

РАСЧЕТ УСКОРИЮЩИХ СТРУКТУР НА Н-ВОЛНЕ В КВАЗИСТАТИЧЕСКОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

А.Б.Барсуков

Институт физики высоких энергий, Серпухов

Ускоряющие структуры на Н-волне нашли применение в линейных резонансных ускорителях ионов с фокусировкой ускоряющим полем^{/1,2/}. Рассмотрим Н-структуры, образованные пучком цилиндрических канонических волноводов, связанных узкой продольной нерегулярной щелью (рис.1) и замкнутых на концах короткими цилиндрическими торцевыми областями (рис.2). Н-волны в таких структурах имеют локализованную в щели (область ускоряющего канала) электрическую компоненту и распределенную по сечению волновода магнитную компоненту. Когда щель узкая, поле вблизи канала можно описать скалярной потенциальной функцией (квазистатическое приближение), а в частичных областях (волноводах) — одной собственной функцией. Вкладом Е-волны можно пренебречь. Через потенциальную функцию в щели определяются погонные статические параметры канала — частичные емкости и индуктивности. Решения в частичных областях подчиняются усредненному квазистатическому условию сопряжения на границе S_k (рис.1), что дает задачу на собственные значения в виде

$$D_{\alpha}^{(n)} A_{\alpha}^{(n)} - D_{\beta}^{(n+1)} A_{\beta}^{(n+1)} = \omega^2 \mu_0 \left[\sum_{m=1}^{n-1} P_{\alpha}^{(m)} \sum_{m=n+1}^N P_{\beta}^{(m-1)} \right] - k_0 \left[\sum_{m=1}^{n-1} P_{\beta}^{(m)} \sum_{m=n+1}^N P_{\alpha}^{(m-1)} \right], \quad (1)$$

где $n=1, \dots, N-1$, $D_{\alpha}^{(n)}$ — диагональная матрица с элементами

$$D_{\alpha\alpha}^{(n)} = x_{\alpha}^2 \int \psi_{\alpha}^{(n)} d\zeta / L_{\alpha} \int \left[\frac{\partial \psi_{\alpha}^{(n)}}{\partial z} \left(\frac{\partial \psi_{\alpha}^{(n)}}{\partial z} - \frac{1}{x_{\alpha}^2} \frac{\partial \psi_{\alpha}^{(n)}}{\partial \zeta} \right) \right] d\zeta, \quad x_{\alpha}^2 = k^2 - \Gamma_{\alpha}^2, \quad \Gamma_{\alpha} = \frac{\pi m}{L}, \quad (2)$$

P_{α} и P_{β} — квадратные матрицы с элементами

$$(P_{\alpha})_{k_1 k_2} = \sum_{t=1}^{n-1} \frac{C_{pmt}}{L} \int_{z_1}^{z_2} \left[\left(1 + \delta C_{pmt} \right) \cos \Gamma_{k_1} z \cos \Gamma_{k_2} z + \left(P_{\beta} \right)_{k_1 k_2} = \sum_{t=1}^{n-1} \frac{2(\chi_m)^2}{1 + 8L_{pmt} L^3} \int_{z_1}^{z_2} \frac{1}{\sin \Gamma_{k_1} z \sin \Gamma_{k_2} z} d\zeta \right], \quad k=0, 1, \dots, \infty. \quad (3)$$

Матрицы P_{α} и P_{β} получаются из P_{α} и P_{β} заменой пределов суммирования: I на $m+1$ и $m-1$ на N . Статические параметры канала C_{pmt} и L_{pmt} определяются в решении трехмерной электростатической задачи^{/3,5/}. Подробнее вывод условия (1) изложен в работах^{/4-6/}. Границные условия в торцевых областях рассматриваются для двух случаев — в первом для оценки дисперсионных свойств структур в плоскостях $z=z_1=0$ и $z=z_2=L$ поставим приближенное условие $\Delta H_z / \Delta z = 0$, а в выражении (3) возьмем функцию косинус. Во второй случай — оценки с учетом краевых эффектов в торцевых областях. В (3) нужно взять функцию синус, тогда поле будет удовлетворять строгому условию $H_z = 0$ на торцевых стенках $z=0$ и $z=L$. При этом $z_1 > 0, z_2 < L$. Величины δC_{pmt} и δL_{pmt} отобразят возмущения параметров канала и по методу поперечных сечений^{/7/} могут быть слабыми функциями z . Рассматривая первый случай, при $\delta C_{pmt} = \delta L_{pmt} = 0$ для двух частичных областей получим дисперсионное уравнение

$$k_{mn}^2 = \frac{\epsilon_0}{C_p} \left[-D_{mn}^{(1)} + D_{mn}^{(2)} + \frac{\mu_0}{L_p} \Gamma_m^2 \right], \quad (4)$$

а для нескольких частичных областей малую задачу на собственные значения

$$\left\{ D_{mn}^{(n)} A_{mn}^{(n)} - D_{mn}^{(n+1)} A_{mn}^{(n+1)} = \sum_{m=1}^N A_{mn}^{(n)} \sum_{m=n+1}^N \left(\omega^2 \mu_0 C_{pmt} - \Gamma_m^2 \right) \frac{1}{L_{pmt}} \right\} - \sum_{m=1}^N A_{mn}^{(n+1)} \sum_{m=n+1}^N \left(\omega^2 \mu_0 C_{pmt} - \Gamma_m^2 \right) \frac{1}{L_{pmt}}, \quad (5)$$

$$c \text{ условием непрерывности потенциальной функции на } S_k: \sum_{m=1}^N A_{mn}^{(n)} = 0. \quad (6)$$

Приведем пример для линейного ускорителя инжектора в бустере Серпуховского синхрофазотрона^{/1,8/}. Дисперсионное уравнение (4) будет иметь вид

$$k_{mn}^2 = \frac{\epsilon_0}{C_p} \left[-T_{mn}(k_{mn}^2) + \frac{\mu_0}{L_p} \Gamma_m^2 \right], \quad T_{mn}(k_{mn}^2) = \frac{x_m^2 (R_1 + \Delta r)}{2\pi^2} \left[\frac{J_0(x_m)}{J_0(x_m)} - \frac{R_1}{R_1 + \Delta r} \frac{J_0'(x_m)}{J_0'(x_m)} - \frac{J_0''(x_m)}{J_0''(x_m)} N_0(x_m) \right], \quad (7)$$

где $x_m = x_m R_1$, $x'_m = x_m (R_1 + \Delta r)$, $\gamma_m = x_m R_2$, при $x'_m < 0$ функции Бесселя заменяются на модифицированные. Для структуры с размерами $R_1 = 0, III_m, R_2 = 0, 2m, \Delta r = 0, 014m, L = 4, 303m$ по первым двум измеренным частотам найдем из (7) C_p и L_p и вычислим несколько высших частот. Результаты сведены в таблицу, из которой видно, что ошибка для частоты f_8 не превосходит 4%. Когда в многокамерной структуре размеры частичных областей одинаковы, можно указать явный вид собственных векторов и система (5) распадается на $N-1$ дисперсионных уравнений. Для исследования краевых эффектов в торцевых областях необходимо решать полную задачу (1)^{/8/}.

Подводя итог, можно отметить, что предлагаемое квазистатическое приближение для Н-структур позволяет достаточно просто, без привлечения сложных численных методов, оценить нижнюю часть спектра и исследовать влияние параметров на продольное распределение поля. Неучтенные Е-волны косвенно входят в расчет статических параметров и вблизи торцевых областей могут быть учтены введением зависимости $C_p(z)$.

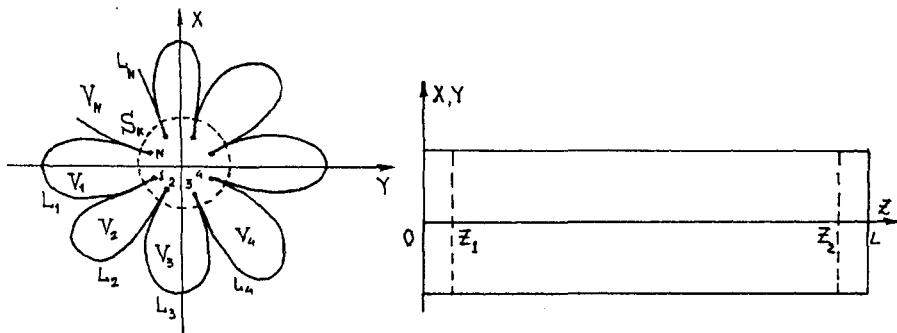


Рис.1. Поперечное сечение многокамерной структуры на Н-волне.

Рис.2. Продольная схема структуры на Н-волне. $[z_1, z_2]$ - структура с поперечным сечением (рис. I).

Таблица

f [МГц]	f_1	f_2	f_3	f_4
Расчет	148,39	150,45	156,47	166,01
Измерение	148,39	150,45	156,36	165,71
f [МГц]	f_5	f_6	f_7	f_8
Расчет	178,53	193,43	210,21	228,46
Измерение	177,6	190,87	206,29	219,47

ЛИТЕРАТУРА

- Кагчинский И.И. Теория линейных резонансных ускорителей. М.:Энергоиздат, 1982.
- Линейные ускорители ионов. под ред. Шурина Б.П., т.1,2, М.:Атомиздат, 1978.
- Барсуков А.Б., Суренский А.В. Расчет электростатических параметров ускоряющей структуры на Н-волне. Препринт ИФВЭ 85-135, Серпухов, 1985.
- Барсуков А.Б. Квазистатическая модель Н-резонатора.-Препринт ИФВЭ 85-168, Серпухов, 1985.
- Барсуков А.Б. Квазистатическая модель четырехкамерного резонатора.-Препринт ИФВЭ 86-163, Серпухов, 1986.
- Барсуков А.Б. Дисперсионные свойства двухкамерных ускоряющих структур на Н-волне.-Препринт ИФВЭ 86-193, Серпухов, 1986.
- Никольский В.В. Вариационные методы для внутренних задач электродинамики.- М.:Наука, 1967.
- Барсуков А.Б. Математическая модель электромагнитного поля в ускоряющей структуре линейного ускорителя - инжектора в бустер в аксиально-симметричном приближении.-Препринт ИФВЭ 81-167, Серпухов, 1981.