

Ускоряющие структуры на Н-волне нашли применение в линейных резонансных ускорителях ионов с фокусировкой ускоряющим полем^{1,2/}. Рассмотрим Н-структуры, образованные пучком цилиндрических канонических волноводов, связанных узкой продольной нерегулярной щелью (рис.1) и замкнутых на концах короткими цилиндрическими торцевыми областями (рис.2). Н-волны в таких структурах имеют локализованную в щели (область ускоряющего канала) электрическую компоненту и распределенную по сечению волновода магнитную компоненту. Когда щель узкая, поле вблизи канала можно описать скалярной потенциальной функцией (квазистатическое приближение), а в частичных областях (волноводах) — одной собственной функцией. Вкладом Е-волн можно пренебречь. Через потенциальную функцию в щели определяются погонные статические параметры канала — частичные емкости и индуктивности. Решения в частичных областях подчиняются усредненному квазистатическому условию сопряжения на границе S_K (рис.1), что дает задачу на собственные значения в виде

$$D_{\alpha}^{(n)} A_{\alpha}^{(n)} - D_{\alpha}^{(n+1)} A_{\alpha}^{(n+1)} = \omega^2 \mu_0 \left[\sum_{m=1}^{n-1} P_{\alpha} A_{\alpha}^{(m)} - \sum_{m=n+1}^N P_{\alpha} A_{\alpha}^{(m-1)} \right] - \mu_0 \left[\sum_{m=1}^{n-1} P_{\beta} A_{\beta}^{(m)} - \sum_{m=n+1}^N P_{\beta} A_{\beta}^{(m-1)} \right], \quad (1)$$

где $n=1, \dots, N-1$, $D_{\alpha}^{(n)}$ — диагональная матрица с элементами

$$D_{\alpha}^{(n)} = \chi_m^2 \oint_{L_n} \psi_{nm}^{(n)} d\ell_n / L_n \oint_{L_n} \left[\frac{\partial \psi_{nm}^{(n)}}{\partial \vec{r}_n} \vec{r}_n - \frac{\partial \psi_{nm}^{(n)}}{\partial \vec{r}_0} \vec{r}_0 \right] d\vec{r}_n, \quad \chi_m^2 = k^2 - \Gamma_m^2, \quad \Gamma_m = \frac{\pi m}{L}, \quad (2)$$

P_{α} и P_{β} — квадратные матрицы с элементами

$$(P_{\alpha})_{kn} = \sum_{l=1}^{m-1} \frac{C_{lpm+1}}{L} \left\{ \frac{1}{z_l} \left[(1 + \delta C_{lpm+1}) \left\{ \frac{\cos \Gamma_k z \cos \Gamma_n z}{\sin \Gamma_k z \sin \Gamma_n z} \right\} \right] \right\}, \quad (P_{\beta})_{kn} = \sum_{l=1}^{m-1} \frac{z_l (\chi_n)^2}{L_{lpm+1}^3} \left\{ \frac{1}{1 + \delta L_{lpm+1}} \left\{ \frac{\cos \Gamma_k z \cos \Gamma_n z}{\sin \Gamma_k z \sin \Gamma_n z} \right\} \right\}, \quad k=0, 1, \dots, \infty, \quad n=0, 1, \dots, \infty. \quad (3)$$

Матрицы P_{α} и P_{β} получаются из P_{α} и P_{β} заменой пределов суммирования: 1 на $m+1$ и $m-1$ на N . Статические параметры канала C_{lpm+1} и L_{lpm+1} определяются в решении трехмерной электростатической задачи^{3,5/}. Подробное выведение условия (1) изложено в работе^{4-6/}. Граничные условия в торцевых областях рассматриваются для двух случаев — в первом для оценки дисперсионных свойств структур в плоскостях

$z=z_1=0$ и $z=z_2=L$ поставим приближенное условие $\partial H_x / \partial z = 0$, а в выражении (3) возьмем функции косинус. Второй случай — оценки с учетом краевых эффектов в торцевых областях. В (3) нужно взять функции синус, тогда поле будет удовлетворять строгому условию $H_z=0$ на торцевых стенках $z=0$ и $z=L$. При этом $z_1 > 0, z_2 < L$. Величины δC_{lpm+1} и δL_{lpm+1} отображают возмущения параметров канала и по методу поперечных сечений^{7/} могут быть слабыми функциями z . Рассматривая первый случай, при $\delta C_{lpm+1} = \delta L_{lpm+1} = 0$ для двух частичных областей получим дисперсионное уравнение

$$k_{m\nu}^2 = \frac{\epsilon_0}{C_p} \left[-D_{m\nu}^{(1)} + D_{m\nu}^{(2)} + \frac{P_{\alpha}}{L_p} \Gamma_m^2 \right], \quad (4)$$

а для нескольких частичных областей малую задачу на собственные значения

$$\left\{ D_{m\nu}^{(n)} A_{m\nu}^{(n)} - D_{m\nu}^{(n+1)} A_{m\nu}^{(n+1)} = \sum_{s=1}^{n-1} A_{m\nu}^{(s)} \left(\omega^2 \mu_0 C_{lps+1} - \Gamma_m^2 \mu_0 / L_{lps+1} \right) - \sum_{s=n+1}^N A_{m\nu}^{(s-1)} \left(\omega^2 \mu_0 C_{lps+1} - \Gamma_m^2 \mu_0 / L_{lps+1} \right) \right\}, \quad (5)$$

с условием непрерывности потенциальной функции на S_K : $\sum_{n=1}^N A_{m\nu}^{(n)} = 0$. (6)

Приведем пример для линейного ускорителя инжектора в бустер Серпуховского синхрофазотрона^{1,8/}. Дисперсионное уравнение (4) будет иметь вид

$$k_{m\nu}^2 = \frac{\epsilon_0}{C_p} \left[-T_{m\nu} \left(k_{m\nu}^2 \right) + \frac{P_{\alpha}}{L_p} \Gamma_m^2 \right], \quad T_{m\nu} \left(k_{m\nu}^2 \right) = \frac{\chi_m^2 (R_1 + \Delta z)}{2\pi R_1^2} \left[\frac{J_0(\chi_m)}{J_1(\chi_m)} - \frac{R_1}{R_1 + \Delta z} \frac{J_2(\chi_m) N_0'(\chi_m) - J_1(\chi_m) N_0(\chi_m)}{J_1(\chi_m) N_0'(\chi_m) - J_1(\chi_m) N_0(\chi_m)} \right], \quad (7)$$

где $\chi_m = x_m R_1$, $\chi_m' = x_m (R_1 + \Delta z)$, $\chi_m = x_m R_2$, при $\chi_m^2 < 0$ функции Бесселя заменяются на модифицированные. Для структуры с размерами $R_1 = 0,111 \text{ м}$, $R_2 = 0,2 \text{ м}$, $\Delta z = 0,014 \text{ м}$, $L = 4,303 \text{ м}$ по первым двум измеренным частотам найдем из (7) C_p и L_p и вычислим несколько высших частот. Результаты сведены в таблицу, из которой видно, что ошибка для частоты f не превосходит 4%. Когда в многокамерной структуре размеры частичных областей одинаковы, можно указать явный вид собственных векторов и система (5) распадается на $N-1$ дисперсионных уравнений. Для исследования краевых эффектов в торцевых областях необходимо решать полную задачу (1) ^{8/}.

Подводя итог, можно отметить, что предлагаемое квазистатическое приближение для Н-структур позволяет достаточно просто, без привлечения сложных численных методов, оценить нижнюю часть спектра и исследовать влияние параметров на продольное распределение поля. Неучтенные Е-волны косвенно входят в расчет статических параметров и вблизи торцевых областей могут быть учтены введением зависимости $C_p(z)/B/$.

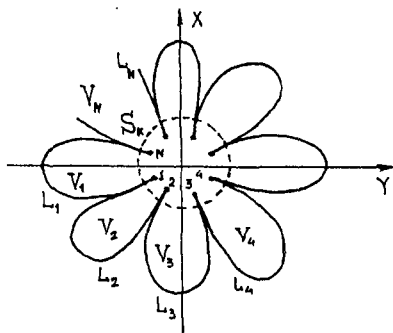


Рис.1. Поперечное сечение многокамерной структуры на Н-волне.

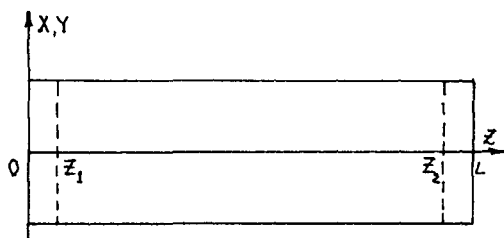


Рис.2. Продольная схема структуры на Н-волне. $[Z_1, Z_2]$ - структура с поперечным сечением (рис. 1).

Таблица

f [МГц]	f_1	f_2	f_3	f_4
Расчет	148,39	150,45	156,47	166,01
Измерение	148,39	150,45	156,36	165,71
f [МГц]	f_5	f_6	f_7	f_8
Расчет	178,53	193,43	210,21	228,46
Измерение	177,6	190,87	206,29	219,47

ЛИТЕРАТУРА

1. Капчянский И.М. Теория линейных резонансных ускорителей. М.: Энергоиздат, 1982.
2. Линейные ускорители ионов. под ред. Мурина Б.П., т. I, 2, М.: Атомиздат, 1978.
3. Барсуков А.Б., Суренский А.В. Расчет электростатических параметров ускоряющей структуры на Н-волне. Препринт ИФВЭ 85-135, Серпухов, 1985.
4. Барсуков А.Б. Квазистатическая модель Н-резонатора. - Препринт ИФВЭ 85-168, Серпухов, 1985.
5. Барсуков А.Б. Квазистатическая модель четырехкамерного резонатора. - Препринт ИФВЭ 86-163, Серпухов, 1986.
6. Барсуков А.Б. Дисперсионные свойства двухкамерных ускоряющих структур на Н-волне. - Препринт ИФВЭ 86-193, Серпухов, 1986.
7. Никольский В.В. Вариационные методы для внутренних задач электродинамики. - М.: Наука, 1967.
8. Барсуков А.Б. Математическая модель электромагнитного поля в ускоряющей структуре линейного ускорителя - инжектора в бустер в аксиально-симметричном приближении. - Препринт ИФВЭ 81-167, Серпухов, 1981.