PROPAGATION DE LA LUMIÈRE SOUS CHAMP MAGNÉTIQUE

Mathilde Fouché

INSTITUT NON LINÉAIRE DE NICE

UNIVERSITÉ DE NICE SOPHIA ANTIPOLIS

HABILITATION À DIRIGER DES RECHERCHES

présentée par

Mathilde FOUCHÉ

Sujet :

PROPAGATION DE LA LUMIÈRE SOUS CHAMP MAGNÉTIQUE

Biréfringence magnétique des gaz et du vide

Soutenue le 25 avril 2016 devant le jury composé de :

Mme	Caroline CHAMPENOIS	Examinatrice
M.	Laurent HILICO	Rapporteur
Mme	Catherine Nary MAN	Rapporteur
M.	Carlo RIZZO	Examinateur
M.	Marc VALLET	Rapporteur

Remerciements

Depuis mon entrée au CNRS, j'ai effectué mes recherches sur le projet BMV au sein du Laboratoire Collisions Agrégats Réactivité de Toulouse puis au Laboratoire National des Champs Magnétiques Intenses de Toulouse. Je remercie les directeurs de laboratoire Bertrand Girard, Jacques Vigué puis Geert Rikken pour leur soutien ayant permis de mener à bien ces travaux de recherche.

Je tiens aussi à remercier les rapporteurs, Laurent Hilico, Catherine Nary Man, et Marc Vallet, pour le temps dédié à la lecture du manuscrit et pour l'intérêt qu'ils ont porté au projet. Merci à Caroline Champenois d'avoir présidé (pour la première fois !) le jury de soutenance.

J'ai passé 9 ans dans l'équipe de Carlo Rizzo sur le projet BMV. Je tiens tout particulièrement à le remercier pour ses qualités de chef d'équipe mais aussi de voisin de bureau permettant de mêler tout en finesse la physique, le rugby et la politique !

Ce projet ne pourrait aboutir sans un réel travail d'équipe. J'ai dans un premier temps travaillé avec Cécile Robilliard sur l'expérience du mur brillant. Ce manuscrit est pour moi l'occasion de lui dire que ces années passées à travailler avec elle ont été un réel plaisir. J'ai apprécié ses qualités de physicienne et sa rigueur, et je garde toujours en mémoire nos fous rires en manip (compter des photons en salle blanche pendant des heures restera gravé dans ma mémoire !).

J'ai ensuite rejoint Rémy Battesti sur le projet BMV. C'est clairement l'un des piliers de ce projet (pas de rugby :-)) qui a pu avancer grâce à un vrai travail en commun. Il le sait, mais je le redis ici : le projet n'a jamais autant avancé que les fois où nous pouvions travailler tous les deux, ensemble, sur l'expérience. J'espère encore avoir l'occasion de retravailler avec toi, au LNCMI, au LMA ou, qui sait, à l'INLN.

Mes remerciements vont ensuite aux thésards et post-doc qui ont travaillé avec nous pour que le projet puisse fonctionner. Merci à Benoit Pinto, Franck Bielsa, Paul Berceau et Agathe Cadène pour ces années de travail, toujours passées dans la bonne humeur. Je souhaite également beaucoup de courage à Alice Rivère avec qui j'ai travaillé quelques mois avant mon départ pour Nice.

Ce projet nécessite un investissement fort du personnel technique du LNCMI, que ce soit pour les bobines, pour le générateur, pour la mécanique ou pour la cryogénie. Un grand merci à toutes les personnes qui contribuent à l'avancée de

ce projet.

Pour des raisons familiales, je travaille maintenant à l'INLN depuis septembre 2015. C'est pour moi l'occasion de remercier Patrizia Vignolo, directrice de l'INLN et toute l'équipe atomes froids, Robin Kaiser, William Guérin et Guillaume Labeyrie, pour leur accueil. Je tiens également tout particulièrement à remercier Nathalie Hamel qui allège énormément l'organisation de la soutenance d'HDR en s'occupant de toutes les missions des membres du jury.

Je termine par remercier ma famille qui a sans doute ressenti le stress des derniers jours avant la soutenance. Maïa, Simon et Jean-Baptiste seront toujours les plus précieux remèdes lors des coups durs inévitables sur l'expérience. Un grand merci à eux.

Table des matières

Introduction

Magnéto-optique dans la matière

L'influence d'un champ magnétique sur la propagation de la lumière a été découverte pour la première fois en 1846 par Michael Faraday [1]. Il observa en particulier qu'une lumière polarisée linéairement et se propageant dans un milieu soumis à un champ magnétique $B_{\parallel}$ parallèle au vecteur d'onde [1] voyait sa polarisation tourner. Cet effet est désormais connu sous le nom d'effet Faraday et il est utilisé dans divers systèmes tels que les isolateurs optiques. Avec une telle expérience, Faraday mit en évidence le lien intime existant entre la lumière et les champs électromagnétiques. Ces découvertes représentent l'une des étapes importantes vers le théorie classique de l'électromagnétisme établi par Maxwell.

L'effet Faraday, schématisé sur la figure 1, correspond à une biréfringence magnétique circulaire : l'indice de réfraction n_- pour la lumière polarisée circulairement gauche n'est pas le même que l'indice de réfraction n_+ pour la lumière polarisée circulairement droite. La biréfringence circulaire, proportionnelle au champ magnétique, est alors donnée par :

$$\Delta n_{\mathrm{F}} = n_- - n_+ = k_{\mathrm{F}} B_{\parallel}. \tag{1}$$

En d'autres termes, les polarisations circulaires gauche et droite se propagent sans déformation mais pas à la même vitesse. Une lumière polarisée initialement linéairement, correspondant donc à la somme d'une onde polarisée circulaire droite et d'une onde polarisée circulaire gauche, voit ainsi sa polarisation tourner sous l'effet d'un champ magnétique longitudinal.

L'influence d'un champ magnétique $B_{\perp}$ transverse à la propagation de la lumière a été découverte une cinquantaine d'années plus tard, au tout début du $20^{\text{ème}}$ siècle par Kerr [2] et Majorana [3]. Pour cela, un milieu, généralement liquide, était placé dans un champ magnétique transverse entre deux polariseurs croisés dont les axes étaient placés à 45 ° de la direction du champ magnétique. La lumière linéairement polarisée devenait alors elliptique après propagation dans le milieu soumis au champ magnétique. Cet effet a été par la suite étudié en détails par Cotton et Mouton et il porte depuis le nom d'effet Cotton-Mouton [4–7].

1. Dans la suite du manuscrit, on parlera de champ magnétique longitudinal lorsque le champ magnétique est parallèle au vecteur d'onde, et de champ magnétique transverse dans le cas d'un champ magnétique orthogonal au vecteur d'onde.

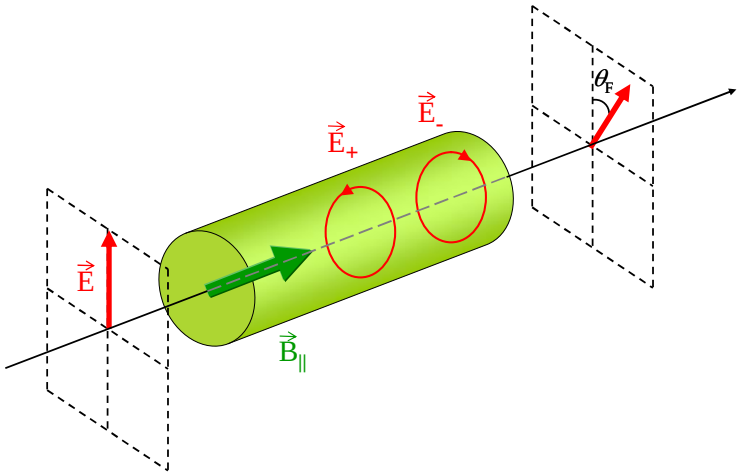


FIGURE 1 – Effet Faraday ou biréfringence magnétique circulaire.

L'effet Cotton-Mouton, représenté sur la figure 2, correspond à une biréfringence magnétique linéaire : l'indice de réfraction $n_{\parallel}$ vu par une onde polarisée parallèlement au champ magnétique n'est pas le même que l'indice de réfraction $n_{\perp}$ vu par une onde polarisée perpendiculairement au champ magnétique. La biréfringence est quadratique en champ :

$$\Delta n_{\mathrm{CM}} = n_{\parallel} - n_{\perp} = k_{\mathrm{CM}} B_{\perp}^2. \tag{2}$$

Les polarisations parallèle et perpendiculaire au champ magnétique voyagent sans déformation mais à des vitesses différentes. Une lumière polarisée linéairement, avec un angle θ par rapport au champ magnétique transverse, ressort ainsi de la zone de champ magnétique polarisée elliptiquement.

Depuis leurs découvertes, les effets Faraday et Cotton-Mouton ont été largement étudiés, que ce soit dans des milieux solides ou liquides. Dans les milieux gazeux, les biréfringences sont bien plus petites, et ce d'autant plus que la pression est basse. Leurs mesures représentent donc un véritable défi expérimental. Mais elles sont particulièrement intéressantes car elles permettent de tester notre connaissance de l'interaction entre la matière et les champs électromagnétiques. La valeur des biréfringences dépend des propriétés microscopiques de la matière telles que la polarisabilité électrique, la susceptibilité magnétique ou l'hypersusceptibilité magnétique. Dans le cas des milieux dilués, ces réponses peuvent être calculées dans le cadre de la chimie quantique. Pour l'hélium, les calculs sont considérés comme exact. Les comparaisons entre les résultats expérimentaux et théoriques permettent alors de valider ou de calibrer les dispositifs expérimentaux. Pour des atomes à plus grand nombre d'électrons, cette comparaison permet de valider les modèles de calculs utilisés.

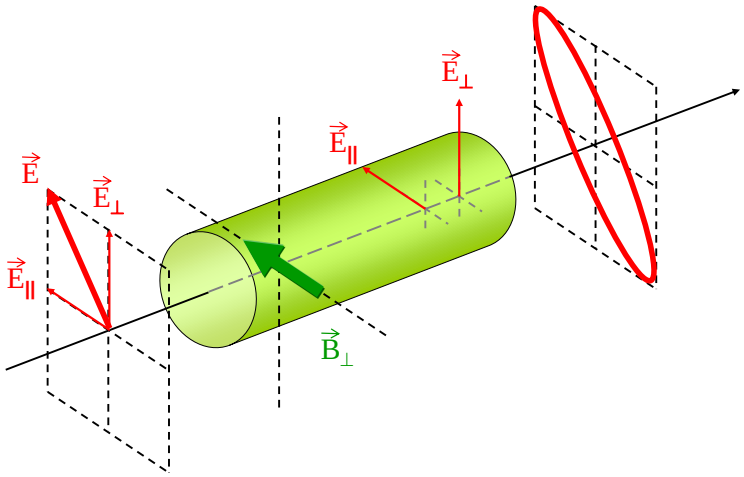


FIGURE 2 – Effet Cotton-Mouton ou biréfringence magnétique linéaire.

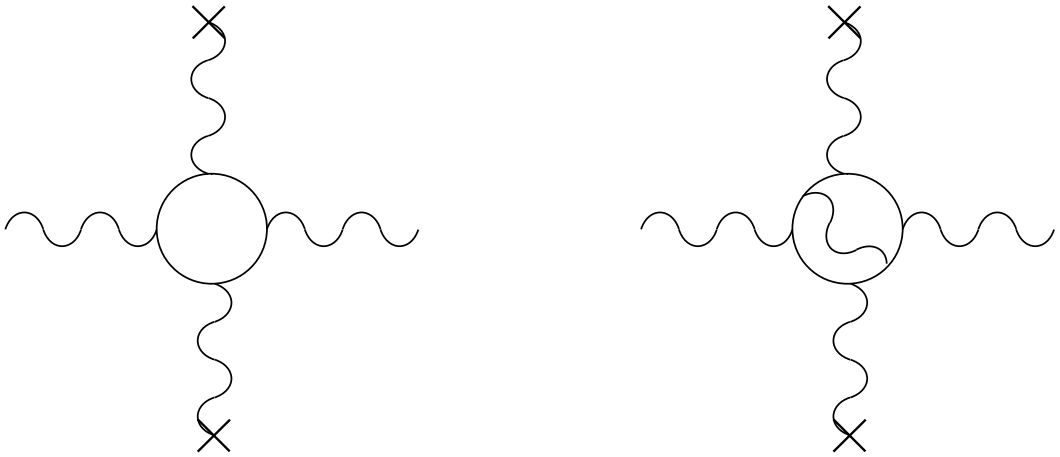
Magnéto-optique dans le vide quantique

L'interaction entre champs électromagnétiques dans un milieu peut être décrite à partir des équations de Maxwell et des équations constitutives du milieu. Les équations de Maxwell dans le vide sont linéaires. Dans le cadre de l'électrodynamique classique, aucune interaction n'est donc possible. En particulier, les effets Faraday et Cotton-Mouton sont inexistants.

Ces interactions sont en revanche possibles dans le cadre de l'électrodynamique quantique (QED) via les fluctuations quantiques du vide. Le vide étant supposé invariant par transformations de Lorentz, l'effet Faraday n'existe pas. L'effet Cotton-Mouton du vide est quant à lui différent de zéro et a été calculé dans les années 1970 [8, 9] à partir du lagrangien établi par Heisenberg et Euler en 1935 et 1936 [10, 11]. Aux premiers ordres de la constante de structure fine α, l'effet Cotton-Mouton vaut :

$$k_{\mathrm{CM}} = \frac{2\alpha^2\hbar^3}{15\mu_0 m_e^4 c^5}\left(1+\frac{25}{4\pi}\alpha\right)\,[\mathrm{T}^{-2}], \tag{3}$$

avec $\hbar$ la constante de Planck divisée par 2π, μ_0 la perméabilité du vide, m_e la masse de l'électron et c la vitesse de la lumière dans le vide. Le terme principal en α^2 correspond au diagramme de Feynman de la figure 3a : deux photons associés au champ électromagnétique interagissent avec deux photons associés au champ magnétique externe par l'intermédiaire d'une paire virtuelle électron-positron. La première correction radiative, correspondant au terme en α^3, est quant à elle représentée par le diagramme de Feynman de la figure 3b. Elle tient compte de la possibilité pour la paire électron-positron d'échanger un photon. Cette correction a été calculée par Ritus en 1976 [9]. Elle vaut environ 1.5 % du terme principal.



(a) Diagramme de Feynman correspondant au terme principal pour la biréfringence magnétique du vide.

(b) Diagramme de Feynman correspondant à la première correction radiative.

FIGURE 3 – Diagrammes de Feynman correspondant à la biréfringence magnétique du vide. Les lignes ondulées représentent les photons du champ électromagnétique et les lignes ondulées terminées d'une croix correspondent aux photons du champ magnétique externe. Le cercle représente une paire électron-positron.

En utilisant les valeurs des constantes fondamentales données par le CODATA [12], la valeur de la biréfringence magnétique du vide est :

$$k_{\mathrm{CM}} = (4.0316994 \pm 0.0000009) \times 10^{-24}\ \mathrm{T}^{-2}. \tag{4}$$

L'incertitude est donnée par l'incertitude sur les constantes fondamentales. Elle est donc négligeable comparée à l'incertitude due au fait que seule la première correction radiative ait été calculée. En ce sens, la mesure de l'effet Cotton-Mouton du vide ne correspond pas à une mesure de constantes fondamentales, mais à un test du lagrangien de Heisenberg et Euler.

L'effet Cotton-Mouton du vide est extrêmement faible et il n'a à l'heure actuelle jamais été mesuré. Son observation représente un véritable défi expérimental. Plusieurs expériences sont actuellement en cours dans la monde, dont le projet BMV (Biréfringence Magnétique du Vide) installé au Laboratoire National des Champs Magnétiques Intenses de Toulouse (LNCMI-T) et qui sera présenté dans ce mémoire. Les expériences sont essentiellement basées sur des champs magnétiques les plus intenses possibles couplés à des cavités Fabry-Pérot de très hautes finesses permettant d'accumuler l'effet à mesurer sur l'équivalent de plusieurs centaines de kilomètres. Concernant le champ magnétique, plusieurs technologies existent : les champs magnétiques continus avec ses aimants permanents ou ses aimants supraconducteurs, et les champs pulsés. Ces derniers

présentent l'avantage de délivrer des champs magnétiques plus intenses avec une fréquence équivalente de l'ordre de la centaine de Hz. C'est la technologie utilisée pour le projet BMV et dont le LNCMI-T est spécialiste.

La QED est l'une des théories les mieux testées. Certaines prédictions théoriques ont été vérifiées expérimentalement avec une extrême précision. C'est par exemple le cas pour les systèmes liés avec le déplacement de Lamb de l'atome d'hydrogène [13] ou pour les particules isolées chargées avec le moment magnétique anormal de l'électron [14]. Cependant, aucun test ne faisant intervenir uniquement les photons et le vide quantique n'a encore été réalisé. La mesure de l'effet Cotton-Mouton du vide serait le premier test réalisé dans ce cadre.

Au-delà du modèle standard

L'étude de la propagation de la lumière dans le vide soumis à un champ magnétique transverse permet également de tester des prédictions au-delà du modèle standard. Elle permettrait en particulier de détecter des particules pouvant se coupler aux photons via le champ magnétique par effet Primakoff [15], comme schématisé sur la figure 4. Ces particules hypothétiques, interagissant très peu avec la matière et donc pratiquement indétectables, sont appelées de manière générale WIMPs (Weakly Interacting Massive Particles).

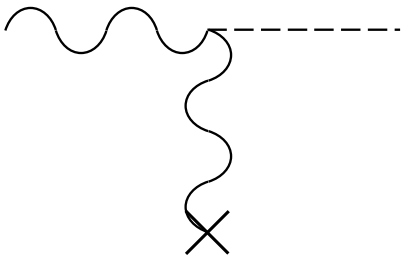


FIGURE 4 – Schéma correspondant au couplage WIMP - photon via un champ magnétique externe. Le trait pointillé correspond à une particule WIMP comme l'axion.

L'une des particules les plus connues parmi les WIMPs est l'axion. Cette particule a été introduite en 1977 par Peccei et Quinn pour résoudre un problème théorique, le « strong CP problem » [16]. L'axion serait également l'un des constituants les plus crédibles de la matière noire. En astrophysique, la matière noire (ou matière sombre), censée représenter le quart de notre univers, désigne la matière apparemment indétectable, invoquée pour rendre compte d'effets inattendus, notamment concernant la rotation des galaxies spirales. Différentes hypothèses ont été émises et explorées sur la composition de cette hypothétique matière noire : gaz moléculaire, étoiles mortes, naines brunes en grand nombre, trous noirs... Cependant, les observations impliqueraient plutôt une nature non-baryonique encore inconnue, comme l'axion. La détection de cette particule serait une avancée majeure dans la compréhension de notre univers.

D'un point de vue expérimental, différentes stratégies ont été adoptées pour tenter de détecter cet axion. Les meilleures limites concernant sa masse et la constante de couplage axion-2 photons (un photon du champ électromagnétique et un photon du champ magnétique externe) sont données par des observations astrophysiques. La première, appelée CAST [17] recherche des axions solaires. La deuxième, ADMX [18], tente de détecter des axions galactiques. Le principe est ici de convertir sur terre les axions créés possiblement en grand nombre par des sources extérieures. Bien que très sensibles, ces expériences présentent le désavantage d'être fortement dépendantes des modèles utilisés pour décrire les sources célestes et donc du taux de création d'axions. D'un autre côté, les expériences purement terrestres, créant et détectant les axions sur terre, sont bien moins sensibles mais les limites données ne dépendent d'aucun modèle. Trois types d'expériences purement terrestres existent, complémentaires les unes des autres : les expériences de type "mur brillant" ou photorégénération de bosons de faible masse [19], les expériences type projet BMV et les expériences permettant de mesurer le dichroïsme magnétique du vide [20, 21].

Plan du mémoire

Je présente dans ce mémoire mes travaux concernant l'étude de la propagation de la lumière sous champ magnétique et plus particulièrement l'étude de la biréfringence magnétique du vide. Les principaux articles relatifs à chaque partie sont regroupés à la fin des chapitres correspondants. Ce mémoire est organisé de la manière suivante :

- Le **chapitre 1** est consacré à la présentation du cadre général de la mesure de la biréfringence magnétique du vide. Comme dit précédemment, cette mesure constitue un test de l'électrodynamique quantique. Nous nous plaçons dans le cadre plus général de l'électrodynamique non-linéaire du vide, dont fait partie la QED. Cette partie permet en particulier de mettre en évidence la complémentarité de la mesure de la biréfringence magnétique du vide des autres mesures testant de manière très précise la QED comme celles réalisées dans les systèmes liés.

- Je présente dans le **chapitre 2** le dispositif expérimental mis en place pour la mesure de la biréfringence magnétique du vide. Les différents éléments constituant l'ellipsomètre, avec en particulier le champ magnétique et la cavité Fabry-Pérot de haute finesse, sont détaillés.

- Les premières mesures ont été réalisées dans des gaz. L'effet Faraday et Cotton-Mouton de l'hélium et du xénon ont en particulier été mesurés et

comparés aux données théoriques. Nous avons ensuite mesuré la biréfringence magnétique du vide. Nos mesures ont permis de donner des limites qui étaient au moment de leur publication les meilleures au monde. L'ensemble de ces résultats sont présentés dans le **chapitre 3**.

– Comme dit dans l'introduction, la propagation de la lumière sous champ magnétique permet également de tester des prédictions hors modèle standard. Je présente dans le **chapitre 4** deux expériences réalisées dans ce cadre avec des expériences de type "mur brillant".

– Le dispositif de première génération nous a permis de donner de très bonnes limites sur la biréfringence magnétique du vide, mais pas de l'observer. Pour atteindre cet objectif, un dispositif de deuxième génération doit être mis en place. Je présente les améliorations correspondantes dans la **conclusion**. J'évoque également les mesures ultérieures envisagées sur les gaz afin en particulier d'observer de nouveaux effets.

CHAPITRE 1

Electrodynamique non-linéaire

L'électrodynamique non-linéaire est un cadre général englobant les théories décrivant les interactions entre champs électriques et magnétiques dans le vide. De nombreux phénomènes y sont prévus, allant de la variation de la vitesse de la lumière dans le vide en présence d'un champ électrique et/ou magnétique à la diffusion photon-photon en passant par la modification du potentiel électrostatique créé par une particule chargée.

Parmi les différentes théories d'électrodynamique non-linéaire, l'électrodynamique quantique (QED) est la théorie la mieux validée, avec des prédictions théoriques vérifiées expérimentalement avec une incroyable précision. Elle a été largement testée dans les systèmes liés avec par exemple le déplacement de Lamb dans l'atome d'hydrogène [13] et pour les particules chargées isolées comme avec le moment magnétique anormal de l'électron [14]. Ce type d'expériences permet en particulier de mettre en évidence l'influence du vide sur les interactions, qui sont véhiculées par les photons, entre particules chargées.

L'influence du vide quantique sur la propagation de la lumière, en l'absence de toute particule, n'a en revanche jamais été testé. Plusieurs expériences dans ce domaine sont actuellement en cours [21–24] mais aucune n'a encore la sensibilité suffisante pour observer de tels effets. La QED permet certes de prédire et de quantifier les phénomènes en jeu. Mais faute de preuves expérimentales, il est toutefois légitime de se demander si elle s'applique encore dans ce domaine ou si des formes alternatives d'électrodynamique non-linéaire sont nécessaires. C'est dans ce cadre que s'inscrit le projet BMV, développé au LNCMI de Toulouse et visant à mesurer l'influence du champ magnétique sur la propagation de la lumière dans le vide. Nous verrons dans ce chapitre comment les différents types d'expériences évoquées ici (propagation de la lumière dans le vide et déplacement de Lamb essentiellement) permettent de tester de manière complémentaire les différentes théories, et en particulier la QED.

1.1 Equations de Maxwell et équations constitutives

L'interaction entre champs électromagnétiques dans un milieu sans densité de charges ou de courants libres peut être décrite à partir des équations de Maxwell :

$$\overrightarrow{\text{rot}}\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \tag{1.1}$$

$$\overrightarrow{\text{rot}}\vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \tag{1.2}$$

$$\text{div}\vec{D} = 0, \tag{1.3}$$

$$\text{div}\vec{B} = 0, \tag{1.4}$$

et des équations constitutives du milieu :

$$\vec{B} = \mu_0 \left(\vec{H} + \vec{M}\right) = [\mu]\vec{H}, \tag{1.5}$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = [\epsilon]\vec{E}. \tag{1.6}$$

L'excitation magnétique $\vec{H}$ et l'excitation électrique $\vec{D}$ dépendent des champs électrique $\vec{E}$ et magnétique $\vec{B}$, de la polarisation $\vec{P}$ du milieu et de son aimantation $\vec{M}$. Ils décrivent la réponse du milieu à ces champs. Les tenseurs $[\epsilon]$ et $[\mu]$ correspondent aux tenseurs permittivité électrique et perméabilité magnétique. Les equations constitutives sont également reliées au lagrangien du système de la façon suivante :

$$\vec{D} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \vec{E}}, \tag{1.7}$$

$$\vec{H} = -\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \vec{B}}. \tag{1.8}$$

1.2 Lagrangien

1.2.1 Lagrangien général

Le vide est supposé être invariant par transformations de Lorentz. La description de toutes les formes d'électrodynamique non-linéaire sera donc représentée par le lagrangien suivant [25] :

$$\mathcal{L} = \sum_{i=0}^{\infty}\sum_{j=0}^{\infty} c_{i,j}\mathcal{F}^i\mathcal{G}^j. \tag{1.9}$$

Il correspond à une somme de puissance des invariants de Lorentz $\mathcal{F}$ et $\mathcal{G}$:

$$\mathcal{F} = \epsilon_0 E^2 - \frac{B^2}{\mu_0}, \tag{1.10}$$

$$\mathcal{G} = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}}\vec{E}\cdot\vec{B}, \tag{1.11}$$

Le nombre de paramètres libres $c_{i,j}$ est infini, mais il est généralement accepté que seuls les ordres les plus bas en champ sont suffisants pour décrire les phénomènes induits dans la plupart des expériences. Le lagrangien devient alors :

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_{\mathrm{NL}} \tag{1.12}$$

$$\text{avec} \quad \mathcal{L}_0 = \frac{1}{2}\mathcal{F} \tag{1.13}$$

$$\text{et} \quad \mathcal{L}_{\mathrm{NL}} \simeq c_{0,1}\mathcal{G} + c_{2,0}\mathcal{F}^2 + c_{0,2}\mathcal{G}^2 + c_{1,1}\mathcal{F}\mathcal{G}. \tag{1.14}$$

Le terme d'ordre le plus bas $\mathcal{L}_0$ correspond au lagrangien de Maxwell classique, avec $c_{1,0} = 1/2$. La correction non-linéaire $\mathcal{L}_{\mathrm{NL}}$ depend de quatre paramètres : $c_{0,1}$, $c_{2,0}$, $c_{0,2}$ and $c_{1,1}$.

En utilisant les équations (1.7) et (1.8), nous obtenons :

$$\begin{aligned}\vec{P} &= c_{0,1}\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}}\vec{B} \\ &+ c_{2,0}4\epsilon_0\mathcal{F}\vec{E} \\ &+ c_{0,2}2\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}}\mathcal{G}\vec{B} \\ &+ c_{1,1}\Big(2\epsilon_0\mathcal{G}\vec{E} + \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}}\mathcal{F}\vec{B}\Big),\end{aligned} \tag{1.15}$$

$$\begin{aligned}\vec{M} &= c_{0,1}\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}}\vec{E} \\ &- c_{2,0}4\mathcal{F}\frac{\vec{B}}{\mu_0} \\ &+ c_{0,2}2\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}}\mathcal{G}\vec{E} \\ &- c_{1,1}\Big(2\mathcal{G}\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}}\mathcal{F}\vec{E}\Big).\end{aligned} \tag{1.16}$$

L'expression du lagrangien, et en particulier l'expression des paramètres $c_{i,j}$, dépend des théories développées. Sans être exhaustif, les parties suivantes présentent quelques exemples de lagrangien, en partant de celui le plus reconnu, établi dans le cadre de la QED, au cas le plus général établi dans le cadre de la théorie des cordes.

1.2.2 Lagrangien classique

Dans la théorie classique, nous avons :

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 = \frac{1}{2}\left(\epsilon_0 E^2 - \frac{B^2}{\mu_0}\right), \tag{1.17}$$

$$\mathcal{L}_{\mathrm{NL}} = 0, \tag{1.18}$$

$$\vec{P} = \vec{0}, \tag{1.19}$$

$$\vec{M} = \vec{0}. \tag{1.20}$$

Les tenseurs permittivité électrique et perméabilité magnétique deviennent $[\epsilon] = \epsilon_0$ et $[\mu] = \mu_0$. Les équations de Maxwell sont donc linéaires et aucune interaction entre champs électromagnétiques n'est donc possible.

1.2.3 Lagrangien de Heisenberg et Euler

Le lagrangien le plus largement utilisé est celui établi dans le cadre de la QED en 1936 par Heisenberg and Euler [11], généralisant à tous les ordres le lagrangien de Euler et Kockel de 1935 [10]. Le vide est supposé ne pas violer les symétries C, P et T. Ceci implique que les coefficients $c_{i,j}$ avec j impair sont nuls. En particulier, nous trouvons :

$$c_{0,1} = 0, \tag{1.21}$$

$$c_{1,1} = 0. \tag{1.22}$$

Le lagrangien s'écrit alors de la manière suivante :

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\mathcal{F} + \mathcal{L}_{\mathrm{NL}}, \tag{1.23}$$

$$= \frac{1}{2}\mathcal{F} + c_{2,0}\mathcal{F}^2 + c_{0,2}\mathcal{G}^2. \tag{1.24}$$

Les coefficients $c_{2,0}$ et $c_{0,2}$ sont donnés à partir des résultats de Euler et Kockel [10] :

$$c_{2,0} = \frac{2\alpha^2\hbar^3}{45 m_e^4 c^5} \tag{1.25}$$

$$= \frac{\alpha}{90\pi}\frac{1}{\epsilon_0 E_{\mathrm{cr}}^2} = \frac{\alpha}{90\pi}\frac{\mu_0}{B_{\mathrm{cr}}^2} \tag{1.26}$$

$$\simeq 1.66 \times 10^{-30} \left[\frac{m^3}{J}\right], \tag{1.27}$$

$$c_{0,2} = 7c_{2,0}. \tag{1.28}$$

Le lagrangien non-linéaire s'écrit donc :

$$\mathcal{L}_{\mathrm{NL}} = \frac{\alpha}{90\pi}\frac{1}{\epsilon_0 E_{cr}^2}\left(\mathcal{F}^2 + 7\mathcal{G}^2\right). \tag{1.29}$$

avec $\alpha = e^2/4\pi\epsilon_0\hbar c$ la constante de structure fine et e la charge élémentaire. $E_{\mathrm{cr}} = m_e^2 c^3/e\hbar = 1.3 \times 10^{18}\,\mathrm{V/m}$ est appelé le champ critique et $B_{\mathrm{cr}} = E_{\mathrm{cr}}/c = m_e^2 c^2/e\hbar = 4.4 \times 10^9\,\mathrm{T}$ est appelé le champ magnétique critique.

Dans le cadre de la QED, les paramètres $c_{i,j}$ sont fixés. Aucune prédiction théorique obtenue à partir de ce lagrangien ne contient donc de paramètre libre.

1.2.4 Lagrangien de Born et Infeld

Le lagrangien de Born et Infeld est un exemple très connu rentrant dans le cadre des théories de l'électrodynamique non-linéaire. Il a été introduit dans les années 1934 [26], et il précède donc le lagrangien de Heisenberg et Euler. Il a été introduit pour résoudre le problème de l'énergie infinie d'une particule ponctuelle chargée baignant dans son propre champ électrique. Pour cela, il a été postulé l'existence d'un champ électrique absolu E_{abs} correspondant à la limite haute que peut atteindre un champ purement électrique. Dans ces conditions, le lagrangien s'écrit :

$$\mathcal{L} = \epsilon_0 E_{\mathrm{abs}}^2\left(-\sqrt{1 - \frac{\mathcal{F}}{\epsilon_0 E_{\mathrm{abs}}^2} - \frac{\mathcal{G}^2}{(\epsilon_0 E_{\mathrm{abs}}^2)^2}} + 1\right). \tag{1.30}$$

En supposant que $\left(\frac{\mathcal{F}}{\epsilon_0 E_{\mathrm{abs}}^2} - \frac{\mathcal{G}^2}{\epsilon_0 E_{\mathrm{abs}}^4}\right) \ll 1$, le lagrangien devient aux ordres les plus bas en champ :

$$\mathcal{L} \simeq \frac{1}{2}\mathcal{F} + \frac{1}{8\epsilon_0 E_{\mathrm{abs}}^2}\mathcal{F}^2 + \frac{1}{2\epsilon_0 E_{\mathrm{abs}}^2}\mathcal{G}^2. \tag{1.31}$$

Ceci correspond aux paramètres $c_{i,j}$ suivant :

$$c_{1,0} = \frac{1}{2}, \tag{1.32}$$

$$c_{0,1} = c_{1,1} = 0, \tag{1.33}$$

$$c_{2,0} = \frac{1}{8\epsilon_0 E_{\mathrm{abs}}^2}, \tag{1.34}$$

$$c_{0,2} = \frac{1}{2\epsilon_0 E_{\mathrm{abs}}^2} = 4c_{2,0}. \tag{1.35}$$

E_{abs} est un paramètre libre de la théorie, qui reste donc à déterminer soit théoriquement, soit expérimentalement. Dans la référence [26], ce champ a été calculé en supposant que la masse de l'électron était intégralement d'origine électromagnétique. On trouve alors $E_{\mathrm{abs}} \simeq 2 \times 10^{20}\,\mathrm{V/m}$, correspondant à un terme $c_{2,0}$ environ quatre fois plus petit que celui prédit avec le lagrangien de

Heisenberg et Euler. Le défaut de cette approche est qu'elle implique que le champ absolu dépend de la particule considérée. Par exemple, pour le muon, le champ absolu serait $(207)^2$ fois plus grand que pour celui de l'électron. Il semblerait plus satisfaisant de supposer l'existence d'une limite universelle au champ électrique, indépendante de la particule créant ce champ.

Une autre manière de contraindre E_{abs} est de comparer les mesures des énergies des niveaux atomiques aux prédictions théoriques avec et sans champ électrique limite. Ceci a été réalisé par Soff, Rafelski and Greiner [27] sur des atomes de numéro atomique élevé où les non-linéarités doivent être plus importantes. Leur conclusion est que E_{abs} doit être supérieur à $1.7 \times 10^{22}\,\text{V/m}$. Ceci correspond à un paramètre $c_{2,0}$ 5 ordres de grandeur plus petit que celui prédit dans le cadre de la QED. Ces résultats ont été depuis remis en question [28] sans toutefois remettre en cause le fait que la valeur introduite par Born et Infeld est physiquement non justifiée.

Bien que le paramètre E_{abs} soit un paramètre libre de la théorie de Born et Infled, le rapport entre les paramètres $c_{2,0}$ et $c_{0,2}$ est quant à lui fixe, comme le montre l'équation (1.35). Dans l'espace des paramètres $(c_{2,0}, c_{0,2})$, la prédiction de Born et Infeld est donc représentée par une droite, alors que celle de Heisenberg et Euler est représentée par un point. Ceci est schématisé sur la figure 1.1.

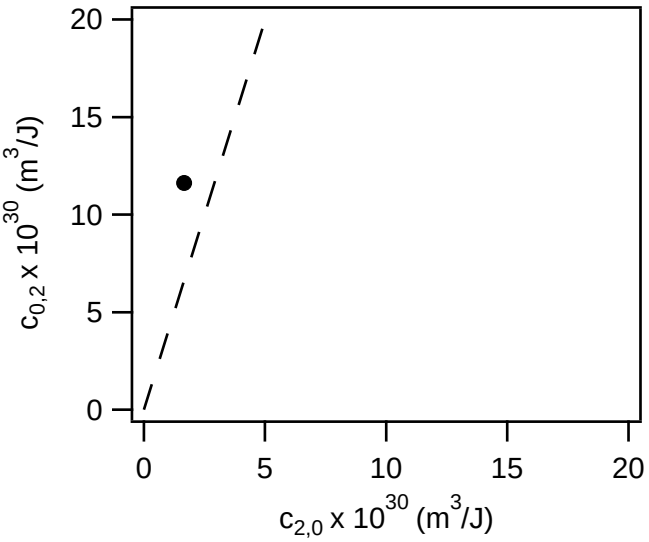


FIGURE 1.1 – Prédiction de Born-Infeld (droite) et de Heisenberg-Euler (point) dans l'espace des paramètres $(c_{2,0}, c_{0,2})$.

1.2.5 Lagrangien dans le cadre de la théorie des cordes

Les lagrangiens précédents, aux ordres les plus bas en champ, font partie de la famille plus générale des lagrangiens obtenus dans le cadre de la théorie des cordes, comme discuté dans la référence [29]. Dans ce contexte, le lagrangien s'écrit :

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\mathcal{F} + \frac{\gamma}{4}\left[(1-b)\mathcal{F}^2 + 6\mathcal{G}^2\right] \tag{1.36}$$

avec γ et b deux paramètres libres. Les paramètres $c_{i,j}$ correspondant sont :

$$c_{1,0} = \frac{1}{2}, \tag{1.37}$$
$$c_{0,1} = c_{1,1} = 0, \tag{1.38}$$
$$c_{2,0} = \frac{\gamma}{4}(1-b), \tag{1.39}$$
$$c_{0,2} = \frac{3}{2}\gamma. \tag{1.40}$$

Les coefficients $c_{2,0}$ et $c_{0,2}$ représentent donc également deux paramètres libres. Le lagrangien de Born et Infeld correspond au cas $b = -1/2$ and $\gamma = 1/3\epsilon_0 E_{\text{abs}}^2$. Celui de Heisenberg et Euler correspond à $b = 1/7$ et $\gamma = 7\alpha/135\pi\epsilon_0 E_{\text{cr}}^2$.

1.3 Propagation de la lumière dans le vide

A partir des lagrangiens précédents, de nombreux phénomènes d'optique non linéaire sont prévus dans le vide. Un grand nombre de ces phénomènes sont listés dans la revue [25]. On peut citer par exemple les phénomènes de biréfringence induite par des champs électriques et/ou magnétiques, le dichroïsme du vide, la diffusion photon-photon, la fusion de photons ou encore la génération de seconde harmonique. Je me concentre dans la suite sur deux phénomènes ayant fait, et faisant toujours, l'objet de recherches expérimentales : la biréfringence magnétique et la diffusion photon-photon.

1.3.1 Biréfringence magnétique

Une biréfringence peut être induite dans le vide par un champ électrique, un champ magnétique ou une combinaison des deux. Alors que dans les milieux matériels, les phénomènes induits par les champs électriques sont bien plus importants que ceux induits par les champs magnétiques, ce n'est pas le cas dans le vide. En effet, la même biréfringence, autrement dit la même différence d'indice, est obtenue avec un champ magnétique B ou un champ électrique $E = cB$. D'un point de vue technologique, il est plus facile de créer des champs magnétiques intenses de plusieurs tesla que de produire des champs électriques de l'ordre

du $\mathrm{GV\,m^{-1}}$. Expérimentalement, il est donc plus judicieux d'étudier les effets magnétiques.

Prévisions théoriques

Le vide étant supposé invariant par transformations de Lorentz, l'effet Faraday n'existe pas. Pour étudier les effets de biréfringence, nous prendrons donc un champ magnétique externe $\vec{B}_\perp$ transverse à la propagation de la lumière. Le calcul de la biréfringence induite par un un tel champ est fait en détails dans la référence [30]. Il est basé sur le lagrangien des équations (1.12) à (1.14).

Le champ magnétique total correspond à la somme du champ magnétique externe statique et du champ magnétique associé à l'onde lumineuse $\vec{B}_\omega$: $\vec{B} = \vec{B}_\omega + \vec{B}_\perp$. Le champ électrique est celui associé à l'onde lumineuse $\vec{E}_\omega$. En injectant ces quantités dans les équations (1.5), (1.6), (1.15) et (1.16) et en ne gardant que les termes oscillant à la pulsation ω, on obtient :

$$\begin{aligned}
\vec{D}_\omega &= \epsilon_0 \left(1 - \frac{4c_{2,0}}{\mu_0} B_\perp^2\right) \vec{E}_\omega \\
&+ \frac{2\epsilon_0 c_{0,2}}{\mu_0} (\vec{E}_\omega \cdot \vec{B}_\perp) \vec{B}_\perp \\
&+ \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \left(c_{0,1} - \frac{c_{1,1}}{\mu_0} B_\perp^2\right) \vec{B}_\omega \\
&- \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \frac{2c_{1,1}}{\mu_0} (\vec{B}_\omega \cdot \vec{B}_\perp) \vec{B}_\perp, \qquad (1.41) \\
\vec{H}_\omega &= \frac{1}{\mu_0} \left(1 - \frac{4c_{2,0}}{\mu_0} B_\perp^2\right) \vec{B}_\omega \\
&- \frac{8c_{2,0}}{\mu_0^2} (\vec{B}_\omega \cdot \vec{B}_\perp) \vec{B}_\perp \\
&+ \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \left(-c_{0,1} + \frac{c_{1,1}}{\mu_0} B_\perp^2\right) \vec{E}_\omega \\
&+ \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \frac{2c_{1,1}}{\mu_0} (\vec{E}_\omega \cdot \vec{B}_\perp) \vec{B}_\perp. \qquad (1.42)
\end{aligned}$$

On définit la direction du champ magnétique statique suivant la direction x. Le champ magnétique est transverse à la direction z correspondant à la direction de propagation de la lumière. On suppose l'existence d'ondes planes se propageant sans déformation de polarisation. Le champ électrique correspondant s'écrit de la manière suivante :

$$\vec{E}_\omega(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 e^{i\left(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r}\right)}, \qquad (1.43)$$

$$\text{avec} \quad \vec{k} = \frac{n\omega}{c} \vec{e}_z. \qquad (1.44)$$

Le vecteur $\vec{k}$ est le vecteur d'onde. Le paramètre n correspond à l'indice vu par l'onde plane. Les équations de Maxwell s'écrivent alors :

$$\begin{aligned}
\vec{k} \otimes \vec{E}_\omega &= \omega \vec{B}_\omega, && (1.45)\\
\vec{k} \otimes \vec{H}_\omega &= -\omega \vec{D}_\omega, && (1.46)\\
\vec{k} \cdot D_\omega &= 0, && (1.47)\\
\vec{k} \cdot B_\omega &= 0. && (1.48)\\
& && (1.49)
\end{aligned}$$

En injectant dans la deuxième equation les expressions des vecteurs $\vec{D}_\omega$ et $\vec{H}_\omega$ données par les équations (1.41) et (1.42), et en utilisant la relation entre les vecteurs $\vec{E}_\omega$ et $\vec{B}_\omega$ donnée par la première équation de Maxwell, on trouve dans le plan de polarisation (x, y) :

$$\begin{bmatrix} n^2\left(\frac{4c_{2,0}}{\mu_0}B_\perp^2 - 1\right) + 1 + \frac{2(c_{0,2}-2c_{2,0})}{\mu_0}B_\perp^2 & \frac{2nc_{1,1}}{\mu_0}B_\perp^2 \\ \frac{2nc_{1,1}}{\mu_0}B_\perp^2 & n^2\left(\frac{12c_{2,0}}{\mu_0}B_\perp^2 - 1\right) + 1 - \frac{4c_{2,0}}{\mu_0}B_\perp^2 \end{bmatrix} \vec{E}_\omega = \vec{0} \quad (1.50)$$

La résolution de ce système d'équations permet finalement de trouver les indices et les axes propres du milieu.

On peut tout d'abord noter l'absence du terme $c_{0,1}$. Celui-ci n'a donc ici aucune influence sur la propagation de la lumière. Les termes diagonaux de la matrice précédente correspondent à l'effet Cotton-Mouton. En considérant dans un premier temps les termes non-diagonaux comme nuls, les axes propres sont parallèles et perpendiculaires au champ magnétique externe. Les indices de réfraction correspondants sont :

$$\begin{aligned}
n_\parallel &= 1 + \frac{c_{0,2}}{\mu_0}B_\perp^2, && (1.51)\\
n_\perp &= 1 + \frac{4c_{2,0}}{\mu_0}B_\perp^2. && (1.52)
\end{aligned}$$

L'indice de réfraction $n_\parallel$ pour la lumière polarisée parallèlement au champ magnétique externe ne dépend que de $c_{0,2}$. L'indice de réfraction $n_\perp$ pour la lumière polarisée perpendiculaire ne dépend quant à lui que de $c_{2,0}$. De plus, les effets de dispersion pouvant être négligés, $n_\parallel$ et $n_\perp$ sont supérieurs à 1. Ceci implique :

$$\begin{aligned}
c_{0,2} &> 0, && (1.53)\\
c_{2,0} &> 0. && (1.54)
\end{aligned}$$

La biréfringence Δn est finalement égale à :

$$\Delta n_{\mathrm{CM}} = n_\parallel - n_\perp = \frac{c_{0,2} - 4c_{2,0}}{\mu_0}B_\perp^2, \quad (1.55)$$

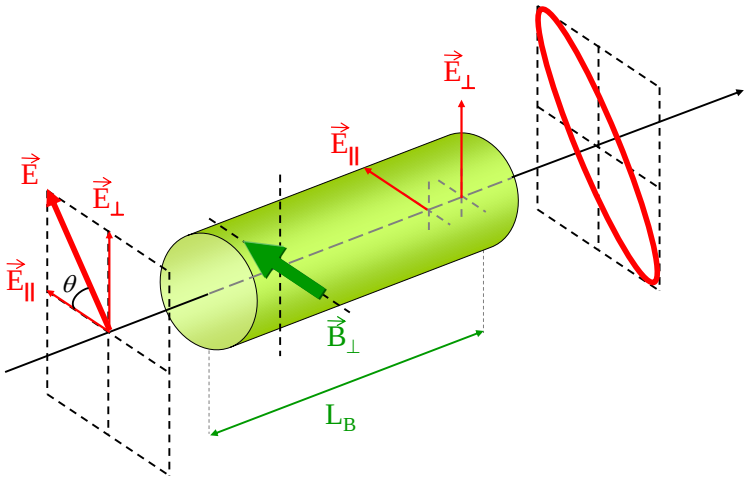


FIGURE 1.2 – Effet Cotton-Mouton. Une lumière de polarisation linéaire, faisant un angle θ avec le champ magnétique externe transverse, devient elliptique après traversée du milieu soumis au champ magnétique sur une longueur L_B.

Elle dépend des deux paramètres $c_{0,2}$ et $c_{2,0}$. En utilisant le lagrangien de Heisenberg et Euler donné par l'équation (1.24), nous obtenons :

$$\Delta n_{\mathrm{CM,HE}} = \frac{3c_{2,0}}{\mu_0} B_\perp^2 = \frac{2\alpha^2\hbar^3}{15\mu_0 m_e^4 c^5} B_\perp^2. \tag{1.56}$$

Le lagrangien de Born-Infeld donné par l'équation (1.31) prédit quant à lui un effet Cotton-Mouton nul :

$$\Delta n_{\mathrm{CM,BI}} = 0. \tag{1.57}$$

Le schéma de principe de la biréfringence Cotton-Mouton est rappelé sur la figure 1.2. Une lumière initialement polarisée linéairement, inclinée d'un angle θ par rapport à la direction du champ magnétique, va acquérir une ellipticité ψ_{CM} après avoir traversé la zone sous champ magnétique. L'ellipticité est donnée par :

$$\psi_{\mathrm{CM}} = \frac{\pi}{\lambda} L_{\mathrm{B}} \Delta n_{\mathrm{CM}} \sin 2\theta, \tag{1.58}$$

avec λ la longueur d'onde et L_B la longueur sur laquelle le champ magnétique est appliqué.

Les termes non-diagonaux de la matrice de l'équation (1.50) sont responsables d'une biréfringence supplémentaire, connue sous le nom de biréfringence de Jones, venant se superposer à la biréfringence Cotton-Mouton. On considère que la biréfringence Cotton-Mouton reste la contribution principale. Dans ces conditions, les indices suivant les axes propres restent ceux donnés par les équations (1.51) et (1.52). En revanche, les axes propres tournent d'un angle β

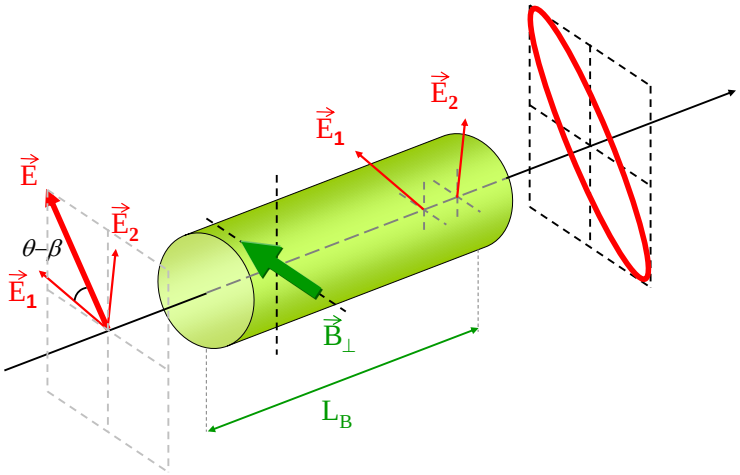


FIGURE 1.3 – Effet Cotton-Mouton et biréfringence de Jones. La biréfringence de Jones, plus petite que l'effet Cotton-mouton, a pour effet de tourner légèrement les polarisations propres d'un angle β.

par-rapport aux précédents, comme le montre la figure 1.3, avec β au premier ordre donné par [31] :

$$\beta = \frac{c_{1,1}}{4c_{2,0} - c_{0,2}}. \tag{1.59}$$

L'ellipticité induite devient alors :

$$\psi = \frac{\pi}{\lambda} L_B \Delta n_{CM} \sin 2(\theta - \beta). \tag{1.60}$$

L'angle β étant très petit devant un, on peut également écrire l'ellipticité totale comme :

$$\psi = \frac{\pi}{\lambda} L_B \frac{B_\perp^2}{\mu_0} \left[(c_{0,2} - 4c_{2,0}) \sin 2\theta - 2c_{1,1} \cos 2\theta \sin 2\beta \right], \tag{1.61}$$

$$= \psi_{CM} + \psi_J. \tag{1.62}$$

C'est la somme de l'ellipticité due à l'effet Cotton-Mouton et de celle due à la biréfringence de Jones. Cette dernière correspond à une biréfringence linéaire suivant les axes orientés à $\pm 45^\circ$ par rapport à la direction du champ magnétique statique avec une biréfringence égale à :

$$\Delta n_J = n_{+45^\circ} - n_{-45^\circ} = \frac{2c_{1,1}}{\mu_0} B_\perp^2. \tag{1.63}$$

Limites expérimentales

Théoriquement, on s'attend donc à observer une variation de la vitesse de la lumière dans le vide soumis à un champ magnétique transverse, avec une variation pouvant dépendre de la direction de polarisation. Deux types d'expériences ont été réalisés pour mesurer cette variation. La première est basée sur des interféromètres à bras séparés comme les interféromètres de Michelson et Morley. Le principe, représenté sur le figure 1.4 est de mesurer le changement de la figure d'interférence lorsqu'un champ magnétique externe est appliqué sur l'un des bras. Ce type de configuration, représenté sur la figure, présente l'avantage de mesurer directement les indices $n_{\parallel}$ et $n_{\perp}$, et donc les paramètres $c_{0,2}$ et $c_{2,0}$, suivant que le champ magnétique est orienté parallèlement ou perpendiculairement à la polarisation de la lumière.

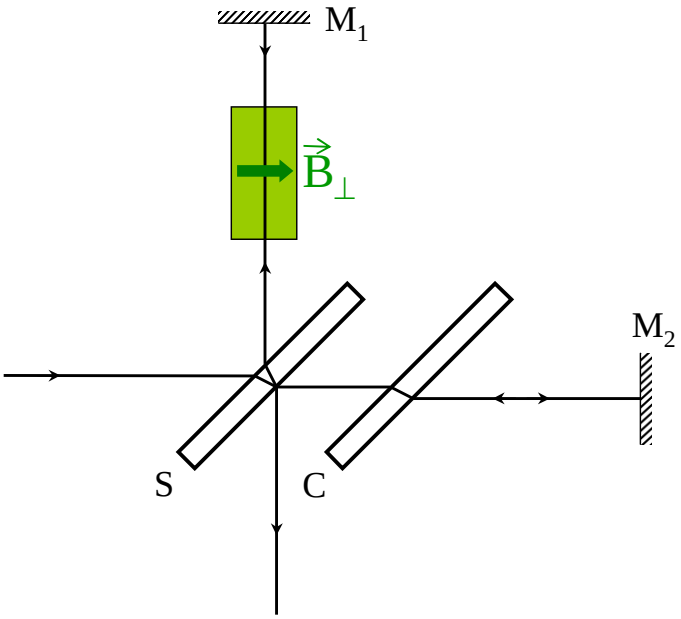


FIGURE 1.4 – Interféromètre de Michelson pour la mesure de la biréfringence magnétique du vide. Un champ magnétique transverse est appliqué sur l'un des bras de l'interféromètre induisant un changement de la figure d'interférences.

Les résultats les plus précis avec ce type d'interféromètres ont été publiés en 1940 par Farr and Banwell [32]. Un champ magnétique de 2 T était appliqué sur l'un des deux bras de l'interféromètre. Aucune variation de la vitesse de la lumière n'a été observée, ce qui correspond, compte tenu de la sensibilité de leur expérience, à une variation relative inférieure à 2×10^{-9}. Les limites sur les

paramètres $c_{i,j}$ sont alors :

$$c_{2,0} < 1.6 \times 10^{-16}\ \mathrm{m^3 J^{-1}}, \quad (1.64)$$
$$c_{0,2} < 6.3 \times 10^{-16}\ \mathrm{m^3 J^{-1}}, \quad (1.65)$$
$$c_{1,1} < 6.3 \times 10^{-16}\ \mathrm{m^3 J^{-1}}. \quad (1.66)$$

Pour les termes $c_{2,0}$ et $c_{0,2}$,ces limites sont à 14 ordres de grandeur de la prédiction théorique établie par la QED (équations(1.28) et (1.27)).

Le deuxième type d'expérience est basé sur la polarimétrie. Le principe est de mesurer l'ellipticité induite par un champ magnétique sur une lumière polarisée initialement linéairement [33], comme indiqué sur la figure 1.5. Dans ce cas, la quantité mesurée est la différence d'indice. Cette mesure ne permet donc pas de contraindre ou de mesurer les paramètres $c_{0,2}$ et $c_{2,0}$, mais seulement de quantifier une certaine combinaison linéaire de ces deux paramètres : $c_{0,2} - 4c_{2,0}$.

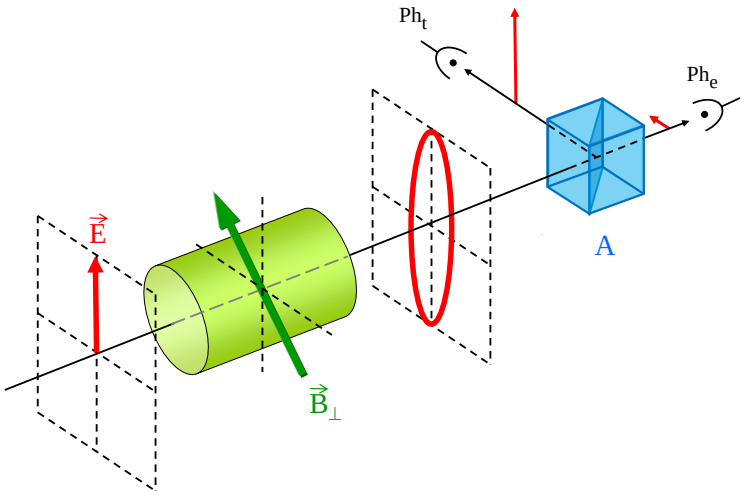


FIGURE 1.5 – Mesure de la biréfringence magnétique du vide par polarimétrie. L'ellipticité de la lumière, induite par le champ magnétique transverse, est mesurée via le rapport entre les intensités transmise (mesurée par la photodiode $\mathrm{Ph_e}$) et réfléchie (mesurée par la photodiode $\mathrm{Ph_t}$) par le polariseur de sortie noté A.

Les expériences les plus sensibles à l'heure actuelle sont d'une part celle mise en place par la collaboration PVLAS en Italie [24], et d'autre part celle que nous développons à Toulouse et appelée projet BMV [23]. La direction du champ magnétique est à 45 ° par rapport à la direction de la polarisation d'entrée. Les résultats de mesure Δn_{CM} sont données avec une erreur $\delta\Delta n_{\mathrm{CM}}$. Ceci correspond à deux régions d'exclusion dans l'espace des paramètres $(c_{0,2}, c_{2,0})$:

$$c_{0,2} < 4c_{2,0} + \mu_0(\Delta n_{\mathrm{CM}} + \delta\Delta n_{\mathrm{CM}}), \quad (1.67)$$
$$c_{0,2} > 4c_{2,0} + \mu_0(\Delta n_{\mathrm{CM}} - \delta\Delta n_{\mathrm{CM}}). \quad (1.68)$$

La meilleure limite actuelle a été obtenue récemment par les italiens avec $\Delta n = (0.4 \pm 2.0) \times 10^{-22} B_0^2$ à 1σ [24], ce qui correspond à :

$$c_{0,2} < 4c_{2,0} + 3 \times 10^{-28} \text{ m}^3\text{J}^{-1}, \quad (1.69)$$

$$c_{0,2} > 4c_{2,0} - 2 \times 10^{-28} \text{ m}^3\text{J}^{-1}. \quad (1.70)$$

Ces limites sont reportées dans la figure 1.6.

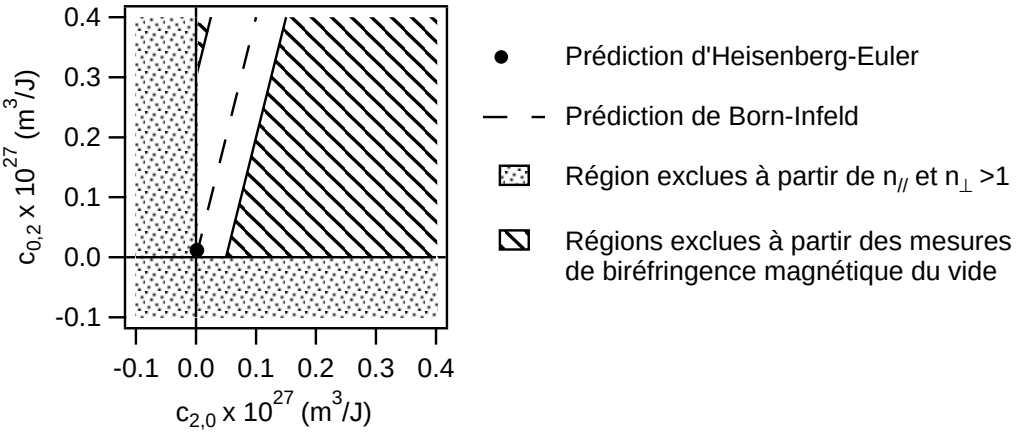


FIGURE 1.6 – Meilleure limite actuelle dans l'espace des paramètres $(c_{0,2}, c_{2,0})$ obtenue grâce aux mesures de biréfringence magnétique. Zones hachurées : régions exclues à partir des résultats publiés par la collaboration PVLAS [24]. Point : prédiction dans le cadre de la QED (Heisenberg et Euler). Ligne pointillée : prédiction à partir du lagrangien de Born et Infeld. Le point semble se trouver sur la ligne pointillée à cause de l'échelle (voir figure 1.1 pour le zoom sur cette région). Zones pointillées : régions exclues du fait que les indices $n_{\|}$ and $n_{\perp}$ doivent être supérieurs à 1.

Enfin, pour donner une limite sur le paramètre $c_{1,1}$, nous devons nous placer dans la configuration de Jones, avec une lumière polarisée parallèlement ou perpendiculairement au champ magnétique externe. Aucune mesure n'a jamais été reportée dans cette configuration. A noter également qu'une estimation de ce paramètre est donnée dans la référence [31] dans le cadre du modèle standard et de la chromodynamique quantique. Le paramètre $c_{1,1}$ serait au moins 20 ordres de grandeur plus petit que le paramètre $c_{2,0}$ calculé à partir du lagrangien de Heisenberg et Euler.

1.3.2 Diffusion photon-photon

L'expérience la plus simple pour tenter d'observer la diffusion photon-photon dans le vide consiste à focaliser deux faisceaux lasers, les plus énergétiques possibles, en un même point. Néanmoins, le nombre de photons diffusés peut être

sensiblement augmenté en utilisant un troisième faisceau permettant de stimuler la réaction [34]. En utilisant cette configuration, le lien entre les paramètres $c_{i,j}$ et le nombre de photons diffusés peut être établi à partir de l'approche proposée dans les références [35] et [36] en introduisant une susceptibilité non linéaire effective χ^3_v, comme en optique non-linéaire classique. Dans la suite, je ne présenterai que les étapes de calcul principales, le détail se trouvant dans les références précédentes.

Prévisions théoriques

Dans le cas de la diffusion élastique, l'énergie et l'impulsion sont conservées, ce qui correspond à :

$$\vec{k}_4 = \vec{k}_1 + \vec{k}_2 - \vec{k}_3, \tag{1.71}$$

$$\omega_4 = \omega_1 + \omega_2 - \omega_3, \tag{1.72}$$

avec $\vec{k}_i$ le vecteur d'onde du laser numéro i et ω_i sa pulsation. Les faisceaux d'entrée sont les faisceaux 1, 2 et 3. Le faisceau 3 stimule la diffusion dans le faisceau 4, comme indiqué sur la figure 1.7. Les polarisations sont linéaires et nous écrivons les champs électriques et magnétiques associés aux ondes lumineuses de la manière suivante :

$$\vec{E}_j(\vec{r},t) = E_{0j} \mathrm{e}^{i(\vec{k}_j \cdot \vec{r} - \omega_j t)} \vec{u}_j, \tag{1.73}$$

$$\vec{B}_j(\vec{r},t) = B_{0j} \mathrm{e}^{i(\vec{k}_j \cdot \vec{r} - \omega_j t)} \vec{v}_j, \tag{1.74}$$

avec $\vec{u}_j$ et $\vec{v}_j$ des vecteurs unitaires.

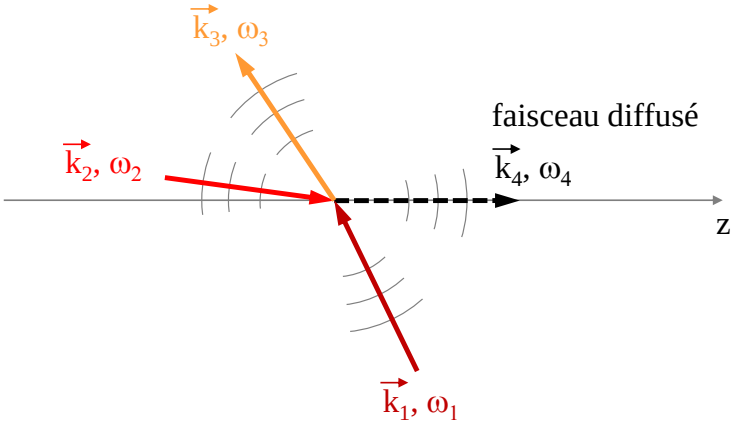


FIGURE 1.7 – Diffusion photon-photon. Les faisceau 1 et 2 sont focalisés en un même point. Le faisceau 3 permet de stimuler la diffusion dans le faisceau 4.

A partir des équations (1.15) et (1.16) et en ne gardant que le terme oscillant à ω_4, on obtient :

$$\begin{aligned}
\vec{P}_{\omega_4} &= \epsilon_0^2 E_1 E_2 \overline{E}_3 \left[2c_{2,0}\vec{K}_{P_{20}} + \frac{c_{02}}{2}\vec{K}_{P_{02}} + \frac{c_{11}}{2}\left(\vec{K}_{P_{11,1}} + \vec{K}_{P_{11,2}}\right)\right] && (1.75)\\
&= \epsilon_0^2 E_1 E_2 \overline{E}_3 \vec{K}_P, && (1.76)\\
\vec{M}_{\omega_4} &= c\epsilon_0^2 E_1 E_2 \overline{E}_3 \left[-2c_{2,0}\vec{K}_{P_{11,2}} + \frac{c_{02}}{2}\vec{K}_{P_{11,1}} - \frac{c_{11}}{2}\left(\vec{K}_{P_{20}} - \vec{K}_{P_{02}}\right)\right] && (1.77)\\
&= c\epsilon_0^2 E_1 E_2 \overline{E}_3 \vec{K}_M. && (1.78)
\end{aligned}$$

Les vecteurs $\vec{K}_{P_{20}}$, $\vec{K}_{P_{02}}$, $\vec{K}_{P_{11,1}}$ et $\vec{K}_{P_{11,2}}$ correspondent aux facteurs géométriques suivant :

$$\begin{aligned}
\vec{K}_{P_{20}} &= \vec{u_1}\left(\vec{u_2}.\vec{u_3} - \vec{v_2}.\vec{v_3}\right) + \vec{u_2}\left(\vec{u_1}.\vec{u_3} - \vec{v_1}.\vec{v_3}\right) + \vec{u_3}\left(\vec{u_1}.\vec{u_2} - \vec{v_1}.\vec{v_2}\right) && (1.79)\\
\vec{K}_{P_{02}} &= \vec{v_1}\left(\vec{u_2}.\vec{v_3} + \vec{v_2}.\vec{u_3}\right) + \vec{v_2}\left(\vec{u_1}.\vec{v_3} + \vec{v_1}.\vec{u_3}\right) + \vec{v_3}\left(\vec{u_1}.\vec{v_2} + \vec{v_1}.\vec{u_2}\right) && (1.80)\\
\vec{K}_{P_{11,1}} &= \vec{u_1}\left(\vec{u_2}.\vec{v_3} + \vec{v_2}.\vec{u_3}\right) + \vec{u_2}\left(\vec{u_1}.\vec{v_3} + \vec{v_1}.\vec{u_3}\right) + \vec{u_3}\left(\vec{u_1}.\vec{v_2} + \vec{v_1}.\vec{u_2}\right) && (1.81)\\
\vec{K}_{P_{11,2}} &= \vec{v_1}\left(\vec{u_2}.\vec{u_3} - \vec{v_2}.\vec{v_3}\right) + \vec{v_2}\left(\vec{u_1}.\vec{u_3} - \vec{v_1}.\vec{v_3}\right) + \vec{v_3}\left(\vec{u_1}.\vec{u_2} - \vec{v_1}.\vec{v_2}\right). && (1.82)
\end{aligned}$$

Ces facteurs géométriques dépendent de la direction des faisceaux incidents ainsique de leur polarisation.

L'équation de propagation du champ électrique $\vec{E}_4$ est obtenue à partir des équations de Maxwell :

$$\nabla^2\vec{E}_4 - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{E}_4}{\partial t^2} = \mu_0\left(\frac{\partial}{\partial t}\vec{\nabla}\otimes\vec{M}_{\omega_4} + \frac{\partial^2\vec{P}_{\omega_4}}{\partial t^2} - c^2\vec{\nabla}\left(\vec{\nabla}\cdot\vec{P}_{\omega_4}\right)\right]. \qquad (1.83)$$

Dans l'approximation paraxiale et pour des amplitudes des champs lentement variables dans le temps et l'espace, la génération de l'amplitude E_{04} devient [35,36] :

$$\left(\frac{\partial E_{04}}{\partial z} + \frac{1}{c}\frac{\partial E_{04}}{\partial t}\right)\vec{u_4} = -\frac{i\mu_0\omega_4}{2}\left[\left(cP_{0\omega_4,x} + M_{0\omega_4,y}\right)\vec{u_x} + \left(cP_{0\omega_4,y} - M_{0\omega_4,x}\right)\vec{u_y}\right]. \qquad (1.84)$$

L'axe z correspond à la direction de propagation du faisceau 4. Les indices x and y correspondent aux composantes suivant les axes x et y. On peut également écrire cette dernière équation sous la forme :

$$\left(\frac{\partial E_{04}}{\partial z} + \frac{1}{c}\frac{\partial E_{04}}{\partial t}\right)\vec{u_4} = -\frac{i\omega_4}{2c}\chi_v^3 E_{01}E_{02}\overline{E}_{03}\vec{u_4}. \qquad (1.85)$$

Ceci est équivalent en optique non-linéaire à une équation de type mélange à 4 ondes dans un milieu de susceptibilité non-linéaire effective d'ordre trois χ_v^3

donnée par :

$$\begin{aligned}\chi_v^3 &= \frac{c\mu_0}{E_{01}E_{02}\overline{E_{03}}}\sqrt{\left(cP_{0\omega_4,x}+M_{0\omega_4,y}\right)^2+\left(cP_{0\omega_4,y}-M_{0\omega_4,x}\right)^2},\\ &= \epsilon_0\sqrt{\left(K_{P,x}+K_{M,y}\right)^2+\left(K_{P,y}-K_{M,x}\right)^2}. \qquad (1.86)\end{aligned}$$

Elle dépend des paramètres $c_{i,j}$ via les vecteurs $\vec{P}$ et $\vec{M}$ des équations (1.75) et (1.77), ou via les vecteurs géométriques $\vec{K}_P$ et $\vec{K}_M$ donnés par les équations (1.76) and (1.78). La polarisation du photon diffusée est :

$$\vec{u_4} = \frac{\left(cP_{0\omega_4,x}+M_{0\omega_4,y}\right)\vec{u_x}+\left(cP_{0\omega_4,y}-M_{0\omega_4,x}\right)\vec{u_y}}{\sqrt{\left(cP_{0\omega_4,x}+M_{0\omega_4,y}\right)^2+\left(cP_{0\omega_4,y}-M_{0\omega_4,x}\right)^2}}. \qquad (1.87)$$

Elle dépend également des paramètres $c_{i,j}$.

Le nombre de photons diffusés est finalement obtenu en intégrant l'équation (1.85). Le résultat dépend des profils des faisceaux lasers (onde plane, faisceau gaussien,...), mais il est toujours proportionnel à $\left(\chi_v^3\right)^2$ et proportionnel à la section efficace totale de diffusion du processus.

Expérimentalement, la géométrie de l'expérience doit être choisie afin de maximiser le nombre de photons diffusés tout en ayant une détection avec un rapport signal sur bruit le meilleur possible. Cependant, pour voir clairement le lien entre les coefficients $c_{i,j}$ et le nombre de photons diffusés, prenons une configuration simple : les lasers 2 et 3 sont copropageant, et le laser 1 est contrapropageant des deux autres. Les différents cas envisagés par la suite sont représentés sur la figure 1.8.

Dans le premier cas, nous prenons :

$$\vec{u_1} = \vec{u_2} = \vec{u_3} \qquad (1.88)$$

$$\vec{v_1} = -\vec{v_2} = -\vec{v_3} \qquad (1.89)$$

Nous obtenons :

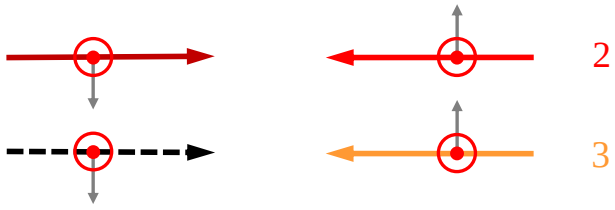
$$\vec{K}_P = 8c_{2,0}\vec{u_1} - 2c_{1,1}\vec{v_1} \qquad (1.90)$$

$$\vec{K}_M = 8c_{2,0}\vec{v_1} - 2c_{1,1}\vec{u_1} \qquad (1.91)$$

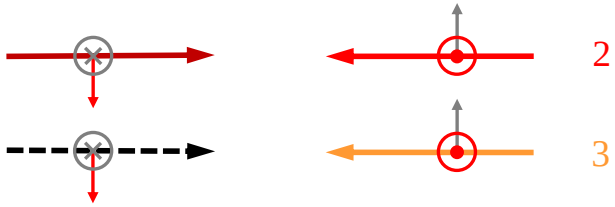
La susceptibilité effective est alors :

$$\chi_{v,1}^3 = 16\epsilon_0 c_{2,0}. \qquad (1.92)$$

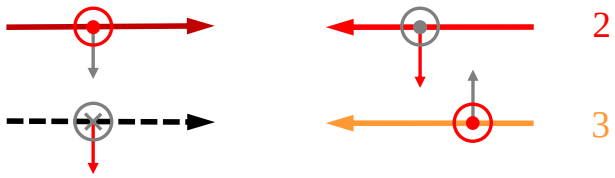
La paramètre $c_{1,1}$ disparaît et le paramètre χ_v^3 dépend uniquement de $c_{2,0}$. Une mesure effectuée dans cette configuration permet donc de contraindre ce paramètre indépendamment des autres.



(a) Cas 1



(b) Cas 2



(c) Cas 3

FIGURE 1.8 – Diffusion photon-photon en configuration unidimensionnelle. Les vecteurs orthogonaux à la propagation et de couleur rouge représentent les vecteurs u_j (polarisation de la lumière) alors que les vecteurs gris correspondent à v_j (vecteur unitaire colinéaire avec le champ magnétique de l'onde lumineuse).

Dans le deuxième cas, nous supposons :

$$\vec{u_1} = -\vec{v_2} = -\vec{v_3} \tag{1.93}$$
$$\vec{v_1} = -\vec{u_2} = -\vec{u_3} \tag{1.94}$$

Nous obtenons :

$$\vec{K}_P = 2c_{0,2}\vec{u_1} + 2c_{1,1}\vec{v_1} \tag{1.95}$$
$$\vec{K}_M = 2c_{0,2}\vec{v_1} + 2c_{1,1}\vec{u_1} \tag{1.96}$$

La susceptibilité effective est alors donnée par :

$$\chi^3_{v,2} = 4\epsilon_0 c_{0,2}. \tag{1.97}$$

Elle dépend uniquement de $c_{2,0}$.

Dans un troisième cas, nous considérons :

$$\vec{u_1} = \vec{v_2} = \vec{u_3} \tag{1.98}$$
$$\vec{v_1} = \vec{u_2} = -\vec{v_3} \tag{1.99}$$

Nous obtenons :

$$\vec{K}_P = (4c_{2,0} - c_{0,2})\vec{v_1} + 2c_{1,1}\vec{u_1} \tag{1.100}$$
$$\vec{K}_M = -(4c_{2,0} - c_{0,2})\vec{u_1} - 2c_{1,1}\vec{v_1} \tag{1.101}$$

La susceptibilité effective est alors :

$$\chi^3_{v,3} = \sqrt{2}\epsilon_0(4c_{2,0} - c_{0,2}). \tag{1.102}$$

Elle dépend d'une combinaison linéaire de $c_{2,0}$ et $c_{0,2}$.

Pour des configurations plus compliquées à deux ou trois dimensions, le nombre de photons diffusés $N_{\gamma\gamma}$ est de la forme :

$$N_{\gamma\gamma} \propto \left(\chi^3_v\right)^2, \tag{1.103}$$
$$\propto ac^2_{2,0} + bc^2_{0,2} + cc^2_{1,1} + 2dc_{2,0}c_{0,2} + 2ec_{0,2}c_{1,1} + 2fc_{2,0}c_{1,1}. \tag{1.104}$$

Le terme $c_{0,1}$ est toujours absent. Ce type d'expérience ne peut donc pas donner de limite sur ce paramètre. Enfin, l'étude de la polarisation du photon diffusé donnée par l'équation (1.87) devrait permettre d'extraire des informations supplémentaires sur les différents paramètres $c_{2,0}$, $c_{0,2}$ et $c_{1,1}$.

Limites expérimentales

Les meilleures limites expérimentales sur le diffusion photon-photon dans le vide ont été publiées en 2000 [36]. Aucun photon diffusé n'a été observé. L'incertitude est quant à elle à 18 ordres de grandeur de la prédiction QED, correspondant aux paramètres $c_{2,0}$ et $c_{0,2}$ donnés par les équations (1.27) et (1.28), et $c_{1,1} = 0$.

1.3.3 Comparaison biréfringence magnétique du vide - diffusion photon-photon

Parmi les expériences étudiant les effets non-linéaires de la propagation de la lumière dans le vide, les plus sensibles sont celles tentant de mesurer la biréfringence magnétique du vide par polarimétrie. Alors que les autres sont à au moins 14 ordres de grandeur des prédictions théoriques établies à partir du lagrangien d'Heisenberg et Euler (14 ordres de grandeur pour l'étude de la biréfringence magnétique avec des interféromètres à bras séparés, 18 ordres de grandeur pour

la diffusion photon-photon), la mesure de l'effet Cotton-Mouton du vide est à 2 ordres de grandeur de la prédiction QED.

On pourrait alors envisager d'utiliser les mesures obtenues sur l'effet Cotton-mouton pour donner des limites sur les autres, et plus particulièrement sur la section efficace de diffusion. Comme le montre l'équation (1.55), la mesure de la biréfringence magnétique du vide ne peut pas contraindre séparément les paramètres $c_{0,2}$ et $c_{2,0}$. D'un autre côté, nous avons vu sur des exemples simples que la dépendance de χ_v^3 vis à vis des paramètres $c_{i,j}$ dépend de la configuration des lasers choisie. Excepté dans le cas 3 pour la diffusion photon-photon, les limites obtenues sur la biréfringence magnétique du vide ne peuvent donc à elles seules donner des limites sur la diffusion photon-photon, la dépendance des effets vis-à-vis des paramètres étant généralement différentes.

Les limites sur la diffusion photon-photon peuvent néanmoins être utilisées pour contraindre davantage l'espace des paramètres présenté sur la figure 1.6. Les deux types d'expérience sont donc en ce sens complémentaires.

1.4 Particules chargées et vide quantique

A l'heure actuelle, les expériences dédiées à l'étude de la propagation de le lumière dans le vide quantique n'ont pas encore été en mesure de tester le lagrangien de Heisenberg et Euler. Les expériences sur la biréfringence magnétique du vide sont désormais à seulement deux ordres de grandeur de la prédiction établie dans le cadre de la QED et on peut prévoir qu'ils seront gagnés dans les toutes prochaines années.

Il est aujourd'hui admis que la QED est l'une des théories les mieux testées au monde, en particulier sur les systèmes liés comme l'hydrogène. Mais alors que les expériences décrites plus haut permettent de tester la propagation de la lumière dans le vide quantique, les mesures sur les systèmes liés permettent de mettre en évidence l'influence du vide quantique sur l'interaction entre particules chargées. Les deux approches représentent donc des tests complémentaires de la QED, comme nous allons le voir dans cette partie.

1.4.1 Vecteurs polarisation et aimantation

Considérons une particule ponctuelle de charge Q et de moment magnétique $\vec{\mu} = \mu\vec{e}_z$. Les champs électriques et magnétiques générés dans le vide classique,

autrement dit dans un milieu ne pouvant être ni polarisé ni aimanté, sont :

$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}\vec{e}_r, \tag{1.105}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0\mu}{4\pi r^3}\left[3\left(\vec{e}_z.\vec{e}_r\right)\vec{e}_r - \vec{e}_z\right] \tag{1.106}$$

$$= \frac{\mu_0\mu}{4\pi r^3}\left(3\cos\theta\vec{e}_r - \vec{e}_z\right) \tag{1.107}$$

Dans le vide quantique, ces champs sont légèrement modifiés du fait de la polarisation du milieu que nous allons expliciter à partir du lagrangien général des équations (1.12), (1.13) et (1.14).

Le lagrangien développé dans les équations (1.12) à (1.14) n'est valide que pour des champs bien inférieurs aux champs critiques, dont les expressions sont données en début de partie 1.2.3. Nous nous plaçons dans ce cadre. On suppose donc :

$$r \gg r_{\rm cr}^E \quad \text{avec} \quad r_{\rm cr}^E = \sqrt{\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 E_{\rm cr}}} \tag{1.108}$$

$$\text{et} \quad r \gg r_{\rm cr}^B \quad \text{avec} \quad r_{\rm cr}^B = \left(\frac{\mu_0\mu}{4\pi B_{\rm cr}}\right)^{1/3}. \tag{1.109}$$

Le rayon critique obtenu avec le champ électrique critique est généralement le plus contraignant. Quelques valeurs sont listées dans le tableau 1.1 pour différents éléments comme l'hydrogène, l'hydrogène muonique ou les ions hydrogénoïdes (ions constitués d'un noyau de charge Ze et d'un électron). A titre de comparaison, nous donnons également les rayons de Bohr correspondant. Alors que dans le cas de l'hydrogène, le rayon de Bohr est bien plus grand que les rayons critiques, nous voyons qu'il existe d'autres systèmes pour lesquels le rayon de Bohr devient comparable aux rayons critiques $r_{\rm cr}^E$ et donc pour lesquels les effets du vide quantique seront plus importants.

En injectant les champs magnétique et électrique précédents dans les invariants de Lorentz des équations (1.10) et (1.11), on obtient :

$$\mathcal{F} = \frac{Q^2}{(4\pi)^2\epsilon_0 r^4}\left[1 - \left(\frac{\mu}{cQr}\right)^2\left(1 + 3\cos^2\theta\right)\right], \tag{1.110}$$

$$\mathcal{G} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}\frac{Q2\mu\cos\theta}{(4\pi)^2 r^5}. \tag{1.111}$$

Particule	Rayon de Bohr		$r_{\rm cr}^E$ (m) dû au noyau
	Expression	Valeur numérique (m)	
hydrogène	$a_0^e = \frac{h^2\epsilon_0}{\pi m_e e^2}$	5.3×10^{-11} m	3×10^{-14}
hydrogène muonique	$a_0^\mu = a_0^e \frac{m_e}{m_\mu}$	2.6×10^{-13} m	3×10^{-14}
ions hydrogénoïdes	${}^{\rm I}a_0^e = \frac{a_0^e}{Z}$		
Li^{2+}		1.8×10^{-11}	6×10^{-14}
Si^{13+}		4.1×10^{-12}	1×10^{-13}
U^{91+}		5.8×10^{-13}	3×10^{-13}

TABLE 1.1 – Comparaison du rayon de Bohr et du rayon critique électrique pour l'hydrogène, l'hydrogène muonique et quelques ions hydrogénoïdes.

Les vecteurs polarisation $\vec{P}$ et aimantation $\vec{M}$ s'écrivent alors :

$$\begin{aligned}
\vec{P} &= c_{0,1}\sqrt{\epsilon_0\mu_0}\frac{\mu}{4\pi r^3}\left(3\cos\theta\vec{e}_r - \vec{e}_z\right) \\
&+ c_{2,0}\epsilon_0\vec{E}\frac{Q^2}{4\pi^2\epsilon_0 r^4}\left[1 - \left(\frac{\mu}{cQr}\right)^2\left(1+3\cos^2\theta\right)\right] \\
&+ c_{0,2}\epsilon_0 E\frac{\mu_0\mu^2\cos\theta}{4\pi^2 r^6}\left(3\cos\theta\vec{e}_r - \vec{e}_z\right) \\
&+ c_{1,1}\epsilon_0\vec{E}\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}\frac{Q\mu\cos\theta}{4\pi^2 r^5} \\
&+ c_{1,1}\epsilon_0 E\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}}\frac{Q\mu_0\mu}{(4\pi)^2\epsilon_0 r^5}\left[1 - \left(\frac{\mu}{cQr}\right)^2\left(1+3\cos^2\theta\right)\right]\left(3\cos\theta\vec{e}_r - \vec{e}_z\right),
\end{aligned} \tag{1.112}$$

$$\begin{aligned}
\vec{M} &= c_{0,1}\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}}\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}\vec{e}_r \\
&- c_{2,0}\frac{\vec{B}}{\mu_0}\frac{Q^2}{4\pi^2\epsilon_0 r^4}\left[1 - \left(\frac{\mu}{cQr}\right)^2\left(1+3\cos^2\theta\right)\right] \\
&+ c_{0,2}\frac{B(\theta=0)}{\mu_0}\frac{Q^2\cos\theta}{8\pi^2\epsilon_0 r^4}\vec{e}_r \\
&- c_{1,1}\frac{\vec{B}}{\mu_0}\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}\frac{Q\mu\cos\theta}{4\pi^2 r^5} \\
&+ c_{1,1}\frac{B(\theta=0)}{\mu_0}\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}}\frac{Q^3}{32\pi^2\epsilon_0^2\mu r^3}\left[1 - \left(\frac{\mu}{cQr}\right)^2\left(1+3\cos^2\theta\right)\right]\vec{e}_r,
\end{aligned} \tag{1.113}$$

avec $B(\theta = 0) = \mu_0\mu/2\pi r^3$. On peut noter que certains des termes précédents ont une forme très inhabituelle, comme par exemple la composante radiale du vecteur $\vec{M}$ due en particulier à $(\vec{E} \cdot \vec{B})$ et $c_{0,2}$. Ces vecteurs $\vec{P}$ et $\vec{M}$ dus à la polarisation du vide induisent finalement une légère modification des champs électriques et magnétiques qui deviennent :

$$\vec{E}_{\mathrm{PV}} = \vec{E} - \frac{\vec{P}}{\epsilon_0}, \tag{1.114}$$

$$\vec{B}_{\mathrm{PV}} = \vec{B} + \mu_0\vec{M}. \tag{1.115}$$

1.4.2 Moment dipolaire électrique et monopole magnétique

Le premier terme des équations (1.112) et (1.113) est proportionnel à $c_{0,1}$:

$$\vec{P}_{01} = c_{0,1}\sqrt{\epsilon_0\mu_0}\frac{\mu}{4\pi r^3}\left(3\cos\theta\vec{e}_r - \vec{e}_z\right) \tag{1.116}$$

$$= c_{0,1}\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}}\vec{B}, \tag{1.117}$$

$$\vec{M}_{01} = c_{0,1}\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}}\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}\vec{e}_r \tag{1.118}$$

$$= c_{0,1}\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}}\vec{E}. \tag{1.119}$$

Si $c_{0,1}$ n'est pas nul, dès que l'on a à la fois un champ électrique et un champ magnétique dans le vide, une correction au vecteur $\vec{E}$ proportionnelle à $\vec{B}$ et une correction au vecteur $\vec{B}$ proportionnelle à $\vec{E}$ apparaissent.

Dans le cas d'une particule isolée de moment magnétique μ, le champ magnétique apparaît également comme un champ dipolaire électrique. D'après l'équation (1.116), la particule acquiert donc le moment dipolaire électrique suivant :

$$\vec{d} = -\frac{c_{0,1}}{c}\vec{\mu}. \tag{1.120}$$

Dans le cadre du modèle standard, un moment dipolaire électrique non nul est prédit pour l'électron, le muon et le tau. Pour l'électron par exemple, la valeur prédite est $d_e \simeq 10^{-38}\, e{\cdot}\mathrm{cm}$ [1] [37]. A l'heure actuelle, les valeurs prédites sont bien plus petites que les sensibilités expérimentales, mais des limites sont données. Certaines sont listées dans le tableau 1.2 (voir également le "particle data book" [38]). A partir de l'équation (1.120), on peut déduire la limite correspondante sur le terme $c_{0,1}$. On peut également observer qu'un coefficient $c_{0,1}$ de l'ordre de 10^{-28} donnerait le même effet que le moment dipolaire électrique de l'électron prédit dans le cadre du modèle standard.

1. Le paramètre e correspond à la charge élémentaire.

Particule	d (e·cm)	Référence	$\lvert c_{0,1}\rvert$
électron	$< 10.5 \times 10^{-28}$	[39]	$< 5.43 \times 10^{-17}$
muon	$< 10^{-19}$	[40]	10^{-6}
tau	0.45×10^{-16}	[41]	8.1×10^{-3}
proton	$< 7.9 \times 10^{-25}$	[42]	$< 2.7 \times 10^{-11}$

TABLE 1.2 – Limites expérimentales sur le moment dipolaire électrique de particules chargées et limites correspondantes sur le paramètre $c_{0,1}$.

Le champ électrique radial dû à la charge Q de la particule induit également un champ magnétique radial. Ceci équivaut à l'apparition du monopole magnétique suivant, calculé à partir de l'équation (1.118) :

$$m = c_{0,1} Q c, \tag{1.121}$$

où nous avons écrit le champ magnétique radial du monopole $\vec{B}_{\rm m}$ comme $\vec{B}_{\rm m} = \mu_0 m/4\pi r^2 \vec{e}_r$. Les monopoles magnétiques ont été introduits pour la première fois par P. A. M. Dirac en 1931 [43]. L'objectif était d'expliquer la quantification de la charge en postulant l'existence d'une charge magnétique élémentaire, $Q_{\rm M}^{\rm D} = 2\pi\hbar/e$, qui est depuis appelée la charge de Dirac. D'un point de vue expérimental, on peut trouver des limites concernant la charge magnétique de l'électron et du proton [38, 44]. La meilleure limite sur la charge magnétique de l'électron $Q_{\rm M}$, induisant un champ magnétique de type Coulomb avec $\vec{B} = Q_M/4\pi r^2 \vec{e}_r$, est :

$$Q_{\rm M} < 4 \times 10^{-24} Q_{\rm M}^{\rm D}. \tag{1.122}$$

Ceci correspond à :

$$|c_{0,1}| < 3 \times 10^{-22}. \tag{1.123}$$

Cette limite est encore meilleure que celle donnée par les mesures sur le moment dipolaire électrique de l'électron.

1.4.3 Systèmes liés et déplacement de Lamb

Nous allons maintenant considérer que les termes $c_{0,1}$ et $c_{1,1}$ sont nuls, ou tout du moins négligeables. A partir des équations (1.112) et (1.113), les vecteurs $\vec{E}_{\rm PV}$ et $\vec{B}_{\rm PV}$ deviennent, aux premiers ordres en $1/r$:

$$\vec{E}_{\rm PV} = \vec{E}\left[1 - c_{2,0}\frac{Q^2}{4\pi^2\epsilon_0 r^4}\right], \tag{1.124}$$

$$\vec{B}_{\rm PV} = \vec{B}\left[1 - c_{2,0}\frac{Q^2}{4\pi^2\epsilon_0 r^4}\right] + c_{0,2} B(\theta = 0)\frac{Q^2\cos\theta}{8\pi^2\epsilon_0 r^4}\vec{e}_r. \tag{1.125}$$

Commençons par l'équation (1.124). La correction, en valeur absolue, au potentiel de Coulomb est proportionnelle à $1/r^5$:

$$\delta V = c_{2,0} \frac{Q^3}{80\pi^3 \epsilon_0^2 r^5}. \tag{1.126}$$

Dans le cadre de la QED, on obtient :

$$\delta V_{\text{QED}} = \frac{eZ^3}{4\pi\epsilon_0 r} \frac{2\alpha^3}{225\pi} \left(\frac{\hbar}{m_e c r}\right)^4, \tag{1.127}$$

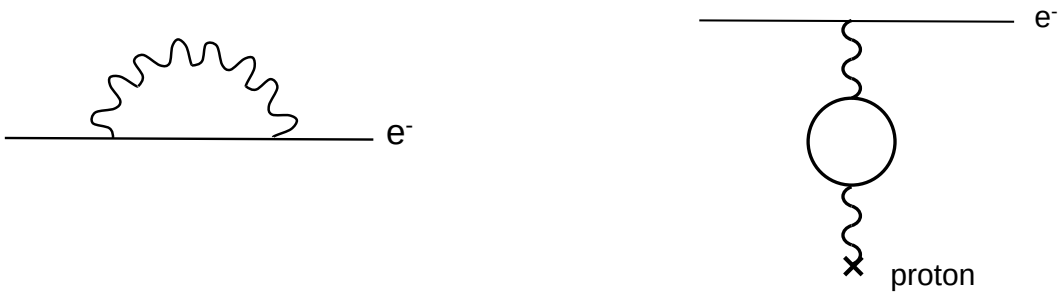
avec Z la charge totale en unité de charge élémentaire e. Cette correction, proportionnelle à $c_{2,0}$, a été étudiée pour la première fois en 1956 par Wichmann et Kroll [45]. On l'appelle depuis le potentiel de Wichmann-Kroll.

Dans les systèmes liés, la modification du potentiel de Coulomb perçu par les électrons et dû au noyau entraîne un décalage en énergie des niveaux atomiques. Celui-ci fait partie intégrante du décalage de Lamb observé pour la première fois en 1947 [46] et est dû à la modification par les fluctuations du vide quantique de l'interaction entre les particules chargées. Le décalage de Lamb comporte diverses contributions, dont les plus importantes sont listées par ordre décroissant d'importance dans la tableau 1.3 pour le niveau $1S$ de l'atome d'hydrogène. Les diagrammes de Feynman pour les deux premières contributions sont présentés sur la figure 1.9. L'auto énergie de l'électron correspond, de manière imagée, à l'émission et l'absorption de photons virtuels par l'électron. La polarisation du vide a quant à elle pour effet d'écranter le champ électrique du proton au niveau de l'électron via les particules virtuelles électron-positron dans le vide.

Contribution au déplacement de Lamb	Valeur théorique pour le niveau 1S de H
Auto-énergie	8 383 339.466 kHz
Polarisation du vide	-214 816.607 kHz
Corrections du recul	2 401.782 kHz
Taille du proton	1 253.000 kHz
Corrections à deux boucles	731.000 kHz

TABLE 1.3 – Contributions principales au déplacement de Lamb pour le niveau $1S$ de l'atome d'hydrogène [47]. Les calculs sont faits dans le cadre de la QED.

La contribution au déplacement de Lamb de la polarisation du vide comporte également deux sous-composantes [12]. La première correspond au potentiel dit de Uehling qui décroît exponentiellement avec la distance et qui représente donc un potentiel à courte portée. La deuxième contribution, plus petite que la première, provient du potentiel longue portée de Wichmann-Kroll présenté dans



(a) Auto énergie de l'électron. (b) Polarisation du vide.

FIGURE 1.9 – Diagrammes de Feynman correspondant aux contributions principales au déplacement de Lamb dans l'atome d'hydrogène.

l'équation (1.126). Le diagramme de Feynman correspondant est représenté sur la figure 1.10. On peut noter la similitude de ce diagramme avec celui de la figure 3a de l'introduction correspondant à l'effet Cotton-Mouton du vide. Ils sont tous les deux basés sur une boucle électron-positron et quatre photons. Dans le tableau 1.4, nous donnons quelques exemples de la contribution théorique du potentiel de Wichmann-Kroll par rapport à celle du potentiel de Uehling et par rapport au déplacement de Lamb total. La précision expérimentale sur la mesure du déplacement de Lamb dans ces systèmes a également été ajoutée.

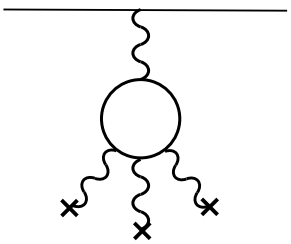


FIGURE 1.10 – Diagrammes de Feynman correspondant à la contribution du potentiel de Wichmann-Kroll.

Les meilleures limites expérimentales sont obtenues pour le niveau $1S$ de l'atome d'hydrogène [13,47]. Les mesures sont en accord avec les prévisions théoriques obtenues dans le cadre de la QED, permettant de valider les calculs pour les contributions principales au déplacement de Lamb. Concernant le potentiel de Wichmann-Kroll, sa contribution est théoriquement de 0.3 ppm par rapport au terme principal [12, 47]. Les calculs font intervenir le terme $c_{2,0}^{\mathrm{QED}}$ obtenu par

Système	Polarisation du vide / Lamb total $\Delta E_{\mathrm{PV}}/\Delta E_{\mathrm{Lamb}}$	Wichmann-Kroll / Uehling $\Delta E_{\mathrm{WK}}/\Delta E_{\mathrm{U}}$	Wichmann-Kroll / Lamb total $\Delta E_{\mathrm{WK}}/\Delta E_{\mathrm{Lamb}}$	Incertitude relative expérimentale $\delta\Delta E_{\mathrm{exp}}/\Delta E_{\mathrm{exp}}$
H, $1S$	3%	10 ppm	0.3 ppm [47]	3 ppm [13]
H-like U, $1S$	19 %	1 %	0.19 % [48]	1 % [49]
H muonic séparation $2S$-$2P$			5 ppm [50]	15 ppm [51]

TABLE 1.4 – Exemples de la contribution théorique du potentiel de Wichmann-Kroll par-rapport au potentiel de Uehling et par-rapport au déplacement de Lamb total dans différents éléments. La dernière colonne correspond aux incertitudes relatives obtenues sur la mesure du déplacement de Lamb [47]. Dans le cas de l'hydrogène muonique, les effets d'auto-énergie et de polarisation du vide de la référence [50] ne sont pas traités séparément.

la QED et donné par l'équation (1.27). La valeur théorique est donc inférieure à la précision de la mesure. Cependant, les mesures étant en accord avec la prévision théorique, elles permettent de donner une limite sur la contribution de Wichmann-Kroll :

$$\frac{\Delta E_{\mathrm{WK}}}{\Delta E_{\mathrm{Lamb}}} < \frac{\delta\Delta E_{\mathrm{exp}}}{\Delta E_{\mathrm{Lamb}}} = 3\,\mathrm{ppm}, \tag{1.128}$$

$$\frac{\Delta E_{\mathrm{WK}}}{\Delta E_{\mathrm{WK}}^{\mathrm{QED}}} < \frac{\delta\Delta E_{\mathrm{exp}}}{\Delta E_{\mathrm{WK}}^{\mathrm{QED}}} = 10, \tag{1.129}$$

On peut alors en déduire la limite suivante sur le terme $c_{2,0}$:

$$\frac{c_{2,0}}{c_{2,0}^{\mathrm{QED}}} < 10, \tag{1.130}$$

le déplacement en énergie dû au potentiel de Wichmann-Kroll étant linéaire en $c_{2,0}$ [45]. En revanche, le terme $c_{0,2}$ étant absent du potential de Wichmann-Kroll, il ne peut être contraint par ce type de mesure. La zone d'exclusion correspondante dans l'espace des paramètres $(c_{0,2}, c_{2,0})$ a été ajoutée dans la figure 1.11.

Dans le cas du déplacement de Lamb dans l'hydrogène muonique, la correction due au potentiel de Wichmann-Kroll par rapport au terme dominant est théoriquement de l'ordre de 5 ppm [50]. La précision de la mesure est de 15 ppm [51]. Cette mesure ne permet donc pas de tester la correction due au potentiel de Wichmann-Kroll. De plus, le rayon du proton extrait à partir de cette mesure n'est pas en accord avec celui extrait de la mesure du Lamb shift dans l'atome d'hydrogène [47]. Ce problème important est connu maintenant sous le nom de "proton charge radius puzzle".

Terminons enfin par la modification du champ magnétique présentée dans l'équation (1.125). Il semble que ce terme n'ait jamais été considéré, excepté par

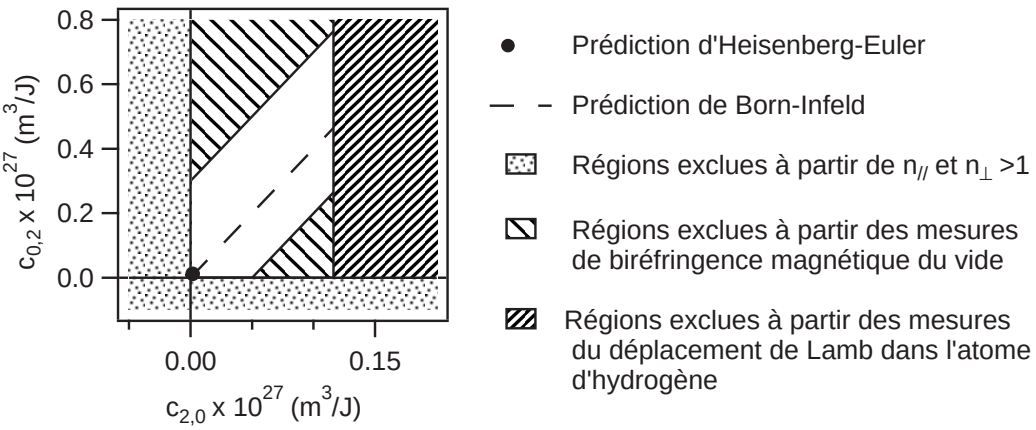


FIGURE 1.11 – Meilleures limites expérimentales dans l'espace des paramètres $(c_{0,2}, c_{2,0})$, en ajoutant la zone d'exclusion déduite des mesures sur le déplacement de Lamb dans l'atome d'hydrogène.

Jeremy Heyl qui l'interprète comme une modification du dipôle magnétique macroscopique [52], mais sans le terme proportionnel à $c_{0,2}$ provenant du couplage entre le champ électrique et le champ magnétique. Aucune correction sur le décalage des niveaux d'énergie dû à ce terme n'a été calculée. La modification du champ magnétique d'une particule ponctuelle chargée devrait néanmoins affecter la structure hyperfine des atomes. En effet, le terme principal dans cette structure, appelé terme de Fermi, est proportionnel au champ de la particule liée au niveau du noyau. Dans le cas de l'atome d'hydrogène, la correction relative du champ magnétique de l'électron à une distance de l'ordre du rayon de Bohr est d'environ 2×10^{-17}. Elle reste cependant plus petite que la précision expérimentale sur la structure hyperfine du niveau fondamental de l'hydrogène qui est de l'ordre de 10^{-13} en valeur relative [53]. Pour l'hydrogène muonique, la correction due au champ magnétique du muon au niveau du proton est de l'ordre de 4×10^{-8}. Mais aucune mesure de la structure hyperfine de cet atome n'a encore été réalisée (voir par exemple la référence [54]).

1.5 Conclusion

Nous avons tenté ici de donner une vision d'ensemble, sans être exhaustif, des expériences permettant de tester les théories non-linéaires d'électrodynamique quantique, dont la QED avec le lagrangien de Heisenberg et Euler font partie. La mesure de la biréfringence magnétique du vide est l'une de ces expériences. Elle permet en particulier de donner des limites sur une combinaison linéaire des termes $c_{2,0}$ et $c_{0,2}$. Nous avons vu que chaque expérience, bien que testant le même

lagrangien, apporte des informations complémentaires sur les différents termes du lagrangien, permettant en particulier de contraindre différemment l'espace des paramètres $(c_{0,2}, c_{2,0})$.

Cette approche nous a permis de comprendre l'implication des mesures du déplacement de Lamb dans les systèmes liés sur les paramètres du lagrangien de Heisenberg et Euler. Bien qu'étant l'une des mesures testant la QED avec la plus grande précision, elle n'est pas encore en mesure de tester la contribution du potentiel de Wichmann-Kroll, qui apporte une correction à grande distance au potentiel de Coulomb et que l'on retrouve à partir du lagrangien de Heisenberg et Euler. La correction à courte portée due au potentiel de Uehling est en revanche très bien testée. Ces deux potentiels, Wichmann-Kroll et Uehling, sont issus du même cadre théorique et il est donc difficilement imaginable que le terme à courte distance soit correctement traité sans que le terme à longue portée le soit. Il reste néanmoins primordial de le vérifier expérimentalement, justifiant largement les mesures telles que la biréfringence magnétique du vide.

C H A P I T R E 2

Dispositif Expérimental - Ellipsomètre de grande sensibilité

Comme nous l'avons présenté en introduction, le projet BMV (Biréfringence Magnétique du Vide) s'articule autour d'un projet expérimental ambitieux dont le but est de vérifier en laboratoire les prévisions de l'électrodynamique quantique en ce qui concerne l'énergie du vide : en présence d'un champ magnétique, le vide quantique devient biréfringent. En d'autres termes, l'indice de réfraction $n_{\parallel}$ vu par une onde polarisée parallèlement au champ magnétique est différent de l'indice $n_{\perp}$ vu par une onde polarisée perpendiculairement au champ magnétique. La différence $\Delta n = n_{\parallel} - n_{\perp}$ est alors proportionnelle à B^2, correspondant à un effet Cotton-Mouton :

$$\Delta n = n_{\parallel} - n_{\perp} = k_{\mathrm{CM}} B^2. \tag{2.1}$$

La prédiction théorique dans le cadre de la QED donne :

$$k_{\mathrm{CM}} \simeq 4 \times 10^{-24}\,\mathrm{T}^{-2}. \tag{2.2}$$

C'est le challenge que nous avons à relever. L'observation d'un tel effet constituerait la première mise en évidence de la propagation non linéaire de la lumière dans le vide quantique. Ce projet est basé sur l'utilisation de champs magnétiques pulsés très intenses et d'un appareil optique très sensible pour la détection des effets induits par ce champ sur un faisceau laser. Il résulte de la collaboration de deux laboratoires : le laboratoire National des Champs Magnétiques Intenses de Toulouse (LNCMI-T) spécialisé dans la génération de champs magnétiques intenses pulsés et le Laboratoire des Matériaux Avancés (LMA) de l'IN2P3 à Lyon spécialisé entre autres dans la conception et la réalisation de miroirs de très haute réflectivité. Dans ce chapitre, je présente rapidement les différents éléments du dispositif expérimental. On peut se référer aux articles en fin de chapitre pour plus de détails ainsi qu'à la thèse d'Agathe Cadène que j'ai co-encadrée avec Carlo Rizzo.

2.1 Principe général

Nous réalisons la mesure de la biréfringence magnétique du vide par l'intermédiaire d'une mesure d'ellipticité. Le principe de cette mesure a été présenté

dans la partie 1.3 et il est rappelé sur la figure 2.1. Une lumière linéairement polarisée par un premier polariseur P se propage à travers un champ magnétique transverse. L'ellipticité acquise est donnée par :

$$\psi = \frac{\pi}{\lambda} k_{\mathrm{CM}} B_{\perp}^2 L_B \sin 2\theta, \tag{2.3}$$

avec λ la longueur d'onde de la lumière, L_B la longueur sur laquelle le champ magnétique est appliqué et θ l'angle entre la polarisation incidente et le direction du champ magnétique. L'angle θ est placé à 45 ° afin de maximiser l'ellipticité induite et donc le signal à mesurer.

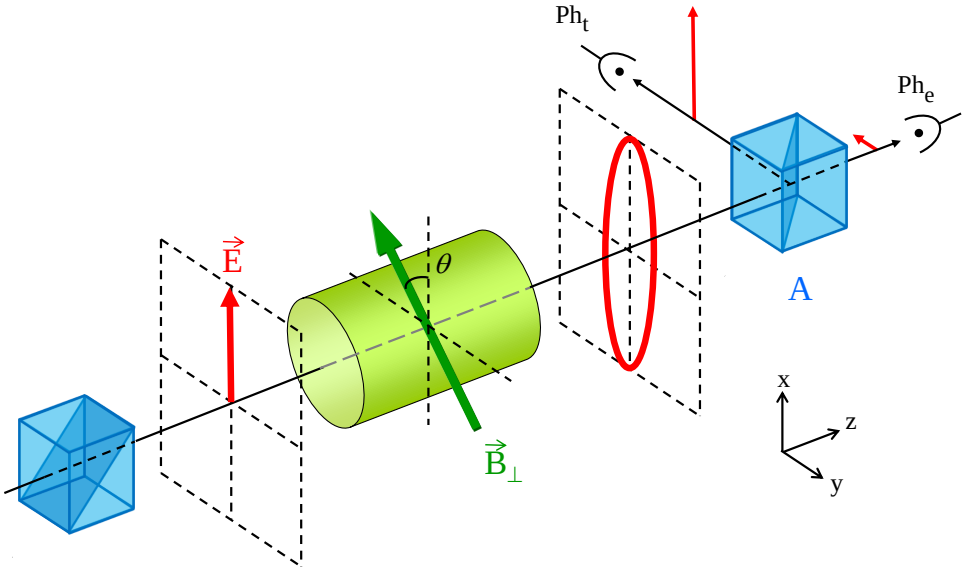


FIGURE 2.1 – Mesure de la biréfringence magnétique du vide par polarimétrie. L'ellipticité de la lumière, induite par le champ magnétique transverse, est mesurée via le rapport entre les intensités transmise (mesurée par la photodiode Ph$_e$) et réfléchie (mesurée par la photodiode Ph$_t$) par le polariseur de sortie noté A.

Un champ magnétique longitudinal peut également être présent. Il est alors responsable d'un effet Faraday dont le principe est rappelé sur la figure 2.2. La rotation induite par le champ s'écrit :

$$\theta_{\mathrm{F}} = \frac{\pi}{\lambda} k_{\mathrm{F}} B_{\parallel} L_B = V B_{\parallel} L_B, \tag{2.4}$$

avec V la constante de Verdet qui dépend du milieu traversé par la lumière.

La polarisation est analysée avec un deuxième polariseur A, croisé avec P au maximum d'extinction. Le faisceau extraordinaire, dont la polarisation est perpendiculaire à la polarisation incidente, est collecté par la photodiode Ph$_e$.

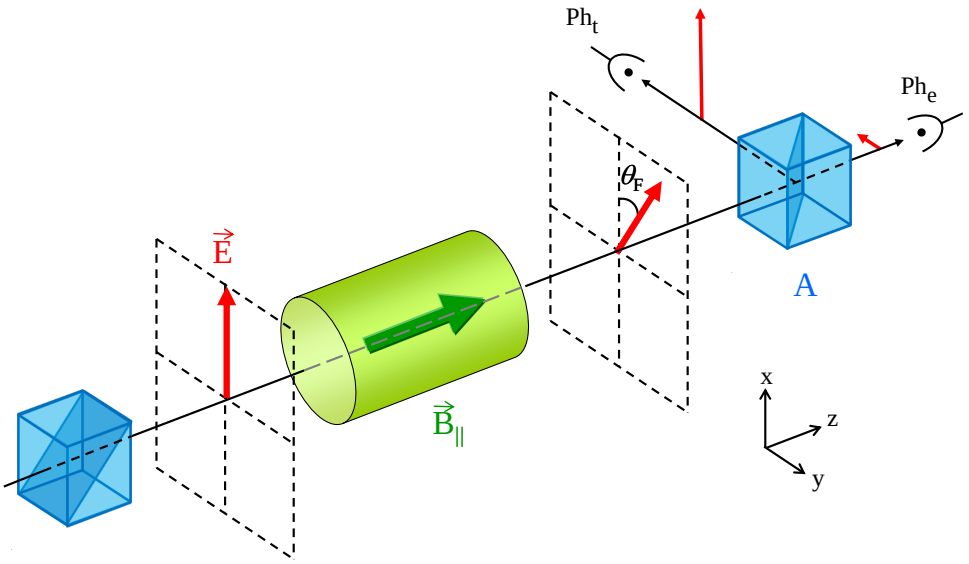


FIGURE 2.2 – Mesure de l'effet Faraday. La rotation de la polarisation de la lumière, induite par le champ magnétique longitudinal, est mesurée via le rapport entre les intensités transmise (mesurée par la photodiode Ph$_e$) et réfléchie (mesurée par la photodiode Ph$_t$) par le polariseur de sortie noté A.

L'analyseur a une fenêtre de sortie qui permet également d'extraire le faisceau ordinaire réfléchi, dont la polarisation est parallèle à celle du faisceau incident. Ce faisceau est collecté sur la photodiode Ph$_t$. L'ellipticité acquise ainsi que la rotation sont mesurées grâce au rapport des intensités reçues sur Ph$_e$ et Ph$_t$:

$$\frac{I_e(t)}{I_t(t)} = \sigma^2 + \theta_F(t)^2 + \psi(t)^2, \tag{2.5}$$

où σ^2 est l'extinction des polariseurs qui est actuellement de l'ordre de 10^{-7}. La rotation et l'ellipticité dépendent du temps lorsque le champ magnétique est pulsé.

L'effet à mesurer étant extrêmement faible, une cavité optique est ajoutée autour du champ magnétique afin d'accumuler l'effet au cours des allers et retours dans la cavité. L'ellipticité à la sortie d'un tel dispositif est alors donnée par :

$$\Psi = \frac{2F}{\pi}\psi = \frac{2F}{\lambda}k_{CM}B_{\perp}^2 L_B \sin 2\theta. \tag{2.6}$$

avec F la finesse de la cavité. La rotation totale due à l'effet Faraday devient quant à elle :

$$\Theta_F = \frac{2F}{\pi}\theta_F = \frac{2F}{\lambda}k_F B_{\parallel} L_B. \tag{2.7}$$

Le rapport des intensités reçues par $\mathrm{Ph_e}$ et $\mathrm{Ph_t}$ s'écrit finalement :

$$\frac{I_\mathrm{e}(t)}{I_\mathrm{t}(t)} = \sigma^2 + \Theta_\mathrm{F}(t)^2 + \Psi(t)^2. \tag{2.8}$$

Comme le montre les équations (2.6), (2.7) et (2.8), augmenter le signal à mesurer revient à maximiser autant que possible Ψ et Θ. Les deux éléments clés de l'expérience sont donc le champ magnétique et la cavité Fabry-Perot. Ces deux éléments sont décrits dans les deux prochaines parties.

Le schéma actuel de l'expérience, décrit en détails dans les références [55–57], est présenté sur la Fig. 2.3. Environ 30 mW d'un laser Nd :Yag, de longueur d'onde $\lambda = 1064\,\mathrm{nm}$, est injecté dans une cavité Fabry-Perot constituée des miroirs $\mathrm{M_1}$ et $\mathrm{M_2}$. La longueur de la cavité est L_c=2,2 m. Le laser est asservi sur la fréquence de résonance de la cavité par la méthode Pound-Drever-Hall [58]. Pour cela, le laser passe à travers un modulateur électro-optique (EOM) créant des bandes latérales à 10 MHz. Le faisceau réfléchi par la cavité est analysé par la photodiode $\mathrm{Ph_r}$. Ce signal est utilisé pour contrôler un modulateur acousto-optique (AOM) pour le contrôle en fréquence rapide, la cale piézoélectrique du laser pour les fréquences intermédiaires et l'élément Peltier du laser pour le contrôle basse fréquence. La bande passante de notre asservissement est typiquement de quelques dizaines de kilohertz.

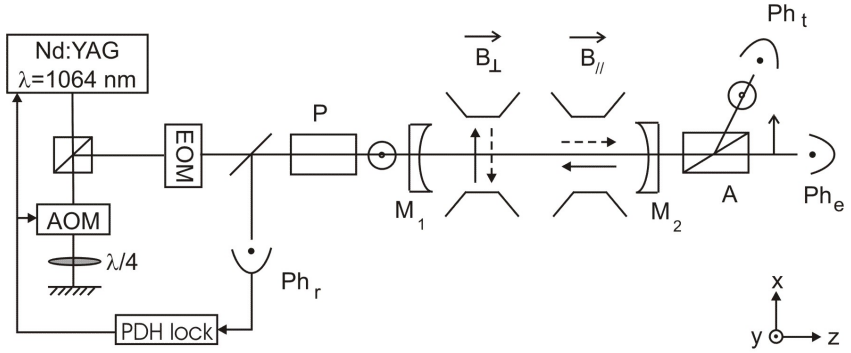


FIGURE 2.3 – Schéma de l'expérience. La fréquence du laser est asservie sur la fréquence de résonance de la cavité constituée des miroirs $\mathrm{M_1}$ et $\mathrm{M_2}$. Le système d'asservissement, basé sur la méthode Pound-Drever-Hall (PDH), est constitué d'un modulateur électro-optique (EOM) qui permet de créer des bandes latérales à 10 MHz, et d'un modulateur acousto-optique (AOM) sur lequel est réalisée la rétroaction. Le laser est polarisé linéairement par le polariseur P, puis analysé à la sortie de la cavité par le polariseur A. Ce polariseur permet d'extraire à la fois le faisceau extraordinaire envoyé sur la photodiode $\mathrm{Ph_e}$ et le faisceau ordinaire envoyé sur $\mathrm{Ph_t}$. Le champ magnétique transverse $B_\perp$ ou longitudinal $B_\parallel$ est appliqué à l'intérieur de la cavité.

L'ensemble (polariseurs + cavité) est placé sous vide. L'enceinte est pompée dans un premier temps par une pompe turbomoléculaire permettant d'atteindre un vide de l'ordre de quelques 10^{-7} mbar. Trois pompes ioniques réparties sur l'enceinte à vide prennent ensuite le relais afin de s'affranchir des vibrations de la pompe turbomoléculaire. L'ensemble de l'enceinte doit être finalement étuvé pour atteindre des pressions inférieures. Des bouteilles de gaz sous pression et de haute pureté sont également raccordées à l'enceinte par l'intermédiaire de micro-fuites. Ces dernières permettent d'injecter un gaz dans l'enceinte de manière contrôlée, soit pour effectuer des mesures de biréfringence magnétique comme dans l'hélium, le diazote, ou le xénon, soit pour pouvoir remettre proprement l'enceinte à la pression atmosphérique avec un gaz de diazote.

2.2 Le champ magnétique

Notre système permet d'étudier la biréfringence magnétique circulaire (effet Faraday) et la biréfringence magnétique linéaire (effet Cotton-Mouton). Ces deux types de mesures nécessitent un champ magnétique longitudinal pour la première et un champ magnétique transverse pour la deuxième. A amplitude de champ magnétique fixée, l'effet Faraday est beaucoup plus important que l'effet Cotton-Mouton, hormis pour le vide où l'effet Faraday n'existe pas. Un simple solénoïde fonctionnant en continu et à température ambiante est suffisant pour mesurer les effets Faraday. En revanche, pour mesurer les effets Cotton-Mouton dans les gaz puis dans le vide, un aimant pulsé spécialement conçu pour l'expérience a été développé.

2.2.1 Champ magnétique longitudinal

Le champ magnétique longitudinal est délivré par un solénoïde de 300 mm de long, bobiné autour d'un tube de 50 mm de diamètre, dans lequel est injecté un courant I. Le profil longitudinal du champ magnétique a été mesuré à l'aide d'un gaussmètre. La Fig. 2.4 présente les données pour un courant continu $I = 1.5\,\mathrm{A}$ correspondant à un champ magnétique au centre du solénoïde d'environ 2.15 mT. On définit la longueur magnétique L_B de la façon suivante :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} B_{\parallel}(z)dz = B_{0\parallel} L_B, \tag{2.9}$$

avec $B_{0\parallel}$ le champ magnétique au centre du solénoïde. En tenant compte des incertitudes expérimentales, on trouve $L_B = 0.308 \pm 0.006\,\mathrm{m}$, avec un incertitude à $1\,\sigma$. Ce solénoïde nous permet d'atteindre un champ magnétique maximal d'environ 4.3 mT au centre correspondant à un courant injecté de 3 A.

La mesure du champ magnétique pendant les mesures d'effets Faraday est réalisée via la mesure du courant injecté. Le champ magnétique longitudinal au

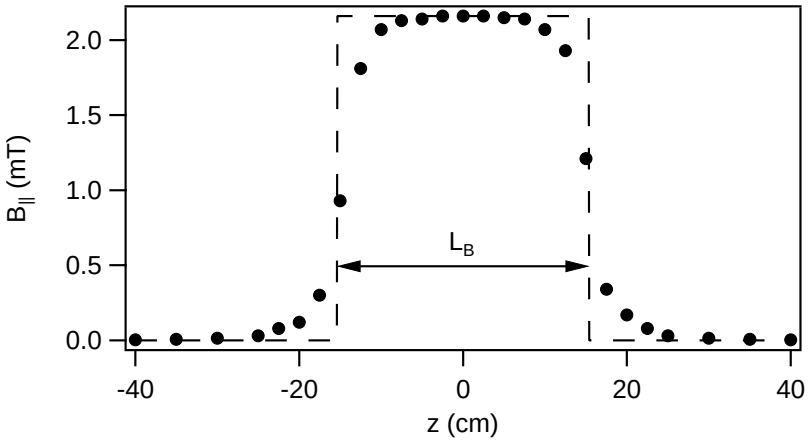


FIGURE 2.4 – Champ magnétique longitudinal le long du solénoïde avec un courant injecté de 1.5 A. Points : mesures ; trait pointillé : profil équivalent avec un champ magnétique constant $B_{0\|}$ sur une longueur L_B.

centre de la bobine $B_{0\|}$ a été préalablement mesuré à l'aide d'un gaussmètre en fonction du courant injecté I mesuré avec un ampèremètre. Les incertitudes de type B sur le champ magnétique proviennent des incertitudes liées aux mesures réalisées avec le gaussmètre (1%) et celles liées à la mesure du courant avec l'ampèremètre (1%). Ceci donne une incertitude de type B sur la valeur de champ de 1.4%. L'incertitude liée au fait que la lumière ne se propage pas exactement au centre de la bobine radialement, avec moins d'1 cm de décalage, est négligeable. Comme nous le verrons dans le chapitre suivant, les mesures d'effets Faraday sont effectuées avec un champ magnétique modulé sinusoïdalement à des fréquences de l'ordre de 20 Hz. Nous avons vérifié que le rapport $B_{0\|}/I$ ne montre aucun effet de filtrage du dispositif jusqu'à au moins 50 Hz.

Enfin, le courant maximal qui est injecté dans la bobine est de 3 A. Pour un tel courant, l'élévation de température au niveau du gaz est toujours bien inférieure à 4 K au bout de 5 minutes. On peut donc garder le solénoïde à l'air libre sans aucun système de refroidissement. Pendant la prise de données d'effet Faraday dans les gaz, les durées d'acquisition sont typiquement de l'ordre de la minute. La température au niveau du gaz est alors estimée à $T = 294 \pm 1\,\mathrm{K}$.

2.2.2 Champ magnétique transverse

Les mesures de la biréfringence magnétique du vide nécessitent un champ magnétique le plus grand possible. Différentes stratégies ont été adoptées par les diverses équipes travaillant sur ce sujet : aimants supraconducteurs, aimants permanents ou bobines résistives pulsées. De plus, comme le montre l'équation (2.6),

nous avons également besoin d'une région d'interaction avec le champ magnétique importante, l'ellipticité induite étant proportionnelle au produit $B^2 L_B$. Pour le projet BMV, nous avons décidé de nous orienter vers les aimants pulsés dont le LNCMI à Toulouse est spécialiste. Ceci nous permet d'avoir un $B^2 L_B$ élevé tout un gardant un L_B raisonnable permettant de placer l'ensemble de l'expérience sur une seule table optique, améliorant ainsi la stabilité de l'ensemble du système.

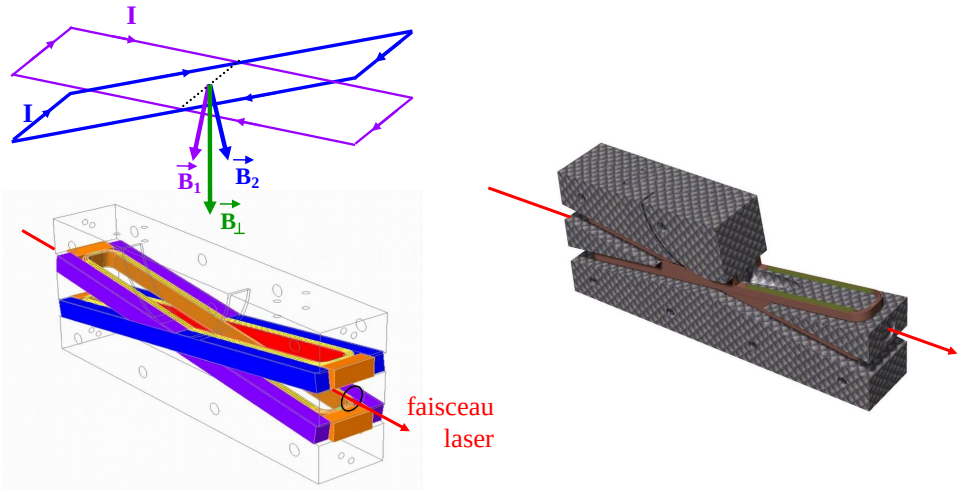


FIGURE 2.5 – Schéma de la bobine permettant de générer le champ magnétique transverse tout en laissant l'accès pour le passage du faisceau laser. Chaque branche de spire génère un champ magnétique dont la somme donne le champ magnétique transverse. Le fil de cuivre est enroulé sur un corps en G10 (mélange de tissu de verre et d'époxy) dont le modèle tridimensionnel est représenté sur la droite. Les dimensions finales de la bobine sont : 250 mm de long, 100 mm de haut et 46 mm d'épaisseur.

L'aimant actuellement utilisé est basé sur une géométrie en X, appelé X-coil, dont le schéma est présenté sur la figure 2.5. Il permet d'avoir un champ magnétique transverse important tout en laissant l'accès optique pour laisser passer le laser. Le principe de l'aimant et ses propriétés sont décrites dans les références [55,59]. La bobine peut être alimentée par deux bancs de condensateurs différents placés de part et d'autre de la salle d'expérience. Les propriétés des deux générateurs sont les mêmes excepté le sens de branchement des thyristors [1] qui est inversé. Ceci permet d'envoyer un courant dans un sens ou un autre et donc d'inverser la direction du champ magnétique qui est alors soit parallèle à l'axe x soit anti-parallèle (voir figure 2.3). Ce point est essentiel pour permettre d'isoler les signaux Cotton-mouton des autres effets systématiques, comme nous le verrons dans le prochain chapitre.

1. Le thyristor est un composant adapté à l'électronique de puissance. Il est basé sur la technologie des transistors, et est ici utilisé comme un interrupteur.

L'obtention de fort champ magnétique nécessite d'injecter un courant élevé dans la bobine, ce qui a pour conséquence d'augmenter la température de la bobine par effet Joule, pouvant aller jusqu'à sa destruction. Pour limiter cet effet, la bobine est immergée dans de l'azote liquide. Ceci permet tout d'abord de diminuer la température initiale de la bobine, mais aussi de réduire sa résistance et donc de réduire l'échauffement par effet Joule. Un temps d'attente entre deux tirs est nécessaire pour permettre à la bobine de retrouver sa température d'équilibre. Des photos du cryostat contenant la bobine sont présentées sur la Fig. 2.6. Le tube de l'enceinte à vide dans lequel se propage le faisceau laser passe dans le tube du cryostat sans le toucher. Afin de découpler mécaniquement le cryostat de l'enceinte à vide à laquelle les miroirs de la cavité Fabry-Perot sont fixés, le cryostat est placé sur un bâti indépendant de la table optique.

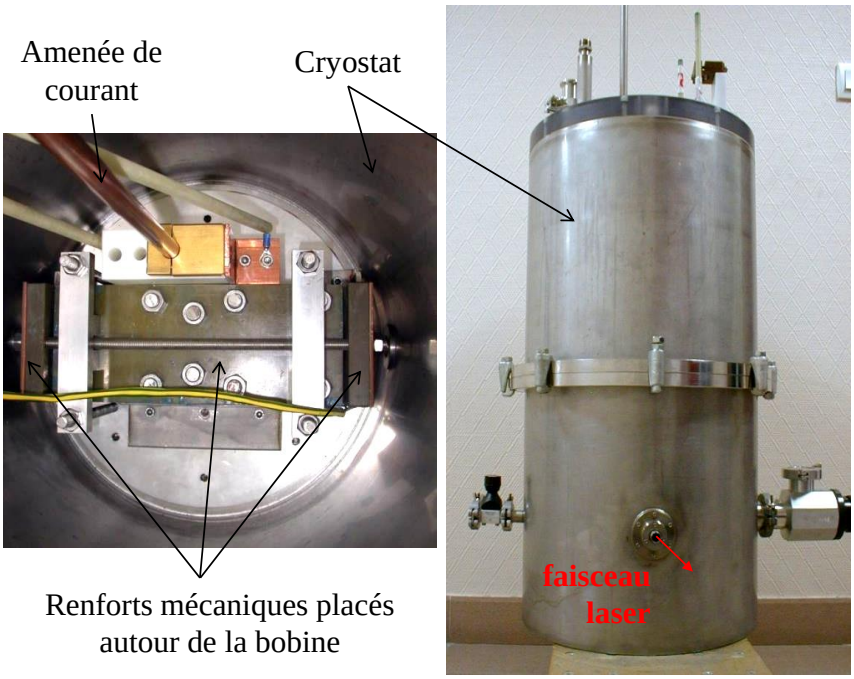


FIGURE 2.6 – Gauche : Bobine dans son cryostat. Droite : Cryostat à azote liquide.

Le profil du champ magnétique le long de l'axe z, correspondant à la direction de propagation de la lumière, a été mesuré à l'aide d'une bobine pick-up calibrée. Le profil normalisé, présenté sur la figure 2.7, n'est pas uniforme. Comme pour le champ magnétique longitudinal, nous définissons la longueur L_B comme la longueur équivalente d'un aimant produisant un champ magnétique uniforme $B_{0\perp}$, avec $B_{0\perp}$ le champ magnétique au centre de la bobine :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} B_{\perp}^2(z)dz = B_{0\perp}^2 L_B. \tag{2.10}$$

Nous trouvons $L_B = 0.137\,\mathrm{m}$.

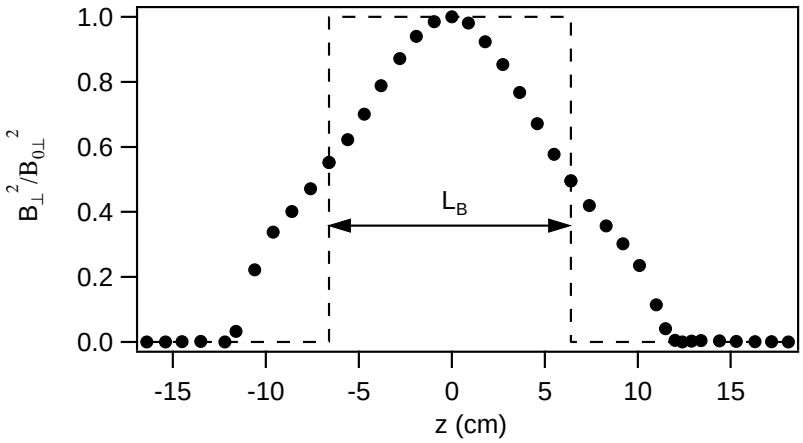


FIGURE 2.7 – Points : Mesures du profil longitudinal normalisé du carré du champ magnétique. Trait pointillé : champ magnétique équivalent.

Le profil temporel du champ magnétique est représenté sur la figure 2.8 pour un champ magnétique maximal de 6.5 T. La durée totale du tir est inférieure à 10 ms. Le maximum est atteint en moins de 2 ms.

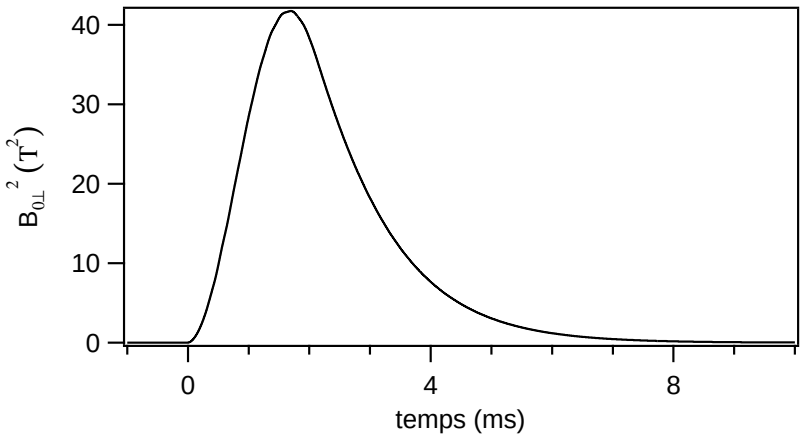


FIGURE 2.8 – Carré du champ magnétique au centre de la bobine en fonction du temps pour un champ magnétique maximal de 6.5 T.

Le tableau 2.1 permet de comparer la technologie des aimants pulsés aux aimants utilisés sur les expériences concurrentes. Notre choix technologique permet d'avoir un $B_\perp^2 L_B$ important tout en gardant un L_B relativement petit. Ceci a pour avantage de pouvoir placer les miroirs de la cavité Fabry-Perot sur une seule

table optique. De plus, cette technologie laisse encore une marge de progression importante en terme de champ maximal atteignable, comme nous le montrerons dans le dernier chapitre relatif aux perspectives.

	BFRT	PVLAS		Q&A	BMV
	[60]	[20]	[24]	[21]	
Régime	continu	continu	continu	continu	pulsé
Technologie	supraconducteur	supraconducteur	aimants permanents	aimants permanents	bobine résistive
$B_\perp$ (T)	2	2.5	2.5	2.3	6.5
L_B (m)	8.8	1	1.64	0.6	0.137
$B_\perp^2 L_B$ (T^2m)	35.2	5.3	10.25	3.2	5.8

TABLE 2.1 – Caractéristiques des aimants utilisés sur les expériences visant à mesurer la biréfringence magnétique du vide. Lorsque des limites ont été publiées, le champ magnétique reporté correspond au champ magnétique utilisé pendant les mesures.

2.3 La cavité Fabry-Perot

Le deuxième élément clé de l'expérience correspond à la cavité Fabry-Perot. Celle-ci permet en effet d'accumuler l'effet au cours des allers et retours de la lumière dans la cavité. La longueur de la cavité est $L_c = 2.27\,\mathrm{m}$. L'intervalle spectral libre, correspondant à l'écart en fréquence entre deux pics de résonance TEM_{00}, est donné par l'équation suivante :

$$\Delta^{\mathrm{ISL}} = \frac{c}{2nL_c} = 66\,\mathrm{MHz}, \tag{2.11}$$

avec n l'indice du milieu dans lequel baigne la cavité. Pour nos mesures effectuées dans des gaz, les pressions restent très faibles. L'indice de réfraction sera donc toujours considéré comme égal à 1.

La cavité est placée dans l'enceinte à vide. La position angulaire des miroirs est ajustée à l'aide de montures avec actionneurs piézoélectriques. Nous réglons l'orientation de chaque miroir l'un par rapport à l'autre et par rapport au faisceau incident afin de faire résonner principalement le mode TEM_{00}. Les miroirs de la cavité sont des miroirs diélectriques de rayon de courbure 8 m. La taille du mode TEM_{00} est donc de $\omega_0 = 0.97\,\mathrm{mm}$ au centre de la cavité et $\omega(\pm L_c/2) = 1.05\,\mathrm{mm}$ au niveau des miroirs. Des lentilles placées sur le trajet du faisceau incident permettent d'adapter le mode du laser au mode TEM_{00} de la cavité.

2.3.1 Finesse et couplage

La finesse de la cavité est mesurée en évaluant la durée de vie des photons dans la cavité. Pour cela, la fréquence du laser est tout d'abord asservie sur la fréquence

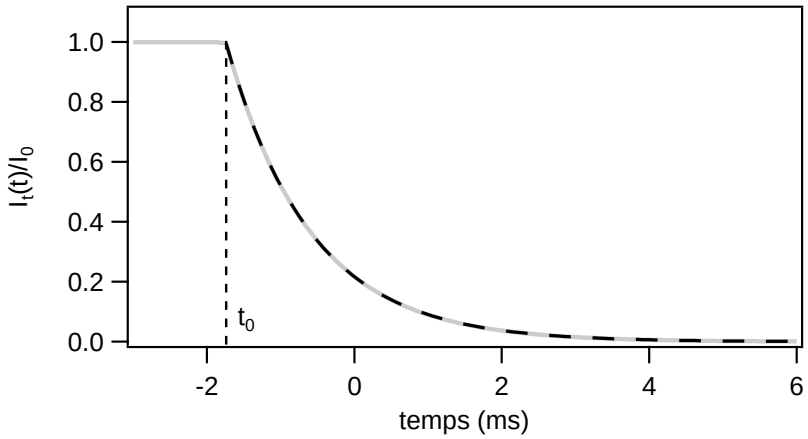


FIGURE 2.9 – Evolution au cours du temps de l'intensité du faisceau ordinaire à la sortie de la cavité (en gris). L'intensité du laser est coupée à t_0. Cette courbe est ajustée avec l'équation (2.12) (courbe pointillée) permettant d'en déduire la durée de vie des photons dans la cavité $\tau = 1.15\,\text{ms}$ et la finesse de la cavité $F = 475\,000$.

de résonance de la cavité. L'intensité laser est ensuite coupée brutalement à l'aide d'un modulateur acousto-optique à l'instant $t = t_0$. On obtient alors une décroissance exponentielle de l'intensité transmise par la cavité, mesurée par la photodiode Ph_t. La figure 2.9 présente une décroissance typique. La courbe est ajustée pour $t > t_0$ par la formule suivante :

$$I_\text{t}(t) = I_\text{t}(t_0)\text{e}^{-(t-t_0)/\tau}, \tag{2.12}$$

où τ est la durée de vie des photons dans la cavité. Cette durée de vie est reliée à la finesse F de la cavité par l'équation :

$$F = \frac{\pi c \tau}{L_\text{c}}. \tag{2.13}$$

Nous avons à notre disposition différents jeux de miroirs. Ceux-ci sont listés dans le tableau 2.2 avec les finesses maximales observées pour chaque jeu. Le deux premiers jeux de miroirs correspondent à des miroirs commerciaux produits par les sociétés Layertec en Allemagne et ATFilms aux USA. Le dernier jeu a été fourni par le LMA avec qui nous sommes en collaboration. Les finesses étant élevées, il est primordial de manipuler les miroirs dans un environnement propre. En effet, la moindre poussière qui se dépose sur le miroir dégrade son coefficient de réflectivité et donc dégrade la finesse de la cavité. L'expérience a donc été installée dans une salle propre dont l'accès est réservé aux membres du projet équipés de combinaison.

Provenance	Finesse de la cavité
Layertec (Allemagne)	100 000
ATFilms (USA)	481 000
LMA (France)	529 000

TABLE 2.2 – Finesse maximale de la cavité obtenue sur le projet BMV en fonction de la provenance des miroirs.

Le tableau 2.3 permet de comparer des cavités parmi les meilleures au monde travaillant dans le domaine optique. Elles peuvent être divisées en trois groupes :
- grande finesse et petite longueur L_c. La meilleure finesse jamais publiée est d'environ 2 000 000 [61].
- finesse modérée et grande longueur de cavité. Ces cavités sont principalement utilisées pour les détecteurs d'ondes gravitationnelles avec des longueurs de cavité de quelques kilomètres [62, 63].
- haute finesse et longueur de cavité intermédiaire. La cavité du projet BMV se place dans cette catégorie.

Catégorie	Projet	Réf.	Longueur de cavité L_c (m)	Finesse F	Durée de vie τ (μs)	Largeur $\Delta\nu$ (Hz)	Facteur de qualité Q
Grand F	REMPE	[61]	4×10^{-3}	1 900 000	8	19 400	2×10^{10}
Petit L_c	SYRTE	[64]	0.1	800 000	85	1 875	1.5×10^{11}
	VIRGO	[62]	3 000	50	160	1 000	2.8×10^{11}
F modéré	Advanced VIRGO	[65]	3 000	450	1 400	110	25×10^{11}
Grand L_c	LIGO	[63]	4 000	230	980	160	17×10^{11}
	Advanced LIGO	[66]	4 000	450	1 900	83	34×10^{11}
	PVLAS	[67]	3.3	770 000	2 700	59	48×10^{11}
Grand F	Q&A	[21]	3.5	43 000	111	1 400	2×10^{11}
L_c intermédiaire	BMV (ATFilms)		2.27	481 000	1 160	137	21×10^{11}
	BMV (LMA)		2.27	529 000	1 275	124	23×10^{11}

TABLE 2.3 – Comparaison des meilleures cavités dans le domaine optique.

Comme nous l'avons dit précédemment, la finesse F est l'un des paramètres importants. Il est également nécessaire d'avoir une longueur de cavité L_c suffisamment grande pour pouvoir placer les aimants entre les miroirs : plus L_c est grand, plus nous pourrons placer d'aimants entre les miroirs et ainsi augmenter la longueur d'interaction avec le champ magnétique. Le paramètre pertinent est donc le produit FL_c. Ce paramètre est inversement proportionnel à la largeur du pic de résonance donné par l'équation suivante :

$$\Delta\nu = \frac{c}{2L_cF}, \tag{2.14}$$

et proportionnel au facteur de qualité de la cavité :

$$Q = \frac{\nu}{\Delta\nu} = \frac{2FL_c}{\lambda}, \tag{2.15}$$

avec $\nu = c/\lambda$ la fréquence du laser. Nous voyons dans le tableau 2.3 que la cavité de projet BMV fait partie de celle ayant un grand facteur de qualité.

Enfin, la mesure d'ellipticité étant réalisée sur le faisceau de sortie de la cavité, la puissance de ce dernier doit être suffisante pour ne pas être limitée par le bruit des photodiodes de détection, en particulier par celle qui observe le faisceau de polarisation perpendiculaire à la polarisation incidente. Autrement dit, le couplage de la cavité doit rester non négligeable. Le couplage en transmission T_c et la finesse F de la cavité sont reliés aux coefficients de réflexion en intensité des miroirs R, au coefficients en transmission T et aux pertes de chaque miroir P de la manière suivante :

$$F = \frac{\pi}{1-R}, \tag{2.16}$$

$$T_c = \left(\frac{T}{T+P}\right)^2 = \left(\frac{TF}{\pi}\right)^2. \tag{2.17}$$

On suppose ici que les deux miroirs de la cavité sont identiques, ce qui est une hypothèse raisonnable pour des miroirs provenant d'une même cloche de fabrication. La finesse ne dépend que du coefficient de réflexion. En revanche, la transmission va dépendre du rapport entre la transmission et les pertes des miroirs. Ainsi, pour avoir un couplage supérieur à 25 %, il faut $T > P$. Ceci devient particulièrement difficile lorsqu'on augmente la finesse : R augmente, T diminue et les pertes P peuvent alors devenir prépondérantes devant T. Le tableau 2.4 résume les valeurs que nous avons trouvées pour nos trois jeux de miroirs. Alors que les miroirs du LMA permettent d'obtenir la meilleure finesse, le couplage est nettement plus important avec les miroirs ATFilms. C'est la raison pour laquelle nous avons décidé d'utiliser les miroirs ATFilms pour toutes nos mesures.

Miroirs				Cavité	
Provenance	R	T (ppm)	P (ppm)	F	T_c (%)
Layertec	0.999 969	6	25	100 000	3.6
ATFilms	0.999 993	4	3	481 000	35
LMA	0.999 994	1	5	529 000	0.1

TABLE 2.4 – Caractéristiques des miroirs utilisés pour le projet BMV. Compte-tenu de la finesse et du couplage en transmission de la cavité, les mesures de biréfringence ont été réalisées avec les miroirs ATFilms.

2.3.2 Biréfringence des miroirs

La cavité Fabry-Perot induit également une ellipticité statique totale Γ. Celle-ci est due à la biréfringence statique de chaque miroir qui peut être modélisée par un miroir non biréfringent plus une lame à retard de phase. Le schéma équivalent de la cavité Fabry-Perot est présenté sur la figure 2.10. L'ellipticité statique peut alors s'écrire comme la somme des ellipticités induites par chaque miroir Γ_1 et Γ_2 [68] :

$$\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2 = \frac{2F}{\pi}\left[\frac{\delta_1}{2}\sin 2(\theta_1 - \theta_P) + \frac{\delta_2}{2}\sin 2(\theta_2 - \theta_P)\right], \tag{2.18}$$

avec δ_1 et δ_2 les déphasages induits par chaque lame entre les polarisations parallèles aux axes neutres, et θ_1, θ_2 et θ_P les angles que font les axes rapides des deux lames et la polarisation incidente avec l'axe x (voir figure 2.10).

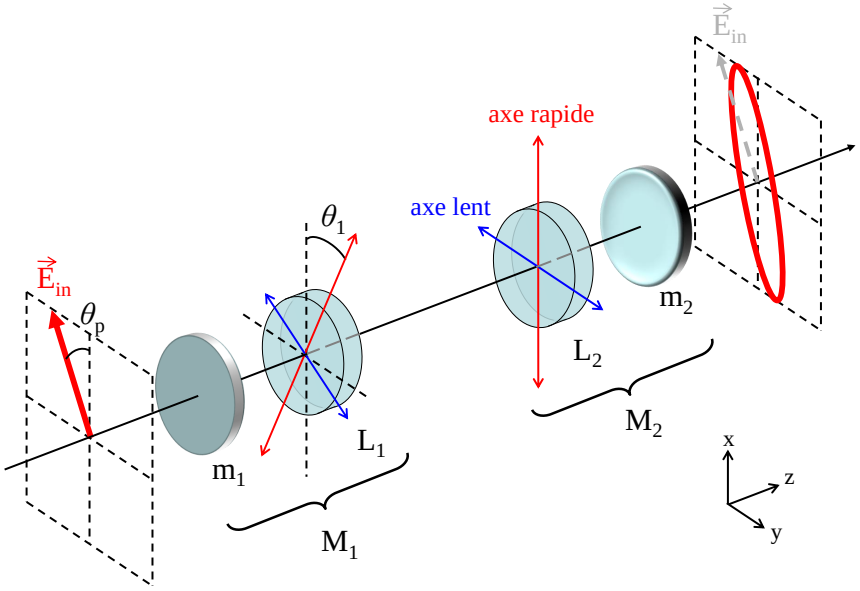


FIGURE 2.10 – Schéma équivalent de la cavité Fabry-Perot en tenant compte de la biréfringence statique des miroirs. Chaque miroir correspond à la combinaison d'un miroir sans biréfringence et d'une lame biréfringente induisant un déphasage δ_i entre les polarisations parallèles à ses axes neutres. Nous avons placé ici l'axe rapide de la lame L_2 parallèle à l'axe x, ce qui équivaut à $\theta_2 = 0$.

La mesure de Γ en fonction de θ_1 et θ_2 permet de remonter aux déphasages de chaque miroir. Cette mesure a été réalisée pour les différents jeux de miroirs à notre disposition. Pour cela, chaque monture de miroir a été placée sur une monture tournante pouvant être manipulée manuellement depuis l'extérieur de l'enceinte à vide. La technique de mesure et les résultats sont publiés dans Applied

Physics B [69] et présentés en détails dans les thèses de Paul Berceau [56] et Agathe Cadène [57]. Nous obtenons en particulier pour les miroirs ATFilms un déphasage typique de $\delta = 7 \times 10^{-7}$ rad, correspondant à un déphasage par réflexion (deux passages dans la lame à retard de phase) de $\delta_{\text{refl}} = 2\delta = 1.4 \times 10^{-6}$ rad.

L'origine de la biréfringence statique des miroirs interférentiels est mal connue. Cependant, une étude basée sur une revue des données déjà existantes [69] additionnée à nos nouvelles données sur les miroirs ATFilms montre que plus le coefficient de réflexion augmente, autrement dit plus le nombre de couches diélectriques formant le miroir est grand, plus la biréfringence intrinsèque du miroir est petite. Les données sont tracées sur la figure 2.11. Le coefficient de réflexion des miroirs est en général obtenu à partir de la finesse via l'équation (2.16).

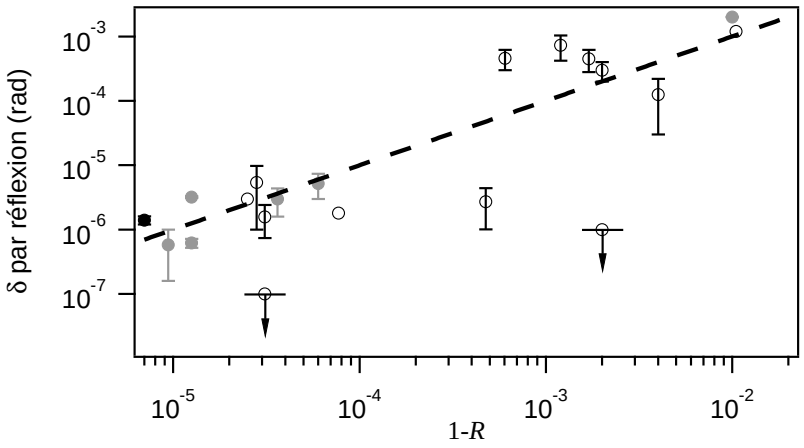


FIGURE 2.11 – Mesure du déphasage par réflexion induit par des miroirs interférentiels en fonction de leur réflectivité en intensité R. Points blancs : Résumé des valeurs rassemblées dans la référence [69]. Points gris : mesures rapportées dans les références [70–74]. Point noir : mesure obtenue avec les miroirs ATFilms sur le projet BMV. Ligne pointillée : résultat de la modélisation en considérant que seule la couche diélectrique la plus proche du substrat est biréfringente.

Pour tenter de comprendre l'origine de cette biréfringence, nous avons développé une simulation numérique permettant de calculer la biréfringence totale en fonction de la biréfringence des différentes couches diélectriques. Différentes possibilités ont été envisagées : biréfringence identique sur toutes les couches formant le miroir, biréfringence aléatoire (déphasage et direction des axes neutres) sur toutes les couches, ... Finalement, la configuration qui correspond le mieux à la tendance de la figure 2.11 est celle pour laquelle seule la couche diélectrique la plus proche du substrat est biréfringente. Cette étude ne permet pas de donner l'origine physique de cette biréfringence, mais elle indique néanmoins la partie

du miroir qui semble concernée. Cette information peut être particulièrement intéressante si l'on souhaite fabriquer des miroirs de haute réflectivité et de faible biréfringence.

Nous pouvons également modéliser la cavité Fabry-Perot comme représentée sur la figure 2.12, avec une lame à retard de phase L_{eq} placée entre deux miroirs non biréfringents. L'orientation de l'axe rapide θ_{eq} de cette nouvelle lame ainsi que le déphasage δ_{eq} induit entre les polarisations parallèles à ses axes neutres dépendent de l'orientation des deux miroirs et de leur biréfringence respective. En supposant que l'axe rapide de la lame L_2 est parallèle à l'axe x, autrement dit $\theta_2 = 0$, et pour des déphasages petits, nous obtenons [75] :

$$\delta_{eq} = \sqrt{(\delta_2 - \delta_1)^2 + 4\delta_1\delta_2\cos^2\theta_1}, \tag{2.19}$$

$$\cos 2\theta_{eq} = \frac{\delta_2 + \delta_1\cos 2\theta_1}{\delta_{eq}}, \tag{2.20}$$

$$\Gamma = \frac{2F}{\pi}\frac{\delta_{eq}}{2}\sin 2(\theta_{eq} - \theta_P). \tag{2.21}$$

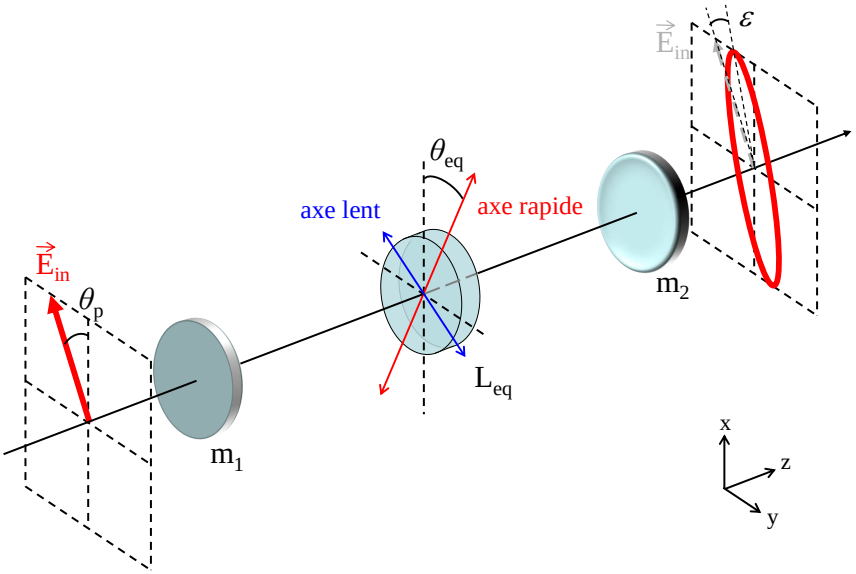


FIGURE 2.12 – Schéma équivalent de la cavité Fabry-Perot en tenant compte de la biréfringence statique des miroirs. La cavité équivaut ici à deux miroirs non biréfringents avec une lame à retard de phase équivalente L_{eq} placée entre les deux miroirs. celle-ci induit une rotation ϵ de la polarisation linéaire incidente et une ellipticité Γ.

Pour les mesures de biréfringence magnétique, il est nécessaire de tenir compte de cette biréfringence statique. Celle-ci a deux effets :

– elle induit une ellipticité statique Γ sur la polarisation linéaire incidente donnée par l'équation (2.18) ou (2.21)
– elle induit également une rotation ϵ de la polarisation linéaire incidente.

La rotation de l'axe de l'ellipse par rapport à la polarisation incidente, pour des déphasages très petits devant l'unité, est égale à [57] :

$$\epsilon = \frac{2F}{\pi}\frac{\Gamma}{2}\delta_{\mathrm{eq}}. \tag{2.22}$$

Le rapport des intensités transmises par le polariseur de sortie A devient alors :

$$\frac{I_{\mathrm{e}}(t)}{I_{\mathrm{t}}(t)} = \sigma^2 + \left[\epsilon + \Theta_{\mathrm{F}}(t)\right]^2 + \left[\Gamma + \Psi(t)\right]^2. \tag{2.23}$$

Le réglage de ϵ et Γ est primordial sur l'expérience. L'angle ϵ est tout d'abord minimisé en minimisant δ_{eq}. Pour cela, l'axe lent du miroir M_1 est aligné avec l'axe rapide du miroir M_2. Comme le montre les références [55–57], le bruit en ellipticité de notre appareil est pour le moment dominé par les fluctuations de Γ. Dans ce cas, la sensibilité optique est meilleure lorsque Γ diminue avec un optimum de sensibilité pour $\Gamma^2 = \sigma^2$. Expérimentalement, nous nous plaçons dans un premier temps à $\Gamma = 0$. Ceci correspond à placer l'un des axes propres de la lame équivalente L_{eq} parallèle à la polarisation incidente. On ajuste ensuite la valeur de Γ en tournant l'un des miroirs autour de l'axe z. Le sens de rotation nous permet de choisir le signe de Γ. Celui-ci est déduit de mesures de biréfringence magnétique dans l'azote gazeux pour lequel le signe et la valeur de la biréfringence sont parfaitement connus.

2.3.3 Comportement dynamique de la cavité

La cavité agit également comme un filtre passe-bas du premier ordre dont la fonction de transfert est donnée par :

$$H_1(\nu) = \frac{1}{1 + i\frac{\nu}{\nu_{\mathrm{c}}}}. \tag{2.24}$$

La fréquence de coupure ν_{c} est reliée à la durée de vie des photons dans la cavité τ, à la finesse F ou à la largeur du pic de résonance de la cavité $\Delta\nu$ de la manière suivante :

$$\nu_{\mathrm{c}} = \frac{1}{4\pi\tau} = \frac{c}{4L_{\mathrm{c}}F} = \frac{\Delta\nu}{2}. \tag{2.25}$$

Pour les miroirs ATFilms, nous trouvons une fréquence de coupure de l'ordre de 70 Hz. Pour les mesures de biréfringences magnétiques, le champ magnétique varie au cours du temps. En particulier, pour le champ magnétique transverse, nous avons typiquement un temps de montée du champ de l'ordre de 2 ms, donc

du même ordre de grandeur que la durée de vie des photons dans la cavité. L'effet du filtrage devra alors être pris en compte.

La cavité a pour effet de filtrer les intensités incidentes. En particulier, l'intensité ordinaire I_t correspond à l'intensité incidente filtrée par le filtre passe-bas d'ordre un. C'est d'ailleurs la raison pour laquelle nous obtenons une décroissance exponentielle lorsque l'intensité incidente est coupée brutalement. En revanche, à cause de la biréfringence de la cavité, la cavité agit comme un filtre passe-bas du second ordre pour le faisceau I_e. Cet effet est expliqué en détails dans l'article que nous avons publié dans Applied Physics B [76]. La fonction de transfert du filtre passe-bas est la suivante :

$$H_2(\nu) = H_1(\nu) \times H_1(\nu) = \frac{1}{1 + i\frac{2\nu}{\nu_\mathrm{c}} - \left(\frac{\nu}{\nu_\mathrm{c}}\right)^2}. \tag{2.26}$$

Elle correspond à la combinaison de deux filtres passe-bas du premier ordre. Le premier caractérise le filtrage habituel de la cavité. Le deuxième est dû à la biréfringence de la cavité qui alimente le faisceau extraordinaire via le faisceau ordinaire.

Ce filtrage de second ordre a pour première conséquence de modifier la réponse de la cavité lorsque le faisceau incident est coupé brutalement. La figure 2.13 montre la décroissance de I_t et I_e dans ces conditions. Nous retrouvons pour I_t une décroissance exponentielle que nous utilisons pour mesurer τ et F (voir équation (2.12)). L'évolution temporelle de I_e est quant à elle donnée par :

$$I_\mathrm{e}(t) = I_\mathrm{e}(t_0)\left(1 + \frac{t - t_0}{2\tau}\right)^2 \mathrm{e}^{-(t-t_0)/\tau}. \tag{2.27}$$

Cette fonction correspond à la réponse du filtre passe-bas du second ordre à un échelon.

Cette dernière équation doit être légèrement modifiée lorsque la biréfringence des substrats des miroirs ne peut plus être négligée [77]. On obtient alors :

$$I_\mathrm{e}(t) = I_\mathrm{t}(t_0)\left(\sigma^2 + \left[\Gamma_{\mathrm{s}1} + \Gamma_{\mathrm{s}2} + \Gamma_\mathrm{c}\left(1 + \frac{t - t_0}{2\tau}\right)\right]^2\right)\mathrm{e}^{-(t-t_0)/\tau}, \tag{2.28}$$

où $\Gamma_{\mathrm{s}1}$, $\Gamma_{\mathrm{s}2}$ et Γ_c sont respectivement les ellipticités induites par chacun des substrats des miroirs et par les allers et retours dans la cavité. L'évolution temporelle de I_e dans ces conditions est représentée sur la figure 2.14.

Finalement, l'intensité extraordinaire étant filtrée une fois de plus que le signal ordinaire, nous devons en tenir compte dans l'analyse. Le rapport entre les deux intensités devient :

$$\frac{I_\mathrm{e}(t)}{I_{\mathrm{t,f}}(t)} = \sigma^2 + \left[\epsilon + \Theta_{\mathrm{F,f}}(t)\right]^2 + \left[\Gamma + \Psi_\mathrm{f}(t)\right]^2, \tag{2.29}$$

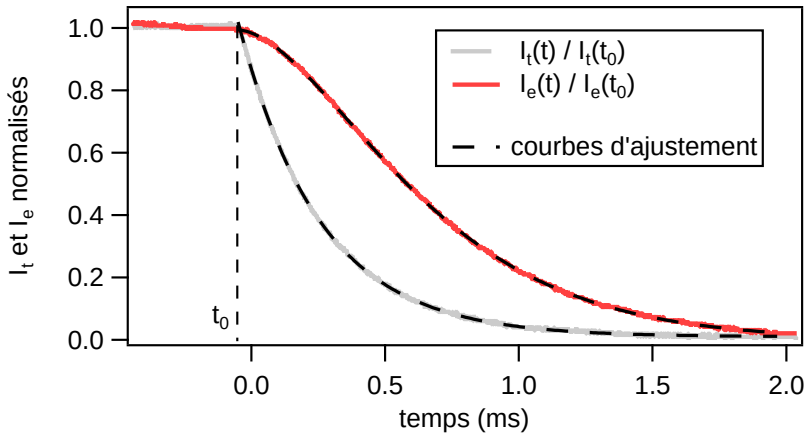


FIGURE 2.13 – Evolution au cours du temps de l'intensité ordinaire (gris) et de l'intensité extraordinaire (rouge) normalisées au cours du temps après coupure de l'intensité incidente sur la cavité à l'instant $t = t_0$. Les courbes sont correctement ajustées par une décroissance exponentielle pour I_t et par l'équation (2.27) pour I_e.

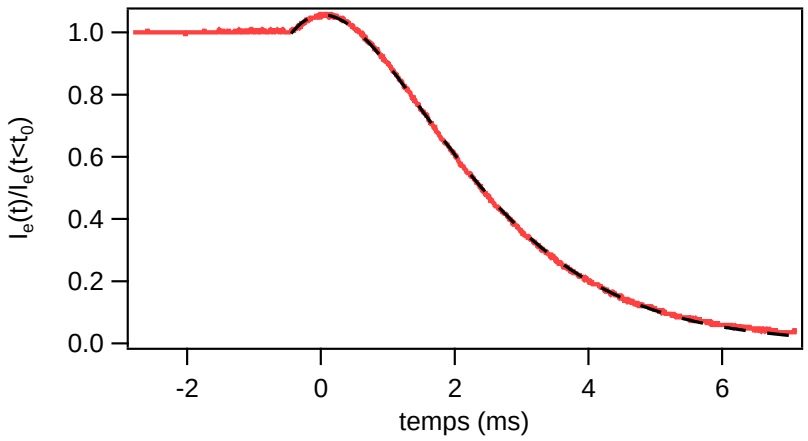


FIGURE 2.14 – Evolution au cours du temps de l'intensité extraordinaire normalisée (rouge) au cours du temps après coupure de l'intensité incidente sur la cavité lorsque la biréfringence des substrats des miroirs ne peut plus être négligée. La courbe est correctement ajustée par l'équation (2.28).

avec $I_{t,f}$ le signal I_t filtré numériquement. L'indice "f" sous la rotation Θ et l'ellipticité Ψ rappelle qu'il faut tenir compte du filtrage de la cavité lorsque les rotations et ellipticités sont induites par un champ magnétique évoluant au cours du temps.

2.4 Conclusion

Nous avons vu ici les parties principales constituant l'ellipsomètre avec en particulier les champs magnétiques longitudinal et transverse, ainsi que la cavité Fabry-Perot. L'ensemble du montage est présenté sur la figure 2.15. L'équation (2.29) permettant de traiter les données est maintenant connue et va pouvoir être utilisée pour extraire les effets Faraday et Cotton-Mouton dans les gaz puis dans le vide. C'est l'objet du prochain chapitre.

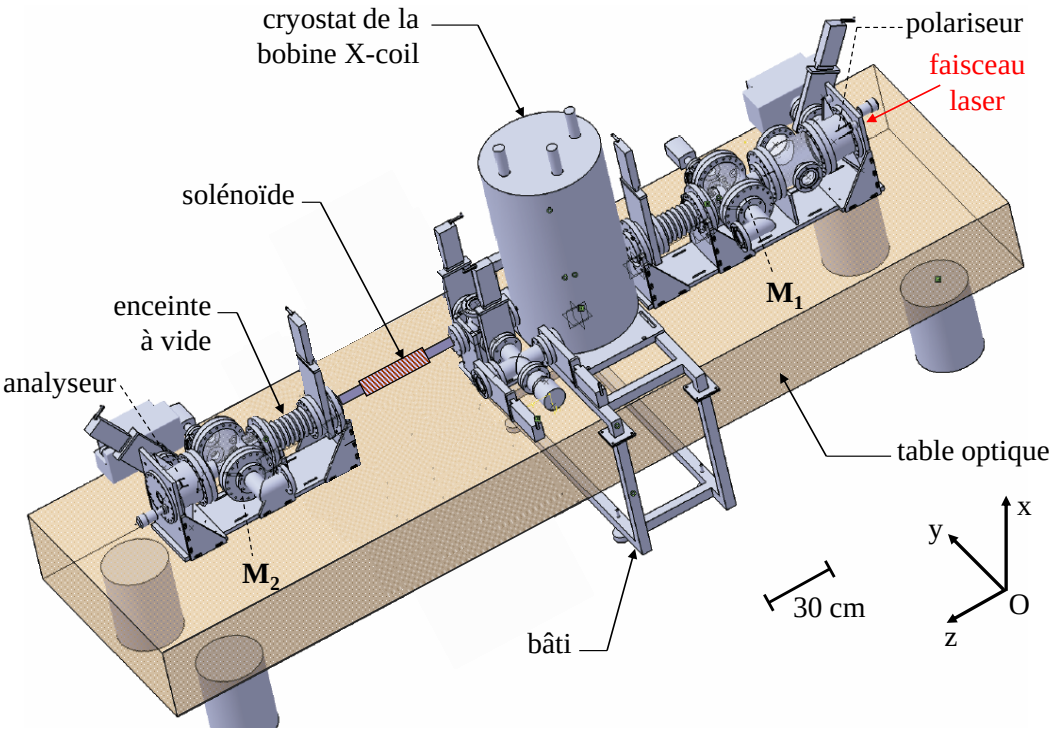


FIGURE 2.15 – Schéma de l'expérience BMV. L'enceinte à vide repose sur une seule table optique. Les tuyaux de l'enceinte passent à la fois dans le solénoïde générant le champ magnétique longitudinal et dans la bobine X-coil générant le champ magnétique transverse. Le cryostat dans lequel se trouve la bobine X-Coil est placé sur un bâti indépendant de la table optique pour éviter tout contact mécanique entre le cryostat et l'enceinte à vide.

2.5 Articles en relation avec ce chapitre

Les articles reproduits ci-dessous en lien avec ce chapitre correspondent aux références [69] et [76].

Appl Phys B (2009) 97: 457–463
DOI 10.1007/s00340-009-3677-7

Applied Physics B
Lasers and Optics

Birefringence of interferential mirrors at normal incidence

Experimental and computational study

F. Bielsa · A. Dupays · M. Fouché · R. Battesti · C. Robilliard · C. Rizzo

Received: 13 February 2009 / Revised version: 25 May 2009 / Published online: 6 August 2009

Abstract In this paper we present a review of the existing data on interferential mirror birefringence. We also report new measurements of two sets of mirrors that confirm that mirror phase retardation per reflection decreases when mirror reflectivity increases. We finally developed a computational code to calculate the expected phase retardation per reflection as a function of the total number of layers constituting the mirror. Different cases have been studied and we have compared computational results with the trend of the experimental data. Our study indicates that the origin of the mirror intrinsic birefringence can be ascribed to the reflecting layers close to the substrate.

PACS 42.25.Lc · 07.60.Fs · 42.79.Bh

1 Introduction

In the last decades high-reflectivity interferential mirrors have been widely used in optical cavities to measure small light polarization variations induced by the propagation in a weakly anisotropic medium, such as in parity violation experiments [1–3] or in vacuum magnetic birefringence experiments [4–6]. Mirrors themselves are birefringent and this is manifestly a problem for such a kind of applications because they induce a phase retardation[1] which superimposes to the signal to be measured. This birefringence is due to off-normal incidence and/or to intrinsic birefringence of the mirror coatings. In the case of Fabry–Perot cavities the incidence on the mirrors is normal. In this paper we focus on this type of device, thus on birefringence due to the mirror coatings.

Interferential mirrors are composed of a stack of slabs deposited on a substrate. One slab corresponds to a low-index layer and a high-index layer with an optical thickness $\lambda/4$ for each layer, where λ is the light wavelength for which the mirror reflectivity is optimized. While nonbirefringent stratified media are discussed in textbooks [17], and films with a nontrivial dielectric tensor have been treated in literature (see, e.g., [18]), as far as we know, the origin of the mirror birefringence is unknown and a detailed study of the problem does not exist. In [19] computational results are given in the hypothesis that the birefringence is due to only one layer, in particular the uppermost. The author notices that the phase retardation effect diminishes as he moves the only phase retardation layer down the stack. In [15] measurements of the mirror phase retardation as a function of time and of laser power in the Fabry–Perot cavity have been performed. The authors suggest that mirror birefringence may be photoinduced, at least partly.

In this paper we present a review of the existing data on interferential mirror phase retardation. We show that the data indicate that the phase retardation per reflection decreases when the mirror reflectivity becomes better and better, i.e., when the total number of layers increases. We also

F. Bielsa · R. Battesti
Laboratoire National des Champs Magnétiques Intenses (UPR 3228, CNRS-INSA-UJF-UPS), 31400 Toulouse Cedex, France

A. Dupays · M. Fouché · C. Robilliard · C. Rizzo (✉)
Université de Toulouse, UPS, Laboratoire Collisions Agrégats Réactivité, IRSAMC, 31062 Toulouse, France
e-mail: carlo.rizzo@irsamc.ups-tlse.fr

A. Dupays · M. Fouché · C. Robilliard · C. Rizzo
CNRS, UMR 5589, 31062 Toulouse, France

[1] Phase retardation due to birefringence corresponds to the difference of phase velocities between the two normal modes.

report new measurements of two sets of mirrors that confirm this trend. We finally developed a computational code to calculate the expected phase retardation per reflection as a function of the total number of layers. Different cases have been studied going from a fixed birefringence for each layer to a random birefringence for each layer. We finally compare computational results with the trend of the experimental data. Our study indicates that the origin of the mirror intrinsic birefringence can be ascribed to the reflecting layers close to the substrate.

2 Experimental study

Birefringence of interferential mirrors have been measured and reported by several authors [7–15]. The phase retardation per reflection ranges between a few 10^{-7} rad to 10^{-3} for values of $(1-R)$ going from a few 10^{-5} to 10^{-2}, where R is the mirror reflectivity. All the measurements have been conducted using an optical cavity except one [9] where the ellipticity acquired after a single reflection was directly measured. Optical cavities are usually absolutely necessary to accumulate the effect and thus to allow to measure very small phase retardations. Whereas a multipass cavity has been used in [7, 8], a Fabry–Perot cavity is used in [10–14]. In the following section, the published data are presented in details and in chronological order. These studies were always motivated by measurements of small phase retardation such as parity violation experiments [1–3] or vacuum magnetic birefringence experiment [4].

2.1 Review of published data

The first study of intrinsic phase retardation of interferential mirrors dates from 1982 [7]. Measurements have been conducted using a multipass cavity made of two spherical mirrors between which the light beam bounces many times forwards and backwards under quasinormal incidence. Intrinsic phase retardation is therefore superimposed to the off-normal incidence phase retardation but this has also been evaluated by the authors. The light beam does not hit the same point of the mirror after a round trip. Thus the measurement of phase retardation per reflection gives a value averaged on the mirror surface. The mirrors have been manufactured by Spectra-Physics, Inc. (Mountain View, CA, USA), and their reflectivity R is 0.998 at $\lambda = 540$ nm. Intrinsic phase retardation typically varies between 2 and 4×10^{-4} rad per reflection. Among the 19 mirrors analyzed, two exceptions with phase retardation less than 10^{-6} rad per reflection have been found. The authors called this a "happy accident".

A few years later a new study was again performed using a multipass cavity [8]. A set of five mirrors manufactured by MTO, Palaiseau, France, has been analyzed. The authors did not give explicitly the reflectivity of the mirrors, but they have reported that at $\lambda = 514.5$ nm and after about 250 reflections the light intensity is reduced to $1/e$. We can deduce that $(1-R) = 0.004$. From their measurements, intrinsic phase retardation varies between 3.0×10^{-5} and 2.2×10^{-4} rad per reflection.

The next study was performed in 1993 [9] using multipass cavities. Only one mirror has been analyzed but this time the phase retardation has been measured directly after only one reflection. The mirror had a reflectivity of 0.9983 at 633 nm. It was coated by the Laboratory of Laser Energetics of the University of Rochester. The authors were able to measure the intrinsic phase retardation and the phase retardation axis direction of the mirror in different points of the surface. They could therefore draw a map of the intrinsic phase retardation showing a clear rotational pattern. The intrinsic phase retardation per reflection ranged between 3 to 6.2×10^{-4} rad, while the axis direction ranged between 9 and -13 degrees. To test that the origin of such an anisotropy was not due to the substrate, the authors have measured the phase retardation when the light was reflected on the backsurface of the mirror. They obtained a result compatible with zero within the experimental error.

In 1995 the first measurement using a Fabry–Perot cavity was reported [10]. In this type of interferometer the incidence on the mirrors is strictly normal, and off-normal phase retardation vanishes. The mirror reflectivity can be inferred by the cavity finesse $F = 6600$ given by the authors at $\lambda = 633$ nm: $R = 1 - \pi/F = 0.999524$. The reported values of phase retardation per reflection are 1.0×10^{-6} and 4.4×10^{-6} rad. Besides, their study allows to conclude that the birefringence is not due to the mirror mounts.

In 1996, a new intrinsic phase retardation of a mirror is reported [11]. The Fabry–Perot cavity finesse was 300 at $\lambda = 633$ nm, and we can therefore infer that $R = 0.9895$. The measured phase retardation per reflection is 1.2×10^{-3} rad.

For the next value reported in [12], a Fabry–Perot was again used. The mirrors have been manufactured by Research Electro-Optics Inc., Boulder, Colorado, USA. The Fabry–Perot cavity finesse was 125600 at $\lambda = 540$ nm, and the inferred reflectivity is $R = 0.999975$. The value of the phase retardation per reflection is given for only one mirror and corresponds to 3×10^{-6} rad.

In 1997 two works have been published in the same journal issue [13, 14] concerning mirror intrinsic phase retardation. In [13] two mirrors constituting a Fabry–Perot cavity have been characterized. The average value of the reported reflectivity was $R = 0.9988$ at $\lambda = 633$ nm. The measured phase retardation per reflection was 4.2×10^{-4} rad and 1.04×10^{-3} rad. In [14], the reflectivity was $R = 0.999969$ at $\lambda = 1064$ nm and they have been manufactured by Research Electro-Optics Inc., Boulder, Colorado, USA. The

Table 1 Review of published data

Ref.	R	δ_M (rad)	$N_{mirrors}$	λ (nm)
[7]	0.998	$(2-4)\times10^{-4}$	17	540
		$<10^{-6}$	2	540
[8]	0.996	$(3-22)\times10^{-5}$	5	514
[9]	0.9983	$(3-6.2)\times10^{-4}$	1	633
[10]	0.999524	$(1-4.4)\times10^{-6}$	2	633
[11]	0.9895	1.2×10^{-3}	1	633
[12]	0.999975	3×10^{-6}	1	540
[13]	0.9988	$(4.2-10.4)\times10^{-4}$	2	633
[14]	0.999969	$(7.4-24)\times10^{-7}$	3	1064
		$<10^{-7}$	1	1064
[15]	0.999923	1.8×10^{-6}	1	633

measured value for three mirrors over four was between 3.7 and 12×10^{-7} rad, while the last mirror was a *happy accident* with a phase retardation per reflection smaller than 10^{-7} rad.

Finally in 2000, a new measurement is reported [15]. Measurements have been done on a Fabry–Perot cavity, looking at frequency shift of the resonance line of the cavity due to mirror phase retardation. The Fabry–Perot cavity finesse was about 40 000 at $\lambda = 633$ nm, corresponding to $R = 0.999923$, and the phase retardation per reflection 1.8×10^{-6} rad. The authors have also showed that the measured phase retardation could be changed by several percents by appropriately injecting more power in the cavity. Phase retardation relaxed down to the average value several seconds after the perturbation.

In Table 1 we summarize the existing data on mirror intrinsic phase retardation per reflection. We give the reference number, the value of the reflectivity R, the measured value of the phase retardation per reflection δ_M, the number of characterized mirrors $N_{mirrors}$, and finally the light wavelength λ for which the mirror reflectivity was optimized. We give the minimum and the maximum value for δ_M when several mirrors have been analyzed in the same reference. In the case of [9], where a single mirror has been studied but in several points of its surface, we give the dispersion of the reported values.

2.2 Our new measurements

In this paragraph we report new measurements of two different sets of mirror performed in the framework of the BMV experiment [20] which goal is to measure vacuum magnetic birefringence. As in the previous attempts to measure such a weak quantity [4–6], mirror intrinsic phase retardation is a source of noise limiting the sensitivity of the apparatus. Moreover, since signal detection in the BMV experiment corresponds to a homodyne technique, the ellipticity Γ induced on the linearly polarized laser beam by the Fabry–Perot cavity overall phase retardation is used as a D.C. carrier. To reach a shot noise limited sensitivity, one needs Γ to be as small as possible [20], implying that the phase retardation axis of the two mirrors constituting the cavity have to be aligned.

To measure the mirror intrinsic phase retardation, our experimental method is based on the ones described in details in [10, 14]. More details on our experimental setup can be found in [20]. Briefly, 30 mW of a linearly polarized Nd:YAG ($\lambda = 1064$ nm) laser beam is injected into a Fabry–Perot cavity. This laser is locked to the cavity resonance frequency using the Pound-Drever-Hall method [21]. The beam transmitted by the cavity is then analyzed by a polarizer crossed at maximum extinction and collected by a low noise photodiode with a noise equivalent power of $0.25\ \mathrm{pW}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$. Polarizer extinction is $(4\pm2)\times10^{-7}$ which is always much lower than the ellipticity we measure.

As shown on Fig. 1, both mirrors are schematized as two ideal wave plates with phase retardation δ_1 and δ_2. Thus the phase retardation per reflection of each mirror we want to measure corresponds to $2\delta_1$ and $2\delta_2$. For the sake of simplicity the angle indicating the direction of the phase retardation axis of the first mirror is taken as zero. The angle between the phase retardation axis of the two mirrors is θ_{WP}. For $\delta_1, \delta_2 \ll 1$, combination of both wave plates gives a single wave plate of phase retardation [14]:

$$\delta_{EQ} = \sqrt{(\delta_1-\delta_2)^2 + 4\delta_1\delta_2\cos^2\theta_{WP}}, \tag{1}$$

and with a fast axis at an angle with respect to the x axis given by:

$$\cos 2\theta_{EQ} = \frac{\frac{\delta_1}{\delta_2} + \cos 2\theta_{WP}}{\sqrt{(\frac{\delta_1}{\delta_2}-1)^2 + 4\frac{\delta_1}{\delta_2}\cos^2\theta_{WP}}}. \tag{2}$$

The Fabry–Perot cavity corresponds to a wave plate with a phase retardation δ related to δ_{EQ} as follows:

$$\delta = \frac{2F}{\pi}\delta_{EQ}, \tag{3}$$

where F is the cavity finesse. Finally, the intensity transmitted by the analyzer over the incident intensity is equal to the square of the ellipticity ψ induced by the cavity mirrors. This ellipticity is given by [14]:

$$\psi^2 = \frac{\delta^2}{4}\sin^2\big(2(\theta_P - \theta_{EQ})\big), \tag{4}$$

with θ_P the angle indicating the direction of the light polarization with respect to the x axis. Thus, by measuring the intensity transmitted by the analyzer as a function of θ_{WP}

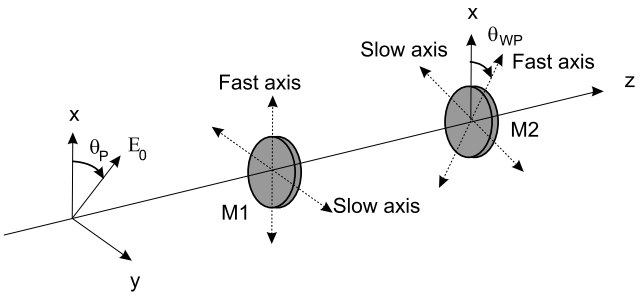


Fig. 1 Principle of the experiment: a linearly polarized laser beam is injected into a Fabry–Perot cavity (mirrors M1 and M2). The polarization is then analyzed outside of the cavity

and for different value of θ_P, we are able to calculate the phase retardation of both mirrors.

Two different sets of mirrors have been tested. The first one is constituted by two one inch diameter spherical mirrors, 6 m radius of curvature, BK7 substrate, manufactured by Laseroptik GmbH, Garbsen (Germany). The reflectivity at $\lambda = 1064$ nm is 0.999396 corresponding to a cavity finesse of 5200 and the transmission of the cavity is about 20%. The second set of mirrors is constituted by three one-inch diameter spherical mirrors, 8 m radius of curvature, BK7 substrate, manufactured by Layertec GmbH, Mellingen (Germany). The reflectivity at $\lambda = 1064$ nm is 0.999972 corresponding to a cavity finesse of about 110000. According to the manufacturer, mirror losses are lower than 100 ppm and the overall measured transmission of the cavity is about 3%.

The square of the ellipticity ψ induced by the cavity as a function of the angle between the phase retardation axis of the two mirrors is plotted in Fig. 2. Experimental values are fitted using (4). The deduced mirror intrinsic phase retardation per reflection is presented in Table 2 for each mirror.

2.3 Summary

All the published data together with the data obtained in this work are plotted as a function of $(1 - R)$ on Fig. 3. When only one mirror has been tested, the corresponding point has no error bars. When different mirrors have been measured the data point have error bars. These error bars do not represent the measurement error for one mirror (typically 10%) but the dispersion of the measured value for the whole set of mirrors. Arrows represent mirrors for which the phase retardation was smaller than the apparatus sensitivity (see Tables 1 and 2). Dots represent the new measurements reported in this work at $\lambda = 1064$ nm.

Published data plotted on Fig. 3 clearly show that the higher the reflectivity, i.e., the lower the value of $(1 - R)$, the lower the phase retardation per reflection. More precisely, the intrinsic phase retardation decreases by three orders of magnitude as $(1 - R)$ decreases by almost three orders of magnitude. Our new measurements perfectly confirm this trend.

Table 2 Mirror intrinsic phase retardation

R	δ_M (rad)	No.	λ (nm)
0.999396	$(5.8 \pm 0.4) \times 10^{-4}$	1	1064
	$(3.4 \pm 0.4) \times 10^{-4}$	2	
0.999972	$(9.8 \pm 0.4) \times 10^{-6}$	1	1064
	$(2.6 \pm 0.4) \times 10^{-6}$	2	
	$(1 \pm 0.4) \times 10^{-6}$	3	

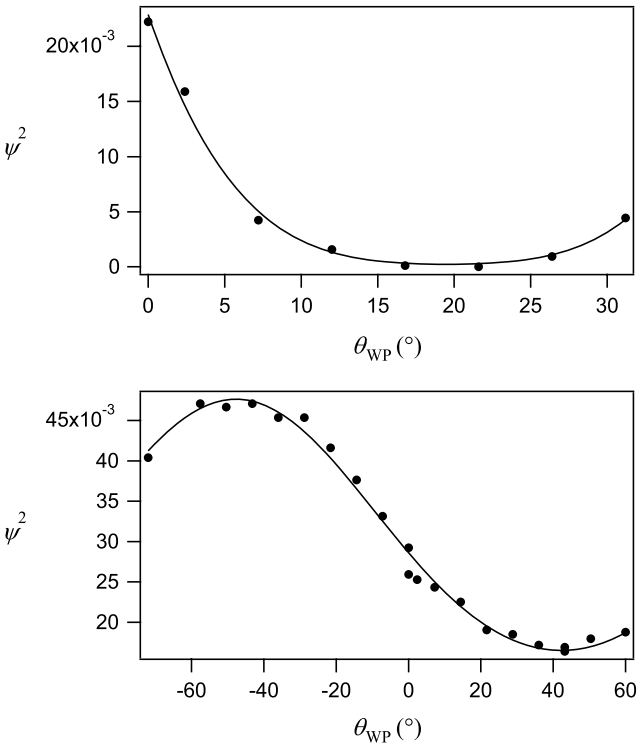


Fig. 2 Experimental values of the square of the ellipticity ψ as a function of the angle between the phase retardation axis of the cavity mirrors (see Table 2). Data are fitted using (4). *Upper curve*: the mirrors reflectivity is 0.999396. *Lower curve*: the mirrors reflectivity is 0.999972

3 Computational study

The understanding of the origin of the experimental data trend is crucial if one wants to control the manufacture to obtain birefringence-free interferential mirrors. We have therefore developed a computer code that can simulate the behavior of an interferential mirror made by an arbitrary number of layers each one with its own arbitrary phase retardation and arbitrary retardation axis. Our goal was to find a configuration of layers, as simple as possible, that could reproduce the experimental trend and give a first indication to experimentalists to test in further studies.

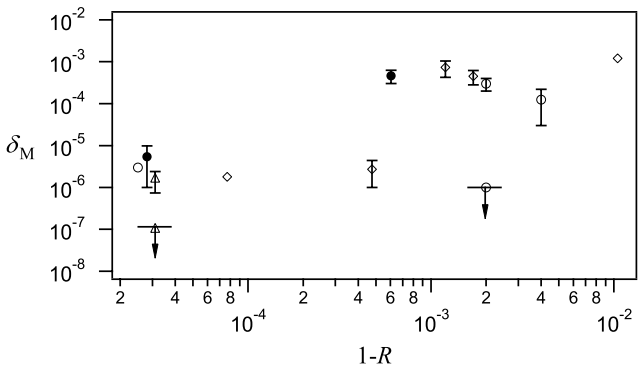


Fig. 3 Summary of all the published data and the data obtained in this work with mirror intrinsic phase retardation δ_M versus $(1 - R)$. The symbols represent the wavelength for which the mirror reflectivity was optimized (○: 540 nm, ◇: 633 nm, △: 1064 nm, •: our work). *Errors bars* correspond to the minimum and the maximum value when several mirrors have been analyzed. *Arrows* represent mirrors for which the phase retardation was smaller than the apparatus sensitivity. The trend of the whole points shows that the intrinsic phase retardation decreases by three orders of magnitude as $(1 - R)$ decreases by almost three orders of magnitude

3.1 Interferential mirrors

Interferential mirrors are made by a stack of slabs of an optical thickness of $\lambda/2$ as shown on Fig. 4, where λ is the light wavelength for which the mirror reflectivity is optimized. Each slab is composed by a low-index layer n_L and a high-index layer n_H. Each layer has an optical thickness of $\lambda/4$. Typically, n_L is around 1.5 and n_H is higher than 2.0. The substrate is usually fused silica or Zerodur, and a $\lambda/2$ coating of SiO_2 protects the reflecting surface of the mirror. Obviously, construction details are not shared publicly by manufacturers (see, e.g., the paragraph on mirror manufacture in [16]).

In the case of what is called an "odd stack", i.e., N slabs of a high-index layer and a low-index layer plus one high-index layer ($2N + 1$ layers), the mirror reflectivity R can be written as [17]:

$$R = \left[\frac{1 - (\frac{n_H}{n_s})^2(\frac{n_H}{n_L})^{2N}}{1 + (\frac{n_H}{n_s})^2(\frac{n_H}{n_L})^{2N}}\right]^2 \tag{5}$$

where n_s is the index of refraction of the substrate. Typically to obtain a reflectivity $R \simeq 0.999999$ one needs about 20 pairs of quarter-wavelength layers of materials such as SiO_2 and either TiO_2 or TaO_5, while 10 pairs are sufficient to obtain $R \simeq 0.999$.

3.2 Methods

The model multilayer we used for our calculations consists of a stack of slabs placed between two semi-infinite media of refractive indices n_e (the external medium) and n_s (the substrate). The coordinate system used to reference the multilayer axes is shown in Fig. 4.

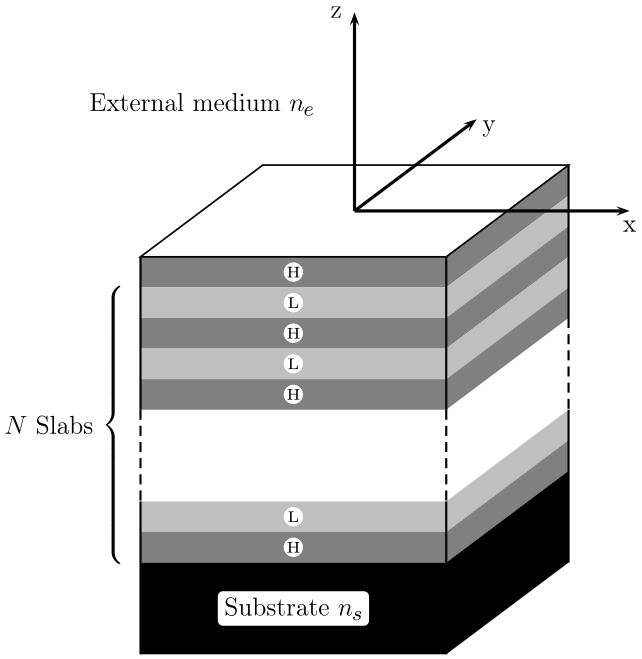


Fig. 4 Interferential mirror. It consists of an *odd stack* of slabs deposited on a substrate

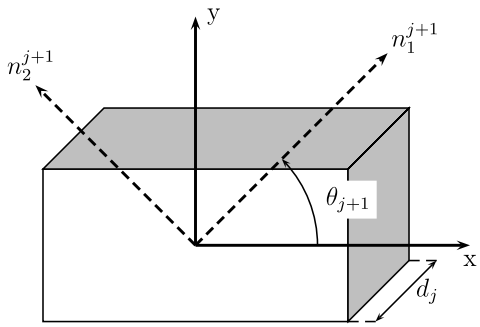


Fig. 5 Angle between the principal axis of the birefringent medium and the reference frame

Each birefringent layer is uniaxial. For the jth layer extending from $z = z_j$ to $z = z_{j+1}$ we denote by θ_{j+1} the angle between the principal axis of the birefringent medium and the reference frame and by $d_j = z_{j+1} - z_j$ its thickness (see Fig. 5).

In the reference frame, the dielectric tensor of this layer is then given by

$$\epsilon^{j+1} = R^{-1}(\theta_{j+1}) \begin{pmatrix} \epsilon_1^{j+1} & 0 \\ 0 & \epsilon_2^{j+1} \end{pmatrix} R(\theta_{j+1}) \tag{6}$$

where $R(\theta)$ is the standard rotation matrix:

$$R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}. \tag{7}$$

For a low-index layer, we have

$$\begin{cases} n_1^{j+1} = \sqrt{\epsilon_1^{j+1}/\epsilon_0} = n_\mathrm{L} + \delta n_\mathrm{L}, \\ n_2^{j+1} = \sqrt{\epsilon_2^{j+1}/\epsilon_0} = n_\mathrm{L} \end{cases} \tag{8}$$

and for a high-index layer

$$\begin{cases} n_1^{j+1} = \sqrt{\epsilon_1^{j+1}/\epsilon_0} = n_\mathrm{H} + \delta n_\mathrm{H}, \\ n_2^{j+1} = \sqrt{\epsilon_2^{j+1}/\epsilon_0} = n_\mathrm{H} \end{cases} \tag{9}$$

where ϵ_0 is the vacuum permeability and $n_\mathrm{L}, n_\mathrm{H}$ stand for refractive indices of similar but no-birefringent layers with an optical thickness of $\lambda/4$, so that $n_{1,2}^{j+1} d_j = \lambda/4$.

Let us now consider a transverse electric polarized plane monochromatic wave normally incident upon this model mirror. The solution of the Maxwell's equations for the electric field can be expressed as a superposition of the forward and backward propagating waves along each reference direction x and y. In the external medium, we have

$$E_x = A_{\mathrm{e},x}^{+} \exp\{i(k_{\mathrm{e},x} z - \omega t)\} + A_{\mathrm{e},x}^{-} \exp\{i(-k_{\mathrm{e},x} z - \omega t)\} \tag{10}$$

for the x component and

$$E_y = A_{\mathrm{e},y}^{+} \exp\{i(k_{\mathrm{e},y} z - \omega t)\} + A_{\mathrm{e},y}^{-} \exp\{i(-k_{\mathrm{e},y} z - \omega t)\} \tag{11}$$

for the y component, where $\omega = 2\pi/\lambda$ and

$$k_{\mathrm{e},x} = k_{\mathrm{e},y} = \frac{\omega}{c} n_\mathrm{e} \tag{12}$$

with c the light velocity in vacuum. In the same way, the electric field in the substrate is written as

$$E_x = A_{\mathrm{s},x}^{+} \exp\{i(k_{\mathrm{s},x}(z - z_{2N+1}) - \omega t)\} + A_{\mathrm{s},x}^{-} \exp\{i(-k_{\mathrm{s},x}(z - z_{2N+1}) - \omega t)\} \tag{13}$$

for the x component and

$$E_y = A_{\mathrm{s},y}^{+} \exp\{i(k_{\mathrm{s},y}(z - z_{2N+1}) - \omega t)\} + A_{\mathrm{s},y}^{-} \exp\{i(-k_{\mathrm{s},y}(z - z_{2N+1}) - \omega t)\} \tag{14}$$

for the y component, where

$$k_{\mathrm{s},x} = k_{\mathrm{s},y} = \frac{\omega}{c} n_\mathrm{s}. \tag{15}$$

Using the characteristic matrix method [17], we have

$$\begin{pmatrix} A_{\mathrm{e},x}^{+} \\ A_{\mathrm{e},x}^{-} \\ A_{\mathrm{e},y}^{+} \\ A_{\mathrm{e},y}^{-} \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} A_{\mathrm{s},x}^{+} \\ A_{\mathrm{s},x}^{-} \\ A_{\mathrm{s},y}^{+} \\ A_{\mathrm{s},y}^{-} \end{pmatrix} \tag{16}$$

where M is a 4×4 matrix called the characteristic matrix of the multilayer. This matrix can be calculated step by step by solving numerically a 4×4 linear system of equations corresponding to the appropriate boundary conditions that must be fulfilled by the electric field at the interface between two adjacent layers. Noting that $A_{\mathrm{s},x}^{-} = A_{\mathrm{s},y}^{-} = 0$ and taking $A_{\mathrm{e},x}^{+} = 1$ and $A_{\mathrm{e},y}^{+} = 0$, we get

$$A_{\mathrm{e},x}^{-} = \frac{M_{21}}{(M_{11} - \frac{M_{13}M_{31}}{M_{33}})} - \frac{M_{23}M_{31}}{M_{33}(M_{11} - \frac{M_{13}M_{31}}{M_{33}})}, \tag{17}$$

$$A_{\mathrm{e},y}^{-} = \frac{M_{41}}{(M_{11} - \frac{M_{13}M_{31}}{M_{33}})} - \frac{M_{43}M_{31}}{M_{33}(M_{11} - \frac{M_{13}M_{31}}{M_{33}})}. \tag{18}$$

The induced ellipticity per reflection ψ_M is then given by

$$\tan \psi_\mathrm{M} = \frac{|A_{\mathrm{e},y}^{-}|}{|A_{\mathrm{e},x}^{-}|}. \tag{19}$$

Since measured phase retardations presented in the previous section are small, we only consider small birefringence. To fully reproduce the experimental technique we calculate ψ_M as a function of the angle between the polarization and the birefringent axis of the simulated mirror. We checked that it behaves as a standard wave plate from which we can extract the intrinsic phase retardation δ_M.

3.3 Results

Using the code based on the methods detailed in the previous section, we have simulated several simple configurations. In the trivial case in which every layer gives the same contribution to the total effect, the straightforward result was that phase retardation per reflection increases with the number of layers, i.e., with the mirror reflectivity. Random phase retardation and axis orientation per layer has also been tested varying the range of variation of these two parameters. No result similar to the experimental trend has been obtained. The configurations which can reproduce this trend are the ones in which the birefringent layers are only the ones close to the substrate.

Figure 6 presents two different numerical calculations for the induced phase retardation per reflection as a function of $(1 - R)$ where R is the multilayer reflectivity we got from our simulations. Crosses represent the measurements plotted in Fig. 3. To match these experimental data, we have chosen the parameters of our simulations such that numerical results reproduce the experimental data for the highest $(1 - R)$ available value. Dots with error bars correspond to the result of random calculations with $\delta n_{\mathrm{L(H)}}$ (resp. θ_j) randomly distributed inside the interval $[0, 0.001]$ (resp. $[-\pi, \pi]$) for each layer. The error bar for each point corresponds to the dispersion obtained with 10 tries. This result does not reproduce the experimental data. On the

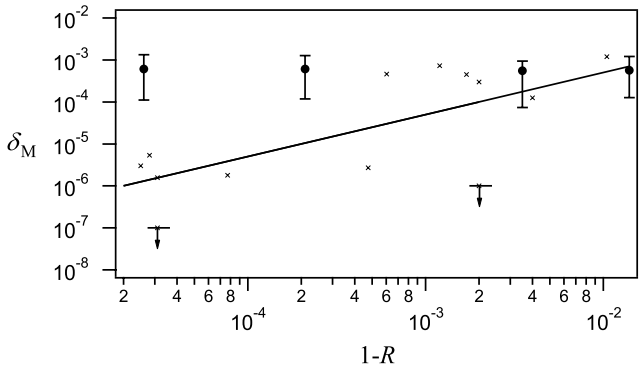


Fig. 6 Two different numerical calculations for the induced phase retardation per reflection as a function of $(1 - R)$. *Solid curve*: birefringence only for the first layer just after the substrate. *Dots with error bars*: calculation with random birefringence per each layer. *Crosses*: measurements plotted in Fig. 3

other hand, the solid curve has been obtained by including birefringence only for the layer lying directly on the substrate. The parameters we used are: $\delta n_H = 0.13$ for the $(2N + 1)$th layer (zero for the others). This result reproduces quite well the trend of the experimental data, i.e., the intrinsic phase retardation decreases by three orders of magnitude as $(1 - R)$ decreases by three orders of magnitude.

4 Conclusion

Existing experimental data on interferential mirrors intrinsic phase retardation, together with the two new measurements reported in this work, clearly indicate that some physical effect decreases the birefringence per reflection when the mirror reflectivity R increases, i.e., when one increases the number of layers used to realize the interferential mirror. Our numerical calculations show that it can be explained with a simple model in which only the layers close to the substrate are birefringent. We could not find any other reasonable configuration giving a trend similar to the experimental one.

Our study cannot unveil the physical origin but it seems to indicate in which part of the mirror the problem resides: the reflecting layers close to the substrate. We believe that it is a crucial piece of information for mirror manufacturers in order to realize birefringence-free mirrors or at least to control and minimize the effect.

Finally, although experimental data have been obtained by using different mirrors that in principle have not been realized using exactly the same manufacture protocol, we obtain a clear decreasing of the phase retardation per refection as R increases. But to fully understand the origin of interferential mirror phase retardation, we believe that next step should be to study a series of mirrors, all made with the same industrial process, but with different values of reflectivity R.

Acknowledgements This work has been performed in the framework of the BMV project. We thank all the members of the BMV collaboration, and in particular G. Bailly, T. Crouzil, J. Mauchain, J. Mougenot, G. Trénec. We acknowledge the support of the *ANR-Programme non thématique* (ANR-BLAN06-3-139634), and of the *CNRS-Programme National Particule Univers*.

References

1. M.A. Bouchiat, J. Guéna, L. Hunter, L. Pottier, Phys. Lett. B **117**, 358–364 (1982)
2. M.A. Bouchiat, J. Guéna, L. Pottier, Phys. Lett. B **134**, 463–467 (1984)
3. S.C. Bennett, C.E. Wieman, Phys. Rev. Lett. **82**, 2484–2487 (1999)
4. R. Cameron, G. Cantatore, A.C. Melissinos, G. Ruoso, Y. Semertzidis, H. Halama, D.M. Lazarus, A.G. Prodell, F. Nezrich, C. Rizzo, E. Zavattini, Phys. Rev. D **47**, 3707–3725 (1993)
5. S.-J. Chen, H.-H. Mei, W.-T. Ni, Mod. Phys. Lett. A **22**, 2815–2831 (2007)
6. E. Zavattini, G. Zavattini, G. Ruoso, G. Raiteri, E. Polacco, E. Milotti, V. Lozza, M. Karuza, U. Gastaldi, G. Di Domenico, F. Della Valle, R. Cimino, S. Carusotto, G. Cantatore, M. Bregant, Phys. Rev. D **77**, 032006 (2008)
7. M.A. Bouchiat, L. Pottier, Appl. Phys. B **29**, 43–54 (1982)
8. S. Carusotto, E. Polacco, E. Iacopini, G. Stefanini, E. Zavattini, F. Scuri, Appl. Phys. B **48**, 231–234 (1989)
9. P. Micossi, F. Della Valle, E. Milotti, E. Zavattini, C. Rizzo, G. Ruoso, Appl. Phys. B **57**, 95–98 (1993)
10. D. Jacob, M. Vallet, F. Bretenaker, A. Le Floch, Opt. Lett. **20**, 671–673 (1995)
11. W.-T. Ni, Chin. J. Phys. **34**, 962–966 (1996)
12. C. Wood, S.C. Bennett, J.L. Roberts, D. Cho, C.E. Wieman, Optics Photonics News **7**, 54–55 (1996)
13. S. Moriwaki, H. Sakaida, T. Yuzawa, N. Mio, Appl. Phys. B **65**, 347–350 (1997)
14. F. Brandi, F. Della Valle, A.M. De Riva, P. Micossi, F. Perrone, C. Rizzo, G. Ruoso, G. Zavattini, Appl. Phys. B **65**, 351–355 (1997)
15. J.L. Hall, J. Ye, L.-S. Ma, Phys. Rev. A **62**, 013815 (2000)
16. G.E. Stedman, Rep. Prog. Phys. **60**, 615–688 (1997)
17. M. Born, E. Wolf, *Principle of Optics* (Pergamon, Elmsford, 1980), pp. 55–70
18. G.J. Sprokel, Appl. Opt. **23**, 3983–3989 (1984)
19. M. Mansuripur, Optics Photonics News **8**, 39–44 (1997)
20. R. Battesti, B. Pinto Da Souza, S. Batut, C. Robilliard, G. Bailly, C. Michel, M. Nardone, L. Pinard, O. Portugall, G. Trénec, J.-M. Mackowski, G.L.J.A. Rikken, J. Vigué, C. Rizzo, Eur. Phys. J. D **46**, 323–333 (2008)
21. R.W.P. Drever, J.L. Hall, F.V. Kowalski, J. Hough, G.M. Ford, A.J. Munley, H. Ward, Appl. Phys. B **31**, 97–105 (1983)

Appl Phys B (2010) 100: 803–809
DOI 10.1007/s00340-010-4005-y

Applied Physics B
Lasers and Optics

Dynamical behaviour of birefringent Fabry–Perot cavities

P. Berceau · M. Fouché · R. Battesti · F. Bielsa · J. Mauchain · C. Rizzo

Received: 3 December 2009 / Revised version: 15 March 2010 / Published online: 16 April 2010

Abstract In this paper we present a theoretical and experimental study of the dynamical behaviour of birefringent cavities. Our experimental data show that usual hypothesis which provides that a Fabry–Perot cavity is a first-order low-pass filter cannot explain the behaviour of a birefringent cavity. We explain this phenomenon and give the theoretical expression of the equivalent cavity filter which corresponds to a second-order low-pass filter.

1 Introduction

Fabry–Perot cavities are widely used in experiments devoted to the detection of very small optical effects, e.g. in the framework of gravitational wave interferometers [1–5], optomechanical noise studies [6], frequency measurements via optical clocks [7–11], Lorentz invariance experimental tests [12], or vacuum magnetic birefringence measurements [13–15].

Fabry–Perot cavities made with interferential mirrors are birefringent [16–19]. For most of the Fabry–Perot fundamental applications, this property can be neglected, at least at first sight, since the studied effects do not depend on polarization. Obviously, this is not the case of birefringence studies reported in [13–15].

P. Berceau · R. Battesti · F. Bielsa · J. Mauchain
Laboratoire National des Champs Magnétiques Intenses (UPR 3228, CNRS-INSA-UJF-UPS), 31400 Toulouse Cedex, France

M. Fouché (✉) · C. Rizzo
UPS, Laboratoire Collisions Agrégats Réactivité, IRSAMC, Université de Toulouse, 31062 Toulouse, France
e-mail: mathilde.fouche@irsamc.ups-tlse.fr

M. Fouché · C. Rizzo
CNRS, UMR 5589, 31062 Toulouse, France

The dynamical behaviour of nonbirefringent cavities has been studied in details [20]. The cavity acts as a first-order low-pass filter whatever the polarization of the incident light is, and the frequency spectrum of the transmitted light is modified consequently. As far as we know, nothing has been published so far regarding birefringent cavities. In this paper we present a theoretical and experimental study of the dynamical behaviour of birefringent cavities in the presence of a time variation of the incident light intensity and in the presence of a time variation of the birefringence itself.

Our experimental data show that a birefringent cavity cannot be described as a first-order low-pass filter as it is generally assumed. We explain this phenomenon and give the theoretical expression of the equivalent cavity filter which corresponds to a second-order low-pass filter. We also discuss the implications of this cavity behaviour in the case of existing experiments for measuring very low birefringence effects using Fabry–Perot cavities.

2 Experimental setup

Our study is performed in the framework of the BMV experiment [15] whose goal is to measure vacuum magnetic birefringence. Briefly, as shown on Fig. 1, a linearly polarized Nd:Yag laser beam ($\lambda = 1064$ nm) is injected into a Fabry–Perot cavity made of mirrors M_1 and M_2. The length of the cavity is $L = 2.2$ m. The laser frequency is locked to the cavity resonance frequency using the Pound–Drever–Hall method [21]. To this end, the laser is phase-modulated at 10 MHz with an electro-optic modulator (EOM). The beam reflected by the cavity is then analyzed on the photodiode Ph_r. This signal is used to drive the acousto-optic modulator (AOM) frequency for a fast control and the Peltier element of the laser for a slow control.

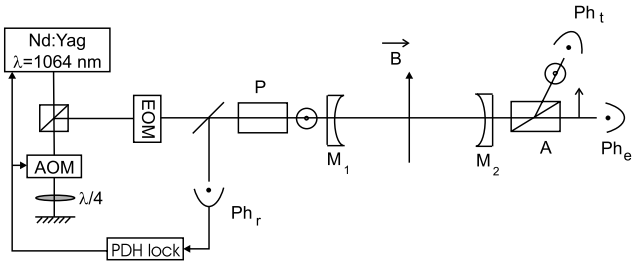


Fig. 1 Experimental setup. An Nd-YAG laser is frequency locked to the Fabry–Perot cavity made of mirrors M_1 and M_2. The laser beam is linearly polarized by the polarizer P and analyzed with the polarizer A. This analyzer allows one to extract the extraordinary beam sent on photodiode Ph_e and the ordinary beam sent on photodiode Ph_t. The beam reflected by the cavity analyzed on the photodiode Ph_r is used for the cavity locking. A transverse magnetic field B can be applied inside the cavity in order to study the magnetic birefringence of the medium. EOM = electro-optic modulator; AOM = acousto-optic modulator

Our birefringence measurement is based on an ellipticity measurement. Light is polarized just before the cavity by the polarizer P. The beam transmitted by the cavity is then analyzed by the analyzer A crossed at maximum extinction and collected by a low-noise photodiode Ph_e. The analyzer has an escape window which allows us to extract the reflected ordinary beam. This beam is collected by the photodiode Ph_t. Both signals are simultaneously used in the data analysis as follows: $I_e/I_t = \sigma^2 + \Psi_{tot}^2$, where Ψ_{tot} is the total ellipticity acquired by the beam going from P to A, and σ^2 is the polarizer extinction ratio. Our polarizers are Glan Laser Prism manufactured by Karl Lambrecht Corporation (Chicago, USA) which have an extinction ratio of 4×10^{-7}.

The origin of the total ellipticity cavity is firstly due to the mirror intrinsic birefringence. Mirrors are similar to wave plates. For small birefringence, combination of both wave plates gives a single wave plate. The phase retardation and the axis orientation of this equivalent wave plate depends on the birefringence of each mirror and on their respective orientation [23, 24]. We define the ellipticity induced on the linearly polarized laser beam by the Fabry–Perot cavity as Γ which is set to about 10^{-2} in the experiment described in this paper.

A second component of the total ellipticity appears when a birefringent medium is placed inside the cavity. For example, on magnetic birefringence measurements, a transverse magnetic field B is applied inducing an ellipticity $\Psi \propto B^2 l$ where l is the optical path in the magnetic field.

Finally, if ellipticities are small compared with unity, one gets:

$$I_e/I_t = \sigma^2 + (\Gamma + \Psi)^2. \quad (1)$$

The goal of the experiment presented in this paper is to have a complete understanding of birefringent cavity dynamical behaviour. For this study, two different methods have been implemented. In the next section we present the cavity behaviour in the case of a time variation of the incident light intensity, whereas in the last section, the ellipticity inside the cavity is modulated.

3 Time variation of the incident light intensity

In this part, we study the cavity dynamical behaviour to a time variation of the incident laser beam intensity while the total ellipticity remains constant. Two approaches have been used: study of the cavity response to a step function or to an intensity frequency modulation of the incident beam. The first section is devoted to the presentation of both approaches when looking at the ordinary beam collected by Ph_t, i.e. when the transmitted beam polarization is parallel to the incident one. In the second section, this study is performed on the extraordinary beam, i.e. when the beam polarization is perpendicular to the incident one.

3.1 Cavity dynamical behaviour towards the ordinary beam

3.1.1 Time response of the cavity to a step function

The simplest way to study the cavity response is to abruptly switch off the intensity of the incident beam locked to the cavity and then to look at the intensity decay of the beam transmitted by the cavity. This method allows one to determine typical cavity parameters as the photon lifetime, the cavity finesse, the full width at half maximum, or the cavity quality factor.

Experimentally, the intensity is switched off thanks to the acousto-optic modulator (AOM) shown on Fig. 1 and used as an ultrafast commutator. Its switched-off time is less than 1 μs, far less than the photon lifetime as we will see below. On Fig. 2 the intensity of the ordinary beam is plotted as a function of time. For $t < t_0$, the laser is locked to the cavity. The laser intensity is switched off at t_0. For $t > t_0$, one sees the typical exponential decay [22]:

$$I_t(t) = I_t(t_0) e^{-(t-t_0)/\tau}, \quad (2)$$

where τ is the photon lifetime. This lifetime is related to the finesse $F \simeq \pi/(1-R)$ of the cavity through the relation: $\tau = LF/\pi c$ with c the speed of light and R the mirror reflectivity, which is supposed to be the same for both mirrors. By fitting our data with this expression one gets $\tau = (245 \pm 10)$ μs corresponding to a finesse of $F = (105 \pm 5) \times 10^3$. The uncertainty results from statistical uncertainty.

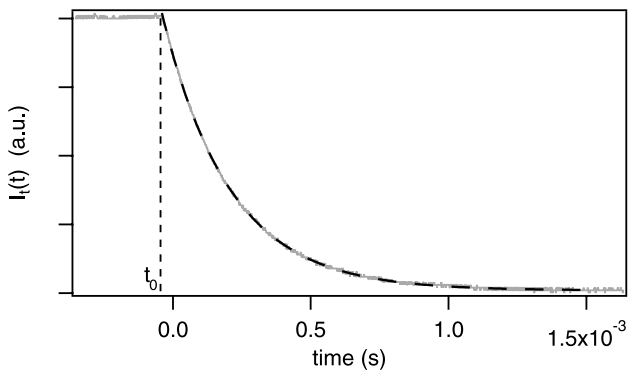


Fig. 2 Time evolution of the intensity of the ordinary beam (*grey line*). The laser is switched off at $t = t_0$. Experimental data are fitted by an exponential decay (*black dashed line*) giving a photon lifetime of $\tau = (245 \pm 10)$ µs and a finesse of $F = (105 \pm 5) \times 10^3$

3.1.2 *Frequency response of the cavity to an intensity modulation*

In order to complete our understanding of the experiment, we also study the frequency response of the Fabry–Perot cavity to an intensity modulation. Theoretically, for an incident light modulated in intensity at pulsation ω_F and for a small depth of modulation, the complex response function is given by [20]

$$H_t(\omega_F) = \frac{I_t^{(\omega_F)}}{I_i^{(\omega_F)}} \propto \frac{1}{1 + i\frac{\omega_F}{\omega_c}}. \quad (3)$$

$I_t^{(\omega_F)}$ ($I_i^{(\omega_F)}$) is the ω_F component of the ordinary (incident) beam intensity. The response function operates as a first-order low-pass filter with a cutoff frequency $\nu_c = \omega_c/2\pi = 1/4\pi\tau$.

Experimentally, to study the cavity frequency response, the laser is locked to the cavity, and the intensity is modulated with a small depth of modulation thanks to the AOM. The intensity of the incident beam and of the ordinary beam transmitted by the cavity is recorded at different modulation frequencies.

Results are presented on Fig. 3. Figure 3a presents the gain of the response function normalized to 1 at low frequency, and Fig. 3b presents the phase delay. Data are fitted by the response function of a first-order low-pass filter. Cutoff frequency is equal to $\nu_c = (310 \pm 20)$ Hz when fitting the gain, and $\nu_c = (315 \pm 20)$ Hz when fitting the phase delay. These values correspond to a finesse of respectively $F = (109 \pm 9) \times 10^3$ and $F = (108 \pm 8) \times 10^3$, which is in agreement with the finesse measured with the previous approach.

While in the second approach we are looking at the frequency response of the cavity, the first approach is performed in the time domain. Both areas of analysis are equivalent and can be connected thanks to Laplace transform.

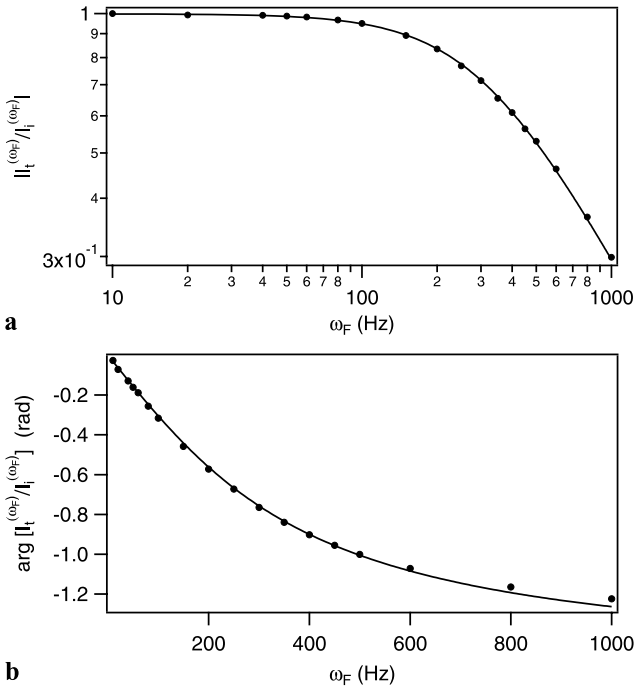


Fig. 3 Experimental cavity response function towards the ordinary beam. (**a**) Gain of the response function normalized to 1 at low frequency, i.e. $|I_t^{(\omega_F)}/I_i^{(\omega_F)}|$ as a function of the modulation frequency ω_F. Data are fitted by the gain of a first-order low-pass filter. (**b**) Phase delay between $I_t^{(\omega_F)}$ and $I_i^{(\omega_F)}$ as a function of the modulation frequency. Data are fitted by the phase delay of a first-order low-pass filter

However, the time analysis is usually preferred to the frequency analysis since it is simpler and quicker to implement on the experiment.

Finally, the study performed on the ordinary beam shows that the dynamical behaviour of our cavity is the same as the one obtained on nonbirefringent cavities. The typical exponential decay is observed when the incident light is suddenly switched off and the frequency response shows that the cavity behaves as a first-order low-pass filter.

3.2 Cavity dynamical behaviour towards the extraordinary beam

We now turn to the study on the extraordinary beam collected by Ph_e, i.e. the beam transmitted by the cavity with a polarization perpendicular to the polarization of the incident one.

3.2.1 *Time response of the cavity to a step function*

Time evolution of the extraordinary beam when the incident beam is suddenly switched off is shown on Fig. 4. By comparing this curve to the one plotted on Fig. 2, we see that the cavity does not have the same behaviour for I_t and I_e. When one fits I_e with an exponential decay, the experimental behaviour is not reproduced, and it gives a photon lifetime of

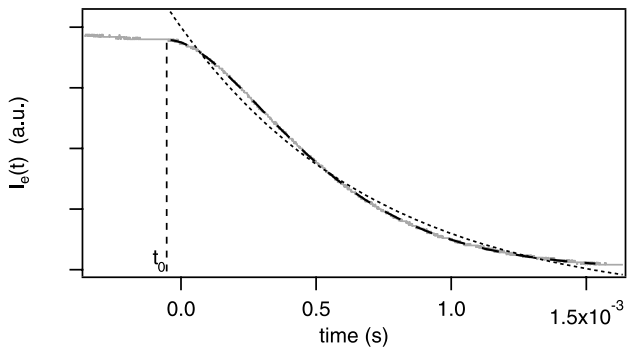


Fig. 4 Time evolution of the intensity of the extraordinary beam (*grey line*). The laser is switched off at $t = t_0$. Experimental data are fitted by (5) (*black dashed line*) giving a photon lifetime of $\tau = (245 \pm 10)$ µs. The fit with an exponential decay (*dots*) does not correspond to the experimental behaviour and gives a photon lifetime of $\tau = 735$ µs in disagreement with previously given values.

$\tau = 735$ µs in disagreement with previously given values. We will show that this is due to the intrinsic birefringence of the cavity.

Let us calculate the transmitted intensity along the round-trip inside the cavity:

– For $t \leq t_0$, the laser is continuously locked to the cavity. According to (1), the intensities of the ordinary and the extraordinary beams are related by

$$I_e(t \leq t_0) = \Gamma^2 I_t(t \leq t_0).$$

The polarizer extinction ratio is neglected since we have $\sigma^2 \ll \Gamma^2$ and no birefringence is applied inside the cavity.

– At $t = t_0$, the laser beam is abruptly switched off, the cavity empties gradually. The ordinary and extraordinary beams are slightly transmitted at each reflection on the mirrors. However, because these mirrors are birefringent, some photons of the ordinary beam are converted into the extraordinary one. The reverse effect is neglected because $I_e \ll I_t$.

As shown on (1), the total ellipticity corresponds to the sum of ellipticities when they are small. Furthermore, following [24], the ellipticity Γ induced by the cavity is related to the ellipticity induced per round-trip γ through the relation $\gamma = \Gamma\pi/F$.

Thus after one round-trip inside the cavity, i.e. at time $t_0 + t_D = t_0 + 2L/c$, we get:

$$I_e(t_0 + t_D) = (\Gamma + \gamma)^2 I_t(t_0 + t_D).$$

– After p round-trips, one gets the intensity of the extinction beam:

$$I_e(t_0 + pt_D) = (\Gamma + p\gamma)^2 I_t(t_0 + pt_D). \quad (4)$$

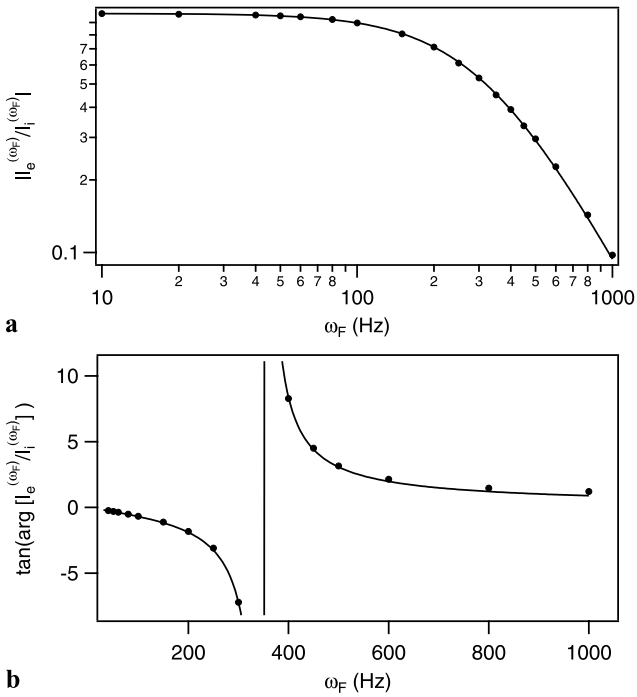


Fig. 5 Cavity response function towards the extraordinary beam. (**a**) Gain of the response function normalized to 1 at low frequency, i.e. $|I_e^{(\omega_F)}/I_i^{(\omega_F)}|$ as a function of the modulation frequency ω_F. Data are fitted by the gain of a second-order low-pass filter. (**b**) Tangent of the phase delay between $I_e^{(\omega_F)}$ and $I_i^{(\omega_F)}$ as a function of the modulation frequency. Data are fitted by the phase delay of a second-order low-pass filter

Assuming that (4) holds not only at times $t_0 + pt_D$ but also at any time $t > t_0$ and using (2) for I_t, we can write:

$$I_e(t) = I_e(t_0)\left(1 + \frac{t - t_0}{2\tau}\right)^2 e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}. \quad (5)$$

This expression is used to fit our experimental data plotted on Fig. 4. We find a photon lifetime of $\tau = (245 \pm 10)$ µs, which is in good agreement with the value found in the previous section.

3.2.2 *Frequency response of the cavity to an intensity modulation*

As done before, we also study the frequency response of the cavity towards the extraordinary beam to an intensity modulation. Results are presented on Fig. 5.

To calculate the complex response function expected theoretically, we use (5) and the Laplace transform, and we get:

$$H_e(\omega_F) = \frac{I_e^{(\omega_F)}}{I_i^{(\omega_F)}} \propto \left(\frac{1}{1 + i\frac{\omega_F}{\omega_c}}\right)^2.$$

$I_e^{(\omega_F)}$ corresponds to the ω_F component of the extraordinary beam intensity. The response function operates as a second-order low-pass filter with the same cutoff frequency ν_c found

previously for the ordinary beam. Data of Fig. 5 are fitted by the following expressions:

$$\left|H_{\mathrm{e,n}}(\omega_{\mathrm{F}})\right| = \frac{1}{1+(\frac{\omega_{\mathrm{F}}}{\omega_{\mathrm{c}}})^2}, \tag{6}$$

$$\arg\left[H_{\mathrm{e,n}}(\omega_{\mathrm{F}})\right] = -\frac{2\frac{\omega_{\mathrm{F}}}{\omega_{\mathrm{c}}}}{1-(\frac{\omega_{\mathrm{F}}}{\omega_{\mathrm{c}}})^2}. \tag{7}$$

Cutoff frequencies given by the fits are $\nu_{\mathrm{c}} = (325 \pm 20)$ Hz and $\nu_{\mathrm{c}} = (350 \pm 20)$ Hz and are consistent with the values found in the previous section.

The study presented in this part shows that a birefringent cavity cannot be described as a first-order low-pass filter as it is generally assumed for usual cavities. For the extraordinary beam, the cavity acts as a second-order low-pass filter instead of a first-order one. This filter represents the combined action of two successive first-order low-pass filters. While the first filter characterizes the usual cavity behaviour as seen in Sect. 3.1, we can interpret the second filter in terms of pumping or filling: due to the mirror birefringence, some photons of the ordinary beam are gradually converted into the extraordinary beam at each reflection.

4 Time variation of the birefringence

The second method implemented to study the cavity dynamical behaviour consists in varying the cavity birefringence itself. The intrinsic cavity birefringence can hardly be modulated. We have chosen to obtain a time variation of the cavity birefringence by a variation of the birefringence of the medium placed inside the cavity.

According to (1), the measured signal is given by

$$I_{\mathrm{e}}(t)/I_{\mathrm{t}} = \sigma^2 + \Gamma^2 + 2\Gamma\Psi(t).$$

We assume that $\Psi \ll \Gamma$. Let us consider that the ellipticity per round-trip ψ applied inside the cavity is modulated with a pulsation ω_{F}:

$$\psi(t) = \psi_0 \sin(\omega_{\mathrm{F}} t).$$

Following calculations performed in [15], the ellipticity outside of the cavity induced by the applied birefringence is

$$\Psi(t) = \frac{\Psi_0}{\sqrt{1+\left(\frac{\omega_{\mathrm{F}}}{\omega_{\mathrm{c}}}\right)^2}} \sin(\omega_{\mathrm{F}} t + \phi) \tag{8}$$

with $\tan\phi = -\omega_{\mathrm{F}}/\omega_{\mathrm{c}}$ and $\Psi_0 = \psi_0 F/\pi$. We see that this ellipticity corresponds to an ellipticity filtered by a first-order low-pass filter with a cutoff frequency corresponding to the one of the cavity. In other words, if the ellipticity ψ varies over the photon lifetime in the cavity, the ellipticity outside of the cavity is attenuated and does not remain in phase with ψ.

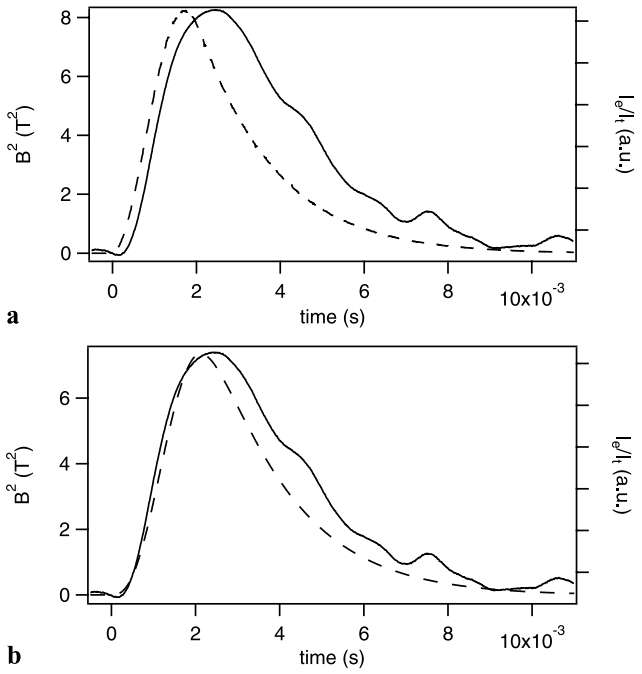


Fig. 6 (**a**) *Dashed curve*: Square of the magnetic field as a function of time. *Line*: Signal $I_{\mathrm{e}}/I_{\mathrm{t}}$ as a function of time while the laser is locked to the cavity. (**b**) *Dashed curve*: Square of the magnetic field filtered by a first-order low-pass filter corresponding to the cavity filtering. *Line*: Signal $I_{\mathrm{e}}/I_{\mathrm{t}}$ as a function of time while the laser is locked to the cavity. Shifts of both maxima are compensated when the cavity filtering is taken into account. Noise observed on the transmitted intensities after 2 ms of magnetic pulse are due to vibrations induced on the cavity by the magnetic pulse. This part is not taken into account in the data analysis

From the experimental point of view, the birefringence inside the cavity corresponds to a magnetic birefringence. The induced ellipticity per round-trip is given by $\psi \propto B^2 \sin 2\theta$ where θ is the angle between light polarization and the direction of the transverse magnetic field. To modulate this ellipticity, one can modulate the value of the magnetic field or modulate the direction of the magnetic field.

On our experiment, the magnetic field is created thanks to pulsed coils. Thus, the time variation of the applied birefringence corresponds to a time variation of the square of the magnetic field. On Fig. 6a, a typical magnetic pulse is plotted. It reaches its maximum of 2.9 T within less than 2 ms.

The cavity finesse is 100000, which corresponds to a photon lifetime of 230 µs. About 15 mbar of air was inserted inside the vacuum chamber which contains the cavity and the polarizers. The applied birefringence is always smaller compared to the mirror birefringence. The observed signal is shown on Figs. 6a and b on the right axis and compared to the magnetic field. We see that both maxima of B^2 and $I_{\mathrm{e}}/I_{\mathrm{t}}$ do not coincide. However, as expected by (8) and shown on Fig. 6b, this shift is actually compensated if we apply a first-

order low-pass filter corresponding to the cavity filtering on the square of the magnetic field.

Finally, the value of the magnetic birefringence is calculated through the correlation between $\Psi(t)$ and $B^2(t)$ filtered [15]. In the case of Fig. 6 this analysis is not performed for $t > 2$ ms where vibrations are induced on the cavity due to the magnetic pulse. Improvements are currently under development to minimize this effect. If the filter is not applied on the magnetic field, i.e. if the cavity influence is not taken into account, a systematic uncertainty of a few percents is added on the value of the magnetic birefringence.

5 Conclusion

We have studied the dynamical behaviour of birefringent Fabry–Perot cavities. Actually, because of the intrinsic mirror birefringence, all Fabry–Perot cavities are birefringent, and our study applies to all of them. We have shown that the cavity dynamical behaviour depends on polarization.

For intensity modulation of the incoming beam, its frequency spectrum is filtered by the cavity differently depending on the polarization of the light exiting the cavity. This filtering also applies to the intensity noise frequency spectrum.

We have also considered the case of a cavity birefringence time variation. To study how a cavity filters such a modulation, we have measured a magnetic birefringence induced by a pulsed magnetic field on a medium inside a Fabry–Perot cavity. We have experimentally shown that depending on the photon lifetime in the cavity, i.e. the cavity cutoff frequency, the induced ellipticity is attenuated and becomes out of phase with respect to the magnetic field pulse. The finesse of the cavity we used is of the order of 100000. A higher finesse will correspond to a more important filtering and to a bigger systematic uncertainty correction.

The problem is exactly the same if the value of the magnetic field remains fixed while its direction compared to the cavity birefringence axis is rotated as it is the case on other experiments measuring magnetic birefringence. For example, in [25], where the Cotton–Mouton effect in helium is measured, a superconducting dipole magnet rotating at a frequency of 0.35 Hz is used. The finesse is 100000 corresponding to a cavity cutoff frequency of $\nu_c = 116.5$ Hz. Taking into account the cavity filtering allows us to avoid a systematic uncertainty of $1.8 \times 10^{-3}\%$ on the final magnetic birefringence. In the same way, in [26], where the Cotton–Mouton effect of different gases is measured, a dipole permanent magnet is rotating at about 6.8 Hz inside a cavity with a cutoff frequency of 725 Hz. The systematic uncertainty is then $1.7 \times 10^{-2}\%$. Systematic uncertainty on such experiments is negligible compared to statistical uncertainties but it will become more important if the rotating frequency increases and/or the cavity finesse increases.

Acknowledgements This work has been performed in the framework of the BMV project. We thanks all the members of the BMV collaboration and in particular Hugo Bitard, G. Bailly, and M. Nardone. We acknowledge the support of the *ANR-Programme non thématique* (ANR-BLAN06-3-139634), and of the *CNRS-Programme National Particule Univers*.

References

1. M. Rakhmanov, F. Bondu, O. Debieu, R.L. Savage Jr., Class. Quantum Gravity **21**, S487 (2004)
2. T. Akutsu, M. Ando, N. Kanda, D. Tatsumi, S. Telada, S. Miyoki, M. Ohashi, the TAMA Collaboration, Class. Quantum Gravity **23**, S23 (2006)
3. D.E. McClelland, S.M. Scott, M.B. Gray, A.C. Searle, S. Goßler, B.J.J. Slagmolen, J. Dickson, J.H. Chow, G. de Vine, K. McKenzie, C.M. Mow-Lowry, A. Moylan, D.S. Rabeling, B.S. Sheard, J. Cumpston, K. Wette, D.G. Blair, L. Ju, R. Burman, D. Coward, C. Zhao, P. Barrigo, E. Chin, J. Degallaix, Y. Fan, S. Gras, E. Howell, B. Lee, S. Schediwy, Z. Yan, J. Munch, P.J. Veitch, D. Mudge, A. Brooks, D. Hosken, Class. Quantum Gravity **23**, S41 (2006)
4. H. Lück, M. Hewitson, P. Ajith, B. Allen, P. Aufmuth, C. Aulbert, S. Babak, R. Balasubramanian, B.W. Barr, S. Berukoff, A. Bunkowski, G. Cagnoli, C.A. Cantley, M.M. Casey, S. Chelkowski, Y. Chen, D. Churches, T. Cokelaer, C.N. Colacino, D.R.M. Crooks, C. Cutler, K. Danzmann, R.J. Dupuis, E. Elliffe, C. Fallnich, A. Franzen, A. Freise, I. Gholami, S. Goßler, A. Grant, H. Grote, S. Grunewald, J. Harms, B. Hage, G. Heinzel, I.S. Heng, A. Hepstonstall, M. Heurs, S. Hild, J. Hough, Y. Itoh, G. Jones, R. Jones, S.H. Huttner, K. Kötter, B. Krishnan, P. Kwee, M. Luna, B. Machenschalk, M. Malec, R.A. Mercer, T. Meier, C. Messenger, S. Mohanty, K. Mossavi, S. Mukherjee, P. Murray, G.P. Newton, M.A. Papa, M. Perreur-Lloyd, M. Pitkin, M.V. Plissi, R. Prix, V. Quetschke, V. Re, T. Regimbau, H. Rehbein, S. Reid, L. Ribichini, D.I. Robertson, N.A. Robertson, C. Robinson, J.D. Romano, S. Rowan, A. Rüdiger, B.S. Sathyaprakash, R. Schilling, R. Schnabel, B.F. Schutz, F. Seifert, A.M. Sintes, J.R. Smith, P.H. Sneddon, K.A. Strain, I. Taylor, R. Taylor, A. Thüring, C. Ungarelli, H. Vahlbruch, A. Vecchio, J. Veitch, H. Ward, U. Weiland, H. Welling, L. Wen, P. Williams, B. Willke, W. Winkler, G. Woan, R. Zhu, Class. Quantum Gravity **23**, S71 (2006)
5. The Virgo collaboration, Appl. Opt. **46**, 3466 (2007)
6. P. Verlot, A. Tavernarakis, T. Briant, P.F. Cohadon, A. Heidmann, Phys. Rev. Lett. **102**, 103601 (2009)
7. B.C. Young, F.C. Cruz, W.M. Itano, J.C. Bergquist, Phys. Rev. Lett. **82**, 3799 (1999)
8. T. Nazarova, F. Riehle, U. Sterr, Appl. Phys. B **83**, 531 (2006)
9. A.D. Ludlow, X. Huang, M. Notcutt, T. Zanon-Willette, S.M. Foreman, M.M. Boyd, S. Blatt, J. Ye, Opt. Lett. **32**, 641 (2007)
10. S.A. Webster, M. Oxborrow, P. Gill, Phys. Rev. A **75**, 011801 (2007)
11. J. Millo, D.V. Magalhães, C. Mandache, Y. Le Coq, E.M.L. English, P.G. Westergaard, J. Lodewyck, S. Bize, P. Lemonde, G. Santarelli, Phys. Rev. A **79**, 053829 (2009)
12. C. Eisele, A.Y. Nevsky, S. Schiller, Phys. Rev. Lett. **103**, 090401 (2009)
13. S.-J. Chen, H.-H. Mei, W.-T. Ni, Mod. Phys. Lett. A **22**, 2815 (2007)
14. E. Zavattini, G. Zavattini, G. Ruoso, G. Raiteri, E. Polacco, E. Milotti, V. Lozza, M. Karuza, U. Gastaldi, G. Di Domenico, F. Della Valle, R. Cimino, S. Carusotto, G. Cantatore, M. Bregant, Phys. Rev. D **77**, 032006 (2008)
15. R. Battesti, B. Pinto Da Souza, S. Batut, C. Robillard, G. Bailly, C. Michel, M. Nardone, L. Pinard, O. Portugall, G. Trénec,

J.-M. Mackowski, C.L.J.A. Riken, J. Vigué, C. Rizzo, Eur. Phys. J. D **46**, 323 (2008)
16. F. Bielsa, A. Dupays, M. Fouché, R. Battesti, C. Robilliard, C. Rizzo, Appl. Phys. B **97**, 457 (2009) and references therein
17. J.Y. Lee, H.-W. Lee, J.W. Kim, Y.S. Yoo, J.W. Hahn, Appl. Opt. **39**, 1941 (2002)
18. J. Morville, D. Romanini, Appl. Phys. B **74**, 495 (2002)
19. H. Huang, K.K. Lehmann, Appl. Opt. **47**, 3817 (2008)
20. N. Uehara, K. Ueda, Appl. Phys B **61**, 9 (1995)
21. R.W.P. Drever, J.L. Hall, F.V. Kowalski, J. Hough, G.M. Ford, A.J. Munley, H. Ward, Appl. Phys. B **31**, 97 (1983)
22. O. Svelto, *Principles of Lasers*, 4th edn. (Springer, Berlin, 1998), pp. 167–168
23. D. Jacob, M. Vallet, F. Bretenaker, A. Le Floch, Opt. Lett. **20**, 671 (1995)
24. F. Brandi, F. Della Valle, A.M. De Riva, P. Micossi, F. Perrone, C. Rizzo, G. Ruoso, G. Zavattini, Appl. Phys. B **65**, 351 (1997)
25. M. Bregant, G. Cantatore, S. Carusotto, R. Cimino, F. Della Valle, G. Di Domenico, U. Gastaldi, M. Karuza, V. Lozza, E. Milotti, E. Polacco, G. Raiteri, G. Ruoso, E. Zavattini, G. Zavattini, Chem. Phys. Lett. **471**, 322 (2009)
26. H.-H. Mei, W.-T. Ni, S.-J. Chen, S.-S. Pan, Chem. Phys. Lett. **471**, 216 (2009)

CHAPITRE 3

Biréfringence magnétique dans les gaz et dans le vide

3.1 Biréfringence magnétique dans les gaz

L'objectif final du projet BMV est d'observer, à l'aide de l'ellipsomètre décrit dans le chapitre précédent, la biréfringence magnétique linéaire (ou effet Cotton-Mouton) du vide prédit dans le cadre de l'électrodynamique quantique. Comme nous l'avons vu en introduction, l'effet à mesurer est extrêmement faible, avec une biréfringence de $\Delta n \simeq 4 \times 10^{-24}\,\mathrm{T}^{-2}$. L'observation d'un si petit effet requiert un ellipsomètre de très grande sensibilité qui doit pouvoir être préalablement testé, tant en termes de sensibilité que d'exactitude. Ces tests sont réalisés avec des mesures d'effet Cotton-Mouton dans des gaz à faible pression. A cette fin, la mesure dans l'hélium est particulièrement appropriée. C'est en effet le gaz qui présente le plus faible effet Cotton-Mouton après le vide quantique. La valeur de sa biréfringence est en outre calculée par des méthodes qui sont considérées comme exactes. La comparaison de nos valeurs expérimentales avec les prédictions théoriques nous permettent alors de valider le dispositif et le traitement de nos données.

Mais les mesures de biréfringence magnétique dans les gaz vont bien au-delà du simple test de notre dispositif expérimental. Elles permettent en particulier de tester notre connaissance de l'interaction entre les champs électromagnétiques et la matière. En effet, la valeur de la biréfringence dépend des propriétés microscopiques de la matière comme la polarisabilité électrique, la susceptibilité magnétique ou l'hypersusceptibilité magnétique. Ces propriétés sont calculées dans le cadre de la chimie quantique. La comparaison entre nos mesures et les prévisions théoriques peut alors permettre de valider les modèles théoriques utilisés. Ceci est d'autant plus vrai pour les atomes de numéro atomique élevé, comme le xénon, où les effets de corrélations électroniques et les effets relativistes deviennent importants.

3.1.1 Biréfringence magnétique circulaire : effet Faraday

La biréfringence magnétique induite par l'effet Faraday est celle la plus facilement mesurable. En effet, comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, cette mesure ne requiert que des champs magnétiques modestes, délivrés par exemple par un solénoïde travaillant à l'air libre. Nous avons mesuré l'effet Faraday de deux gaz nobles : l'hélium qui est le gaz présentant le plus petit effet et le xénon qui est le gaz noble non radioactif de numéro atomique le plus élevé.

Le traitement des données et les résultats sont présentés en détails dans les articles que nous avons publiés dans Phys. Rev. A pour l'hélium [78] et dans J. Chem. Phys. pour le xénon [79] ainsi que dans la thèse d'Agathe Cadène [57]. Dans la suite, je ne présente que les étapes principales de notre méthode d'analyse ainsi que les résultats mis à jour.

Principe de la mesure

L'effet Faraday est extrait du rapport entre les intensités transmises par le polariseur de sortie (voir figure 2.2 et équation (2.29)) et qui correspond à l'équation suivante :

$$\frac{I_{\mathrm{e}}(t)}{I_{\mathrm{t,f}}(t)} = \sigma^2 + \Gamma^2 + \left[\epsilon + \Theta_{\mathrm{F,f}}(t)\right]^2, \tag{3.1}$$

$$= \sigma^2 + \Gamma^2 + \epsilon^2 + 2\epsilon\Theta_{\mathrm{F,f}}(t) + \Theta^2_{\mathrm{F,f}}(t). \tag{3.2}$$

Le champ magnétique est longitudinal. Il n'y a donc pas d'ellipticité Ψ induite par un champ magnétique transverse correspondant à l'effet Cotton-Mouton. Les indices "f" rappellent qu'il faut tenir compte du filtrage de la cavité Fabry-Perot. Le champ magnétique longitudinal est modulé à la fréquence $\nu = 18\,\mathrm{Hz}$:

$$B_{\parallel} = B_{\parallel,0}\sin(2\pi\nu t + \phi). \tag{3.3}$$

D'après la partie 2.1, l'angle de rotation de la polarisation incidente induit par le champ magnétique longitudinal est :

$$\Theta_{\mathrm{F}} = \Theta_{\mathrm{F},0}\sin(2\pi\nu t + \phi), \tag{3.4}$$

$$\text{avec} \qquad \Theta_{\mathrm{F},0} = \frac{2F}{\lambda}k_{\mathrm{F}}B_{\parallel,0}L_B = \frac{2F}{\pi}VB_{\parallel,0}L_B. \tag{3.5}$$

Le signal mesuré, donné par l'équation (3.2), présente trois composantes fréquentielles : une composante DC, une composante à la fréquence ν et une composante à la fréquence 2ν. Pour mesurer la constante de Verdet V, nous utilisons l'amplitude du signal à la fréquence double qui permet de s'affranchir des valeurs de σ^2, Γ^2 et ϵ. Cette amplitude est donnée par :

$$A_{2\nu} = \frac{\Theta^2_{\mathrm{F},0}}{2\left(1 + \left(\frac{\nu}{\nu_{\mathrm{c}}}\right)^2\right)}, \tag{3.6}$$

en tenant compte du filtrage de la cavité [1]. L'amplitude $A_{2\nu}$ est mesurée pour différentes amplitudes de champ magnétique. Les données sont ensuite ajustées par une courbe quadratique : $K_V B_{\parallel,0}^2$. La constante de Verdet dépend finalement des paramètres expérimentaux de la façon suivante :

$$V(T,P) = \sqrt{2K_V}\sqrt{1+\left(\frac{\nu}{\nu_c}\right)^2}\frac{\pi}{2FL_B}, \tag{3.7}$$

$$= \sqrt{2K_V}\frac{\sqrt{1+(4\pi\tau\nu)^2}}{4\tau\Delta^{\mathrm{ISL}}L_B}, \tag{3.8}$$

avec T et P la température et la pression du gaz dans l'enceinte à vide. L'équation (3.8) est celle que nous utilisons car elle relie directement la constante de Verdet aux paramètres réellement mesurés expérimentalement.

La température du gaz reste constante, avec $T = 294 \pm 1\,\mathrm{K}$. Nous mesurons la constante de Verdet pour différentes pressions de gaz, de 10 mbar à 60 mbar pour l'hélium et de 1 mbar à 5 mbar pour le xénon. A de telles pressions, les gaz peuvent être considérés comme parfaits : la constante de Verdet est alors proportionnelle à la pression. Les données sont donc ajustées par une droite :

$$V(T,P) = V^{\mathrm{n}}P, \tag{3.9}$$

de manière à extraire la constante de Verdet normalisée V^{n} à $P = 1\,\mathrm{atm}$.

Résultats dans l'hélium

Les mesures d'effet Faraday dans l'hélium nous donnent la constante de Verdet correspondante à $T = 294 \pm 1\,\mathrm{K}$ et à $\lambda = 1064\,\mathrm{nm}$:

$$V^{\mathrm{n}}(T) = (3.77 \pm 0.11) \times 10^{-5}\,\mathrm{rad.T^{-1}m^{-1}atm^{-1}}. \tag{3.10}$$

Les données théoriques sont habituellement données à $T_0 = 273.15\,\mathrm{K}$. Toujours en supposant un gaz parfait, la constante de Verdet à cette température devient :

$$V^{\mathrm{N}} = V^{\mathrm{n}}(T)\frac{T}{T_0}, \tag{3.11}$$

$$= (4.06 \pm 0.12) \times 10^{-5}\,\mathrm{rad.T^{-1}m^{-1}atm^{-1}}. \tag{3.12}$$

Les incertitudes, données à 1σ, tiennent compte des incertitudes de type A et de type B [2]. Elles sont listées dans le tableau 3.1.

1. Cette équation diffère de celle qui a été utilisée dans les références [78,79] où nous avions fait l'erreur d'appliquer le filtre dû à la cavité au signal Θ_{F}^2 au lieu de Θ_{F}. Les résultats présentés dans ce manuscrit diffèrent donc légèrement des résultats publiés. Compte tenu de la fréquence de modulation, la différence est cependant inférieure à l'incertitude des données et ne modifie pas les conclusions obtenues dans ces articles.

2. Nous utilisons ici la convention préconisée par le GUM [80]. Les incertitudes de type A sont évaluées par une analyse statistique. Toutes les autres correspondent au type B.

Paramètre	Incertitude relative de type A	Incertitude relative de type B
τ	2.0×10^{-2}	
K_V	hélium : $\simeq 1.7 \times 10^{-2}$	3.2×10^{-2}
	xénon : $\simeq 2.6 \times 10^{-3}$	3.2×10^{-2}
L_B		1.9×10^{-2}
Δ^{ISL}		3×10^{-4}
P		2×10^{-3}

TABLE 3.1 – Paramètres utilisés pour la mesure de la constante de Verdet avec leurs incertitudes relatives à 1σ.

Notre valeur peut être comparée aux autres valeurs expérimentales publiées. Les références [81,82] présentent le travail le plus complet avec des mesures dans différents gaz et à différentes longueurs d'onde. Les valeurs mesurées dans l'hélium sont présentées sur la figure 3.1 par les triangles blancs. Aucune valeur n'est donnée à 1064 nm. Elle peut cependant être extrapolée en ajustant les données par a/λ^2 [57]. La courbe d'ajustement correspond à la courbe en pointillés. La constante de Verdet ainsi calculée est, à $T = 273.15\,\mathrm{K}$ et $P = 1\,\mathrm{atm}$:

$$V^{\mathrm{N}} = (4.15 \pm 0.05) \times 10^{-5}\,\mathrm{rad.T^{-1}m^{-1}atm^{-1}}. \tag{3.13}$$

L'incertitude, donnée à 1σ, tient compte de l'incertitude donnée par l'ajustement et de celle donnée par les auteurs pour chaque mesure et qui est inférieure à 1 %. Cette dernière est cependant sous-estimée. En effet, leurs mesures ont été réalisées en étalonnant au préalable le dispositif expérimental avec des mesures dans de la vapeur d'eau dont la constante de Verdet est supposée connue et sans incertitude. Notre mesure est représentée par le triangle noir. Elle est compatible à 1σ avec la valeur extrapolée des données de la référence [82].

Nous comparons finalement notre mesure avec les prédictions théoriques qui sont représentées graphiquement sur la figure 3.2. Les données les plus récentes ont été publiées en 2005 en utilisant un calcul Hartree-Fock [83], et en 2012 avec une méthode d'interaction de configuration [84]. Les premières, représentées par les ronds gris, sont tout juste compatibles avec la notre à 3σ. Le calcul tient compte des effets relativistes mais pas des corrélations électroniques. Les données publiées en 2012 correspondent aux ronds blancs. Elles sont elles aussi extrapolées à 1064 nm avec l'ajustement en a/λ^2. Le résultat est en accord à 1σ avec notre mesure. Dans ce cas, les répulsions électroniques sont prises en compte de manière beaucoup plus précise, ce qui montre l'importance de la prise en compte de cette correction.

L'ensemble des données expérimentales et théoriques est finalement résumé dans le tableau 3.2. Elles ont été publiées dans Phys. Rev. A [78].

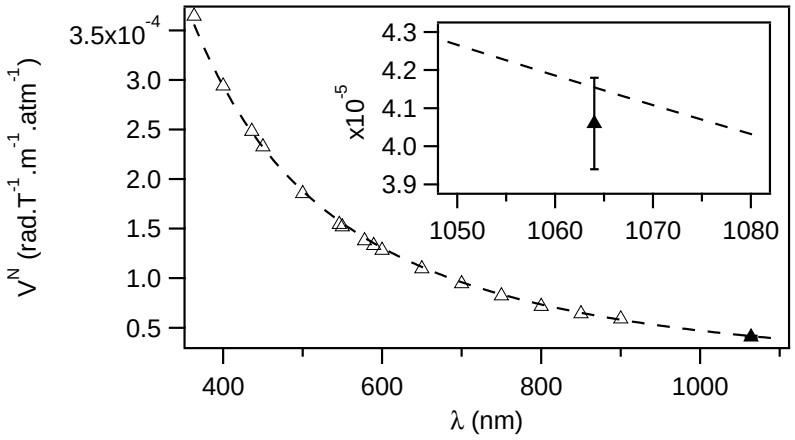


FIGURE 3.1 – Données expérimentales de la constante de Verdet de l'hélium. Les triangles blancs correspondent aux données publiées dans la référence [82]. Les données sont ajustées par a/λ^2 (courbe pointillée) de façon à calculer la valeur à 1064 nm. Notre mesure est représentée par le triangle noir avec son incertitude à 1σ. L'encart permet de zoomer autour de $\lambda = 1064$ nm.

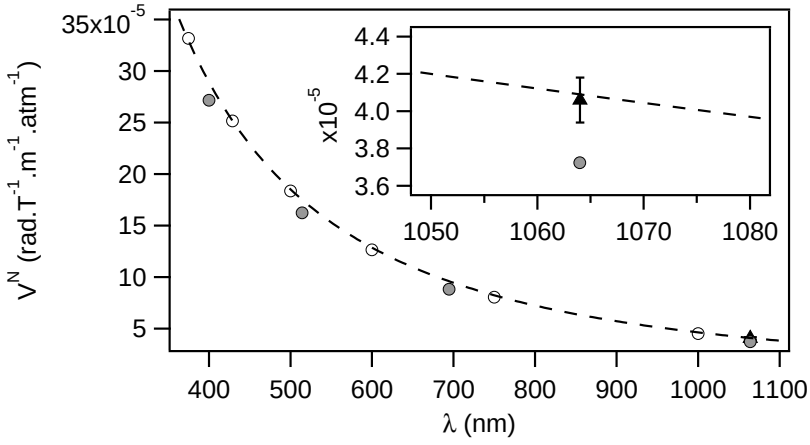


FIGURE 3.2 – Comparaison de notre valeur expérimentale (triangle noir) aux valeurs théoriques publiées en 2005 [83] (ronds gris) et en 2012 [84] (ronds blancs) et extrapolées à 1064 nm (courbe pointillée).

Référence	$10^5 \times V^{\mathrm{N}}$ (rad.T^{-1}m^{-1}atm^{-1})	Remarques
Théorie		
[83]	3.72	sans corrélation électronique
[84]	4.09 ± 0.02	valeur extrapolée
Expérience		
[82]	4.15 ± 0.05	valeur extrapolée et non absolue
ce travail, [78]	4.06 ± 0.12	

TABLE 3.2 – Bilan des valeurs expérimentales et théoriques de la constante de Verdet de l'hélium gazeux à $\lambda = 1064$ nm et $T_0 = 273.15$ K.

Résultats dans le xénon

Les mesures d'effet Faraday réalisées sur notre expérience avec un gaz de xénon donne une constante de Verdet à $T = 273.15\,\mathrm{K}$ de :

$$V^{\mathrm{N}} = (3.47 \pm 0.10) \times 10^{-3}\,\mathrm{rad.T^{-1}m^{-1}atm^{-1}}. \tag{3.14}$$

L'incertitude est donnée à 1σ.

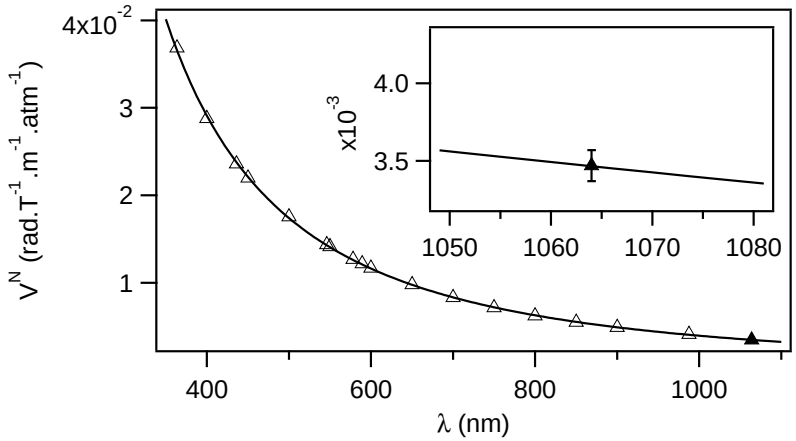


FIGURE 3.3 – Données expérimentales de la constante de Verdet du xénon. Les triangles blancs correspondent aux données publiées dans la référence [82]. Les données sont ajustées par $a/\lambda^2 + 2b/\lambda^4$ (courbe en trait plein) de façon à calculer la valeur à 1064 nm. Notre mesure est représentée par le triangle noir avec son incertitude à 1σ. L'encart permet de zoomer autour de $\lambda = 1064$ nm.

Cette valeur est comparée aux données expérimentales publiées dans la référence [82]. Ces dernières sont de nouveau interpolées pour pouvoir extraire la valeur à 1064 nm. Toutefois, pour avoir un bon ajustement des données, il est

nécessaire d'aller à l'ordre supérieur en $1/\lambda^2$. Les données sont ajustées par la courbe $a/\lambda^2 + 2b/\lambda^4$, donnant :

$$V^{\mathrm{N}} = (3.46 \pm 0.04) \times 10^{-3}\,\mathrm{rad.T^{-1}m^{-1}atm^{-1}}. \tag{3.15}$$

Notre mesure est là encore compatible à 1σ avec cette valeur. La figure 3.3 fait la synthèse de toutes ces données.

Le calcul théorique de la constante de Verdet du xénon est quant à lui loin d'être trivial et il est régulièrement utilisé pour tester de nouvelles méthodes de calculs. Pour obtenir des résultats précis, il est en particulier important de tenir compte des corrélations électroniques et des effets relativistes. Ceci est d'autant plus important pour les atomes de numéro atomique élevé : alors que la prise en compte des effets relativistes n'apporte qu'une correction de -0.03 % pour l'hélium, elle peut s'élever à 3 ou 4 % dans le cas du xénon.

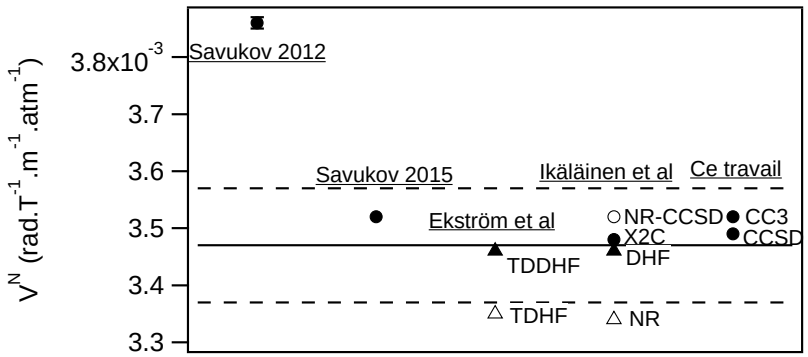


FIGURE 3.4 – Comparaison de notre valeur expérimentale (trait plein) avec son incertitude à 1σ (traits pointillés) aux valeurs théoriques à $\lambda = 1064\,\mathrm{nm}$ et $T = 273.15\,\mathrm{K}$ publiées en 2005 par Ekström et al [83], en 2012 par Ikäläinen et al [85], en 2012 par Savukov [84] et de nouveau par Savukov en 2015 [86]. Les données théoriques calculées dans le cadre d'une collaboration avec S. Coriani et A. Rizzo sont regroupées sous le titre "ce travail". Icônes noires : effets relativistes pris en compte. Icônes blanches : effets relativistes non pris en compte. Ronds : corrélations électroniques prises en compte. Triangles : corrélations électroniques non prises en compte.

La figure 3.4 permet de comparer notre valeur expérimentale (trait plein, les traits pointillés correspondant à l'incertitude à 1σ) aux prévisions théoriques publiées dans les références [79, 83–86]. Les icônes noires correspondent aux calculs incluant les effets relativistes, contrairement aux icônes blanches. Les corrélations électroniques sont prises en compte pour les ronds, contrairement aux triangles. L'ensemble de ces données est également résumé dans le tableau 3.3. Les détails

concernant les différentes méthodes de calculs sont donnés dans la thèse d'Agathe Cadène [57] et dans notre publication [79]. Notre travail a en outre été réalisé en collaboration avec Sonia Coriani et Antonio Rizzo pour les aspects théoriques. Leurs résultats sont indiqués sur la figure 3.4 sous le titre "ce travail".

Référence	$10^3 \times V^{\mathrm{N}}$ (rad.T^{-1}m^{-1}atm^{-1})	Remarques
Théorie		
[84]	3.86 ± 0.01	CI, valeur extrapolée
[86]	3.52	CI-MBPT
[83]	3.35	TDHF
[83]	3.46	TDHF
[85]	3.34	NR
[85]	3.48	X2C
[85]	3.46	DHF
[85]	3.52	NR-CCSD
[79]	3.49	CCSD
[79]	3.52	CC3
Expérience		
[82]	3.46 ± 0.04	valeur extrapolée et non absolue
ce travail, [79]	3.47 ± 0.10	

TABLE 3.3 – Bilan des valeurs expérimentales et théoriques de la constante de Verdet du xénon gazeux à $\lambda = 1064$ nm et $T_0 = 273.15$ K.

Hormis la valeur extrapolée à partir des données théoriques publiées par Savukov en 2012 [84], notre mesure expérimentale est compatible avec les prévisions théoriques. On constate par ailleurs un meilleur accord lorsque les effets relativistes sont pris en compte, ainsi que les corrélations électroniques.

3.1.2 Biréfringence magnétique linéaire : effet Cotton-Mouton

Principe de la mesure

Les mesures d'effet Cotton-Mouton dans les gaz datent des années 1930 [87] et les premières mesures systématiques ont été publiées en 1967 par Buckingham et ses collaborateurs [88]. Les mesures ont été réalisées à l'époque sur un grand nombre de gaz tels que le benzène, le dihydrogène, le diazote, le monoxyde d'azote ou encore le dioxygène et l'éthane. Depuis, de nombreuses mesures ont été publiées et les résultats sont en particulier utilisés pour tester les propriétés de l'interaction électromagnétique avec les atomes ou les molécules.

Parmi tous les gaz possibles, le diazote est l'un des gaz le plus souvent utilisé pour calibrer les dispositifs expérimentaux [21,60,89]. Il présente l'avantage d'être relativement peu coûteux, inoffensif pour la santé, facile à utiliser et avec un effet Cotton-Mouton relativement grand. C'est le gaz que nous avons utilisé pour nos premières mesures.

Sur notre ellipsomètre, le signal Cotton-Mouton Ψ est extrait du rapport des intensités transmises par le polariseur de sortie (voir figure 2.1 et équation (2.29)) correspondant à l'équation suivante :

$$\frac{I_{\mathrm{e}}(t)}{I_{\mathrm{t,f}}(t)} = \sigma^2 + [\Gamma + \Psi_{\mathrm{f}}(t)]^2 . \tag{3.16}$$

Dans le cas du diazote, les mesures ont été réalisées avec une ellipticité statique de l'ordre de 10^{-3} rad. La rotation statique ϵ peut être négligée. Le champ magnétique longitudinal, induisant une rotation Θ_{F} de la polarisation incidente est dans un premier temps négligé.

Les signaux bruts typiques obtenus sont présentés sur la figure 3.5 avec une pression de 32.1×10^{-3} atm de diazote et une finesse de cavité de l'ordre de 480 000. La puissance du faisceau ordinaire I_{t} reste constante (haut) alors que la puissance du faisceau extraordinaire I_{e} (milieu) varie lorsque le champ magnétique est appliqué (bas). Le champ magnétique atteint son maximum de 5.2 T en moins de 2 ms, contrairement au signal I_{e} qui atteint son extremum en presque 3 ms. Le temps de montée du champ magnétique étant ici comparable à la durée de vie des photons dans la cavité, l'influence du filtrage de la cavité y est particulièrement visible.

L'ellipticité Ψ_{f} induite par le champ magnétique est extraite de l'équation (3.16). En supposant $|\Psi_{\mathrm{f}}| \ll |\Gamma|$, on obtient :

$$\pm\, \Psi_{\mathrm{f}}(t) = -|\Gamma| + \sqrt{\frac{I_{\mathrm{e}}(t)}{I_{\mathrm{t,f}}(t)} - \sigma^2}. \tag{3.17}$$

L'ellipticité statique $|\Gamma|$ est mesurée quelques millisecondes avant chaque tir de champ magnétique, lorsque $\Psi_{\mathrm{f}}(t) = 0$. L'effet Cotton-Mouton étant quadratique en champ (partie 2.1), l'ellipticité induite est ajustée par l'équation suivante :

$$\Psi_{\mathrm{f}}(t) = \alpha B^2_{\perp,\mathrm{f}}(t), \tag{3.18}$$

avec $B^2_{\perp,\mathrm{f}}(t)$ le champ magnétique au carré filtré numériquement par le filtre passe-bas du premier ordre correspondant à la cavité [76, 77]. Sur la figure 3.6 sont tracés le champ magnétique au carré filtré ainsi que l'ellipticité $\Psi(t)$ au cours du temps. Nous remarquons que les deux quantités atteignent leur extremum en même temps et que leur variation se superpose parfaitement, donnant ainsi une mesure précise de la valeur de la biréfringence magnétique.

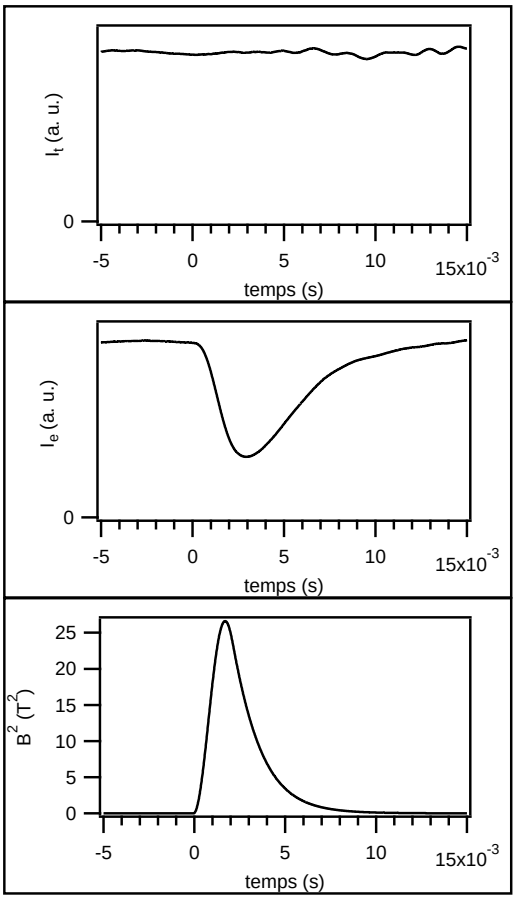


FIGURE 3.5 – Mesure de l'effet Cotton-Mouton dans 32.1×10^{-3} atm de diazote. Haut : Puissance du faisceau ordinaire en fonction du temps. Milieu : Puissance du faisceau extraordinaire en fonction du temps. Bas : Champ magnétique au carré en fonction du temps.

La constante Cotton-Mouton est finalement calculée à partir de l'équation (2.6) et du paramètre α donné par l'ajustement :

$$k_{\mathrm{CM}} = \frac{\alpha\lambda}{2FL_B}\frac{1}{\sin 2\theta}, \tag{3.19}$$

$$= \frac{\alpha\lambda}{4\pi\tau\Delta^{\mathrm{ISL}}L_B}\frac{1}{\sin 2\theta}. \tag{3.20}$$

Comme pour les mesures d'effet Faraday, la constante Cotton-Mouton est mesurée pour différentes pressions de gaz. L'ensemble des données est finalement ajusté par une droite :

$$k_{\mathrm{CM}}(T,P) = k^{\mathrm{n}}_{\mathrm{CM}}(T)P \tag{3.21}$$

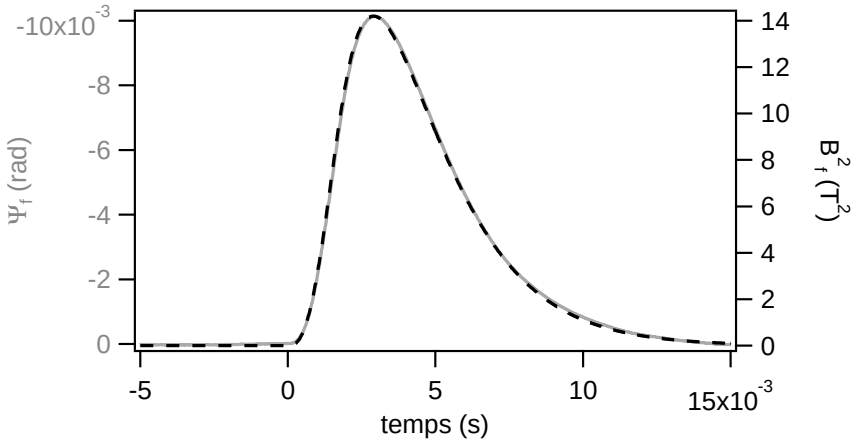


FIGURE 3.6 – Mesure de l'effet Cotton-Mouton dans 32.1×10^{-3} atm de diazote. Courbe grise : Ellipticité en fonction du temps. Courbe pointillée : Carré du champ magnétique filtré par un filtre passe-bas du premier ordre correspondant au filtrage de la cavité.

pour extraire la constante Cotton-Mouton normalisée $k_{\mathrm{CM}}^{\mathrm{n}}$ à $P = 1\,\mathrm{atm}$. Cette constante Cotton-Mouton à la température $T_0 = 273.15\,\mathrm{K}$ devient :

$$k_{\mathrm{CM}}^{\mathrm{N}} = k_{\mathrm{CM}}^{\mathrm{n}}(T)\frac{T}{T_0}. \tag{3.22}$$

Résultats dans le diazote

Nous avons mesuré la biréfringence magnétique du diazote à différentes pressions entre 2.1×10^{-3} et 32.1×10^{-3} atm. La constante Cotton-Mouton en fonction de la pression est présentée sur la figure 3.7. L'ajustement par une droite donne une ordonnée à l'origine compatible avec zéro et une biréfringence à $P = 1\,\mathrm{atm}$ et $T = 293 \pm 1\,\mathrm{K}$ de :

$$k_{\mathrm{CM}}^{\mathrm{n}} = (-2.00 \pm 0.08 \pm 0.06) \times 10^{-13}\,\mathrm{T}^{-2}\mathrm{atm}^{-1}. \tag{3.23}$$

La première incertitude correspond à l'incertitude de type A à 1σ et la deuxième à celle de type B. Un bilan d'incertitude précis, listé dans le tableau 3.4, a été réalisé pour cette mesure. Tous les résultats sont présentés en détails dans la référence [77].

Notre valeur est comparée à celles mesurées sur d'autres expériences dans le tableau 3.5. Notre valeur est en accord avec les autres mesures et est 1.8 fois plus précise.

D'un point de vue théorique, l'effet Cotton-Mouton a été tout d'abord étudié par Buckingham et Pople en 1956 [91]. On montre en particulier que la constante

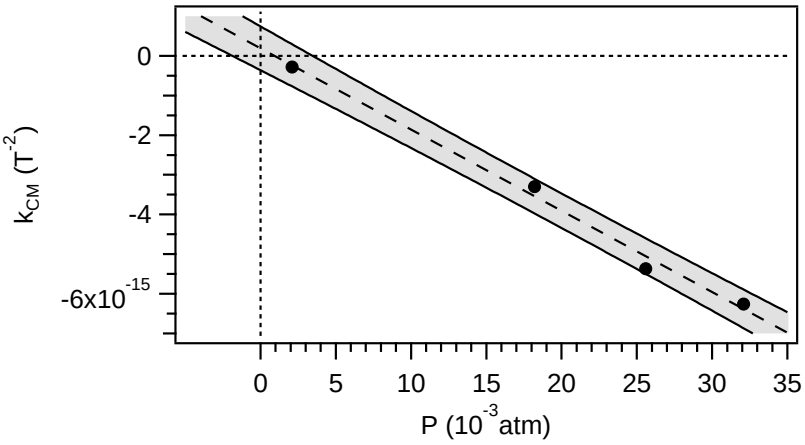


FIGURE 3.7 – Biréfringence magnétique du diazote en fonction de la pression (points noirs). La ligne pointillée correspond à l'ajustement linéaire des données expérimentales. La zone grisée correspond à l'incertitude à 1σ de type A.

Paramètre	Incertitude relative de type A	Incertitude relative de type B
τ	2×10^{-2}	
α	diazote : $\simeq 3.5 \times 10^{-2}$	2.2×10^{-2}
	hélium : $\simeq 8 \times 10^{-4}$	2.2×10^{-2}
	xénon : $\simeq 7 \times 10^{-4}$	2.2×10^{-2}
	vide : $\simeq 4 \times 10^{-1}$	2.2×10^{-2}
L_B		2.2×10^{-2}
Δ^{ISL}		3×10^{-4}
$\sin 2\theta$		9×10^{-4}
λ		$< 5 \times 10^{-4}$

TABLE 3.4 – Paramètres utilisés pour la mesure de la constante Cotton-Mouton avec leurs incertitudes relatives à 1σ.

Cotton-Mouton pour les molécules axiales est donnée par [87] :

$$k_{\mathrm{CM}} = \frac{n_v}{4\epsilon_0}\left(\Delta\eta + \frac{2}{15k_{\mathrm{B}}T}\Delta\alpha\Delta\chi\right), \tag{3.24}$$

avec n_v la densité moléculaire, $\Delta\eta$ l'anisotropie d'hypersusceptibilité magnétique, $\Delta\alpha$ l'anisotropie de polarisabilité électrique et $\Delta\chi$ l'anisotropie de susceptibilité magnétique. Le deuxième terme de l'équation (3.24) dépend de la température et correspond à l'effet d'orientation de la molécule. A température ambiante, il est en général bien plus élevé que le premier terme qui est quant à lui indépendant de

Référence	$k^{\mathrm{n}}_{\mathrm{CM}} \times 10^{-13}$ ($\mathrm{T}^{-2}\mathrm{atm}^{-1}$)	Remarques
Théorie		
[87]	-2.21	$\lambda = \infty$
[87]	-2.14	$\lambda = \infty$
Expérience		
[89]	-2.17 ± 0.21	
[90]	-2.02 ± 0.16 ± 0.08	
Ce travail	-2.00 ± 0.08 ± 0.06	

TABLE 3.5 – Bilan des valeurs expérimentales et théoriques des biréfringences magnétiques linéaires du diazote à $\lambda = 1064\,\mathrm{nm}$ et $T = 293\,\mathrm{K}$.

la température. En revanche, pour les atomes ou pour les molécules sphériques, le terme dépendant de la température disparaît et seul le terme en $\Delta\eta$ subsiste. Les mesures réalisées sur les gaz rares, comme l'hélium et le xénon, s'avèrent alors intéressantes puisqu'elles permettent de tester uniquement le calcul de $\Delta\eta$.

Le tableau 3.5 permet de comparer notre valeur expérimentale aux prévisions théoriques. Elles sont en accord à 2σ, mais il est important de noter que les calculs ne sont pas réalisés à la longueur d'onde utilisée sur notre expérience.

Prise en compte des effets systématiques

La mesure dans le diazote correspond à la première validation du dispositif expérimental. Afin de tester la sensibilité de l'expérience, nous avons ensuite mesuré l'effet Cotton-Mouton de l'hélium qui est le gaz présentant le plus petit effet Cotton-Mouton après le vide. Cette mesure permet en outre de s'affranchir du terme dépendant de la température de l'équation (3.24) dans la constante Cotton-Mouton et de se concentrer uniquement sur le terme d'anisotropie d'hypersusceptibilité magnétique $\Delta\eta$.

Nous avons dans un premier temps appliqué la même méthode d'analyse que pour le diazote. La figure 3.8 présente le signal calculé à partir de l'équation (3.17) utilisée pour le diazote et qui doit correspondre à l'ellipticité induite Ψ_{f}. La pression d'hélium est ici de $550\times10^{-3}\,\mathrm{atm}$. Nous avons également superposé à ce signal le signal Cotton-Mouton théoriquement attendu. Nous voyons clairement que le signal attendu ne correspond pas au signal expérimental, tant par sa forme que par son signe. Une nouvelle procédure de traitement des signaux a donc dû être mise en place.

Reprenons l'équation générale du rapport entre les intensités transmises par

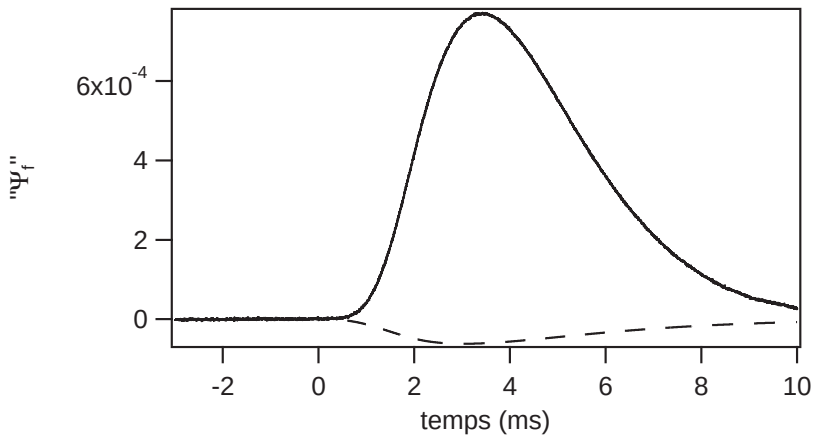


FIGURE 3.8 – Evolution temporelle de l'ellipticité mesurée à partir de l'équation (3.24) à 550×10^{-3} atm d'hélium. Courbe continue : données expérimentales. Courbe pointillée : signal attendu en ne considérant que l'effet Cotton-Mouton.

le polariseur de sortie donnée par l'équation (2.29) :

$$\frac{I_{\rm e}(t)}{I_{\rm t,f}(t)} = \sigma^2 + [\epsilon + \Theta_{\rm F,f}(t)]^2 + [\Gamma + \Psi_{\rm f}(t)]^2, \tag{3.25}$$

$$= \underbrace{\sigma^2 + \epsilon^2 + \Gamma^2}_{\text{terme statique}} + \underbrace{2\epsilon\Theta_{\rm F,f} + \Theta_{\rm F,f}^2}_{\text{effet Faraday}} + \underbrace{2\Gamma\Psi_{\rm f} + \Psi_{\rm f}^2}_{\text{effet Cotton-Mouton}} . \tag{3.26}$$

Pour les mesures dans le diazote, nous avons négligé la rotation statique ϵ ainsi que l'effet Faraday $\Theta_{\rm F,f}$. Or la bobine X-coil délivrant le champ magnétique transverse a également une composante longitudinale, environ 230 fois plus faible. De plus, pour l'hélium ou le xénon, la constante Cotton-Mouton est beaucoup plus faible que dans le cas du diazote. L'effet Faraday devient alors, pour ces gaz, non négligeable par rapport à l'effet Cotton-Mouton [57].

Afin d'extraire l'ellipticité induite par le champ magnétique transverse $\Psi_{\rm f}$, nous utilisons les propriétés de symétrie des différents termes de l'équation (3.26) vis à vis du signe de Γ et de la direction du champ magnétique $\vec{B}_\perp$. Celles-ci sont résumées dans le tableau 3.6. Par exemple, le signal dû à l'effet Cotton-Mouton $2\Gamma\Psi$ est impair avec Γ et pair en B. L'effet Faraday $2\epsilon\Theta_{\rm F}$ est quant à lui impair en Γ et B. Les signaux sont donc collectés pour les deux signes de Γ et pour les deux directions du champ magnétique. Ceci donne quatre séries de données :

- série ">>" : $\Gamma > 0$ et $\vec{B}_\perp$ parallèle à l'axe x,
- série "><" : $\Gamma > 0$ et $\vec{B}_\perp$ anti-parallèle à l'axe x,
- série "<<" : $\Gamma < 0$ et $\vec{B}_\perp$ anti-parallèle à l'axe x,
- série "<>" : $\Gamma < 0$ et $\vec{B}_\perp$ parallèle à l'axe x.

terme	signe de Γ	direction de $\vec{B}_\perp$
$2\epsilon\Theta_{\mathrm{F,f}}$	-	-
$\Theta^2_{\mathrm{F,f}}$	+	+
$2\Gamma\Psi_{\mathrm{f}}$	-	+
Ψ^2_{f}	+	+

TABLE 3.6 – Propriétés de symétrie des différents termes dépendant du champ de l'équation (3.26), vis-à-vis du signe de Γ et de la direction de $\vec{B}_\perp$. Le signe + représente un terme pair, le signe − un terme impair.

Pour chaque série, le signal suivant est calculé :

$$Y(t) = \frac{\frac{I_{\mathrm{e}}(t)}{I_{\mathrm{t,f}}(t)} - A_{\mathrm{DC}}}{2|\Gamma|}, \tag{3.27}$$

avec $A_{\mathrm{DC}} = \sigma^2 + \epsilon^2 + \Gamma^2$ la composante continue du signal $I_{\mathrm{e}}/I_{\mathrm{t,f}}$. Le signal ayant la symétrie correspondant à l'effet Cotton-Mouton $2\Gamma\Psi_{\mathrm{f}}$ est extrait grâce à une combinaison linéaire des quatre séries de données. La méthode est expliquée en détails dans la référence [78] et a été améliorée dans les références [57, 79]. Les résultats présentés dans le suite sont basés sur la méthode d'analyse la plus aboutie [57] et peuvent donc légèrement différer des résultats publiés [78, 79] qui restent toutefois compatibles à 1σ.

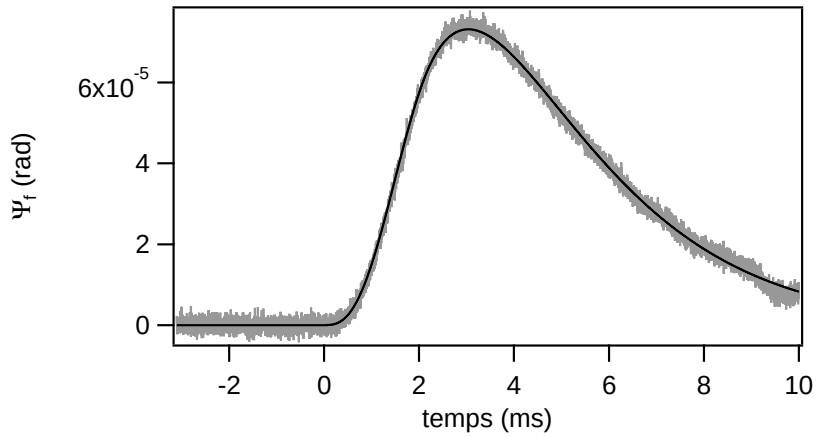


FIGURE 3.9 – Evolution temporelle de l'ellipticité à 550×10^{-3} atm d'hélium. Courbe grise : données expérimentales. Courbe noire : ajustement en $\alpha B^2_{\perp,\mathrm{f}}$.

Résultats dans l'hélium

Cette méthode d'analyse a tout d'abord été appliquée pour les mesures dans l'hélium gazeux. Le signal correspondant à l'effet Cotton-Mouton est représenté sur la figure 3.9 pour 550×10^{-3} atm d'hélium. L'ajustement en $\alpha B^2_{\perp,\mathrm{f}}$ colle parfaitement aux données expérimentales. Ceci montre l'importance de cette procédure d'analyse pour ôter les effets systématiques tels que l'effet Faraday.

Nous avons réalisé ces mesures pour des pressions allant de 40 à 550×10^{-3} atm. Après une ajustement linéaire des données, nous obtenons pour la constante Cotton-Mouton à $T = 273.15\,\mathrm{K}$ et $P = 1\,\mathrm{atm}$:

$$k^{\mathrm{N}}_{\mathrm{CM}} = (2.63 \pm 0.29) \times 10^{-16}\,\mathrm{T}^{-2}\mathrm{atm}^{-1}. \tag{3.28}$$

L'incertitude inclut celle de type A et celle de type B. Cette valeur est comparée dans le tableau 3.7 et dans la figure 3.10 aux autres valeurs expérimentales et théoriques publiées. Au moment de sa publication, notre valeur était seulement la deuxième publiée à 1064 nm. Notre valeur est la seule en accord avec la théorie à mieux que 1σ. Cette valeur théorique est considérée comme exacte par la communauté. Ceci constitue donc un véritable test de notre dispositif expérimental et de notre méthode d'analyse pour les mesures de biréfringence magnétique du vide.

λ (nm)	**Résultats expérimentaux**		**Prédiction théorique** [95]
	Référence	$10^{16} \times k^{\mathrm{N}}_{\mathrm{CM}}$ ($\mathrm{T}^{-2}\mathrm{atm}^{-1}$)	$10^{16} \times k^{\mathrm{N}}_{\mathrm{CM}}$ ($\mathrm{T}^{-2}\mathrm{atm}^{-1}$)
514.5	[92]	1.80 ± 0.36	2.3959
532	[94]	2.08 ± 0.16	2.3966
790	[93]	3.95 ± 1.40	2.4018
1064	[94]	2.22 ± 0.16	2.4036
1064	Ce travail	2.63 ± 0.29	2.4036
1064	[24]	2.90 ± 0.32	2.4036

TABLE 3.7 – Valeurs expérimentales et théoriques de la constante Cotton-Mouton de l'hélium. Les valeurs sont normalisées à $T = 273.15\,\mathrm{K}$ et $P = 1\,\mathrm{atm}$. Les incertitudes sont données à 1σ.

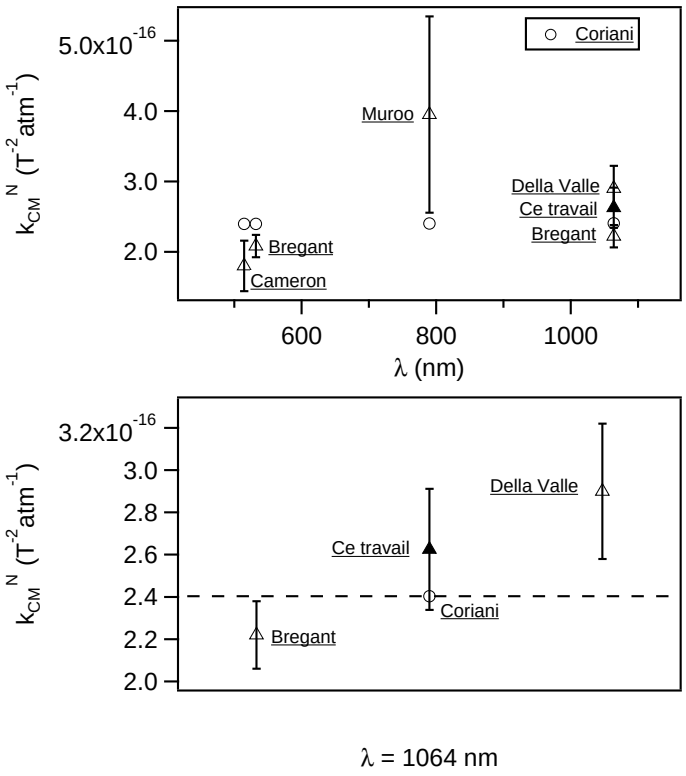


FIGURE 3.10 – Comparaison des constantes Cotton-Mouton de l'hélium en fonction de la longueur d'onde (haut) et à 1064 nm (bas). Les valeurs expérimentales ont été publiées par Cameron et al [92], Muroo et al [93] et Bregant et al [94]. Après la publication de notre résultat [78], une valeur supplémentaire a été publiée en 2014 par Della Valle et al [24]. Les incertitudes sont données à 1σ. Le triangle noir correspond à notre mesure. Les ronds blancs correspondent à la prévision théorique [95].

Résultats dans le xénon

Les dernières mesures sur les gaz ont été effectuées dans un gaz de xénon. La pression a été variée de 3 à 8 mbar. Nous obtenons pour la constante Cotton-Mouton à $T = 273.15\,\mathrm{K}$ et $P = 1\,\mathrm{atm}$:

$$k_{\mathrm{CM}}^{\mathrm{N}} = (2.59 \pm 0.40) \times 10^{-14}\,\mathrm{T}^{-2}\mathrm{atm}^{-1}. \tag{3.29}$$

Le tableau 3.8 résume les constantes Cotton-Mouton du xénon publiées précédemment et mesurée avec notre expérience. Elles sont également représentées sur la figure 3.11. Notre valeur est la deuxième publiée à $\lambda = 1064\,\mathrm{nm}$ et elle est compatible à 1σ avec celle publiée dans la référence [96]. Notre incertitude est d'environ 15%. Elle est plus importante en particulier que celles établies à $\lambda = 514.5\,\mathrm{nm}$ [97] et $\lambda = 632.8\,\mathrm{nm}$ [98]. Cependant, il est important de noter

que notre incertitude a été calculée avec un bilan d'incertitudes complet. Pour la valeur publiée à 632.8 nm, aucune information n'est donnée concernant le dispositif, le nombre de pressions utilisées pour la mesure, le budget d'erreur ou l'évaluation des incertitudes. La mesure réalisée à 514.5 nm n'a été faite qu'à la pression atmosphérique et en calibrant les mesures par rapport à celles obtenues avec du diazote dans les mêmes conditions expérimentales. Aucune incertitude sur la valeur de la biréfringence magnétique du diazote n'a été néanmoins appliquée. Il est donc probable que cette dernière incertitude ait été sous-estimée.

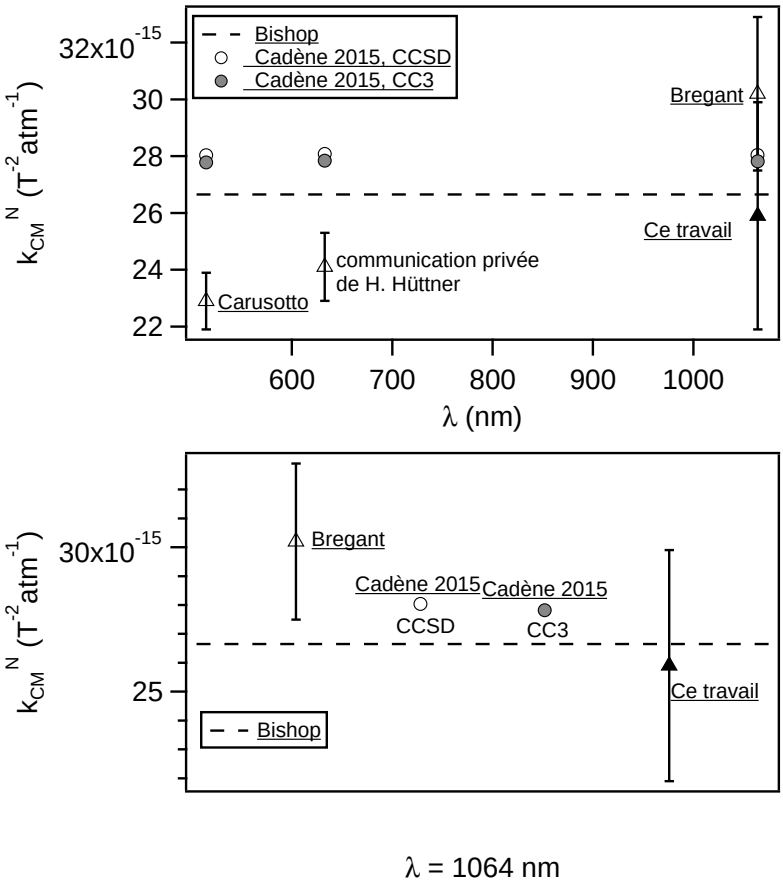


FIGURE 3.11 – Comparaison des constantes Cotton-Mouton du xénon en fonction de la longueur d'onde (haut) et à 1064 nm (bas). Les valeurs expérimentales ont été publiées par Carusotto et al [97] et Bregant et al [89,96]. La valeur expérimentale de W. Hüttner est rapportée dans la référence [98]. Les prévisions théoriques sont représentées par les ronds [79] et la ligne pointillée [99].

Concernant les prédictions théoriques, très peu de calculs ont été réalisés. Celles obtenues par Bisphop et al [99] sont représentées par la ligne pointillée

λ (nm)	**Résultats expérimentaux**		**Prédictions théoriques**		
	Référence	$10^{14} \times k_{\mathrm{CM}}^{\mathrm{N}}$ ($\mathrm{T}^{-2}\mathrm{atm}^{-1}$)	Référence	$10^{14} \times k_{\mathrm{CM}}^{\mathrm{N}}$ ($\mathrm{T}^{-2}\mathrm{atm}^{-1}$)	
				CCSD	CC3
514.5	[97]	2.29 ± 0.10	[79]	2.803	2.778
632.8	W. Hüttner	2.41 ± 0.12	[79]	2.808	2.784
1064	[89, 96]	3.02 ± 0.27	[79]	2.804	2.782
1064	Ce travail	2.59 ± 0.40	[79]	2.804	2.782
				SCF	
∞			[99]	2.665	

TABLE 3.8 – Valeurs expérimentales et théoriques de la constante Cotton-Mouton du xénon. Les valeurs sont normalisées à $T = 273.15\,\mathrm{K}$ et $P = 1\,\mathrm{atm}$. Les incertitudes sont données à 1σ. La valeur expérimentale de W. Hüttner est rapportée dans la référence [98].

sur la figure 3.11. Elles ont été calculées sans tenir compte des effets relativistes ni des corrélations électroniques. Les valeurs théoriques calculées dans le cadre de ce travail, grâce à une collaboration avec les théoriciens de chimie quantique A. Rizzo et S. Coriani, incluent les corrections relativistes et les corrélations électroniques. Le niveau d'approximation CC3 correspond à l'heure actuelle au calcul le plus précis.

La valeur expérimentale à $\lambda = 514.5\,\mathrm{nm}$ n'est pas compatible à 3σ avec les prévisions théoriques. Celle à $\lambda = 632.8\,\mathrm{nm}$ est compatible à 3σ avec celle de Bishop et al mais pas avec celles calculées par Rizzo et Coriani. Cela semble confirmer la sous-estimation de leurs incertitudes. Notre valeur expérimentale est quant elle compatible à 1σ avec les deux prédictions théoriques. Notre incertitude de 15 % est en effet trop élevée pour pouvoir observer la contribution des effets relativistes et des corrélations électroniques qui s'élève à environ 5 %. Une amélioration de nos incertitudes est donc, dans ce cadre, indispensable.

3.2 Biréfringence magnétique linéaire du vide

Les mesures de biréfringence magnétique sur les gaz permettent de valider le dispositif expérimental. Les mesures sur l'hélium ont été particulièrement importantes car elles ont été l'occasion de la mise en place et de la validation d'une procédure d'acquisition et de traitement des données originale, basée sur l'utilisation des symétries des signaux. Cette procédure a été finalement appliquée pour les mesures dans le vide. Les résultats finaux ont été publiés dans EPJD [23]. Les résultats présentés dans ce manuscrit diffèrent légèrement de ceux publiés. Comme pour l'hélium et le xénon, l'ensemble des signaux a en effet été repris lors de la rédaction de la thèse d'Agathe Cadène [57] et a été traité avec la méthode

d'analyse la plus aboutie. Les résultats sont compatibles entre eux à 1σ et l'ordre de grandeur de la sensibilité expérimentale obtenue reste identique.

3.2.1 Résultats

Pour les mesures dans le vide, tout comme pour les mesures dans l'hélium et le xénon, nous nous sommes placés dans les meilleures conditions possibles en terme de sensibilité optique. Pour cela, nous avons aligné précisément l'orientation des miroirs par rapport à la polarisation incidente pour avoir une biréfringence statique totale de la cavité Γ la plus faible possible, de l'ordre de σ. Ceci correspond aux meilleures conditions de travail lorsque l'on est en présence de bruit en ellipticité [55, 57]. Ceci a été confirmé par des mesures de sensibilité optique (i.e. sans champ magnétique), en fonction de Γ, où nous observons en effet une amélioration de la sensibilité lorsque Γ diminue. La valeur de Γ et son signe sont réajustés précisément avant chaque tir.

Environ 200 tirs de champ magnétique ont été appliqués dans le vide, avec un champ maximum de 6.5 T. Les signaux ne sont pas analysés sur l'ensemble du tir. Nous constatons en effet une perturbation sur le signal de rétroaction de l'asservissement de la fréquence du laser sur la fréquence de résonance de la cavité quelques millisecondes après le déclenchement du tir. Cette perturbation est due à une onde sonore provoquée par le tir et qui atteint les miroirs de la cavité. Ceci ayant également pour effet de modifier l'ellipticité statique de la cavité, nous stoppons l'analyse des signaux à $t_{\text{fin}} = 3.1\,\text{ms}$, bien avant l'arrivée de l'onde sonore mais après que le carré du champ magnétique filtré par la cavité ait atteint son maximum. Par symétrie, nous commençons l'analyse à $t_{\text{début}} = -3.1\,\text{ms}$.

Une sélection des tirs est dans un premier temps effectuée. Pour cela, nous calculons le signal suivant :

$$\Phi(t) = \sqrt{\frac{I_{\text{e}}(t)}{I_{\text{t,f}}(t)}_{t<0} - (\sigma^2 + \Gamma^2)}. \tag{3.30}$$

Le terme $\frac{I_{\text{e}}(t)}{I_{\text{t,f}}(t)}_{t<0}$ correspond à $I_{\text{e}}(t)/I_{\text{t,f}}(t)$ pris entre les instants $t_{\text{début}}$ et le début du tir à $t = 0$. Le champ magnétique étant nul pour $t < 0$, les termes Θ_{F} et Ψ sont égaux à zero. D'après l'équation (3.26) et en négligeant le terme ϵ, Φ doit donc lui aussi être nul en moyenne. Nous traçons ensuite l'histogramme de ce signal. Deux histogrammes typiques sont tracés sur la figure 3.12. Celui de gauche correspond à une distribution normale. En revanche, celui de droite ne peut être ajusté correctement par une gaussienne. Ce type de signal est rejeté pour l'analyse. Il correspond en général à une dérive de l'ellipticité statique Γ avant le tir. Sur les 200 tirs effectués, une centaine est conservée pour la suite de l'analyse.

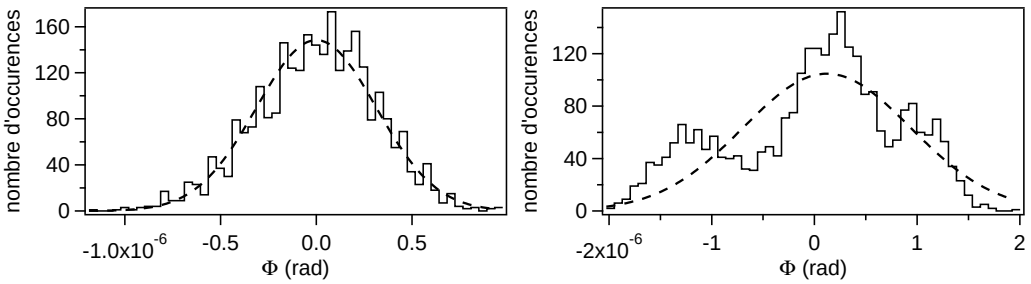


FIGURE 3.12 – Histogrammes du signal calculé à partir de l'équation (3.30). Le signal de gauche correspond à une distribution normale et est en conséquence gardé pour la suite de l'analyse. Celui de droite n'est pas correctement ajusté par une gaussienne et est rejeté de l'analyse.

Nous utilisons la même procédure de prise et de traitement des données que celle présentée pour l'hélium, de façon à isoler les effets systématiques. Une analyse statistique de la distribution de nos mesures nous donne la valeur moyenne de l'ellipticité Ψ_{f}. L'écart type divisé par la racine carré du nombre de tirs correspond à l'incertitude statistique. Le signal d'ellipticité ainsi obtenu est tracé sur la figure 3.13. La courbe en pointillé correspond à l'ajustement en $\alpha B^2_{\perp,\mathrm{f}}$. Nous constatons que celle-ci n'a pas la même variation temporelle que les données. Nous sommes donc en présence d'un effet systématique qui est en particulier déclenché dès le début du tir.

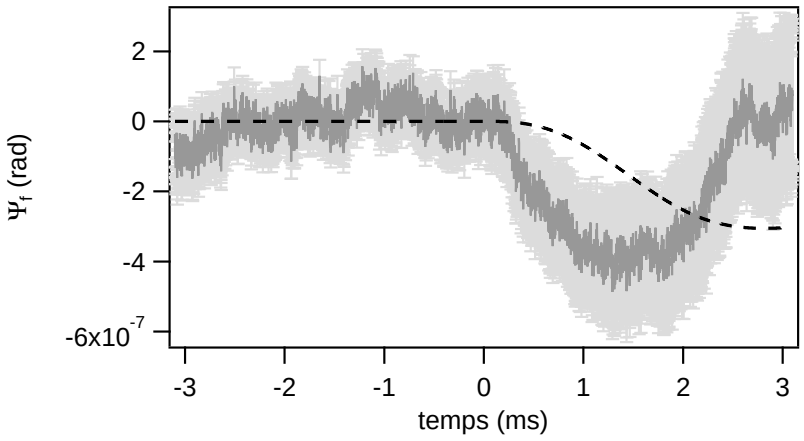


FIGURE 3.13 – Signal d'ellipticité obtenu dans le vide. L'incertitude à 1σ est représentée en gris clair. La courbe en pointillé correspond à l'ajustement en $\alpha B^2_{\perp,\mathrm{f}}$.

L'origine de cet effet systématique peut être multiple. Mais l'hypothèse la plus

probable est que l'on vient exciter les résonances mécaniques de notre enceinte à vide, induisant donc un mouvement des montures de miroirs et donc une oscillation de l'ellipticité statique Γ. Nous savons en particulier que diverses fréquences de résonance existent entre 100 Hz et 600 Hz. La fréquence de résonance la plus proche de celle observée sur le signal de la figure 3.13 est de 177 Hz. Afin de soustraire cet effet systématique, nous ajustons le signal par un sinus commençant à $t = 0$, la fréquence étant fixée à 177 Hz, comme le montre la figure 3.14.

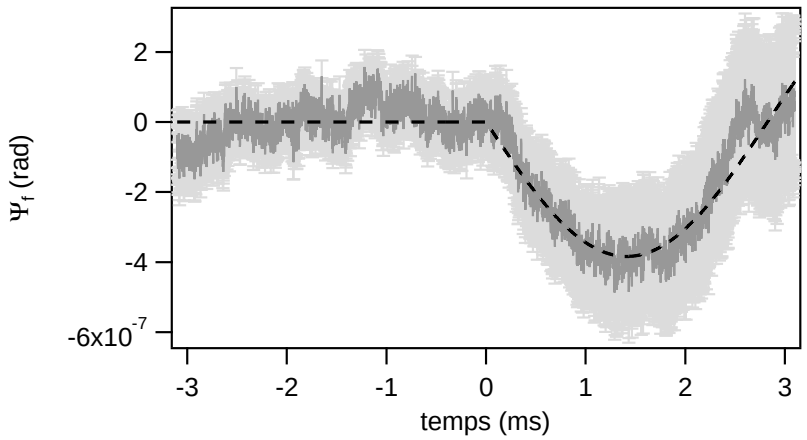


FIGURE 3.14 – Signal d'ellipticité obtenu dans le vide ajusté en pointillé par un sinus de fréquence fixe $f = 177$ Hz correspondant à une des fréquences de résonance mécanique du dispositif.

Les résidus de cet ajustement par une fonction sinus sont présentés sur la figure 3.15. Ils sont ajustés par la fonction $\alpha B_{\perp,f}^2$. Nous obtenons un plancher de bruit à 1σ de :

$$|k_{\mathrm{CM}}| = (3.8 \pm 2.0) \times 10^{-21}\mathrm{T}^{-2}. \tag{3.31}$$

Cette méthode d'analyse suppose que le signal parasite est prépondérant par rapport à l'effet Cotton-Mouton résiduel. Pour s'affranchir de cette hypothèse, nous pouvons directement ajuster le signal d'ellipticité de la figure 3.13 par un sinus plus un effet Cotton-Mouton. On trouve alors :

$$|k_{\mathrm{CM}}| = (6.1 \pm 2.5) \times 10^{-21}\mathrm{T}^{-2}. \tag{3.32}$$

L'incertitude est donnée à 1σ. Le résultat est compatible à 3σ avec la prédiction théorique établie dans la cadre de la QED. Rappelons qu'une incertitude à 3σ correspond à un niveau de confiance de 99.8 % qui est couramment utilisé pour souligner l'évidence d'un signal non nul en cas de non compatibilité avec zéro. Ces résultats nous permettent finalement de montrer que la sensibilité de notre dispositif est de l'ordre de quelques $10^{-21}\,\mathrm{T}^{-2}$.

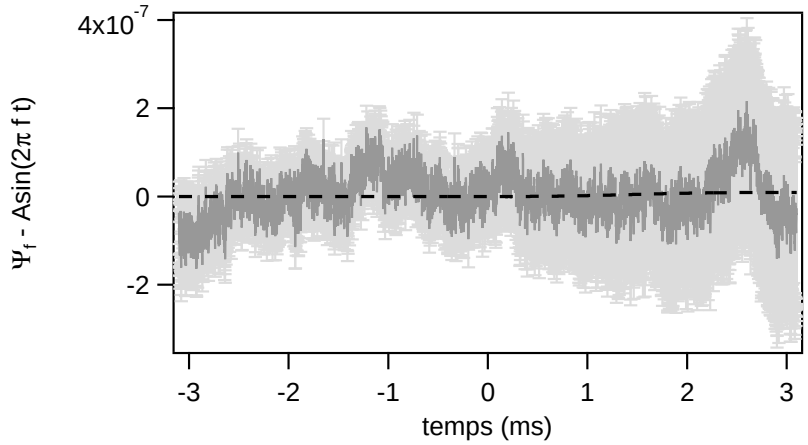


FIGURE 3.15 – Résidus du signal d'ellipticité ajusté par une fonction sinus. Ces résidus sont ajustés par la fonction $\alpha B_{\perp,f}^2$ correspondant à l'effet Cotton-Mouton.

3.2.2 Comparaison

Cette dernière valeur est comparée dans la figure 3.16 aux constantes Cotton-Mouton du vide expérimentales publiées. Les incertitudes sont données à 3σ. Avant 2014, les meilleures valeurs correspondaient à celles publiées par la collaboration PVLAS [20, 100]. Néanmoins, les expériences étaient particulièrement dépendantes des effets systématiques. En 2008, un signal était toujours présent à 5 T [20]. En 2012, les données ont été collectées seulement lorsque "no spurious peaks are observed", permettant de ne donner qu'un bruit plancher et pas une valeur absolue [100]. Ceci montre qu'un appareil avec une très bonne sensibilité en ellipticité n'est pas suffisante, mais qu'elle doit être associée à une minimisation des effets systématiques.

Notre valeur a été publiée en 2014 dans EPJD [23]. Elle correspondait alors à la meilleure limite donnée dans le vide, prouvant ainsi que les champs magnétiques pulsés sont un outil particulièrement puissant pour ce genre d'expérience. Depuis, la collaboration PVLAS a publié une nouvelle limite à 3σ de $2\times10^{-22}\,\mathrm{T}^{-2}$ fin 2014 [24].

Le tableau 3.9 présente un bilan des dispositifs expérimentaux ayant donné des limites sur la biréfringence magnétique du vide. Le $B_\perp^2 L_B$ du projet BMV a été calculé en utilisant le champ magnétique maximal utilisé pour les mesures dans le vide en tenant compte du filtrage de la cavité. Les incertitudes et sensibilités en ellipticité sont données à 1σ. La sensibilité en ellipticité pour les expériences fonctionnant en régime continu est donnée par :

$$\Psi_{\mathrm{sens}} = \sqrt{t_{\mathrm{int}}}\Psi_{\mathrm{lim}}, \tag{3.33}$$

avec t_{int} le temps d'integration total ayant permis d'obtenir l'incertitude finale

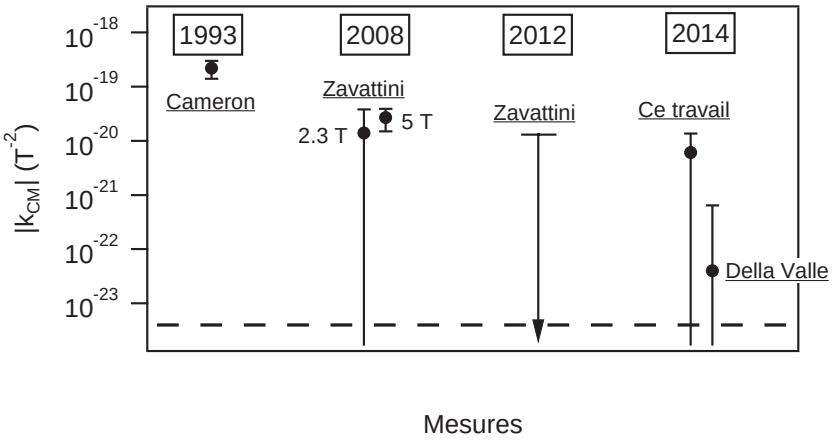


FIGURE 3.16 – Comparaison des valeurs expérimentales publiées de biréfringence magnétique du vide. Les barres d'erreur sont à 3σ. Les flèches indiquent que l'on parle d'un plancher de bruit. La valeur de Cameron et al correspond à la référence [60], celle de Zavattini et al en 2008 à [20], celle de Zavattini et al en 2012 à [100], et celle de Della Valle et al à [24].

$\Psi_{\rm lim}$ calculée à partir de l'incertitude sur $k_{\rm CM}$:

$$\Psi_{\rm lim} = \frac{2F}{\lambda} B_\perp^2 L_B \Delta k_{\rm CM}. \tag{3.34}$$

Pour notre expérience fonctionnant en régime pulsé, la sensibilité est calculée de la manière suivante :

$$\Psi_{\rm sens} = \sqrt{N}\Psi_{\rm lim}, \tag{3.35}$$

avec N le nombre total de tirs.

Nous avons finalement calculé le temps d'intégration nécessaire, à partir des sensibilités en ellipticité obtenues, pour observer la biréfringence magnétique du vide. Pour notre expérience, le calcul a été réalisé en considérant 10 tirs par jour. Aucune expérience ne semble encore en mesure de pouvoir observer l'effet prédit par la QED.

	BFRT [60]	PVLAS 2008 [20]	PVLAS 2012 [100]	BMV [23]	PVLAS 2014 [24]
Finesse	34 réflexions multi-passage	70 000	240 000	445 000	670 000
L_c (m)	14.9	6.4	0.4	2.27	3.3
Technologie	supraconducteur	supraconducteur	aimants permanents	bobine résistive	aimants permanents
Régime	continu	continu	continu	pulsé	continu
$B_\perp^2 L_B$ (T^2m)	35.2	5.3	2.1	3	10.25
Sensibilité en ellipticité	4×10^{-8} rad/$\sqrt{\text{Hz}}$	1.4×10^{-6} rad/$\sqrt{\text{Hz}}$	3.8×10^{-7} rad/$\sqrt{\text{Hz}}$	6.8×10^{-8} rad/tir	2.2×10^{-6} rad/$\sqrt{\text{Hz}}$
Intégration	16 375 s	65 200 s	8 192 s	101 tirs	7.6×10^5 s
Meilleure limite en k_{CM} (T^{-2})	$(2.2 \pm 0.3) \times 10^{-19}$	$(1.4 \pm 0.8) \times 10^{-20}$	$< 4.4 \times 10^{-21}$	$(6.1 \pm 2.5) \times 10^{-21}$	$(0.4 \pm 2.0) \times 10^{-22}$
Remarques	-	Signal observé à 5 T	"when no spurious peaks are observed"	-	-
Ellipticité attendue dans le vide (rad)	-	2.8×10^{-12}	3.8×10^{-12}	1.0×10^{-11}	5.2×10^{-11}
Intégration pour observer l'effet du vide	-	2.5×10^{11} s $\simeq$ 3×10^6 jours	10^{10} s $\simeq$ 10^5 jours	4×10^7 tirs $\simeq$ 4×10^6 jours	1.8×10^9 s $\simeq$ 2×10^4 jours

TABLE 3.9 – Résumé des expériences ayant donné des résultats sur la biréfringence magnétique du vide. Le $B_\perp^2 L_B$ du projet BMV a été calculé en utilisant le champ magnétique maximal utilisé pour les mesures dans le vide en tenant compte du filtrage de la cavité. Les sensibilités et les incertitudes sont données à 1σ. Les temps d'intégration pour observer la biréfringence magnétique du vide avec un rapport signal sur bruit de un n'ont été donnés que pour les expériences ayant trouvé un signal compatible avec la prévision théorique à 3σ.

3.3 Conclusion

L'expérience de Biréfringence Magnétique du Vide a débuté en 2001. Depuis, des mesures précises de biréfringence magnétique sur le diazote, l'hélium et le xénon gazeux ont été réalisées. Elles ont permis de valider le dispositif expérimental et la procédure d'acquisition et de traitement des données afin de s'affranchir des effets systématiques tels que l'effet Faraday. Toutes ces mesures ont été comparées aux prévisions théoriques. La mesure de l'effet Faraday du xénon a en particulier permis de mettre en évidence l'importance de la prise en compte des effets relativistes et des corrélations électroniques dans les calculs.

Nous avons également donné une limite sur la biréfringence magnétique du vide. Notre dispositif actuel correspond au montage de première génération, dont l'objectif était de montrer la faisabilité de l'expérience. Notre mesure a en particulier permis de mettre en évidence les limites de notre dispositif et il est clair qu'il ne permettra pas d'aller jusqu'à l'observation de la biréfringence magnétique du vide.

Un montage de deuxième génération est en cours de construction. La sensibilité sera améliorée en particulier grâce à l'augmentation du champ magnétique et grâce à une meilleure stabilité optique de l'expérience. Comme nous l'avons vu dans la dernière partie, une attention particulière devra être portée à l'amélioration de la sensibilité de l'expérience mais aussi à la gestion des effets systématiques. Ces points seront présentés dans le dernier chapitre de ce manuscrit.

3.4 Articles en relation avec ce chapitre

Les articles reproduits ci-dessous en lien avec ce chapitre correspondent aux références [77], [78], [79] et [23].

Magnetic linear birefringence measurements using pulsed fields

P. Berceau,[1] M. Fouché,[1,2,3] R. Battesti,[1] and C. Rizzo[1,*]

[1]*Laboratoire National des Champs Magnétiques Intenses, Unité Propre de Recherche No. 3228 du Centre National de la Recherche Scientifique, Université Paul Sabatier, Université Joseph Fourier, and Institut National des Sciences Appliquées de Toulouse, 31400 Toulouse, France*

[2]*Université de Toulouse, Université Paul Sabatier, Laboratoire Collisions Agrégats Réactivité, Institut de Recherche sur les Systèmes Atomiques et Moléculaires Complexes, F-31062 Toulouse, France*

[3]*Centre National de la Recherche Scientifique, Unité Mixte de Recherche No. 5589, F-31062 Toulouse, France*

(Received 22 September 2011; published 24 January 2012)

In this paper we present the realization of further steps toward the measurement of the magnetic birefringence of a vacuum using pulsed fields. After describing our experiment, we report the calibration of our apparatus using nitrogen gas and discuss the precision of our measurement giving a detailed error budget. Our best present vacuum upper limit is $\Delta n \leqslant 5.0 \times 10^{-20}$ T^{-2} per 4 ms acquisition time. We finally discuss the improvements necessary to reach our final goal.

DOI: 10.1103/PhysRevA.85.013837 PACS number(s): 42.25.Lc, 78.20.Ls, 12.20.−m

I. INTRODUCTION

Experiments on the propagation of light in a transverse magnetic field date from the beginning of the 20th century. Kerr [1] and Majorana [2] discovered that linearly polarized light, propagating in a medium in the presence of a transverse magnetic field, acquires an ellipticity. In the following years, this linear magnetic birefringence was studied in detail by Cotton and Mouton [3] and it is known nowadays as the Cotton-Mouton effect. It corresponds to an index of refraction $n_\parallel$ for light polarized parallel to the magnetic field B, which is different from the index of refraction $n_\perp$ for light polarized perpendicular to the magnetic field. For symmetry reasons, the difference between $n_\parallel$ and $n_\perp$ is proportional to B^2. Thus, an incident linearly polarized light exits from the magnetic-field region elliptically polarized. For a uniform B over an optical path L, the ellipticity is given by

$$\Psi = \pi \frac{L}{\lambda} \Delta n B^2 \sin 2\theta, \tag{1}$$

where λ is the wavelength of light in vacuum, $\Delta n = n_\parallel - n_\perp$ at $B = 1$ T, and θ is the angle between light polarization and the magnetic field.

The Cotton-Mouton effect exists in any medium and quantum electrodynamics predicts that magnetic linear birefringence exists also in vacuum, which has been shown [4,5] as a result of the effective Lagrangian established by Kochel, Euler, and Heisenberg [6,7]. At the lowers two orders in α, the fine-structure constant Δn can be written (in units of T^{-2}) as

$$\Delta n = \frac{2}{15} \frac{\alpha^2 \hbar^3}{m_e^4 c^5 \mu_0} \left(1 + \frac{25}{4\pi}\alpha\right), \tag{2}$$

where $\hbar$ is the Planck constant over 2π, m_e is the electron mass, c is the speed of light in vacuum, and μ_0 is the magnetic constant. The term α^2 is given in Ref. [4]. The term α^3 was reported in Ref. [8] and corresponds to the lowest-order radiative correction. Its value is about 1.5% of the α^2 term. Using the CODATA recommended values for the fundamental constants [9], Eq. (2) gives $\Delta n = (4.031\,699 \pm 0.000\,002) \times 10^{-24}$ T^{-2}.

As we see, the error due to the uncertainty of fundamental constants is negligible compared to the error coming from the fact that only the first-order QED radiative correction has been calculated. The QED α^4 radiative correction should affect the fourth digit and the QED α^5 radiative correction the sixth digit. Thus, a measurement of Δn up to a precision of a few parts per 10^6 (ppm) remains a pure QED test.

Experimentally, the measurement of the Cotton-Mouton effect is usually very challenging, especially in dilute matter, thus all the more so in vacuum. Several groups have attempted to observe vacuum magnetic birefringence [10,11], but this very fundamental prediction still has not been experimentally confirmed.

Gas measurements date back to the late 1930s [12] and the first systematic work of Buckingham *et al.* was published in 1967 [13]. Investigations concerned benzene, hydrogen, nitrogen, nitrogen monoxide, and oxygen at high pressures as well as ethane. Since then, many more papers concerning the effect in gases have been published and Cotton-Mouton effect experiments have been employed as sensitive probes of the electromagnetic properties of molecules [12].

The measurement of the Cotton-Mouton effect in gases is not only important to test quantum chemical predictions. It is a crucial test for any apparatus that is dedicated to the search for vacuum magnetic birefringence. Measurement of the Cotton-Mouton effect in a gas is a milestone in the improvement of the sensitivity of such an apparatus. Typically measurements of the linear magnetic birefringence in nitrogen gas are used to calibrate a setup [10,11,14].

In the following we present magnetic linear birefringence measurements performed in the framework of our *biréfringence magnétique du vide* (BMV) project. It is based on the use of strong pulsed magnetic fields, which is different compared to other experiments searching for vacuum magnetic birefringence, and on a very high finesse Fabry-Pérot cavity to increase the effect to be measured by trapping the light in the magnetic-field region. The use of pulsed fields for such measurements was proposed in Ref. [15]. In principle, pulsed magnetic fields can be as high as several tens of teslas,

*carlo.rizzo@lncmi.cnrs.fr

which increases the signal, and they are rapidly modulated, which decreases the $1/f$-flicker noise resulting in an increase of the signal-to-noise ratio. Both advantages are supposed to compensate for the loss of duty cycle since only a few pulses per hour are possible. A feasibility study, which discusses most of the technical issues related to the use of pulsed fields coupled to precision optics for magnetic linear birefringence measurements, can be found in Ref. [16].

In this paper we present the realization of further steps toward the measurement of the magnetic birefringence of the vacuum using pulsed fields. After describing our BMV experiment, we report the calibration of our apparatus with nitrogen gas and discuss the precision of our measurement, giving a detailed error budget. Finally, the present vacuum upper limit is reported and we discuss the perspectives to reach our final goal.

II. EXPERIMENTAL SETUP AND SIGNAL ANALYSIS

A. Apparatus

The BMV experiment is detailed in Ref. [16]. Briefly, as shown in Fig. 1, 30 mW of a linearly polarized Nd:YAG laser beam ($\lambda = 1064$ nm) is injected into a Fabry-Pérot cavity consisting of the mirrors M_1 and M_2. The laser frequency is locked to the cavity resonance frequency using the Pound-Drever-Hall method [17]. To this end, the laser is phase modulated at 10 MHz with an electro-optic modulator. The beam reflected by the cavity is then detected by the photodiode Ph_r. This signal is used to drive the acousto-optic modulator (AOM) frequency for a fast control and the Peltier element of the laser for a slow control of the laser frequency.

Our birefringence measurement is based on an ellipticity measurement. Light is polarized just before entering the cavity by polarizer P. The beam transmitted by the cavity is then analyzed by analyzer A crossed at maximum extinction and collected by a low-noise photodiode Ph_e (the intensity of the extraordinary beam I_e). The analyzer also has an escape window that allows us to extract the ordinary beam (intensity

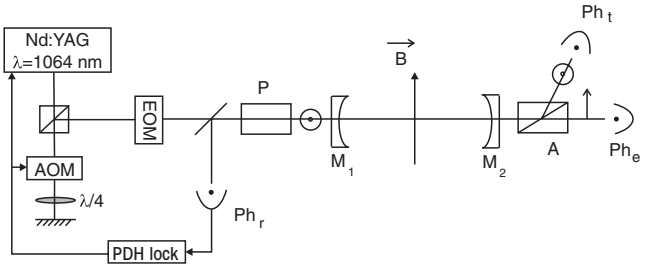


FIG. 1. Experimental setup. A Nd:YAG laser is frequency locked to the Fabry-Pérot cavity consisting of mirrors M_1 and M_2. The laser beam is linearly polarized by polarizer P and analyzed with polarizer A. This analyzer allows one to extract the extraordinary beam sent on photodiode Ph_e as well as the ordinary beam sent on photodiode Ph_t. The beam reflected by the cavity analyzed on the photodiode Ph_r is used for the cavity locking. A transverse magnetic field B can be applied inside the cavity in order to study the magnetic birefringence of the medium. The following denotations are used: EOM, electro-optic modulator; AOM, acousto-optic modulator; and PDH, Pound-Drever-Hall.

I_t), which corresponds to the polarization parallel to P. This beam is collected by the photodiode Ph_t.

All the optical components from polarizer P to analyzer A are placed in an ultrahigh-vacuum chamber. In order to perform birefringence measurements on high-purity gases, the vacuum chamber is connected to several gas bottles through leak valves that allow one to precisely control the amount of injected gas. Finally, since the goal of the experiment is to measure magnetic birefringence, magnets surround the vacuum pipe. The transverse magnetic field is created due to pulsed coils described in Ref. [18] and briefly detailed in the following section.

Both signals collected by the photodiodes outside the cavity are simultaneously used in the data analysis as follows:

$$\frac{I_e}{I_t} = \sigma^2 + \Psi_{\mathrm{tot}}^2, \tag{3}$$

where Ψ_{tot} is the total ellipticity acquired by the beam going from P to A and σ^2 is the polarizer extinction ratio. Our polarizers are Glan laser prisms, which have an extinction ratio of 2×10^{-7}.

The origin of the total ellipticity of the cavity is due to the intrinsic birefringence of mirrors M_1 and M_2, as will be discussed in Sec. II C 2. We define the ellipticity imparted to the linearly polarized laser beam when light passes through each mirror substrate as $\Gamma_{s1,2}$ and the one induced by the reflecting layers of the mirrors as Γ_c. An additional component Ψ of the total ellipticity can be induced by the external magnetic field. Since we use pulsed magnetic fields, this ellipticity is a function of time. Finally, if the ellipticities are small compared to unity, one gets

$$\frac{I_e(t)}{I_t(t)} = \sigma^2 + [\Gamma + \Psi(t)]^2, \tag{4}$$

where $\Gamma = \Gamma_{s1} + \Gamma_{s2} + \Gamma_c$ is the total static birefringence.

B. Magnetic field

It is clear from Eq. (1) that one of the critical parameter for experiments looking for magnetic birefringence is B^2L. Our choice has been to reach a B^2L as high as possible while having a B as high as possible with an L such as to set up a tabletop low-noise optical experiment. This is fulfilled using pulsed magnets that can provide fields of several tens of teslas. Our apparatus consists of two magnets, called X-coils. The principle of these magnets and their properties are described in detail in Refs. [16,18].

The magnetic-field profile along the longitudinal $z$axis, which corresponds to the axis of propagation of the light beam, has been measured with a calibrated pickup coil. Figure 2 shows the normalized profile of an X-coil. The magnetic field is not uniform along z. We define B_{max} as the maximum field provided by the coil at its center and L_B as the equivalent length of a magnet producing a uniform magnetic field B_{max} such that

$$\int_{-\infty}^{+\infty} B^2(z)dz = B_{\mathrm{max}}^2 L_B, \tag{5}$$

where L_B is about the half of the X-coil's length. Each X-coil currently used has reached more than 14 T over 0.13 m of

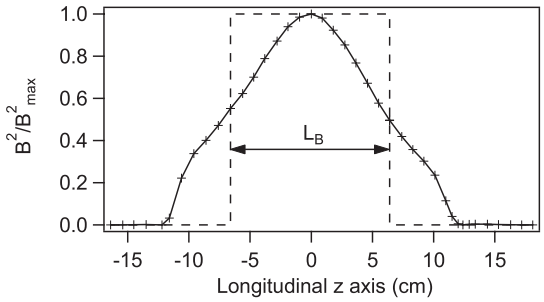


FIG. 2. Normalized profile of the square of the magnetic field along the longitudinal $z$axis (solid line) inside one X-coil. This is compared to the equivalent uniform magnetic field (dashed line) over the effective magnetic length L_B (see the text).

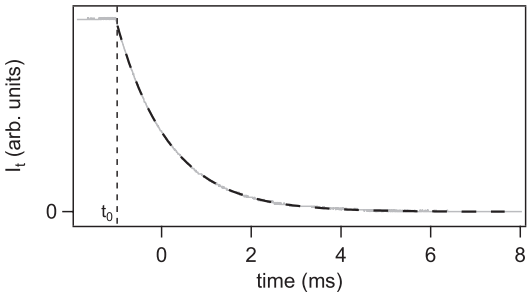


FIG. 3. Time evolution of the intensity of the ordinary beam (gray solid line). The laser is switched off at $t = t_0$. Experimental data are fitted by an exponential decay (black dashed line), giving a photon lifetime of $\tau = 1.16$ ms, a finesse of $F = 481\,000$, and a linewidth of $\Delta\nu = c/2nL_cF = 137$ Hz.

effective length corresponding to 25 T^2 m. The total duration of a pulse is a few milliseconds. The magnetic field reaches its maximum value within 2 ms.

The pulsed coils are immersed in a liquid-nitrogen cryostat to limit the consequences of heating, which could be a cause of permanent damage to the coil's copper wire. The pulse duration is short enough that the coil, starting at liquid-nitrogen temperature, always remains at a safe level i.e., below room temperature. A pause between two pulses is necessary to let the magnet cool down to the equilibrium temperature, which is monitored via the X-coils' resistance. The maximum repetition rate is 5 pulses per hour.

C. Fabry-Pérot cavity

The other key point of our experiment is to accumulate the effect due to the magnetic field by trapping the light between two ultrahigh-reflectivity mirrors constituting a Fabry-Pérot cavity. Its length has to be large enough to leave a wide space so as to insert our two cylindrical cryostats (with a diameter of 60 cm for each cryostat) and vacuum pumping system. The length of the cavity is $L_c = 2.27$ m, which corresponds to a free spectral range of $\Delta^{\mathrm{FSR}} = c/2nL_c \simeq 66$ MHz, with n the index of refraction of the considered medium in which the cavity is immersed. This index of refraction can be considered equal to one. The total acquired ellipticity Ψ is linked to the ellipticity ψ acquired in the absence of a cavity and depends on the cavity finesse F as follows [19]:

$$\Psi = \frac{2F}{\pi}\psi, \tag{6}$$

where F is given by

$$F = \frac{\pi\sqrt{R_M}}{1 - R_M}, \tag{7}$$

with R_M the intensity reflection coefficient, which is supposed to be the same for both mirrors. A finesse as high as possible is essential to increase the induced signal.

1. *Cavity finesse and transmission*

Experimentally, the finesse is inferred from a measurement of the photon lifetime τ inside the cavity as presented in Fig 3. For $t < t_0$, the laser is locked to the cavity. The laser intensity is then switched off at t_0 due to the AOM shown in Fig. 1 and used as an ultrafast commutator. For $t > t_0$, one sees the typical exponential decay of the intensity of the transmitted ordinary beam [20]

$$I_t(t) = I_t(t_0)e^{-(t-t_0)/\tau}. \tag{8}$$

The photon lifetime is related to the finesse of the cavity through the relation

$$\tau = \frac{nL_cF}{\pi c}. \tag{9}$$

By fitting our data with Eq. (8) we get $\tau = 1.16$ ms, which corresponds to a finesse of $F = 481\,000$ and a cavity linewidth of $\Delta\nu = c/2nL_cF = 137$ Hz. We summarize in Table I the performances of some well-known sharp cavities at $\lambda = 1064$ nm, showing the quality of our cavity.

The transmission of the cavity T_c is another important parameter. It corresponds to the intensity transmitted by the cavity divided by the intensity incident on the cavity when the laser frequency is locked. Indeed, in order not to be limited by the noise of photodiodes Ph_t and Ph_e, I_t and I_e have to be sufficiently high. This point is particularly critical for I_e, which corresponds to the intensity transmitted by the cavity multiplied by σ^2. With a Ph_e noise equivalent power of 11 $\mathrm{fW}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$, we need an incident power greater than 0.2 nW so as not to be limited by the electronic noise of Ph_e.

Our cavity transmission is 20%. The measurements of the finesse and the transmission allow us to calculate mirrors properties such as their intensity transmission T_M and their losses P_M as a result of the following relations:

$$F = \frac{\pi}{T_M + P_M}, \tag{10}$$

$$T_c = \left(\frac{T_M F}{\pi}\right)^2, \tag{11}$$

supposing that the mirrors are identical. We found $T_M = 3$ ppm and $P_M = 3.5$ ppm, which correspond to the specifications provided by the manufacturer.

To conclude, our high-finesse cavity enhances the Cotton-Mouton effect by a factor $2F/\pi = 306\,000$ and its transmission allows measurements that are not limited by the noise of the detection photodiodes.

TABLE I. Performance summary of the sharpest infrared interferometers in the world. The following denotations are use: L_c is the length of the Fabry-Pérot cavity, Δ^{FSR} is its full spectral range, F is the cavity finesse, τ is the photon lifetime, $\Delta\nu$ is the frequency linewidth, and $Q = \nu_{\mathrm{laser}}/\Delta\nu$ is the quality factor of the interferometer, with ν_{laser} the laser frequency.

Interferometer	Ref.	L_c(m)	Δ^{FSR} (kHz)	F	τ (μs)	$\Delta\nu$ (Hz)	Q
VIRGO	[21]	3000	50	50	160	1000	2.8×10^{11}
TAMA300	[22]	300	500	500	160	1000	2.8×10^{11}
PVLAS	[11]	6.4	23 400	70 000	475	335	8.4×10^{11}
LIGO	[23]	4000	37	230	975	163	17×10^{11}
BMV	this work	2.27	66 000	481 000	1160	137	21×10^{11}

2. *Cavity birefringence*

The origin of the total static ellipticity is due to the mirror intrinsic phase retardation. Mirrors can be regarded as wave plates and for small birefringence, the combination of both wave plates gives a single wave plate. The phase retardation and the axis orientation of this equivalent wave plate depend on the birefringence of each mirror and on their respective orientations [19,24].

The intrinsic phase retardation of the mirrors is a source of noise limiting the sensitivity of the apparatus. Moreover, since our signal detection corresponds to a homodyne technique, the static ellipticity Γ is used as a zero-frequency carrier. To reach a shot-noise-limited sensitivity, one needs Γ to be as small as possible [16], implying that the phase retardation axes of both mirrors have to be aligned. For magnetic birefringence measurements, both mirrors' orientation is adjusted in order to have $10^{-3} < \Gamma < 3 \times 10^{-3}$ rad.

The measurement of the total ellipticity as a function of mirror orientation allows us to calculate the mirror intrinsic phase retardation per reflection. The experimental procedure is presented in Ref. [25]. The deduced phase retardation for our mirrors is $\delta_M = (7 \pm 6) \times 10^{-7}$ rad. Although the origin of the mirrors' static birefringence is still unknown, a review of the existing data shows that for interferential mirrors, the phase retardation per reflection decreases when reflectivity increases [25]. This observation is confirmed by our present measurement. It is also in agrement with the empirical trend given in Ref. [25]: $\delta_M \simeq 0.1(1 - R_M)$. Numerical calculations show that this trend can be explained by assuming that the effect is essentially due to the layers close to the substrate.

As previously stated, mirror birefringence has two contributions: One comes from the substrate and the other is due to the reflecting layers. Whereas previous measurements do not allow one to distinguish between the two contributions, we will see that this can be achieved with the measurement of I_e decay.

A typical time evolution of I_e when the incident beam locked to the cavity is switched off is shown in Fig. 4. We see that this curve cannot be fitted by an exponential decay. As explained in Ref. [26], one has to take into account the intrinsic birefringence of the cavity. Nevertheless, the expression derived in Ref. [26], which takes into account only the reflecting layer's birefringence, does not always fit our data. The evolution of I_e sometimes presents an unexpected behavior: Whereas photons no longer enter the cavity at $t = t_0$, the extraordinary intensity starts growing before decreasing. To reproduce this behavior, one has to take into account the substrate birefringence.

We now calculate the transmitted intensity along the round-trip inside the cavity.

For $t \leqslant t_0$, the laser is continuously locked to the cavity. According to Eq. (4), the intensities of the ordinary and extraordinary beams are related by

$$I_e(t \leqslant t_0) = [\sigma^2 + (\Gamma_{s2} + \Gamma_{s1} + \Gamma_c)^2] I_t(t \leqslant t_0). \quad (12)$$

At $t = t_0$, the laser beam is abruptly switched off and the cavity empties gradually. The ordinary and extraordinary beams are slightly transmitted at each reflection on the mirrors; however, because these mirrors are birefringent, some photons of the ordinary beam are converted into the extraordinary one. The reverse effect is neglected because $I_e \ll I_t$.

We then follow the same procedure as in Ref. [26] to calculate the time evolution of I_e. For $t > t_0$, one gets

$$I_e(t) = I_t(t) \left\{ \sigma^2 + \left[\Gamma_{s1} + \Gamma_{s2} + \Gamma_c \left(1 + \frac{t - t_0}{2\tau} \right) \right]^2 \right\}. \quad (13)$$

The behavior shown in Fig. 4 is reproduced if $\Gamma_{s1} + \Gamma_{s2} \simeq -\Gamma_c$. This expression is used to fit our experimental data plotted in Fig. 4. We find a photon lifetime of $\tau = 960$ μs, which is in good agreement when fitting I_t [27], $\Gamma_{s1} + \Gamma_{s2} = 2 \times 10^{-3}$ rad, and $\Gamma_c = -7 \times 10^{-3}$ rad. We have evidence that the substrate is birefringent and that this birefringence contributes to the total ellipticity due to the cavity.

D. Signal analysis

The voltage signals V_e and V_t provided by Ph_e and Ph_t are the starting point of our analysis. Voltage signals have to

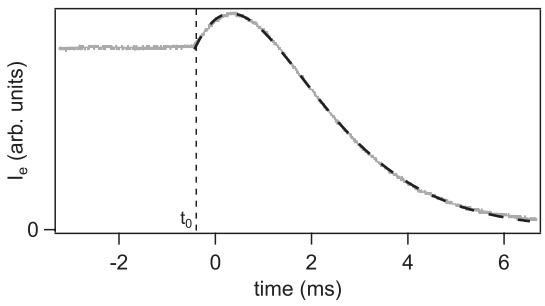


FIG. 4. Time evolution of the intensity of the extraordinary beam (gray solid line). The laser is switched off at $t = t_0$. Experimental data are perfectly fitted by Eq. (13) (black dashed line).

be converted into intensity signals by using the photodiode conversion factors g_e and g_t:

$$I_e = g_e V_e, \tag{14}$$

$$I_t = g_t V_t. \tag{15}$$

As demonstrated in Ref. [26], before analyzing raw signals one has to take into account the first-order low-pass filtering of the cavity. In Fourier space $I_{t,\text{filtered}}$ is given by

$$I_{t,\text{filtered}}(\omega) = \frac{1}{1 + i\frac{\omega}{\omega_c}} I_t(\omega), \tag{16}$$

where $\nu_c = \omega_c/2\pi = 1/4\pi\tau$ is the cavity cutoff frequency. Then, according to Eq. (4), the ellipticity $\Psi(t)$ to be measured can be written as

$$\Psi(t) = -\Gamma + \sqrt{\frac{I_e(t)}{I_{t,\text{filtered}}(t)} - \sigma^2}. \tag{17}$$

The total static birefringence Γ is measured a few milliseconds just before the beginning of the magnetic pulse, thus when $\Psi(t) = 0$.

In contrast, Ψ is proportional to the square of the magnetic field and thus can be written as

$$\Psi(t) = \kappa B^2_{\text{filtered}}(t). \tag{18}$$

Since the photon lifetime is comparable with the rise time of the magnetic field, the first-order low-pass filtering of the cavity also has to be taken into account for the quantity $B^2(t)$ as in Ref. [26]. To recover the value of the constant κ we calculate for each pulse the correlation between $\Psi(t)$ and $B^2_{\text{filtered}}(t)$:

$$\kappa = \frac{\int_0^{T_i} \Psi(t) B(t)^2_{\text{filtered}} dt}{\int_0^{T_i} [B(t)^2_{\text{filtered}}]^2 dt}, \tag{19}$$

where T_i is the integration time. A statistical analysis gives the mean value of κ and its uncertainty.

The magnetic birefringence Δn is finally given by

$$\Delta n(T, P) = \frac{\kappa}{4\pi\tau\Delta^{\text{FSR}}} \frac{\lambda}{L_B} \frac{1}{\sin 2\theta} \tag{20}$$

and Δn is thus expressed in T^{-2}. The terms T and P correspond to the gas temperature and pressure when measurements of magnetic birefringence on gases are performed. We define the normalized birefringence Δn_u as Δn for $P = 1$ atm and $B = 1$ T.

III. EXPERIMENTAL PARAMETERS AND ERROR BUDGET

In the following, to evaluate the precision of our apparatus in the present version, we list the uncertainties at 1σ on the measurement of the parameters of Eq. (20) as recommended in Ref. [28]. The uncertainty of the magnetic birefringence has two origins. The evaluation of the uncertainty by a statistical analysis of a series of observations is termed a type-A evaluation and mainly concerns the measurement of τ and κ. An evaluation by means other than the statistical analysis of a series of observations, calibrations for instance, is termed a type-B evaluation and especially affects the parameters B, Δ^{FSR}, L_B, λ, and θ.

A. Photon lifetime in the Fabry-Pérot cavity

The photon lifetime τ is measured by analyzing the exponential decay of the intensity of the transmitted light. Several measurements have been performed both before and after almost each magnetic pulse. The uncertainty of the value of τ comes from the fact that mirrors can move slightly because of thermal fluctuations and acoustic vibrations. Measurements conducted under the same experimental conditions have been studied statistically, leading to a relative variation of τ that does not exceed 2 at the 1σ level. Data taken during the operation, i.e., before and after magnetic pulses, show the same statistical properties as the ones taken without any magnetic field. Thus, the magnetic field does not cause additional change in τ.

B. Correlation factor

The correlation factor κ is given by Eq. (19). The type-A uncertainty of κ depends on the measurement of Ψ and thus on the experimental parameters given in Eq. (17). In practice, we pulse the magnets several times in the same experimental conditions to obtain a set of values of κ. The distribution of the κ values is found to be Gaussian and we assume that its standard deviation corresponds to the type-A uncertainty of κ. For our measurements performed with nitrogen and presented in Sec. IV B, the type-A relative uncertainty is typically 3.5%. The standard uncertainty of the average value of κ can then be reduced, thus increasing the number of pulses.

Type-B uncertainties depend on those of the square of the magnetic field, the photodiode conversion factors, and the filter function applied to the field. To measure the magnetic field during operation, we measure the current that is injected in our X-coil. As mentioned in Ref. [18], the form factor B/I has been determined experimentally during the test phase by varying the current inside the X-coil (modulated at room temperature or pulsed at liquid-nitrogen temperature) and by measuring the magnetic field induced on a calibrated pickup coil. These measurements have led to a relative type-B uncertainty of $\delta B/B = 0.7\%$ for the magnetic field corresponding to a type-B uncertainty of κ of 1.4%.

The ratio g_e/g_t is measured from time to time by sending the same light intensities to each photodiode. The relative uncertainty in this parameter is 1.5%, which corresponds to the same amount of relative uncertainty in κ.

The terms $I_t(t)$ and $B^2(t)$ are also filtered by a function that involves the parameter τ. We have empirically determined that a τ variation of 2% led to a κ variation of 0.8%. We can finally add quadratically the uncertainties above and deduce that a type-B uncertainty of 2.2% must be taken into account for every measurement of the correlation factor κ.

C. Frequency splitting between perpendicular polarizations

In this section we evaluate the attenuation of the extraordinary beam transmitted by our sharp resonant Fabry-Pérot cavity on which the laser's ordinary beam is frequency locked. Let us suppose that the ordinary (extraordinary) beam resonates in the interferometer at the frequency ν_t (ν_e). The laser is locked to the cavity due to the ordinary beam. Thus ν_t

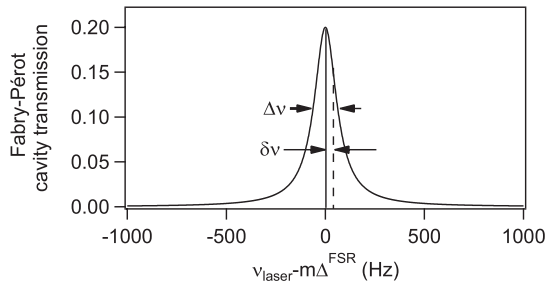


FIG. 5. Airy function of our Fabry-Pérot cavity (with a linewidth of $\Delta\nu = 137$ Hz, a transmission of $T_c = 20\%$, and where m is an integer). The frequency of the ordinary beam is assumed to be locked at the top of the transmission function (solid line) and the frequency ν_e of the extraordinary beam is shifted from ν_t by a quantity $\delta\nu$ (dashed line).

corresponds to the top of the transmission Airy function A of the Fabry-Pérot cavity, which is given by

$$A(\nu) = \frac{T_c}{1 + \frac{4F^2}{\pi^2}\sin^2\left(\frac{2\pi n L_c}{c}\nu\right)}. \tag{21}$$

The frequency ν_e is shifted from ν_t by a quantity $\delta\nu$, as shown in Fig. 5. The frequency splitting $\delta\nu = \nu_t - \nu_e$ can be expressed as a function of the phase retardation δ acquired along a round-trip between the ordinary and extraordinary beams:

$$\delta\nu = \frac{c}{2\pi n L_c}\delta = \frac{F\Delta\nu}{\pi}\delta. \tag{22}$$

This formula indicates that in order to have a splitting that is very small compared to the cavity linewidth ($\delta\nu \ll \Delta\nu$), the phase retardation δ must satisfy the following condition:

$$\delta \ll \frac{\pi}{F}, \tag{23}$$

which is equivalent to the condition on the acquired total ellipticity Ψ:

$$\Psi \ll 1. \tag{24}$$

By combining Eqs. (21) and (22), we obtain the factor of attenuation a of the transmitted extraordinary beam's intensity given by

$$a = \frac{A(\nu_e)}{A(\nu_t)} = \frac{1}{1 + \frac{4F^2}{\pi^2}\sin^2\left(\frac{2\pi n L_c}{c}\delta\nu\right)} = \frac{1}{1 + \frac{4F^2}{\pi^2}\sin^2(\delta)}. \tag{25}$$

The attenuation factor a is plotted as a function of δ in Fig. 6 for a finesse $F = 481\,000$. The *real* intensity I_e of the extraordinary beam transmitted by the cavity is obtained from the corrected *measured* intensity I_e^{meas} as $I_e = I_e^{\text{meas}}/a$.

First, the frequency splitting can be due to our birefringent cavity. As in Ref. [19], we consider both cavity mirrors to be equivalent to a single wave plate with phase retardation $\delta_w = \delta$ between both polarizations. The total phase retardation δ_w is

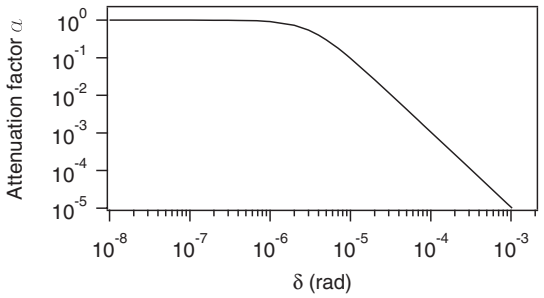


FIG. 6. Attenuation factor a as a function of the phase retardation δ between both polarizations.

linked to the cavity mirrors' $M_1$and M_2own phase retardation δ_1 and δ_2 as [19]

$$\delta_w = \sqrt{(\delta_1 - \delta_2)^2 + 4\delta_1\delta_2\cos^2(\theta_m)}. \tag{26}$$

To set a δ_w as small as possible so as to minimize the correction to I_e^{meas}, one needs to adjust the angle θ_m between the neutral axes of both mirrors. This way, we set a δ_w of the order of a few 10^{-8} rad, corresponding to a correction smaller than 0.001% on I_e^{meas}.

Second, the frequency splitting between both polarizations can be due to the induced magnetic birefringence of the medium inside the chamber. As seen above, the induced ellipticity given by Eq. (24) must be well below 1 rad. This condition is always satisfied in the range of pressure and field we are working. The induced ellipticity does not exceed 10^{-2} rad. This corresponds at worst to a phase retardation of $\delta = 10^{-7}$ rad. The attenuation factor I_e^{meas} is thus smaller than 0.1%.

In principle, this attenuation generates an error that has to be taken into account in the measured ratio I_e/I_t,filtered in Eq. (17), which implies an error in the value of κ. At present, since the attenuation is smaller than 0.1%, this error can be neglected compared to the others uncertainties in κ.

D. Cavity-free spectral range

The dedicated experimental setup for the measurement of the cavity free spectral range $\Delta^{\text{FSR}} = c/2nL_c$ is shown in Fig. 7. The principle is to inject into the cavity two laser beams that are shifted relative to each other by a given frequency. This frequency is then adjusted to coincide with the free spectral range.

Experimentally, the main beam is divided into two parts due to a polarizing beam splitting cube. The first part is directly injected into the cavity and the other one is frequency shifted by the acousto-optic modulator AOM2 with a double-pass configuration before injection. The main beam is frequency modulated with a voltage ramp applied on a piezoelement mounted on the crystal resonator of the laser.

The intensity transmitted by the cavity is observed on Ph_t as shown in Fig. 8. The solid line corresponds to the intensity of the first beam. We observe typical Fabry-Pérot peaks whose frequency gap corresponds to Δ^{FSR}. Peaks due to the second beam (dashed line) are frequency shifted by $2f_{\text{AOM2}}$. We finally adjust f_{AOM2} in order to superimpose both series of peaks. The precise knowledge of the driven frequency f_{AOM2} enables us to

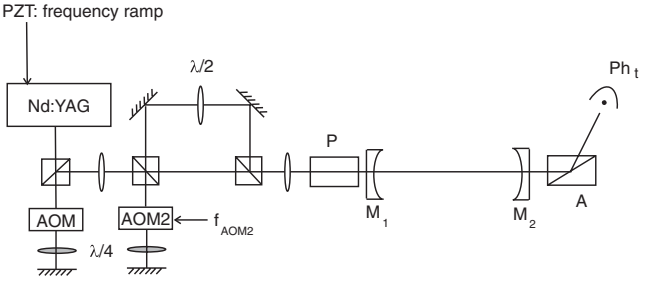


FIG. 7. Experimental setup for the cavity length measurement. Two laser beams that are frequency shifted relative to each other by the AOM2 are injected into the cavity. The frequency of the laser is frequency modulated with a voltage ramp applied on a piezoelement (PZT) mounted on the crystal resonator of the laser. Photodiode Ph_t allows us to observe the typical Fabry-Pérot peaks from which the Δ^{FSR} measurement is performed.

determine with the same precision the value of the free spectral range and thus the cavity length.

A typical value is $\Delta^{FSR} = (65.996 \pm 0.017)$ MHz. This corresponds to a cavity length of $L_c = (2.2713 \pm 0.0006)$ m. Since this length can be prone to variation, the Δ^{FSR} value is regularly checked and updated.

E. Effective magnetic length

Following Eq. (5), the effective magnetic length L_B has been calculated by numerically integrating the field measured with a calibrated pickup coil. Taking into account the experimental uncertainties, for one X-coil we obtain $L_B = (0.137 \pm 0.003)$ m, which corresponds to a relative type-B uncertainty of L_B of 2.2%.

F. Laser wavelength

As mentioned above, infrared light enters the cavity. The wavelength of the Nd:YAG laser is 1064 nm and its uncertainty is given by the width of the laser transition. The natural linewidth of Nd:YAG lasers is not usually given by the manufacturers. However, we can estimate it from the bandwidth of the gain curve of the amplifying medium. It is typically of the order of 30 GHz [29]. This corresponds to an uncertainty on the laser wavelength of 0.3 nm. In order to be conservative, we use $\lambda = (1064.0 \pm 0.5)$ nm. The relative uncertainty is negligible in our case, compared to main uncertainties.

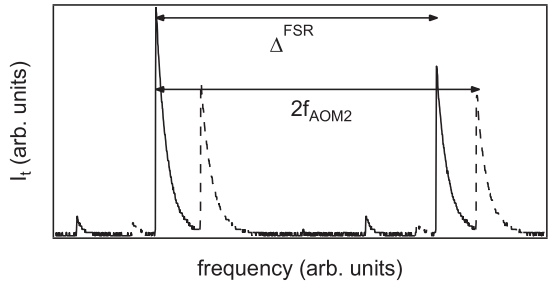


FIG. 8. Transmission peaks of the Fabry-Pérot cavity as a function of the laser frequency. Two beams are sent to the interferometer: The second beam (dashed line) is frequency shifted by $2f_{AOM2}$ relative to the first beam (solid line). The adjustment of f_{AOM2} in order to superimpose both series of peaks allows us to precisely measure the free spectral range Δ^{FSR} of the cavity.

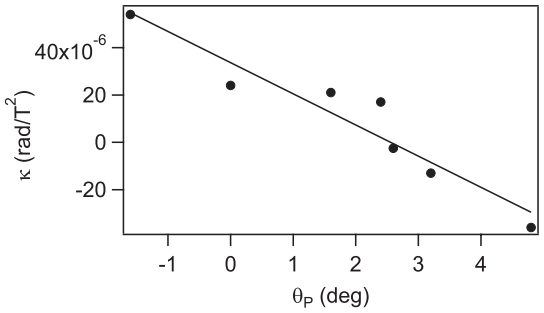


FIG. 9. Correlation factor κ between the square of the magnetic field and the ellipticity as a function of the angle θ_P of the incident polarization.

G. Angle between the incident polarization and the magnetic-field direction

The angle between the incident light polarization and the magnetic-field direction is adjusted to 45° as a result of magnetic birefringence measurements as a function of the polarizer direction θ_P. In order to be more sensitive, this is performed close to the position where the magnetic field is parallel to the polarizer P ($\theta = 0°$).

Measurements are realized with about 7×10^{-3} atm of air. The analyzer direction is crossed at maximum extinction each time the polarizer is turned. Figure 9 represents the evolution of the correlation factor κ as a function of θ_P. Data are fitted by a sinusoidal trend $\kappa(\theta_P) = \kappa_0 \sin[2(\theta_P - \theta_0)]$ giving $\theta_0 = (2.6 \pm 0.2)°$. This measurement allows us to set $\theta = (45.0 \pm 1.2)°$. The uncertainty is mainly due to the mechanical system that holds and turns the polarizer.

H. Error budget

We summarize in Table II the typical values of the experimental parameters that have to be measured and their type-B associated uncertainty. These uncertainties are quadratically added to give a type-B relative uncertainty of the birefringence Δn of 3.1% at 1σ.

TABLE II. Parameters that have to be measured to infer the value of the birefringence Δn and their respective relative type-B uncertainty at 1σ.

Parameter	Typical value	Relative type-B uncertainty
κ	10^{-5} rad T^{-2}	2.2×10^{-2}
Δ^{FSR}	65.996 MHz	3×10^{-4}
L_B	0.137 m	2.2×10^{-2}
λ	1064.0 nm	$<5 \times 10^{-4}$
$\sin 2\theta$	1.0000	9×10^{-4}
Total		3.1×10^{-2}

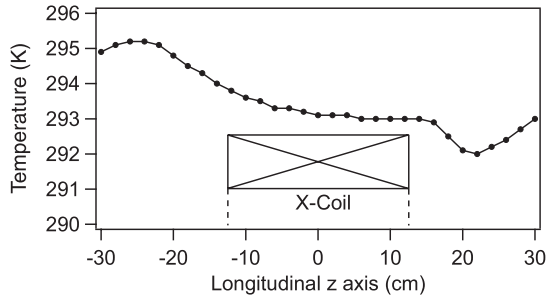


FIG. 10. Profile of the temperature inside the vacuum pipe along the longitudinal $z$axis. The X-coil is also schematized at the center. The temperature variation does not exceed 1 K inside the tube that runs through it.

I. Temperature and pressure of gases

Gas magnetic birefringence measurements are performed at room temperature $T = 293$ K. The experimental room is air conditioned. A flow of compressed air between the outer wall of the vacuum pipe and the liquid-nitrogen cryostat containing the magnet maintains the room temperature in the gas chamber.

A temperature profile has been realized along the length of the vacuum pipe and is plotted in Fig. 10. The temperature variation does not exceed 1 K inside the tube that passes through the magnetic field. Concerning gases, we consider that our birefringence measurements are given at (293±1) K. The pressure of the gas inside the chamber is measured at each side of the vacuum pipe getting into magnets with pressure gauges. The relative uncertainty provided by the manufacturer is 0.2%.

IV. MAGNETIC BIREFRINGENCE MEASUREMENTS

A. Raw signals

Figure 11 presents signals obtained with 32.1×10^{-3} atm of molecular nitrogen. The intensity of the ordinary beam I_t (top) remains almost constant while the intensity of the extraordinary beam I_e (middle) varies when the magnetic field (bottom) is applied. The magnetic field reaches its maximum of 5.2 T within less than 2 ms.

The laser beam remains locked to the Fabry-Pérot cavity, despite mechanical vibrations caused by the shot of magnetic field. The intensities I_t and I_e start oscillating after about 4 ms. Seismometers placed on mirror mounts show that these oscillations are mainly due to acoustic perturbations produced by the magnet pulse and propagating from the magnet to the mirror mounts through the air. We also see that the minimum of I_e does not coincide with the maximum of B^2. This phenomenon is due to the cavity filtering, as explained in detail in Ref. [26].

In Fig. 12 we plot the square of the magnetic field filtered by the cavity and the ellipticity calculated with Eq. (17) as a function of time. Since the acoustic perturbations affect both signals I_t and I_e, by taking into account the cavity filtering between I_t and I_e, oscillations on Ψ are strongly reduced to a few 10^{-5} rad and thus are not visible in this figure. These oscillations induce uncertainty to the measurement, but are already included in the type-A uncertainty on κ measured in Sec. III B.

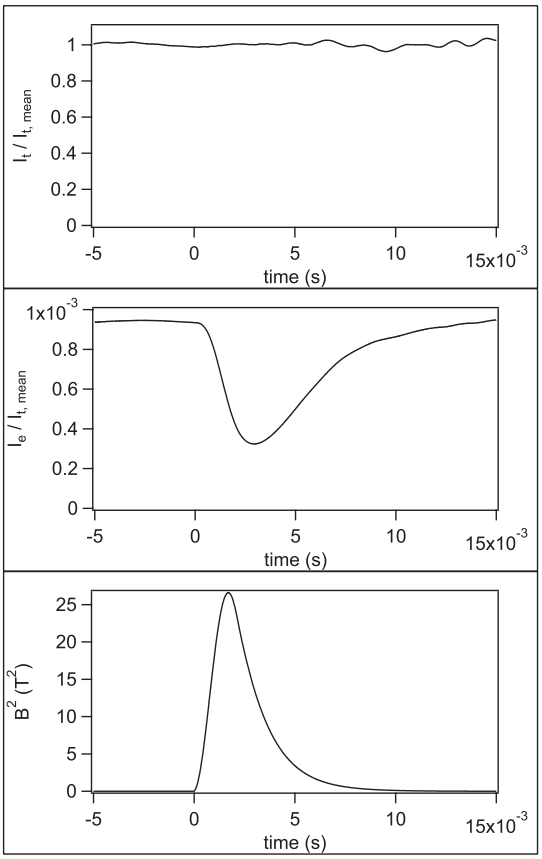


FIG. 11. Cotton-Mouton effect measurements on 32.1×10^{-3} atm of molecular nitrogen: top, normalized intensity of the ordinary beam as a function of time; middle, intensity of the extraordinary beam divided by the mean of I_t as a function of time; and bottom, square of the magnetic field as a function of time.

Finally, we note that both quantities B^2_{filtered} and Ψ reach their extremum at the same time and their variation can be perfectly superimposed, thus providing a precise measurement of magnetic linear birefringence of nitrogen gas.

B. Apparatus calibration

In order to calibrate our apparatus and to evaluate its present sensitivity we have measured the magnetic birefringence of

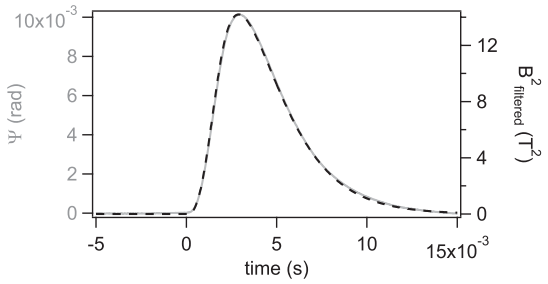


FIG. 12. Cotton-Mouton effect measurement on 32.1×10^{-3} atm of molecular nitrogen. The gray line denotes the total ellipticity as a function of time and the dashed line denotes the square of the magnetic field filtered by a first-order low-pass filter corresponding to the cavity filtering.

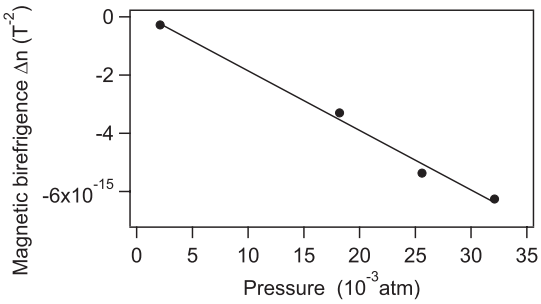


FIG. 13. Magnetic birefringence of molecular nitrogen as a function of pressure. The solid line corresponds to the linear fit of the experimental data.

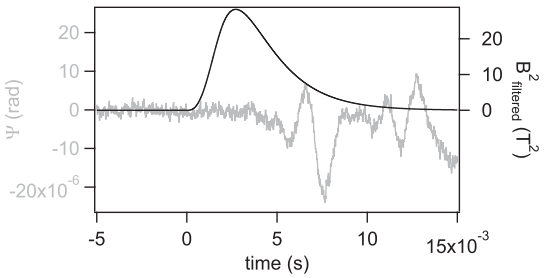


FIG. 14. Typical ellipticity (gray) measured during a magnetic pulse (black) performed in vacuum. Acoustic perturbations generate ellipticity oscillations starting at 4 ms.

molecular nitrogen. These measurements have been performed at different pressures from 2.1×10^{-3} to 32.1×10^{-3} atm and are summarized in Fig. 13. In this range, nitrogen can be considered as an ideal gas and the pressure dependence of its birefringence is thus linear:

$$\Delta n[\mathrm{T}^{-2}] = \Delta n_u[\mathrm{atm}^{-1}\,\mathrm{T}^{-2}]P[\mathrm{atm}]. \tag{27}$$

We have checked that our data are correctly fitted by a linear equation. Its Δn axis intercept is consistent with zero within the uncertainties. Its slope gives the normalized magnetic birefringence at $B = 1$ T and $P = 1$ atm (in $\mathrm{atm}^{-1}\,\mathrm{T}^{-2}$):

$$\Delta n_u = (-2.00 \pm 0.08 \pm 0.06) \times 10^{-13}.$$

The first uncertainty 0.08×10^{-13} $\mathrm{atm}^{-1}\mathrm{T}^{-2}$ corresponds to the fitting uncertainty and represents the type-A total uncertainty at 1σ; the second one 0.06×10^{-13} $\mathrm{atm}^{-1}\mathrm{T}^{-2}$ represents the type-B uncertainty at 1σ.

Our value of the normalized birefringence is compared in Table III to other published experimental values at $\lambda =$ 1064 nm [30,31]. The table shows that our value agrees perfectly well with other existing measurements. Our total uncertainty is 10^{-14} atm^{-1} T^{-2}, calculated by quadratically adding the type-A and type-B uncertainties. This is 1.8 times more precise than the other results. It therefore provides a successful calibration of the whole apparatus.

C. Upper limit on vacuum magnetic birefringence measurements

Once the calibration had been performed we evaluated the upper limit of the present apparatus on vacuum magnetic birefringence. To this end, several pulses were performed in vacuum. A typical ellipticity measured during a magnetic pulse is plotted in Fig. 14. Acoustic perturbations induce oscillations of Ψ starting at about 4 ms, with variations of the order of 10^{-5} rad. In order to infer our best upper limit for the value of the vacuum magnetic birefringence, we limit the integration time to 4 ms. We get $\Delta n < 5.0 \times 10^{-20}$ T^{-2} per pulse.

TABLE III. Comparison between our value of the nitrogen normalized magnetic birefringence and other experimental published values at $\lambda = 1064$ nm.

Ref.	$\Delta n_u \times 10^{-13}$ (at $P = 1$ atm and $B = 1$ T)
[30]	-2.17 ± 0.21
[31]	$-2.02 \pm 0.16 \pm 0.08$
this work	$-2.00 \pm 0.08 \pm 0.06$

During operation, the pressure inside the UHV system was better than 10^{-10} atm. To be conservative, let us assume that residual gases are mainly 78% nitrogen and 21% oxygen. The normalized magnetic birefringences of these gases are of the order of -2×10^{-13} and -2×10^{-12} $\mathrm{atm}^{-1}\,\mathrm{T}^{-2}$, respectively [12]. The total residual magnetic birefringence is then of the order of 6×10^{-23} T^{-2}, which is well below our current upper limit. In the final setup, vacuum quality will be monitored with a residual gas analyzer.

V. CONCLUSION

The successful calibration we report in this paper is a crucial step toward the measurement of vacuum magnetic birefringence. It shows our capability to couple intense magnetic fields with one of the sharpest Fabry-Pérot cavities in the world. It is worthwhile to note that an energy of about 100 kJ is discharged in our coils during a few milliseconds. These 10 MW of electrical power generate acoustic perturbations and mechanical vibrations that tend to misalign the cavity mirrors. The linewidth $\Delta\nu$ of our Fabry-Pérot cavity is of the order of 150 Hz. A relative displacement $\Delta L_c = L_c\Delta\nu/\nu_{\mathrm{laser}}$ $= 1$ pm of both mirrors is enough to get out of resonance. The sharper the cavity, the bigger the challenge.

The sensitivity per pulse we got in both gases and vacuum is outstanding. For the sake of comparison, the best birefringence limit obtained in vacuum with continuous magnets is $\Delta n \leqslant$ 2.1×10^{-20} T^{-2} with an integration time of $t_{\mathrm{int}} = 65\ 200$ s [11]. In order to compare both methods, we need to translate the best limit obtained in the continuous regime to the one obtained with our integration time $T_i = 4$ ms. Assuming white noise for both methods, the best limit reported in Ref. [11] corresponds to $\Delta n(T_i) = \Delta n(t_{\mathrm{int}})\sqrt{t_{\mathrm{int}}/T_i} \leqslant 8.5 \times 10^{-17}$ in 4 ms of integration. This value is more than three orders of magnitude higher than ours, proving that pulsed fields are a powerful tool for magnetic birefringence measurements.

The long-term prospective is to get a value of $\Delta n =$ 4×10^{-24} T^{-2}, corresponding to the vacuum magnetic birefringence, with at most 1000 pulses. This corresponds to a sensitivity better than 1.3×10^{-22} T^{-2} per pulse. A factor of the order of 10 of optical sensitivity will be achievable with

better acoustic insulation and a more robust locking system, in particular reducing the noise of the measured light intensities transmitted by the cavity. Further improvements depend on the possibility of having higher magnetic fields. We have designed a pulsed coil, called the XXL-coil, which has already reached a field higher than 30 T when a current higher than 27 000 A is injected. This corresponds to more than 300 T^2 m [32]. Two XXL-coils will allow us to improve our current sensitivity by a factor 100. We plan to modify the apparatus in order to host these XXL-coils. Therefore, the final version of the experiment will be ready for operation.

ACKNOWLEDGMENTS

We thank all the members of the Biréfringence Magnétique du Vide collaboration, in particular J. Béard, J. Billette, P. Frings, J. Mauchain, M. Nardone, L. Recoules, and G. Rikken for strong support. We are also indebted to the whole technical staff of LNCMI. We acknowledge the support of the Fondation pour la Recherche IXCORE and the ANR-Programme non Thématique (Grant No. ANR-BLAN06-3-139634).

[1] J. Kerr, Br. Assoc. Rep. 568 (1901).
[2] Q. Majorana, Rendic. Accad. Lincei **11**, 374 (1902); C. R. Hebd. Séanc. Acad. Sci. Paris **135**, 159 (1902).
[3] A. Cotton and H. Mouton, C. R. Hebd. Séanc. Acad. Sci. Paris **141**, 317 (1905); **142**, 203 (1906); **145**, 229 (1907); Ann. Chem. Phys. **11**, 145 (1907).
[4] Z. Bialynicka-Birula and I. Bialynicki-Birula, Phys. Rev. D **2**, 2341 (1970).
[5] S. L. Adler, Ann. Phys. (NY) **67**, 599 (1971).
[6] H. Euler and B. Kochel, Naturwissenschaften **23**, 246 (1935).
[7] W. Heisenberg and H. Euler, Z. Phys. **38**, 714 (1936).
[8] V. I. Ritus, Sov. Phys. JETP **42**, 774 (1975).
[9] [http://www.codata.org].
[10] S.-J. Chen, H.-H. Mei, and W.-T. Ni, Mod. Phys. Lett. A **22**, 2815 (2007).
[11] E. Zavattini *et al.*, Phys. Rev. D **77**, 032006 (2008).
[12] C. Rizzo, A. Rizzo, and D. M. Bishop, Int. Rev. Phys. Chem. **16**, 81 (1997).
[13] A. D. Buckingham, W. H. Prichard, and D. H. Whiffen, Trans. Faraday Soc. **63**, 1057 (1967).
[14] R. Cameron *et al.*, Phys. Rev. D **47**, 3707 (1993).
[15] C. Rizzo, Europhys. Lett. **41**, 483 (1998).
[16] R. Battesti *et al.*, Eur. Phys. J. D **46**, 323 (2008).
[17] R. W. P. Drever, J. L. Hall, F. V. Kowalski, J. Hough, G. M. Ford, A. J. Munley, and H. Ward, Appl. Phys. B **31**, 97 (1983).
[18] S. Batut *et al.*, IEEE Trans. Appl. Supercond. **18**, 600 (2008).
[19] F. Brandi, F. Della Valle, A. M. De Riva, P. Micossi, F. Perrone, C. Rizzo, G. Ruoso, and G. Zavattini, Appl. Phys. B **65**, 351 (1997).
[20] O. Svelto, *Principles of Lasers*, 4th ed. (Springer, Berlin, 1998), pp. 167–168.
[21] Virgo Collaboration, Appl. Opt. **46**, 3466 (2007).
[22] G. Heinzel, Class. Quantum Grav. **18**, 4113 (2001).
[23] M. Rakhmanov *et al.*, Class. Quantum Grav. **21**, S487 (2004).
[24] D. Jacob, M. Vallet, F. Bretenaker, A. Le Floch, and M. Oger, Opt. Lett. **20**, 671 (1995).
[25] F. Bielsa, A. Dupays, M. Fouché, R. Battesti, C. Robilliard, and C. Rizzo, Appl. Phys. B **97**, 457 (2009).
[26] P. Berceau, M. Fouché, R. Battesti, F. Bielsa, J. Mauchain, and C. Rizzo, Appl. Phys. B **100**, 803 (2010).
[27] Figures 3 and 4 do not correspond to the same run of data and thus cannot be directly compared.
[28] P. J. Mohr and B. N. Taylor, J. Phys. Chem. Ref. Data **28**, 1713 (1999).
[29] J. Hecht, *The Laser Guidebook*, 2nd ed. (McGraw-Hill, New York, 1992), p. 403.
[30] M. Bregant *et al.*, Chem. Phys. Lett. **392**, 276 (2004).
[31] H.-H. Mei, W.-T. Ni, S.-J. Chen, and S.-S. Pan, Chem. Phys. Lett. **471**, 216 (2009).
[32] [http://www.toulouse.lncmi.cnrs.fr/spip.php?rubrique32].

PHYSICAL REVIEW A **88**, 043815 (2013)

Faraday and Cotton-Mouton effects of helium at λ = 1064 nm

A. Cadène, D. Sordes, P. Berceau, M. Fouché, R. Battesti, and C. Rizzo*
Laboratoire National des Champs Magnétiques Intenses, UPR 3228, CNRS-UPS-UJF-INSA, 31400 Toulouse, France
(Received 24 July 2013; published 10 October 2013)

We present measurements of the Faraday and the Cotton-Mouton effects of helium gas at λ = 1064 nm. Our apparatus is based on an up-to-date resonant optical cavity coupled to longitudinal and transverse magnetic fields. This cavity increases the signal to be measured by more than a factor of 270 000 compared to the one acquired after a single passage of light in the magnetic field region. We have reached a precision of a few percent for both the Faraday and the Cotton-Mouton effect. Our measurements give the experimental value of the Faraday effect at λ = 1064 nm. This value is compatible with the theoretical prediction. Concerning the Cotton-Mouton effect, our measurement agrees at better than 1σ with theoretical predictions.

DOI: 10.1103/PhysRevA.88.043815 PACS number(s): 42.25.Lc, 78.20.Ls, 12.20.−m

I. INTRODUCTION

In 1845 Faraday discovered that a magnetic field affects the propagation of light in a medium [1]. In particular, he observed that a magnetic field parallel to the light wave vector **k** induces a polarization rotation of linearly polarized light. This effect is known now as the Faraday effect. With such experiments, Faraday was looking for proof that light and magnetic fields have a common origin. These revolutionary findings represented one of the most important steps towards Maxwell's theory of electromagnetism.

At the very beginning of the 20th century, Kerr [2] and Majorana [3] discovered that linearly polarized light, propagating in a medium in the presence of a magnetic field, also acquires an ellipticity when the field is perpendicular to **k**. In the following years, this phenomenon was studied in detail by Cotton and Mouton [4] and it is known now as the Cotton-Mouton effect.

The Faraday and Cotton-Mouton effects are both due to the fact that the magnetic field creates an anisotropy in the medium which then becomes birefringent. The term "birefringent" indicates that different states of polarization do not have the same propagation velocity. The Faraday effect corresponds to a magnetic circular birefringence, i.e., the index of refraction n_- for left circularly polarized light is different from the index of refraction n_+ for right circularly polarized light. The difference $\Delta n_{\mathrm{F}} = n_- - n_+$ is proportional to the longitudinal magnetic field $B_\parallel$:

$$\Delta n_{\mathrm{F}} = k_{\mathrm{F}} B_\parallel, \tag{1}$$

where k_{F} is the circular magnetic birefringence per tesla. On the other hand, the Cotton-Mouton effect corresponds to a magnetic linear birefringence, i.e., the index of refraction $n_\parallel$ for light polarized parallel to the magnetic field is different from the index of refraction $n_\perp$ for light polarized perpendicular to the magnetic field. The difference $\Delta n_{\mathrm{CM}} = n_\parallel - n_\perp$ is proportional to the square of the transverse magnetic field $B_\perp^2$:

$$\Delta n_{\mathrm{CM}} = k_{\mathrm{CM}} B_\perp^2, \tag{2}$$

where k_{CM} is the linear magnetic birefringence per tesla squared.

Such magnetic birefringences are usually very small ($\Delta n_{\mathrm{F}}, \Delta n_{\mathrm{CM}} \ll 1$) for magnetic fields available in laboratories, especially in the case of dilute matter. Magnetic birefringence measurements are therefore an experimental challenge. The value of the birefringence depends on microscopic matter response properties like (hyper)susceptibilities. In the case of dilute matter, these responses can be calculated *ab initio* using the computational methods developed in the framework of quantum chemistry [5]. Experimental measurements are then a fundamental test of our knowledge of the interaction of electromagnetic fields and matter.

Among all known gases, helium presents the smallest Faraday and Cotton-Mouton effects. *Ab initio* calculations of the helium Faraday effect at λ = 1064 nm, with λ the light wavelength, have been published only recently [6]. From the experimental point of view, Faraday effect measurements in helium date back to the 1950s [7], but not at λ = 1064 nm. The Cotton-Mouton effect in helium was first measured at λ = 514.5 nm in 1991 [8]. At the same time, the first numerical calculation at a different wavelength in the coupled Hartree-Fock approximation was published [9]. Actually, these two first values were not in agreement. While some other theoretical calculations exist in the literature [10], to our knowledge only three more experimental values have been published since 1991 [8,11,12], with only one at λ = 1064 nm [12].

Ab initio calculations of both the Faraday and Cotton-Mouton effects of helium are benchmark tests for computational methods. In practice they can be considered as error-free, especially when compared with the error bars associated with the experimental values. Experimental measurement precision has therefore to be as good as possible to be able to test the different computational methods.

Experimentally, one generally measures the Faraday effect by measuring the polarization rotation angle θ_{F}, related to the circular birefringence by the formula

$$\theta_{\mathrm{F}} = \pi \frac{L_B}{\lambda} \Delta n_{\mathrm{F}}, \tag{3}$$

where L_B is the length of the magnetic field region. The Cotton-Mouton effect is measured through the induced ellipticity related to the linear birefringence by the formula

$$\psi = \pi \frac{L_B}{\lambda} \Delta n_{\mathrm{CM}} \sin 2\theta_{\mathrm{P}}, \tag{4}$$

*carlo.rizzo@lncmi.cnrs.fr

where θ_P is the angle between the light polarization and the magnetic field. Experiments are difficult because one needs a high magnetic field coupled to optics designed to detect very small variations of light velocity. One also needs an L_B as large as possible. To this end, optical cavities are used to trap light in the magnetic field region and therefore increase the ellipticity to be measured (see, e.g., Ref. [8]).

In this paper, we present measurements of the Faraday and Cotton-Mouton effects of helium gas at $\lambda = 1064$ nm. Our apparatus is based on an up-to-date resonant optical cavity coupled to longitudinal and transverse magnetic fields. This cavity increases the signal to be measured by more than a factor of 270 000 compared to the one acquired after a single passage of light in the magnetic field region. This allows us to reach a measurement precision of a few percent for both the Faraday and Cotton-Mouton effects. Our results are finally compared to the theoretical predictions and they agree to within better than 1σ.

II. EXPERIMENTAL SETUP AND SIGNAL ANALYSIS

A. Apparatus

Our apparatus is described in detail in Refs. [13,14]. Briefly, as shown in Fig. 1, 30 mW of linearly polarized light provided by a Nd:YAG laser ($\lambda = 1064$ nm) is injected into a high-finesse Fabry-Pérot cavity consisting of the mirrors M_1 and M_2. The laser frequency is locked onto the cavity using the Pound-Drever-Hall method [15]. To this end, the laser passes through an electro-optic modulator creating sidebands at 10 MHz. The beam reflected by the cavity is detected by the photodiode Ph_r. This signal is used to adjust the laser frequency with a bandwidth of 80 kHz via an acousto-optic modulator and with a bandwidth of a few kilohertz via the piezoelectric element of the laser. A slow control with a bandwidth of a few millihertz is also applied by the Peltier element of the laser.

Before entering the optical cavity, the light is linearly polarized by the polarizer P. The light transmitted by the cavity is then analyzed with the analyzer A crossed at maximum extinction. Both polarizations are extracted: parallel and perpendicular to P. The extraordinary beam (power I_e), corresponding to the light polarization perpendicular to P, is collected by the low-noise photodiode Ph_e, while the ordinary beam (power I_t), corresponding to the light polarization parallel to P, is detected by Ph_t. All the optical components from the polarizer P to the analyzer A are placed in a high-vacuum chamber which can be filled with high-purity gases. During this work, magneto-optical measurements have been done using a bottle of helium gas with a global purity higher than 99.9999%. This bottle is connected to the chamber through a leak valve allowing injection of less than 10^{-3} atm of gas.

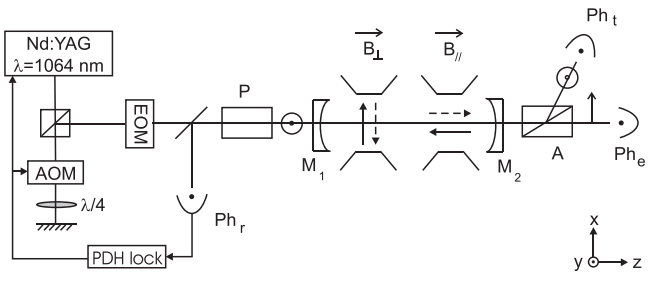


FIG. 1. Experimental setup. EOM, electro-optic modulator; AOM, acousto-optic modulator; PDH, Pound-Drever-Hall; Ph, photodiode; P, polarizer; A, analyzer. See text for more details.

Magnets providing a field perpendicular to the light wave vector $\mathbf{k}$ and a field parallel to $\mathbf{k}$ surround the vacuum pipe. The transverse magnetic field ($\mathbf{B}_\perp \perp \mathbf{k}$) used for Cotton-Mouton effect measurements is created by pulsed coils as described in Refs. [14,16] and briefly detailed in Sec. IV A. For the Faraday effect measurements, a modulated longitudinal magnetic field ($\mathbf{B}_\parallel \parallel \mathbf{k}$) is applied via a solenoid. More details are given in Sec. III A.

B. Fabry-Pérot cavity

A key element of the experiment is the Fabry-Pérot cavity. Its aim is to accumulate the effect of the magnetic field by trapping the light between two ultrahigh-reflectivity mirrors M_1 and M_2. The length of the cavity is $L_c = (2.2713 \pm 0.0006)$ m. This corresponds to a cavity free spectral range of $\Delta^{FSR} = c/2nL_c = (65.996 \pm 0.017)$ MHz, with c the speed of light in vacuum and n the index of refraction of the medium in which the cavity is immersed. This index of refraction will be considered equal to 1. All these parameters and their uncertainties were measured previously. Details concerning the measurement are given in Ref. [13]. Using the Jones matrix formalism, we can calculate the total acquired ellipticity due to the Cotton-Mouton effect, $\Psi(t)$. It is linked to the ellipticity without any cavity, $\psi(t)$, by

$$\Psi(t) = \frac{2F}{\pi}\psi(t). \tag{5}$$

Likewise, the total rotation angle $\Theta_F(t)$ due to the Faraday effect is

$$\Theta_F(t) = \frac{2F}{\pi}\theta_F(t), \tag{6}$$

where F is the finesse of the cavity and $\theta_F(t)$ the rotation angle without any cavity.

1. Cavity birefringence

The cavity induces a total static ellipticity Γ. This is due to the mirrors' intrinsic phase retardation [17]. Each mirror can be regarded as a wave plate and a combination of both wave plates gives a single wave plate. The total phase retardation δ_{eq} and the axis orientation of the wave plate equivalent to the cavity depend on the phase retardation of each mirror and on their relative orientation [18,19]. Thus the value of Γ can be adjusted by rotating the mirrors M_1 and M_2 around the z axis corresponding to the axis of light propagation.

We first set $\Gamma = 0$. To this end, we align the axis of the equivalent wave plate on the incident polarization. This is done by rotating the mirrors while the laser frequency is locked onto the cavity. As the polarizers are crossed at maximum extinction, we can measure the extinction ratio σ^2 of the

polarizers by measuring the following ratio:

$$\sigma^2 = \left.\frac{I_e}{I_t}\right|_{\Gamma=0}. \tag{7}$$

The value of σ^2 is regularly measured, in particular before each shot for the Cotton-Mouton effect measurements. This extinction ratio can typically vary from 4×10^{-7} to 8×10^{-7}.

As shown in Ref. [14], because of the ellipticity noise, the optical sensitivity improves when Γ decreases. Starting from $\Gamma = 0$ and rotating M_1 in the clockwise or counterclockwise direction, we choose the sign of Γ as well as its value, with typically $\Gamma^2 \sim \sigma^2$. The sign of Γ is known by filling the vacuum chamber with nitrogen gas and by measuring its Cotton-Mouton effect, whose sign and value are perfectly known. This measurement has already been done with this apparatus and the results are reported in Ref. [13]. We performed several measurements with different signs and values of Γ, showing that this parameter is perfectly controlled. The value and the sign of Γ are set before each magnetic shot.

The static birefringence of the cavity changes the incident linear polarization into an elliptical polarization of ellipticity Γ. But it also induces a rotation angle ϵ of the major axis of the ellipse compared with the polarizer axis. The value of this angle can be calculated by considering the Fabry-Pérot cavity as an equivalent wave plate of phase retardation δ_{eq}. The angle between the incident linear polarization and the fast axis of the equivalent wave plate corresponds to φ, as represented in Fig. 2. The ellipticity induced by the wave plate is given by

$$\Gamma = \frac{\sin(2\varphi)\sin(\delta_{eq})}{2}. \tag{8}$$

As we set $\Gamma \ll 1$, the fast axis is almost aligned with P and thus we have $\varphi \ll 1$. Assuming that $\delta_{eq} \ll 1$, we get

$$\varphi = \frac{\Gamma}{\delta_{eq}}. \tag{9}$$

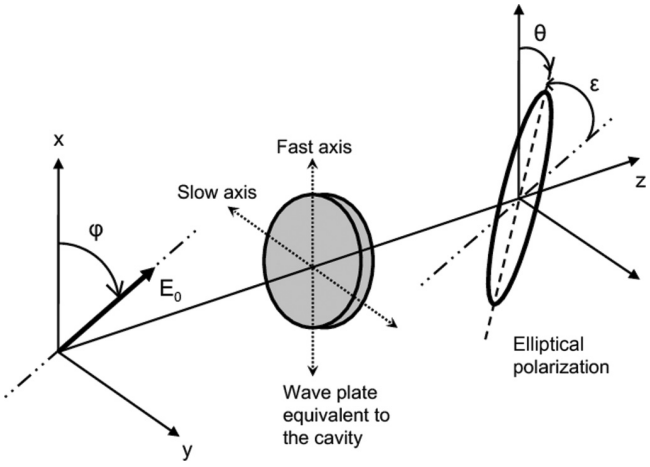


FIG. 2. Rotation of the major axis of the elliptical polarization due to the static birefringence of the Fabry-Pérot cavity.

We also have

$$\tan(2\theta) = \tan(2\varphi)\cos(\delta_{eq}), \tag{10}$$

$$\theta = \varphi\left(1 - \frac{\delta_{eq}^2}{2}\right), \tag{11}$$

where θ is the angle between the major axis of the ellipse and the fast axis of the wave plate. Combining Eqs. (9) and (11), we obtain the angle ϵ between the major axis of the elliptical polarization and the incident linear polarization:

$$\epsilon = \theta - \varphi = -\frac{\Gamma\delta_{eq}}{2}. \tag{12}$$

The value of the phase retardation of our cavity is about $|\delta_{eq}| \sim 0.1$ rad. This has been inferred by measuring the value of Γ as a function of the mirrors' orientation, as explained in detail in Ref. [17]. With a typical value of $|\Gamma|$ varying from 8×10^{-4} to 3×10^{-3}, we obtain $40 < |\epsilon| < 150$ μrad.

2. *Cavity finesse and cavity filtering*

The finesse of the cavity is inferred from the measurement of the photon lifetime τ inside the cavity. At $t = t_0$ the intensity of the laser, previously locked onto the cavity resonance, is switched off. The exponential decay of the intensity of the ordinary beam for $t > t_0$ is fitted with

$$I_t(t) = I_t(t_0)e^{-(t-t_0)/\tau} \tag{13}$$

to obtain τ. The cavity finesse is related to the photon lifetime through

$$F = \frac{\pi c\tau}{L_c}. \tag{14}$$

The value of the photon lifetime is regularly checked during data taking. In this experiment, it ranges from 1.06 to 1.12 ms, corresponding to a finesse of 438 000 to 465 000. During a run of data taking, the relative variation of the photon lifetime does not exceed 2% at the 1σ confidence level.

Due to the photon lifetime, the cavity acts as a first-order low-pass filter, as explained in detail in Ref. [20]. Its complex response function $H(\nu)$ is given by

$$H(\nu) = \frac{1}{1 + i\frac{\nu}{\nu_c}}, \tag{15}$$

with ν the frequency and $\nu_c = 1/4\pi\tau \simeq 70$ Hz the cavity cutoff frequency. This filtering has to be taken into account in particular for the time-dependent magnetic field applied inside the Fabry-Pérot cavity.

The cavity also acts as a first-order low-pass filter for the ordinary beam $I_t(t)$ compared to the beam incident on the cavity. But, due to the cavity birefringence, the cavity acts as a second-order low-pass filter for the extraordinary beam $I_e(t)$. This effect is explained in detail in Ref. [20]. The second-order low-pass filter represents the combined action of two successive identical first-order low-pass filters. Their complex response function is given by Eq. (15). While the first one characterizes the usual cavity behavior, we can interpret the second filter in terms of pumping or filling: due to the mirror birefringence, some photons of the ordinary beam are gradually converted into the extraordinary beam at each reflection. Thus, if we want to directly compare $I_t(t)$ and $I_e(t)$,

we have to apply the first-order low-pass filter to $I_t(t)$. The filtered signal $I_{t,f}(t)$ is then used for the analysis.

C. Signals

The ellipticity $\Psi(t)$ and the rotation of the polarization $\Theta_F(t)$ induced by the transverse and the longitudinal magnetic fields can be related to the ratio of the extraordinary and ordinary powers as follows:

$$\frac{I_e(t)}{I_{t,f}(t)} = \sigma^2 + [\Gamma + \Psi(t)]^2 + [\epsilon + \Theta_F(t)]^2. \quad (16)$$

This formula, which can be obtained using the Jones formalism, clearly shows that our experiment is sensitive to both ellipticities and rotations.

III. FARADAY EFFECT OF HELIUM GAS

As stated above, the Faraday effect corresponds to a magnetic circular birefringence Δn_F induced by a longitudinal magnetic field $B_\parallel$. From Eqs. (1), (3), and (6), we deduce that the polarization rotation to be measured depends on k_F as follows:

$$\Theta_F(t) = 2F\frac{L_B}{\lambda}k_F B_\parallel(t). \quad (17)$$

For historical reasons, the Faraday effect is usually given in terms of the Verdet constant V [21], which is related to the Faraday constant by

$$V = \frac{\pi k_F}{\lambda}. \quad (18)$$

Equation (17) becomes

$$\Theta_F(t) = \frac{2F}{\pi} V B_\parallel(t) L_B. \quad (19)$$

A. Magnetic field

To measure the Faraday effect, we need a longitudinal magnetic field. It is delivered by a 300-mm-long solenoid. Its diameter is 50 mm and it corresponds to 340 loops of copper wire. The magnetic field profile along the longitudinal z axis has been measured with a gaussmeter. Figure 3 shows the normalized profile. We define $B_{\parallel,0}$ as the maximum magnetic field, thus at the center of the coil, and L_B as the equivalent magnetic length such that

$$\int_{-\infty}^{+\infty} B_\parallel(z)dz \equiv B_{\parallel,0}L_B. \quad (20)$$

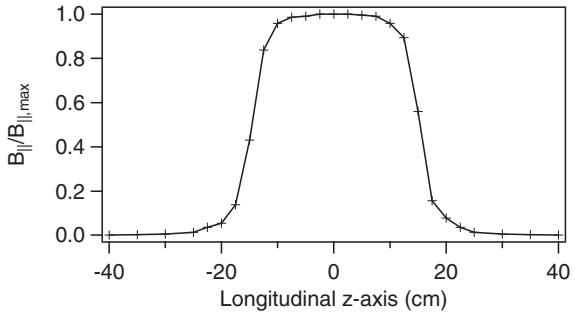


FIG. 3. Normalized profile of the longitudinal magnetic field inside the solenoid along the longitudinal z axis. The crosses correspond to the measurements.

This equivalent magnetic length has been calculated by numerically integrating the measured field. Taking into account the experimental uncertainties, we obtain $L_B = (0.308 \pm 0.006)$ m at 1σ. We can reach a maximum magnetic field of about 4.3 mT corresponding to an injected current of 3 A.

To measure the magnetic field during operation, we measure the current injected into the coil. The form factor $B_\parallel/I$ has been determined experimentally using the gaussemeter and an ammeter. This form factor remains constant for frequency modulation ranging from dc to 50 Hz. Finally we have estimated the relative uncertainty $u(B_\parallel)/B_\parallel = 1.4\%$ at 1σ, taking into account the uncertainties coming from the gaussmeter and the ammeter and from a possible small misalignment of the laser beam inside the solenoid.

Faraday effect measurements were performed at room temperature $T = 293$ K in an air-conditioned room. When a current is injected into the solenoid, the temperature increases inside the coil. Nevertheless, for a maximum current of 3 A, the increase is lower than 2 K. This will be taken into account in the final uncertainty.

B. Analysis of Faraday signal

The magnetic field at the center of the coil is modulated at the frequency ν: $B_\parallel = B_{\parallel,0}\sin(2\pi\nu t + \phi)$. The rotation of the polarization due to the Faraday effect is thus given by

$$\Theta_F = \Theta_0 \sin(2\pi\nu t + \phi), \quad (21)$$

with

$$\Theta_0 = \frac{2F}{\pi} V B_{\parallel,0} L_B. \quad (22)$$

Expanding Eq. (16), we obtain

$$\frac{I_e(t)}{I_{t,f}(t)} = \sigma^2 + \epsilon^2 + 2\epsilon\Theta_F(t) + \Theta_F^2(t) + \Gamma^2 + 2\Gamma\Psi(t) + \Psi^2(t). \quad (23)$$

We define the ratio between the Faraday and the Cotton-Mouton signals as

$$R_{F/CM} = \frac{2\epsilon\Theta_F + \Theta_F^2}{2\Gamma\Psi + \Psi^2}. \quad (24)$$

For the Faraday measurements, our typical static ellipticity is $\Gamma = 3 \times 10^{-3}$ rad, and Eq. (12) gives $|\epsilon| = 150$ μrad. We evaluate the value of $R_{F/CM}$ using the theoretical values of the Verdet and Cotton-Mouton constants of helium which are given later in this article. For this experiment, our typical helium pressure is 30×10^{-3} atm and the cavity finesse is of the order of 465 000, corresponding to a cavity cutoff frequency of about 70 Hz. The solenoid mainly induces a longitudinal magnetic field, but, for the sake of argument, let us perform the calculation with the same value 4.3 mT for the longitudinal and the transverse magnetic fields. One gets $R_{F/CM} \sim 10^6$. The Cotton-Mouton effect is thus negligible. Equation (23) thus becomes

$$\frac{I_e(t)}{I_{t,f}(t)} = \sigma^2 + \Gamma^2 + [\epsilon + \Theta_F(t)]^2. \quad (25)$$

This equation results in three main frequency components:

$$I_{\rm dc} = \sigma^2 + \Gamma^2 + \epsilon^2 + \frac{\Theta_0^2}{2}, \tag{26}$$

$$I_\nu = \frac{2\epsilon\Theta_0}{\sqrt{1+\left(\frac{\nu}{\nu_c}\right)^2}} \sin\left[2\pi\nu t + \phi - \arctan\left(\frac{\nu}{\nu_c}\right)\right], \tag{27}$$

$$I_{2\nu} = -\frac{\Theta_0^2}{2\sqrt{1+\left(\frac{2\nu}{\nu_c}\right)^2}} \cos\left[4\pi\nu t + 2\phi - \arctan\left(\frac{2\nu}{\nu_c}\right)\right]. \tag{28}$$

As mentioned before, the cavity acts as a first-order low-pass filter, with a cavity cutoff frequency ν_c. This filtering has been taken into account in Eqs. (27) and (28).

The amplitude of the ν component, I_ν depends on Θ_0 but also on ϵ, whose value is not precisely known. On the other hand, $I_{2\nu}$ depends only on Θ_0. Consequently it is the only component used to measure the Verdet constant. The amplitude of the 2ν frequency component, proportional to $(B_{\|,0}L_B)^2$, is measured as a function of the magnetic field amplitude. We fit our data with $K_V B_{\|,0}^2$. The Verdet constant V finally depends on the measured experimental parameters as follows, using Eq. (22) and the amplitude of the 2ν component given in Eq. (28):

$$V(T,P) = \sqrt{\frac{K_V}{2}}\frac{[1+(8\pi\tau\nu)^2]^{1/4}}{2\tau\Delta^{\rm FSR}L_B}. \tag{29}$$

C. Results

1. *Our result*

We report in Fig. 4 the Fourier transform of the $I_e/I_{t,f} - I_{\rm dc}$ signal with about 60×10^{-3} atm of helium and with $B_{\|,0}L_B = 1.3 \times 10^{-3}$ T m. The magnetic frequency modulation is fixed to $\nu = 18$ Hz in order to have the 2ν frequency lower than the cavity cutoff frequency. We can observe both components at frequencies ν and 2ν. During the Faraday data taking, the photon lifetime was $\tau = (1.12 \pm 0.02)$ ms corresponding to a cavity finesse of $(465\,000 \pm 8000)$.

We plot in Fig. 5 the amplitude of the 2ν component as a function of $B_{\|,0}$. We fit our data by a quadratic law $K_V B_{\|,0}^2$. We also study the ν frequency component as a function of the magnetic field amplitude. According to the relation (27), we obtain a linear dependence. By fitting these data by a linear

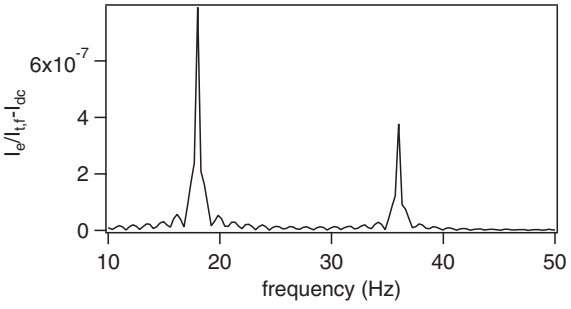


FIG. 4. Fourier transform of $I_e/I_t - I_{\rm dc}$ with about 60×10^{-3} atm of helium and with $B_{\|,0}L_B = 1.3 \times 10^{-3}$ T m. The magnetic frequency modulation is $\nu = 18$ Hz.

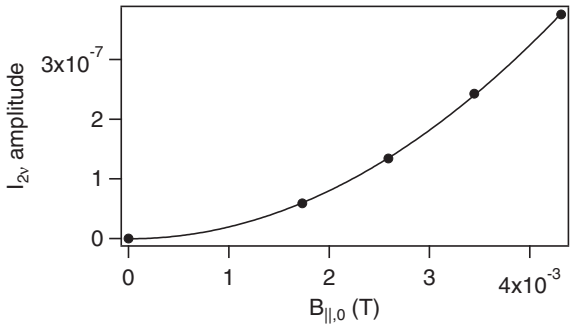


FIG. 5. Amplitude of the 2ν frequency component as a function of $B_{\|,0}$ with about 60×10^{-3} atm of helium. The solid line corresponds to a quadratic fit of the experimental data.

equation and using the value of the Verdet constant measured with the 2ν frequency component, we infer the value of the ϵ parameter. We obtain $\epsilon \simeq 10^{-4}$ rad, in agreement with the value calculated with Eq. (12).

We performed Faraday constant measurements at different pressures from 10^{-2} to 6×10^{-2} atm. They are summarized in Fig. 6. We measure the gas pressure in the chamber with pressure gauges which have a relative uncertainty given by the manufacturer of 0.2%. In this range of pressure, helium can be considered as an ideal gas and the pressure dependence of the Verdet constant is thus linear. As shown in Fig. 6, our data are correctly fitted by a linear equation. Its V-axis intercept is consistent with zero within the uncertainties. Its slope gives the normalized Verdet constant at $\lambda = 1064$ nm and at $T = (294 \pm 1)$ K:

$$V = (3.87 \pm 0.12) \times 10^{-5}\ {\rm atm}^{-1}\,{\rm rad\,T}^{-1}\,{\rm m}^{-1}. \tag{30}$$

With a scale law on the gas density and considering an ideal gas, this corresponds to a normalized Verdet constant at $T = 273.15$ K of

$$V = (4.17 \pm 0.13) \times 10^{-5}\ {\rm atm}^{-1}\,{\rm rad\,T}^{-1}\,{\rm m}^{-1}. \tag{31}$$

The uncertainty is given at 1σ. It is calculated from the relative A- and B-type uncertainties summarized in Table I and detailed in Ref. [13]. Using Eq. (18), we can also give the normalized Faraday constant. At $T = 273.15$ K, one gets

$$k_{\rm F} = (1.41 \pm 0.04) \times 10^{-11}\ {\rm atm}^{-1}\,{\rm T}^{-1}. \tag{32}$$

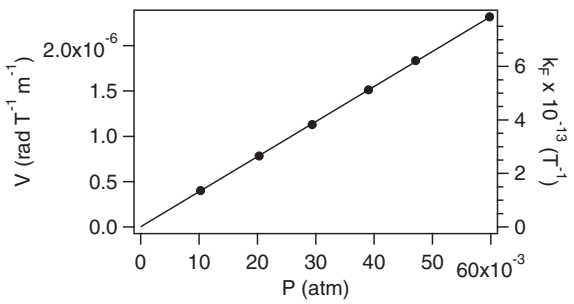


FIG. 6. Verdet constant of helium as a function of pressure. The solid line corresponds to a linear fit of the experimental data.

TABLE I. Parameters and their respective relative A- and B-type uncertainties at 1σ that have to be measured to infer the value of the normalized Verdet constant V.

Parameter	Relative A-type uncertainty	Relative B-type uncertainty
τ	2×10^{-2}	
K_V	8×10^{-3}	
$B_{\parallel,0}$		1.4×10^{-2}
L_B		2.0×10^{-2}
Δ^{FSR}		3×10^{-4}
P		2×10^{-3}

2. Comparison

Our value of the normalized Verdet constant can be compared to other published values. Reference [7] presents the most extensive experimental values in helium. They have been measured at different wavelengths, from 363 to 900 nm, and they correspond to the open triangles in Fig. 7 at $T = 273.15$ K. As stated by the authors in Refs. [7,22], "the average absolute probable error is considered to be about 1%," but "the scale of measurement was determined by a comparison of these results with accepted values for water." This is an important difference from our experiment since we do not need to calibrate our setup with another gas. All parameters on which the measured Verdet constant depends are accurately monitored, yielding therefore a Verdet constant of high precision.

As far as we know, no value has been reported at 1064 nm, our working wavelength. Nevertheless, it can be quadratically interpolated from the data of Ref. [7] with a fit A/λ^2 (solid line in Fig. 7). This gives a normalized Verdet constant at $\lambda = 1064$ nm and $T = 273.15$ K of $V = (4.15 \pm 0.05) \times 10^{-5}$ atm^{-1} rad T^{-1} m^{-1}. The uncertainty is the one given by the fit. This value is compatible with ours, which is represented as the open circle in the inset of Fig. 7.

We finally compared our value with the theoretical predictions at $T = 273.15$ K. The most recent ones were published in 2005 [6] exploiting a four-component Hartree-Fock calculation and in 2012 [23] using a relativistic particle-hole

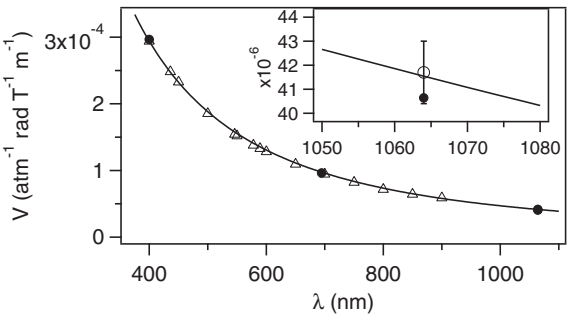


FIG. 7. △: Experimental values of helium normalized Verdet constant at $T = 273.15$ K reported in Ref. [7] for wavelengths from 363 to 900 nm. These values are fitted by the law A/λ^2 (solid line). ○: Our experimental value at $T = 273.15$ K. •: Theoretical predictions at $T = 273.15$ K reported in Ref. [6]. Inset: Zoom around $\lambda = 1064$ nm. The error bar corresponds to the 1σ uncertainty of our measurement.

TABLE II. Experimental and theoretical values of the normalized Verdet constant at $T = 273.15$ K, $\lambda = 1064$ nm and with uncertainties at 1σ.

Ref.	$V \times 10^5$ (atm^{-1} rad T^{-1} m^{-1})	Remarks
	Theory	
[6]	4.06	
[23]	4.09 ± 0.02	Quadratically interpolated.
	Experiment	
[7]	4.15 ± 0.05	Quadratically interpolated. Not absolute: scaled to water.
This work	4.17 ± 0.13	

configuration-interaction method. Reference [6] gives values at different wavelengths that are plotted in Fig. 7 with the filled points. The value at $\lambda = 1064$ nm is $V = 4.06 \times 10^{-5}$ atm^{-1} rad T^{-1} m^{-1} and it is plotted in Fig. 7 with the filled point. Reference [23] does not give a value at 1064 nm, but it can be obtained by a quadratic interpolation of the data provided by the author. One obtains $V = (4.09 \pm 0.02) \times 10^{-5}$ atm^{-1} rad T^{-1} m^{-1}, with an uncertainty given by the fit. Both theoretical values are compatible with our experimental Verdet constant. All these theoretical and experimental values are summarized in Table II.

IV. COTTON-MOUTON EFFECT OF HELIUM GAS

The Cotton-Mouton effect consists in a linear birefringence Δn_{CM} induced by a transverse magnetic field $B_\perp$. From Eqs. (4) and (5) we deduce that the ellipticity $\Psi(t)$ to be measured is linked to k_{CM} by

$$\Psi(t) = 2F\frac{L_B}{\lambda}k_{\mathrm{CM}}B_\perp^2(t)\sin 2\theta_{\mathrm{P}}. \tag{33}$$

The angle θ_{P} is adjusted to 45° with the experimental procedure explained in Ref. [13].

A. Magnetic field

One can see that Ψ is proportional to $B_\perp^2 L_B$. In order to have Ψ as high as possible, we have to maximize this parameter. This is fulfilled using pulsed fields delivered by one magnet, named the "X-coil", especially designed by the Laboratoire National des Champs Magnétiques Intenses (LNCMI). The principle of this magnet and its properties are described in detail in Refs. [14,16]. It can provide a maximum field of more than 14 T over an equivalent length L_B of 0.137 m [13]. The high-voltage connections can be remotely switched to reverse the direction of the field. Thus we can set **B** parallel or antiparallel to the x direction, as shown in Fig. 1.

The pulsed coil is immersed in a liquid-nitrogen cryostat to limit its heating. A pause between two pulses is necessary to let the magnet cool down to the equilibrium temperature. We do not need to use the coil at its maximum field since the sensitivity of our experiment is largely sufficient. We have chosen to apply a maximum field of 3 T in order to limit the aging of the magnet. From one shot to another, a relative

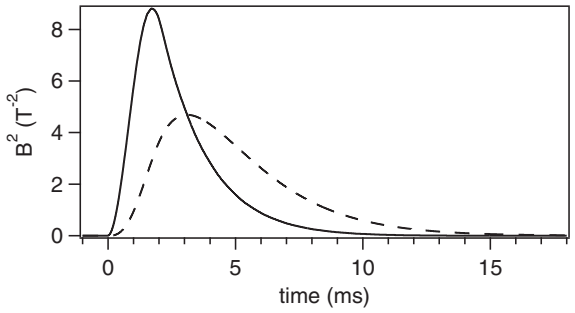


FIG. 8. Square of the magnetic field amplitude as a function of time for a maximum field of 3 T. Solid black curve, $B_\perp^2$; dashed curve, $B_{\perp,\mathrm{f}}^2$.

variation of the maximum of the field lower than 1.5% was observed due to variation of the power supply voltage.

The pulse duration is less than 10 ms, with the maximum of the field reached within 2 ms. Since the pulse duration is of the same order of magnitude as the photon lifetime inside the cavity, the filtering of the Fabry-Pérot cavity has to be taken into account for the magnetic field, as we said in Sec. II B2. We calculate the filtered field $B_{\perp,\mathrm{f}}^2$ from $B_\perp^2$ by using the first-order low-pass filter corresponding to the cavity. The time profiles of $B_\perp^2$ and $B_{\perp,\mathrm{f}}^2$ are shown in Fig. 8, for a maximum field of 3 T.

B. Analysis of Cotton-Mouton signal

As mentioned in Sec. II C, the ratio of the powers I_e and $I_{\mathrm{t,f}}$ is linked to the birefringence $\Psi(t)$ to be measured as follows:

$$\frac{I_\mathrm{e}(t)}{I_{\mathrm{t,f}}(t)} = \sigma^2 + [\Gamma + \Psi(t)]^2 + [\epsilon + \Theta_\mathrm{F}(t)]^2, \tag{34}$$

where $\Theta_\mathrm{F}(t)$ is the rotation angle due to the longitudinal component of the pulsed magnetic field inducing a Faraday effect in helium. This component $B_\parallel(t)$ is first due to the X structure of the coil. It is around 230 times smaller than the transverse field, i.e., around 10 mT for a pulse of 3 T. Moreover a contribution to $B_\parallel$ appears if the cryostat is not perfectly aligned with the optical axis. The diameter of the cryostat is 60 cm. A typical misalignment of 2 mm over this length, i.e., around 3 mrad, leads to a longitudinal component of 10 mT. Finally the estimated longitudinal magnetic field is about 20 mT. It can be present during a shot over an equivalent length $L_B = 0.137$ m.

Using Eq. (19) and the value of the Verdet constant given in Eq. (30), we can calculate the rotation of the polarization Θ_F due to $B_\parallel$. It is about 30 mrad per atmosphere of helium gas. We then calculate the ratio of the Faraday effect to the Cotton-Mouton effect, $R_{\mathrm{F/CM}}$, given by Eq. (24). Since the static ellipticity is typically $|\Gamma| \simeq 8 \times 10^{-4}$ rad corresponding to $\epsilon \simeq 40\,\mu$rad as stated in Sec. II B1, this ratio goes from 200 at 40×10^{-3} atm to 2600 at 550×10^{-3} atm. This shows that the Faraday effect component is not negligible and thus needs to be taken into account.

From Eq. (34), we obtain

$$\frac{I_\mathrm{e}(t)}{I_{\mathrm{t,f}}(t)} = \sigma^2 + \Gamma^2 + \epsilon^2 + 2\Gamma\Psi(t) + \Psi^2(t) + 2\epsilon\Theta_\mathrm{F}(t) + \Theta_\mathrm{F}^2(t). \tag{35}$$

This formula shows that the angle ϵ carries the Faraday effect of the gas. During a Cotton-Mouton effect measurement we want to have the Faraday effect as small as possible. We therefore minimize ϵ before the shot, once the value of Γ is set, by turning the analyzer A. As we can see in Fig. 2, this consists in aligning A, which was initially adjusted at 90° compared to the incident polarization, on the minor axis of the elliptical polarization. Nevertheless, in order to take into account the imperfections of this experimental adjustment, we still keep ϵ in the formula, assuming that $\epsilon^2 \ll \Gamma^2$.

To extract the ellipticity $\Psi(t)$, we calculate the following $Y(t)$ function:

$$Y(t) = \frac{\frac{I_\mathrm{e}(t)}{I_{\mathrm{t,f}}(t)} - I_\mathrm{dc}}{2|\Gamma|} = \gamma\Psi(t) + \frac{\Psi^2(t)}{2|\Gamma|} + \gamma\frac{|\epsilon|\Theta_\mathrm{F}(t)}{2|\Gamma|} + \frac{\Theta_\mathrm{F}^2(t)}{2|\Gamma|}, \tag{36}$$

where γ corresponds to the sign of Γ. I_dc is the static signal:

$$I_\mathrm{dc} = \sigma^2 + \Gamma^2 + \epsilon^2 = \left\langle \frac{I_\mathrm{e}(t)}{I_{\mathrm{t,f}}(t)} \right\rangle_{t<0}, \tag{37}$$

and it is measured just before each shot, the magnetic field being applied at $t = 0$. We also measure the extinction ratio σ^2 before each shot using the experimental procedure described in Sec. II B1. The absolute value of the static ellipticity is then calculated as follows:

$$|\Gamma| = \sqrt{\left\langle \frac{I_\mathrm{e}(t)}{I_{\mathrm{t,f}}(t)} \right\rangle_{t<0} - \sigma^2}. \tag{38}$$

Two parameters are adjustable in the experiment: the sign γ of the static ellipticity Γ and the direction of the transverse magnetic field. We acquire signals for both signs of Γ and both directions of **B**: parallel to x is denoted as >0 and antiparallel is denoted as <0. This gives four data series: ($\Gamma > 0$, $B_\perp > 0$), ($\Gamma > 0$, $B_\perp < 0$), ($\Gamma < 0$, $B_\perp < 0$), and ($\Gamma < 0$, $B_\perp > 0$). For each series, signals calculated with Eq. (36) are averaged and denoted as $Y_{\gg}$, $Y_{><}$, $Y_{\ll}$, and $Y_{<>}$. The first subscript corresponds to $\Gamma > 0$ or $\Gamma < 0$ while the second one corresponds to **B** parallel or antiparallel to x.

The Y signals are the sum of different effects with different symmetries, denoted as S:

$$\begin{aligned} Y_{\gg} &= a_{\gg}S_{++} + b_{\gg}S_{+-} + c_{\gg}S_{--} + d_{\gg}S_{-+}, \\ Y_{><} &= a_{><}S_{++} - b_{><}S_{+-} - c_{><}S_{--} + d_{><}S_{-+}, \\ Y_{\ll} &= a_{\ll}S_{++} - b_{\ll}S_{+-} + c_{\ll}S_{--} - d_{\ll}S_{-+}, \\ Y_{<>} &= a_{<>}S_{++} + b_{<>}S_{+-} - c_{<>}S_{--} - d_{<>}S_{-+}. \end{aligned} \tag{39}$$

The first subscript in S corresponds to the symmetry with respect to the sign of Γ and the second one with respect to the direction of **B**. The subscript + indicates an even parity while the subscript − indicates an odd parity. In practice $w_{\gg} \simeq w_{><} \simeq w_{\ll} \simeq w_{<>}$ (with $w = a$, b, c, or d) depend on the experimental parameters. These values are not perfectly equal because the experimental parameters slightly vary from one shot to another, in particular the value of $|\Gamma|$.

Possible physical effects contributing to the different S signals are summarized in Table III. The S_{+-} signal does not appear in Eq. (36) but it has to be taken into account. It

TABLE III. Possible physical effects contributing to the S signals.

S signal	Physical effect
$S_{++}(t)$	$\Theta_{\mathrm{F}}^2(t)$, $\Psi^2(t)$
$S_{+-}(t)$	**B** effects on photodiodes
$S_{--}(t)$	$\gamma\Theta_{\mathrm{F}}(t)$
$S_{-+}(t)$	$\gamma\Psi(t)$

corresponds to a signal with odd parity towards the direction of **B** and even parity towards the sign of Γ that could be, for example, a spurious effect on the photodiodes $\mathrm{Ph_t}$ and $\mathrm{Ph_e}$ induced by the magnetic field.

Linear combinations of the Y signals allow the effects corresponding to the different symmetries to be highlighted:

$$\begin{aligned}
J_1 &= \frac{Y_{\gg} + Y_{><} + Y_{\ll} + Y_{<>}}{4},\\
&= \overline{a}S_{++} + \Delta b_1 S_{+-} + \Delta c_1 S_{--} + \Delta d_1 S_{-+},\\
J_2 &= \frac{Y_{\gg} - Y_{><} - Y_{\ll} + Y_{<>}}{4},\\
&= \overline{b}S_{+-} + \Delta a_2 S_{++} + \Delta c_2 S_{--} + \Delta d_2 S_{-+},\\
J_3 &= \frac{Y_{\gg} - Y_{><} + Y_{\ll} - Y_{<>}}{4},\\
&= \overline{c}S_{--} + \Delta a_3 S_{++} + \Delta b_3 S_{+-} + \Delta d_3 S_{-+},\\
J_4 &= \frac{Y_{\gg} + Y_{><} - Y_{\ll} - Y_{<>}}{4},\\
&= \overline{d}S_{-+} + \Delta a_4 S_{++} + \Delta b_4 S_{+-} + \Delta c_4 S_{--},
\end{aligned} \tag{40}$$

with $\Delta w_i \simeq 0$ ($w = a$, b, c, or d and $i = 1$, 2, 3, or 4). The signal we want to measure is $\Psi(t)$ which corresponds to the main part of $S_{-+}(t)$, and is thus proportional to $B_{\perp,\mathrm{f}}^2$. We can write

$$\begin{aligned}
J_4 &= \alpha B_{\perp,\mathrm{f}}^2 + \Delta a_4 S_{++} + \Delta b_4 S_{+-} + \Delta c_4 S_{--}\\
&\simeq \alpha B_{\perp,\mathrm{f}}^2.
\end{aligned} \tag{41}$$

We fit the function J_4 with $\alpha B_{\perp,\mathrm{f}}^2$ to obtain α. The Cotton-Mouton constant k_{CM} finally depends on the measured experimental parameters as follows:

$$k_{\mathrm{CM}}(T,P) = \frac{\alpha}{4\pi\tau\Delta^{\mathrm{FSR}}}\frac{\lambda}{L_B}\frac{1}{\sin 2\theta_{\mathrm{P}}}. \tag{42}$$

The terms T and P correspond to the gas temperature and pressure.

C. Results

1. Our result

We have taken data for helium pressures ranging from 40×10^{-3} to 550×10^{-3} atm. Before injecting the gas, we pumped the vacuum chamber and the initial pressure was about 10^{-10} atm. Several series of four shots ($\Gamma > 0$, $B_\perp > 0$; $\Gamma > 0$, $B_\perp < 0$; $\Gamma < 0$, $B_\perp < 0$; and $\Gamma < 0$, $B_\perp > 0$) were acquired for each pressure. The vacuum chamber was pumped between two measurements at different pressures, which made them totally independent. The temperature of the gas during the magnetic pulse was measured previously [13] and was $T = (293 \pm 1)$ K. For this set of measurement the mean photon lifetime inside the cavity is $\tau = (1.06 \pm 0.02)$ ms, corresponding to a finesse of $438\,000 \pm 8000$.

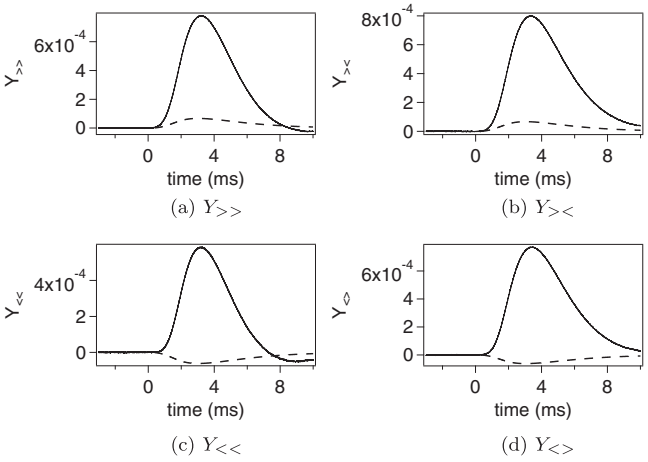


FIG. 9. Time evolution of the $Y(t)$ signals at a pressure of 550×10^{-3} atm. Solid black curve, experimental data; dashed curve, expected signal from the theoretical prediction considering only the Cotton-Mouton effect.

The signals $Y_{\gg}$, $Y_{><}$, $Y_{\ll}$, and $Y_{<>}$ obtained for a pressure of 550×10^{-3} atm are plotted in Fig. 9. We calculate the signals expected from the theoretical prediction considering only the Cotton-Mouton effect [5]. The theoretical signals (dashed line) are superimposed on the experimental data (solid line). One can see that the Y signals do not match at all with the expected signals. A more refined study is thus needed to extract the Cotton-Mouton effect. The Y signals are in fact linear combinations of different effects with different symmetries with respect to the sign of Γ and the direction of **B**, as predicted in Eqs. (39).

We then calculate the corresponding J signals, plotted in Fig. 10. In order to validate the physical origin of J_1, J_2, J_3, and J_4, we have studied the evolution of the values of their maxima as a function of pressure. They are shown in Fig. 11. In this range of pressure, helium can be considered as an ideal gas and the pressure dependence of the Faraday and Cotton-Mouton effects is thus linear. We see that the maxima of J_3 and

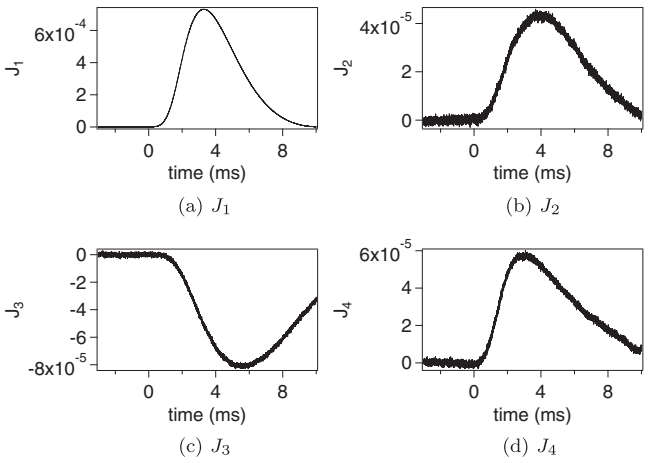
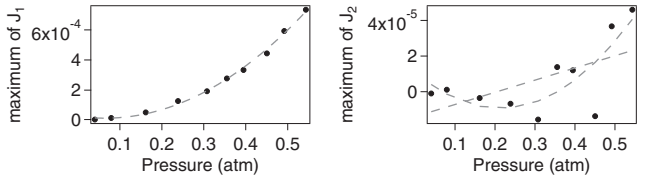
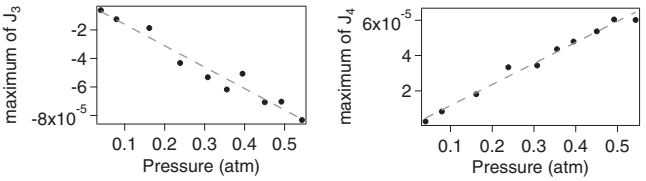


FIG. 10. Time evolution of the $J(t)$ signals at a pressure of 550×10^{-3} atm.



(a) Maximum of J_1. Dashed curve: quadratic fit

(b) Maximum of J_2. Dashed curves: linear and quadratic fits



(c) Maximum of J_3. Dashed curve: linear fit

(d) Maximum of J_4. Dashed curve: linear fit

FIG. 11. Evolution of the maximum of the $J(t)$ signals as a function of pressure.

J_4 are proportional to the pressure, which is consistent with the Faraday effect due to the residual longitudinal magnetic field $B_\parallel$ and the Cotton-Mouton effect due to the transverse magnetic field $B_\perp$. The maximum of J_1 increases with the square of the pressure. This confirms that this signal contains the terms Θ_F^2 and Ψ^2. The value of the J_2 maximum does not have a clear dependence on the pressure. Moreover the shape of $J_2(t)$ is not the same from one pressure to another. Finally, the J_2 signals can be fitted by a linear combination of J_1, J_3, and J_4. Thus, we deduce that J_2 is essentially a linear combination of the other signals, and that the signal $\overline{b}S_{+-}$ is almost zero.

Thus we can write

$$J_1 \simeq \overline{a}S_{++}, \quad J_2 \simeq \Delta a_2 S_{++} + \Delta c_2 S_{--} + \Delta d_2 S_{-+}, \\ J_3 \simeq \overline{c}S_{--}, \quad J_4 \simeq \overline{d}S_{-+}. \tag{43}$$

The main contribution to J_4 comes from the Cotton-Mouton effect. We thus fit $J_4(t)$ with $\alpha B_{\perp,\mathrm{f}}^2(t)$. The value of k_{CM} is then calculated using Eq. (42).

For the lowest pressures, the Cotton-Mouton signal, proportional to $\alpha B_{\perp,\mathrm{f}}^2$, also decreases. In this case, $\Delta a_4\, S_{++}$ and $\Delta c_4\, S_{--}$ are not completely negligible compared to $\alpha B_{\perp,\mathrm{f}}^2$. This is shown in Fig. 12 where a typical signal obtained for a helium pressure of 162×10^{-3} atm is plotted. We see that the

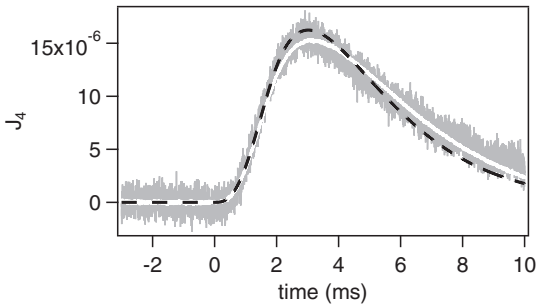


FIG. 12. Gray: Time evolution of J_4 for a pressure of 162×10^{-3} atm. Black dashed curve: fit with $\alpha B_{\perp,\mathrm{f}}^2$. White solid curve: fit with $\alpha B_{\perp,\mathrm{f}}^2 + \alpha_1 J_1 + \alpha_3 J_3$, the value of α being fixed at the value obtained with the previous fit $\alpha B_{\perp,\mathrm{f}}^2$.

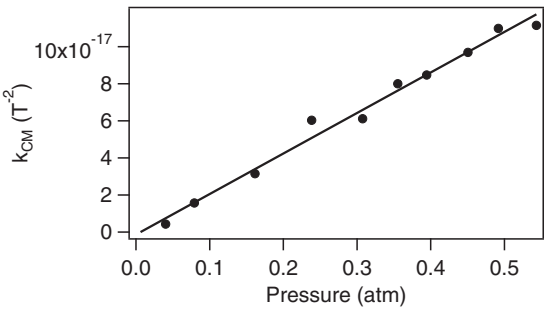


FIG. 13. Linear magnetic birefringence of helium gas as a function of pressure. The solid line corresponds to a linear fit of the experimental data.

fit of J_4 with $\alpha B_{\perp,\mathrm{f}}^2$ does not perfectly match the experimental data. To obtain a better fit, we have to add parameters. To this end, we first fix the value of α at the value obtained with the first fit $\alpha B_{\perp,\mathrm{f}}^2$. Then we fit J_4 with $\alpha B_{\perp,\mathrm{f}}^2 + \alpha_1 J_1 + \alpha_3 J_3$. J_2 is not used in this fit because, as we said before, it is mainly a linear combination of the other signals. One can see in Fig. 12 that this fit now matches the data much better. We can conclude that, in this case, we have

$$J_4 = \alpha B_{\perp,\mathrm{f}}^2 + \Delta a_4 S_{++} + \Delta c_4 S_{--} \tag{44}$$

$$= \alpha B_{\perp,\mathrm{f}}^2 + \frac{\Delta a_4}{\overline{a}} J_1 + \frac{\Delta c_4}{\overline{c}} J_3, \tag{45}$$

with $\alpha_2 = \Delta a_4/\overline{a}$ and $\alpha_3 = \Delta c_4/\overline{c}$. This fit procedure repeated for each pressure shows that we always have α_2 and α_3 lower than 0.1.

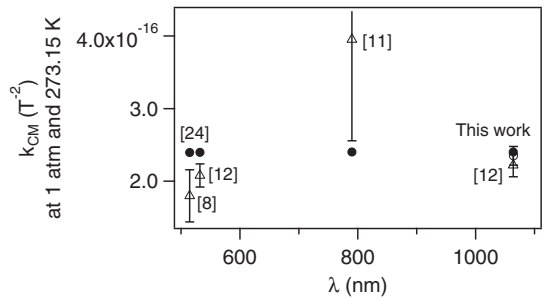
The value of k_{CM} as a function of the pressure is shown in Fig. 13. A linear fit of this data gives $k_{\mathrm{CM}} = (2.19 \pm 0.09) \times 10^{-16}\ \mathrm{T}^{-2}\ \mathrm{atm}^{-1}$ at $T = (293 \pm 1)$ K. Its k_{CM}-axis intercept is consistent with zero within the uncertainties.

The A-type uncertainties come from the fit and from the photon lifetime with a relative variation lower than 2%. The B-type uncertainties have been evaluated previously and detailed in Ref. [13]. They essentially come from the length of the magnetic field L_B. They are summarized in Table IV. We obtain for the value of the Cotton-Mouton constant at $T = (293 \pm 1)$ K

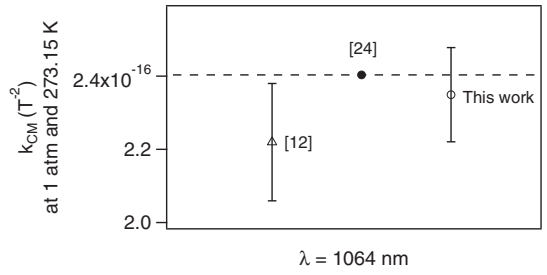
$$k_{\mathrm{CM}} = (2.19 \pm 0.12) \times 10^{-16}\ \mathrm{T}^{-2}\,\mathrm{atm}^{-1}. \tag{46}$$

TABLE IV. Parameters that have to be measured to infer the value of the Cotton-Mouton constant k_{CM} and their respective relative B-type uncertainties at 1σ.

Parameter	Typical value	Relative B-type uncertainty
α	10^{-5} rad T^{-2}	2.2×10^{-2}
Δ^{FSR}	65.996 MHz	3×10^{-4}
L_B	0.137 m	2.2×10^{-2}
λ	1064.0 nm	$<5 \times 10^{-4}$
$\sin 2\theta_{\mathrm{P}}$	1.0000	9×10^{-4}
Total		3.1×10^{-2}



(a) Reported values for λ ranging from 514.5 nm to 1064 nm



(b) Summary of the two values at $\lambda = 1064$ nm

FIG. 14. Comparison of reported values of the Cotton-Mouton effect of helium gas. △, experimental values of helium Cotton-Mouton constant reported in Refs. [8,11,12]; ○, our experimental value; • and dashed line, theoretical predictions reported in Ref. [24].

The value of k_{CM} normalized at 273.15 K is calculated with a scale law on the gas density:

$$k_{\mathrm{CM}} = (2.35 \pm 0.13) \times 10^{-16}\ \mathrm{T}^{-2}\,\mathrm{atm}^{-1}, \qquad (47)$$

at $\lambda = 1064$ nm, taking into account the uncertainty on the temperature.

2. *Comparison*

The value of the Cotton-Mouton effect in helium is calculated very precisely by *ab initio* quantum chemistry computational methods [5]. Theoreticians concentrate on the calculation of the hypermagnetizability anisotropy $\Delta\eta$ while experimentalists measure the birefringence $\Delta n_{\mathrm{CM}} = k_{\mathrm{CM}} B^2$. The Cotton-Mouton constant k_{CM} is linked to $\Delta\eta$ by [10]

$$k_{\mathrm{CM}}\ (\mathrm{atm}^{-1}\,\mathrm{T}^{-2}) = \frac{6.18381 \times 10^{-14}}{T}\,\Delta\eta\ (\mathrm{a.u.}). \qquad (48)$$

Few experiments have been realized to measure the Cotton-Mouton effect of helium. The results are summarized in Table V. The theoretical values correspond to those of Ref. [24]. The latter have been obtained using the full configuration-interaction (FCI) method and the most extended wave function basis. They are expected therefore to be very accurate.

Our result is compatible at better than 1σ with the theoretical prediction. In Fig. 14 we summarize the results for the Cotton-Mouton measurements at 273.15 K.

V. DISCUSSIONS AND CONCLUSION

In this paper we report a measurement of the Faraday and Cotton-Mouton effects at $\lambda = 1064$ nm. Both measurements have precisions that are of the order of a few percent,

TABLE V. Experimental and theoretical values of the Cotton-Mouton constant for helium gas. Values are normalized for a temperature of 273.15 K and a pressure of 1 atm. Uncertainties are given at 1σ.

Experimental results			Theoretical prediction [24]
Ref.	λ (nm)	$10^{16} k_{\mathrm{CM}}$ (T^{-2})	$10^{16} k_{\mathrm{CM}}$ (T^{-2})
[8]	514.5	1.80 ± 0.36	2.3959
[12]	532	2.08 ± 0.16	2.3966
[11]	790	3.95 ± 1.40	2.4018
[12]	1064	2.22 ± 0.16	2.4036
This work	1064	2.35 ± 0.13	2.4036

corresponding to one of the most precise birefringence measurements. Our measurements are also in agreement with theory at better than 1σ. It is worthwhile to stress that our Faraday measurement is absolute, while previous results [7,22] were given with respect to the Faraday effect of water.

Our Cotton-Mouton measurement agrees well with the recent theoretical prediction obtained using theFCI method and the most extended wave function basis. This solves the problem of the discrepancy between experiment and theory originating from the first 1991 measurements and calculation [10] and that still persisted (see Table V).

The measurement of such small Cotton-Mouton effects, like that of helium, is important not only to test the quantum chemistry predictions. It is also a crucial test for the apparatuses devoted to the search for vacuum magnetic birefringence. Quantum electrodynamics predicts that a vacuum, like any other centrosymmetric medium, should exhibit a Cotton-Mouton effect [25]. This fundamental prediction has not yet been experimentally proven. Several attempts have been made and a few are still under way [25]. The vacuum Cotton-Mouton effect should be about eight orders of magnitude smaller than that of helium at 1 atm. Measurement of the Cotton-Mouton effect of helium is therefore compulsory in the search to improve the sensitivity of such apparatuses.

Our experimental method based on pulsed fields coupled to a Fabry-Pérot cavity seems very appropriate to reach the sensitivity needed for vacuum measurement. The measurements reported here validate the whole procedure of data taking and signal analysis that allow isolation of the main effect from the spurious ones due to signal symmetries. They are therefore a significant step in the road towards vacuum linear magnetic birefringence.

ACKNOWLEDGMENTS

We thank all the members of the BMV Collaboration, and in particular J. Béard, J. Billette, P. Frings, B. Griffe, J. Mauchain, M. Nardone, J.-P. Nicolin, and G. Rikken for strong support. We are also indebted to the whole technical staff of LNCMI. We are grateful to A. Rizzo for discussions and useful suggestions on the manuscript, and T. Achilli for contributing to the Faraday measurements as a summer student. We acknowledge the support of the Fondation pour la Recherche IXCORE and the ANR-Programme non Thématique (Grant No. ANR-BLAN06-3-139634).

[1] M. Faraday, Philos. Trans. R. Soc. London **136**, 1 (1846).
[2] J. Kerr, Br. Assoc. Rep. 568 (1901).
[3] Q. Majorana, Rend. Accad. Lincei **11**, 374 (1902); C. R. Hebd. Séances Acad. Sci. Paris **135**, 159 (1902).
[4] A. Cotton and H. Mouton, C. R. Hebd. Séances Acad. Sci. **141**, 317 (1905); **142**, 203 (1906); **145**, 229 (1907); C. R. Hebd. Séances Ann. Chem. Phys. **11**, 145 (1907).
[5] A. Rizzo and S. Coriani, Adv. Quantum Chem. **50**, 143 (2005).
[6] U. Ekström, P. Norman, and A. Rizzo, J. Chem. Phys. **122**, 074321 (2005).
[7] L. R. Ingersoll and D. H. Liebenberg, J. Opt. Soc. Am. **46**, 538 (1956).
[8] R. Cameron, G. Cantatore, A. C. Melissinos, Y. Semertzidis, H. Halama, D. Lazarus, A. Prodell, F. Nezrick, P. Micossi, C. Rizzo, G. Ruoso, and E. Zavattini, Phys. Lett. A **157**, 125 (1991).
[9] M. J. Jamieson, Chem. Phys. Lett. **183**, 9 (1991).
[10] C. Rizzo, A. Rizzo, and D. M. Bishop, Int. Rev. Phys. Chem. **16**, 81 (1997).
[11] K. Muroo, N. Ninomiya, M. Yoshino, and Y. Takubo, J. Opt. Soc. Am. B **20**, 2249 (2003).
[12] M. Bregant, G. Cantatore, S. Carusotto, R. Cimino, F. Della Valle, G. Di Domenico, U. Gastaldi, M. Karuza, V. Lozza, E. Milotti, E. Polacco, G. Raiteri, G. Ruoso, E. Zavattini, and G. Zavattini, Chem. Phys. Lett. **471**, 322 (2009).
[13] P. Berceau, M. Fouché, R. Battesti, and C. Rizzo, Phys. Rev. A **85**, 013837 (2012).
[14] R. Battesti, B. Pinto Da Souza, S. Batut, C. Robilliard, G. Bailly, C. Michel, M. Nardone, L. Pinard, O. Portugall, G. Trénec, J.-M. Mackowski, G. L. Rikken, J. Vigué, and C. Rizzo, Eur. Phys. J. D **46**, 323 (2008).
[15] R. W. P. Drever, J. L. Hall, F. V. Kowalski, J. Hough, G. Ford, A. Munley, and H. J. Ward, Appl. Phys. B: Photophys. Laser Chem. **31**, 97 (1983).
[16] S. Batut, J. Mauchain, R. Battesti, C. Robilliard, M. Fouché, and O. Portugall, IEEE Trans. Appl. Supercond. **18**, 600 (2008).
[17] F. Bielsa, A. Dupays, M. Fouché, R. Battesti, C. Robilliard, and C. Rizzo, Appl. Phys. B: Lasers Opt. **97**, 457 (2009).
[18] D. Jacob, M. Vallet, F. Bretenaker, A. Le Floch, and M. Oger, Opt. Lett. **20**, 671 (1995).
[19] F. Brandi, F. Della Valle, A. M. De Riva, P. Micossi, F. Perrone, C. Rizzo, G. Ruoso, and G. Zavattini, Appl. Phys. B: Lasers Opt. **65**, 351 (1997).
[20] P. Berceau, M. Fouché, R. Battesti, F. Bielsa, J. Mauchain, and C. Rizzo, Appl. Phys. B: Lasers Opt. **100**, 803 (2010).
[21] E. Verdet, C. R. Hebd. Seances Acad. Sci. **39**, 548 (1854).
[22] L. R. Ingersoll and D. H. Liebenberg, J. Opt. Soc. Am. **44**, 566 (1954).
[23] I. M. Savukov, Phys. Rev. A **85**, 052512 (2012).
[24] S. Coriani, C. Hättig, and A. Rizzo, J. Chem. Phys. **111**, 7828 (1999).
[25] R. Battesti and C. Rizzo, Rep. Prog. Phys. **76**, 016401 (2013).

Circular and linear magnetic birefringences in xenon at λ = 1064 nm

Agathe Cadène,[1] Mathilde Fouché,[1] Alice Rivère,[1] Rémy Battesti,[1] Sonia Coriani,[2,3] Antonio Rizzo,[4] and Carlo Rizzo[1,a)]

[1]*Laboratoire National des Champs Magnétiques Intenses (UPR 3228, CNRS-UPS-UJF-INSA), 143 Avenue de Rangueil, 31400 Toulouse, France*
[2]*Dipartimento di Scienze Chimiche e Farmaceutiche, Università degli Studi di Trieste, via Giorgieri 1, 34127 Trieste, Italy*
[3]*Aarhus Institute of Advanced Studies, Aarhus University, DK-8000 Aarhus C, Denmark*
[4]*Istituto per i Processi Chimico-Fisici del Consiglio Nazionale delle Ricerche (IPCF-CNR), Area della Ricerca, via G. Moruzzi 1, I-56124 Pisa, Italy*

(Received 19 January 2015; accepted 11 March 2015; published online 30 March 2015)

The circular and linear magnetic birefringences corresponding to the Faraday and the Cotton-Mouton effects, respectively, have been measured in xenon at λ = 1064 nm. The experimental setup is based on time dependent magnetic fields and a high finesse Fabry-Pérot cavity. Our value of the Faraday effect is the first measurement at this wavelength. It is compared to theoretical predictions. Our uncertainty of a few percent yields an agreement at better than 1σ with the computational estimate when relativistic effects are taken into account. Concerning the Cotton-Mouton effect, our measurement, the second ever published at λ = 1064 nm, agrees at better than 1σ with theoretical predictions. We also compare our error budget with that established for other experimental published values. © *2015 AIP Publishing LLC.* [http://dx.doi.org/10.1063/1.4916049]

I. INTRODUCTION

Magnetic birefringence corresponds to an anisotropy of the (generally complex) refractive index induced in a medium by a magnetic field.[1,2] A circular birefringence arises when the magnetic field changes the angular velocity of the two eigen modes of polarization in which a linearly polarized beam is split, without deforming them. The net result is a rotation of the plane of linear polarization, a phenomenon also seen in the absence of external fields in chiral samples (natural optical rotation). When the presence of the external magnetic field yields a different phase of two perpendicular components of the linear polarization vector, the net result is the appearance of an ellipticity, and we are observing an example of linear birefringence.

Two well known examples of magnetic birefringences are the Faraday and the Cotton-Mouton effects. The former corresponds to a circular birefringence induced by a longitudinal magnetic field $B_{\parallel}$ (aligned parallel to the direction of propagation of light). After going through the birefringent medium, the real part of the index of refraction for left circularly polarized light n_- is different from that for right circularly polarized light n_+. The difference $\Delta n_F = n_- - n_+$ is proportional to $B_{\parallel}$,

$$\Delta n_F = k_F B_{\parallel}, \tag{1}$$

k_F being the circular magnetic birefringence per unit magnetic field intensity. For historical reason, the Faraday effect is usually given in terms of the Verdet constant,

$$V = \frac{\pi k_F}{\lambda}, \tag{2}$$

where λ is the light wavelength. On the other hand, the Cotton-Mouton effect corresponds to a linear magnetic birefringence induced by a transverse magnetic field $B_{\perp}$. The field induces a difference between the real parts of the refraction index for light polarized parallel $n_{\parallel}$ with respect to that polarized perpendicular to the magnetic field $n_{\perp}$. The difference $\Delta n_{CM} = n_{\parallel} - n_{\perp}$ is proportional to the square of the magnetic field,

$$\Delta n_{CM} = k_{CM} B_{\perp}^2, \tag{3}$$

with k_{CM} the linear magnetic birefringence per square unit magnetic field intensity.

For the Cotton-Mouton effect, k_{CM} has two contributions, the first one due to the distortion of the electronic structure while the second one corresponds to a partial orientation of the molecules. When working in the conditions of constant volume, the orientational contribution is proportional to the inverse of the temperature T, and it usually dominates, often hiding the first temperature independent contribution. For axial molecules, for example, k_{CM} is given by the expression[3]

$$k_{CM} = \frac{\pi N_A}{V_m 4\pi\epsilon_0}\left(\Delta\eta + \frac{2}{15 k_B T}\Delta\alpha\Delta\chi\right). \tag{4}$$

Above N_A is the Avogadro constant, V_m the molar volume, k_B the Boltzmann constant, ϵ_0 the electric constant, $\Delta\eta$ the frequency dependent hypermagnetizability anisotropy, $\Delta\alpha$ the optical electric dipole polarizability anisotropy, and $\Delta\chi$ the magnetic susceptibility anisotropy. For spherical molecules or for atoms, such as xenon, however, the temperature dependent contribution vanishes. Measurements on noble gases, for example, allow to focus on the hypermagnetizability anisotropy $\Delta\eta$ term. On the other hand, since the Langevin-type orientational term vanishes, the magnetic birefringence is much lower than the one observed in nonspherical molecules.

a)Electronic mail: carlo.rizzo@lncmi.cnrs.fr

From an experimental point of view, measurements on such gases require a very sensitive apparatus, with a Δn_{CM} of the order of 10^{-16} for helium and 10^{-14} for xenon at 1 atm and with a magnetic field of 1 T. In comparison, Δn_F is typically 10^5 bigger.

The computational determination of the Verdet constant and of the Cotton-Mouton effect requires the far-from-trivial calculation of higher-order response functions,[2,3] and it has often served as a test bed for the validation of new electronic structure methods. For atoms, in order to obtain accurate results, one must properly account for the appropriate description of one-electron (basis set), N-electron (correlation), and relativistic effects. As far as correlation is concerned, coupled cluster (CC) methods are nowadays among the most accurate tools in electronic structure theory.[4,5] Both birefringences treated here, and in particular, the Cotton-Mouton effect, require a good description of the outer valence space of the system at hand. Therefore, the presence of diffuse functions in the one-electron basis set is mandatory.[2,4] Whereas for light atoms, relativistic corrections are minor, their importance increases and they become significant for heavier atoms. For example, Ekström *et al.*[6] have calculated that for helium, the relativistic effects add −0.03% to the non-relativistic Verdet value. For xenon, the heaviest non-radioactive noble atom, relativistic corrections add 3%–4%, depending on the chosen wavelength. In this case, relativistic effects cannot be ignored in accurate calculations.

In this article, we report both measurements and calculations of Faraday and Cotton-Mouton effects at $\lambda = 1064$ nm. We perform the first measurement of the Faraday effect of xenon at this wavelength, and our estimate bears an uncertainty of a few percent. Concerning the Cotton-Mouton effect, our measurement, the second ever published at $\lambda = 1064$ nm, agrees at better than 1σ with theoretical predictions and we also compare our error budget with that established for other experimental published values. Our theoretical predictions, that can be considered of state-of-the-art quality, were obtained at the coupled cluster singles and doubles (CCSD)[7–9] and coupled cluster singles, doubles and approximate triples (CC3)[10–13] levels of theory, and they include estimates of relativistic effects. For both effects, our theoretical predictions are within 1σ of our experimental data.

II. EXPERIMENTAL SETUP

A. Principle of the measurement

Experimentally, we determine the Faraday and the Cotton-Mouton effects by measuring, respectively, the rotation induced by a longitudinal magnetic field and the ellipticity induced by a transverse magnetic field on an incident linear polarization. For small angles, the induced rotation θ_F depends on the circular birefringence as follows:

$$\theta_F = \pi \frac{L_B}{\lambda} \Delta n_F, \tag{5}$$

where L_B is the length of the magnetic field region. The induced ellipticity ψ_{CM} is related to the linear birefringence by the formula,

$$\psi_{CM} = \pi \frac{L_B}{\lambda} \Delta n_{CM} \sin 2\theta_P, \tag{6}$$

where θ_P is the angle between the light polarization and the magnetic field.

B. General setup

The apparatus has already been described in detail elsewhere.[14,15] Briefly, light comes from a Nd:YAG laser at $\lambda = 1064$ nm (see Fig. 1). It is linearly polarized by a first polarizer P, before going through either a transverse or a longitudinal magnetic field. The polarization is then analyzed by a second polarizer A, crossed at maximum extinction compared to P. The beam polarized parallel to the incident beam, reflected by the polarizer A as the ordinary ray, is collected by the photodiode Ph_t. Its power is denoted by I_t. The beam polarized perpendicular to the incident beam (power I_e), corresponding to the extraordinary ray that passes through the polarizer A, is collected by the low noise and high gain photodiode Ph_e.

This setup has been designed to measure the linear magnetic birefringence of vacuum[16] and its sensitivity allows to perform precise measurements on gases.[15,17] All the optical components from A to P are placed in an ultrahigh-vacuum chamber. To perform birefringence measurement on gases, we fill the vacuum chamber with a high-purity gas. For this particular measurement, we have used a bottle of xenon with a global purity higher than 99.998%.

C. Fabry-Pérot cavity

Magnetic birefringence measurements on dilute gases are difficult, especially at low pressure, because one has to detect very small variations of light polarization. To increase the measured signal, one needs high magnetic fields. One also needs an as large as possible path length in the field L_B (cf. Eqs. (5) and (6)). To this end, optical cavities are used to trap light in the magnetic field region and therefore enhance the signal to be measured.

As shown in Fig. 1, the cavity is formed by two mirrors M_1 and M_2, placed at both sides of the magnetic field region. The laser frequency is locked to the cavity resonance frequency, using the Pound-Drever-Hall technique.[18] The electro-optic modulator generates 10 MHz sidebands, and the signal reflected by the cavity is detected by the photodiode Ph_r. The laser frequency is adjusted with the acousto-optic modulator, the piezoelectric, and the Peltier elements of the laser.

This cavity increases the distance traveled by light in the magnetic field by a factor $2F/\pi$, where F is the cavity finesse. Therefore, the rotation induced by the longitudinal magnetic field becomes

$$\Theta_F(t) = \frac{2F}{\pi} \theta_F(t), \tag{7}$$

with θ_F the rotation acquired without any cavity. In the same way, the ellipticity induced by the transverse magnetic field

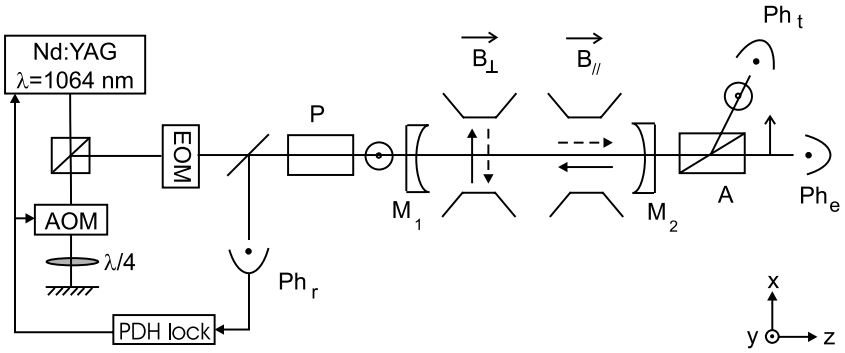


FIG. 1. Experimental setup. EOM = electro-optic modulator; AOM = acousto-optic modulator; PDH = Pound-Drever-Hall; Ph = photodiode; P = polarizer; and A = analyzer. See text for more details.

becomes

$$\Psi_{\mathrm{CM}}(t) = \frac{2F}{\pi}\psi_{\mathrm{CM}}(t), \tag{8}$$

with ψ_{CM} denoting the ellipticity acquired without any cavity. The cavity finesse is inferred from the measurement of the photon lifetime τ inside the cavity,[19]

$$F = 2\pi\Delta^{\mathrm{FSR}}\tau, \tag{9}$$

with Δ^{FSR} as the cavity free spectral range. For the Faraday effect, the cavity finesse was about $F = 475\,000$. For the Cotton-Mouton effect, two sets of mirrors were used with a respective finesse of about 400 000 and 480 000.

D. Raw signals

We measure the circular and the linear magnetic birefringence by measuring the ratio $I_{\mathrm{e}}/I_{\mathrm{t}}$,

$$\frac{I_{\mathrm{e}}(t)}{I_{\mathrm{t,f}}(t)} = \sigma^2 + [\Gamma + \Psi_{\mathrm{CM}}(t)]^2 + [\epsilon + \Theta_{\mathrm{F}}(t)]^2. \tag{10}$$

As said previously, I_{e} (I_{t}) corresponds to the power of light polarized perpendicular (parallel) to the incident beam. The subscript f indicates that we need to take into account the cavity filtering, as explained in detail in the previous papers.[15,19] The term σ^2 corresponds to the extinction ratio of polarizers P and A, Γ is the total static ellipticity due to the cavity mirrors, and ϵ is the static angle between the major axis of the elliptical polarization and the incident polarization. The extinction ratio and the static birefringence are measured before each magnetic pulse. The static angle ϵ can be estimated but its value is not needed for the analysis.

III. CIRCULAR MAGNETIC BIREFRINGENCE

A. Magnetic field

The magnetic field is generated by a solenoid previously used for Faraday effect measurement in helium.[15] Its characteristics have already been explained in detail.[15] Here, we just briefly recall its main features. It generates a longitudinal magnetic field with an equivalent length $L_B = (0.308 \pm 0.006)$ m at 1σ. This magnetic field is modulated at the frequency ν = 18 Hz: $B_{\parallel} = B_{\parallel,0}\sin(2\pi\nu t + \phi)$. The rotation of the polarization due to the Faraday effect is thus given by

$$\Theta_{\mathrm{F}} = \Theta_0 \sin(2\pi\nu t + \phi), \tag{11}$$

$$\text{with } \Theta_0 = \frac{2F}{\pi} V B_{\parallel,0} L_B. \tag{12}$$

B. Data analysis

Expanding Eq. (10), the raw signal becomes

$$\frac{I_{\mathrm{e}}(t)}{I_{\mathrm{t,f}}(t)} = \sigma^2 + \Gamma^2 + \epsilon^2 + 2\epsilon\Theta_{\mathrm{F}}(t) + \Theta_{\mathrm{F}}^2(t). \tag{13}$$

This gives three main frequency components: a DC signal, a signal at the frequency ν, and a signal at the double frequency 2ν. To measure the Verdet constant, we use the amplitude of the signal at 2ν[15]

$$A_{2\nu} = \frac{\Theta_0^2}{2\sqrt{1 + \left(\frac{2\nu}{\nu_{\mathrm{c}}}\right)^2}}, \tag{14}$$

where $\nu_{\mathrm{c}} = 1/4\pi\tau$ is the cavity cutoff frequency, introduced to take into account the cavity filtering.[19] $A_{2\nu}$ is measured for different magnetic field amplitudes, from 0 to about 50 $\times 10^{-3}$ T. The whole is fitted by $K_V B_{\parallel,0}^2$. The Verdet constant finally depends on the measured experimental parameters as follows:

$$V(T,P) = \sqrt{\frac{K_V}{2}}\frac{\left[1 + (8\pi\tau\nu)^2\right]^{1/4}}{2\tau\Delta^{\mathrm{FSR}}L_B}, \tag{15}$$

where T and P are, respectively, the temperature and pressure of the gas.

C. Measurement and error budget

The A- and B-type uncertainties associated to the measurement of V are detailed in Table I.[15,17] They are given at 1σ (coverage factor $k = 1$). The A-type uncertainty is dominated by the photon lifetime uncertainty. The main contributions to the B-type uncertainty come from the uncertainty of the magnetic length and of the fit constant K_V which includes the B-type uncertainty of the magnetic field and of the photodiodes conversion factor.[17]

We have measured the Verdet constant in xenon at T = (294 ± 1) K and for 5 pressures from 1.01×10^{-3} to 5.01×10^{-3} atm. In this range of pressure, xenon can be considered as an ideal gas and the Verdet constant is thus proportional to

TABLE I. Parameters and their respective relative A- and B-type uncertainties at 1σ that have to be measured to infer the value of the Verdet constant V. Typical values are given at $P = 5\times10^{-3}$ atm.

Parameter	Typical value	Relative A-type uncertainty	Relative B-type uncertainty
τ (ms)	1.14	2.0×10^{-2}	
K_V (rad T^{-1})	1.07	3×10^{-3}	3.2×10^{-2}
Δ^{FSR} (MHz)	65.996		3×10^{-4}
L_B (m)	0.308		1.9×10^{-2}
$V\times10^5$ (rad T^{-1} m^{-1})	1.66	1.8×10^{-2}	2.5×10^{-2}

the pressure. Data are fitted by a linear equation,

$$V(T,P) = V^{\mathrm{n}}P, \tag{16}$$

giving a normalized Verdet constant (P = 1 atm) at λ = 1064 nm and $T = (294 \pm 1)$ K,

$$V^{\mathrm{n}} = (3.31 \pm 0.09)\times10^{-3}\ \mathrm{atm}^{-1}\ \mathrm{rad\ T}^{-1}\ \mathrm{m}^{-1}. \tag{17}$$

The uncertainty is given at 1σ and is detailed in Table II. With a scale law on the gas density, this corresponds to a normalized Verdet constant at T = 273.15 K of

$$V^{\mathrm{N}} = (3.56 \pm 0.10)\times10^{-3}\ \mathrm{atm}^{-1}\ \mathrm{rad\ T}^{-1}\ \mathrm{m}^{-1}. \tag{18}$$

Using Eq. (2), we can also give the normalized Faraday constant at T = 273.15 K,

$$k_{\mathrm{F}}^{\mathrm{N}} = (1.21 \pm 0.03)\times10^{-9}\ \mathrm{atm}^{-1}\ \mathrm{T}^{-1}. \tag{19}$$

IV. LINEAR MAGNETIC BIREFRINGENCE

A. Magnetic field

The transverse magnetic field $B_\perp$ is generated by an X-Coil, specially designed by the High Magnetic Field National Laboratory (LNCMI-Toulouse, France) for the measurement of the vacuum magnetic birefringence. This coil has been presented and discussed in great detail in several previous papers.[14,20] Very briefly, the magnet delivers a pulsed magnetic field over an equivalent length L_B of 0.137 m. The total duration of the pulse is about 10 ms with a maximum reached within 2 ms. For the present measurements, a maximum magnetic field of 3 T has been used. Finally, the high-voltage connections can be remotely switched to reverse the direction of the field.

TABLE II. Parameters and their respective relative A- and B-type uncertainties at 1σ that have to be measured to infer the value of the normalized Verdet constant V^{n}. The uncertainty given by the linear fit takes into account the A-type uncertainty of V.

Parameter	Typical value	Relative A-type uncertainty	Relative B-type uncertainty
$V\times10^5$ (rad T^{-1} m^{-1})	1.66	1.8×10^{-2}	2.5×10^{-2}
$P\times10^3$ (atm)	5		2×10^{-3}
Linear fit$\times10^3$ (atm^{-1} rad T^{-1} m^{-1})	3.31	1.5×10^{-2}	
$V^{\mathrm{n}}\times10^3$ (atm^{-1} rad T^{-1} m^{-1})	3.31	1.5×10^{-2}	2.5×10^{-2}

Thus, we can set $\mathbf{B}_\perp$ parallel or antiparallel to the x direction, as shown in Fig. 1.

B. Data analysis

The data analysis follows the one described for the Cotton-Mouton effect measurement in helium.[15] We will, however, detail the main steps, since a slightly different method was used in the present case.

To extract the ellipticity $\Psi_{\mathrm{CM}}(t)$ from Eq. (10), we calculate the following $Y(t)$ function:

$$\begin{aligned} Y(t) &= \frac{\frac{I_{\mathrm{e}}(t)}{I_{\mathrm{t,f}}(t)} - I_{\mathrm{DC}}}{2|\Gamma|} \\ &= \gamma\Psi_{\mathrm{CM}}(t) + \frac{\Psi_{\mathrm{CM}}^2(t)}{2|\Gamma|} + \gamma\frac{|\epsilon|\Theta_{\mathrm{F}}(t)}{2|\Gamma|} + \frac{\Theta_{\mathrm{F}}^2(t)}{2|\Gamma|}, \end{aligned} \tag{20}$$

where γ stands for the sign of Γ. I_{DC} is the static signal measured just before the application of the magnetic field. The absolute value of the static ellipticity $|\Gamma|$ is also measured before each pulse.

Two parameters are adjustable in the experiment: the sign γ of the static ellipticity Γ and the direction of the transverse magnetic field. We acquire signals for both signs of Γ and both directions of $\mathbf{B}_\perp$: parallel to x is denoted as > 0 and antiparallel is denoted as < 0. This gives four data series: ($\Gamma > 0$, $B_\perp > 0$), ($\Gamma > 0$, $B_\perp < 0$), ($\Gamma < 0$, $B_\perp < 0$), and ($\Gamma < 0$, $B_\perp > 0$).

For each series, signals calculated with Eq. (20) are averaged and denoted as $Y_{>>}$, $Y_{><}$, $Y_{<<}$, and $Y_{<>}$. The first subscript corresponds to $\Gamma > 0$ or < 0 while the second one corresponds to $\mathbf{B}_\perp$ parallel or antiparallel to x. This average function can be written in a more general form than the one of Eq. (20). It is the sum of different effects with different symmetries, denoted as s

$$\begin{aligned} Y_{>>} &= +\Psi + \frac{1}{2}\left\langle\frac{1}{\Gamma_{>>}}\right\rangle s_{++} + \left\langle\frac{1}{\Gamma_{>>}}\right\rangle s_{--} + \frac{1}{2}\left\langle\frac{1}{\Gamma_{>>}}\right\rangle s_{+-}, \\ Y_{><} &= +\Psi + \frac{1}{2}\left\langle\frac{1}{\Gamma_{><}}\right\rangle s_{++} + \left\langle\frac{1}{\Gamma_{><}}\right\rangle s_{--} + \frac{1}{2}\left\langle\frac{1}{\Gamma_{><}}\right\rangle s_{+-}, \\ Y_{<<} &= -\Psi + \frac{1}{2}\left\langle\frac{1}{\Gamma_{<<}}\right\rangle s_{++} + \left\langle\frac{1}{\Gamma_{<<}}\right\rangle s_{--} + \frac{1}{2}\left\langle\frac{1}{\Gamma_{<<}}\right\rangle s_{+-}, \\ Y_{<>} &= -\Psi + \frac{1}{2}\left\langle\frac{1}{\Gamma_{<>}}\right\rangle s_{++} + \left\langle\frac{1}{\Gamma_{<>}}\right\rangle s_{--} + \frac{1}{2}\left\langle\frac{1}{\Gamma_{<>}}\right\rangle s_{+-}. \end{aligned} \tag{21}$$

The first subscript in s corresponds to the symmetry with respect to the sign of Γ and the second one to the symmetry with respect to the direction of $\mathbf{B}_\perp$. The subscript + indicates an even parity while the subscript – indicates odd parity. The ratio $\langle 1/\Gamma\rangle$ is the average of $1/|\Gamma|$ measured during corresponding series. The terms Ψ_{CM}^2 and Θ_{F}^2 are included in s_{++}, $\gamma|\epsilon|\Theta_{\mathrm{F}}$ included in s_{--}, and s_{+-} corresponds to a spurious signal with an odd parity towards the direction of $\mathbf{B}_\perp$ and an even parity with respect to the sign of Γ. The ellipticity $\gamma\Psi_{\mathrm{CM}}$ corresponds to s_{-+}.

From this set of four equations with four unknown quantities (Ψ_{CM}, s_{++}, s_{--}, and s_{+-}), we extract $\Psi_{\mathrm{CM}}(t)$, which is fitted by $\alpha B_{\perp,\mathrm{f}}^2$. The cavity filtering should again be taken into account, as indicated by the subscript f.[15,19] The Cotton-Mouton constant k_{CM} finally depends on the measured

TABLE III. Parameters that have to be measured to infer the value of the Cotton-Mouton constant k_{CM} and their respective relative A- and B-type uncertainties at 1σ. Typical values are given at $P = 8\times10^{-3}$ atm.

Parameter	Typical value	Relative A-type uncertainty	Relative B-type uncertainty
τ (ms)	1.14	2.0×10^{-2}	
$\alpha\times10^5$ (T^{-2})	2.82	2.8×10^{-4}	2.2×10^{-2}
Δ^{FSR} (MHz)	65.996		3×10^{-4}
L_B (m)	0.137		2.2×10^{-2}
λ (nm)	1064.0		$<5\times10^{-4}$
$\sin2\theta_P$	1.0000		9×10^{-4}
$k_{CM}\times10^{16}$ (T^{-2})	2.31	2.0×10^{-2}	3.1×10^{-2}

experimental parameters as follows:

$$k_{CM}(T,P) = \frac{\alpha}{4\pi\tau\Delta^{FSR}}\frac{\lambda}{L_B}\frac{1}{\sin 2\theta_P}. \quad (22)$$

C. Measurement and error budget

The A- and B-type uncertainties associated to the measurement of k_{CM} are detailed in Table III and are given at 1σ. The B-type uncertainties have been evaluated previously and detailed in Ref. 17. They essentially come from the length of the magnetic field L_B and the fit constant α.

We have measured the Cotton-Mouton constant in xenon at $T = (293 \pm 1)$ K and for nine pressures ranging from 3 $\times 10^{-3}$ to 8×10^{-3} atm. The data as a function of the pressure are fitted by a linear equation, and we obtain for the value of the Cotton-Mouton constant at $P = 1$ atm,

$$k^n_{CM} = (2.41 \pm 0.37)\times10^{-14}\ T^{-2}\ atm^{-1}. \quad (23)$$

The uncertainty given at 1σ is detailed in Table IV. The dominant uncertainty comes from the linear fit of the Cotton-Mouton constant versus pressure (A-type). The value of k^n_{CM} normalized at 273.15 K is calculated with a scale law on the gas density,

$$k^N_{CM} = (2.59 \pm 0.40)\times10^{-14}\ T^{-2}\ atm^{-1}. \quad (24)$$

V. OUR CALCULATIONS

The Verdet constant and the Cotton-Mouton birefringence were computed within Coupled Cluster response theory,[4,5] at the CCSD[7–9] and CC3[10–13] levels of approximation. Specifically, the Verdet constant was obtained from the following frequency-dependent quadratic response function:[4,21–23]

$$V(\omega) = C\omega\langle\langle\mu_x;\mu_y,L_z\rangle\rangle_{\omega,0}, \quad (25)$$

with $C = \frac{Ne}{8m_e\epsilon_0c_0} = 0.912\,742\times10^{-7}$ in atomic units, N the number density ($N = \frac{P}{k_BT}$ for ideal gases), e the elementary charge, m_e the electron mass, c_0 the speed of light *in vacuo*, $\omega/2\pi$ the frequency of the probing light, and μ_x and L_z are Cartesian components of the electric dipole and angular momentum operators, respectively. The hypermagnetizability anisotropy $\Delta\eta$ entering the Cotton-Mouton birefringence in Eq. (4) (the only term contributing for atoms) is given by the combination of a quadratic and a cubic response functions,[3]

$$\Delta\eta = -\frac{1}{4}\langle\langle\mu_x;\mu_x,L_z,L_z\rangle\rangle_{\omega,\omega,0} - \frac{1}{4}\langle\langle\mu_x;\mu_x,\Theta_{xx}\rangle\rangle_{\omega,0} \equiv \Delta\eta^p + \Delta\eta^d, \quad (26)$$

with Θ_{xx} the xx Cartesian component of the traceless quadrupole operator. At the CC3 level, calculations were performed at three different wavelengths, namely, 1064, 632.8, and 514.5 nm. At the CCSD level, we computed the dispersion coefficients, as done in our previous study,[24] i.e., for the Verdet constant,

$$V(2n) = 2nS(-2n-2); \quad (27)$$

$$V(\omega) = C\sum_{n=1}^{\infty}\omega^{2n}V(2n); \quad (28)$$

whereas for the Cotton-Mouton constant,

$$\Delta\eta(2n) = -\frac{1}{4}[(2n+1)(2n+2)S(-2n-4) + B(2n)]; \quad (29)$$

$$\Delta\eta(\omega) = \sum_{n=0}^{\infty}\omega^{2n}\Delta\eta(2n). \quad (30)$$

Above, $S(k)$ is the Cauchy moment,

$$S(k) = \sum_{m\neq0}2\omega_{m0}^{k+1}\langle0\mid\mu_z\mid m\rangle\langle m\mid\mu_z\mid0\rangle, \quad (31)$$

with $\hbar\omega_{m0}$ indicating the excitation energy from the ground state 0 to the excited state(s) m, and $B(2n)$ being the dispersion coefficient introduced when expanding, for frequencies below the lowest excitation energy, the electric dipole–electric dipole–electric quadrupole quadratic response function $B_{x,x,xx}(-\omega;\omega,0) = \langle\langle\mu_x;\mu_x,\Theta_{xx}\rangle\rangle_{\omega,0}$ in a convergent power series in the circular frequency ω,

$$B_{x,x,xx}(-\omega;\omega,0) = \sum_{n=0}^{\infty}\omega^{2n}B(2n). \quad (32)$$

For further details on how the above Cauchy moments and dispersion coefficients of the given quadratic response function are computed within coupled cluster response theory, the reader should refer to Refs. 24–26.

Relativistic effects were approximately accounted for by employing relativistic effective core potentials (ECPs)[27] and specifically pseudo-potentials (PPs). "Small core" effective pseudo-potentials were used to describe the 28 inner electrons (that is, the [Ar]$3d^{10}$ core), whereas the remaining 26 valence

TABLE IV. Parameters and their respective relative A- and B-type uncertainties at 1σ that have to be measured to infer the value of the normalized Cotton-Mouton constant k^n_{CM}.

Parameter	Typical value	Relative A-type uncertainty	Relative B-type uncertainty
$k_{CM}\times10^{16}$ (T^{-2})	2.31	2.0×10^{-2}	3.1×10^{-2}
$P\times10^3$ (atm)	5		2×10^{-3}
Linear fit$\times10^{14}$ (T^{-2} atm^{-1})	2.41	1.5×10^{-1}	
$k^n_{CM}\times10^{14}$ (T^{-2} atm^{-1})	2.41	1.5×10^{-1}	3.1×10^{-2}

TABLE V. Dispersion coefficients of the Verdet and Cotton-Mouton response functions at the CCSD level of theory (atomic units).

n	$B(2n)$	$S(-2n-4)$	$S(-2n-2)$	$V(2n)$	$\Delta\eta(2n)$
			aug_cc_pvqz_pp		
0	−654.894 71	126.505 95			100.470 70
1	−8 903.382 5	763.598 99	126.505 95	253.011 90	−64.951 345
2	−92 298.251	5 369.048 6	763.598 99	3 054.396 0	−17 193.302
3	−860 869.9	41 692.560	5 369.048 6	32 214.292	−368 478.36
4			41 692.560	333 540.48	
			d-aug_cc_pvqz_pp		
0	−739.156 30	126.971 74			121.303 23
1	−9 822.912 7	774.871 90	126.971 74	253.943 48	131.112 47
2	−106 369.19	5 553.232 1	774.871 90	3 099.487 6	−15 056.943
3	−1 074 975.1	44 095.369	5 553.232 1	33 319.393	−348 591.39
4			44 095.369	352 762.95	
			t-aug_cc_pvqz_pp		
0	−748.341 87	126.919 27			123.625 83
1	−9 940.721 8	774.472 34	126.919 27	253.838 54	161.763 43
2	−107 513.63	5 551.377 1	774.472 34	3 097.889 4	−14 756.921
3	−1 084 127.2	44 088.280	5 551.377 1	33 308.263	−346 204.12
4			44 088.280	352 706.24	

electrons were correlated as in standard non-relativistic calculations. The basis sets used were constructed starting from the singly augmented aug_cc_pvxz_pp (x = t,q) sets of Peterson *et al.*[28] Since single augmentation is usually not sufficient to ensure converged results, at least for the Cotton-Mouton birefringence, additional sets of diffuse functions were added by applying an even-tempered generation formula commonly used for this purpose to the orbital functions describing the valence electrons, while retaining the pseudo-potential of the original set. The resulting sets are labeled d-aug and t-aug, for double and triple augmentation, respectively.

Where pseudo-potentials parametrically account for relativistic effects on the innermost orbitals, other relativistic effects (e.g., higher-order and picture change effects, and spin-orbit coupling) could play a significant role.[29,30] When dealing with valence properties like electric hyperpolarizabilities, the higher-order relativistic effects and picture change effects (for the dipole operator and also the electron-electron interaction) are expected to be not so important. Also, spin-orbit coupling should be quite weak. Both the Faraday and Cotton Mouton birefringences, however, involve the magnetic dipole operator. In general, relativistic effects on magnetic properties can be more significant and more difficult in terms of picture change (the operators look different in relativistic and non-relativistic theory, and this may require a correction of the property operator that one uses as a perturbation).[29,30]

Nonetheless, also given that the most stringent requirement in terms of basis set convergence is the inclusion of

TABLE VI. CC3 values of the response function components (in atomic units) involved in the Verdet and Cotton-Mouton birefringences. The Verdet constant $V^{\mathrm{N}}(\omega)$ is given in atm^{-1} rad T^{-1} m^{-1} and the Cotton-Mouton constant $k^{\mathrm{N}}_{\mathrm{CM}}$ is in T^{-2} atm^{-1} at 273.15 K.

λ (nm)	$\langle\langle\mu_x;\mu_y,L_z\rangle\rangle_{\omega,0}$	$V^{\mathrm{N}}(\omega)\times10^3$	$\langle\langle\mu_x;\mu_x,\Theta_{xx}\rangle\rangle_{\omega,0}$	$\langle\langle\mu_x;\mu_x,L_z,L_z\rangle\rangle_{\omega,\omega,0}$	$\Delta\eta$	$k^{\mathrm{N}}_{\mathrm{CM}}\times10^{14}$
			aug_cc_pvqz_pp			
1064	11.1587	3.505	−668.242	272.564	98.9195	2.239
632.8	19.5823	10.35	−700.706	308.069	98.1593	2.222
514.5	24.9438	16.22	−728.260	339.617	97.1607	2.200
			d-aug_cc_pvqz_pp			
1064	11.2155	3.522	−755.936	274.099	120.459	2.727
632.8	19.6927	10.40	−791.994	310.285	120.427	2.726
514.5	25.0963	16.32	−822.705	342.514	120.048	2.718
			t-aug_cc_pvqz_pp			
1064	11.2127	3.521	−765.680	274.031	122.912	2.782
632.8	19.6878	10.40	−802.186	310.210	122.994	2.784
514.5	25.0901	16.31	−833.274	342.435	122.710	2.778

diffuse functions as in the case of the electric hyperpolarisability, it is reasonable to assume that both properties are essentially valence properties, for which picture change effects are typically small, and we reckon therefore that the use of (PP)ECPs can be considered accurate enough.

The results obtained in the x = q basis sets are summarized in Tables V and VI, for CCSD and CC3, respectively.

All calculations were performed with the Dalton code.[31]

VI. RESULTS AND DISCUSSION

A. Faraday effect

1. Experiments

We can compare our value of the normalized Verdet constant to the other published values. The most extensive experimental compilation of Verdet constants has been reported by Ingersoll and Liebenberg in 1956, for several gases including xenon[32] for wavelengths ranging from 363.5 to 987.5 nm, with a total uncertainty of about 1%. These values are plotted in Fig. 2.

No datum has ever been reported for λ = 1064 nm. Nevertheless, we can extrapolate its value from the points of Fig. 2, by fitting the data with a function of form $V = A/\lambda^2 + B/\lambda^4$ (solid curve in Fig. 2).[32,33] A supplementary systematic uncertainty should also be added, since the authors measured the ratio between Faraday effects in xenon and in distilled water and rescaled their measurements with accepted values for water.[32,33] Thus, it does not correspond to absolute measurements of the Faraday effect, contrary to ours.

At λ = 1064 nm and T = 273.15 K, we obtain $V^{\mathrm{N}} = (3.46 \pm 0.04) \times 10^{-3}$ atm^{-1} rad T^{-1} m^{-1}. The 1σ uncertainty includes the one given by the fit. This value is compatible with our experimental value (Eq. (18)), represented as the open circle in Fig. 2 and as the straight and dashed lines in Fig. 3.

2. Theory

We can also compare our experimental value with theoretical predictions (both ours and from the literature), plotted in Fig. 3 and summarized in Table VII at 1 atm, 273.15 K and with the gas number density of an ideal gas. To convert from theoretical results given in atomic units into the units used

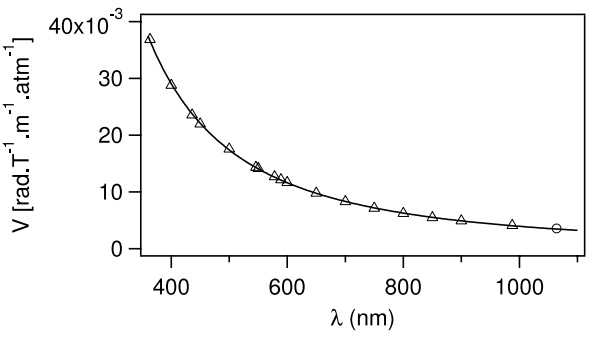


FIG. 2. △: Experimental values of xenon normalized Verdet constant at T = 273.15 K reported by Ingersoll and Liebenberg[32] for wavelengths ranging from 363 nm to 987.5 nm. These values are fitted by the law $A/\lambda^2 + B/\lambda^4$ (solid line). ○: Our experimental value at T = 273.15 K.

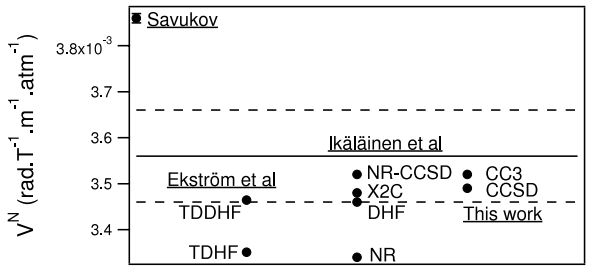


FIG. 3. Normalized Verdet constant of xenon at T = 273.15 K at λ = 1064 m. Solid line: Our experimental mean value. Dashed lines: Our experimental value with 1σ uncertainty. Points: Theoretical predictions (both ours and from the literature). See text and Table VII for the references.

experimentally, we exploited the relation

$$V\ (\mathrm{atm}^{-1}\ \mathrm{rad}\ \mathrm{T}^{-1}\ \mathrm{m}^{-1}) = V\ (\mathrm{a.u.}) \times 8.039\,617 \times 10^4. \tag{33}$$

Our experimental value is compatible within 1σ with our "best" coupled cluster results (t-aug_cc_pvqz_pp basis) and also with the most complete theoretical predictions by Ekström *et al.*[6] and by Ikäläinen *et al.*[34] (see below), and within 3σ with that of Savukov.[35]

The uncertainty of a few percent obtained on our experimental value allows to comment on the agreement with theoretical predictions as a function of the theoretical approximation or model. Savukov[35] has used a relativistic particle-hole configuration interaction (CI) method. He does not give a value at 1064 nm, but the latter can be interpolated, as done with the previous experimental data of Ingersoll and Liebenberg,[32] obtaining the value of Table VII, with an uncertainty given by the fit. The agreement between Savukov's interpolated result and experiment is only within 3σ, even if relativistic effects are taken into account. Ekström *et al.*[6] have used the non-relativistic time-dependent Hartree-Fock (TDHF in Fig. 3) and the relativistic time-dependent Dirac-Hartree-Fock (TDDHF in Fig. 3). There is clearly a better

TABLE VII. Experimental and theoretical values of the normalized Verdet constant at T = 273.15 K, λ = 1064 nm, with uncertainties at 1σ.

References	$V^{\mathrm{N}} \times 10^3$ (atm^{-1} rad T^{-1} m^{-1})	Remarks
Experiment		
Ingersoll *et al.*[32]	3.46 ± 0.04	Interpolated with $A/\lambda^2 + 2B/\lambda^4$. Scaled to water.
This work	3.56 ± 0.10	
Theory		
Savukov[35]	3.86 ± 0.01	Interpolated in this work with $A/\lambda^2 + B/\lambda^4$.
Ekström *et al.*[6]	3.35	TDHF
Ekström *et al.*[6]	3.46	TDDHF
Ikäläinen *et al.*[34]	3.34	NR
Ikäläinen *et al.*[34]	3.48	X2C
Ikäläinen *et al.*[34]	3.46	DHF
Ikäläinen *et al.*[34]	3.52	NR-CCSD
This work	3.49	CCSD/t-aug_cc_pvqz_pp
This work	3.52	CC3/t-aug_cc_pvqz_pp

TABLE VIII. Experimental (uncertainties of 1σ) and theoretical values of the Cotton-Mouton constant of xenon at $T = 273.15$ K.

References	λ (nm)	$k_{CM}^{N} \times 10^{14}$ (T^{-2} atm^{-1})
Experiment		
Carusotto *et al.*[36]	514.5	(2.29 ± 0.10)
Hüttner[37]	632.8	(2.41 ± 0.12)
Bregant *et al.*[38,39]	1064	(3.02 ± 0.27)
This work	1064	(2.59 ± 0.40)
Theory		
Bishop *et al.*[40]	∞	2.665
This work, CCSD/t-aug_cc_pvqz_pp	514.5	2.803
This work, CCSD/t-aug_cc_pvqz_pp	632.8	2.808
This work, CCSD/t-aug_cc_pvqz_pp	1064	2.804
This work, CC3/t-aug_cc_pvqz_pp	514.5	2.778
This work, CC3/t-aug_cc_pvqz_pp	632.8	2.784
This work, CC3/t-aug_cc_pvqz_pp	1064	2.782

agreement (better than 1σ) between their calculations and our experimental value when relativistic effects are taken into account. Finally, Ikäläinen *et al.*[34] have used the non-relativistic Hartree-Fock method (NR in Fig. 3), the exact two-component method (X2C in Fig. 3), and the fully relativistic four-component method (DHF in Fig. 3). The same authors also report (in the supplementary material[34]) a non-relativistic CCSD result (NR-CCSD in Fig. 3). While their uncorrelated results confirm that relativistic effects should be taken into account to improve agreement with experiment, their non-relativistic CCSD result highlights how the inclusion of correlation effects is equally important. Also worth noticing is the rather poor performance of the Becke Lee Yang and Parr (BLYP) and its 3-parameters variant (B3LYP) functionals, which overestimate the value of the Verdet constant in both non-relativistic and relativistic calculations. This also applies for the Becke-Half-and-Half-LYP functional (BHandHLYP) in the relativistic calculations, whereas the non-relativistic BHandHLYP value is still within 1σ of our experimental result (see Table S5 of the supplementary material of Ref. 34).

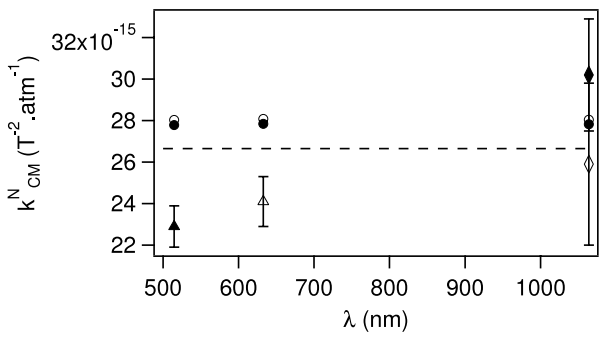


FIG. 4. Reported values of Cotton-Mouton constant of xenon for λ ranging from 514.5 nm to 1064 nm and with 1σ uncertainty. Experimental values: black triangle: Carusotto *et al.*,[36] open triangle: Hüttner (private communication by Bishop *et al.*),[37] black diamond: Bregant *et al.*,[38,39] and open diamond: this work. Theoretical predictions: dashed line: self-consistent-field (SCF) method for λ = ∞ by Bishop,[40] open circle: this work, CCSD, and black circle: this work, CC3.

B. Cotton Mouton effect

1. Experiments

Only a few measurements of the Cotton-Mouton effect in xenon have been discussed in the literature. There is one at λ = 514.5 nm by Carusotto *et al.*,[36] one at λ = 632.8 nm by Hüttner (reported as a private communication by Bishop *et al.*),[37] and finally one at λ = 1064 nm by Bregant *et al.*[38,39] Our experimental value, referring to λ = 1064 nm is compatible within 1σ with the data of Refs. 38 and 39. The set of results is shown in Table VIII and plotted as a function of the wavelength in Fig. 4.

Our measurement has an uncertainty of about 15%. This value, which is larger than that of the other reported values, especially those given for wavelengths of 514.5 nm and 632.8 nm, was established via a complete error budget. Note that no information is available on the setup, the number of pressures, the error budget, and the evaluation of the uncertainty for the value reported at λ = 632.8 nm by Bishop *et al.*[37] as a private communication of Hüttner. The value reported at λ = 514.5 nm by Carusotto *et al.*[36] was measured only at 1 atm, and by comparing the observed magnetic birefringence with that of nitrogen under the same experimental conditions, therefore taking as a reference, assumed as free of uncertainty, the Cotton-Mouton constant of nitrogen. It is safe to say therefore that the uncertainty associated to their datum might be underestimated. Finally, the value reported by Bregant *et al.*[38,39] at λ = 1064 nm corresponds to the weighted average between measurements at two different pressures (9 pressures for our measurement) and the uncertainty is similar to ours.

2. Theory

The Cotton-Mouton constant k_{CM} is linked to $\Delta\eta$ by the relationship[3]

$$k_{CM}\ (\mathrm{atm}^{-1}\ \mathrm{T}^{-2}) = \frac{6.183\,81 \times 10^{-14}}{T} \Delta\eta\ (\mathrm{a.u.}). \quad (34)$$

Only one theoretical prediction has been published so-far for the Cotton-Mouton effect in xenon.[40] The calculation of Bishop and Cybulski was performed at the SCF level of approximation, and it yielded the static hypermagnetizability anisotropy $\Delta\eta$. As stated by the authors, relativistic effects were not taken into account, even though the authors expected them to play a substantial role. Our experimental value agrees with that theoretical prediction within 1σ.

Our computed coupled cluster results, both CCSD and CC3, in the largest (t-aug_cc_pvqz_pp) basis sets for the three wavelengths at which experimental results are available are given in Table VIII. Both the CCSD and CC3 values at 1064 nm are well within 1σ of our experimental measurement, and just within 1σ of the result by Bregant *et al.*[38,39] At 632.8 nm, the agreement of our CC3 value with the experimental result of Hüttner[37] is just outside 3σ. At 514.5 nm, our computed values fall well outside 3σ of the estimate of Carusotto *et al.*[36] This apparently confirms that the error associated to this measured value might be underestimated.

VII. CONCLUSION

We have carried out a thorough analysis of the Faraday (circular) and Cotton Mouton (linear) birefringences of xenon, at a wavelength of 1064 nm. The study involves both an experimental segment, exploiting the capabilities of a state-of-the-art optical setup, and a computational element, where sophisticated wavefunction structure and optical response models (and with an estimate of the effect of relativity) were employed.

Our experimental estimate for the normalized Verdet constant of xenon at a temperature of 273.15 K and $\lambda = 1064$ nm, $V^{\mathrm{N}} = (3.56 \pm 0.10) \times 10^{-3}$ atm^{-1} rad T^{-1} m^{-1}, is very well reproduced by our theoretical approach, which yields a value ($V^{\mathrm{N}} = 3.52 \times 10^{-3}$ atm^{-1} rad T^{-1} m^{-1} using the CC3 approximation) within 1σ of the measured datum.

With respect to the Cotton Mouton effect, at $T = 273.15$ K and $\lambda = 1064$ nm, experiment yields a normalized constant $k^{\mathrm{N}}_{\mathrm{CM}} = (2.59 \pm 0.40) \times 10^{-14}$ atm^{-1} T^{-2}, whereas we compute (again with our most sophisticated model, CC3) a value of $k^{\mathrm{N}}_{\mathrm{CM}} = 2.78 \times 10^{-14}$ atm^{-1} T^{-2}, therefore within 1σ of experiment.

ACKNOWLEDGMENTS

We thank all the members of the BMV collaboration, and in particular J. Béard, J. Billette, P. Frings, B. Griffe, J. Mauchain, M. Nardone, J.-P. Nicolin, and G. Rikken for strong support. We are also indebted to the whole technical staff of LNCMI. Sonia Coriani acknowledges useful discussions with Lucas Visscher and Trond Saue. We acknowledge the support of the *Fondation pour la recherche IXCORE* and the *Agence National de la Recherche* (Grant No. ANR-14-CE32-0006).

[1]L. D. Barron, *Molecular Light Scattering and Optical Activity* (Cambridge University Press, Cambridge, 2004).
[2]A. Rizzo and S. Coriani, "Birefringences: A challenge for both theory and experiment," Adv. Quantum Chem. **50**, 143–184 (2005).
[3]C. Rizzo, A. Rizzo, and D. M. Bishop, "The Cotton-Mouton effect in gases: Experiment and theory," Int. Rev. Phys. Chem. **16**, 81–111 (1997).
[4]T. Helgaker, S. Coriani, P. Jørgensen, K. Kristensen, J. Olsen, and K. Ruud, "Recent advances in wave function-based methods of molecular-property calculations," Chem. Rev. **112**, 543–631 (2012).
[5]O. Christiansen, C. Hättig, and P. Jørgensen, "Response functions from Fourier component variational perturbation theory applied to a time-averaged quasienergy," Int. J. Quantum Chem. **68**, 1–52 (1998).
[6]U. Ekström, P. Norman, and A. Rizzo, "Four-component Hartree–Fock calculations of magnetic-field induced circular birefringence—Faraday effect—in noble gases and dihalogens," J. Chem. Phys. **122**, 074321 (2005).
[7]G. D. Purvis and R. J. Bartlett, "A full coupled cluster singles and doubles model: The inclusion of disconnected triples," J. Chem. Phys. **76**, 1910 (1982).
[8]H. Koch, A. S. de Meras, T. Helgaker, and O. Christiansen, "The integral-direct coupled cluster singles and doubles model," J. Chem. Phys. **104**, 4157 (1996).
[9]C. Hättig, O. Christiansen, H. Koch, and P. Jørgensen, "Frequency-dependent first hyperpolarizabilities using coupled cluster quadratic response theory," Chem. Phys. Lett. **269**, 428 (1997).
[10]H. Koch, O. Christiansen, P. Jørgensen, A. Sanchez de Merás, and T. Helgaker, "The CC3 model: An iterative coupled cluster approach including connected triples," J. Chem. Phys. **106**, 1808 (1997).
[11]O. Christiansen, H. Koch, and P. Jørgensen, "Response functions in the CC3 iterative triple excitation model," J. Chem. Phys. **103**, 7429 (1995).
[12]J. Gauss, O. Christiansen, and J. F. Stanton, "Triple excitation effects in coupled-cluster calculations of frequency-dependent hyperpolarizabilities," Chem. Phys. Lett. **296**, 117 (1998).
[13]F. Pawlowski, "Development and implementation of CC3 response theory for calculation of frequency-dependent molecular properties. Benchmarking of static molecular properties," Ph.D. thesis (Aarhus University, 2004).
[14]R. Battesti, B. Pinto Da Souza, S. Batut, C. Robilliard, G. Bailly, C. Michel, M. Nardone, L. Pinard, O. Portugall, G. Trénec, J.-M. Mackowski, G. L. Rikken, J. Vigué, and C. Rizzo, "The BMV experiment: A novel apparatus to study the propagation of light in a transverse magnetic field," Eur. Phys. J. D **46**, 323–333 (2008).
[15]A. Cadène, D. Sordes, P. Berceau, M. Fouché, R. Battesti, and C. Rizzo, "Faraday and Cotton-Mouton effects of helium at $\lambda = 1064$ nm," Phys. Rev. A **88**, 043815 (2013).
[16]A. Cadène, P. Berceau, M. Fouché, R. Battesti, and C. Rizzo, "Vacuum magnetic linear birefringence using pulsed fields: Status of the BMV experiment," Eur. Phys. J. D **68**, 16 (2014).
[17]P. Berceau, M. Fouché, R. Battesti, and C. Rizzo, "Magnetic linear birefringence measurements using pulsed fields," Phys. Rev. A **85**, 013837 (2012).
[18]R. V. Pound, "Electronic frequency stabilization of microwave oscillators," Rev. Sci. Instrum. **17**, 490–505 (1946).
[19]P. Berceau, M. Fouché, R. Battesti, F. Bielsa, J. Mauchain, and C. Rizzo, "Dynamical behaviour of birefringent Fabry-Pérot cavities," Appl. Phys. B: Lasers Opt. **100**, 803–809 (2010).
[20]S. Batut, J. Mauchain, R. Battesti, C. Robilliard, M. Fouché, and O. Portugall, "A transportable pulsed magnet system for fundamental investigations in quantum electrodynamics and particle physics," IEEE Trans. Appl. Supercond. **18**, 600–603 (2008).
[21]S. Coriani, C. Hättig, P. Jørgensen, A. Halkier, and A. Rizzo, "Coupled cluster calculations of Verdet constants," Chem. Phys. Lett. **281**, 445–451 (1997).
[22]S. Coriani, C. Hättig, P. Jørgensen, A. Halkier, and A. Rizzo, "Erratum: "Coupled cluster calculations of Verdet constants" [Chem. Phys. Lett. **281**, 445 (1997)]," Chem. Phys. Lett. **293**, 324 (1998).
[23]S. Coriani, P. Jørgensen, O. Christiansen, and J. Gauss, "Triple excitation effects in coupled cluster calculations of Verdet constants," Chem. Phys. Lett. **330**, 463–470 (2000).
[24]S. Coriani, C. Hättig, and A. Rizzo, "The electric-field-gradient-induced birefringence of Helium, Neon, Argon, and SF_6," J. Chem. Phys. **111**, 7828–7836 (1999).
[25]C. Hättig, O. Christiansen, and P. Jørgensen, "Cauchy moments and dispersion coefficients using coupled cluster linear response theory," J. Chem. Phys. **107**, 10592 (1997).
[26]C. Hättig and P. Jørgensen, "Dispersion coefficients for first hyperpolarizabilities using coupled cluster quadratic response theory," Theor. Chem. Acc. **100**, 230 (1998).
[27]M. Dolg, "Effective core potentials," in *Modern Methods and Algorithms of Quantum Chemistry*, NIC Series Vol. 1, edited by J. Grotendorst (John von Neumann Institute for Computing, Jülich, 2000), pp. 479–508.
[28]K. Peterson, D. Figgen, E. Goll, H. Stoll, and M. Dolg, "Systematically convergent basis sets with relativistic pseudopotentials. II. Small-core pseudopotentials and correlation consistent basis sets for the post-d group 16-18 elements," J. Chem. Phys. **119**, 11113 (2003).
[29]T. Saue, "Spin-interactions and the non-relativistic limit of electrodynamics," Adv. Quantum Chem. **48**, 383–405 (2005).
[30]T. Saue, "Relativistic Hamiltonians for chemistry: A primer," ChemPhysChem **12**, 3077–3094 (2011).
[31]K. Aidas, C. Angeli, K. L. Bak, V. Bakken, R. Bast, L. Boman, O. Christiansen, R. Cimiraglia, S. Coriani, P. Dahle, E. K. Dalskov, U. Ekström, T. Enevoldsen, J. J. Eriksen, P. Ettenhuber, B. Fernández, L. Ferrighi, H. Fliegl, L. Frediani, K. Hald, A. Halkier, C. Hättig, H. Heiberg, T. Helgaker, A. C. Hennum, H. Hettema, E. Hjertenæs, S. Høst, I.-M. Høyvik, M. F. Iozzi, B. Jansik, H. J. A. Jensen, D. Jonsson, P. Jørgensen, J. Kauczor, S. Kirpekar, T. Kjærgaard, W. Klopper, S. Knecht, R. Kobayashi, H. Koch, J. Kongsted, A. Krapp, K. Kristensen, A. Ligabue, O. B. Lutnæs, J. I. Melo, K. V. Mikkelsen, R. H. Myhre, C. Neiss, C. B. Nielsen, P. Norman, J. Olsen, J. M. H. Olsen, A. Osted, M. J. Packer, F. Pawlowski, T. B. Pedersen, P. F. Provasi, S. Reine, Z. Rinkevicius, T. A. Ruden, K. Ruud, V. Rybkin, P. Salek, C. C. M. Samson, A. S. de Merás, T. Saue, S. P. A. Sauer, B. Schimmelpfennig, K. Sneskov, A. H. Steindal, K. O. Sylvester-Hvid, P. R. Taylor, A. M. Teale, E. I. Tellgren, D. P. Tew, A. J. Thorvaldsen, L. Thøgersen, O. Vahtras, M. A. Watson, D. J. D. Wilson, M. Ziolkowski, and H. Ågren, "The Dalton quantum chemistry program system," WIREs: Comput. Mol. Sci. **4**, 269–284 (2014).

[32]L. R. Ingersoll and D. H. Liebenberg, "Faraday effect in gases and vapors II," J. Opt. Soc. Am. **46**, 538–542 (1956).
[33]L. Rosenfeld, "Zur Theorie des Faradayeffekts," Z. Phys. **57**, 835 (1929).
[34]S. Ikäläinen, P. Lantto, and J. Vaara, "Fully relativistic calculations of Faraday and nuclear spin-induced optical rotation in xenon," J. Chem. Theory Comput. **8**, 91 (2012).
[35]I. M. Savukov, "Particle-hole configuration-interaction polarizabilities and Verdet constants of noble-gas atoms," Phys. Rev. A **85**, 052512 (2012).
[36]S. Carusotto, E. Iacopini, E. Polacco, F. Scuri, G. Stefanini, and E. Zavattini, "Measurement of the magnetic birefringence of noble gases," J. Opt. Soc. Am. B **1**, 635–640 (1984).
[37]D. M. Bishop and J. Pipin, "Hypermagnetizability anisotropy (Cotton-Mouton effect) for the rare gases and methane," Chem. Phys. Lett. **186**, 195–197 (1991).
[38]M. Bregant, G. Cantatore, S. Carusotto, R. Cimino, F. Della Valle, G. Di Domenico, U. Gastaldi, M. Karuza, E. Milotti, E. Polacco, G. Ruoso, E. Zavattini, and G. Zavattini, "Measurement of the Cotton-Mouton effect in krypton and xenon at 1064 nm with the PVLAS apparatus," Chem. Phys. Lett. **392**, 276–280 (2004).
[39]M. Bregant, G. Cantatore, S. Carusotto, R. Cimino, F. Della Valle, G. Di Domenico, U. Gastaldi, M. Karuza, V. Lozza, E. Milotti, E. Polacco, G. Raiteri, G. Ruoso, E. Zavattini, and G. Zavattini, "Erratum: 'Measurement of the Cotton-Mouton effect in krypton and xenon at 1064 nm with the PVLAS apparatus' [Chem. Phys. Lett. **392**, 276 (2004)] and 'A precise measurement of the Cotton-Mouton effect in neon' [Chem. Phys. Lett. **410**, 288 (2005)]," Chem. Phys. Lett. **477**, 415 (2009).
[40]D. M. Bishop and S. M. Cybulski, "Calculation of electromagnetic properties of the noble gases," Chem. Phys. Lett. **211**, 255–258 (1993).

Eur. Phys. J. D (2014) 68: 16
DOI: 10.1140/epjd/e2013-40725-9

THE EUROPEAN PHYSICAL JOURNAL D

Regular Article

Vacuum magnetic linear birefringence using pulsed fields: status of the BMV experiment

Agathe Cadène, Paul Berceau, Mathilde Fouché, Rémy Battesti, and Carlo Rizzo[a]

Laboratoire National des Champs Magnétiques Intenses (UPR 3228, CNRS-UPS-UJF-INSA), 31400 Toulouse Cedex, France

Received 18 November 2013
Published online 23 January 2014 –

Abstract. We present the current status of the BMV experiment. Our apparatus is based on an up-to-date resonant optical cavity coupled to a transverse magnetic field. We detail our data acquisition and analysis procedure which takes into account the symmetry properties of the raw data with respect to the orientation of the magnetic field and the sign of the cavity birefringence. The measurement result of the vacuum magnetic linear birefringence k_{CM} presented in this paper was obtained with about 200 magnetic pulses and a maximum field of 6.5 T, giving a noise floor of about $8 \times 10^{-21}\ \mathrm{T}^{-2}$ at 3σ confidence level.

1 Introduction

It is known since the beginning of the 20th century that any medium shows a linear birefringence in the presence of a transverse external magnetic field $\boldsymbol{B}$. This effect is usually known as the Cotton-Mouton (CM) effect (see Ref. [1] and references therein). The existence of such a magnetic linear birefringence has also been predicted in vacuum around 1970 in the framework of quantum electrodynamics (QED) [2,3]. It is one of the non-linear optical effects described by the Heisenberg-Euler effective lagrangian (see Ref. [4] and references therein) and it can be seen as the result of the interaction of the external magnetic field with quantum vacuum fluctuations. In a vacuum therefore the index of refraction $n_{\parallel}$ for light polarized parallel to $\boldsymbol{B}$ is expected to be different from the index of refraction $n_{\perp}$ for light polarized perpendicular to $\boldsymbol{B}$ such that [4]:

$$\Delta n_{\mathrm{CM}} = n_{\parallel} - n_{\perp}, \tag{1}$$

$$= k_{\mathrm{CM}} B^2. \tag{2}$$

At the first order in the fine structure constant α, k_{CM} can be written as:

$$k_{\mathrm{CM}} = 2\alpha^2\hbar^3/15\mu_0 m_{\mathrm{e}}^4 c^5, \tag{3}$$

with $\hbar$ the Planck constant over 2π, m_{e} the electron mass, c the speed of light in vacuum, and μ_0 the magnetic constant. Using the CODATA recommended values for fundamental constants [5], one obtains:

$$k_{\mathrm{CM}} \sim 4.0 \times 10^{-24}\ \mathrm{T}^{-2}. \tag{4}$$

In spite of several experimental attempts, the experimental proof of such a very fundamental QED prediction is still lacking [4]. All recent experiments, both completed or running, measure Δn_{CM} via the ellipticity ψ induced on a linearly polarized light propagating in the birefringent vacuum:

$$\psi = \pi k_{\mathrm{CM}} \frac{L_B}{\lambda} B^2 \sin 2\theta_{\mathrm{P}}, \tag{5}$$

where λ is the light wavelength, L_B is the path length in the magnetic field, and $\theta_{\mathrm{P}} = 45°$ is the angle between the light polarization and the birefringence axis. This equation clearly shows that the critical experimental parameter is the product $B^2 L_B$. In order to increase the ellipticity to be measured, one usually uses an optical cavity to store light in the magnetic field region as long as possible. The total acquired ellipticity Ψ is linked to the ellipticity ψ acquired in the absence of cavity and depends on the cavity finesse F as:

$$\Psi = \frac{2F}{\pi}\psi. \tag{6}$$

After the theoretical calculations in the 70s, a first measurement of the k_{CM} value was published by the BFRT collaboration [6]. It was based on a superconducting magnet providing a maximum field of 3.9 T, and a multipass optical cavity. Spurious signals were always present (see table V(b) in [6]). Final results gave $k_{\mathrm{CM}} = (2.2 \pm 0.8) \times 10^{-19}\ \mathrm{T}^{-2}$ at 3σ confidence level for 34 refections inside the cavity, and $k_{\mathrm{CM}} = (3.2 \pm 1.3) \times 10^{-19}\ \mathrm{T}^{-2}$ for 578 reflections. In 2008 a new measurement was published by the PVLAS collaboration using a Fabry-Pérot optical cavity and a superconducting magnet providing a 2.3 T field: $k_{\mathrm{CM}} = (1.4 \pm 2.4) \times 10^{-20}\ \mathrm{T}^{-2}$ at 3σ [7]. The same experiment at 5 T gave $k_{\mathrm{CM}} = (2.7 \pm 1.2) \times 10^{-20}\ \mathrm{T}^{-2}$ at 3σ. More recently a new version of the PVLAS apparatus based on two 2.5 T permanent magnets and a Fabry-Pérot optical cavity reached a noise floor corresponding to $k_{\mathrm{CM}} = 1.3 \times 10^{-20}\ \mathrm{T}^{-2}$ at 3σ, but "only when no

[a] e-mail: carlo.rizzo@lncmi.cnrs.fr

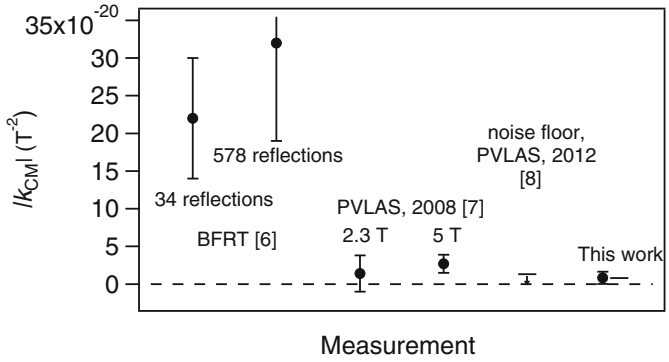


Fig. 1. Comparison of reported absolute values of the vacuum magnetic linear birefringence and their uncertainties represented at 3σ.

spurious signal was observed" [8]. All over our paper, we give error bars at 3σ corresponding to a confidence level of 99.8%, that usually indicates an evidence for a non-zero signal. All these measurements are summarized in Figure 1. This clearly shows that vacuum CM measurements are true experimental challenges and that one has to focus not only on getting the best optical sensitivity and maximizing the signal to be measured, but also on minimizing all the unwanted systematic effects by decoupling the apparatus from their sources and by performing an appropriate data analysis.

In this paper we present a measurement of k_{CM} obtained using the first generation setup of the BMV *(Biréfringence Magnétique du Vide)* experiment at the National High Magnetic Field Laboratory of Toulouse, France – (LNCMI-T) [9]. The novelty of this experiment is the use of pulsed magnetic fields. This method allows to provide the highest magnetic fields in terrestrial laboratories without destroying the coil itself [4]. Our apparatus is also based on the use of an infrared Fabry-Pérot cavity among the sharpest in the world [10]. We calibrated our experiment using nitrogen gas [10], and recently published a high precision measurement of the Cotton-Mouton effect of helium gas compatible with the theoretical prediction [11]. We present our data acquisition and analysis procedure that takes into account the symmetry properties of the raw data with respect to the orientation of the magnetic field and the sign of the cavity birefringence. The measurement result of the vacuum magnetic linear birefringence k_{CM} presented in this paper was obtained with about 200 magnetic pulses and a maximum field of 6.5 T. It corresponds to the best noise floor ever reached. It is therefore a clear validation of our innovative experimental method.

2 Experimental setup

2.1 Apparatus

Our experimental setup is described in reference [11]. As shown in Figure 2, 30 mW of a linearly polarized Nd:YAG laser beam ($\lambda = 1064$ nm) goes through an acousto-optic modulator (AOM) used in double pass for an adjustment

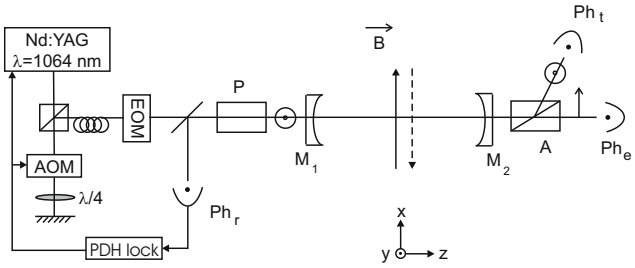


Fig. 2. Experimental setup. EOM, electro-optic modulator; AOM, acousto-optic modulator; PDH, Pound-Drever-Hall; Ph, photodiode; P, polarizer; A, analyzer. See text for more details.

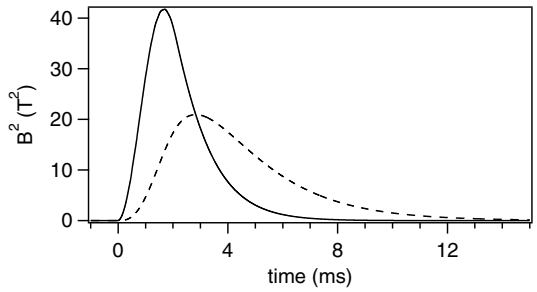


Fig. 3. Square of the magnetic field amplitude as a function of time for a maximum field of 6.5 T. Solid black curve, B^2; dashed curve, B_{f}^2.

of the laser frequency. It is then injected into a monomode optical fiber before entering a high finesse Fabry-Pérot cavity of length $L_{\mathrm{c}} = 2.27$ m, consisting of the mirrors M_1 and M_2. This corresponds to a cavity free spectral range of $\Delta^{\mathrm{FSR}} = c/2L_{\mathrm{c}} = 65.996$ MHz. The laser passes through an electro-optic modulator (EOM) creating sidebands at 10 MHz. We analyze the beam reflected by the cavity on the photodiode $\mathrm{Ph_r}$. This signal is used to lock the laser frequency to the cavity resonance frequency using the Pound-Drever-Hall method [12], via the acousto-optic modulator and the piezoelectric and Peltier elements of the laser.

To measure the ellipticity induced by the Cotton-Mouton effect one needs a transverse magnetic field as high as possible. This is fulfilled using pulsed fields delivered by one magnet, named X-coil, especially designed in our laboratory. The principle of this magnet and its properties are described in details in references [9,13]. It can provide a maximum field of more than 14 T over an equivalent length L_B of 0.137 m [10]. Data have been taken with a maximum magnetic field of 6.5 T reached within 1.70 ms while the total duration of a pulse is less than 10 ms as shown in Figure 3. Moreover, we can remotely switch the high-voltage connections to reverse $\boldsymbol{B}$ in order to set it parallel or antiparallel to the x direction. The maximum repetition rate is 6 pulses per hour.

We infer the cavity finesse from the measurement of the photon lifetime τ [10]. Its value is regularly checked during data taking and we get $\tau = 1.07$ ms. The corresponding finesse is:

$$F = \frac{\pi c \tau}{L_{\mathrm{c}}}. \tag{7}$$

We get $F = 445\,000$ with a relative variation that does not exceed 6% at the 3σ confidence level. This corresponds to a cavity linewidth $\Delta\nu = c/2FL_c$ of 148 Hz. This is one of the sharpest infrared cavity in the world [10].

Before entering the Fabry-Pérot cavity, light is polarized by the polarizer P. The beam transmitted by the cavity is then analyzed by the analyzer A crossed at maximum extinction. We extract both polarizations: parallel and perpendicular to P. The extraordinary ray, whose polarization is perpendicular to the incident polarization, is detected by the photodiode Ph_e (power I_e), while the ordinary ray, whose polarization is parallel to the incident polarization, is detected by Ph_t (power I_t).

All the optical devices from the polarizer to the analyzer are placed in an ultrahigh-vacuum chamber. During operation, the pressure inside the UHV vessel was about 10^{-7} mbar. We have monitored the vacuum quality with a residual gas analyzer. Residual gases can cause a measurable CM effect. Most important contributions come from N_2 and O_2 leading to a k_{CM} of 1.5×10^{-23} T^{-2}. Moreover dielectric mirrors also induce a CM effect corresponding to an ellipticity of 8×10^{-10} rad T^{-2} per reflection, as reported in reference [14]. The stray transverse magnetic field at the mirror position is smaller than 150 μT, giving in our case $k_{CM} < 1 \times 10^{-24}$ T^{-2}. We expect these CM effects to be smaller than the measured noise floor.

2.2 Signals

The ellipticity $\Psi(t)$ induced by the transverse magnetic field is related to the ratio of the extraordinary and ordinary powers as follows:

$$\frac{I_e(t)}{I_{t,f}(t)} = \sigma^2 + [\Gamma + \Psi(t)]^2, \\ \simeq \sigma^2 + \Gamma^2 + 2\Gamma\Psi(t) \text{ for } \Psi \ll \Gamma, \quad (8)$$

with σ^2 the polarizer extinction ratio and Γ the total static ellipticity. This static ellipticity is due to the mirrors' intrinsic phase retardation [15]. Each mirror can be regarded as a wave plate. The combination of both wave plates gives a single wave plate with a total phase retardation and an axis orientation that depend on each mirror phase retardation and on their relative orientation [16,17]. Thus, we adjust the value of Γ by rotating the mirrors M_1 and M_2 around the z-axis corresponding to the axis of light propagation.

To measure the polarizer extinction ratio, we first set $\Gamma = 0$, with no magnetic field. We get $I_e/I_{t,f} = \sigma^2 \sim 7 \times 10^{-7}$. Then, to reach the best sensitivity, we need $\Gamma^2 \sim \sigma^2$ [9]. Starting from $\Gamma = 0$ and rotating M_1 in the clockwise or counterclockwise direction, we choose the value of Γ, as well as its sign determined by CM measurements in nitrogen and helium gas. The measurement of σ^2 and the adjustment of the value and sign of Γ are done before each magnetic pulse.

Due to the photon lifetime, the cavity acts as a first order low pass filter, as explained in details in reference [18]. Its complex response function $H(\nu)$ is given by:

$$H(\nu) = \frac{1}{1 + i\frac{\nu}{\nu_c}}, \quad (9)$$

with ν the frequency and $\nu_c = 1/4\pi\tau \simeq 74$ Hz the cavity cutoff frequency. This filtering has to be taken into account in particular for the time dependent magnetic field applied inside the Fabry-Pérot cavity. The ellipticity Ψ induced by the external magnetic field is thus proportional to B_f^2:

$$\Psi(t) = \alpha B_f^2(t), \quad (10)$$

where the filtered field B_f^2 is calculated from B^2 taking into account the cavity filtering. The time profile of B_f^2 is plotted in Figure 3 with the dashed curve. In particular, the cavity filtering induces an attenuation and a shift of the maximum. The cavity filtering has also to be applied to I_t as explained in details in references [11,18].

The calculated signals used for the analysis are described in details in reference [11]. In order to extract the ellipticity $\Psi(t)$ from equation (8), we calculate the following $Y(t)$ signal after each pulse:

$$Y(t) = \frac{\frac{I_e(t)}{I_{t,f}(t)} - I_{dc}}{2 \mid \Gamma \mid}, \quad (11)$$

$$\simeq \gamma\Psi(t), \quad (12)$$

where γ corresponds to the sign of Γ. We calculate the static signal $I_{dc} = \sigma^2 + \Gamma^2$ before the pulse as follows:

$$I_{dc} = \left\langle \frac{I_e(t)}{I_{t,f}(t)} \right\rangle \Big|_{t_\Gamma < t < 0}, \quad (13)$$

where t_Γ corresponds to the beginning of the analysis and $t = 0$ to the beginning of the applied magnetic field. The absolute value of the cavity ellipticity is measured a few milliseconds before each magnetic pulse thanks to the following equation:

$$|\Gamma| = \sqrt{\left\langle \frac{I_e(t)}{I_{t,f}(t)} \right\rangle \Big|_{t_\Gamma < t < 0} - \sigma^2}. \quad (14)$$

Signals $Y(t)$ are collected for both signs of Γ and for both directions of $\boldsymbol{B}$: parallel to x is denoted as >0 and antiparallel is denoted as <0. This gives four data series: ($\Gamma > 0$, $B > 0$), ($\Gamma > 0$, $B < 0$), ($\Gamma < 0$, $B < 0$) and ($\Gamma < 0$, $B > 0$). For each series, signals calculated with equation (11) are averaged and denoted as $Y_{\gg}$, $Y_{><}$, $Y_{\ll}$ and $Y_{<>}$. The first subscript corresponds to $\Gamma > 0$ or < 0 and the second one corresponds to $\boldsymbol{B}$ parallel or antiparallel to x.

3 Data analysis and results

The raw signals, such as $I_t(t)$, $I_e(t)$, $B(t)$ or the cavity locking signal, are recorded 25 ms before the beginning of the magnetic field and 25 ms after. A typical cavity locking

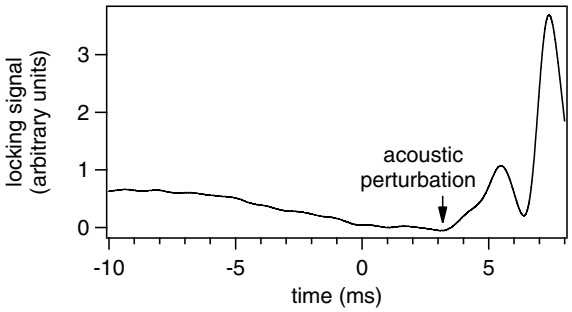


Fig. 4. Time evolution of the locking signal during a magnetic pulse. The magnetic field is applied at $t = 0$ ms.

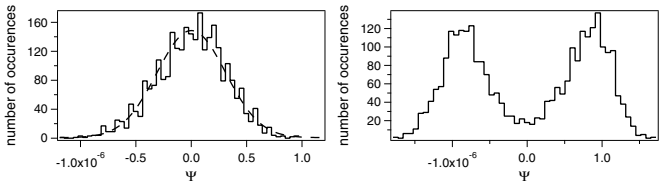


Fig. 5. Typical histogram of $\Psi(t)$ before the magnetic pulse. (a) The histogram can be fitted by a gaussian function (dashed curve): the shot is selected. (b) Rejected shot.

signal is plotted in Figure 4. We clearly see a perturbation which begins at about 3.2 ms. This corresponds to the acoustic perturbation triggered at $t = 0$ by the magnetic pulse. This perturbation travels trough the air to the mirror mounts. We have confirmed the arrival time on the mirror mounts with accelerometers. This perturbation induces an ellipticity noise which degrades our sensitivity. We have thus decided to stop the analysis at $t = 3.1$ ms. Symmetrically, we start the analysis at $t_\Gamma = -3.1$ ms. It also allows to avoid drifts and long time variations of Γ.

For each pulse applied in vacuum, we first calculate the $|\Gamma|$ value following equation (14). To check that this corresponds to a meaningful value, we plot the histogram of the following signal for $t_\Gamma < t < 0$:

$$\Psi(t) = \sqrt{\frac{I_e(t)}{I_{t,f}(t)} - \sigma^2} - \Gamma. \tag{15}$$

This corresponds to 3100 values acquired every 1 μs. With white noise and because no induced ellipticity is present at $t < 0$, the histogram is centered on 0 and corresponds to a gaussian distribution, as shown in Figure 5a.

However, some of the histograms cannot be fitted by a gaussian function, as shown in Figure 5b. The main origin of this type of distributions is mechanical oscillations of the setup induced by the environment and leading to static ellipticity fluctuations, event if the magnetic field is not applied. These mechanical oscillations can be directly observed on the power spectral density (PSD) of the ellipticity Ψ in the absence of the magnetic field, as shown in Figure 6. In the case corresponding to Figure 5b, we cannot give a statistical and significant value of Γ. The

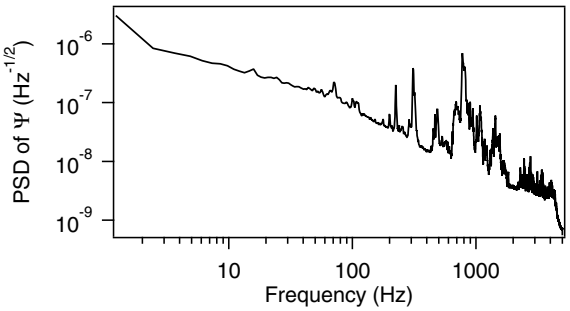


Fig. 6. Power spectral density of Ψ in the absence of the magnetic field. We observe the different mechanical resonances of the setup.

corresponding shots are thus rejected. Finally we selected 101 pulses. It should be noted that this selection is performed for $t < 0$, thus before the magnetic pulse. We do not select or reject pulses with an analysis on the signal we want to measure, thus induced by the magnetic field at $t > 0$.

From the 101 selected pulses, we calculate the signals $Y_{\gg}$, $Y_{><}$, $Y_{\ll}$, and $Y_{<>}$, denoted by Y_j with $j = \gg, ><, \ll, <>$. As explained in Section 2.2, they correspond to the average of the $Y(t)$ signals calculated with equation (11) for each of the four series. The Y_j uncertainties are calculated at each time t_i, $\Delta Y_j(t_i) = \sigma_j(t_i)/\sqrt{N_j}$, with $\sigma_j(t_i)$ the standard deviation of the $Y_j(t_i)$ distribution and N_j the number of shots for the j series.

As explained in details in reference [11], one has to consider systematic effects that mimic the CM effect we want to measure. We thus analyze our data following a general expression taking into account the symmetry properties of Y_j towards experimental parameters:

$$\begin{aligned}
Y_{\gg} &= a_{\gg}S_{++} + b_{\gg}S_{+-} + c_{\gg}S_{--} + d_{\gg}S_{-+},\\
&= a_{\gg}S_{++} + b_{\gg}S_{+-} + c_{\gg}S_{--} + \Psi,\\
Y_{><} &= a_{><}S_{++} - b_{><}S_{+-} - c_{><}S_{--} + d_{><}S_{-+},\\
&= a_{><}S_{++} - b_{><}S_{+-} - c_{><}S_{--} + \Psi,\\
Y_{\ll} &= a_{\ll}S_{++} - b_{\ll}S_{+-} + c_{\ll}S_{--} - d_{\ll}S_{-+},\\
&= a_{\ll}S_{++} - b_{\ll}S_{+-} + c_{\ll}S_{--} - \Psi,\\
Y_{<>} &= a_{<>}S_{++} + b_{<>}S_{+-} - c_{<>}S_{--} - d_{<>}S_{-+},\\
&= a_{<>}S_{++} + b_{<>}S_{+-} - c_{<>}S_{--} - \Psi.
\end{aligned}$$

The S functions correspond to a given symmetry towards the sign of Γ and the direction of $\boldsymbol{B}$. The first subscript + (resp. −) indicates an even (resp. odd) parity with respect to the sign of Γ. The same convention is used for the second subscript corresponding to $\boldsymbol{B}$. Each S function has a different physical origin which are summarized in Table 1. CM effect signal contributes to S_{-+} since it depends on the cavity birefringence Γ and on the square of the magnetic field amplitude as shown in equations (5) and (12). We can thus replace dS_{-+} by $\gamma\Psi$.

Table 1. Possible physical effects contributing to the S signals. The $\Theta_{\rm F}$ signal corresponds to a polarization rotation angle due to the circular birefringence induced by a longitudinal magnetic field (Faraday effect).

S signal	Physical effect
$S_{++}(t)$	g $\Theta_{\rm F}^2(t)$, $\Psi^2(t)$
$S_{+-}(t)$	$\boldsymbol{B}$ effects on photodiodes
$S_{--}(t)$	$\gamma\Theta_{\rm F}(t)$
$S_{-+}(t)$	$\gamma\Psi(t)$

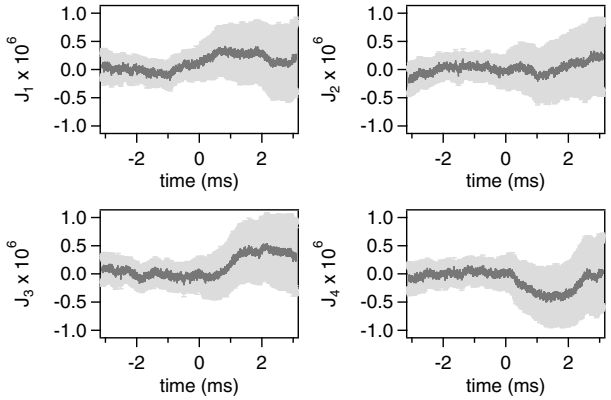


Fig. 7. Time evolution of J_1, J_2, J_3 and J_4 (dark grey curve) and their uncertainties at 3σ confidence level (light grey).

The S functions are then extracted with a linear combination of $Y_{\rm j}$ as follows:

$$\begin{aligned}
J_1 &\equiv \frac{Y_{\gg} + Y_{><} + Y_{\ll} + Y_{<>}}{4},\\
&= \overline{a}\ S_{++} + \Delta b_1\ S_{+-} + \Delta c_1\ S_{--} + \Delta d_1\ S_{-+},\\
J_2 &\equiv \frac{Y_{\gg} - Y_{><} - Y_{\ll} + Y_{<>}}{4},\\
&= \Delta a_2\ S_{++} + \overline{b}\ S_{+-} + \Delta c_2\ S_{--} + \Delta d_2\ S_{-+},\\
J_3 &\equiv \frac{Y_{\gg} - Y_{><} + Y_{\ll} - Y_{<>}}{4},\\
&= \Delta a_3\ S_{++} + \Delta b_3\ S_{+-} + \overline{c}\ S_{--} + \Delta d_3\ S_{-+},\\
J_4 &\equiv \frac{Y_{\gg} + Y_{><} - Y_{\ll} - Y_{<>}}{4},\\
&= \Delta a_4\ S_{++} + \Delta b_4\ S_{+-} + \Delta c_4\ S_{--} + \overline{d}\ S_{-+}. \qquad (16)
\end{aligned}$$

$J_1(t)$, $J_2(t)$, $J_3(t)$ and $J_4(t)$ are plotted in Figure 7. Their uncertainties are calculated from the $Y_{\rm j}$ uncertainties. The weighting parameters a, b, c and d depend on the experimental adjustment from pulse to pulse and from day to day. Their relative variations are small: $\Delta a/\overline{a}$, $\Delta b/\overline{b}$, $\Delta c/\overline{c}$, $\Delta d/\overline{d} \ll 1$. Δa, Δb and Δc are mainly due to the Γ variation from one shot to another and we can precisely calculate them since Γ is measured for each shot. We obtain $\Delta a_4/\overline{a} = 5.97 \times 10^{-2}$, $\Delta b_4/\overline{b} = -7.67 \times 10^{-2}$ and $\Delta c_4/\overline{c} = -8.27 \times 10^{-2}$. These values are of the same order of magnitude as the one obtained during the CM measurement of helium gaz [11]. Δd is independent of the Γ variation. It mainly comes from a variation of the magnetic field from one pulse to another. As the B relative variation is small compared to the Γ relative variation we consider $\Delta d \simeq 0$. The variation of Ψ is thus neglected.

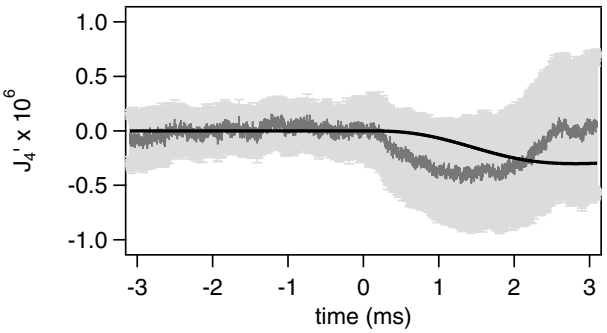


Fig. 8. Dark grey curve: time evolution of J_4' and its 3σ uncertainties (light grey). Black curve: $\alpha B_{\rm f}^2$ function superimposed to guide the eyes.

We thus write:

$$\begin{aligned}
J_1 &\simeq \overline{a}\ S_{++},\\
J_2 &\simeq \overline{b}\ S_{+-},\\
J_3 &\simeq \overline{c}\ S_{--},\\
J_4 &\simeq \frac{\Delta a_4}{\overline{a}} J_1 + \frac{\Delta b_4}{\overline{b}} J_2 + \frac{\Delta c_4}{\overline{c}} J_3 + \Psi. \qquad (17)
\end{aligned}$$

We then calculate:

$$\begin{aligned}
J_4' &\equiv J_4 - \left[\frac{\Delta a_4}{\overline{a}} J_1 + \frac{\Delta b_4}{\overline{b}} J_2 + \frac{\Delta c_4}{\overline{c}} J_3\right],\\
&\simeq \Psi, \qquad (18)
\end{aligned}$$

which corresponds to the Cotton-Mouton signal. It is plotted in Figure 8 together with a $\alpha B_{\rm f}^2$ function superimposed to guide the eyes. Nevertheless, we see that the major component of J_4' is not $\alpha B_{\rm f}^2$ but a supplementary systematic effect.

As said before, the setup is subject to several mechanical resonances which can be excited both by the environment and the magnetic field. The latter could thus trigger a mechanical oscillation of the setup at $t = 0$. We try to fit J_4' by a sine function starting at $t = 0$. The fit gives a frequency of (180 ± 3) Hz and it is superimposed to J_4' in Figure 9a. We finally fit the residues by $\alpha B_{\rm f}^2$. The fit is superimposed to the residues of J_4' in Figure 9b. The Cotton-Mouton constant $k_{\rm CM}$ is deduced from the measured experimental parameters as follows [10]:

$$k_{\rm CM} = \frac{\alpha}{4\pi\tau\Delta^{\rm FSR}} \frac{\lambda}{L_B} \frac{1}{\sin 2\theta_{\rm P}}. \qquad (19)$$

We obtain:

$$k_{\rm CM} = (-0.9 \pm 6.2) \times 10^{-21}\,{\rm T}^{-2}, \qquad (20)$$

at 3σ confidence level. As said before we give error bars at 3σ corresponding to a confidence level of 99.8%, that usually indicates an evidence for a non-zero signal. The uncertainty takes into account the A-type and B-type uncertainties. The A-type uncertainties come from the fit

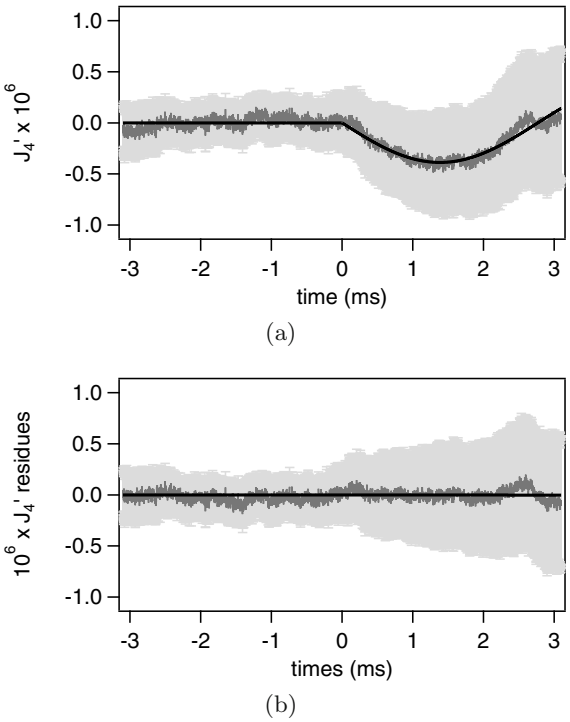


Fig. 9. Time evolution of J_4' and its residues (dark grey). The 3σ uncertainties are superimposed in light grey. (a) Time evolution of J_4'. Black curve: Fit with a sine function at 180 Hz. (b) Time evolution of the residues of J_4'. Black curve: Fit with αB_{f}^2.

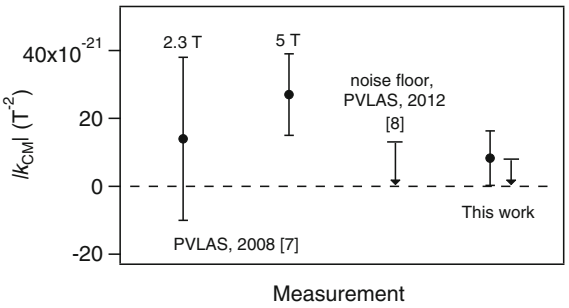


Fig. 10. Comparison of the latest absolute reported values of the vacuum CM effect. Error bars are given at 3σ. This work: black dot, value obtain with the fit combining the sine function at 177 Hz and the αB_{f}^2 function; arrow, noise floor of $8.0 \times 10^{-21}\,\mathrm{T}^{-2}$.

and from the photon lifetime with a relative variation lower than 6% at 3σ. The B-type uncertainties have been evaluated previously and detailed in reference [10]. They essentially come from the length of the magnetic field L_B with a relative uncertainty of 6.6% at 3σ. The value of equation (20) gives an estimate of our noise floor, which is half the one of the PVLAS collaboration in 2012 obtained with an integration time of 8192 s [8].

In order to assess more precisely the physical origin of the systematic effect, we zoom in the power spectral density of Ψ, depicted in Figure 6, on the frequencies around 180 Hz. We find several resonances at 177 Hz, 200 Hz and above. The signal J_4' is then fitted by a sine function but with the frequency fixed to each of the resonance frequencies. The best fit, corresponding to the best χ^2, is obtained for 177 Hz, which is compatible with the frequency given by the previous fit. Fitting the residues by αB_{f}^2 gives our final value for the CM constant:

$$k_{\mathrm{CM}} = (5.1 \pm 6.2) \times 10^{-21}\,\mathrm{T}^{-2}, \tag{21}$$

at 3σ confidence level.

On the other hand, if we fit the data corresponding to Figure 8 with the sum of the sine function of 177 Hz frequency and αB_{f}^2, we obtain:

$$k_{\mathrm{CM}} = (8.3 \pm 8.0) \times 10^{-21}\,\mathrm{T}^{-2}, \tag{22}$$

at 3σ confidence level.

All this shows that our noise floor given by the uncertainties is of a few $10^{-21}\,\mathrm{T}^{-2}$ while the central value depends on the fitting procedure. Establishing what is the most statistically appropriate fitting procedure is out of the scope of this paper. Our goal is to report on our noise floor and to highlight the main contributions to systematic effects in order to improve the overall sensitivity of the next version of the apparatus.

Nevertheless, for the sake of comparison we show in Figure 10 our typical value given in equation (22) together with the already published values. We see that our value is slightly better than the previous one.

4 Conclusions and perspectives

We presented the last advances of our BMV apparatus in terms of the best noise floor of vacuum magnetic birefringence ever realized. Our result validates our experimental method based on pulsed fields. In particular, it proves that the sensitivity obtained in a single pulse compensates the loss of duty cycle. To reach the QED value, the needed improvement is of three orders of magnitude. This is not conceivable with this first-generation experiment. Our strategy is therefore to increase the magnetic field thanks to the pulsed technology. At the moment, we have $B^2 L_B = 5.8\ \mathrm{T}^2$ m but we conceptualized and tested a pulsed coil that has already reached a $B^2 L_B$ higher than $300\ \mathrm{T}^2$ m. Two coils of this type will be inserted in the experiment in the near future. This essential step really makes the vacuum birefringence measurement within our reach.

On the other hand, our analysis has allowed us to identify some systematic effects. Obviously, a special care will be devoted to limit them in order to improve the accuracy. The magnetic field induces an excitation on the setup which resonates at different frequencies. Since it affects the signal J_4, the resonance at 177 Hz has an odd symmetry with respect to the sign of Γ. This implies that it concerns the mirror mounts. In order to get rid of this effect, a new setup was designed, providing a better magnetic insulation of the mirrors. It will also provide a better acoustic insulation of the mirror mounts, improving the overall sensitivity and decreasing the number of rejected

shots. Moreover in the new version of our setup we will be able to measure the ellipticity both with θ_P equal to 0° (no induced ellipticity) and 45° (maximal induced ellipticity). This will allow us to subtract from the raw data the systematic effects that do not depend on the polarization direction, as the sine function at 177 Hz.

We thank all the members of the BMV collaboration, and in particular J. Béard, J. Billette, P. Frings, B. Griffe, J. Mauchain, M. Nardone, J.-P. Nicolin and G. Rikken for strong support. We are also indebted to the whole technical staff of LNCMI. We acknowledge the support of the *Fondation pour la recherche IXCORE* and the *ANR-Programme non Thématique* (Grant No. ANR-BLAN06-3-139634).

References

1. C. Rizzo, A. Rizzo, D.M. Bishop, Int. Rev. Phys. Chem. **16**, 81 (1997)
2. Z. Bialynicka-Birula, I. Bialynicki-Birula, Phys. Rev. D **2**, 2341 (1970)
3. V.I. Ritus, Sov. Phys. J. Exp. Theor. Phys. **42**, 774 (1975)
4. R. Battesti, C. Rizzo, Rep. Prog. Phys. **76**, 016401 (2013)
5. P.J. Mohr, B.N. Taylor, D.B. Newell, Rev. Mod. Phys. **84**, 1527 (2012)
6. R. Cameron, G. Cantatore, A.C. Melissinos, G. Ruoso, Y. Semertzidis, H.J. Halama, D.M. Lazarus, A.G. Prodell, F. Nezrick, C. Rizzo, E. Zavattini, Phys. Rev. D **47**, 3707 (1993)
7. E. Zavattini, G. Zavattini, G. Ruoso, G. Raiteri, E. Polacco, E. Milotti, V. Lozza, M. Karuza, U. Gastaldi, G. Di Domenico, F. Della Valle, R. Cimino, S. Carusotto, G. Cantatore, M. Bregant, Phys. Rev. D **77**, 032006 (2008)
8. G. Zavattini, U. Gastaldi, R. Pengo, G. Ruoso, F. Della Valle, E. Milotti, Int. J. Mod. Phys. A **27**, 1260017 (2012)
9. R. Battesti, B. Pinto Da Souza, S. Batut, C. Robilliard, G. Bailly, C. Michel, M. Nardone, L. Pinard, O. Portugall, G. Trénec, J.-M. Mackowski, G.L.J.A. Rikken, J. Vigué, C. Rizzo, Eur. Phys. J. D **46**, 323 (2008)
10. P. Berceau, M. Fouché, R. Battesti, C. Rizzo, Phys. Rev. A **85**, 013837 (2012)
11. A. Cadène, D. Sordes, P. Berceau, M. Fouché, R. Battesti, C. Rizzo, Phys. Rev. A **88**, 043815 (2013)
12. R.W.P. Drever, J.L. Hall, F.V. Kowalski, J. Hough, G.M. Ford, A.J. Munley, H. Ward, Appl. Phys. B **31**, 97 (1983)
13. S. Batut, J. Mauchain, R. Battesti, C. Robilliard, M. Fouché, O. Portugall, IEEE Trans. Appl. Supercond. **18**, 600 (2008)
14. G. Bialolenker, E. Polacco, C. Rizzo, G. Ruoso, Appl. Phys. B **68**, 703 (1999)
15. F. Bielsa, A. Dupays, M. Fouché, R. Battesti, C. Robilliard, C. Rizzo, Appl. Phys. B **97**, 457 (2009)
16. D. Jacob, M. Vallet, F. Bretenaker, A. Le Floch, M. Oger, Opt. Lett. **20**, 671 (1995)
17. F. Brandi, F. Della Valle, A.M. De Riva, P. Micossi, F. Perrone, C. Rizzo, G. Ruoso, G. Zavattini, Appl. Phys. B **65**, 351 (1997)
18. P. Berceau, M. Fouché, R. Battesti, F. Bielsa, J. Mauchain, C. Rizzo, Appl. Phys. B **100**, 803 (2010)

CHAPITRE 4

Au-delà du modèle standard

4.1 Introduction

4.1.1 "Weakly Interacting Massive Particles" (WIMPs)

L'étude de la propagation de la lumière dans le vide et sous champ magnétique permet également de tester la physique hors modèle standard qui prévoit alors, par exemple, l'oscillation de photons en particules de faible masse interagissant très peu avec la matière. Ces particules, hypothétiques pour le moment, sont appelées de manière générale des WIMPs (pour Weakly Interacting Massive Particles), parmi lesquelles l'axion est généralement la particule la plus connue. L'axion a été introduit en 1978 par Weinberg [101] et Wilczek [102] suite à la proposition de Peccei et Quinn en 1977 pour résoudre un problème théorique, le "strong CP problem"[1] [16]. Des preuves de son existence sont depuis recherchées activement. Sa détection serait également une avancée majeure dans la compréhension de notre univers puisque l'axion pourrait également être l'un des constituants possibles de la matière noire.

La détection de ce type de particules est particulièrement compliquée. Elles sont en effet théoriquement de faible masse, neutres, sans spin, stables et elles interagiraient très peu avec la matière - des particules donc pratiquement indétectables. En revanche, en présence d'un champ magnétique ou électrique, elles devraient se coupler aux photons avec une probabilité de conversion caractérisée par une constante de couplage appelée g [103]. Cette propriété est celle qui est généralement utilisée expérimentalement pour tenter d'observer une WIMP.

4.1.2 Principe de détection des WIMPs

Le principe de la détection repose sur la conversion sous champ magnétique des photons en WIMPs et inversement. Le diagramme correspondant est rappelé sur la figure 4.1.2. Concrètement, les expériences consistent à mesurer cette probabilité de conversion après propagation des WIMPs ou des photons dans un champ magnétique B sur une longueur z. Celle-ci dépend de la constante de

1. Le problème CP fort correspond à l'observation expérimentale de la non-violation de la symétrie CP en chromodynamique quantique bien que celle-ci soit théoriquement possible.

couplage photons-WIMP g et de la masse de la particule WIMP m_{a} de la façon suivante [104] :

$$P(z) = \left| \int_0^z dz' \Delta_g(z') \, \mathrm{e}^{i\Delta_{\mathrm{a}} z'} \right|^2, \tag{4.1}$$

$$\text{avec} \quad \Delta_g(z') = \frac{gB(z')}{2} \quad \text{et} \quad \Delta_{\mathrm{a}} = -\frac{m_{\mathrm{a}}^2}{2\omega}, \tag{4.2}$$

où ω est l'énergie du photon[2]. L'orientation du champ magnétique par rapport à la polarisation de la lumière dépend de la particule hypothétique considérée. Dans le cas de l'axion, le champ magnétique est parallèle à la polarisation de la lumière.

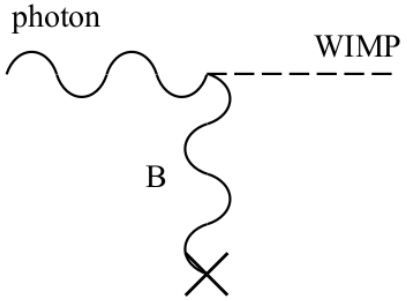


FIGURE 4.1 – Schéma correspondant au couplage WIMP (trait pointillé) - photon (courbe ondulée) via un champ magnétique externe (courbe ondulée terminée d'une croix).

Pour un champ magnétique constant sur une longueur L, la probabilité devient :

$$P = \left(\frac{gBL}{2}\right)^2 \mathrm{sinc}^2\left(\frac{m_{\mathrm{a}}^2 L}{4\omega}\right). \tag{4.3}$$

Pour être expérimentalement mesurable, cette probabilité de conversion doit être la plus grande possible, nécessitant donc l'utilisation de champ magnétique le plus intense possible. Le terme oscillant indique que la zone de masse explorée est celle satisfaisant $\sin(m_{\mathrm{a}}^2 L/4\omega) < 1$ et donc $m_{\mathrm{a}} < \sqrt{2\pi\omega/L}$. Donc, plus la longueur de l'aimant sera petite, plus la zone de masse explorée sera importante. A champ magnétique constant, la probabilité de conversion maximale, proportionnelle à $(BL)^2$, sera en revanche plus faible. Un compromis doit donc être trouvé concernant les paramètres de l'aimant. Enfin, la zone de masse explorée est d'autant plus importante que l'énergie du photon est grande. Il serait donc préférable de s'orienter vers des sources à rayons X ou gamma plutôt que dans le domaine visible. En revanche, le nombre de photons délivrés par ces sources étant plus faible que dans le visible, le nombre de WIMPs générés est moins important.

Aucune expérience n'a pour le moment détecté une particule WIMP. Les limites obtenues sur la probabilité de conversion permettent cependant d'exclure

2. Tous les paramètres sont exprimés en unités naturelles ($\hbar = c = 1$) : $g[\mathrm{eV}^{-1}]$, $B[\mathrm{eV}^2] \equiv 1/195 B[\mathrm{T}]$, $m_{\mathrm{a}}[\mathrm{eV}] \equiv 5.6 \times 10^{35} m_{\mathrm{a}}[\mathrm{kg}]$, $\omega\,[\mathrm{eV}]$, $z'[\mathrm{eV}^{-1}] \equiv 2 \times 10^{-7} z'[\mathrm{m}]$.

certaines régions de l'espace des paramètres (g-m_{a}). Celui-ci est représenté sur la figure 4.2 avec les prédictions théoriques pour l'axion [105, 106] qui prévoient en particulier que la constante de couplage g est proportionnelle à la masse de l'axion m_{a}. Ainsi, plus l'axion est léger, plus la constante de couplage est faible : sa détection est alors plus difficile puisqu'il se convertit moins volontiers en photon.

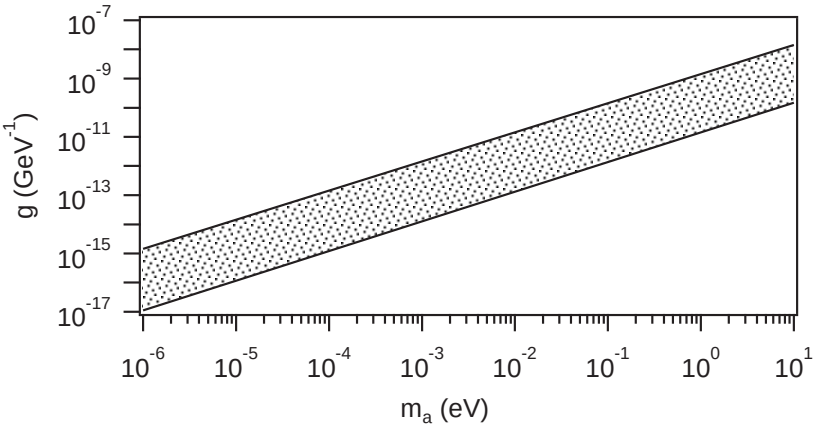


FIGURE 4.2 – Espace des paramètres (g-m_{a}) caractérisant l'axion (ou une WIMP). La zone pointillée correspond aux prédictions théoriques pour l'axion [105, 106].

4.1.3 Observations astrophysiques

CAST

Expérimentalement, les résultats les plus précis sont obtenus via l'observation de sources astrophysiques où siègent un champ magnétique important, comme le soleil. Le principe de ces expériences a été imaginé pour la première fois par P. Sikivie [103]. Les axions seraient créés à partir des photons thermiques dans le plasma solaire et s'en échapperaient pratiquement sans interagir. Le principe de détection de ces axions solaires est présenté sur la figure 4.3 et correspond à ce que l'on pourrait appeler un "télescope magnétique". Il est tout d'abord constitué d'un "mur" permettant de stopper les nombreux photons provenant du soleil tout en laissant passer les axions qui interagissent très peu avec la matière. Un champ magnétique transverse est placé après ce mur permettant de convertir les axions en photons avec une probabilité de conversion donnée par l'équation (4.1) ou (4.3). Ces photons "reconvertis" sont finalement détectés à l'aide d'un détecteur bas bruit.

L'expérience la plus sensible basée sur ce principe est celle développée au CERN sous le nom de CAST (CERN Axion Solar Telescope). Les meilleures

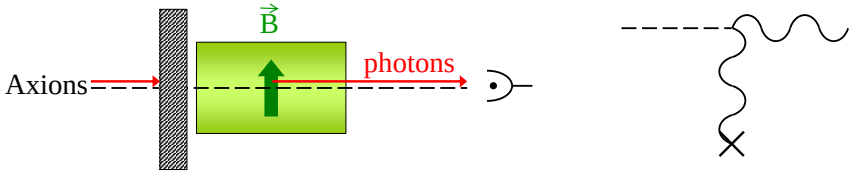


FIGURE 4.3 – Principe de la détection des axions solaires (gauche) et diagramme équivalent (droite). Une partie des axions solaires, après avoir traversé le mur permettant de stopper la lumière du soleil, est convertie en photons. Un détecteur placé à la sortie de l'appareil permet de mesurer le nombre de photons ainsi convertis.

limites actuelles sont indiquées sur la figure 4.4 [107]. De nombreuses améliorations ont été apportées depuis sa construction, permettant d'ores et déjà d'exclure certaines prévisions théoriques.

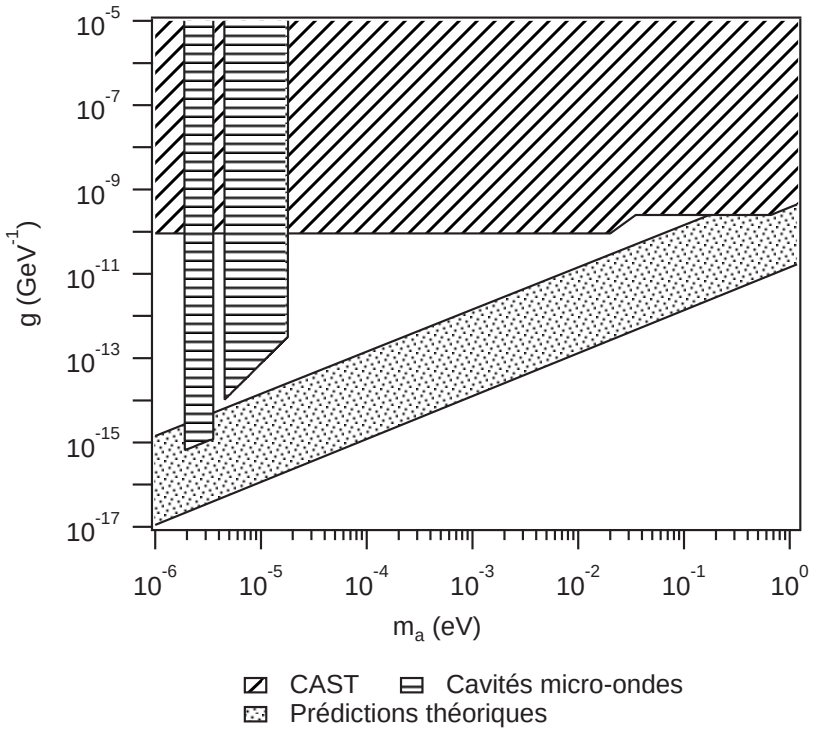


FIGURE 4.4 – Zones d'exclusion (hachurées) des paramètres de l'axion avec un indice de confiance de 95 % obtenues à partir des mesures sur CAST [107] et à l'aide de cavités micro-ondes comme celle développée dans le projet ADMX [108].

ADMX

ADMX (Axion Dark Matter Experiment) donne également d'excellentes limites, mais dans un domaine de masse beaucoup plus restreint. Le principe de l'expérience est le même que pour les axions solaires, mais le "télescope magnétique" est ici à la recherche des axions pouvant constituer la matière noire. Ces axions seraient dotés d'une masse très faible, de 1 à 100 μeV, et se convertiraient en photons dans le domaine des micro-ondes. La sensibilité du télescope est ici accrue à l'aide d'une cavité résonante dont les miroirs sont placés de part et d'autre du champ magnétique. Aucun axion n'a été pour le moment détecté, correspondant aux limites de la figure 4.4 [108]. Ces limites permettent elles aussi d'exclure une partie des prévisions théoriques.

4.1.4 Expériences purement terrestres

Les expériences basées sur la détection de WIMPs non créés sur Terre donnent actuellement les meilleures limites. Elles souffrent en revanche d'un handicap : l'interprétation des mesures et le calcul des limites font appel à la modélisation. Pour les axions solaires par exemple, le calcul du taux d'axions créés et arrivant jusqu'au télescope CAST est basé sur notre connaissance du noyau solaire. Une certaine imprécision persiste donc sur ces résultats.

Pour contourner ce problème, il est alors nécessaire de développer des expériences purement terrestres qui permettent de détecter les WIMPs mais également de les créer. Trois types d'expériences existent : la photorégénération, la biréfringence magnétique du vide et le dichroïsme magnétique du vide.

Photorégénération ou expérience du "mur brillant"

Le principe de l'expérience, proposé initialement par K. Van Bibber et al [19], est relativement simple. Il est présenté sur la figure 4.5. Il consiste à injecter de la lumière dans une première zone de champ magnétique B_1 transverse sur une longueur L_1. Les photons sont alors convertis en WIMPs avec une probabilité P_1 donnée par l'équation (4.1). Un mur est placé à la sortie du premier aimant que seules les WIMPs peuvent traverser. Un deuxième aimant délivrant un champ magnétique B_2 sur une longueur L_2, placé après le mur, permet de reconvertir une partie des WIMPs en photons avec une probabilité P_2. Un détecteur très sensible est finalement placé à la sortie de façon à compter le nombre de photons ainsi régénérés.

Le taux de détection de photons régénérés est donné par :

$$R = P_1 P_2 \frac{\mathcal{P}}{\omega} \eta, \tag{4.4}$$

avec $\mathcal{P}$ la puissance lumineuse incidente et η l'efficacité de détection totale. Les équations (4.1) et (4.4) montrent qu'un taux de détection élevé nécessite un

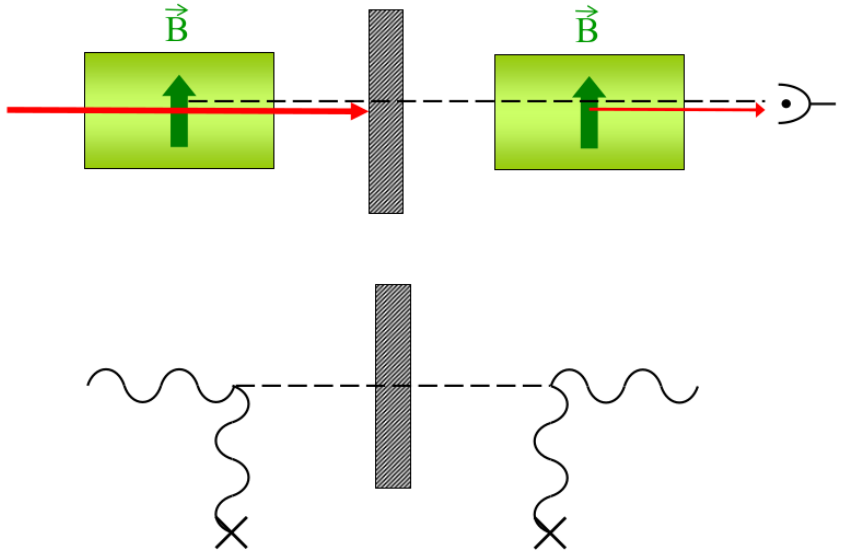


FIGURE 4.5 – Principe de la photorégénération (haut) et diagramme correspondant (bas).

taux de photons incidents important, un paramètre BL élevé et une efficacité de détection la meilleure possible.

Biréfringence magnétique

Le deuxième type d'expérience purement terrestre correspond à celles développées pour la mesure de la biréfringence magnétique du vide. En effet, le couplage photon-WIMP via le champ magnétique induit également une biréfringence venant s'ajouter à celle prévue dans le cadre de la QED [104]. Le diagramme correspondant est présenté sur la figure 4.6. La création virtuelle d'une WIMP induit un retard de phase entre les photons polarisés parallèlement au champ magnétique, et étant sujet aux créations virtuelles de WIMPs, et les photons polarisés perpendiculairement au champ magnétique.

L'ellipticité induite par cette oscillation virtuelle photon-WIMP est donnée par [60] :

$$\Psi = \frac{F}{2\pi}\left(\frac{B_\perp g}{m_\mathrm{a}}\right)^2 \omega L_B \left[1 - \mathrm{sinc}\frac{m_\mathrm{a}^2 L_B}{2\omega}\right] \sin 2\theta, \tag{4.5}$$

avec θ l'angle entre la polarisation incidente et la direction du champ magnétique transverse. Pour augmenter l'effet, il faut maximiser le champ magnétique $B_\perp$ et la longueur d'interaction L_B entre les photons et le champ magnétique.

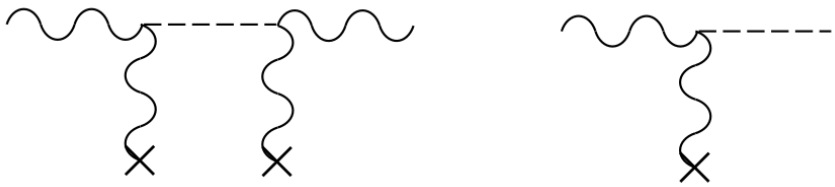


FIGURE 4.6 – Gauche : création virtuelle d'une WIMP induisant une ellipticité dans les mesures de biréfringence magnétique du vide. Droite : création réelle d'une WIMP responsable d'un dichroïsme.

Dichroïsme magnétique

Enfin, sur l'expérience précédente, nous pouvons également avoir création réelle de WIMPs à partir des photons polarisés parallèlement au champ magnétique dans le cas des axions. Le diagramme correspondant est présenté sur la droite de la figure 4.6. Ainsi, une lumière polarisée à 45 ° du champ magnétique verra sa composante parallèle au champ magnétique atténuée dû à la conversion d'une partie des photons correspondant en axions, induisant donc un dichroïsme. L'angle de rotation E est donné par la formule suivante [60] :

$$E = \frac{2F}{\pi}\left(\frac{B_\perp L_B g}{4}\right)^2 \mathrm{sinc}^2 \frac{m_\mathrm{a}^2 L_B}{4\omega} \sin 2\theta, \tag{4.6}$$

Les paramètres importants restent la finesse de la cavité, le champ magnétique et la longueur sur laquelle il est appliqué.

Les mesures réalisées par une mesure de biréfringence magnétique ou par photorégénération sont complémentaires. Dans ce cadre, nous avons réalisé deux expériences de photorégénération : une dans le domaine visible, l'autre dans le domaine des rayons X. Celles-ci sont décrites dans les deux prochaines parties. Les limites obtenues avec la mesure de biréfringence magnétique du vide sont finalement présentées dans la dernière partie.

4.2 Photorégénération dans le visible

Cette expérience de photorégénération a débuté en 2006 suite aux résultats de l'équipe italienne PVLAS [109] travaillant elle aussi sur la biréfringence magnétique du vide à l'aide d'une cavité optique. En cherchant à mettre en évidence la biréfringence magnétique du vide, cette équipe a en effet détecté un signal bien plus intense que celui prédit dans le cadre de la QED. L'interprétation la plus plausible de leurs mesures était alors la détection de l'axion. Cependant,

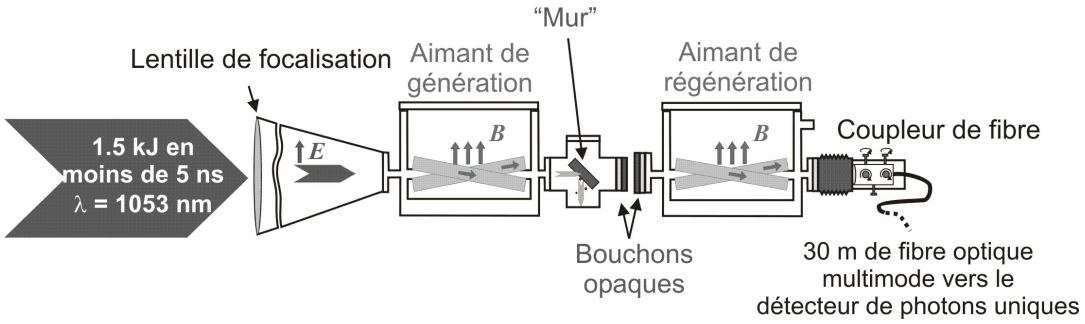


FIGURE 4.7 – Schéma de l'expérience de photorégénération réalisée au LULI.

la constante de couplage photons-axion déduite des mesures de PVLAS était en sérieux désaccord avec les limites données par CAST [110]. Une expérience indépendante et complémentaire était donc capitale pour confirmer ou non ces résultats [111]. De nombreux groupes à la renommée internationale, comme le DESY en Allemagne, le FERMILAB et le Jefferson Lab aux États-Unis, ou le CERN en Suisse, se sont également lancés dans l'aventure, ce qui a rendu le contexte particulièrement concurrentiel.

4.2.1 Description de l'expérience

Les résultats ont été publiés dans PRL [112] et PRD [113]. Je ne décris dans la suite que les points principaux de l'expérience ainsi que les résultats.

Le problème principal de cette expérience résidait dans la détection. Le taux de régénération attendu était en fait extrêmement faible – moins de 10^{-20} – ce qui imposait un blindage optique parfait contre tout photon parasite et un niveau de bruit de fond du détecteur très bas. La solution originale et efficace que nous avons mise en place pour résoudre ce problème de détection a été d'utiliser des éléments pulsés à la fois pour le laser, le champ magnétique et le détecteur. Contrairement aux autres expériences de photorégénération qui requièrent de long temps d'intégration, nous ne sommes pas limités par le bruit du détecteur puisque les photons sont concentrés dans des tirs laser puissants et très courts.

Le laser

Le schéma de principe de l'expérience est présenté sur la figure 4.7. Afin d'avoir un maximum de photons incidents à une longueur d'onde facilement détectable, l'équipe a choisi d'installer l'expérience au LULI à Palaiseau sur la chaîne laser Nano 2000. Cette chaîne permet de délivrer en moyenne 1.5 kJ dans une fenêtre de 4.8 ns comme cela est montré dans l'insert de la figure 4.8 avec ω=1.17 eV. Ceci correspond à 8×10^{21} photons incidents par tir laser. Le taux de

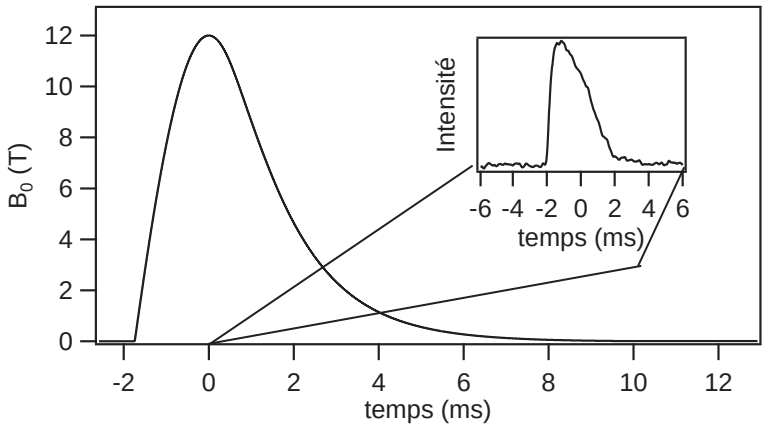


FIGURE 4.8 – Champ magnétique au centre de la bobine en fonction du temps. Le maximum est atteint en moins de 1.75 ms et peut être considéré comme constant pendant 150 μs. Le tir laser de 5 ns est appliqué durant cet intervalle. Insert : profil temporel du tir laser.

répétition est d'un tir toutes les deux heures. Le faisceau est focalisé juste avant le mur à l'aide d'une lentille de focale 20,4 m. Pour éviter toute ionisation de l'air, un vide meilleur que 10^{-3} mbar est nécessaire. Le mur est constitué d'une plaque en dural et est incliné à 45 $^\circ$ par rapport à l'axe de propagation du laser ce qui permet d'augmenter l'aire de l'impact laser et d'éviter toute retroréflexion.

Le champ magnétique

Comme le montrent les équations (4.1) et (4.2), la probabilité de conversion est quadratique en champ magnétique. Il faut donc un champ le plus intense possible. Les bobines les plus adaptées sont alors des bobines pulsées. Avec nos paramètres, la longueur caractéristique des aimants pour pouvoir détecter l'axion de PVLAS doit être inférieure à 1 m. La géométrie des bobines est la même que celle utilisée sur le projet BMV, soit une géométrie en X décrite dans la partie 2.2.2 [59]. La puissance est fournie par un générateur transportable, lui aussi développé au LNCMI.

Comme pour tous les aimants pulsés, les bobines sont plongées dans des cryostats à azote liquide pour limiter les conséquences de l'échauffement lors du tir. Un délai entre deux tirs magnétiques est nécessaire pour permettre à la bobine de retrouver sa température d'équilibre. Ceci limite le nombre de tirs à cinq par heure.

Le champ maximum est obtenu au centre de la bobine qui peut délivrer jusqu'à 13,5 T sur une longueur de 365 mm. Cependant, pendant toutes les campagnes de mesure, un champ magnétique plus faible de 12 T a été utilisé afin

d'augmenter la durée de vie de la bobine. La figure 4.8 montre l'allure du champ magnétique au centre de la bobine au cours du temps. La durée totale est de quelques millisecondes. Le champ magnétique atteint son maximum en moins de 2 ms et reste constant à 0.3 % près pendant 150 μs, un temps long comparé à la durée d'un tir laser.

Le détecteur

Le dernier élément clé de l'expérience est le détecteur de photons. Afin d'avoir une sensibilité la plus grande possible, nous nous sommes tournés vers les détecteurs de photons uniques. De plus, le temps d'intégration est limité par la durée d'un tir laser qui est inférieur à 5 ns. Nous comptions réaliser une centaine de tirs laser, soit 500 ns de temps d'intégration total. Il fallait donc que le bruit d'obscurité, autrement dit le nombre de photons détectés lorsqu'il n'y a aucun photon incident sur le détecteur, soit bien plus petit que 1 pendant ces 500 ns.

Nous avons choisi un détecteur de photons uniques basé sur une photodiode à avalanche, commercialisé par Princeton Lightwave Instruments, et qui a une grande efficacité de détection à 1.05 μm. La lumière est couplée au détecteur à l'aide d'une fibre multimode. Un point important de l'expérience a été de mettre en place un coupleur de fibre dans une monture stable afin que le couplage dans la fibre ne change pas au cours des tirs de champs magnétiques.

Nous avons précisément caractérisé le détecteur. L'efficacité de détection et le bruit d'obscurité ont été mesurés en fonction des divers paramètres ajustables, comme la température de la photodiode ou la tension qui y est appliquée. Finalement, une fois ces paramètres optimisés, nous avons obtenu une efficacité de détection d'environ 50 % avec un bruit d'obscurité de 2.5×10^{-2} sur 500 ns.

Protocole expérimental et test

Le montage et le test de l'expérience se sont déroulés de février à mai 2007 au LULI. Les trois points suivants ont été caractérisés et optimisés avec attention :

- L'alignement. Après le second aimant, les photons régénérés sont injectés dans le détecteur à l'aide d'un coupleur et d'une fibre optique. Cette fibre a un diamètre de cœur de 62.5 μm et une ouverture numérique de 0.27. Ces paramètres ont été choisis afin d'assurer un couplage élevé même lorsque l'on prend en compte l'instabilité du faisceau laser tir après tir.
  L'alignement du faisceau haute puissance est réalisé avec un laser basse puissance parfaitement aligné avec le faisceau haute puissance. Pour cela, le mur est relevé pour laisser passer la lumière. Cet alignement est vérifié entre chaque tir. Enfin, la dernière source de désalignement provient des effets thermiques durant le tir haute énergie. Ce désalignement est reproductible et peut donc être corrigé. De plus, le champ lointain est imagé pour chaque

tir à la sortie de la chaîne d'amplification laser ce qui nous permet de connaître le couplage dans la fibre pour chaque tir.
- Bruit optique et électro-magnétique. Pour avoir la meilleure sensibilité possible, nous avons besoin d'avoir un blindage optique contre tout photon parasite. Le mur a une épaisseur de quelques centimètres. Des flasques pleines sont placées à la sortie du premier aimant et à l'entrée du deuxième aimant. Des soufflets opaques sont placés entre le deuxième cryostat et l'entrée de la fibre. Ceci permet de placer la zone de régénération dans une chambre parfaitement noire tout en découplant mécaniquement l'aimant qui peut vibrer au cours du tir et le coupleur de fibre qui doit rester parfaitement stable. Afin d'éviter tout comptage de photon dû à un bruit électro-magnétique, le détecteur est placé dans une baie faisant office de cage Faraday. La fibre ayant une longueur de 30 m, nous avons placé le détecteur loin des aimants.
- Synchronisation. Notre expérience étant basée sur des éléments pulsés, une attention particulière a été portée sur la synchronisation de tous les éléments : le tir laser doit être appliqué au maximum de champ magnétique et doit arriver sur la photodiode au cours de la fenêtre temporelle de détection. Tous les signaux de synchronisation ainsi que les instants d'ouverture et de fermeture de la fenêtre de détection sont enregistrés à chaque tir. Ceci nous permet d'avoir la certitude que le fait de ne compter aucun photon ne vient pas d'un défaut de synchronisation.

4.2.2 Résultats

Au cours des 80 tirs réalisés, aucune photorégénération n'a été observée. Ce résultat nous permet de conclure avec certitude que l'interprétation particulaire des résultats de PVLAS est erronée puisqu'au moins un photon régénéré par tir aurait dû être détecté. La courbe représentant les limites de la constante de couplage axion-photons g en fonction de la masse de l'axion m_a est représentée sur la figure 4.9 pour notre expérience (gris foncé) et est comparée aux limites données par d'autres expériences au moment de la publication de nos résultats sur la figure 4.10.

4.2.3 Conclusion

La force de cette expérience a été de combiner de façon presque idéale le laser Nano 2000 du LULI, les bobines pulsées développées au LNCMI et un compteur de photons uniques commercial adapté à nos besoins. Ceci nous a permis d'être les premiers à infirmer les résultats italiens devançant les grands laboratoires en course. Ces résultats ont été publiés dans :
- Physical Review Letters en 2007 pour les premiers résultats [112]. Ces résultats ont été particulièrement importants pour nous puisqu'ils nous ont

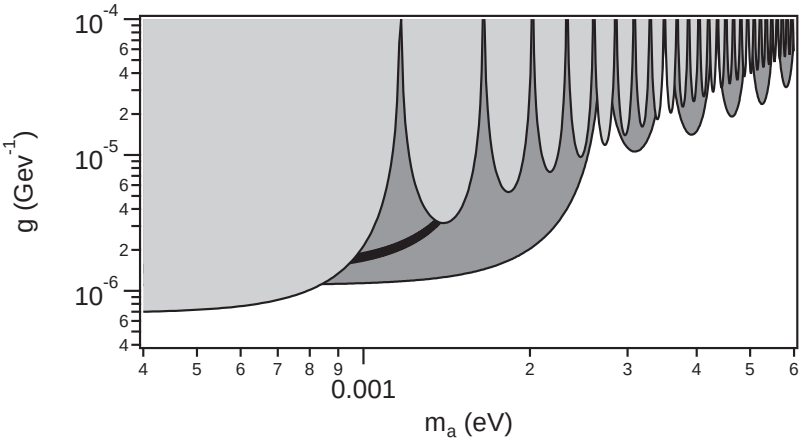


FIGURE 4.9 – Gris foncé : Limite à 3σ de la constante de couplage g axion-photon, en fonction de la masse de l'axion m_a, obtenue à partir de notre absence de comptage au cours des tirs. L'aire grisée est exclue. Gris clair : Limite obtenue par la collaboration BFRT en 1993 [60]. Noire : Limite donnée par PVLAS [109] et non exclue par BFRT pour l'observation de l'axion.

permis de devancer les autres équipes s'étant lancées sur les traces de l'axion comme le FermiLab et le Jefferson Lab aux États-unis, le CERN en Suisse ou le DESY en Allemagne.
– Physical Review D en 2008 pour les résultats finaux [113].

4.3 Photorégénération dans le domaine des rayons X

Nous avons également réalisé une autre expérience du même type, mais dans un domaine de longueur d'onde complètement différent. Alors que nous travaillions dans le domaine proche infrarouge au LULI, cette nouvelle expérience a été réalisée dans le domaine des rayons X. Nos résultats ont finalement permis d'apporter de nouvelles données dans un domaine d'énergie où aucune expérience n'avait encore été réalisée.

Toutes les expériences sur la recherche de l'axion purement terrestres, autrement dit dans lesquelles l'axion est créé expérimentalement puis détecté, qui ont été réalisées jusqu'à maintenant ont travaillé avec des énergies de photon de l'ordre de 1 eV (domaine visible et proche infrarouge). Or, les limites données habituellement ne sont valables que pour des masses d'axions très petites devant l'énergie du photon ($m_a \ll \omega$), l'axion formé à partir du photon devant être relativiste. Augmenter l'énergie du photon dans une expérience de photo-

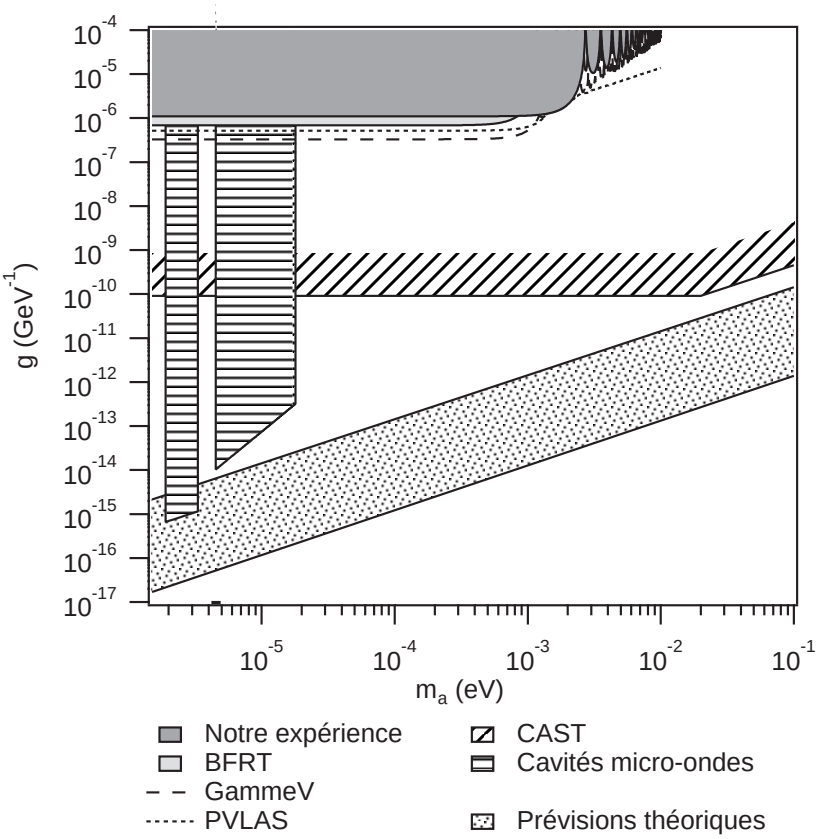


FIGURE 4.10 – Comparaison des zones d'exclusion de l'axion obtenues sur diverses expériences au moment de la publication de nos résultats finaux obtenus au LULI [113] : GammeV en 2008 [114], PVLAS en 2008 [20], expériences avec des micro-cavités comme celles développées sur le projet ADMX [115–119] et CAST en 2007 [110] – et zone de présence de l'axion attendue théoriquement.

régénération permettrait donc de tester de nouvelles régions dans l'espace des paramètres $(m_a - g)$.

4.3.1 Présentation de l'expérience

La source de rayons X

Le principe de l'expérience est présenté sur la figure 4.11. L'expérience a été montée sur la ligne ID26 de l'ESRF. Deux énergies ont été utilisées : $\omega = 50.2\,\text{keV}$ et $90.7\,\text{keV}$. Ces énergies sont sélectionnées à l'aide d'un monochromateur situé sur le trajet du faisceau de rayons X. Le faisceau voyage quasiment intégralement sous vide afin d'éviter la perte de photons incidents due à l'absorption par l'air. Le flux incident est mesuré précisément avec une chambre à ionisation remplie

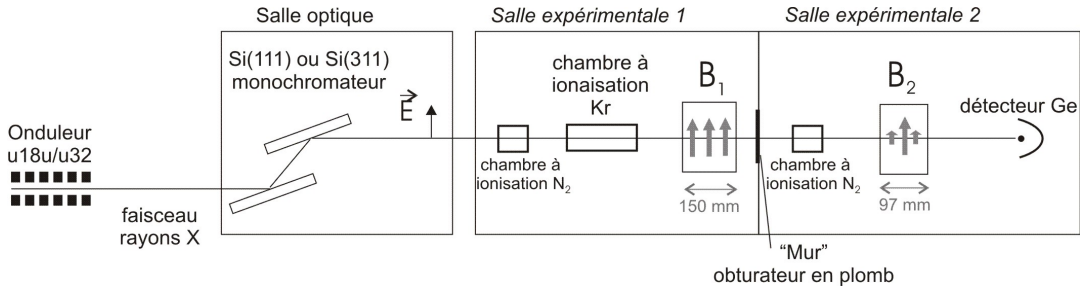


FIGURE 4.11 – Schéma de l'expérience de photorégénération dans le domaine des rayons X.

d'un bar de krypton. Les autres chambres à ionisation placées le long du trajet permettent de vérifier l'alignement. Durant les prises de données, nous avons obtenu environ 1.2×10^{12} photons par seconde à 50.2 keV et 3.1×10^{10} à 90.7 keV.

Le champ magnétique

Le champ magnétique est délivré par deux aimants supraconducteurs avec un champ magnétique parallèle à la polarisation du faisceau. Le premier aimant fournit 3 T sur une longueur de 150 mm alors que le deuxième aimant fournit 3 T sur 97 mm.

Les aimants sont placés dans les deux salles expérimentales EH1 et EH2 qui sont blindées par du plomb. Le mur permettant de bloquer les rayons X entre les deux aimants correspond à l'obturateur de sécurité entre EH1 et EH2 et qui est constitué d'une épaisseur de plomb de 50 mm. La zone de régénération, qui se trouve au niveau de la deuxième bobine, et la zone de détection se trouvent blindées dans la cabane EH2. Cette configuration permet d'avoir un niveau de bruit de fond bas, essentiellement dominé par les rayons X cosmiques.

Le détecteur

Le dernier élément clé de l'expérience est le détecteur. Le détecteur est constitué de 5 mm de Germanium refroidi à l'azote liquide. Les rayons X arrivant sur le détecteur créent des charges électriques proportionnelles à l'énergie du photon. Le signal de sortie est ensuite filtré afin de rejeter les événements dont l'énergie ne correspond pas à l'énergie des photons incidents sélectionnée par le monochromateur. L'efficacité de détection est d'environ 99.98% à 50.2 keV et 84% à 90.7 keV. Le taux de comptage mesuré alors que le faisceau de rayons X est éteint, correspondant donc au bruit de fond, est de $(7.2 \pm 0.7) \times 10^{-3}$ photon par seconde.

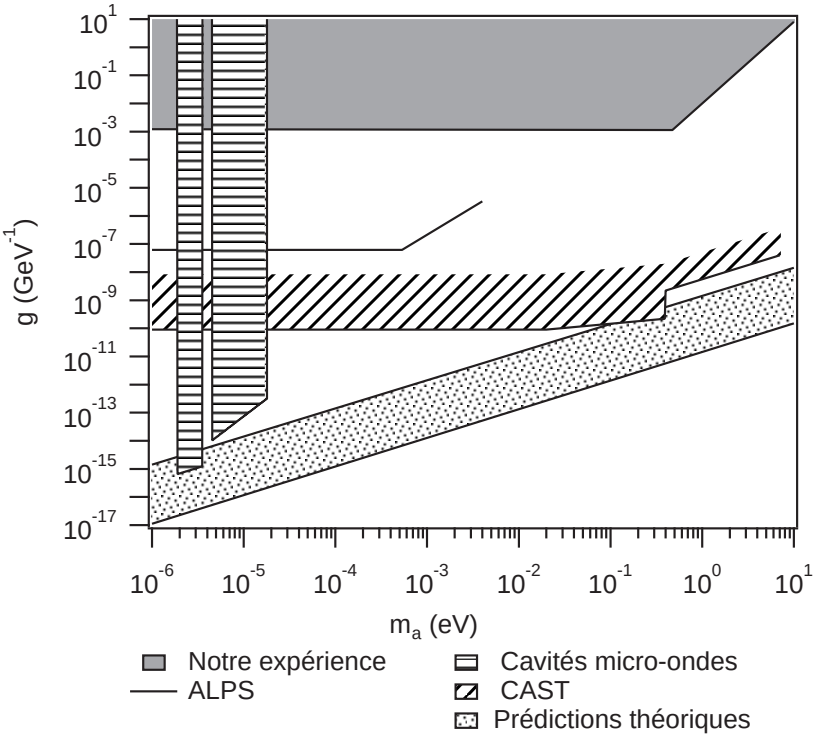


FIGURE 4.12 – Comparaison des zones d'exclusion de l'axion obtenues sur diverses expériences au moment de la publication de notre résultat [120], avec un indice de confiance de 95 % pour nos résultats et ceux de CAST [121] et 90 % pour les résultats obtenus avec les cavités micro-ondes [108, 117, 118]. Pour le détail : voir texte.

4.3.2 Résultats

Aucun excès de comptage au-dessus du bruit de fond n'a été observé. Les limites sur la constante de couplage g WIMP-photon en fonction de la masse de la particule WIMP m_{a} sont représentées sur la figure 4.12 en gris foncé et sont comparées aux limites données par d'autres expériences au moment de la publication de nos résultats [120].

Les meilleures limites obtenues à l'époque sur une expérience purement terrestre ont été données par la collaboration ALPS au DESY en Allemagne en 2010 [122] et sont représentées par la zone d'exclusion au-dessus de la ligne en trait plein. Les meilleures limites établies par les recherches d'axions extra-terrestres sont représentées par les zones hachurées : les hachures horizontales correspondent à CAST [121] alors que les hachures horizontales correspondent aux recherches d'axions galactiques à l'aide de micro-cavités [108, 117, 118]. La bande à pois correspond aux prévisions théoriques. Cette figure montre que nous

avons testé une nouvelle région dans l'espace des paramètres $(m_a - g)$ en ce qui concerne les expériences purement terrestres.

4.3.3 Conclusion

Ces résultats ont été publiés dans PRL fin 2010 [120]. Notre expérience a permis d'étendre à de plus hautes énergies la recherche des oscillations photons - WIMPs en présence d'un champ magnétique. Aucune limite avec des expériences purement terrestres, donc indépendantes de modèles, n'avait été donnée jusqu'à maintenant dans cette région. De plus, cette expérience représente la première étude expérimentale de la propagation des photons sous champ magnétique dans le domaine des rayons X, ouvrant ainsi un nouveau domaine d'étude expérimentale.

4.4 Axions et projet BMV

Comme nous l'avons vu dans la partie 4.1.4, les mesures de biréfringence magnétique du vide par ellipsométrie permettent également de donner des limites sur les paramètres des WIMPs. L'ellipticité induite par le couplage photons-WIMPs via le champ magnétique est donnée par l'équation (4.5). La limite obtenue sur le projet BMV est :

$$|k_{\mathrm{CM}}| = (6.1 \pm 7.5) \times 10^{-21}\,\mathrm{T}^{-2} \tag{4.7}$$

à 3σ. Les mesures ayant été réalisées avec une finesse $F = 445\,000$, un paramètre $B^2_{\perp,\mathrm{f}} L_B \simeq 3\,\mathrm{T}^2\mathrm{m}$ et un angle de 45° entre la polarisation incidente et la direction du champ magnétique, l'ellipticité mesurée en sortie de cavité est :

$$|\Psi| = \frac{2F}{\lambda} B^2_{\perp,\mathrm{f}} L_B k_{\mathrm{CM}} \tag{4.8}$$

$$= (1.5 \pm 1.8) \times 10^{-8}. \tag{4.9}$$

Injectée dans l'équation (4.5), on trouve les limites dans l'espace des paramètres $(m_a - g)$ tracées sur la figure 4.13. Nous avons également tracé sur cette figure les meilleures limites obtenues jusqu'à maintenant avec l'observation des axions solaires [107], les cavités micro-ondes avec en particulier le projet ADMX [108], et les expériences de photorégénération avec les projets ALPS [122] et OSQAR [123].

4.5 Conclusion

Les expériences de photorégénération mises en place dans le cadre du projet BMV ont permis de donner des limites sur les paramètres des axions, et de

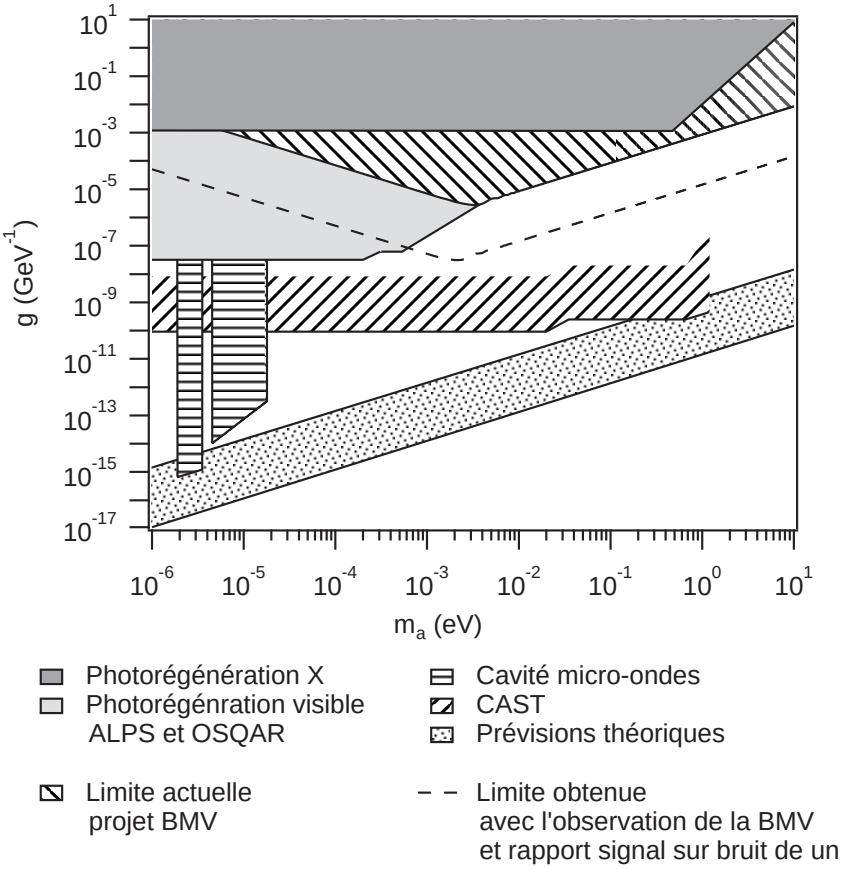


FIGURE 4.13 – Comparaison des meilleures zones d'exclusion obtenues jusqu'à maintenant concernant les paramètres des WIMPs, que ce soit avec les expériences à la recherche de l'axion solaire (CAST) [107], celles observant les axions galactiques (ADMX) [108, 117, 118] ou les expériences purement terrestres de photorégénération ou de biréfringence magnétique du vide [120, 122, 123]. L'indice de confiance est de 95 % pour CAST et pour la photorégénération dans le domaine des rayons X ou visible (projets ALPS et OSQAR), de 90 % pour les résultats obtenus avec les cavités micro-ondes et de 99.7 % pour les limites obtenues sur le projet BMV. La courbe pointillée correspond à la limite obtenue si la biréfringence magnétique du vide est observée avec un rapport signal sur bruit de un.

manière plus générale sur les paramètres des WIMPs. Celle réalisée au LULI dans le domaine du visible a été la première à infirmer l'interprétation des résultats de l'équipe PVLAS en 2006 [109]. Celle réalisée dans le domaine des rayons X a permis quant à elle de donner des limites pour des masses encore jamais explorées par des expériences purement terrestres.

Nous voyons clairement sur la figure 4.13 que les limites sur la constante de couplage données par les expériences purement terrestres sont de plusieurs ordres de grandeur plus basses que celles données par les recherches sur les axions solaires ou galactiques, ou encore celle de l'axion prévue théoriquement. Ces expériences restent néanmoins importantes puisqu'elles ne dépendent d'aucun modèle. Enfin, parmi les expériences purement terrestres, il est important de noter la complémentarité des expériences de photorégénération et de mesures de la biréfringence magnétique du vide. Alors que les premières permettent de donner des limites aux faibles masses, les deuxièmes permettent d'étendre les limites aux masses plus grandes. Le projet BMV est dans ce cadre prometteur comme le montrent les limites obtenues si la biréfringence magnétique du vide est observée avec un rapport signal sur bruit de un.

4.6 Articles en relation avec ce chapitre

Les articles reproduits ci-dessous en lien avec ce chapitre correspondent aux références [112], [113] et [120].

No "Light Shining through a Wall": Results from a Photoregeneration Experiment

C. Robilliard,[1] R. Battesti,[2] M. Fouché,[1] J. Mauchain,[2] A.-M. Sautivet,[3] F. Amiranoff,[3] and C. Rizzo[1]
[1]*Laboratoire Collisions Agrégats Réactivité, UMR 5589 CNRS-Université Paul Sabatier Toulouse 3, IRSAMC, 31062 Toulouse cedex 9, France*
[2]*Laboratoire National des Champs Magnétiques Pulsés, UMR5147 CNRS-INSA-UPS, 143 Avenue de Rangueil, 31400 Toulouse cedex, France*
[3]*Laboratoire pour l'Utilisation des Lasers Intenses, École Polytechnique, CNRS, CEA, UPMC, 91128 Palaiseau, France*
(Received 8 June 2007; revised manuscript received 26 July 2007; published 5 November 2007)

Recently, axionlike particle search has received renewed interest. In particular, several groups have started "light shining through a wall" experiments based on magnetic field and laser both continuous, which is very demanding in terms of detector background. We present here the 2σ limits obtained so far with our novel setup consisting of a pulsed magnetic field and a pulsed laser. In particular, we have found that the axionlike particle two photons inverse coupling constant M is $>8 \times 10^5$ GeV provided that the particle mass $m_a \sim 1$ meV. Our results definitively invalidate the axion interpretation of the original PVLAS optical measurements with a confidence level greater than 99.9%.

DOI: 10.1103/PhysRevLett.99.190403 PACS numbers: 12.20.Fv

The axion was first proposed 30 years ago to solve the strong CP problem [1], but other models also support the existence of such light, neutral, spin-zero bosons [2,3] called axionlike particles. Although no axion has been definitely detected yet, several experiments and astronomical observations have limited the range of possible axionlike particle mass m_a and inverse axionlike particle two photons inverse coupling M [4].

Last year, an Italian collaboration (PVLAS) announced an unexpected observation of a magnetic dichroism in vacuum which they suggested might be due to photoregeneration of axionlike particles [5]. However, their mass and two photon inverse coupling constant inferred from these PVLAS measurements were seriously inconsistent with the CAST limits [6], albeit the latter are model dependent. There was an urgent need for a direct independent experimental test of the observed dichroism [7].

All of that has raised a renewed interest in axionlike particle search, in particular, for model independent purely laboratory-based experiments [8]. The most popular setup, commonly called "light shining through a wall", is a photoregeneration experiment based on the Primakoff effect coupling an axionlike particle with two photons (a real one from the laser field and a virtual one from an external magnetic field) [9]. The experiment consists of converting photons into axionlike particles of identical energy in a transverse magnetic field, then blocking the photon beam with a wall. The axionlike particles hardly interact with the wall and are converted back to photons in a second magnet. Finally, the regenerated photons are counted with an appropriate detector. Such an experiment was conducted in the 1990s by the BFRT Collaboration without detecting any regenerated photon signal, which led to limits on the axion parameters [10]. Mainly motivated by the PVLAS astonishing results, several "light shining through a wall" experiments have been proposed and are currently under construction [11]: at DESY the Axion-Like Particle Search project (ALPS), at CERN, the Optical Search for QED Vacuum Magnetic Birefringence, Axions and Photon Regeneration project (OSQAR), at Jefferson Laboratory, the LIght PseudoScalar Search project (LIPSS), and at Fermilab, the GammeV Particle Search Experiment project. Eventually, the PVLAS Collaboration disclaimed their previous observations [12].

Experimentally, the main difficulty lies in detection. The expected regeneration rate is indeed very weak—less than 10^{-20}—so that optical shielding has to be perfect and the detector background very low.

In this Letter, we detail our project, and we present the limits on the axionlike particle mass and two photons inverse coupling constant we have obtained so far. We have found an original and efficient way to solve the detection problem as both the laser and the magnetic field are pulsed, as well as our detector. Contrary to other similar experiments requiring long integration times, we are not limited by the background of the detector as the photons are concentrated in very intense and short laser pulses. We are the first to present here the results of a pulsed "light shining through a wall" experiment, specially designed to test the PVLAS claims. In particular, we have found that the axionlike particle two photons inverse coupling constant M is $>8 \times 10^5$ GeV provided that the particle mass $m_a \sim 1$ meV. Our results definitively invalidate the axion interpretation of the original PVLAS optical measurements with a confidence level greater than 99.9%.

Our experimental setup shown in Fig. 1 is based on three synchronized pulsed elements: a very energetic laser, two pulsed magnets which are placed on each side of the wall, and a time-gated single photon detector. We have chosen this pulsed approach as it allows us to measure very small conversion rates free from the inevitable background counts of photon detectors.

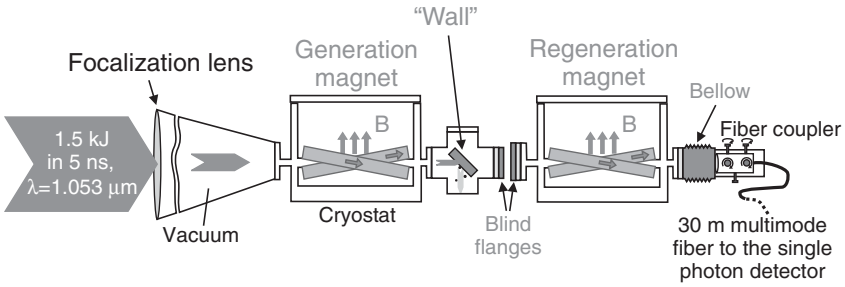


FIG. 1. Scheme of our experimental setup.

The conversion and reconversion transition rate (in natural units $\hbar = c = 1$, with 1 T $\equiv$ 195 eV^2 and 1 m $\equiv 5 \times 10^6$ eV^{-1}) after propagating over a distance z in the inhomogeneous magnetic field B writes [13]:

$$P(z) = \left| \int_0^z dz' \Delta_M(z') \exp(i\Delta_a z') \right|^2, \quad (1)$$

where $\Delta_M = \frac{B}{2M}$ and $\Delta_a = -\frac{m_a^2}{2\omega}$ with the photon energy ω. Note that this equation is valid both for pseudoscalar and scalar particles, but pseudoscalar (respectively scalar) particles couple to photons with a polarization parallel (respectively orthogonal) to the magnetic field. We have two identical magnets; the detection rate of regenerated photons is given by

$$R = P^2 \frac{\mathcal{P}}{\omega} \eta, \quad (2)$$

with $\mathcal{P}$ the laser power and η the global detection efficiency.

Studying Eqs. (1) and (2), we can easily see that the number of incident photons, the integral of the transverse magnetic field over the magnet length L:

$$\int_{-L/2}^{+L/2} B dz = B_0 L_{\text{eq}}, \quad (3)$$

and the detection efficiency have to be maximized. We define B_0 as the maximum field and L_{eq} as the equivalent length of a magnet producing a uniform magnetic field B_0. On the other hand, $P(z)$ oscillates for too long magnets. The length leading to the highest conversion rate for a homogeneous magnetic field is $L_{\text{opt}} = 2\pi\omega/m_a^2$. For optical frequencies and an axionlike particle mass on the order of 1 meV, this length is on the order of 1 m.

In order to have the maximum number of incident photons for the laser source at a wavelength that can be efficiently detected, we have chosen to set up the experiment at LULI, Palaiseau, France, on the Nano 2000 chain. It can deliver up to 1.5 kJ over 4.8 ns (FWHM)—as shown in the inset of Fig. 2—with $\omega = 1.17$ eV. This corresponds to $N_{\text{inc}} = 8 \times 10^{21}$ photons per pulse. The repetition rate is 1 pulse every 2 hours. The vertically linearly polarized incident beam has a 186 mm diameter and is almost perfectly collimated. A deformable mirror included in the middle of the amplification chain corrects the spatial phase of the beam to obtain at focus a spot better than two diffraction limits. It is then focused just behind the wall using a lens which focal length is 20.4 m. The beam is apodized to prevent the incoming light from generating a disturbing plasma on the sides of the vacuum tubes. Before the wall where the laser beam propagates, a vacuum better than 10^{-3} mbar is necessary in order to avoid air ionization. Two turbo pumps along the vacuum line give 10^{-3} mbar near the lens and better than 10^{-4} mbar close to the wall. The wall is made of a 15 mm width aluminum plate to stop every incident photon while axionlike particles continue. It is tilted by 45° compared to the axis of the laser propagation in order to increase the area of the laser impact and to avoid backreflected photons. In the second magnetic field region, a vacuum better than 10^{-3} mbar is also maintained.

For the magnets, we use a pulsed technology. The pulsed magnetic field is produced by a transportable generator developed at LNCMP, Toulouse, France, which consists of a capacitor bank releasing its energy in the coils in a few milliseconds [14]. A typical time dependence of the mag-

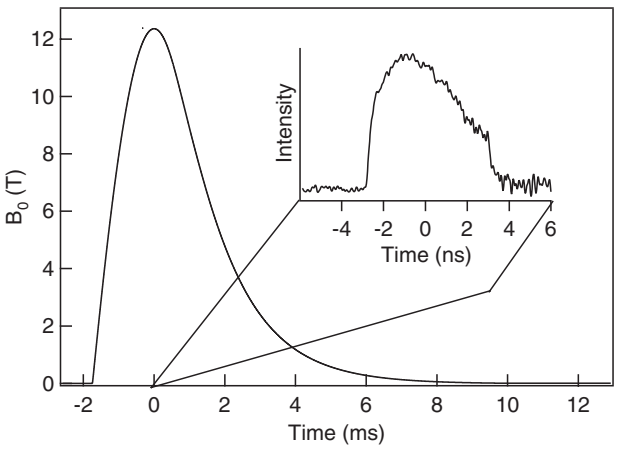


FIG. 2. Magnetic field B_0 at the center of the magnet as a function of time. The maximum is reached within 1.75 ms and can be considered as constant ($\pm 0.3\%$) during $\tau_B = 150$ μs. The 5 ns laser pulse is applied during this interval. Inset: temporal profile of the laser pulse.

netic field in our coils is shown in Fig. 2. Besides, a special coil geometry has been developed in order to reach the highest and longest transverse magnetic field [15]. A 12 mm diameter aperture has been made inside the magnets for the laser beam. As for usual pulsed magnets, the coils are immersed in a liquid nitrogen cryostat to limit the consequences of heating. When the magnetic field is maximum, the repetition rate is set to 5 pulses per hour. A delay between two pulses is necessary to get back to the temperature of equilibrium which is monitored via the coil resistance. During data acquisition, our coils provide $B_0 \geq 12.3$ T over an equivalent length $L_{\mathrm{eq}} = 365$ mm. The magnetic field B_0 remains constant ($\pm 0.3\%$) during $\tau_B = 150$ μs, a very long time compared to the 5 ns laser pulse. During operation the magnetic pulse is triggered by a signal from the laser chain which has a stability ensuring that the laser pulse happens within these 150 μs. In order to detect pseudoscalar particles, the transverse magnetic field is parallel to the laser polarization.

The last principal element is the single photon detector that has to meet several criteria. In order to have a sensitivity as good as possible, the regenerated photon detection has to be at the single photon level. The integration time is limited by the 5 ns laser pulse. This imposes a detector with a dark count far lower than 1 over this integration time so that a nonzero regenerated photon counting would be significant.

Our detector is a commercially available single photon receiver from Princeton Lightwave which has a high detection efficiency at 1.05 μm. It integrates a 80×80 μm^2 InGaAs Avalanche Photodiode (APD) thermoelectrically cooled, with all the necessary bias, control, and counting electronics. Light is coupled to the photodiode through a FC/PC connector and a multimode fiber. When the detector is triggered, the APD bias voltage is raised above its reverse breakdown voltage V_{br} to operate in ''Geiger mode''. For our experiment, the bias pulse width is 5 ns to correspond with the laser pulse.

The APD bias voltage is then adjusted to obtain the best compromise between the detection efficiency and the dark count rate per pulse. The detection efficiency η is measured by illuminating the detector with a calibrated laser intensity, $\eta = 0.50(0.02)$. The dark count rate is about 5×10^{-4} counts per pulse.

After the second magnet, regenerated photons are injected into the detector through a coupling lens plus a graded index multimode fiber with a 62.5 μm core diameter, a 0.27 numerical aperture, and an attenuation lower than 1 dB/km. These parameters ensure that we can easily inject light into the fiber with a high coupling ratio, even when one takes into account the pulse by pulse instability of the propagation axis that can be up to 9 μrad. During data acquisition, a typical coupling efficiency through the fiber was found to be about $\eta_c = 0.85$. This efficiency is measured by removing the wall and the blind flanges (see Fig. 1) and by using the laser beam from the pilot oscillator without chopping nor amplifying it. This procedure ensures that the pulsed kJ beam is perfectly superimposed to the alignment beam.

The only remaining source of misalignment lies in thermal effects during the high energy laser pulse, which could slightly deviate the laser beam, hence generating supplementary losses in fiber coupling. This misalignment is reproducible. This means that it can be corrected by properly changing the initial laser pointing. By monitoring the optical path followed by the high energy beam for each pulse, we were able to take such misalignment losses into account, and we have observed a maximum value of 20% of coupling reduction.

The detector gate is triggered with the same fast signal as the laser, using delay lines. We have measured the coincidence rate between the arrival of photons on the detector and the opening of the 5 ns detector gate as a function of an adjustable delay. We have chosen our working point in order to maximize the coincidence rate (see Fig. 3). To perform such a measurement we used the laser pilot beam which was maximally attenuated and chopped with a pulsed duration of 5 ns, exactly as the kJ beam.

The fiber to inject the detector is 30 m long so that it can be placed far from the magnets to avoid potential electronic noise during magnetic shots. In addition, the detector is placed in a shielding bay to prevent electromagnetic noise during laser pulses.

So far, during data acquisition, a total amount of about 17.4 kJ has reached the wall in 14 different pulses. This corresponds to about 9.3×10^{22} photons. To evaluate the actual number of incident photons that could yield a regenerated photon observable by the detector, we took into account for each pulse the fiber coupling η_c, the misalignment due to thermal effects during the pulse. We have also evaluated the percentage of the whole laser energy (see inset of Fig. 2) actually contained in the 5 ns detection gate, which is 93%. All of these experimental parameters are

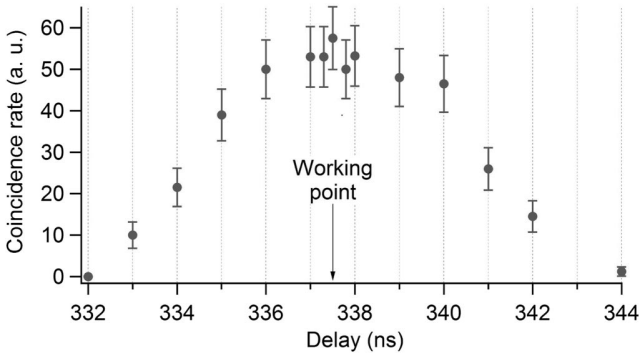


FIG. 3. Coincidence rate between the arrival of photons on the detector and its 5 ns detection gate as a function of an arbitrary delay time. The arrow indicates our working point, chosen in order to maximize the coincidence rate.

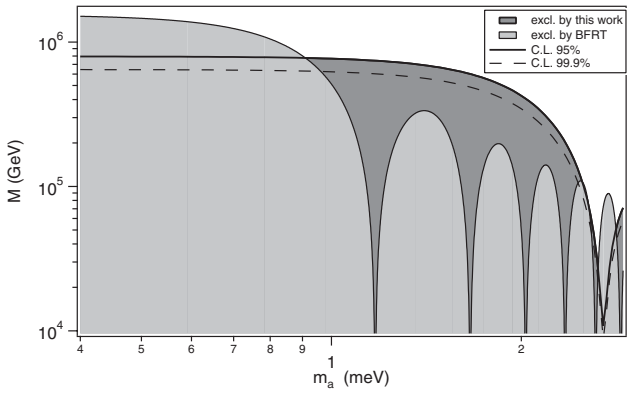


FIG. 4. 95% confidence level limits on the axionlike particle two photons inverse coupling constant M as a function of the axionlike particle mass m_a obtained thanks to our null result (dotted line). The area below our curve is excluded. Our limits are compared to the 95% confidence level exclusion region obtained by the BFRT photon regeneration experiment [10].

known with a few percent errors. The effective number of photons is about 6.7×10^{22}, which corresponds to about 12.5 kJ. No regenerated photon has been detected. In this case, the measurement error is given by the number of photons that could have been missed due to the non perfect detection. The probability P_n that n incident photons have been missed by the detector is $P_n = (1 - \eta)^n$. Dark count is negligible. A standard deviation σ means that a result outside the window $\pm 2\sigma$ corresponds to $P_n < 0.05$, which yields about 4 missed photons for our value of η.

The limits at 95% and 99.9% confidence level that we have reached so far are plotted on Fig. 4. These have been calculated by numerically solving Eq. (1). The area below our curve is excluded by our null result. In particular, the axionlike particle two photons inverse coupling constant M is $> 8 \times 10^5$ GeV provided that the particle mass $m_a \sim 1$ meV. This improves the exclusion region obtained on BFRT photon regeneration experiment [10]. In this mass region their results were limited by the axionlike particle photon oscillation due to the length of their magnets. Using shorter magnets, we are able to enlarge the mass range exclusion area.

In Ref. [5], the PVLAS Collaboration suggested that their claimed observation of a vacuum magnetic dichroism could be explained by the existence of an axionlike particle with a two photons inverse coupling constant $1 \times 10^5 \leq M \leq 6 \times 10^5$ GeV and a mass around 1 meV. This is excluded by us with a confidence level greater than 99.9%.

We plan to improve our apparatus so that with about 100 laser pulses, we will be able to give more stringent limits on M than the one given by the BFRT experiment for all the values of m_a.

We thank the technical staff from LCAR, LNCMP, and LULI, especially S. Batut, E. Baynard, J.-M. Boudenne, J.-L. Bruneau, D. Castex, J.-F. Devaud, S. Faure, P. Frings, M. Gianesin, P. Guéhennec, B. Hirardin, J.-P. Laurent, L. Martin, M. Nardone, J.-L. Paillard, L. Polizzi, W. Volondat, and A. Zitouni. We also thank B. Girard, G. Rikken, and J. Vigué for strongly supporting this project. This work has been possible thanks to the ANR-Programme non thématique (Contract No. ANR-BLAN06-3-139634).

[1] R. D. Peccei and H. R. Quinn, Phys. Rev. Lett. **38**, 1440 (1977); Phys. Rev. D **16**, 1791 (1977).
[2] P. Svrcek and E. Witten, J. High Energy Phys. 06 (2006) 051.
[3] J. Preskill, M. B. Wise, and F. Wilczek, Phys. Lett. **120B**, 127 (1983); L. F. Abbott and P. Sikivie, *ibid.* **120B**, 133 (1983); M. Dine and W. Fischler, *ibid.* **120B**, 137 (1983); M. S. Turner, Phys. Rev. D **33**, 889 (1986).
[4] G. G. Raffelt, J. Phys. A **40**, 6607 (2007).
[5] E. Zavattini *et al.*, Phys. Rev. Lett. **96**, 110406 (2006).
[6] S. Andriamonje *et al.* (CAST Collaboration), J. Cosmol. Astropart. Phys. 04 (2007) 010.
[7] S. Lamoreaux, Nature (London) **441**, 31 (2006).
[8] J. Jaeckel *et al.*, Phys. Rev. D **75**, 013004 (2007), and references therein.
[9] K. Van Bibber *et al.*, Phys. Rev. Lett. **59**, 759 (1987).
[10] R. Cameron *et al.*, Phys. Rev. D **47**, 3707 (1993).
[11] See, e.g., http://axion-wimp.desy.de/index_eng.html.
[12] E. Zavattini *et al.*, arXiv:0706.3419.
[13] P. Sikivie, Phys. Rev. Lett. **51**, 1415 (1983); Phys. Rev. D **32**, 2988 (1985).
[14] P. Frings *et al.*, Rev. Sci. Instrum. **77**, 063903 (2006).
[15] S. Batut *et al.*, IEEE Trans. Appl. Supercond. (to be published); the coils used in this work have been originally developed by O. Portugall and S. Batut in the framework of the BMV experiment at the LNCMP [R. Battesti *et al.*, Eur. Phys. J. D (to be published)].

PHYSICAL REVIEW D **78,** 032013 (2008)

Search for photon oscillations into massive particles

M. Fouché,* C. Robilliard, S. Faure, and C. Rizzo
Laboratoire Collisions Agrégats Réactivité, IRSAMC, UPS/CNRS, UMR 5589, 31062 Toulouse, France

J. Mauchain, M. Nardone, and R. Battesti
Laboratoire National des Champs Magnétiques Pulsés, CNRS/INSA/UPS, UMR 5147, 31400 Toulouse, France

L. Martin, A.-M. Sautivet, J.-L. Paillard, and F. Amiranoff
Laboratoire pour l'Utilisation des Lasers Intenses, CNRS-CEA-X-Paris VI, UMR 7605, 91128 Palaiseau, France
(Received 23 June 2008; published 21 August 2008)

Recently, axionlike particle search has received renewed interest, and several groups have started experiments. In this paper, we present the final results of our experiment on photon-axion oscillations in the presence of a magnetic field, which took place at the Laboratoire pour l'Utilisation des Lasers Intenses, Palaiseau, France. Our null measurement allowed us to exclude the existence of axions with inverse coupling constant $M > 9. \times 10^5$ GeV for low axion masses and to improve the preceding Brookhaven-Fermilab-Rochester-Trieste (BFRT) Collaboration limits by a factor of 3 or more for axion masses $1.1 < m_a < 2.6$ meV. We also show that our experimental results improve the existing limits on the parameters of a low mass hidden-sector boson usually dubbed "paraphoton" because of its similarity with the usual photon. We detail our apparatus which is based on the "light shining through the wall" technique. We compare our results to other existing ones.

DOI: 10.1103/PhysRevD.78.032013 PACS numbers: 12.20.Fv, 14.80.−j

I. INTRODUCTION

Ever since the standard model was built, various theories have been proposed to go beyond it. Many of these involve, if not imply for the sake of consistency, some light, neutral, spinless particles very weakly coupled to standard model particles, and hence difficult to detect.

One famous particle beyond the standard model is the axion. Proposed more than 30 years ago to solve the strong *CP* problem [1,2], this neutral, spinless, pseudoscalar particle has not been detected yet, in spite of constant experimental efforts [3–6]. Whereas the most sensitive experiments aim at detecting axions of solar or cosmic origin, laboratory experiments including the axion source do not depend on models of the incoming axion flux. Because the axion is not coupled to a single photon but to a two-photon vertex, axion-photon conversion requires an external electric or—preferentially—magnetic field to provide for a virtual second photon [7].

At present, purely terrestrial experiments are built according to two main schemes. The first one, proposed in 1979 by Iacopini and Zavattini [8], aims at measuring the ellipticity induced on a linearly polarized laser beam by the presence of a transverse magnetic field, but is also sensitive to the ellipticity and, slightly modified, to the dichroism induced by the coupling of low mass, neutral, spinless bosons with laser beam photons and the magnetic field [9]. The second popular experimental scheme, named "light shining through the wall" [10], consists of first converting incoming photons into axions in a transverse magnetic field, then blocking the remaining photonic beam with an opaque wall. Behind this wall with which the axions do not interact, a second magnetic field region allows the axions to convert back into photons with the same frequency as the incoming ones. Counting these regenerated photons, one can calculate the axion-photon coupling or put some limits on it. This setup was first realized by the BFRT Collaboration in 1993 [3].

Because of their impressive precision, optical experiments relying on couplings between photons and these hidden-sector particles seem most promising. Thanks to such couplings, the initial photons oscillate into the massive particle to be detected. The strength of optical experiments lies in the huge accessible dynamical range: from more than 10^{20} incoming photons, one can be sensitive to 1 regenerated photon.

In fact, the light shining through the wall experiment also yields some valuable information on another hidden-sector hypothetical particle [11]. After the observation of a deviation from a blackbody curve in the cosmic background radiation [12], some theoretical works suggested photon oscillations into a low mass hidden-sector particle as a possible explanation [13]. The supporting model for such a phenomenon is a modified version of electrodynamics proposed in 1982 [14], based on the existence of two U (1) gauge bosons. One of the two can be taken as the usual massless photon, while the second one corresponds to an additional massive particle usually called a paraphoton. Both gauge bosons are coupled, giving rise to photon-paraphoton oscillations. Several years later, more precise observations did not confirm any anomaly in the cosmic background radiation spectrum [15] and the interest for

*mathilde.fouche@irsamc.ups-tlse.fr

paraphoton decreased, although its existence was not excluded. More recently, it was found out that similar additional U(1) gauges generally appear in string embeddings of the standard model [16], reviving the interest for experimental limits on the paraphoton parameters [17–19].

Some limits on the mass and the coupling constant of the paraphoton have already been obtained by a photoregeneration experiment [3]. Astrophysical limits on paraphoton parameters also exist. They have been derived from the agreement of the cosmic microwave background with the blackbody radiation [20], and more recently by the absence of distortions in the optical spectrum of distant type Ia supernovae [21].

Our effort was motivated by the observation published by the PVLAS Collaboration, and subsequently retracted [22], which they claimed could be explained by the existence of axions in the mass range 1–2 meV. We have therefore designed an apparatus optimized for that mass region to rapidly prove or disprove the interpretation in terms of axionlike particles of the PVLAS signal. Our preliminary results, excluding at a 3σ confidence level the existence of axions with parameters consistent with the PVLAS observation, have been published in November 2007 [23]. This paper is devoted to the final results of our light shining through the wall experiment, sensitive to axionlike particles and to paraphotons. We first derive the detection probabilities for both particles. We then detail our apparatus whose strength lies in pulsed laser and magnetic fields, thus reducing the demand on the detector noise. Finally, we present our latest experimental results and compare them with the limits obtained by other searches.

II. PHOTOREGENERATION PROBABILITY

A. Axionlike particle

The photon to axionlike particle conversion and reconversion transition probability (in natural units $\hbar = c = 1$, with 1 T $\equiv$ 195 eV^2 and 1 m $\equiv 5 \times 10^6$ eV^{-1}) after propagating over a distance z in the inhomogeneous magnetic field B writes [7,24]

$$p_a(z) = \left| \int_0^z dz' \Delta_M(z') \times \exp(i\Delta_a z') \right|^2, \tag{1}$$

where $\Delta_M = \frac{B}{2M}$ and $\Delta_a = -\frac{m_a^2}{2\omega}$, ω is the photon energy, m_a the axionlike particle mass, and M its inverse coupling constant with two photons. Note that this equation is valid for a light polarization parallel to the magnetic field since the axion has to be a pseudoscalar [1]. Finally, as we have two identical magnets, the photon regeneration probability due to axionlike particles is

$$P_a = p_a^2(L), \tag{2}$$

with L the magnet length.

In order to have a number of regenerated photons as large as possible, the number of incident photons, the detection efficiency, and the integral of the transverse magnetic field over the magnet length L have to be maximized. We define B_0 as the maximum field and $L_{\rm eq}$ as the equivalent length of a magnet producing a uniform magnetic field B_0 such that

$$\int_{-L/2}^{+L/2} B dz = B_0 L_{\rm eq}. \tag{3}$$

On the other hand, $p_a(z)$ oscillates for too long magnets. Actually, for a homogeneous magnetic field B_0, Eq. (1) gives

$$p_a = \left(\frac{B_0 L}{2M}\right)^2 \frac{\sin^2(\frac{\Delta_{\rm osc}}{2} L)}{(\frac{\Delta_{\rm osc}}{2} L)^2}, \tag{4}$$

where $\Delta_{\rm osc} = -\Delta_a$. In our case, our search was focused on the $1 < m_a < 2$ meV, so that a length larger than 1 m would have been useless.

Finally, very recently a detailed theoretical study of the photon to axionlike particle conversion probability pointed out that an enhancement of this probability is predicted at $m_a = \omega$ [25]. In this particular condition, the probability of getting a photon after the wall is

$$P_a = \frac{3\beta^4}{16 q m_a^4} \log\left(\frac{2 q m_a^4}{\beta^4}\right), \tag{5}$$

with $\beta = B_0/M$ and $q = \Delta/\omega$ the quality factor of the laser source, and Δ is the laser bandwidth.

B. Paraphoton

In the modified version of electrodynamics developed in 1982 [14], the paraphoton weakly couples with the photon through kinetic mixing. Contrary to axionlike particles, photon-paraphoton oscillations are therefore possible without any external field and are independent of photon polarization.

Recently, the experimental signatures of paraphoton have been discussed in detail in Ref. [19]. The conversion probability of a photon into a paraphoton of mass μ and vice versa after a distance L is given by

$$p_\gamma = 4\chi^2 \sin^2\left(\frac{\mu^2 L}{4\omega}\right), \tag{6}$$

where χ is the photon-paraphoton coupling constant, whose arbitrary value is to be determined experimentally. This equation is valid for a relativistic paraphoton satisfying $\mu \ll \omega$.

Comparing Eqs. (4) and (6), one notes that from a mathematical point of view the two are equivalent, μ corresponding to m_a, and χ to $\frac{B_0\omega}{M m_a^2}$. This analogy originates from the fact that both formulas describe the same physical phenomenon, i.e., quantum oscillations of a two level

system. Using this mathematical equivalence between paraphoton parameters and axionlike particle parameters, we were able to derive for the enhancement of the paraphoton conversion probability at $\mu = \omega$ a formula equivalent to Eq. (5):

$$P_\gamma = \frac{3\chi^4}{16q}\log\left(\frac{2q}{\chi^4}\right). \tag{7}$$

In the case of a typical photoregeneration experiment, the incoming photons freely propagate for a distance L_1 and might oscillate into paraphotons before being stopped by a wall, after which the paraphotons propagate for a distance L_2 and have a chance to oscillate back into photons that are detected with efficiency η_{det}. The photon regeneration probability due to paraphotons can therefore be written as

$$P_\gamma = p_\gamma(L_1)p_\gamma(L_2) = 16\chi^4\sin^2\left(\frac{\mu^2 L_1}{4\omega}\right)\sin^2\left(\frac{\mu^2 L_2}{4\omega}\right). \tag{8}$$

In our experiment, L_1 is the distance between the focusing lens at the entrance of the vacuum system, which focuses photons but not paraphotons, and the wall, which blocks photons only. Similarly, L_2 represents the distance separating the blind flange just before the regenerating magnet and the lens coupling the renegerated photons into the optical fiber (see Fig. 1).

Note that Eq. (8) is *a priori* valid in the absence of a magnetic field. If a magnetic field is applied, the formula remains valid provided that it can be considered as static during the experiment and its transverse spatial extent is larger than $1/\mu$ [17], which is the case in our experiment for paraphoton masses larger than 2×10^{-5} eV.

III. EXPERIMENTAL SETUP

As shown in Fig. 1, the experimental setup consists of two main parts separated by the wall. An intense laser beam travels through a first magnetic region (generation magnet) where photons might be converted into axionlike particles. The wall blocks every incident photon while axionlike particles would cross it without interacting and may be converted back into photons in a second magnetic region (regeneration magnet). The regenerated photons are finally detected by a single-photon detector.

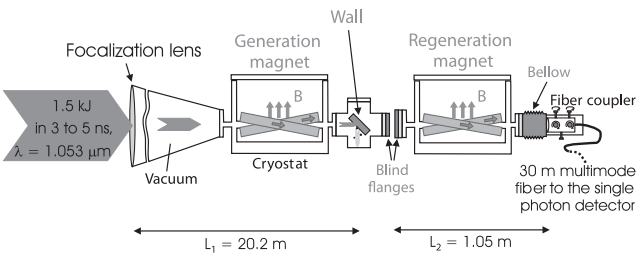


FIG. 1. Sketch of the apparatus. The wall and the blind flanges are removable for fiber alignment.

The three key elements leading to a high detection rate are the laser, the generation, and regeneration magnets placed on each side of the wall and the single-photon detector. Each element is described in the following sections.

A. Laser

In order to have the maximum number of incident photons at a wavelength that can be efficiently detected, the experiment has been set up at the Laboratoire pour l'Utilisation des Lasers Intenses (LULI) in Palaiseau, on the Nano 2000 chain [26]. It can deliver more than 1.5 kJ over a few nanoseconds with $\omega = 1.17$ eV. This corresponds to $N_i = 8 \times 10^{21}$ photons per pulse.

The nanosecond pulse is generated by a yttrium lithium fluoride seeded oscillator with a $\Delta = 1.7$ meV bandwidth. It delivers 4 mJ with a duration adjustable between 500 ps and 5 ns. Temporal shaping is realized with five Pockels cells. Then this pulse seeds single-pass Nd:pPhosphate glass rods and disk amplifiers. During our 4 weeks of campaign, the total duration was decreased from 5 ns the first week to 4 ns and finally 3 ns while keeping the total energy constant. (A typical time profile is shown in the inset of Fig. 6 with a full width at half maximum of 2.5 ns and a total duration of 4 ns.)

The repetition rate of high energy pulses is imposed by the relaxation time of the thermal load in the amplifiers which implies wave-front distortions. Dynamic wave-front correction is applied by use of an adaptive-optics system [27]. To this end a deformable mirror is included in the middle of the amplification chain. It corrects the spatial phase of the beam to obtain at focus a spot of about once or twice the diffraction limit, as shown in Fig. 2. This system allows one to increase the repetition rate while maintaining good focusability although the amplifiers are not at thermal equilibrium. During data acquisition, the repetition rate has

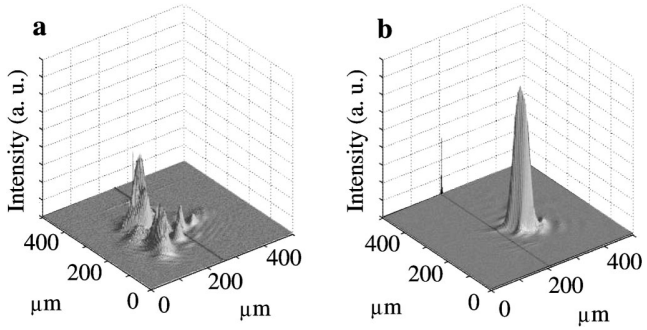


FIG. 2. Focal spot without correction (a) and with wave-front correction (b). This correction allows one to maintain a spot of one or two diffraction limits despite the amplifiers' not being in thermal equilibrium.

typically varied between 1 pulse per hour and 1 pulse every other hour.

At the end of the amplification chain, the vertically linearly polarized incident beam has a 186 mm diameter and is almost perfectly collimated. It is then focused using a lens with focal length 20.4 m. The wall is placed at $L_1 =$ 20.2 m from the lens in order to have the focusing point a few centimeters behind this wall. The beam is well apodized to prevent the incoming light from generating a disturbing plasma on the sides of the vacuum tubes.

Before the wall where the laser beam propagates, a vacuum better than 10^{-3} mbar is necessary in order to avoid air ionization. Two turbo pumps along the vacuum line easily give 10^{-3} mbar near the lens and better than 10^{-4} mbar close to the wall. The wall is made of a 15 mm width aluminum plate to stop every incident photon. It is tilted by 45° with respect to the laser beam axis in order to increase the area of the laser impact and to avoid retroreflected photons. In the second magnetic field region, a vacuum better than 10^{-3} mbar is also maintained.

Figure 3 shows a histogram of laser energy per pulse for the 82 laser pulses performed during our campaign. The laser energy per pulse ranges from 700 J to 2.1 kJ, with a mean value of 1.3 kJ.

B. Magnetic field

Concerning the magnets, we use a pulsed technology. The pulsed magnetic field is produced by a transportable generator developed at LNCMP [28], which consists of a capacitor bank releasing its energy in the coils in a few milliseconds. Besides, a special coil geometry has been developed in order to reach the highest and longest transverse magnetic field. Coil properties are explained in Ref. [29]. Briefly, the basic idea is to get the wires generating the magnetic field as close as possible to the light path. As shown in Fig. 4, the coil consists of two interlaced racetrack shaped windings that are tilted one with respect to the other. This makes room for the necessary optical access at both ends in order to let the laser in while

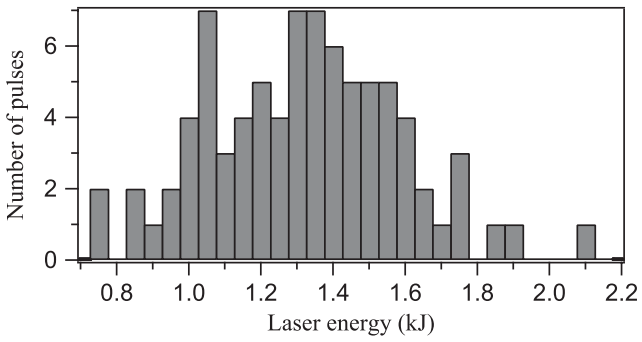


FIG. 3. Number of high energy pulses versus laser energy during the four weeks of data acquisition.

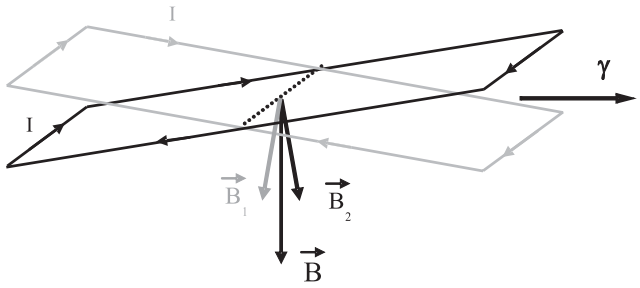


FIG. 4. Scheme of XCoil. Magnetic fields $\vec{B}_1$ and $\vec{B}_2$ are created by each of the racetrack shaped windings. This yields a high transverse magnetic field $\vec{B}$ while allowing the necessary optical access for the laser photons γ.

providing a maximum $B_0 L_{\mathrm{eq}}$. Because of the particular arrangement of wires, these magnets are called Xcoils.

The coil frame is made of G10 which is a nonconducting material commonly used in high stress and cryogenic temperature conditions. External reinforcements with the same material have been added after wiring to contain the magnetic pressure that can be as high as 500 MPa. A 12 mm diameter aperture has been dug into the magnets for the light path.

As for usual pulsed magnets, the coils are immersed in a liquid nitrogen cryostat to limit the consequences of heating. The whole cryostat is double walled for a vacuum thermal insulation. This vacuum is in common with the vacuum line and is better than 10^{-4} mbar. A delay between two pulses is necessary for the magnet to cool down to the equilibrium temperature which is monitored via the Xcoils' resistance. Therefore, the repetition rate is set to 5 pulses per hour. Furthermore, the coils' resistance is precisely measured after each pulse and when equilibrium is reached, in order to check the Xcoils' nonembrittlement. Indeed variations of the resistance provide a measurement of the accumulation of defects in the conductor material that occur as a consequence of plastic deformation. These

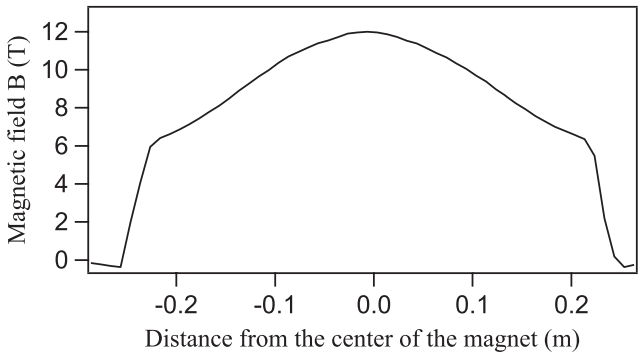


FIG. 5. Transverse magnetic field inside the magnet along the laser direction. At the center of the magnet we have a mean maximum magnetic field $B_0 = 12$ T. Integrating B along the optical path yields 4.38 Tm.

defects lead to hardening and embrittlement of the conductor material, which ultimately leads to failure.

The magnetic field is measured by a calibrated pickup coil. This yields the spatial profile shown in Fig. 5. The maximum field B_0 is obtained at the center of the magnet. Xcoils have provided $B_0 \geq 13.5$ T over an equivalent length $L_{\mathrm{eq}} = 365$ mm. However, during the whole campaign a lower magnetic field of $B_0 = 12(0.3)$ T was used to increase the coils' lifetime.

A typical time dependence of the pulsed magnetic field at the center of the magnet is represented in Fig. 6. The total duration is a few milliseconds. The magnetic field reaches its maximum value within less than 2 ms and remains constant ($\pm 0.3\%$) during $\tau_B = 150$ μs, a very long time compared to the laser pulse.

C. Detector

The last key element is the detector that has to meet several criteria. In order to have a sensitivity as good as possible, the regenerated photon detection has to be at the single-photon level. The integration time is limited by the longest duration of the laser pulse which is 5 ns. Since we expected about 100 laser pulses during our four week campaign, which corresponds to a total integration time of 500 ns, we required a detector with a dark count rate [30] far lower than 1 over this integration time, so that any increment of the counting would be unambiguously associated to the detection of one regenerated photon.

Our detector is a commercially available single-photon receiver from Princeton Lightwave which has a high detection efficiency at 1.05 μm. It integrates a 80×80 μm^2 InGaAs avalanche photodiode (APD) with all the necessary bias, control, and counting electronics. Light is coupled to the photodiode through a FC/PC connector and a multimode fiber. When the detector is triggered, the APD bias voltage is raised above its reverse breakdown voltage V_{br} to operate in "Geiger mode." A short time later—adjustable between 1 and 5 ns—the bias is reduced below V_{br} to avoid false events. For our experiment, the bias pulse width is 5 ns to correspond with the longest laser pulse.

Typical output signals available on the detector are plotted in Fig. 7. Let us first consider Fig. 7(a) with no incident photon. The upper signal corresponds to the amplified APD output. The application of such a short pulse to a reverse-biased APD produces a capacitive transient. The first two transients temporally shifted by 5 ns correspond to the bias pulse. This signal enables one to precisely determine the moment when detection starts. The last transients are due to an electronic reflection of the bias pulse.

When a photon is detected [Fig. 7(b)], the signal resulting from a photon-induced avalanche superimposes upon transients. The transient component may be much larger than the photon-induced component, making it difficult to discern. The detector uses a patented transient cancellation scheme to overcome this problem [31]. A replica of the unwanted transient is created and subtracted from the initial signal. The photon-induced signal will thus appear against a flat, low-noise background, as it is observed in Fig. 7(b) between the initial bias pulse and the reflected one. It can then be easily detected using a discriminator. To this end, this signal is sent to a fast comparator with adjustable threshold that serves as a discriminator and outputs a logic pulse, as shown by lower traces on Fig. 7.

To optimize the dark count rate and the detection efficiency η_{det}, three different parameters can be adjusted: the APD temperature, the discriminator threshold V_d set to

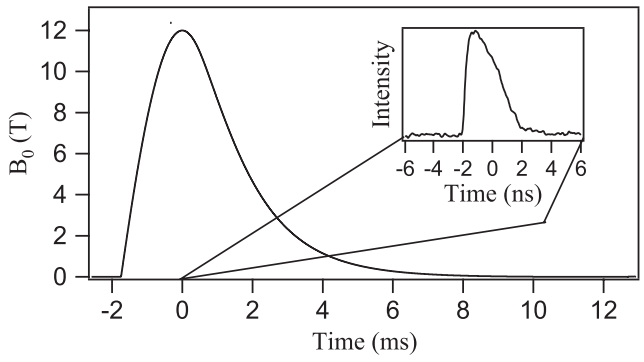


FIG. 6. Magnetic field B_0 at the center of the magnet as a function of time. The maximum is reached within 1.75 ms and can be considered as constant ($\pm 0.3\%$) during $\tau_B = 150$ μs. The 3–5 ns laser pulse is applied during this interval. Inset: temporal profile of a 4 ns laser pulse.

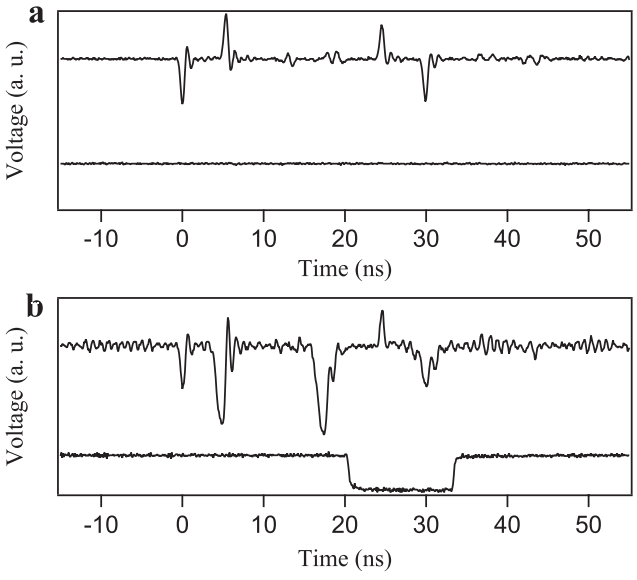


FIG. 7. Amplified APD output (upper curve) and logic signal (lower curve) of the detector as a function of time. The capacitive transients on the APD output signals are due to the gated polarization of the photodiode in Geiger mode. (a) Signals with no incident photon. (b) Signals when a photon is detected.

reject electronic noise, and the APD bias voltage V_{APD}. The dark count rate is first optimized by choosing the lowest achievable temperature which is around 221 K. This rate is measured with no incident light, a trigger frequency of 5 kHz, and an integration time of at least 1 s. Dark counts for a 5 ns detection gate as a function of V_d is shown in Fig. 8(a). It increases rapidly when V_d is too low. On the other hand, η_{det} remains constant for a large range of V_d. We set V_d to a value far from the region where the dark count increases and where η_{det} is still constant. This corresponds to less than 2.5×10^{-2} dark count over 500 ns integration time.

The detection efficiency is precisely measured by illuminating the detector with a laser intensity lower than 0.1 photon per detection gate at 1.05 μm. The probability to have more than one photon per gate is thus negligible. Such a low intensity is obtained with the setup described in Fig. 9. A cw laser is transmitted through two supermirrors with a reflectivity higher than 99.98% [32]. The angle of incidence is near normal in order to intercept the reflected beam and avoid spurious light without increasing transmission. This gives a measured transmission of 0.015% for each mirror. Finally, to calculate the number of incident photons on the detector, we measure the laser power before the two supermirrors with a precise power sensor.

The detection efficiency as a function of the bias voltage is plotted in Fig. 8(b). Our measurements show that η_{det} slowly increases with V_{APD} until a threshold where it increases dramatically for a value of V_{APD} shortly below the dark count runaway value. The best compromise between detection efficiency and dark count rate is found at $V_{\mathrm{APD}} = 78.4(0.05)$ V with $\eta_{\mathrm{det}} = 0.48(0.025)$.

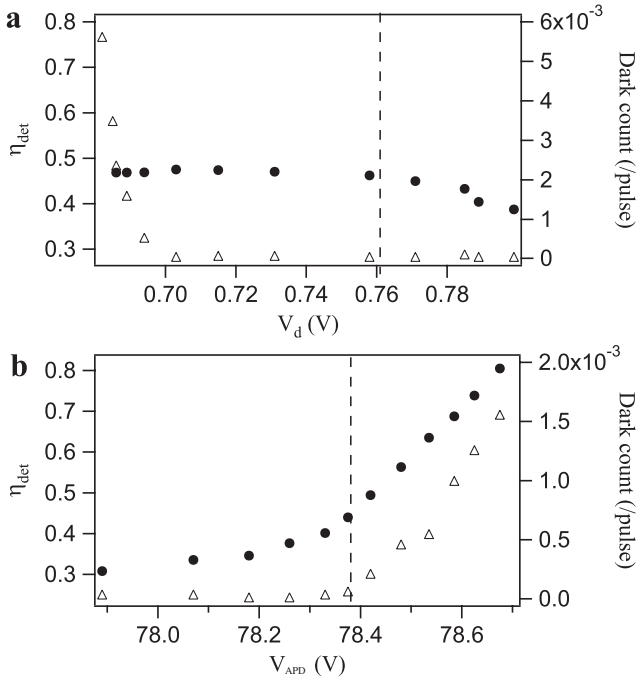


FIG. 8. Detection efficiency (●) and dark count per 5 ns bias pulse (△) as a function of the discriminator threshold (a) (V_{APD} fixed to 78.4 V) or APD bias voltage (b) (V_d fixed to 0.760 V). The APD temperature is fixed to the lowest achievable value 221.5 K. Dashed lines indicate the chosen working point.

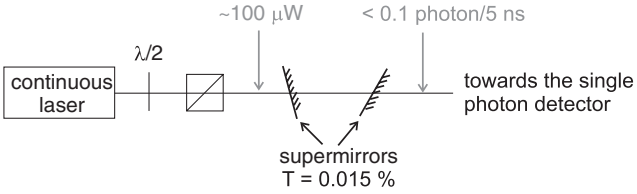


FIG. 9. Experimental setup to measure the detection efficiency of the single-photon detector. The detector is illuminated with a laser intensity lower than 0.1 photon per 5 ns. This intensity is calculated through the measurement of the supermirrors transmission and the laser power before those supermirrors. A half wave plate and a polarizer are used to change the number of incident photons.

As mentioned in the Introduction, other similar experiments generally require long integration times which implies an experimental limitation due to the detection noise. Using pulsed laser, magnetic field and detection is an original and efficient way to overcome this problem. Photons are concentrated in very intense short laser pulses during which the detection background is negligible. This also means that if a photon is detected in our experiment in correlation with the magnetic field, it will be an unambiguous signature of axion generation inside our apparatus.

IV. EXPERIMENTAL PROTOCOL AND TESTS

A. Alignment

After the second magnet, the regenerated photons are injected into the detector through a coupling lens and a graded index multimode fiber with a 62.5 μm core diameter, a 0.27 numerical aperture, and an attenuation lower than 1 dB/km. These parameters ensure that we can inject light into the fiber with a high coupling ratio, even when one takes into account the pulse by pulse instability of the propagation axis that can be up to 9 μrad.

Injection is adjusted thanks to the fiber coupler and by removing the wall and the blind flanges (see Fig. 1). As the high energy laser beam, the alignment beam comes from the pilot oscillator without chopping nor amplifying it. This procedure ensures that the pulsed kJ beam is perfectly superimposed to the alignment beam. During data acquisition, the mean coupling efficiency through the fiber was found to be $\eta_c = 0.85$.

The alignment of the high energy beam is performed with a low energy 5 ns pulsed beam, allowing for a 10 Hz repetition rate. During alignment, several black crosses are distributed along the laser path to mark the optical axis. Mirrors mounted on stepper motors allow one to align the beam very precisely on this axis. This procedure is carried out a few minutes before each high energy pulse.

The only remaining source of misalignment lies in thermal effects during the high energy pulse, which could slightly deviate the laser beam, hence generating supplementary losses in fiber coupling. This misalignment is mostly reproducible. This means that it can be corrected by a proper offset on the initial laser pointing. The far field of the high energy beam is imaged for each pulse at the output of the amplification chain (see Fig. 10). Since the focal length of the imaging system is similar to that of our focalization lens, the position of the far field image on the alignment mark is a fair diagnosis of the alignment on the fiber coupler. The best offset was determined by a trial and error method after a few high energy pulses.

B. Optical and electromagnetic noise

In order to have the best sensitivity, a perfect optical shielding is necessary. As shown in Fig. 1, an aluminum blind flange closes the entrance to the regeneration magnet. A black soft PVC bellow placed between the exit of the magnet and the fiber coupler prevents stray light while mechanically decoupling the magnet which vibrates during its pulse and the fiber coupler which should stay perfectly still. Finally, another aluminum blind flange closes the exit of the generation area in order to stop any incident photon scattered inside the vacuum line.

A count on the single-photon receiver is most probably due to an incident photon on the photodiode but it may also originate from electromagnetic noise during laser or magnetic pulses. To avoid such noise, the detector is placed in a Faraday shielding bay. In addition, a 30 m long fiber is used so that the detector can be placed far away from the magnets.

To test our protective device, laser and magnetic pulses were separately applied while triggering the detector. No fake signal was detected, validating the optical and electromagnetic shielding.

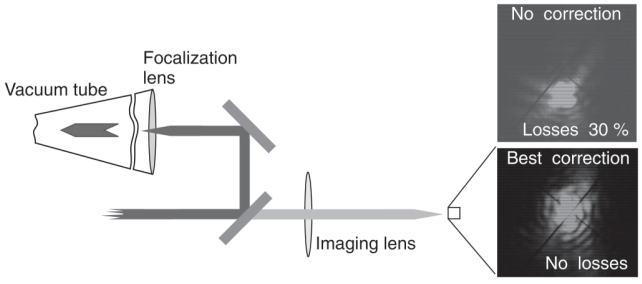


FIG. 10. Monitoring of the optical path followed by the high energy beam. Losses due to misalignment are estimated by comparing the center of the beam to the center of the black cross. The upper image corresponding to an uncorrected laser beam pointing exhibits 30% injection losses, while the lower one is perfectly corrected.

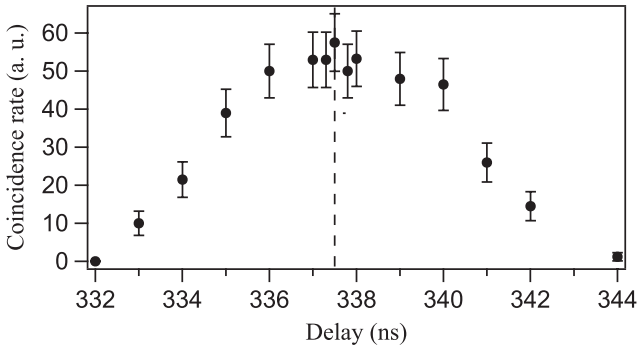


FIG. 11. Coincidence rate between the arrival of photons on the detector and its 5 ns detection gate as a function of an arbitrary delay time. The dashed line indicates our working point, chosen in order to maximize the coincidence rate.

C. Synchronization

Our experiment is based on pulsed elements which require a perfect synchronization: the laser pulse must cross the magnets when the magnetic field is maximum and fall on the photodiode during the detection gate.

The magnetic pulse is triggered with a transistor–transistor logic signal from the laser chain. The delay between this signal and the laser trigger is adjusted once and for all by monitoring on the same oscilloscope the magnetic field and the laser trigger. Then, the magnetic trigger has a jitter lower than 10 μs, ensuring that the laser pulse travels through the magnets within the 150 μs interval during which the magnetic field is constant and maximum.

Synchronization of the laser pulse and the detector needs to be far more accurate since both have a 5 ns duration. The detector gate is triggered with the same fast signal as the laser, using delay lines. We have measured the coincidence rate between the arrival of photons on the detector and the opening of the 5 ns detector gate as a function of an adjustable delay. We have chosen our working point in order to maximize the coincidence rate (see Fig. 11). To perform such a measurement we used the laser pilot beam which was maximally attenuated by shutting off 4 Pockels cells along the amplification chain and chopped with a pulsed duration of 5 ns, which corresponds to the longest duration of the kJ beam.

V. DATA ANALYSIS

A. Detection sensitivity

The best experimental limits are achieved when no fake signal is detected during the experiment. In this case, to estimate the corresponding upper conversion probability of regenerated photons, we have to calculate the upper number of photons that could have been missed by the detector for a given confidence level (CL).

The probability P_n that n incident photons have been missed by the detector is $P_n = (1 - \eta_{\mathrm{det}})^n$ when dark count is negligible. Therefore, the probability that n pho-

tons at most were missed by the detector writes

$$\frac{\sum_{k=0}^{n} P_k}{\sum_{k=0}^{\infty} P_k} = 1 - (1 - \eta_{\mathrm{det}})^{n+1}$$

and has to be compared with the required CL. This yields the upper number of possibly missed photons n_{missed} as the smallest integer n satisfying

$$1 - (1 - \eta_{\mathrm{det}})^{n+1} \geq \mathrm{CL},$$

which writes

$$n_{\mathrm{missed}} = \frac{\log(1 - \mathrm{CL})}{\log(1 - \eta_{\mathrm{det}})} - 1. \tag{9}$$

For example, with our value of η_{det}, a confidence level of 99.7% corresponds to less than eight missed photons. The upper photon regeneration probability is then

$$P_{a \text{ or } \gamma} = \frac{n_{\mathrm{missed}}}{N_{\mathrm{eff}}}, \tag{10}$$

where N_{eff} is the number of effective incident photons over the total number of laser shots, taking into account the losses described hereafter. Our experimental sensitivity limit for the coupling constant versus mass is finally calculated by numerically solving Eqs. (1) and (2) for axionlike particles, and Eqs. (6) and (8) for paraphotons.

B. Photon losses

The number of photons per laser pulse N_i is measured at the end of the amplification chain with a calibrated calorimeter. Then the number of effective incident photons on the detector N_{eff} should take into account every loss. The first source of loss is due to the coupling efficiency through the fiber. This is precisely calibrated once a day. Injection is checked before each pulse, just after the alignment of the high energy beam. The mean coupling efficiency is $\eta_c = 0.85$.

As said before, the main source of misalignment lies in thermal effects during the high energy laser pulse, whose mean value was corrected. Furthermore, using the cw alignment beam we calibrated the injection losses in the fiber as a function of the misalignment visible on the far field imaging. Thanks to this procedure, we were able to estimate the actual alignment losses for each pulse: they amounted to 30% for a noncorrected pulse and varied between 0% and 10% for corrected pulses, because of pulse-to-pulse instabilities.

Possible jitter between the beginning of the detection and the arrival of the laser pulse on the detector is also taken into account. For each pulse, a single oscilloscope acquires the laser trigger and the detector trigger as well as the detection gate. Those curves allow one to precisely calculate the moment t_0 when detection actually starts compared to the laser pulse arrival. Furthermore, the temporal profile of each laser pulse is also monitored. By integrating this signal from t_0 and during the 5 ns of detection, the fraction η_f of photons inside the detection gate is calculated. This fraction has fluctuated between 0.6 and 1 at the beginning of our data acquisition with the 5 ns pulse, mainly due to a 1 ns jitter that was then reduced to about 200 ps. Then, with the 4 and 3 ns laser pulses, jitter is less critical and $\eta_f = 1$ is obtained almost all the time.

Finally, for axionlike particles the numerical solving of Eq. (1) is performed with a fixed magnetic field B_0. Variations of this magnetic field along data acquisition are taken into account by multiplying each number of incident photons by the factor $(B_{0,i}/B_0)^4$, where $B_{0,i}$ is the maximum field for the ith pulse.

Integration of every loss yields a total number of effective photons

$$N_{\mathrm{eff},a} = \sum_i \eta_{c,i}\eta_{p,i}\eta_{f,i}\left(\frac{B_{0,i}}{B_0}\right)^4 N_i, \tag{11}$$

the sum being taken over the total number of laser and magnetic pulses.

Concerning paraphotons, given that the magnetic fields have no effect on the oscillations, the formula is written as

$$N_{\mathrm{eff},\gamma} = \sum_i \eta_{c,i}\eta_{p,i}\eta_{f,i}N_i. \tag{12}$$

VI. RESULTS

Data acquisition was spread over four different weeks. As shown in Fig. 3, 82 high energy pulses have reached the wall with a total energy of about 110 kJ. This corresponds to 5.9×10^{23} photons. During the whole data acquisition, no signal has been detected.

A. Axionlike particles

The magnetic field was applied during 56 of those laser pulses, with a mean value of 12 T. The laser pulses without magnetic field aimed at testing for possible fake counts.

Our experimental sensitivity limits for axionlike particle at 99.7% confidence level are plotted in Fig. 12. They

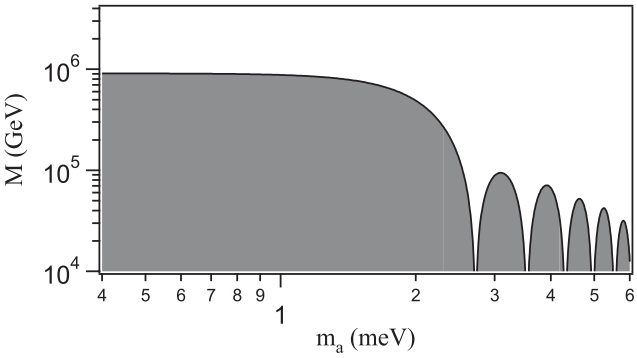


FIG. 12. 3σ limits for the axionlike particle—two-photon inverse coupling constant M, as a function of the axionlike particle mass m_a, obtained from our null result. The area below our curve is excluded.

correspond to a detection probability of regenerated photons $P_a = 3.3 \times 10^{-23}$ and give $M > 9.1 \times 10^5$ GeV at low masses. The dark gray area below our curve is excluded. This improves the limits we have published in [23], which already excluded the PVLAS results [22].

We also compared our limits to other laboratory experiments in Fig. 13. They are comparable to other purely laboratory experiments [3,33,34], especially in the meV region of mass. On the other hand, they are still far from experiments in which limits (stripes) approach models predictions [4,5,35,36].

Using Eq. (5), our experimental results correspond to $M > 8$ GeV at $m_a = 1.17$ eV. Despite this enhancement, our limits are still very far from the inverse coupling constant of model predictions which is around 10^9 GeV for a 1 eV mass.

B. Paraphotons

In the case of paraphotons, we take into account the laser bandwidth Δ by averaging $P_\gamma(\omega)$ over Δ:

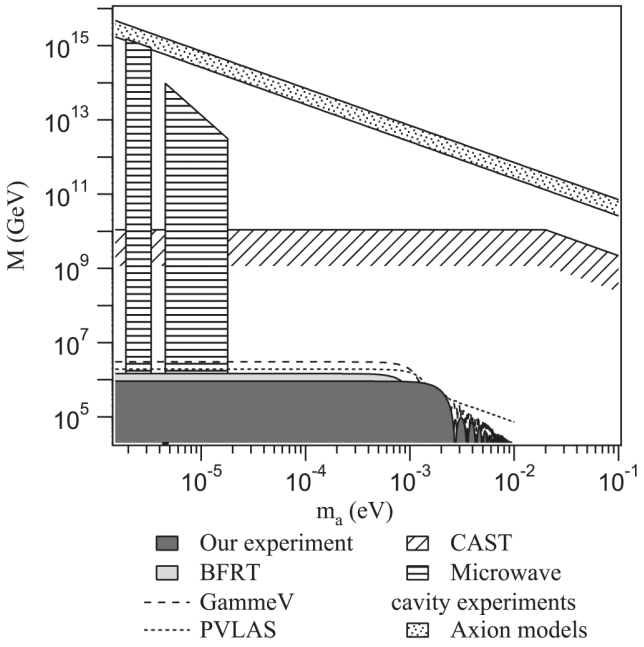


FIG. 13. Limits on the axionlike particle—two-photon inverse coupling constant M as a function of the axionlike particle mass m_a obtained by experimental searches. Our exclusion region is first compared to other purely laboratory experiments such as the BFRT photon regeneration experiment [3], the GammeV experiment [33], and the PVLAS Collaboration [34] with a 3σ confidence level. Those curves are finally compared to the 95% confidence level exclusion region obtained on CAST [5] and the more than 90% confidence level on microwave cavity experiments [4,35,36]. Model predictions are also shown as a dotted stripe between the predictions of the KSVZ model (lower line, $E/N = 0$) [44] and of the DFSZ model (upper line, $E/N = 8/3$) [45].

$$\bar{P}_\gamma = \frac{1}{\Delta} \int_{\omega-(\Delta/2)}^{\omega-(\Delta/2)} P_\gamma(\omega) d\omega. \tag{13}$$

The experimental sensitivity is then calculated by numerically solving

$$\bar{P}_\gamma = \frac{n_{\text{missed}}}{N_{\text{eff}}}, \tag{14}$$

where N_{eff} is given by Eq. (12). In the regime of low mass $\mu \ll \sqrt{\omega/Lq}$, it is equivalent to $\bar{P}_\gamma = P_\gamma$ and the mixing parameter oscillates as a function of the paraphoton mass. For higher masses, oscillations are smoothed to a mean value. Note that the relevant mass ranges concerning axionlike particles are situated in the low mass regime, which explains why the averaging over the laser bandwidth was not useful.

The deep gray area in Fig. 14 represents the parameters for a paraphoton that our measurements exclude with a 95% confidence level. It corresponds to a maximum photon regeneration probability $P_\gamma = 9.4 \times 10^{-24}$. This sets a limit $\chi < 1.1 \times 10^{-6}$ for $1 < \mu < 10$ meV [for higher masses, Eq. (6) is not valid anymore]. This improves by almost 1 order of magnitude the exclusion area obtained by the BFRT photon regeneration experiment [3]. The enhanced probability at $\mu = \omega$ given by Eq. (7) corresponds to $\chi < 1.9 \times 10^{-7}$. For other ranges of mass, a more complicated calculation is required [25] which is beyond the scope of this article. Nevertheless, comparing to other laboratory experiments [37,38] (see [39] for review), we

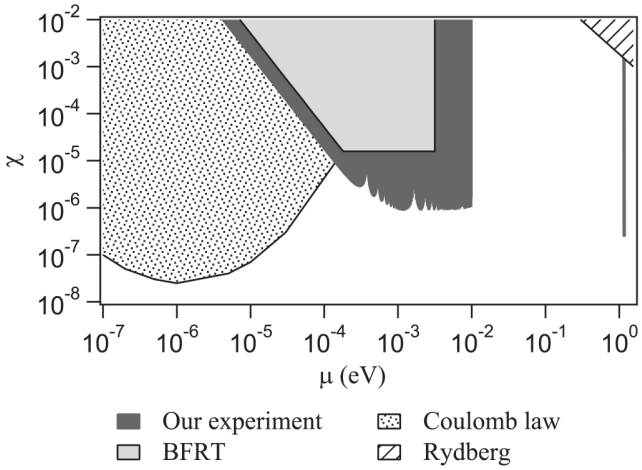


FIG. 14. 95% confidence level limits on photon-paraphoton mixing parameter as a function of the paraphoton mass obtained to our null result (deep gray area). Shaded regions are excluded. This is compared to excluded regions obtained by the BFRT photon regeneration experiment [3] (light gray area), to searches for deviations of the Coulomb law [37] (points) and to comparisons of the Rydberg constant for different atomic transitions [38] (stripes).

were able to constrain the paraphoton parameters in a region which had not been covered so far by purely terrestrial experiments.

VII. CONCLUSION AND OUTLOOKS

We have presented the final results of our photon regeneration experiment which exclude the PVLAS results. Our null measurement leads to limits similar to other purely terrestrial axion searches and improves the preceding limits by more than 1 order of magnitude concerning paraphotons [17].

As far as axionlike particles are concerned, improving the sensitivity of our apparatus in order to test the axion model predictions seems rather unrealistic, especially as the possible mass and two-photon coupling constant ranges are still several orders of magnitude wide. In that respect, magnetic birefringence experiments like the one presently under development in Toulouse [40] seem more promising: aimed at measuring for the first time the long predicted QED magnetic birefringence of vacuum [41], it will improve by 1 to 2 orders of magnitude the precision of purely terrestrial axion searches.

Generally speaking, let us argue that such precision optical experiments may prove useful for experimentally testing the numerous theories beyond the standard model in the low energy window, a range in which the large particle accelerators are totally helpless. For example, our apparatus can be modified to become sensitive to chameleon fields [42].

Finally, very intense laser beams such as those planned at ELI [43] will become available in the forthcoming years. Such facilities should open new exciting opportunities for our field.

ACKNOWLEDGMENTS

We thank the technical staff from LCAR, LNCMP, and LULI, especially S. Batut, E. Baynard, J.-M. Boudenne, J.-L. Bruneau, D. Castex, J.-F. Devaud, P. Frings, M. Gianesin, P. Guéhennec, B. Hirardin, J.-P. Laurent, L. Polizzi, W. Volondat, and A. Zitouni. We also thank B. Girard and G. Rikken for strongly supporting this project. This work has been possible thanks to the ANR-Programme non thématique (Contract No. ANR-BLAN06-3-139634).

[1] R. D. Peccei and H. R. Quinn, Phys. Rev. Lett. **38**, 1440 (1977); Phys. Rev. D **16**, 1791 (1977).
[2] S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **40**, 223 (1978); F. Wilczek, Phys. Rev. Lett. **40**, 279 (1978).
[3] R. Cameron *et al.*, Phys. Rev. D **47**, 3707 (1993).
[4] S. J. Asztalos *et al.*, Phys. Rev. D **69**, 011101(R) (2004); L. D. Duffy *et al.*, Phys. Rev. D **74**, 012006 (2006).
[5] S. Andriamonje *et al.* (CAST Collaboration), J. Cosmol. Astropart. Phys. 04 (2007) 010.
[6] For a review, see G. G. Raffelt, J. Phys. A **40**, 6607 (2007), and references therein.
[7] P. Sikivie, Phys. Rev. Lett. **51**, 1415 (1983); Phys. Rev. D **32**, 2988 (1985).
[8] E. Iacopini and E. Zavattini, Phys. Lett. **85B**, 151 (1979).
[9] L. Maiani, R. Petronzio, and E. Zavattini, Phys. Lett. B **175**, 359 (1986).
[10] K. Van Bibber *et al.*, Phys. Rev. Lett. **59**, 759 (1987).
[11] V. V. Popov and O. V. Vasil'ev, Europhys. Lett. **15**, 7 (1991).
[12] D. P. Woody and P. L. Richards, Phys. Rev. Lett. **42**, 925 (1979).
[13] H. Georgi, P. Ginsparg, and S. L. Glashow, Nature (London) **306**, 765 (1983); M. Axenides and R. Brandenberger, Phys. Lett. **134B**, 405 (1984).
[14] L. B. Okun, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **83**, 892 (1982) [Sov. Phys. JETP **56**, 502 (1982)].
[15] J. C. Mather *et al.*, Astrophys. J. Lett. **354**, L37 (1990); H. P. Gush, M. Halpern, and E. H. Wishnow, Phys. Rev. Lett. **65**, 537 (1990).
[16] S. Abel and J. Santiago, J. Phys. G **30**, R83 (2004); R. Blumenhagen *et al.*, Phys. Rep. **445**, 1 (2007).
[17] M. Ahlers *et al.*, Phys. Rev. D **76**, 115005 (2007).
[18] J. Jaeckel and A. Ringwald, Phys. Lett. B **659**, 509 (2008).
[19] M. Ahlers *et al.*, Phys. Rev. D **77**, 095001 (2008).
[20] P. De Bernardis *et al.*, Astrophys. J. **284**, L21 (1984).
[21] A. De Angelis and R. Pain, Mod. Phys. Lett. A **17**, 2491 (2002).
[22] E. Zavattini *et al.*, Phys. Rev. Lett. **96**, 110406 (2006); **99**, 129901 (2007).
[23] C. Robilliard *et al.*, Phys. Rev. Lett. **99**, 190403 (2007).
[24] G. Raffelt and L. Stodolsky, Phys. Rev. D **37**, 1237 (1988).
[25] S. L. Adler *et al.*, arXiv:0801.4739v4 [Ann. Phys. (to be published)].
[26] See http://www.luli.polytechnique.fr/pages/LULI2000.htm.
[27] J.-P. Zou *et al.*, Appl. Opt. **47**, 704 (2008).
[28] P. Frings *et al.*, Rev. Sci. Instrum. **77**, 063903 (2006).
[29] S. Batut *et al.*, IEEE Trans. Appl. Supercond. **18**, 600 (2008).
[30] A dark count, originating from electronic noise, corresponds to the apparent detection of a photon while no light strikes the detector.
[31] D. S. Bethune, W. P. Risk, and G. W. Pabst, J. Mod. Opt. **51**, 1359 (2004).
[32] The main advantage of using mirrors to strongly decrease the laser intensity instead of densities is to avoid thermal effects within the optics and thus to obtain a transmission independent on incident power.
[33] A. S. Chou *et al.*, Phys. Rev. Lett. **100**, 080402 (2008).
[34] E. Zavattini *et al.*, Phys. Rev. D **77**, 032006 (2008).

[35] S. DePanfilis *et al.*, Phys. Rev. Lett. **59**, 839 (1987); W. U. Wuensch *et al.*, Phys. Rev. D **40**, 3153 (1989).
[36] C. Hagmann *et al.*, Phys. Rev. D **42**, 1297 (1990).
[37] G. D. Cochran and P. A. Franken, Bull. Am. Phys. Soc. **13**, 1379 (1968); D. F. Bartlett, P. E. Goldhagen, and E. A. Phillips, Phys. Rev. D **2**, 483 (1970); E. R. Williams, J. E. Faller, and H. A Hill, Phys. Rev. Lett. **26**, 721 (1971).
[38] R. G. Beausoleil *et al.*, Phys. Rev. A **35**, 4878 (1987).
[39] D. F. Bartlett and S. Logl, Phys. Rev. Lett. **61**, 2285 (1988).
[40] R. Battesti *et al.*, Eur. Phys. J. D **46**, 323 (2008).
[41] H. Euler and K. Kochel, Naturwissenschaften **23**, 246 (1935); W. Heisenberg and H. Euler, Z. Phys. **98**, 714 (1936); Z. Bialynicka-Birula and I. Bialynicka-Birula, Phys. Rev. D **2**, 2341 (1970); S. L. Adler, Ann. Phys. (N.Y.) **67**, 599 (1971).
[42] P. Brax *et al.*, Phys. Rev. D **76**, 085010 (2007); M. Ahlers *et al.*, Phys. Rev. D **77**, 015018 (2008); H. Gies *et al.*, Phys. Rev. D **77**, 025016 (2008).
[43] http://www.extreme-light-infrastructure.eu.
[44] J. E. Kim, Phys. Rev. Lett. **43**, 103 (1979); M. A. Shifman, A. I. Vainshtein, and V. I. Zakharov, Nucl. Phys. **B166**, 493 (1980).
[45] M. Dine, W. Fischler, and M. Srednicki, Phys. Lett. **104B**, 199 (1981); A. P. Zhitnitskii, Sov. J. Nucl. Phys. **31**, 260 (1980).

Photon Regeneration Experiment for Axion Search Using X-Rays

R. Battesti,[1,*] M. Fouché,[1] C. Detlefs,[2] T. Roth,[2] P. Berceau,[1] F. Duc,[1] P. Frings,[1] G. L. J. A. Rikken,[1] and C. Rizzo[1]
[1]*Laboratoire National des Champs Magnétiques Intenses (UPR 3228, CNRS-INSA-UJF-UPS), F-31400 Toulouse Cedex, France, EU*
[2]*European Synchrotron Radiation Facility, F-38043 Grenoble, France, EU*
(Received 16 August 2010; published 16 December 2010)

In this Letter we describe our novel photon regeneration experiment for the axionlike particle search using an x-ray beam with a photon energy of 50.2 and 90.7 keV, two superconducting magnets of 3 T, and a Ge detector with a high quantum efficiency. A counting rate of regenerated photons compatible with zero has been measured. The corresponding limits on the pseudoscalar axionlike particle–two-photon coupling constant is obtained as a function of the particle mass. Our setup widens the energy window of purely terrestrial experiments devoted to the axionlike particle search by coupling to two photons. It also opens a new domain of experimental investigation of photon propagation in magnetic fields.

DOI: 10.1103/PhysRevLett.105.250405 PACS numbers: 12.20.Fv, 14.80.−j

Photon propagation in magnetic fields is a long-standing domain of research for QED tests [1] and for particle searches beyond the standard model [2]. All the experiments performed up to now have used a photon energy of the order of 1 eV (see [3] and references therein). Higher photon energies have been proposed to increase the signal, in particular, γ rays [4] for QED tests, or to increase the parameter space for particle searches, in particular, x rays [5,6].

As far as particle searches are concerned, photon regeneration experiments [7–9], also called ''light shining through the wall'' experiments, are an important tool in the search for massive particles that couple to photons in the presence of magnetic fields. Such particles are predicted by many extensions of the standard model. A very well-known example is the standard axion, a pseudoscalar chargeless boson proposed to solve the strong *CP* problem [10–12], i.e., the difference between the value of the neutron electric dipole moment predicted by QCD and its experimental value [13].

The principle of a photon regeneration experiment is to send a polarized photon beam through a region where a transverse magnetic field is present, and then to stop the photons by a wall. Since they hardly interact with matter, axionlike particles (ALPs) generated in the magnetic region upstream of the wall can pass through it. Behind the wall, a second magnetic field region allows us to convert back ALPs into photons. Several photon regeneration experiments have been performed [14–20]: none of them has ever detected regenerated photons. They have therefore set limits on the ALP–two-photon coupling constant g and the particle mass m_a. The best limits can be found in Ref. [20].

Limits are usually given for masses $m_a \ll \omega$ [21], where ω is the photon energy, but a detailed theoretical analysis of ALP-photon and photon-ALP conversion amplitudes valid for $m_a \leq \omega$ can be found in Ref. [22]. Again, for all the photon regeneration experiments performed up to now, ω is of the order of 1 eV. Experiments searching for ALPs of astrophysical origin, such as ADMX [23] and CAST [24], provide better limits than the purely terrestrial ones. ADMX looks for galactic cold dark matter μeV ALP conversion into microwave photons in a resonant cavity immersed in a static magnetic field, while CAST looks for axions or ALPs generated in the core of the sun. These ALPs travel to Earth and are converted back into photons of a few keV in a static laboratory magnetic field. Because of the higher photon energy, the CAST limits extend up to masses on the order of a few electron volts [24]. These limits, however, depend on the model used to calculate the flux of ALPs to be detected. The critical sensitivity to these models is exposed by the recent proposal of an ALP with a 17 meV mass which could explain the observed spectral shape of the x-ray solar emission [25]. In this case ALPs coming from the sun's interior would be reconverted into photons near the sun's surface, thus escaping the detection by CAST.

Increasing the photon energy in photon regeneration experiments allows us to test new regions of the m_a and g parameter space. The use of soft x rays has been proposed in Ref. [5], namely, at the VUV-FEL free electron laser at DESY, providing photons of energy between 10 and 200 eV. The use of hard x rays from a synchrotron light source has been proposed in Ref. [6]. Synchrotron light sources provide photons with energy of several tens of keV, much higher than the photon energy available nowadays at free electron lasers.

In this Letter we describe our photon regeneration experiment using x-ray beams with a photon energy of 50.2 and 90.7 keV, carried out at the European Synchrotron Radiation Facility (ESRF), France, on beam line ID06 [26]. Our setup consists of two superconducting magnets that provide magnetic fields of 3 T over a length of 150 and 97 mm, respectively, and a Ge detector with a high quantum efficiency for the stated photon energies. This configuration widens the energy domain probed by purely terrestrial ALP searches. A counting rate of regenerated

photons compatible with zero has been measured. We present the corresponding limits on the ALP–two-photon coupling constant as a function of the particle mass. Thanks to the high photon energy, our limits extend to a parameter region where no model-independent limits have been set so far. In particular, our experimental results provide limits on the existence of 17 meV ALPs.

Our experimental setup is shown in Fig. 1. We use two different photon energies, $\omega = 50.2$ keV and 90.7 keV, corresponding to slightly different settings of the x-ray beam line. For 50.2 keV (resp. 90.7 keV), a Si(111) [resp. Si(311)] double crystal monochromator is adjusted to select x rays emitted by the 5th (resp. 9th) harmonic of the cryogenic permanent magnet multipole undulator source U18, closed to a gap of 6.0 mm [27,28]. The energy bandwidth is 7.3 eV (resp. 6.8 eV). For both energies, the size of the beam is 2×2 mm^2 and the synchrotron x rays are horizontally polarized. The beam direction is stabilized by a feedback loop adjusting the pitch of the second monochromator crystal to ensure a position stability better than 0.1 mm at the entrance of the second magnet.

Most of the beam path is under vacuum in order to avoid air absorption. The incident flux is measured thanks to ionization chambers filled with 1 bar of nitrogen or krypton. Different ionization chambers placed along the beam path let us check for any photon loss due to beam misalignment, for example. During data acquisition, the 30 cm-long krypton filled ionization chamber, located just before the first magnet, is used to precisely monitor the incident flux. The beam line has delivered about 1.2×10^{12} photons per second at 50.2 keV and 3.1×10^{10} photons per second at 90.7 keV.

The magnetic fields are provided by two superconducting magnets with the field direction parallel to the x-ray polarization; the experiment being thus sensitive to pseudoscalar particles [29]. Their diameter aperture is about 2 cm and the pressure inside the magnets is less than 10^{-4} mbar. Both magnets have been manufactured by Oxford Instruments. The first one has provided a maximum

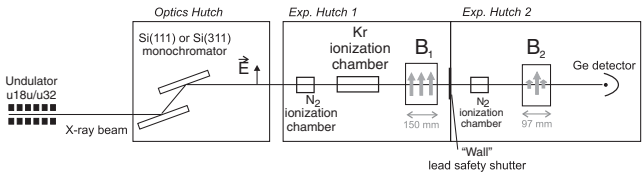


FIG. 1. Experimental Setup. The double crystal monochromator is adjusted to select the desired photon energy. The first experimental hutch corresponds to the ALP generation area with the transverse magnetic field B_1. The second experimental hutch contains the second magnetic field B_2 which allows us to reconvert ALPs to photons. These photons are detected by a liquid nitrogen cooled Ge detector with a high quantum efficiency. Ionization chambers placed along the beam path measure the incident flux or serve for alignment purposes. The synchrotron x rays are polarized parallel to the magnetic fields.

magnetic field $B_1 = 3$ T which can be regarded as uniform along the beam path over a length of $L_1 = 150$ mm. The second magnet was lent to us by the DUBBLE beam line (BM26) [30] at the ESRF. It has also delivered $B_2 = 3$ T. The shape of its magnetic field along the beam direction can be approximated by a triangular shape with a half base length of $L_2 = 97$ mm, the maximum of 3 T being at the center of the magnet.

The magnets are located separately in the two lead-shielded experimental hutches, EH1 and EH2, respectively, of the beam line. The safety shutter between EH1 and EH2 serves as the wall to block the x-ray beam. It consists of a 50 mm-thick lead plate. Similarly, the x-ray regeneration and detection section is shielded by the radiation hutch EH2. The complete enclosure of the primary x-ray beam in EH1 and the additional shielding of EH2 lead to a comfortably low level of x-ray background radiation dominated by cosmic events.

The detection system is based on a 5 mm thick Ge detector (Canberra GL0055) cooled with liquid nitrogen. The sensitive area is 6 mm in diameter. X-ray photons arriving on the detector create electric charges proportional to the photon energy, which are amplified (Canberra 2024) and filtered by a single channel analyzer (Ortec 850) to reject events that do not correspond to the photon energy selected by the monochromator. This detection system combines an acceptable quantum efficiency of $\approx 99.98\%$ at 50.2 keV and $\approx 84\%$ at 90.7 keV, with a reasonably low dark count rate. This background count rate was measured at $(7.2 \pm 1.4) \times 10^{-3}$ photons per second while the x-ray beam was turned off, as shown on the first line of Table I. The error corresponds to 95% confidence level.

The following experimental protocol is used before each data acquisition. First, the monochromator is adjusted to select the desired energy while keeping an incident flux as high as possible. Then, the detector is moved about 20 cm sideways from the direct beam position. The safety shutter is opened, allowing the x-ray beam to propagate through both experimental hutches. In this position, the dominant radiation received at the detector are photons elastically scattered by air [31]. This is used to adjust the upper and lower thresholds of the single channel analyzer such that only photons of the selected energy are counted. The upper (lower) threshold is 10% above (20% below) the voltage generated by the elastically scattered photons. Next, the detector is protected by Cu absorbers and it is moved back into the direct beam position to check its geometrical alignment. Finally, before data collection the safety shutter is closed and the Cu absorbers are removed. The procedure is repeated after data collection.

Results are summarized in Table I. The integration time t_i is about 2 hours for each photon energy in two different configurations, with or without the magnetic fields. The count rate N_c is the number of photons detected per second. The error on N_c corresponds to 95% confidence level and is

TABLE I. Summary of our data acquisition taken with magnets on or off, x-ray beam on or off. The integration time is denoted as t_i, while N_{inc} is the number of incident photons per second, N_c is the number of detected photons per second, and N_p is number of regenerated photons per second. Errors correspond to 95% confidence level. No excess count rate above background has been detected.

X-Ray Beam	Magnets	ω (keV)	t_i (s)	N_{inc} (Hz)	N_c (Hz)	N_p (Hz)
OFF	OFF		13913	0	$(7.2 \pm 1.4) \times 10^{-3}$	
ON	OFF	50.2	7575	1.2×10^{12}	$(5.7 \pm 1.8) \times 10^{-3}$	
ON	ON	50.2	7276	1.2×10^{12}	$(6.2 \pm 1.8) \times 10^{-3}$	$(0.5 \pm 2.6) \times 10^{-3}$
ON	OFF	90.7	7444	3.2×10^{10}	$(7.9 \pm 2.0) \times 10^{-3}$	
ON	ON	90.7	7247	3.1×10^{10}	$(8.1 \pm 2.2) \times 10^{-3}$	$(0.2 \pm 3.0) \times 10^{-3}$

given by $2\sqrt{N_c/t_i}$ since the distribution of the detected photons is a Poisson distribution. The number of regenerated photons per second N_p is the difference between count rates measured with and without the magnetic fields. We see that no excess count above the background level has been detected. Finally the upper photoregeneration probability at 95% confidence level corresponds to the error on N_p over the incident photon rate N_{inc}. It is $P = 2.2 \times 10^{-15}$ at 50.2 keV and $P = 9.7 \times 10^{-14}$ at 90.7 keV.

The photon-to-ALP conversion and reconversion transition probability after propagating in vacuum over a distance z in an inhomogeneous magnetic field B may be written as [32]

$$p(z) = |\int_0^z dz' \Delta_g(z') \exp(i\Delta_a z')|^2, \quad (1)$$

where $\Delta_g(z) = gB(z)/2$ and $\Delta_a = -m_a^2/2\omega$. Finally, the photoregeneration probability is

$$P = \eta p_1 p_2, \quad (2)$$

with η the detection efficiency, p_1 the conversion probability in the first magnet, and p_2 the reconversion probability in the second magnet. These equations are correct for $m_a \ll \omega$.

Our experimental sensitivity limit for the ALP–two-photon coupling constant versus mass is calculated by numerically solving Eqs. (1) and (2), using the upper photon regeneration probability experimentally measured. To this end, the real profiles of the magnetic fields along the beam direction provided by the manufacturers are used. Our limits at 95% confidence level are plotted in Fig. 2. In particular, $g < 1.3 \times 10^{-3}$ GeV^{-1} for masses lower than 0.4 eV, and $g < 6.8 \times 10^{-3}$ GeV^{-1} for masses lower than 1 eV. Our limits could be extended up to 90 keV [22], but because of the phase mismatching they decrease very rapidly when $m_a \gg \sqrt{\omega/L_{1,2}}$, thus becoming less interesting. Moreover, for such masses the probability oscillates so rapidly that its actual value depends critically on the exact value of the experimental parameters $L_{1,2}$ and ω. In this case the level of confidence of corresponding limits is mostly limited by the confidence level on these experimental values. We believe that a detailed discussion of this issue is out of the scope of our Letter.

We compare our limits to other limits obtained with laboratory experiments in Fig. 3. Our exclusion region is presented as the grey area. The best limits obtained on a purely laboratory experiment by the ALPS collaboration [20] with a 95% confidence level is the region above the solid line. The best limits set by the search of extraterrestrial ALPs are the two hashed areas, namely, the 95% confidence level exclusion region of CAST (diagonally hashed) [24], and the 90% confidence level exclusion region on microwave cavity experiments (horizontally hashed) [23,33–35]. Model predictions [36] are also shown as a dotted stripe (line in between: $E/N = 0$ [37,38]). This figure shows that we have tested a new region of the m_a and g parameter space for purely terrestrial—model-independent—experiments.

Our experiment could certainly be upgraded. A longer acquisition time would improve the limits, but an improvement of a factor of 2 requires a 16 times longer acquisition. This also applies for the photon flux and for detector noise rate. The latter could likely be improved by using the x-ray detector in anticoincidence with cosmic ray detectors put around it or in coincidence with the electron bunches circulating in the synchrotron ring. Using higher magnetic fields increases limits linearly, which is obviously more interesting. A static 15 T field can be reasonably envisaged. Longer magnets could provide higher limits but only at low masses since longer magnets reduce the coherence length of the photon-ALP oscillations and limits at higher masses.

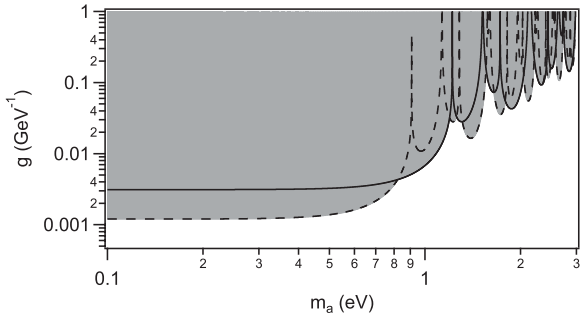


FIG. 2. Confidence level limits of 95% on the ALP-two photon coupling constant g as a function of the particle mass m_a. The grey area is excluded. The dashed line represents limits obtained with a photon energy of 50.2 keV while the solid line corresponds to 90.7 keV.

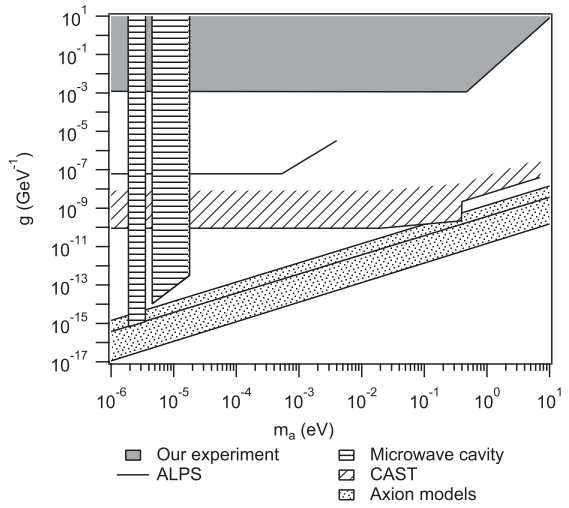


FIG. 3. Limits on the ALP–two-photon coupling constant g as a function of the particle mass m_a obtained by experimental searches. Our exclusion region is presented as the grey area. See text for more details.

The best solution would be to increase the magnetic field B and reduce the magnet length L keeping the product $B \times L$ as high as possible.

Our experiment extends the search of photon oscillations into massive particles in the presence of magnetic fields to higher energies. The observed low background count rate clearly demonstrates the sensitivity of ''shining through the wall'' experiments with a synchrotron light source. Moreover we studied for the first time the propagation of x-ray photons in magnetic fields opening a new domain of experimental investigations.

This work has been performed in the framework of the BMV project. We acknowledge the ESRF for providing beam time on ID06 and financial support. The detection system has been kindly provided by the ESRF Detector Pool. We thank J.-P. Nicolin for his technical support. We thank W. Bras for kindly lending us one of the two superconducting magnets, P. van der Linden for its technical support and C. Cohen and M. Kocsis for their help with the Ge detector. Finally we thank A. Dupays and J. Jaeckel for fruitful discussions. We gratefully acknowledge the support of the Fondation pour la recherche IXCORE.

*remy.battesti@lncmi.cnrs.fr

[1] E. Iacopini and E. Zavattini, Phys. Lett. B **85**, 151 (1979).
[2] L. Maiani, R. Petronzio, and E. Zavattini, Phys. Lett. B **175**, 359 (1986).
[3] R. Battesti *et al.*, Eur. Phys. J. D **46**, 323 (2008).
[4] G. Cantatore *et al.*, Phys. Lett. B **265**, 418 (1991).
[5] R. Rabadan, A. Ringwald, and K. Sigurdson, Phys. Rev. Lett. **96**, 110407 (2006).
[6] A. G. Dias and G. Lugones, Phys. Lett. B **673**, 101 (2009).
[7] P. Sikivie, Phys. Rev. Lett. **51**, 1415 (1983).
[8] P. Sikivie, Phys. Rev. Lett. **52**, 695 (1984).
[9] K. Van Bibber *et al.*, Phys. Rev. Lett. **59**, 759 (1987).
[10] R. D. Peccei and H. R. Quinn, Phys. Rev. Lett. **38**, 1440 (1977).
[11] S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **40**, 223 (1978).
[12] F. Wilczek, Phys. Rev. Lett. **40**, 279 (1978).
[13] C. A. Baker *et al.*, Phys. Rev. Lett. **97**, 131801 (2006).
[14] G. Ruoso *et al.*, Z. Phys. C **56**, 505 (1992).
[15] R. Cameron *et al.*, Phys. Rev. D **47**, 3707 (1993).
[16] M. Fouché *et al.*, Phys. Rev. D **78**, 032013 (2008).
[17] A. S. Chou *et al.*, Phys. Rev. Lett. **100**, 080402 (2008).
[18] A. Afanasev *et al.*, Phys. Rev. Lett. **101**, 120401 (2008).
[19] P. Pugnat *et al.*, Phys. Rev. D **78**, 092003 (2008).
[20] K. Ehret *et al.*, Phys. Lett. B **689**, 149 (2010).
[21] Natural Lorentz-Heaviside units with $\hbar = c = 1$ are employed throughout.
[22] S. A. Adler, J. Gamboa, F. Mendez, and J. Lopez-Sarrion, Ann. Phys. (Leipzig) **323**, 2851 (2008).
[23] S. J. Asztalos *et al.*, Phys. Rev. Lett. **104**, 041301 (2010).
[24] E. Arik *et al.*, J. Cosmol. Astropart. Phys. 02 (2009) 008.
[25] K. Zioutas *et al.* (2009), in Proceedings of the 5th Patras Axion Workshop, Durham, arXiv:1003.2181.
[26] A white x-ray beam could also be used. But our experiment was performed on an existing station that can operate with monochromatic beam only.
[27] C. Kitegi, Ph.D. thesis, Université Joseph-Fourier, 2008.
[28] J. Chavanne, G. Lebec, C. Penel, F. Revol, and C. Kitegi, AIP Conf. Proc. **1234**, 25 (2010).
[29] To be sensitive to scalar particles, the direction of the first magnetic field has to be turned in order to be perpendicular to the x-ray polarization.
[30] W. Bras *et al.*, J. Appl. Crystallogr. **36**, 791 (2003).
[31] Compton scattering, which would change the energies of the scattered photons arriving on the detector, can be neglected at the energy and the angles used in this experiment.
[32] G. Raffelt and L. Stodolsky, Phys. Rev. D **37**, 1237 (1988).
[33] S. DePanfilis *et al.*, Phys. Rev. Lett. **59**, 839 (1987).
[34] W. U. Wuensch *et al.*, Phys. Rev. D **40**, 3153 (1989).
[35] C. Hagmann *et al.*, Phys. Rev. D **42**, 1297 (1990).
[36] R. D. Peccei, Lect. Notes Phys. **741**, 3 (2008).
[37] J. E. Kim, Phys. Rev. Lett. **43**, 103 (1979).
[38] M. A. Shifman, A. I. Vainshtein, and V. Zakharov, Nucl. Phys. **B166**, 493 (1980).

CHAPITRE 5

Conclusion et perspectives

5.1 Biréfringence magnétique du vide

J'ai présenté dans ce manuscrit le projet principal sur lequel j'ai travaillé ces dernières années : le projet BMV visant à mesurer la biréfringence magnétique du vide. Le dispositif mis en place dans ce cadre a finalement permis de donner la limite suivante :

$$|k_{\mathrm{CM}}| = (6.1 \pm 7.5) \times 10^{-21}\mathrm{T}^{-2}, \tag{5.1}$$

avec une incertitude à 3σ. Ce résultat, parmi les meilleurs au monde, a prouvé notre capacité à coupler des champs magnétiques pulsés avec des cavités Fabry-Perot de très haute finesse.

Nous ne sommes désormais plus qu'à trois ordres de grandeur de la valeur prédite par la QED qui, rappelons le, est :

$$k_{\mathrm{CM,QED}} \simeq 4 \times 10^{-24}\mathrm{T}^{-2}. \tag{5.2}$$

L'étude de notre dispositif a permis en outre de mettre en évidence ses principales limitations, tant en termes de sensibilité qu'en termes d'effets systématiques. Il est maintenant clair qu'il ne permettra pas d'aller jusqu'à l'observation de la prédiction théorique.

Pour atteindre cet objectif, un dispositif de deuxième génération a été mis au point. Il a été monté durant l'année 2015 et il est désormais en cours de test. Les principales améliorations permettront d'une part d'augmenter le signal à mesurer et d'autre part d'améliorer la sensibilité en ellipticité et de réduire les effets systématiques.

5.1.1 Augmentation de l'ellipticité à mesurer

Comme nous l'avons vu dans le chapitre 2, l'ellipticité à mesurer est :

$$\Psi = \frac{2F}{\lambda} k_{\mathrm{CM}} B_{\perp}^2 L_B, \tag{5.3}$$

la polarisation de la lumière incidente étant réglée à 45° du champ magnétique. Augmenter cette ellipticité va donc consister à augmenter encore davantage la finesse de la cavité et le champ magnétique.

Cavité Fabry-Perot

Les besoins concernant les miroirs de la cavité sont les suivants :

- une haute réflectivité. Le signal à mesurer est directement proportionnel à la finesse. Cette dernière doit donc être la plus grande possible, correspondant à une réflectivité des miroirs la plus grande possible.
- de faibles pertes. Comme nous l'avons montré dans le chapitre 2, la mesure de l'ellipticité est réalisée sur les faisceaux de sortie de la cavité optique. Afin de ne pas être limité par le bruit des photodiodes de détection, la puissance de sortie, et donc le couplage en transmission de la cavité, doivent être maximales. Ce couplage est donné par : $T^2/(T+P)^2$, avec T la transmission et P les pertes en intensité de chaque miroir. Un couplage le plus élevé possible correspond donc à des pertes les plus faibles possibles.

L'objectif est donc d'augmenter la réflectivité des miroirs tout en gardant de faibles pertes comparées à la transmission.

Les meilleurs miroirs utilisés sur le dispositif de première génération avaient une finesse de 480 000 avec un couplage de l'ordre de 35%. Ils provenaient de la compagnie ATFilms chez qui nous avions commandé des miroirs avec une finesse cible de 500 000. Un nouveau lot a été commandé depuis, avec une finesse cible de 800 000. Deux miroirs ont été récemment testés. La finesse obtenue est de l'ordre de 550 000. Bien que plus élevée qu'avec les précédents miroirs, nous n'atteignons pas la finesse cible souhaitée. D'autres miroirs seront prochainement testés mais il est probable que nous obtenions les mêmes résultats, les miroirs correspondant tous à une même cloche de fabrication. La société ATFilms est connue dans le monde entier pour être la seule capable de fournir des miroirs de très haute réflectivité avec de très faibles pertes, mais les processus de fabrication restent compliqués et les résultats aléatoires. De plus, même si la finesse cible peut être adaptée sur mesure, ATFilms ne garantit qu'une finesse de l'ordre de 300 000. Aucun miroir commercial avec une finesse garantie supérieure à 300 000 n'est donc disponible sur le marché.

Pour contourner ce problème, l'équipe collabore avec le Laboratoire des Matériaux Avancés (LMA) à Villeurbanne. Les miroirs fournis par ce laboratoire en 2006 nous ont permis d'obtenir une finesse de 529 000, mais avec une transmission de la cavité trop faible. Depuis, une amélioration d'un facteur deux sur les pertes par absorption a été réalisée, avec parfois un niveau exceptionnel de 0.3 ppm. Les pertes par diffusion sont quant à elles gouvernées par deux paramètres : la micro-rugosité du substrat et le nombre de défauts ponctuels sur la surface. Des substrats de très haute qualité seront utilisés pour cette expérience. De plus, avant le dépôt, les défauts de chaque substrat seront caractérisés afin de ne traiter que les meilleurs. La même analyse des défauts sera réalisée après dépôt pour ne sélectionner que les meilleurs en termes de pertes par diffusion. Enfin, les mesures finales de finesse seront réalisées directement au LMA à l'aide

d'un banc de mesure dédié que nous avons d'ores et déjà commencé à mettre en place. L'objectif final est de pouvoir travailler avec des finesses de l'ordre de 1 000 000.

Champ magnétique

Les aimants utilisés pour le dispositif de première génération ont atteint un champ magnétique maximal de 14.3 T sur une longueur L_B de 137 mm. Depuis, de nouveaux aimants ont été développés permettant d'atteindre des champs magnétiques bien plus importants sur une longueur également plus grande. La figure 5.1 présente les profils temporel et spatial du champ magnétique maximal obtenu sur l'un des prototypes, juste avant la rupture de l'aimant. Les valeurs obtenues donnent un $B_\perp^2 L_B$ supérieur à 300 $\mathrm{T^2 m}$ avec une longueur L_B de 320 mm.

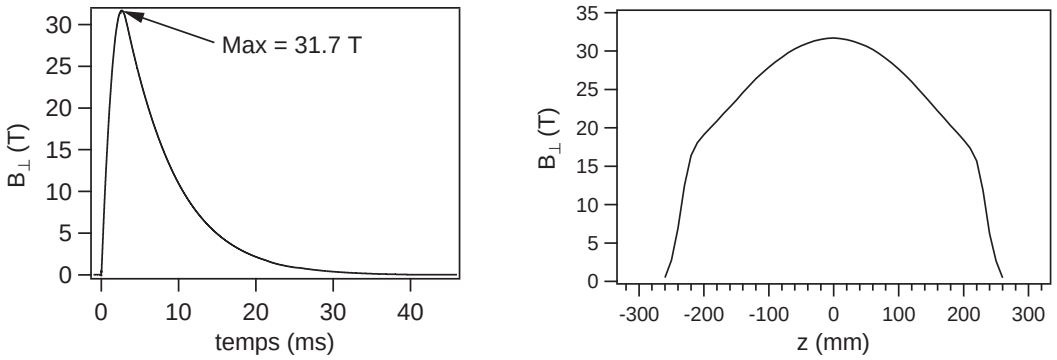


FIGURE 5.1 – Bobine "XXL-Coil" juste avant son champ de rupture. Gauche : profil temporel du champ magnétique au centre de la bobine. Droite : profil longitudinal.

L'autre avantage de ce nouvel aimant, appelé "XXL-Coil", est la plus faible densité de courant circulant dans le fil le constituant. Pour un même champ magnétique maximal, l'échauffement de la bobine est donc maintenant bien moins important. Ceci nous permettra d'augmenter sensiblement le nombre de tirs avec plus d'une dizaine de tirs par heure contre un tir toutes les 10 minutes avec l'aimant précédent.

Une bobine de ce type a été fabriquée et testée, ainsi que le cryostat dans lequel elle est placée. L'ensemble est désormais prêt à être mis en place sur le nouveau dispositif, ce qui devrait être réalisé en début d'année 2016. La bobine sera alimentée dans un premier temps par les générateurs utilisés pour le dispositif de première génération. Ceci permettra de faire les premiers tests avec un champ maximal relativement limité. Le générateur 6 MJ du LMCMI sera finalement utilisé avec pour objectif d'obtenir un $B_{\perp,\mathrm{f}}^2 L_B$ de l'ordre de 100 $\mathrm{T^2 m}$ [1], contre

1. Le calcul de $B_{\perp,\mathrm{f}}^2$ tient compte du filtrage de la cavité en supposant une finesse de 1 000 000.

environ 3 T^2m sur le dispositif de première génération.

5.1.2 Amélioration de la sensibilité en ellipticité

Stabilisation mécanique

La sensibilité du dispositif de première génération était principalement limitée par la stabilité mécanique du montage. Le plan de la figure 5.2 montre la manière dont étaient montés les miroirs de la cavité Fabry-Perot : ceux-ci étaient placés sur un cylindre relativement long de 20 cm lui-même solidaire de l'enceinte à vide soutenue par de fines équerres. Ceci rend le système particulièrement sensible à toutes perturbations extérieures mécaniques et acoustiques.

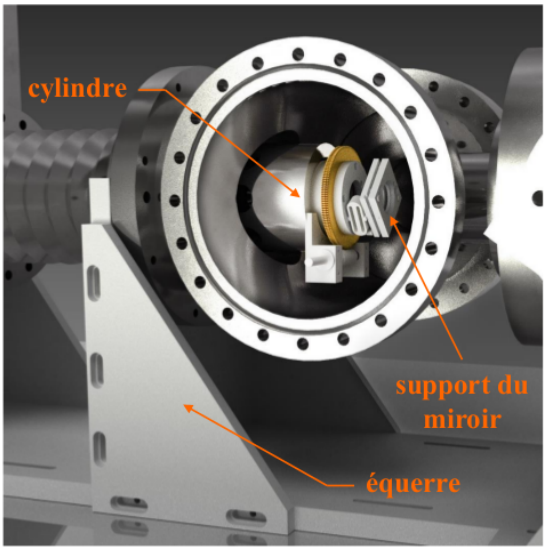


FIGURE 5.2 – Schéma du montage de première génération centré sur l'une des montures de miroirs de la cavité Fabry-Perot.

Le principe du nouveau montage est présenté sur la figure 5.3. Les montures de miroirs et les supports de polariseurs sont désormais montés sur une rehausse en inox vissée directement sur le fond de l'enceinte à vide. Ils sont donc ainsi découplés des parois de l'enceinte à vide. Cela permettra de diminuer fortement la sensibilité de ces montures aux vibrations extérieures. Les montures de miroirs ont également été modifiées par des montures de la société PI, plus massives.

Biréfringence statique de la cavité

Comme nous l'avons vu, l'ellipticité statique Γ du dispositif est due au retard de phase intrinsèque induit par les miroirs. Celle-ci est une source de bruit qui limite la sensibilité de l'expérience. Nous avons en particulier observé que la sensibilité est d'autant meilleure que la biréfringence totale est faible [55–57]. L'optimum est actuellement obtenu lorsque Γ^2 est de l'ordre de σ^2, l'extinction des polariseurs.

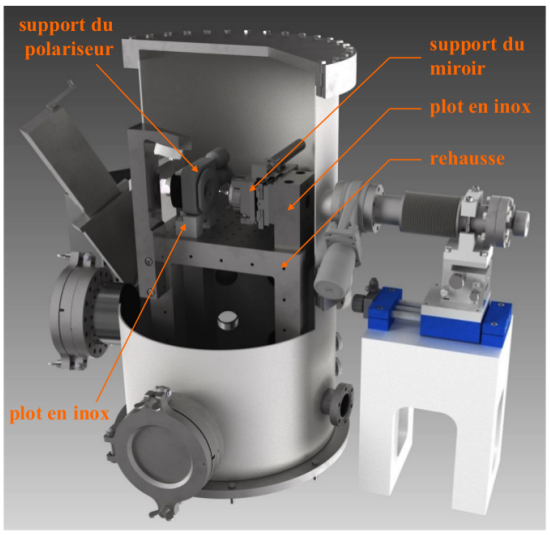


FIGURE 5.3 – Schéma du montage de deuxième génération centré sur l'une des montures de miroirs de la cavité Fabry-Perot.

L'extinction des polariseurs sur le montage de première génération était généralement de quelques 10^{-7}. Pour améliorer encore la sensibilité en ellipticité, il est nécessaire de diminuer encore σ^2. Des extinctions de l'ordre de 10^{-10} ont été publiées [124, 125]. Elles ont été obtenues en ajoutant des montures tip-tilts permettant de régler précisément l'angle d'incidence du faisceau sur les polariseurs. Nous avons testé ce type de montage sur un banc dédié nous permettant d'obtenir des extinctions inférieures à 10^{-8}. Le montage de deuxième génération inclut donc ce nouveau réglage. L'objectif est d'obtenir un Γ de l'ordre de 10^{-4}.

L'obtention d'une faible ellipticité statique Γ nécessite de régler précisément les axes neutres de chaque miroir l'un par rapport à l'autre et par rapport à la polarisation incidente. Ce réglage doit être réalisé avec d'autant plus de précision que le retard de phase intrinsèque de chaque miroir est important. Il serait donc intéressant de pouvoir disposer de miroir de faible biréfringence intrinsèque.

La collaboration que nous avons avec le LMA pour la fabrication de miroirs de très haute réflectivité vise également à étudier cette propriété. Cette biréfringence intrinsèque semble être intimement liée au stress intrinsèque des couches minces déposées par pulvérisation par faisceaux d'ions. Un traitement thermique est réalisé après dépôt permettant de baisser le niveau d'absorption mais aussi de diminuer le stress induit par ces couches. L'étude de l'influence de la durée de ce recuit est alors primordial pour obtenir potentiellement de faible biréfringence. Les résultats préliminaires semblent très positifs en vue de réaliser des miroirs de haute réflectivité et de faibles pertes ayant une anisotropie de phase intrinsèque réduite par rapport à ce qui se fait actuellement.

Gestion des effets systématiques

Une fois la sensibilité en ellipticité améliorée, la principale difficulté restera la gestion des effets systématiques qui peuvent masquer l'effet Cotton-Mouton du vide. Une attention particulière est portée tout d'abord sur la diminution de ces effets systématiques. Ensuite, la procédure d'acquisition des données, tenant compte des propriétés de symétrie du signal recherché, devrait permettre de s'affranchir des faibles effets systématiques restants.

Pression

Le gaz résiduel peut être l'une des sources principales d'effet systématique. Le tableau 5.1 liste la contribution de quelques gaz ainsi que la pression correspondante pour que l'effet Cotton-Mouton de ce gaz soit équivalent à l'effet Cotton-Mouton du vide. En ultra-vide, le dihydrogène est généralement le gaz limitant. Dans ce cas, une pression de l'ordre de 10^{-9} mbar devrait suffire.

Gaz	$k^{\mathrm{n}}_{\mathrm{CM}}$ ($\mathrm{T}^{-2}\mathrm{atm}^{-1}$)	P (mbar) pour avoir $\Delta n_{\mathrm{gaz}} = \Delta n_{\mathrm{vide}}$
H_2	8.5×10^{-15}	5×10^{-7}
N_2	-2×10^{-13}	2×10^{-8}
O_2	-2.5×10^{-12}	2×10^{-9}
H_2O	6.7×10^{-15}	6×10^{-7}
CO_2	-5.9×10^{-13}	7×10^{-9}
C_nH_m	$< 10^{-13}$	$< 4 \times 10^{-8}$
Ar	6.3×10^{-15}	6×10^{-7}

TABLE 5.1 – Biréfringence magnétique de quelques gaz typiques (référence [126] pour la valeur de $k^{\mathrm{n}}_{\mathrm{CM}}$ de H_2O, référence [77] pour N_2 et référence [87] pour les autres gaz) et la pression correspondante pour que l'effet Cotton-Mouton de ce gaz soit équivalent à l'effet Cotton-Mouton du vide.

Sur le montage de première génération, nous avons obtenu une pression de 10^{-8} mbar. Pour réduire encore davantage cette pression, les tubes à vide passant au travers de l'aimant seront traités par la société Saes Getters. Enfin, un analyseur de gaz sera placé sur l'enceinte afin d'analyser en permanence la nature du gaz résiduel.

Blindage magnétique

La réduction des champs magnétiques de fuite est également particulièrement importante. Ces champs de fuite sont en effet responsables d'un effet Cotton-Mouton et Faraday au niveau des optiques les plus proches des aimants, autrement dit les miroirs de la cavité optique et les polariseurs. Ils peuvent également

induire des forces sur le système à vide, induisant alors un mouvement des miroirs et des polariseurs et donc en particulier une modification de l'ellipticité statique.

L'enceinte à vide du dispositif de seconde génération a entièrement été conçue en inox amagnétique. Les champs de fuite sont tout d'abord réduits au maximum au niveau de la bobine. Pour cela, des plaques de cuivre sont placées à l'intérieur du cryostat dans lequel est fixée la bobine. Enfin, de manière à éviter tout effet Cotton-Mouton au niveau des miroirs de la cavité, un blindage y sera placé, constitué de feuilles de cuivre et/ou de mu-métal.

Procédure d'acquisition des données

La priorité sur le dispositif de seconde génération est de réduire au maximum les effets systématiques. La procédure d'acquisition tenant compte des propriétés de symétrie de signal Cotton-Mouton, et qui a été testée sur le dispositif de première génération, sera également mise en place et automatisée. Finalement, pour s'affranchir des derniers effets systématiques ayant la même symétrie que l'effet Cotton-Mouton, des tirs seront également réalisés en modifiant l'angle de la polarisation incidente par rapport à la direction du champ magnétique, avec en particulier le polariseur d'entrée réglé parallèle ou à 45° du champ magnétique.

5.1.3 Objectifs finaux

Le tableau 5.2 résume les différentes propriétés des expériences de première et seconde génération. Une amélioration de plus d'un facteur 10 est attendue pour la sensibilité en ellipticité. Ceci permettra l'observation de la biréfringence magnétique du vide avec un rapport signal sur bruit de un en 730 tirs. L'automatisation de l'expérience, qui est actuellement déjà partiellement en place, permettra de réaliser un dizaine de tirs par heure. L'observation de l'effet Cotton-Mouton du vide devrait donc être possible en quelques journées d'acquisition de données.

5.2 Effets magnéto-optiques dans les gaz

5.2.1 Effets Faraday et Cotton-Mouton

Amélioration de l'incertitude

Les mesures d'effets Faraday et Cotton-Mouton nous ont permis de valider notre dispositif expérimental et d'identifier les principales difficultés comme la gestion des effets systématiques. Ces mesures ont été en particulier l'occasion de mettre en place une procédure d'acquisition des données originale permettant la prise en compte des propriétés de symétrie des signaux recherchés.

Nous avons également montré que ces mesures permettent de tester les calculs de chimie quantique, en particulier dans le cas de l'effet Faraday du xénon

	Paramètre	BMV 1ère génération	BMV 2ème génération
Finesse	F	445 000	1 000 000
Longueur de cavité	L_c (m)	2.27	1.83
Champ magnétique maximal avec filtrage de la cavité	$B^2_{\perp,f}$ (T^2)	21.5	310
Longueur magnétique	L_B (m)	0.137	0.319
Sensibilité en ellipticité	Ψ_{sens} rad/tir	6.3×10^{-8}	2×10^{-8}
Ellipticité attendue dans le vide	Ψ_{vide} (rad)	1.0×10^{-11}	7.4×10^{-10}
Intégration pour observer l'effet du vide	-	4×10^7 tirs $\simeq$ 4×10^6 jours	730 tirs $\simeq$ quelques jours

TABLE 5.2 – Résumé des propriétés de l'expérience BMV de première et deuxième génération.

qui permet de montrer l'importance de la prise en compte des effets relativistes et des corrélations électroniques. Pour l'effet Cotton-Mouton, nos incertitudes expérimentales restent trop élevées. Elle est en effet de 15 % pour la mesure dans le xénon alors que la contribution des effets relativistes et des corrélations s'élève à 5 %.

L'amélioration de notre incertitude est donc ici indispensable si l'on veut pouvoir se comparer précisément aux prédictions théoriques. Mais elle semble cependant difficile. Une piste intéressante pourrait être de mieux controller la température au sein du tube à vide passant au travers de la bobine. Ce point est en effet l'une des différences majeures comparé aux mesures d'effets Faraday pour lesquelles l'incertitude n'est que de 3 %. Alors que ces dernières sont réalisées avec un aimant fonctionnant à température ambiante, la bobine générant le champ magnétique pour l'effet Cotton-Mouton baigne dans l'azote liquide. Malgré le vide d'isolation thermique du cryostat, la température du tube à vide chute très rapidement. Pour y remédier, un flux d'air à température ambiante est envoyé en continu entre le tube à vide et le tube du cryostat. Cependant, ce flux induit des vibrations mécaniques. Il est donc arrêté quelques minutes avant chaque tir induisant une diminution de la température au sein du tube à vide et un gradient

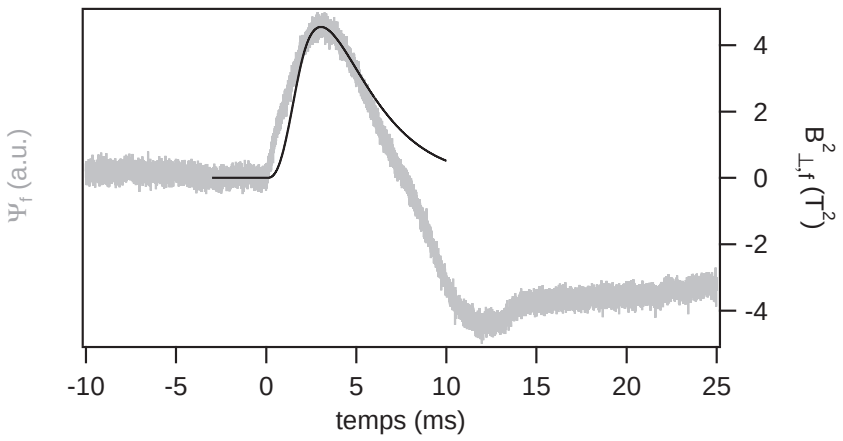


FIGURE 5.4 – Courbe gris clair : ellipticité obtenue avec une pression de 10^{-2} mbar de gaz résiduel. Courbe noire : champ magnétique au carré filtré par la cavité.

de température entre le tube à vide et le reste de l'enceinte. Ceci peut être source d'instabilité pour le gaz et peut donc augmenter la dispersion de nos mesures tir après tir. Une solution serait alors de stabiliser la température de l'ensemble à l'aide d'un câble chauffant correctement placé autour du tube à vide.

Effet Cotton-Mouton du gaz résiduel

L'étude de l'effet Cotton-Mouton du gaz résiduel est elle aussi un sujet à part entière. Nous avons en effet observé des variations de l'ellipticité tout à fait singulières lorsque des mesures sont réalisées à des pressions inférieures au millibar. Pour ce type de mesures, l'enceinte est dans un premier temps pompée jusqu'à quelques 10^{-7} mbar. Le pompage est ensuite arrêté et la pression remonte ensuite doucement par dégazage des parois de l'enceinte à vide.

La figure 5.4 présente l'évolution temporelle de l'ellipticité en fonction du temps pour une pression de gaz résiduel de l'ordre de 10^{-2} mbar. Le champ magnétique au carré filtré par la cavité y est superposé. Nous constatons clairement que les deux signaux n'ont pas la même évolution temporelle. En particulier, l'ellipticité change de signe et ne revient à zéro que bien après l'annulation du champ magnétique. Le processus physique induisant cette évolution n'est pour le moment pas compris et devra être étudié en détails. Une première étude systématique serait d'étudier l'amplitude et la variation temporelle des signaux en fonction de la pression du gaz résiduel.

Les résultats obtenus pourraient être particulièrement importants pour la mesure de la biréfringence magnétique du vide. En effet, l'ellipticité due à l'effet Cotton-Mouton du vide doit suivre l'évolution de $B^2_{\perp,\mathrm{f}}$. Si tel n'est pas le cas pour le gaz résiduel, ceci serait un moyen supplémentaire de s'affranchir de l'effet

systématique correspondant.

5.2.2 Vers l'observation de nouveaux effets

L'ellipsomètre de très grande sensibilité que nous mettons en place peut être utilisé pour toute mesure de biréfringence, qu'elle soit induite par un champ magnétique et/ou un champ électrique que nous pouvons rajouter au sein de la cavité. On peut citer dans ce cadre l'effet Kerr, où la biréfringence est proportionnelle au carré du champ électrique, ou des biréfringences plus exotiques telles que la biréfringence de Jones magnéto-électrique [127]. Cette dernière, bilinéaire en champ électrique et champ magnétique, apparaît lorsque un champ magnétique et électrique, parallèles entre eux, sont appliqués perpendiculairement au trajet du faisceau lumineux. De nombreux calculs, de plus en plus précis, ont été réalisés pour différents atomes et molécules [128]. Malheureusement, aucune mesure n'a encore été réalisée en milieu gazeux permettant de valider les calculs. Cette mesure, réalisée par exemple avec notre appareil, serait donc particulièrement intéressante.

Enfin, notre dispositif peut être utilisé de manière plus large pour des mesures d'effets non-linéaires. L'un des objectifs est par exemple de pouvoir mettre en évidence pour la première fois la génération de seconde harmonique induite par un champ magnétique dans un gaz, appelé également BFISH (Magnetic Field Induced Second Harmonic). Le principe de l'expérience est présenté sur la figure 5.5. Le faisceau de pulsation ω se propage dans le milieu non-linéaire qu'est le gaz. La génération de photons à la pulsation double 2ω a lieu dans la zone de champ magnétique. Le nombre de photons $N_{2\omega}$ ainsi émis à la fréquence double est donné par la formule suivante :

$$N_{2\omega} \propto \chi^{(3)} B^2 N_\omega^2 \mathrm{sinc}^2\left(\frac{\pi L_B}{2L_{\mathrm{coh}}}\right), \tag{5.4}$$

$$\text{avec} \qquad L_{\mathrm{coh}} = \frac{2\pi c}{4\omega(n_{2\omega} - n_\omega)}. \tag{5.5}$$

Le paramètre $\chi^{(3)}$ correspond à la susceptibilité non-linéaire d'ordre 3, N_ω représente le nombre de photons à la pulsation ω, L_B est la longueur sur laquelle le champ magnétique est appliqué et L_{coh} correspond à la longueur sur laquelle il y a accord de phase et qui dépend des indices du milieu à la pulsation ω et 2ω.

La cavité Fabry-Perot permet ici d'avoir un nombre de photons N_ω important. Les miroirs de la cavité sont transparents pour les photons de fréquence double qui traversent donc ces miroirs. Un miroir dichroïque est placé en sortie de cavité de façon à rejeter tous les photons de pulsation ω. Les photons à 2ω sont finalement détectés à l'aide d'un détecteur de photons uniques par exemple.

La stratégie envisagée pour pouvoir observer cet effet est la suivante. Nous souhaitons dans un premier temps mesurer l'effet Kerr à l'aide d'électrodes pla-

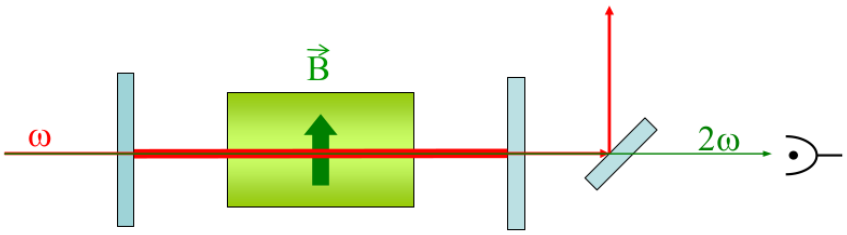


FIGURE 5.5 – Schéma de principe pour l'observation de la génération de seconde harmonique induite par un champ magnétique. Les photons de pulsation double 2ω sont générés à partir des photons de pulsation ω stockés au sein de la cavité Fabry-Perot et où règne un champ magnétique transverse. Les photons de pulsation double traversent les miroirs de la cavité Fabry-Perot et sont détectés à l'aide d'un détecteur type compteur de photons uniques. Les photons de pulsation ω sont rejetés à l'aide d'un miroir dichroïque.

cées de part et d'autre du tube à vide. Une fois les résultats comparés aux prévisions théoriques et validés, nous passerons à l'observation de la génération de seconde harmonique induite par un champ électrique, appelée également EFISH. Cet effet, observé pour la première fois en 1962 [129], a été depuis étudié dans de nombreux systèmes, en particulier en milieu gazeux [130]. Outre la validation du dispositif expérimental, cette étape permettra de valider la longueur de cohérence de l'équation (5.5). En effet, pour une conversion optimale, la longueur sur laquelle est appliquée le champ électrique ou magnétique doit être de l'ordre de cette longueur de cohérence. Alors que pour la génération de champs électriques, il est aisé de mettre en place des électrodes de longueurs différentes, la longueur sur laquelle sera appliqué le champ magnétique ne peut être modifiée facilement. La longueur de cohérence sera donc adaptée à L_B en ajustant la valeur des indices n_ω et $n_{2\omega}$ par l'intermédiaire de la pression du gaz injecté dans l'enceinte.

L'appareil développé dans le cadre du projet BMV est donc un outil extrêmement sensible dont les applications vont des tests très fondamentaux de l'électrodynamique quantique, en passant par l'étude très large des propriétés de l'interaction lumière-matière.

ANNEXE A

Curriculum Vitae

Mathilde Fouché, née Hugbart le 25/07/1978
mathilde.fouche@inln.cnrs.fr

CURSUS UNIVERSITAIRE

2002 - 2005

Doctorat en Sciences Physiques de l'Université Paris XI à Orsay
Mention : Très honorable

2000 - 2001

DEA "Optique et Photonique" de l'Université Paris XI, Orsay
Classement : 3ème

1998 - 2001

Diplôme d'ingénieur de l'École Supérieure d'Optique à Orsay
Classement : 1ère

CURSUS RECHERCHE

09/2015 - ...

Chargé de recherche 1ère classe au CNRS à l'Institut Non Linéaire de Nice (Valbonne Sophia Antipolis) - UMR 7335

Sujet : Etude de la diffusion de la lumière dans des nuages d'atomes froids, sous la direction de Robin Kaiser.

10/2010 - 09/2015

Chargé de recherche 1ère classe au CNRS au Laboratoire National des Champs Magnétiques Intenses (Toulouse) - UPR 3228

Sujet : Étude de la propagation de la lumière sous champ magnétique intense - Expérience de biréfringence magnétique du vide sous la direction de Carlo Rizzo.

2006 - 2010

Chargé de recherche 2ème classe au CNRS au Laboratoire Collisions Agrégats Réactivité (Toulouse) - UMR 5589

Sujet : Expérience de photorégénération de bosons de faible masse puis expérience de biréfringence magnétique du vide sous la direction de Carlo Rizzo.

2005 - 2006

Post-doctorat au LNE-SYRTE de l'Observatoire de Paris

Sujet : Développement d'une horloge optique à atomes froids de Strontium de très grande performance sous la direction de Pierre Lemonde.

2002 - 2005

Thèse au Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique (Orsay)

Directeur de thèse : Alain Aspect

Financement : Bourse CIFRE cofinancée par l'ANRT et IXSEA (Marly le Roi)

Sujet : Étude des propriétés de cohérence d'un condensat de Bose-Einstein à l'équilibre et hors équilibre.

ANNEXE B

Publications scientifiques

La liste ci-dessous présente mes publications sous mes deux noms (Hugbart : nom de jeune fille et Fouché : nom marital).

REVUES A COMITÉ DE LECTURE

Sélection de 5 publications :

1. S. Richard, F. Gerbier, J. H. Thywissen, M. Hugbart, P. Bouyer, and A. Aspect, *Momentum Spectroscopy of 1D Phase Fluctuations in Bose-Einstein Condensates*, Phys. Rev. Lett. **91**, 010405 (2003). Cité 159 fois.
2. R. Le Targat, X. Baillard, M. Fouché, A. Brusch, O. Tcherbakoff, G. D. Rovera, and P. Lemonde, *Accurate Optical Lattice Clock with ^{87}Sr Atoms*, Phys. Rev. Lett. **97**, 130801 (2006). Cité 76 fois.
3. C. Robilliard, R. Battesti, M. Fouché, J. Mauchain, A.-M. Sautivet, F. Amiranoff, and C. Rizzo, *No "Light Shining through a Wall" : Results from a Photoregeneration Experiment*, Phys. Rev. Lett. 99, 190403 (2007). Cité 88 fois.
4. A. Cadène, P. Berceau, M. Fouché, R. Battesti and C. Rizzo, *Vacuum magnetic linear birefringence using pulsed fields : status of the BMV experiment*, Eur. Phys. J. D **68**, 16 (2014). Cité 6 fois.
5. A. Cadène, M. Fouché, A. Rivère, R. Battesti, S. Coriani, A. Rizzo and C. Rizzo, *Circular and linear magnetic birefringence in xenon at λ = 1064 nm*, J. Chem. Phys. **142**, 124313 (2015).

Données bibliométriques (au 29/12/15, source ISI Web of Knowledge) :
Nombre d'articles = 38 Total de citations = 1230 Index h = 15.

2015

1. A. Cadène, M. Fouché, A. Rivère, R. Battesti, S. Coriani, A. Rizzo and C. Rizzo, *Circular and linear magnetic birefringence in xenon at $\lambda = 1064$ nm*, J. Chem. Phys. **142**, 124313 (2015).

2014

2. A. Cadène, P. Berceau, M. Fouché, R. Battesti and C. Rizzo, *Vacuum magnetic linear birefringence using pulsed fields : status of the BMV experiment*, Eur. Phys. J. D **68**, 16 (2014).

2013

3. A. Cadène, D. Sordes, P. Berceau, M. Fouché, R. Battesti and C. Rizzo, *Faraday and Cotton-Mouton effects of helium at $\lambda = 1064$ nm*, Phys. Rev. A **88**, 043815 (2013).
4. R. Battesti, P. Berceau, M. Fouché, G. L. J. A. Rikken and C. Rizzo, *Quantum vacuum magneto-optics*, Comptes Rendus Physique **14**, 27 (2013).

2012

5. P. Berceau, R. Battesti, M. Fouché, P. Frings, M. Nardone, O. Portugall, G. L. J. A. Rikken and C. Rizzo, *Quantum vacuum magnetic birefringence*, Hyperfine interact **210**, 7 (2012).
6. P. Berceau, M. Fouché, R. Battesti, and C. Rizzo, *Magnetic linear birefringence measurements using pulsed fields*, Phys. Rev. A **85**, 013837 (2012).

2011

7. A. Ben-Amar Baranga, R. Battesti, M. Fouché, C. Rizzo and G. L. J. A. Rikken, *Observation of the inverse Cotton-Mouton effect*, EPL **94**, 44005 (2011).
8. P. Berceau, R. Battesti, M. Fouché and C. Rizzo, *The vacuum magnetic birefringence experiment : a test for quantum electrodynamics*, Can. J. Phys. **89**, 153 (2011).

2010

9. R. Battesti, M. Fouché, C. Detlefs, T. Roth, P. Berceau, F. Duc, P. Frings, G. L. J. A. Rikken and C. Rizzo, *Photon Regeneration Experiment for Axion Search Using X-Rays*, Phys. Rev. Lett. **105**, 250405 (2010).
10. C. Rizzo, A. Dupays, R. Battesti, M. Fouché and G. L. J. A. Rikken, *Inverse Cotton-Mouton effect of the vacuum and of atomic systems*, EPL **90**, 64003 (2010).
11. P. Berceau, M. Fouché, R. Battesti, F. Bielsa, J. Mauchain and C. Rizzo, *Dynamical behaviour of birefringent Fabry-Perot cavities*, Appl. Phys. B **100**, 803 (2010).

2009

12. F. Bielsa, A. Dupays, M. Fouché, R. Battesti, C. Robilliard and C. Rizzo, *Birefringence of interferential mirrors at normal incidence : Experimental and computational study*, Appl. Phys. B **97**, 457 (2009).

13. C. Robilliard, B Pinto Da Souza, F. Bielsa, J. Mauchain, M. Nardone, G. Bailly, M. Fouché, R. Battesti, C. Rizzo, *The BMV project : Search for photon oscillations into massive particles*, Can. J. Phys. **87**, 735 (2009).

2008

14. M. Fouché, C. Robilliard, S. Faure, C. Rizzo, J. Mauchain, M. Nardone, R. Battesti, L. Martin, A.-M. Sautivet, J.-L. Paillard, and F. Amiranoff, *Search for photon oscillations into massive particles*, Phys. Rev. D **78**, 032013 (2008).

15. S. Batut, J. Mauchain, R. Battesti, C. Robilliard, M. Fouché, and O. Portugall, *A transportable pulsed magnet system for fundamental investigations in quantum electrodynamics and particle physics*, IEEE Trans. Appl. Superconductivity **18**, 600 (2008).

16. X. Baillard, M. Fouché, R. Le Targat, P. G. Westergaard, A. Lecallier, F. Chapelet, M. Abgrall, G. D. Rovera, P. Laurent, P. Rosenbusch, S. Bize, G. Santarelli, A. Clairon, P. Lemonde, G. Grosche, B. Lipphardt, and H. Schnatz, *An optical lattice clock with spin-polarized Sr-87 atoms*, Eur. Phys. J. D **48**, 11 (2008).

17. S. Blatt, A. D. Ludlow, G. K. Campbell, J. W. Thomsen, T. Zelevinsky, M. M. Boyd, J. Ye, X. Baillard, M. Fouché, R. Le Targat, A. Brusch, P. Lemonde, M. Takamoto, F.-L. Hong, H. Katori, and V. V. Flambaum, *New Limits on Coupling of Fundamental Constants to Gravity Using* ^{87}Sr *Optical Lattice Clocks*, Phys. Rev. Lett. **100**, 140801 (2008).

2007

18. C. Robilliard, R. Battesti, M. Fouché, J. Mauchain, A.-M. Sautivet, F. Amiranoff, and C. Rizzo, *No "Light Shining through a Wall" : Results from a Photoregeneration Experiment*, Phys. Rev. Lett. **99**, 190403 (2007).

19. X. Baillard, M. Fouché, R. Le Targat, P. G. Westergaard, A. Lecallier, Y. Le Coq, G. D. Rovera, S. Bize, and P. Lemonde, *Accuracy evaluation of an optical lattice clock with bosonic atoms*, Opt. Lett. **32**, 1812 (2007).

20. M. Fouché, R. Le Targat, X. Baillard, A. Brusch, O. Tcherbakoff, G. D. Rovera, and P. Lemonde, *Accuracy evaluation of a Sr-87 optical lattice clock*, IEEE Trans. Inst. Meas. **56**, 336 (2007).

21. M. Hugbart, J. A. Retter, A. F. Varón, P. Bouyer, A. Aspect, and M. J. Davis, *Population and phase coherence during the growth of an elongated Bose-Einstein condensate*, Phys. Rev. A **75**, 011602 (2007).

2006

22. R. Le Targat, X. Baillard, M. Fouché, A. Brusch, O. Tcherbakoff, G. D. Rovera, and P. Lemonde, *Accurate Optical Lattice Clock with ^{87}Sr Atoms*, Phys. Rev. Lett. **97**, 130801 (2006).

23. A. Brusch, R. Le Targat, X. Baillard, M. Fouché, and P. Lemonde, *Hyperpolarizability Effects in a Sr Optical Lattice Clock*, Phys. Rev. Lett. **96**, 103003 (2006).

2005

24. D. Clément, A. F. Varón, M. Hugbart, J. A. Retter, P. Bouyer, L. Sanchez-Palencia, D. M. Gangardt, G. V. Shlyapnikov, and A. Aspect, *Suppression of Transport of an Interacting Elongated Bose-Einstein Condensate in a Random Potential*, Phys. Rev. Lett. **95**, 170409 (2005).

25. M. Hugbart, J. A. Retter, F. Gerbier, A. F. Varón, S. Richard, J. H. Thywissen, D. Clément, P. Bouyer and A. Aspect, *Coherence length of an elongated condensate : a study by matter-wave inerferometry*, Eur. Phys. J. D **35**, 155 (2005).

2004

26. F. Gerbier, J. H. Thywissen, S. Richard, M. Hugbart, P. Bouyer, and A. Aspect, *Experimental study of the thermodynamics of an interacting trapped Bose-Einstein condensed gas*, Phys. Rev. A **70**, 013607 (2004).

27. F. Gerbier, J. H. Thywissen, S. Richard, M. Hugbart, P. Bouyer, and A. Aspect, *Critical Temperature of a Trapped, Weakly Interacting Bose Gas*, Phys. Rev. Lett. **92**, 030405 (2004).

2003

28. S. Richard, F. Gerbier, J. H. Thywissen, M. Hugbart, P. Bouyer, and A. Aspect, *Momentum Spectroscopy of 1D Phase Fluctuations in Bose-Einstein Condensates*, Phys. Rev. Lett. **91**, 010405 (2003).

29. F. Gerbier, J. H. Thywissen, S. Richard, M. Hugbart, P. Bouyer, and A. Aspect, *Momentum distribution and correlation function of quasicondensates in elongated traps*, Phys. Rev. A **67**, 051602 (2003).

ACTES DE CONFÉRENCES À COMITÉ DE LECTURE

2010

1. M. Fouché, P. Berceau, R. Battesti and C. Rizzo, *The QED Vacuum Magnetic Birefringence Experiment*, 2010 CONFERENCE ON PRECISION ELECTROMAGNETIC MEASUREMENTS CPEM, 335 (2010).

2007

2. X. Baillard, M. Fouché, R. Le Targat, P. G. Westergaard, A. Lecallier, F. Chapelet, S. Bize, P. Rosenbusch, M. Abgrall, P. Laurent, Y. Lecoq, G. D. Rovera, A. Clairon, P. Lemonde, B. Lipphardt, G. Grosche, and H. Schnatz, *An optical lattice clock with fermionic and bosonic Sr atoms*, 2007 Pacific RIM Conference on Lasers and Electro-Optics 1-4, 923 (2007).
3. X. Baillard, M. Fouché, R. Le Targat, P. Westergaard, A. Lecallier, J. Lodewyck, F. Chapelet, M. Abgrall, G. D. Rovera, P. Laurent, P. Rosenbusch, S. Bize, G. Santarelli, A. Clairon, P. Lemonde, G. Grosche, B. Lipphardt, and H. Schnatz, *Optical lattice clock with spin-polarized Sr-87 atoms*, Quantum Communications Realized **6780**, 78000 (2007).

2006

4. R. Le Targat, A. Brusch, X. Baillard, M. Fouché, O. Tcherbakoff, G. D. Rovera, and P. Lemonde, *Hyperpolarizability effects and accuracy evaluation of a Sr-87 optical lattice clock*, Proceedings of the 2006 IEEE International Frequency Control Symposium and Exposition 1-2, 149 (2006).
5. D. Clément, A. F. Varon, M. Hugbart, J. A. Retter, P. Bouyer, L. Sanchez-Palencia, D. Gangardt, G. V. Shlyapnikov, and A. Aspect, *Inhibition of the transport of a Bose-Einstein condensate in a 1D random potential*, J. Phys. IV **135**, 145 (2006).

2005

6. J. A. Retter, A. F. Varon, D. Clément, M. Hugbart, P. Bouyer, L. Sanchez-Palencia, D. Gangardt, G. V. Shlyapnikov, A. Aspect, *Inhibition of transport of a Bose-Einstein condensate in a random potential*, 17th International Conference on Laser Spectroscopy, Laser Spectroscopy, 248 (2005).

2004

7. A. Aspect, S. Richard, F. Gerbier, M. Hugbart, J. Retter, J. H. Thywissen, and P. Bouyer, *Momentum spectroscopy of phase fluctuations of an elongated Bose-Einstein condensate*, 16th International Conference on Laser Spectroscopy, Laser Spectroscopy, 116 (2004).
8. M. Hugbart, J. Retter, F. Gerbier, S. Richard, J. H. Thywissen, A. Varon, P. Bouyer, and A. Aspect, *Coherence length of a Bose-Einstein condensate in a very anisotropic trap*, J. Phys. VI **119**, 193 (2004).

9. P. Bouyer, J. H. Thywissen, F. Gerbier, M. Hugbart, S. Richard, J. Retter, A. Aspect, *One-dimensional behavior of elongated Bose-Einstein condensates*, J. Phys. VI **116**, 219 (2004).

CUMMUNICATIONS ORALES À DES CONFÉRENCES ET WORKSHOPS

2013

1. M. Fouché, A. Cadène, R. Battesti and C. Rizzo, *Quantum Electrodynamics Effects*, Workshop on " Coupling high-power lasers with external magnetic fields " (LaB2013), Palaiseau, France (Décembre 2013).
2. M. Fouché, A. Cadène, P. Berceau, R. Battesti and C. Rizzo, *The vacuum magnetic birefringence experiment*, European French/Israeli Symposium on Nonlinear and Quantum Optics (FRISNO 12), Ein Gedi, Israël (Février 2013).

2010

3. M. Fouché, P. Berceau, R. Battesti and C. Rizzo, *The QED vacuum magnetic birefringence experiment*, Conference on Precision Electromagnetic Measurements, Daejeon, Corée du Sud (Juillet 2010).

2008

4. M. Fouché, C. Robilliard, C. Rizzo, J. Mauchain, R. Battesti, A.-M. Sautivet and F. Amiranoff, *BMV project : Final results on photon oscillations into massive particles*, 4th Patras Workshop on Axions, WIMPs and WISPs, Hamburg, Allemagne (Juin 2008).

2007

5. M. Fouché, C. Robilliard, C. Rizzo, J. Mauchain, R. Battesti, A.-M. Sautivet and F. Amiranoff, *New results from a photoregeneration experiment*, Astroparticle Workshop, Toulouse, France (Novembre 2007).

2006

6. M. Fouché, R. Le Targat, X. Baillard, A. Brusch, O. Tcherbakoff, G. D. Rovera and P. Lemonde, *Sr optical lattice clock : hyperpolarizability effects and preliminary accuracy evaluation*, Conference on Precision Electromagnetic Measurements, Turin, Italie (Juillet 2006).

2005

7. M. Hugbart, J. Retter, A. Varon, D. Clément, P. Bouyer, and A. Aspect, *Phase coherence of Bose-Einstein condensate*, European Workshop on Quantum Mechanics for space, Châtillon, France (Mars 2005).

BREVETS

2010

1. G. Rikken, R. Battesti, A. Ben-Amar Baranga, M. Fouché, and C. Rizzo, *Dispositif et procédé pour caractériser un faisceau pulsé*, Numéro de depôt : FR20100057007 20100903 Date de dépôt : 03-09-2010

ANNEXE C

Autres Activités

C.1 Encadrement, Enseignement et Diffusion de la Culture Scientifique

C.1.1 Encadrement

Doctorant :

- **Agathe Cadène**, co-encadrement à 50% avec Carlo Rizzo de 2012 à 2015.
  Sujet des travaux : Mesure de la biréfringence magnétique du vide.
  Contenu des travaux : L'objectif de cette thèse était d'obtenir les meilleures limites possibles sur la biréfringence magnétique du vide avec le montage de première génération. Pour cela, des mesures ont tout d'abord été réalisées dans des gaz, permettant de valider le fonctionnement de l'expérience, mais aussi d'apporter de nouvelles mesures d'effets magnéto-optiques. Ces résultats ont donné lieu à une collaboration avec des chimistes théoriciens pour comparer au mieux nos résultats avec les prévisions théoriques. Une étude et une amélioration des bruits ont été réalisées. Une acquisition des données originale a finalement été développée afin de s'affranchir au mieux des effets systématiques et d'améliorer au maximum la sensibilité de l'expérience.
  Orientation : Recrutée comme enseignante en C.P.G.E.

Ingénieurs de recherche :

- **Agnès Souquet et Alexandre Bacou**, co-encadrement à 50% avec Rémy Battesti de 2011 à 2013.
  Sujet des travaux : développement d'un prototype suite au brevet déposé en 2010 [131].

Stagiaires :

- **Romain Hernandez**, stage de L1, parcours spéciaux licences, Université Paul Sabatier à Toulouse, juillet 2014.
- **Delphine Sordes**, stage de M2 "Physique de la matière", Université Paul Sabatier à Toulouse, février à juin 2013.

- **Timothée Achilli**, stage de première année d'école d'ingénieur (L3), Institut d'Optique Graduate School à Palaiseau, juillet 2012.
- **Imane Karouiti**, stage de M1 "Physique fondamentale", Université Paul Sabatier à Toulouse, avril à juin 2011.
- **Loïc Recoules**, stage de M2 "Ingénierie des Systèmes et Microsystèmes Embarqués", Université Paul Sabatier à Toulouse, février à juillet 2011.
- **Marie-Aude Maynard**, stage de première année d'école d'ingénieur (L3), Institut d'Optique Graduate School à Palaiseau, juillet 2011.
- **Etienne Rodriguez**, stage de première année d'école d'ingénieur (L3), Institut d'Optique Graduate School à Palaiseau, juillet 2011.
- **Erwan Engammare**, stage de licence professionnelle, Université Paul Sabatier à Toulouse, avril à juillet 2010.
- **Loranne Vernisse**, stage de L3, Université Paul Sabatier à Toulouse, juillet 2009.
- **Hugo Jarry**, stage de L3, École normale supérieure de Cachan, juillet 2009.
- Stage de M2 "Laser et Matière", Université d'Orsay, avril à juin 2006.

C.1.2 Enseignement

2014 - 2015

Enseignement à l'INSA de Toulouse, niveau L1
- TD de mécanique du point : 15 heures
- TD d'optique géométrique : 22 heures
- TP d'optique géométrique : 12 heures
- TD d'électrostatique : 17 heures
- TP d'électrostatique : 3 heures

2013 - 2014

Enseignement à l'INSA de Toulouse, niveau L1
- TD de mécanique du point : 15 heures
- TD d'optique géométrique : 22 heures
- TP d'optique géométrique : 12 heures
- TD d'électrostatique : 17 heures
- TP d'électrostatique : 3 heures

2012 - 2013

Enseignement à l'INSA de Toulouse, niveau L1
- TD de mécanique du point : 15 heures
- TD d'optique géométrique : 22 heures
- TP d'optique géométrique : 12 heures

2011 - 2012
Enseignement à l'INSA de Toulouse, niveau L1
– TP de mécanique du point : 8 heures

2004 - 2005
Enseignement à l'École Supérieure d'Optique à Orsay
– TD d'électronique numérique, niveau L3 : 9 heures
– TP d'électronique, niveau M1 : 45 heures
– TD d'optique physique et polarisation, niveau L3 : 10,5 heures

2003 - 2004
Enseignement à l'École Supérieure d'Optique à Orsay
– TD d'électronique numérique, niveau L3 : 9 heures
– TP d'électronique, niveau M1 : 45 heures
– TD d'optique physique et polarisation, niveau L3 : 10,5 heures

2002 - 2003
Enseignement à l'École Supérieure d'Optique à Orsay
– TD d'électronique numérique, niveau L3 : 9 heures
– TP d'électronique, niveau M1 : 45 heures

Enseignement à l'Université Paris XI d'Orsay, niveau L1
– TD de projet professionnel, niveau L1 : 12 heures

2001 - 2002
Enseignement à l'École Supérieure d'Optique à Orsay
– TP d'électronique, niveau M1 : 45 heures

C.1.3 Diffusion de la culture scientifique

2014 - 2015
– **Partenariat avec une classe de terminale**
Ce partenariat s'axe autour de 4 phases : une première rencontre avec les chercheurs au lycée pour une présentation de notre parcours, de la recherche et de nos thèmes de recherche, une seconde rencontre avec la visite du laboratoire parrain, une phase de remédiation au lycée sur la visite et les résultats recueillis par les élèves, et une dernière rencontre avec la présentation des travaux des élèves aux chercheurs.

2014

- **Nuit des chercheurs**
  Présentation d'un atelier laser à la Cité de l'Espace à Toulouse.

2012

- **Nuit des chercheurs**
  Présentation d'un atelier laser à la Météopole à Toulouse.

2011 - ...

- **Fête de la science** au sein du LNCMI
  Présentation auprès de lycéens du domaine de la biréfringence à l'aide de différentes expériences spécialement conçues pour pouvoir être manipulées par les élèves.

2010

- **50 ans du laser**
  Des ateliers de présentation du laser ont été mis en place dans la cadre des 50 ans du laser à Toulouse. Ces ateliers ont été présentés durant 3 jours au cours de la Novela (Festivals des savoirs) à l'automne 2010. J'ai été plus particulièrement co-responsable de l'atelier "historique et anatomie du laser".
- **Nuit des chercheurs**
  Présentation d'un atelier laser à la Cité de l'Espace à Toulouse.

2008 - 2009

- **Club CNRS jeunes et citoyens "Atelier scientifique"**
  Encadrement de 3 lycéennes.
  Sujet : étude autour de la biréfringence magnétique du vide (compréhension et expérimentation).
  Lieu : lycée Toulouse-Lautrec les jeudis midi hors vacances scolaires et au Laboratoire Collisions Agrégats et Réactivité durant les stages.
  Durée : chaque jeudi midi d'octobre 2008 à mars 2009 + 2 semaines de stage au laboratoire.
- **Journée d'accueil d'une dizaine d'enseignants en sciences** de collèges et lycées (dans le cadre de la formation continue des enseignants du 2nd degré en continuité du plan académique de valorisation des filières scientifiques et technologiques)
  Présentation du thème de recherche "l'optique en cavité" et visite de l'expérience en laboratoire.
- **Exposition tout public "Nature Magnétique : des atomes aux étoiles"** dans le cadre de l'année mondiale de l'astronomie
  Élaboration d'un poster visible à l'adresse suivante :

http://www.ast.obs-mip.fr/users/donati/expo/3.7.pdf
Sujet : "Magnétisme et vide quantique"

- **Exposition tout public "Nature Magnétique : des atomes aux étoiles"**dans le cadre de l'année mondiale de l'astronomie
  Participation à l'élaboration d'un film visible à l'adresse suivante :
  http://www.toulouse.lncmi.cnrs.fr/spip.php?rubrique57
  Sujet : "Magnétisme et vide quantique" - présentation de l'expérience de "biréfringence magnétique du vide".
  Contribution : enregistrement de la voix off et présentation de l'expérience pour l'enregistrement des images.

2008

- **Fête de la science** au sein de l'IRSAMC.
  Présentation auprès de collégiens (classe de 3ème) du domaine des cavités optiques à l'aide d'un poster et d'une expérience spécialement conçue pour pouvoir être manipulée par les élèves.

2007

- **Aide à la mise en place d'un TIPE** (Travaux d'Initiative Personnelle Encadrés)
  Le thème étant "le temps" , deux étudiants de 2ème année de classe préparatoire ont choisi de réaliser leur travail autour de notre expérience de photorégénération de bosons de faible masse et en particulier autour des différents problèmes de synchronisation liés à cette expérience. Ma participation a tout d'abord consisté à leur expliquer dans le détail notre expérience puis à leur proposer différentes expériences pouvant être réalisées en salle de Travaux Pratiques.
- **Exposition autour du thème de la lumière** à l'occasion de la journée de la femme
  Participation à cette exposition qui a été présentée à des élèves de 1ère S sur le campus de l'Université Paul Sabatier.

2007 - ...

- **Site internet du LNCMI**
  Mise en place et mise à jour des pages de l'équipe sur le site
  http://www.toulouse.lncmi.cnrs.fr/spip.php?rubrique116.

C.2 Transfert Technologique, Relations Industrielles et Valorisation

Les études menées sur l'effet Cotton-Mouton inverse (ICME) [132] ont donné lieu à un dépôt de brevet par le CNRS (numéro FR 10 57007 déposé le 03 septembre 2010, inventeurs : Andrei Ben-Amar Baranga, Rémy Battesti, Mathilde Fouché, Carlo Rizzo, Geert L.J.A. Rikken) [131]. Rémy Battesti et moi-même nous sommes ensuite investis dans la valorisation de ce brevet. Nous avons rencontré un soutien fort de la part du CNRS dans cette démarche, en particulier de la part de la directrice de la valorisation du CNRS Mme Chantal Vernis. Je liste ici les dates clés des financements, prix et avancées obtenus dans ce cadre.

Printemps 2011

Financement pour une durée d'un an d'un ingénieur de recherche par le CNRS pour le développement d'un prototype.

Membre du projet lauréat au concours d'aide à la création d'entreprise technologique innovante catégorie " émergence " (porteur de projet : Rémy Battesti). La somme remportée a en particulier permis de financer une étude de marché.

Eté 2011

Financement pour une durée d'un an d'un deuxième ingénieur de recherche par le PRES de Toulouse et la région Midi-Pyrénées, et obtention d'une aide financière pour le développement du prototype.

Automne 2011

Entrée à l'incubateur Midi-Pyrénées (porteur de projet : Mathilde Fouché) en vue d'une création de start-up autour du brevet.

2011 - 2013

Elaboration d'un prototype. Cette phase nous a permis d'étudier la pertinence de créer rapidement une entreprise ou de travailler en lien avec des entreprises intéressées par un transfert technologique.

La construction du prototype a comporté trois phases importantes : la génération du champ magnétique transverse, la mise en place du système optique et l'élaboration de la sonde de détection. Alors que les deux premiers points sont désormais parfaitement maîtrisés, l'élaboration de la sonde de détection a présenté plus de difficultés. Il s'est avéré en particulier compliqué d'avoir une sonde de grande sensibilité mais correctement blindée des bruits électromagnétiques extérieurs. Ceci correspond au point dur dans l'élaboration du prototype.

Suite à ces résultats, il a été décidé de suspendre la création d'une start-up et de poursuivre les recherches en laboratoire. Des collaborations sont eu cours

pour la partie sonde de détection. J'ai en particulier obtenu le financement pour un chercheur invité sur 4 mois, permettant à Andrei Ben-Amar Baranga, co-inventeur du brevet, de revenir travailler sur ce sujet. Une collaboration avec une équipe israëlienne spécialiste dans la détection des très faibles aimantations est depuis sérieusement envisagée.

C.3 Encadrement, Animation et Management de la Recherche

2014 - ...

Membre du Collège Scientifique "Physique-SDU" de l'Université Toulouse III - Paul Sabatier.

2013 - ...

Membre du comité de sélection pour le poste 34 MCF 1708 en qualité de membre externe de l'Université Toulouse III - Paul Sabatier.

2011 - ...

Organisation des séminaires internes du LNCMI. L'objectif est de permettre aux membres du laboratoire de présenter régulièrement leurs résultats.

2010 - 2012

Membre du comité d'organisation de l'école internationale "QED and Quantum Vacuum, Low Energy Frontier", 16-27 avril 2012, Cargèse, France

- Cette école s'est inscrite dans la lignée des précédents workshops concernant les fluctuations du vide quantique, en Italie en 1993, en Bulgarie en 1998, en Italie en 2000 et finalement aux Houches, France en 2005. L'objectif était dans un premier temps de réunir différentes communautés, à la fois de théoriciens et d'expérimentateurs, dont les thèmes de recherche peuvent aller des tests de QED en laboratoire à l'astrophysique, en passant par l'étude de la physique hors modèle standard. Le second objectif a été de donner l'opportunité à de jeunes physiciens de progresser dans ce domaine très prometteur.
- Cette école a permis d'accueillir 65 personnes allant d'étudiants en master 2 aux professeurs confirmés. Cependant, la grande majorité des participants (plus de 70 %) était constituée d'étudiants en master 2 et thèse, de post-doctorants et de jeunes chercheurs, ce qui était l'objectif de cette école. Cette conférence internationale a permis de réunir pas moins de 18 nationalités différentes.
- Site web de l'école : http://qed2012.cnrs.fr/
- Cette école a été approuvée comme école thématique du CNRS.

– Contributions : Rédaction du dossier de demande à l'IESC de Cargèse, participation à l'élaboration du programme et du choix des intervenants, rédaction des demandes de subvention (CNRS, EMFL, GDR AS-GRAM, GDR PECH), gestion des liens avec l'IESC de Cargèse, mise en place du site web de l'école, gestion des inscriptions, mise en place des proceedings.

2009 - ...

Membre du Groupement de Recherche "Phénomènes Cosmiques de Haute Énergie" (GdR PCHE) qui unit astrophysiciens observateurs et théoriciens et physiciens des particules du CNRS (INSU, IN2P3, INP) et du CEA. La participation à ce GdR concerne les recherches de l'équipe autour des particules massives au-delà du modèle standard telles que les axions.

2009 - 2014

Membre du projet ASPHON

– ASPHON est un projet qui a été approuvé par le Conseil Scientifique de l'Université Paul Sabatier et qui a en particulier pour objectif de proposer une série de séminaires portant sur l'Astrophysique et la Physique Fondamentale.

2009 - 2010

Organisation des séminaires du LCAR. L'objectif était à la fois :

– de permettre aux membres du laboratoire, et plus particulièrement aux étudiants en thèse, de présenter régulièrement leurs résultats,
– et d'inviter des personnes extérieures au laboratoire ayant des thématiques proches de celles des différentes équipes du laboratoire.

2007 - 2010

Membre du conseil de laboratoire du LCAR.

Bibliographie

[1] M. Faraday, "Experimental Researches in Electricity. Nineteenth Series", *Phil. Trans. R. Soc.* **136**, 1 (1846).

[2] J. Kerr, *Br. Assoc. Rep.* **568**, (1901).

[3] Q. Majorana, "Sur la biréfringence magnétique", *C. R. Hebd. Séances Acad. Sci. Paris* **135**, 159 (1902).

[4] A. Cotton et H. Mouton, "Sur le phénomène de Majorana", *C. R. Hebd. Séances Acad. Sci., Paris* **141**, 317 (1905).

[5] A. Cotton et H. Mouton, "Nouvelles propriétés magnéto-optiques des solutions coloïadales d'hydroxyde de fer", *C. R. Hebd. Séances Acad. Sci., Paris* **142**, 203 (1906).

[6] A. Cotton et H. Mouton, "Nouvelle propriété optique (biréfringence magnétique) de certains liquides organiques non colloïdaux", *C. R. Hebd. Séances Acad. Sci., Paris* **145**, 229 (1907).

[7] A. Cotton et H. Mouton, "Sur les propriétés magnéto-optiques des colloïdes et des liqueurs hétérogènes", *Ann. Chem. Phys.* **11**, 145 (1907).

[8] Z. Bialynicka-Birula et I. Bialynicki-Birula, "Nonlinear Effects in Quantum Electrodynamics. Photon Propagation and Photon Splitting in an External Field", *Phys. Rev. D* **2**, 2341 (1970).

[9] V. I. Ritus, "Lagrangian of an intense electromagnetic field and quantum electrodynamics at short distances", *Sov. Phys. JETP* **42**, 774 (1976).

[10] H. Euler et B. Kockel, "Über die Streuung von Licht an Licht nach der Diracschen Theorie", *Naturwiss.* **23**, 246 (1935).

[11] W. Heisenberg et H. Euler, "Folgerungen aus der Diracschen, Theorie des Positrons", *Zeitschrift für Physik* **98**, 714 (1936).

[12] P. J. Mohr, B. N. Taylor, et D. B. Newell, "CODATA recommended values of the fundamental physical constants : 2010", *Rev. Mod. Phys.* **84**, 1527 (2012).

[13] F. Biraben, "Spectroscopy of atomic hydrogen", *Eur. Phys. J. Special Topics* **172**, 109 (2009).

[14] D. Hanneke, S. Fogwell Hoogerheide, et G. Gabrielse, "Cavity control of a single-electron quantum cyclotron : Measuring the electron magnetic moment", *Phys. Rev. A* **83**, 052122 (2011).

[15] H. Primakoff, "Photo-Production of Neutral Mesons in Nuclear Electric Fields and the Mean Life of the Neutral Meson", *Phys. Rev.* **81**, 899 (1951).

[16] R. D. Peccei et H. R. Quinn, "CP Conservation in the Presence of Pseudoparticles", *Phys. Rev. Lett.* **38**, 1440 (1977).

[17] M. Arik *et al.*, "New solar axion search using the CERN Axion Solar Telescope with ^{4}He filling", *Phys. Rev. D* **92**, 021101 (2015).

[18] J. Hoskins *et al.*, "Search for nonvirialized axionic dark matter", *Phys. Rev. D* **84**, 121302 (2011).

[19] K. Van Bibber, N. R. Dagdeviren, S. E. Koonin, A. K. Kerman, et H. N. Nelson, "Proposed experiment to produce and detect light pseudoscalars", *Phys. Rev. Lett.* **59**, 759 (1987).

[20] E. Zavattini *et al.*, "New PVLAS results and limits on magnetically induced optical rotation and ellipticity in vacuum", *Phys. Rev. D* **77**, 032006 (2008).

[21] H.-H. MEI, W.-T. NI, S.-J. CHEN, et S.-S. PAN, "AXION SEARCH WITH Q&A EXPERIMENT", *Modern Physics Letters A* **25**, 983 (2010).

[22] M. Sulc *et al.*, "Axion search by laser-based experiment {OSQAR}", *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A : Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* **718**, 530 (2013).

[23] A. Cadène, P. Berceau, M. Fouché, R. Battesti, et C. Rizzo, "Vacuum magnetic linear birefringence using pulsed fields : status of the BMV experiment", *Eur. Phys. J. D* **68**, (2014).

[24] F. Della Valle, E. Milotti, A. Ejlli, G. Messineo, L. Piemontese, G. Zavattini, U. Gastaldi, R. Pengo, et G. Ruoso, "First results from the new PVLAS apparatus : A new limit on vacuum magnetic birefringence", *Phys. Rev. D* **90**, 092003 (2014).

[25] R. Battesti et C. Rizzo, "Magnetic and electric properties of a quantum vacuum", *Rep. Prog. Phys.* **76**, 016401 (2013).

[26] M. Born et L. Infeld, "Foundations of the New Field Theory", *Proceedings of the Royal Society of London A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences* **144**, 425 (1934).

[27] G. Soff, J. Rafelski, et W. Greiner, "Lower Bound to Limiting Fields in Nonlinear Electrodynamics", *Phys. Rev. A* **7**, 903 (1973).

[28] H. Carley et M. K.-H. Kiessling, "Nonperturbative Calculation of Born-Infeld Effects on the Schrödinger Spectrum of the Hydrogen Atom", *Phys. Rev. Lett.* **96**, 030402 (2006).

[29] F. Abalos, F. Carrasco, E. Goulart, et O. Reula, "Nonlinear electrodynamics as a symmetric hyperbolic system", *arXiv :1507.02262* (2015).

[30] Pinto Da Souza, B., Battesti, R., Robilliard, C., et Rizzo, C., "P & T violating magneto-electro-optics", *Eur. Phys. J. D* **40**, 445 (2006).

[31] R. Millo et P. Faccioli, "CP violation in low-energy photon-photon interactions", *Phys. Rev. D* **79**, 065020 (2009).

[32] C. J. Banwell et C. C. Farr, "Further Investigation of the Velocity of Propagation of Light in vacuo in a Transverse Magnetic Field", *Proc. R. Soc. Lond. A* **175**, 1 (1940).

[33] E. Iacopini et E. Zavattini, "Experimental method to detect the vacuum birefringence induced by a magnetic field", *Phys. Lett. B* **85**, 151 (1979).

[34] A. Varfolomeev, *Sov. Phys. JETP* **23**, 681 (1966).

[35] F. Moulin et D. Bernard, "Four-wave interaction in gas and vacuum : definition of a third-order nonlinear effective susceptibility in vacuum : χ^3_{vacuum} ", *Opt. Commun.* **164**, 137 (1999).

[36] D. Bernard, F. Moulin, F. Amiranoff, A. Braun, J. P. Chambaret, G. Darpentigny, G. Grillon, S. Ranc, et F. Perrone, "Search for stimulated photon-photon scattering in vacuum", *Eur. Phys. J. D* **10**, 141 (2000).

[37] M. Pospelov et A. Ritz, "Electric dipole moments as probes of new physics", *Annals of Physics* **318**, 119 (2005), special Issue.

[38] K. Olive et P. D. Group, "Review of Particle Physics", *Chinese Physics C* **38**, 090001 (2014).

[39] J. J. Hudson, D. M. Kara, I. J. Smallman, B. E. Sauer, M. R. Tarbutt, et E. A. Hinds, "Improved measurement of the shape of the electron", *Nature* **473**, 493 (2011).

[40] G. W. Bennett *et al.*, "Improved limit on the muon electric dipole moment", *Phys. Rev. D* **80**, 052008 (2009).

[41] K. Inami *et al.*, "Search for the electric dipole moment of the T lepton", *Physics Letters B* **551**, 16 (2003).

[42] W. C. Griffith, M. D. Swallows, T. H. Loftus, M. V. Romalis, B. R. Heckel, et E. N. Fortson, "Improved Limit on the Permanent Electric Dipole Moment of ^{199}Hg", *Phys. Rev. Lett.* **102**, 101601 (2009).

[43] P. A. M. Dirac, "Quantised Singularities in the Electromagnetic Field", *Proceedings of the Royal Society of London A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences* **133**, 60 (1931).

[44] L. L. Vant-Hull, "Experimental Upper Limit on the Magnetic Monopole Moment of Electrons, Protons, and Neutrons, Utilizing a Superconducting Quantum Interferometer", *Phys. Rev.* **173**, 1412 (1968).

[45] E. H. Wichmann et N. M. Kroll, "Vacuum Polarization in a Strong Coulomb Field", *Phys. Rev.* **101**, 843 (1956).

[46] W. E. Lamb et R. C. Retherford, "Fine Structure of the Hydrogen Atom by a Microwave Method", *Phys. Rev.* **72**, 241 (1947).

[47] L. Julien, *Proc. QED2012* (PUBLISHER, 2012), Vol. 03001-2-3.

[48] I. Lindgren, "QED Effects in Strong Nuclear Fields", *Physica Scripta* **1999**, 133 (1999).

[49] A. Gumberidze *et al.*, "Quantum Electrodynamics in Strong Electric Fields : The Ground-State Lamb Shift in Hydrogenlike Uranium", *Phys. Rev. Lett.* **94**, 223001 (2005).

[50] M. I. Eides, H. Grotch, et V. A. Shelyuto, "Theory of light hydrogenlike atoms", *Physics Reports* **342**, 63 (2001).

[51] R. Pohl *et al.*, "The size of the proton", *Nature* **466**, 213 (2010).

[52] J. S. Heyl et L. Hernquist, "QED one-loop corrections to a macroscopic magnetic dipole", *Journal of Physics A : Mathematical and General* **30**, 6475 (1997).

[53] L. Essen, R. W. Donaldson, M. J. Bangham, et E. G. Hope, "Frequency of the Hydrogen Maser", *Nature* **229**, 110 (1971).

[54] D. Bakalov, A. Adamczak, M. Stoilov, et A. Vacchi, "Toward the measurement of the hyperfine splitting in the ground state of muonic hydrogen", *Hyperfine Interactions* **233**, 97 (2015).

[55] R. Battesti *et al.*, "The BMV experiment : a novel apparatus to study the propagation of light in a transverse magnetic field", *Eur. Phys. J. D* **46**, 323 (2008).

[56] P. Berceau, *Propagation de photons sous champs magnétiques intenses. Etude expérimentale de la biréfringence magnétique du vide.*, Thèse de Doctorat, Université Paul Sabatier, Toulouse 3, (2012) tel-00766215 version 1.

[57] A. Cadène, *Mesures de biréfringences magnétiques dans l'hélium et le xénon gazeux, et dans le vide.*, Thèse de Doctorat, Université Paul Sabatier, Toulouse 3, (2015) tel-01177973.

[58] R. W. P. Drever, J. L. Hall, F. V. Kowalski, J. Hough, G. M. Ford, A. J. Munley, et H. Ward, "Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator", *Appl. Phys. B* **31**, 97 (1983).

[59] S. Batut, J. Mauchain, R. Battesti, C. Robilliard, M. Fouché, et O. Portugall, "A Transportable Pulsed Magnet System for Fundamental Investigations in Quantum Electrodynamics and Particle Physics", *Appl. Supercond., IEEE Trans.* **18**, 600 (2008).

[60] R. Cameron *et al.*, "Search for nearly massless, weakly coupled particles by optical techniques", *Phys. Rev. D* **47**, 3707 (1993).

[61] G. Rempe, R. Lalezari, R. J. Thompson, et H. J. Kimble, "Measurement of ultralow losses in an optical interferometer", *Opt. Lett.* **17**, 363 (1992).

[62] The Virgo Collaboration, "Measurement of the optical parameters of the VIRGO interferometer", *Appl. Opt.* **46**, 3466 (2007).

[63] M. Rakhmanov, F. Bondu, O. Debieu, et R. L. Savage Jr., "Characterization of the LIGO 4 km Fabry-Perot cavities via their high-frequency dynamic responses to length and laser frequency variations", *Class. and Quantum Grav.* **21**, S487 (2004).

[64] J. Millo, D. V. Magalhães, C. Mandache, Y. Le Coq, E. M. L. English, P. G. Westergaard, J. Lodewyck, S. Bize, P. Lemonde, et G. Santarelli, "Ultrastable lasers based on vibration insensitive cavities", *Phys. Rev. A* **79**, 053829 (2009).

[65] F. Acernese *et al.*, "The Advanced Virgo detector", *Journal of Physics : Conference Series* **610**, 012014 (2015).

[66] T. L. S. Collaboration *et al.*, "Advanced LIGO", *Classical and Quantum Gravity* **32**, 074001 (2015).

[67] F. Della Valle, E. Milotti, A. Ejlli, U. Gastaldi, G. Messineo, L. Piemontese, G. Zavattini, R. Pengo, et G. Ruoso, "Extremely long decay time optical cavity", *Opt. Express* **22**, 11570 (2014).

[68] D. Jacob, M. Vallet, F. Bretenaker, A. L. Floch, et M. Oger, "Supermirror phase anisotropy measurement", *Opt. Lett.* **20**, 671 (1995).

[69] F. Bielsa, A. Dupays, M. Fouché, R. Battesti, C. Robilliard, et C. Rizzo, "Birefringence of interferential mirrors at normal incidence", *Appl. Phys. B* **97**, 457 (2009).

[70] T. Yoshino, "Reflection Anisotropy of 6328 A Laser Mirrors", *Jap. J. Appl. Phys.* **18**, 1503 (1979).

[71] J. Y. Lee, H.-W. Lee, J. W. Kim, Y. S. Yoo, et J. W. Hahn, "Measurement of ultralow supermirror birefringence by use of the polarimetric differential cavity ringdown technique", *Appl. Opt.* **39**, 1941 (2000).

[72] J. Morville et D. Romanini, "Sensitive birefringence measurement in a high-finesse resonator using diode laser optical self-locking", *Appl. Phys. B* **74**, 495 (2002).

[73] H. Huang et K. K. Lehmann, "Effects of linear birefringence and polarization-dependent loss of supermirrors in cavity ring-down spectroscopy", *Appl. Opt.* **47**, 3817 (2008).

[74] M. Durand, *Maintien du couplage optique entre une ECDL et une cavité de haute finesse : application à la mesure ultrasensible de biréfringence induite par effet Kerr*, Thèse de Doctorat, Université Claude Bernard, Lyon 1, (2009) tel-00432201, version 2.

[75] F. Brandi, F. Della Valle, A. M. De Riva, P. Micossi, F. Perrone, C. Rizzo, G. Ruoso, et G. Zavattini, "Measurement of the phase anisotropy of very high reflectivity interferential mirrors", *Appl. Phys. B* **65**, 351 (1997).

[76] P. Berceau, M. Fouché, R. Battesti, F. Bielsa, J. Mauchain, et C. Rizzo, "Dynamical behaviour of birefringent Fabry-Perot cavities", *Appl. Phys. B* **100**, 803 (2010).

[77] P. Berceau, M. Fouché, R. Battesti, et C. Rizzo, "Magnetic linear birefringence measurements using pulsed fields", *Phys. Rev. A* **85**, 013837 (2012).

[78] A. Cadène, D. Sordes, P. Berceau, M. Fouché, R. Battesti, et C. Rizzo, "Faraday and Cotton-Mouton effects of helium at λ=1064 nm", *Phys. Rev. A* **88**, 043815 (2013).

[79] A. Cadène, M. Fouché, A. Rivère, R. Battesti, S. Coriani, A. Rizzo, et C. Rizzo, "Circular and linear magnetic birefringences in xenon at $\lambda = 1064$ nm", *J. Chem. Phys.* **142**, 124313 (2015).

[80] Bureau International des Poids et Mesures, *Guide pour l'expression de l'incertitude de mesure*, (2008) http ://www.bipm.org.

[81] L. R. Ingersoll et D. H. Liebenberg, "The Faraday Effect in Gases and Vapors. I", *J. Opt. Soc. Am.* **44**, 566 (1954).

[82] L. R. Ingersoll et D. H. Liebenberg, "Faraday Effect in Gases and Vapors. II", *J. Opt. Soc. Am.* **46**, 538 (1956).

[83] U. Ekström, P. Norman, et A. Rizzo, "Four-component Hartree-Fock calculations of magnetic-field induced circular birefringence -Faraday effect- in noble gases and dihalogens", *J. Chem. Phys.* **122**, 074321 (2005).

[84] I. M. Savukov, "Particle-hole configuration-interaction polarizabilities and Verdet constants of noble-gas atoms", *Phys. Rev. A* **85**, 052512 (2012).

[85] S. Ikäläinen, P. Lantto, et J. Vaara, "Fully Relativistic Calculations of Faraday and Nuclear Spin-Induced Optical Rotation in Xenon", *J. Chem. Theory Comput.* **8**, 91 (2012).

[86] I. Savukov, "Nuclear-spin optical rotation in xenon", *Phys. Rev. A* **92**, 042514 (2015).

[87] C. Rizzo, A. Rizzo, et D. M. Bishop, "The Cotton-Mouton effect in gases : experiment and theory", *Int. Rev. Phys. Chem.* **16**, 81 (1997).

[88] A. D. Buckingham, W. H. Prichard, et D. H. Whiffen, "Magnetic birefringence of some diamagnetic gases", *Trans. Faraday Soc.* **63**, 1057 (1967).

[89] M. Bregant *et al.*, "Measurement of the Cotton-Mouton effect in krypton and xenon at 1064 nm with the PVLAS apparatus", *Chem. Phys. Lett.* **392**, 276 (2004).

[90] H.-H. Mei, W.-T. Ni, S.-J. Chen, et S.-S. Pan, "Measurement of the Cotton-Mouton effect in nitrogen, oxygen, carbon dioxide, argon, and krypton with the Q & A apparatus", *Chem. Phys. Lett.* **471**, 216 (2009).

[91] A. D. Buckingham et J. A. Pople, "A Theory of Magnetic Double Refraction", *Proc. Phys. Soc. B* **69**, 1133 (1956).

[92] R. Cameron *et al.*, "First measurement of the magnetic birefringence of helium gas", *Phys. Lett. A* **157**, 125 (1991).

[93] K. Muroo, N. Ninomiya, M. Yoshino, et Y. Takubo, "Measurement of the Cotton-Mouton constants of noble atoms", *J. Opt. Soc. Am. B* **20**, 2249 (2003).

[94] M. Bregant *et al.*, "New precise measurement of the Cotton-Mouton effect in helium", *Chem. Phys. Lett.* **471**, 322 (2009).

[95] S. Coriani, C. Hattig, et A. Rizzo, "The electric-field-gradient-induced birefringence of Helium, Neon, Argon, and SF_6", *J. Chem. Phys.* **111**, 7828 (1999).

[96] M. Bregant *et al.*, "Erratum to "Measurement of the Cotton-Mouton effect in krypton and xenon at 1064 nm with the PVLAS apparatus" [Chem. Phys. Lett. 392 (2004) 276] and "A precise measurement of the Cotton-Mouton effect in neon" [Chem. Phys. Lett. 410 (2005) 288]", *Chem. Phys. Lett.* **477**, 415 (2009).

[97] S. Carusotto, E. Iacopini, E. Polacco, F. Scuri, G. Stefanini, et E. Zavattini, "Measurement of the magnetic birefringence of noble gases", *J. Opt. Soc. Am. B* **1**, 635 (1984).

[98] D. M. Bishop et J. Pipin, "Hypermagnetizability anisotropy (Cotton-Mouton effect) for the rare gases and methane", *Chem. Phys. Lett.* **186**, 195 (1991).

[99] D. M. Bishop et S. M. Cybulski, "Calculation of electromagnetic properties of the noble gases", *Chem. Phys. Lett.* **211**, 255 (1993).

[100] G. Zavattini, U. Gastaldi, R. Pengo, G. Ruoso, F. Della Valle, et E. Milotti, "Measuring the magnetic birefringence of vacuum : the PVLAS experiment", *Int. J. Mod. Phys. A* **27**, 1260017 (2012).

[101] S. Weinberg, "A New Light Boson ?", *Phys. Rev. Lett.* **40**, 223 (1978).

[102] F. Wilczek, "Problem of Strong P and T Invariance in the Presence of Instantons", *Phys. Rev. Lett.* **40**, 279 (1978).

[103] P. Sikivie, "Experimental Tests of the "Invisible" Axion", *Phys. Rev. Lett.* **51**, 1415 (1983).

[104] G. Raffelt et L. Stodolsky, "Mixing of the photon with low-mass particles", *Phys. Rev. D* **37**, 1237 (1988).

[105] S. L. Cheng, C. Q. Geng, et W.-T. Ni, "Axion-photon couplings in invisible axion models", *Phys. Rev. D* **52**, 3132 (1995).

[106] R. D. Peccei, dans *Axions*, Vol. 741 de *Lecture Notes in Physics*, édité par M. Kuster, G. Raffelt, et B. Beltrán (Springer Berlin Heidelberg, 2008), pp. 3–17.

[107] M. Arik *et al.*, "Search for Solar Axions by the CERN Axion Solar Telescope with ^{3}He Buffer Gas : Closing the Hot Dark Matter Gap", *Phys. Rev. Lett.* **112**, 091302 (2014).

[108] S. J. Asztalos *et al.*, "SQUID-Based Microwave Cavity Search for Dark-Matter Axions", *Phys. Rev. Lett.* **104**, 041301 (2010).

[109] E. Zavattini *et al.*, "Experimental Observation of Optical Rotation Generated in Vacuum by a Magnetic Field", *Phys. Rev. Lett.* **96**, 110406 (2006).

[110] S. Andriamonje *et al.*, "An improved limit on the axion-photon coupling from the CAST experiment", *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* **2007**, 010 (2007).

[111] S. Lamoreaux, "Particle Physics : The first axion ?", *Nature* **441**, 31 (2006).

[112] C. Robilliard, R. Battesti, M. Fouché, J. Mauchain, A.-M. Sautivet, F. Amiranoff, et C. Rizzo, "No "Light Shining through a Wall" : Results from a Photoregeneration Experiment", *Phys. Rev. Lett.* **99**, 190403 (2007).

[113] M. Fouché *et al.*, "Search for photon oscillations into massive particles", *Phys. Rev. D* **78**, 032013 (2008).

[114] A. S. Chou, W. Wester, A. Baumbaugh, H. R. Gustafson, Y. Irizarry-Valle, P. O. Mazur, J. H. Steffen, R. Tomlin, X. Yang, et J. Yoo, "Search for Axionlike Particles Using a Variable-Baseline Photon-Regeneration Technique", *Phys. Rev. Lett.* **100**, 080402 (2008).

[115] S. J. Asztalos *et al.*, "Improved rf cavity search for halo axions", *Phys. Rev. D* **69**, 011101 (2004).

[116] L. D. Duffy, P. Sikivie, D. B. Tanner, S. J. Asztalos, C. Hagmann, D. Kinion, L. J. Rosenberg, K. van Bibber, D. B. Yu, et R. F. Bradley, "High resolution search for dark-matter axions", *Phys. Rev. D* **74**, 012006 (2006).

[117] S. DePanfilis, A. C. Melissinos, B. E. Moskowitz, J. T. Rogers, Y. K. Semertzidis, W. U. Wuensch, H. J. Halama, A. G. Prodell, W. B. Fowler, et F. A. Nezrick, "Limits on the abundance and coupling of cosmic axions at $4.5 < m_a < 5.0$ μeV", *Phys. Rev. Lett.* **59**, 839 (1987).

[118] W. U. Wuensch, S. De Panfilis-Wuensch, Y. K. Semertzidis, J. T. Rogers, A. C. Melissinos, H. J. Halama, B. E. Moskowitz, A. G. Prodell, W. B. Fowler, et F. A. Nezrick, "Results of a laboratory search for cosmic axions and other weakly coupled light particles", *Phys. Rev. D* **40**, 3153 (1989).

[119] C. Hagmann, P. Sikivie, N. S. Sullivan, et D. B. Tanner, "Results from a search for cosmic axions", *Phys. Rev. D* **42**, 1297 (1990).

[120] R. Battesti, M. Fouché, C. Detlefs, T. Roth, P. Berceau, F. Duc, P. Frings, G. L. J. A. Rikken, et C. Rizzo, "Photon Regeneration Experiment for Axion Search Using X-Rays", *Phys. Rev. Lett.* **105**, 250405 (2010).

[121] E. Arik *et al.*, "Probing eV-scale axions with CAST", *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* **2009**, 008 (2009).

[122] K. Ehret *et al.*, "New ALPS results on hidden-sector lightweights", *Phys. Lett. B* **689**, 149 (2010).

[123] R. Ballou *et al.*, "New exclusion limits on scalar and pseudoscalar axion-like particles from light shining through a wall", *Phys. Rev. D* **92**, 092002 (2015).

[124] Y. Takubo, N. Takeda, J. H. Huang, K. Muroo, et M. Yamamoto, "Precise measurement of the extinction ratio of a polarization analyser", *Meas. Sci. Technol.* **9**, 20 (1998).

[125] K. Muroo, M. Namikawa, et Y. Takubo, "High-sensitivity detection of magnetically induced birefringence", *Meas. Sci. Technol.* **11**, 32 (2000).

[126] F. Della Valle, A. Ejlli, U. Gastaldi, G. Messineo, E. Milotti, R. Pengo, L. Piemontese, G. Ruoso, et G. Zavattini, "Measurement of the Cotton-Mouton effect of water vapour", *Chem. Phys. Lett.* **592**, 288 (2014).

[127] R. C. Jones, "A New Calculus for the Treatment of Optical Systems. VII. Properties of the N-Matrices", *J. Opt. Soc. Am.* **38**, 671 (1948).

[128] T. Fahleson, P. Norman, S. Coriani, A. Rizzo, et G. L. J. A. Rikken, "A density functional theory study of magneto-electric Jones birefringence of noble gases, furan homologues, and mono-substituted benzenes", *The Journal of Chemical Physics* **139**, (2013).

[129] R. W. Terhune, P. D. Maker, et C. M. Savage, "Optical Harmonic Generation in Calcite", *Phys. Rev. Lett.* **8**, 404 (1962).

[130] D. P. Shelton, "Nonlinear-optical susceptibilities of gases measured at 1064 and 1319 nm", *Phys. Rev. A* **42**, 2578 (1990).

[131] G. Rikken, R. Battesti, A. Ben-Amar Baranga, M. Fouché, et C. Rizzo, Dispositif et procédé pour caractériser un faisceau pulsé, 2010.

[132] A. B.-A. Baranga, R. Battesti, M. Fouché, C. Rizzo, et G. L. J. A. Rikken, "Observation of the inverse Cotton-Mouton effect", *EPL (Europhysics Letters)* **94**, 44005 (2011).

Resumé

Depuis le début du 20ème siècle, il est connu que n'importe quel milieu devient biréfringent lorsqu'il est soumis à un champ magnétique transverse. Cette biréfringence est appelée effet Cotton-Mouton. Concernant le vide, alors qu'aucun effet non-linéaire n'est autorisé dans le cadre classique du fait de la linéarité des équations de Maxwell, l'effet Cotton-Mouton du vide est permis dans le cadre de l'électrodynamique quantique (QED). Celui-ci peut être vu comme le résultat de l'interaction entre le champ magnétique et les fluctuations du vide quantique.

La biréfringence magnétique du vide prédite par la QED est extrêmement faible ce qui rend son observation particulièrement difficile. Pour tenter de l'observer, un dispositif expérimental de grande sensibilité a été mis en place au Laboratoire National des Champs Magnétiques Intenses de Toulouse. Il est basé sur l'utilisation de champs magnétiques intenses pulsés et d'une cavité Fabry-Perot de très haute finesse. Ce manuscrit présente les avancées sur ce projet, connu sous le nom de projet BMV.

Abstract

It is known since the beginning of the 20^{th} century that any medium shows a birefringence in the presence of a transverse magnetic field. This birefringence is usually known as the Cotton-Mouton effect. Concerning vacuum, whereas no non-linear effect is possible in the framework of classical physics due to the linearity of Maxwell's equations, the Cotton-Mouton effect is predicted in the framework of quantum electrodynamics (QED). This effect can be seen as the result of the interaction of the magnetic field with quantum vacuum fluctuations.

The value of the vacuum magnetic birefringence predicted by QED is extremely small and its observation is an experimental challenge. To be able to observe it for the first time, a setup has been built at the High Magnetic Field National Laboratory in Toulouse, based on intense pulsed magnetic fields and a high finesse Fabry-Perot cavity. This manuscript describes the current status of the project, also known as the BMV project.