

# ТОКОВЫЕ ЗАВИСИМОСТИ ПОПЕРЕЧНОГО ЭМИТТАНСА ПУЧКА В НАКОПИТЕЛЯХ ЭЛЕКТРОНОВ

Е.В.Буляк, В.Ю.Гончар, В.И.Курилко

Харьковский физико-технический институт АН УССР  
Харьков, 310108

## Аннотация

Развит метод аналитического исследования нелинейных резонансов связи поперечных колебаний интенсивных пучков в накопителях заряженных частиц в условиях, когда нелинейные фокусирующие силы убывают с ростом амплитуд поперечных колебаний. Указанный метод использован для теоретического описания разностных резонансов бетатронных колебаний интенсивного пучка электронов эллиптической формы сечения с гауссовскими распределениями плотности по обеим поперечным координатам. В качестве основного элемента нелинейности учтено влияние фокусирующего поля ионного остова, удерживаемого на равновесной орбите пульсирующим во времени полем объемного заряда циркулирующего пучка электронов.

Для ряда конкретных моделей накопителей рассчитаны токовые зависимости поперечных размеров пучка с учетом указанных резонансов для различных значений параметров эллиптичности пучка, а также величины расстройки от резонанса. Проведено численное моделирование зависимости плотности распределения частиц пучка по его поперечному сечению от величины циркулирующего тока и формы сечения пучка.

Получено хорошее согласие результатов численного моделирования и аналитического расчета.

Показано, что рассматриваемый эффект приводит к образованию гало из рассеянных на резонансах электронов без существенного изменения профиля плотности основной (присоединенной) части пучка. Результаты теории согласуются с данными экспериментов на ряде накопителей электронов, используемых в качестве специализированных источников синхротронного излучения.

## Введение

В последнее время на ряде накопителей электронов были обнаружены проявления существенной зависимости параметров циркулирующего пучка от величины накопленного тока. Наблюдались, в частности, рост вертикального эмиттанта, а также резкое сокращение времени жизни пучка при некоторых "резонансных" значениях этого тока. Количественного теоретического объяснения эти результаты до сих пор не получили. Высказывались лишь качественные предположения о том, что указанные явления обусловлены влиянием ионов, захватываемых фокусирующим полем циркулирующего пучка.

Целью настоящей работы является теоретическое описание токовой зависимости поперечного эмиттанта пучка, циркулирующего в накопителе электронов, основанное на предположении, что основным источником этой зависимости является возбуждение объемным зарядом ионного остова резонансов бетатронных колебаний циркулирующих электронов.

## Постановка задачи. Исходные уравнения и методы их решения

Рассмотрим простую модель - накопитель с азимутально - однородной фокусировкой. Полагаем, что пучок электронов, циркулирующий в таком накопителе, имеет гауссово распределение плотности по поперечному сечению. Этот пучок формирует и удерживает положительный ионный остов, горизонтальный и вертикальный профили поперечной плотности которого совпадают с соответствующими профилями плотности пучка. Рассмотрим динамику поперечного движения отдельного электрона в суммарном поле линейных фокусирующих сил и нелинейных сил ионного остова.

Гамильтониан поперечного движения электрона можно представить в виде

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_i, \quad (1)$$

где  $\mathcal{H}_0$  — невозмущенный (линейный) гамильтониан;  $\mathcal{H}_i$  — возмущение гамильтониана, вызванное силами ионного остова. Это возмущение является малым ( $|\mathcal{H}_i/\mathcal{H}_0| \ll 1$ ) и может быть записано в виде

$$\mathcal{H}_i = \frac{R^2 r_0 N_i}{\gamma} \int_0^\infty \frac{1 - \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_x^2 + t} - \frac{z^2}{2\sigma_z^2 + t}\right)}{[(2\sigma_x^2 + t)(2\sigma_z^2 + t)]^{1/2}} dt, \quad (2)$$

где  $N_i$  — погонная плотность ионного остова со среднеквадратичными размерами  $\sigma_x$  и  $\sigma_z$ ;  $R$  — приведенный радиус орбиты;  $r_0$  — классический радиус электрона;  $\gamma$  — релятивистский фактор.

В окрестности резонансной линии  $mQ_x - nQ_z = 0$  движение частицы пучка можно описать эквивалентным (I) усредненным гамильтонианом  $G$ , зависящим от двух канонических переменных  $(\omega_1, J_1)$ :

$$G(\omega_1, J_1; J_2) = \delta J_1 + \Phi(\omega_1, J_1; J_2) \cdot N_i, \\ J_{1,2} = \frac{1}{4} \left[ \frac{1}{m} (x^2 Q_x + p_x^2 / Q_x) + \frac{1}{n} (z^2 Q_z + p_z^2 / Q_z) \right], \quad (3) \\ \delta \equiv mQ_x - nQ_z; |\delta| \ll 1,$$

где  $\Phi$  — периодическая по медленной фазе  $\omega_1$  функция;  $J_2$  — интеграл движения;  $Q_{x,z}$  — бетатронные числа;  $x, z$  и  $p_{x,z}$  — поперечные координаты и импульсы, соответственно.

Этот гамильтониан позволяет исследовать общие характеристики движения частицы, не прибегая к непосредственному интегрированию уравнений движения. Действительно, на факт возбуждения резонанса указывает существование действительных корней системы уравнений

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \omega_1} = 0; \quad \frac{\partial \Phi}{\partial J_1} = - \frac{\delta}{N_i}. \quad (4)$$

Эти корни дают координаты особых точек на фазовой плоскости  $(\omega_1, J_1)$ , а линии равного уровня  $G$  — фазовые траектории частицы. Наиболее важным для анализа параметром является амплитуда изменения канонической переменной  $J_1$ . Эта величина определяет долю энергии, которая периодически перекачивается из горизонтальной степени свободы в вертикальную и наоборот.

## Результаты

Примеры рассчитанных описанным методом фазовых траекторий приведены на рис. I.

Из рисунка видно, что при достижении ионным остовом некоторой пороговой величины (для заданного значения константы  $J_2$ ) на фазовой плоскости появляются особые точки; эта плоскость делится на области финитного и инфинитного по  $\omega_1$  движения, причем амплитуда изменения  $J_1$  достигает максимума на сепаратрисе. С ростом плотности остова  $N_i$  амплитуда  $J_1$  увеличивается.

Существует верхний предел плотности остова, при достижении которого особые точки исчезают — резонанс перестает возбуждаться.

Физически особенности поведения циркулирующих частиц в окрестности резонанса

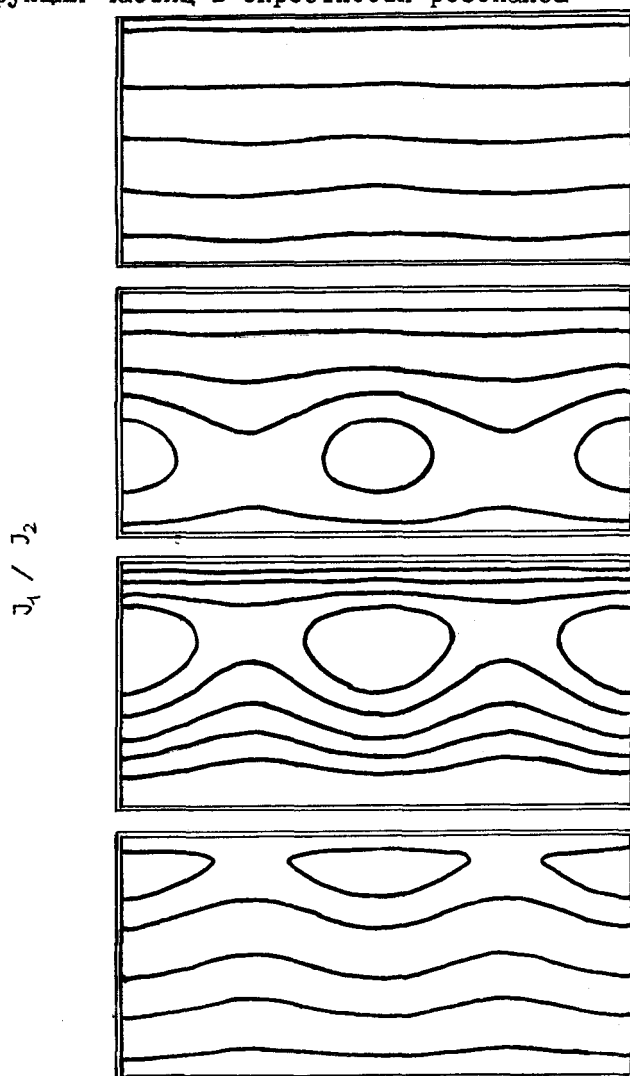


Рис. I. Фазовые траектории.

Плотность ионного остова последовательно удваивается.

проявляются в биениях амплитуд бетатронных колебаний, которые вызываются периодической перекачкой энергии из одной степени свободы в другую. Поскольку энергия радиальных колебаний всегда больше, чем вертикальных, то резонанс вызывает, в среднем по времени, увеличение вертикального эмиттанта пучка. Этот рост происходит за счет периферических частиц, попавших в резонанс, так как нелинейность становится существенной при амплитудах порядка и более среднеквадратичных размеров ионного остова. Околоосевые частицы не испытывают резонансного взаимодействия; для них наличие остова означает увеличение фокусирующих сил, то есть увеличение бетатронных частот.

Таким образом, при возбуждении разностного резонанса поперечных колебаний полная поперечная энергия циркулирующей частицы сохраняется, но происходит ее перераспределение между степенями свободы: разность радиальной и вертикальной энергий уменьшается. Следовательно, при возбуждении таких резонансов искажение формы распределения плотности пучка будет тем большим, чем больше отношение

$$\mathcal{K} = \frac{\sigma_x}{\sigma_z} \cdot \frac{Q_x}{Q_z} \quad (5)$$

Выводы, вытекающие из описанного выше аналитического исследования динамики частиц вблизи резонансов на основе усредненного гамильтониана, подтверждены результатами численного моделирования, которое выполнено посредством специально разработанной программы, использующей модифицированный метод макрочастиц. Программа непосредственно интегрировала систему нелинейных уравнений, следующих из гамильтониана (1). На рис.2 представлены рассчитанные таким путем рас-

пределения поперечной плотности пучков для различной формы (при нулевом токе) - верхний рисунок  $\mathcal{K} = 8$ , нижний  $\mathcal{K} = 1$ .

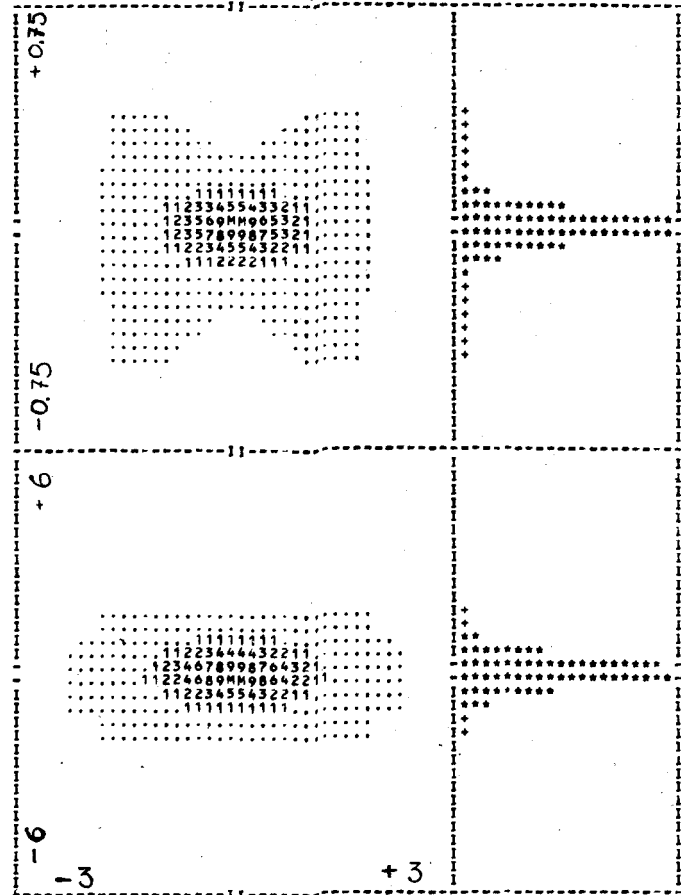


Рис.2. Распределение плотности пучка по сечению при равной плотности на оси.

Плотности ионного остова на оси пучка одинаковы, а вертикальный масштаб изображения соответственно изменен. Из рисунка видно, что наличие ионного остова, в соответствии с результатами аналитических расчетов, приводит к увеличению "хвостов" распределения; центральная область пучка при этом не искажается.

#### Обсуждение результатов. Выводы

Основные результаты изложенного выше анализа могут быть сформулированы следующим образом:

предложен и реализован метод аналитического моделирования динамики поперечного движения циркулирующих частиц в окрестности резонансной линии, обеспечивающий коррект-

ное описание динамики электронов с амплитудами поперечных колебаний в нелинейном кулоновском поле ионного остова, сравнимыми с размерами пучка;

показано, что в рассматриваемых условиях имеет место перекачка энергии между поперечными степенями свободы, приводящая к увеличению вертикального эмиттанса с ростом тока пучка;

достоверность полученных результатов подтверждена сравнением их с результатами численного моделирования распределения поперечной плотности пучка путем непосредственного интегрирования уравнений движения.

Описанная выше теория резонансной зависимости эмиттанса пучка от величины циркулирующего тока может служить причиной наблюдавшегося в эксперименте "резонансно-

го" сокращения времени жизни пучка. Это уменьшение может происходить при приближении хвостов распределения к стенкам вакуумной камеры или другим деталям конструкции вакуумной системы. Для количественного описания этого эффекта необходима детальная информация о параметрах пучка, а также вакуумной системы, включая геометрию камеры, плотность и состав остаточного газа.

В заключение следует отметить, что нами была исследована идеализированная, усредненная модель накопителя. В реальных установках, кроме рассмотренных, могут возбуждаться и другие резонансы, в частности, суммовые. Эти резонансы более опасны, но их возбуждение полностью зависит от индивидуальных характеристик установки, таких, как модуляция структурных функций, число суперпериодов и т.д.