

## LHCにおけるTeVスケール重力の可能性について

著者	中川 弘一
雑誌名	星薬科大学一般教育論集
号	31
ページ	15-31
発行年	2013
URL	<a href="http://id.nii.ac.jp/1240/00000266/">http://id.nii.ac.jp/1240/00000266/</a>

# LHC における TeV スケール重力の可能性について

中川 弘一  
星薬科大学 物理学研究室

## 概 要

近年, 大きな余剰次元をもつ量子重力のモデルが広く研究された. 我々はこれらのモデルから, 量子重力のエネルギー・スケールは伝統的な値  $10^{19}$  GeV よりも小さいオーダーの値になるかもしれないということを学んだ. これは, 大型ハドロン衝突型加速器 (LHC) において量子重力の効果を検出することができるかもしれないという期待を奮起させる理論的見解である. LHC で考えられる量子重力の過程のうち, 小ブラックホールの形成とそれに続く蒸発は最も劇的な過程のひとつである. 本稿では, 大きな余剰次元のシナリオとその結果から得られる LHC におけるブラックホール生成・消滅過程の基本的なアイデアのいくつかを参考文献 [1] に沿って概観する.

## 1 序

大型ハドロン衝突型加速器 (LHC) で小ブラックホールを生成することができるかもしれないという可能性は, 過去 15 年以上の間に発展してきた“ブレーン・ワールド”モデルの最もエキサイティングな結果の一つである. 本稿の目的はこの魅力的な可能性の背後にある重力理論のアウトラインを説明することである. その重力理論において, 量子重力のエネルギー・スケールは伝統的な値  $10^{19}$  GeV よりも低く, 数 TeV 程度になりうる. また, 本稿ではこれらの低エネルギー・スケール量子重力理論におけるブラックホールの生成と蒸発に関する

いくつかの特徴についても説明し、最終的に LHC におけるブラックホールに対する理論的なモデリングと実験的な探索をリンクさせる。この問題に関する文献の数は膨大になるので、本稿においては少数の側面をアウトラインすることのみにしたが、更なる詳細を知りたい読者にはレビュー [2, 3] を薦める。

## 2 大きな余剰次元

Einstein の一般相対性理論は、今までのすべての観測が我々は空間 3 次元と時間 1 次元の世界に存在していることを示しているにもかかわらず、任意の時空次元数において定式化することができる。4 を超える時空次元における重力理論は長年の研究において<sup>\*1</sup>、この余剰次元は、そのサイズが観測可能な長さのスケールよりも短いため、観測に対しては見えないことが証明されている。例えば、伝統的な超弦理論において、余剰次元はコンパクト化されおおよそ Planck 長  $L_P$  のオーダーのサイズになっていることが仮定される。このとき、Planck 長  $L_P$  は量子重力における自然な長さのスケールで、

$$L_P = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} \sim 10^{-35} \text{ m.} \quad (1)$$

である。

このノートにおける我々の焦点は大きな余剰次元をもっている高次元理論であり、このとき、“大きな”とは“Planck 長 (1) に比べ大きい”ことを意味する。そのような理論は階層性問題のある可能な解決策として発展してきた。階層性問題とは、なぜ量子重力の自然なエネルギー・スケールである Planck エネルギー

$$E_P = \sqrt{\frac{\hbar c^5}{G}} \sim 10^{19} \text{ GeV} \quad (2)$$

は自然界にあるほかの基本的な力の自然なエネルギー・スケール (例えば、電弱理論のエネルギー・スケールは約 100 GeV) よりも非常に大きい (大きさの

---

<sup>\*1</sup> これは 1920 年代に Kaluza-Klein 理論で始まった。

オーダーで約 17 ケタ) のかと問う問題である。我々はこれについて、ADD シナリオ [4] と呼ばれる、大きな余剰次元を備えたあるモデルに注目する。

ADD モデルには、長さのスケール  $R$  にコンパクト化された  $n$  個の次元が存在する。このコンパクトな余剰次元に対する比較的大きな体積により量子重力の基本的な高次元スケールは  $E_* \ll E_P$  に下げられる。 $n$  個の余剰次元を積分して消去すると、4 次元で観測される量子重力の有効スケール、(2) 式の  $E_P$  は  $E_*$  と

$$E_P^2 \sim R^n E_*^{2+n} \quad (3)$$

で関係づけられる。余剰次元のサイズを十分大きくすると、エネルギー・スケール  $E_*$  は  $E_P$  の大きさのオーダーよりも小さくすることができる。例えば、余剰次元を  $n = 5$ ,  $R \sim 10^{-13} \text{ m}$  とすると、 $E_* \sim 1 \text{ TeV}$  となり、LHC の到達エネルギーの範囲内にあることになる。

このサイズの長さスケールは重力的に検出されていないが、素粒子物理学の実験においては検出されている。ここでは素粒子物理学の標準模型と整合させるために、ADD シナリオにおけるより高い次元の時空はより高次元のバルク時空の中に埋め込まれた 4 次元ブレーンから構成されているとする。このとき、標準模型に含まれているすべての素粒子とすべての力はブレーン上に拘束されていて、重力の自由度だけがバルク時空へ伝搬することができる。ブレーン上の量子重力に対する有効エネルギー・スケールは (2) 式の  $E_P$  であるが、バルク時空における量子重力に対する高次元的なエネルギー・スケールは (3) 式の  $E_*$  である。この ADD シナリオのようなモデルは“ブレーン・ワールド”モデルとして知られている。

上で概説した ADD シナリオのように、大きな余剰次元と低エネルギー・スケールの量子重力を備えた理論は多くの興味深い結果をもたらす。例えば、重心エネルギー  $\sqrt{s} > E_*$  での衝突実験では強い重力場の状況を調べられると予想される。このことから、量子重力の効果は地球上での実験で到達可能な範囲外の大きさのオーダーではなく、LHC で探査できるかもしれないというエキサイティングな可能性が浮き彫りになる。そこで、この後、最も劇的な、強い

重力の過程の一つである, 高エネルギー衝突におけるブラックホール生成 [5, 6, 7] を扱うことにする.

### 3 小ブラックホールの生成

高エネルギー粒子衝突におけるブラックホール生成の背後にあるアイディアは意外に単純なものである. 重心エネルギーが  $E_*$  より多少大きい 2 つの衝突粒子を考えてみよう. 4 次元時空において, Thorne の “Hoop Conjecture” [8] は次のようなことを提示している. 各方向の円周の長さが  $2\pi r_H$  よりも小さい領域に粒子のエネルギーが圧縮されると, ブラックホールが形成される. このとき,  $r_H$  は粒子の全エネルギーと等しいエネルギーを持つ Schwarzschild ブラックホールの半径である. 4 より大きい次元の時空においては, “Hoop Conjecture” は多少変更されるが [9], 基本的な原理は同じで, 衝突粒子のエネルギーが十分小さい領域に押しこめられると, ブラックホールが形成されることが予想されている.

ここでしばらく, ブラックホールの形成は, 一般相対論で記述される, 純粹に古典的な過程であると考えてみよう. また, (LHC における陽子の中にあるパートンのモデルである) 2 つの衝突粒子を考えてみよう. これらの粒子が最も近づいた距離が衝突係数  $b$  である. 衝突型加速器の物理で最も重要な量はパートン・レベル生成断面積  $\sigma$  であり, これは実験的な探査に対する全生成断面積をシミュレートする際に必要となる量である. パートン・レベル生成断面積  $\sigma$  は, 粒子衝突からブラックホールが形成する際の最大衝突係数  $b_{max}$  と, 幾何学的な公式

$$\sigma = \pi b_{max}^2 \quad (4)$$

で関係付けられている. これらの衝突を研究し, この  $b_{max}$  を見つけるためのアプローチには主に 2 つのものが考えられる.

そのうちの 1 つ目は衝突粒子を 2 つの重力的な衝撃波として扱うモデルであり [10], この衝撃波は無限にブーストされたブラックホールにあたる. 二つの重力衝撃波の衝突の未来において閉じたトラップド・サーフェイスが形成され

ることはひとつのブラックホールが形成されたことを示している。このアプローチの利点は各重力衝撃波に対する計量が解析的に分かっているということである。二つの衝撃波計量は、因果律のために、トラップド・サーフェイスが形成される領域でのみそれらが互いに影響を及ぼすことができるからである。この領域における閉じたトラップド・サーフェイスを定義する方程式は、一般に、数値的に解くことができる。4次元時空における、衝突係数  $b \neq 0$  に対するこのアプローチは、Penrose の未発表論文と、D'Eath と Payne の  $b = 0$  の場合に対する4次元での仕事 [12] に基づき、Eardley と Giddings によって提唱された [11]。その後、高次元での衝突についても [13] で研究された (最近のレビューは [14] を参照)。

二つ目のアプローチでは、衝突粒子はボゾン星、流体粒子またはブラックホールとしてモデル化され、2物体の衝突が展開される時空は数値相対論をフルに用いて計算される。この7, 8年の間に、数値相対論は大きな進歩を遂げ、それによって高速物体の超相対論的衝突を研究できるようになった。現在のところ、4次元時空での衝突が注目されている [15]。高次元時空での研究はまだ比較的初期段階である (最近のレビューは [16] を参照)。

この両方のアプローチにおいて、最大衝突係数  $b_{max}$  は  $r_H$  の数因子倍であることがわかっている。この  $r_H$  は衝突粒子の結合エネルギーと同じエネルギーをもつブラックホールのホライズン半径である。そのとき最大衝突係数  $b_{max}$  から (4) 式のパートン・レベル幾何学的生成断面積  $\sigma$  が得られる。実際、いくつかの  $\sigma$  の値の実例が [13] で与えられている。

さらにパートン・レベル・ブラックホール生成断面積は全生成断面積を与える [6, 7]。これらの断面積を概算する際には多くのパラメータが存在する (例えば、 $E_*$  の値や時空次元数など)。このパラメータの値に依って、とても楽観的な断面積を構築することができる。例えば、 $E_* = 1$  TeV, 余剰次元を  $n = 6$  とすると、 $5 \text{ TeV}/c^2$  の質量をもつブラックホールに対する生成断面積は1秒間あたりに約1個のブラックホールになる (これは約  $10^5 \text{ fb}$  である)! しかし、ブラックホールの質量 (または  $E_*$ ) が増加するにつれて断面積は急速に減少する; 例えば、 $E_* = 1$  TeV と余剰次元を  $n = 6$  に保ったままにすると、質量

$10 \text{ TeV}/c^2$  のブラックホールに対する断面積は約  $10 \text{ fb}$  である (これでもまだ観測可能な値の範囲である)。

我々は、LHC におけるブラックホールの生成は前節で説明した高次元モデルに対してのみ現実性をもつことを強調しておく。この量子重力の基本的エネルギースケールは約  $10^0 - 10^1 \text{ TeV}$  程度である。このときに形成するブラックホールはスケールのには極小さく、 $\sim 10^{-4} \text{ fm}$  程度の半径をもっていると考えられる。

#### 4 小ブラックホールの崩壊

ここでは、LHC における粒子衝突で形成された小ブラックホールに何が起るかを考えてみる。ブラックホールが生成されると、最初、それはとても非対称で、衝突するパートンのゲージ場量子数から生じるゲージ場ヘアーストリーをもっているであろう。また、ブラックホールはある形状での初期角運動量により、高速回転しているであろうと考えられる。ここで、その幾何学が一般相対論で記述できるように、ブラックホールの初期エネルギーは量子重力のエネルギー・スケール  $E_*$  よりも少なくとも数倍大きいと仮定する (この仮定に関する詳細は [17] を参照)。これは半古典近似であり、我々は古典的なブラックホール・バックグラウンド上での量子過程を考えていることになる。

その後引き続いて起こるブラックホールの進化は4つの段階によって記述できる [7]:

**剥げ相** ブラックホールは非対称で、ゲージ場ヘアーストリーがついている。この相はブラックホール生成過程の一部としてしばしばモデル化される。この相の終わりの段階で、ブラックホールは依然として高速回転している。

**スピン・ダウン層** ブラックホールは Hawking 輻射をして、質量と角運動量を失ってゆき、この相の終わりの段階にはブラックホールは回転していない。

**Schwarzschild 相** この相でブラックホールは球対称になり、Hawking 輻射を続ける。

**Planck 相** ブラックホールのエネルギーが量子重力のエネルギー・スケール  $E_*$  と同じオーダーになるとき、その幾何学はもはや一般相対論では記述できず、量子重力の効果 (半古典近似では無視されるが) の詳細が重要になってくる。

この後、この各相について詳しく考えてみる。

#### 4.1 剥げ相

剥げ相に関する手がかりとなる問題は、ブラックホールが形成されるにつれて、衝突粒子のどの位の初期エネルギーが重力的輻射として放出されるかということである。以上で概説した、衝突衝撃波のモデルと純粋な数値相対論の計算の両方はこの初期エネルギーの上限とブラックホールの質量の下限を与える。例えば、正面衝突する衝撃波に対し、ブラックホールのエネルギーは 4 次元時空での衝突の初期エネルギーの少なくとも 70% であり、11 次元時空での衝突の初期エネルギーの少なくとも 58% である [11]。数値相対論から得られた結果の例として、4 次元時空での計算は、超相対論的極限において、衝突粒子の初期エネルギーの約 50% が放出されることを示している [18]。放出された重力輻射も他の多くのアプローチにより研究されている。より完全な議論については [2, 3] のレビューを見よ。

剥げ相の第 2 の側面は電荷とゲージ場ヘアの分化である。これはこれまで文献の中ではあまり注目されなかった。特に、QCD の効果は LHC でとても重要になりそうだが、これについての論文はあまり多くない [19]。形成過程における電荷の効果が数値相対論において研究され [20]、重力的な輻射ならびに電磁気的な輻射の総量の上限が計算された。

ナイーブには、ブラックホール上に残された電荷は Schwinger ペア生成により急激に減少する。しかし、この仮定は通常の 4 次元重力のモデルに基づいていて、このモデルでは電磁相互作用の大きさは重力相互作用の大きさよりも大きいオーダーになっている。強い重力を備えた高次元重力において、電荷の損失はそれほど急激ではない [21]。



## 4.2 剥げ相の最終段階におけるブラックホール

剥げ相の最終段階で残っているブラックホールは電荷をもたず、非対称で、高速回転している。4 次元以上の時空で回転するブラックオブジェクトを記述する一般相対論の空間は非常に豊かである [22] (ブレン・ワールドにおけるブラックホールの議論については [23] を見よ)。ここでわれわれはとても簡単なブラックホールのモデルを採用する。ADD シナリオで作業するにあたり、われわれは、余剰次元の空間は平坦であり、ブラックホールは余剰次元のコンパクト化半径に比べ非常に小さい (それでコンパクト化は有効に無視できる) と仮定する。また、われわれはブレンが張力やエネルギー密度をもっていないことも仮定する。

高次元の真空一般相対論において、回転しているブラックホールを記述する 4 次元の Kerr 幾何学の一般化は Myers-Perry 計量によって行われる [24]。ブレン上の粒子衝突によるブラックホール生成において重要なものは、ブレン内に横たわる、単一の回転軸をもったブラックホールである。この場合の Myers-Perry 計量は

$$ds^2 = \left(1 - \frac{\mu}{\Sigma r^{n-1}}\right) dt^2 + \frac{2a\mu \sin^2 \theta}{\Sigma r^{n-1}} dt d\varphi - \frac{\Sigma}{\Delta_n} dr^2 - \Sigma d\theta^2 \\ - \left(r^2 + a^2 + \frac{a^2 \mu \sin^2 \theta}{\Sigma r^{n-1}}\right) \sin^2 \theta d\varphi^2 - r^2 \cos^2 \theta d\Omega_n^2 \quad (5)$$

となり、ここで

$$\Delta_n = r^2 + a^2 - \frac{\mu}{r^{n-1}}, \quad \Sigma = r^2 + a^2 \cos^2 \theta \quad (6)$$

である。パラメータ  $\mu$  と  $a$  はブラックホールの質量  $M$  と角運動量  $J$  を次のように決定する。

$$M = \frac{(n+2) A_{n+2} \mu}{16\pi G_{4+n}}, \quad J = \frac{2aM}{n+2} \quad (7)$$

ここで、 $n$  は余剰次元数、 $A_{n+2}$  は  $(n+2)$  次元単位球の表面積、 $G_{4+n}$  は高次元のニュートン定数である。そのブラックホールは、方程式  $\Delta_n = 0$  の最大正根である  $r = r_H$  の位置にイベントホライズンをもっている。そのイベントホ

ライズンは角速度

$$\Omega_H = \frac{a}{r_H^2 + a^2} \quad (8)$$

で回転している．われわれは計量 (5) が  $(n+4)$  次元の真空 Einstein 方程式のある解であることを強調しておく．

ADD モデルにおいて，高次元ブラックホールはその上に標準模型の素粒子と基本力が閉じ込められているようなブレーン上にある．完全な Myers-Perry 計量 (5) の中で，座標  $(t, r, \theta, \varphi)$  はブレーン上の座標であり， $d\Omega_n^2$  は余剰次元から出てくる計量の一部である．余剰次元の座標を固定すると，Myers-Perry ブラックホールのブレーン“スライス”上の計量は次の形になる．

$$ds^2 = \left(1 - \frac{\mu}{\Sigma r^{n-1}}\right) dt^2 + \frac{2a\mu \sin^2 \theta}{\Sigma r^{n-1}} dt d\varphi - \frac{\Sigma}{\Delta_n} dr^2 - \Sigma d\theta^2 - \left(r^2 + a^2 + \frac{a^2 \mu \sin^2 \theta}{\Sigma r^{n-1}}\right) \sin^2 \theta d\varphi^2. \quad (9)$$

これはブレーン上の観測者から見た 4 次元ブラックホール計量である．計量 (9) は依然として余剰次元数  $n$  を含んでいることに注意すべきである． $n = 0$  の場合，計量 (9) は通常の Kerr 計量になる．しかし， $n > 0$  のときには計量 (9) は 4 次元時空における真空 Einstein 方程式の解にはならない [21]．

### 4.3 スピン・ダウン相と Schwarzschild 相

ブラックホールの蒸発におけるこの 2 つの相の間，ブラックホールの計量は古典論的であると仮定される．そのとき，ブラックホールは，Myers-Perry ブラックホール (5) に対し

$$T_H = \frac{(n+1)r_H^2 + (n-1)a^2}{4\pi(r_H^2 + a^2)r_H} \quad (10)$$

で与えられる温度をもち（温度はブレーン上とバルク時空内で同じである），量子論的な熱 Hawking 輻射を放出する [25]．このとき，放出された各量子の

エネルギーがブラックホールのエネルギーに比べ小さい限り、半古典近似が成り立つ。これはブラックホールのエネルギーが量子重力のエネルギー・スケール  $E_*$  に近くなるまで成り立ち、そこで Planck 領域に達する。

ADD シナリオにおいて、標準模型の粒子 (フェルミ粒子, ゲージ・ボソンと Higgs 粒子) はブレーン上だけで放出される。それと対照的に、重力子 (と重力の自由度に関係するいくつかのスカラー粒子) はブレーン上とバルク時空内の両方に放出されえる。このとき、バルク時空内での重力放射は観測されないが、ブラックホールのイベントホライズンの中の失われたエネルギーに寄与する。

それぞれの空間に対する Hawking 輻射は、バルクのブラックホール背景またはブレーン上のブラックホール背景の適当なほうでの古典論的場の方程式から計算される。4次元 Kerr ブラックホールに対し、Teukolsky はある量  $\Psi$  ( $\Psi$  の正確な性質は場のスピンの依存している) についての 1 つの “マスター” 方程式を用いて、スピン 0 (スカラー),  $\frac{1}{2}$  (フェルミ粒子), 1 (ゲージ・ボソン) と 2 (重力子) の場についての方程式を書下す形式を発展させた [26]。Teukolsky の形式は、ブレーン計量 (9) 上のスピン 0,  $\frac{1}{2}$ , 1 の場 (それらは標準模型の場) へと拡張された (詳細は [3, 27] を参照)。そのとき場の量  $\Psi$  は振動数  $\omega$  のモードにより

$$\Psi = \sum_{\omega \ell m} R_{s\omega \ell m}(r) S_{s\omega \ell m}(\theta) e^{-i\omega t} e^{im\varphi}, \quad (11)$$

と展開され、ここで、 $s$  は場のスピン、 $\ell$  は全角運動量量子数、および  $m$  は方位角量子数である。また、角関数  $S_{s\omega \ell m}(\theta)$  はスピン・ウェイトの付いた球面調和関数、および動径関数  $R_{s\omega \ell m}(r)$  は数値的にのみ計算可能な関数である。

Hawking 輻射を研究するために、我々は、動径関数が標準的な形

$$R_{s\omega \ell m} = \begin{cases} e^{i\tilde{\omega} r_*} + A_{\omega \ell m}^{\text{up}} e^{-i\tilde{\omega} r_*}, & r_* \rightarrow -\infty, \\ B_{\omega \ell m}^{\text{up}} e^{i\omega r_*}, & r_* \rightarrow \infty \end{cases} \quad (12)$$

をとる場合の “アップ”・モードに注目する。上の式において、我々は、計量 (5), (9) に対し、

$$\frac{dr_*}{dr} = \frac{r^2 + a^2}{\Delta_n} \quad (13)$$

によって座標  $r$  を用いて定義される, “カメ”座標の関数として動径関数  $R_{s\omega\ell m}$  を書いた. ブラックホールから遠く離れた観測者から見えるモードの振動数は  $\omega$  であるが, ブラックホールの回転によりイベント・ホライズン近傍の観測者には補正された振動数

$$\tilde{\omega} = \omega - m\Omega_H, \quad (14)$$

が見られ, このとき,  $\Omega_H$  はイベント・ホライズンの角速度 (8) である. 式 (12) で,  $A_{\omega\ell m}^{\text{up}}$  と  $B_{\omega\ell m}^{\text{up}}$  は各モードについての複素定数である. “アップ”・モード (12) はブラックホールのイベント・ホライズンから放出される波を表している. その波の  $A_{\omega\ell m}^{\text{up}}$  を含む部分はブラックホールに戻って行き,  $B_{\omega\ell m}^{\text{up}}$  を含む部分は無限遠に伝わってゆく. ブラックホールから遠く離れたところで観測される Hawking 輻射に寄与する波は後者の波である. 各粒子の種類に対し, Hawking 輻射は各 “アップ”・モードからの寄与を足しあげることにより計算される. 単位時間, 単位振動数  $\omega$  あたりの粒子数 ( $N$ ), エネルギー ( $E$ ) および角運動量 ( $J$ ) の微分放出率は

$$\frac{d^2}{dt d\omega} \begin{pmatrix} N \\ E \\ J \end{pmatrix} = \frac{1}{2\pi} \sum_{\text{modes}} \frac{|A_{s\omega\ell m}|^2}{e^{\tilde{\omega}/T_H} \mp 1} \begin{pmatrix} 1 \\ \omega \\ m \end{pmatrix} \quad (15)$$

で与えられ, ここで,  $T_H$  は Hawking 温度 (10), + 符号はフェルミ粒子に対応し, - 符号はボーズ粒子に対応し, さらに, 全角度について積分を実行した.  $|A_{s\omega\ell m}|^2$  はグレイ・ボディー因子として知られている. そのグレイ・ボディー因子は放出された輻射が, その量子とブラックホールを取囲む重力ポテンシャルとの相互作用により, 正確には熱的ではないことを表している. また, グレイ・ボディー因子は, ブラックホールのイベント・ホライズン近傍で放出されて, ポテンシャル障壁を乗り越えて無限遠にいたる流束の割合に対応する. それは “アップ”・モード (12) から次のとおりに計算される.

$$|A_{s\omega\ell m}|^2 = 1 - |A_{\omega\ell m}^{\text{up}}|^2. \quad (16)$$

ブラックホールの進化におけるこの 2 つの相の Hawking 輻射を研究したある論文がある。簡潔にするため、ここでは中性、質量ゼロの場に対する結果のみを議論し、数少ない参考文献を挙げるのみにする。より詳細な議論と、完全な参考文献のリストは詳細なレビュー [2, 3] の中で見る事が出来る。

スピン・ダウン相 [27] と Schwarzschild 相 [28] 両方のブレーン上での標準模型粒子の放出は Teukolsky 形式を一般化した形式 [26] を用いて研究されている。スカラー場の方程式が比較的簡単であるため (高次元計量 (5) でさえも)、ブレーン上およびバルクでのスカラー粒子の放出は扱いやすい [27, 28, 29]. Teukolsky のオリジナル形式 [26] は 4 次元の Kerr ブラックホールの重力子 (スピン 2) の摂動には適用可能であるが、高次元ブラックホールの重力摂動に一般化することは容易ではない。球対称な高次元ブラックホールの重力摂動を扱うことが出来る形式が [33] で発展し、それを使ってこの場合の Hawking 輻射を研究することが出来るようになった [31, 32].

しかし、高次元の回転ブラックホールに対しては摂動方程式がとても複雑になり、単独で回転している Myers-Perry ブラックホール (5) に対してでさえも複雑である [34]. 球対称な場合と違い、Myers-Perry ブラックホールの重力摂動を記述する方程式は常微分方程式に分離できず [34], Hawking 輻射の計算を扱いにくいものになっている。これの例外として、分離可能なスカラー場の方程式を満たす、Myers-Perry ブラックホールのテンソル型重力摂動がある。この制限付きの重力摂動を用いた Hawking 輻射に関する結果が [30] にある。

実験的な探査の手がかりとなる疑問はどの程度の Hawking 輻射がブレーン上で放出されるかということである (ブレーン上の輻射だけが観測可能なので)。標準模型の多くの自由度と Hawking 輻射の平等な放出のため、ほとんどの輻射がブレーン上にあることが期待される [35]. しかし、重力の自由度は余剰次元数  $n$  が増加すると急激に増加する。これは、11 次元時空 ( $n=7$ ) でさえ、輻射の 4 分の 3 がブレーン上にあるにもかかわらず、バルクに逃げてゆく

Hawking 輻射の割合は  $n$  が増加するにつれ急激に増加することを意味している。

## 5 量子ブラックホール

この短編の焦点は、ADD プレーン・ワールド・シナリオに関連する、LHC における小ブラックホールの生成と消滅の“標準”模型であった。この模型において、ブラックホールは半古典論的である。つまり、計量は古典論的で、一般相対論によって記述され、そのブラックホールは量子 Hawking 輻射を放出する。この半古典近似は、ブラックホールのエネルギーがまだ知られていない量子重力理論が効いてくるエネルギー・スケール  $E_*$  くらいになるときに破綻する。Meade と Randall は、ブラックホールを古典論的計量で記述できるのは、衝突粒子の Compton 波長が形成されるブラックホールのイベントホライズン内ある場合に限られることを議論した [17]。この事実は、半古典近似が成り立つためには、ブラックホールのエネルギーが少なくとも  $E_*$  よりも大きいオーダーにならなければならないことを意味している。

量子重力の完全な理論がないため、 $E_*$  に近いエネルギーを持つ、完全な量子ブラックホールの研究が試みられ [19, 36]、それと同様に、半古典論的な見方の中に量子重力の効果を取り入れようとする試みもある [37]。完全な量子ブラックホールは熱的には崩壊せず、その代わりに、少数の粒子を放出する。その崩壊過程を制御するために素粒子物理学の対称性が使われる。

## 6 実験的な探索

LHC におけるブラックホール過程をシミュレーションする、多数の生成プログラムがある [38, 39, 40, 41]。LHC の実験グループは、半古典論的なブラックホールのシミュレーションに対しては CHARYBDIS2 [38] と BlackMax [39] を、量子ブラックホールのシミュレーションについては QBH [41] を使っている。ブラックホール・イベントは典型的に、トランスバース運動量の大きな損失を伴う、高い素粒子多重度をもっている。

これを書いている間に、半古典論的または量子論的なブラックホールに対す

証拠は LHC で観測されていない [42, 43]. この無益な結果から LHC の実験グループは高次元量子重力のスケール  $E_*$  の下限を得ることができた. ATLAS は余剰次元数 6 と 2 TeV 程度の  $E_*$  に対し 4 TeV/c<sup>2</sup> よりも小さい質量を持つ半古典論的ブラックホールを除外したが [42], CMS は  $E_*$  の同じ値に対する半古典論的ブラックホールの質量の少し大きい下限を示した [43]. また, CMS は  $E_* = 2 - 5$  TeV に対し 5 - 6 TeV/c<sup>2</sup> よりも小さい質量を持つ量子ブラックホールを除外した.

## 7 結論

本稿では, 量子重力のエネルギー・スケール  $E_*$  が数 TeV 程度になるという, ADD の余剰次元シナリオについて簡潔にレビューした. このシナリオから, LHC において量子重力の効果を探測することが出来るかもしれないという, エキサイティングな可能性が生じる. 多くの強い重力を含む過程の中でも, 極小ブラックホールを含む過程は非常に興味深い現象である. このレビュー・ノートの焦点は極小ブラックホールの生成と崩壊を記述する半古典論的なモデルで, このモデルは一般相対論によって記述される幾何学とブラックホールから放出される量子 Hawking 輻射に基づいている. また, このノートではこのモデルの正当性と完全な量子重力の記述に関する最近の仕事についての議論もした.

現在のところ, LHC においてブラックホールに関する実験的な証拠は見つかっていないが, しかし, この事実は LHC によるブラックホール探索の重要性を少なくするものではない. つまり, 現在のところ観測されないという結果は, 量子重力の理論を制限するエネルギー・スケール  $E_*$  の下限を設定したことでと解釈できる.

## 参考文献

- [1] E. Winstanley, arXiv:1306. 5409v2.
- [2] A. Casanova and E. Spallucci, *Class. Quantum Grav.* **23** (2006) R45; M. Cavaglià, *Int. J. Mod. Phys. A* **19** (2003) 1843; S. Hossenfelder, in *Focus on black hole research*, ed. P.V. Kreitler, pp. 155-192 (Nova Science Publishers, 2005); P. Kanti, *Lect. Notes Phys.* **769** (2009) 387; P. Kanti, *Rom. J. Phys.* **57** (2012) 879; G. Landsberg, *Eur. Phys. J. C* **33** (2004) S927; A.S. Ma jumdar and N. Mukherjee, *Int. J. Mod. Phys. D* **14** (2005) 1095; S.C. Park, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **67** (2012) 617; B. Webber, hep-ph/0511128; E. Winstanley, arXiv:0708. 2656.
- [3] P. Kanti, *Int. J. Mod. Phys. A* **19** (2004) 4899.
- [4] I. Antoniadis, N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos and G.R. Dvali, *Phys. Lett. B* **436** (1998) 257; N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos and G.R. Dvali, *Phys. Rev. D* **59** (1999) 086004.
- [5] T. Banks and W. Fischler, hep-th/9906038.
- [6] S. Dimopoulos and G. Landsberg, *Phys. Rev. Lett.* **87** (2001) 161602.
- [7] S.B. Giddings and S. Thomas, *Phys. Rev. D* **65** (2002) 056010.
- [8] K.S. Thorne, in *Magic without magic: John Archibald Wheeler. A collection of essays in honor of his sixtieth birthday*, ed. J. Klauder (W.H. Freeman, San Francisco, 1972).
- [9] D. Ida and K.-i. Nakao, *Phys. Rev. D* **66** (2002) 064026; C.m. Yoo, H. Ishihara, M. Kimura and S. Tanzawa, *Phys. Rev. D* **81** (2010) 024020.
- [10] P.C. Aichelburg and R.U. Sexl, *Gen. Rel. Grav.* **2** (1971) 303.
- [11] D.M. Eardley and S.B. Giddings, *Phys. Rev. D* **66** (2002) 044011.
- [12] P.D. D'Eath, *Black holes: gravitational interactions*, (Oxford Science Publications 1996).
- [13] H. Yoshino and V.S. Rychkov, *Phys. Rev. D* **71** (2005) 104028 [Erratum-ibid. *D* **77** (2008) 089905].
- [14] M.O.P. Sampaio, arXiv:1306. 0903.
- [15] M.W. Choptuik and F. Pretorius, *Phys. Rev. Lett.* **104** (2010) 111101; W.E. East and F. Pretorius, *Phys. Rev. Lett.* **110** (2013) 101101; L. Rezzolla and K. Takami, *Class. Quant. Grav.* **30** (2013) 012001; M. Shibata, H. Okawa and T. Yamamoto, *Phys. Rev. D* **78** (2008) 101501; U. Sperhake, V. Cardoso, F. Pretorius, E. Berti and J.A. Gonzalez, *Phys. Rev. Lett.* **101** (2008) 161101.
- [16] U. Sperhake, *Int. J. Mod. Phys. D* **22** (2013) 1330005; H.M.S. Yoshino and M. Shibata, *Prog. Theor. Phys. Suppl.* **189** (2011) 269; H.M.S. Yoshino and M. Shibata, *Prog. Theor. Phys. Suppl.* **190** (2011) 282.
- [17] P. Meade and L. Randall, *JHEP* **0805** (2008) 003.
- [18] U. Sperhake, E. Berti, V. Cardoso and F. Pretorius, arXiv:1211. 6114.



- [19] X. Calmet, W. Gong and S.D.H. Hsu, Phys. Lett. B **668** (2008) 20; D.M. Gingrich, J. Phys. G **37** (2010) 105008.
- [20] M. Zilhao, V. Cardoso, C. Herdeiro, L. Lehner and U. Sperhake, Phys. Rev. D **85** (2012) 124062.
- [21] M.O.P. Sampaio, JHEP **0910** (2009) 008.
- [22] R. Emparan and H.S. Reall, Living Rev. Rel. **11** (2008) 6; S. Tomizawa and H. Ishihara, Prog. Theor. Phys. Suppl. **189** (2011) 7.
- [23] R. Gregory, Lect. Notes Phys. **769** (2009) 259; P. Kanti, J. Phys. Conf. Ser. **189** (2009) 012020; N. Tanahashi and T. Tanaka, Prog. Theor. Phys. Suppl. **189** (2011) 227.
- [24] R.C. Myers and M.J. Perry, Annals Phys. **172** (1986) 304.
- [25] S.W. Hawking, Commun. Math. Phys. **43** (1975) 199.
- [26] S.A. Teukolsky, Phys. Rev. Lett. **29** (1972) 1114; S.A. Teukolsky, Astrophys. J. **185** (1973) 635.
- [27] M. Casals, S.R. Dolan, P. Kanti and E. Winstanley, JHEP **0703** (2007) 019; M. Casals, P. Kanti and E. Winstanley, JHEP **0602** (2006) 051; G. Duffy, C. Harris, P. Kanti and E. Winstanley, JHEP **0509** (2005) 049; D. Ida, K.-y. Oda and S.C. Park, Phys. Rev. D **67** (2003) 064025 [Erratum-ibid. D **69** (2004) 049901].
- [28] C.M. Harris and P. Kanti, JHEP **0310** (2003) 014.
- [29] M. Casals, S.R. Dolan, P. Kanti and E. Winstanley, JHEP **0806** (2008) 071.
- [30] J. Doukas, H.T. Cho, A.S. Cornell and W. Naylor, Phys. Rev. D **80** (2009) 045021; P. Kanti, H. Kodama, R.A. Konoplya, N. Pappas and A. Zhidenko, Phys. Rev. D **80** (2009) 084016.
- [31] A.S. Cornell, W. Naylor and M. Sasaki, JHEP **0602** (2006) 012; S. Creek, O. Efthimiou, P. Kanti and K. Tamvakis, Phys. Lett. B **635** (2006) 39; D.K. Park, Phys. Lett. B **638** (2006) 246.
- [32] V. Cardoso, M. Cavaglià and L. Gualtieri, JHEP **0602** (2006) 021.
- [33] H. Kodama and A. Ishibashi, Prog. Theor. Phys. **110** (2003) 701.
- [34] M. Durkee and H.S. Reall, Class. Quant. Grav. **28** (2011) 035011; K. Murata, Prog. Theor. Phys. Suppl. **189** (2011) 210; H.S. Reall, Int. J. Mod. Phys. D **21** (2012) 1230001.
- [35] R. Emparan, G.T. Horowitz and R.C. Myers, Phys. Rev. Lett. **85** (2000) 499.
- [36] X. Calmet, D. Fragkakis and N. Gausmann, chapter 8 in *Black holes: evolution, theory and thermodynamics*, ed. A.J. Bauer and D.G. Eiffel (Nova Science Publishers, 2012); X. Calmet and N. Gausmann, Int. J. Mod. Phys. A **28** (2013) 135004.
- [37] P. Nicolini and E. Winstanley, JHEP **1111** (2011) 075.
- [38] J.A. Frost, J.R. Gaunt, M.O.P. Sampaio, M. Casals, S.R. Dolan, M.A. Parker and B.R. Webber, JHEP **0910** (2009) 014.

- [39] D.-C. Dai, G. Starkman, D. Stojkovic, C. Issever, E. Rizvi and J. Tseng, Phys. Rev. D **77** (2008) 076007.
- [40] M. Cavaglià, R. Godang, L. Cremaldi and D. Summers, Comput. Phys. Commun. **177** (2007) 506; D.M. Gingrich, hep-ph/0610219; G.L. Landsberg, J. Phys. G **32** (2006) R337.
- [41] D.M. Gingrich, Comput. Phys. Commun. **181** (2010) 1917.
- [42] G. Aad *et al.* [ATLAS Collaboration], Phys. Lett. B **716** (2012) 122.
- [43] S. Chatrchyan *et al.* [CMS Collaboration], arXiv:1303. 5338.