

Serre Relation and Higher Grade Generators of the AdS/CFT Yangian Symmetry

名古屋大学大学院多元数理科学研究科 松本拓也

E-mail: m05044c@math.nagoya-u.ac.jp

AdS/CFT 対応は、その対応を用いた様々な応用が研究されている一方、ゲージ理論側と弦理論側で結合定数が強弱の関係であるために、この対応を摂動論的に検証することは一般に困難である。近年、両理論の可積分性に注目することで、AdS/CFT 対応の最も基本的な例である $AdS_5 \times S^5$ 上の IIB 型超弦理論と 4次元 $\mathcal{N} = 4$ 超対称ゲージ理論との対応において、結合定数の全領域での対応が構成された。これが $SU(2|2)$ スピン鎖模型 [1] である。このスピン鎖模型で定義される 2 体の散乱行列 S_{12} は、ある表現 (Evaluation 表現) を仮定すると無限次元のヤンギアン代数の対称性をもつことが知られている。この代数は無限個の Grading をもち、Grade-0 (Lie 代数) の生成子 J^A 及び Grade-1 の生成子 \hat{J}^A から生成される。この \hat{J}^A に対する Evaluation 表現は $\hat{J}|\chi\rangle = uJ|\chi\rangle$ と表わされる。 u は Evaluation パラメーターであり、物理的にはスピン鎖上の励起の運動量の関数である。Evaluation 表現が仮定されていた主な理由は、ヤンギアン代数の定義方程式の一つであるセール関係式 (1) が複雑であることによる。特に、超 Lie 代数 $SU(2|2)$ はキリング形式が縮退しているため、構造定数の添え字の上げ下げを正しく行うことが困難である。

$$[\hat{J}^A, [\hat{J}^B, J^C]] + \text{cyclic} = -\frac{\hbar^2}{24} \{J^L, J^M, J^N\} f_L^{AI} f_M^{BJ} f_N^{CK} f_{IJK} \quad (1)$$

もし、このスピン鎖模型で採用されている $SU(2|2)$ の基本表現がヤンギアンの Evaluation 表現に持ち上がっていれば、表現の上で (1) の左辺は $u^2 \times$ (ヤコビ恒等式) $= 0$ であるので、右辺も表現上で消えていなくてはならない。本研究では、超リー代数 $SU(2|2)$ の 1-parameter 変形であり、縮退のないキリング形式をもつなど、より良い性質をもつ例外超リー代数 $d(2, 1; \varepsilon)$ で、任意の ε に対して Evaluation 表現がセール関係式と両立していることを 3次元ガンマ行列を導入することにより実際に示した。

また、ヤンギアンの高次生成子、特に Grade-2 生成子を標準的な方法で構成すると、 $SU(2|2)$ のキリング形式が分母に来ることにより特異項が現れるが、あるゲージ固定条件を採用すると高次生成子が正則に構成できることを示した。この研究は森山翔文氏 (名大多元数理) との共同研究 [2] に基づきます。

References

- [1] N. Beisert, “The $su(2|2)$ dynamic S-matrix,” Adv. Theor. Math. Phys. **12** (2008) 945 [arXiv:hep-th/0511082].
- [2] T. Matsumoto and S. Moriyama, “Serre Relation and Higher Grade Generators of the AdS/CFT Yangian Symmetry,” arXiv:0902.3299 [hep-th].