 + m_{\tilde{D}^c}^2 - \frac{1}{2} M_Z^2 \cos 2\beta \right) \pm \frac{1}{2} \sqrt{\left[m_{\tilde{Q}}^2 - m_{\tilde{D}^c}^2 - \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \sin^2 \theta_W \right) M_Z^2 \cos 2\beta \right]^2 + 4m_b^2 (A_b + \mu \tan \beta)^2} \quad (4.173)$$

με:

$$\tan \theta_{\tilde{b}} = \frac{-2m_t (A_b + \mu \tan \beta)}{m_{\tilde{Q}}^2 - m_{\tilde{D}^c}^2 - \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \sin^2 \theta_W \right) M_Z^2 \cos 2\beta} \quad (4.174)$$

Πάλι με τον ίδιο τρόπο, ο πίνακας μαζών για τα s -λεπτόνια στην βάση $(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}^c)$ μπορεί να γραφεί ως:

$$M_{\tilde{\tau}}^2 = \begin{pmatrix} m_{\tilde{\tau}}^2 + m_{\tilde{L}}^2 + \left(-\frac{1}{2} \sin^2 \theta_W \right) M_Z^2 \cos 2\beta & -m_{\tilde{\tau}}^2 (A_{\tau} + \mu \tan \beta) \\ -m_{\tilde{\tau}}^2 (A_{\tau} + \mu \tan \beta) & m_{\tilde{\tau}}^2 + m_{\tilde{E}^c}^2 - \sin^2 \theta_W M_Z^2 \cos 2\beta \end{pmatrix} \quad (4.175)$$

όπου οι φυσικές μάζες των s -λεπτονίων είναι:

$$m_{\tilde{\tau}_1, \tilde{\tau}_2}^2 = \frac{1}{2} \left(2m_{\tilde{\tau}}^2 + m_{\tilde{L}}^2 + m_{\tilde{E}^c}^2 - \frac{1}{2} M_Z^2 \cos 2\beta \right) \pm \frac{1}{2} \sqrt{\left[m_{\tilde{L}}^2 - m_{\tilde{E}^c}^2 + \left(-\frac{1}{2} + 2 \sin^2 \theta_W \right) M_Z^2 \cos 2\beta \right]^2 + 4m_{\tilde{\tau}}^2 (A_{\tau} + \mu \tan \beta)^2} \quad (4.176)$$

με:

$$\tan 2\theta_{\tilde{\tau}} = \frac{-2m_{\tilde{\tau}} (A_{\tau} + \mu \tan \beta)}{m_{\tilde{L}}^2 - m_{\tilde{E}^c}^2 + \left(-\frac{1}{2} + 2 \sin^2 \theta_W \right) M_Z^2 \cos 2\beta} \quad (4.177)$$

Η φυσική μάζα για το s -νεutrino είναι:

$$m_{\tilde{\nu}}^2 = m_{\tilde{L}}^2 + \frac{1}{2} M_Z^2 \cos 2\beta \quad (4.178)$$

Να αναφέρουμε επίσης πως η παρατήρηση ενός μποζονίου Higgs σε μάζα 126 GeV [27,28] υποδεικνύει πως υπάρχει ένα άνω όριο στο MSSM στην κλίμακα μάζας η οποία χαρακτηρίζει τα top s -κουάρκ στην κλίμακα των $10 - 10^6 \text{ TeV}$ [204–206].

Μάζες των charginos

Ο πίνακας μαζών των charginos, ο οποίος προέρχεται από μίξεις των φορτισμένων gauginos και higgsinos από τους παρακάτω όρους μάζας της λαγκρατζιανής:

$$\mathcal{L}_{charginos}^{mass} = - \left(\tilde{W}^-, i\tilde{H}_1^- \right) M_c \begin{pmatrix} \tilde{W}^+ \\ i\tilde{H}_2^+ \end{pmatrix} + h.c. \quad (4.179)$$

όπου έχει οριστεί $\tilde{W}^\pm \equiv \frac{\tilde{W}^{(1)} \mp \tilde{W}^{(2)}}{\sqrt{2}}$, είναι:

$$M_c = \begin{pmatrix} M_2 & -\sqrt{2}M_W \sin \beta \\ -\sqrt{2}M_W \cos \beta & \mu \end{pmatrix} \quad (4.180)$$

Η διαγωνοποίηση του μη συμμετρικού πίνακα 4.180 θα μας δώσει:

$$UM_c V^\dagger = \begin{pmatrix} m_{\tilde{\chi}_1^c} & 0 \\ 0 & m_{\tilde{\chi}_2^c} \end{pmatrix} \quad (4.181)$$

Έτσι, μπορούμε να γράψουμε για την λαγκρατζιανή ότι:

$$\mathcal{L}_{charginos}^{mass} = -m_{\tilde{\chi}_1} \bar{\tilde{x}}_1 \tilde{x}_1 - m_{\tilde{\chi}_2} \bar{\tilde{x}}_2 \tilde{x}_2 \quad (4.182)$$

Να αναφέρουμε επίσης ότι οι Dirac καταστάσεις των charginos $\tilde{x}_{1,2}$ δίνονται από:

$$\tilde{x}_1 \equiv \begin{pmatrix} \lambda_1^+ \\ \bar{\lambda}_1^- \end{pmatrix}, \quad \tilde{x}_2 \equiv \begin{pmatrix} \lambda_2^+ \\ \bar{\lambda}_2^- \end{pmatrix} \quad (4.183)$$

όπου οι σπίνορες Weyl $\lambda_{1,2}^\pm$ σχετίζονται με τα $\tilde{W}^\pm, i\tilde{H}_1^-, i\tilde{H}_2^+$ σύμφωνα με τις σχέσεις:

$$V \begin{pmatrix} W^+ \\ i\tilde{H}_2^+ \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \lambda_1^+ \\ \lambda_2^+ \end{pmatrix}, \quad (\tilde{W}^-, i\tilde{H}_1^-) U^\dagger \equiv (\lambda_1^-, \lambda_2^-) \quad (4.184)$$

Μάζες των neutralinos

Η παραβίαση της συμμετρίας $SU(2) \times U(1)$ οδηγεί επίσης σε μίξη των gauginos με τα higgsinos. Ειδικότερα, ο πίνακας μάζας των neutralinos, στην βάση $(\tilde{B}, \tilde{W}^{(3)}, i\tilde{H}_1^0, i\tilde{H}_2^0)$, γράφεται ως:

$$M_N = \begin{pmatrix} M_1 & 0 & M_Z \cos \beta \sin \theta_W & -M_Z \sin \beta \sin \theta_W \\ 0 & M_2 & -M_Z \cos \beta \cos \theta_W & M_Z \sin \beta \cos \theta_W \\ M_Z \cos \beta \sin \theta_W & -M_Z \cos \beta \cos \theta_W & 0 & -\mu \\ -M_Z \sin \beta \sin \theta_W & M_Z \sin \beta \cos \theta_W & -\mu & 0 \end{pmatrix} \quad (4.185)$$

Ο πίνακας μαζών 4.185 μπορεί να διαγωνοποιηθεί από τον πίνακα O σύμφωνα με τον μετασχηματισμό ομοιότητας:

$$O^T M_N O = \text{Diag} (m_{\tilde{\chi}_1^0}, m_{\tilde{\chi}_2^0}, m_{\tilde{\chi}_3^0}, m_{\tilde{\chi}_4^0}) \quad (4.186)$$

και οι ιδιοκαταστάσεις του θα είναι:

$$\begin{pmatrix} \tilde{\chi}_1^0 \\ \tilde{\chi}_2^0 \\ \tilde{\chi}_3^0 \\ \tilde{\chi}_4^0 \end{pmatrix} = O^T \begin{pmatrix} \tilde{B} \\ \tilde{W}^3 \\ i\tilde{H}_1^0 \\ i\tilde{H}_2^0 \end{pmatrix} \quad (4.187)$$

4.2.4 Βασικά προβλήματα

Ο συνολικός αριθμός των φυσικών παραμέτρων που καθορίζουν το MSSM στην πιο γενική του μορφή είναι αρκετά μεγάλος, κυρίως λόγω του τομέα ήπιου σπασίματος της υπερσυμμετρίας. Στην περίπτωση τριών γενιών από κουάρκ και λεπτόνια καθώς και οι υπερσυμμετρικοί εταίροι, δηλαδή οι βαθμωτές μάζες στο τετράγωνο που σπάνε την υπερσυμμετρία $m_{\tilde{Q}}^2$, $m_{\tilde{U}}^2$, $m_{\tilde{D}}^2$, $m_{\tilde{L}}^2$ και $m_{\tilde{E}}^2$ είναι ερμιτιανοί 3×3 πίνακες καθώς και οι A -όροι A_U, A_D , και A_E είναι αντίστοιχα μιγαδικοί 3×3 πίνακες. Επίσης, m_1 , m_2 , m_3 , B και μ είναι γενικά μιγαδικοί παράμετροι. Επίσης, όπως και στο ΚΠ οι ζεύξεις Yukawa Higgs-φερμιονίων, λ_f ($f = u, d, e$) είναι επίσης μιγαδικοί 3×3 πίνακες που σχετίζονται με τους πίνακες μαζών των κουάρκ και λεπτονίων μέσω της σχέσης $M_f = \lambda_f v_f$. Ωστόσο, όλοι αυτοί οι παράμετροι δεν είναι φυσικοί. Κάποιοι από αυτούς μπορούν να διαγραφούν εκφράζονται τις ιδιοκαταστάσεις αλληλεπιδράσεων με όρους ιδιοκαταστάσεων μάζας, με ένα κατάλληλο επαναπροσδιορισμό των MSSM πεδίων ώστε να εξαφανισθούν οι αφύσικοι βαθμοί ελευθερίας. Από τους 124 όρους, οι 18 αντιστοιχούν σε παραμέτρους του ΚΠ, 1 αντιστοιχεί στην παράμετρο του τομέα Higgs (το ανάλογο της μάζας Higgs του ΚΠ) και 105 είναι καθαρά νέες παράμετροι του μοντέλου. Οι τελευταίες περιλαμβάνουν: 5 πραγματικές παραμέτρους και 3 φάσεις παραβίασης CP στον τομέα gaugino και higgsino αντίστοιχα, 21 μάζες s -κουάρκ και s -λεπτονίων, 36 πραγματικές γωνίες μίξης που καθορίζουν τις ιδιοκαταστάσεις μάζας των s -κουάρκ και s -λεπτονίων, και 40 φάσεις παραβίασης CP που εμφανίζονται στις αλληλεπιδράσεις s -κουάρκ και s -λεπτονίων.

Στην πιο γενική του μορφή το MSSM με τις 124 παραμέτρους δεν είναι μια φαινομενολογικά βιώσιμη θεωρία σχεδόν σε όλο τον παραμετρικό της χώρο. Αυτό προκύπτει από παρατηρήσεις που δείχνουν πως ο παραμετρικός χώρος του MSSM περιλαμβάνει:

- Μη διατήρηση των ξεχωριστών λεπτονικών αριθμών L_e , L_μ και L_{τ} .
- “Μη συμπίεσμένα” ουδέτερα ρεύματα αλλαγής γεύσεων (FCNCs).
- Νέες πηγές CP παραβίασης που δεν είναι συνεπείς με τα πειραματικά όρια.

Για παράδειγμα, όπως θα δούμε και στην συνέχεια πιο αναλυτικά, το MSSM περιέχει πολλές νέες πηγές CP παραβίασης [207]. Συγκεκριμένα, στην υπερσυμμετρία ασθενής κλίμακας, κάποιοι συνδυασμοί των μιγαδικών φάσεων των παραμέτρων μαζών των gaugino, A όρων και μ πρέπει να είναι μικρότεροι από $10^{-2} - 10^{-3}$ για να αποφευχθούν EDM για το νετρόνιο, ηλεκτρόνια και τα άτομα σε αντίθεση με τα

παρατηρούμενα γεγονότα. Η μη παρατήρηση FCNCs θέτει επιπλέον περιορισμούς στα μη διαγώνια στοιχεία των πινάκων μαζών των s -κουάρκ και s -λεπτονίων και των A -όρων. Έτσι, σχεδόν όλος ο παραμετρικός χώρος του MSSM απορρίπτεται εκτός από ορισμένες ξεχωριστές περιοχές. Επίσης, το MSSM είναι και θεωρητικά ατελές, καθώς δεν παρέχει καμία εξήγηση για την προέλευση των παραμέτρων σπασίματος της υπερσυμμετρίας. Επίσης, δεν υπάρχει εξήγηση της επιλογής των παραμέτρων που οδηγούν στο σπάσιμο της ηλεκτρασθενής συμμετρίας. Αυτό που στην ουσία χρειάζεται είναι μια θεμελιώδης θεωρία σπασίματος της υπερσυμμετρίας, η οποία θα παρέχει μια λογική για το σύνολο των ήπιων παραμέτρων σπασίματος της υπερσυμμετρίας και θα ήταν συνεπής με όλους τους φαινομενολογικούς περιορισμούς.

Η επιτυχημένη ενοποίηση των $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ ζεύξεων βαθμίδας δείχνει πως η υψηλής ενέργειας δομή της θεωρίας μπορεί να είναι αρκετά απλούστερη από αυτήν που φαίνεται στην χαμηλής ενέργειας περίπτωση. Αυτό θα το δούμε και στην συνέχεια στις υπερσυμμετρικές GUT (βλέπε εδάφιο 4.3). Έτσι, η δυναμική που καθορίζει την πιο γενική θεωρία στις υψηλότερες ενέργειες χρησιμοποιείται για να δώσει μια ενεργή σπασμένη συμμετρική θεωρία στην TeV κλίμακα. Έτσι, μια κατάλληλη επιλογή για την δυναμική υψηλής ενέργειας, θα ήταν αυτή που δίνει μια θεωρία TeV κλίμακας που ικανοποιεί όλους τους σχετικούς φαινομενολογικούς περιορισμούς.

Υπάρχει ένα πλήθος θεωριών που δίνουν ένα φαινομενολογικά βιώσιμο MSSM με λιγότερες παραμέτρους. Αυτό γίνεται θεωρώντας μια απλούστερη δομή των όρων που παραβιάζουν ήπια την υπερσυμμετρία σε μια τυπική ενεργειακή κλίμακα M_X που μπορεί να είναι η M_{GUT} ή η M_{Pl} . Χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις της OE μπορούν να προκύψουν οι χαμηλής ενέργειας MSSM παράμετροι που είναι σχετικοί με την φυσική επιταχυντών. Οι αρχικές συνθήκες στην κατάλληλη υψηλή ενεργειακή κλίμακα για τις εξισώσεις της OE εξαρτώνται από τον μηχανισμό με τον οποίο το σπάσιμο της υπερσυμμετρίας επικοινωνεί με την ενεργή χαμηλής ενέργειας θεωρία. Τέτοια παραδείγματα είναι μοντέλα όπου το σπάσιμο της υπερσυμμετρίας φέρεται από “βαρύτητα” (Gravity-Mediated Supersymmetry Breaking) [208,209], από “βαθμίδα” (Gauge-Mediated Supersymmetry Breaking) [165,210] και από “ανωμαλίες” (Anomaly-Mediated Supersymmetry Breaking) [211,212]. Σε ορισμένες από αυτές τις προσεγγίσεις, μία από τις διαγώνιες παραμέτρους μάζας Higgs στο τετράγωνο γίνεται αρνητική από την εξέλιξη της OE [192]. Σε τέτοια μοντέλα, το ηλεκτρασθενές σπάσιμο της συμμετρίας παράγεται με “ακτινοβολία”, και η προκύπτουσα κλίμακα σπασίματος της ηλεκτρασθενής συμμετρίας σχετίζεται με την κλίμακα της χαμηλής

ενέργειας σπασίματος της υπερσυμμετρίας. Παράδειγμα μοντέλων όπως το CMSSM και το pMSSM θα δούμε στο εδάφιο 4.4.4. Στην συνέχεια, θα μελετήσουμε πιο αναλυτικά τα δυο προβλήματα που αναφέραμε παραπάνω, δηλαδή το υπερσυμμετρικό FCNC και CP πρόβλημα.

Υπερσυμμετρικό πρόβλημα γεύσεων και A -όροι

Τα νέα σωματίδια που προβλέπονται από την υπερσυμμετρία γενικά παραβιάζουν τις συμμετρίες γεύσης του ΚΠ οδηγώντας σε μεγάλες συνεισφορές σε διαδικασίες παραβίασης γεύσης [213–217]. Ο λόγος είναι ότι γενικά οι όροι μάζας για τα s -κουάρκ και s -λεπτόνια δεν χρειάζεται να σέβονται τις αντίστοιχές συμμετρίες γεύσης του ΚΠ. Πιο συγκεκριμένα, αν δούμε τις Εξ. 4.166, 4.172, και 4.173 θα δούμε ότι τα μη διαγώνια στοιχεία είναι ανάλογα με τις αντίστοιχες μάζες κουάρκ και εξαρτώνται από το $\tan \beta$, τους A -όρους που σπάνε ήπια την υπερσυμμετρία και την higgsino παράμετρο μάζας μ . Οι μη διαγώνιοι αυτοί όροι μπορούν να παραβιάζουν την γεύση. Όμως, τέτοιες διαδικασίες παραβίασης γεύσεων περιορίζονται πολύ αυστηρά από διαδικασίες όπως: $K^0 - \bar{K}^0$ μίξη και $\mu \rightarrow e\gamma$ [218]. Δηλαδή, με άλλα λόγια, οι πίνακες βαθμωτών μαζών 4.166, 4.172, και 4.173 δεν είναι απαραίτητα διαγώνιοι στην βάση όπου οι αντίστοιχοι πίνακες μαζών κουάρκ είναι διαγώνιοι.

Όλες οι προσπάθειες επίλυσης του υπερσυμμετρικού προβλήματος γεύσεων βασίζονται στον περιορισμό των μη-διαγώνιων στοιχείων στους πίνακες μαζών των s -κουάρκ και s -λεπτονίων. Υπάρχουν διάφοροι τρόποι για να αποφύγουμε αυτούς τους χαμηλής ενέργειας περιορισμούς στην υπερσυμμετρία. Ο πρώτος καλείται *παγκοσμιότητα* (*universality*) των ήπιων παραμέτρων. Δηλαδή, οι πίνακες βαθμωτών μαζών να είναι ανάλογοι με τον μοναδιαίο πίνακα, δηλαδή: $m_Q^2, m_U^2, m_D^2 \propto 1$. Έτσι, όποια στροφή και να γίνει για να πάμε στην βάση όπου οι μάζες των κουάρκ είναι διαγώνιες, οι μοναδιαίοι πίνακες μένουν οι ίδιοι, και άρα τα μη-διαγώνια στοιχεία δεν παράγονται ποτέ. Υπάρχουν πολλές προτάσεις για την παραγωγή παγκόσμιων βαθμωτών μαζών είτε από τον μηχανισμό που φέρει το σπάσιμο της υπερσυμμετρίας όπως από “βαθμίδα” [219,220], από “ανωμαλίες” [221–223] ή από “gaugino” [224–226] είτε από “μη αβελιανές συμμετρίες γεύσεων” [227–233].

Η δεύτερη περίπτωση ονομάζεται *ευθυγράμμιση* (*alignment*) των πινάκων μαζών των κουάρκ και s -κουάρκ έτσι ώστε οι s -κουάρκ μάζες να είναι σχεδόν διαγώνιες στην ίδια βάση όπου οι μάζες των κάτω κουάρκ είναι διαγώνιες [234]. Λόγω όμως του CKM πίνακα αυτό είναι απίθανο να γίνει για τις μάζες και των κάτω κουάρκ

και των πάνω κουάρκ. Αφού οι φαινομενολογικοί περιορισμοί στον τομέα του πάνω κουάρκ είναι πιο ασθενείς από τον τομέα του κάτω κουάρκ, αυτή η επιλογή θα έλυνε πολλούς από τους περιορισμούς χαμηλής ενέργειας.

Τέλος, υπάρχει η πιθανότητα η οποία καλείται αποσύζευξη (*decoupling*) η οποία θεωρεί πως οι υπερσυμμετρικοί εταίροι πρώτης και δεύτερης γενιάς είναι πολύ πιο βαριοί από TeV , ενώ οι υπερσυμμετρικοί εταίροι τρίτης γενιάς αλλά και τα gaugino μένουν στην κλίμακα των $100GeV$ ώστε να κρατήσουν την ιδιοενέργεια του Higgs αρκετά χαμηλά [235, 236]. Παρόλο που αυτή η ιδέα πάσχει από ένα γενικό πρόβλημα λεπτής ρύθμισης [237], έχουν κατασκευαστεί πολλά μοντέλα που πετυχαίνουν έναν τέτοιο χωρισμό του φάσματος μαζών [238–242].

Συγκεντρωτικά, οι βασικές λύσεις που υπάρχουν στην βιβλιογραφία για το υπερσυμμετρικό πρόβλημα γεύσεων ή υπερσυμμετρικό FCNC πρόβλημα είναι οι εξής:

- “Παγκοσμιότητα γεύσεων” σε υψηλή κλίμακα [243, 244].
- Σπάσιμο υπερσυμμετρίας από “βαθμίδα” [219, 220].
- Σπάσιμο υπερσυμμετρίας από “ανωμαλίες” [221–223].
- Σπάσιμο υπερσυμμετρίας από “gaugino” [224–226].
- Σπάσιμο υπερσυμμετρίας από “mirage” [245].
- “Ευθυγράμμιση” [234].
- “Αποσύζευξη” [238–242].
- Σπάσιμο υπερσυμμετρίας από “gaugino-assisted ανωμαλία” [246].
- “Μοντέλα Nelson - Strassler” [247, 248].

Υπερσυμμετρικό CP πρόβλημα

Οι όροι στην λαγκρατζιανή του MSSM πρέπει να είναι έστω και σε προσέγγιση CP αναλλοίωτοι, έτσι ώστε οι φάσεις που παραβιάζουν την CP συμμετρία να είναι μικροί. Γενικά όμως, το MSSM περιέχει μιγαδικές παραμέτρους, δηλαδή μιγαδικές φάσεις που οδηγούν σε μεγάλη CP παραβίαση γεγονός που δημιουργεί πρόβλημα με τα υπάρχοντα πειραματικά όρια καθώς έχουν σημαντικές φαινομενολογικές συνέπειες. Συγκεκριμένα, αν θεωρήσουμε το MSSM με παγκόσμιες μάζες s -φερμιονίων και με τριγραμμικές βαθμωτές ζεύξεις σπασίματος υπερσυμμετρίας ανάλογες με τις αντίστοιχες ζεύξεις Yukawa, τότε έχουμε 4 νέες φάσεις CP παραβίασης, πέρα από τις δύο

του ΚΠ (δ_{KM} και θ_{QCD}). Οι φάσεις αυτές προέρχονται από τις υπερσυμμετρικές παραμέτρους μ , $m_{\tilde{g}}$, A και B , όπου μ η παράμετρος μάζας από τον διγραμμικό όρο $\mu H_1 H_2$ του υπερδυναμικού 4.112, ενώ οι άλλοι τρεις προκύπτουν στον τομέα που είναι υπεύθυνος για το ήπιο σπάσιμο της υπερσυμμετρίας 4.124, όπου με $m_{\tilde{g}}$ είναι η μάζα gaugino, A η τριγραμμική βαθμωτή ζεύξη και B η διγραμμική βαθμωτή ζεύξη. Από αυτές τις 4, μόνο 2 συνδυασμοί φάσεων είναι φυσικοί [249]. Αυτό μπορεί να φανεί, παρατηρώντας πως με απουσία non-gauge αλληλεπιδράσεων υπάρχουν δυο επιπλέον $U(1)$ εκτεταμένες συμμετρίες στο MSSM, μια R -συμμετρία και μια Peccei-Quinn συμμετρία. Αυτό σημαίνει ότι μπορούμε να δούμε τις διάφορες παραμέτρους (με διάσπαση) σαν spurions (με φορτία όπως φαίνονται στον Πίνακα 4.5) που σπάνε τις συμμετρίες και άρα δίνουν κανόνες επιλογής. Οι φυσικές παρατηρούμενες ποσότητες μπορούν να εξαρτώνται μόνο από συνδυασμούς παραμέτρων που είναι ουδέτεροι κάτω και από τις δύο $U(1)$. Εδώ έχουμε τρεις ανεξάρτητους συνδυασμούς:

$$m_{\tilde{g}}\mu(B^{2*}), \quad A\mu(B^{2*}), \quad A^*m_{\tilde{g}} \quad (4.188)$$

Ωστόσο, μόνο δύο από τις φάσεις τους είναι ανεξάρτητες:

$$\phi_A = \text{Arg}[A^*m_{\tilde{g}}], \quad \phi_B = \text{Arg}[m_{\tilde{g}}\mu(B^{2*})] \quad (4.189)$$

Στην πιο γενική περίπτωση που θεωρούμε μη-παγκόσμιους ήπιους όρους υπάρχει μια ανεξάρτητη φάση ϕ_{A_i} για κάθε γεύση κουάρκ και λεπτονίου. Επιπρόσθετα, τα μιγαδικά μη διαγώνια στοιχεία στους πίνακες μαζών των s -φερμιονίων μπορούν να παράξουν και επιπλέον πηγές CP παραβίασης.

Η πιο σημαντική συνεισφορά των δύο φάσεων ϕ_A και ϕ_B είναι στις EDM. Για παράδειγμα, η συνεισφορά από διαγράμματα gluino ενός βρόγχου στην EDM του κάτω κουάρκ είναι [250, 251]:

$$d_d = M_d \frac{e\alpha_3}{18\pi M_{SUSY}^4} (|Am_{\tilde{g}}| \sin \phi_A + \tan \beta |\mu m_{\tilde{g}}| \sin \phi_B) \quad (4.190)$$

όπου έχουμε πάρει:

$$m_Q^2 \sim m_D^2 \sim m_{\tilde{g}}^2 \sim \Lambda^2 \quad (4.191)$$

για τις μάζες των αριστερόστροφων και δεξιόστροφων s -κουάρκ και gluino. Επίσης, ορίζουμε ως συνήθως:

$$\tan \beta = \frac{\langle H_2^0 \rangle}{\langle H_1^0 \rangle} \quad (4.192)$$

Παρόμοια διαγράμματα ενός βρόγχου γενούν χρωμοηλεκτρικές διπολικές ροπές. Οι EDM και οι χρωμοηλεκτρικές διπολικές ροπές των ελαφριών κουάρκ (u, d, s) αποτελούν την κύρια πηγή EDM του νετρονίου, και δίνουν [252]:

$$d_N \sim 2 \left(\frac{100 \text{ GeV}}{M_{SUSY}} \right) \sin \phi_{A,B} \times 10^{-23} \text{ ecm} \quad (4.193)$$

όπου M_{SUSY} είναι όπως και πριν η γενική κλίμακα της υπερσυμμετρίας. Οπότε, το πειραματικό όριο $d_N < 0.29 \times 10^{-25} \text{ ecm}$ [19], παραβιάζεται για $O(1)$ φάσεις, εκτός αν οι μάζες των υπερσυμμετρικών εταίρων είναι πάνω από $O(1 \text{ TeV})$. Εναλλακτικά για ελαφριές υπερσυμμετρικές μάζες, οι νέες φάσεις πρέπει να είναι $< O(10^{-2})$. Να σημειώσουμε επίσης πως μπορούμε να θεωρήσουμε το πραγματικό όριο ασθενέστερο από αυτό, λόγω της θεωρητικής αβεβαιότητας στην εκτίμηση των αδρονικών στοιχειών πινάκων που οδηγούν στην Εξ. 4.193 [253]. Όμως, είτε οι φάσεις είναι μικρές είτε τα s -κουάρκ είναι βαριά, απαιτείται μια λεπτή ρύθμιση της τάξης του 10^{-2} για να αποφευχθούν πολύ μεγάλες d_N . Αυτό ονομάζεται *υπερσυμμετρικό CP πρόβλημα* [252, 254–261].

Εκτός του d_N , οι υπερσυμμετρικές CP φάσεις συνεισφέρουν και σε ατομικές και πυρηνικές EDM [252]. Οι πρώτες είναι επίσης ευαίσθητες σε φάσεις στον λεπτονικό τομέα, ενώ οι τελευταίες δίνουν επιπλέον περιορισμούς στις φάσεις από τον τομέα κουάρκ.

Παράμετροι	$U(1)_{PQ}$	$U(1)_R$
$m_{\tilde{g}}$	0	−2
A	0	−2
B^2	−2	−2
μ	−2	0
H_1	1	1
H_2	1	1
$Q\bar{u}$	−1	1
$Q\bar{d}$	−1	1
$L\bar{l}$	−1	1

Πίνακας 4.5: Peccei-Quinn και R φορτία των spurions και των πεδίων του MSSM [262, 263].

Οι περισσότεροι συγγραφείς θέτουν απλά $\phi_A = \phi_B = 0$, θεωρώντας πως προκύπτει από τον μηχανισμό σπασίματος της υπερσυμμετρίας η οποία επιβάλλει στα ϕ_A

και ϕ_B να εξαφανιστούν. Γενικά, πολλές από τις ανωτέρω λύσεις για το υπερσυμμετρικό FCNC πρόβλημα λύνουν και το υπερσυμμετρικό CP πρόβλημα. Για παράδειγμα, όταν έχουμε σπάσιμο συμμετρίας που φέρεται από αλληλεπιδράσεις βαθμίδας σε μια κλίμακα $\Lambda_S \ll \Lambda_F$ τότε γίνεται κατανοητό πως και τα A και $m_{\tilde{g}}$ προκύπτουν από την ίδια πηγή $U(1)_R$ σπασίματος. Έτσι, αφού το ϕ_A μετράει την σχετική φάση μεταξύ των A και $m_{\tilde{g}}$ σε αυτή την περίπτωση θα εξαφανιζόταν φυσικά, αφού θα έχουμε πως $\arg(A) = \arg(m_{\tilde{g}})$. Σε κάποια μοντέλα έχει δειχθεί πως με ανάλογο μηχανισμό επίσης το $\phi_B = 0$ μπορεί να εξαφανισθεί [264, 265]. Είναι επίσης πιθανό να ισχύουν αντίστοιχες συνοριακές συνθήκες όταν το σπάσιμο της υπερσυμμετρίας “επικοινωνεί” με τον “παρατηρήσιμο” τομέα μέχρι την κλίμακα Planck [208, 266–268]. Η κατάσταση βέβαια από θεωρητικής άποψης είναι λιγότερο υπό έλεγχο. Επίσης, υπάρχει η πιθανότητα να έχουμε “κυριαρχία” από dilaton στο σπάσιμο της υπερσυμμετρίας [269, 270].

Η πιο σημαντική συνέπεια αυτού του είδους συνοριακών συνθηκών για τους ήπιους όρους, που ονομάζονται *ακριβής παγκοσμιότητα* (*exact universality*) [243, 244] είναι η ύπαρξη του υπερσυμμετρικού ανάλογου του μηχανισμού GIM που δρα στο ΚΠ. Η φάση CP παραβίασης του CKM πίνακα μπορεί να δώσει τους ήπιους όρους μέσω της εξέλιξης της ΟΕ μόνο με μια ισχυρή συμπίεση από τις μάζες ελαφριών κουάρκ [249].

Έτσι, τα διαγράμματα gluino συνεισφέρουν στις κουάρκ EDM όπως στην Εξ. 4.190 αλλά με σημαντικά συμπιεσμένη ενεργή φάση:

$$\phi_{Ad} \sim \left(\frac{t_s}{16\pi^2} \right)^4 Y_t^4 Y_c^2 Y_b^2 J \quad (4.194)$$

όπου $t_s = \log \frac{\Lambda_S}{M_W}$ το οποίο προκύπτει από την εξέλιξη της ΟΕ από την Λ_S στην ηλεκτρασθενή κλίμακα, Y_i είναι οι ζεύξεις Yukawa και:

$$J = \text{Im} (V_{ud} V_{tb} V_{ub}^* V_{td}^*) \simeq 2 \times 10^{-5} \quad (4.195)$$

είναι το αναλλοίωτο μέτρο της CP παραβίασης στον CKM πίνακα [271]. Παρόμοια συνεισφορά προκύπτει από τα διαγράμματα chargino. Η προκύπτουσα EDM είναι [262]:

$$d_N \leq 10^{-31} ecm \quad (4.196)$$

Αυτό το μέγιστο μπορεί να προκύψει μόνο από πολύ μεγάλο $\tan \beta \sim 60$, ενώ για μικρά $\tan \beta \sim 1$, το d_N είναι περίπου 5 τάξεις μεγέθους μικρότερο. Αυτή η κλίμακα για το d_N είναι πολύ κάτω από τα σημερινά πειραματικά όρια ($\sim 10^{-25} ecm$).

Το πρόβλημα επίσης λύνεται αν η CP είναι μια προσεγγιστική συμμετρία που σπάει από μια μικρή παράμετρο της τάξης του 10^{-3} . Αυτή είναι μια από τις πιθανές λύσεις στην τάξη υπερσυμμετρικών μοντέλων με $\Lambda_F \leq \Lambda_S$, όπου οι ήπιες μάζες είναι γενικά μη-παγκόσμιες, και έτσι δεν περιμένουμε η παραβίαση γεύσης και CP να περιορίζεται στους πίνακες Yukawa. Τα περισσότερα μοντέλα όπου οι ήπιοι όροι προκύπτουν στην κλίμακα Planck ($\Lambda_S \sim M_{Pl}$) ανήκουν σε αυτή την τάξη. Επίσης, έχουμε λύση σε αυτό το πρόβλημα με τον μηχανισμό ευθυγράμμισης [234] όπου οι s -κουάρκ πίνακες μαζών έχουν μια δομή αλλά έχουν λόγο να είναι διαγώνιοι στην βάση που καθορίζεται από τους κουάρκ πίνακες μαζών. Αυτό προκύπτει σε μοντέλα με αβελιανές οριζόντιες συμμετρίες [234, 272]. Τέλος, μια ακόμα λύση στο υπερσυμμετρικό CP πρόβλημα αλλά και στο FCNC πρόβλημα είναι μέσω της *Minimal Flavor Violation (MFV)* υπόθεσης [273–277], όπου η παραβίαση γεύσης και CP θεωρούνται πως περιγράφονται πλήρως από τον CKM πίνακα ακόμα και σε θεωρίες πέρα από το ΚΠ. Ωστόσο, η MFV θεώρηση δεν παρέχει από μόνη της κανένα περιορισμό στην παρουσία νέων φάσεων παραβίασης CP , οπότε η θεώρηση πως η CKM φάση παρέχει την μόνη πηγή για CP παραβίαση ακόμα και σε νέες θεωρίες ικανοποιώντας την MFV αρχή δεν είναι γενική και άρα περιοριστική προσέγγιση [278, 279]. Φυσικά, υπάρχουν και άλλες λύσεις [280] οι οποίες περιλαμβάνουν ειδικούς μηχανισμούς που μειώνουν τις EDM όπως με “καταστολή μάζας” [281, 282] ή με “μηχανισμό ακύρωσης” που ελέγχει τις συνέπειες μεγάλων φάσεων CP στις EDM [255, 283–287]. Συγκεκριμένα, για τον μηχανισμό “ακύρωσης”, οι φάσεις μπορούν να είναι μεγάλες και άρα να επηρεάζουν μια πληθώρα από CP φαινόμενα τα οποία μπορούν να παρατηρηθούν σε χαμηλής ενέργειας πειράματα και σε επιταχυντές.

Το μ πρόβλημα

Ένα από τα βασικότερα προβλήματα σε υπερσυμμετρικές θεωρίες όπως στο MSSM είναι το πρόβλημα μ , το οποίο αφορά το πώς καταλαβαίνουμε τις παραμέτρους της θεωρίας [288]. Η υπερσυμμετρική παράμετρος μάζας Higgs εμφανίζεται στο υπερδυναμικό 4.112 ως $\mu H_1 H_2$. Η παράμετρος αυτή, είναι απαραίτητο να εφοδιάσει με μάζα τους φερμιονικούς συμμετρικούς εταίρους των μποζονίων Higgs, δηλαδή τα higgsinos, και εισέρχεται επίσης και στο βαθμωτό δυναμικό των μποζονίων Higgs. Για να εξασφαλίσουμε ότι τα H_1 και H_2 δεν παίρνουν μηδενική VEV μετά το σπάσιμο της ηλεκτρασθενούς συμμετρίας, το μ πρέπει να είναι της ίδιας τάξης μεγέθους με την ηλεκτρασθενή κλίμακα, δηλαδή πολλές τάξεις μεγέθους μικρότερη από την κλίμακα

Planck που είναι η φυσική κλίμακα αποκοπής. Οι ήπιοι υπερσυμμετρικοί όροι πρέπει να είναι επίσης της ίδιας τάξης μεγέθους με την ηλεκτρασθενή κλίμακα. Αυτό όμως είναι ένα πρόβλημα φυσικότητας. Δεν υπάρχει δηλαδή λόγος αυτές οι κλίμακες να είναι τόσο μικρότερες από την κλίμακα αποκοπής. Επίσης, δεν μπορεί να εξηγηθεί γιατί οι αντίστοιχες κλίμακες από τους υπερσυμμετρικούς όρους και το μ πρόβλημα στο υπερδυναμικό είναι της ίδιας τάξης μεγέθους αν και έχουν τόσο διαφορετικές προελεύσεις. Με άλλα λόγια, η μ παράμετρος όντας η μόνη παράμετρος που έχει διάσταση στον τομέα που διατηρεί την υπερσυμμετρία, θα περιμέναμε να είναι είτε μηδέν είτε στην κλίμακα Planck $O(10^{19}) \text{ GeV}$. Σε επίπεδο δένδρου, το MSSM δίνει την σχέση 4.143, όπου m_{H_1} και m_{H_2} είναι οι ήπιοι παράμετροι μάζας Higgs. Αν αυτές οι μάζες είναι στην ηλεκτρασθενή κλίμακα (TeV), στην ίδια κλίμακα πρέπει να είναι και το μ αφού περιορισμοί από τον “Large Electron-Positron Collider” (LEP) στο CERN στις μάζα του chargino απαιτούν $\mu \neq 0$.

Για την λύση του μ προβλήματος έχουν προταθεί μέχρι σήμερα αρκετές θεωρίες [269, 288–293]. Μια απλή λύση είναι να προωθηθεί η παράμετρος μ σε δυναμικό πεδίο σε επεκτάσεις του MSSM που περιέχουν επιπλέον μονήρη βαθμωτά πεδία τα οποία δεν αλληλεπιδρούν με τα υπόλοιπα πεδία του MSSM εκτός από τις δύο διπλέτες Higgs. Έτσι, έχουμε διάφορα μοντέλα με επιπλέον μονήρη Higgs πεδία τα οποία δίνουν μια δυναμική λύση στο μ πρόβλημα. Το δυναμικό πεδίο το οποίο παίρνει μια VEV παράγει μια ενεργή παράμετρο μ η οποία σχετίζεται με μια νέα συμμετρία. Η μίξη με τις επιπλέον βαθμωτές καταστάσεις αλλάζει τις μάζες και τις ζεύξεις των φυσικών μποζονίων Higgs. Έτσι, έχουμε διάφορες φαινομενολογικές επιπτώσεις λόγω της ύπαρξης ενός επιπλέον βαθμωτού για τις μάζες Higgs, τις ζεύξεις, τις διασπάσεις και τους τρόπους παραγωγής τους [294]. Τέτοια μοντέλα είναι το *Next-to-Minimal Supersymmetric Standard Model (NMSSM)* [295, 296], το *Minimal Nonminimal Supersymmetric Standard Model (MNSSM)* [297] ή το *nearly Minimal Supersymmetric Standard Model (nMSSM)*, το *$U(1)'$ -extended Minimal Supersymmetric Standard Model (UMSSM)* [298, 299] και το *Secluded $U(1)'$ -extended Minimal Supersymmetric Standard Model (sMSSM)* [300]. Ένας τυπικός όρος $h_s \hat{H}_u \cdot \hat{H}_d \hat{S}$ που παράγει το μ βρίσκεται στα υπερδυναμικά αυτών των μοντέλων τα οποία φαίνονται στον Πίνακα 4.6. Αφότου το πεδίο S πάρει μια VEV, η ενεργή παράμετρος μ αναγνωρίζεται ως:

$$\mu_{eff} = h_s \langle S \rangle \quad (4.197)$$

όπου $\langle S \rangle$ είναι η VEV του μονήρους πεδίου.

Μοντέλο	Συμμετρία	Υπερδυναμικό	CP -άρτιες	CP -περιττές	Φορτισμένα
MSSM	—	$\mu \hat{H}_u \cdot \hat{H}_d$	H_1^0, H_2^0	A_2^0	$H^\pm$
NMSSM	Z_3	$h_s \hat{S} \hat{H}_u \cdot \hat{H}_d + \frac{k}{3} \hat{S}^3$	H_1^0, H_2^0, H_3^0	A_1^0, A_2^0	$H^\pm$
nMSSM	Z_5^R, Z_7^R	$h_s \hat{S} \hat{H}_u \cdot \hat{H}_d + \xi_F M_n^2 \hat{S}$	H_1^0, H_2^0, H_3^0	A_1^0, A_2^0	$H^\pm$
UMSSM	$U(1)'$	$h_s \hat{S} \hat{H}_u \cdot \hat{H}_d$	H_1^0, H_2^0, H_3^0	A_2^0	$H^\pm$
sMSSM	$U(1)'$	$h_s \hat{S} \hat{H}_u \cdot \hat{H}_d + \lambda_S \hat{S}_1 \hat{S}_2 \hat{S}_3$	$H_1^0, H_2^0, H_3^0, H_4^0, H_5^0, H_6^0$	$A_1^0, A_2^0, A_3^0, A_4^0$	$H^\pm$

Πίνακας 4.6: Τα μποζόνια Higgs του MSSM και μερικών επεκτάσεων του. Συμβολίζουμε την μονή CP -περιττή κατάσταση στο MSSM και στο UMSSM σαν A_2^0 για ευκολότερη σύγκριση με τα υπόλοιπα μοντέλα [294].

Το καθοριστικό στοιχείο κάθε μοντέλου είναι η συμμετρία που επιτρέπεται από το υπερδυναμικό. Το NMSSM έχει μια διακριτή Z_3 συμμετρία που επιτρέπει τον όρο S^3 . Η ύπαρξη οποιασδήποτε διακριτής συμμετρίας επιτρέπει με την σειρά της την ύπαρξη περιοχών τοίχων (*domain walls*) οι οποίοι όπως έχουν δείχθει μπορούν να θεωρηθούν και ως πηγή της ΣΕ [301, 302]. Οι περιοχές τοίχων χωρίζουν τις περιοχές του χωρόχρονου που έχουν διαφορετική τοπολογία κενού. Τα απλούστερα μοντέλα υποθέτουν ότι πρέπει να υπάρχουν πολλές τέτοιες περιοχές τοίχων οι οποίες συνδυάζονται για να φτιάξουν ένα δίκτυο. Οι περιοχές τοίχων αποδεικνύεται πως εμφανίζονται αναπόφευκτα στην θεωρία πεδίων, και συγκεκριμένα σε μοντέλα τα οποία περιλαμβάνουν αυθόρμητο σπάσιμο κάποιας διακριτής συμμετρίας. Επίσης, οι περιοχές τοίχων και γενικότερα η “στέρεα” ΣΕ είναι συμβατές με παρατηρήσεις σε δομές κοσμολογικής κλίμακας. Τέλος, στο NMSSM η καταστατική εξίσωση $p = w\rho$, της ΣΕ αναμένεται να έχει $w = -2/3$ το οποίο όμως δεν φαίνεται να προτιμάται από ανάλυση του WMAP που δείχνει ότι $w = -1.062^{+0.128}_{-0.079}$ [64].

Οι περιοχές τοίχων μπορούν να εξαφανιστούν αν η Z_3 συμμετρία σπάει από υψηλότερους διαστασιακά τελεστές αλλά αυτοί μπορούν να οδηγήσουν σε πολύ μεγάλους αποσταθεροποιήσιμους *tadpole* τελεστές [303, 304]. Ωστόσο, υπάρχει και πάλι μια πιθανότητα για την αποφυγή αυτού του προβλήματος [305]. Το nMSSM το οποίο περιέχει μια Z_5^R ή Z_7^R συμμετρία, έχει έναν *tadpole* όρο του S που σπάει τις διακριτές συμμετρίες και άρα είναι ελεύθερο από περιοχές τοίχων [306, 307]. Τέλος, μια επιπλέον $U(1)'$ συμμετρία επιτρέπεται από διάφορες θεωρίες πέραν του ΚΠ που συμπεριλαμβάνουν: ορισμένες GUT [91, 308], “επιπλέον διαστάσεις” [309], “υπερχορδές” [310], “little Higgs” [311–313], “δυναμικό σπάσιμο συμμετρίας (dynamical symmetry breaking)” [314] και “μηχανισμό Stueckelberg” [315–317]. Τα UMSSM και sMSSM επεκτείνει το MSSM με μια επιπλέον $U(1)'$ συμμετρία ή οποία περιέχει το

αντίστοιχο νέο μποζόνιο βαθμίδας Z' το οποίο μπορεί να αναμιχθεί με το ΚΠ αφού οι συμμετρίες σπάσουν. Παρόλο που η συνεχής $U(1)'$ συμμετρία δεν περιέχει περιοχές τοίχων, το UMSSM μπορεί να απαιτεί εξωτικά πεδία για να ακυρώσει χειραλικές ανωμαλίες που σχετίζονται με την $U(1)'$ συμμετρία. Υπάρχουν επίσης περιορισμοί στο UMSSM από αυστηρά πειραματικά όρια στην μίξη $Z - Z'$. Η μάζα του Z' πρέπει να είναι μεγαλύτερη από $600 - 900 \text{ GeV}$ για να συμβαδίζει με τα πειραματικά όρια.

Το πεδιακό περιεχόμενο Higgs φαίνεται στον Πίνακα 4.6. Στο MSSM έχουμε τις δυο συνηθισμένες διπλέτες Higgs οι οποίες δίνουν δύο CP -άρτιες (H_1^0, H_2^0), μια CP -περιττή κατάσταση (A_2^0) και ένα ζευγάρι από φορτισμένα ($H^\pm$) μποζόνια Higgs. Τα υπόλοιπα μοντέλα που επεκτείνουν το MSSM περιέχουν επιπλέον CP -άρτια και CP -περιττά μποζόνια Higgs, ή ένα Z' μποζόνιο βαθμίδας ανάλογα με το μοντέλο. Το sMSSM περιέχει τρεις επιπλέον μονέτες που επιτρέπουν 6 CP -άρτιες και 4 CP -περιττές καταστάσεις Higgs. Ωστόσο, τα επιπλέον πεδία Higgs αποσυζευγνύονται αν το λ είναι μικρό και οι VEV $\langle S_1 \rangle, \langle S_2 \rangle, \langle S_3 \rangle$ είναι μεγάλες. Το όριο αποσύζευξης διαγράφει τους D -όρους στον πίνακα μάζας για τα πεδία S, H_d^0 και H_u^0 και δίνει ένα μοντέλο παρόμοιο με το nMSSM με 3 CP -άρτιες και 2 CP -περιττές καταστάσεις Higgs.

4.3 Υπερσυμμετρικές μεγαλοενοποιημένες θεωρίες

Οι υπερσυμμετρικές μεγαλοενοποιημένες θεωρίες (*Supersymmetric Grand Unified Theories - SUSY GUTs*), είναι μια επέκταση των μη-υπερσυμμετρικών μεγαλοενοποιημένων θεωριών με την χρήση της υπερσυμμετρίας σαν επιπλέον συμμετρία. Η βασική διαφορά μεταξύ αυτών των δύο τάξεων θεωριών ενοποίησης είναι η χαμηλής ενέργειας ενεργή θεωρία. Η χαμηλής ενέργειας ενεργή θεωρία πεδίου σε μια υπερσυμμετρική GUT θεωρείται πως ικανοποιεί την $N = 1$ υπερσυμμετρία μέχρι κλίμακες της τάξεως της ασθενής κλίμακας, εκτός από την συμμετρία βαθμίδας του ΚΠ. Άρα, το φάσμα τους περιλαμβάνει όλες τις καταστάσεις του ΚΠ συν τους υπερσυμμετρικούς εταίρους. Επιπλέον, περιλαμβάνει ένα ζευγάρι (η περισσότερα) από διπλέτες Higgs, μια διπλέτα που θα δώσει μάζα σε κουάρκ πάνω τύπου και η άλλη στα κουάρκ κάτω-τύπου και στα φορτισμένα λεπτόνια. Επίσης, χρειάζονται δύο διπλέτες με αντίθετα υπερφορτία Y , για την ακύρωση “τριγωνικών φερμιονικών ανωμαλιών”. Τέλος, είναι σημαντικό να αναγνωρίσουμε πως μια χαμηλής ενέργειας υπερσυμμετρική κλίμακα

σπασίματος (η κλίμακα στην οποία οι υπερσυμμετρικοί εταίροι και τα σωματίδια του ΚΠ λαμβάνουν μάζα) είναι απαραίτητη για να διορθώσει το πρόβλημα της ιεραρχίας.

Τα βήματα που πρέπει να ακολουθήσουμε για την κατασκευή μιας υπερσυμμετρικής GUT είναι τα εξής:

1. Επιλογή μιας ομάδας συμμετρίας G που θα περιέχει την ομάδα του ΚΠ $SU(3) \times SU(2)_C \times U(1)_Y$ σαν υποομάδα. Αυτή μπορεί να είναι μία μοναδική ομάδα όπως η $SU(5)$, $SO(10)$, E_6 , είτε γινόμενο διαφόρων ομάδων όπως η $SU(3) \times SU(3)$ ή η $SU(4) \times SU(2)_L \times SU(2)_R$ η οποία όπως έχουμε ήδη δει ονομάζεται Pati-Salam.
2. Καθορισμός του σωματιδιακού περιεχομένου του μοντέλου. Για παράδειγμα για τα φερμιόνια και τα μποζόνια Higgs διαλέγουμε αμείωτες αναπαραστάσεις της ομάδας βαθμίδας, ενώ τα μποζόνια βαθμίδας μετασχηματίζονται στην αυτοπροσαρμοσμένη. Αν τα σωματίδια του MSSM δεν χωρούν σε μια αναπαράσταση πρέπει να χωριστούν σε διάφορες ή πρέπει να προστεθούν νέα σωματίδια. Για παράδειγμα ένα θεμιτό σωματίδιο είναι το δεξιόστροφο νετρίνο, του οποίου η ύπαρξη μεγαλώνει την συμμετρία με την έννοια ότι όλα τα φερμιόνια εμφανίζονται σε αριστερόστροφη και δεξιόστροφη εκδοχή. Σε πολλές περιπτώσεις υπάρχει ανάγκη για περισσότερα από δύο πεδία Higgs έτσι ώστε να σπάσει η GUT συμμετρία και η ηλεκτρασθενής συμμετρία αλλά και για να δοθούν μάζες στα φερμιόνια και στα μποζόνια βαθμίδας που να είναι συμβατές με τις πειραματικές τιμές. Τέλος, όταν αντιστοιχίζονται φερμιόνια σε συγκεκριμένες αναπαραστάσεις πρέπει να λάβουμε υπόψιν μας να μην υπάρχουν ανωμαλίες βαθμίδας.
3. Καταγραφή των κινητικών όρων για τα φερμιόνια, τα Higgs και τα μποζόνια βαθμίδας (και τα αντίστοιχα υπερσυμμετρικά). Η συναλλοίωτη παράγωγος (για την περίπτωση της μιας ομάδας βαθμίδας) έχει την μορφή $D_\mu = \partial_\mu - igA_\mu^a T^a$, όπου g η ζεύξη βαθμίδας, A_μ^a τα διανυσματικά μποζόνια βαθμίδας και T^a οι γεννήτορες της ομάδας βαθμίδας με $a = 1, 2, \dots, \dim Lie(G)$.
4. Καταγραφή του υπερδυναμικού W για τα βαθμωτά πεδία και τις αλληλεπιδράσεις Yukawa, έχοντας υπόψιν μας ότι όλοι οι όροι πρέπει να είναι επακανονικοποιησιμοι και αναλλοίωτοι κάτω από μετασχηματισμούς Lorentz και βαθμίδας. Το υπερδυναμικό είναι υπεύθυνο για το σπάσιμο της συμμετρίας βαθμίδας στο ΚΠ και οι όροι Yukawa θα δώσουν μάζα στα φερμιόνια μετά το σπάσιμο της συμ-

μετρίας.

5. Καθορισμός του ελαχίστου του βαθμωτού δυναμικού επιβάλλοντας μηδενισμό των F -όρων, δηλαδή $F_i = \frac{\partial W}{\partial \Phi_i} = 0$, όπου Φ_i τα βαθμωτά πεδία που εμφανίζονται στο W . Ο F -όρος πρέπει να εξαφανιστεί αν θεωρήσουμε ότι η υπερσυμμετρία υπάρχει και σε ενέργειες κάτω από την GUT κλίμακα. Αυτή είναι μεγάλη απλοποίηση σε υπολογισμούς που προκύπτει από την υπερσυμμετρία, ενώ σε μη υπερσυμμετρικές θεωρίες η εύρεση της VEV του Higgs είναι πιο περίπλοκη.
6. Υπολογισμός μαζών και ζεύξεων στην ασθενή κλίμακα με χρήση των εξισώσεων της OE της θεωρίας. Οι σχέσεις μεταξύ των παραμέτρων που προκύπτουν από την θεωρία θα ισχύουν στην GUT κλίμακα. Για να πάρουμε σχέσεις για την ασθενή κλίμακα πρέπει να ληφθεί υπόψιν το “τρέξιμο” των παραμέτρων. Η μορφή των εξισώσεων της OE καθορίζεται από το σωματιδιακό περιεχόμενο της θεωρίας. Αν υπάρχουν ενδιαμέσες ενεργειακές κλίμακες εκεί που εμφανίζονται νέα σωματίδια, οι εξισώσεις της OE θα αλλάξουν σε αυτές τις κλίμακες. Κατά προσέγγιση, η αλλαγή αυτή συχνά θεωρείται πως συμβαίνει ακαριαία, με την μορφή για παράδειγμα μιας Θ -συνάρτησης.

Στην συνέχεια, θα μελετήσουμε τις βασικές υπερσυμμετρικές μεγαλοενοποιημένες θεωρίες οι οποίες είναι η υπερσυμμετρική $SU(5)$ και η υπερσυμμετρική $SO(10)$ και θα δούμε τις βασικές φαινομενολογικές τους συνέπειες αλλά και κάποια από τα προβλήματα που τις διακατέχουν και πιθανές λύσεις τους. Φυσικά, όλες οι GUT θεωρίες μπορούν να έχουν υπερσυμμετρικές προεκτάσεις καθώς και διαφορετικές φαινομενολογίες χαμηλών ενεργειών ανάλογα με τη συμμετρία που τις περιγράφει. Οπότε, εκτός από τις $SU(5)$ και $SO(10)$ υπάρχουν και εναλλακτικές θεωρίες με ενδιαφέροντα χαρακτηριστικά όπως η “υπερσυμμετρική E_6 ” [318, 319], η “υπερσυμμετρική $SU(6)$ ” [320, 321], “η υπερσυμμετρική $SU(7)$ ” [322, 323], “το υπερσυμμετρικό flipped $SU(5)$ μοντέλο” [324–327], και άλλες [328].

4.3.1 Υπερσυμμετρική $SU(5)$

Όπως είδαμε και στο εδάφιο 3.1.1 αλλά και στο 3.4 υπάρχουν ορισμένα προβλήματα, τα οποία δεν μπορούν να ξεπεραστούν από τις καθιερωμένες GUT και για αυτό χρειάζονται την χρήση υπερσυμμετρίας. Το πρώτο απλό παράδειγμα που προτάθηκε είναι το ελάχιστο υπερσυμμετρικό $SU(5)$ μοντέλο [243], το οποίο θα δούμε στην συνέχεια.

Το υπερδυναμικό πρέπει να είναι ολομορφικό στα βαθμωτά στοιχεία των χειραλικών υπερπεδίων. Όπως είδαμε και νωρίτερα, αυτός είναι και ένας λόγος που εισάγουμε μία δεύτερη διπλέτα Higgs στο MSSM. Έτσι, διαλέγουμε για το υπερδυναμικό W της $SU(5)$ να έχει την μορφή [329]:

$$W = W_Y + W_h + W_{SB} + W' \quad (4.198)$$

όπου ο τομέας W_Y περιέχει τις ζεύξεις Yukawa, W_h είναι ο “κρυφός τομέας” (hidden sector) που περιέχει ήπιους όρους που σπάνε την υπερσυμμετρία, W_{SB} είναι ο τομέας που είναι υπεύθυνος για το σπάσιμο της συμμετρίας, και W' είναι ο τομέας που είναι υπεύθυνος για τους όρους που σπάνε την R -ομοτιμία.

Έτσι, συγκεκριμένα η δομή Yukawa που είναι υπεύθυνη για τις μάζες στα φερμιόνια δεν αλλάζει, με την μόνη διαφορά ότι τώρα έχουμε δύο θεμελιώδεις αναπαράστασεις Higgs $H_{\bar{5}}$ και H_5 , οι οποίες χρειάζονται για ακύρωση των ανωμαλιών και μη μηδενικές ζεύξεις Yukawa για τους πάνω και κάτω τομείς:

$$W_Y = \bar{\mathbf{5}}_F Y_{\bar{5}} \mathbf{10}_F H_{\bar{5}} + \frac{1}{8} \varepsilon_5 \mathbf{10}_F Y_{10} \mathbf{10}_F H_5 \quad (4.199)$$

όπου ο δείκτης F υποδηλώνει μαζικές (φερμιονικές) πολλαπλέτες. Επίσης, δεν μπορούμε να έχουμε στο υπερδυναμικό το πεδίο και το μιγαδικό συζυγές του, και άρα χρειαζόμαστε δύο Higgs ΚΠ, που σημαίνει ότι χρειαζόμαστε δύο $SU(5)$ Higgs, ένα στη θεμελιώδη αναπαράσταση και ένα στην αντι-θεμελιώδη αναπαράσταση:

$$H_5 = \begin{pmatrix} T^i \\ H^i \end{pmatrix}, \quad H_{\bar{5}} = \begin{pmatrix} T_1^c \\ T_2^c \\ T_3^c \\ H^- \\ -H^0 \end{pmatrix} \quad (4.200)$$

Επίσης, για τον W_{SB} έχουμε ότι:

$$W_{SB} = z \text{Tr} \Phi + x \text{Tr} \Phi^2 + y \text{Tr} \Phi^3 + \lambda H_{\bar{5}} \Phi H_5 + M H_{\bar{5}} H_5 \Phi \quad (4.201)$$

Παρόλο που $\text{Tr} \Phi = 0$, ο όρος $z \text{Tr} \Phi$ εμφανίζεται στο υπερδυναμικό σαν ένας “πολλαπλασιαστής Lagrange” για να ενισχύσει αυτό τον περιορισμό κατά την ελαχιστοποίηση του δυναμικού.

Έχουμε έτσι, στην συνέχεια, το εξής σπάσιμο συμμετρίας:

$$SU(5) \times SUSY \rightarrow \langle \Phi \rangle \neq 0 \rightarrow G_{SM} \times SUSY \quad (4.202)$$

Για την μελέτη του, πρέπει να υπολογίσουμε τους F όρους και να τους μηδενίσουμε έτσι ώστε να διατηρηθεί η υπερσυμμετρία στην ασθενή κλίμακα. Άρα, πρέπει:

$$0 = Tr \left(\frac{\partial W}{\partial \phi_j^i} \right) \quad (4.203)$$

όπου:

$$\frac{\partial W}{\partial \phi_j^i} = z\delta_j^i + 2x\Phi_j^i + 3y\Phi_k^i\Phi_j^k \quad (4.204)$$

Άρα, παίρνοντας $\langle Tr\Phi \rangle = 0$ προκύπτει η σχέση:

$$z = -\frac{3}{5}y \langle Tr\Phi^2 \rangle \quad (4.205)$$

Αν στην συνέχεια θεωρήσουμε ότι $Diag \langle \Phi \rangle = (a_1, a_2, a_3, a_4, a_5)$ παίρνουμε τις α-κόλουθες εξισώσεις:

$$\begin{aligned} \sum_i a_i &= 0 \\ z + 2xa_i + 3ya_i^2 &= 0 \end{aligned} \quad (4.206)$$

με $i = 1, \dots, 5$. Οπότε, έχουμε 5 εξισώσεις με 2 παραμέτρους. Άρα, έχουμε τρεις διαφορετικές επιλογές για τα a_i που μπορούν να ικανοποιήσουν της ανωτέρω εξισώσεις:

1.

$$\langle \Phi \rangle = 0 \quad (4.207)$$

Στην περίπτωση αυτή, η $SU(5)$ συμμετρία παραμένει άσπαστη.

2.

$$diag \langle \Phi \rangle = (a, a, a, a, -4a) \quad (4.208)$$

όπου η $SU(5)$ συμμετρία σπάει στην $SU(4) \times U(1)$, και μπορεί να βρεθεί ότι $a = \frac{2x}{9y}$.

3.

$$diag \langle \Phi \rangle = \left(b, b, b, -\frac{3}{2}b, -\frac{3}{2}b \right) \quad (4.209)$$

όπου αυτή είναι επιθυμητή περίπτωση καθώς η $SU(5)$ σπάει στην ομάδα βαθμίδας $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ του ΚΠ. Σε αυτήν την περίπτωση, παίρνουμε $b = \frac{4x}{3y}$ και οι παράμετροι x διαλέγονται να είναι της τάξης M_U . Επίσης, στο υπερσυμμετρικό όριο όλα τα κενά είναι εκφυλισμένα.

Μάζες φερμιονίων

Το ενεργό υπερδυναμικό για τον μαζικό τομέα σε χαμηλές ενέργειες θα έχει την μορφή:

$$W_{matter} = h_u Q H_u u^c + h_d Q H_d d^c + h_l L H_d e^c + \mu H_u H_d \quad (4.210)$$

όπου τα h_d και h_l προκύπτουν από την $T\bar{5}\bar{H}$ ζεύξη και ικανοποιεί την συνθήκη $h_d = h_l$. Παρομοίως το h_u προκύπτει από την ζεύξη TTH και άρα ικανοποιεί τον περιορισμό $h_u = h_u^T$. Να σημειώσουμε επίσης πως κανένας από αυτούς τους περιορισμούς δεν εμφανίζεται στο KII.

Η ενοποίηση των κουάρκ και λεπτονίων κάτω από τις ίδιες αναπαραστάσεις της $SU(5)$ οδηγεί σε συσχετίσεις ανάμεσα στις μάζες τους. Έτσι, από την Εξ. 4.199 είναι προφανές ότι το d -κουάρκ και το ηλεκτρόνιο παίρνουν την ίδια μάζα αφού μοιράζονται τον ίδιο πίνακα ζεύξης Yukawa. Φυσικά, η ισότητα αυτή ισχύει μόνο στην κλίμακα GUT. Αν οι πειραματικές τιμές για τις μάζες δοθούν στην ασθενή κλίμακα δοθούν σαν αρχικές τιμές των RGE, μπορεί να βρεθεί πως στην GUT κλίμακα ισχύει η σχέση:

$$m_d \approx 3m_e \quad (4.211)$$

Αυτό δείχνει ότι η πρόβλεψη $m_d = m_e$ είναι λίγο αυστηρή. Μια ακόμα σχέση που προβλέπεται από το μοντέλο και είναι ανεξάρτητη κλίμακας και άρα ισχύει και στην ασθενή, είναι η:

$$\frac{m_d}{m_\mu} = \frac{m_e}{m_s} \quad (4.212)$$

Η σχέση όμως αυτή είναι σε αντίθεση με τις πειραματικές παρατηρήσεις κατά παράγοντα περίπου 15. Αυτό είναι ένα βασικό πρόβλημα του ελάχιστου $SU(5)$ μοντέλου, και μπορεί αποφευχθεί με την εισαγωγή στην θεωρία μιας επιπλέον πολλαπλότητας όπως η 45. Ένας άλλος τρόπος επίλυσης είναι με την εισαγωγή ανωτέρων διαστασιακά τελεστών, όπως $\frac{T\bar{5}\Phi H_{\bar{5}}}{M_{pl}}$, που μπορεί να είναι της τάξης περίπου $0.1 GeV$ και μπορούν επίσης να χρησιμοποιηθούν για να διορθώσουν την πρόβλεψη για την μάζα του μιονίου της $SU(5)$.

Διάσπαση πρωτονίου από $d = 6$ και $d = 5$ τελεστές

Η παρουσία ταυτόχρονα κουάρκ και λεπτονίων στην ίδια πολλαπλέτα του $SU(5)$ μοντέλου οδηγεί σε διάσπαση πρωτονίου. Στην κλασική μη-υπερσυμμετρική $SU(5)$ υπάρχουν δύο ειδών διαγράμματα που οδηγούν σε διάσπαση πρωτονίου:

- Ανταλλαγή μποζονίων βαθμίδας.
- Ανταλλαγή πεδίων Higgs.

Στην υπερσυμμετρία έχουμε εκτός από τη συνηθισμένη περίπτωση $d = 6$ (με την συνεισφορά στην διάσπαση του πρωτονίου κυρίως των βαρέων μποζονίων βαθμίδας), την συνεισφορά από την ανταλλαγή βαρέων Higgs τριπλετών χρώματος από την $H_5^{u,d}$, όπου από τις Εξ. 4.200 παίρνουμε:

$$H_5^d = \begin{pmatrix} T^c \\ H_d \end{pmatrix}, \quad H_5^u = \begin{pmatrix} T \\ H_u \end{pmatrix} \quad (4.213)$$

Στην συνέχεια, μέσω της Εξ. 4.199 για την επακανονικοποιήσιμη περίπτωση μπορούμε να βρούμε την ζεύξη αυτών των τριπλετών με τα χειραλικά φερμιόνια ΚΠ:

$$W_Y(T) = T^c (LY_5 Q - d^c Y_5 \varepsilon_3 u^c) + \left(\frac{1}{2} QY_{10} Q - u^c Y_{10} e^c \right) T \quad (4.214)$$

Αυτές οι τριπλέτες είναι βαριές και έχουν όρο μάζας:

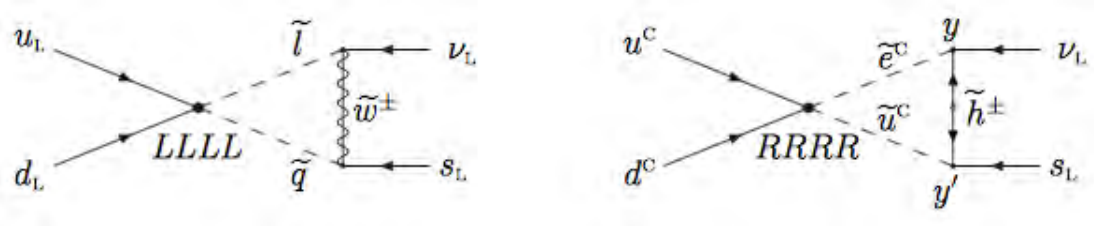
$$- m_T T^c T \quad (4.215)$$

Έτσι, για τους $d = 5$ ενεργούς τελεστές που συνεισφέρουν στην διάσπαση του πρωτονίου λύνοντας τις εξισώσεις κίνησης παίρνουμε:

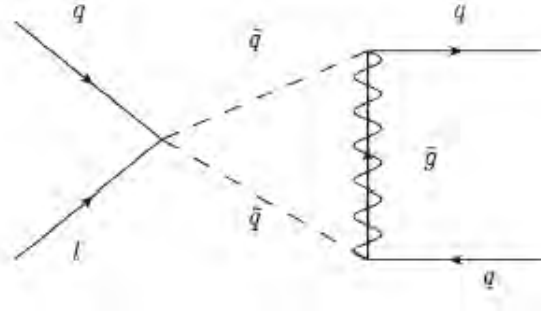
$$W_{d=5} = \frac{1}{2m_T} \varepsilon_3 (QY_{10} Q) (QY_5^T L) + \frac{1}{m_T} (d^c Y_5 u^c) (u^c Y_{10} e^c) T \quad (4.216)$$

Οι δύο τελεστές συνήθως καλούνται $LLLL$ και $RRRR$ κανάλια λόγω των πεδίων που περιλαμβάνονται. Παραδείγματα αυτών βλέπουμε στο Σχ. 4.14. Οι τελεστές αυτοί είναι διάστασης $d = 5$ σε λαγκρατζιανό επίπεδο και αυτό συνήθως σημαίνει μεγαλύτερος ρυθμός διάσπασης από ότι σε μια $d = 6$ διαδικασία (βλέπε Εξ. 3.125). Από μόνος του αυτός ο τελεστής δεν παράγει ακόμα διάσπαση πρωτονίου με αλληλεπίδραση τεσσάρων-φερμιονίων σε διαγράμματα επιπέδου δένδρου, αλλά μόνο έναν όρο παραβίασης βαρυονικού και λεπτονικού αριθμού μεταξύ δύο φερμιονίων και δύο s -φερμιονίων, για παράδειγμα μεταξύ δύο κουάρκ και ένα s -λεπτόνιο και ένα s -κουάρκ. Ωστόσο, μπορεί να κλειστεί με έναν βρόγχο από την ανταλλαγή για παράδειγμα ενός gaugino ή Higgsino παράγοντας την συνηθισμένη τεσσάρων φερμιονίων αλληλεπίδραση. Παράδειγμα τέτοιου διαγράμματος βλέπουμε στο Σχ. 4.15.

Θεωρώντας, στην συνέχεια, ότι οι μάζες των s -φερμιονίων είναι μεγαλύτερες από αυτή του gluino αυτό δημιουργεί στην λαγκρατζιανή έναν $d = 5$ τελεστή της



Σχήμα 4.14: Διάσπαση πρωτονίου μέσω τελεστών διάστασης 5. Οι τελεστές αυτοί, προκύπτουν από την ανταλλαγή λεπτοκουάρκ, που ακολουθείται από κλείσιμο με gaugino ή Higgsino.



Σχήμα 4.15: Ο ενεργός $d = 5$ τελεστής διάσπασης πρωτονίου κλεισμένος με έναν βρόγχο ανταλλαγής gluino.

σχηματικής μορφής:

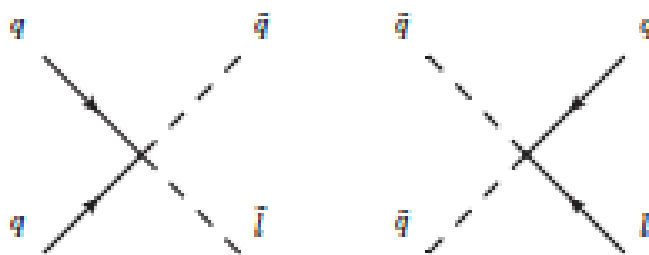
$$\mathcal{L}_{d=5} \propto \left(\frac{Y_{10} Y_5}{m_T} \right) \left(\frac{\alpha_3}{4\pi} \right) \left(\frac{m_{\tilde{g}}}{m_{\tilde{q}}^2} \right) QQQL \quad (4.217)$$

γεγονός που είναι παράξενο καθώς ένας τέτοιος τελεστής καταστέλλεται μόνο από την αντίστροφη δύναμη της μάζας των βαρέων τριπλετών χρώματος αντί για το τετράγωνο των μαζών των βαρέων μποζονίων βαθμίδας στους συνηθισμένους $d = 6$ τελεστές όπου $\Gamma \propto m_T^{-2}$ (βλέπε Εξ. 3.126). Αυτό θα μπορούσε να ενισχύσει σημαντικά τον ρυθμό διάσπασης [330,331]. Ωστόσο, υπάρχουν διάφοροι λόγοι που κάνουν τον χρόνο ζωής του πρωτονίου αρκετά μεγάλο:

- Το πρωτόνιο αποτελείται από κουάρκ πρώτης γενιάς και άρα τουλάχιστον κάποιοι από τους Yukawa που συμπεριλαμβάνονται θα είναι τυπικά μικροί.
- Λόγω της απαίτησης υψηλότερων διαστασιακά τελεστών για την λύση του προβλήματος με τις λάθος σχέσεις μαζών, οι αντίστοιχοι Yukawa που εμφανίζονται στον $d = 5$ τελεστή δεν χρειάζεται να συνδεθούν με τις μάζες των φερμιονίων και άρα μπορούν να ακυρώσουν τις περιπτώσεις με μεγάλους ρυθμούς διάσπασης.

- Παρόμοια αβεβαιότητα υπάρχει και στον τομέα s -κουάρκ, όπου οι γωνίες μίξης δεν χρειάζεται να σχετίζονται με τις αντίστοιχες των φερμιονίων ακόμα αν χρησιμοποιήσουμε τα πιο αυστηρά όρια από μεταβάσεις παραβίασης χρώματος.
- Λόγω μη επακανονικοποιήσιμων τελεστών στον τομέα Higgs, η οκταπλέτα χρώματος και οι ασθενείς τριπλέτες μπορούν να είναι ελαφρύτερες από την GUT κλίμακα. Οπότε, μπορούμε να προσαρμόσουμε μια μεγαλύτερη GUT κλίμακα και μάζες των τριπλετών χρώματος και άρα θα έχουμε μεγαλύτερη συμπίεση στον ρυθμό διάσπασης.

Γενικά όμως, η υπερσυμμετρία χειροτερεύει τους περιορισμούς στην μάζα της τριπλέτας χρώματος.



Σχήμα 4.16: Γυμνοί ενεργοί $d = 5$ τελεστές διάσπασης πρωτονίου.

Οι $d = 6$ συνεισφορές για την διάσπαση πρωτονίου είναι γενικά λιγότερο σημαντικοί στην υπερσυμμετρική περίπτωση αλλά εξαρτώνται λιγότερο από το μοντέλο σε σχέση με τους $d = 5$ τελεστές. Από το μη διαγώνιο κομμάτι του πεδίου βαθμίδας παίρνουμε τις συνεισφορές βαθμίδας οι οποίες βασικά εξαρτώνται μόνο από τις μάζες των φερμιονίων. Οι υπόλοιποι $d = 6$ τελεστές που προέρχονται από τον τομέα Higgs είναι λιγότερο σημαντικοί και εξαρτώνται αρκετά από το εκάστοτε μοντέλο. Οι $d = 6$ τελεστές διατηρούν το $B - L$ και άρα το νουκλεόνιο διασπάται σε ένα μεσόνιο και ένα αντι-λεπτόνιο. Έτσι, θεωρώντας $Y_u = Y_u^T$, αν αναλύσουμε τους ρυθμούς διάσπασης για τα διάφορα κανάλια λόγω της παρουσίας $d = 6$ τελεστών βαθμίδας υπό την

παρουσία υπερβαρέων μποζονίων βαθμίδας, παίρνουμε τις γενικές εξισώσεις [332]:

$$\begin{aligned}
\Gamma_{p \rightarrow K^+ \bar{\nu}} &= \frac{(m_p^2 - m_K^2)^2}{8\pi f_\pi^2 m_p^3} A_L^2 |\alpha|^2 \times \\
&\times \sum_{i=1}^3 \left| \left[\frac{2m_p}{3m_B} D \right] c(\nu_i, d, s^C) + \left[1 + \frac{m_p}{3m_B} (D + 3F) \right] c(\nu_i, s, d^C) \right|^2 \\
\Gamma_{p \rightarrow \pi^+ \bar{\nu}} &= \frac{m_p}{8\pi f_\pi^2} A_L^2 |\alpha|^2 (1 + D + F) \sum_{i=1}^3 |c(\nu_i, d, d^C)|^2 \\
\Gamma_{p \rightarrow \eta e_\beta^+} &= \frac{(m_p^2 - m_\eta^2)^2}{48\pi f_\pi^2 m_p^3} A_L^2 |\alpha|^2 (1 + D - 3F)^2 \left\{ |c(e_\beta, d^C)|^2 + k_1^4 |c(e_\beta^C, d)|^2 \right\} \\
\Gamma_{p \rightarrow K^0 e_\beta^+} &= \frac{(m_p^2 - m_K^2)^2}{8\pi f_\pi^2 m_p^3} A_L^2 |\alpha|^2 \left[1 + \frac{m_p}{m_B} (D - F) \right]^2 \left\{ |c(e_\beta, s^C)|^2 + k_1^4 |c(e_\beta^C, s)|^2 \right\} \\
\Gamma_{p \rightarrow \pi^0 e_\beta^+} &= \frac{m_p}{16\pi f_\pi^2 m_p^3} A_L^2 |\alpha|^2 (1 + D + F)^2 \left\{ |c(e_\beta, d^C)|^2 + k_1^4 |c(e_\beta^C, d)|^2 \right\} \\
\Gamma_{n \rightarrow K^0 \bar{\nu}} &= \frac{(m_n^2 - m_K^2)^2}{8\pi f_\pi^2 m_n^3} A_L^2 |\alpha|^2 \times \\
&\times \sum_{i=1}^3 \left| c(\nu_i, d, s^C) \left[1 + \frac{m_n}{3m_B} (D - 3F) \right] - c(\nu_i, s, d^C) \left[1 + \frac{m_n}{3m_B} (D + 3F) \right] \right|^2 \\
\Gamma_{n \rightarrow \pi^0 \bar{\nu}} &= \frac{m_n}{16\pi f_\pi^2} A_L^2 |\alpha|^2 (1 + D + F)^2 \sum_{i=1}^3 |c(\nu_i, d, d^C)|^2 \\
\Gamma_{n \rightarrow \eta \bar{\nu}} &= \frac{(m_n^2 - m_\eta^2)^2}{48\pi f_\pi^2 m_n^3} A_L^2 |\alpha|^2 (1 + D - 3F)^2 \sum_{i=1}^3 |c(\nu_i, d, d^C)|^2 \\
\Gamma_{n \rightarrow \pi^- e_\beta^+} &= \frac{m_n}{8\pi f_\pi^2} A_L^2 |\alpha|^2 (1 + D + F)^2 \left\{ |c(e_\beta, d^C)|^2 + k_1^4 |c(e_\beta^C, d)|^2 \right\}
\end{aligned} \tag{4.218}$$

όπου m_B είναι μια μέση βαρυονική μάζα που ικανοποιεί την σχέση $m_B \approx m_\Sigma \approx m_\Lambda$, ενώ D , F και α είναι οι παράμετροι της χειραλικής λαγκρατζιανής. Επίσης, το A_L λαμβάνει υπόψιν την επακανονικοποίηση από M_Z σε 1GeV . Τέλος, $\nu_i = \nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$ και $e_\beta = e, \mu$. Από τις ανωτέρω εξισώσεις λαμβάνουμε μόνο επτά σχέσεις για όλες τις σταθερές των $d = 6$ τελεστών βαθμίδας που συνεισφέρουν στην διάσπαση του νουκλεονίου. Αντικαθιστώντας τις σταθερές και χρησιμοποιώντας σχέσεις από τους τομείς Yukawa του εκάστοτε μοντέλου μπορούμε να βρούμε συγκεκριμένες τιμές για τους υπολογισμούς για τον χρόνο ζωής.

Η κλίμακα ενοποίησης είναι πάντα $M_{GUT} \geq 10^{16}\text{GeV}$. Οπότε, ένα κάτω όριο που μπορεί να τεθεί για τα δύο βασικά κανάλια διάσπασης από τις Εξ. 4.218 χρησιμοποι-

ώντας $\alpha = 0.015 GeV^3$ είναι [333]:

$$\begin{aligned}\tau_{p \rightarrow \pi + \bar{\nu}} &\geq 8 \times 10^{35} ys \\ \tau_{p \rightarrow K + \bar{\nu}} &\geq 7.6 \times 10^{37} ys\end{aligned}\tag{4.219}$$

Τα κάτω όρια αυτά είναι πολύ συντηρητικά και ισχύουν για μια ελάχιστη υπερσυμμετρική $SU(5)$ με $Y_u = Y_u^T$. Αυτό σημαίνει πως αν θέλουμε να ελέγξουμε τις προβλέψεις των $d = 6$ τελεστών στο ελάχιστο υπερσυμμετρικό $SU(5)$ μοντέλο με πειράματα επόμενης γενιάς, τα κάτω όρια πρέπει να βελτιωθούν τουλάχιστον κατά 4 τάξεις μεγέθους.

Θεωρώντας όμως το πιο αυστηρό όριο για την μάζα των τριπλετών χρώματος M_T που προέρχεται από τους $d = 5$ τελεστές, το οποίο είναι $M_T > 10^{17} GeV$ προκύπτει ότι η μάζα των υπερβαρέων μποζονίων είναι πάντα $M_X > 10^{17} GeV$ και άρα οι χρόνοι ζωής γίνονται:

$$\begin{aligned}\tau_{p \rightarrow \pi + \bar{\nu}} &\geq 8 \times 10^{39} ys \\ \tau_{p \rightarrow K + \bar{\nu}} &\geq 7.6 \times 10^{41} ys\end{aligned}\tag{4.220}$$

Σε αυτή την περίπτωση δεν μπορούμε να ελέγξουμε το ελάχιστο υπερσυμμετρικό $SU(5)$ μοντέλο με τα μελλοντικά πειράματα ανίχνευσης διάσπασης πρωτονίου.

Βασικά προβλήματα

Ένα βασικό στοιχείο της υπερσυμμετρικής $SU(5)$ είναι ότι το μοντέλο αυτό έχει πολύ λίγες παραμέτρους και άρα κάνει πολλές προβλέψεις. Το MSSM έχει πάνω από 100 παραμέτρους που σημαίνει ότι μπορεί να προσαρμόζεται σχετικά εύκολα στα πειραματικά αποτελέσματα. Όμως, αν το μοντέλο ενταχθεί στο υπερσυμμετρικό $SU(5)$ με υπερβαρύτητα “τύπου Polonyi” ο αριθμός των παραμέτρων μειώνεται σε 5.

Παρόλα αυτά όμως έχει και ένα πλήθος από προβλήματα τα οποία πρέπει να λυθούν αν η θεωρία αυτή παρθεί ως μια πραγματική θεωρία της φύσης [329].

1. Σπάσιμο R -ομοτιμίας:

Υπάρχουν στο υπερδυναμικό επακανονικοποιήσιμοι όροι οποίοι σπάνε τον βαρυονικό και τον λεπτονικό χβαντικό αριθμό:

$$W' = \lambda_{abc} T_a \bar{5}_b \bar{5}_c\tag{4.221}$$

Αν γραφούν σε όρους των στοιχείων των πεδίων, οδηγούμαστε σε όρους παραβίασης της R -ομοτιμίας του MSSM όπως οι $L_a L_b e_c^c$, $Q L d^c$ και $u^c d^c d^c$. Το

νέο στοιχείο που προκύπτει είναι ότι υπάρχει μόνο μία παράμετρος ζεύξης λ που περιγράφει και τους τρεις τύπους όρων, αλλά και ικανοποιεί την αντισυμμετρία στους δύο δείκτες γενιών b, c . Ο συνολικός αριθμός των παραμέτρων που σπάνε την R -ομοτιμία είναι 9 αντί για 45 του MSSM. Υπάρχουν επίσης μη επακανονικοποιήσιμοι όροι της μορφής $T\bar{5}\bar{5}(\Phi/M_{Pl})^{n55}$, που είναι σημαντικοί για $n = 1, 2, 3, 4$ και μπορούν να προσθέσουν διαφορετική πολυπλοκότητα στην παραβίαση της R -ομοτιμίας. Άρα, το υπερσυμμετρικό $SU(5)$ δεν οδηγεί σε έναν ελαφρύ υπερσυμμετρικό εταίρο που να είναι φυσικά σταθερός έτσι ώστε να αποτελεί υποψήφιο ψυχρής ΣΥ.

2. DT πρόβλημα:

Το μαζικό πεδιακό περιεχόμενο του MSSM εμπεριέχεται επίσης στις πολλαπλές $\bar{5}$ και T . Επίσης, τα δύο υπερπεδία Higgs H_u και H_d του MSSM πρέπει να προκύπτουν από τις πολλαπλές H και $\bar{H}$. Έτσι γράφουμε:

$$H = \begin{pmatrix} \zeta_u \\ H_u \end{pmatrix}, \quad \bar{H} = \begin{pmatrix} \bar{\zeta}_d \\ H_d \end{pmatrix} \quad (4.222)$$

Οπότε, από την Εξ. 4.201 αντικαθιστώντας την 4.209 παίρνουμε:

$$W_{eff} = \lambda (b + M) \zeta_u \bar{\zeta}_d + \lambda \left(-\frac{3}{2}b + M \right) H_u H_d \quad (4.223)$$

Αν διαλέξουμε:

$$\frac{3}{2}b = M \quad (4.224)$$

τότε οι άμαζες διπλές ΚΠ παραμένουν, ενώ κάθε άλλο σωματίο του $SU(5)$ παίρνει μεγάλη μάζα. Όμως, η παράμετρος αυτή εισάχθηκε “με το χέρι” και δεν προέκυψε με φυσικό τρόπο. Η διαδικασία διαχωρισμού των τριπλετών χρώματος $\zeta_{u,d}$ από τις $SU(2)$ διπλές $H_{u,d}$ είναι το λεγόμενο DT πρόβλημα που εμφανίζεται σε όλα τα GUT μοντέλα. Και ένα πλεονέκτημα των υπερσυμμετρικών GUT είναι ότι αφού γίνει η λεπτή ρύθμιση σε επίπεδο δένδρου, το θεώρημα μη-επακανονικοποίησης των υπερσυμμετρικών μοντέλων το διατηρεί σε όλες τις τάξεις στην θεωρία διαταραχών.

Έτσι, για να παραχθούν ελαφριές διπλές του MSSM, πρέπει να υπάρχει λεπτή ρύθμιση μεταξύ των δύο παραμέτρων $3/2\lambda b$ και M στο υπερδυναμικό. Όταν όμως εφαρμόζεται σπάσιμο της υπερσυμμετρίας μέσω του μηχανισμού του κρυφού τομέα, προκύπτει μια λαγκρατζιανή σπασίματος της υπερσυμμετρίας της

μορφής:

$$\mathcal{L}_{SB} = A\bar{H}\Phi H + B\bar{M}\bar{H}H + h.c. \quad (4.225)$$

όπου τα σύμβολα είναι μόνο τα βαθμωτά στοιχεία των υπερπεδίων. Γενικά, $A \neq B$ και όταν τα Higgsinos παίρνουν λεπτή ρύθμιση για να πάρουν μάζα στην ασθενή κλίμακα, η ίδια λεπτή ρύθμιση δεν αφήνει τις βαθμωτές διπλέτες στην ασθενή κλίμακα. Έτσι, έχουμε δύο πιθανές λύσεις:

- Η πρώτη είναι να εισάγουμε ένα μονήρες πεδίο S και να διαλέξουμε υπερδυναμικό της μορφής:

$$W_{DT} = 2\bar{H}\Phi H + S\bar{H}H \quad (4.226)$$

και έτσι μετά την ελαχιστοποίηση του υπερδυναμικού παίρνουμε αυτόματα:

$$\langle S \rangle = 3b \quad (4.227)$$

που είναι η συνθήκη που κρατάει τις διπλέτες ελαφριές.

- Ο δεύτερος τρόπος, ο οποίος λειτουργεί και καλύτερα από τον πρώτο, είναι να σπάσουμε την συμμετρία GUT με μια πολλαπλέτα όπου έχει ζεύξη στο H και στο $\bar{H}$ και άλλες πολλαπλέτες με τέτοιο τρόπο ώστε αφού η $SU(5)$ συμμετρία σπάσει, μόνο οι τριπλέτες χρώματος να συζευγνύονται και όχι οι ασθενείς διπλέτες. Έτσι, η διπλέτα προκύπτει με φυσικό τρόπο να είναι ελαφριά. Για παράδειγμα, μπορούμε να προσθέσουμε τις **50** και $\bar{\mathbf{50}}$ (που περιγράφονται αντίστοιχα από τα $\Theta_{\gamma\delta\sigma}^{\alpha\beta}$ και $\bar{\Theta}$) και να αντικαταστήσουμε την **24** με την **75** (που περιγράφεται με Σ) πολλαπλέτα. Η **75**-διάστατη πολλαπλέτα έχει μια μονέτα ΚΠ μέσα της έτσι ώστε σπάει την $SU(5)$ στο ΚΠ. Ταυτόχρονα, η **50** έχει μόνο μια τριπλέτα χρώματος και όχι διπλέτα. Έτσι, η ζεύξη **50.75.5** επιτρέπει την ένωση των τριπλετών χρώματος από την **50** και την $\bar{\mathbf{5}}$ αφήνοντας την ασθενή διπλέτα στην $\bar{H}$ ελαφριά. Έτσι, το υπερδυναμικό σε αυτή την περίπτωση γίνεται:

$$W_G = \lambda_1 \Theta \Sigma H + \lambda_2 \bar{\Theta} \Sigma \bar{H} + M \Theta \bar{\Theta} + f(\Sigma) \quad (4.228)$$

Να αναφέρουμε επίσης ότι ο μηχανισμός αυτός μπορεί να λειτουργήσει και σε άλλες ομάδες.

3. Βαρυογέννεση:

Ένα επίσης θέμα του μοντέλου αυτού είναι ότι δεν παράγει την βαρυονική ασυμμετρία του Σύμπαντος με απλό τρόπο. Έτσι, αν η βαρυονική ασυμμετρία παράγεται στην GUT κλίμακα όπως συνήθως γίνεται, πρέπει να υπάρχει ταυτόχρονα μια λεπτονική ασυμμετρία έτσι ώστε η συμμετρία $B - L$ να διατηρείται. Ο λόγος για αυτό είναι ότι όλες οι αλληλεπιδράσεις των απλών υπερσυμμετρικών μοντέλων διατηρούν την $B - L$ συμμετρία. Σαν αποτέλεσμα, μπορούμε να γράψουμε:

$$n_B = \frac{1}{2}n_{B-L} + \frac{1}{2}n_{B+L} = \frac{1}{2}n_{B+L} \quad (4.229)$$

Το πρόβλημα είναι τότε ότι οι αλληλεπιδράσεις *sphaleron* που είναι σε ισορροπία για $10^2 \text{ GeV} \leq T \leq 10^{12} \text{ GeV}$, θα διαγράψουν το n_{B+L} αφού παραβιάζουν τον $B + L$ κβαντικό αριθμό. Έτσι, η βαρυονική ασυμμετρία στην GUT κλίμακα δεν μπορεί να επιβιώσει κάτω από την ασθενή κλίμακα. Φυσικά, μπορούν να παραχθούν βαρυόνια στην ασθενή κλίμακα μέσω των διαδικασιών *sphaleron* αλλά δεν υπάρχει κάποιος προτεινόμενος πειστικός μηχανισμός.

4. Μάζες νετρίνων:

Φαίνεται πως όπως και στο απλό, έτσι και στο υπερσυμμετρικό μοντέλο $SU(5)$ δεν υπάρχει κάποιος φυσικός μηχανισμός παραγωγής μαζών νετρίνων παρόλο που έχει προταθεί η χρήση αλληλεπιδράσεων που παραβιάζουν την R -ομοτιμία για ακριβώς αυτό τον σκοπό. Έτσι, πρέπει οι απαιτούμενες μικρές ζεύξεις τους να εισαχθούν με το χέρι στο μοντέλο αυτό.

5. Εκφυλισμός κενού και φαινόμενα υπερβαρύτητας:

Ένα γενικό πρόβλημα των περισσότερων υπερσυμμετρικών GUT είναι ο εκφυλισμός κενού που προκύπτει στην περίπτωση του $SU(5)$ μοντέλου στο υπερσυμμετρικό όριο. Η $SU(5)$ συμμετρία σπάει μέσω του **24** υπερπεδίου Higgs και αφήνει τρία κενά: το $SU(5)$, $SU(4) \times U(1)$, και $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ με την ίδια ενέργεια κενού. Το ερώτημα είναι πως το Σύμπαν καταλήγει στο ΚΠ. Προκύπτει πως αν εισαχθούν φαινόμενα υπερβαρύτητας, τα τρία κενά έχουν διαφορετικές ενέργειες που προκύπτουν από τον όρο $\frac{-3}{M_{Pl}^2}|W|^2$ στο ενεργό μποζονικό δυναμικό. Αν κάνουμε τους υπολογισμούς προκύπτει πως το κενό του ΚΠ έχει την χαμηλότερη ενέργεια κενού. Αυτό όμως είναι παραπλανητικό καθώς ο υπολογισμός γίνεται πριν τον μηδενισμό της κοσμολογικής σταθεράς.

Αφού γίνει αυτός ο μηδενισμός, το ΚΠ λαμβάνει πράγματι την υψηλότερη ενέργεια κενού. Οπότε, το γεγονός αυτό παραμένει πρόβλημα. Ένας τρόπος για να αποφευχθεί αυτό, είναι να φανταστούμε πως το ΚΠ έχει κολλήσει στο “λάθος” κενό, αλλά η πιθανότητα σήραγγας άλλων κενών είναι ασήμαντη ή τέτοια ώστε ο χρόνος σήραγγας να είναι μεγαλύτερος από την ηλικία του Σύμπαντος. Ένας άλλος τρόπος να επιλυθεί το πρόβλημα εξ’ αρχής είναι να σπάσει η $SU(5)$ συμμετρία από την **75** πολλαπλέτα και έτσι να μην έχουμε το $SU(4) \times U(1)$ κενό. Αν επίσης προσθέσουμε στο υπερδυναμικό όρους της μορφής $S(\Sigma^2 - M_U^2)$ εξαλείφεται επίσης και το $SU(5)$ κενό.

4.3.2 Υπερσυμμετρική $SO(10)$

Οι υπερσυμμετρικές επεκτάσεις των $SO(10)$ μοντέλων έχουν επιπλέον επιθυμητά στοιχεία έναντι του υπερσυμμετρικού $SU(5)$ μοντέλου. Για παράδειγμα, όλα τα φερμιόνια χωράνε σε μια σπινორιακή αναπαράσταση της $SO(10)$, η σπινორιακή αναπαράσταση αφού είναι **16**-διάστατη περιέχει το δεξιόστροφο νετρίνο το οποίο οδηγεί σε μη μηδενικές μάζες νετρίνων. Επίσης, η ομάδα βαθμίδας $SO(10)$ είναι αριστερά-δεξιά συμμετρική το οποίο έχει σαν συνέπεια την λύση του υπερσυμμετρικού CP προβλήματος, της R -ομοτιμίας κλπ, του MSSM σε αντίθεση με το $SU(5)$. Μερικά από τα στοιχεία αυτά τα έχουμε ήδη δει στο προγενέστερο εδάφιο 3.1.2, κάποια άλλα όμως θα τα δούμε στην συνέχεια.

Τα πρώτα υπερσυμμετρικά μοντέλα είχαν προταθεί το 1982 [334, 335] ακριβώς μετά το υπερσυμμετρικό $SU(5)$ μοντέλο [243], και καλούνταν ελάχιστα υπερσυμμετρικά GUT μοντέλα (*Minimal Supersymmetric GUT - MSGUT*) ενώ σήμερα έχουν εξελιχθεί και καλούνται νέα ελάχιστα υπερσυμμετρικά $SO(10)$ μοντέλα (*New Minimal Supersymmetric GUT - NMSGUT*) [336] αλλά βασίζονται ακόμα στο **210 + 126 + $\overline{126}$** Higgs. Τα μοντέλα αυτά έχουν περιγραφεί σε μεγάλο βαθμό από διάφορους συγγραφείς [337–341]. Το γενικό NMSGUT μοντέλο έχει εξελιχθεί σε τέτοιο βαθμό που περιλαμβάνει τα γνωστά δεδομένα σωματιδιακής φυσικής χαμηλής ενέργειας, ενώ ταυτόχρονα παρέχει έναν υποψήφιο ΣΥ αλλά και περιέχει χαρακτηριστικά πληθωριστικής κοσμολογίας. Το μοντέλο αυτό θα το εξετάσουμε στην συνέχεια, αφού δούμε πρώτα κάποια βασικά χαρακτηριστικά του.

Να αναφέρουμε επίσης ότι και τα δύο μοντέλα απαιτούν την ύπαρξη ταυτόχρονα των υπερπολλαπλοτήτων **126** και $\overline{126}$. Η $\overline{126}$ από μόνη της μπορεί να παράγει τις μάζες των δεξιόστροφων νετρίνων και δεν οδηγεί σε ανωμαλίες, όμως η VEV της

οδηγεί σε μη-εξαφανιζόμενους D -όρους και άρα σε σπάσιμο της υπερσυμμετρίας. Έτσι, εισάγοντας την **126**, η υπερσυμμετρία μπορεί να διατηρηθεί σε μεγάλη κλίμακα υποθέτοντας ότι $\langle \Sigma \rangle = \langle \bar{\Sigma} \rangle$. Αυτές οι VEV είναι μονέτες $SU(5)$ και άρα αφήνουν την $SU(5)$ άσπαστη, άρα χρειάζονται περισσότερα πεδία Higgs. Η ελάχιστη περίπτωση είναι η αντισυμμετρική αναπαράσταση **210** [335]. Να σημειώσουμε ότι ούτε η **45** αλλά ούτε και η **54** μπορούν από μόνες τους να δουλέψουν σε επακανονικοποιήσιμο επίπεδο και άρα χρειάζονται και οι δύο μαζί [342], γεγονός που όμως οδηγεί σε περισσότερες παραμέτρους στο υπερδυναμικό.

Το μοντέλο NMSGUT είναι μια επακανονικοποιήσιμη υπερσυμμετρική $SO(10)$ GUT, της οποίας οι Higgs χειραλικές υπερπολλαπλέτες αποτελούνται από τους εξής τανυστές: έχουμε τον **210** (Φ_{ijkl}) που είναι αντισυμμετρικός τανυστής με 4 δείκτες, τον **126** (Σ_{ijklm}) και $\overline{126}$ ($\bar{\Sigma}_{ijklm}$) που είναι μιγαδικοί πλήρως αντισυμμετρικοί τανυστές, σπάνε την συμμετρία $SO(10)$ στο MSSM μαζί με τα φερμιονικών μαζών Higgs **10** (H_i) και **120** (Θ_{ijk}) που είναι πραγματικοί πλήρως αντισυμμετρικοί τανυστές με 1 και 3 δείκτες αντίστοιχα όπου $i, j, k, l, m = 1, 2, \dots, 10$. Ο $\overline{126}$ παίζει διπλο ρόλο καθώς δρα σαν τανυστής τύπου συζυγής πολλαπλέτας (*Adjoint Multiplet - AM*) αλλά και σαν φερμιονικής μάζας Higgs (*Fermion mass Higgs - FM*) καθώς επιτρέπει την παραγωγή ρεαλιστικά φορτισμένων φερμιονίων καθώς και μαζών και ζεύξεων νετρίνων.

Η αρχική MSGUT θεωρία ήταν μια επακανονικοποιήσιμη γενικά υπερσυμμετρική θεωρία στην οποία η **120**-πλέτα Higgs δεν λαμβανόταν υπόψιν, και χρησιμοποιούνταν οι πολλαπλότητες **10** και **126** για να ενταχθούν τα φερμιονικά δεδομένα. Όμως, η θεωρία αυτή δεν μπορούσε να εντάξει τις μάζες των νετρίνων σε έναν ρεαλιστικό παραμετρικό χώρο με τον υπάρχων μηχανισμό seesaw. Συγκεκριμένα, στην MSGUT το seesaw τύπου *I* “κυριαρχεί” από το τύπου *II* και οι μάζες του seesaw τύπου *I* είναι μια τάξη μεγέθους μικρότερες από αυτές που απαιτούνται από τις ατμοσφαιρικές ταλαντώσεις νετρίνων. Για την αποφυγή αυτού του προβλήματος το NMSGUT χρησιμοποιεί την **120**-πλέτα Higgs. Έτσι, η CKM δομή και η φερμιονική ιεραρχία παράγεται από την **120** μαζί με την **10**. Οπότε, η αναπαράσταση $\overline{126}$ ελαφρύνεται από το βάρος να εντάσσει τις μάζες των φορτισμένων φερμιονίων, αλλά βελτιώνει τις μάζες νετρίνων από seesaw τύπου *I* μέσω των εξαιρετικά ασθενών ζεύξεων καθώς το τύπου *I* είναι αντιστρόφως ανάλογο με την ζεύξη $\overline{126}$. Η τύπου *II* συνεισφορά στις μάζες είναι απευθείας ανάλογη με την ζεύξη και έτσι μειώνεται ακόμα περισσότερο.

Υπερδυναμικό και σπάσιμο της συμμετρίας

Το πλήρες υπερδυναμικό της θεωρίας που περιέχει τους όρους μάζας και τις τριγγραμμικές ζεύξεις δίνεται σχηματικά ως:

$$\begin{aligned}
 W_{NMSGUT} = & m(210^2) + M_H(10^2) + \lambda(210^3) + M(126 \cdot \overline{126}) + \\
 & + \eta(210 \cdot 126 \cdot \overline{126}) + 10 \cdot 210(\gamma 126 + \bar{\gamma} \overline{126}) + M_\Theta(120 \cdot 120) + \\
 & + k(10 \cdot 120 \cdot 210) + \rho(120 \cdot 120 \cdot 210) + \\
 & + \zeta(120 \cdot 126 \cdot 210) + \bar{\zeta}(120 \cdot \overline{126} \cdot 210) + \\
 & + h_{AB}(16_A \cdot 16_B \cdot 10) + f_{AB}(16_A \cdot 16_B \cdot \overline{126}) + \\
 & + g_{AB}(16_A \cdot 16_B \cdot 120)
 \end{aligned} \tag{4.230}$$

όπου h_{AB} , f_{AB} είναι συμμετρικοί μιγαδικοί πίνακες Yukawa ζεύξεων των **10**, $\overline{126}$ πολλαπλετών Higgs με την $16_A \cdot 16_B$ διγραμμική μάζα, και g_{AB} είναι ο αντισυμμετρικός μιγαδικός πίνακας για την ζεύξη της νέας αναπαράστασης Higgs **120** στην $16_A \cdot 16_B$ λόγω των ιδιοτήτων της $SO(10)$ “άλγεβρας Clifford”. Ένας από τους μιγαδικούς συμμετρικούς πίνακες μπορεί να γίνει πραγματικός και διαγώνιος με μια επιλογή μιας $SO(10)$ βάσης γεύσης. Οι μιγαδικοί Yukawa περιέχουν 3 πραγματικές και 9 μιγαδικές, δηλαδή συνολικά 21 παραμέτρους.

Ο τρόπος σπασίματος της συμμετρίας στην NMSGUT είναι ίδιος με αυτόν στην MSGUT. Αν δούμε την αποσύνθεση κάτω από την G_{PS} της **120** (βλέπε Εξ. 3.59) θα δούμε ότι δεν περιέχει καμία μονέτα KII. Άρα, η **120**-πλέτα δεν συμμετέχει στο GUT κλίμακας σπάσιμο συμμετρίας όπου η $SU(2)_L \times U(1)_Y$ μένει άσπαστη.

Οι GUT κλίμακας VEV που σπάνε την $SO(10)$ συμμετρία στην συμμετρία του KII είναι οι εξής:

$$\begin{aligned}
 \langle (1, 1, 15) \rangle_{210} : \langle \phi_{abcd} \rangle &= \frac{a}{2} \varepsilon_{abcdef} \varepsilon_{ef} \\
 \langle (3, 1, 15) \rangle_{210} : \langle \phi_{ab\bar{\alpha}\bar{\beta}} \rangle &= \omega \varepsilon_{ab} \varepsilon_{\bar{\alpha}\bar{\beta}} \\
 \langle (1, 1, 1) \rangle_{210} : \langle \phi_{\bar{\alpha}\bar{\beta}\bar{\gamma}\bar{\delta}} \rangle &= p \varepsilon_{\bar{\alpha}\bar{\beta}\bar{\gamma}\bar{\delta}} \\
 \langle (3, 1, 10) \rangle_{\overline{126}} : \langle \bar{\Sigma}_{\bar{1}\bar{3}\bar{5}\bar{8}\bar{0}} \rangle &= \bar{\sigma} \\
 \langle (3, 1, \overline{10}) \rangle_{126} : \langle \Sigma_{2\hat{4}\hat{6}\hat{7}\hat{9}} \rangle &= \sigma
 \end{aligned} \tag{4.231}$$

Για την διατήρηση της υπερσυμμετρίας, αν μηδενίσουμε τους D -όρους παίρνουμε την συνθήκη $|\sigma| = |\bar{\sigma}|$.

Από τους F -όρους καθορίζουμε το υπερσυμμετρικό κενό και έτσι παίρνουμε τις

εξισώσεις:

$$\begin{aligned}
 2mp + 6\lambda\omega^2 + \eta\sigma\bar{\sigma} &= 0 \\
 2ma + 2\lambda(a^2 + 2\omega^2) + \eta\sigma\bar{\sigma} &= 0 \\
 2m\omega + 2\lambda(p + 2a)\omega + \eta\sigma\bar{\sigma} &= 0 \\
 \sigma[M + \eta(p + 3a - 6\omega)] &= 0
 \end{aligned} \tag{4.232}$$

από όπου παίρνουμε τα διάφορα κενά που διατηρούν την υπερσυμμετρία:

1. $p = a = \omega = \sigma = 0$ που είναι το ελάχιστο το οποίο διατηρεί την $SO(10)$.
2. $p = a = -\omega = -\frac{1}{3}\frac{m}{\lambda}$ και $\sigma = 0$. Το ελάχιστο αυτό έχει την $SU(5) \times U(1)$ συμμετρία, όπως μπορεί ναδειχθεί με τον ακριβή υπολογισμό των μαζών των μποζονίων βαθμίδας.
3. $p = a = -\omega = -\frac{M}{10\eta}$ και $\sigma\bar{\sigma} = \frac{M(10\eta m - 3\lambda M)}{50\eta^3}$. Αυτό είναι το $SU(5)$ ελάχιστο και περιλαμβάνει το προηγούμενο ελάχιστο αν $\frac{\lambda M}{\eta m} = \frac{10}{3}$.
4. $p = \omega = \sigma = 0$ και $a = -\frac{m}{\lambda}$. Προφανώς αυτό το ελάχιστο είναι το αριστερά-δεξιά συμμετρικό $SU(3)_C \times SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$ ελάχιστο.
5. $p = a = \omega = -\frac{1}{3}\frac{m}{\lambda}$ και $\sigma = 0$. Αυτό είναι πάλι $SU(5) \times U(1)$ συμμετρικό, αλλά με “ανεστραμμένες” (flipped) $SU(5)$ αντιστοιχήσεις για τις σωματιδιακές καταστάσεις.
6. $p = 3\frac{m}{\lambda}$, $a = -2\frac{m}{\lambda}$, $\omega = \pm i\frac{m}{\lambda}$ και $\sigma = 0$. Το ελάχιστο αυτό έχει συμμετρία $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_R \times U(1)_{B-L}$.

Μια σημαντική απλοποίηση της θεωρίας είναι ότι οι GUT κλίμακας VEV και άρα το μαζικό φάσμα, μπορούν να εκφραστούν με όρους μιας μοναδικής μιγαδικής παραμέτρου x που είναι λύση της κυβικής εξίσωσης:

$$8x^3 - 15x^2 + 14x - 3 + \xi(1-x)^2 = 0 \tag{4.233}$$

όπου $\xi = \frac{\lambda M}{\eta m}$. Οπότε, οι αδιάστατες VEV, τις οποίες γράφουμε με $\sim$ σε μονάδες $\frac{m}{\lambda}$ είναι:

$$\begin{aligned}
 \tilde{\omega} &= -x, & \tilde{a} &= \frac{x^2 + 2x - 1}{1 - x}, & \tilde{p} &= \frac{x(5x^2 - 1)}{(1 - x)^2}, \\
 \tilde{\sigma}\tilde{\bar{\sigma}} &= \frac{2\lambda x(1 - 3x)(1 + x^2)}{\eta(1 - x)^2}
 \end{aligned} \tag{4.234}$$

Για γενικό x αυτό είναι το ελάχιστο που αντιστοιχεί στο ΚΠ. Δηλαδή, είναι η περίπτωση (7). Αφού αποκτήσουμε όλες τις υπερβαρές VEV σε όρους αυτής της

παραμέτρου x μπορούμε να υπολογίσουμε το υπερβαρέο μαζικό φάσμα το οποίο προκύπτει από το σπάσιμο της $SO(10)$ συμμετρίας. Ας δούμε στην συνέχεια μερικές περιπτώσεις για κάποιες τυπικές τιμές του x . Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζουν οι περιπτώσεις $x \sim 0$ και $x \sim 1$, οι οποίες παρέχουν τις “αλυσίδες” για τις ενδιαμέσες κλίμακες. Η πρώτη περίπτωση αντιστοιχεί στην αριστερά-δεξιά συμμετρία, ενώ η δεύτερη δίνει μια ενδιαμέση Pati-Salam κλίμακα. Η λύση της 4.233 περιλαμβάνει τις εξής περιπτώσεις:

- Η πιο τυπική περίπτωση που προκύπτει είναι το σπάσιμο με ένα βήμα. Για παράδειγμα, αν $\lambda M \sim \eta m \Rightarrow \xi \sim 1$ παίρνουμε: $\omega \sim -0.21 \frac{m}{\lambda}$, $a \sim -0.67 \frac{m}{\lambda}$, $p \sim -0.27 \frac{m}{\lambda}$, $\sigma \sim 0.51 \frac{m}{\sqrt{\eta \lambda}}$ που αντιστοιχεί σε σπάσιμο ενός βήματος της $SO(10) \rightarrow MSSM$.
- Για $x = 1/3$, αν $\xi = -\frac{2}{3}$ έχουμε την περίπτωση (5). Δηλαδή, σε αυτή την περίπτωση το σ και άρα η κλίμακα των μαζών δεξιόστροφων νετρίνων είναι μικρότερη από όλες τις άλλες VEV.
- Για $x = 1/2$, αν $\xi = -5$ έχουμε την περίπτωση (3).
- Για $x = 0$, αν $\xi = 3$ έχουμε την περίπτωση (4).
- Για $x = \pm i$, αν $\xi = -3(1 \pm 2i)$ έχουμε την περίπτωση (6).

Μάζες φερμιονίων

Το ολικό υπερδυναμικό της θεωρίας, όπως και στην $SU(5)$, περιέχει όρους Yukawa, αλληλεπιδράσεις των πεδίων Higgs, και υπερσυμμετρικούς όρους ήπιου σπασίματος. Έτσι, όπως ήδη είδαμε, η απαίτηση μηδενισμού των F -όρων έτσι ώστε να διατηρηθεί η υπερσυμμετρία κάτω από την GUT κλίμακα, δίνει το ελάχιστο του δυναμικού και κατά συνέπεια την αναμενόμενη τιμή όλων των πεδίων Higgs των οποίων τα στοιχεία των ηλεκτρασθενών διπλετών δίνουν μάζες στα φερμιόνια.

Αρχικά, μπορεί κάποιος να σκεφθεί ότι μόνο το πεδίο $(2, 2, 1)$ στην **10** έχει VEV στην ηλεκτρασθενή κλίμακα. Όμως, είναι εύκολο να δούμε ότι τα $(2, 2, 15)$ πεδία στην **126** συνδυάζονται με τα $(2, 2, 1)$ μέσω της αναμενόμενης τιμής του $(1, 1, 15)$ στην **210**, που είναι της τάξης M_{GUT} . Η τυπική ελάχιστη λεπτή ρύθμιση μας δείχνει ότι ο συνδυασμός δύο $L - R$ διπλετών είναι ελαφρύς και άρα και το $(2, 2, 1)$ αλλά και το $(2, 2, 15)$ συνεισφέρουν μαζί στις μάζες των φερμιονίων.

Όλες οι μάζες Dirac μπορούν να προκύψουν από γραμμικούς συνδυασμούς των VEV των στοιχείων των **10** και **126**, ενώ η μάζα Majorana για το δεξιόστροφο νεutrino προκύπτει από γραμμικό συνδυασμό των **10** και **126**. Οι VEV που δίνουν μάζα στα d -κουάρκ και στα φορτισμένα λεπτόνια, δείχνουν στην ίδια διεύθυνση και στην περίπτωση ενός κυρίαρχου **126** στοιχείου είναι πιθανό να πάρουμε την σχέση:

$$m_d = 3m_e \quad (4.235)$$

στην GUT κλίμακα που είναι σε συμφωνία με τις πειραματικές τιμές στην ηλεκτρασθενή κλίμακα. Το 3 που βλέπουμε μπροστά από την μάζα φορτισμένου λεπτονίου είναι μια “σταθερά Glebsch-Gordan”, που προκύπτει από την αποσύνθεση της **16** σε τριπλέτες χρώματος και μονέτες.

Συγκεκριμένα, αν πάρουμε την περίπτωση (1) από τις επιλογές 3.58, δηλαδή **10** + **126** με την χρήση όμως υπερσυμμετρίας αυτή τη φορά, θα δούμε ότι το υπερδυναμικό Yukawa μπορεί να πάρει την μορφή [343]:

$$W_Y = Y_{10} \mathbf{16}_F \mathbf{16}_F \mathbf{10}_H + Y_{126} \mathbf{16}_F \mathbf{16}_F \overline{\mathbf{126}}_H \quad (4.236)$$

Οπότε, οι Εξ. 3.62 με τους πίνακες φερμιονικών μαζών παίρνουν τώρα την μορφή:

$$\begin{aligned} M_u &= \langle 2, 2, 1 \rangle_{10}^u Y_{10} + \langle 2, 2, 15 \rangle_{126}^u Y_{126} \\ M_d &= \langle 2, 2, 1 \rangle_{10}^d Y_{10} + \langle 2, 2, 15 \rangle_{126}^d Y_{126} \\ M_l &= \langle 2, 2, 1 \rangle_{10}^d Y_{10} - 3 \langle 2, 2, 15 \rangle_{126}^d Y_{126} \\ M_{\nu_D} &= \langle 2, 2, 1 \rangle_{10}^u Y_{10} - 3 \langle 2, 2, 15 \rangle_{126}^u Y_{126} \\ M_{\nu_R} &= \langle 1, 3, 10 \rangle Y_{126} \\ M_{\nu_L}^{II} &= \langle 3, 1, \overline{10} \rangle Y_{126} \end{aligned} \quad (4.237)$$

και αν εκμεταλλευτούμε την συμμετρία των Y_{10} και Y_{126} μπορούμε να γράψουμε για τον πίνακα μαζών των νεutrίνων την σχέση:

$$M_\nu = M_{\nu_L} - M_{\nu_D} M_{\nu_R}^{-1} M_{\nu_D} \quad (4.238)$$

όπου οι πρώτοι και οι δεύτεροι όροι αντιστοιχούν σε μηχανισμούς seesaw τύπου II και τύπου I αντίστοιχα όπως και στην σχέση 3.65. Δηλαδή, η $SU(2)_W$ τριπλέτα Higgs που είναι στην $(3, 1, \overline{10})$ με:

$$\langle (3, 1, \overline{10}) \rangle \simeq \frac{M_W^2}{M_{GUT}} \quad (4.239)$$

παρέχει μια απευθείας μάζα seesaw τύπου *II* για τα ελαφριά νετρίνα. Άρα, όλοι οι πίνακες μαζών φερμιονίων 4.237 προβλέπονται σε όρους δύο μιγαδικών συμμετρικών πινάκων Yukawa και 6 VEV. Επιπρόσθετα, η μορφή των πινάκων 4.237 είναι απόλυτα κατανοητή αν παρατηρήσουμε ότι η $(2, 2, 1)$ είναι μια $SU(4)_C$ μονέτα με $m_q = m_l$ και η $(2, 2, 15)$ είναι μια συζυγής $SU(4)_C$, με $m_l = -3m_q$. Δηλαδή, ο παράγοντας -3 μπροστά από την Y_{126} στο M_l και στο $M_{\nu D}$ προέρχεται από την VEV της συζυγούς **15** της $SU(4)_C$ στην $(2, 2, 15)_H$:

$$\langle 15_C \rangle \propto \text{diag}(1, 1, 1, -3) \quad (4.240)$$

γεγονός που δίνει με την σειρά του έναν παράγοντα -3 στα λεπτόνια σε αντιστοιχία με τα κουάρκ.

Αν στην συνέχεια θεωρήσουμε πως το τύπου *II* “κυριαρχεί”, δηλαδή:

$$M_\nu \propto y_{126} \propto M_l - M_d \quad (4.241)$$

έτσι ώστε [344]:

$$M_\nu = M_l - M_d \quad (4.242)$$

τότε αν δούμε την δεύτερη και τρίτη γενιά, στη βάση των διαγώνιων φορτισμένων λεπτονίων M_l και για μικρή μίξη κάτω κουάρκ ε_{de} έχουμε:

$$M_\nu = \begin{pmatrix} m_\mu - m_s & \varepsilon_{de} \\ \varepsilon_{de} & m_\tau - m_b \end{pmatrix} \quad (4.243)$$

Προφανώς, για να έχουμε μεγάλη ατμοσφαιρική γωνία πρέπει να έχουμε $m_b \approx m_\tau$. Αυτό δείχνει πως μια αυθόρμητα σπασμένη συμμετρία κουάρκ-λεπτονίων δίνει φυσικά μικρές γωνίες μίξης για κουάρκ και λεπτόνια. Έτσι, η θεωρία μας συνδέει μεγάλες μίξεις λεπτονίων με μικρές μίξεις κουάρκ. Φυσικά, δεν υπήρχε κάποιος λόγος να διαλέξουμε seesaw τύπου *II*. Θα μπορούσαμε οπότε να θέσουμε το ερώτημα αντίθετα δείχνοντας πως το πειραματικό γεγονός $m_b \approx m_\tau$ στην κλίμακα M_{GUT} και η μεγάλη θ_{atm} φαίνεται να “ευνοούν” το seesaw τύπου *II*. Με την ίδια προσέγγιση 2 με 3 γενιών, μπορεί ναδειχθεί πως το τύπου *I* δεν μπορεί να “κυριαρχήσει” καθώς δίνει μικρή θ_{atm} [343, 345]. Έτσι, σε αυτήν την θεωρία μπορεί να μπορεί ναδειχθεί πως οι δύο τύποι seesaw είναι μη ισοδύναμοι [343, 345].

Διάσπαση πρωτονίου

Όσον αφορά την διάσπαση του πρωτονίου, αυτή είναι παρόμοια με την περίπτωση της $SU(5)$, δηλαδή η περίπτωση $d = 5$ διάσπασης έχει τον μεγαλύτερο ρυθμό εκτός αν τα s -φερμιόνια είναι πολύ βαριά. Υπάρχουν ωστόσο περισσότερες τριπλέτες

χρώματος που την μεταδίδουν. Αυτές υπάρχουν στις αναπαραστάσεις $\mathbf{10}_H$, $\mathbf{126}_H$, $\overline{\mathbf{126}}_H$ και $\mathbf{210}_H$. Συνδυάζονται έτσι ώστε ο πίνακας μάζας τους δεν είναι σίγουρα διαγώνιος. Όμως, μόνο κάποια στοιχεία συζευγνύονται με τα φερμιόνια του ΚΠ και άρα μόνο κάποια στοιχεία του αντίστροφου πίνακα μάζας είναι σημαντικά για διάσπαση πρωτονίου. Άρα, είναι πιθανό να δημιουργηθούν ακυρώσεις σε περίπτωση που ο ρυθμός διάσπασης γίνει πολύ μεγάλος [346,347]. Για την ακρίβεια, μόνο οι τριπλέτες χρώματος που ζουν στην $\mathbf{10}_H$ και στην $\overline{\mathbf{126}}_H$ συνεισφέρουν άμεσα στην διάσπαση, ενώ οι υπόλοιπες απλά συζευγνύονται με αυτές και ζουν στις $\mathbf{210}_H$ και $\mathbf{126}_H$. Από την άλλη πλευρά, η περίπτωση $d = 6$ είναι πολύ αργή και πιθανώς θα αργήσει να επαληθευτεί, ενώ η $d = 5$ διάσπαση πρωτονίου είναι αρκετά γρήγορη.

Συγκεκριμένα, η $d = 6$ διάσπαση πρωτονίου δίνει $\tau_P(d=6) \propto M_{GUT}^4$ ενώ η $d = 5$ διάσπαση πρωτονίου δίνει $\tau_P(d=5) \propto M_{GUT}^2$. Φυσικά, αγνοούμε υψηλότερους διαστασιακά τελεστές της τάξης $\frac{M_{GUT}}{M_{Pl}} \simeq 10^{-2} - 10^{-3}$. Αν αυτοί υπάρχουν με τις σταθερές τάξεως 1 τότε οι προβλέψεις μας αλλάζουν. Ωστόσο, η ύπαρξη $\frac{1}{M_{Pl}}$ τελεστών δεν είναι αυτόματη. Τελεστές του τύπου:

$$O_5^p = \frac{c}{M_{Pl}} \mathbf{16}_F^4 \quad (4.244)$$

επιτρέπονται στην $SO(10)$ και δίνουν:

$$O_5^p = \frac{c}{M_{Pl}} [(QQQL) + (Q^c Q^c Q^c L^c)] \quad (4.245)$$

οι οποίοι είναι οι γνωστοί $d = 5$ τελεστές διάσπασης πρωτονίου, και για $c \simeq O(1)$ δίνουν $\tau_p \simeq 10^{23} \text{ys}$. Οπότε, για να συμβαδίζει με τα πειραματικά αποτελέσματα απαιτείται:

$$c \leq 10^{-6} \quad (4.246)$$

Η “κυρίαρχη” περίπτωση είναι η $p \rightarrow K^+ \bar{\nu}_i$ όπου ο ρυθμός διάσπασης που προκύπτει, δίνεται από την εξίσωση [346]:

$$\Gamma_{p \rightarrow K^+ \bar{\nu}_i} = \frac{m_p}{32\pi} \left(1 - \frac{m_{K^+}^2}{m_p^2}\right)^2 \frac{1}{f_\pi} |A(p \rightarrow K^+ \bar{\nu}_i)|^2 \quad (4.247)$$

όπου $m_p = 0.938 \text{GeV}$ είναι η μάζα του πρωτονίου, $m_{K^+} = 0.493 \text{GeV}$ είναι η μάζα του καονίου και $f_\pi = 0.131 \text{GeV}$ είναι η σταθερά διάσπασης του πιονίου, ενώ A είναι το πλάτος διάσπασης της $p \rightarrow K^+ \bar{\nu}_i$ περίπτωσης.

***R*-ομοτιμία και λεπτογέννεση**

Η θεωρία καθορίζει μοναδικά της ενεργή θεωρία χαμηλής ενέργειας, που είναι η MSSM με ακριβή *R*-ομοτιμία. Όπως έχουμε δει η *R*-ομοτιμία παραμένει άσπαστη στο πρώτο στάδιο σπασίματος της συμμετρίας. Το ερώτημα είναι τι συμβαίνει στο χαμηλής ενέργειας σπάσιμο της υπερσυμμετρίας ή στην ηλεκτρασθενή κλίμακα. Για την ακρίβεια πρέπει να γνωρίζουμε αν τα ελαφριά *s*-νετρίνα αποκτούν μια VEV και άρα σπάνε την *R*-ομοτιμία. Ένα αυθόρμητο σπάσιμο της *R*-ομοτιμίας μέσω μιας VEV των *s*-νετρίνων θα είχε ως αποτέλεσμα την ύπαρξη ενός pseudo-Majoron με την μάζα του αντιστρόφως ανάλογη με την μάζα του δεξιόστροφου νετρίνου. Αυτό όμως έχει αποκλειστεί από το πλάτος διάσπασης του Z [348, 349]. Οπότε, αυτό σημαίνει ότι δεν γίνεται να σπάσει η *R*-ομοτιμία αυθόρμητα στο MSSM όπου το Majoron είναι αυστηρά άμαζο.

Άρα, η *R*-ομοτιμία διατηρείται σε όλες τις ενέργειες και άρα ο ελαφρύτερος υπερσυμμετρικός εταίρος είναι σταθερός και άρα μπορεί να είναι φυσικός υποψήφιος για την ΣΥ.

Ένα σημαντικό στοιχείο γενικά του μηχανισμού seesaw και ειδικά της $SO(10)$ είναι ο μηχανισμός της λεπτογέννεσης [350]. Ο τρόπος λειτουργίας του σε αυτή την θεωρία είναι αρκετά πολύπλοκος. Συνήθως, θεωρείται πως ο μηχανισμός seesaw τύπου I είναι υπεύθυνος ταυτόχρονα για την μάζα των νετρίνων και για την λεπτογέννεση. Αυτό όμως δεν είναι απαραίτητο να αληθεύει, και έτσι έχουμε ένα πλήθος από περιπτώσεις που εξαρτώνται από το τι “κυριαρχεί” στις μάζες των νετρίνων και τι είναι υπεύθυνο για την λεπτογέννεση.

4.4 Πειραματικά δεδομένα

4.4.1 Διασπάσεις υπερσυμμετρικών σωματιδίων

Για να ερευνήσουμε πειραματικά την υπερσυμμετρία πρέπει να γίνουν προβλέψεις και υπολογισμοί που να βασίζονται στους κανόνες του Feynman. Έτσι, έχουμε πρόσθετα διαγράμματα Feynman διατηρώντας τους κανόνες του ΚΠ. Θεωρούμε καταρχάς ότι τα υπερσυμμετρικά σωματίδια εμφανίζονται σε ζεύγη όπως επιβάλλει η διατήρηση της *R*-ομοτιμίας. Επίσης, διατηρούμε τις σταθερές ζεύξης ίδιες με αυτές του ΚΠ. Οπότε, έχουμε τα εξής βασικά στοιχεία που προκύπτουν από τα διαγράμματα:

- Τα υπερσωματίδια εμφανίζονται μόνο σε ζεύγη και γεννώνται από τα γνωστά

σωματίδια του ΚΠ.

- Οι σταθερές ζεύξεων είναι ίδιες με το ΚΠ αφού τα νέα σωματίδια έχουν ίδια φορτία και διαφέρουν μόνο σε σπιν και μάζα από τα γνωστά σωματίδια του ΚΠ.
- Η διάσπαση ενός υπερσυμμετρικού σωματιδίου περιέχει επίσης υπερσυμμετρικό σωματίδιο.
- Το ελαφρύτερο υπερσυμμετρικό σωματίδιο LSP θα είναι σταθερό.

Οι διασπάσεις που πραγματοποιούν τα υπερσυμμετρικά σωματίδια όπως και οι ρυθμοί παραγωγής τους εξαρτώνται από τις μάζες τους. Οι μάζες με την σειρά τους εξαρτώνται από τον τρόπο που η υπερσυμμετρία παραβιάζεται. Έτσι, επειδή ο μηχανισμός αυτός είναι άγνωστος δεν μπορούμε να γνωρίζουμε τις ακριβείς ακολουθίες διασπάσεων που τα υπερσυμμετρικά σωματίδια πραγματοποιούν, και έτσι θεωρούμε όλες τις δυνατές περιπτώσεις.

Αν θεωρήσουμε ότι τα gluinos είναι βαρύτερα των s -κουάρκ (γεγονός που απαγορεύει την διάσπαση $\tilde{q} \rightarrow q + \tilde{g}$) και ότι τα photinos είναι ελαφρύτερα των s -κουάρκ τότε η κυρίαρχη διάσπαση των φορτισμένων s -φερμιονίων είναι η $\tilde{f} \rightarrow f + \tilde{\gamma}$. Δηλαδή, για παράδειγμα, θα έχουμε $\tilde{d} \rightarrow d + \tilde{\gamma}$ ή $\tilde{\mu} \rightarrow \mu + \tilde{\gamma}$. Τα τυπικά πλάτη διάσπασης των υπερσωματιδίων μάζας $\tilde{M}$ είναι $\tilde{\Gamma} \simeq \alpha \tilde{M}$, όπου αν απαιτήσουμε η υπερσυμμετρία να λύνει το πρόβλημα της ιεραρχίας, δηλαδή οι μάζες των υπερσυμμετρικών σωματιδίων να μην ξεπερνούν το 1TeV τότε προκύπτει ότι $\tilde{\Gamma} \simeq 1\text{TeV}$ οπότε ο χρόνος ζωής τους θα είναι $\tau \simeq 10^{-20}\text{sec}$. Δηλαδή, μέσα σε αυτό το ελάχιστο χρονικό διάστημα όλα τα ασταθή υπερσυμμετρικά σωματίδια θα διασπαστούν σε ελαφρύτερα δίνοντας παράλληλα και άλλα γνωστά σωματίδια του ΚΠ. Η ακολουθία των διασπάσεων τους θα τερματίζεται με την παραγωγή του LSP αν αυτό είναι σταθερό όπως υπαγορεύει η διατήρηση της R -ομοτιμίας.

Πιθανές διασπάσεις

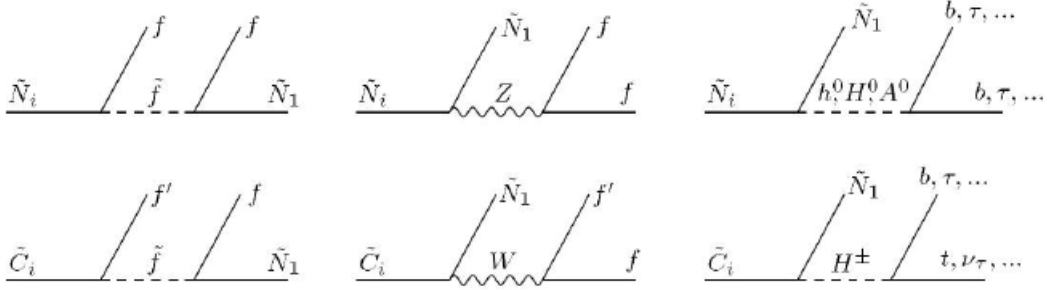
Αν θεωρήσουμε ως LSP το ελαφρύτερο neutralino $\tilde{N}_1$ τότε θεωρώντας πως τα charginos και τα neutralinos είναι γραμμικοί συνδυασμοί των $W^\pm$, $H^\pm$, $\tilde{B}$, $\tilde{W}_1^0$, $\tilde{H}_1^0$, $\tilde{H}_2^0$ έχουμε τις εξής περιπτώσεις:

1. Για τα neutralinos $\tilde{N}_i$ και τα charginos $\tilde{C}_i$ αν η μάζα των s -λεπτονίων $\tilde{l}$ και των s -κουάρκ $\tilde{q}$ είναι αρκετά μικρή, τότε τα $\tilde{N}_i$ και $\tilde{C}_i$ μπορούν να διασπώνται σε $\tilde{l} + l$ ή $\tilde{q} + q$. Επιπλέον αν τα $\tilde{l}$ είναι ελαφρύτερα των $\tilde{q}$, τότε η συχνότερη

τελική κατάσταση θα είναι η $\tilde{l} + l$. Όλες οι δυνατές διασπάσεις των $\tilde{N}_i$ και $\tilde{C}_i$ είναι οι εξής:

$$\begin{aligned}
 \tilde{N}_i &\rightarrow Z\tilde{N}_j, & W\tilde{C}_j, & & h^0\tilde{N}_j, & & \tilde{l}\tilde{l}, & & \nu\tilde{\nu}, & & [A^0\tilde{N}_j, H^0\tilde{N}_j, H^\pm\tilde{C}_j^\mp, q\tilde{q}] \\
 \tilde{C}_i &\rightarrow W\tilde{N}_j, & Z\tilde{C}_1, & & h^0\tilde{C}_1, & & l\tilde{\nu}, & & \nu\tilde{l}, & & [A^0\tilde{C}_1, H^0\tilde{C}_1, H^\pm\tilde{N}_j, q\tilde{q}'] \\
 \tilde{N}_i &\rightarrow f\tilde{f}\tilde{N}_j, & \tilde{N}_i &\rightarrow f\tilde{f}'\tilde{C}_j, & \tilde{C}_i &\rightarrow f\tilde{f}'\tilde{N}_j, & \tilde{C}_2 &\rightarrow f\tilde{f}\tilde{C}_1
 \end{aligned} \tag{4.248}$$

Τα κανάλια διασπάσεων που έχουμε στις αγκύλες είναι λιγότερο πιθανά για λόγους κινηματικής. Στο Σχ. 4.17 φαίνονται τα διαγράμματα Feynmann για κάποιες από τις παραπάνω διαδικασίες.



Σχήμα 4.17: Διάγραμμα Feynmann με διαδοχικές διασπάσεις των $\tilde{N}_i$, $\tilde{C}_i$ και LSP $\tilde{N}_1$ στην τελική κατάσταση.

2. Για τα s -λεπτόνια οι πιο πιθανές διαδικασίες διάσπασης είναι σε λεπτόνιο και chargino ή neutralino:

$$\tilde{l} \rightarrow l\tilde{N}_i, \quad \tilde{l} \rightarrow \nu\tilde{C}_i, \quad \tilde{\nu} \rightarrow \nu\tilde{N}_i, \quad \tilde{\nu} \rightarrow l\tilde{C}_i \tag{4.249}$$

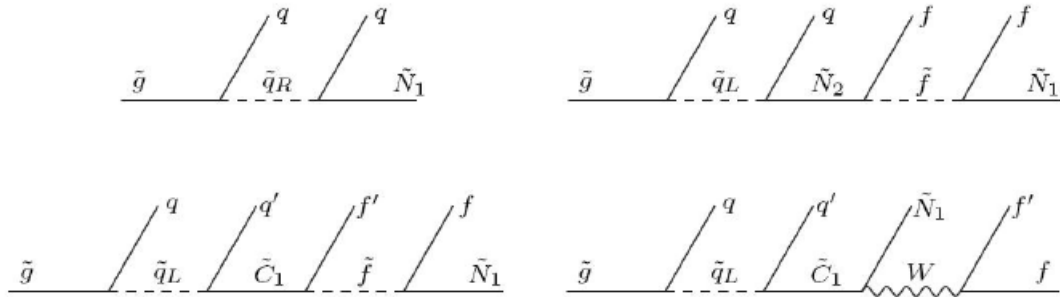
3. Για τα s -κουάρκ, αν η διάσπαση $\tilde{q} \rightarrow q\tilde{g}$ είναι κινηματικά επιτρεπτή, θα είναι και η κυρίαρχη λόγω της ισχυρής ζεύξης που την χαρακτηρίζει. Διαφορετικά τα s -κουάρκ διασπώνται σε κουάρκ και chargino ή neutralino: $\tilde{q} \rightarrow q\tilde{N}_i$, $\tilde{q} \rightarrow q'\tilde{C}_i$. Η διαδικασία που θα μας δώσει άμεσα LSP είναι η $\tilde{q} \rightarrow q\tilde{N}_1$ είναι και η προτιμητέα λόγω κινηματικής. Έτσι, έχουμε συγκεντρωτικά τις εξής δυνατότητες:

$$\tilde{q} \rightarrow q\tilde{g}, \quad \tilde{q} \rightarrow q\tilde{N}_i, \quad \tilde{q} \rightarrow q'\tilde{C}_i \tag{4.250}$$

Τέτοιες διαδικασίες φαίνονται στο Σχ. 4.18 ως τμήματα των διαγραμμάτων Feynmann που παρουσιάζονται.

4. Τα gluinos μπορούν να διασπαστούν σε δύο σωματίδια μόνο μέσω της διαδικασίας $\tilde{g} \rightarrow q\tilde{q}$, αν οι μάζες τους το επιτρέπουν. Αν όλα τα s -κουάρκ είναι βαρύτερα των gluinos τότε αυτό θα διασπαστεί μέσω ενός “δυναμικού” s -κουάρκ σε 3 σωματίδια. Όλες οι δυνατές διαδικασίες είναι οι εξής:

$$\tilde{g} \rightarrow q\tilde{q}, \quad \tilde{g} \rightarrow qq\tilde{N}_i, \quad \tilde{g} \rightarrow qq'\tilde{C}_i \quad (4.251)$$



Σχήμα 4.18: Διάγραμμα Feynmann με διαδοχικές διασπάσεις των gluinos μέσω διαφόρων δυναμικών ή κανονικών σωματιδίων και με το LSP στα τελικά προϊόντα.

4.4.2 Ανίχνευση υπερσυμμετρικών σωματιδίων

Για την ανίχνευση των υπερσυμμετρικών σωματιδίων πρέπει να μελετηθεί η αλληλεπίδραση τους με την ύλη. Λόγω των πολύ μικρών χρόνων ζωής που αναφέρθηκαν, μόνο το LSP που δεν διασπάται μπορεί να αλληλεπιδράσει. Δεδομένου ότι δεν γνωρίζουμε τις μάζες των υπερσυμμετρικών σωματιδίων, δεν μπορούμε να γνωρίζουμε και ποιο είναι το ελαφρύτερο το οποίο θα αποτελεί το LSP. Ενδεικτικά θεωρούμε ότι το LSP είναι το photino $\tilde{\gamma}$ το οποίο είναι μαζικό φερμιόνιο με σπιν 1/2 και είναι υπερσυμμετρικός εταίρος του φωτονίου.

Αφού όλα τα υπερσυμμετρικά σωματίδια είναι βραχύβια, μετά από μια σύγκρουση σωματιδίων σε υψηλές ενέργειες, μόνο τα κανονικά σωματίδια και το $\tilde{\gamma}$ θα διατρέξουν τον ανιχνευτή μας. Το $\tilde{\gamma}$ θα αλληλεπιδράσει με τα κουάρκ των αδρονίων και θα τα διεγείρει σε s -κουάρκ $\tilde{\gamma} + q \rightarrow \tilde{q}$. Η ενεργός διατομή αυτής της διαδικασίας είναι:

$$\sigma = \sum_q q(x) \hat{\sigma}(\hat{s}) dx \quad (4.252)$$

όπου x είναι το κλάσμα της ορμής του αδρονίου που φέρει το κουάρκ, $q(x)$ είναι η συνάρτηση δομής των κουάρκ, και $\hat{s}$ είναι οι επιμέρους ενεργές διατομές για τις

διάφορες δυνατές διαδικασίες της $\tilde{\gamma} + q \rightarrow \tilde{q}$, ενώ η άθροιση είναι πάνω σε όλα τα κουάρκ του αδρονίου.

Το τετράγωνο της ολικής ενέργειας του συστήματος ($\tilde{\gamma} + q$), στο κέντρο ορμής του, είναι $\hat{s} = \tilde{M}^2$, όπου $\tilde{M}$ είναι η μάζα του κουάρκ. Επίσης, έχουμε ότι $\hat{s} = xs$, όπου s είναι το τετράγωνο της ενέργειας του αδρονίου και του photino στο κέντρο ορμής του συστήματος. Το στοιχείο πίνακα της διαδικασίας είναι προσεγγιστικά:

$$M = e_q e \bar{u} u \quad (4.253)$$

όπου το φορτίο του κουάρκ είναι $2/3$ ή $-1/3$. Αντικαθιστώντας τους σπίνορες με την κατάλληλη μάζα $\bar{u}u \simeq \tilde{M}$, βλέπουμε ότι η μερική ενεργός διατομή $\hat{\sigma}$ είναι [351]:

$$\hat{\sigma} = \pi e_q^2 e^2 \delta(\hat{s} - \tilde{M}^2) \quad (4.254)$$

και χρησιμοποιώντας την σχέση $\hat{s} = xs$, παίρνουμε:

$$\hat{\sigma} = \pi e_q^2 e^2 \frac{1}{s} \delta\left(x - \frac{\tilde{M}^2}{s}\right) \quad (4.255)$$

Αντικαθιστώντας την Εξ. 4.255 στην ολική ενεργό διατομή 4.252 και ολοκληρώνοντας παίρνουμε:

$$\sigma = \frac{4\pi^2 \alpha}{\tilde{M}^2} \sum_q e_q^2 x q(x) \quad (4.256)$$

όπου έχουμε αντικαταστήσει $s = \frac{\tilde{M}^2}{x}$. Το άθροισμα είναι ακριβώς ο παράγοντας μορφής F_2 του αδρονίου οπότε:

$$\sigma = \frac{4\pi^2 \alpha}{\tilde{M}^2} F_2(\tilde{M}^2/s) \quad (4.257)$$

Για τυπικές τιμές $\tilde{M}^2 \simeq M_W \simeq 10^2 \text{GeV}$ θεωρώντας ότι το κουάρκ ανήκει σε πρωτόνιο, δηλαδή $\tilde{M}^2 \simeq M_W \simeq 10^2 \text{GeV}$, $F_2 = 0.15$, η ολική ενεργός διατομή είναι:

$$\sigma_{(\tilde{\gamma}q)} \simeq 10^{-33} \text{cm}^2 \simeq 1 \text{nb} \quad (4.258)$$

δηλαδή η τιμή αυτή είναι μια τυπική τιμή ενεργού διατομής σκέδασης νετρίνου γεγονός που σημαίνει ότι το $\tilde{\gamma}$ αλληλεπιδρά εξαιρετικά ασθενώς με την ύλη, όπως και το νετρίνο, και άρα δεν θα αλληλεπιδράσει πρακτικά με τον ανιχνευτή. Αν θεωρήσουμε άλλο σωματίο ως το LSP το αποτέλεσμα αυτό δεν αλλάζει σημαντικά. Άρα, η έρευνα εύρεσης υπερσυμμετρικών σωματίων στρέφεται στην ανίχνευση γεγονότων

με απώλειες ενέργειας και ορμής. Τέτοιες απώλειες αποτυπώνονται στη μορφή των κατανομών αναλλοίωτης μάζας των σωματιδίων που παράγονται σε αυτά τα γεγονότα.

Στους αδρονικούς επιταχυντές, τα σχεδιαζόμενα παρτόνια μπορούν να παράξουν υπερσυμμετρικά σωματίδια τόσο με ηλεκτρασθενείς όσο και με ισχυρές διαδικασίες. Κοινό χαρακτηριστικό όλων των δυνατών διαδικασιών είναι η παραγωγή των υπερσυμμετρικών σωματιδίων σε ζεύγη. Κάθε γεγονός που παράγει δύο υπερσυμμετρικά σωματίδια, δίνει ως τελική κατάσταση δυο LSP που θα διαφύγουν του ανιχνευτή. Έτσι, κάθε υπερσυμμετρικό γεγονός θα έχει χαμένη ενέργεια τουλάχιστον:

$$ME = 2(m_{LSP})c^2 \quad (4.259)$$

Πειραματικά όμως, αυτό που μετράται σε έναν ανιχνευτή είναι η εγκάρσια ενέργεια ενός σωματιδίου:

$$E_T = E \sin \theta \quad (4.260)$$

όπου θ η γωνία μεταξύ σωματιδιακής δέσμης και διεύθυνσης σκέδασης. Έτσι, μετράμε στην ουσία την χαμένη εγκάρσια ενέργεια ME_T ενός γεγονότος. Γενικά, ένα υπερσυμμετρικό γεγονός θα έχει:

$$n \text{ λεπτόνια} + m \text{ αδρονικά jets} + ME_T \quad (4.261)$$

Υπάρχουν επίσης σημαντικές διαδικασίες της φυσικής του ΚΠ που δίνουν ίδια προϊόντα με την εκάστοτε υπό μελέτη διαδικασία και αποτελούν το υπόβαθρο της. Για να βρούμε έτσι ένα σήμα “νέας φυσικής” πρέπει να το αναδείξουμε μέσα από ένα πλήθος σημάτων παρόμοιων προϊόντων. Κυρίαρχο ρόλο στο υπόβαθρο παίζουν οι διασπάσεις W και Z που δίνουν νετρίνα και άρα ME_T .

Ένα κλασικό υπερσυμμετρικό σήμα αποτελείται από γεγονότα με αδρονικά jets και ME_T , χωρίς όμως την παρουσία λεπτονίου ώστε να μειωθεί το πλούσιο υπόβαθρο του ΚΠ. Το υπόβαθρο, μπορεί επίσης να περιοριστεί από την εφαρμογή συνθηκών αποκοπής - απόρριψης γεγονότων.

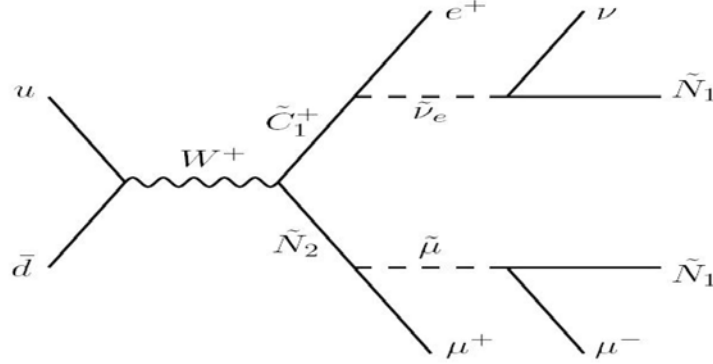
Ένα άλλο πιθανό σήμα μπορεί να περιέχει τρία λεπτόνια, ME_T και ίσως και jets. Αυτό αντιστοιχεί στην διαδικασία που περιγράφεται στο Σχ. 4.19. Πολλές διαφοροποιήσεις σε αυτή την διαδικασία που μπορούν να πραγματοποιηθούν συνοδεύονται συνήθως από υψηλής εγκάρσιας ορμής αδρονικά jets.

Μια ακόμα δυνατότητα παρατήρησης της υπερσυμμετρίας, με ελέγξιμο υπόβαθρο, είναι με όμοιου φορτίου διλεπτονικό σήμα, ME_T και jets. Επίσης, μπορούμε να έχουμε και το ίδιο με αντίθετου φορτίου λεπτόνια. Αυτό μπορεί να παραχθεί με την

ακολουθία:

$$\begin{aligned} \tilde{g} &\rightarrow q\tilde{q}, & \tilde{q} &\rightarrow q\tilde{N}_2, \tilde{N}_2 \rightarrow l^\pm \tilde{l}, & \tilde{l} &\rightarrow l^\mp \tilde{N}_1 \\ & & \tilde{q} &\rightarrow q\tilde{N}_2 \rightarrow ql^\pm \tilde{l} \rightarrow ql^\pm l^\mp \tilde{N}_1 \end{aligned} \quad (4.262)$$

Το neutralino $\tilde{N}_2$ (ή αλλιώς $\tilde{\chi}_2^0$) όπου τελικά θα δώσει το επίσης ουδέτερο αλλά ελαφρύτερο $\tilde{N}_1$ (ή αλλιώς $\tilde{\chi}_1^0$), ευθύνεται για το διαφορετικό πρόσημο των λεπτονίων.



Σχήμα 4.19: Διάγραμμα Feynmann με διαδοχικές διασπάσεις, τριλεπτονικό σήμα και ME_T .

4.4.3 Αποτελέσματα ανίχνευσης LSP

Συγκεκριμένα, όσον αφορά τους υποψηφίους LSP για ΣΥ, το s -νετρίνο έχει αποκλειστεί στο MSSM λόγω των ορίων για την ενεργό διατομή αλληλεπίδρασης των σωματιδίων της ΣΥ με τη συνηθισμένη ύλη, όπως μετράται από πειράματα άμεσης ανίχνευσης. Συγκεκριμένα, το s -νετρίνο αλληλεπιδρά μέσω ανταλλαγής Z μποζονίων και έτσι θα έπρεπε να έχουν ανιχνευθεί μέχρι τώρα αν αποτελούσαν την ΣΥ.

Το gravitino είναι πιθανός υποψήφιος ΣΥ σε υπερσυμμετρικά μοντέλα στα οποία η κλίμακα σπασίματος της υπερσυμμετρίας είναι χαμηλή, κοντά στα 100TeV . Σε τέτοια μοντέλα το gravitino είναι πολύ ελαφρύ της τάξης του $O(1\text{eV})$. Το gravitino πολλές φορές αναφέρεται και ως super-WIMP καθώς η δύναμη αλληλεπίδρασης του είναι πολύ ασθενέστερη από αυτές των άλλων υπερσυμμετρικών σωματιδίων υποψηφίων ΣΥ. Για τον ίδιο λόγο, η άμεση θερμική παραγωγή του στο πρώιμο Σύμπαν δεν επαρκεί για να εξηγήσει την παρατηρηθείσα αφθονία ΣΥ. Έτσι, η προτεινόμενη πιθανότητα είναι τα gravitinos να έχουν παραχθεί μέσω της διάσπασης του επόμενου ελαφρύτερου υπερσυμμετρικού σωματιδίου (*Next to Lightest Supersymmetric Particle - NLSP*)

Ο πιο πιθανός υποψήφιος αυτή την στιγμή είναι το neutralino. Στα πιο πολλά μοντέλα το ελαφρύτερο neutralino είναι κυρίως bino (εταίρος του $U(1)$ πεδίου βαθμίδας

που αντιστοιχεί στο ασθενές υπερφορτίο, δηλαδή του πεδίου B) με κάποιες προσμίξεις από wino (εταίρος του πεδίου βαθμίδας που αντιστοιχεί στο ασθενές ισοσπίν, δηλαδή του πεδίου $SU(L)$) και/ή ουδέτερου Higgsino. Γενικά, τα βαριά υπερσυμμετρικά σωματίδια, όπως και τα μαγνητικά μονόπολα είναι και αυτά πολύ δύσκολο να ανιχνευθούν καθώς η μικρή κινητική τους ενέργεια της τάξεως

$$\langle T \rangle \simeq 50 \text{ KeV} \quad (4.263)$$

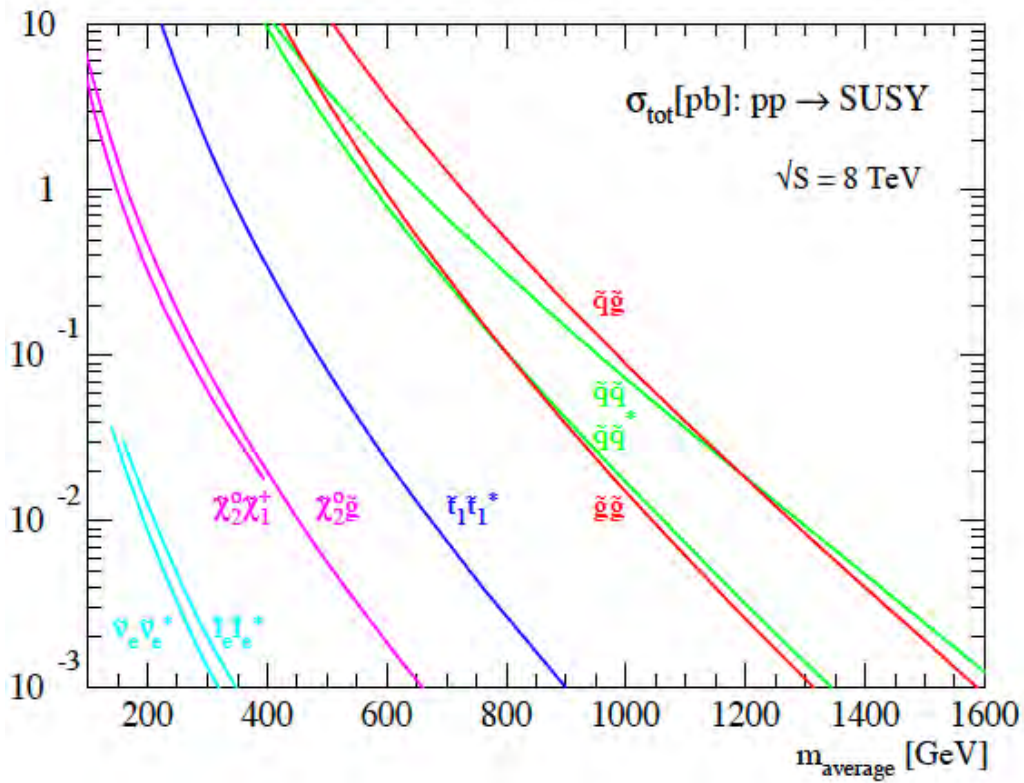
τα εμποδίζει να διεγείρουν άτομα ή πυρήνες. Όσον αφορά την έμμεση ανίχνευση του, το neutralino, διαπερνώντας τον Ήλιο χάνει ενέργεια λόγω της αλληλεπίδρασης του με πυρήνες ηλίου και πρωτόνια. Έτσι, λόγω της μικρής τους κινητικής τους ενέργειας πολλά από τα neutralinos δεν έχουν ταχύτητα μεγαλύτερη από την ταχύτητα διαφυγής του Ήλιου και έτσι παγιδεύονται. Όμως, λόγω της εξαιρετικά υψηλής θερμοκρασίας στο κέντρο του Ήλιου τα neutralinos αντιδρούν μεταξύ τους και εξαυλώνονται. Στη συνέχεια, τα προϊόντα της εξαύλωσης αλληλεπιδρούν με την σειρά του με άλλα σωματίδια του πυρήνα του Ηλίου με αποτέλεσμα την παραγωγή νετρίνων και αντι-νετρίνων πολύ μεγάλης ενέργειας τα οποία είναι ικανά να ανιχνευθούν εδώ στην Γη με τους ήδη υπάρχοντες ανιχνευτές, όπως ο Super Kamiokande. Το κάτω όριο της μάζας του neutralino σύμφωνα με τα αποτελέσματα του LEP2 είναι περίπου 18 GeV , ενώ το άνω όριο ανάλογα με το μοντέλο για το σπάσιμο της υπερσυμμετρίας σύμφωνα με θεωρητικούς υπολογισμούς κυμαίνεται από $500 \text{ GeV} - 10 \text{ TeV}$ [352, 353]. Για τα κάτω όρια, θα δούμε περισσότερες λεπτομέρειες για διάφορες περιπτώσεις στην συνέχεια από τις αναζητήσεις του LHC.

4.4.4 Αποτελέσματα από επιταχυντές

Μέχρι στιγμής δεν υπάρχουν αποδείξεις για την ύπαρξη υπερσυμμετρίας στην ασθενή κλίμακα από τα δεδομένα που έχουν αναλυθεί στο LHC. Τα τελευταία δεδομένα έχουν αποκλείσει την ύπαρξη “χρωματιστών” υπερσυμμετρικών σωματιδίων (κυρίως του gluino και των s -κουάρκ πρώτης γενιάς) με μάζες κάτω από 1 TeV [354, 355]. Τα ακριβή όρια σχετίζονται με το εκάστοτε μοντέλο. Ωστόσο, υπάρχουν περιοχές του παραμετρικού χώρου όπου ελαφριά s -κουάρκ και gluinos κάτω από 1 TeV δεν έχουν αποκλειστεί εντελώς.

Οι πειραματικοί περιορισμοί που έχουν δοθεί μέχρι στιγμής προέρχονται κυρίως από τις συγκρούσεις ηλεκτρονίου-ποζιτρονίου του LEP ο οποίος δούλεψε στο CERN ανάμεσα στο 1989 και 2000 με μέγιστη ενέργεια 209 GeV , αλλά και από τις συ-

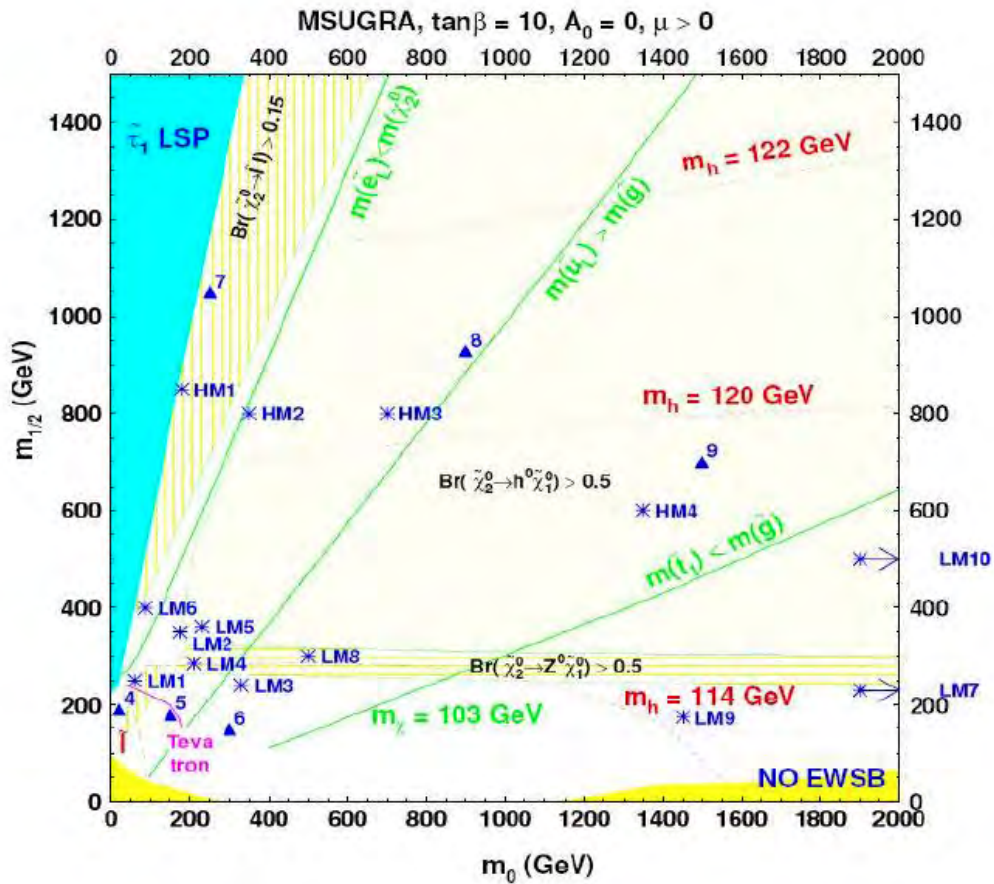
γκρούσεις πρωτονίου-αντι-πρωτονίου στα πειράματα CDF και D0 στο Tevatron με ενέργεια κέντρου μάζας μέχρι 1.96TeV . Ακόμα, είχαμε συγκρούσεις από τον συγχροστική “Hadron-Electron Ring Accelerator” (HERA) ηλεκτρονίων-πρωτονίου με τα πειράματα H1 και “ZEUS” ανάμεσα στο 1992 και 2007 σε ενέργειες μέχρι 318GeV . Τέλος, αυτή την στιγμή “τρέχει” το σημαντικότερο μέχρι στιγμής πρόγραμμα ανίχνευσης της υπερσυμμετρίας στον LHC στο CERN όπου με συγκρούσεις πρωτονίου-πρωτονίου τα πειράματα ATLAS και CMS ανιχνεύουν γεγονότα σε ενέργειες μέχρι 13TeV .



Σχήμα 4.20: Ενεργές διατομές για παραγωγή ζευγών διαφόρων υπερσυμμετρικών σωματιδίων σαν συνάρτηση της μάζας τους στον LHC για ενέργεια κέντρου μάζας 8TeV . Οι τυπικές ενεργές διατομές παραγωγής χρωματιστών s -κουάρκ και gluino είναι αρκετές τάξεις μεγέθους μεγαλύτερες από αυτές των λεπτονίων ή των charginos [354].

Όπως έχουμε αναφέρει ήδη, ο μηχανισμός σπασίματος της υπερσυμμετρίας είναι άγνωστος οπότε η γενική προσέγγιση από την πιο γενική ήπια υπερσυμμετρική λαγκρατζιανή προσθέτει ένα σημαντικό αριθμό από ελεύθερες παραμέτρους. Για το MSSM, όπως είδαμε και στο εδάφιο 4.2.4, έχουμε 105 νέες παραμέτρους. Η φαινομενολογική ανάλυση των ανιχνεύσεων της υπερσυμμετρίας για μείωση των παραμέτρων

δεν είναι εύκολη, ωστόσο, για πρακτική ερμηνεία των υπερσυμμετρικών αναζητήσεων σε επιταχυντές έχουν ληφθεί υπόψιν διάφορες προσεγγίσεις που μειώνουν τον αριθμό των ελεύθερων παραμέτρων. Μια προσέγγιση είναι να θεωρήσουμε έναν μηχανισμό σπάσιματος της υπερσυμμετρίας και να ελαττώσουμε τον αριθμό των παραμέτρων μέσω της θεώρησης επιπλέον περιορισμών. Συγκεκριμένα, υπάρχουν εξηγήσεις των πειραματικών δεδομένων σε περιορισμένα μοντέλα που το σπάσιμο της υπερσυμμετρίας φέρεται από “βαρύτητα” [208, 209], από “βαθμίδα” [165, 210] και από “ανωμαλίες” [211, 212].



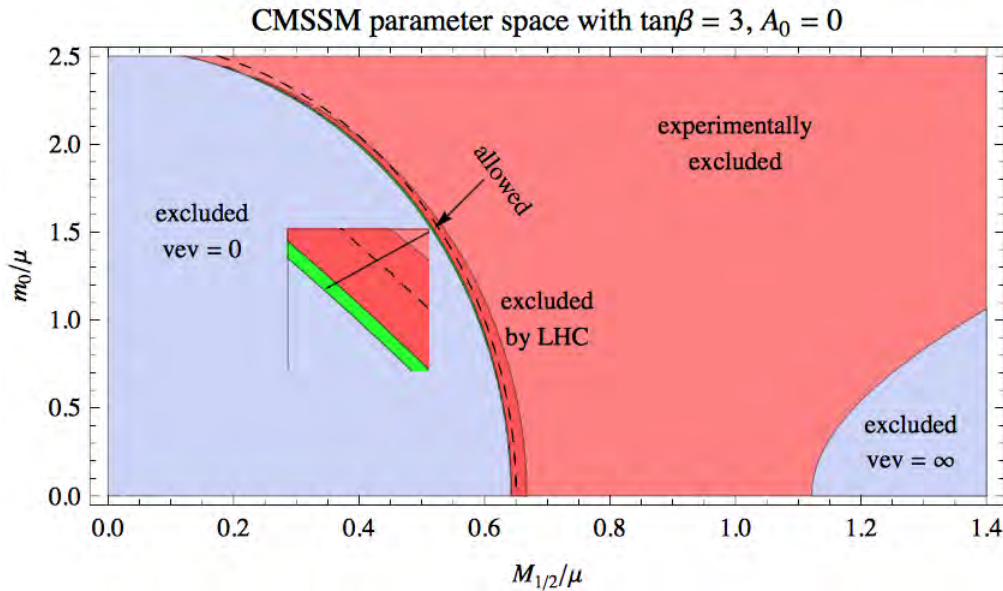
Σχήμα 4.21: Ο παραμετρικός χώρος του μοντέλου CMSSM και διάφορα test points [356].

Το πιο δημοφιλές μοντέλο για επεξήγηση ανιχνεύσεων της υπερσυμμετρίας σε επιταχυντές είναι το περιορισμένο MSSM (*Constrained MSSM - CMSSM*) ή αλλιώς *Minimal Super GRAvity (MSUGRA)* [170, 208, 357], το οποίο προέρχεται από την υπερβαρύτητα. Η διαφορά του από το MSSM είναι ότι επιβάλλονται καθολικές συνοριακές συνθήκες στις μάζες των gluinos, των βαθμωτών σωματιδίων καθώς και στις τριγραμμικές σταθερές ζεύξης στην κλίμακα ενοποίησης. Αυτές είναι και οι μόνες

πηγές ήπιας παραβίασης της υπερσυμμετρίας. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα, το CMSSM να περιγράφεται από 5 παραμέτρους:

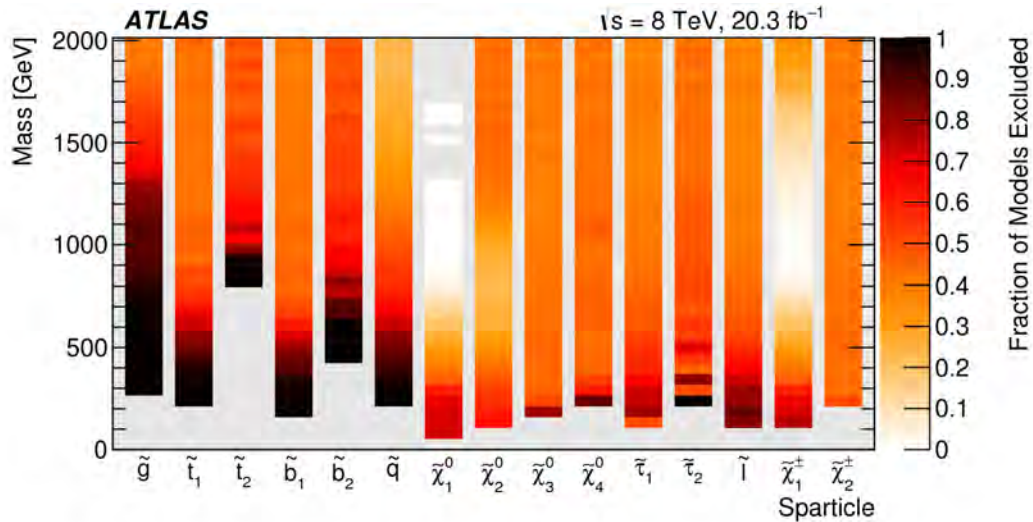
$$m_0, \quad m_{1/2}, \quad A_0, \quad \tan(\beta), \quad \text{sign}(\mu) \quad (4.264)$$

όπου m_0 η κοινή μάζα των βαθμωτών s -φερμιονίων στην οποία τείνει η μάζα όλων των s -κουάρκ και s -λεπτονίων σε ενέργειες κλίμακας GUT, $m_{1/2}$, η κοινή μάζα των gauginos σε αυτές τις ενέργειες, A_0 η παράμετρος τριγραμμικής ζεύξης, $\tan(\beta)$ ο λόγος των VEV του πεδίου Higgs για πάνω-τύπου και κάτω-τύπου φερμιόνια και $\text{sign}(\mu)$ το πρόσημο της μ παραμέτρου μάζας του higgsino που καθορίζεται στην ηλεκτροσθενή κλίμακα. Οι μάζες των υπερσυμμετρικών σωματιδίων εξαρτώνται κυρίως από τις τιμές των m_0 και $m_{1/2}$ και λιγότερο από τις υπόλοιπες τρεις παραμέτρους. Αυτός είναι και ο λόγος που συνήθως στις περισσότερες μελέτες του CMSSM δίνονται στις τελευταίες σταθερές τιμές. Διαφορετικοί συνδυασμοί μαζών οδηγούν σε διαφορετική φαινομενολογία και διαφορετικά κυρίαρχα σημεία παρατήρησης της υπερσυμμετρίας. Το πλάνο του παραμετρικού χώρου φαίνεται στο Σχ. 4.21 μαζί με τα διάφορα σημεία “test points” τα οποία μελετώνται. Έτσι, τα CMSSM μοντέλα παρέχουν ένα ευρύ φάσμα από πειραματικές ενδείξεις και άρα αποτελούν ένα χρήσιμο πλαίσιο για σύγκριση επιδόσεων και ορίων των διάφορων πειραματικών μεθόδων.



Σχήμα 4.22: Ο παραμετρικός χώρος του μοντέλου CMSSM που επιτρέπεται από τα πειράματα είναι με πράσινο χρώμα [358]. Η διακεκομμένη γραμμή γύρω από το όριο της επιτρεπόμενης περιοχής είναι πρόβλεψη από το μοντέλο [359].

Ωστόσο, οι σχέσεις που έχουν εισαχθεί στις παραμέτρους σπασίματος της υπερσυμμετρίας δεν καλύπτουν όλες τις κινηματικές υπογραφές και σχέσεις μαζών της υπερσυμμετρίας. Σήμερα, ο επιτρεπόμενος παραμετρικός χώρος στο CMSSM έχει μειωθεί σημαντικά από τα πειράματα ATLAS και CMS (βλέπε Σχ. 4.22). Αν συγκρίνουμε όμως αυτόν τον παραμετρικό χώρο με τον αντίστοιχο που παραμένει από άμεσες και έμμεσες παρατηρήσεις από πειράματα χωρίς επιταχυντές, βλέπουμε ότι ίσως το CMSSM δεν είναι πλέον κατάλληλο πλαίσιο για τον χαρακτηρισμό των αποτελεσμάτων από ανιχνεύσεις υπερσυμμετρίας στον LHC. Για αυτό τον λόγο τα τελευταία χρόνια προσπαθούν να εισαχθούν πιο ελεύθερες προσεγγίσεις, όπως για παράδειγμα μέσω του *φαινομενολογικού-MSSM* ή *pMSSM* [360,361]. Αυτό προκύπτει από το MSSM χρησιμοποιώντας πειραματικά δεδομένα για να διαγράψει παραμέτρους οι οποίοι είναι γενικά ελεύθεροι αλλά έχουν περιοριστεί σημαντικά από πειραματικές μετρήσεις. Αυτή η προσέγγιση μειώνει τον αριθμό των ελεύθερων παραμέτρων σε 19 (βλέπε Σχ. 4.23). Τέλος, να αναφέρουμε πως υπάρχουν και τα *απλοποιημένα μοντέλα* (*simplified models*) [362–365] τα οποία θεωρούν ένα περιορισμένο αριθμό παραγωγής υπερσυμμετρικών σωματιδίων και διασπάσεων και αφήνουν ανοιχτή την πιθανότητα να έχουμε διάφορες μάζες και παραμέτρους που να μεταβάλλονται ελεύθερα. Στην συνέχεια, θα δούμε ορισμένα βασικά πειραματικά αποτελέσματα (βλέπε [354] για περισσότερες λεπτομέρειες).



Σχήμα 4.23: Περίληψη του μοντέλου pMSSM από το πείραμα ATLAS. Κάθε κάθετη μπάρα είναι μονοδιάστατη προβολή του κλάσματος των σημείων από μοντέλα που απορρίπτονται. Η χρωματική κωδικοποίηση αντιπροσωπεύει το κλάσμα των σημείων από μοντέλα που απορρίπτονται για κάθε υπερσυμμετρικό σωματίδιο.

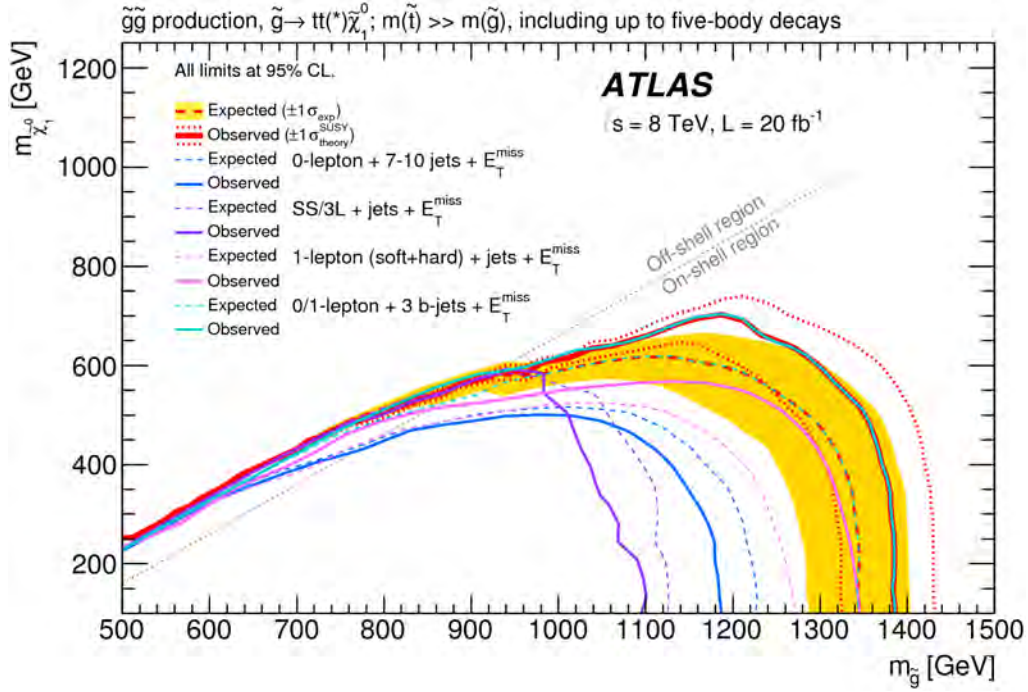
Όρια στις μάζες των s -κουάρκ και gluino

Τα gluino και s -κουάρκ φέρουν φορτίο χρώματος αφού είναι οι υπερσυμμετρικοί εταίροι των γκλουονίων και των κουάρκ του ΚΠ. Τα όρια στις μάζες των s -κουάρκ είναι της τάξεως των 100GeV και έχουν δοθεί από τα πειράματα του LEP. Ωστόσο, λόγω της “χρωματικής” παραγωγής αυτών των σωματιδίων σε αδρονικούς επιταχυντές, τα πειράματα σε αδρονικούς επιταχυντές δίνουν καλύτερα όρια (βλέπε Σχ. 4.20). Σήμερα, τα όρια των πειραμάτων του LHC “κυριαρχούν” για την άμεση αναζήτηση gluino και s -κουάρκ. Θεωρώντας διατήρηση της R -ομοτιμίας και πως τα gluino είναι βαρύτερα από τα s -κουάρκ, τα s -κουάρκ θα διασπώνται κυρίως σε ένα κουάρκ και ένα neutralino ή chargino, αν επιτρέπεται κινηματικά. Η διάσπαση αυτή μπορεί να περιλαμβάνει το ελαφρύτερο neutralino (δηλαδή το LSP) ή ένα chargino, αλλά ανάλογα με τις μάζες των gaugino μπορεί να περιλαμβάνει βαρύτερα neutralino ή chargino. Για παραγωγή σε ζεύγη πρώτης και δεύτερης γενιάς s -κουάρκ οι πιο απλές διασπάσεις περιλαμβάνουν δύο jets και χαμένη ορμή. Παρομοίως, παραγωγή σε ζεύγη των gluino οδηγεί σε 4 jets και χαμένη ορμή. Στον Πίνακα 4.7 βλέπουμε μια σχηματική επισκόπηση χαρακτηριστικών ενδείξεων τελικών καταστάσεων από παραγωγή gluino και s -κουάρκ για διαφορετικές ιεραρχίες μαζών και θεωρώντας πως οι διασπάσεις περιέχουν το ελαφρύτερο neutralino.

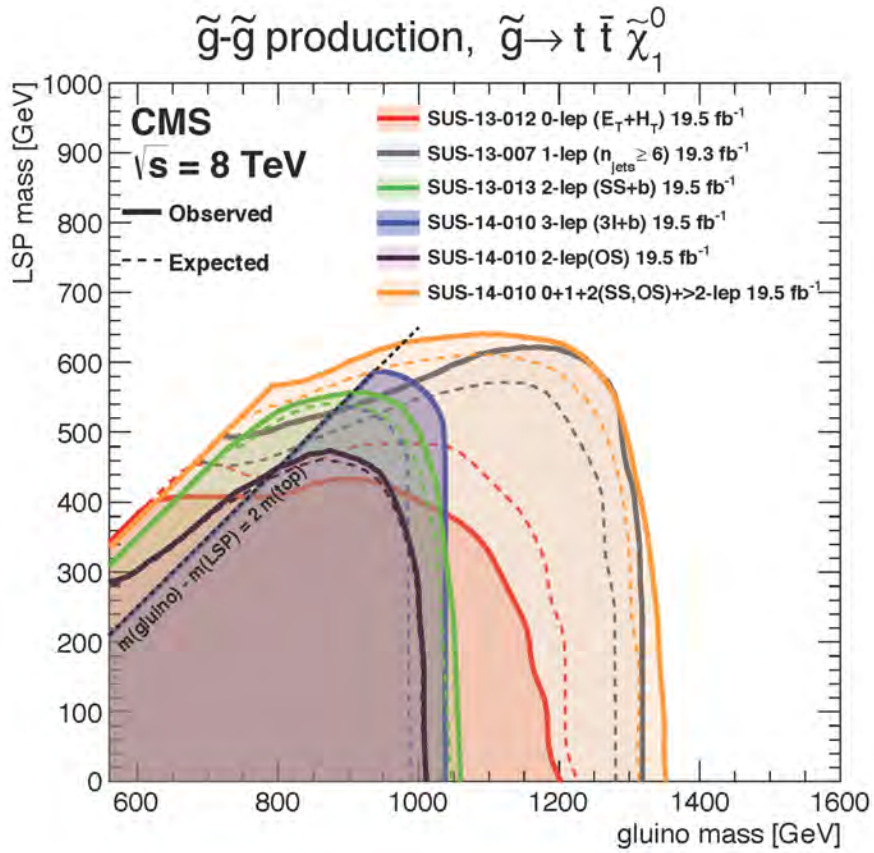
Ιεραρχία μαζών	Βασική παραγωγή	Κυρίαρχη διάσπαση	Τυπικό σήμα
$m_{\tilde{q}} \ll m_{\tilde{g}}$	$\tilde{q}\tilde{q}, \tilde{q}\tilde{\bar{q}}$	$\tilde{q} \rightarrow q\tilde{\chi}_1^0$	$\geq 2jets + E_T^{miss} + X$
$m_{\tilde{q}} \approx m_{\tilde{g}}$	$\tilde{q}\tilde{g}, \tilde{q}\tilde{\bar{g}}$	$\tilde{q} \rightarrow q\tilde{\chi}_1^0$ $\tilde{g} \rightarrow q\tilde{q}\tilde{\chi}_1^0$	$\geq 3jets + E_T^{miss} + X$
$m_{\tilde{q}} \gg m_{\tilde{g}}$	$\tilde{g}\tilde{g}$	$\tilde{g} \rightarrow q\tilde{q}\tilde{\chi}_1^0$	$\geq 2jets + E_T^{miss} + X$

Πίνακας 4.7: Τυπικά πειραματικά σήματα σε αδρονικούς επιταχυντές για άμεση παραγωγή gluino και πρώτης και δεύτερης γενιάς s -κουάρκ θεωρώντας διαφορετικές ιεραρχίες μάζας [354].

Τα όρια που έχουν τεθεί από πειράματα στο Tevaron για την μάζα των gluino, θεωρούν το CMSSM με $\tan \beta = 5$ (CDF) ή $\tan \beta = 3$ (D0), $A_0 = 0$ και $\mu < 0$, και έχουν βρει κάτω όρια περίπου 310GeV για όλες τις μάζες s -κουάρκ, ή 390GeV για την περίπτωση $m_{\tilde{q}} = m_{\tilde{g}}$ [366, 367]. Το LHC, ωστόσο, έχει μειώσει και άλλο τα όρια αυτά, ήδη από τον πρώτο χρόνο λειτουργίας του το 2010 (βλέπε Σχ. 4.24 και 4.25).



Σχήμα 4.24: Συγκεντρωτικά, τα όρια του πειράματος ATLAS στο CERN για την μάζα του gluino και neutralino για το Gtt απλοποιημένο μοντέλο σε ανάλυση για 8TeV [368].



Σχήμα 4.25: Συγκεντρωτικά, τα παρατηρούμενα και αναμενόμενα όρια του πειράματος CMS στο CERN για διπλή παραγωγή του gluino [369].

Μοντέλο	Υπόθεση	$m_{\tilde{q}}$	$m_{\tilde{g}}$
CMSSM	$m_{\tilde{q}} \approx m_{\tilde{g}}$	≈ 1700	≈ 1700
	all $m_{\tilde{q}}$	—	≈ 1300
	all $m_{\tilde{g}}$	≈ 1600	—
Απλοποιημένο μοντέλο $\tilde{g}\tilde{q}, \tilde{g}\tilde{\bar{q}}$	$m_{\tilde{\chi}_1^0} = 0, m_{\tilde{q}} \approx m_{\tilde{g}}$	≈ 1700	≈ 1700
	$m_{\tilde{\chi}_1^0} = 0, \text{all } m_{\tilde{q}}$	—	≈ 1400
	$m_{\tilde{\chi}_1^0} = 0, \text{all } m_{\tilde{g}}$	≈ 1400	—
Απλοποιημένα μοντέλα $\tilde{g}\tilde{g}$			
$\tilde{g} \rightarrow q\tilde{q}\tilde{\chi}_1^0$	$m_{\tilde{\chi}_1^0} = 0$	—	≈ 1200
	$m_{\tilde{\chi}_1^0} > \approx 450$	—	no limit
$\tilde{g} \rightarrow b\tilde{b}\tilde{\chi}_1^0$	$m_{\tilde{\chi}_1^0} = 0$	—	≈ 1200
	$m_{\tilde{\chi}_1^0} > \approx 650$	—	no limit
$\tilde{g} \rightarrow t\tilde{t}\tilde{\chi}_1^0$	$m_{\tilde{\chi}_1^0} = 0$	—	≈ 1400
	$m_{\tilde{\chi}_1^0} > \approx 700$	—	no limit
Απλοποιημένα μοντέλα $\tilde{q}\tilde{q}$			
$\tilde{q} \rightarrow q\tilde{\chi}_1^0$	$m_{\tilde{\chi}_1^0} = 0$	≈ 800	—
	$m_{\tilde{\chi}_1^0} > \approx 300$	no limit	—
$\tilde{u}_L \rightarrow q\tilde{\chi}_1^0$	$m_{\tilde{\chi}_1^0} = 0$	≈ 450	—
	$m_{\tilde{\chi}_1^0} > \approx 100$	no limit	—
$\tilde{b} \rightarrow b\tilde{\chi}_1^0$	$m_{\tilde{\chi}_1^0} = 0$	≈ 650	—
	$m_{\tilde{\chi}_1^0} > \approx 300$	no limit	—
$\tilde{t} \rightarrow t\tilde{\chi}_1^0$	$m_{\tilde{\chi}_1^0} = 0$	≈ 700	—
	$m_{\tilde{\chi}_1^0} > \approx 250$	no limit	—
$\tilde{t} \rightarrow b\tilde{\chi}_1^\pm$ $(m_{\tilde{\chi}_1^\pm} - m_{\tilde{\chi}^0} > 5\text{GeV})$ $\tilde{t} \rightarrow b\tilde{\chi}_1^\pm$ $(m_{\tilde{t}} - m_{\tilde{\chi}^\pm} > 10\text{GeV})$	$m_{\tilde{\chi}_1^0} = 0$	≈ 700	—
	$m_{\tilde{\chi}_1^0} > \approx 300$	no limit	—
	$m_{\tilde{\chi}_1^0} = 0$	≈ 500	—
	$m_{\tilde{\chi}_1^0} > \approx 200$	no limit	—
$\tilde{t} \rightarrow Wb\tilde{\chi}_1^0$ $(m_{\tilde{t}} - m_{\tilde{\chi}^0} > m_b + m_W)$	$m_{\tilde{\chi}_1^0} < \approx 200$	≈ 300	—
	$m_{\tilde{\chi}_1^0} < \approx 200$	≈ 250	—
$\tilde{t} \rightarrow c\tilde{\chi}_1^0$ $(m_{\tilde{t}} - m_{\tilde{\chi}^0} > m_c)$	$m_{\tilde{\chi}_1^0} < \approx 200$	≈ 250	—
	$m_{\tilde{\chi}_1^0} < \approx 200$	≈ 250	—

Πίνακας 4.8: Περίληψη των ορίων μαζών για τα gluino και s -κουάρκ, χρησιμοποιώντας διαφορετικές προσεγγίσεις, και θεωρώντας διατήρηση της R -ομοτιμίας. Οι μάζες στον πίνακα αυτό είναι σε GeV [354].

Μια περίληψη των σημαντικότερων ορίων μαζών s -κουάρκ και gluino για διάφορες προσεγγίσεις, θεωρώντας διατήρηση της R -συμμετρίας, φαίνεται στον Πίνακα 4.8. Για μάζες των gluino έχουμε παρόμοια όρια που κυμαίνονται από $1.2 - 1.4 TeV$ και προκύπτουν από διαφορετικές προσεγγίσεις μοντέλων. Ωστόσο, για μάζες neutralino πάνω από $700 GeV$ τα πειράματα ATLAS και CMS δεν μπορούν να θέσουν όρια στην μάζα του gluino. Τέλος, τα όρια για άμεση παραγωγή s -κουάρκ εξαρτώνται πολύ από το εκάστοτε μοντέλο. Συγκεκριμένα, για άμεση παραγωγή πάνω s -κουάρκ υπάρχουν μεγάλες περιοχές στον παραμετρικό χώρο όπου μάζες κάτω από $0.5 TeV$ δεν μπορούν να απορριφθούν. Αυτό ισχύει επίσης για s -κουάρκ πρώτης και δεύτερης γενιάς όταν θεωρείται μόνο ένα s -κουάρκ. Επιπρόσθετα, για μάζες neutralino πάνω από $300 GeV$ δεν έχει δοθεί από τον LHC κανένα όριο για άμεση παραγωγή s -κουάρκ. Ο Πίνακας 4.7 δείχνει μια σχηματική περίληψη των χαρακτηριστικών σημάτων τελικών καταστάσεων παραγωγής gluino και s -κουάρκ για διαφορετικές ιεραρχίες μάζας και θεωρώντας πως οι διασπάσεις περιλαμβάνουν το ελαφρύτερο neutralino.

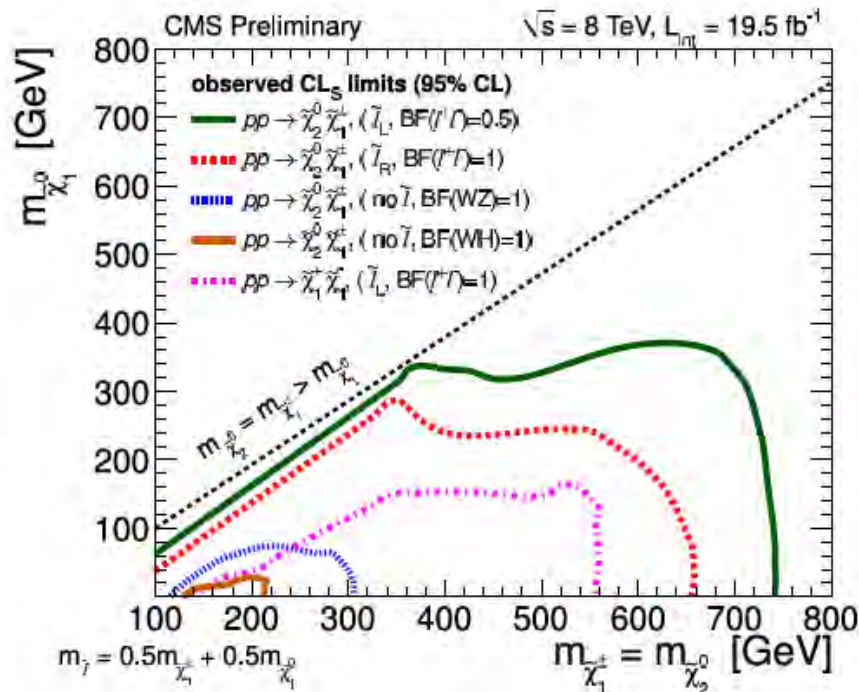
Όρια στις μάζες των chargino και neutralino

Τα charginos και τα neutralinos προέρχονται από την μίξη των φορτισμένων wino και higgsino καταστάσεων και του ουδέτερου wino και higgsino καταστάσεων αντίστοιχα. Η μίξη καθορίζεται από έναν περιορισμένο αριθμό παραμέτρων. Για τα charginos είναι η παράμετρος μάζας του wino M_2 , η παράμετρος μάζας του higgsino μ και η $\tan(\beta)$, ενώ για τα neutralinos είναι οι ίδιες παράμετροι συν η παράμετρος μάζας του bino M_1 . Οι μαζικές καταστάσεις είναι 4 charginos $\tilde{\chi}_1^+$, $\tilde{\chi}_1^-$, $\tilde{\chi}_2^+$ και $\tilde{\chi}_2^-$, και 4 neutralinos $\tilde{\chi}_1^0$, $\tilde{\chi}_2^0$, $\tilde{\chi}_3^0$ και $\tilde{\chi}_4^0$ διατεταγμένα με αυξανόμενη μάζα. Ανάλογα με την μίξη, η σύνθεση των neutralino και των chargino “κυριαρχείται” από συγκεκριμένες καταστάσεις που ονομάζονται τύπου-bino ($M_1 \ll M_2, \mu$), τύπου-wino ($M_2 \ll M_1, \mu$), ή τύπου-higgsino ($\mu \ll M_1, M_2$). Αν θεωρηθεί ενοποίηση μαζών gaugino στην κλίμακα GUT, προκύπτει στην ηλεκτρασθενή κλίμακα η σχέση:

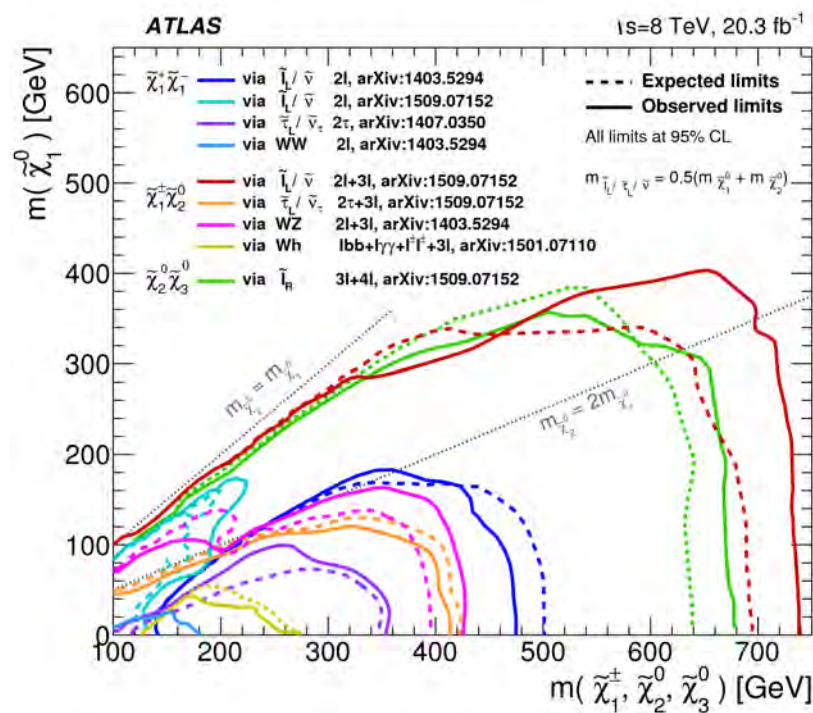
$$M_1 = \frac{5}{3} \tan^2 \theta_W M_2 \approx 0.5 M_2 \quad (4.265)$$

όπου θ_W η ηλεκτρασθενή γωνία μίξης. Τα charginos και τα neutralinos δεν περιέχουν φορτίο χρώματος και έχουν μόνο ηλεκτρασθενές ζεύξεις, αγνοώντας την βαρύτητα.

Τα αποτελέσματα του πειράματος CMS για ηλεκτρασθενείς αναζητήσεις gaugino φαίνονται στο Σχ. 4.26. Τα αποτελέσματα του ATLAS είναι και αυτά παρόμοια όπως φαίνεται στο Σχ. 4.27.



Σχήμα 4.26: Συγκεντρωτικά, τα όρια για τις μάζες των chargino και neutralino όπως δίνονται από το πείραμα CMS στο CERN [354].



Σχήμα 4.27: Συγκεντρωτικά, τα όρια για τις μάζες των chargino και neutralino όπως δίνονται από το πείραμα ATLAS στο CERN μέχρι τον Σεπτέμβριο του 2015 [368].

Υπόθεση	m_χ
$\tilde{\chi}_1^\pm$, all $\Delta m (\tilde{\chi}_1^\pm, \tilde{\chi}_1^0)$	> 92
$\tilde{\chi}_1^\pm \Delta m > 5, m_{\tilde{\nu}} > 300$	> 103.5
$\tilde{\chi}_1^\pm, m_{(\tilde{l}, \tilde{\nu})} = (m_{\tilde{\chi}_1^\pm} + m_{\tilde{\chi}_1^0}) / 2$ $m_{\tilde{\chi}_1^0} \approx 0$ $\tilde{\chi}_1^\pm, m_{\tilde{\chi}_1^0} > 150$ $\tilde{\chi}_1^\pm, m_{\tilde{l}} > m_{\tilde{\chi}_1^\pm}$	$103.5 - 115, > 550$ no LCH limit no LCH limit
$m_{\tilde{\chi}_1^\pm} = m_{\tilde{\chi}_2^0}, m_{\tilde{l}_L} = (m_{\tilde{\chi}_1^\pm} + m_{\tilde{\chi}_1^0}) / 2$ $m_{\tilde{\chi}_1^0} \approx 0$ $m_{\tilde{\chi}_1^0} > 350$	> 730 no LCH limit
$m_{\tilde{\chi}_1^\pm} = m_{\tilde{\chi}_2^0}, m_{\tilde{l}_R} = (m_{\tilde{\chi}_1^\pm} + m_{\tilde{\chi}_1^0}) / 2$ $m_{\tilde{\chi}_1^0} \approx 0$ $m_{\tilde{\chi}_1^0} > 100$	> 350 no LCH limit
$m_{\tilde{\chi}_1^\pm} = m_{\tilde{\chi}_2^0}, m_{\tilde{l}} > m_{\tilde{\chi}_1^\pm}, BF(WZ) = 1$ $m_{\tilde{\chi}_1^0} \approx 0$ $m_{\tilde{\chi}_1^0} > 100$	> 300 no LCH limit
$m_{\tilde{\chi}_1^\pm} = m_{\tilde{\chi}_2^0}, m_{\tilde{l}} > m_{\tilde{\chi}_1^\pm}, BF(WH) = 1$ $m_{\tilde{\chi}_1^0} \approx 0$ $m_{\tilde{\chi}_1^0} > 50$	> 280 no LCH limit

Πίνακας 4.9: Περίληψη των ορίων μαζών των ασθενών gaugino θεωρώντας διατήρηση της R -ομοτιμίας. Οι μάζες στον πίνακα αυτό είναι σε GeV [354].

Όρια στις μάζες των s -λεπτονίων

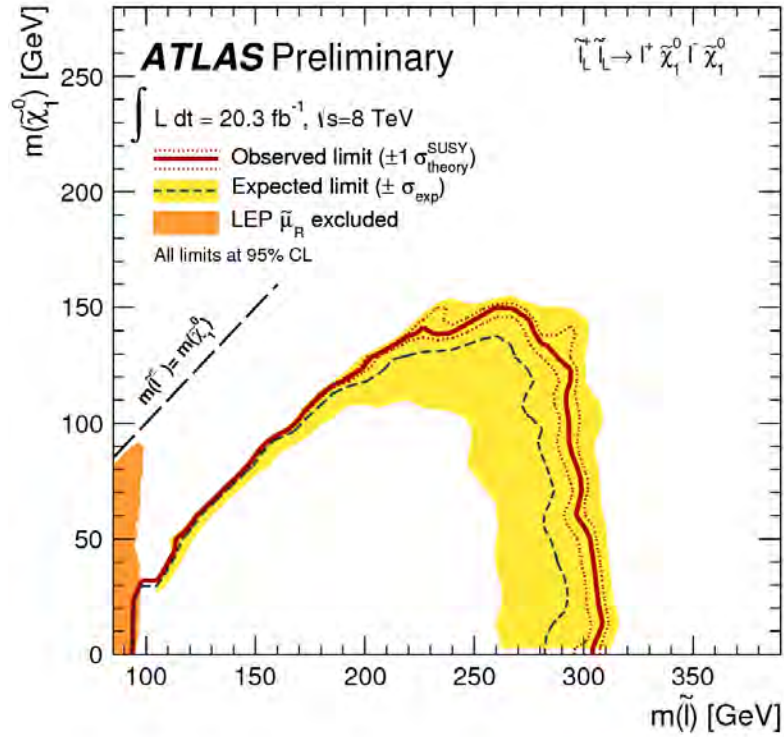
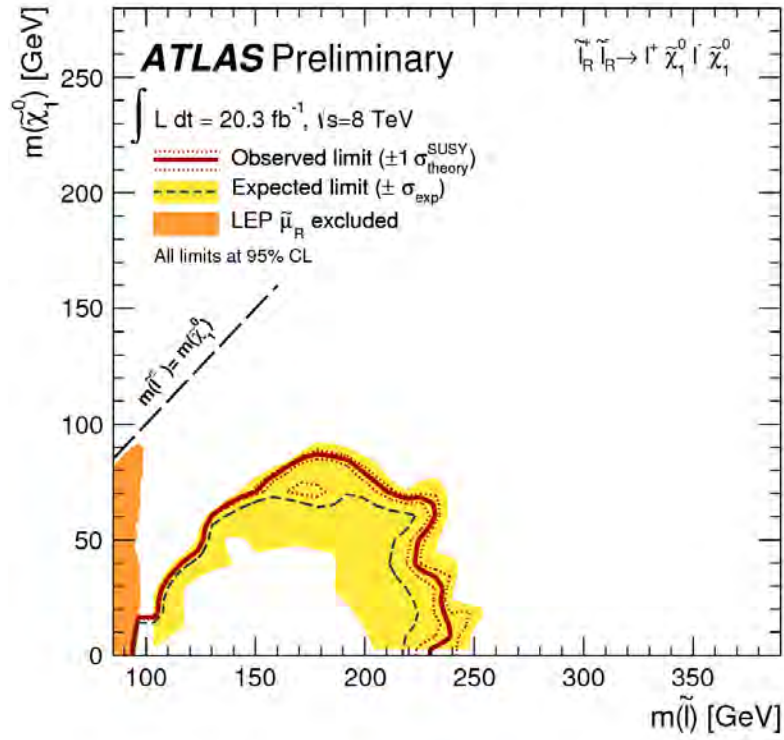
Σε μοντέλα με ενοποίηση των μαζών των s -λεπτονίων και του gaugino στην GUT κλίμακα, το δεξιόστροφο s -λεπτόνιο, $\tilde{l}_R$, θεωρείται πως είναι ελαφρύτερο από το αριστερόστροφο s -λεπτόνιο $\tilde{l}_L$. Για τα tau s -λεπτόνια μπορεί να υπάρχει σημαντική μίξη μεταξύ των αριστερόστροφων και δεξιόστροφων καταστάσεων που θα οδηγεί σε μια σημαντική διαφορά μαζών ανάμεσα στο ελαφρύτερο $\tilde{\tau}_1$ και στο βαρύτερο $\tilde{\tau}_2$.

Οι πιο “ανεξάρτητες από το μοντέλο” αναζητήσεις για s -ηλεκτρόνια, s -μίονια και s -tau προέρχονται από τον LEP. Όπως φαίνεται και στο Σχ. 4.20, στον LHC, η διπλή παραγωγή s -λεπτονίων όχι μόνο καταστέλλεται σε σχέση με την διπλή παραγωγή χρωματιστών υπερσυμμετρικών σωματιδίων αλλά είναι και περίπου δύο τάξεις μικρότε-

ρη από την διπλή παραγωγή chargino και neutralino. Παρόλα αυτά, τα πειράματα ATLAS και CMS έχουν αναζητήσει την άμεση παραγωγή ζευγών s -ηλεκτρονίων και ζευγών s -μιονίων στον LHC, με κάθε s -λεπτόνιο να διασπάται στον αντίστοιχο λεπτονικό εταίρο του ΚΠ και στο $\tilde{\chi}_1^0$ LSP. Τα όρια που έχουν τεθεί σε αυτό το μοντέλο από τα δύο πειράματα [370,371] είναι: 220GeV για $\tilde{l}_R$, και 290GeV για $\tilde{l}_L$, για άμαζο $\tilde{\chi}_1^0$ και θεωρώντας ίσες μάζες s -ηλεκτρονίων και s -μιονίων, όπως φαίνεται στο Σχ. 4.28. Στον Πίνακα 4.10 βλέπουμε συγκεντρωτικά τα αποτελέσματα από τους δύο επιταχυντές.

Υπόθεση	$m_{\tilde{l}}$
$\tilde{\mu}_R, \Delta m(\tilde{\mu}_R, \tilde{\chi}_1^0) > 10$	> 94
$\tilde{e}_R, \Delta m(\tilde{e}_R, \tilde{\chi}_1^0) > 10$	> 94
$\tilde{e}_R, \text{any } \Delta m$	> 73
$\tilde{\tau}_R, \Delta m(\tilde{\tau}_R, \tilde{\chi}_1^0) > 7$	> 87
$\tilde{\nu}_e, \Delta m(\tilde{e}_R, \tilde{\chi}_1^0) > 10$	> 94
$m_{\tilde{e}_R} = m_{\tilde{\mu}_R}, m_{\tilde{\chi}_1^0} \approx 0$	> 220
$m_{\tilde{\chi}_1^0} > \approx 90$	no LCH limit
$m_{\tilde{e}_L} = m_{\tilde{\mu}_L}, m_{\tilde{\chi}_1^0} \approx 0$	> 290
$m_{\tilde{\chi}_1^0} > \approx 150$	no LCH limit

Πίνακας 4.10: Περίληψη των ορίων μαζών των s -λεπτονίων από τον LHC και τον LEP θεωρώντας διατήρηση της R -ομοτιμίας και 100% “branching fraction” για $\tilde{l} \rightarrow l\tilde{\chi}_1^0$. Οι μάζες είναι σε GeV [354].



Σχήμα 4.28: Όρια για τις μάζες $\tilde{l}_R$ και $\tilde{l}_L$ θεωρώντας ίδιες μάζες s -ηλεκτρονίων και s -μιονίων [354, 368].

Κεφάλαιο 5

Συμπεράσματα θεωριών ενοποίησης

Όπως είδαμε στα προηγούμενα κεφάλαια, υπάρχει ένα μεγάλο πλήθος από υποψήφιες θεωρίες οι οποίες προσπαθούν να λύσουν τα υπάρχοντα προβλήματα του ΚΠ (βλέπε εδάφιο 2.4) με διαφορετικό ποσοστό επιτυχίας κάθε φορά. Οπότε, στο κεφάλαιο αυτό θα προσπαθήσουμε αφενός να κάνουμε έναν απολογισμό των θεωριών που έχουμε αναπτύξει, δηλαδή των GUT και της υπερσυμμετρίας (βλέπε εδάφιο 5.1), και αφετέρου, να δούμε επιγραμματικά τι εναλλακτικές επιλογές υπάρχουν καθώς και το βαθμό αποτελεσματικότητάς τους, όπως και το πλήθος και το είδος των μειονεκτημάτων τους.

Όλες οι θεωρίες που έχουμε μέχρι στιγμής αναφέρει έχουν ένα βασικό μειονέκτημα, ότι αγνοούν εντελώς τις βαρυτικές αλληλεπιδράσεις. Μια θεωρία η οποία θα μπορέσει να ενοποιήσει όλες τις αλληλεπιδράσεις και να εξηγήσει με ακρίβεια όλα τα φυσικά φαινόμενα αλλά και να λύσει τα υπάρχοντα προβλήματα ονομάζεται γενικά Θεωρία των Πάντων. Όπως θα δούμε (βλέπε εδάφιο 5.2), οι θεωρίες αυτές, μέχρι στιγμής επικεντρώνονται κυρίως στην ενοποίηση της ΚΘΠ και της ΓΘΣ σε μια θεωρία ΚΒ, καθώς αυτό είναι το πρώτο βήμα για μια επιτυχημένη ενοποίηση των αλληλεπιδράσεων. Ο λόγος είναι πως η εισαγωγή της βαρύτητας στην κλασική ΚΘΠ, την οποία χρησιμοποιούμε για την περιγραφή των υπόλοιπων αλληλεπιδράσεων, είναι αδύνατη λόγω της φύσης της ΓΘΣ και της ανεξαρτησίας της από το υπόβαθρο. Υπάρχει ένα μεγάλο πλήθος από διαφορετικές προσεγγίσεις (βλέπε εδάφιο 5.2.1), η ακριβής αναφορά και διατύπωση των οποίων ξεπερνά τους στόχους αυτής της εργασίας. Ωστόσο, θα προσπαθήσουμε να σκιαγραφήσουμε τις βασικές από αυτές αναφέροντας τα βασικά χαρακτηριστικά τους. Παρόλο το μεγάλο πλήθος των πιθανών επιλογών,

φαίνεται πως μέχρι στιγμής βρισκόμαστε μακριά από μια τελική θεωρία της φύσης. Επιπρόσθετα, υπάρχει και ένα πλήθος θεωρητικών επιχειρημάτων, κατά της ίδιας της ύπαρξης μιας τέτοιας θεωρίας (βλέπε εδάφιο 5.2.2).

Έτσι, λαμβάνοντας υπόψιν τους πειραματικούς περιορισμούς αλλά και τις θεωρητικές προσεγγίσεις με τα αντίστοιχα προβλήματα που τις διακατέχουν, είναι απαραίτητη η γνώση των στόχων αλλά και της “απόστασης” που πρέπει να διανύσουμε στην φυσική μέχρι τον τελικό προορισμό της Θεωρίας των Πάντων (βλέπε εδάφιο 5.3). Όπως και να έχει όμως, η φυσική όπως και κάθε άλλη επιστήμη, προχωράει βήμα βήμα, και αυτό που προέχει αυτή την στιγμή είναι η επίλυση των προβλημάτων του ΚΠ, γεγονός που φαίνεται πως είναι πολύ πιθανό να πραγματοποιηθεί μέσω της φυσικής της ενοποίησης.

5.1 Υπερσυμμετρία και μεγαλοενοποιημένες θεωρίες

5.1.1 Απλές μεγαλοενοποιημένες θεωρίες

Το ελάχιστο Georgi - Glashow $SU(5)$ ενοποιημένο μοντέλο (βλέπε εδάφιο 3.1.1) έχει ήδη απορριφθεί καθώς προβλέπει λάθος ζεύξεις Yukawa (βλέπε Εξ. 3.43), άμαζα νετρίνα, ενώ και οι ζεύξεις βαθμίδας δεν ενοποιούνται (βλέπε εδάφιο 3.4). Ο αρχικός λόγος για την απόρριψη του ήταν η αύξηση της ακρίβειας στη μέτρηση της $\sin^2\theta_W$ που δεν σύναδε με την θεωρητική πρόβλεψη (βλέπε εδάφιο 3.2.5) αλλά και η μη παρατήρηση της διάσπασης του πρωτονίου από τα πειράματα IMB και Kamiokande τα οποία έχουν θέσει κάτω όρια στον χρόνο ζωής του πρωτονίου τα οποία ξεπερνούν την πρόβλεψη του μοντέλου. Ο δεύτερος λόγος είναι ότι τα πειράματα LEP και “Stanford Linear Collider” (SLC) τα οποία μέτρησαν τις τρεις σταθερές ζεύξης βαθμίδας για τις τρεις ομάδες βαθμίδας $SU(3)$, $SU(2)$, $U(1)$ με ακρίβεια, κατέληξαν σε αποτελέσματα που διαφωνούν με το μοτίβο που προβλεπόταν από το κλασικό μη υπερσυμμετρικό μοντέλο $SU(5)$.

Παρόλα αυτά, υπάρχουν όπως έχουμε ήδη δει, προεκτάσεις του μοντέλου οι οποίες μπορούν να λύσουν αυτά τα προβλήματα. Μερικοί τέτοιοι τρόποι χωρίς την χρήση της υπερσυμμετρίας, είναι:

- Για την ενοποίηση των σταθερών ζεύξεων, μπορεί να γίνει χρήση του επιπλέον συμμετρικού μιγαδικού βαθμωτού πεδίου $\mathbf{15}_H$ και υψηλότερους διαστασιακά

τελεστές για μάζες φορτισμένων φερμιονίων. Η γενική πρόβλεψη αυτού του μοντέλου είναι ένα σετ από ελαφριά βαθμωτά λεπτοκουάρκ καθώς και ενδιαφέρουσα φαινομενολογία. Συγκεκριμένα, ο προβλεπόμενος ρυθμός για την διάσπαση του πρωτονίου αλλάζει έτσι ώστε τα σημερινά όρια να μη μπορούν να αποκλείσουν την θεωρία. Το άνω όριο που βρέθηκε για αυτή την θεωρία είναι $\tau_p \leq 1.4 \times 10^{36} \text{ys}$ [372].

- Χρήση του επιπλέον φερμιονικού συζυγούς πεδίου 24_F [156, 157]. Χρειαζόμαστε υψηλότερους διαστασιακά τελεστές και για τα φορτισμένα φερμιόνια αλλά και για ρεαλιστικές ζεύξεις Yukawa νετρίνων Dirac. Η βασική πρόβλεψη αυτού του μοντέλου είναι η ελαφριά φερμιονική $SU(2)$ τριπλέτα με μάζα στην ηλεκτρασθενή κλίμακα. Στην φαινομενολογία του εντάσσεται, επίσης, η παραβίαση του λεπτονικού αριθμού σε επιταχυντές στην μορφή ίδιου προ-σήματος διπλεπτονίων (dileptons).
- Χρήση της επιπλέον αναπαράστασης 45_H η οποία συνεισφέρει στις φερμιονικές μάζες, έτσι ώστε να προκύψουν οι σωστές σχέσεις μαζών από την ενοποίηση Yukawa [78]. Η επιπλέον αυτή αναπαράσταση Higgs μπορεί να κατασκευαστεί από $10 \times 10 = \bar{5} + 45 + 50$ και δίνει τις σχέσεις μαζών:

$$m_\mu = 3m_s, \quad 3m_e = m_d, \quad m_\tau = m_b \quad (5.1)$$

έτσι ώστε:

$$\frac{m_s}{m_d} = \frac{1}{9} \frac{m_\mu}{m_e} \quad (5.2)$$

το οποίο συμφωνεί με τα πειραματικά αποτελέσματα. Το πρόβλημα αυτό μπορεί να λυθεί και με άλλους τρόπους [79].

Το $SU(5)$ όμως μοντέλο, παρόλες τις αποτυχίες του, παραμένει μια μεγάλη θεωρητική επιτυχία που άνοιξε τον δρόμο για την μελέτη άλλων ομάδων βαθμίδας και την τεράστια εξέλιξη που θα ερχόταν στις θεωρίες ενοποίησης. Η επόμενη ομάδα, η $SO(10)$ όπως είδαμε είναι μεγαλύτερη από την $SU(5)$ και πολύ πλουσιότερη όσον αφορά την δομή αλλά και τις προβλέψεις. Μπορεί να σπάσει σε διάφορες ενδιαφέρουσες υποομάδες με βασικές την $SU(5) \times U(1)$ που είναι η ομάδα της ανεστραμμένης (flipped) $SU(5)$ αλλά και η $SO(4) \times SO(6)$ των Pati-Salam. Η ενοποίηση μπορεί να πραγματοποιηθεί και χωρίς την χρήση της υπερσυμμετρίας. Η $SO(10)$ θεωρία είναι για την ακρίβεια η ελάχιστη GUT θεωρία η οποία ενοποιεί την ύλη με τις αλληλεπιδράσεις και περιέχει φυσικά μικρές μάζες νετρίνων μέσω του μηχανισμού seesaw.

Η $SO(10)$ μέσω της **16** σπινორιακής αναπαράστασης, μπορεί να ενοποιήσει όλη την ύλη του ΚΠ μιας γενιάς με την πρόβλεψη του δεξιόστροφου νετρίνου. Η πλούσια δομή της, αλλά και οι από φυσικού ενδιαφέροντος σημαντικές υποομάδες της, κάνουν την $SO(10)$ την “κυρίαρχη” υποψήφια GUT θεωρία.

5.1.2 Υπερσυμμετρία και MSSM

Η υπερσυμμετρία, όπως έχουμε δει, είναι μια γενίκευση των χωροχρονικών συμμετριών της κβαντικής θεωρίας πεδίου η οποία μετασχηματίζει τα μποζόνια σε φερμιόνια και αντίστροφα (βλέπε εδάφιο 4.1). Όπως έχει ήδη αναφερθεί, ο βασικός σκοπός της υπερσυμμετρίας ήταν η επίλυση του προβλήματος της ιεραρχίας ανάμεσα στην ενεργειακή κλίμακα που χαρακτηρίζει το σπάσιμο της ηλεκτρασθενής συμμετρίας (της τάξεως των 100GeV) και της κλίμακας Planck (βλέπε εδάφιο 4.1.1). Έτσι, με χρήση της υπερσυμμετρίας μπορεί να διατηρηθεί η μεγάλη ιεραρχία βαθμίδας χωρίς λεπτή ρύθμιση των παραμέτρων (όπως απαιτεί το ΚΠ) και να δοθεί ένα φυσικό πλαίσιο για τα στοιχειώδη βαθμωτά σωμάτια με την προϋπόθεση τα υπερσυμμετρικά σωμάτια να έχουν μάζες $\leq O(1\text{TeV})$. Πέρα από αυτό όμως αποδείχθηκε πως η χρήση της υπερσυμμετρίας έχει και άλλες σημαντικές επιπτώσεις. Για παράδειγμα, μπορεί να ενοποιήσει τις σταθερές ζεύξης (βλέπε Σχ. 4.2), να παράξει έναν καλό υποψήφιο της ΣΥ (η οποία αποτελεί περίπου το ένα τέταρτο της ενεργειακής πυκνότητας του Σύμπαντος) ο οποίος θα είναι ο LSP ο οποίος πρέπει να είναι σταθερός αν διατηρείται η R -ομοτιμία. Τέλος, μια τοπική υπερσυμμετρία μπορεί να περιλαμβάνει την ΓΘΣ (supergravity) και έτσι να δίνει το θεωρητικό κίνητρο για την ενοποίηση της βαρύτητας με τις άλλες δυνάμεις της φύσης στην ενεργειακή κλίμακα Planck ($M_{Pl} \approx 10^{19}\text{GeV}$) όπου οι βαρυτικές αλληλεπιδράσεις γίνονται συγκρίσιμες σε μέγεθος με τις αλληλεπιδράσεις βαθμίδας (βλέπε εδάφιο 4.1.1).

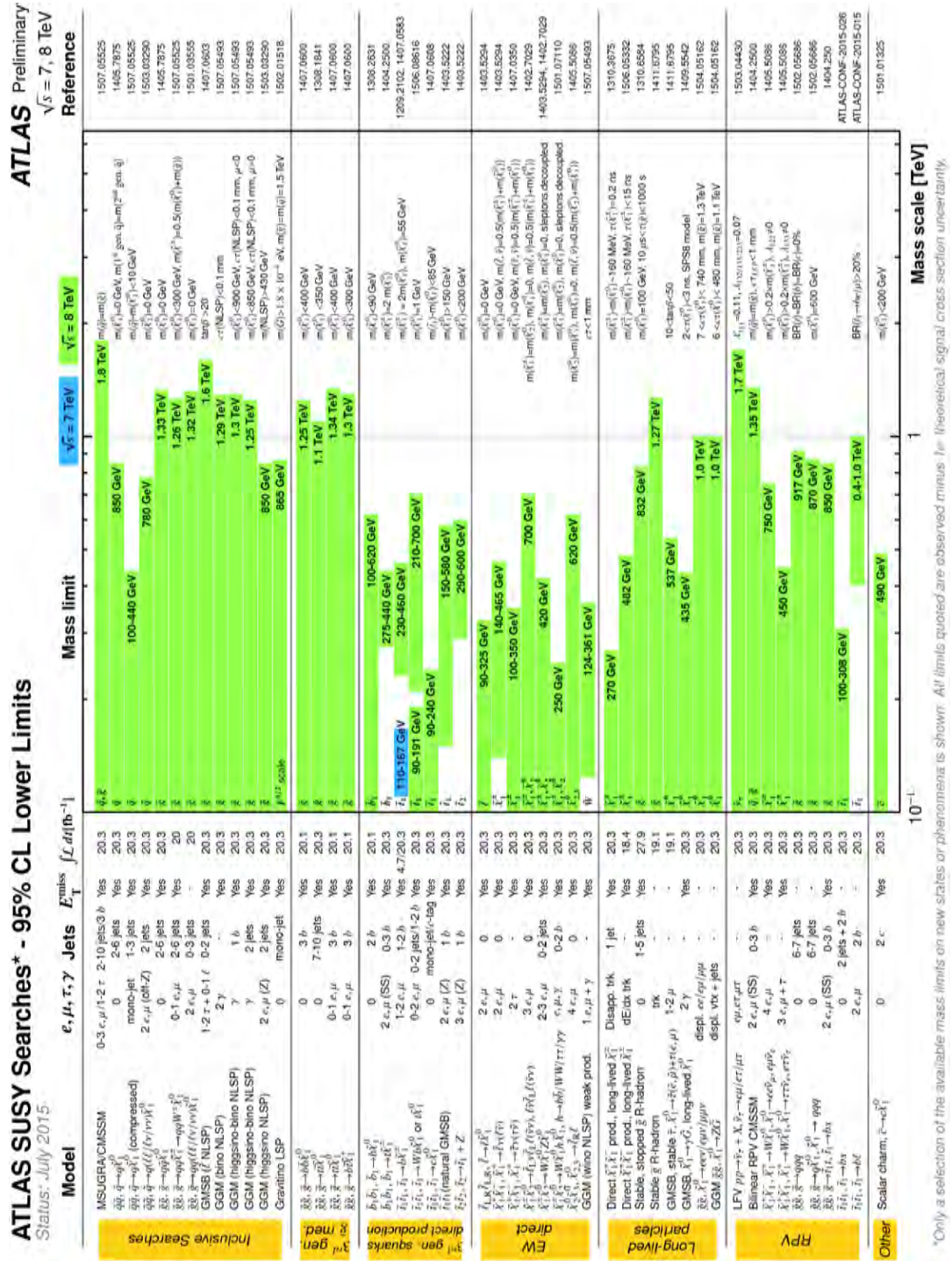
Αν η υπερσυμμετρία ήταν ακριβής συμμετρία της φύσης τότε τα συνηθισμένα σωμάτια του ΚΠ και οι υπερσυμμετρικοί τους εταίροι θα είχαν τις ίδιες μάζες. Όμως, το γεγονός ότι η υπερσυμμετρία δεν έχει ακόμα παρατηρηθεί στις χαμηλές ενέργειες, αυτό σημαίνει ότι πρέπει να είναι μια σπασμένη συμμετρία. Ωστόσο, η σταθερότητα της ιεραρχίας μπορεί να διατηρηθεί αν το σπάσιμο της υπερσυμμετρίας είναι ήπιο και οι αντίστοιχοι παράμετροι μάζας είναι στην τάξη του TeV . Η φαινομενολογία της υπερσυμμετρίας συνδέεται άμεσα με τον μηχανισμό σπασίματος της υπερσυμμετρίας καθώς και την κλίμακα στην οποία αυτός πραγματοποιείται. Αυτό καθορίζει τις μάζες των υπερσυμμετρικών σωματιδίων, την ιεραρχία των μαζών, το πεδιακό περιεχόμενο

των φυσικών σωματιδίων καθώς και τους τρόπους διάσπασης τους. Όπως είδαμε και στο εδάφιο 4.2.4 υπάρχουν προβλήματα και στο MSSM, τα οποία αφορούν κυρίως τον τρόπο με τον οποίο καταλαβαίνουμε τις διάφορες παραμέτρους της θεωρίας και προέρχονται κυρίως από τον τομέα του ήπιου σπασίματος της υπερσυμμετρίας. Οι ήπιοι όροι εισάγουν πολλές νέες παραμέτρους, η δομή των οποίων περιορίζεται από πειράματα κυρίως στη “φυσική γεύσεων”. Τέτοια προβλήματα είναι το υπερσυμμετρικό FCNC και CP πρόβλημα καθώς και το μ πρόβλημα το οποίο σχετίζεται με την δομή του τομέα Higgs. Για τα προβλήματα αυτά έχουν προταθεί αρκετές λύσεις αλλά και θεωρίες που μειώνουν το πλήθος των παραμέτρων κάνοντας έτσι διαφορετικές φαινομενολογικές προβλέψεις οι οποίες πρέπει να ελεγχθούν πειραματικά. Οπότε, παρόλο το επιτυχημένο θεωρητικό πλαίσιο της υπερσυμμετρίας, αυτό που θα την κρίνει τελικά ως μια επιτυχημένη θεωρία είναι το πείραμα, καθώς ο μόνος τρόπος για επαλήθευση της υπερσυμμετρίας είναι η εύρεση της πληθώρας των νέων σωματιδίων αλλά και των φαινομενολογικών συνεπειών που αυτή προβλέπει.

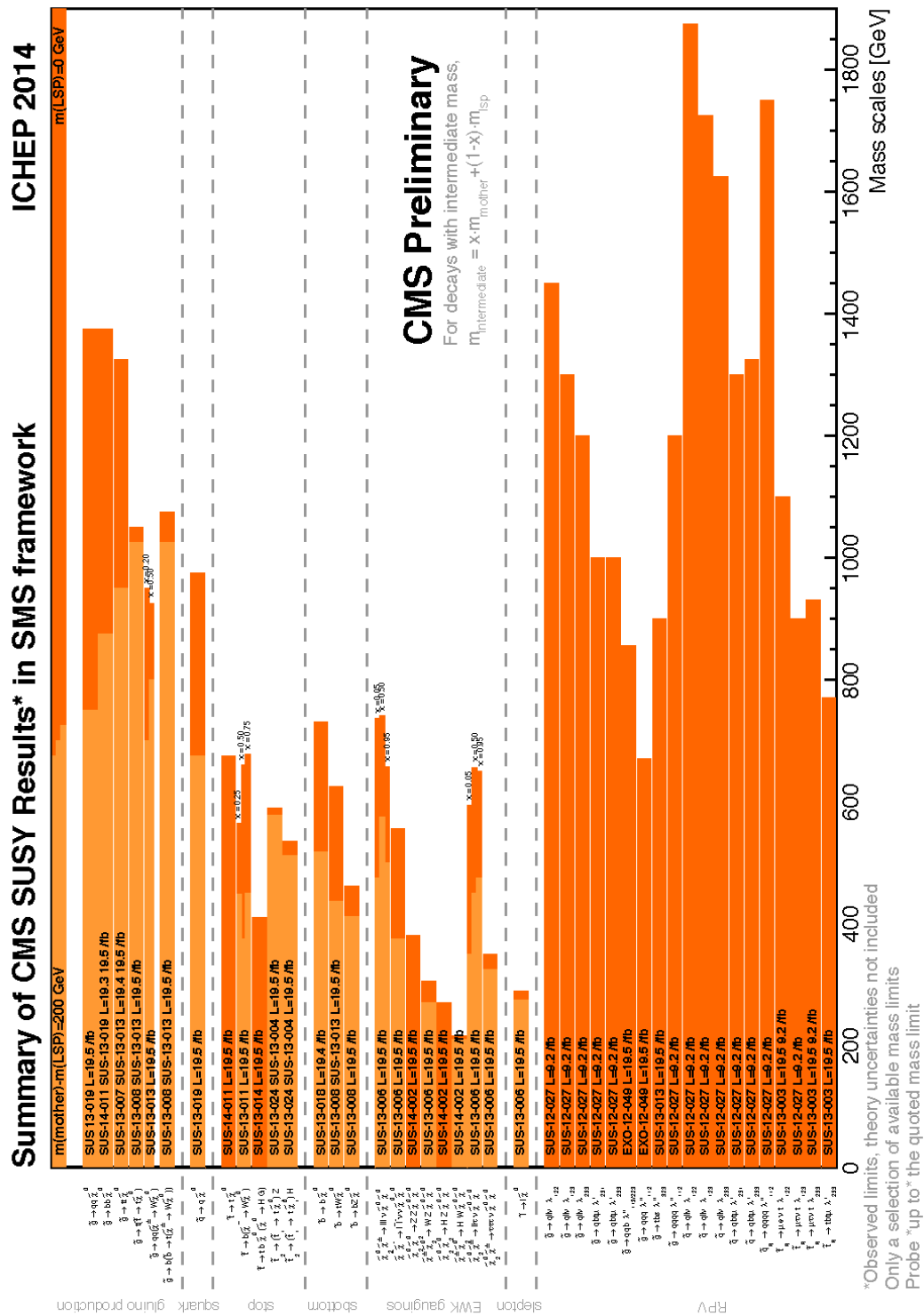
Οι άμεσες αναζητήσεις για την ύπαρξη υπερσυμμετρίας με επιταχυντές, συνδυάζόμενες με όρια από υψηλής ακρίβειας πειράματα, θέτουν την υπερσυμμετρία σε έναν ενδελεχή έλεγχο. Συγκεκριμένα, η απουσία παρατηρήσεων νέων φαινομένων στο πρώτο στάδιο του LHC στα $\sqrt{s} = 7$ και 8TeV τοποθετούν σημαντικούς περιορισμούς στον παραμετρικό χώρο της υπερσυμμετρίας. Σήμερα, οι αναζητήσεις ερευνούν την παραγωγή των gluino στα $1.0 - 1.4\text{TeV}$, τα πρώτης και δεύτερης γενιάς s -κουάρκ σε περίπου 1TeV , τα τρίτης γενιάς s -κουάρκ σε κλίμακες των 600GeV , τα ηλεκτρασθενή gaugino σε κλίμακες περίπου $300 - 500\text{GeV}$, και τα s -λεπτόνια περίπου 200GeV . Ωστόσο, ανάλογα με τις υποθέσεις και τις προσεγγίσεις που πραγματοποιούμε στο υπερσυμμετρικό φάσμα, τα όρια μπορούν να αλλάξουν ή και να μειωθούν σημαντικά. Μια επισκόπηση του σημερινού τοπίου στις αναζητήσεις της υπερσυμμετρίας και στα αντίστοιχα όρια στον LHC φαίνονται στο Σχ. 5.1 που έχουν τεθεί από το πείραμα ATLAS [368]. Τα αντίστοιχα αποτελέσματα για το πείραμα CMS είναι παρόμοια, και φαίνονται στο Σχ. 5.2.

Επίσης, η ερμηνεία των αποτελεσμάτων του LHC έχει απομακρυνθεί από το CMSSM, και έχει επικεντρωθεί κυρίως στα απλοποιημένα μοντέλα ή στο pMSSM. Ένας λόγος αυτής της μετακίνησης, είναι ο μεγάλος περιορισμός του παραμετρικού χώρου μοντέλων όπως το CMSSM από τον LHC (βλέπε Σχ. 4.22) αλλά και η μεγαλύτερη ελευθερία που παρέχουν τα απλοποιημένα μοντέλα στην επιλογή των παραμέτρων (βλέπε εδάφιο 4.4.4). Ωστόσο, αυτή η επιλογή επεξήγησης των αποτε-

λεσμάτων μπορεί να μην είναι ολοκληρωμένη. Έτσι, τα διάφορα όρια που προκύπτουν από τα απλοποιημένα μοντέλα ισχύουν μόνο για συγκεκριμένες παραδοχές που έχουν γίνει σε κάθε μοντέλο χωριστά. Αν αγνοήσουμε οπότε τις παραδοχές που έχουν γίνει, μπορούμε να δούμε ότι τα όρια που έχουν τεθεί είναι υπερεκτιμημένα. Οπότε, το όριο των $1.0 - 1.4 TeV$ για τα “χρωματιστά” υπερσυμμετρικά σωματίδια ισχύει μόνο για ελαφριά neutralino στο MSSM που διατηρεί την R -ομοτιμία. Επίσης, τα όρια για τα s -κουάρκ τρίτης γενιάς και για τα gaugino ισχύουν μόνο για ελαφριά neutralino και για συγκεκριμένες παραδοχές για μοτίβα διασπάσεων και s -λεπτονικές μάζες. Γενικά πάντως, μπορούμε να πούμε πως η υπερσυμμετρία κάτω από $1 TeV$ δεν έχει αποκλειστεί εντελώς. Τα νέα αποτελέσματα που θα προκύψουν από το επόμενο στάδιο του LHC το οποίο ήδη “τρέχει”, στην μεγαλύτερη ενέργεια των $\sqrt{s} = 13 TeV$ θα μπορεί να αυξήσει την ενεργό διατομή παραγωγής υπερσυμμετρικών σωματιδίων όπως φαίνεται στο Σχ. 4.20, και έτσι θα μπορέσει να δώσει όρια για υπερσυμμετρικές μάζες $1.5 - 2 TeV$. Επιπρόσθετα, πέρα από την αύξηση των ορίων για τις υπερσυμμετρικές μάζες μέσω της υψηλότερης ενέργειας και μεγαλύτερης ακρίβειας, το μεγαλύτερο πλήθος γεγονότων που θα προκύψει, θα μπορέσει να κλείσει ανοιχτά όρια και κενά που έχουν μείνει στα σημερινά όρια της υπερσυμμετρίας.



Σχήμα 5.1: Συγκεντρωτικά, τα αποτελέσματα των αναζητήσεων υπερσυμμετρίας με τα αντίστοιχα όρια μαζών από το πείραμα ATLAS στον LHC μέχρι τον Ιούλιο του 2015 [368].



Σχήμα 5.2: Συγκεντρωτικά, τα αποτελέσματα των αναζητήσεων υπερσυμμετρίας με τα αντίστοιχα όρια μαζών από το πείραμα CMS στον LHC [369].

Εναλλακτικές θεωρίες

Πρέπει να αναφέρουμε πως η υπερσυμμετρία, παρόλο που είναι η πιο διαδεδομένη, δεν αποτελεί την μοναδική λύση στο πρόβλημα της ιεραρχίας, οπότε ακόμα και αν δεν βρεθεί κάποιο πειραματικό σήμα, έχουμε διάφορες εναλλακτικές λύσεις που μπορεί να ισχύουν. Ωστόσο, καθένα από αυτά τα μοντέλα έχει διαφορετική φαινομενολογία η οποία πρέπει να ελεγχθεί αναλυτικά αλλά και να μελετηθούν οι πειραματικές υπογραφές τους. Στην συνέχεια, θα δούμε επιγραμματικά τις βασικές αυτές εναλλακτικές θεωρίες.

Τα μοντέλα *little Higgs* βασίζονται στην ιδέα ότι το μποζόνιο Higgs είναι ένα ψευδο-Goldstone μποζόνιο το οποίο προκύπτει από το σπάσιμο κάποιας γενικής συμμετρίας στην ενεργειακή κλίμακα των TeV [311,373,374]. Κύριος σκοπός αυτών των μοντέλων είναι η χρησιμοποίηση του αυθόρμητου σπασίματος τέτοιων προσεγγιστικών γενικών συμμετριών για την σταθεροποίηση της μάζας του μποζονίου Higgs που είναι υπεύθυνο για το σπάσιμο της ηλεκτρασθενούς συμμετρίας. Η βασική ιδέα πίσω από τα *little Higgs* μοντέλα είναι πως η μονού βρόγχου τετραγωνικές αποκλίσεις στο τετράγωνο της μάζας του Higgs ακυρώνονται από νέα μποζόνια βαθμίδας της τάξης των TeV , φερμιόνια και βαθμωτά σωματίδια που σχετίζονται με αυτά του ΚΠ. Συγκεκριμένα, τα βαρέα μποζόνια βαθμίδας ακυρώνουν τις αποκλίσεις του βρόγχου βαθμίδας του ΚΠ, τα μαζικά βαθμωτά σωματίδια κάνουν το ίδιο για το Higgs όπως και τα βαρέα φερμιόνια για τις συνεισφορές του βρόγχου top . Υπάρχει μια μεγάλη ποικιλία μοντέλων, και όλα συνεπάγονται την ύπαρξη βαρέων ουδέτερων και φορτισμένων μποζονίων βαθμίδας τα οποία είναι απαραίτητα για την αφαίρεση των μονού βρόγχου τετραγωνικών αποκλίσεων στην μάζα του Higgs ΚΠ. Η φύση αυτών των σωματιδίων καθορίζεται από την αναλυτική ομάδα του κάθε μοντέλου (βλέπε [55,375] για επισκόπηση). Υπάρχουν τουλάχιστον δύο κατηγορίες *little Higgs* μοντέλων τα οποία φαίνεται να περιέχουν και πιθανούς υποψηφίους ΣΥ. Μια από αυτές τις κατηγορίες μοντέλων ονομάζεται “*theory space*” *little Higgs* μοντέλα, τα οποία παρέχουν έναν πιθανό σταθερό βαθμωτό σωματίδιο το οποίο μπορεί να παρέχει την μετρούμενη πυκνότητα ΣΥ [376].

Επίσης, έχουμε έχουμε τουλάχιστον τρεις διαφορετικές λύσεις με την χρήση επιπλέον διαστάσεων [377]. Καταρχάς, η πρώτη λύση συμβαίνει με την χρήση *n* επιπλέον χωρικών μεγάλων διαστάσεων (*Large Extra Dimensions - LED*) [378,379], όπου όλα τα μαζικά και τα πεδία βαθμίδας είναι περιορισμένα σε μια τετραδιάστατη βράνη (βλέπε Σχ. 5.3). Ωστόσο, η βαρύτητα μπορεί να διαδίδεται σε όλες τις $3 + n$ δια-

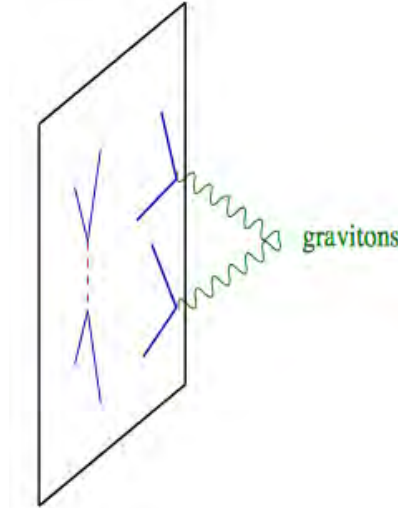
στάσεις και άρα εμφανίζεται ασθενέστερη ($M_P \gg M_W$) αφού διαδίδεται σε έναν πολύ μεγαλύτερο όγκο συμπαγοποιημένων επιπλέον διαστάσεων γεγονός που δεν επιτρέπεται στα υπόλοιπα πεδία του ΚΠ. Δηλαδή, ο επιπλέον όγκος μικραίνει την ισχύ της βαρύτητας. Η θεμελιώδης πολυδιάστατη κλίμακα μάζας της βαρύτητας είναι M_* και ικανοποιεί την σχέση:

$$M_{Pl}^2 = M_*^{n+2} R^n \quad (5.3)$$

όπου n ο αριθμός των επιπλέον διαστάσεων και R η μέση ακτίνα συμπαγοποίησης. Έτσι, η θεμελιώδης κλίμακα της βαρύτητας θα ήταν πολύ μικρότερη από την M_{Pl} αν οι επιπλέον διαστάσεις ήταν αρκετά μεγάλες. Για την λύση του προβλήματος της ιεραρχίας πρέπει να διαλέξουμε $M_* \simeq 1\text{TeV}$, που σημαίνει ότι:

$$R \sim 2 \cdot 10^{-17} 10^{32/n} \text{cm} \quad (5.4)$$

Οπότε, αν διαλέξουμε $n = 1$ παίρνουμε $R \sim 10^8$ το οποίο προφανώς απορρίπτεται. Διαλέγοντας στην συνέχεια $n = 2$, παίρνουμε $R \sim 1\text{mm}$, κλίμακα η οποία αποτελεί το όριο μέχρι το οποίο έχει ελεγχθεί η Νευτώνεια βαρύτητα με πειράματα “τύπου Cavendish”. Έτσι, το πρόβλημα της ιεραρχίας μεταξύ της $M_{Pl} \sim 10^{19}\text{GeV}$ και της κλίμακας του σπασίματος της ηλεκτρασθενής συμμετρίας, $M_{EW} \sim 300\text{GeV}$, φαίνεται να οφείλεται αποκλειστικά στο μεγάλο μέγεθος των επιπλέον διαστάσεων. Η



Σχήμα 5.3: Η βαρύτητα διαδίδεται στον όγκο των επιπλέον διαστάσεων στην LED περίπτωση. Τα πεδία βαθμίδας και τα μαζικά πεδία του ΚΠ βρίσκονται περιορισμένα στη δική μας 4-διάστατη βράνη [377].

δεύτερη περίπτωση είναι με χρήση παγκόσμιων επιπλέον διαστάσεων (*universal extra*

dimensions) όπου επιτρέπονται και άλλα πεδία εκτός από το βαρυτόνιο να διαδίδονται στις επιπλέον διαστάσεις, γεγονός που θέτει ισχυρούς περιορισμούς στο $1/R$ [380]. Η τρίτη περίπτωση περιλαμβάνει λύση στο πρόβλημα της ιεραρχίας χρησιμοποιώντας μόνο μια επιπλέον διάσταση [381]. Τα μοντέλα αυτής της κλάσης θεωριών ονομάζονται *μοντέλα Randall-Sundrum*. Αντίθετα από τις άλλες δύο περιπτώσεις, η επιπλέον διάσταση δεν έχει επίπεδη μετρική. Συγκεκριμένα, η μετρική είναι Anti-de Sitter σε 5 διαστάσεις:

$$ds^2 = e^{-2k|y|} \eta^{\mu\nu} dx_\mu dx_\nu + dy^2 \quad (5.5)$$

που είναι λύση των εξισώσεων της ΓΘΣ σε 5 διαστάσεις όπου $k \leq M_{Pl}$ και y η συντεταγμένη της 5^{ης} διάστασης. Έτσι, όταν βρισκόμαστε σε απόσταση y από την αρχή της επιπλέον διάστασης, όλες οι ενέργειες εκτός από την βαρύτητα μειώνονται εκθετικά κατά ένα παράγοντα $\exp(-ky)$. Άρα, αν όλα τα πεδία του ΚΠ εκτός από την βαρύτητα ήταν περιορισμένα σε απόσταση L από την αρχή, η τοπική ενέργεια αποκοπής δεν θα ήταν M_{Pl} αλλά

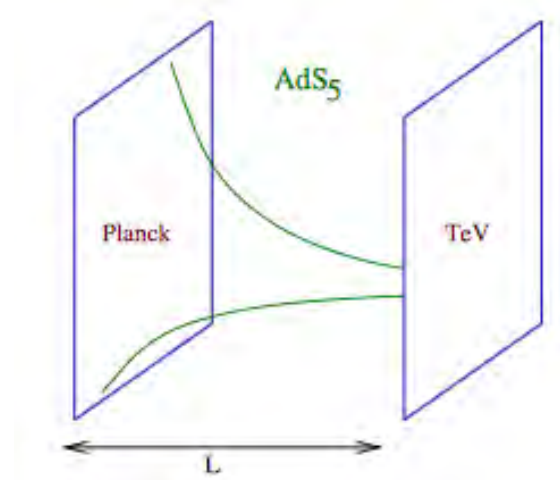
$$\Lambda_L = M_{Pl} e^{-kL} \quad (5.6)$$

Αυτό απεικονίζεται στο Σχ. 5.4 όπου η συμπαγοποίηση έχει γίνει στο S_1/Z_2 orbifold με $L = \pi R$. Οπότε, αν θέλουμε η ενέργεια αποκοπής να είναι στην TeV κλίμακα και άρα να εξηγεί την ιεραρχία πρέπει να διαλέξουμε:

$$kR \simeq O(10) \quad (5.7)$$

επιλογή η οποία δεν αποτελεί πολύ σημαντική λεπτή ρύθμιση.

Τέλος, μια ακόμα λύση στο πρόβλημα της ιεραρχίας παρέχει η πρόσφατη θεωρία της χαλάρωσης (*relaxation*) η οποία παράγει μια ιεραρχικά μικρή VEV Higgs [382]. Η λαγκρατζιανή αυτών των μοντέλων δεν είναι λεπτά ρυθμισμένη και δεν συμπεριλαμβάνει “νέα φυσική” στην ασθενή κλίμακα. Είναι για την ακρίβεια μια δυναμική εξέλιξη της μάζας του Higgs στο πρώιμο Σύμπαν που επιλέγει την ηλεκτρασθενή κλίμακα να είναι παραμετρικά μικρότερη από την ενέργεια αποκοπής της θεωρίας [383]. Συγκεκριμένα, οι θεωρίες αυτές εκμεταλλεύονται το γεγονός ότι η m_H^2 παρόλο που δεν είναι ένα ιδιαίτερο σημείο σε όρους συμμετριών, ωστόσο είναι ιδιαίτερο σημείο σε όρους δυναμικής, καθώς είναι το σημείο όπου η ασθενής δύναμη σπάει αυθόρμητα και η θεωρία μπαίνει σε μια διαφορετική φάση. Έτσι, είναι αυτό το σημείο που επιλέγει την ασθενή κλίμακα επιτρέποντας την να είναι πολύ κοντά στο μηδέν. Στο πιο απλό μοντέλο το σωματιδιακό περιεχόμενο κάτω από την ενέργεια αποκοπής είναι το ΚΠ



Σχήμα 5.4: Σχηματική απεικόνιση περιελιγμένης επιπλέον διάστασης. Η τοπική ενέργεια αποκοπής είναι εκθετικά μικρότερη από την M_{Pl} [377].

και το QCD αξιόνιο με έναν μη προσδιορισμένο πληθωριστικό τομέα. Φυσικά, το αξιόνιο από μόνο του δεν λύνει το πρόβλημα της ιεραρχίας. Η μόνη αλλαγή που πρέπει να γίνει είναι να δοθεί στο αξιόνιο μια πολύ μεγάλη (μη συμπαγής) πεδιακή κλίμακα, και μια ήπια ζεύξη σπασίματος συμμετρίας με το Higgs. Το αξιόνιο αυτό θα έχει το συνηθισμένο περιοδικό δυναμικό, όμως θα επεκταθεί σε πολλές περιόδους για μια συνολική πεδιακή κλίμακα η οποία είναι παραμετρικά μεγαλύτερη από την αποκοπή, παρόμοια με τα πληθωριστικά μοντέλα. Η ακριβής διακριτή συμμετρία του δυναμικού του αξιονίου θα είναι ήπια σπασμένη από μια μικρή ζεύξη με το Higgs. Αυτή η μικρή ζεύξη θα καθορίσει την ασθενή κλίμακα, κάνοντας την “τεχνικά” φυσική και θα λύσει το πρόβλημα της ιεραρχίας. Αναφορικά να πούμε ότι στη λαγκρατζιανή του ΚΠ προστίθενται οι όροι:

$$(-M^2 + g\phi) |h|^2 + V(g\phi) + \frac{1}{32\pi^2} \frac{\phi}{f} \tilde{G}^{\mu\nu} G_{\mu\nu} \quad (5.8)$$

όπου M η αποκοπή της θεωρίας, h η διπλέτα Higgs, $G_{\mu\nu}$ η QCD ένταση του πεδίου με $\tilde{G}^{\mu\nu} = \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} G_{\alpha\beta}$, και g η μη-αδιάστατη σταθερά. Το ϕ είναι σαν το QCD αξιόνιο αλλά μπορεί να πάρει τιμές πολύ μεγαλύτερες από το f .

5.1.3 Υπερσυμμετρικές μεγαλοενοποιημένες θεωρίες

Όπως έχουμε ήδη δει στην ανωτέρω ανάλυση μας (βλέπε εδάφιο 4.3), οι υπερσυμμετρικές μεγαλοενοποιημένες θεωρίες, είναι μια επέκταση των μη-υπερσυμμετρικών μεγαλοενοποιημένων θεωριών (βλέπε εδάφιο 3.1) με την χρήση της υπερσυμμετρίας

σαν επιπλέον συμμετρία με βασική διαφορά την χαμηλής ενέργειας ενεργή θεωρία πεδίου.

Το υπερσυμμετρικό $SU(5)$ ενοποιημένο μοντέλο (βλέπε εδάφιο 4.3.1) δεν χαλάει τις επιτυχημένες προβλέψεις του μη υπερσυμμετρικού $SU(5)$. Επιπρόσθετα, ενοποιεί τις ζεύξεις βαθμίδας, προβλέπει την κλίμακα της ενοποίησης και οδηγεί σε ένδειξη για μεγάλη μάζα του top νετρίνου. Επίσης, η προβλεπόμενη τιμή για την γωνία Weinberg $\sin^2\theta_W \approx 0.236$ είναι σε καλή συμφωνία με την πειραματική τιμή ($\sin^2\theta_W \approx 0.232$) γεγονός που αποτελεί σίγουρα καλύτερη πρόβλεψη από το μη-υπερσυμμετρικό μοντέλο που δίνει $\sin^2\theta_W \approx 0.375$ (βλέπε εδάφιο 3.2.5).

Ωστόσο, ένα μεγάλο μειονέκτημα είναι ότι επιτρέπει την ύπαρξη τελεστών διαστάσεως 5 μέσω της ανταλλαγής βαρέων τριπλετών χρώματος Higgsino και στην ουσία ενισχύει την διάσπαση του πρωτονίου. Ακόμα και αν πάρουμε πολύ μεγάλη μάζα $M_T \simeq 10^{17} \text{ GeV}$, παίρνουμε για τον χρόνο ζωής του πρωτονίου [333]:

$$\tau_{p \rightarrow K + \bar{\nu}} \geq 7.6 \times 10^{41} \text{ ys} \quad (5.9)$$

Πέρα από αυτό, είδαμε πως υπάρχουν επίσης κάποια θεωρητικά προβλήματα όπως η μη πρόβλεψη υποψηφίου ΣΥ, το DT πρόβλημα που παραμένει από την κλασική περίπτωση, η μη παραγωγή της βαρυονικής ασυμμετρίας, η μη ύπαρξη φυσικού μηχανισμού παραγωγής μαζών νετρίνων, αλλά και ο εκφυλισμός του κενού στο υπερσυμμετρικό όριο και φαινόμενα υπερβαρύτητας. Τέλος, κάνει μια άσχημη πρόβλεψη για τις μάζες των φερμιονίων όπως είδαμε στην Εξ. 4.212. Κάποια από αυτά τα προβλήματα έχουν ήδη λυθεί με διάφορους τρόπους, όμως η θεωρία αυτή δεν αποτελεί μια ρεαλιστική θεωρία της φύσης.

Σήμερα, τα όρια της Εξ. 3.146 δεν είναι αρκετά ώστε να αποκλείσουν πλήρως την ελάχιστη υπερσυμμετρική $SU(5)$ θεωρία αντίθετα με τις αρχικές θεωρήσεις [384]. Αυτό συμβαίνει καθώς λόγω της αύξησης της κλίμακας ενοποίησης και του γεγονότος ότι υπάρχει καινούριο κανάλι διάσπασης του πρωτονίου, ο χρόνος ζωής του αυξάνεται και βρίσκεται πάνω από το ελάχιστο όριο που δίνουν τα πειράματα, με αποτέλεσμα το μοντέλο αυτό να καθίσταται βιώσιμο. Ταυτόχρονα, οι μη-ελάχιστοι υπερσυμμετρικοί τομείς Higgs των θεωριών $SU(5)$ ή $SO(10)$ επιβιώνουν. Επίσης, πρέπει να αναφέρουμε ότι τα άνω όρια για την ζωή του πρωτονίου από αυτές τις θεωρίες είναι περίπου κατά παράγοντα 10 μεγαλύτερα από τα πειραματικά όρια, και ήδη πιέζονται προς τα θεωρητικά όρια. Οπότε, αν οι υπερσυμμετρικές GUT είναι σωστές, η διάσπαση του πρωτονίου πρέπει σύντομα να βρεθεί σύμφωνα με τα πιο ρεαλιστικά όρια [19].

Όσον αφορά την θεωρία $SO(10)$ (βλέπε εδάφιο 4.3.2), αυτή έχει ένα πλήθος από ιδιότητες που την κάνουν πιο επιτυχημένη από την $SU(5)$ θεωρία, όπως η αυτόματη διατήρηση της R -ομοτιμίας, η ύπαρξη μικρών μη μηδενικών μαζών νετρίνων αλλά και ενδιαφέρουσες σχέσεις μεταξύ των φερμιονικών μαζών. Εκτός αυτών, από κοσμολογική άποψη τα μοντέλα $SO(10)$ μπορούν να παράξουν μια λεπτονική ασυμμετρία σε μια κλίμακα της τάξης 10^{11} GeV , όταν τα δεξιόστροφα νετρίνα Majorana έχουν μάζα και παράγουν την απαιτούμενη λεπτονική ασυμμετρία μέσω των διασπάσεων τους. Η λεπτονική αυτή ασυμμετρία με την παρουσία διαδικασιών sphaleron μπορεί να μετατραπεί σε βαρυονία και στην συνέχεια μπορεί να εξηγήσει τον παρατηρούμενο λόγο $\frac{n_B}{n_\gamma}$ [385]. Τέλος, στην περίπτωση του seesaw τύπου II έχουμε μια φυσική σύνδεση μεταξύ της $b - \tau$ ενοποίησης και της μεγάλης ατμοσφαιρικής γωνίας μίξης νετρίνων [344, 345], ενώ και στην περίπτωση seesaw τύπου I και II οι γωνίες μίξης λεπτονίων προκύπτουν μεγάλες γεγονός που είναι κοντά στα άνω πειραματικά όρια [339–341].

Οι υπερσυμμετρικές μεγαλοενοποιημένες θεωρίες παρέχουν ένα πλήθος από πιθανές απαντήσεις σε ερωτήματα που τίθενται από το ΚΠ. Εξηγούν την ενοποίηση των ζεύξεων βαθμίδας, και μπορούν να είναι χρήσιμες στην εξήγηση των σχέσεων μεταξύ των μαζών των φερμιονίων. Η υπερσυμμετρία λύνει το πρόβλημα της ιεραρχίας και οδηγεί σε μοντέλα με συμμετρικό σωματιδιακό περιεχόμενο σε φερμιονικούς και μποζονικούς βαθμούς ελευθερίας. Από την άλλη μεριά, τα υπερσυμμετρικά GUT μοντέλα δημιουργούν νέες προκλήσεις όπως το DT στον τομέα Higgs ή η αποφυγή μεγάλων ρυθμών διασπάσεων πρωτονίου (βλέπε Πίνακα 5.1). Επίσης, ο αριθμός των ελεύθερων παραμέτρων δεν έχει μειωθεί σημαντικά σχετικά με το ΚΠ. Το $SO(10)$ μοντέλο με το ελάχιστο περιεχόμενο Higgs περιέχει 23 πραγματικές παραμέτρους ενώ το ΚΠ με επιπλέον μαζικά νετρίνα Majorana έχει 27. Εκτός αυτών, η βαρύτητα δεν έχει ενταχθεί ακόμα στην θεωρία και καμία από τις συμμετρίες των οικογενειών έχει διευθετηθεί. Για την λύση των προβλημάτων που σχετίζονται με τις υπερσυμμετρικές GUT έχουν διατυπωθεί διάφορες προτάσεις, όπως η χρήση επιπλέον ομάδων συμμετριών (διακριτές και συνεχείς). Επίσης, όπως θα δούμε στην αμέσως επόμενη ενότητα, έχουν προταθεί θεωρίες με επιπλέον διαστάσεις προκειμένου να αποφευχθεί το DT αλλά και να εξηγηθεί η ιεραρχία μεταξύ της ασθενούς και της Planck κλίμακας. Όμως, όλα αυτά τα μοντέλα περιέχουν νέες αναπάντητες, μέχρι στιγμής ερωτήσεις, και άρα βρισκόμαστε μακριά από την εύρεση της σωστής θεωρίας.

Μοντέλο	Κανάλι	$\tau_N (ys)$
Ελάχιστο $SU(5)$ [76]	$p \rightarrow e^+ \pi^0$	$10^{30} - 10^{31}$
Ελάχιστο SUSY $SU(5)$ [189, 243, 330]	$p \rightarrow \bar{\nu} K^+$ $p \rightarrow \bar{\nu} K^0$	$10^{28} - 10^{32}$
SUGRA $SU(5)$ [386, 387]	$p \rightarrow \bar{\nu} K^+$	$10^{32} - 10^{34}$
SUSY $SO(10)$ με ανώμαλη γεύση $U(1)$ [388]	$p \rightarrow \bar{\nu} K^+$ $p \rightarrow \bar{\nu} K^0$ $p \rightarrow \mu^+ K^0$	$10^{32} - 10^{35}$
SUSY $SO(10)$ MSSM ($d=5$) [389, 390]	$p \rightarrow \bar{\nu} K^+$ $p \rightarrow \bar{\nu} K^0$	$10^{33} - 10^{34}$ $10^{32} - 10^{33}$
SUSY $SO(10)$ ESSM ($d=5$) [390]	$p \rightarrow \bar{\nu} K^+$	$10^{33} - 10^{34} \leq 10^{35}$
SUSY $SO(10)/G(224)$ MSSM ή ESSM ($d=5$) [390–393]	$p \rightarrow \bar{\nu} K^+$ $p \rightarrow \mu^+ K^0$	$\leq 2 \cdot 10^{34}$ $B \sim (1 - 50) \%$
SUSY $SU(5)$ ή $SO(10)$ MSSM ($d=6$) [390]	$p \rightarrow e^+ \pi^0$	$\sim 10^{34.9 \pm 1}$
Flipped $SU(5)$ στο CMSSM [394]	$p \rightarrow e/\mu^+ \pi^0$	$10^{35} - 10^{36}$
Split $SU(5)$ SUSY [395]	$p \rightarrow e^+ \pi^0$	$10^{35} - 10^{37}$
$SU(5)$ σε 5 διαστάσεις [396]	$p \rightarrow \mu^+ K^0$ $p \rightarrow e^+ \pi^0$	$10^{34} - 10^{35}$
$SU(5)$ σε 5 διαστάσεις (περίπτωση 2) [397]	$p \rightarrow \bar{\nu} K^+$	$10^{36} - 10^{39}$
GUT από χορδές τύπου IIA με $D6$ βράνες [398]	$p \rightarrow e^+ \pi^0$	$\sim 10^{36}$

Πίνακας 5.1: Σύνοψη των αναμενόμενων χρόνων ζωής για τα διάφορα θεωρητικά μοντέλα [138].

Orbifold GUT

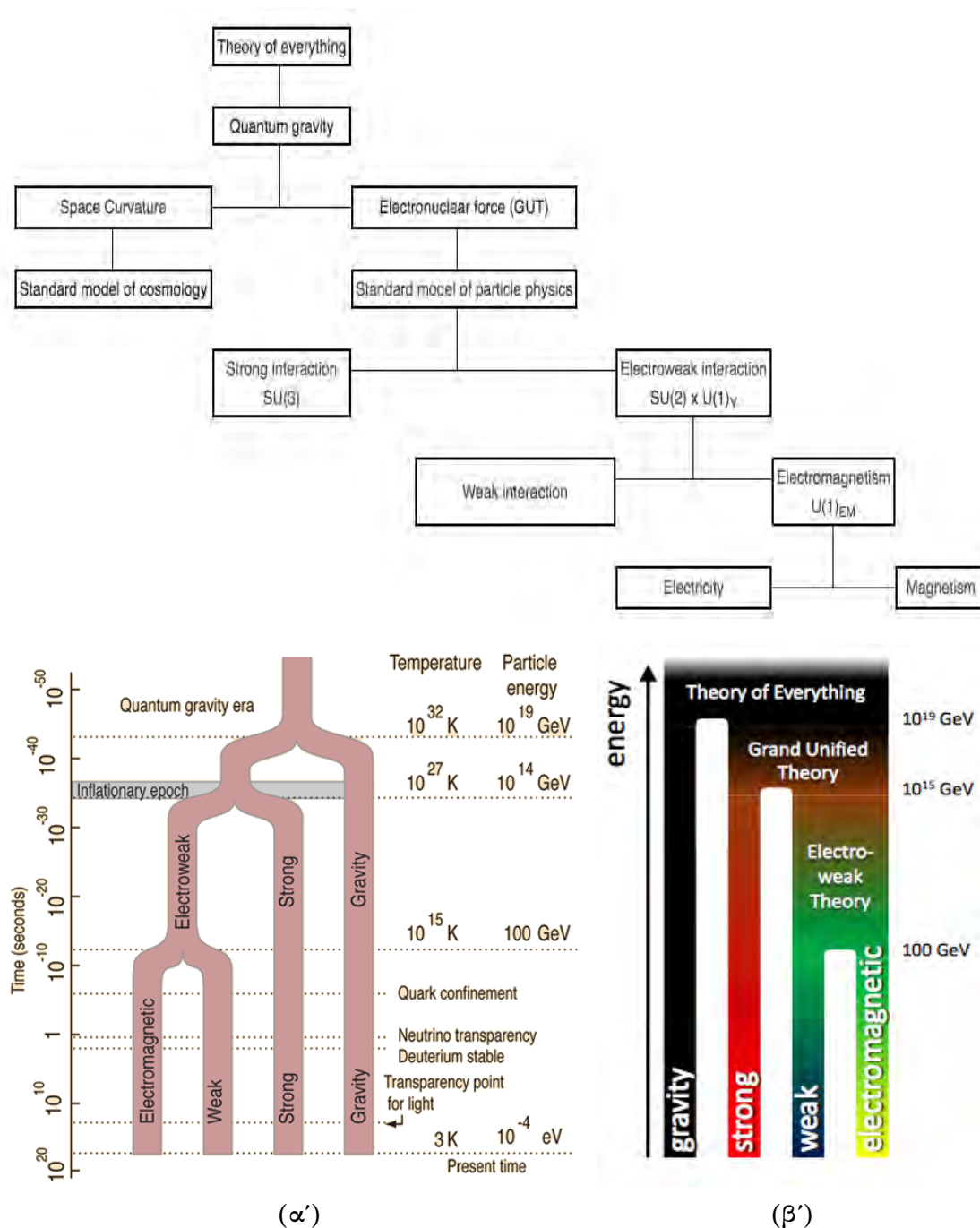
Νέες θεωρίες όπως η θεωρία χορδών που θα δούμε στην συνέχεια (βλέπε εδάφιο 5.2.1), προβλέπουν μια “orbifold συμπαγοποίηση” ετεροτικών χορδών [399–410] καθώς και θεωρητικές κατασκευές που ονομάζονται *orbifold GUT* περιέχουν GUT θεωρίες σε 5 και 6 διαστάσεις [411–417]. Ωστόσο, μετά την συμπαγοποίηση όλων των επιπλέον διαστάσεων εκτός από τις 4, μόνο το MSSM προκύπτει σαν συμμετρία της ενεργής 4-διάστατης θεωρίας πεδίου. Αυτές οι θεωρίες μπορούν να περιέχουν πολλά από τα χαρακτηριστικά των 4-διάστατων υπερσυμμετρικών GUT, όπως η κβάντωση του φορτίου, ενοποίηση των ζεύξεων βαθμίδας, καθώς και Yukawa ενοποίηση, ενώ ταυτόχρονα λύνουν διάφορες δυσκολίες που είχαν οι 4-διάστατες GUT θεωρίες όπως οι αμετάβλητοι τομείς Higgs που είναι απαραίτητοι για αυθόρμητο σπάσιμο της GUT συμμετρίας, αλλά και το κλασικό DT πρόβλημα, όπως και η γρήγορη διάσπαση του πρωτονίου. Πιο συγκεκριμένα, στις orbifold GUT θεωρίες η GUT

συμμετρία βαθμίδας ζει σε πάνω από τέσσερις χωροχρονικές διαστάσεις και σπάει στο ΚΠ από συμπαγοποίηση σε ένα orbifold χρησιμοποιώντας συνοριακές συνθήκες που παραβιάζουν την GUT συμμετρία. Σαν αποτέλεσμα η GUT και η ηλεκτρασθενής κλίμακα χωρίζονται με έναν “κομψό” τρόπο και οι τελεστές διαστάσεως 5 εξαφανίζονται [418, 419]. Επιπρόσθετα, στην περίπτωση της $SO(10)$ το σπάσιμο στην G_{SM} μέσω του μηχανισμού Higgs απαιτεί μεγάλες αναπαραστάσεις Higgs και δεν υπάρχει μοναδικός δρόμος. Στην περίπτωση όμως των orbifold GUT, το orbifold σπάσιμο της συμμετρίας αποδεικνύεται πως μπορεί να απλοποιήσει το μοτίβο σπασίματος.

5.2 Περί μιας θεωρίας του παντός

Παρόλη την επιτυχία των διαφόρων θεωριών GUT (βλέπε Κεφ. 3) αλλά και της υπερσυμμετρίας (βλέπε Κεφ. 4) στην λύση ορισμένων προβλημάτων που διακατέχουν το ΚΠ (βλέπε εδάφιο 2.4), παραμένουν ωστόσο πολλά προβλήματα τα οποία είτε παραμένουν ανοιχτά, είτε η λύση που έχει δοθεί δεν είναι πειστική από φυσική άποψη (βλέπε εδάφιο 3.4 και 4.2.4). Για παράδειγμα, δεν έχουμε ακόμα εξηγήσει γιατί υπάρχουν τρεις οικογένειες φερμιονίων, γιατί οι μάζες και οι γωνίες μίξης τους έχουν τις τιμές που έχουν, την σύσταση της ΣΥ και ΣΕ, αλλά και το πως ενοποιείται η βαρύτητα στο σχήμα με τις υπόλοιπες αλληλεπιδράσεις. Οι θεωρίες υπερβαρύτητας (βλέπε Πίνακα 4.1), αποτελούν μια προσφορά στην κατεύθυνση μιας τέτοιας θεωρίας ενοποίησης, όμως ακόμα δεν έχει διατυπωθεί πειστικά μια ολοκληρωμένη θεωρία χωρίς σημαντικά προβλήματα.

Η υποθετική θεωρία η οποία υποτίθεται ότι θα ενοποιεί όλες τις δυνάμεις και τα σωματίδια σε ένα κοινό πλαίσιο και θα εξηγήι όλες τις φυσικές διαδικασίες που μας περιβάλλουν και όλα τα φαινόμενα σε κάθε επίπεδο του Σύμπαντος έχει το αναγωγιστικό όνομα *Θεωρία Των Πάντων - ΘΤΠ (Theory of Everything - TOE)*. Στην ουσία, αυτή εγγυάται την ενοποίηση της ΓΘΣ και της Κβαντομηχανικής σε μία ενιαία θεωρία, καθώς όπως πάμε σε μεγαλύτερες ενέργειες (και άρα μικρότερες αποστάσεις) κοντά στην κλίμακα Planck, η χβάντωση της βαρύτητας είναι απαραίτητη (βλέπε Σχ. 5.5). Το γεγονός όμως αυτό μέχρι στιγμής αποτελεί παράδοξο καθώς οι δύο αυτές θεμελιακές θεωρίες της σύγχρονης φυσικής είναι ασυμβίβαστες. Διάφορες προσπάθειες ενοποίησης της ΓΘΣ με την υπερσυμμετρία έφεραν στο φως τις θεωρίες υπερβαρύτητας τις οποίες αναφέραμε στο εδάφιο 4.1.1. Όλες όμως οι τοπικές πεδιακές θεωρίες της βαρύτητας φαίνεται να είναι καταδικασμένες λόγω των χβαντικών

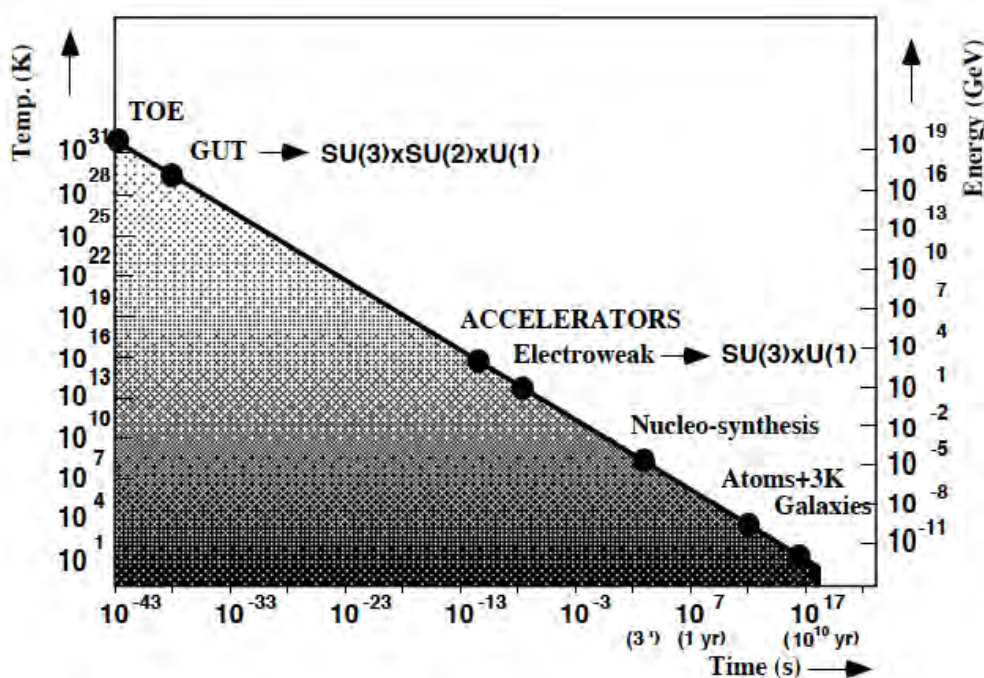


Σχήμα 5.5: Η ενοποίηση των θεμελιωδών δυνάμεων σε μια ενιαία ΘΤΠ σε ενέργειες κοντά στην κλίμακα Planck.

διακυμάνσεων του κενού, οι οποίες έχουν εμβέλεια ίση με το μήκος Planck, δηλαδή περίπου $10^{-35}m$. Αυτές οι διακυμάνσεις καθιστούν αδύνατη την κατασκευή μιας πεδιακής θεωρίας της βαρύτητας που να μπορεί να επακανονικοποιηθεί με τις συνήθεις διαδικασίες. Δηλαδή, η κλασική βαρύτητα δεν είναι δυνατόν να χβαντωθεί με τις

συνήθεις διαταραχτικές μεθόδους, διότι είναι μη επακανονικοποιήσιμη. Έτσι, είναι απαραίτητη πέρα από την ενοποίηση των αλληλεπιδράσεων, η επιτυχής ενοποίηση της ΓΘΣ και της ΚΘΠ σε μια θεωρία ΚΒ.

Για να έχουμε μια τέτοια ολοκληρωμένη τελική θεωρία στην οποία η ενοποίηση θα φτάσει τον τελικό της στόχο, πρέπει αφ' ενός να υπάρχει μια πειστική πλήρης θεωρητική περιγραφή κάτω από ένα ενιαίο μαθηματικό πλαίσιο των θεμελιωδών συστατικών της φυσικής πραγματικότητας, και αφ' εταίρου να βρεθούν αδιαμφισβήτητες πειραματικές υπογραφές που θα ενισχύουν αυτή μας την πεποίθηση της τελικής θεωρίας αλλά και θα επιβεβαιώνουν όλες τις φαινομενολογικές της προβλέψεις. Φυσικά, είναι αυτονόητο πως μια τέτοια θεωρία δεν θα αφήνει ανεξήγητο κανένα από τα υπάρχοντα προβλήματα του ΚΠ (βλέπε εδάφιο 2.4) αλλά και άλλα που πιθανώς να προκύψουν στην πορεία.



Σχήμα 5.6: Η εξέλιξη του Σύμπαντος και η ενεργειακή κλίμακα ορισμένων χαρακτηριστικών γεγονότων. Πάνω από την κλίμακα Planck στα 10^{19} GeV η βαρύτητα γίνεται τόσο ισχυρή, γεγονός που υποδεικνύει μια ΘΤΠ για την περιγραφή όλων των δυνάμεων. Κάτω από αυτή την ενέργεια η ισχυρή και η ηλεκτρασθενής δύναμη θεωρούνται πως έχουν την ίδια ισχύ γεγονός που υποδεικνύει την πιθανότητα ύπαρξης μιας GUT με μόνο μία σταθερά ζεύξης στην κλίμακα ενοποίησης. Μετά το αυθόρμητο σπάσιμο της συμμετρίας τα μποζόνια βαθμίδας αυτής ενοποιημένης δύναμης γίνονται βαριά και “παγώνουν”. Οι εναπομείνουσες δυνάμεις αντιστοιχούν στην $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ συμμετρία του ΚΠ σε χαμηλότερες ενέργειες με τις σταθερές ζεύξης να αλλάζουν από την ενοποιημένη τιμή στην GUT κλίμακα στις τιμές χαμηλών ενεργειών (βλέπε Σχ. 4.2) [97].

5.2.1 Υποψήφιες θεωρίες

Υπάρχει μια πλειοψηφία από θεωρίες υποψήφιες για ΘΤΠ με βασικές την “Θεωρία Χορδών” και την “Κβαντική Βαρύτητα Βρόχων” αλλά και άλλες όπως ο “Αιτιώδης Δυναμικός Τριγωνισμός”, η “Κβαντική Βαρύτητα Einstein”, το “Κβαντικό μοντέλο Γραφημάτων”, η θεωρία των “Αιτιωδών Φερμιονικών Συστημάτων”, τα “causal sets” αλλά και η ομάδα συμμετρίας E_8 . Μέχρι στιγμής όμως καμία από τις θεωρίες αυτές, στην μορφή που βρίσκονται δεν πείθει ως μια τελική ΘΤΠ καθώς εκτός της έλλειψης πειραματικής επαλήθευσης, η πολυπόθητη ενοποίηση όλων των δυνάμεων κάτω από μια ενιαία μαθηματική περιγραφή δεν έχει επιτευχθεί. Πέρα από αυτά, υπάρχουν όπως θα δούμε μια σειρά μαθηματικών δεδομένων αλλά και επιχειρημάτων κατά της ίδιας της ύπαρξης μιας ΘΤΠ. Στην συνέχεια, θα δούμε επιγραμματικά κάποια από τα βασικά χαρακτηριστικά των κυρίαρχων υποψήφιων θεωριών.

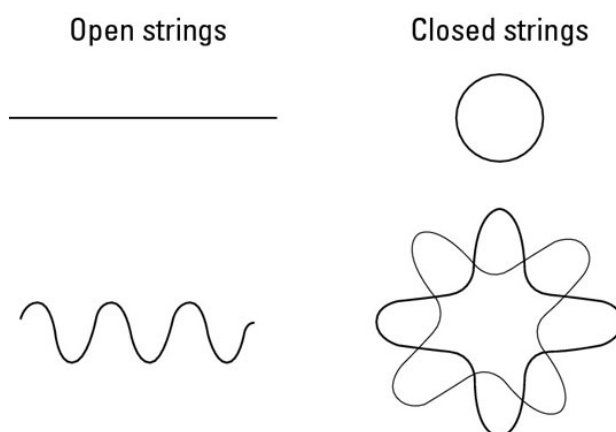
Να αναφέρουμε εδώ πως στα επόμενα εδάφια δεν κάνουμε κάποια λεπτομερή ανάλυση των αναφερόμενων θεωριών, καθώς αυτός δεν είναι ο σκοπός της παρούσας εργασίας, αλλά κυρίως μια συνοπτική περιγραφή έτσι ώστε ο αναγνώστης να μπορέσει να αποκτήσει μια γενική ιδέα των βασικών χαρακτηριστικών τους, τους σκοπούς της κάθε θεωρίας αλλά και την ποικιλία των διαφορετικών προσεγγίσεων που υπάρχει. Για περισσότερες λεπτομέρειες ο αναγνώστης μπορεί να ανατρέξει στις εκάστοτε βιβλιογραφικές αναφορές. Επίσης, λόγω του μεγάλου πλήθους των υποψηφίων θεωριών, κυρίως αυτών της ΚΒ, δεν είναι δυνατή η αναφορά όλων, καθώς είναι και πέρα από τους στόχους της παρούσας εργασίας, οπότε επιλέξαμε να σχηματίσουμε βιβλιογραφικά ορισμένες θεωρίες έτσι ώστε η αναφορά μας στην ενοποίηση γενικότερα, αλλά και ειδικότερα στην ΚΒ η οποία είναι απαραίτητο να υπάρξει για την ενοποίηση όλων των στοιχειωδών αλληλεπιδράσεων, να είναι πλήρης.

Ανάμεσα στις πολλές διαφορετικές διαδρομές προς την ΚΒ, η περισσότερη κινητικότητα και πρόοδος έχει παρατηρηθεί σε τρεις μεγάλες οδούς. Υπάρχει λοιπόν μια διαδρομή με αφετηρία την Κβαντική Θεωρία, οι περισσότερες δηλαδή από τις ιδέες και τις μεθόδους που χρησιμοποιεί είχαν αναπτυχθεί αρχικά στα πλαίσια της Κβαντικής Θεωρίας. Υπάρχει επίσης η διαδρομή από την σχετικότητα, κατά την οποία ξεκινά κανείς με τις θεμελιώδεις αρχές της ΓΘΣ και προσπαθεί να τις τροποποιήσει ώστε να συμπεριλάβουν κβαντικά φαινόμενα. Κάθε μία από τις εν λόγω δύο οδούς έχει οδηγήσει και σε μια καλά επεξεργασμένη και μερικώς επιτυχημένη θεωρία ΚΒ. Η πρώτη γέννησε τη Θεωρία Χορδών η δεύτερη μας έδωσε μια φαινομενικά διαφορετική θεωρία, την επονομαζόμενη Κβαντική Βαρύτητα Βρόχων. Τόσο η Κβαντική Βα-

ρύτητα Βρόγχων όσο και η Θεωρία Χορδών συμφωνούν σε ορισμένα βασικά σημεία. Συμφωνούν ότι υπάρχει μια φυσική κλίμακα στην οποία η φύση του χώρου και του χρόνου διαφέρει πολύ από εκείνη που παρατηρούμε, η οποία είναι η κλίμακα Planck. Επίσης, τόσο η Θεωρία Χορδών όσο και η Κβαντική Βαρύτητα Βρόγχων αποτελούν θεωρίες σχετικά με το πώς συμπεριφέρονται ο χώρος και ο χρόνος στη συγκεκριμένη μικροσκοπική κλίμακα. Η τρίτη διαδρομή είναι η απόρριψη της Κβαντικής Θεωρίας και της ΓΘΣ ως εσφαλμένες και ατελείς, και η ενασχόληση κυρίως με τις θεμελιώδεις αρχές, από τις οποίες μπορεί να συγκροτηθεί απευθείας η νέα θεωρία ΚΒ.

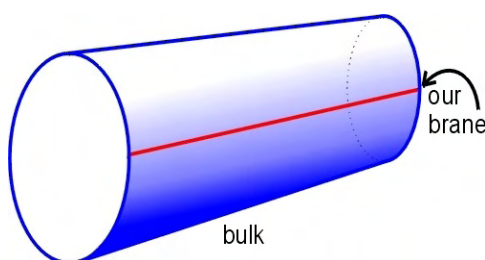
Θεωρία χορδών

Η Θεωρία Χορδών - ΘΧ (*String Theory*) ανακαλύφθηκε τυχαία όταν το 1968 ο Ιταλός φυσικός Veneziano προσπαθούσε να εξηγήσει τα αποτελέσματα ενός πειράματος στο CERN [420]. Συνειδητοποίησε ότι αν χρησιμοποιηθεί η συνάρτηση B του Euler μπορούν να περιγραφούν με ακρίβεια οι ισχυρές αλληλεπιδράσεις, υποθέτοντας ότι τα σωματίδια δεν είναι σημειακά αλλά μονοδιάστατες ταλαντούμενες χορδές. Έτσι, αναπτύχθηκαν οι ΘΧ ως φυσικά μοντέλα στα οποία τα θεμελιώδη δομικά στοιχεία δεν είναι σημειακά και αδιάστατα στοιχειώδη σωματίδια, αλλά μονοδιάστατα εκτεταμένα αντικείμενα (χορδές) οι οποίες ταλαντώνονται με διαφορετικούς τρόπους δημιουργώντας έτσι σωματίδια με διαφορετικές ιδιότητες (βλέπε Σχ. 5.7). Με αυτόν τον τρόπο, οι ΘΧ αποφεύγουν τις ανωμαλίες και τα προβλήματα που προκύπτουν στις φυσικές θεωρίες λόγω της σημειακής φύσης των σωματιδίων, όπως για παράδειγμα τα προβλήματα τοπικότητας στις θεωρίες βαρύτητας ή το DT πρόβλημα στις θεωρίες GUT (βλέπε εδάφιο 3.4.1), και έχουν επιπλέον την δυνατότητα να περιγράψουν όλες τις αλληλεπιδράσεις. Οι χορδές μπορούν να είναι είτε κλειστές είτε ανοικτές με τυπικό μήκος $d = 10^{-33} \text{ cm}$. Μια κλειστή χορδή συνιστά ένα βρόγχο ενώ μια ανοικτή χορδή είναι γραμμή και άρα έχει καθορισμένα άκρα. Τα άμαζα σωματίδια, όπως τα φωτόνια, προέρχονται από ταλαντώσεις είτε ανοικτών είτε, πιο σπάνια, κλειστών χορδών. Τα βαρυτόνια, όμως, προέρχονται μόνο από ταλαντώσεις αποκλειστικά κλειστών χορδών ή βρόγχων. Επίσης, τα άκρα μιας ανοικτής χορδής μπορούν να θεωρηθούν ως φορτισμένα σωματίδια. Για παράδειγμα, ένα άκρο θα μπορούσε να είναι ένα ηλεκτρόνιο και το άλλο άκρο θα αποτελούσε το αντισωματίδιό του, το ποζιτρόνιο. Η άμαξη ταλάντωση της χορδής ανάμεσα τους περιγράφει το φωτόνιο. Κατά συνέπεια, με πανομοιότυπο τρόπο έχουμε σωματίδια και δυνάμεις από ανοικτές χορδές. Συμπεριλαμβάνοντας τις κλειστές χορδές, έχουμε και την βαρύτητα στο σχήμα [421–424].



Σχήμα 5.7: Οι ΘΧ προϋποθέτουν την ύπαρξη ανοικτών χορδών (αριστερά) και κλειστών χορδών (δεξιά).

Επειδή τα βαρυτόνια περιγράφονται από κλειστούς βρόγχους της χορδής, αυτοί οι βρόχοι είναι εξορισμένοι σε έναν υψηλής διάστασης υπερχώρο που ονομάζεται *bulk*. Στη μελέτη των θεωριών χορδών περιλαμβάνονται όχι μόνο μονοδιάστατα αντικείμενα αλλά και αντικείμενα περισσότερων διαστάσεων που ονομάζονται *βράνες* (*branes*). Συμβολικά, το Σύμπαν μας δεν είναι παρά μια βράνη που ζει σε στον υψηλότερων διαστάσεων χώρο (*bulk*). Συγκεκριμένα, ο τετραδιάστατος χώρος στον οποίο ζούμε δεν είναι παρά ένας υπόχωρος σε ένα χώρο $n + 3$ χωρικών διαστάσεων. Δηλαδή, το *bulk* είναι ο πλήρης χώρος με τις $n + 3$ διαστάσεις, σε αντιδιαστολή με την $3d$ βράνη στην οποία ζούμε εμείς και όλα τα σωμάτια του ΚΠ. Είναι δηλαδή ο υπερχώρος που περιέχει τον δικό μας (βλέπε Σχ. 5.8). Έτσι, μια σημαντική συνέπεια της ΘΧ είναι ότι απαιτούν την ύπαρξη αρκετών επιπλέον διαστάσεων. Αυτές θεωρείται πως έχουν συμπαγοποιηθεί (*compactified*, δηλαδή συρρικνωθεί και περιελιχθεί σε πολύ μικρές κλίμακες όπως φαίνεται στο Σχ. 5.9, σε αντίθεση με τις 4 διαστάσεις του χωρόχρονου, και για αυτό δεν μπορούν να παρατηρηθούν. Επιπλέον, ένα βασικό στοιχείο είναι πως στην ΘΧ επιτρέπονται μόνο δύο θεμελιώδεις σταθερές, η μία είναι η τάση της χορδής και περιγράφει την ποσότητα ενέργειας που περιέχεται ανά μονάδα μήκους της χορδής, και η άλλη είναι η σταθερά σύζευξης χορδών η οποία είναι ένας αριθμός που δηλώνει την πιθανότητα να σπάσει μια χορδή σε δύο χορδές, οδηγώντας έτσι στην δημιουργία μιας δύναμης καθώς πρόκειται για πιθανότητα, είναι ένας καθαρός αριθμός χωρίς μονάδες. Όλες οι υπόλοιπες σταθερές στη φύση πρέπει να απορρέουν από αυτούς τους δύο αριθμούς. Για παράδειγμα, η σταθερά του Νεύτωνα αποδεικνύεται ότι σχετίζεται με το γινόμενο των τιμών τους. Άρα, το γεγονός ότι η ΘΧ περιέχει μία μόνο σταθερά ζεύξης, σημαίνει πως μπορεί να θέσει υποψηφιότητα σαν ΘΤΠ.



Σχήμα 5.8: Τα σωμάτια του ΚΠ είναι περιορισμένα σε μια τρισδιάστατη υποπολλαπλότητα που ονομάζεται βράνη. Ο υψηλότερης διάστασης υπερχώρος ονομάζεται bulk.

Υπάρχουν δύο κύριες κλάσεις ΘΧ: η *μποζονική* ΘΧ με 26 διαστάσεις και η *υπερσυμμετρική* ΘΧ ή *θεωρία υπερχορδών* με 10 διαστάσεις. Σήμερα, όταν αναφερόμαστε στην ΘΧ εννοούμε την υπερσυμμετρική ΘΧ. Η μποζονική ή τύπου 0 θεωρία ήταν η πρώτη διατύπωση της ΘΧ και προέβλεπε την ύπαρξη του βαρυτονίου ως ένα σωμάτιο με σπιν 2 και μηδενική μάζα. Όμως, προέβλεπε μόνο μποζόνια και καθόλου φερμιόνια, αλλά και την ύπαρξη *ταχυονίων* (*tachyons*), δηλαδή σωματίδια κινούμενα με ταχύτητα μεγαλύτερη από αυτή του φωτός με αρνητική μάζα στο τετράγωνο. Στην συνέχεια, εισάχθηκε η υπερσυμμετρία στο προσκήνιο η οποία εξαφανίζει τα ταχυόνια, και έτσι αναπτύχθηκε η υπερσυμμετρική ΘΧ από τους Green και Schwarz το 1981 [425] η οποία εξηγούσε τις διαφορετικές ιδιότητες των σωματιδίων με διαφορετικούς τρόπους ταλάντωσης μονοδιάστατων χορδών. Η υπερσυμμετρία μπορεί να μπει με 5 διαφορετικούς τρόπους στην ΘΧ και από τον κάθε έναν προκύπτει μια διαφορετική ΘΧ. Συγκεκριμένα, έχουμε τις εξής διαφορετικές συνεπείς θεωρίες:

1. Τύπου I:

Οι χορδές μπορούν να είναι είτε ανοιχτές είτε κλειστές, και η ομάδα συμμετρίας που χρησιμοποιείται είναι η $SO(32)$.

2. Τύπου IIA:

Περιλαμβάνονται μόνο κλειστές χορδές στις οποίες οι ταλαντώσεις είναι συμμετρικές χωρίς να παίζει ρόλο αν ταλαντώνονται προς τα δεξιά ή προς τα αριστερά. Η ομάδα συμμετρίας που χρησιμοποιείται είναι πάλι η $SO(32)$.

3. Τύπου IIB:

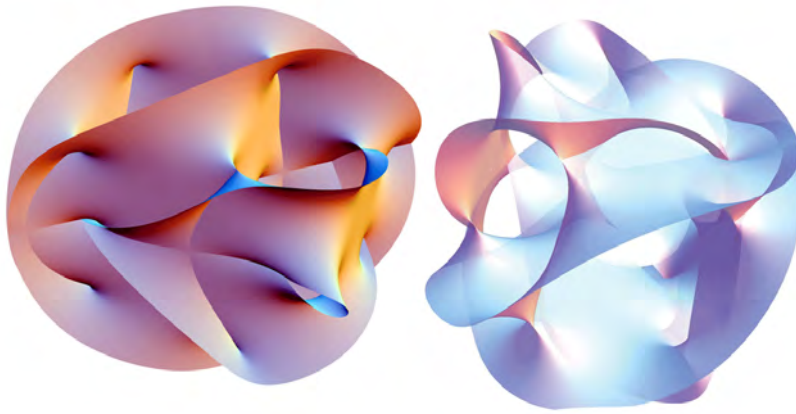
Περιλαμβάνει επίσης μόνο κλειστές χορδές στις οποίες, σε αντίθεση με τις αντίστοιχες της IIA, παίζει ρόλο το αν ταλαντώνονται δεξιόστροφα ή αριστερόστροφα. Η ομάδα συμμετρίας είναι η $SO(32)$.

4. Ετεροτική-E:

Η ομάδα συμμετρίας είναι η $E_8 \times E_8$. Περιλαμβάνονται μόνο κλειστές χορδές οι οποίες αν ταλαντώνονται προς τα αριστερά συμπεριφέρονται σαν αυτές της μποζονικής ΘΧ (έχουν δηλαδή 16 τρόπους κινήσεων παραπάνω, χωρίς όμως να υπάρχουν 26 διαστάσεις), ενώ αν ταλαντώνονται προς τα δεξιά συμπεριφέρονται σαν τις χορδές των ΘΧ τύπου II . Η θεωρία αυτή μπορεί να συμπεριλάβει το ΚΠ αλλά και GUT θεωρίες όπως η $SU(5)$, $SO(10)$ ή E_6 .

5. Ετεροτική-Ο:

Οι χορδές αυτής της κλάσης ΘΧ έχουν ίδια συμπεριφορά με αυτή της ετεροτικής- E , μόνο που εδώ χρησιμοποιείται η ομάδα συμμετρίας $SO(32)$.



Σχήμα 5.9: Η μη παρατήρηση των επιπλέον διαστάσεων έχει ως συνέπεια την γενική παραδοχή ότι αυτές είναι περιελιγμένες ή συμπαγοποιημένες με τρόπο ώστε να μην μπορούμε να τις παρατηρήσουμε άμεσα. Η γεωμετρία αυτών των συμπαγοποιημένων αντικειμένων είναι πολύ δύσκολο να απεικονισθεί. Η εικόνα αυτή περιέχει δύο διαστάσεις προβολές ενός εξαδιάστατου χώρου.

Ο λόγος που όλες οι ΘΧ περιλαμβάνουν κλειστές χορδές ενώ δεν υπάρχει ούτε μια που να περιλαμβάνει μόνο ανοιχτές είναι, όπως είπαμε πριν, ότι τα άκρα δυο ανοιχτών χορδών μπορούν να έρθουν σε επαφή παράγοντας μια κλειστή. Οι κλειστές, από την άλλη, μπορούν να παράγουν άλλες χορδές με μια διαδικασία η οποία θυμίζει τη μίτωση των κυττάρων. Στην συνέχεια, αποδείχθηκε ότι αυτές οι 5 ΘΧ συσχετίζονται μεταξύ τους μέσω των λεγόμενων *δυϊκότητων* (*dualities*), οι οποίες επέτρεψαν την μελέτη της μη διαταρακτικής πλευράς της φυσικής αυτών των θεωριών. Οι ΘΧ μπορούν να συσχετίζονται μεταξύ τους είτε μέσω της *δυϊκότητας-S* (*S-duality*), είτε μέσω της *δυϊκότητας-T* (*T-duality*). Η *δυϊκότητα-T* συσχετίζει τη φυσική που προκύπτει από καμπυλωμένες διαστάσεις με ακτίνα R με την αντίστοιχη

των καμπυλωμένων διαστάσεων ακτίνας $1/R$. Οι χορδές δεν ταλαντώνονται απλά μέσα στις επιπλέον διαστάσεις, αλλά περιελίσσονται γύρω τους. Για παράδειγμα, αν σε ένα δισδιάστατο Σύμπαν υπήρχε μια τρίτη διάσταση η οποία ήταν καμπυλωμένη, μια χορδή θα μπορούσε να τυλιχτεί γύρω της. Η συνολική ενέργεια που θα είχε η χορδή τότε θα προερχόταν τόσο από την ενέργεια ταλάντωσης όσο και από την ενέργεια περιέλιξης. Αν είχαμε δύο παράλληλα δισδιάστατα Σύμπαντα, και στο ένα από τα δύο η καμπυλωμένη διάσταση ήταν 10 φορές το μήκος Planck ενώ στο άλλο 1, οι ενέργειες που θα παρήγαγαν οι χορδές, συνεπώς και τα σωματίδια που θα δημιουργούνταν από αυτές, αφού εξαρτώνται από την ενέργεια ταλάντωσης, θα ήταν ίσες. Αυτό συμβαίνει γιατί η ενέργεια περιέλιξης των χορδών του ενός Σύμπαντος θα ήταν ίσο με την ενέργεια ταλάντωσης του άλλου και αντίστροφα. Ως εκ τούτου, οι διαφορές των δύο αυτών συμπάντων είναι μη-διακρίσιμες γιατί η φυσική τους είναι ίδια. Από την άλλη, η δυϊκότητα- S συσχετίζει ΘX με μεγάλη σταθερά σύζευξης με ΘX με μικρή σταθερά σύζευξης. Η σταθερά σύζευξης, όπως είδαμε, καθορίζει τη πιθανότητα μια χορδή να διαχωριστεί σε δυο και να “ξαναενωθεί”. Οι τιμές της σταθεράς σύζευξης είναι ανάμεσα στο 0 και στο 1. Αν η σταθερά σύζευξης των χορδών είναι μεγαλύτερη από 1, η μέθοδος διαταραχών δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί γιατί σε μια τέτοια περίπτωση οι υπολογισμοί δεν θα μπορούσαν να είναι προσεγγιστικοί. Αν προσπαθούσαμε να κάνουμε τέτοιους υπολογισμούς προσεγγιστικά το αποτέλεσμα δεν θα είχε καμία σχέση με τη πραγματικότητα, οι διαταραχές θα το άλλαζαν σε μεγάλο βαθμό, και θα έπρεπε να γίνουν και άλλες διορθώσεις και να ληφθούν υπόψιν παράμετροι που δεν λήφθηκαν υπόψιν πριν, για να βγει τελικά ένα άλλο αποτέλεσμα το οποίο θα ήταν τελείως διαφορετικό από το προηγούμενο, και ξανά η ίδια διαδικασία. Επίσης, όταν σε μια ΘX η σταθερά σύζευξης είναι μεγαλύτερη από 1 πρέπει να λαμβάνονται υπόψιν όλες οι δυνατές διασπάσεις και συγκρούσεις των χορδών και κάθε μια θα συνεισέφερε όλο και περισσότερο σε ένα ακριβές αποτέλεσμα. Όμως, οι δυνατές διασπάσεις και συγκρούσεις των χορδών είναι άπειρες. Αυτό καθιστά πρακτικά αδύνατο οποιονδήποτε σχετικό υπολογισμό σε μια ΘX με μεγάλη σταθερά σύζευξης. Μια τέτοια ΘX ονομάζεται *ισχυρά συζευγμένη*. Έτσι, η δυϊκότητα- S συσχετίζει τις ισχυρά συζευγμένες ΘX με τις ασθενώς συζευγμένες (αυτές, δηλαδή, στις οποίες η μέθοδος διαταραχών μπορεί να χρησιμοποιηθεί και δεν χρειάζεται απαραίτητα να ληφθούν υπόψιν όλες οι δυνατές διασπάσεις/συγκρούσεις των χορδών). Ακριβώς όπως στη δυϊκότητα- T , οι ΘX που συσχετίζονται με τη δυϊκότητα- S δίνουν την ίδια φυσική. Έτσι, αποδείχθηκε μέσω των δυϊκότητων, πως ενώ αρχικά οι ΘX

φαίνονταν σαν 5 διαφορετικές ΘΤΠ, ότι πρόκειται για ένα “δίκτυο θεωριών”, που η καθεμιά είναι διαφορετική όψη μιας άλλης. Συνοπτικά, οι δυϊκότητες των ΘΧ είναι οι παρακάτω:

- Ετεροτική- O με την ετεροτική- E μέσω της δυϊκότητας- T .
- Τύπου IIA με την τύπου IIB μέσω της δυϊκότητας- T .
- Τύπου I με την ετεροτική- O μέσω της δυϊκότητας- S .
- Ισχυρά συζευγμένη τύπου IIB , με την ασθενώς συζευγμένη τύπου IIB μέσω της δυϊκότητας- S .

Επίσης, να αναφέρουμε πως μέσω της δυϊκότητας- S προβλέπεται η ύπαρξη μαγνητικών μονόπολων με τυπική μάζα [71, 426]:

$$M_{monop}^{strings} \sim \frac{M_{Pl}}{e} \sim 10^{20} GeV \quad (5.10)$$

Η περίοδος που έγιναν αυτές οι ανακαλύψεις είναι γνωστή ως “δεύτερη επανάσταση των υπερχορδών” και άνοιξε το δρόμο προς τη θεωρία- M (M -Theory), η οποία προτάθηκε από τον Edward Witten [427] και ενοποιεί όλες αυτές τις ΘΧ σε μια 11^η διάσταση, αποτελώντας ένα δίκτυο μέσω του οποίου μπορούμε να μεταπηδάμε από τη μια ΘΧ σε μια άλλη [428]. Ένα από τα κύρια χαρακτηριστικά της είναι ότι, σε αντίθεση με τις ΘΧ, δεν έχει μόνο χορδές αλλά και μεμβράνες (*membranes*), από τις οποίες μπορούν να δημιουργηθούν σωματίδια. Οι μεμβράνες της θεωρίας- M μπορούν να έχουν από 0 έως 10 διαστάσεις. Μια μονοδιάστατη χορδή είναι μια μονοβράνη, μια δισδιάστατη μεμβράνη είναι μια διβράνη, και ούτω καθεξής. Οι μεμβράνες της θεωρίας- M είναι οι λεγόμενες p -βράνες και οι D -βράνες. Συγκεκριμένα, οι D -βράνες είναι είδη p -βράνων. Στη θέση του p (ή του D) μπαίνει ο αριθμός των διαστάσεων. Έτσι, μια εννιαδιάστατη p -βράνη είναι μια 9-βράνη, μια τετραδιάστατη D -βράνη είναι μια 4-βράνη κτλ. Οι βράνες αυτές έχουν ιδιότητες, όπως το φορτίο και η έντασή τους, οι οποίες καθορίζουν πόσο εύκολα επηρεάζονται από τις διάφορες κβαντικές διεργασίες και το πόσο εύκολα αλληλεπιδρούν. Η θεωρία- M , αν και δεν είναι σαφές ακόμα το τι είδους θεωρία είναι, συσχετίζει μεταξύ τους όλες τις ΘΧ μέσω των δυϊκότητων τους και τις συσχετίζει με τις θεωρίες υπερβαρύτητας. Οι θεωρίες υπερβαρύτητας ήταν προσπάθειες να συνδυαστούν οι αρχές της υπερσυμμετρίας με της ΓΘΣ σε μια θεωρία ΚΒ. Η θεωρία- M , θεωρείται πως είναι 11-διάστατη καθώς 11 διαστάσεις είναι ο μέγιστος αριθμός διαστάσεων στον οποίο μια υπερσυμμετρική θεωρία με βαρυτόνια

είναι συνεπής, ενώ είναι ο ελάχιστος που μπορεί να εισάγει τη βαρύτητα σε μια θεωρία που περιλαμβάνει τις συμμετρίες βαθμίδας των άλλων δυνάμεων του ΚΠ. Όπως ακριβώς οι θεωρίες υπερβαρύτητας είναι προσεγγίσεις της ΘΧ σε χαμηλές ενέργειες, έτσι και οι ΘΧ είναι προσεγγίσεις της θεωρίας-Μ. Έτσι, φαίνεται πως η 11-διάστατη $N = 1$ θεωρία υπερβαρύτητας είναι η πιο συμμετρική θεωρία που βασίζεται στην υπερσυμμετρία.

Γενικά, η ΘΧ είχε σημαντικές επιτυχίες καθώς:

1. Ενοποίησε όλα τα στοιχειώδη σωματίδια, ενοποιώντας παράλληλα και τις δυνάμεις μεταξύ τους. Όπως αναφέραμε, όλα προέρχονται από ταλαντώσεις ενός θεμελιώδους είδους αντικειμένου.
2. Έδωσε αυτομάτως πεδία βαθμίδας, τα οποία ευθύνονται για τον ηλεκτρομαγνητισμό και τις πυρηνικές δυνάμεις. Αυτές οι δυνάμεις αναδύονται με φυσικό τρόπο από τις ταλαντώσεις των ανοιχτών χορδών.
3. Η ΘΧ έδωσε αυτομάτως τα βαρυτόνια, τα οποία προέρχονται από ταλαντώσεις κλειστών χορδών, ενώ κάθε κβαντική ΘΧ θα πρέπει να περιλαμβάνει κλειστές χορδές.
4. Η υπερσυμμετρική ΘΧ ενοποίησε τα μποζόνια και τα φερμιόνια, τα οποία αποτελούν και τα δυο απλώς ταλαντώσεις των χορδών, ενοποιώντας με τον τρόπο αυτό όλες τις δυνάμεις με όλα τα σωματίδια.

Το βασικό θεωρητικό πρόβλημα της ΘΧ είναι πως στην παρούσα μορφή της, δεν σέβεται το βασικό δίδαγμα της ΓΘΣ, ότι δηλαδή ο χωρόχρονος δεν είναι παρά ένα εξελισσόμενο σύστημα σχέσεων. Δηλαδή η ΘΧ εξαρτάται από το υπόβαθρο ενώ η ΓΘΣ είναι ανεξάρτητη υποβάθρου. Ταυτόχρονα μοιάζει μάλλον απίθανο η ΘΧ να βρίσκεται στην τελική της μορφή. Δηλαδή, το πρόβλημα με τη ΘΧ είναι ότι δεν έχει εκφρασθεί ακόμα υπό μορφή θεμελιώδους θεωρίας. Αυτό που διαθέτουμε είναι ένας μακροσκελής κατάλογος από παραδείγματα λύσεων της θεωρίας, εξακολουθεί όμως να μας λείπει η θεωρία της οποία αποτελούν λύσεις. Επιπρόσθετα, παρόλα τα θεωρητικά προβλήματα που επιλύει μέχρι σήμερα, καμία ΘΧ δεν έχει κάνει ποσοτικές προβλέψεις που θα μπορούσαν να επαληθευτούν πειραματικά, καθώς οι περισσότερες προβλέψεις είναι στα επίπεδα Planck τα οποία είναι μη προσεγγίσιμα πειραματικά. Επίσης, έχει αποδειχθεί πως η ΘΧ δεν κάνει ουσιαστικά νέες προβλέψεις εν μέρει διότι, κατά τα φαινόμενα, απαντά σε ένα άπειρο πλήθος εκδοχών. Ακόμη κι αν περιοριστούμε σε θεωρίες που συμφωνούν με τις βασικές παρατηρήσεις μας σχετικά με το

Σύμπαν, όπως το αχανές μέγεθος του και η ύπαρξη της ΣΕ, παραμένουν στα χέρια μας 10^{500} διαφορετικές ΘΧ [429, 430]. Για την ακρίβεια, το νούμερο αυτό αντιστοιχεί στο πλήθος των διαφορετικών μορφών συμπίεσης των επιπλέον διαστάσεων και είναι ένα νούμερο μεγαλύτερο και από τον αριθμό των ατόμων στο παρατηρήσιμο Σύμπαν. Με τέτοιο αχανές πλήθος θεωριών, δεν είναι εύκολο να εντοπίσουμε πειραματικό αποτέλεσμα που να μην προβλέπεται από κάποια από αυτές. Έτσι, με το μέχρι στιγμής θεωρητικό πλαίσιο που την περιβάλλει, ότι κι αν δείξουν τα πειράματα, η ΘΧ δεν μπορεί να διαψευστεί. Ταυτόχρονα, φαίνεται πως ισχύει και το αντίστροφο, δηλαδή κανένα πείραμα δεν θα μπορέσει ποτέ να την επαληθεύσει. Πιστεύεται ωστόσο, ότι μη διαταρακτικά φαινόμενα μπορούν να εξαλείψουν περισσότερες από τις λύσεις και να διαλέξουν μια μοναδική λύση η οποία περιγράφει το Σύμπαν μας. Αυτό όμως απαιτεί μια μη διαταρακτική διατύπωση της ΘΧ η οποία δεν είναι μέχρι στιγμής διαθέσιμη. Η δεύτερη πιθανότητα είναι αυτή του πολυσύμπαντος. Δηλαδή, για κάθε σχήμα συμπίεσης των επιπλέον διαστάσεων υπάρχει και ένα διαφορετικό κενό του χωροχρόνου και άρα ένα διαφορετικό Σύμπαν με την δική του ενέργεια κενού, τα δικά του θεμελιώδη σωματίδια και νόμους της φυσικής [431, 432]. Τίποτα στην ΘΧ δεν προτείνει ότι κάθε ένα από αυτά τα 10^{500} Σύμπαντα προτιμάται έναντι ενός άλλου. Αντίθετα, φαίνεται ότι όλα είναι εξίσου πιθανά. Έτσι, φαίνεται πως ζούμε σε ένα τυχαίο Σύμπαν από τα 10^{500} διαφορετικά παράλληλα Σύμπαντα, στο οποίο όμως οι συνθήκες ήταν ώριμες για να σχηματιστεί η ζωή όπως την ξέρουμε με τις φυσικές σταθερές που παρατηρούμε [432–436]. Η αντιπαράθεση σχετικά με το πώς θα χειριστούμε τα νέα αχανή τοπία χορδών, φαίνεται ότι καταλήγει σε τρεις δυνατότητες:

1. Η ΘΧ είναι σωστή, και το τυχαίο πολυσύμπαν υπάρχει, οπότε, για να το συμπεριλάβουμε στη φυσική χρειάζεται να αλλάξουμε τους κανόνες που διέπουν τον τρόπο με τον οποίο λειτουργεί η επιστήμη, διότι, σύμφωνα με το συνηθισμένο σύστημα αξιών της επιστήμης δεν πρέπει να πιστεύουμε σε θεωρίες που δεν κάνουν μοναδικές προβλέψεις με τις οποίες θα μπορούσαν να επιβεβαιωθούν ή να διαψευστούν.
2. Κάποιος τρόπος θα ανακαλυφθεί τελικά για να συναχθούν αληθινές, μοναδικές και ελέγξιμες προβλέψεις από την ΘΧ. Αυτό θα μπορούσε να γίνει είτε με την κατάδειξη ότι πραγματικά υπάρχει μια μοναδική θεωρία είτε με μια διαφορετική, μη τυχαία θεωρία πολυσύμπαντος που οδηγεί σε αληθινές, ελέγξιμες προβλέψεις.
3. Η ΘΧ δεν είναι η σωστή θεωρία της φύσης. Η φύση περιγράφεται καλύτερα

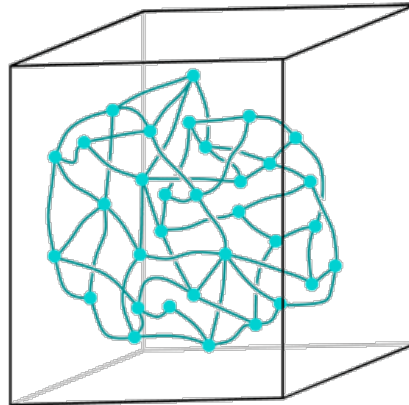
από κάποια άλλη θεωρία, η οποία μένει να ανακαλυφθεί ή να γίνει αποδεκτή, και η οποία οδηγεί σε αληθινές προβλέψεις, τις οποίες το πείραμα τελικά θα επιβεβαιώσει.

Κβαντική βαρύτητα βρόγχων

Εκτός από την ΘΧ, υπάρχει και ένα άλλο πρωτοποριακό σύνολο ιδεών που ανήκει στην οικογένεια της κανονικής κβαντικής βαρύτητας και το οποίο φαίνεται να ενοποιεί τη ΓΘΣ με την Κβαντομηχανική. Το όνομα της θεωρίας αυτής είναι *Κβαντική Βαρύτητα Βρόχων* (*Loop Quantum Gravity - LQG*) ή αλλιώς *Κβαντική Γεωμετρία* (βλέπε [437,438] για περίληψη). Η LQG, προέρχεται από την έρευνα του Ashtekar το 1986 [439,440] ο οποίος επαναδιατύπωσε την ΓΘΣ σε έναν νέο κανονικό φορμαλισμό με όρους μιας “selfdual” σπινωριακής σύνδεσης και της συζυγής ορμής, γνωστά ως *μεταβλητές Ashtekar* οι οποίες εξέφρασαν την ΓΘΣ με μια γλώσσα πιο κοντά σε αυτή των θεωριών βαθμίδας Yang-Mills. Η αλλαγή αυτή από την μετρική στις μεταβλητές Ashtekar έδωσε την πιθανότητα εφαρμογής μη διαταρακτικών τεχνικών στις θεωρίες βαθμίδας, και άνοιξε έναν νέο δρόμο που τελικά οδήγησε στην LQG. Στην συνέχεια, αποδείχθηκε πως οι βρόγχοι *Wilson* της σύνδεσης Ashtekar είναι λύσεις της “εξίσωσης Wheeler-DeWitt” [441] γεγονός που οδήγησε στην αναπαράσταση με βρόγχους στις κβαντικής ΓΘΣ [442,443].

Στην LQG, η συγχώνευση της ΓΘΣ με την Κβαντομηχανική επιτυγχάνεται με την ιδέα ότι ο χώρος αποτελείται από μικρούς κινητούς βρόγχους. Γνωρίζουμε, πως σύμφωνα με την ΓΘΣ η βαρυτική δύναμη οφείλεται στην καμπύλωση του χωροχρόνου. Αν αποδείξουμε ότι δεν μπορούμε να χωρίζουμε επ’ άπειρων το χωροχρόνο, τότε ο χωροχρόνος (και μαζί με αυτόν η βαρυτική δύναμη) θα είναι κβαντισμένος. Αυτή η υπόθεση αποτελεί τη βασική ιδέα της κβαντικής βαρύτητας βρόχων. Τελικά, καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι ο χώρος είναι όντως κβαντισμένος και αποτελείται από μικρούς κύβους (κβάντα χώρου) που έχουν μήκος ακμής το μήκος Planck $l_{Pl} \sim 10^{-33}cm$, και όγκο τον όγκο Planck $V_{Pl} \sim 10^{-99}cm^3$ ενώ κάθε κβάντο χρόνου αντιστοιχεί περίπου σε ένα χρόνο Planck $t_{Pl} \sim 10^{-43}s$. Σύμφωνα λοιπόν με τη σημερινή διαμόρφωση της LQG, από το κβάντο του χώρου, δηλαδή τον βρόχο, προκύπτουν τα υποατομικά σωματίδια ανάλογα με τον τρόπο με τον οποίο ο βρόχος αυτός είτε περιστρέφεται γύρω από τον εαυτό του παραμορφώνοντας το βασικό του σχήμα, είτε αλληλεπιδρά με άλλους βρόγχους. Μέσω της προσέγγισης αυτής, τα σωματίδια της φύσης αποτελούν ουσιαστικά παραμορφώσεις του βασικού δομικού στοιχείου του

ίδιου του χώρου αλλά και αποτέλεσμα των αλληλεπιδράσεων μεταξύ αυτών.



Σχήμα 5.10: Ο ιστός του χώρου είναι ένα δίκτυο σπιν με γραμμές και κόμβους. Ο μικρότερος όγκος V_{PI} αντιστοιχεί σε ένα κόμβο που το φως θέλει χρόνο t_{PI} για να τον διασχίσει. Μεταξύ των κόμβων και πάνω στις γραμμές τοποθετούνται σύμβολα που αναπαριστούν είτε τις δυνάμεις είτε τα διάφορα σωματίδια που βρίσκονται εκεί. Η κίνηση σωματιδίων στο χώρο απεικονίζεται με αυτά τα σύμβολα να μετακινούνται με το μικρότερο δυνατό βήμα. Ο κβαντικός χωρόχρονος περιγράφεται από αντίστοιχα διαγράμματα, που ονομάζονται αφροί σπιν.

Γύρω στο 1990 έγινε φανερό πως οι διασταυρώσεις των βρόγχων είναι σημαντικές για την συνέπεια της θεωρίας και έτσι οι κβαντικές καταστάσεις της βαρύτητας πρέπει να περιγραφούν με όρους “διασταυρώσεων βρόγχων” για παράδειγμα με γραφήματα με συνδέσεις και κόμβους. Έτσι, πάρθηκε μια συγκεκριμένη βάση καταστάσεων που ονομάζονται δίκτυα σπιν (*spin networks*) τα οποία είναι προσανατολισμένα γραφήματα που χαρακτηρίζονται από αριθμούς που σχετίζονται με τις αναπαραστάσεις σπιν της $SU(2)$ σε κάθε σύνδεση και κόμβους [444–446]. Συγκεκριμένα, κάθε μικρό κομμάτι χώρου, για παράδειγμα ένας κύβος, απεικονίζεται σαν μια τελεία, από την οποία προεξέχουν 6 γραμμές, που συμβολίζουν τις έδρες του. Όταν δύο τέτοιοι κύβοι εφάπτονται, τότε παριστάνονται με δύο τελείες που ενώνονται με μία γραμμή (η οποία συμβολίζει την κοινή τους έδρα), ενώ άλλες 5 γραμμές προεξέχουν από την κάθε τελεία. Είναι προφανές το πόσο πολύπλοκοι μπορούν να γίνουν τέτοιοι συνδυασμοί, οι οποίοι, εκτός από κύβους, μπορεί να περιλαμβάνουν και κάθε άλλο πολυεδρικό σχήμα. Τα μαθηματικά που περιγράφουν τις διάφορες κβαντικές καταστάσεις του χώρου προσδιορίζουν τον τρόπο με τον οποίο ενώνονται κάθε φορά μεταξύ τους αυτές οι τελείες και οι γραμμές, και κάθε τέτοιο διάγραμμα αντιπροσωπεύει και μια διαφορετική κβαντική κατάσταση (βλέπε Σχ. 5.10). Επιπλέον, τα διαγράμματα αυτά σε δύο διαστάσεις θα πρέπει να τα φανταζόμαστε ως τρισδιάστατα, γιατί αντιπροσωπεύουν τον τρισδιάστατο χώρο. Όλο αυτό σχηματίζει ένα τεράστιο δίκτυο, το δίκτυο

σπιν (*spin network*). Τα δίκτυα σπιν που περιγράφουν το χώρο στην LQG μπορούν, ακόμη, να συμπεριλάβουν και την έννοια του χωροχρόνου. Με την προσθήκη μιας νέας διάστασης (του χρόνου), οι γραμμές των δικτύων σπιν μετατρέπονται σε δισδιάστατες επιφάνειες, ενώ τα σημεία μεταβάλλονται σε γραμμές, σχηματίζοντας ένα ακόμη πιο πολύπλοκο μωσαϊκό, το οποίο αποκαλείται *αφρός σπιν* (*spin foam*) [447–449].

Η LQG, παρουσιάζει σημαντικά πλεονεκτήματα σε σχέση με τη ΘΧ. Πρώτον, δεν εισάγονται επιπλέον διαστάσεις (εκτός των τεσσάρων γνωστών) ούτε και υπερσυμμετρικά σωματίδια. Απλώς, οι τέσσερις διαστάσεις, δεν είναι συνεχείς αλλά κβαντισμένες. Δεύτερον, η LQG μας έχει απαλλάξει από κάποιους απειρισμούς αλλά και έχει το βασικό χαρακτηριστικό πως είναι ανεξάρτητη από το υπόβαθρο όπως επιτάσσει η ΓΘΣ. Τέλος, μας δίνει την δυνατότητα πειραματικής επαλήθευσης [450, 451]. Για παράδειγμα, προβλέπει ότι όσο μεγαλύτερη ενέργεια έχει η ακτινοβολία γ , τόσο γρηγορότερα διασχίζει το διάστημα. Δηλαδή, οι φωτεινές ακτίνες φαίνεται σαν να μην ταξιδεύουν με την ίδια ταχύτητα (βλέπε Σχ. 5.11). Αν και η διαφορά αυτή είναι απειροελάχιστη, μπορεί να μετρηθεί με την τεχνολογία που διαθέτουμε σήμερα. Πειράματα που ψάχνουν για αυτή τη διαφορά είναι ο δορυφόρος “Fermi Gamma-ray Space Telescope” (GLAST) της “National Aeronautics and Space Administration” (NASA), καθώς και το πείραμα “AUGER” στην Αργεντινή που μελετά την ΚΑΜ. Έτσι, φαίνεται πως η LQG πληροί και τις δύο προϋποθέσεις που απαιτούνται για να θεωρηθεί μία θεωρία αξιόπιστη.



Σχήμα 5.11: Εικόνα που δείχνει ένα δίκτυο σπιν με γραμμές και κόμβους μέσα στους οποίους ταξιδεύουν φωτόνια ακτίνων γ σε διαφορετικές διαδρομές.

Άλλες θεωρίες

1. Η θεωρία του *Αιτιώδη Δυναμικού Τριγωνισμού* (*Causal Dynamical Triangulations - CDT*) αναπτύχθηκε τα τελευταία χρόνια από την Renate Loll και τους συνάδελφους της Jan Ambjorn και Jerzy Jurkiewicz. Πρόκειται για μια πρωτοπόρα προσέγγιση στην ΚΒ, που όπως και η LQG είναι ανεξάρτητη του υπόβαθρου. Αυτό σημαίνει ότι δεν δέχεται a priori κανένα προϋπάρχοντα χώρο 4 διαστάσεων (όπως είναι ο δικός μας χωρόχρονος), αλλά επιχειρεί να δείξει πώς εξελίσσεται ο ίδιος ο ιστός του χωρόχρονου και τι διαστάσεις παίρνει με την εξέλιξη του Σύμπαντος [452–457].

Σε μεγάλες κλίμακες, αναδημιουργεί ένα Σύμπαν με 4 διαστάσεων χωρόχρονο που έχει το σχήμα de Sitter. Η θεωρία δείχνει πως κοντά στην κλίμακα Planck ο χωρόχρονος είναι 2 διαστάσεων, ενώ αποκαλύπτει μια φράκταλ δομή με “φέτες” συνεχούς χρόνου. Έχει γίνει αποδεκτό ότι σε πολύ μικρότερες κλίμακες ο χώρος δεν είναι στατικός, αλλά αντίθετα είναι δυναμικά μεταβαλλόμενος. Κοντά στην κλίμακα Planck, η ίδια η δομή του χωροχρόνου αλλάζει συνεχώς λόγω των κβαντικών διακυμάνσεων. Αυτά τα ενδιαφέροντα αποτελέσματα της θεωρίας CDT συμφωνούν και με τα ευρήματα των Oliver Lauscher και Martin Reuter, οι οποίοι χρησιμοποιούν μια προσέγγιση που ονομάζεται Κβαντική Βαρύτητα Einstein, την οποία θα δούμε στην συνέχεια, καθώς και με άλλες πρόσφατες θεωρητικές εργασίες.

Τα CDT μοντέλα του χωροχρόνου αποτελούνται από μικροσκοπικά, ταυτόσημα δομικά στοιχεία - παρόμοια με τρίγωνα αλλά σε πιο υψηλές διαστάσεις, που λέγονται *τετραπλότητες*. Τα τρίγωνα (που διέπονται από την κβαντική μηχανική) συνεχώς αναδιαμορφώνονται σε νέες μορφές, η κάθε μία από τις οποίες έχει τη δική της καμπυλότητα.

2. Ο Martin Reuter, είχε μια ιδέα, που είχε προταθεί πολύ νωρίτερα από το Steven Weinberg τη δεκαετία του 1970, ότι σε εξαιρετικά μικρές κλίμακες θα μπορούσε να υπάρχει ένα “σταθερό σημείο” στο οποίο η ισχύς της βαρύτητας να μην αυξάνει πια ανεξάρτητα από το πόσο θεμελιακά κοιτάμε. Υπάρχει μια αιτία να πιστεύουμε πως αυτό θα μπορούσε να δουλέψει. Η QCD μας λέει ότι η ισχυρή δύναμη μειώνεται σε ολόένα και πιο μικρές κλίμακες έως ότου φθάσει σε ένα σταθερό σημείο, όπου γίνεται μηδέν. Αν υπάρχει ένα παρόμοιο σημείο και για την βαρύτητα, αυτό θα σημαίνει ότι η φυσική θα είναι σε θέση να περιγράψει το

βάρος προς τις μικρότερες αποστάσεις, δηλαδή προς την κβαντική σφαίρα [458].

Όταν ο Weinberg βέβαια πρότεινε αυτή την ιδέα, δεν υπήρχαν τα μαθηματικά εργαλεία για να υπολογιστεί αυτό το σταθερό σημείο στις 4 διαστάσεις του χωρόχρονου της ΓΘΣ, παρά μόνο σε μικρότερες διαστάσεις. Προς τα τέλη της δεκαετίας του 1990 ο Reuter ανέπτυξε μια τέτοια μέθοδο. Οι υπολογισμοί που έκανε ήταν προσεγγιστικοί, αλλά έδειχναν ότι μπορεί, πράγματι, να κρύβεται ένα τέτοιο σταθερό σημείο για τη βαρύτητα στις εξισώσεις.

Κατά μυστηριώδη τρόπο, στην *Κβαντική Βαρύτητα του Einstein (Quantum Einstein Gravity)*, ο χωρόχρονος στις μικρότερες κλίμακες είναι φράκταλ και ο αριθμός των διαστάσεων συρρικνώνεται από τις γνωστές μας 4 σε 2. Αυτό θυμίζει την θεωρία CDT, γεγονός που σημαίνει ότι οι δύο προσεγγίσεις μπορεί να είναι ισοδύναμες. Η θεωρία ονομάζεται KB Einstein επειδή είναι μια άμεση, κβάντωση της ΓΘΣ λίγο πολύ όπως την έγραψε ο Einstein, με το μετρικό τανυστή σαν την κύρια μεταβλητή. Εκτός όμως από τα πλεονεκτήματα της, ότι η βαρύτητα δεν εξαφανίζεται σε μικρές κλίμακες όπως γίνεται στη ΓΘΣ, η θεωρία αυτή πρέπει να αποδείξει ότι η ισχύς της βαρύτητας γίνεται σταθερή στις μικρές διαστάσεις.

3. Η Φωτεινή Μαρκοπούλου Καλαμαρά και οι συνεργάτες της, έχουν αναπτύξει από το 2005 ένα μοντέλο, σχετικά με το πώς θα μπορούσε να αναδυθεί η γεωμετρία του χώρου από μια πιο θεμελιακή θεωρία, που ονομάζεται *Κβαντικό Γράφημα (Quantum Graphity)* [459, 460]. Αντί να θέσει το άμεσο ερώτημα κατά πόσο η γεωμετρία του κβαντικού χωροχρόνου μπορεί να αναδυθεί ως κλασικός χωρόχρονος, πρότεινε μια διαφορετική προσέγγιση βασισμένη στον προσδιορισμό και τη μελέτη της κίνησης των σωματιδίων στην κβαντική γεωμετρία. Η ιδέα ήταν ότι τα σωματίδια πρέπει να αναδύονται από κάποιο είδος διέγερσης της κβαντικής γεωμετρίας, η οποία θα ταξιδεύει διαμέσου της γεωμετρίας αυτής όπως περίπου ταξιδεύουν τα κύματα μέσα στα στερεά ή στα υγρά. Ωστόσο, προκειμένου να αναπαραχθεί η φυσική που γνωρίζουμε, πρέπει να μπορούμε να περιγράψουμε τα αναδυόμενα αυτά σωματίδια ως αμιγώς κβαντικά σωματίδια, τα οποία φαίνεται να “αγνοούν” την κβαντική γεωμετρία διαμέσου της οποίας ταξιδεύουν.

Η αρχική ιδέα είναι ότι σε πολύ μικρές κλίμακες και εξαιρετικά υψηλές ενέργειες (προϋποθέσεις που υπήρχαν κατά την γέννηση του Σύμπαντος) δεν υπάρχει ο

χώρος. Το μόνο που υπάρχει είναι ένα αφηρημένο δίκτυο κόμβων, που υφίστανται μια μετάβαση φάσης, μια γραφική παράσταση κατασκευασμένη από κόμβους που συνδέονται μεταξύ τους με ακμές που διέπονται από την Κβαντομηχανική. Σε αυτή την κατάσταση, κάθε κόμβος συνδέεται με κάθε άλλο κόμβο.

Η ιδέα μιας “προγεωμετρικής” φάσης του Σύμπαντος ξεκίνησε στα τέλη της δεκαετίας του 1950 από τον John Wheeler. Σύμφωνα με το κβαντικό μοντέλο γραφημάτων, αυτή η προγεωμετρική φάση δεν διαρκεί για πολύ. Όταν το πρώιμο Σύμπαν ψύχθηκε, πέρασε από μια φάση μετάβασης, κατά την διάρκεια της οποίας πολλοί από τους κόμβους δεν συνδέονταν πια. Ορισμένοι κόμβοι απομακρύνθηκαν από άλλους, και τότε αναδύθηκε η απόσταση, και φυσικά το διάστημα, ενώ η συλλογή των κόμβων “κρυσταλλώθηκε” σε μια διατεταγμένη δομή σαν δίκτυο. Η δομή αυτή αποτελεί τον χώρο στην κβαντική κλίμακα και δημιουργεί μεγάλα κενά στις μεγάλες κλίμακες.

Αυτή η μετάβαση φάσης θα μπορούσε να εξηγήσει το γεγονός ότι υπάρχουν πολύ απομακρυσμένες περιοχές του Σύμπαντος που έχουν ακριβώς την ίδια θερμοκρασία. Για αυτή την ομοιογένεια της θερμοκρασίας θα πρέπει οι περιοχές αυτές να ήταν αρκετά κοντά η μία στην άλλη, λίγο μετά τη ΜΕ, οπότε να είναι σε θέση να ανταλλάσσουν ακτινοβολία, ακόμη και τη θερμοκρασία τους. Όμως, αν κάνουμε μια αναγωγή στις προηγούμενες θέσεις τους με βάση τις ταχύτητες με τις οποίες κινούνται μακριά η μία περιοχή με την άλλη, θεωρούμε ότι δεν θα βρίσκονταν ποτέ αρκετά κοντά ώστε να ανταλλάσσουν θερμοκρασίες. Για να παρακαμφθεί αυτή η δυσκολία, το γνωστό μοντέλο του πληθωρισμού προτείνει ότι το πρώιμο Σύμπαν πέρασε από μια πολύ σύντομη περίοδο διαστολής με μεγαλύτερη ταχύτητα από του φωτός. Το κβαντικό γράφημα, ωστόσο, μπορεί δυνητικά να λύσει αυτό το αίνιγμα της θερμικής ισορροπίας, χωρίς την ανάγκη να καταφύγουμε στον πληθωρισμό. Αν όλα τα σημεία στο πρώιμο Σύμπαν ήταν μεταξύ τους σε επαφή, κατά τη διάρκεια της προγεωμετρικής φάσης, τότε θα πρέπει να δούμε εντυπωσιακές ομοιότητες (ομοιογένεια) μεταξύ απομακρυσμένων περιοχών του Σύμπαντος.

4. Ο Γερμανός Olaf Dreyer, αναπτύσσει ένα μοντέλο που ονομάζεται *Εσωτερική Σχετικότητα* (*Internal Relativity*) στο οποίο ο χωρόχρονος προκύπτει από μια προ-γεωμετρική κατάσταση, και από εκεί οι νόμοι της ΓΘΣ [461]. Το μοντέλο αυτό όπως και το μοντέλο του κβαντικού γραφήματος, είναι μια νέα προσέγγιση για την κοσμολογία του πρώιμου Σύμπαντος. Ο πληθωρισμός αντικαθίσταται

από μια φάση μετάβασης κατά την οποία δημιουργούνται ταυτόχρονα τόσο η ύλη όσο και η γεωμετρία.

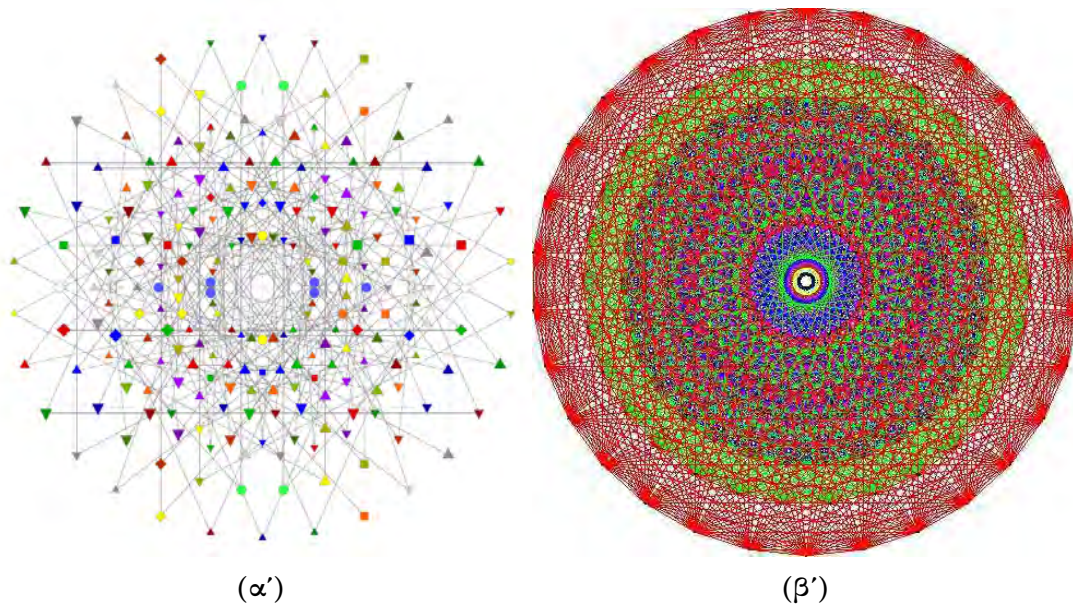
Η αφετηρία είναι ένα απλό κβαντικό σύστημα των σπιν, καθένα από τα οποία μπορεί να είναι είτε πάνω είτε κάτω, σε μια τυχαία κατανομή. Σε μια κρίσιμη θερμοκρασία, το σύστημα υποβάλλεται σε μια αλλαγή φάσης στην οποία τα σπιν ευθυγραμμίζονται για να σχηματίσουν ένα οργανωμένο σχήμα. Το θέμα είναι να σκεφτούμε τι βλέπουν οι παρατηρητές μέσα στο σύστημα (δηλαδή στο εσωτερικό του) μετά από την αλλαγή της φάσης. Δεν θα δουν ποτέ τα υποκείμενα σπιν που δρουν ως το φόντο. Αυτό που βλέπουν είναι οι διεγέρσεις του συστήματος που, αποδεικνύεται ότι, τις αντιλαμβάνονται ως χωρόχρονο και ύλη. Λαμβάνοντας αυτή την “εσωτερική” προοπτική σοβαρά, τα αποτελέσματα της ΕΘΣ, όπως η διαστολή του χρόνου και η συρρίκνωση του μήκους, προκύπτουν με φυσικό τρόπο. Και το σπουδαιότερο είναι ότι μπόρεσε να εξαχθεί η νευτώνεια βαρύτητα δείχνοντας ότι δύο κοντινά σωματίδια του μοντέλου θα έλκονται αμοιβαία, καθώς αυτή μειώνει τη συνολική ενέργεια του συστήματος.

Στο μοντέλο αυτό ο χωρόχρονος και η μάζα δεν θεωρούνται πλέον ξεχωριστά, αλλά αναδύονται από κοινού από την ίδια προγεωμετρική κατάσταση και άρα μπορεί να προκύψει η ΓΘΣ. Αν αυτό επιτευχθεί, τότε ίσως μπορέσει να λυθεί και το πρόβλημα της κοσμολογικής σταθεράς. Στην εσωτερική σχετικότητα, δεν υπάρχει χωρόχρονος χωρίς την ύλη, και έτσι η ενέργεια του χωρόχρονου θα πρέπει να υπολογίζεται με διαφορετικό τρόπο. Άρα, η κοσμολογική σταθερά θα πρέπει να είναι πολύ μικρή, όπως κι έχει παρατηρηθεί.

Όσο για την πειραματική μελέτη του μοντέλου, αν το πρώιμο Σύμπαν πέρασε από μια περίοδο πληθωρισμού, θα πρέπει να είμαστε σε θέση να ανιχνεύσουμε τα “λείψανα” των βαρυτικών κυμάτων που “κυματίζουν” στην ΚΑΜ. Εάν, ωστόσο, το Σύμπαν προέκυψε από μια προγεωμετρική κατάσταση, δεν θα πρέπει να βρεθούν τέτοια κύματα. Ο δορυφόρος Planck είναι αρκετά ευαίσθητος για την ανίχνευση αυτών των κυμάτων βαρύτητας, αν υπάρχουν, και έτσι μπορεί είτε να επιβεβαιωθεί είτε να αποκλειστεί το μοντέλο της εσωτερικής σχετικότητας.

5. Το 2007 αναπτύχθηκε από τον Garrett Lisi μια υποψήφια ΘΤΠ, η οποία προέρχεται από την ομάδα E_8 η οποία έχει ανακαλυφθεί από το 1887 από τον Wilhelm Killing αλλά κατανοήθηκε πλήρως το 2007 [462]. Η ομάδα αυτή σχετίζεται με τις ασυνήθιστες ομάδες Lie (βλέπε εδάφιο 3.1.3) και είναι διάστασης

248 και τάξης 8. Η άλγεβρα E_8 είναι η μεγαλύτερη και πιο περίπλοκη από τις υπόλοιπες ασυνήθιστες ομάδες. Έτσι, δείχθηκε πως τα διάφορα θεμελιώδη σωματίια μπορούν να τοποθετηθούν στα διάφορα σημεία του μοτίβου E_8 (βλέπε Σχ. 5.12) και στην συνέχεια οι διάφορες αλληλεπιδράσεις συμπεριλαμβανομένης της βαρύτητας προκύπτουν με φυσικό τρόπο περιστρέφοντας την E_8 με συγκεκριμένο τρόπο χρησιμοποιώντας προσομοιώσεις. Περιστρέφοντας την με έναν συγκεκριμένο τρόπο, ο Lisi διαπίστωσε ότι μπορούσε να αναπαραγάγει τις βασικές δομές που περιέγραφαν τη σχέση κουάρκ-γκλουονίων και τη “βαρυ-ηλεκτρασθενή” (gravi-electroweak) αλληλεπίδραση. Προχωρώντας σε άλλες περιστροφές είδε ακόμη πιο ενδιαφέρουσες δομές, όπως τη δομή της βαρυ-ηλεκτρασθενούς αλληλεπίδρασης περιτριγυρισμένη από κουάρκ και αντικουάρκ συγκεντρωμένα σε ξεχωριστές “χρωματισμένες” ομάδες. Επιπλέον, τα κουάρκ συγκεντρώνονται σε οικογένειες των τριών με σχεδόν πανομοιότυπες ιδιότητες αλλά διαφορετικές μάζες, γεγονός που εξηγεί με φυσικό τρόπο, μέσω της γεωμετρίας, την ύπαρξη 3 γενεών. Το μοντέλο προβλέπει επίσης την ύπαρξη 22 νέων μποζονίων σε ακαθόριστη κλίμακα μάζας.



Σχήμα 5.12: Η αντιστοίχιση θεμελιωδών σωματίων σε 248 σημεία, στην E_8 θεωρία. Τα κόκκινα, πορτοκαλί, μπλε και μοβ τρίγωνα αναπαριστούν κουάρκ, ενώ τα κίτρινα και γκρι τρίγωνα αναπαριστούν λεπτόνια. Τα σωματίια που φέρουν δύναμη αναπαρίστανται με κύκλους όπου οι πράσινοι αναπαριστούν βαρυτόνια, οι κίτρινοι τα ηλεκτρασθενή μποζόνια και τα μπλε τα γκλουόνια [462].

6. Μια πρόσφατη θεωρία είναι αυτή των Αιτιωδών Φερμιονικών Συστημάτων

Causal (Fermion Systems) η οποία εισάχθηκε από τον Felix Finster και συνεργάτες του, και δίνει την Κβαντομηχανική, την ΓΘΣ και την ΚΘΠ ως οριακές περιπτώσεις, και άρα είναι υποψήφια ως μια φυσική θεωρία ενοποίησης [463,464].

Η γενική δομή της θεωρίας μπορεί να κατανοηθεί σε αναλογία με την ΓΘΣ. Στην ΓΘΣ, το Σύμπαν μας περιγράφεται από έναν 4-διάστατο χωρόχρονο (λορεντζιανή πολλαπλότητα) μαζί με σωματίδια και πεδία. Ωστόσο, δεν θεωρείται φυσική (με την έννοια ότι υπάρχει στο Σύμπαν) κάθε διαμόρφωση της λορεντζιανής μετρικής, σωματιδίων και πεδίων. Για να είναι κάθε διαμόρφωση φυσικά πραγματοποιήσιμη πρέπει να ισχύουν οι εξισώσεις Einstein. Επίσης, τα σωματίδια πρέπει να ικανοποιούν τις εξισώσεις κίνησης και τα επιπλέον πεδία πρέπει να υπακούν τις εξισώσεις πεδίου. Αυτό σημαίνει ότι στην ΓΘΣ υπάρχουν δύο εννοιολογικά μέρη. Από την μία πλευρά υπάρχουν τα μαθηματικά αντικείμενα που περιγράφουν τις πιθανές διαμορφώσεις, και από την άλλη, υπάρχει μια αρχή που ξεχωρίζει τις φυσικές διαμορφώσεις. Έτσι, η θεωρία των αιτιωδών φερμιονικών συστημάτων έχει την ίδια εννοιολογική δομή με την ΓΘΣ, δηλαδή αποτελείται από μαθηματικά αντικείμενα και μια αρχή που ξεχωρίζει τις φυσικές διαμορφώσεις. Συγκεκριμένα, αντί να εισάγει φυσικά αντικείμενα σε μια προϋπάρχουσα χωροχρονική πολλαπλότητα, η γενική ιδέα είναι να αναδυθούν ο χωρόχρονος καθώς και όλα τα αντικείμενα ως δευτερεύοντα αντικείμενα από τις δομές του υποκείμενου αιτιώδους συστήματος φερμιονίων. Αυτή η έννοια καθιστά επίσης δυνατή τη γενίκευση εννοιών της διαφορικής γεωμετρίας σε “μη-ομαλή ρύθμιση”. Ειδικότερα, μπορούν να περιγραφούν καταστάσεις όπου ο χωρόχρονος δεν έχει μια δομή πολλαπλότητας στην μικροσκοπική κλίμακα. Σαν συνέπεια, η θεωρία αυτή είναι προτεινόμενη για κβαντική γεωμετρία και σαν προσεγγιστική ΚΒ.

7. Μια ακόμα θεωρία η οποία αποτελεί μια πρόταση προσέγγισης στην ΚΒ είναι τα *causal sets* [465–467]. Οι θεμελιακές αρχές αυτής της θεωρίας βασίζονται στην διακριτότητα του χωρόχρονου και στην σημασία της αιτιακής δομής, δηλαδή ότι τα γεγονότα του χωρόχρονου σχετίζονται με μια “μερική διάταξη” (partial order) [468]. Αυτή η μερική διάταξη έχει την φυσική σημασία των αιτιακών σχέσεων ανάμεσα σε γεγονότα στον χωρόχρονο.

Η όλη ιδέα βασίζεται στο θεώρημα του David Malament πως δηλώνει πως αν υπάρχει ένας αμφιμονοσήμαντος χάρτης μεταξύ δύο παρελθοντικών και μελλοντικών διακριτών χωρόχρονων που διατηρεί την αιτιακή δομή τους, τότε ο

χάρτης αυτός είναι ένας σύμμορφος ισομορφισμός [469]. Ο συμμορφικός παράγοντας ο οποίος δεν προσδιορίζεται προκύπτει σχετίζεται με τον όγκο περιοχών στον χωρόχρονο. Ο παράγοντας όγκου με την σειρά του μπορεί να προκύψει από ένα στοιχείο όγκου για κάθε σημείο του χωρόχρονου. Έτσι μπορεί να προκύψει ο όγκος μιας περιοχής χωροχρόνου μετρώντας τον αριθμό των σημείων σε αυτή την περιοχή. Η θεωρία αυτή μπορεί να επηρεάσει και άλλες προσεγγίσεις στην KB όπως ο φορμαλισμός των δικτύων σπιν που είδαμε στην LQG. Επίσης, είχε σαν σημαντική φαινομενολογική πρόβλεψη την ύπαρξη μη μηδενικής κοσμολογικής σταθεράς [470], γεγονός που μπορεί να αποτελεί την μόνη μέχρι στιγμής πρόβλεψη που προκύπτει από την έρευνα της KB και η οποία μπορεί να ελεγχθεί στο εγγύς μέλλον. Όμως, δυστυχώς, μέχρι στιγμής δεν υπάρχει μια τελική πειστική θεωρία causal sets.

8. Μερικές ακόμα θεωρίες οι οποίες αποτελούν εναλλακτικές προσεγγίσεις στην KB [471], που δεν περιγράψαμε, αλλά τις αναφέρουμε ονομαστικά χάριν βιβλιογραφικής πληρότητας, είναι η *Ευκλείδια KB* [472–475], η θεωρία των *Twistors* [476–479], *Shape Dynamics* [480–483] η *Βαρύτητα Hořava–Lifshitz* [484–486], οι θεωρίες *Γεωμετροδυναμικής (Geometrodynamics)* [487–490], ο *Κβαντικός Λογισμός Regge* [491–494], η *Μη Αντιμεταθετική Γεωμετρία (Noncommutative Geometry)* [495–497], η *Κανονική KB (Canonical Quantum Gravity)* [498–500], η *Εξίσωση Wheeler–DeWitt* [501–505], και η *Διπλή Σχετικότητα (Doubly Special Relativity)* [506–509].

5.2.2 Αντεπιχειρηματολογία

Παρά την ύπαρξη των ανωτέρων θεωριών αλλά και πολλών άλλων που δεν αναφέρθηκαν, οι περισσότερες προσπάθειες να ανακαλυφθεί η ΘΤΠ ή έστω να δοθεί μια πειστική θεωρία KB, έχουν αποτύχει. Το πρόβλημα με τη ΘΤΠ έγκειται στο ότι η Κβαντομηχανική και η ΓΘΣ είναι ασύμβατες, και η βασική προϋπόθεση της ΘΤΠ είναι να τις συνδυάζει. Πέρα από αυτό, παράλληλα με την έντονη ερευνητική προσπάθεια για την εύρεση μια ΘΤΠ ή ορισμένων βασικών χαρακτηριστικών της, υπάρχει μια πληθώρα από φιλοσοφικά αλλά και μαθηματικά επιχειρήματα κατά της ίδιας της ύπαρξης μιας τέτοιας θεωρίας. Στην συνέχεια, θα σχηματίσουμε τα βασικά από αυτά τα επιχειρήματα.

Θεωρήματα μη πληρότητας του Gödel

Πολλοί ερευνητές υποστηρίζουν πως το *θεώρημα μη πληρότητας του Gödel* δείχνει ότι οποιαδήποτε προσπάθεια να κατασκευαστεί μια ΘΤΠ είναι καταδικασμένη να αποτύχει [510]. Το *θεώρημα του Gödel* μας λέει πως για κάθε τυπικό σύστημα θα υπάρχουν αλήθειες που, ενώ θα μπορούν να εκφραστούν εντός αυτού του συστήματος, δεν θα είναι αποδείξιμες. Και μια από τις σημαντικότερες αλήθειες ενός συστήματος, η συνέπεια του, δεν θα είναι αποδείξιμη εντός του συστήματος. Με άλλα λόγια, και παίρνοντας ένα μαθηματικό παράδειγμα, λέει πως για κάθε υπολογίσιμο σύστημα λογικών αξιωμάτων το οποίο είναι τουλάχιστον επαρκές για να περιγράψει την βασική αριθμητική των φυσικών αριθμών:

1. Εάν το σύστημα είναι συνεπές τότε δεν μπορεί να είναι πλήρες (Πρώτο *θεώρημα μη πληρότητας*).
2. Η συνέπεια των αξιωμάτων δεν μπορεί να αποδειχθεί μέσω του συστήματος.

Δηλαδή, θα υπάρχουν πάντα προτάσεις (τουλάχιστον μια) για τις οποίες δεν θα μπορούμε να αποφανθούμε αν είναι αληθείς ή ψευδείς. Ο Stanley Jaki, [511] επεσήμανε πως επειδή κάθε ΘΤΠ θα είναι μια συνεπής μη τετριμμένη μαθηματική θεωρία, θα πρέπει να είναι ατελής καθώς θα είναι μαθηματικά ασυνεπής λόγω των θεωρημάτων μη πληρότητας. Έτσι, οι αναζητήσεις για μια ντετερμινιστική ΘΤΠ είναι καταδικασμένες σε αποτυχία. Στην συνέχεια όμως, ο Jaki δήλωσε πως είναι λάθος να πούμε πως μια ΘΤΠ είναι αδύνατη, αλλά μπορούμε να πούμε ότι όταν την έχουμε δεν θα μπορούμε να γνωρίζουμε αυστηρά πως αυτή θα είναι μια τελική θεωρία [512].

Όπως έχει δηλώσει ο Freeman Dyson, το *θεώρημα του Gödel* συνεπάγεται πως τα καθαρά μαθηματικά είναι ανεξάντλητα. Δεν έχει σημασία πόσα πολλά προβλήματα μπορούμε να λύσουμε, καθώς θα υπάρχουν πάντα και άλλα προβλήματα που δεν θα μπορούν να επιλυθούν στο πλαίσιο των υφιστάμενων κανόνων. Λόγω του *θεωρήματος του Gödel* η φυσική είναι επίσης ανεξάντλητη. Οι νόμοι της φύσης είναι ένα πεπερασμένο σύνολο κανόνων, που συμπεριλαμβάνουν τους κανόνες για τα μαθηματικά, έτσι ώστε το *θεώρημα του Gödel* να ισχύει και για αυτούς [513].

Το 1997 ο Jürgen Schmidhuber υποστήριξε πως τα *θεωρήματα του Gödel* είναι άσχετα με την υπολογίσιμη φυσική [514]. Το 2000 ο Schmidhuber κατασκεύασε συγκεκριμένα υπολογιστικά-περιορίσιμα, ντετερμινιστικά Σύμπαντα των οποίων η ψευδο-τυχαιότητα βασιζόταν στην αναποφασιστικότητα. Έτσι, έδειξε πως τα περιοριστικά προβλήματα τύπου Gödel είναι εξαιρετικά δύσκολο να ανιχνευθούν αλλά δεν

εμποδίζουν καθόλου μια επίσημη ΘΤΠ που περιγράφεται από μερικά μπιτ πληροφορίας [515].

Κριτική σχετικά με την ύπαρξη μιας ΘΤΠ έχει γίνει και από τους Steven Hawking, Solomon Feferman [516], και Douglas S. Robertson [517]. Έτσι, η ανάλογη επιχειρηματολογία δηλώνει πως μπορεί να είναι δυνατόν να καθορίσουμε επακριβώς τους βασικούς κανόνες της φυσικής με έναν πεπερασμένο αριθμό καλά καθορισμένων νόμων, όμως θα υπάρχουν ταυτόχρονα ερωτήματα σχετικά με την συμπεριφορά φυσικών συστημάτων τα οποία θα μένουν αναπάντητα στην βάση των υποκείμενων νόμων. Όμως, ο καθορισμός των υποκείμενων κανόνων μπορεί να αρκεί για τον καθορισμό μιας ΘΤΠ, και άρα τα θεωρήματα του Gödel δεν σημαίνουν ότι μια ΘΤΠ δεν μπορεί να υπάρξει. Έτσι, μπορούμε να δούμε πως το θεώρημα μη πληρότητας μπορεί να μην αναφέρεται στους υποκείμενους κανόνες αλλά στην κατανόηση της συμπεριφοράς όλων των φυσικών συστημάτων γεγονός που μπορεί εξηγήσει ορισμένες από τις διαφωνίες μέσω αυτής της αλλαγής του ορισμού.

Θεμελιώδη όρια στην ακρίβεια

Καμία φυσική θεωρία μέχρι σήμερα δεν πιστεύεται πως είναι 100% ακριβής. Δηλαδή, η φυσική αποτελείται από μια σειρά επιτυχημένων προσεγγίσεων επιτρέποντας όλο και πιο ακριβείς προβλέψεις πάνω σε ένα όλο και πιο ευρύ φάσμα φαινομένων. Έτσι, πιστεύεται πως είναι λάθος να συγχέονται τα θεωρητικά μοντέλα με την αληθινή φύση της πραγματικότητας και έτσι η σειρά των προσεγγίσεων δεν θα φτάσει ποτέ την πραγματική αλήθεια. Έτσι, αν αυτό ισχύει, μπορούμε να ελπίζουμε για μια ΘΤΠ που αυτοσυνεπώς ενσωματώνει όλες τις γνωστές δυνάμεις αλλά δεν πρέπει να περιμένουμε πως αυτή θα είναι η τελική απάντηση.

Από την άλλη πλευρά, υπάρχει ο ισχυρισμός πως πάρα την φαινομενικά αυξανόμενη πολυπλοκότητα των μαθηματικών κάθε νέας θεωρίας, σε μια βαθιά αίσθηση που συνδέεται με την υποκείμενη συμμετρία βαθμίδας και των αριθμό των φυσικών σταθερών των θεωριών, οι θεωρίες γίνονται απλούστερες. Αν ισχύει αυτό τότε η διαδικασία αυτή της απλοποίησης δεν μπορεί να συνεχιστεί επ' αόριστων.

Έλλειψη θεμελιωδών νόμων

Υπάρχει μια φιλοσοφική διαμάχη για το αν μια ΘΤΠ πρέπει να καλείται ο θεμελιώδης νόμος του Σύμπαντος [518]. Μια άποψη είναι πως η ΘΤΠ είναι ο “θεμελιώδης” νόμος και ότι όλες οι άλλες θεωρίες που ισχύουν μέσα στο Σύμπαν είναι συνέπεια της

ΘΤΠ. Μια άλλη άποψη είναι ότι οι αναδυόμενοι νόμοι που διέπουν τη συμπεριφορά πολύπλοκων συστημάτων, πρέπει να θεωρούνται ως εξίσου θεμελιώδεις. Παραδείγματα τέτοιων αναδυόμενων νόμων είναι ο δεύτερος νόμος της θερμοδυναμικής και η θεωρία της φυσικής επιλογής. Οι υποστηρικτές αυτής της άποψης δηλώνουν πως οι αναδυόμενοι νόμοι, κυρίως εκείνοι που περιγράφουν σύνθετα ή ζωντανά συστήματα, είναι ανεξάρτητοι από τους χαμηλού επιπέδου μικροσκοπικούς νόμους. Σε αυτή την περίπτωση, οι αναδυόμενοι νόμοι είναι τόσο θεμελιώδεις όσο και η ΘΤΠ.

Πιθανότητα να μην είναι των πάντων

Παρόλο που το όνομα ΘΤΠ υποδηλώνει τον ντετερμινισμό όπως των εισήγαγε ο Laplace, αυτό δίνει μια παραπλανητική εντύπωση. Ο ντετερμινισμός μπερδεύεται με την πιθανοκρατική φύση των χβαντομηχανικών προβλέψεων, με την τεράστια ακρίβεια των αρχικών συνθηκών που οδηγούν στο μαθηματικό χάος, από τους περιορισμούς από τους ορίζοντες γεγονότων και από την ακραία μαθηματική δυσκολία εφαρμογής των θεωριών. Ωστόσο, παρόλο που το ΚΠ προβλέπει σχεδόν όλα τα μη βαρυτικά φαινόμενα, στην πράξη μόνο λίγα ποσοτικά αποτελέσματα προέρχονται από την πλήρη θεωρία (για παράδειγμα οι μάζες κάποιων από τα απλούστερα αδρόνια). Και αυτά όμως τα αποτελέσματα (κυρίως οι σωματιδιακές μάζες οι οποίες έχουν και την μεγαλύτερη σημασία για την φυσική χαμηλών ενεργειών) είναι λιγότερο ακριβή από τις υπάρχουσες πειραματικές μετρήσεις. Η ΘΤΠ είναι σχεδόν βέβαιο πως θα είναι ακόμα πιο δύσκολο να εφαρμοστεί για την πρόβλεψη των πειραματικών αποτελεσμάτων και ως εκ τούτου θα μπορούσε να είναι περιορισμένης χρήσης.

Άπειρο πλήθος “στρώσεων κρεμμυδιού”

Όπως αναφέρει συχνά και ο Lee Smolin, οι στρώσεις της φύσης μπορεί να είναι όπως οι “στρώσεις ενός κρεμμυδιού”, και ότι ο αριθμός των στρώσεων μπορεί να είναι άπειρος. Αυτό θα είχε ως συνέπεια μια άπειρη ακολουθία φυσικών θεωριών. Αυτό το επιχείρημα δεν είναι γενικά αποδεκτό, καθώς δεν είναι προφανές πως το άπειρο είναι μια έννοια που υπάρχει στη θεμελιώδη μορφή της φύσης.

Αδυναμία υπολογισμών

Όπως υποδεικνύει ο Weinberg ο υπολογισμός της ακριβούς κίνησης ενός πραγματικού βλήματος στην ατμόσφαιρα της Γης είναι αδύνατος [518]. Ο λόγος είναι πως γνωρίζουμε τις αρχές, όπως η Νευτώνεια θεωρία για την βαρύτητα, που δουλεύουν αρκετά

καλά για απλά παραδείγματα όπως η κίνηση των πλανητών στον άδειο χώρο, που είναι λογικό να είμαστε πεπεισμένοι πως ισχύουν και σε πιο πολύπλοκα παραδείγματα. Για παράδειγμα, παρόλο που η ΓΘΣ περιλαμβάνει εξισώσεις που δεν έχουν ακριβείς λύσεις, είναι γενικά αποδεκτή σαν θεωρία επειδή οι εξισώσεις της που έχουν ακριβής λύσεις έχουν επιβεβαιωθεί πειραματικά. Με παρόμοιο τρόπο, η ΘΤΠ πρέπει να ισχύει για ένα μεγάλο εύρος απλών παραδειγμάτων με τέτοιο τρόπο που να μπορούμε να είμαστε πεπεισμένοι ότι θα ισχύει για κάθε περίπτωση στην φυσική.

5.3 Πειραματικοί περιορισμοί και μελλοντικά βήματα

5.3.1 Όρια της φυσικής

Τα όρια για την ύπαρξη “νέας φυσικής” περιορίζονται συνήθως από τα εκάστοτε πειραματικά όρια που τίθενται από τις διάφορες πειραματικές διατάξεις. Ωστόσο, τα λεγόμενα *τεχνικά όρια* “νέας φυσικής” είναι τα ασθενέστερα από τα όρια που μπορεί να υπάρξουν στη φυσική γενικότερα, καθώς έχουν την τάση να ξεπερνιούνται είτε μέσω κάποιας αργής αλλά σταθερής διαδικασίας όπως η αναβάθμιση της ακρίβειας των μετρήσεων, είτε μέσω μιας διαφορετικής προσέγγισης όπως με την εκτέλεση μιας νέας εναλλακτικής μέτρησης. Δηλαδή, τα τεχνικά όρια είναι συνήθως παροδικά, καθώς με την εξέλιξη της τεχνολογίας αλλά και με την δυνατότητα διαφορετικών προσεγγίσεων αργά ή γρήγορα ξεπερνιούνται.

Στην συνέχεια, έχουμε τα *θεμελιώδη όρια*, τα οποία είναι εξαρτώνται από τους περιορισμούς που παρέχουν διάφοροι οι νόμοι της φύσης όπως η αρχή της απροσδιοριστίας του Heisenberg (βλέπε εδάφιο 2.2.7 ή το θεώρημα μη πληρότητας του Gödel (βλέπε εδάφιο 5.2.2). Επίσης, υπάρχει το *θεώρημα αδυναμίας διακλάδωσης* ή *θεώρημα μη-κλωνοποίησης* (*no-cloning theorem*) το οποίο μας λέει ότι μια κβαντική κατάσταση δεν είναι δυνατόν να αντιγραφεί. Ανάμεσα στα θεμελιώδη και στα τεχνικά όρια υπάρχει ένα είδος “γκρι ζώνης” που είναι η κλίμακα Planck. Έτσι, κατασκευάζουμε τις μονάδες Planck οι οποίες είναι κατά μία έννοια θεμελιώδεις στην φυσική όπως την κατανοούμε, και άρα θεωρούμε πως η κλίμακα Planck είναι ένα είδος θεμελιώδους ορίου, πέρα από το οποίο δεν έχει νόημα να πάμε. Αυτό φυσικά μπορεί να είναι ένα είδους τεχνικό όριο, καθώς η κλίμακα Planck είναι απλά το σημείο στο οποίο η φυσική που γνωρίζουμε πρέπει να αντικατασταθεί από μια βαθύτερη θεωρία, αλλά

μόλις αυτή ανακαλυφθεί, θα μπορούμε να συνεχίσουμε να μιλάμε για αυθαίρετα μικρά μήκη ή αυθαίρετα υψηλές ενέργειες, τα οποία θα μπορούμε και να διερευνήσουμε με αντίστοιχες πειραματικές διατάξεις.

Τέλος, έχουμε την κατηγορία των *φιλοσοφικών ορίων* που επιβάλλονται από τον τρόπο με τον οποίο λειτουργεί η επιστήμη, καθώς και το πρόβλημα του προσδιορισμού της φύσης της πραγματικότητας μέσα από το Σύμπαν μέσω της μαθηματικής δομής. Τα όρια αυτά μπορούν να είναι είτε τα περισσότερο είτε τα λιγότερο ενδιαφέροντα ανάλογα με την αίσθηση μας για την φιλοσοφία. Κατά μία έννοια τα θεμελιώδη όρια εξαρτώνται από την μαθηματική δομή του Σύμπαντος, υποθέτοντας ότι υπάρχει μια τέτοια θεμελιακή δομή. Εμπειρικά, κάθε φυσικό φαινόμενο που μπορούμε να επαληθεύσουμε στηρίζεται σε απλούς μαθηματικούς κανόνες, όμως αυτό δεν είναι απαραίτητο να ισχύει. Από την πειραματική πλευρά, το πρόβλημα έχει να κάνει με την μοναδικότητα, καθώς η επιστήμη βασίζεται στην επαναληψιμότητα των γεγονότων, χωρίς να μπορούμε να κάνουμε τίποτα για μοναδικά γεγονότα όπως το σήμα του Αγίου Βαλεντίνου για τα μαγνητικά μονόπολα. Δίχως την δυνατότητα να μελετήσουμε πολλές εμφανίσεις ενός συγκεκριμένου γεγονότος ή ενός είδους γεγονότος, δεν υπάρχει λογικός τρόπος να οικοδομήσουμε μια επιστημονική θεωρία που να το εξηγεί. Και στις δύο περιπτώσεις, το σημαντικό θέμα είναι πως η δομή της επιστήμης βασίζεται στην παραδοχή ότι το Σύμπαν θα συμπεριφέρεται με έναν επαναλαμβανόμενο και λογικό τρόπο, αλλά δεν υπάρχει κανένας προφανής λόγος που να υποδηλώνει πως το Σύμπαν πρέπει να λειτουργεί με αυτό τον τρόπο.

Ωστόσο, σε κάθε περίπτωση, αυτό που μπορούμε να εμπιστευτούμε αυτή την στιγμή είναι οι πειραματικές ενδείξεις, και για αυτό στις περισσότερες των περιπτώσεων περιοριζόμαστε στα τεχνικά όρια τα οποία και προσπαθούμε να ξεπεράσουμε. Τα υπόλοιπα όρια περιορίζονται κυρίως στην έρευνα μας για την ύπαρξη μιας ΘΤΠ και συνδυάζονται με τα επιχειρήματα περί ύπαρξης ή μη μιας ΘΤΠ (βλέπε εδάφιο 5.2.2). Στην συνέχεια, θα δούμε τα βασικά πειράματα, τρέχοντα και μελλοντικά, που αναζητούν ενδείξεις εξωτικών φαινομένων και φυσικής πέρα από το ΚΠ της σωματιδιακής φυσικής και της Κοσμολογίας.

5.3.2 LHC και άλλα πειράματα

Από τα πιο υποσχόμενα πειράματα αυτά την στιγμή είναι ο LHC, η ενέργεια του οποίου την στιγμή αυτή φτάνει τα 13TeV . Ο LHC μπορεί να βρήκε πρόσφατα το μποζόνιο Higgs που ήταν και ο βασικός σκοπός του, ωστόσο υπάρχουν πλάνα για

αναβάθμιση της υπάρχουσας εγκατάστασης με τον “High Luminosity LHC” (HL-LHC) ο οποίος θα αυξήσει δραματικά την ενέργεια σύγκρουσης των πρωτονίου μέχρι τα 30TeV έτσι ώστε να αυξηθεί ο παραμετρικός χώρος αλλά και το πλήθος των θεωριών που μπορεί να μελετήσει. Επιπλέον, οι δέσμες πρωτονίων θα είναι πολύ πιο πυκνές αυξάνοντας την φωτεινότητα έχοντας έτσι πολύ περισσότερες και πιο επιτυχημένες συγκρούσεις. Ακόμα, οι υπάρχοντες ανιχνευτές θα αναβαθμιστούν σε “superCMS” [519] και “superATLAS” [520] ώστε να έχουν μεγαλύτερη ακρίβεια στην πιθανότητα ανίχνευσης νέων σωματιδίων. Επίσης, υπάρχει ένα πλάνο για την κατασκευή ενός νέου επιταχυντή στην Ιαπωνία, του “International Linear Collider” (ILC) ο οποίος θα είναι πολύ πιο ισχυρός από τον LHC [521]. Συγκεκριμένα, ο ILC θα είναι ένας γραμμικός επιταχυντής με ενέργεια σύγκρουσης στα 500GeV αρχικά, και σε 1000GeV με μετέπειτα αναβάθμιση, ενώ η κατασκευή του θα διαρκέσει περίπου 10 χρόνια. Εκτός από αυτούς, έχουν προταθεί και άλλοι επιταχυντές οι οποίοι όμως δεν έχουν εγκριθεί ακόμα [522].

Επίσης, υπάρχουν και άλλα πειράματα τα οποία θα αναζητήσουν περισσότερες λεπτομέρειες για τα προβλήματα που απασχολούν το ΚΠ όπως η ΣΥ και ΣΕ, αλλά και τα νετρίνα. Όσον αφορά τα νετρίνα, υπάρχει μεγάλη πειραματική δραστηριότητα αυτή τη στιγμή με τα πειράματα, τους ανιχνευτές και τα τηλεσκόπια να φτάνουν κοντά στον αριθμό 50. Για παράδειγμα, έχουμε το πείραμα “NuMI Off-Axis ν_e Appearance” (NOvA) [523] το οποίο προσπαθεί να βρει τις μάζες και την αντιστοιχία ιεραρχία των νετρίνων, όπως και το T2K [524–526] το οποίο στέλνει νετρίνα σε απόσταση 295km τα οποία ταλαντώνονται καθώς περνούν από την Γη. Με αυτόν τον τρόπο, συγκρίνοντας το πως φαίνονται τα νετρίνα όταν εστάλησαν και πως όταν εμφανίστηκαν στον απομακρυσμένο ανιχνευτή, τα πειράματα NOvA και T2K θα μπορέσουν να καθορίσουν τις ιδιότητες τους με μεγάλη ακρίβεια. Παρόμοιο πείραμα είναι και το “MINOS+” [527] το οποίο αποτελεί συνέχεια των ανιχνευτών MINOS με βελτιωμένα ηλεκτρονικά. Για την απόφαση αν τα νετρίνα είναι Dirac ή Majorana υπάρχουν τα πειράματα “GERmanium Detector Array” (GERDA) [528] το οποίο ήδη έχει θέσει πιο ακριβή όρια στην πιθανότητα μιας διπλής διάσπασης β χωρίς νετρίνα αλλά και το Καναδέζικο “Sudbury Neutrino Observatory” (SNO+) [529] πείραμα από την αμερικάνικη συνεργασία MAJORANA [530] τα οποία θα προσπαθήσουν την επόμενη δεκαετία να ξεκαθαρίσουν το τοπίο σχετικά με την προαναφερθείσα διαδικασία. Για την πιθανή ύπαρξη των *στείων νετρίνων* υπάρχουν τα πειράματα “CeLAND” [531, 532] στην Ιαπωνία και το “Short distance neutrino Os-

cillations with BoreXino” (SOX) [533,534] στην Ευρώπη τα οποία θα προσπαθήσουν να δώσουν μια λύση στο πρόβλημα της ανωμαλίας νετρίνων στους πυρηνικούς αντιδραστήρες, όπου ένα μέρος των παραγόμενων νετρίνων δεν ανιχνεύονται. Ακόμα, υπάρχει και το “Mini Booster Neutrino Experiment” (MiniBooNE) [535] το οποίο επίσης προσπαθεί να λύσει πολλά από τα μυστήρια των νετρίνων. Όσον αφορά νετρίνα που προέρχονται έξω από το ηλιακό μας σύστημα και έξω από τον γαλαξία μας υπάρχει το “IceCube Neutrino Telescope” [536] το οποίο ξεκίνησε να λειτουργεί το 2010 και μέχρι στιγμής έχει δει μόνο 3 γεγονότα υψηλής ενέργειας νετρίνων. Παρόμοιο προτεινόμενο πείραμα είναι το παρατηρητήριο “Antarctic Ross Ice-Shelf ANTenna Neutrino Array” (ARIANNA) [537] το οποίο θα μπορεί να καλύψει μέχρι 1000 περίπου κυβικά χιλιόμετρα πάγου στην Ανταρκτική. Τέλος, υπάρχει το “Long-Baseline Neutrino Experiment” (LBNE) [538] στην Νότια Ντακότα το οποίο ανιχνεύει νετρίνα από μια δέσμη στο Fermilab σε απόσταση 1300 km και μπορεί να δώσει απαντήσεις και για τις μάζες των νετρίνων αλλά και για τα στείρα νετρίνα.

Για την ΣΥ εκτός των πειραμάτων που ανιχνεύουν μαγνητικά μονόπολα τα οποία έχουμε ήδη αναφέρει, υπάρχει ο πολύ ακριβής Αμερικάνικος ανιχνευτής “Large Underground Xenon” (LUX) [539,540] αλλά και Ευρωπαϊκά προγράμματα όπως το “XENON” [541] που χρησιμοποιεί έναν διπλής φάσης TPC, και το “European Underground Rare Event Calorimeter Array” (EURECA) [542,543] τα οποία θα προσπαθήσουν να ανιχνεύσουν τα σωματίδια που αποτελούν την ΣΥ (WIMPs). Όσο για την ΣΕ, οι περισσότερες προσπάθειες επικεντρώνονται στην χαρτογράφηση εκατοντάδων γαλαξιών και υπερκαινοφανών με πειράματα όπως το “Dark Energy Survey” (DES) [544,545] το οποίο θα πάρει εικόνες από 300 χιλιάδες γαλαξίες και 100 χιλιάδες σμήνη γαλαξιών. Επίσης, υπάρχει το “Hobby-Eberly Telescope Dark Energy Experiment” (HET-DEX) [546] πείραμα το οποίο προσπαθεί να καθορίσει πως έχει εξελιχθεί η ΣΕ με το πέρασμα του χρόνου παρατηρώντας πολύ μακρινούς γαλαξίες στο πρώιμο Σύμπαν. Τέλος, έχουμε το διαστημικό τηλεσκόπιο “Joint Dark Energy Mission” (JDEM) [547] της NASA, το οποίο θα μελετήσει τη ΣΕ παρατηρώντας υπερκαινοφανείς με πολύ υψηλή ερυθρή μετατόπιση αλλά και με άλλες μεθόδους. Παρόμοιο πρόγραμμα είναι το “Dark Universe Explorer” (DUNE) [548] της “European Space Agency” (ESA).

Να αναφέρουμε επίσης, πως το παρατηρητήριο βαρυτικών κυμάτων “Laser Interferometer Gravitational wave Observatory” (LIGO) το οποίο ήδη λειτουργεί [549], αλλά και το “Laser Interferometer Space Antenna” (LISA) [550,551] το οποίο θα

εκτοξευθεί στο διάστημα το 2034, θα προσπαθήσουν να ανιχνεύσουν ωστικά κύματα του χωροχρόνου τα οποία απελευθερώθηκαν τη στιγμή της ΜΕ, δηλαδή βαρυτικά κύματα [552]. Υπάρχουν ελπίδες ότι το LISA αλλά και άλλα προτεινόμενα πειράματα της ίδιας λογικής, θα είναι αρκετά ευαίσθητο ώστε να εξετάσει αρκετές “προ της ΜΕ” θεωρίες και μεταξύ αυτών και διάφορες εκδοχές της ΘΧ [553, 554], αλλά και θεωρίες που εξηγούν την σκοτεινή ενέργεια όπως αυτή των περιοχών τοίχων που αναφέραμε στο εδάφιο 4.2.4.

Τα πειράματα αυτά σε συνεργασία με τα πειράματα για την εύρεση ενδείξεων της υπερσυμμετρίας (βλέπε εδάφιο 4.4), τα πειράματα για την ανίχνευση μαγνητικών μονόπολων (βλέπε εδάφιο 3.3.2) αλλά και διάσπασης πρωτονίων (βλέπε εδάφιο 3.3.1), προσπαθούν να αναζητήσουν ενδείξεις “νέας φυσικής” και να ανακαλύψουν νέα φαινόμενα που είτε προβλέπονται από τις διάφορες θεωρίες ενοποίησης που έχουμε ήδη αναφέρει, είτε δεν έχουν προβλεφθεί από καμία υπάρχουσα θεωρία. Ακόμα και στην χειρότερη περίπτωση που δεν βρεθεί κάποια “συμπαγής” πειραματική ένδειξη “νέας φυσικής” πέρα από το ΚΠ θα δοθούν καλύτερα όρια που θα καθορίσουν τις μελλοντικές θεωρητικές και πειραματικές προσπάθειες.

5.3.3 Μελλοντικοί στόχοι

Μέχρι στιγμής όπως είδαμε έχουν γίνει πολλές προσπάθειες για μια ενοποιημένη περιγραφή όλων των παρατηρούμενων δυνάμεων στην φύση καθώς και για κατανόηση της φυσικής πέρα από το ΚΠ. Διαφορετικές προσπάθειες είχαν και διαφορετικό επίπεδο επιτυχίας. Ανάμεσα σε αυτές, οι υπερσυμμετρικές GUT θεωρίες φαίνεται πως είναι τα πιο υποσχόμενα φαινομενολογικά μοντέλα τα οποία δίνουν μια επιτυχημένη ενοποιημένη περιγραφή της ηλεκτρομαγνητικής της ισχυρής και της ασθενούς πυρηνικής δύναμης αλλά και παρέχουν ένα πλήθος από πειραματικά ελέγξιμες φαινομενολογικές προβλέψεις. Έτσι, έχει γίνει μια μεγάλη πειραματική προσπάθεια για την ανίχνευση είτε υπερσωματιδίων (βλέπε εδάφιο 4.4), είτε σπάνιων φαινομένων όπως η διάσπαση του πρωτονίου (βλέπε εδάφιο 3.2.1) και τα μαγνητικά μονόπολα (βλέπε εδάφιο 3.2.3) που προβλέπονται από τις GUT θεωρίες. Πολλές από αυτές τις προβλέψεις είναι μέσα στα όρια των σημερινών αλλά και των μελλοντικών πειραμάτων, οπότε αναμένουμε πως τα ερχόμενα έτη θα έχουμε αρκετές πληροφορίες ώστε να μπορέσουμε να καταλήξουμε σχετικά με την ισχύ ή όχι των περισσότερων ενοποιημένων θεωριών.

Οι κοσμολογικές συνέπειες των μοντέλων για στοιχειώδη σωματίδια αλλά και η Κοσμολογία αυτή καθαυτή είναι βασικά στοιχεία τα οποία θα πρέπει να ενσωμα-

τώνονται στη ΘΤΠ. Μπορούμε να δούμε έτσι, πως πέρα από πολλά κοσμολογικά προβλήματα που μπορεί να λύνονται από την σωματιδιακή φυσική όπως η βαρυονική ασυμμετρία (βλέπε εδάφιο 3.2.2) ή η ΣΥ και ΣΕ (βλέπε εδάφιο 2.4.5 και 4.1.1), και η ίδια η Κοσμολογία μπορεί να μας οδηγήσει ένα βήμα παραπέρα στην προσπάθειά μας για ενοποίηση, δίνοντάς μας σημαντικά στοιχεία τα οποία μπορούν να μας βοηθήσουν στην επιλογή των χαρακτηριστικών που αναζητούμε σε μια θεωρία ενοποίησης. Έτσι, η σχέση αυτή είναι αμφίδρομη, και άρα οι κοσμολογικές επιπτώσεις - προβλέψεις αλλά και παρατηρήσεις, πρέπει να μελετώνται και να προβλέπονται αντίστοιχα σε κάθε υποψήφια ΘΤΠ.

Η συμπερίληψη, ωστόσο, της βαρύτητας στο σχήμα της ενοποίησης απαιτεί την δημιουργία μια θεωρίας ΚΒ, γεγονός που αυτή την στιγμή είναι αδύνατο στην καθιερωμένη ΚΘΠ. Οπότε, πρέπει να κατασκευαστούν νέες θεωρίες, οι οποίες όμως θα έχουν ως φαινομενολογία χαμηλών ενεργειών το ΚΠ. Οι πιο υποσχόμενοι υποψήφιοι είναι αυτή τη στιγμή είναι η ΘΧ και η LQG, ωστόσο, η μη διαταρακτική δυναμική κυρίως της πρώτης θεωρίας έχει μόλις αρχίσει να κατανοείται. Οπότε, “συμπαγείς” φαινομενολογικές προβλέψεις για την ισχύ ή την απόρριψη αυτών των θεωριών πρέπει να δημιουργηθούν, πριν αποφανθούμε για την επιλογή τους ως ΘΤΠ. Όπως και να έχει όμως, και από πειραματικής άποψης καθώς και από θεωρητικής δημιουργίας, τα επόμενα χρόνια αναμένονται να είναι καθοριστικά για την κατανόηση ενός μεγάλου μέρους του τρόπου με τον οποίο λειτουργεί η φύση γεγονός που θα μας φέρει ένα βήμα πιο κοντά στην πολυπόθητη ΘΤΠ.

“Μοιάζω με ένα μικρό αγόρι που παίζει και περιφέρεται στην ακρογιαλιά, ψάχνοντας να βρω ένα ακόμη πιο λείο βότσαλο εδώ ή ένα ομορφότερο κοχύλι εκεί, ενώ ο απέραντος ωκεανός της αλήθειας απλώνεται ανεξιχνίαστος μπροστά μου.”

- Ισαάκ Νεύτων

Βιβλιογραφία

- [1] Isaac, Newton: *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*. 1687.
- [2] Farhoudi, Mehrdad and Maysam Yousefian: *Ether and Relativity*. 2015.
- [3] Maxwell, J. Clerk: *On physical lines of force*. Philosophical Magazine, 1861.
- [4] Maxwell, J. Clerk: *A dynamical theory of the electromagnetic field*. Phil. Trans. Roy. Soc. Lond., 155:459–512, 1865.
- [5] Grunewald, M. W.: *Experimental tests of the electroweak standard model at high-energies*. Phys. Rept., 322:125–346, 1999.
- [6] Rubakov, V. A.: *Classical theory of gauge fields*. Princeton, USA: Univ. Pr. (2002) 444 p, 2002.
- [7] E., Bagionakis K: *Particle and Cosmological Physics, from microcosm to macrocosm*. 2003.
- [8] W., Guidry M.: *Gauge Field Theories: An Introduction with Applications*. 2005.
- [9] Tong, David: *Quantum Field Theory*. University of Cambridge Part 3 Mathematical Tripos, 2006.
- [10] Pan., Tsilimigkras: *Physics of Elementary particles*. Fountas Greg..
- [11] Aurenche, P.: *The Standard model of particle physics*. In *Cinquieme Seminaire Rhodanien, Symetries en Physique Dolomieu, France, March 17-21, 1997*, 1997. https://inspirehep.net/record/452249/files/arXiv:hep-ph_9712342.pdf.

- [12] Christenson, J. H., J. W. Cronin, Fitch V. L., and R. Turlay: *Evidence for the 2π decay of the k_0^2 -meson*. In *Proceedings, 12th International Conference on High Energy Physics (ICHEP 1964)*, volume 2, pages 105–106, 1964. <https://inspirehep.net/record/1377012/files/C64-08-05-p105.pdf>.
- [13] Mitra, Prahar: *Renormalization of ϕ^4 theory*. 2012.
- [14] Collins, John C.: *Scaling behavior of phi-to-the-4 theory and dimensional regularization*. Phys. Rev., D10:1213–1218, 1974.
- [15] Jones, D. R. T.: *The Two Loop beta Function for a $G(1) \times G(2)$ Gauge Theory*. Phys. Rev., D25:581, 1982.
- [16] Hasert, F. J. et al.: *Observation of Neutrino Like Interactions Without Muon Or Electron in the Gargamelle Neutrino Experiment*. Phys. Lett., B46:138–140, 1973.
- [17] Arnison, G. et al.: *Experimental Observation of Lepton Pairs of Invariant Mass Around $95\text{GeV}/c^2$ at the CERN SPS Collider*. Phys. Lett., B126:398–410, 1983.
- [18] Bagnaia, P. et al.: *Evidence for $Z^0 \rightarrow e^+e^-$ at the CERN anti- p p Collider*. Phys. Lett., B129:130–140, 1983.
- [19] Olive, K. A. et al.: *Review of Particle Physics*. Chin. Phys., C38:090001, 2014.
- [20] Abe, F. et al.: *Observation of top quark production in $\bar{p}p$ collisions*. Phys. Rev. Lett., 74:2626–2631, 1995.
- [21] Abachi, S. et al.: *Observation of the top quark*. Phys. Rev. Lett., 74:2632–2637, 1995.
- [22] Campagnari, Claudio and Melissa Franklin: *The Discovery of the top quark*. Rev. Mod. Phys., 69:137–212, 1997.
- [23] Aaltonen, Timo Antero et al.: *Observation of s-channel production of single top quarks at the Tevatron*. Phys. Rev. Lett., 112:231803, 2014.
- [24] Quadt, Arnulf: *Top quark physics at hadron colliders*. Eur. Phys. J., C48:835–1000, 2006.

- [25] Blyweert, Stijn: *Measurement of the top-quark mass and the mass difference between top and antitop quarks at the LHC*. PhD thesis, Vrije U., Brussels, 2013. https://inspirehep.net/record/1339801/files/TS2014_036.pdf.
- [26] Mila, Giorgia: *Higgs searches at LHC*. eConf, C080625:0031, 2008.
- [27] Aad, Georges *et al.*: *Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC*. Phys. Lett., B716:1–29, 2012.
- [28] Chatrchyan, Serguei *et al.*: *Observation of a new boson at a mass of 125 GeV with the CMS experiment at the LHC*. Phys. Lett., B716:30–61, 2012.
- [29] Aad, Georges *et al.*: *Measurements of Higgs boson production and couplings in diboson final states with the ATLAS detector at the LHC*. Phys. Lett., B726:88–119, 2013. [Erratum: Phys. Lett. B734, 406 (2014)].
- [30] Collaboration, CMS: *Update on the search for the standard model Higgs boson in pp collisions at the LHC decaying to $W + W$ in the fully leptonic final state*. 2013.
- [31] Collaboration, CMS: *Search for the standard model Higgs boson decaying to tau pairs produced in association with a W or Z boson with the CMS experiment in pp collisions at $\sqrt{s} = 7$ and 8 TeV*. 2013.
- [32] Collaboration, CMS: *Search for the Standard-Model Higgs boson decaying to tau pairs in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 7$ and 8 TeV*. 2013.
- [33] Aaltonen, T. *et al.*: *Higgs Boson Studies at the Tevatron*. Phys. Rev., D88(5):052014, 2013.
- [34] Collaboration, CMS: *Updated measurements of the Higgs boson at 125 GeV in the two photon decay channel*. 2013.
- [35] Collaboration, CMS: *Properties of the Higgs-like boson in the decay H to ZZ to $4l$ in pp collisions at $\sqrt{s} = 7$ and 8 TeV*. 2013.
- [36] Kayser, Boris: *Are neutrinos their own antiparticles?* J. Phys. Conf. Ser., 173:012013, 2009.

- [37] Bahcall, John N., Aldo M. Serenelli, and Sarbani Basu: *New solar opacities, abundances, helioseismology, and neutrino fluxes*. *Astrophys. J.*, 621:L85–L88, 2005.
- [38] Bahcall, John N.: *Solar neutrinos. I: Theoretical*. *Phys. Rev. Lett.*, 12:300–302, 1964.
- [39] Waltham, Chris: *Neutrino oscillations for dummies*. *Am. J. Phys.*, 72:742–752, 2004.
- [40] Dore, Ubaldo and Lucia Zanello: *Bruno Pontecorvo and neutrino physics*. 2009.
- [41] Bilenky, S. M. and Carlo Giunti: *Neutrinoless double-beta decay: A brief review*. *Mod. Phys. Lett.*, A27:1230015, 2012.
- [42] Gando, A. *et al.*: *Constraints on θ_{13} from A Three-Flavor Oscillation Analysis of Reactor Antineutrinos at KamLAND*. *Phys. Rev.*, D83:052002, 2011.
- [43] Adamson, P. *et al.*: *Measurement of the neutrino mass splitting and flavor mixing by MINOS*. *Phys. Rev. Lett.*, 106:181801, 2011.
- [44] An, F. P. *et al.*: *Observation of electron-antineutrino disappearance at Daya Bay*. *Phys. Rev. Lett.*, 108:171803, 2012.
- [45] Abe, K. *et al.*: *Indication of Electron Neutrino Appearance from an Accelerator-produced Off-axis Muon Neutrino Beam*. *Phys. Rev. Lett.*, 107:041801, 2011.
- [46] Adamson, P. *et al.*: *Improved search for muon-neutrino to electron-neutrino oscillations in MINOS*. *Phys. Rev. Lett.*, 107:181802, 2011.
- [47] Abe, Y. *et al.*: *Indication for the disappearance of reactor electron antineutrinos in the Double Chooz experiment*. *Phys. Rev. Lett.*, 108:131801, 2012.
- [48] Beringer, J. *et al.*: *Review of Particle Physics (RPP)*. *Phys. Rev.*, D86:010001, 2012.
- [49] Peccei, R. D. and Helen R. Quinn: *CP Conservation in the Presence of Instantons*. *Phys. Rev. Lett.*, 38:1440–1443, 1977.

- [50] Peccei, R. D. and Helen R. Quinn: *Constraints Imposed by CP Conservation in the Presence of Instantons*. Phys. Rev., D16:1791–1797, 1977.
- [51] Weinberg, Steven: *A New Light Boson?* Phys. Rev. Lett., 40:223–226, 1978.
- [52] Wilczek, Frank: *Problem of Strong p and t Invariance in the Presence of Instantons*. Phys. Rev. Lett., 40:279–282, 1978.
- [53] Duffy, Leanne D. and Karl van Bibber: *Axions as Dark Matter Particles*. New J. Phys., 11:105008, 2009.
- [54] Jegerlehner, Fred: *The hierarchy problem of the electroweak Standard Model revisited*. 2013.
- [55] Schmaltz, Martin and David Tucker-Smith: *Little Higgs review*. Ann. Rev. Nucl. Part. Sci., 55:229–270, 2005.
- [56] Zwicky, F.: *Die Rotverschiebung von extragalaktischen Nebeln*. Helv. Phys. Acta, 6:110–127, 1933.
- [57] Zwicky, F.: *On the Masses of Nebulae and of Clusters of Nebulae*. Astrophys. J., 86:217–246, 1937.
- [58] Rubin, Vera C. and W. Kent Ford, Jr.: *Rotation of the Andromeda Nebula from a Spectroscopic Survey of Emission Regions*. Astrophys. J., 159:379–403, 1970.
- [59] Rubin, V. C., D. Burstein, W. K. Ford, Jr., and N. Thonnard: *Rotation velocities of 16 SA galaxies and a comparison of Sa, Sb, and SC rotation properties*. Astrophys. J., 289:81, 1985.
- [60] Ellis, John R.: *Dark matter and dark energy: Summary and future directions*. Phil. Trans. Roy. Soc. Lond., A361:2607, 2003.
- [61] Scott, Pat: *Searches for Particle Dark Matter: An Introduction*. PhD thesis, Stockholm U., 2010. <https://inspirehep.net/record/939580/files/arXiv:1110.2757.pdf>.
- [62] Riess, Adam G. *et al.*: *Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant*. Astron. J., 116:1009–1038, 1998.

- [63] Horvath, J. E.: *Dark matter, dark energy and modern cosmology: The Case for a Kuhnian paradigm shift*. Cosmos Hist., 5:287, 2009.
- [64] Spergel, D. N. et al.: *Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) three year results: implications for cosmology*. Astrophys. J. Suppl., 170:377, 2007.
- [65] Dirac, Paul A. M.: *Quantized Singularities in the Electromagnetic Field*. Proc. Roy. Soc. Lond., A133:60–72, 1931.
- [66] Deaver, Bascom S. and William M. Fairbank: *Experimental Evidence for Quantized Flux in Superconducting Cylinders*. Phys. Rev. Lett., 7:43–46, 1961.
- [67] Klein, O.: *The Atomicity of Electricity as a Quantum Theory Law*. Nature, 118:516, 1926.
- [68] Mann, Robert B. and Cristian Stelea: *Higher dimensional Kaluza-Klein monopoles*. Nucl. Phys., B729:95–116, 2005.
- [69] Dermisek, Radovan, Stuart Raby, and S. Nandi: *Magnetic monopoles with Wilson loops on a 5-D orbifold*. Nucl. Phys., B641:327–340, 2002.
- [70] Roessl, Ewald: *Topological defects and gravity in theories with extra dimensions*. PhD thesis, LPHE, Lausanne, 2005.
- [71] Gauntlett, Jerome P., Jeffrey A. Harvey, and James T. Liu: *Magnetic monopoles in string theory*. Nucl. Phys., B409:363–381, 1993.
- [72] Tomiya, M.: *Monopoles From Superstring Theory With Compactified Extra Dimensions*. In In *Matsuda, S. (ED.) et al.: *Perspectives on Particle Physics* * 274-284, 1989.
- [73] Giacomelli, G. and L. Patrizii: *Magnetic monopole searches*. In *Astroparticle physics and cosmology. Proceedings: Summer School, Trieste, Italy, Jun 17-Jul 5 2002*, pages 121–144, 2003. http://www.ictp.trieste.it/~pub_off/lectures/lns014/Giacomelli/Giacomelli.pdf.
- [74] Carpenter, Linda M., Arvind Rajaraman, and Daniel Whiteson: *Searches for Fourth Generation Charged Leptons*. 2010.

- [75] Lenz, Alexander, Heinrich Pas, and Dario Schalla: *Fourth Generation Majorana Neutrinos*. Phys. Rev., D85:075025, 2012.
- [76] Georgi, H. and S. L. Glashow: *Unity of All Elementary Particle Forces*. Phys. Rev. Lett., 32:438–441, 1974.
- [77] Li, Ling Fong: *Group Theory of the Spontaneously Broken Gauge Symmetries*. Phys. Rev., D9:1723–1739, 1974.
- [78] Georgi, Howard and C. Jarlskog: *A New Lepton - Quark Mass Relation in a Unified Theory*. Phys. Lett., B86:297–300, 1979.
- [79] Ellis, John R. and Mary K. Gaillard: *Fermion Masses and Higgs Representations in $SU(5)$* . Phys. Lett., B88:315, 1979.
- [80] Georgi, H.: *Unified Gauge Theories*. In *Orbis Scientiae II Coral Gables, Florida, January 20-25, 1975*, 1975.
- [81] Fritzsch, Harald and Peter Minkowski: *Unified Interactions of Leptons and Hadrons*. Annals Phys., 93:193–266, 1975.
- [82] Barr, Stephen M.: *A New Symmetry Breaking Pattern for $SO(10)$ and Proton Decay*. Phys. Lett., B112:219, 1982.
- [83] Derendinger, J. P., Jihn E. Kim, and Dimitri V. Nanopoulos: *Anti- $SU(5)$* . Phys. Lett., B139:170, 1984.
- [84] Pati, Jogesh C. and Abdus Salam: *Lepton Number as the Fourth Color*. Phys. Rev., D10:275–289, 1974. [Erratum: Phys. Rev.D11,703(1975)].
- [85] Senjanovic, Goran: *$SO(10)$: A Theory of fermion masses and mixings*. In *CP Violation and the Flavour Puzzle: Symposium in Honour of Gustavo C. Branco. GustavoFest 2005, Lisbon, Portugal, July 2005*, 2006. https://inspirehep.net/record/735521/files/arXiv:hep-ph_0612312.pdf.
- [86] Bajc, Borut, Alejandra Melfo, Goran Senjanovic, and Francesco Vissani: *Yukawa sector in non-supersymmetric renormalizable $SO(10)$* . Phys. Rev., D73:055001, 2006.
- [87] Hartanto, A. and L. T. Handoko: *Grand unified theory based on the $SU(6)$ symmetry*. Phys. Rev., D71:095013, 2005.

- [88] Fukugita, M., T. Yanagida, and M. Yoshimura: *N anti-N Oscillation without Left-Right Symmetry*. Phys. Lett., B109:369, 1982.
- [89] Curtright, Thomas L. and Peter G. O. Freund: *SU(8) Unification and Supergravity*. In *Supergravity (van Nieuwenhuizen and Freedman, North-Holland, 1979)* pp. 197-201, pages 197–201, 1979.
- [90] Fujimoto, Y.: *SU(8) Grand Unified Theory: A Consequence of Introducing a Horizontal Symmetry*. Nucl. Phys., B182:242, 1981.
- [91] Langacker, Paul: *Grand Unified Theories and Proton Decay*. Phys. Rept., 72:185, 1981.
- [92] Gursev, F., Pierre Ramond, and P. Sikivie: *A Universal Gauge Theory Model Based on E6*. Phys. Lett., B60:177, 1976.
- [93] Okubo, Susumu: *Gauge Groups Without Triangular Anomaly*. Phys. Rev., D16:3528, 1977.
- [94] Fukuyama, Takeshi: *SO(10) GUT in Four and Five Dimensions: A Review*. Int. J. Mod. Phys., A28:1330008, 2013.
- [95] Barbieri, Riccardo and Dimitri V. Nanopoulos: *An Exceptional Model for Grand Unification*. Phys. Lett., B91:369, 1980.
- [96] Ramond, Pierre: *The Family Group in Grand Unified Theories*. In *International Symposium on Fundamentals of Quantum Theory and Quantum Field Theory Palm Coast, Florida, February 25-March 2, 1979*, pages 265–280, 1979.
- [97] Boer, W. de: *Grand unified theories and supersymmetry in particle physics and cosmology*. Prog. Part. Nucl. Phys., 33:201–302, 1994.
- [98] Nath, Pran and Pavel Fileviez Perez: *Proton stability in grand unified theories, in strings and in branes*. Phys. Rept., 441:191–317, 2007.
- [99] Lee, Dae Gyu, R. N. Mohapatra, M. K. Parida, and Merostar Rani: *Predictions for proton lifetime in minimal nonsupersymmetric SO(10) models: An update*. Phys. Rev., D51:229–235, 1995.

- [100] Sakharov, A. D.: *Violation of CP Invariance, c Asymmetry, and Baryon Asymmetry of the Universe*. Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz., 5:32–35, 1967. [Usp. Fiz. Nauk161,61(1991)].
- [101] Shaposhnikov, M. E.: *Baryonic number nonconservation at high temperatures*. In *Electroweak interactions and unified theories. Proceedings, Leptonic Session of the 27th Rencontre de Moriond, Les Arcs, France, March 15-22, 1992*, pages 201–212, 1992. <http://preprints.cern.ch/cgi-bin/setlink?base=preprint&categ=cern&id=th.6497-92>.
- [102] Hooft, Gerard 't: *Magnetic Monopoles in Unified Gauge Theories*. Nucl. Phys., B79:276–284, 1974.
- [103] Polyakov, Alexander M.: *Particle Spectrum in the Quantum Field Theory*. JETP Lett., 20:194–195, 1974. [Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz.20,430(1974)].
- [104] Lepora, Nathan F.: *Monopoles and dyons in SU(5) gauge unification*. 2000.
- [105] Preskill, John: *Magnetic monopoles*. Ann. Rev. Nucl. Part. Sci., 34:461–530, 1984.
- [106] Rajantie, Arttu: *Introduction to Magnetic Monopoles*. Contemp. Phys., 53:195–211, 2012.
- [107] Preskill, John: *Cosmological Production of Superheavy Magnetic Monopoles*. Phys. Rev. Lett., 43:1365, 1979.
- [108] Zeldovich, Ya. B. and M. Yu. Khlopov: *On the Concentration of Relic Magnetic Monopoles in the Universe*. Phys. Lett., B79:239–241, 1978.
- [109] Carrigan, R. A., G. Giacomelli, A. Masiero, and N. Paver (editors): *Non-accelerator astroparticle physics. Proceedings, 6th ICTP School, Trieste, Italy, July 9-20, 2001*, 2002.
- [110] Linde, Andrei D.: *Particle physics and inflationary cosmology*. Contemp. Concepts Phys., 5:1–362, 1990.
- [111] Goldhaber, Alfred Scharff: *Magnetic monopoles and cosmic inflation*. 2005.
- [112] Dvali, G. R., Hong Liu, and Tanmay Vachaspati: *Sweeping away the monopole problem*. Phys. Rev. Lett., 80:2281–2284, 1998.

- [113] Langacker, Paul and So Young Pi: *Magnetic Monopoles in Grand Unified Theories*. Phys. Rev. Lett., 45:1, 1980.
- [114] Dvali, G. R., Alejandra Melfo, and Goran Senjanovic: *Is There a monopole problem?* Phys. Rev. Lett., 75:4559–4562, 1995.
- [115] Rubakov, V. A.: *Adler-Bell-Jackiw Anomaly and Fermion Number Breaking in the Presence of a Magnetic Monopole*. Nucl. Phys., B203:311–348, 1982.
- [116] Callan, Jr., Curtis G.: *Dyon-Fermion Dynamics*. Phys. Rev., D26:2058–2068, 1982.
- [117] Wilczek, Frank: *Magnetic Flux, Angular Momentum, and Statistics*. Phys. Rev. Lett., 48:1144–1146, 1982.
- [118] Weyl, H.: *Electron and Gravitation. 1. (In German)*. Z. Phys., 56:330–352, 1929. [Surveys High Energ. Phys.5,261(1986)].
- [119] Stueckelberg, E. C. G.: *Interaction forces in electrodynamics and in the field theory of nuclear forces*. Helv. Phys. Acta, 11:299–328, 1938.
- [120] Wigner, Eugene P.: *Invariance in physical theory*. 1985.
- [121] Goldhaber, M.: *The Search for proton decay: A Look back*. 1988.
- [122] Reines, F., C. L. Cowan, and M. Goldhaber: *Conservation of the number of nucleons*. Phys. Rev., 96:1157–1158, 1954.
- [123] Krishnaswamy, M. R., M. G. K. Menon, N. K. Mondal, V. S. Narasimham, B. V. Sreekantan, Y. Hayashi, N. Ito, S. Kawakami, and S. Miyake: *Results From the Kgf Proton Decay Experiment*. Nuovo Cim., C9:167–181, 1986. [Conf. Proc.C850418,97(1985)].
- [124] Battistoni, G. *et al.*: *The Nusex Detector*. Nucl. Instrum. Meth., A245:277, 1986.
- [125] Berger, Christoph *et al.*: *The Frejus Nucleon Decay Detector*. Nucl. Instrum. Meth., A262:463, 1987.
- [126] Marshak, M. L.: *The SOUDAN-II Nucleo Decay Detector*. In *In *Nordkirchen 1984, Proceedings, Neutrino Physics and Astrophysics**, 583-588, 1985.

- [127] Becker-Szendy, R. *et al.*: *IMB-3: A Large water Cherenkov detector for nucleon decay and neutrino interactions*. Nucl. Instrum. Meth., A324:363–382, 1993.
- [128] Kajita, T. *et al.*: *Search for nucleon decay in KAMIOKANDE-II: Present status*. In *In *Tsukuba 1988, Proceedings, Elementary-particle picture of the universe** 28-50, 1988.
- [129] Stone, James: *The Super-Kamiokande project: nucleon decay and atmospheric neutrinos*. eConf, C940808:027, 1994.
- [130] Viren, Brett: *Current status of nucleon decay searches with Super-Kamiokande*. In *American Physical Society (APS) Meeting of the Division of Particles and Fields (DPF 99) Los Angeles, California, January 5-9, 1999*, 1999.
- [131] Eidelman, S. *et al.*: *Review of particle physics*. Particle Data Group. Phys. Lett., B592:1–1109, 2004.
- [132] Miura, M.: *Search for nucleon decays in Super-Kamiokande*. PoS, ICHEP2010:408, 2010.
- [133] Rubbia, A.: *Very massive underground detectors for proton decay searches*. In *Calorimetry in particle physics. Proceedings, 11th International Conference, CALOR 2004, Perugia, Italy, March 29-April 2, 2004*, pages 485–506, 2004.
- [134] Itow, Y. *et al.*: *The JHF-Kamioka neutrino project*. In *Neutrino oscillations and their origin. Proceedings, 3rd International Workshop, NOON 2001, Kashiwa, Tokyo, Japan, December 508, 2001*, pages 239–248, 2001. <http://alice.cern.ch/format/showfull?sysnb=2258620>.
- [135] Jung, Chang Kee: *Feasibility of a next generation underground water Cherenkov detector: UNO*. AIP Conf. Proc., 533:29–34, 2000. [29(1999)].
- [136] Diwan, M. V., R. L. Hahn, W. Marciano, B. Viren, R. Svoboda, W. Frati, K. Lande, A. K. Mann, R. Van Berg, and J. R. Klein: *Megaton modular multipurpose neutrino detector for a program of physics in the homestake DUSEL*. 2003.

- [137] Bellefon, A. de *et al.*: *MEMPHYS: A Large scale water Cerenkov detector at Frejus*. 2006.
- [138] Bueno, A., Z. Dai, Y. Ge, M. Laffranchi, A. J. Melgarejo, A. Meregaglia, Sergio Navas, and A. Rubbia: *Nucleon decay searches with large liquid argon TPC detectors at shallow depths: Atmospheric neutrinos and cosmogenic backgrounds*. JHEP, 04:041, 2007.
- [139] Cline, David B.: *A Unique detector for proton decay and neutrino oscillations study (LANNDD) for a USA DUSEL*. In *Eleventh International Workshop on Neutrino Telescopes, Venezia, February 22-25, 2005*, pages 311–321, 2005.
- [140] Wurm, Michael *et al.*: *The next-generation liquid-scintillator neutrino observatory LENA*. Astropart. Phys., 35:685–732, 2012.
- [141] Giacomelli, G. and L. Patrizii: *Magnetic monopoles*. In *NATO Advanced Research Workshop on Cosmic Radation: From Astronomy to Particle Physics Oujda, Morocco, March 21-23, 2001*, 2001. <http://alice.cern.ch/format/showfull?sysnb=2286490>.
- [142] Hodges, Hardy M., Edward W. Kolb, and Michael S. Turner: *Parker Limit for Monopoles with Large Magnetic Charge*. Phys. Rev., D35:2024, 1987.
- [143] Giacomelli, G. and A. Margiotta: *The MACRO Experiment at Gran Sasso*. In *Charles Peck Fest Pasadena, California, January 21, 2005*, 2007. <https://inspirehep.net/record/755586/files/arXiv:0707.1691.pdf>.
- [144] Ambrosio, M. *et al.*: *Final results of magnetic monopole searches with the MACRO experiment*. Eur. Phys. J., C25:511–522, 2002.
- [145] Detrixhe, M. *et al.*: *Ultra-Relativistic Magnetic Monopole Search with the ANITA-II Balloon-borne Radio Interferometer*. Phys. Rev., D83:023513, 2011.
- [146] Abbasi, R. *et al.*: *Search for relativistic magnetic monopoles with the AMANDA-II neutrino telescope*. Eur. Phys. J., C69:361–378, 2010.

- [147] Bezrukov, Leonid B. *et al.*: *Search for superheavy magnetic monopoles in deep underwater experiments at Lake Baikal. (In Russian).* Sov. J. Nucl. Phys., 52:54–59, 1990. [Yad. Fiz.52,86(1990)].
- [148] Aartsen, M. G. *et al.*: *Search for non-relativistic Magnetic Monopoles with IceCube.* Eur. Phys. J., C74(7):2938, 2014.
- [149] Adrian-Martinez, S. *et al.*: *Search for Relativistic Magnetic Monopoles with the ANTARES Neutrino Telescope.* Astropart. Phys., 35:634–640, 2012.
- [150] Remoto, A.: *Latest results from NEMO-3 and status of SuperNEMO.* Nucl. Part. Phys. Proc., 265-266:67–69, 2015.
- [151] Anassontzis, E. G. *et al.*: *NESTOR: A status report.* Nucl. Phys. Proc. Suppl., 85:153–156, 2000.
- [152] Cabrera, Blas: *First Results from a Superconductive Detector for Moving Magnetic Monopoles.* Phys. Rev. Lett., 48:1378–1380, 1982.
- [153] Randall, Lisa and Csaba Csaki: *The Doublet - triplet splitting problem and Higgses as pseudoGoldstone bosons.* In *Supersymmetry and unification of fundamental interactions. Proceedings, International Workshop, SUSY 95, Palaiseau, France, May 15-19, 1995*, 1995.
- [154] Dimopoulos, S. and Frank Wilczek: *Incomplete Multiplets in Supersymmetric Unified Models.* 1981.
- [155] Yamashita, Toshifumi: *Doublet-Triplet Splitting in an $SU(5)$ Grand Unification.* Phys. Rev., D84:115016, 2011.
- [156] Bajc, Borut and Goran Senjanovic: *Seesaw at LHC.* JHEP, 08:014, 2007.
- [157] Bajc, Borut, Miha Nemevsek, and Goran Senjanovic: *Probing seesaw at LHC.* Phys. Rev., D76:055011, 2007.
- [158] Bajc, Borut and Goran Senjanovic: *Radiative seesaw: A Case for split supersymmetry.* Phys. Lett., B610:80–86, 2005.
- [159] Golfand, Yu. A. and E. P. Likhtman: *Extension of the Algebra of Poincare Group Generators and Violation of p Invariance.* JETP Lett., 13:323–326, 1971. [Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz.13,452(1971)].

- [160] Volkov, D. V. and V. P. Akulov: *Is the Neutrino a Goldstone Particle?* Phys. Lett., B46:109–110, 1973.
- [161] Wess, J. and B. Zumino: *Supergauge Transformations in Four-Dimensions*. Nucl. Phys., B70:39–50, 1974.
- [162] Kazakov, D. I.: *Beyond the standard model: In search of supersymmetry*. In *2000 European School of high-energy physics, Caramulo, Portugal, 20 Aug-2 Sep 2000: Proceedings*, pages 125–199, 2000. <http://alice.cern.ch/format/showfull?sysnb=2235897>.
- [163] Amaldi, Ugo, Wim de Boer, and Hermann Furstenau: *Comparison of grand unified theories with electroweak and strong coupling constants measured at LEP*. Phys. Lett., B260:447–455, 1991.
- [164] Antoniadis, Ignatios, C. Kounnas, and K. Tamvakis: *Simple Treatment of Threshold Effects*. Phys. Lett., B119:377–380, 1982.
- [165] Ellis, John R., J. S. Hagelin, Dimitri V. Nanopoulos, Keith A. Olive, and M. Srednicki: *Supersymmetric Relics from the Big Bang*. Nucl. Phys., B238:453–476, 1984.
- [166] Murayama, Hitoshi: *Supersymmetry phenomenology*. In *Particle physics. Proceedings, Summer School, Trieste, Italy, June 21-July 9, 1999*, pages 296–335, 2000. <http://alice.cern.ch/format/showfull?sysnb=2177492>.
- [167] Dimopoulos, Savas: *LHC, SSC and the universe*. Phys. Lett., B246:347–352, 1990.
- [168] Bertone, Gianfranco, Dan Hooper, and Joseph Silk: *Particle dark matter: Evidence, candidates and constraints*. Phys. Rept., 405:279–390, 2005.
- [169] Langacker, Paul: *The Physics of Heavy Z' Gauge Bosons*. Rev. Mod. Phys., 81:1199–1228, 2009.
- [170] Arnowitt, Richard L. and Pran Nath: *SUSY mass spectrum in $SU(5)$ supergravity grand unification*. Phys. Rev. Lett., 69:725–728, 1992.
- [171] Nath, Pran and Richard L. Arnowitt: *Radiative breaking, proton stability and the viability of no scale supergravity models*. Phys. Lett., B287:89–94, 1992.

- [172] Coleman, Sidney R. and J. Mandula: *All Possible Symmetries of the S Matrix*. Phys. Rev., 159:1251–1256, 1967.
- [173] Haag, Rudolf, Jan T. Lopuszanski, and Martin Sohnius: *All Possible Generators of Supersymmetries of the s Matrix*. Nucl. Phys., B88:257, 1975.
- [174] Salam, Abdus and J. A. Strathdee: *Supergauge Transformations*. Nucl. Phys., B76:477–482, 1974.
- [175] Ferrara, S., J. Wess, and B. Zumino: *Supergauge Multiplets and Superfields*. Phys. Lett., B51:239, 1974.
- [176] Salam, Abdus and J. A. Strathdee: *On Superfields and Fermi-Bose Symmetry*. Phys. Rev., D11:1521–1535, 1975.
- [177] Fayet, Pierre and J. Iliopoulos: *Spontaneously Broken Supergauge Symmetries and Goldstone Spinors*. Phys. Lett., B51:461–464, 1974.
- [178] Veltman, M. J. G.: *The Infrared - Ultraviolet Connection*. Acta Phys. Polon., B12:437, 1981.
- [179] Deshpande, Nilendra G., Robert J. Johnson, and Ernest Ma: *On the Uniqueness of Supersymmetry for the Cancellation of Quadratic Divergences*. Phys. Lett., B130:61, 1983.
- [180] Inami, Takeo, Hitoshi Nishino, and Satoshi Watamura: *Cancellation of Quadratic Divergences and Uniqueness of Softly Broken Supersymmetry*. Phys. Lett., B117:197, 1982.
- [181] Girardello, L. and Marcus T. Grisaru: *Soft Breaking of Supersymmetry*. Nucl. Phys., B194:65, 1982.
- [182] Witten, Edward: *Dynamical Breaking of Supersymmetry*. Nucl. Phys., B188:513, 1981.
- [183] Fayet, Pierre: *Supersymmetry and Weak, Electromagnetic and Strong Interactions*. Phys. Lett., B64:159, 1976.
- [184] Farrar, Glennys R. and Pierre Fayet: *Phenomenology of the Production, Decay, and Detection of New Hadronic States Associated with Supersymmetry*. Phys. Lett., B76:575–579, 1978.

- [185] Haber, Howard E. and Gordon L. Kane: *The Search for Supersymmetry: Probing Physics Beyond the Standard Model*. Phys. Rept., 117:75–263, 1985.
- [186] Weinberg, Steven: *Baryon and Lepton Nonconserving Processes*. Phys. Rev. Lett., 43:1566–1570, 1979.
- [187] Wilczek, Frank and A. Zee: *Operator Analysis of Nucleon Decay*. Phys. Rev. Lett., 43:1571–1573, 1979.
- [188] Weinberg, Steven: *Supersymmetry at Ordinary Energies. 1. Masses and Conservation Laws*. Phys. Rev., D26:287, 1982.
- [189] Sakai, N. and Tsutomu Yanagida: *Proton Decay in a Class of Supersymmetric Grand Unified Models*. Nucl. Phys., B197:533, 1982.
- [190] Ibanez, Luis E. and Graham G. Ross: *Discrete gauge symmetries and the origin of baryon and lepton number conservation in supersymmetric versions of the standard model*. Nucl. Phys., B368:3–37, 1992.
- [191] Ellis, John R., J. S. Hagelin, Dimitri V. Nanopoulos, and K. Tamvakis: *Weak Symmetry Breaking by Radiative Corrections in Broken Supergravity*. Phys. Lett., B125:275, 1983.
- [192] Ibanez, Luis E. and Graham G. Ross: *$SU(2)_L \times U(1)$ Symmetry Breaking as a Radiative Effect of Supersymmetry Breaking in Guts*. Phys. Lett., B110:215–220, 1982.
- [193] Inoue, Kenzo, Akira Kakuto, Hiromasa Komatsu, and Seiichiro Takeshita: *Aspects of Grand Unified Models with Softly Broken Supersymmetry*. Prog. Theor. Phys., 68:927, 1982. [Erratum: Prog. Theor. Phys. 70, 330 (1983)].
- [194] Diaz, Marco A. and Howard E. Haber: *One loop radiative corrections to the charged Higgs mass of the minimal supersymmetric model*. Phys. Rev., D45:4246–4260, 1992.
- [195] Ellis, John R., Giovanni Ridolfi, and Fabio Zwirner: *Radiative corrections to the masses of supersymmetric Higgs bosons*. Phys. Lett., B257:83–91, 1991.
- [196] Ellis, John R., Giovanni Ridolfi, and Fabio Zwirner: *On radiative corrections to supersymmetric Higgs boson masses and their implications for LEP searches*. Phys. Lett., B262:477–484, 1991.

- [197] Okada, Yasuhiro, Masahiro Yamaguchi, and Tsutomu Yanagida: *Upper bound of the lightest Higgs boson mass in the minimal supersymmetric standard model*. Prog. Theor. Phys., 85:1–6, 1991.
- [198] Haber, Howard E. and Ralf Hempfling: *Can the mass of the lightest Higgs boson of the minimal supersymmetric model be larger than $m(Z)$?* Phys. Rev. Lett., 66:1815–1818, 1991.
- [199] Brignole, Andrea: *Radiative corrections to the supersymmetric charged Higgs boson mass*. Phys. Lett., B277:313–323, 1992.
- [200] Brignole, Andrea: *Radiative corrections to the supersymmetric neutral Higgs boson masses*. Phys. Lett., B281:284–294, 1992.
- [201] Drees, Manuel and Mihoko M. Nojiri: *One loop corrections to the Higgs sector in minimal supergravity models*. Phys. Rev., D45:2482–2492, 1992.
- [202] Bechtle, P., S. Heinemeyer, O. Stal, T. Stefaniak, G. Weiglein, and L. Zeune: *MSSM Interpretations of the LHC Discovery: Light or Heavy Higgs?* Eur. Phys. J., C73(4):2354, 2013.
- [203] Carena, M., S. Heinemeyer, O. Stål, C. E. M. Wagner, and G. Weiglein: *MSSM Higgs Boson Searches at the LHC: Benchmark Scenarios after the Discovery of a Higgs-like Particle*. Eur. Phys. J., C73(9):2552, 2013.
- [204] Giudice, Gian F. and Alessandro Strumia: *Probing High-Scale and Split Supersymmetry with Higgs Mass Measurements*. Nucl. Phys., B858:63–83, 2012.
- [205] Arvanitaki, Asimina, Nathaniel Craig, Savas Dimopoulos, and Giovanni Villadoro: *Mini-Split*. JHEP, 02:126, 2013.
- [206] Arkani-Hamed, Nima, Arpit Gupta, David E. Kaplan, Neal Weiner, and Tom Zorawski: *Simply Unnatural Supersymmetry*. 2012.
- [207] Khalil, Shaaban: *CP violation in supersymmetric theories*. Int. J. Mod. Phys., A18:1697–1732, 2003.
- [208] Chamseddine, Ali H., Richard L. Arnowitt, and Pran Nath: *Locally Supersymmetric Grand Unification*. Phys. Rev. Lett., 49:970, 1982.

- [209] Cremmer, E., S. Ferrara, L. Girardello, and Antoine Van Proeyen: *Yang-Mills Theories with Local Supersymmetry: Lagrangian, Transformation Laws and SuperHiggs Effect*. Nucl. Phys., B212:413, 1983.
- [210] Goldberg, H.: *Constraint on the Photino Mass from Cosmology*. Phys. Rev. Lett., 50:1419, 1983. [Erratum: Phys. Rev. Lett.103,099905(2009)].
- [211] Jungman, Gerard, Marc Kamionkowski, and Kim Griest: *Supersymmetric dark matter*. Phys. Rept., 267:195–373, 1996.
- [212] Dimopoulos, S., S. Raby, and Frank Wilczek: *Supersymmetry and the Scale of Unification*. Phys. Rev., D24:1681–1683, 1981.
- [213] Gabbiani, F., E. Gabrielli, A. Masiero, and L. Silvestrini: *A Complete analysis of FCNC and CP constraints in general SUSY extensions of the standard model*. Nucl. Phys., B477:321–352, 1996.
- [214] Ramsey-Musolf, M. J. and S. Su: *Low Energy Precision Test of Supersymmetry*. Phys. Rept., 456:1–88, 2008.
- [215] Carena, M., A. Menon, and C. E. M. Wagner: *Minimal Flavor Violation and the Scale of Supersymmetry Breaking*. Phys. Rev., D79:075025, 2009.
- [216] Jager, Sebastian: *Supersymmetry beyond minimal flavour violation*. Eur. Phys. J., C59:497–520, 2009.
- [217] Altmannshofer, Wolfgang, Andrzej J. Buras, Stefania Gori, Paride Paradisi, and David M. Straub: *Anatomy and Phenomenology of FCNC and CPV Effects in SUSY Theories*. Nucl. Phys., B830:17–94, 2010.
- [218] Dimopoulos, Savas and David W. Sutter: *The Supersymmetric flavor problem*. Nucl. Phys., B452:496–512, 1995.
- [219] Giudice, G. F. and R. Rattazzi: *Theories with gauge mediated supersymmetry breaking*. Phys. Rept., 322:419–499, 1999.
- [220] Shadmi, Yael and Yuri Shirman: *Dynamical supersymmetry breaking*. Rev. Mod. Phys., 72:25–64, 2000.
- [221] Randall, Lisa and Raman Sundrum: *Out of this world supersymmetry breaking*. Nucl. Phys., B557:79–118, 1999.

- [222] Giudice, Gian F., Markus A. Luty, Hitoshi Murayama, and Riccardo Rattazzi: *Gaugino mass without singlets*. JHEP, 12:027, 1998.
- [223] Rattazzi, Riccardo, Alessandro Strumia, and James D. Wells: *Phenomenology of deflected anomaly mediation*. Nucl. Phys., B576:3–28, 2000.
- [224] Kaplan, D. Elazzar, Graham D. Kribs, and Martin Schmaltz: *Supersymmetry breaking through transparent extra dimensions*. Phys. Rev., D62:035010, 2000.
- [225] Schmaltz, Martin and Witold Skiba: *Minimal gaugino mediation*. Phys. Rev., D62:095005, 2000.
- [226] Chacko, Z., Markus A. Luty, Ann E. Nelson, and Eduardo Ponton: *Gaugino mediated supersymmetry breaking*. JHEP, 01:003, 2000.
- [227] Dine, Michael, Robert G. Leigh, and Alex Kagan: *Flavor symmetries and the problem of squark degeneracy*. Phys. Rev., D48:4269–4274, 1993.
- [228] Pouliot, Philippe and Nathan Seiberg: *(S)quark masses and nonAbelian horizontal symmetries*. Phys. Lett., B318:169–173, 1993.
- [229] Kaplan, David B. and Martin Schmaltz: *Flavor unification and discrete non-Abelian symmetries*. Phys. Rev., D49:3741–3750, 1994.
- [230] Hall, Lawrence J. and Hitoshi Murayama: *A Geometry of the generations*. Phys. Rev. Lett., 75:3985–3988, 1995.
- [231] Pomarol, Alex and Daniele Tommasini: *Horizontal symmetries for the supersymmetric flavor problem*. Nucl. Phys., B466:3–24, 1996.
- [232] Barbieri, Riccardo, G. R. Dvali, and Lawrence J. Hall: *Predictions from a $U(2)$ flavor symmetry in supersymmetric theories*. Phys. Lett., B377:76–82, 1996.
- [233] Barbieri, Riccardo, Lawrence J. Hall, Stuart Raby, and Andrea Romanino: *Unified theories with $U(2)$ flavor symmetry*. Nucl. Phys., B493:3–26, 1997.
- [234] Nir, Yosef and Nathan Seiberg: *Should squarks be degenerate?* Phys. Lett., B309:337–343, 1993.

- [235] Dine, Michael, Alex Kagan, and Stuart Samuel: *Naturalness in Supersymmetry, or Raising the Supersymmetry Breaking Scale*. Phys. Lett., B243:250–256, 1990.
- [236] Cohen, Andrew G., D. B. Kaplan, and A. E. Nelson: *The More minimal supersymmetric standard model*. Phys. Lett., B388:588–598, 1996.
- [237] Arkani-Hamed, Nima and Hitoshi Murayama: *Can the supersymmetric flavor problem decouple?* Phys. Rev., D56:6733–6737, 1997.
- [238] Hisano, J., Kiichi Kurosawa, and Yasunori Nomura: *Large squark and slepton masses for the first two generations in the anomalous $U(1)$ SUSY breaking models*. Phys. Lett., B445:316–322, 1999.
- [239] Feng, Jonathan L., Christopher F. Kolda, and Nir Polonsky: *Solving the supersymmetric flavor problem with radiatively generated mass hierarchies*. Nucl. Phys., B546:3–18, 1999.
- [240] Bagger, Jonathan, Jonathan L. Feng, and Nir Polonsky: *Naturally heavy scalars in supersymmetric grand unified theories*. Nucl. Phys., B563:3–20, 1999.
- [241] Feng, Jonathan L., Konstantin T. Matchev, and Takeo Moroi: *Focus points and naturalness in supersymmetry*. Phys. Rev., D61:075005, 2000.
- [242] Bagger, Jonathan A., Jonathan L. Feng, Nir Polonsky, and Ren Jie Zhang: *Superheavy supersymmetry from scalar mass: A parameter fixed points*. Phys. Lett., B473:264–271, 2000.
- [243] Dimopoulos, Savas and Howard Georgi: *Softly Broken Supersymmetry and $SU(5)$* . Nucl. Phys., B193:150, 1981.
- [244] Sakai, N.: *Naturalness in Supersymmetric Guts*. Z. Phys., C11:153, 1981.
- [245] Choi, Kiwoon, Kwang Sik Jeong, and Ken Ichi Okumura: *Flavor and CP conserving moduli mediated SUSY breaking in flux compactification*. JHEP, 07:047, 2008.
- [246] Kaplan, David Elazzar and Graham D. Kribs: *Gaugino-assisted anomaly mediation*. JHEP, 09:048, 2000.

- [247] Nelson, Ann E. and Matthew J. Strassler: *Suppressing flavor anarchy*. JHEP, 09:030, 2000.
- [248] Kobayashi, Tatsuo and Haruhiko Terao: *Sfermion masses in Nelson-Strassler type of models: SUSY standard models coupled with SCFTs*. Phys. Rev., D64:075003, 2001.
- [249] Dugan, M., Benjamin Grinstein, and Lawrence J. Hall: *CP Violation in the Minimal N=1 Supergravity Theory*. Nucl. Phys., B255:413, 1985.
- [250] Buchmuller, W. and D. Wyler: *CP Violation and R Invariance in Supersymmetric Models of Strong and Electroweak Interactions*. Phys. Lett., B121:321, 1983. [,277(1982)].
- [251] Polchinski, Joseph and Mark B. Wise: *The Electric Dipole Moment of the Neutron in Low-Energy Supergravity*. Phys. Lett., B125:393, 1983.
- [252] Fischler, Willy, Sonia Paban, and Scott D. Thomas: *Bounds on microscopic physics from P and T violation in atoms and molecules*. Phys. Lett., B289:373–380, 1992.
- [253] Ellis, John R. and Ricardo A. Flores: *Implications of the strange spin of the nucleon for the neutron electric dipole moment in supersymmetric theories*. Phys. Lett., B377:83–88, 1996.
- [254] Barr, Stephen M.: *A Review of CP violation in atoms*. Int. J. Mod. Phys., A8:209–236, 1993.
- [255] Ibrahim, Tarek and Pran Nath: *The Neutron and the lepton EDMs in MSSM, large CP violating phases, and the cancellation mechanism*. Phys. Rev., D58:111301, 1998. [Erratum: Phys. Rev.D60,099902(1999)].
- [256] Brhlik, Michal, Gerald J. Good, and Gordon L. Kane: *Electric dipole moments do not require the CP violating phases of supersymmetry to be small*. Phys. Rev., D59:115004, 1999.
- [257] Barger, Vernon D., T. Falk, Tao Han, J. Jiang, T. Li, and T. Plehn: *CP violating phases in SUSY, electric dipole moments, and linear colliders*. Phys. Rev., D64:056007, 2001.

- [258] Abel, S., S. Khalil, and O. Lebedev: *EDM constraints in supersymmetric theories*. Nucl. Phys., B606:151–182, 2001.
- [259] Olive, Keith A., Maxim Pospelov, Adam Ritz, and Yudi Santoso: *CP-odd phase correlations and electric dipole moments*. Phys. Rev., D72:075001, 2005.
- [260] Giudice, G. F. and A. Romanino: *Electric dipole moments in split supersymmetry*. Phys. Lett., B634:307–314, 2006.
- [261] Pospelov, Maxim and Adam Ritz: *Electric dipole moments as probes of new physics*. Annals Phys., 318:119–169, 2005.
- [262] Grossman, Yuval, Yosef Nir, and Riccardo Rattazzi: *CP violation beyond the standard model*. Adv. Ser. Direct. High Energy Phys., 15:755–794, 1998.
- [263] Dimopoulos, Savas and Scott D. Thomas: *Dynamical relaxation of the supersymmetric CP violating phases*. Nucl. Phys., B465:23–33, 1996.
- [264] Dine, Michael, Ann E. Nelson, and Yuri Shirman: *Low-energy dynamical supersymmetry breaking simplified*. Phys. Rev., D51:1362–1370, 1995.
- [265] Dine, Michael, Yosef Nir, and Yuri Shirman: *Variations on minimal gauge mediated supersymmetry breaking*. Phys. Rev., D55:1501–1508, 1997.
- [266] Barbieri, Riccardo, S. Ferrara, and Carlos A. Savoy: *Gauge Models with Spontaneously Broken Local Supersymmetry*. Phys. Lett., B119:343, 1982.
- [267] Ellis, John R., C. Kounnas, and Dimitri V. Nanopoulos: *No Scale Supersymmetric Guts*. Nucl. Phys., B247:373–395, 1984.
- [268] Lanzagorta, Marco and Graham G. Ross: *Infrared fixed point structure of soft supersymmetry breaking mass terms*. Phys. Lett., B364:163–174, 1995.
- [269] Kaplunovsky, Vadim S. and Jan Louis: *Model independent analysis of soft terms in effective supergravity and in string theory*. Phys. Lett., B306:269–275, 1993.
- [270] Barbieri, Riccardo, Jan Louis, and Mauro Moretti: *Phenomenological implications of supersymmetry breaking by the dilaton*. Phys. Lett., B312:451–460, 1993. [Erratum: Phys. Lett.B316,632(1993)].

- [271] Jarlskog, C.: *Commutator of the Quark Mass Matrices in the Standard Electroweak Model and a Measure of Maximal CP Violation*. Phys. Rev. Lett., 55:1039, 1985.
- [272] Leurer, Miriam, Yosef Nir, and Nathan Seiberg: *Mass matrix models: The Sequel*. Nucl. Phys., B420:468–504, 1994.
- [273] Chivukula, R. Sekhar and Howard Georgi: *Composite Technicolor Standard Model*. Phys. Lett., B188:99, 1987.
- [274] Hall, L. J. and Lisa Randall: *Weak scale effective supersymmetry*. Phys. Rev. Lett., 65:2939–2942, 1990.
- [275] Buras, A. J., P. Gambino, M. Gorbahn, S. Jager, and L. Silvestrini: *Universal unitarity triangle and physics beyond the standard model*. Phys. Lett., B500:161–167, 2001.
- [276] D’Ambrosio, G., G. F. Giudice, G. Isidori, and A. Strumia: *Minimal flavor violation: An Effective field theory approach*. Nucl. Phys., B645:155–187, 2002.
- [277] Paradisi, Paride and David M. Straub: *The SUSY CP Problem and the MFV Principle*. Phys. Lett., B684:147–153, 2010.
- [278] Colangelo, Gilberto, Emanuel Nikolidakis, and Christopher Smith: *Supersymmetric models with minimal flavour violation and their running*. Eur. Phys. J., C59:75–98, 2009.
- [279] Mercolli, Lorenzo and Christopher Smith: *EDM constraints on flavored CP-violating phases*. Nucl. Phys., B817:1–24, 2009.
- [280] Ibrahim, Tarek and Pran Nath: *CP Violation From Standard Model to Strings*. Rev. Mod. Phys., 80:577–631, 2008.
- [281] Kizukuri, Yoshiki and Noriyuki Oshimo: *The Neutron and electron electric dipole moments in supersymmetric theories*. Phys. Rev., D46:3025–3033, 1992.
- [282] Nath, Pran: *CP Violation via electroweak gauginos and the electric dipole moment of the electron*. Phys. Rev. Lett., 66:2565–2568, 1991.

- [283] Chattopadhyay, Utpal, Tarek Ibrahim, and D. P. Roy: *Electron and neutron electric dipole moments in the focus point scenario of SUGRA model*. Phys. Rev., D64:013004, 2001.
- [284] Ibrahim, Tarek: *Mixing of the CP even and the CP odd Higgs bosons and the EDM constraints*. Phys. Rev., D64:035009, 2001.
- [285] Ibrahim, Tarek and Pran Nath: *The Chromoelectric and purely gluonic operator contributions to the neutron electric dipole moment in N=1 supergravity*. Phys. Lett., B418:98–106, 1998.
- [286] Ibrahim, Tarek and Pran Nath: *The Neutron and the electron electric dipole moment in N=1 supergravity unification*. Phys. Rev., D57:478–488, 1998. [Erratum: Phys. Rev.D60,119901(1999)].
- [287] Ibrahim, Tarek and Pran Nath: *Large CP phases and the cancellation mechanism in EDMs in SUSY, string and brane models*. Phys. Rev., D61:093004, 2000.
- [288] Kim, Jihn E. and Hans Peter Nilles: *The mu Problem and the Strong CP Problem*. Phys. Lett., B138:150, 1984.
- [289] Giudice, G. F. and A. Masiero: *A Natural Solution to the mu Problem in Supergravity Theories*. Phys. Lett., B206:480–484, 1988.
- [290] Chun, E. J., Jihn E. Kim, and Hans Peter Nilles: *A Natural solution of the mu problem with a composite axion in the hidden sector*. Nucl. Phys., B370:105–122, 1992.
- [291] Antoniadis, Ignatios, E. Gava, K. S. Narain, and T. R. Taylor: *Effective mu term in superstring theory*. Nucl. Phys., B432:187–204, 1994.
- [292] Casas, J. A. and C. Munoz: *A Natural solution to the mu problem*. Phys. Lett., B306:288–294, 1993.
- [293] Matsuda, Tomohiro: *A Natural solution to the mu problem in dynamical supergravity model*. Phys. Rev., D58:035004, 1998.
- [294] Barger, Vernon, Paul Langacker, Hye Sung Lee, and Gabe Shaughnessy: *Higgs Sector in Extensions of the MSSM*. Phys. Rev., D73:115010, 2006.

- [295] Bastero-Gil, M., C. Hugonie, S. F. King, D. P. Roy, and S. Vempati: *Does LEP prefer the NMSSM?* Phys. Lett., B489:359–366, 2000.
- [296] Gouvea, Andre de, Alexander Friedland, and Hitoshi Murayama: *Next-to-minimal supersymmetric standard model with the gauge mediation of supersymmetry breaking.* Phys. Rev., D57:5676–5696, 1998.
- [297] Panagiotakopoulos, C. and K. Tamvakis: *New minimal extension of MSSM.* Phys. Lett., B469:145–148, 1999.
- [298] Cvetič, Mirjam, Durmus A. Demir, J. R. Espinosa, L. L. Everett, and P. Langacker: *Electroweak breaking and the mu problem in supergravity models with an additional $U(1)$.* Phys. Rev., D56:2861, 1997. [Erratum: Phys. Rev.D58,119905(1998)].
- [299] Langacker, Paul and Jing Wang: *$U(1)$ -prime symmetry breaking in supersymmetric $E(6)$ models.* Phys. Rev., D58:115010, 1998.
- [300] Erler, Jens, Paul Langacker, and Tian jun Li: *The $Z - Z'$ mass hierarchy in a supersymmetric model with a secluded $U(1)$ -prime breaking sector.* Phys. Rev., D66:015002, 2002.
- [301] Friedland, Alexander, Hitoshi Murayama, and Maxim Perelstein: *Domain walls as dark energy.* Phys. Rev., D67:043519, 2003.
- [302] Pearson, Jonathan A.: *Charge, domain walls and dark energy.* In *Proceedings, 45th Rencontres de Moriond on Cosmology*, 2010. <https://inspirehep.net/record/872944/files/arXiv:1010.3195.pdf>.
- [303] Abel, S. A., Subir Sarkar, and P. L. White: *On the cosmological domain wall problem for the minimally extended supersymmetric standard model.* Nucl. Phys., B454:663–684, 1995.
- [304] Bagger, Jonathan, Erich Poppitz, and Lisa Randall: *Destabilizing divergences in supergravity theories at two loops.* Nucl. Phys., B455:59–82, 1995.
- [305] Panagiotakopoulos, C. and K. Tamvakis: *Stabilized NMSSM without domain walls.* Phys. Lett., B446:224–227, 1999.

- [306] Panagiotakopoulos, C. and A. Pilaftsis: *Higgs scalars in the minimal non-minimal supersymmetric standard model*. Phys. Rev., D63:055003, 2001.
- [307] Dedes, A., C. Hugonie, S. Moretti, and K. Tamvakis: *Phenomenology of a new minimal supersymmetric extension of the standard model*. Phys. Rev., D63:055009, 2001.
- [308] Hewett, JoAnne L. and Thomas G. Rizzo: *Low-Energy Phenomenology of Superstring Inspired $E(6)$ Models*. Phys. Rept., 183:193, 1989.
- [309] Masip, Manuel and Alex Pomarol: *Effects of SM Kaluza-Klein excitations on electroweak observables*. Phys. Rev., D60:096005, 1999.
- [310] Cvetič, Mirjam and Paul Langacker: *Implications of Abelian extended gauge structures from string models*. Phys. Rev., D54:3570–3579, 1996.
- [311] Arkani-Hamed, Nima, Andrew G. Cohen, and Howard Georgi: *Electroweak symmetry breaking from dimensional deconstruction*. Phys. Lett., B513:232–240, 2001.
- [312] Arkani-Hamed, N., A. G. Cohen, E. Katz, and A. E. Nelson: *The Littlest Higgs*. JHEP, 07:034, 2002.
- [313] Han, Tao, Heather E. Logan, Bob McElrath, and Lian Tao Wang: *Phenomenology of the little Higgs model*. Phys. Rev., D67:095004, 2003.
- [314] Hill, Christopher T. and Elizabeth H. Simmons: *Strong dynamics and electroweak symmetry breaking*. Phys. Rept., 381:235–402, 2003. [Erratum: Phys. Rept.390,553(2004)].
- [315] Stueckelberg, E. C. G.: *Interaction energy in electrodynamics and in the field theory of nuclear forces*. Helv. Phys. Acta, 11:225–244, 1938.
- [316] Kors, Boris and Pran Nath: *A Stueckelberg extension of the standard model*. Phys. Lett., B586:366–372, 2004.
- [317] Kors, Boris and Pran Nath: *A Supersymmetric Stueckelberg $U(1)$ extension of the MSSM*. JHEP, 12:005, 2004.
- [318] King, S. F., S. Moretti, and R. Nevzorov: *Theory and phenomenology of an exceptional supersymmetric standard model*. Phys. Rev., D73:035009, 2006.

- [319] King, S. F., S. Moretti, and R. Nevzorov: *Exceptional supersymmetric standard model*. Phys. Lett., B634:278–284, 2006.
- [320] Tavartkiladze, Zurab: *SUSY $SU(6)$ GUT without gauge hierarchy problem*. Phys. Lett., B392:360–364, 1997.
- [321] Berezhiani, Zurab: *SUSY $SU(6)$ GIFT for doublet-triplet splitting and fermion masses*. Phys. Lett., B355:481–491, 1995.
- [322] Gogoladze, Ilya: *$SU(7)$ SUSY GUTs with a natural intermediate scale*. 1996.
- [323] Chkareuli, J. L., C. D. Froggatt, I. G. Gogoladze, and A. B. Kobakhidze: *From prototype $SU(5)$ to realistic $SU(7)$ SUSY GUT*. Nucl. Phys., B594:23–45, 2001.
- [324] Jiang, Jing, Tianjun Li, Dimitri V. Nanopoulos, and Dan Xie: *Flipped $SU(5) \times U(1)(X)$ Models from F -Theory*. Nucl. Phys., B830:195–220, 2010.
- [325] Li, Tianjun, James A. Maxin, Dimitri V. Nanopoulos, and Joel W. Walker: *Dark Matter, Proton Decay and Other Phenomenological Constraints in $\mathcal{F}$ - $SU(5)$* . Nucl. Phys., B848:314–331, 2011.
- [326] Li, Tianjun, James A. Maxin, Dimitri V. Nanopoulos, and Joel W. Walker: *The Golden Point of No-Scale and No-Parameter $\mathcal{F}$ - $SU(5)$* . Phys. Rev., D83:056015, 2011.
- [327] Li, Tianjun, James A. Maxin, Dimitri V. Nanopoulos, and Joel W. Walker: *The Golden Strip of Correlated Top Quark, Gaugino, and Vectorlike Mass In No-Scale, No-Parameter $\mathcal{F}$ - $SU(5)$* . Phys. Lett., B699:164–168, 2011.
- [328] Kobakhidze, A.: *On the possible solution of the doublet - triplet splitting problem in extended $SU(N_c=8)$ SUSY GUTs*. Phys. Lett., B391:335–340, 1997.
- [329] Mohapatra, R. N.: *Supersymmetric grand unification: An Update*. In *Particle physics. Proceedings, Summer School, Trieste, Italy, June 21-July 9, 1999*, pages 336–394, 1999. <http://alice.cern.ch/format/showfull?sysnb=0333836>.

- [330] Hisano, J., H. Murayama, and T. Yanagida: *Nucleon decay in the minimal supersymmetric $SU(5)$ grand unification*. Nucl. Phys., B402:46–84, 1993.
- [331] Murayama, Hitoshi and Aaron Pierce: *Not even decoupling can save minimal supersymmetric $SU(5)$* . Phys. Rev., D65:055009, 2002.
- [332] Fileviez Perez, Pavel: *Fermion mixings versus $d = 6$ proton decay*. Phys. Lett., B595:476–483, 2004.
- [333] Dorsner, Ilja, Pavel Fileviez Perez, and German Rodrigo: *On unification and nucleon decay in supersymmetric grand unified theories based on $SU(5)$* . Phys. Lett., B649:197–205, 2007.
- [334] Clark, T. E., Tzee Ke Kuo, and N. Nakagawa: *A $SO(10)$ SUPERSYMMETRIC GRAND UNIFIED THEORY*. Phys. Lett., B115:26, 1982.
- [335] Aulakh, C. S. and Rabindra N. Mohapatra: *Implications of Supersymmetric $SO(10)$ Grand Unification*. Phys. Rev., D28:217, 1983.
- [336] Aulakh, Charanjit S.: *New Minimal $SO(10)$ GUT : A Theory for All Epochs*. In *Proceedings, International Workshop on Unification and Cosmology after Higgs Discovery and BICEP2*, 2015. <https://inspirehep.net/record/1377212/files/arXiv:1506.05850.pdf>.
- [337] Babu, K. S. and R. N. Mohapatra: *Predictive neutrino spectrum in minimal $SO(10)$ grand unification*. Phys. Rev. Lett., 70:2845–2848, 1993.
- [338] Oda, Kin ya, Eiichi Takasugi, Minoru Tanaka, and Masaki Yoshimura: *Unified explanation of quark and lepton masses and mixings in the supersymmetric $SO(10)$ model*. Phys. Rev., D59:055001, 1999.
- [339] Matsuda, K., Y. Koide, T. Fukuyama, and H. Nishiura: *How far can the $SO(10)$ two Higgs model describe the observed neutrino masses and mixings?* Phys. Rev., D65:033008, 2002. [Erratum: Phys. Rev.D65,079904(2002)].
- [340] Goh, H. S., R. N. Mohapatra, and Siew Phang Ng: *Minimal SUSY $SO(10)$, b tau unification and large neutrino mixings*. Phys. Lett., B570:215–221, 2003.
- [341] Goh, H. S., R. N. Mohapatra, and Siew Phang Ng: *Minimal SUSY $SO(10)$ model and predictions for neutrino mixings and leptonic CP violation*. Phys. Rev., D68:115008, 2003.

- [342] Aulakh, Charanjit S., Borut Bajc, Alejandra Melfo, Andrija Rasin, and Goran Senjanovic: *SO(10) theory of R-parity and neutrino mass*. Nucl. Phys., B597:89–109, 2001.
- [343] Bajc, Borut, Goran Senjanovic, and Francesco Vissani: *Probing the nature of the seesaw in renormalizable SO(10)*. Phys. Rev., D70:093002, 2004.
- [344] Bajc, Borut, Goran Senjanovic, and Francesco Vissani: *b - tau unification and large atmospheric mixing: A Case for noncanonical seesaw*. Phys. Rev. Lett., 90:051802, 2003.
- [345] Bajc, Borut, Goran Senjanovic, and Francesco Vissani: *How neutrino and charged fermion masses are connected within minimal supersymmetric SO(10)*. PoS, HEP2001:198, 2001.
- [346] Fukuyama, Takeshi, Amon Ilakovac, Tatsuru Kikuchi, Stjepan Meljanac, and Nobuchika Okada: *General formulation for proton decay rate in minimal supersymmetric SO(10) GUT*. Eur. Phys. J., C42:191–203, 2005.
- [347] Dutta, Bhaskar, Yukihiro Mimura, and R. N. Mohapatra: *Suppressing proton decay in the minimal SO(10) model*. Phys. Rev. Lett., 94:091804, 2005.
- [348] Aulakh, Charanjit S., Alejandra Melfo, Andrija Rasin, and Goran Senjanovic: *Seesaw and supersymmetry or exact R-parity*. Phys. Lett., B459:557–562, 1999.
- [349] Aulakh, Charanjit S., Karim Benakli, and Goran Senjanovic: *Reconciling supersymmetry and left-right symmetry*. Phys. Rev. Lett., 79:2188–2191, 1997.
- [350] Fukugita, M. and T. Yanagida: *Baryogenesis Without Grand Unification*. Phys. Lett., B174:45, 1986.
- [351] Kane, Gordon L.: *Modern Elementary Particle Physics*. Redwood City, USA: Addison-Wesley (1987) 344 P. (The Advanced Book Program), 1987.
- [352] De Jesus, Maryvonne: *WIMP / neutralino direct detection*. Int. J. Mod. Phys., A19:1142, 2004.

- [353] Desai, S. *et al.*: *Search for dark matter WIMPs using upward through-going muons in Super-Kamiokande*. Phys. Rev., D70:083523, 2004. [Erratum: Phys. Rev.D70,109901(2004)].
- [354] Grivaz, J. F.: *Supersymmetry, Part II (Experiment)*. 2008.
- [355] Baer, Howard, Vernon Barger, Peisi Huang, and Xerxes Tata: *Natural Supersymmetry: LHC, dark matter and ILC searches*. JHEP, 05:109, 2012.
- [356] Bayatian, G. L. *et al.*: *CMS technical design report, volume II: Physics performance*. J. Phys., G34:995–1579, 2007.
- [357] Kane, Gordon L., Christopher F. Kolda, Leszek Roszkowski, and James D. Wells: *Study of constrained minimal supersymmetry*. Phys. Rev., D49:6173–6210, 1994.
- [358] Strumia, Alessandro: *The Fine-tuning price of the early LHC*. JHEP, 04:073, 2011.
- [359] Barbieri, Riccardo and Alessandro Strumia: *Relating m (Higgs) to m (SUSY) by a loop factor*. Phys. Lett., B490:247–250, 2000.
- [360] Djouadi, Abdelhak, Jean Loic Kneur, and Gilbert Moultaka: *SuSpect: A Fortran code for the supersymmetric and Higgs particle spectrum in the MSSM*. Comput. Phys. Commun., 176:426–455, 2007.
- [361] Baer, Howard, Frank E. Paige, Serban D. Protopopescu, and Xerxes Tata: *Simulating Supersymmetry with ISAJET 7.0 / ISASUSY 1.0*. In *Workshop on Physics at Current Accelerators and the Supercollider Argonne, Illinois, June 2-5, 1993*, 1993. http://lss.fnal.gov/cgi-bin/find_paper.pl?other/ssc/sscl-preprint-441.
- [362] Barnett, R. Michael, Howard E. Haber, and Gordon L. Kane: *Supersymmetry: Lost Or Found?* Nucl. Phys., B267:625, 1986.
- [363] Baer, Howard, Debra Karatas, and Xerxes Tata: *On the Squark and Gluino Mass Limits From the CERN $p\bar{p}$ Collider*. Phys. Lett., B183:220, 1987.
- [364] Alwall, Johan, Philip Schuster, and Natalia Toro: *Simplified Models for a First Characterization of New Physics at the LHC*. Phys. Rev., D79:075020, 2009.

- [365] Alwall, Johan, My Phuong Le, Mariangela Lisanti, and Jay G. Wacker: *Model-Independent Jets plus Missing Energy Searches*. Phys. Rev., D79:015005, 2009.
- [366] Abazov, V. M. *et al.*: *Search for squarks and gluinos in events with jets and missing transverse energy using 2.1 fb^{-1} of $p\bar{p}$ collision data at $\sqrt{s} = 1.96 \text{ TeV}$* . Phys. Lett., B660:449–457, 2008.
- [367] Aaltonen, T. *et al.*: *Inclusive Search for Squark and Gluino Production in $p\bar{p}$ Collisions at $\sqrt{s} = 1.96 \text{ TeV}$* . Phys. Rev. Lett., 102:121801, 2009.
- [368] Collaboration, ATLAS: *Physics Summary Plots*. https://twiki.cern.ch/twiki/bin/view/AtlasPublic/SupersymmetryPublicResults#First_control_region_plots_with.
- [369] Collaboration, CMS: *Physics Summary Plots*. <https://twiki.cern.ch/twiki/bin/view/CMSPublic/PhysicsResultsSUS>.
- [370] collaboration, ATLAS: *Search for direct-slepton and direct-chargino production in final states with two opposite-sign leptons, missing transverse momentum and no jets in 20 fb^{-1} of pp collisions at $\sqrt{s} = 8 \text{ TeV}$ with the ATLAS detector*. 2013.
- [371] Collaboration, CMS: *Search for electroweak production of charginos, neutralinos, and sleptons using leptonic final states in pp collisions at 8 TeV* . 2013.
- [372] Dorsner, Ilja, Pavel Fileviez Perez, and Ricardo Gonzalez Felipe: *Phenomenological and cosmological aspects of a minimal GUT scenario*. Nucl. Phys., B747:312–327, 2006.
- [373] Georgi, Howard and A. Pais: *Calculability and Naturalness in Gauge Theories*. Phys. Rev., D10:539, 1974.
- [374] Georgi, Howard and A. Pais: *Vacuum Symmetry and the PseudoGoldstone Phenomenon*. Phys. Rev., D12:508, 1975.
- [375] Perelstein, Maxim: *Little Higgs models and their phenomenology*. Prog. Part. Nucl. Phys., 58:247–291, 2007.

- [376] Birkedal-Hansen, Andreas and Jay G. Wacker: *Scalar dark matter from theory space*. Phys. Rev., D69:065022, 2004.
- [377] Burdman, Gustavo: *New solutions to the hierarchy problem*. Braz. J. Phys., 37:506–513, 2007.
- [378] Arkani-Hamed, Nima, Savas Dimopoulos, and G. R. Dvali: *The Hierarchy problem and new dimensions at a millimeter*. Phys. Lett., B429:263–272, 1998.
- [379] Arkani-Hamed, Nima, Savas Dimopoulos, and G. R. Dvali: *Phenomenology, astrophysics and cosmology of theories with submillimeter dimensions and TeV scale quantum gravity*. Phys. Rev., D59:086004, 1999.
- [380] Appelquist, Thomas, Hsin Chia Cheng, and Bogdan A. Dobrescu: *Bounds on universal extra dimensions*. Phys. Rev., D64:035002, 2001.
- [381] Randall, Lisa and Raman Sundrum: *A Large mass hierarchy from a small extra dimension*. Phys. Rev. Lett., 83:3370–3373, 1999.
- [382] Graham, Peter W., David E. Kaplan, and Surjeet Rajendran: *Cosmological Relaxation of the Electroweak Scale*. Phys. Rev. Lett., 115(22):221801, 2015.
- [383] Jaeckel, Joerg, Viraf M. Mehta, and Lukas T. Witkowski: *Musings on cosmological relaxation and the hierarchy problem*. 2015.
- [384] Goto, Toru and Takeshi Nihei: *Effect of RRRR dimension five operator on the proton decay in the minimal SU(5) SUGRA GUT model*. Phys. Rev., D59:115009, 1999.
- [385] Buchmuller, W. and M. Plumacher: *Baryon asymmetry of the universe and lepton mixing*. In *Phase transitions in cosmology. Proceedings, 4th Cosmology Colloquium, Euroconference, Paris, France, June 4-9, 1997*, 1997. <http://alice.cern.ch/format/showfull?sysnb=0261300>.
- [386] Nath, Pran and Richard L. Arnowitt: *Grand unification and B and L conservation*. In *Lepton and baryon number violation in particle physics, astrophysics and cosmology. Proceedings, 1st International Symposium, Lepton-baryon'98, Trento, Italy, April 20-25, 1998*, 1998. <http://alice.cern.ch/format/showfull?sysnb=0288466>.

- [387] Nath, Pran, Ali H. Chamseddine, and Richard L. Arnowitt: *Nucleon Decay in Supergravity Unified Theories*. Phys. Rev., D32:2348–2358, 1985.
- [388] Shafi, Qaisar and Zurab Tavartkiladze: *Flavor problem, proton decay and neutrino oscillations in SUSY models with anomalous U(1)*. Phys. Lett., B473:272–280, 2000. [Phys. Lett.B481,445(2000)].
- [389] Lucas, Vincent and Stuart Raby: *Nucleon decay in a realistic SO(10) SUSY GUT*. Phys. Rev., D55:6986–7009, 1997.
- [390] Pati, Jogesh C.: *Probing Grand Unification Through Neutrino Oscillations, Leptogenesis, and Proton Decay*. Int. J. Mod. Phys., A18:4135–4156, 2003. [Subnucl. Ser.40,194(2003)].
- [391] Babu, K. S., Jogesh C. Pati, and Frank Wilczek: *Suggested new modes in supersymmetric proton decay*. Phys. Lett., B423:337–347, 1998.
- [392] Babu, K. S., Jogesh C. Pati, and Frank Wilczek: *Fermion masses, neutrino oscillations, and proton decay in the light of Super-Kamiokande*. Nucl. Phys., B566:33–91, 2000.
- [393] Pati, Jogesh C.: *Discovery of proton decay: A Must for theory, a challenge for experiment*. AIP Conf. Proc., 533:37–53, 2000. [,37(2000)].
- [394] Ellis, John R., Dimitri V. Nanopoulos, and J. Walker: *Flipping SU(5) out of trouble*. Phys. Lett., B550:99–107, 2002.
- [395] Arkani-Hamed, N., S. Dimopoulos, G. F. Giudice, and A. Romanino: *Aspects of split supersymmetry*. Nucl. Phys., B709:3–46, 2005.
- [396] Hebecker, Arthur and John March-Russell: *Proton decay signatures of orbifold GUTs*. Phys. Lett., B539:119–125, 2002.
- [397] Alciati, Maria Laura, Ferruccio Feruglio, Yin Lin, and Alvisé Varagnolo: *Proton lifetime from SU(5) unification in extra dimensions*. JHEP, 03:054, 2005.
- [398] Klebanov, Igor R. and Edward Witten: *Proton decay in intersecting D-brane models*. Nucl. Phys., B664:3–20, 2003.

- [399] Candelas, P., Gary T. Horowitz, Andrew Strominger, and Edward Witten: *Vacuum Configurations for Superstrings*. Nucl. Phys., B258:46–74, 1985.
- [400] Dixon, Lance J., Jeffrey A. Harvey, C. Vafa, and Edward Witten: *Strings on Orbifolds*. Nucl. Phys., B261:678–686, 1985.
- [401] Dixon, Lance J., Jeffrey A. Harvey, C. Vafa, and Edward Witten: *Strings on Orbifolds. 2*. Nucl. Phys., B274:285–314, 1986.
- [402] Ibanez, Luis E., Jihn E. Kim, Hans Peter Nilles, and F. Quevedo: *Orbifold Compactifications with Three Families of $SU(3) \times SU(2) \times U(1)^{**n}$* . Phys. Lett., B191:282–286, 1987.
- [403] Kobayashi, Tatsuo, Stuart Raby, and Ren Jie Zhang: *Constructing 5-D orbifold grand unified theories from heterotic strings*. Phys. Lett., B593:262–270, 2004.
- [404] Forste, Stefan, Hans Peter Nilles, Patrick K. S. Vaudrevange, and Akin Wingerter: *Heterotic brane world*. Phys. Rev., D70:106008, 2004.
- [405] Kobayashi, Tatsuo, Stuart Raby, and Ren Jie Zhang: *Searching for realistic 4d string models with a Pati-Salam symmetry: Orbifold grand unified theories from heterotic string compactification on a $Z(6)$ orbifold*. Nucl. Phys., B704:3–55, 2005.
- [406] Buchmuller, Wilfried, Koichi Hamaguchi, Oleg Lebedev, and Michael Ratz: *Supersymmetric standard model from the heterotic string*. Phys. Rev. Lett., 96:121602, 2006.
- [407] Buchmuller, Wilfried, Koichi Hamaguchi, Oleg Lebedev, and Michael Ratz: *Supersymmetric Standard Model from the Heterotic String (II)*. Nucl. Phys., B785:149–209, 2007.
- [408] Kim, Jihn E., Ji Hun Kim, and Bumseok Kyae: *Superstring standard model from $Z(12-I)$ orbifold compactification with and without exotics, and effective R -parity*. JHEP, 06:034, 2007.
- [409] Witten, Edward: *Deconstruction, $G(2)$ holonomy, and doublet triplet splitting*. In *Supersymmetry and unification of fundamental interactions. Proceedings, 10th International Conference, SUSY'02*,

- Hamburg, Germany, June 17-23, 2002*, pages 472–491, 2001.
http://www-library.desy.de/preparch/desy/proc/proc02-02/Proceedings/susy02/special/hertz_pr.ps.
- [410] Dine, Michael, Yosef Nir, and Yael Shadmi: *Product groups, discrete symmetries, and grand unification*. Phys. Rev., D66:115001, 2002.
- [411] Kawamura, Yoshiharu: *Gauge symmetry breaking from extra space $S^{*1} / Z(2)$* . Prog. Theor. Phys., 103:613–619, 2000.
- [412] Kawamura, Yoshiharu: *Triplet doublet splitting, proton stability and extra dimension*. Prog. Theor. Phys., 105:999–1006, 2001.
- [413] Hebecker, Arthur and John March-Russell: *A Minimal $S^{*1} / (Z(2) \times Z\text{-prime}(2))$ orbifold GUT*. Nucl. Phys., B613:3–16, 2001.
- [414] Asaka, T., W. Buchmuller, and L. Covi: *Gauge unification in six-dimensions*. Phys. Lett., B523:199–204, 2001.
- [415] Hall, Lawrence J., Yasunori Nomura, Takemichi Okui, and David Tucker-Smith: *$SO(10)$ unified theories in six-dimensions*. Phys. Rev., D65:035008, 2002.
- [416] Dermisek, Radovan and Arash Mafi: *$SO(10)$ grand unification in five-dimensions: Proton decay and the mu problem*. Phys. Rev., D65:055002, 2002.
- [417] Kim, Hyung Do and Stuart Raby: *Unification in 5D $SO(10)$* . JHEP, 01:056, 2003.
- [418] Hall, Lawrence J. and Yasunori Nomura: *Gauge unification in higher dimensions*. Phys. Rev., D64:055003, 2001.
- [419] Altarelli, Guido and Ferruccio Feruglio: *$SU(5)$ grand unification in extra dimensions and proton decay*. Phys. Lett., B511:257–264, 2001.
- [420] Veneziano, G.: *Construction of a crossing - symmetric, Regge behaved amplitude for linearly rising trajectories*. Nuovo Cim., A57:190–197, 1968.

- [421] Polchinski, J.: *String theory. Vol. 1: An introduction to the bosonic string.* Cambridge University Press, 2007, ISBN 9780511252273, 9780521672276, 9780521633031.
- [422] Polchinski, J.: *String theory. Vol. 2: Superstring theory and beyond.* Cambridge University Press, 2007, ISBN 9780511252280, 9780521633048, 9780521672283.
- [423] Green, Michael B., John H. Schwarz, and Edward Witten: *Superstring Theory 25th Anniversary Edition.* Cambridge University Press, 2012, ISBN 9781139534772, 9781107029118. <http://www.cambridge.org/mw/academic/subjects/physics/theoretical-physics-and-mathematical-physics/superstring-theory-25th-anniversary-edition-volume-1?format=AR>.
- [424] Tong, David: *String Theory.* 2009.
- [425] Green, Michael B. and John H. Schwarz: *Anomaly Cancellation in Supersymmetric D=10 Gauge Theory and Superstring Theory.* Phys. Lett., B149:117–122, 1984.
- [426] Duff, M. J., Ramzi R. Khuri, and J. X. Lu: *String solitons.* Phys. Rept., 259:213–326, 1995.
- [427] Witten, Edward: *String theory dynamics in various dimensions.* Nucl. Phys., B443:85–126, 1995.
- [428] Duff, M. J.: *M theory (The Theory formerly known as strings).* Int. J. Mod. Phys., A11:5623–5642, 1996.
- [429] Douglas, Michael R.: *The Statistics of string / M theory vacua.* JHEP, 05:046, 2003.
- [430] Ashok, Sujay and Michael R. Douglas: *Counting flux vacua.* JHEP, 01:060, 2004.
- [431] Susskind, Leonard: *The Anthropic landscape of string theory.* 2003.

- [432] Loeb, Abraham: *An Observational Test for the Anthropic Origin of the Cosmological Constant*. JCAP, 0605:009, 2006.
- [433] Tegmark, Max, Anthony Aguirre, Martin Rees, and Frank Wilczek: *Dimensionless constants, cosmology and other dark matters*. Phys. Rev., D73:023505, 2006.
- [434] Weinberg, Steven: *Living in the multiverse*. In *In *Carr, Bernard (ed.): Universe or multiverse?** 29-42, 2005.
- [435] Polchinski, Joseph: *The Cosmological Constant and the String Landscape*. In *The Quantum Structure of Space and Time*, pages 216–236, 2006.
- [436] Vilenkin, Alexander: *A Measure of the multiverse*. J. Phys., A40:6777, 2007.
- [437] Thiemann, Thomas: *Lectures on loop quantum gravity*. Lect. Notes Phys., 631:41–135, 2003. [41(2002)].
- [438] Chiou, Dah Wei: *Loop Quantum Gravity*. Int. J. Mod. Phys., D24(01):1530005, 2014.
- [439] Ashtekar, A.: *New Variables for Classical and Quantum Gravity*. Phys. Rev. Lett., 57:2244–2247, 1986.
- [440] Ashtekar, A.: *New Hamiltonian Formulation of General Relativity*. Phys. Rev., D36:1587–1602, 1987.
- [441] Jacobson, Ted and Lee Smolin: *Nonperturbative Quantum Geometries*. Nucl. Phys., B299:295, 1988.
- [442] Rovelli, Carlo and Lee Smolin: *Knot Theory and Quantum Gravity*. Phys. Rev. Lett., 61:1155, 1988.
- [443] Rovelli, Carlo and Lee Smolin: *Loop Space Representation of Quantum General Relativity*. Nucl. Phys., B331:80–152, 1990.
- [444] Rovelli, Carlo and Lee Smolin: *Spin networks and quantum gravity*. Phys. Rev., D52:5743–5759, 1995.
- [445] Baez, John C.: *Spin network states in gauge theory*. Adv. Math., 117:253–272, 1996.

- [446] Baez, John C.: *Spin networks in nonperturbative quantum gravity*. In *In *San Francisco 1995, The interface of knots and physics** 167-203, 1995.
<http://alice.cern.ch/format/showfull?sysnb=0200743>.
- [447] Perez, Alejandro: *Spin foam models for quantum gravity*. Class. Quant. Grav., 20:R43, 2003.
- [448] Oriti, Daniele: *Spin foam models of quantum space-time*. PhD thesis, Cambridge U., DAMTP, 2003.
- [449] Perez, Alejandro: *Introduction to loop quantum gravity and spin foams*. In *2nd International Conference on Fundamental Interactions (ICFI 2004) Domingos Martins, Espirito Santo, Brazil, June 6-12, 2004*, 2004.
- [450] Smolin, L.: *Loop quantum gravity and Planck scale phenomenology*. Lect. Notes Phys., 669:363–408, 2005. [,363(2005)].
- [451] Amelino-Camelia, Giovanni: *Quantum-Spacetime Phenomenology*. Living Rev. Rel., 16:5, 2013.
- [452] Ambjorn, J., J. Jurkiewicz, and R. Loll: *Spectral dimension of the universe*. Phys. Rev. Lett., 95:171301, 2005.
- [453] Ambjørn, Jan, Andrzej Görlich, Jerzy Jurkiewicz, and Renate Loll: *Quantum Gravity via Causal Dynamical Triangulations*. In Ashtekar, Abhay and Vesselin Petkov (editors): *Springer Handbook of Spacetime*, pages 723–741. 2014. <https://inspirehep.net/record/1218349/files/arXiv:1302.2173.pdf>.
- [454] Markopoulou, Fotini and Lee Smolin: *Gauge fixing in causal dynamical triangulations*. Nucl. Phys., B739:120–130, 2006.
- [455] Ansari, Mohammad H. and Fotini Markopoulou: *A Statistical formalism of causal dynamical triangulations*. Nucl. Phys., B726:494–509, 2005.
- [456] Ambjorn, Jan, Daniel Coumbe, Jakub Gizbert-Studnicki, and Jerzy Jurkiewicz: *Recent results in CDT quantum gravity*. In *14th Marcel Grossmann Meeting on Recent Developments in Theoretical and Experimental General Relativity, Astrophysics, and Relativistic Field Theories (MG14)*

- Rome, Italy, July 12-18, 2015*, 2015. <https://inspirehep.net/record/1395243/files/arXiv:1509.08788.pdf>.
- [457] Ambjorn, Jan, Jerzy Jurkiewicz, and Renate Loll: *Quantum gravity as sum over spacetimes*. Lect. Notes Phys., 807:59–124, 2010.
- [458] Reuter, Martin and Frank Saueressig: *Quantum Einstein Gravity*. New J. Phys., 14:055022, 2012.
- [459] Konopka, Tomasz, Fotini Markopoulou, and Lee Smolin: *Quantum Graphity*. 2006.
- [460] Konopka, Tomasz, Fotini Markopoulou, and Simone Severini: *Quantum Graphity: A Model of emergent locality*. Phys. Rev., D77:104029, 2008.
- [461] Dreyer, Olaf: *Internal Relativity*. 2012.
- [462] Lisi, A. Garrett: *An Exceptionally Simple Theory of Everything*. 2007.
- [463] Finster, Felix, Andreas Grotz, and Daniela Schiefeneder: *Causal Fermion Systems: A Quantum Space-Time Emerging from an Action Principle*. In *Quantum Field Theory and Gravity, Conceptual and Mathematical Advances in the Search for a Unified Framework*. F.Finster, et al.eds. Birkhauser 2012, p.157-182, pages 157–182, 2011. <https://inspirehep.net/record/889566/files/arXiv:1102.2585.pdf>.
- [464] Finster, Felix and Johannes Kleiner: *Causal Fermion Systems as a Candidate for a Unified Physical Theory*. J. Phys. Conf. Ser., 626(1):012020, 2015.
- [465] Bombelli, Luca, Joohan Lee, David Meyer, and Rafael Sorkin: *Space-Time as a Causal Set*. Phys. Rev. Lett., 59:521–524, 1987.
- [466] Bombelli, Luca, Joohan Lee, David Meyer, and Rafael D. Sorkin: *Bombelli et al reply to Comment on “Space-time as a causal set”*. Phys. Rev. Lett., 60:656, 1988.
- [467] Henson, Joe: *The Causal set approach to quantum gravity*. 2006.
- [468] Reid, David D.: *Introduction to causal sets: An Alternate view of space-time structure*. Can. J. Phys., 79:1–16, 2001.

- [469] Malament, D.B.: *The class of continuous timelike curves determines the topology of spacetime*. J.Math.Phys.,18,1399-1404, 1977.
- [470] Sorkin, Rafael D.: *First steps with causal sets*. 1990.
- [471] Oriti, Daniele: *Approaches to quantum gravity: Toward a new understanding of space, time and matter*. Cambridge University Press, 2009, ISBN 9780521860451, 9780511512407. <http://www.cambridge.org/catalogue/catalogue.asp?isbn=9780521860451>.
- [472] Hawking, Stephen W.: *EUCLIDEAN QUANTUM GRAVITY*. NATO Sci. Ser. B, 44:145, 1979.
- [473] Esposito, Giampiero: *Nonlocal properties in Euclidean quantum gravity*. In *Quantum field theory under the influence of external conditions. Proceedings, 3rd Workshop, Leipzig, Germany, September 18-22, 1995*, 1995. <http://alice.cern.ch/format/showfull?sysnb=0207888>.
- [474] Ambjørn, Jan, J. Jurkiewicz, and R. Loll: *Lorentzian and Euclidean Quantum Gravity — Analytical and Numerical Results*. NATO Sci. Ser. C, 556:381–450, 2000.
- [475] Dasgupta, Arundhati: *The Measure in Euclidean Quantum Gravity*. 2011.
- [476] Penrose, R.: *Twistor algebra*. J. Math. Phys., 8:345, 1967.
- [477] Penrose, R. and Malcolm A. H. MacCallum: *Twistor theory: An Approach to the quantization of fields and space-time*. Phys. Rept., 6:241–316, 1972.
- [478] Penrose, R.: *On the origins of twistor theory*. 1989.
- [479] Wolf, Martin: *Self-Dual Supergravity and Twistor Theory*. Class. Quant. Grav., 24:6287–6328, 2007.
- [480] Barbour, Julian: *Shape Dynamics: An Introduction*. In *Quantum Field Theory and Gravity: Conceptual and Mathematical Advances in the Search for a Unified Framework Regensburg, Germany, September 28-October 1, 2010*, 2011. <http://inspirehep.net/record/897833/files/arXiv:1105.0183.pdf>.

- [481] Mercati, Flavio: *A Shape Dynamics Tutorial*. 2014.
- [482] Koslowski, Tim A.: *Shape Dynamics and Effective Field Theory*. Int. J. Mod. Phys., A28:1330017, 2013.
- [483] Barbour, Julian, Tim Koslowski, and Flavio Mercati: *The Solution to the Problem of Time in Shape Dynamics*. Class. Quant. Grav., 31:155001, 2014.
- [484] Horava, Petr: *Quantum Gravity at a Lifshitz Point*. Phys. Rev., D79:084008, 2009.
- [485] Sotiriou, Thomas P.: *Horava-Lifshitz gravity: a status report*. J. Phys. Conf. Ser., 283:012034, 2011.
- [486] Barvinsky, Andrei O., Diego Blas, Mario Herrero-Valea, Sergey M. Sibiryakov, and Christian F. Steinwachs: *Renormalization of Horava Gravity*. 2015.
- [487] Wheeler, John A.: *On the Nature of quantum geometrodynamics*. Annals Phys., 2:604–614, 1957.
- [488] Anderson, Edward: *Geometrodynamics: Spacetime or space?* PhD thesis, Queen Mary, U. of London, Math. Sci., 2004.
- [489] Kiefer, Claus: *Quantum geometrodynamics: whence, whither?* Gen. Rel. Grav., 41:877–901, 2009.
- [490] Giulini, Domenico: *The Superspace of Geometrodynamics*. Gen. Rel. Grav., 41:785–815, 2009.
- [491] Williams, Ruth M. and Philip A. Tuckey: *Regge calculus: A Bibliography and brief review*. Class. Quant. Grav., 9:1409–1422, 1992.
- [492] Immirzi, Giorgio: *Quantum gravity and Regge calculus*. Nucl. Phys. Proc. Suppl., 57:65–72, 1997.
- [493] Bianchi, Eugenio and Leonardo Modesto: *The Perturbative Regge-calculus regime of loop quantum gravity*. Nucl. Phys., B796:581–621, 2008.
- [494] Neiman, Yasha: *A look at area Regge calculus*. 2013.

- [495] Moffat, J. W.: *Noncommutative quantum gravity*. Phys. Lett., B491:345–352, 2000.
- [496] Aastrup, Johannes and Jesper Moller Grimstrup: *Intersecting Quantum Gravity with Noncommutative Geometry: A Review*. SIGMA, 8:018, 2012.
- [497] Martinetti, Pierre: *Beyond the Standard Model with noncommutative geometry, strolling towards quantum gravity*. J. Phys. Conf. Ser., 634(1):012001, 2015.
- [498] DeWitt, Bryce S.: *Quantum Theory of Gravity. 1. The Canonical Theory*. Phys. Rev., 160:1113–1148, 1967.
- [499] Isham, C. J.: *Canonical quantum gravity and the problem of time*. In *19th International Colloquium on Group Theoretical Methods in Physics (GROUP 19) Salamanca, Spain, June 29-July 5, 1992*, 1992.
- [500] Thiemann, Thomas: *Modern canonical quantum general relativity*. Cambridge University Press, 2008, ISBN 9780521741873, 9780521842631, 9780511363788. <http://www.cambridge.org/catalogue/catalogue.asp?isbn=9780521842631>.
- [501] McGuigan, Michael: *Third Quantization and the Wheeler-dewitt Equation*. Phys. Rev., D38:3031–3051, 1988.
- [502] Jackiw, R.: *Quantal modifications to the Wheeler-DeWitt equation*. 1995. <http://alice.cern.ch/format/showfull?sysnb=0203802>.
- [503] Hamber, Herbert W. and Ruth M. Williams: *Discrete Wheeler-DeWitt Equation*. Phys. Rev., D84:104033, 2011.
- [504] Hamber, Herbert W., Reiko Toriumi, and Ruth M. Williams: *Wheeler-DeWitt Equation in 2 + 1 Dimensions*. Phys. Rev., D86:084010, 2012.
- [505] Ita III, Eyo Eyo and Chopin Soo: *Exact solutions of the Wheeler-DeWitt equation and the Yamabe construction*. Annals Phys., 359:80–96, 2015.
- [506] Amelino-Camelia, Giovanni: *Testable scenario for relativity with minimum length*. Phys. Lett., B510:255–263, 2001.

- [507] Amelino-Camelia, Giovanni: *Relativity in space-times with short distance structure governed by an observer independent (Planckian) length scale*. Int. J. Mod. Phys., D11:35–60, 2002.
- [508] Amelino-Camelia, Giovanni: *Doubly special relativity*. Nature, 418:34–35, 2002.
- [509] Kowalski-Glikman, Jerzy: *Introduction to doubly special relativity*. Lect. Notes Phys., 669:131–159, 2005. [,131(2004)].
- [510] Barrow, John D.: *Gödel and physics*. In *Symposium on Horizons of Truth: Logics, Foundations of Mathematics, and the Quest for Understanding the Nature of Knowledge: Gödel Centenary 2006: International Symposium Celebrating the 100th Birthday of Kurt Gödel Vienna, Austria, April 27-29, 2006*, 2006. https://inspirehep.net/record/735845/files/arXiv:physics_0612253.pdf.
- [511] Jaki, S.L.: *The Relevance of Physics*. Chicago Press. pp. 127–130, 1966.
- [512] Jaki, S.L.: *A Late Awakening to Gödel in Physics*. Chicago Press. pp. 8–9., 2004.
- [513] Dyson, Freeman J.: *Time without end: Physics and biology in an open universe*. Rev. Mod. Phys., 51:447–460, 1979.
- [514] Schmidhuber, Juergen: *A Computer Scientist's View of Life, the Universe, and Everything*. Lecture Notes in Computer Science. Springer. pp. 201-208, 2004.
- [515] Schmidhuber, Juergen: *Algorithmic theories of everything*. 2000.
- [516] Feferman, Solomon: *The nature and significance of Gödel's incompleteness theorems*, 2009.
- [517] Robertson, Douglas S: *Goedel's Theorem, the Theory of Everything, and the Future of Science and Mathematics*. Complexity 5 (5): 22–27, 2007.
- [518] Weinberg, Steven: *Dreams of a final theory: The Search for the fundamental laws of nature*. 1992.

- [519] Collaboration, CMS: *Projected Performance of an Upgraded CMS Detector at the LHC and HL-LHC: Contribution to the Snowmass Process*. In *Community Summer Study 2013: Snowmass on the Mississippi (CSS2013) Minneapolis, MN, USA, July 29-August 6, 2013*, 2013. <https://inspirehep.net/record/1244669/files/arXiv:1307.7135.pdf>.
- [520] Collaboration, ATLAS: *Physics at a High-Luminosity LHC with ATLAS*. In *Community Summer Study 2013: Snowmass on the Mississippi (CSS2013) Minneapolis, MN, USA, July 29-August 6, 2013*, 2013. <https://inspirehep.net/record/1245017/files/arXiv:1307.7292.pdf>.
- [521] Buesser, Karsten: *The International Linear Collider*. 2013.
- [522] Shiltsev, Vladimir: *Crystal Ball: On the Future High Energy Colliders*. PoS, EPS-HEP2015:515, 2015.
- [523] Patterson, R. B.: *The NOvA Experiment: Status and Outlook*. 2012. [Nucl. Phys. Proc. Suppl.235-236,151(2013)].
- [524] Abe, K. *et al.*: *The T2K Experiment*. Nucl. Instrum. Meth., A659:106–135, 2011.
- [525] Salzgeber, M. Ravonel: *Anti-neutrino oscillations with T2K*. 2015.
- [526] Oyama, Yuichi: *Current status of the T2K experiment*. In *18th International Conference From the Planck Scale to the Electroweak Scale (Planck 2015) Ioannina, Greece, May 25-29, 2015*, 2015. <https://inspirehep.net/record/1400797/files/arXiv:1510.07200.pdf>.
- [527] Sousa, Alexandre B.: *First MINOS+ Data and New Results from MINOS*. AIP Conf. Proc., 1666:110004, 2015.
- [528] Brugnera, Riccardo *et al.*: *Status of the GERDA experiment*. PoS, Neutel2013:039, 2013.
- [529] Mottram, Matthew: *SNO+ Experiment Status*. PoS, EPS-HEP2013:524, 2013.
- [530] Martin, R. D. *et al.*: *Status of the MAJORANA DEMONSTRATOR experiment*. AIP Conf. Proc., 1604:413–420, 2014.

- [531] Gando, A. *et al.*: *CeLAND: search for a 4th light neutrino state with a 3 PBq ^{144}Ce - ^{144}Pr electron antineutrino generator in KamLAND*. 2013.
- [532] Gando, A. *et al.*: *White paper: CeLAND - Investigation of the reactor antineutrino anomaly with an intense ^{144}Ce - ^{144}Pr antineutrino source in KamLAND*. 2013.
- [533] Gaffiot, J.: *The SOX experiment*. Nucl. Part. Phys. Proc., 265-266:129–131, 2015.
- [534] Di Noto, L. *et al.*: *The SOX experiment in the neutrino physics*. Nuovo Cim., C038(01):36, 2015.
- [535] Aguilar-Arevalo, A. A. *et al.*: *The MiniBooNE Detector*. Nucl. Instrum. Meth., A599:28–46, 2009.
- [536] Golup, Geraldina: *Latest Results from the IceCube Neutrino Telescope*. Frascati Phys. Ser., 58:173, 2014.
- [537] Barwick, Steven W.: *ARIANNA: A New Concept for UHE Neutrino Detection*. In *Proceedings, 30th International Cosmic Ray Conference (ICRC 2007)*, volume 5, pages 1601–1604, 2007. <http://indico.nucleares.unam.mx/contributionDisplay.py?contribId=1163&confId=4>.
- [538] Adams, C. *et al.*: *The Long-Baseline Neutrino Experiment: Exploring Fundamental Symmetries of the Universe*. 2013. <http://www.osti.gov/scitech/biblio/1128102>.
- [539] Akerib, D. S. *et al.*: *The Large Underground Xenon (LUX) Experiment*. Nucl. Instrum. Meth., A704:111–126, 2013.
- [540] Akerib, D. S. *et al.*: *First results from the LUX dark matter experiment at the Sanford Underground Research Facility*. Phys. Rev. Lett., 112:091303, 2014.
- [541] Aprile, E. *et al.*: *The XENON dark matter search experiment*. Nucl. Phys. Proc. Suppl., 138:156–159, 2005. [,156(2004)].
- [542] Kraus, H. *et al.*: *EURECA – The Future of Cryogenic Dark Matter Detection in Europe*. EAS Publ. Ser., 36:249–255, 2009.

- [543] Kraus, H. *et al.*: *EURECA: The European future of dark matter searches with cryogenic detectors*. Nucl. Phys. Proc. Suppl., 173:168–171, 2007.
- [544] Abbott, T. *et al.*: *The dark energy survey*. 2005.
- [545] Diehl, H. T. *et al.*: *The Dark Energy Survey and Operations: Year 1*. Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng., 9149:91490V, 2014.
- [546] Hill, G. J. *et al.*: *The Hobby-Eberly Telescope Dark Energy Experiment (HETDEX): Description and Early Pilot Survey Results*. ASP Conf. Ser., 399:115–118, 2008.
- [547] Gehrels, Neil: *The Joint Dark Energy Mission (JDEM) Omega*. 2010.
- [548] Refregier, Alexandre: *The Dark UNiverse Explorer (DUNE): Proposal to ESA’s Cosmic Vision*. Exper. Astron., 23:17–37, 2009.
- [549] Frey, Raymond E.: *LIGO: Status and recent results*. AIP Conf. Proc., 928:11–22, 2007.
- [550] Danzmann, K.: *LISA: Laser Interferometer Space Antenna for gravitational wave measurements*. In *European Physical Society: 5th EPS International Conference on Large Facilities in Physics Lausanne, Switzerland, September 12-14, 1994*, 1994.
- [551] Mueller, G., R. J. Cruz, and J. I. Thorpe: *LISA benchtop experiment*. PoS, HEP2005:030, 2006.
- [552] Riles, K.: *Gravitational Waves: Sources, Detectors and Searches*. Prog. Part. Nucl. Phys., 68:1–54, 2013.
- [553] Crowder, Jeff and Neil J. Cornish: *Beyond LISA: Exploring future gravitational wave missions*. Phys. Rev., D72:083005, 2005.
- [554] Tinto, Massimo, Daniel DeBra, Sasha Buchman, and Scott Tilley: *gLISA: geosynchronous Laser Interferometer Space Antenna concepts with off-the-shelf satellites*. Rev. Sci. Instrum., 86:014501, 2015.

