объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

P2-87-450

В.Н.Первушин, Нгуен Суан Хан

РЕЛЯТИВИСТСКОЕ ОПЕРАТОРНОЕ КВАНТОВАНИЕ И КОНФАЙНМЕНТ В КХД

Направлено в "International Journal of Modern Physics A"

1987

ВВЕДЕНИЕ

Конфайнмент традиционно связывают с динамикой кварк-кваркового взаимодействия и, в конечном итоге, с адронизацией. В последнее время в феноменологии и теории появляются аргументы, свидетельствующие о том, что конфайнмент, возможно, отделен от динамики адронизации /или, во всяком случае, для описания процесса адронизации учет эффектов конфайнмента не нужен/.

В настоящей работе мы хотели бы привлечь внимание к механизму "топологического" конфайнмента, который не связан с потенциалом кварк-кваркового взаимодействия и который может быть реализован в схеме квантования калибровочных теорий, где релятивистские трансформационные свойства классических и квантовых полей совпадают.

В разделе 1 мы формулируем предложенное ранее /1,2/ релятивистское операторное квантование калибровочных теорий и обсуждаем его преимущества. В разделе 2 дается современная постановка проблемы конфайнмента. Раздел 3 посвящен "топологическому" конфайнменту.

1. РЕЛЯТИВИСТСКОЕ ОПЕРАТОРНОЕ КВАНТОВАНИЕ КАЛИБРОВОЧНЫХ ТЕОРИЙ

Требование совпадения релятивистских преобразований для классических и квантованных полей является довольно естественным в квантовой теории поля. Для скалярных и спинорных полей это требование почти тривиально, однако в случае векторного поля выполнение его сталкивается с естественными трудностями. Как известно, векторное поле имеет нефизические и физические компоненты, которые перепутываются при преобразованиях Лоренца. Существуют два пути квантования векторного поля, на первом из них все компоненты векторного поля рассматривают как динамические и квантовые, но ограничивают гильбертово пространство только физическими состояниями. Этот путь квантования наиболее разработан в методе Дирака /3,4/. Доказательство релятивистской ковариантности теории на операторном уровне в этом случае считается излишним, поскольку ковариантность, унитарность и другие требования должны выполняться только на физических векторах состояний, то есть в среднем.

Второй путь состоит в явном решении связей и в квантовании только физических степеней свободы калибровочных полей. Сюда можно отнести швингеровское квантование в радиационной калибровке [5], где дается полное доказательство релятивистской инвариантности теории на операторном уровне. Это доказательство основано на использовании нелокальных коммутационных соотношений и калибровочно-инвариантного тензора энергии-импульса Белинфанте. Например, для теории свободного электромагнитного поля, описываемой лагранжианом

$$\mathcal{L}(x) = -\frac{1}{4}F^2_{\mu\nu}, \quad S = \int d^4x\, \mathcal{L}(x),$$

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu, \quad (\nu, \mu = 0,1,2,3),$$

имеем следующие коммутационные соотношения:

$$i[E^T_i(\vec{x},t), A^T_j(\vec{y},t)] = \delta^T_{ij}\,\delta^3(\vec{x}-\vec{y}), \qquad /1/$$

$$\delta^T_{ij} = \delta_{ij} - \partial_i \frac{1}{\vec{\partial}^2}\partial_j, \quad \left(\frac{1}{\vec{\partial}^2} f(x) = -\int d^3y \frac{f(\vec{y})}{4\pi|\vec{x}-\vec{y}|}\right), \qquad /2/$$

реализующие операторное условие поперечности

$$\partial_i E^T_i \equiv \partial_i A^T_i = 0, \quad E^T_i = \partial_0 A^T_i, \quad A^T_i = \delta^T_{ij} A_j, \qquad /3/$$

и тензор энергии-импульса Белинфанте:

$$T_{\mu\nu} = F_{\mu\lambda}F_{\lambda\nu} - g_{\mu\nu}\mathcal{L}, \quad \mathrm{diag}\, g_{\mu\nu} = (+,-,-,-). \qquad /4/$$

Этот тензор отличается от канонического полной производной. Именно эта полная производная и швингеровский член в правой части /1/ играют важную роль в выполнении алгебры Пуанкаре на квантовом уровне. Преобразования Лоренца с параметром ϵ_k операторов полей, полученных в схеме квантования /1/-/4/, имеют нелокальный вид:

$$i\epsilon_k [M_{0k}, A^T_j(\vec{x},t)] = \delta^\circ_L A^T_j(x) + \partial_j \Lambda(x), \quad \Lambda(x) = \epsilon_k \frac{1}{\vec{\partial}^2}\dot{A}^T_k, \qquad /5/$$

где M_{0k} - генератор преобразования Лоренца, который определяется следующей формулой:

$$M_{0k} = \int d^3x\,(tT_{0k} - x_k T_{00}),$$

δ°_L - обычное преобразование Лоренца поля $A^T_\mu = (0, A^T_i)$, а $\Lambda(x)$ описывает изменение калибровки, такое, что поля становятся поперечными в новой движущейся системе координат.

Таким образом, релятивистские преобразования, поворачивающие вектор времени $\ell^\circ_\mu = /1,000/$, изменяют одновременно и калибровку операторов полей.

При квантовании /1/-/4/ возникает вопрос, какова исходная классическая теория, в которой поля имели бы классические преобразования, такие же, как /5/. Кроме того, сами исходные предположения носят несколько искусственный характер.

Как было указано в работе [2], классическая теория, оправдывающая предположения /1/-/4/ и имеющая те же самые трансформационные свойства /5/, строится путем явного решения уравнения Гаусса на временную компоненту

$$\frac{\delta S}{\delta A_0} = 0, \quad \partial^2_i A_0 = \partial_i \dot{A}_i \quad (\dot{A}_i = \partial_0 A_i). \qquad /6/$$

Уравнение /6/ обычно рассматривается в теории как уравнение связи, чтобы выразить A_0 в терминах других переменных

$$A_0(x) = A_0(t,\vec{x}) = \frac{1}{\vec{\partial}^2}\partial_i \dot{A}_i = -\int d^3y \frac{1}{4\pi|\vec{x}-\vec{y}|}\partial_i \dot{A}_i(t,\vec{y}).$$

Мы хотели бы обратить здесь внимание на два почти неизвестных факта. Подстановка явного решения уравнения /6/ в лагранжиан и тензор Белинфанте /4/ устраняет из этих выражений одновременно и продольную компоненту $\partial_i A_i$. Например, для напряженности F_{0i} имеем

$$F_{0i} = \dot{A}_i - \partial_i A_0 = \dot{A}_i - \partial_i\left(\frac{1}{\vec{\partial}^2}\partial_j \dot{A}_j\right) = \delta^T_{ij}\dot{A}_j = \dot{A}^T_i,$$

$$A^T_j = \left(\delta_{jk} - \partial_j \frac{1}{\vec{\partial}^2}\partial_k\right) A_k. \qquad /7/$$

В результате калибровочно-инвариантные выражения $\mathcal{L}$ и $T_{\mu\nu}$ зависят только от двух нелокальных переменных /7/, которые являются сами калибровочно-инвариантными функционалами исходных полей A_i:

$$\mathcal{L}(x) = \frac{1}{2}\dot{A}^{T2}_i - \frac{1}{4}F^2_{ij}(A^T), \quad T_{00} = \frac{1}{2}\dot{A}^{T2}_i + \frac{1}{4}F^2_{ij}(A^T). \qquad /8/$$

Таким образом, решение одного уравнения /6/ оказывается достаточным, чтобы выразить теорию в терминах только физических переменных без дополнительных калибровочных условий как исходного предположения. Подстановка явного решения уравнения Гаусса фиксирует калибровку, можно сказать, динамически. Отличие рассматриваемого подхода от общепринятого - в нелокальности динамических переменных /7/, но именно эта нелокальность ведет к тому, что релятивистские преобразования классических полей в точности совпадают с преобразованиями операторов /5/ в квантовой теории /1/-/4/.

Действительно, обычное преобразование Лоренца:

$$\delta_L^0 A_k = \epsilon_i [x_i \partial_0 - t\partial_i^x] A_k(\vec{x}, t) + \epsilon_k A_0(\vec{x}, t) ,$$

$$(A'_k(x) = A_k(x') + \epsilon_k A_0(x'),\ x'_k = x_k + \epsilon_k t,\ t' = t + \epsilon_k x_k),$$

с учетом

$$A_0(x) = \frac{1}{\partial^2} \partial_i \dot{A}_i(x)$$

для нелокальных поперечных полей /7/ принимает вид /5/:

$$\delta_L^0 A_k^T = \epsilon_i (x_i \partial_0 - i\partial_i^x) A_k^T + \partial_k \Lambda ,$$

$$\Lambda = \epsilon_i \frac{1}{\vec{\partial}^2} \dot{A}_i^T , \quad A_0^T \equiv 0 .$$

Квантование поперечных переменных путем диагонализации классического гамильтониана и перехода к ортонормированному базису $A_i^T = \sum_{a=1}^{2} e_i^a A_a$, $\sum_{a=1}^{2} e_i^a e_j^a = \delta_{ij}^T$ ведет к коммутационным соотношениям /1/ и к схеме квантования /1/-/4/, совпадающей со схемой Швингера [5].

Для краткости такое релятивистское операторное квантование, опирающееся только на явное решение уравнения Гаусса и калибровочно-инвариантный тензор Белинфанте, будем называть минимальным квантованием.

Нетрудно убедиться /см., например, [6,7] /, что явное решение уравнения Гаусса для взаимодействующих полей также исключает все нефизические переменные из калибровочно-инвариантных лагранжиана и тензора Белинфанте:

$$\mathcal{L}(x) = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^2 + \bar{\Psi}(i\partial\!\!\!/ - eA - m)\Psi ,$$
$$T_{\mu\nu}(x) = F_{\mu\lambda} F_{\lambda\nu} + \bar{\Psi}\gamma_\mu (i\partial_\nu - eA_\nu)\Psi - g_{\mu\nu}\mathcal{L} + \qquad /9/$$
$$+ \frac{i}{2} \partial_\lambda \{ \bar{\Psi} (\frac{1}{2}[\gamma_\lambda , \gamma_\mu]\gamma_\nu - g_{\mu\nu}\gamma_\lambda + g_{\lambda\nu}\gamma_\mu)\Psi \} .$$

В результате эти величины зависят только от физических переменных

$$\left.\begin{aligned} ieA_j^T &= v(ieA_j + \partial_j) v^{-1} \\ \Psi^T &= v\Psi \end{aligned}\right\} \quad v = \exp(ie \frac{1}{\vec{\partial}^2} \partial_j A_j) , \qquad /10/$$

являющихся нелокальными и калибровочно-инвариантными функционалами исходных полей A_i, Ψ.

Аналогичные переменные возникают при явном решении уравнения Гаусса для неабелевой теории [7,1,2], в которой "минимальное" квантование [2] полностью воспроизводит релятивистское операторное квантование Швингера в "радиационной калибровке" [5].

В рамках стандартной теории возмущений "минимальное" квантование, квантование Швингера и обычное квантование с неявным решением уравнений связи и произвольными калибровочными условиями [3,4] приводят к одним и тем же многочастичным амплитудам из массовой поверхности.

Различие в этих методах квантования возникает для тех величин теории, которые зависят от выбора калибровки при обычном квантовании /например, для функций Грина вне массовой поверхности или для одночастичной функции Грина на массовой поверхности/.

При вычислении всех этих величин минимальное квантование обладает преимуществом по самому построению исходной для квантования классической теории, в котором калибровочные условия выводятся из динамики, а не постулируются.

Все вычисляемые функции Грина вне массовой поверхности /и производящий функциональный интеграл [1,2] / явно зависят от времениподобного вектора ℓ_μ /вектора времени квантования/, однако эта зависимость носит релятивистски-ковариантный характер: переход в движущуюся систему координат автоматически изменяет калибровку поля /в частности, его разделение на поперечное и кулоновское поля/. Поэтому, несмотря на явную зависимость от вектора ℓ_μ, выражения для функций Грина релятивистски-ковариантны.

Выбор самого вектора времени квантования ℓ_μ диктуется физическими условиями при решении конкретных задач. Например, при вычислении вычетов одночастичных функций Грина естественно выбрать вектор ℓ_μ так, что кулоновское поле частицы, определяемое вектором ℓ_μ, движется вместе с ней(то есть $\ell_\mu \sim p_\mu/\sqrt{p^2}$). В этом случае вычет перенормируемой функции Грина фермиона равен единице [1,2], то есть мы получаем правильные аналитические свойства функций Грина, которые не меняются при релятивистских преобразованиях, в отличие от обычной кулоновской калибровки [8].

Точно так же можно решить задачу восстановления релятивистской ковариантности самосогласованных уравнений Швингера-Дайсона и Бете-Солпитера с кулоноподобным "потенциалом конфайнмента" в КХД [9,10].

Уравнение Швингера-Дайсона, соответствующее выбору кулоновского поля V, движущегося вместе с частицей, принимает вид

$$\Sigma(p) = \frac{1}{(2\pi)^4 i} \int d^4q\, V(q_\perp)\, \frac{\not p}{p^2}\, \frac{1}{\not p + \not q - \Sigma(p+q)} \not p\ ;$$

разделяя импульсы интегрирования на продольную и поперечную части:

$$q_\mu = (p_\mu \frac{qp}{p^2}) + (q_\mu - p_\mu \frac{qp}{p^2}) = (q_\parallel)_\mu + (q_\perp)_\mu\ ,$$

нетрудно убедиться, что в этом случае кулоновское поле ведет лишь к постоянному оператору собственной энергии, удовлетворяющему уравнению

$$\Sigma = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3q_\perp\, V(q_\perp)\, \frac{\Sigma}{2\sqrt{q_\perp^2 + \Sigma^2}}\ .$$

Однако для самосогласованных пропагаторов частиц, используемых в уравнении Бете-Солпитера в работе [11], движение кулоновского поля частиц совпадает с движением центра тяжести связанного состояния, которое образуется этим кулоновским полем.

Поэтому результаты работы [11], где используется соответствующее уравнение Швингера-Дайсона, не меняются для связанных состояний в системе покоя $\mathcal{P} = (\mathcal{P}_0, 0, 0, 0)$. Для движущихся мезонов $\mathcal{P} = (\mathcal{P}_0, \vec{\mathcal{P}} \neq 0)$ операторное квантование диктует автоматический переход в "калибровку" вдоль этого импульса $\ell_\mu \sim \mathcal{P}_\mu$. В противном случае кулоновское поле частиц и связанное состояние, образуемое посредством этого поля, будут двигаться в разные стороны. В этом причина странного аномального закона дисперсии $\mathcal{P}_0 = c|\vec{\mathcal{P}}|$, $c \neq 1$, для голдстоуновской частицы, полученного в работе [11].

На уровне "минимального" квантования, опирающегося на классическую теорию с калибровочно-инвариантными переменными, вопросы зависимости одночастичных функций Грина от выбора калибровки, нулей детерминанта Фаддеева-Попова и другие проблемы, связанные с выбором калибровки в методе Дирака, имеют совершенно другой смысл и другое решение, чем в методе Дирака и даже в методе Швингера.

В частности, вычет одночастичной функции Грина (Res G) и ее аналитические свойства при минимальном квантовании, как мы видели выше, однозначно определены, и критерий конфайнмента

$$\mathrm{Res}\, G = 0 \qquad /11/$$

является столь же строгим, как критерий Вильсона для линейного роста потенциала [12], так как /11/ по построению является калибровочно-инвариантной величиной.

Проблема калибровочной неоднозначности в "минимальном" квантовании возникает на уровне определения нелокальных классических переменных [7,13] и при определении нелокальных коммутационных соотношений для динамических переменных [7,14].

Например, сами нелокальные физические переменные типа /10/, полученные с помощью явного решения уравнения Гаусса, могут содержать новую физическую информацию, которая теряется при квантовании по Дираку или Швингеру. Строго говоря, переменные /10/ по своему построению заданы с точностью до фазового фактора $u(\vec{x})$, который определяется однородным решением уравнения Гаусса /в пустом пространстве/ $\partial^2\lambda(\vec{x}) = 0$, $u = \exp\{i\lambda(\vec{x})\}$.

Как показано в работах [7,13], нетривиальные фазовые факторы и вырождение физических состояний возникают в тех калибровочных теориях, где фазовые факторы $u(\vec{x})$ как отображения пространства $R^{(D-1)}$ в калибровочную группу D имеют нетривиальные топологические свойства /например, в модели Швингера [2,7]: $\Pi_1(u(1)) = \mathbf{Z}$, или в КХД [7]: $\Pi_3(SU(3)) = \mathbf{Z}$, где $\Pi_{D-1}(G)$ - группа гомотопии/.

В результате такого топологического вырождения физические поля отличаются от "голых" полей, используемых в диаграммах теории возмущений. Снятие вырождения физических полей эффективно ведет к исчезновению всех цветных функций Грина и амплитуд рождения цветных частиц [7,13].

Прежде чем дать подробное изложение такого механизма конфайнмента, обсудим постановку проблемы конфайнмента в современной феноменологии и теории.

2. ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ КОНФАЙНМЕНТА

А. Феноменология

Постановка проблемы конфайнмента кварков диктуется экспериментами, доказывающими их существование. Феноменология наблюдения кварков и глюонов опирается на партонную интерпретацию глубоконеупругих процессов [15,16]. Ее суть состоит в том, что сумма по всем адронным конечным состояниям $|h\rangle$ вероятностей процессов $e^+e^- \to$ адроны; $e^+e^-p \to$ адроны и т.д. описывается как мнимая часть соответствующей упругой амплитуды, построенной из кварк-глюонных диаграмм теории возмущений КХД:

$$\sum_{h\ Phys.} \langle f|T|h\rangle_{Phys.} \langle h|T^*|i\rangle_{Phys.} = 2\,\mathrm{Im}\,\langle f|T|i\rangle_{Phys.} \quad /12/$$

Это соотношение называется кварк-адронной дуальностью /КАД/ и используется в феноменологии как в смысле усреднения по энергии /глобальная КАД/, так и без усреднения в области энергий, далеких от резонансов /локальная КАД/. Например, сечение процесса e^+e^- в адроны в нерезонансной области не только в среднем, но и буквально по точкам совпадает с мнимой частью кварковых петель, то есть теория возмущений используется в пространстве Минковского.

В отличие от обычного соотношения унитарности S-матрицы: $S = 1 + iT$, $SS^+ = 1$, $(T.T^* = 2\,\mathrm{Im}T)$, в КАД /12/ используются два разных типа состояний: физические адронные состояния /в левой части/, которые непосредственно детектируют в эксперименте, и партонные состояния /в правой части/, отражающие особые аналитические свойства "упругих" адронных амплитуд, которые воспроизводят мнимые части кварковых диаграмм.

В обычной теории поля, например в КЭД, физические и партонные состояния совпадают в рамках теории возмущений. Подчеркнем, что теоретическая наблюдаемость кварков как партонов в локальной КАД и их экспериментальная наблюдаемость имеют место в одной и той же нерезонансной области энергий пространства Минковского.

Одна из формулировок проблемы конфайнмента: почему такое совпадение физических партонных состояний не происходит в КХД? Другая формулировка: почему вероятность рождения цветных частиц $|c\rangle$ равна нулю:

$$\langle f|T|c\rangle_{Phys.\ Phys.} = \mathrm{Res}\,G^{c} = 0, \quad /13/$$

а вероятность адронизации - единице?

Ответ на эти вопросы обычно формулируется в виде гипотезы конфайнмента. Однако партонная КХД-феноменология высоких энергий [16-17] практически не зависит от способа реализации этой гипотезы. Аналогичная ситуация сейчас наблюдается и в КХД-феноменологии низких энергий, где для получения киральных лагранжианов из КХД в ряде работ [18] широко используют однопетлевые кварковые диаграммы и в то же время кварки выбрасывают из условий унитарности, то есть неявно предполагают гипотезу /13/, не рассматривая при этом никакой динамики, которая обосновала бы эту гипотезу. Процесс адронизации кварков в низкоэнергетической феноменологии никак не связывают с процессом

конфайнмента. Аналогичный вывод делается в феноменологии метода правил сумм [19], где утверждается, что учет эффектов конфайнмента не нужен для описания экспериментальных фактов.

Таким образом, в современной кварковой феноменологии низких и высоких энергий имеется тенденция отделять процесс адронизации от процесса конфайнмента.

Б. Теория

КХД возникла как обоснование партонной феноменологии с помощью явления асимптотической свободы [20] /то есть эффективного уменьшения константы связи в глубокоевклидовой области/.

В соответствии с асимптотической свободой теория возмущений в КХД справедлива в пространстве Евклида, а связь теоретических величин с наблюдаемыми в эксперименте сечениями в пространстве Минковского устанавливается с помощью дисперсионных соотношений.

Однако таким путем можно объяснить лишь глобальную кварк-адронную дуальность и трудно понять тот факт, что сечение процесса $e^+e^- \to$ адроны в нерезонансной области энергии совпадает с мнимыми частями кварковых диаграмм буквально по точкам, то есть нельзя объяснить широко используемую в феноменологии локальную КАД и теорию возмущения в пространстве Минковского.

Для объяснения теории возмущения в пространстве Минковского нужно понять, почему в одной и той же области энергий кварки представляются одновременно как ненаблюдаемые физические состояния /левая часть /12// и как свободные партоны /правая часть /12//.

Этот факт трудно понять в потенциальной версии конфайнмента [12,21], где в качестве аргументации ссылаются на разные режимы поведения кварков в различных энергетических областях /большие и малые расстояния/. С другой стороны, все попытки использовать потенциалы конфайнмента для обоснования ненаблюдаемости отдельных кварков путем решения уравнения Швингера-Дайсона для пропагатора кварка [9,22] привели не к конфайнменту, а к спонтанному нарушению киральной симметрии. В настоящее время потенциалы конфайнмента успешно используют как потенциалы адронизации [9,10,11,22].

Мы видим, что в КХД-теории имеется тенденция динамику конфайнмента рассматривать только как динамику адронизации.

Главный вопрос о том, каким образом согласовать теорию возмущения в пространстве Минковского /с ненулевыми мнимыми частями кварковых петель/ с гипотезой конфайнмента /13/, остается открытым, и на него не дает ответа ни асимптотическая свобода, ни потенциальный конфайнмент.

Между тем такого рода конфайнмент с теорией возмущения в пространстве Минковского описывала версия двумерной хромодинамики, предложенная Хуфтом [23-25]. В этой модели различаются физические /одетые/ кварки и партонные /голые/ кварки. Вследствие инфракрасных расходимостей все физические кварки имеют бесконечные массы, в то время как "бесцветные" амплитуды формулируются в терминах пропагаторов голых кварков с конечными массами без инфракрасных расходимостей.

Отсутствие амплитуд рождения "цветных" частиц в этой модели не противоречит условию унитарности. Дело в том, что при наличии связанных состояний условия унитарности /12/ нужно понимать не как тождество, а как одно из условий самосогласованности теории, используемых для нормировки связанных состояний и констант их взаимодействия [26]. Если по каким-то причинам вероятность одних каналов /цветных/ исчезает, то вероятность других увеличивается так, чтобы полная вероятность оставалась равной единице. С этой точки зрения теория возмущений для голых кварков в пространстве Минковского не противоречит конфайнменту физических кварков /13/, который здесь объясняется не потенциалом взаимодействия, а процессом "одевания" голых кварков.

В следующем разделе мы опишем такого рода процесс "одевания", который допускается только "минимальным" квантованием, изложенным в разделе 1.

3. ТОПОЛОГИЧЕСКИЙ КОНФАЙНМЕНТ

Рассмотрим неабелеву калибровочную теорию с группой внутренней симметрии SU(2) в конечном пространстве-времени:

$$S_{R,T} = \int_{T/2}^{T/2} dt \int_{|\vec{x}| \leq R} d^3x\, \mathcal{L}(x),$$

$$\mathcal{L}(x) = -\frac{1}{4}(F^a_{\mu\nu})^2 + i\bar{\Psi}\gamma_\mu(\partial_\mu + \hat{A}_\mu - m)\Psi \quad (t = x_0), \qquad /14/$$

$$F^a_{\mu\nu} = \partial_\mu A^a_\nu - \partial_\nu A^a_\mu + e\epsilon^{abc} A^b_\mu A^c_\nu, \quad \hat{A}_\mu = \frac{eA^a_\mu \tau^a}{2i}.$$

Как мы уже видели в разделе 1, лагранжиан /14/ на решениях уравнения Гаусса

$$\delta S/\delta A^a_0 = 0 \Rightarrow \nabla^2(A) A^a_0 = \nabla_i(A)\dot{A}_i + j^a_0,$$

$$j^a_\mu = e\bar{\Psi}\gamma_\mu \frac{\tau^a}{2}\Psi, \quad \nabla^{ab}_i(A) = \delta^{ab}\partial_i + e\epsilon^{abc}A^c_i, \; \nabla^2 = \nabla_i\nabla_i \qquad /15/$$

зависит только от нелокальных переменных

$$\hat{A}^I_i = v(A)(\hat{A}_i + \partial_i)v^{-1}(A), \quad \Psi^I = v(A)\Psi, \qquad /16/$$

$$v(A) = T\exp\{\int^t dt' \nabla^{-2}(\nabla_i \mathring{A}_i)\},$$

$$\partial_0 v(A) = v(A)[\nabla^{-2}(A)\nabla_i \mathring{\hat{A}}_i], \qquad /17/$$

где $\int^t dt' f(t') = F(t)$ понимается в смысле неопределенного интеграла $(dF/dt)(t) = f(t)$ /см. подробно в [1, 7, 14] /.

Переменные /16/ по построению тождественно удовлетворяют условиям

$$\nabla_i(A^I)\dot{A}^I_i = 0, \quad \int^t dt' \nabla_i(A^I)\dot{A}_i = 0, \qquad /18/$$

в которых можно узнать обобщение кулоновской калибровки. Квантование неабелевых полей непосредственно в калибровке /18/ с помощью функционального интеграла было сделано в работе [27]. Операторное квантование [1] требует перехода к поперечным полям с дополнительным условием, не зависящим от времени, и совпадает с квантованием Швингера [5].

В отличие от обычных методов квантования, где можно наложить те же условия, и, казалось бы, получить эквивалентное описание теории, нелокальные переменные /17/ по своему построению обладают дополнительной физической информацией, а именно: явная конструкция /17/ определена с точностью до нетривиального вакуумного решения однородного уравнения Гаусса. Обратный оператор (∇^{-2}) в /17/ допускает стационарные фазовые факторы

$$v \to u(\vec{x})v, \quad u(\vec{x}) = \exp\{\hat{\lambda}(\vec{x})\}; \quad \hat{\lambda} = \frac{\lambda^a \tau^a}{2i} \qquad /19/$$

с фазой, являющейся решением уравнения Гаусса в вакууме $(A_i = 0, j_0 = 0)$:

$$\vec{\partial}^2 \hat{\lambda}(\vec{x}) = 0. \qquad /20/$$

Нетрудно убедиться, что переменные

$$\hat{A}^{Phys.}_i = u(\vec{x})(\hat{A}^I_i(x) + \partial_i)u^{-1}(\vec{x}), \quad \Psi^{Phys.} = u(\vec{x})\Psi^I \qquad /21/$$

удовлетворяют тем же дополнительным условиям, что и переменные /16/. Эти фазовые факторы $u(\vec{x})$ должны описывать гладкие отображения пространства $R(3)$ ($|\vec{x}| \le R$) в калибровочную группу $SU(2)$, поскольку пространство $R(3)$ пустое и не содержит сингулярных источников. В противном случае поля /21/ будут физически отличаться от полей /16/.

Требование "пустого пространства" является очень важным. Рассмотрим, например, точно такую же однозначность в КЭД. Уравнение /20/ в КЭД имеет, вообще говоря, два решения:

$$\vec{\partial}^2 \lambda(\vec{x}) \equiv \frac{1}{2}\left(\frac{\partial}{\partial r}\right)^2 (r\lambda) = 0, \quad \lambda(r) = \frac{c_1}{r} + c_2 .$$

Одно из них мы должны положить равным нулю $c_1=0$ из-за сингулярности, второе c_2, описывающее постоянную фазу, не имеет, как известно, никаких физических следствий.

В КХД мы получаем другую ситуацию. Уравнение /20/ имеет нетривиальные решения /7/.

$$\hat{\lambda}_{n,\phi_i} = i\tau^a \Omega^{ab}(\phi_i)\frac{x^b}{R}\pi n,$$

$$\tau^a\Omega^{ab}(\phi_i) = u(\phi_i)\tau^a u^{-1}(\phi_i), \qquad /22/$$

$$u(\phi_i) = \exp\left(\frac{i\tau_1\phi_1}{2}\right)\exp\left(\frac{i\tau_2\phi_2}{2}\right)\exp\left(\frac{i\tau_3\phi_3}{2}\right),$$

отвечающие гладким отображениям пространства $R(3)$ на группу $SU(2)$ с топологическим целым индексом отображения $n = 0, \pm 1, \ldots$:

$$n = \frac{1}{24\pi^2}\int\limits_{|\vec{x}|\le R} d^3x\,\epsilon_{ijk}\,\mathrm{tr}(V_i V_j V_k), \quad V_i = u_{(n,\phi)}\partial_i u^{-1}_{(n\phi)} . \qquad /23/$$

Решения /22/ характеризуются тремя углами Эйлера ϕ_i, которые фиксируют положение системы координат цветного пространства относительно системы координат обычного пространства $R(3)$.

Существование таких решений указывает, что физические переменные /21/ вырождены в пространстве конечного объема. Однако индекс вырождения n не исчезает даже в пределе бесконечного объема $R\to\infty$ и представляет собой пример топологической аномалии, типа дивергенции аксиального тока $\partial_\mu j^5_\mu \sim F_{\mu\nu}\tilde{F}_{\mu\nu}$. Обе эти величины, и индекс n и дивергенция $\partial_\mu j^5_\mu$, после снятия регуляризации остаются и не равны нулю, несмотря на то, что исчезают исходные элементы их построения: поля V_i или пропагаторы Паули-Вилларса.

Поскольку фазовые факторы вырождения несингулярны, то лагранжиан и тензор Белинфанте не зависят от этих факторов в силу калибровочной инвариантности. Поэтому квантование и формули-

ровка теории возмущений осуществляется в терминах "голых" переменных и ничем не отличается от стандартного квантования /1,5/:

$$\mathcal{L}(A^{Phys.},\Psi^{Phys.}) + J A^{Phys.} + \bar{\eta}\Psi^{Phys.} + \bar{\Psi}^{Phys.}\eta =$$

$$= \mathcal{L}(A^I,\Psi^I) + J_i u_{n,\phi}(A^I_i+\partial_i)u^{-1}_{n,\phi} + (\bar{\eta}u^{-1}_{n,\phi})\Psi^I + \bar{\Psi}^I(u_{n,\phi}\eta).$$

Различие будет только в определении физических состояний, которые оказываются "одетыми" в фазовые факторы и вырождены. Если через $Z_{R,T}(J,\eta,\bar{\eta})$ обозначить обычный функционал Фаддеева-Попова, то теория с вырождением описывается функционалом

$$Z_{R,T}[(u_{n,\phi}\eta),(\bar{\eta}u^{-1}_{n,\phi}),\ u_{n,\phi}J_i u^{-1}_{n,\phi}].$$

В силу того, что все вычисляемые физические величины в квантовой теории поля - сечения, вероятности распадов и т.д. - нормированы на конечное пространство-время, предельный переход к бесконечному пространству должен осуществляться после снятия вырождения, то есть после усреднения производящего функционала функций Грина по параметрам вырождения

$$Z_{Conf.}[\eta,\bar{\eta},J] = \qquad /24/$$

$$= \lim_{R,T\to\infty}\lim_{N\to\infty}\frac{1}{2N}\sum_{n=-N}^{N} Z_{RT}[u_{n,\phi}\eta,\bar{\eta}u^{-1}_{n,\phi},u_{n,\phi}J_i u^{-1}_{n,\phi}].$$

Вариация этого функционала по источникам

$$\left(\prod_{\alpha=1}^{k} u^{-1}_{n,\phi}\frac{\delta}{\delta\eta_{n,\phi}(x_\alpha)}\right)\left(\prod_{\beta=1}^{\ell}\frac{\delta}{\delta\bar{\eta}_{n,\phi}(y_\beta)}u_{n,\phi}\right)\left(\prod_{\gamma=1}^{m} u_{n,\phi}\frac{\delta}{\delta J^{a\gamma}_i(Z_\gamma)}u^{-1}_{n,\phi}\right)$$

сопровождается усреднением функций Грина по всем углам Эйлера, описывающих положение координат цветного пространства относительно координат обычного пространства.

Вычислим одночастичную функцию Грина кварка. В низшем порядке теории возмущений получим

$$G(x,y) = \frac{\delta}{\delta\eta(x)}\frac{\delta}{\delta\bar{\eta}(y)}Z_{Conf.}(\eta,\bar{\eta})\Big|_{\eta=\bar{\eta}=0} = G_0(x-y)f(\vec{x},\vec{y}), \qquad /25/$$

где $G_0(x-y)$ - пропагатор "голого" кварка в теории возмущений

$$f(\vec{x},\vec{y}) = \lim_{R\to\infty}\lim_{N\to\infty}\frac{1}{2N}\sum_{n=-N}^{N}[u(\vec{x}),u(-\vec{y})]^n = \begin{cases} 1, & |\vec{x}| = |\vec{y}| \\ 0, & |\vec{x}| \neq |\vec{y}|, \end{cases} \qquad /26/$$

$$(u(\vec{x}) = \exp(i\frac{x^a\tau^a}{R}\pi)).$$

Фурье-образ функции Грина /25/, /26/ обращается в нуль из-за интерференции бесконечного числа фазовых факторов, каждый из которых является гладкой функцией в R /3/.

Рассмотрим теперь кварковую петлю как вакуумное среднее от токов

$$<j^{\Gamma}(x)j^{\Gamma}(y)>,\quad j^{\Gamma} = \bar{\Psi}^{Phys.}\Gamma\Psi^{Phys.} =$$

$$= \bar{\Psi}^{I}(u_{n,\phi}\Gamma u^{-1}_{n,\phi}) = \bar{\Psi}^{I}\Gamma(n,\phi)\Psi^{I}.$$

В низшем порядке теории возмущений получим

$$<j^{\Gamma}(x)j^{\Gamma}(y)> = \int d\Omega(\phi_x)d\Omega(\phi_y)\times$$

$$\times\lim_{N\to\infty}\frac{1}{2N}\sum_{n=-N}^{N} h\{\Gamma(n,\phi_x)\cdot G_0(x-y)\Gamma(n,\phi_y)G_0(y-x)\},$$

если матрица Γ является скаляром относительно цветной группы и $u\Gamma u^{-1}=\Gamma$, то мы имеем обычное выражение для свободной кварковой петли:

$$<j^{\Gamma}(x)j^{\Gamma}(y)>_{TB} = tr[\Gamma G_0(x-y)\Gamma G_0(y-x)],$$

мнимая часть которой отличается от нуля. Если матрица Γ цветная, мы получим выражение типа /25/-/26/, фурье-образ которого равен нулю.

Таким образом, после усреднения по инфракрасным параметрам вырождения все функции Грина, которые не являются скалярами относительно цветных калибровочных преобразований, исчезают. И, следовательно, исчезают все амплитуды рождения цветных частиц, которые определяются как вычеты соответствующих функций Грина /13/. Это эквивалентно тому, что все цветные физические состояния имеют бесконечно большие массы, как в модели Хуфта /23/.

В то же время бесцветные корреляторы слабых и электромагнитных токов выражаются в терминах пропагаторов голых кварков

и глюонов и совпадают с обычными выражениями пертурбативной КХД. И, как показано в работах /23-25/, такая ситуация не противоречит унитарности S-матрицы, а ведет как раз к принципу кварк-адронной дуальности в пространстве Минковского, интенсивно используемому в партонной феноменологии.

Топологический механизм одевания физических кварков обосновывает из первых принципов главную гипотезу этой феноменологии: единичную вероятность адронизации, и объясняет независимость этой адронизации от конфайнмента. Такой конфайнмент может быть реализован в любой неабелевой теории, построенной на полупростой группе G. При отображении пространства $R(3)$ на групповое пространство G важно выделить из G минимальным образом подгруппу $SU(2)$. "Минимальность" означает, что фундаментальное представление G является одновременно неприводимым представлением подгруппы $SU(2)$. Например, для $SU(3)$ генераторами минимальной подгруппы $SU(2)$ будут матрицы Гелл-Манна $\lambda_2,\lambda_5,\lambda_7$, которые совпадают с присоединенным представлением $SU(2)$.

Запрет на существование пробных цветных частиц в свободных состояниях /13/, вообще говоря, допускает изменения граничных условий при решении уравнений Гаусса. В частности, решение уравнения Гаусса в низшем порядке теории возмущений

$$\partial_1^2 A_0^a = e j_0^a$$

может вести также к осцилляторноподобному потенциалу взаимодействия между кварками;

$$eA_0^a(x) = \int d^3y\,[-\frac{e^2}{4\pi|\vec{x}-\vec{y}|} - 2c\,\vec{y}(\vec{x}-\vec{y})]\,j_0^a(x) = \int d^3y\,V(x,y)\,j_0^a(y),$$

$$e\int d^3x\,A_0^a(x)\,j_0^a(x) = \int d^3x\,d^3y\,j_0^a(x)\,j_0^a(y)\,\frac{1}{2}[V(x,y)+V(y,x)] = \qquad /27/$$

$$= \int d^3x\,d^3y\,j_0^a(x)\,j_0^a(y)\,[-\frac{e^2}{4\pi|\vec{x}-\vec{y}|} + c(\vec{x}-\vec{y})^2],$$

рассмотренному для адронизации легких кварков в работе /11/, где $c^{-1/3} = 400$ МэВ.

В этом смысле "минимальная" схема квантования хромодинамики с явным решением уравнений Гаусса уже в рамках теории возмущений содержит все элементы объяснения феномена адронизации кварковой теории сильных взаимодействий. Например, качественно нетрудно понять, что спектроскопия легких кварков с массой меньше ($c^{-1/3}$), в основном, определяется осцилляторноподобным потенциалом [11], в то время как спектроскопия тяжелых $m_q \gg c^{-1/3}$ – кулоновским потенциалом, что согласуется с феноменологией.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрены физические следствия "минимального" квантования калибровочных теорий, развитого в работах [1,2,7,14] и основанного на устранении нефизических переменных путем явного решения уравнений Гаусса ($\delta S/\delta A^a_0 = 0$). Показано, что явное решение одного уравнения Гаусса позволяет выразить калибровочно-инвариантные лагранжиан и тензор Белинфанте только в терминах физических переменных, то есть устраняет сразу две компоненты поля - временную и продольную. Калибровочные условия как исходные предположения становятся ненужными и следуют из динамики - происходит как бы динамическая фиксация калибровки.

Квантование такой теории удовлетворяет требованию релятивистской ковариантности в "сильном" смысле, а именно: трансформационные свойства классических и квантованных полей совпадают на уровне операторов, а не в среднем.

При этом преобразования Лоренца сопровождаются изменением "динамической калибровки" полей, что ведет к ковариантному описанию одночастичных функций Грина, волновых функций связанных состояний и других величин теории даже при условии нековариантного разделения поля на поперечную и кулоновскую части и дает рецепт восстановления релятивистской ковариантности при моделировании адронных состояний в КХД [11].

Функциональный интеграл, соответствующий операторному минимальному квантованию, явно зависит от вектора времени квантования и не зависит от выбора калибровки /которая совпадает с выбором переменных интегрирования/. Этот функциональный интеграл описывает функции Грина с правильными аналитическими свойствами в рамках обычной теории возмущений.

Физические поля в таком подходе по своему построению путем явного решения уравнения Гаусса могут быть топологически вырождены /для теорий с группой гомотопии $\Pi_{D-1}(G) = \mathbf{Z}$ /. Это вырождение ведет к тому, что голые поля теории возмущений отличаются от одетых физических состояний. Амплитуды рождения физических цветных частиц исчезают вследствие деструктивной интерференции фазовых факторов топологического вырождения. Такой конфайнмент не зависит от потенциалов адронизации и более адекватен кварк-партонной феноменологии, использующей теорию возмущений в пространстве Минковского.

Мы показали также, что минимальное квантование допускает осцилляторноподобный потенциал кварк-кваркового взаимодействия, широко применяемый для описания адронизации.

Авторы хотели бы поблагодарить Н.Н.Боголюбова, М.К.Волкова, Г.В.Ефимова, А.В.Ефремова и Н.П.Илиеву за обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Nguyen Suan Han, Pervushin V. Preprint JINR P2-86-645, Dubna, 1986; Modern.Phys.Lett.A, 1987, vol.2, No.6.
2. Илиева Н.П., Нгуен Суан Хан, Первушин В.Н. - ЯФ, 1987, 45, с.1169.
3. Dirac P.A.M. Lectures on Quantum Mechanics, Belfer Graduate School of Science Yeshiva University. New York, 1964.
4. Batalin I.A., Fradkin E.S. - Nucl.Phys., 1987, B279, p.514.
5. Schwinger J. - Phys.Rev., 1962, 125, p.1043; 1962, 127, p.324; 1962, 122, p.2425.
6. Polubarinov I.V. Preprint JINR R-2421, Dubna, 1965.
7. Pervushin V.N. - Riv.Nuovo Cimento, 1985, 8, No.10.
8. Adkins G.S. - Phys.Rev., 1983, D27, p.1814.
9. Finger J., Mandulla J.E. - Nucl.Phys., 1982, B199, p.168.
10. Adler S.L., Davis A.G. - Nucl.Phys., 1984, B224, p.469.
11. Yaounc A.Le. et al. - Phys.Rev., 1985, D31, p.137.
12. Wilson K.G. - Phys.Rev., 1974, D10, p.2445.
13. Азимов Р.А., Первушин В.Н. - ТМФ, 1986, 67, с.349.
14. Kalinovski Yu.L., Pervushin V.N. JINR, E2-86-316, Dubna, 1986.
15. Feynman R. Photon Hadron Interaction. New York, 1972.
16. Efremov A.V., Radyushkin A.V. - Riv.Nuovo Cim, 1980, 3, No.2.
17. Dokshitzer Yu.L., Dyakonov D.I., Troyan S.L. - Phys.Rep., 1980, 58, p.269.
18. Ebert D., Reinhardt H. - Nucl.Phys., 1986, B271, p.188; Volkov M.K. - Ann.of Phys., 1984, 157, p.282.
19. Shifman M.A., Vainstein A.I., Zakharov V.I. - Nucl.Phys., 1979, B147, pp.385, 448, 519; Novikov V.A. et al. - Nucl.Phys., 1981, B191, p.301.
20. Gross D., Wolczek F. - Phys.Rev., 1973, D8, p.3633.
21. Hasenfratz P. CERN Preprint TH-3737, 1983; Schierholz G. CERN Preprint TH-4139, 1985.
22. Nekrasov M.L., Rochev V.E. IHEP Preprint 86-186-Serpukhov, 1986.
23. t'Hooft G. - Nucl.Phys., 1974, B72, p.461.

24. Callan C.G.(Jr.), Goote N., Gross D.J. - Phys.Rev., 1976, D13, p.1649;
Einhorn M.B. - Phys.Rev., 1976, D14, p.1451.
25. Pervushin V.N., Reinhardt H., Ebert D. - Sov.J.Part.Nucl., 1979, 10, p.444.
26. Nakanishi N. - Suppl.Prog.Theor.,Phys., 1969, 43, p.1.
27. Friedman J., Papastamation N. - Nucl.Phys., 1983, B219, p.125.

Рукопись поступила в издательский отдел
22 июня 1987 года.

Первушин В.Н., Нгуен Суан Хан
Р2-87-450
Релятивистское операторное квантование и конфайнмент в КХД

Рассматривается новый /непотенциальный/ механизм конфайнмента для обоснования принципа локальной кварк-адронной дуальности. Этот механизм может быть реализован в схеме квантования калибровочных теорий с явным решением уравнений Гаусса и динамической фиксацией калибровки, где релятивистские преобразования классических и квантованных полей совпадают. Обсуждаются теоретические и феноменологические аргументы отделения конфайнмента от динамики адронизации.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1987

Перевод О.С.Виноградовой

Pervushin V.N., Nguyen Suan Han
P2-87-450
The Relativistic Operator Quantization and Confinement in QCD

A new (nonpotential) mechanism of confinement for the foundation of the local quark-hadron duality principle is considered. This mechanism may be realized in the scheme of quantization of the gauge theories with the explicit solution of the Gauss equation and dynamic fixed gauge, where relativistic transformations of classical and quantum fields coincide. Theoretical and phenomenological arguments of separating the confinement from dynamics of the hadronization are discussed.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1987