

# Untersuchung des Einflusses von Impedanzen auf die Bunch-Form im ANKA-Speicherring

Diplomarbeit  
von

**Christina Annette Judith Meuter**

Karlsruher Institut für Technologie (KIT) - Laboratorium für Applikationen der  
Synchrotronstrahlung (LAS)

Erstgutachter:  
Zweitgutachter:

Prof. Dr. T. Baumbach, KIT  
Prof. Dr. G. Quast, KIT

Juli 2012



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Physikalische Grundlagen des Synchrotrons</b>	<b>5</b>
2.1	Beschleunigungskette bei der Synchrotronsstrahlungsquelle ANKA . . . .	5
2.1.1	Magnetführung der Elektronen . . . . .	9
2.2	Longitudinale Bewegung der Elektronen . . . . .	11
2.2.1	Koordinatensystem . . . . .	11
2.2.2	Energiebedingte Laufzeitunterschiede . . . . .	12
2.2.3	Phasenfokussierung . . . . .	15
2.2.4	Longitudinale Bewegungsgleichungen . . . . .	17
2.3	Abgestrahlte Synchrotronstrahlung . . . . .	19
2.3.1	Spektrum . . . . .	19
2.3.2	Kohärente Strahlung . . . . .	20
2.4	Wake-Felder und Impedanzen . . . . .	21
2.4.1	Kohärente Strahlung . . . . .	22
2.4.2	Geometrische Wake-Felder . . . . .	23
2.4.3	Impedanz . . . . .	23
<b>3</b>	<b>Experimentelle Evidenz für Scraper-induzierte Wake-Felder</b>	<b>25</b>
3.1	Aufbau und Funktion des Scrapers . . . . .	25
3.2	Einfluss des Scrapers auf die Strahllage . . . . .	26
3.3	Vertikale Strahllageänderung . . . . .	28
3.4	Horizontale Strahllageänderung . . . . .	29
3.5	Änderung der gemessenen Terahertz-Strahlung . . . . .	30
<b>4</b>	<b>Methode zur Berechnung der longitudinalen Ladungsverteilung</b>	<b>33</b>
4.1	Haissinski-Gleichung . . . . .	33
4.1.1	Herleitung der longitudinalen Bewegungsgleichungen unter Berücksichtigung von Wake-Feldern . . . . .	33
4.1.2	Einführung der dimensionslosen Koordinaten . . . . .	35
4.1.3	Haissinski-Gleichung . . . . .	37
4.1.4	Gültigkeitsbereich und Näherungen in der Haissinski-Gleichung . . . . .	38
4.2	Lösung der Haissinski-Gleichung mit dem Newton-Verfahren . . . . .	39
4.2.1	Diskretisierung der Haissinski-Gleichung . . . . .	39
4.2.2	Verhalten der Ladungsverteilung während der Iteration . . . . .	42
4.3	Untersuchung des optimalen Arbeitsbereiches . . . . .	44
4.3.1	Variation der Intervallanzahl . . . . .	44
4.3.2	Intervallgröße der longitudinalen Koordinate . . . . .	44

4.4	Wake-Feld . . . . .	48
4.4.1	Wake-Feld der kohärenten Synchrotronstrahlung für eine Punktladung . . . . .	48
4.4.2	Wake-Feld des Scraper . . . . .	51
4.4.3	Gleichzeitiges Wirken von Wake-Feldern . . . . .	54
<b>5</b>	<b>Deformation der Ladungsverteilung durch Wake-Felder</b>	<b>57</b>
5.1	Simulierte Ladungsverteilungen . . . . .	57
5.1.1	Bunchveränderungen auf Grund der kohärenten Synchrotronstrahlung . . . . .	57
5.1.2	Bunchveränderungen auf Grund des Scrapers . . . . .	58
5.1.3	Gleichzeitiges Wirken der Wake-Felder von kohärenter Synchrotronstrahlung und Scraper . . . . .	59
5.2	Messung der Ladungsverteilung mit einer Streak-Kamera . . . . .	62
5.2.1	Messaufbau und Funktion der Streak-Kamera . . . . .	62
5.2.2	Gemessene Ladungsverteilungen . . . . .	63
<b>6</b>	<b>Spektrum</b>	<b>67</b>
6.1	Impedanz . . . . .	67
6.1.1	Berechnung der Impedanz aus dem Wake-Feld . . . . .	67
6.1.2	Impedanz . . . . .	69
6.2	Formfaktor . . . . .	71
6.2.1	Formfaktor einer Gauß-Verteilung . . . . .	71
6.2.2	Formfaktoren der deformierten Ladungsverteilungen . . . . .	73
6.3	Leistungsspektren . . . . .	75
6.4	Diskussion der Ergebnisse . . . . .	77
6.4.1	Einschränkung des betrachteten Frequenz-Bereichs . . . . .	78
6.4.2	Berücksichtigung des Strahlrohres im Wake-Feld . . . . .	79
6.4.3	Vergleich mit Messungen . . . . .	80
<b>7</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>83</b>
<b>8</b>	<b>Anhang</b>	<b>iii</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>v</b>

# 1 Einleitung

Elektromagnetische Strahlung im Frequenzbereich von 100 GHz bis zu einigen Terahertz kann viele nichtleitende Materialien durchdringen, wird von Metall abgeschirmt und von Wasser absorbiert. Diese Eigenschaften machen sie interessant für viele Anwendungsbereiche. So sind zum Beispiel zeitaufgelöste Spektroskopien im Zeitbereich von 1 ps möglich und können so zur Beobachtung von Rotationen und Vibrationen kleiner Moleküle verwendet werden. Aber auch in der Medizin kann Terahertz-Strahlung eingesetzt werden und bei der Tumorerkennung mittels Transmissions-Imaging in wasserarmen Bereichen die Röntgenstrahlung ersetzen. Dadurch wird zum einen die Belastung des Gewebes verringert, aber auch ein deutlich kontraststärkeres Bild erzeugt. Es gibt in vielen Bereichen vielfältige Anwendungsmöglichkeiten, die die THz-Strahlung interessant machen.

Im Vergleich zu anderen Bereichen des elektromagnetischen Spektrums gibt es aber nur wenige Quellen zur Erzeugung von Terahertz-Strahlung. Die meisten von ihnen sind dabei sehr schmalbandig und erzeugen nicht das gesamte Spektrum der Terahertz-Strahlung. Neben einigen anderen Quellen bildet hiervon vor allem eine spezielle Art der Strahlung, die von geladenen Teilchen in einem Kreisbeschleuniger ausgesendet wird, die sogenannte kohärente Synchrotronstrahlung eine Ausnahme. Das Spektrum der kohärenten Synchrotronstrahlung geht über einen weiten Bereich des Terahertz-Spektrums und erreicht hohe Intensitäten. An einigen der sogenannten Synchrotronstrahlungsquellen - wie es zum Beispiel bei der **Ä**ngströmquelle **K**arlsruhe (ANKA) am Karlsruher Institut für Technologie (KIT) der Fall ist - wird auch die kohärente Synchrotronstrahlung in einem speziellen Betriebsmodus erzeugt und kann Anwendern zur Verfügung gestellt werden. Verwendet wird die kohärente Synchrotronstrahlung an ANKA aber vor allem zur Analyse der Strahldynamik, da sich diese auf das abgestrahlte Spektrum auswirkt und so bei Kenntnis des Spektrums, Rückschlüsse auf strahldynamische Effekte geschlossen werden kann. Durch ein umfassendes Verständnis der Strahldynamik und ihre Auswirkungen auf das Spektrum, kann dem Nutzer eine auf ihre Bedürfnisse - wie zum Beispiel eine über einen langen Zeitraum konstante Intensität - angepasste Terahertz-Strahlung zur Verfügung gestellt werden.

In dieser Arbeit wird einer dieser Effekte näher untersucht. Messungen haben gezeigt, dass

## 1 Einleitung

sich durch das Heranfahren eines Scrapers an den Elektronenstrahl die Strahlungsleistung erhöht (siehe Abbildung 1.1). Ein Scraper besteht im wesentlichen aus zwei Metall-Zylindern, die unabhängig voneinander von oben und unten an den Strahl gefahren werden können.

In Abbildung 1.1 wurde die gemessene Terahertz-Leistung in Abhängigkeit vom Strahlstrom

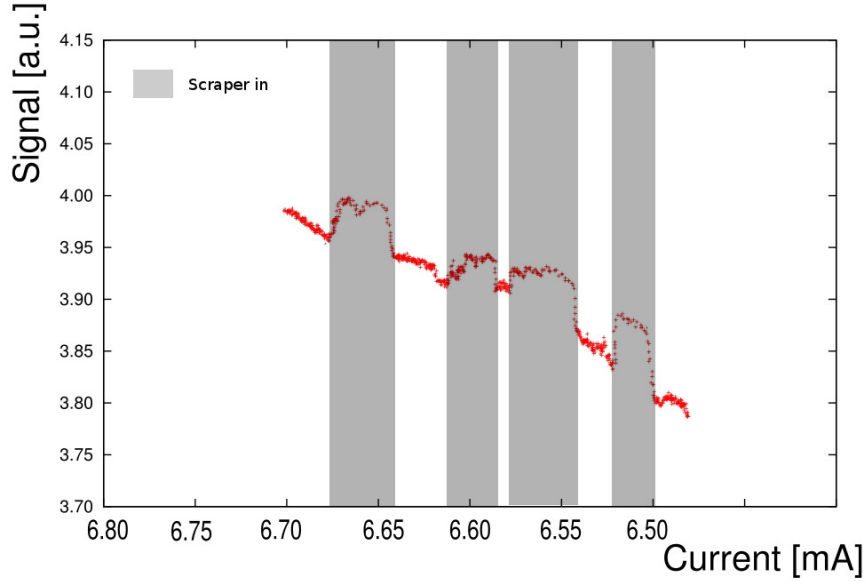


Abbildung 1.1: Gemessenes Terahertz-Signal[21] in Abhängigkeit des Strahlstromes. Die eingefärbten Bereiche markieren die Zeitpunkte in denen der Scraper an den Strahl heran gefahren wurde. Es lässt sich ein signifikanter Anstieg des Signals beobachten.

$I$  gezeigt, der direkt proportional zu der Anzahl der Elektronen ist. Die markierten Bereiche stehen für die Zeiträume in denen der Scraper an den Elektronenstrahl herangefahren wurde und zeigen die Bereiche der erhöhten Strahlungsleistung. Die Erhöhung des Signals bewegt sich zwar in diesem Beispiel nur im Bereich von 1-2%, ist dabei aber signifikant.

Offenbar führen bestimmte Eigenschaften des Scrapers zu einer erhöhten Strahlungsleistung. Im Rahmen dieser Arbeit wurden die verschiedenen Möglichkeiten der Einflussnahme des Scrapers auf die beobachtete Strahlungsleistung untersucht.

Eine Erklärung könnte eine sogenannte “Orbit-Verschiebung” die Ursache sein. Hierbei ändert sich das abgestrahlte Signal nicht, trifft aber auf Grund einer Verschiebung der relativen Lage zu den Experimenten, “anders” auf den Detektor und dieser misst eine Veränderung im Signal. Zur Klärung dieser Frage wurde zunächst der Einfluss des Scrap-

ers auf den Orbit untersucht, um eine Abschätzung zu treffen, in wiefern Verschiebungen des Orbits auftreten und ob sich diese auf das gemessene Terahertz-Signal auswirken.

Der Scraper könnte auch Auswirkungen auf das abgestrahlte Terahertz-Signal haben und die gemessene Erhöhung tatsächlich einer Erhöhung der abgestrahlten Leistung entsprechen. Ein wesentlicher Faktor in dem abgestrahlten Spektrum spielt die longitudinale Ladungsverteilung der Elektronen; verändert sich diese, so ändert sich auch das Spektrum. Um diese Frage näher zu Untersuchen wurde ein Modell des Scrapers angenommen und sein Einfluss auf den Elektronenstrahl berechnet. Mit den Ergebnissen der longitudinalen Ladungsverteilung wurde anschließend das abgestrahlte Spektrum berechnet und mit Messwerten verglichen.

## *1 Einleitung*



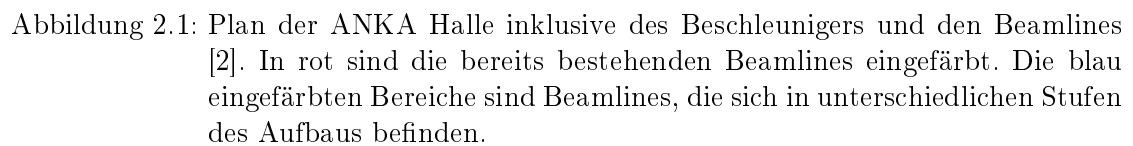
## 2 Physikalische Grundlagen des Synchrotrons

In diesem Kapitel wird der Aufbau der Ångströmquelle Karlsruhe beschrieben und die Beschleunigungskette näher erläutert. Zur Führung der Elektronen werden Magnete verwendet, deren Funktionsweise im Unterkapitel 2.1.1 beschrieben wird. Die unterschiedlichen Komponenten im Ring führen zu charakteristischen Bewegungsgleichungen, wobei die für Berechnung der longitudinalen Ladungsdichte relevanten Bewegungsgleichungen hergeleitet werden. Im folgenden werden die Eigenschaften der von den Elektronen abgestrahlten Synchrotronstrahlung behandelt. Diese Strahlung kann Experimenten zur Verfügung gestellt werden. Anschließend wird durch die Einführung der Wake-Felder eine Möglichkeit erläutert, Einflüsse auf die Ladungsverteilung zu beschreiben.

### 2.1 Beschleunigungskette bei der Synchrotronstrahlungsquelle ANKA

#### Ångströmquelle Karlsruhe

An der Ångströmquelle **K**arlsruhe am Karlsruher Institut für Technologie (KIT) werden Elektronen zur Erzeugung von Synchrotronstrahlung gespeichert. In Abbildung 2.1 ist ein Plan der ANKA-Halle inklusive aller Beamlines gezeigt. Das Spektrum der Synchrotronstrahlung reicht vom Terahertz-Bereich bis in den harten Röntgenbereich. An den verschiedenen Beamlines werden unterschiedliche Spektralbereiche für Experimente verwendet. Ausgenutzt wird dabei in den meisten Fällen die Synchrotronstrahlung, die in den Dipolen erzeugt wird. Fünf Beamlines verwenden das Synchrotronlicht, das in sogenannten Insertion-Devices erzeugt wird. Diese befinden sich in den geraden Strecken an ANKA und werden Wiggler oder Undulatoren genannt. Im folgenden wird auf die Beschleunigungskette eingegangen.



## 2.1 Beschleunigungskette bei der Synchrotronsstrahlungsquelle ANKA

### Elektronenquelle

Die Elektronen werden mit Hilfe einer Glühkathode erzeugt. Anschließend werden sie in einem elektrischen Feld zwischen der Kathode und einer Anode auf 90 keV beschleunigt. Die Anode ist durch ihre Form so optimiert, dass der entstehende Elektronenstrahl fokussiert wird. Die Elektronenkanone kann sowohl lange als auch kurze Pulse erzeugen, die für die unterschiedlichen Betriebsmodi benötigt werden.

### Microtron

Im Anschluss an die Elektronenquelle folgt das Microtron wo die Elektronen auf 53 MeV beschleunigt werden. Das Microtron besteht aus einer geraden Beschleunigungsstruktur und zwei Dipolmagnete. Diese Beschleunigungsstrecke wird von dem Elektronenstrahl mehrmals durchlaufen und dabei erhöht sich Schrittweise die Energie des Strahls. Mit Hilfe der beiden Dipolmagnete werden die Elektronen um jeweils  $180^\circ$  abgelenkt und so erneut durch die beschleunigenden Kavitäten geschickt.

Microtrons sind platzsparender und kostengünstiger als Linearbeschleuniger, die auf die gleiche Endenergie beschleunigen, da hier die Beschleunigungskavitäten mehrmals durchlaufen werden. Aus diesem Grund benötigt man weniger oder nicht so leistungsfähige Kavitäten, wie in einem Linearbeschleuniger.

### Booster-Synchrotron

Als letzte Stufe der Vorbeschleunigung werden die Elektronen im Booster-Synchrotron kurz gespeichert und auf 0,5 GeV beschleunigt. Der Aufbau ist dabei ganz ähnlich zu dem des Speicherrings, wobei der Umfang mit 26 m deutlich kleiner ist. Hierbei werden die Elektronen auf einer konstanten Kreisbahn gehalten, indem die Stärke der Dipole synchron mit der Strahlenergie erhöht wird.

Nach der Beschleunigung wird der Strahl aus dem Booster-Synchrotron extrahiert und in den Speicherring injiziert. Die Injektionsrate von 1 Hz ist begrenzt durch die Netzgeräte der Magnete.

### Synchrotron

Im Synchrotron werden die Elektronen auf bis zu 2,5 GeV Strahlenergie beschleunigt. Bei ANKA gibt es zwei Betriebsmodi.

Zum einen gibt es den Multibunch-Modus. Dabei werden die Elektronen in 1-4 Zügen zu jeweils 33 Paketen (auch Bunch genannt) injiziert und Strahl-Ströme von bis

## 2 Physikalische Grundlagen des Synchrotrons

zu 150 – 200 mA erreicht. Während des Betriebes für die Beamlines wird dieser Modus am häufigsten verwendet.

Des Weiteren gibt es den Single-Bunch-Betrieb. Dabei werden die Elektronenkanone und die Injektion entsprechend verändert, sodass nur ein einziges Paket aus Elektronen injiziert wird. Hierbei ist der Strahlstrom deutlich geringer und somit auch die abgestrahlte Leistung. Ein großer Vorteil des Singlebunch-Betriebes liegt darin, dass Wechselwirkungen zwischen einzelnen Bunchen nicht vorkommen. Dadurch wird es möglich Effekte, die auf einen Bunch wirken - wie zum Beispiel jene, die Gegenstand dieser Arbeit sind -, klarer zu untersuchen und von Multi-Bunch-Effekten zu unterscheiden.

Zur Führung des Elektronenstrahls durch den Speicherring werden Magnete verwendet, deren genaue Anordnung man Optik nennt. Betrachtet man die Optik des Speicherrings, so ist er in 4 Sektoren unterteilt, die nahezu identisch sind. Jeder Sektor ist mit Ausnahme der Sextupole spiegelsymmetrisch aufgebaut. Diese spezielle Anordnung wird Double-Bend-Achromat genannt. Dabei kommt der Name “Double-Bend” von den zwei Ablenkmagneten (eng. Bending) und dass bei entsprechender Einstellung der Quadrupolmagnete die Dispersion am Anfang und Ende der Struktur verschwindet. Die Feldstärken der Quadrupole sind einzeln einstellbar, wodurch sich auch andere Optiken verwenden lassen.

Diese unterschiedlichen Optiken wurden auf unterschiedliche Anforderungen optimiert. So gibt es zum Beispiel die sogenannte “Low-alpha-Optik” bei der besonders kurze Elektronenbunche erzeugt werden, die kohärente Terahertz-Strahlung abstrahlen.

In den geraden Strecken wurden die unterschiedlichen Insertion-Devices eingebaut. Bei ANKA sind es im speziellen Undulatoren und Wiggler, die zur Erzeugung von Strahlung verwendet werden.

In den Sektoren 2 und 4 wurden jeweils zwei Hohlraumresonatoren untergebracht, die zur Beschleunigung verwendet werden.

Ein Synchrotron dient normalerweise allein zur Beschleunigung der Teilchen, wohingegen in einem Speicherring Teilchen bei einer festen Energie gehalten werden, um ihre Strahlung zu verwenden. An ANKA wird das Synchrotron jedoch in einer Hybridform verwendet und dient sowohl der Beschleunigung als auch der Speicherung. Nach der Injektion werden die Elektronen so lange beschleunigt, bis sie die gewünschte Endenergie erreicht haben, dabei kann eine maximale Energie von 2,5 GeV erreicht werden. Nach dieser Phase der Beschleunigung (“rampen” genannt) wird nur noch die Menge an Energie zugeführt, die die Elektronen während eines Umlaufes verlieren. So bleibt die Energie der Elektronen konstant und die Synchrotronstrahlung kann genutzt werden.

## 2.1 Beschleunigungskette bei der Synchrotronsstrahlungsquelle ANKA

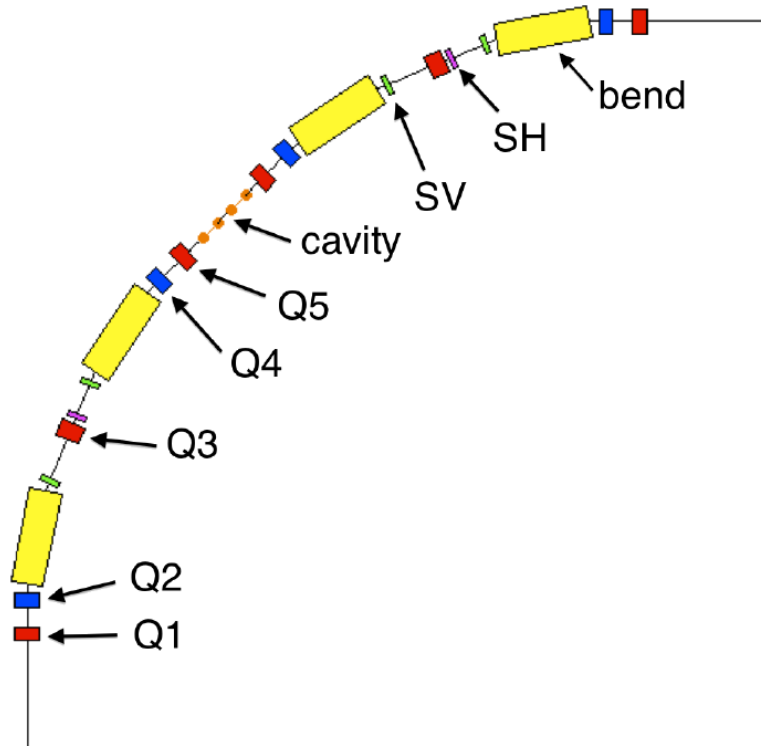


Abbildung 2.2: Magnete eines der insgesamt vier Sektoren an ANKA [15]. Die Ablenkmagnete (bend) sind gelb dargestellt. Quadrupolmagnete sind mit Q gekennzeichnet, Sextupolmagnete mit S. Die Kavität zur Beschleunigung findet sich jedoch nur in zwei der vier Sektoren.

### 2.1.1 Magnetführung der Elektronen

Während des gesamten Weges durch die Beschleunigungskette und während der Speicherung müssen die Elektronen auf ihrer Bahn gehalten werden. Ein Elektron mit der Ladung  $q$  erfährt im Magnetfeld eine Kraft:

$$F_{Lorentz} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad (2.1)$$

Unter Ausnutzung dieser Formel werden an ANKA unterschiedliche magnetische und elektrische Felder verwendet um den Elektronenstrahl zu kontrollieren.

#### Ablenkmagnet

Um den Strahl auf einer Kreisbahn zu halten werden Dipolmagnete verwendet. Das homogene Magnetfeld steht senkrecht zur Bewegungsrichtung der Elektronen und lenkt sie

## 2 Physikalische Grundlagen des Synchrotrons

so auf eine Kreisbahn mit dem Krümmungsradius  $R$ . Dabei stellt sich ein Gleichgewicht zwischen Lorentzkraft und Zentripetalkraft ein:

$$\frac{mv^2}{R} = qvB_D \quad (2.2)$$

Für hochrelativistische Elektronen gilt  $v \approx c$  und  $E = mc^2$  und man erhält einen Zusammenhang zwischen Magnetfeldstärke und Energie:

$$B_D = \frac{c}{eR} E \quad (2.3)$$

Um den Ablenkradius, und damit auch den Orbit des Strahles, während der Beschleunigungsphase konstant zu halten, muss die Magnetfeldstärke der Dipole  $B_D$  auf die Elektronenenergie  $E$  abgestimmt werden. Weil das Magnetfeld synchron zur Energie erhöht wird, werden solche Beschleunigertypen als "Synchrotron" bezeichnet.

### **Quadrupol**

Um eine Aufweitung des Strahles zu verhindern werden Quadrupol- und Sextupol-Magnete verwendet. Das Feld der Quadrupol-Magnete wirkt stärker auf Teilchen, die sich weiter entfernt vom Sollorbit befinden und kaum auf Elektronen auf dem Sollorbit. Dabei wirkt das Feld entweder in horizontaler oder in vertikaler Richtung fokussierend und in die andere Richtung defokussierend. Werden zwei um  $90^\circ$  rotierte Quadrupole hintereinander verwendet, wobei der zweite im Fokus des ersten liegt, ergibt sich insgesamt eine fokussierende Wirkung auf den Strahl.

### **Sextupol**

Während die Quadrupole Ortsabweichungen ausgleichen, korrigieren die Sextupol-Magnete die impulsbedingten Abbildungsfehler. Vergleichbar ist dies mit einer Korrektur der Farbsäume in der Optik.

Mit Oktupolen lassen sich Fehler in Feldern der Magnetstruktur ausgleichen. Verwendet werden diese Magnete allerdings bei ANKA nicht.

### **Kavität**

Kavitäten werden eingesetzt um den Strahl zu beschleunigen, oder nach Erreichen der endgültigen Energie, den Energieverlust auszugleichen. Verwendet werden hierfür RF-

## 2.2 Longitudinale Bewegung der Elektronen

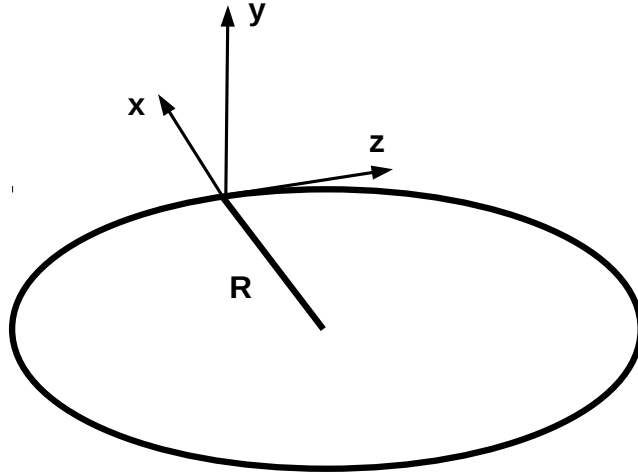


Abbildung 2.3: Mitbewegtes Koordinatensystem des Referenzteilchens, welches sich im Uhrzeigersinn bewegt. Die Position der Elektronen im Bunch wird in den Koordinaten  $(x,y,z)$  beschrieben.

Hohlraumresonatoren, die mit Mikrowellen gespeist werden. Durch Anregung einer speziellen Eigenmode, der sogenannten TM-Mode, durchläuft der Strahl die Kavität so, dass das Magnetfeld transversal zur Strahlrichtung der Elektronen steht. Longitudinal wirkt das zeitlich oszillierende elektrische Feld, welches den Strahl beschleunigt.

## 2.2 Longitudinale Bewegung der Elektronen

### 2.2.1 Koordinatensystem

Um die Bewegung der Teilchen während ihres Umlaufes im Ring darstellen zu können wird im folgenden das Koordinatensystem verwendet, welches in Abbildung 2.3 gezeigt ist (vergleiche [10]).

Zur Beschreibung der Position der Elektronen im Ring orientiert man sich an einem sogenannten Referenzteilchen. Dieses Teilchen besitzt den Impuls  $p_0$  und folgt der Sollbahn des Speicherrings. Die Sollbahn wird durch die geometrische Anordnung der verschiedenen Strahlführungsmagnete festgelegt. Zum Zeitpunkt  $t$  befindet sich das Referenzteilchen an der Stelle  $s(t) = v \cdot t$ . Die Position von Elektronen, die sich nicht auf der

## 2 Physikalische Grundlagen des Synchrotrons

Sollbahn bewegen, werden nun durch die Abweichung von dieser beschrieben. Dabei sitzt das Referenzteilchen im Ursprung eines mitbewegten, rechtwinkligen Koordinatensystems, siehe Abbildung 2.3. Der Einheitsvektor  $\hat{z}$  zeigt tangential zur Bewegungsrichtung. Die Abweichungen in der transversalen Ebene werden durch die Einheitsvektoren  $\vec{x}$  und  $\vec{y}$  in horizontaler bzw. vertikaler Richtung beschrieben. Die Ableitungen  $x' \approx \frac{dx}{dz}$  und  $y' \approx \frac{dy}{dz}$  werden als Divergenz bezeichnet.

In dieser Arbeit wird folgende Konvention verwendet: Der Kopf des Bunches befindet sich bei  $z > 0$ . In Bezug auf die Ankunftszeit  $\tau$  befindet sich der Kopf des Bunches jedoch bei  $\tau < 0$ , da er früher ankommt als das Referenzteilchen.

Für einen Ringbeschleuniger kann man den Strahlstrom definieren, dieser hängt sowohl von der gespeicherten Ladung  $N_e \cdot e$  wie auch von der Umlaufzeit  $T_0$  ab:

$$I = \frac{N \cdot e}{T_0} \quad (2.4)$$

Dieser Wert ist auf Grund der Abhängigkeit von der Umlaufzeit nicht geeignet um verschiedene Ringmaschinen miteinander zu vergleichen.

### 2.2.2 Energiebedingte Laufzeitunterschiede

Die Beschreibung der Energiebedingten Laufzeitunterschiede geschieht analog zu [22]. Die Elektronen im Speicherring haben unterschiedliche Energien. Dies kann zum Beispiel durch bei der Injektion vorhandene Energieunterschiede verursacht werden. durch Landau Dämpfung) Des Weiteren kann es auch im Ring zu unterschiedlich starken Energieverlusten durch Synchrotronstrahlung oder Streuung am Restgas kommen.

In den Dipolmagnete werden Elektronen mit unterschiedlichem Impuls unterschiedlich stark abgelenkt. Dabei werden Elektronen mit einer höheren Energie als das Referenzteilchen weniger stark abgelenkt. Für relativistische Elektronen und einem positiven momentum-compaction-Faktor, der im Folgenden näher erläutert wird, haben diese Elektronen eine längere Umlauflänge  $L$ , siehe Abbildung 2.4. Die Abhängigkeit der Umlauflänge  $L$  von dem Impulsunterschied zum Referenzteilchen  $\delta$  lässt sich mit Hilfe des sogenannten momentum-compaction-Faktor  $\alpha_0$  beschreiben:

$$L = L_0(1 + \alpha_0\delta + \dots) \quad (2.5)$$



## 2.2 Longitudinale Bewegung der Elektronen

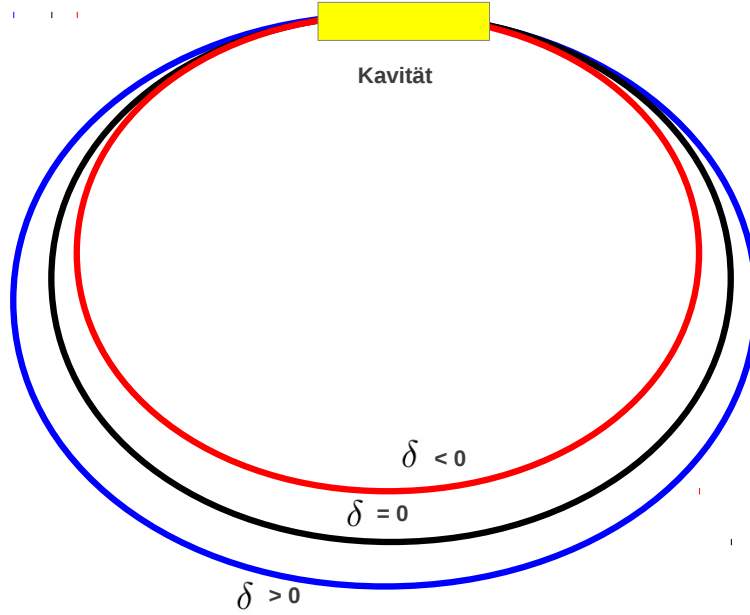


Abbildung 2.4: Abhängig vom Impulsunterschied  $\delta = \frac{\Delta p}{p}$  zum Referenzteilchen ( $\delta = 0$ ) variieren die Umlauflängen  $L$ . Elektronen mit höherem ( $\delta > 0$ ) bzw. niedrigerem ( $\delta < 0$ ) Impuls als das Referenzteilchen legen dabei einen längeren bzw. kürzeren Weg zurück.

Hierbei ist  $L_0$  die Umlauflänge des Referenzteilchens und der Impulsunterschied  $\delta$  ist folgendermaßen definiert:

$$\delta = \frac{\Delta p}{p_0} \approx \frac{1}{\beta_0^2} \frac{\Delta E}{E_0} \quad (2.6)$$

$\Delta p$  und  $\Delta E$  sind der Impuls bzw. Energieunterschied des betrachteten Teilchens zum Referenzteilchen mit dem Impuls  $p_0$  und der Energie  $E_0$ . Führt eine höhere Energie zu einer längeren Umlauflänge, so ist das Vorzeichen von  $\alpha_0$  positiv, wird sie kleiner ist das Vorzeichen negativ. Bei ANKA ist die Magnetoptik so gewählt, dass  $\alpha_0$  positiv ist.

Betrachtet man den Einfluss der Energieunterschiede auf die Umlaufdauer, so gibt es noch einen zweiten Effekt der berücksichtigt werden muss. Durch eine höhere Energie ist auch die Geschwindigkeit der Elektronen höher und wirkt so dem Einfluss der längeren Umlauflänge entgegen. Mit der Relation  $T = L/v$  kann man den sogenannten **slip-Faktor**  $\eta$  definieren:

$$\frac{\Delta T}{T_0} = \frac{\Delta L}{L_0} - \frac{\Delta v}{v_0} \equiv \eta \delta \quad (2.7)$$

## 2 Physikalische Grundlagen des Synchrotrons

Entwickelt man nur bis zur ersten Ordnung so ist der slip Faktor  $\eta$ :

$$\eta = \alpha_0 - \frac{1}{\gamma_0^2} \quad (2.8)$$

Je nachdem wie die Magneto-optik gewählt wurde, hängt es auch von der Energie der Elektronen ab, wie sich die Energieunterschiede auf die Umlaufdauer auswirken. Bei einer Elektronenenergie von 1,3 GeV bei ANKA im low-alpha Modus ist  $\eta > 0$ , da der relativistische Gammafaktor bei  $\gamma_0 = 2500$  liegt und somit ist  $\frac{1}{\gamma_0^2}$  deutlich kleiner als der momentum-compaction Faktor  $\alpha_0$ .

Betrachtet man drei Teilchen, die sich zum selben Zeitpunkt am Ort  $s$  im Ring befinden und unterschiedliche Energien haben, so werden sich diese Energieunterschiede auf die Ankunftszeit  $\tau$  auswirken. Zur Beschreibung der Ankunftszeit  $\tau$  wird ein fester Ort  $s$  gewählt und die Ankunftszeit des Referenzteilchens als Nullpunkt gewählt. In Bezug zu dieser Ankunftszeit werden nun die Positionen aller anderen Elektronen im Paket beschrieben und ein Teilchen, welches sich weiter vorne im Bunch befindet, wird früher am Ort  $s$  ankommen, als das Referenzteilchen. Nach einem Umlauf erreicht das Referenzteilchen (Soll) zum Zeitpunkt  $\tau_{soll} = 0$  wieder den Ort  $s$ . Ein Elektron (Teilchen 1) mit einer geringeren Energie als das Referenzteilchen wird, bedingt durch die stärkere Ablenkung und dem daraus resultierenden kürzeren Weg, früher am Ort  $s$  ankommen ( $\tau_1 < \tau_{soll} = 0$ ). Das Teilchen 2 mit der höheren Energie  $E_2$  kommt auf Grund des längeren Weges zu einem späteren Zeitpunkt  $\tau_2$  ( $\tau_2 > \tau_{soll} = 0$ ) am Ort  $s$  an. Durch Umformung der Definition des slip Faktors in Gleichung 2.7 erhält man die Abhängigkeit der Ankunftszeit  $\tau$  von der Impulsabweichung  $\delta$  für einen Umlauf  $n$ :

$$\Delta T = \frac{\Delta \tau}{n} = \eta T_0 \delta \quad (2.9)$$

Hierbei ist  $T_0$  die Umlaufdauer des Referenzteilchens. Um von einer Beschreibung pro Umlauf zu einer kontinuierlichen Variablen überzugehen, wählt man  $s$  als neue Variable. Die Zeit eignet sich nicht als Variable, denn sie ist für einen Umlauf nicht konstant, wohingegen der Zuwachs von  $s$  pro Umlauf konstant ist. Damit erhält man die Abhängigkeit der Ankunftszeit  $\tau$  von der Impulsabweichung  $\delta$  als neue Bewegungsgleichung:

$$\frac{d\tau}{ds} = \frac{\eta T_0}{L_0} \delta \quad (2.10)$$

## 2.2 Longitudinale Bewegung der Elektronen

Mit der Gleichung 2.6 und der Relation  $v_0 = L_0/T_0$  wird aus der obigen Formel:

$$\frac{d\tau}{ds} = \frac{\eta}{v_0 \beta_0^2 E_0} \Delta E \quad (2.11)$$

### 2.2.3 Phasenfokussierung

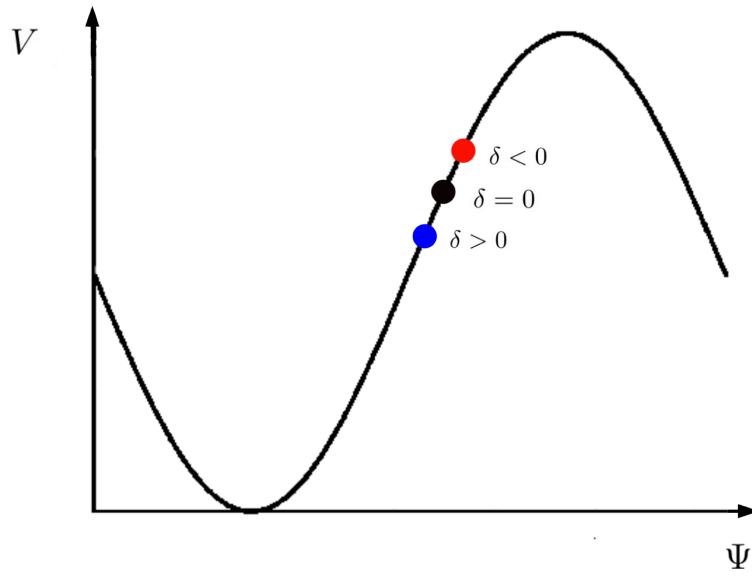


Abbildung 2.5: Die Phase  $\Psi$  der Kavität wird so mit der Ankunftszeit  $\tau$  synchronisiert, dass die Elektronen mit einem niedrigerem Impuls als das Referenzteilchen ( $\delta < 0$ ) früher in der Kavität ankommen ( $\tau < 0$ ) und ein größeres beschleunigendes Feld  $V$  sehen. Das Teilchen mit einem höheren Impuls ( $\delta > 0$ ) wird entsprechend schwächer beschleunigt. Das Referenzteilchen ( $\delta = 0$ ) wird so beschleunigt, dass sein Energieverlust genau ausgeglichen wird. Hierbei ist die Konvention dieser Arbeit zu beachten bei der  $\Psi - \Psi_0 \propto -\tau$  gilt.

Ein zweiter Effekt der longitudinalen Bewegung ist die sogenannte Phasenfokussierung (analog zu [22]). Durch diese können auch Teilchen mit abweichender Energie als der Sollenergie im Ring gespeichert bleiben.

Durch das Abstrahlen von Synchrotronlicht verlieren die Elektronen bei jedem Umlauf die Energie  $U_0$ , die in den Kavitäten durch ein elektromagnetisches Wechselfeld kompensiert wird. Die Elektronenpakete sind so mit der Kavität synchronisiert, dass für das Referenz-

## 2 Physikalische Grundlagen des Synchrotrons

teilchen genau  $\Delta E_{rf}$  zugeführt wird:

$$\Delta E_{rf} = e \cdot \hat{V} \sin \Psi_0 \quad (2.12)$$

Hierbei steht  $\hat{V}$  für die Spitzenspannung der Kavität und  $\Psi_0$  für die Phase des Referenzteilchens. Für relativistische Elektronen und einem positiven momentum-compaction Faktor  $\alpha_0$  - wie es bei ANKA der Fall ist - führt die Wahl der Phase  $\Psi_0$ , wie sie in Abbildung 2.5 gezeigt, ist zu einer Phasenfokussierung. Elektronen mit einer niedrigeren Energie als der des Referenzteilchens ( $\delta < 0$ ) werden in den Ablenkmagneten stärker abgelenkt (s. Abb. 2.4) und kommen so vor dem Referenzteilchen in der Kavität an. Dort sehen sie ein höheres elektrisches Feld und werden stärker beschleunigt. Umgekehrt werden Elektronen mit einer höheren Energie als die des Referenzteilchens ( $\delta > 0$ ) in den Ablenkmagneten nicht so stark abgelenkt und kommen so später in den Kavitäten an und werden nicht so stark beschleunigt. Eine wichtige Voraussetzung für die Synchronisation von Elektronenpaket und Kavität ist, dass die Kreisfrequenz der Kavität  $\omega_{rf} = 2\pi f_{rf}$  ein vielfaches der Umlauffrequenz  $\omega_0$  ist:

$$\omega_{rf} = h\omega_0 \quad (2.13)$$

Dabei ist  $h$  eine ganze Zahl und wird harmonische Zahl genannt - bei ANKA wird mit  $h = 184$  gearbeitet. Sie ist identisch mit der Anzahl der möglichen Elektronenpakete, die gleichzeitig im Ring platziert werden können. Werden wie bei ANKA mehrere Kavitäten verwendet, so muss sichergestellt werden, dass die einzelnen Kavitäten untereinander die richtige Phase haben, damit die Phasenfokussierung möglich ist.

Betrachtet man die Energiedifferenz zum Referenzteilchen  $\Delta E$  pro Umlauf  $n$  für ein beliebiges Teilchen so ergibt sich folgende Formel:

$$\frac{\Delta E}{n} = e\hat{V}(\sin(\Psi) - \sin(\Psi_0)) \quad (2.14)$$

Analog zur Gleichung 2.10 kann man auch hier die kontinuierliche Variable  $s$  einführen und erhält so die ungestörte Bewegungsgleichung:

$$\frac{d\Delta E}{ds} = \frac{e\hat{V}}{L_0}(\sin(\Psi) - \sin(\Psi_0)) \quad (2.15)$$

Gibt man nun den Abstand von der Sollphase als  $\phi = \Psi - \Psi_0$  an, kann man  $\sin(\Psi)$  mit

## 2.2 Longitudinale Bewegung der Elektronen

den Winkelbeziehungen umschreiben als:

$$\sin(\Psi) = \sin(\Psi_0 + \phi) \quad (2.16a)$$

$$= \sin(\Psi_0) \cos(\phi) + \cos(\Psi_0) \sin(\phi) \quad (2.16b)$$

Für kleine Änderungen von der Sollphase kann man nach  $\phi$  entwickeln und erhält, wenn man vor der quadratischen Ordnung abbricht, folgende Gleichung:

$$\sin(\Psi) = \sin(\Psi_0) + \cos(\Psi_0) \cdot \phi \quad (2.17)$$

Mit  $V_{rf} = \hat{V} \cos(\Psi_0)$  ergibt sich die Bewegungsgleichung in der Kleinwinkelnäherung als:

$$\frac{d\Delta E}{ds} = \frac{eV_{rf}}{L_0} \phi \quad (2.18)$$

### 2.2.4 Longitudinale Bewegungsgleichungen

Die Bewegungsgleichung 2.11 und 2.18, die in den vorherigen Abschnitten hergeleitet wurden, kann man in einheitlichen Koordinaten darstellen. Dabei werden die Koordinaten für die Impulsabweichung  $\delta$ , Abweichung von der Sollphase in der Kavität  $\phi$  und der Zeit  $t$  verwendet. Der Zusammenhang zwischen der Energiedifferenz und der Impulsabweichung ist  $\delta = \frac{\Delta E}{\beta_0^2 E_0}$  (siehe Gleichung 2.6). Die Ankunftszeit  $\tau$  wird ausgedrückt durch den Phasenunterschied  $\phi$  der Kavität  $\tau = -\phi \frac{1}{\omega_0 h}$  [22]. Da die Varianz der Geschwindigkeiten vernachlässigbar ist, kann man den Ort  $s$  durch die Zeit  $t$  ersetzen  $s = v_0 t$ . So erhält man die beiden longitudinalen Bewegungsgleichungen:

$$\frac{d\delta}{dt} = \frac{eV_{rf}v_0}{L_0\beta_0^2 E_0} \phi \quad (2.19a)$$

$$\frac{d\phi}{dt} = -\eta\omega_0 h \delta \quad (2.19b)$$

Durch einsetzen der Gleichungen ineinander und mit der Relation  $L_0 = \frac{v_0 2\pi}{\omega_0}$  erhält man folgendes Gleichungssystem:

$$\ddot{\phi} + \omega_s^2 \phi = 0 \quad (2.20a)$$

## 2 Physikalische Grundlagen des Synchrotrons

$$\ddot{\delta} + \omega_s^2 \delta = 0 \quad (2.20b)$$

Hierbei ist  $\omega_s$  die Synchrotronfrequenz für kleine Variationen der Phase:

$$\omega_s^2 = \frac{\omega_0^2 \eta h e V_{rf}}{2\pi \beta_0^2 E_0} \quad (2.21)$$

Sie beschreibt die Kreisfrequenz der Schwingung eines Teilchens auf der Flanke des elektromagnetischen Feldes der Kavität.

Eine Lösung dieser Schwingungsgleichungen ist:

$$\phi = \hat{\phi} \cos(\omega_s \phi) \quad (2.22a)$$

$$\delta = \hat{\delta} \sin(\omega_s \delta) \quad (2.22b)$$

Das heißt Elektronen mit kleinen Abweichungen von der Sollenergie führen Schwingungen aus, sowohl in Bezug auf die Phase der Kavität  $\phi$  als auch im Impulsunterschied  $\delta$  zum Referenzteilchen. Durch Einsetzen dieser beiden Lösungen in die Gleichung (2.19b), zeigt sich der Zusammenhang zwischen den beiden Größen  $\hat{\phi}$  und  $\hat{\delta}$  als:

$$\hat{\delta} = \frac{\omega_s}{\eta h \omega_0} \hat{\phi} \quad (2.23)$$

Mit Gleichung 2.6 und der Beziehung zwischen der Phase  $\phi$  und dem Abstand zum Sollteilchen  $z = -\tau v_0 = \phi \frac{\beta_0 c}{\omega_0 h}$  (vergleiche Gleichung 4.5a) kann man die rms Längen der Strahlgrößen miteinander in Beziehung setzen:

$$\sigma_z = \frac{c\eta}{\omega_s \beta_0 E_0} \sigma_E \quad (2.24)$$

$\sigma_z$  wird als Nullstrombunchlänge bezeichnet. Diese Nullstrombunchlänge beschreibt die Ausdehnung der Elektronenpakete unter dem alleinigen Einfluss der Kavität. Betrachtet man nur ein einzelnes Elektron, so ist  $\sigma_z$  Varianz des Elektrons zum Sollorbit über viele Umläufe betrachtet.

Aus den Bewegungsgleichungen 2.19a und 2.19b kann man die Hamiltonfunktion erhalten:

$$\frac{dp}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial q} \quad (2.25a)$$

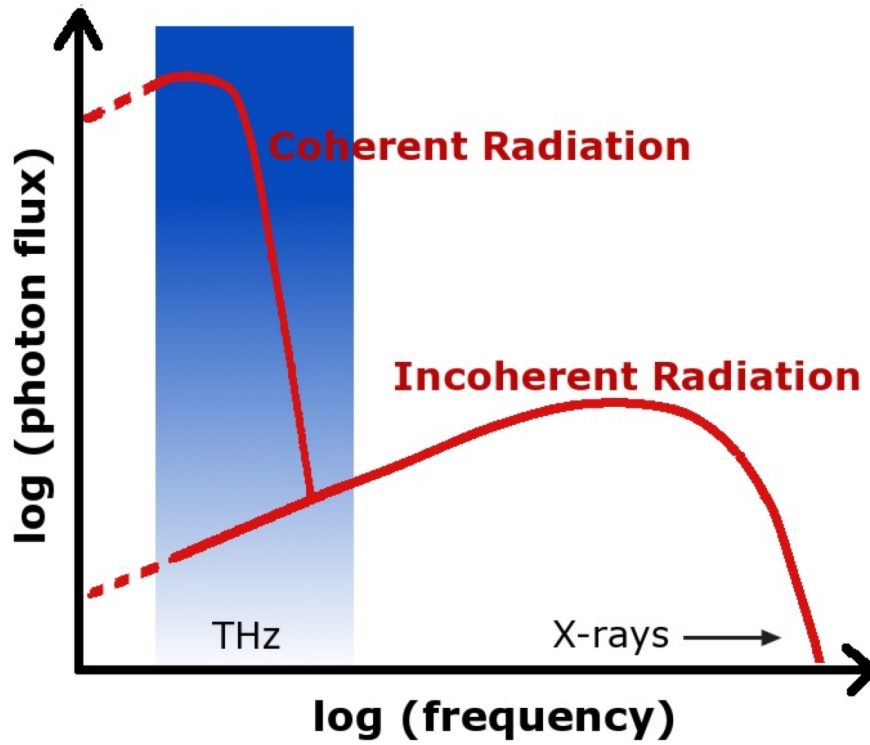


Abbildung 2.6: Der an ANKA abgestrahlte Photonenfluss abhängig von der Photon-Frequenz, aber nur bis in den Terahertz-Bereich.

$$\frac{dq}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p} \quad (2.25b)$$

$$H = \frac{1}{2} h \omega_0 \eta \delta^2 + \frac{1}{2} \frac{\omega_0 e V_{rf}}{2 \pi \beta_0^2 E_0} \phi^2 \quad (2.26)$$

## 2.3 Abgestrahlte Synchrotronstrahlung

Hochrelativistische Teilchen, die sich auf einer Kreisbahn bewegen, strahlen Synchrotronlicht in einem schmalen Kegel in Bewegungsrichtung aus [11]. Dieses Licht kommt an den Beamlines, die sich tangential zum Orbit der Teilchen befinden, als kurzer Strahlungspuls an.

### 2.3.1 Spektrum

Für eine einzelne Ladung, die sich auf einer Kreisbahn bewegt, liegen diese Strahlungspulse in periodischen Abständen vor und das abgestrahlte Spektrum besteht aus vielfachen der

## 2 Physikalische Grundlagen des Synchrotrons

Grundfrequenz  $\omega_0 = \frac{c}{R}$  [11]. In den Experimenten kann diese diskrete Struktur aber nicht aufgelöst werden, da allein durch die Bewegungen der Elektronen innerhalb des Bunches das Spektrum ausgeschmiert wird.

In Abbildung 2.6 ist das Spektrum einer Ladungsverteilung gezeigt, deren longitudinales Ladungsprofil Gaußförmig ist. Aufgetragen sind dabei in doppelt logarithmischer Darstellung der Photonenfluss in Abhängigkeit von der Frequenz, der abgestrahlten Photonen. Das Spektrum teilt sich in zwei Komponenten; der inkohärenten und der kohärenten Synchrotronstrahlung. Das Spektrum der inkohärenten Strahlung reicht bis in den Röntgenbereich hinein und ist dabei linear von der Anzahl der Elektronen abhängig. Das kohärente Spektrum hingegen ist quadratisch von der Teilchenzahl abhängig und reicht bis in Terahertz Bereich hinein. Bei einer typischen Teilchenzahl von  $10^8$  Elektronen pro Bunch im Single-Bunch-Modus, ist die kohärente Synchrotronstrahlung, in den auftretenden Frequenzen, deutlich dominierend.

### Inkohärente Strahlung

Das inkohärente Spektrum reicht bei ANKA bis in den harten Röntgenbereich. Ist dabei, weil es nur linear von der Teilchenzahl abhängt, deutlich schwächer als das Spektrum der kohärenten Synchrotronstrahlung. Es kann mit folgender Formel [28] berechnet werden:

$$P_n^{incoh}(t) = 2N(e\omega_0)^2 \cdot \text{Re}(Z(n))/(2\pi)^2 \quad (2.27)$$

Hierbei ist  $\omega_0$  die effektive Kreisfrequenz und gegeben als  $\omega_0 = \frac{\beta_0 c}{R}$ . Die effektive Kreisfrequenz bezeichnet die Umlauffrequenz für einen Ring der Länge  $L_{eff} = 2\pi R$  also einem Ring, der nur aus Dipolmagneten besteht. Es wird nicht die tatsächliche Länge des Speicherringes verwendet, da in den geraden Stücken keine Ablenkung der Elektronen stattfindet und somit auch keine Synchrotronstrahlung emittiert wird.  $Z(n)$  ist die frequenzabhängige Impedanz des betrachteten Systems, wobei der Index  $n$  für die einzelnen Vielfache von  $\omega_0$  steht:  $\omega = n \cdot \omega_0$ .

### 2.3.2 Kohärente Strahlung

Strahlen mehrere Elektronen in einem Paket, so kann auch kohärente Strahlung ausgesendet werden. Dabei hängen die Wellenlängen der abgestrahlten Photonen mit der Länge des Elektronenpaketes zusammen. Verdeutlicht ist dies in Abbildung 2.7. Die Bunchlänge muss für das kohärente Abstrahlen in der Größenordnung oder kürzer sein als die Wellenlänge des abgestrahlten Photons. Der obere Bunch in Abbildung 2.7 ist länger als



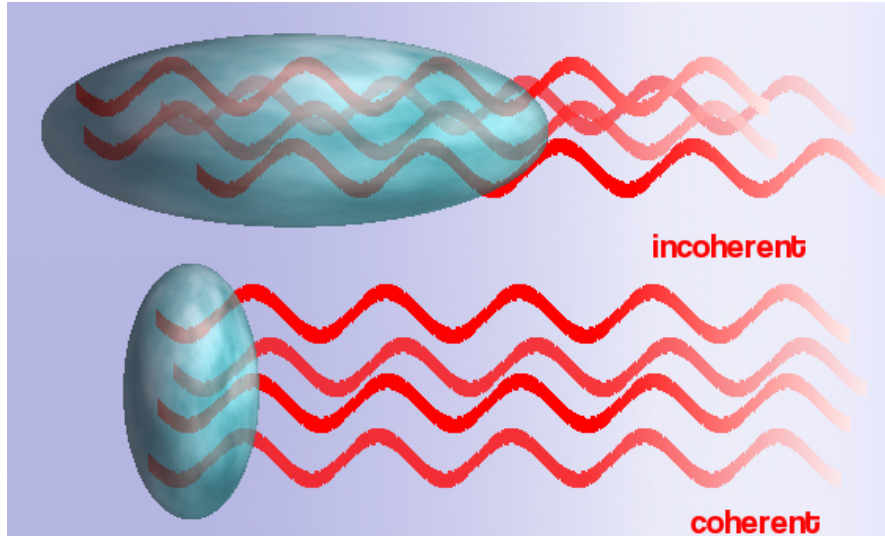


Abbildung 2.7: Modellhafte Darstellung des Abstrahlens von Photonen einer Wellenlänge.  
 Oben: Inkohärentes Abstrahlen der Photonen.  
 Unten: Kohärentes Abstrahlen der Photonen, da die Länge des Bunches im Bereich der Wellenlänge der Photonen liegt.

die Wellenlänge des Photons und die Photonen dieser Wellenlänge werden inkohärent abgestrahlt. Durch Verkürzen des Bunches kann diese Wellenlänge kohärent abgestrahlt werden.

Das kohärente Spektrum berechnet sich über eine ähnliche Formel wie das Spektrum der inkohärenten Strahlung [28]:

$$P_n^{coh}(t) = 2(eN\omega_0)^2 \cdot \text{Re}(Z(n))|\lambda_n|^2 \quad (2.28)$$

Im Vergleich zur inkohärenter Strahlung ist der Öffnungswinkel des Abstrahlkegels deutlich größer. Durch diesen größeren Öffnungswinkel ist eine Selbstwechselwirkung möglich, die im folgenden Kapitel näher beschrieben wird. Der Unterschied zum Spektrum der inkohärenten Strahlung liegt zum einen in der quadratischen Abhängigkeit von der Teilchenzahl  $N$  und zum anderen in dem Faktor  $|\lambda_n|^2$ .  $\lambda_n$  bezeichnet die Fouriertransformierte der Ladungsverteilung:

## 2.4 Wake-Felder und Impedanzen

Die Elektronen wechselwirken mit ihrer Umgebung. Besonders von Interesse sind die elektromagnetischen Felder, die ein Testteilchen sieht, das einer Punktladung folgt. Diese

## 2 Physikalische Grundlagen des Synchrotrons

elektromagnetischen Felder in der Zeitdomäne betrachtet nennen sich Wake-Felder (deutsch: Bugwellen-Felder). Dieser Name liegt darin begründet, dass Wake-Felder für Ladungen, die sich mit fast Lichtgeschwindigkeit fortbewegen, hauptsächlich nach hinten wirken. Um die genauen Felder zu berechnen müssen die Maxwell-Gleichungen für die entsprechenden Randbedingungen gelöst werden. Verursacht werden die Wake-Felder durch unterschiedliche Effekte von denen in dieser Arbeit zwei Ursachen genauer betrachtet werden.

### 2.4.1 Kohärente Strahlung

Zum einen gibt es eine Selbstwechselwirkung des Elektronenbunches durch die Abstrahlung der kohärenten Synchrotronstrahlung. Wie im Kapitel 2.3 näher beschrieben, wird diese

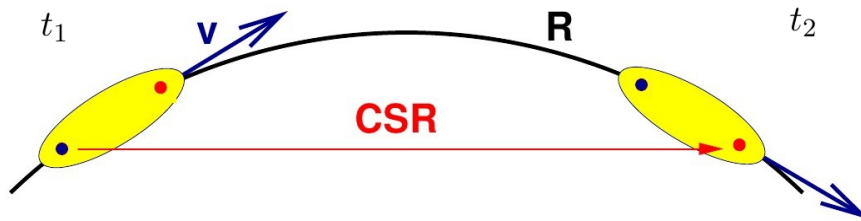


Abbildung 2.8: Elektronen im hinteren Teil des Bunches (blau) können, durch die im Dipolmagnet abgestrahlte kohärente Synchrotronstrahlung (CSR), Elektronen im vorderen Teil beeinflussen. Bedingt durch die Kreisbahn der Elektronen kann ein abgestrahltes Photon nur auf Elektronen weiter vorne im Bunch (rot) wirken.

in den Ablenkmagnete in einem Kegel nach vorne abgestrahlt. In der Abbildung 2.8 ist die Selbstwechselwirkung skizziert. Dargestellt ist ein zeitlicher Ablauf, wobei auf der linken Seite des Bildes der Zeitpunkt  $t_1$  und auf der rechten  $t_2$  herrscht. Der Elektronenbunch ist mit einem gelben Oval dargestellt und bewegt sich auf einer Kreisbahn mit dem Radius  $R$ , der in schwarz eingezeichnet ist.

Zum Zeitpunkt  $t_1$  wird ein Photon von dem als blauen Punkt dargestellten Elektron abgestrahlt. Der Abstrahlwinkel des Photons wurde in Abbildung 2.8 deutlich übertrieben.

Zum Zeitpunkt  $t_2$  hat sich der Bunch weiter auf der Kreisbahn bewegt und das Photon eine gerade Strecke - in rot gekennzeichnet - zurück gelegt. Dort trifft das Photon wieder auf ein Elektron - durch einen roten Punkt skizziert - und beeinflusst es so. Elektronen weiter hinten im Bunch können nicht beeinflusst werden, da durch die Kreisbahn der Elektronen, die Photonen immer auf Elektronen treffen, die sich weiter vorne im Bunch

befinden, als das Elektron, welches das Photon abgestrahlt hat. Dieser Effekt wird in Kapitel 4.4.1 ausführlich behandelt.

### 2.4.2 Geometrische Wake-Felder

Neben der kohärenten Synchrotronstrahlung haben das Strahlrohr und Aperturänderungen in der Vakuumkammer einen Einfluss auf die Elektronen. Diese Einflüsse kann man unter dem Begriff geometrischen Wake-Felder zusammenfassen. Ein perfekt leitendes und glattes Strahlrohr ohne Aperturänderungen verursacht keine Wake-Felder [6]. In der Realität liegen diese Bedingungen aber nicht vor und es gibt viele Unebenheiten und Änderungen der Apertur im Strahlrohr. In Abbildung 2.9 ist eine Ursache für ein geometrisches Wake-Feld skizziert. Durch eine kleine Unebenheit in der Wand der Vakuumkammer werden Felder angeregt, die exponentiell mit der Zeit abklingen. Dabei kann die Abklingzeit je nach Güte des Systems sehr stark variieren. Unter Umständen werden auch noch Elektronen im nächsten Bunch oder sogar der verursachende Bunch nach einem Umlauf beeinflusst.

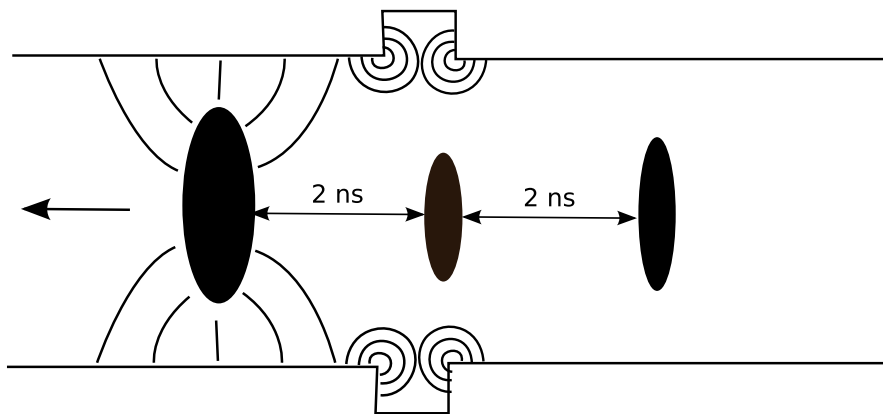


Abbildung 2.9: Modell über das Wirken geometrischer Wake-Felder [13]. Elektrische Felder werden in Unebenheiten des Strahlrohres angeregt und klingen mit der Zeit ab. Nachfolgende Bunche werden von diesen Feldern beeinflusst.

### 2.4.3 Impedanz

Neben der Darstellung in der Zeitdomäne, kann man die Wechselwirkung auch in der Frequenzdomäne beschreiben. Dies wird dann Impedanz genannt und entspricht einem komplexen Widerstand. Dabei beschreibt der Realteil, je nach Vorzeichen, einen Energieverlust oder Gewinn des betrachteten Teilchens und der Imaginärteil die Verschiebung der Phase. Mit Hilfe dieser Darstellung lassen sich besonders dominante Frequenzen leicht

## 2 Physikalische Grundlagen des Synchrotrons

finden. So gibt es zum Beispiel für Strukturen, die Kavitäten ähneln, wenige resonante Frequenzen, die das Wake-Feld dominieren.

Die Impedanz  $Z(\omega)$  ist mit dem Wake-Feld  $W$  über eine Fourier-Transformation verknüpft [24]:

$$Z(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} W(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (2.29)$$

Hierbei ist  $\tau$  wieder der Unterschied in der Ankunftszeit verglichen mit dem Referenzteilchen. Mit der Relation  $z = -v_0\tau$  wird daraus:

$$Z(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} W(z) e^{i\omega z/v_0} dz/v_0 \quad (2.30)$$

## 3 Experimentelle Evidenz für Scraper-induzierte Wake-Felder

### 3.1 Aufbau und Funktion des Scrapers

Der Scraper, dessen Einfluss auf die Ladungsverteilung in dieser Arbeit untersucht wurde, befindet sich am Ende des dritten Sektors am Anfang einer Drift-Strecke. Ein Querschnitt seines Aufbaus ist in Abbildung 3.1 gezeigt.

Im wesentlichen Besteht ein Scraper aus einem Zylinder, der an den Elektronenstrahl herangefahren werden kann. In Abbildung 3.1 ist nur der obere der beiden Zylinder des Scrapers zu sehen. Symmetrisch dazu gibt es noch einen Zylinder der von unten, unabhängig vom oberen gefahren werden kann. Beide Zylinder werden mit Wasser gekühlt um die Energie abzuführen, die die Elektronen übertragen. Mittig in die Bildebene hinein verläuft die Bewegungsrichtung des Elektronenstrahls und das Strahlrohr ist am Ende des oberen Scraper-Zylinders zu sehen.

Scraper werden oft eingesetzt um empfindliche Objekte innerhalb des Strahlrohres zu schützen, die zum Beispiel anfällig bei Kollisionen mit Elektronen sind. In diesen Fällen wird der Scraper so eingesetzt, dass Elektronen, die sich zu weit außerhalb des Sollorbits befinden und mit diesem Objekt kollidieren würden, bereits vorher vom Scraper entfernt werden. Dabei treffen die Elektronen entweder direkt auf den Zylinder oder werden so stark von ihrer Bahn abgelenkt, dass sie bereits vorher mit der Wand des Strahlrohres kollidieren. Der Einsatz eines Scrapers wird also zu einem Verlust der Elektronen führen. Im Falle des SCU14 Insertion Device wurde ein Scraper eingesetzt, um es vor der Synchrotronstrahlung zu schützen, die die Elektronen im vorherigen Dipolmagneten abstrahlen. Im Falle des Scrapers, der in dieser Arbeit betrachtet wurde, sollte kein Insertion Device oder ähnliches geschützt werden; er wurde eingebaut um strahldynamische Messungen durchzuführen.

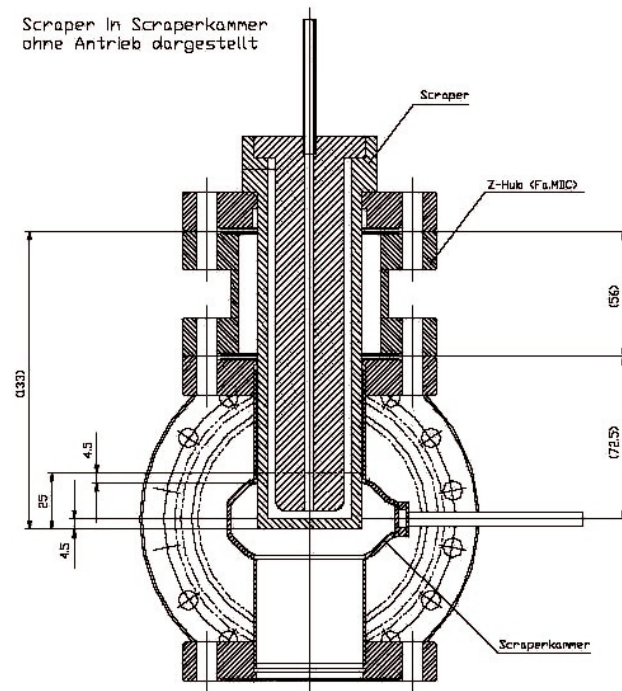


Abbildung 3.1: Zeichnung des Scrapers [2]. Der Elektronenstrahl geht mittig in die Bildebene hinein. Zusätzlich zu dem sichtbaren oberen Zylinder gibt es auch einen unteren Zylinder, die beide unabhängig voneinander an den Strahl herangefahren werden können.

### 3.2 Einfluss des Scrapers auf die Strahl Lage

Durch systematische Studien konnte gezeigt werden, dass die relative Position des Scrapers zum Strahl einen Einfluss auf das gemessene Terahertz-Signal hat (siehe Abbildung 1.1). Wird der Scraper an den Strahl herangefahren, so erhöht sich das Signal, wird der Scraper wieder entfernt sinkt das Terahertz-Signal auf den vorherigen Wert.

Werden nicht beide Zylinder des Scrapers verwendet, sondern nur ein Zylinder in der Nähe des Strahls platziert, so ist eine vertikale Änderung der Strahlage zu beobachten. Diese Änderung kann über einen Wake-Feld induzierten Dipolkick beschrieben werden [5].

In Abbildung 3.2 wurde die gemessene Veränderung der vertikalen Strahlage durch einen

### 3.2 Einfluss des Scrapers auf die Strahlage

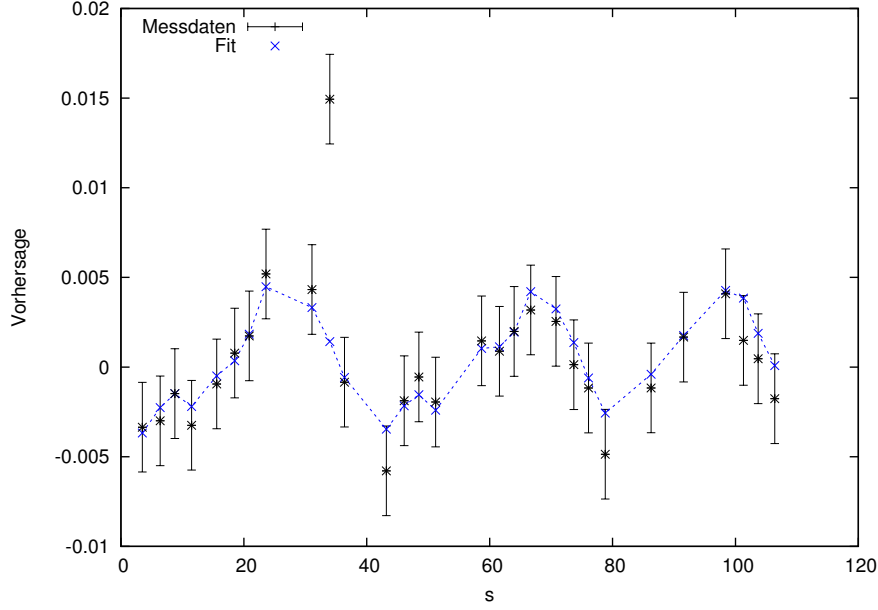


Abbildung 3.2: Gemessene Veränderung des vertikalen Orbits durch einen Wake-Feld induzierten Dipolkick des Scrapers. Die gestrichelte Linie zeigt einen Fit einer Modellrechnung an die Messdaten und ergibt einen Kick von  $0.5 \pm 0.1 \pm 0.1 \mu\text{rad}$  bei einem Strom von 14,8 mA.

solchen Dipolkick, für Messung mit einem Multibunch mit einem Strom von 14,8 mA und einer Strahlenergie von 1,3 GeV, gezeigt. Dafür wurde der obere Zylinder des Scrapers an den Strahl herangefahren und die Position des Strahles entlang des Ringes gemessen. Diese Positionsdaten wurden anschließend mit Daten verglichen, die kurz vor dem Heranfahren des Scrapers aufgenommen wurden. Um daraus die Stärke des Kicks zu bestimmen, wurde ein Fit eines Simulationsmodells an die Messdaten durchgeführt, die eine Kick-Stärke von  $0.5 \pm 0.1 \pm 0.1 \mu\text{rad}$  ergab.

Da ein asymmetrisch an den Strahl herangefahrener Scraper, das heißt es wurde nur ein Zylinder verwendet, einen messbaren vertikalen Kick auf den Strahl ausübt, ist es wichtig zu Untersuchen wie groß der Einfluss einer solchen Änderung der Strahlage auf das gemessene Terahertz-Signal ist. Dadurch kann eine Trennung zwischen den Effekten der Strahlageänderung auf das gemessene Signal und einer tatsächlichen Intensitätsänderung der kohärenten Synchrotronstrahlung auf Grund des Scrapers vorgenommen werden. Des Weiteren kann festgestellt werden, dass die Wake-Felder des Scrapers einen messbaren Einfluss auf den Strahl haben.

### 3.3 Vertikale Strahlageänderung

Verschiebungen im Orbit können dazu führen, dass in der Beamline der Lichtkegel unterschiedlich einfällt und sich dadurch die gemessene Strahlungsleistung ändert. Die Ursache hierfür liegt darin, dass die Winkelverteilung der Strahlung von der Frequenz abhängig und nicht homogen verteilt ist. Hierbei verhält es sich so, dass je größer die Frequenz der abgestrahlten Photonen, desto kleiner ist der kritische Winkel ab dem man die Strahlung vernachlässigen kann [11]. Um die Strahlung zu den Experimentierplätzen zu führen wurden Öffnungen in das Strahlrohr eingebaut, in die die Synchrotronstrahlung einfällt und diese dann mit Hilfe von Spiegeln zu den Experimenten geleitet wird. Da diese Öffnungen eine begrenzte Größe besitzen, wird immer nur ein Ausschnitt des Strahlungskegels erfasst. Somit kann eine Verschiebung des Orbits ("Bump") dazu führen, dass sich der Lichtkegel im Vergleich zur Beamline-Öffnung verschiebt und so ein anderer Ausschnitt des Kegels betrachtet wird.

Eine mögliche Erklärung für die erhöhte Strahlungsleistung durch das Heranfahren des Scrapers an den Strahl könnte also sein, dass sich, durch eine Störung des Orbits, der Einfall des Synchrotron-Strahlungskegels in die IR1-Beamline verändert.

Um die Stärke dieses Einflusses näher zu untersuchen wurde zunächst gemessen wie stark sich der Orbit am Ort der Beamline verschiebt, wenn eine Verschiebung des Orbits am Ort des Scrapers ausgeführt wird. Verschoben kann dabei sowohl der vertikale wie auch der horizontale Orbit, die im folgenden getrennt voneinander betrachtet werden. Die Veränderungen des vertikalen Orbits in Abhängigkeit von der Position im Ring sind in Abbildung 3.3 gezeigt. In rot dargestellt ist ein simulierter Kick am Ort des Scrapers mit einer Stärke von  $1\ \mu\text{rad}$ . Das Heranfahren des oberen Zylinders auf  $3,4\text{ mm}$  an den Orbit des Elektronenstrahles (blau) führt zu dem oben berechneten vertikalen Kick von  $0.5 \pm 0.1 \pm 0.1\ \mu\text{rad}$ . Ein symmetrisch geschlossener Scraper (schwarz), bei dem sich beide Zylinder des Scrapers im gleichen Abstand zum Strahl befinden, führt im Rahmen der Messgenauigkeit zu keiner Veränderung des Orbits. Dies liegt daran, dass sich die beiden Dipolkicks der Zylinder gegenseitig kompensieren und somit keine Veränderung des Orbits zu erwarten ist. Es lässt sich feststellen, dass sich ein asymmetrisch geschlossener Scraper mit Hilfe eines vertikalen Bumps erklären lässt und ein symmetrisch geschlossener Scraper keine Veränderungen des Orbits bewirkt. Trotzdem wird auch für den symmetrisch geschlossenen Scraper eine Erhöhung des Terahertz-Signales beobachtet. Betrachtet man die Verschiebung des Orbits am Ort der IR1 (grüne Linie), so lässt sich erkennen, dass sich der Orbit - auch für den asymmetrischen Fall - am Ort der IR1 nur wenig ändert. Die Auswirkung einer vertikalen Verschiebung des Orbits auf die gemessene



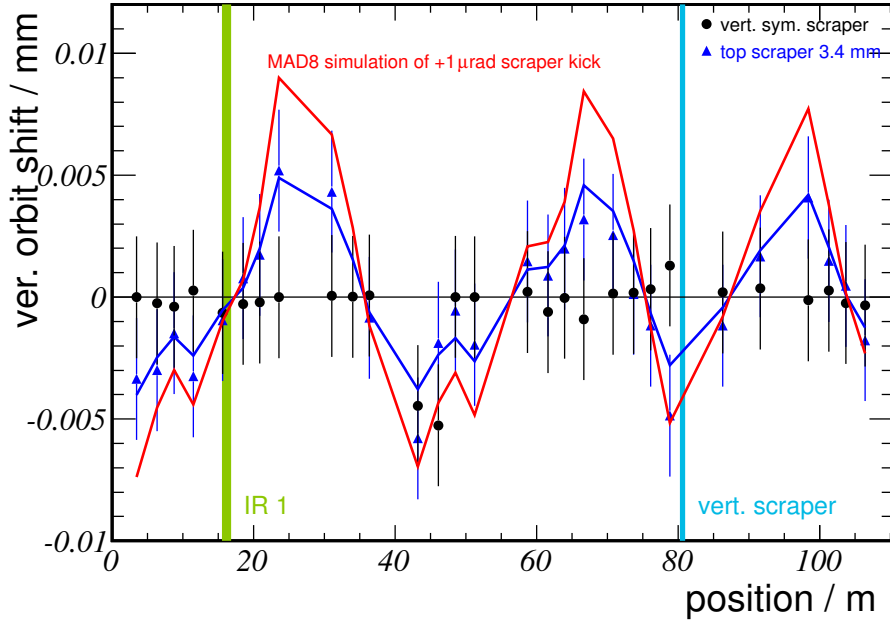


Abbildung 3.3: Veränderungen des vertikalen Orbits in Abhängigkeit der Position im Ring[20]. Das Heranfahren des oberen Zylinders an den Elektronenstrahl auf 3,4 mm (blau) führt zu einem vertikalen Kick von  $1 \mu\text{rad}$ . Eine Messung mit einem asymmetrisch geschlossenen Scraper ergab einen Kick von  $0.5 \pm 0.1 \pm 0.1 \mu\text{rad}$  (rot). Ein symmetrisch geschlossener Scraper (schwarz) führt zu keiner Veränderung des Orbits.

Strahlungsleistung kann also vernachlässigt werden.

### 3.4 Horizontale Strahlageänderung

Es bleibt also zu klären, wie stark sich das gemessene Terahertz-Signal bei einer horizontalen Orbitverschiebung ändert. Gemessen wurde die Terahertz-Strahlung vor und während eines horizontalen Bumps. In Abbildung 3.4 sind die horizontalen Orbitveränderungen im Vergleich zu einem Referenzorbit in Abhängigkeit von der Position im Ring dargestellt. Die Position des Scrapers wurde durch eine blaue und die Position der IR1 durch eine grüne Linie gekennzeichnet. Betrachtet wurden sowohl die Orbitveränderungen auf Grund positiver Bumps (rot) wie auch negativer (blau). Bei einem Bump wird der Orbit mit Hilfe eines Korrekturmagneten vorsätzlich gestört und führt so zu einer kontrollierten Verschiebung des Orbits. Es ist zu erkennen, dass für entgegengesetzte Vorzeichen des Bumps die Richtung der Verschiebung der Orbits ebenfalls entgegengesetzt ist.

In schwarz dargestellt ist die Orbitveränderung, die für einen symmetrisch geschlosse-

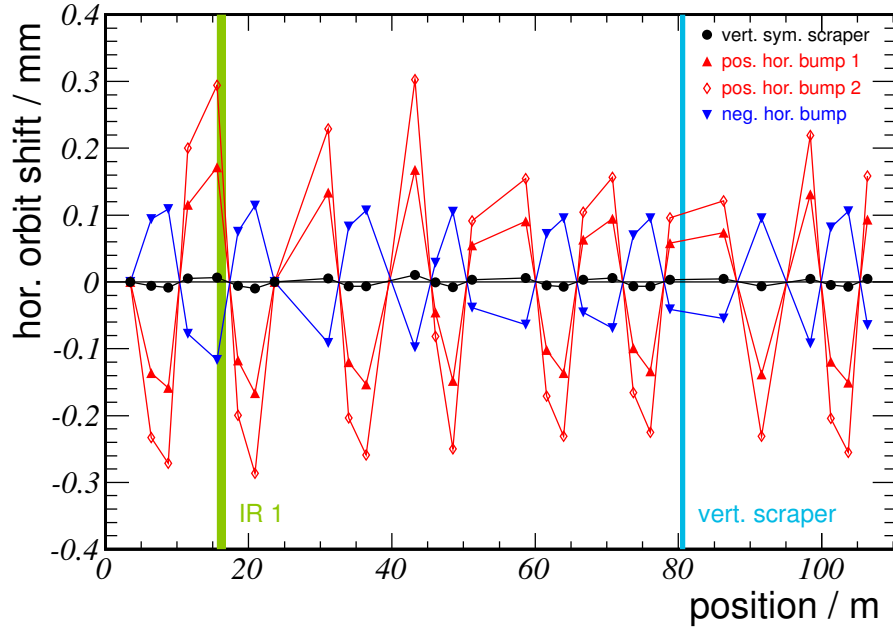


Abbildung 3.4: Veränderungen des horizontalen Orbits in Abhängigkeit der Position im Ring [20]. Im Vergleich zu betrachteten Bumps (rot, blau) am Ort des Scrapers ist die Verschiebung des Orbits auf Grund des Scrapers (schwarz) deutlich weniger stark ausgeprägt und lässt sich durch einen Energieverlust erklären.

nen Scraper auftritt, das heißt die beiden Zylinder des Scrapers sind so an den Strahl herangefahren worden, dass sie den gleichen Abstand zum Strahl haben. Wie in Abbildung 3.4 zu sehen ist, wirkt sich der Scraper in einer deutlich schwächeren Verschiebung des Orbits aus, als bei den vorher betrachteten Korrektur-Bumps. Die Auswirkungen des Scrapers auf den horizontalen Orbit lassen sich mit einem Energieverlust und den damit verbundenen Dispersionsbedingten Orbitverschiebungen erklären [18]. Durch die geringere Energie werden die Elektronen stärker abgelenkt, was zu einer horizontalen Verschiebung des Orbits führt.

### 3.5 Änderung der gemessenen Terahertz-Strahlung

Die Veränderung des gemessenen Terahertz-Signales für unterschiedliche horizontale Orbitverschiebungen ist in Abbildung 3.5 dargestellt. Es zeigt sich, dass eine horizontale Orbitverschiebung durch einen Bump (blaue Messpunkte) einen deutlich sichtbaren Einfluss auf das gemessene Terahertz-Signal hat und dabei die Richtung der Verschiebung festlegt, ob sich die Strahlungsleistung erhöht oder abfällt. In rot wurde nun die gemessene Änderung des THz-Signals für einen symmetrisch geschlossenen Scraper eingezeichnet.

### 3.5 Änderung der gemessenen Terahertz-Strahlung

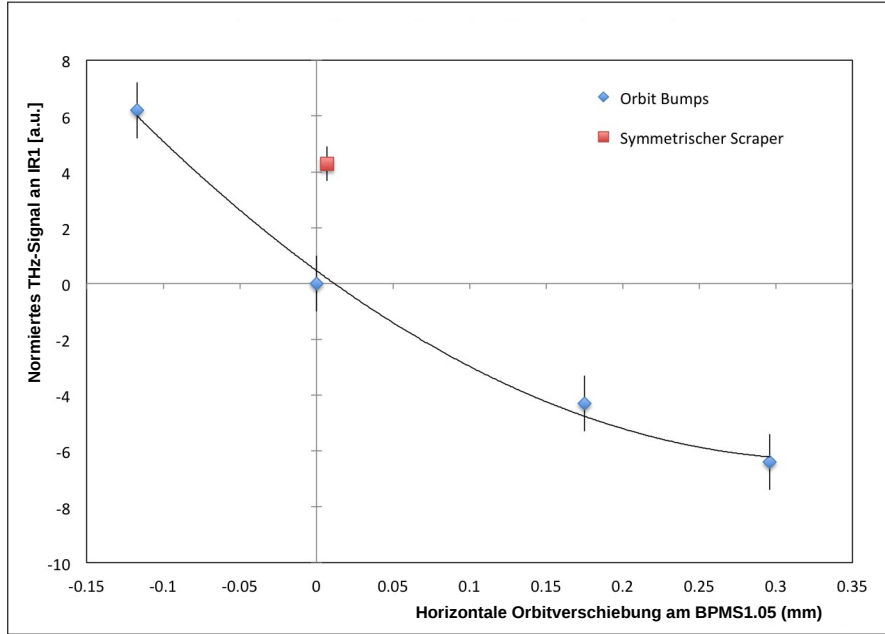


Abbildung 3.5: Die Veränderung des gemessenen Terahertz-Signales für unterschiedliche horizontale Orbitverschiebungen [12]. Die erhöhte Strahlungsleistung beim Einsatz des Scrapers kann nicht über eine einfache Verschiebung des Orbits erklärt werden.

Wie in Abbildung 3.5 zu sehen ist, ist die deutliche Zunahme des THz-Signals durch den Scraper nicht über die relativ kleine Verschiebung des horizontalen Orbits zu erklären und es muss eine andere Ursache geben.

Wie in Abbildung 3.2 zu erkennen ist, lässt sich beim asymmetrischen Heranfahren ein deutlich sichtbarer Wake-Feld Effekt des Scrapers auf die Strahlage feststellen. Dieser Effekt kann aber weder im Fall des symmetrischen noch in dem des asymmetrischen Scrapers die beobachtete Erhöhung der Terahertz-Strahlung erklären. Allerdings liegt die Vermutung nahe, dass das Wake-Feld des Scrapers auf andere Weise den Strahl beeinflusst, da ein messbarer Energieverlust durch den Scraper Verursacht wurde.

Durch eine Veränderung der longitudinalen Ladungsverteilung und somit auch des Formfaktors ändert sich die abgestrahlte kohärente Synchrotronstrahlung (siehe Gleichung 2.28). Somit ist es möglich, dass das Wake-Feld des Scrapers - durch Deformation der longitudinalen Ladungsverteilung - Einfluss auf die abgestrahlte Synchrotronstrahlung nimmt und so die Veränderungen in der gemessenen Terahertz-Strahlung erklärbar machen.

### *3 Experimentelle Evidenz für Scraper-induzierte Wake-Felder*

Dieser Aspekt wird in den folgenden Kapiteln näher untersucht.

## 4 Methode zur Berechnung der longitudinalen Ladungsverteilung

Um den Einfluss des Scrapers und der kohärenten Synchrotronstrahlung auf die longitudinale Ladungsverteilung zu ermitteln, wird in dieser Arbeit die Haissinski-Gleichung [7] verwendet. In diesem Kapitel wird die Haissinski-Gleichung zunächst aus den Bewegungsgleichungen hergeleitet und ein Verfahren zur Lösung vorgestellt. Anschließend wird untersucht in welchem Parameter-Raum die Gleichung optimal gelöst werden kann. Als letztes werden die verwendeten Wake-Felder vorgestellt.

### 4.1 Haissinski-Gleichung

Zur Beschreibung der Bewegung der Elektronen im Phasenraum kann die Vlasov-Fokker-Planck-Gleichung verwendet werden [23]. Diese berücksichtigt sowohl elektromagnetische Kräfte wie auch Dämpfungseffekte, die zum Beispiel durch das Abstrahlen von Synchrotronlicht erfolgen. Die Haissinski-Gleichung beschreibt die stabile Lösung dieser Gleichung und somit die stabile Verteilung der Elektronen im longitudinalen Phasenraum [7]. Da in dieser Arbeit nur die Gleichgewichts-Ladungsverteilungen und keine zeitlich variierenden Bunchprofile von Interesse sind, wird die Haissinski-Gleichung und nicht die Vlasov-Fokker-Planck-Gleichung verwendet. Diese Gleichgewichtslösungen hängen von Wake-Feldern ab, die auf die Elektronen im Bunch wirken. Im folgenden wird die Herleitung der Haissinski-Gleichung aus den Bewegungsgleichungen analog zu [22] erläutert.

#### 4.1.1 Herleitung der longitudinalen Bewegungsgleichungen unter Berücksichtigung von Wake-Feldern

Betrachtet man die ungestörten Bewegungsgleichungen aus Kapitel 2.2.4 und berücksichtigt nun auch Kräfte, die auf Grund von Wake-Feldern auf den Bunch wirken, so erhält man folgende Darstellung der Energieänderung :

$$\frac{\Delta E}{n} = eV_{rf}\phi + L_0 < F_0 > \quad (4.1)$$

#### 4 Methode zur Berechnung der longitudinalen Ladungsverteilung

Der erste Term beschreibt den Energieunterschied eines Teilchens in Vergleich zur Energie des Sollteilchens auf Grund der unterschiedlichen Ankunftszeit in der Kavität. Der zweite Term beschreibt den Energieunterschied bedingt durch die Kraft  $F_0$ , die durch die Wake-Felder entsteht.

Jedes Elektron mit dem Zeitunterschied  $\tau'$  wirkt mit der Lorentz-Kraft  $F_L(\tau) = eW_0(\tau - \tau')$  auf ein anderes Elektron mit dem Zeitunterschied  $\tau$  und der Ladung  $e$ . Dabei ist  $\tau$  der Unterschied zur Ankunftszeit des Referenzteilchens ( $\tau = 0$ ) an einem Ort  $s$ . Damit ist die Kraft, die auf ein Elektron im Bunch wirkt, durch die Superposition der Kräfte aller anderen Elektronen im Ring gegeben. In dieser Arbeit wird nur der Fall betrachtet, dass sich nur ein Elektronenbunch im Ring befindet. Somit wirken keine Elektronen, die sich in benachbarten Bunchen befinden, auf das Testteilchen. Die Superposition wird anschließend durch den Ringumfang dividiert um eine gemittelte Kraft zu erhalten.

$\langle F_0 \rangle$  bezeichnet so die gesamte Kraft, die gemittelt auf ein Testteilchen mit dem Zeitvorsprung  $\tau$  wirkt und ist definiert als:

$$\langle F_0(\tau) \rangle = -\frac{N_e e^2}{L_0} \int_{-\infty}^{\infty} d\tau' \rho(\tau') W_0(\tau - \tau') \quad (4.2)$$

$\rho$  ist die normierte Elektronendichte und ist folgendermaßen definiert:

$$\int_{-\infty}^{\infty} d\tau \rho(\tau) = 1 \quad (4.3)$$

Der Faktor  $N_e e$  in Gleichung 4.2 kommt durch die Anzahl der Elektronen im Bunch zustande. Die zweite Ladung  $e$  ist bedingt durch die Ladung des Elektrons auf das die Kraft wirkt.

In dieser Definition wurde eine Approximation verwendet auf die ich im folgenden näher eingehen werde.

Zunächst wurde die longitudinale Wake-Funktion  $W_0$  als Funktion des Zeitunterschiedes  $\tau$  verwendet und nicht als Funktion des Abstandes  $z = -v_0(\tau' - \tau)$ . Vernachlässigt wurden hier die leichten Unterschiede in der Geschwindigkeit der Teilchen  $v$ . Der Fehler in  $z$  durch diese Approximation ist kleiner als  $\Delta z = \tau_L \Delta v$  [22]. Hier ist  $\tau_L = \frac{z_L}{v_0}$  die Länge des Bunches in der Zeit und  $\Delta v$  der maximale Spannbreite der Geschwindigkeitsverteilung. Mit der Definition des slip-Faktors in Gleichung 2.7 ergibt sich die Varianz in der Geschwindigkeit als  $\Delta v = \frac{v_0}{\gamma^2}$ . Mit den beiden oben genannten Relationen vereinfacht sich der Fehler im Abstand zu  $\Delta z = \frac{z_L}{\gamma^2}$ . Hierbei bewegen sich die Bunchlängen  $z_L$  im Bereich von 1–2 mm und das relativistische  $\gamma$  liegt bei  $\gamma \approx 2500$ . Bei ANKA bedeutet dies somit einen Fehler von  $\Delta z \approx 3 \cdot 10^{-10}$  m und kann ohne Probleme vernachlässigt werden.

#### 4.1 Haissinski-Gleichung

Die gemittelte Kraft  $\langle F_{0s} \rangle$ , die auf das Sollteilchen wirkt, erhält man indem man  $\tau$  gegen Null konvergieren lässt.

Genau wie in Kapitel 2.2.4 wird nun nicht mehr ein Umlauf betrachtet, sondern die Wegstrecke  $s$ . Damit erhält man die beiden Bewegungsgleichungen für kleine Störungen:

$$\frac{d\tau}{ds} = \frac{\eta}{v_0 \beta_0^2 E_0} \Delta E \quad (4.4a)$$

$$\frac{d\Delta E}{ds} = \frac{eV_{rf}}{L_0} \phi - \frac{N_e e^2}{L_0} \int_{-\infty}^{\infty} d\tau' \rho(\tau') W_0(\tau - \tau') \quad (4.4b)$$

##### 4.1.2 Einführung der dimensionslosen Koordinaten

Diese Bewegungsgleichungen werden nun durch die dimensionslosen Koordinaten  $q$  und  $p$  ausgedrückt.  $q$  bezeichnet die dimensionslose longitudinale Koordinate und ist über  $z = q\sigma_z$  mit dem Abstand  $z$  zum Sollteilchen und somit auch zur Phase  $\phi$  verknüpft (analog zu [15]). Die absolute Impulsabweichung  $p$  hängt über Gleichung 2.6 mit der relativen Impulsabweichung  $\delta$  zusammen.

$$q = \frac{\beta_0 c}{\sigma_z \omega_0 h} \phi \quad (4.5a)$$

$$p = -\frac{\beta_0^2 E_0}{\sigma_E} \delta = -\frac{\Delta E}{\sigma_E} \quad (4.5b)$$

Bei der Ersetzung von  $\rho(\tau) \rightarrow \rho(q)$  muss man eine Besonderheit beachten. Die Ladungsdichte  $\rho$  ist über das Raum-Integral definiert:  $\int_{-\infty}^{\infty} \rho(\tau) d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} \rho(q) dq = 1$ . Daraus folgt der Zusammenhang zwischen den Ladungsdichten  $\rho(q)$  und  $\rho(\tau)$  als  $\rho(\tau) = \rho(q)v_0/\sigma_z$  und die Kraft  $\langle F \rangle$  wird zu:

$$\langle F(q) \rangle = -\frac{N_e e^2}{L_0} \int_{-\infty}^{\infty} dq' \rho(q') W_0(q - q') \quad (4.6)$$

Gleichung 4.4b wird nach der Koordinatentransformation 4.5a und 4.5b und der Ersetzung von  $s = v_0 t$  zu:

$$\frac{dp}{dt} = -\frac{eV_{rf}\omega_0 h \sigma_z v_0}{L_0 \beta_0 c \sigma_E} q + \frac{N_e e^2 v_0}{L_0 \sigma_E} \int_{-\infty}^{\infty} dq' \rho(q') W_0(q - q') \quad (4.7)$$

#### 4 Methode zur Berechnung der longitudinalen Ladungsverteilung

Durch Einsetzen von  $\sigma_z$ , siehe Gleichung 2.24,  $\omega_s$  (2.21) und der Relation  $L_0 = \frac{v_0 2\pi}{\omega_0}$  vereinfacht sich die Gleichung 4.7 zu:

$$\frac{dp}{dt} = -\omega_s q + \frac{N_e e^2 \omega_0}{2\pi \sigma_E} \int_{-\infty}^{\infty} dq' \rho(q') W_0(q - q') \quad (4.8)$$

Gleichung 4.4a wird mit der Koordinatentransformation 4.5a und 4.5b zu:

$$\frac{dq}{dt} = -\frac{\eta \sigma_{EC}}{\beta_0 E_0 \sigma_z} p \quad (4.9)$$

Ersetzt man  $\sigma_z$  durch den Ausdruck der Gleichung 2.24 erhält man:

$$\dot{q} = \omega_s p \quad (4.10)$$

Mit der dimensionslosen Zeit  $\tilde{\tau} = t/\omega_s$  vereinfachen sich die Bewegungsgleichungen nochmals:

$$\frac{dq}{d\tilde{\tau}} = p \quad (4.11a)$$

$$\frac{dp}{d\tilde{\tau}} = -q + \frac{N_e e^2 \omega_0}{2\pi \sigma_E \omega_s} \int_{-\infty}^{\infty} dq' \rho(q') W_0(q - q') \quad (4.11b)$$

Damit lässt sich die dimensionslose Hamiltonfunktion erhalten:

$$H(q, p) = \frac{p^2}{2} + \frac{q^2}{2} - \int_q^{\infty} dq' \frac{N_e e^2 \omega_0}{2\pi \sigma_E \omega_s} \int_{-\infty}^{\infty} dq'' \rho(q'') W_0(q' - q'') \quad (4.12)$$

Mit der Konstanten  $I_C = \frac{N_e e^2 \omega_0}{2\pi \sigma_E \omega_s}$  ist die Hamiltonfunktion:

$$H(q, p) = \frac{p^2}{2} + \frac{q^2}{2} - I_C \int_{-\infty}^{\infty} dq'' \int_q^{\infty} dq' \rho(q'') W_0(q' - q'') \quad (4.13)$$

Nach einer Substitution von  $q' \rightarrow q''' + q''$  wird Gleichung 4.13 zu:

$$H(q, p) = \frac{p^2}{2} + \frac{q^2}{2} - I_C \int_{-\infty}^{\infty} dq'' \rho(q'') \int_{q-q''}^{\infty} dq''' W_0(q''') \quad (4.14)$$



#### 4.1 Haissinski-Gleichung

Zur Vereinfachung wird  $q'''$  umbenannt in  $q'$ . Nun kann die Funktion  $S$  definiert werden und die obige Gleichung kann kompakter geschrieben werden.

$$H(q, p) = \frac{p^2}{2} + \frac{q^2}{2} + I_C \int_{-\infty}^{\infty} dq'' \rho(q'') S(q - q'') \quad (4.15a)$$

$$S(q - q'') = - \int_{q-q''}^{\infty} dq' W_0(q') \quad (4.15b)$$

##### 4.1.3 Haissinski-Gleichung

Die Ladungsverteilung  $f(p, q)$  wird im Gleichgewicht durch die Hamiltonfunktion bestimmt [23]:

$$f(p, q) = \frac{e^{-H(p, q)}}{\int_{-\infty}^{\infty} dp' \int_{-\infty}^{\infty} dq' e^{-H(p', q')}} \quad (4.16)$$

Da das Wake-Feld nicht impulsabhängig ist, ergibt sich die Impulsabhängigkeit als:

$$f(p, q) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-p^2/2} \rho(q) \quad (4.17)$$

Damit ergibt sich für die ortsabhängige Ladungsdichte  $\rho(q)$  folgende Gleichung:

$$\rho(q) = \frac{e^{-H(q)}}{\int_{-\infty}^{\infty} dq' e^{-H(q')}} \quad (4.18)$$

mit der Ersetzung  $x(q) = I_C \rho(q)$  ist  $H(q, p)$  aus Gleichung 4.15a:

$$H(q, p) = \frac{q^2}{2} + \int_{-\infty}^{\infty} dq' x(q') S(q - q') \quad (4.19)$$

Mit der modifizierten Ladungsdichte  $x$  wird Gleichung 4.18 zu:

$$x(q) = \frac{I_C e^{-H(q)}}{\int_{-\infty}^{\infty} dq' e^{-H(q')}} \quad (4.20a)$$

$$x(q) = \frac{I_C e^{-\frac{q^2}{2} - \int_{-\infty}^{\infty} S(q-q') x(q') dq'}}{\int_{-\infty}^{\infty} dq'' e^{-\frac{q''^2}{2} - \int_{-\infty}^{\infty} S(q''-q') x(q') dq'}} \quad (4.20b)$$

#### 4 Methode zur Berechnung der longitudinalen Ladungsverteilung

Die Gleichung 4.20b ist die Haissinski-Gleichung [7], die es im Folgenden zu lösen gilt. Sie beschreibt die modifizierte Ladungsdichte  $x(q) = I_C \rho(q)$  in Abhängigkeit von der relativen longitudinalen Koordinate  $q = \frac{z}{\sigma_z}$  unter dem Einfluss eines beliebigen Wake-Feldes  $W(q)$ . Ist die Verteilung von  $x(q)$  bekannt, so lässt sich daraus ohne Probleme die Ladungsverteilung in einem Bunch über  $\rho_{Bunch}(q) = N_e \rho(q) = \frac{N_e}{I_C} x(q)$  erhalten.

##### 4.1.4 Gültigkeitsbereich und Näherungen in der Haissinski-Gleichung

Neben dem generellen Gültigkeitsbereich der Haissinski-Gleichung, gibt es einige Näherungen auf die im Folgenden eingegangen wird. So wurden alle Einflüsse auf den Bunch über den gesamten Ring gemittelt. Dies entspricht zwar nicht den Gegebenheiten im Ring, so befinden sich die 4 Kavitäten an nur zwei Stellen im Ring. Das heißt, dass die Energie nur an zwei Stellen zugeführt wird und nicht kontinuierlich über den gesamten Umlauf verteilt. Ebenso verhält es sich mit dem Scraper, der nur an einer Stelle sitzt und ebenfalls nicht über die gesamte Länge des Rings auf den Bunch wirkt. Gerechtfertigt ist diese Näherung aber dadurch, dass die Umlaufzeit deutlich kleiner ist als eine Synchrotronperiode (vergleiche Gleichung 2.21). Somit vergehen viele hundert Umläufe bevor die Elektronen eine Schwingung auf der Flanke des Feldes der Kavität vollendet haben. Die gemittelte Beschleunigung durch das Feld der Kavität zeigt sich in der Hamiltonfunktion (siehe Gleichung 4.13) in den beiden Termen  $\frac{p^2}{2} + \frac{q^2}{2}$ .

Analog verhält es sich mit den durch Wake-Felder bedingten Kräfte (siehe Gleichung 4.2). Die Zeitskala der Bunchveränderungen liegt in der Größenordnung der Synchrotronperiode. Somit ist die Näherung durch das Betrachten der gemittelten Kräfte gerechtfertigt.

##### Bursting als Begrenzung des Gültigkeitsbereiches der Haissinski-Gleichung

Da die Haissinski-Gleichung nur Gleichgewichts-Ladungsverteilungen berechnet, kann man mit ihr keine zeitlich veränderlichen Deformationen berechnen. Eine solche Instabilität tritt jedoch bei ANKA, bei Überschreitung, einer gewissen Stromstärke auf. Die sogenannte Bursting-Schwelle ist von einigen Parametern abhängig [14]. Für eine festgelegte Einstellung der Parameter, wie Synchrotrontune und HF-Spannung der Kavitäten, lässt sich eine Teilchenanzahl  $N_{Bursting}$  finden, die den Übergang in das instabile Regime markiert. Oberhalb dieser Schwelle bilden sich Mikrostrukturen auf der Ladungsverteilung aus, die für sich kohärent strahlen und so die Strahlungsleistung erhöhen. Anschließend verbreitert sich der Bunch und das Ausbilden der Mikrostrukturen beginnt von neuem [15]. Dieses Verhalten der Ladungsverteilung kann nicht mit der Haissinski-Gleichung beschrieben werden.

Es zeigte sich, dass sich trotz Überschreiten der maximalen Teilchenzahl  $N_{Bursting}$ , die den Gültigkeitsbereich der Haissinski-Gleichung markiert, weiterhin Ladungsverteilungen berechnen lassen. Diese Verteilungen entsprechen nicht den physikalischen Gegebenheiten im Speicherring, da sie zeitlich konstant sind und nicht das oben beschriebene Verhalten aufweisen. Aus diesem Grund ist es wichtig durch externe Methoden den stabilen Bereich zu bestimmen. In dieser Arbeit wird daher eine maximale Teilchenzahl  $N_{Bursting}$  als Parameter verwendet, um die Gültigkeit der Haissinski-Gleichung zu gewährleisten.

## 4.2 Lösung der Haissinski-Gleichung mit dem Newton-Verfahren

### 4.2.1 Diskretisierung der Haissinski-Gleichung

Da für das Integral in der Haissinski-Gleichung (Gleichung 4.20b) nicht für alle Wake-Felder eine analytische Lösung zu finden ist, wurde die Gleichung numerisch gelöst. Dafür wurde sie diskretisiert und die Integrale wurden mit folgender Regel genähert [15]:

$$\int_{-\infty}^{\infty} S(q - q')x(q')dq' \cong \sum_{j=0}^{N-1} S(q_i - q_j)x_jw_j \quad (4.21)$$

$w_j$  ist das Gewicht mit dem die einzelnen Teilintervalle bei der Berechnung des Integrals berücksichtigt werden.

Zunächst wurde die Simpson-Regel verwendet. Dabei wird  $w_j$  zu:

$$w_j = \frac{\Delta q}{6} \quad j = 0, N - 1 \quad (4.22a)$$

$$w_j = \frac{4\Delta q}{6} \quad j = \text{ungerade} \quad (4.22b)$$

$$w_j = \frac{2\Delta q}{6} \quad j = \text{gerade} \quad (4.22c)$$

Es zeigte sich jedoch, dass für diese Gewichtung die berechneten Ladungsverteilungen  $\rho(q_i)$  eine Oszillation aufmoduliert bekommen. Die analytische Lösung der Haissinski-Gleichung unter Abwesenheit eines Wake-Feldes ergibt eine normierte Gauß-Verteilung (vergleiche 4.31). Bei der numerischen Berechnung der Ladungsverteilung für diesen Fall, zeigte sich eine aufmodulierte Oszillation auf der Gauß-Verteilung und die berechnete Ladungsverteilung wich deutlich von der analytischen Lösung ab. Diese aufmodulierte Oszillation entsprach nicht den physikalischen Gegebenheiten und scheint allein durch

#### 4 Methode zur Berechnung der longitudinalen Ladungsverteilung

die Wahl der Gewichte hervorgerufen worden zu sein.

Aus diesem Grund wurden alle Teilintervalle gleich stark gewichtet und damit  $w_j = \Delta q$  verwendet. Hier zeigten die Ladungsverteilungen keine Modulationen.

Damit wird die Haissinski-Gleichung (Formel 4.20b) zu:

$$x(q_i) = \frac{I_c e^{-\frac{q_i^2}{2} - \sum_{j=0}^{N-1} S(q_i - q_j) x(q_j) \Delta q}}{\sum_{k=0}^{N-1} \Delta q e^{-\frac{q_k^2}{2} - \sum_{l=0}^{N-1} S(q_k - q_l) x(q_l) \Delta q}} \quad (4.23)$$

In Kapitel 4.3.1 wird näher darauf eingegangen, wie sich die Wahl von  $\Delta q$  auf die berechneten Ladungsverteilungen auswirken. Die Frage, wie sich das Abschneiden des Integralbereiches, also  $q_{max} = \frac{N}{2} \Delta q$ , auswirkt, wird in Kapitel 4.3.2 näher behandelt.

Um die Gleichung 4.23 zu lösen wurde das Newton-Verfahren verwendet [15]. Das Newton-Verfahren kann verwendet werden, um Nullstellen einer Funktion zu finden.

Dafür wird die Gleichung 4.23 umgeformt zu:

$$F(q_i) := x(q_i) \cdot \sum_{k=0}^{N-1} \Delta q e^{-\frac{q_k^2}{2} - \sum_{l=0}^{N-1} S(q_k - q_l) x(q_l) \Delta q} - I_c e^{-\frac{q_i^2}{2} - \sum_{j=0}^{N-1} S(q_i - q_j) x(q_j) \Delta q} = 0 \quad (4.24)$$

Den Exponenten der Eulerschen-Funktion kann man mit einer neuen Variablen  $v$  vereinfachen:

$$v(q_k) := -\frac{q_k^2}{2} - \sum_{l=0}^{N-1} S(q_k - q_l) x(q_l) \Delta q \quad (4.25)$$

Damit lässt sich die Formel 4.24 kompakter schreiben als:

$$F(x(q_i)) = x(q_i) \cdot \sum_{k=0}^{N-1} \Delta q e^{v_k} - I_c e^{v_i} = 0 \quad (4.26)$$

Diese Gleichung kann mit Hilfe des Newtonverfahrens gelöst werden. Bei diesem Verfahren wird die Nullstelle einer Funktion  $f(x) = 0$  bestimmt, indem die Nullstelle der Tangente an einem Ausgangspunkt bestimmt wird und dies als neuer Ausgangspunkt verwendet wird.

$$(x^{n+1} - x^n) f'(x^n) = -f(x^n) \quad (4.27)$$

## 4.2 Lösung der Haissinski-Gleichung mit dem Newton-Verfahren

Die Änderung der Nullstelle in einem Iterationsschritt kann als  $y = (x^{n+1} - x^n)$  definiert werden und die neue Nullstelle ergibt sich als  $x^{n+1} = y + x^n$ . Durch einen iterativen Prozess wird die Genauigkeit so lange verbessert, bis ein festgelegter Grenzwert unterschritten wird. Gleichung 4.26 kann so numerisch gelöst werden:

$$\sum_{j=0}^{N-1} \frac{\partial F(x^n(q_i))}{\partial x^n(q_j)} y(q_j) = -F(x(q_i)) \quad (4.28)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial F(x^n(q_i))}{\partial x^n(q_j)} = & \delta_{ij} \sum_{k=0}^{N-1} \Delta q e^{v(q_k)} + x(q_i) \sum_{k=0}^{N-1} \Delta q e^{v(q_k)} [-S(q_k - q_j) \Delta q] \\ & - I_c e^{v(q_i)} [-S(q_i - q_j) \Delta q] \end{aligned} \quad (4.29)$$

Damit ergibt sich ein  $N$ -dimensionales, lineares Gleichungssystem, das in jedem Iterationsschritt gelöst werden muss.

Der in dieser Arbeit verwendete Grenzwert  $\epsilon$  wurde berechnet, indem das Verhältnis der Änderungen  $y(q_j)$  zur Ladungsverteilung bestimmt wurde:

$$\epsilon := \frac{\sum_{i=0}^{N-1} |y(q_i)|}{\sum_{i=0}^{N-1} |x^n(q_i)|} \leq 10^{-12} \quad (4.30)$$

Die Wahl des richtigen Startwertes ist beim Newton-Verfahren von besonderer Bedeutung, da nicht in jedem Fall eine Lösung gefunden werden kann. In nullter Ordnung wird eine gaußförmige Ladungsverteilung angenommen. Dies ist eine gerechtfertigte Annahme, da die Lösung der Haissinski-Gleichung bei Abwesenheit eines Wake-Feldes eine normierte Gauß-Verteilung ist.

$$x(q) = \frac{I_c e^{-\frac{q^2}{2}}}{\int_{-\infty}^{\infty} dq'' e^{-\frac{q''^2}{2}}} = \frac{I_c e^{-\frac{q^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}} \quad (4.31)$$

Damit kann man annehmen, dass für den Grenzfall  $W \rightarrow 0$  die Lösung der Haissinski-Gleichung in eine Gaußform übergeht. Sollte für große Ströme keine konvergierende Ladungsverteilung berechnet werden können wird zunächst die Lösung für einen geringeren Strom berechnet und diese als neue Anfangsverteilung verwendet.

Besonders zu beachten ist jedoch, dass bei der Lösung der Gleichung 4.28 die Ladungser-

#### 4 Methode zur Berechnung der longitudinalen Ladungsverteilung

haltung nicht gewährleistet wird. Dieses physikalische Gesetz wird durch das Newton-Verfahren nicht berücksichtigt und muss gesondert erfüllt werden. Aus diesem Grund wurde nach jedem Iterationsschritt die Ladungsverteilung renormiert.

Zur Lösung dieser Gleichung wurde ein bestehendes C++ Programm verwendet [15], das an die vorherrschenden geometrischen Gegebenheiten angepasst wurde. So wurde die Berechnung der Funktion  $S(q - q'')$  (siehe Gleichung 4.15b) für die unterschiedlichen Wake-Felder eingefügt.

##### 4.2.2 Verhalten der Ladungsverteilung während der Iteration

Tabelle 4.1: Tabelle der verwendeten Maschinen-Parameter für die Berechnungen

<b>ANKA-Parameter</b>	
Ablenkradius	5,559 m
Momentum-compaction-Faktor $\alpha_0$	0,00045
<b>Parameter des Elektronenpaketes</b>	
Energie $E_0$	1,3 GeV
RMS Energieabweichung $\sigma_E$	0,00047 GeV
Elektronenanzahl $N$	$2,81 \cdot 10^8$
Umlauffrequenz $f_{rev}$	2,7 MHz
Synchrotronfrequenz $f_{syn}$	6,6 kHz
<b>Intervallparameter</b>	
Intervallgröße	$\pm 5$
Anzahl Intervalle	1973

Im Folgenden wird das Wake-Feld der kohärenten Synchrotronstrahlung verwendet, dessen Verhalten im Abschnitt 4.4.1 näher beschrieben wird. Um die Haissinski-Gleichung zu lösen wird wie beschreiben das Newton-Verfahren verwendet. In Abbildung 4.1 ist die Veränderung der Ladungsverteilung während des Iterationsprozesses gezeigt. Die Parameter, die zur Berechnung der Ladungsverteilung verwendet worden sind, finden sich in der Tabelle 4.1.

Die Ladungsverteilung konnte in wenigen Iterationsschritten berechnet werden. Als Anfangsverteilung wurde eine Gaußform (grau) verwendet. Der Übergang zur Endverteilung (rot) geschieht im ersten Iterationsschritt (grün) über eine Einbeulung der Ladungsverteilung. In den folgenden Iterationsschritten wird der rechte Peak größer und der linke immer kleiner, bis die Endverteilung erreicht wird. Diese Endverteilung neigt sich nach vorne, da durch den Energieverlust der vorderen Elektronen diese früher in der Kavität ankommen. Obwohl insgesamt 6 Iterationsschritte gebraucht wurden, finden in den letzten Iterationen

#### 4.2 Lösung der Haissinski-Gleichung mit dem Newton-Verfahren

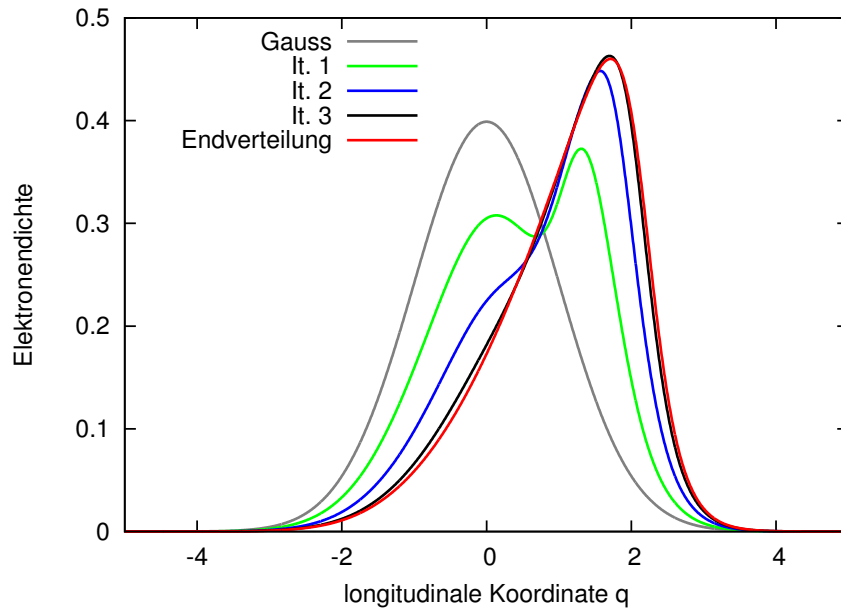


Abbildung 4.1: Verhalten der longitudinalen Ladungsdichte in den einzelnen Iterationsschritten während der Lösung der Haissinski-Gleichung. Die Startverteilung (Gauß) verändert sich stark während der ersten Iterationsschritte; die Endverteilung wird nach 6 Schritten erreicht.

nur noch kleine Änderungen in der Ladungsverteilung statt. Eine genauere Untersuchung der Konvergenzvariable  $\epsilon$  in jedem Iterationsschritt zeigte, dass  $\epsilon$  in jedem Schritt kleiner wird, bis das Konvergenzkriterium letztendlich erreicht wurde. Die Ladungsverteilungen während der Iterationsschritte haben allerdings keine physikalische Aussagekraft und sind nur mathematische Zwischenschritte zur Lösung der Gleichung.

### 4.3 Untersuchung des optimalen Arbeitsbereiches

Um zu untersuchen welche Anforderungen an das Intervall der longitudinalen Koordinate  $q$  gestellt sind, wurden einige Tests durchgeführt. Variiert wurden dabei zum einen die Größe des Intervalls und zum anderen die Anzahl der Intervallelemente. Dabei wurden die Maschinen-Parameter aus Tabelle 4.1 verwendet. Berechnet wurde jeweils die veränderte Ladungsverteilung des Bunches auf Grund der Wake-Felder der kohärenten Synchrotronstrahlung, da hier das Wake-Feld analytisch bekannt ist und somit ohne Probleme an unterschiedliche Intervallanforderungen angepasst werden kann.

#### 4.3.1 Variation der Intervallanzahl

Auch bei der Frage der Bin-Breite und damit der Anzahl der Bins in dem gewählten Arbeitsbereich muss eine Abwägung getroffen werden zwischen Rechenzeit und Genauigkeit der berechneten Lösung. Dafür wurde das Intervall der longitudinalen Koordinate  $q$  von  $\pm 5$  in unterschiedlich viele Punkte aufgeteilt und jedes Mal die Ladungsverteilungen berechnet. Es wurde untersucht wie viele Punkte nötig sind um ein gutes Ergebnis zu erzielen. Als Kriterium für ein gutes Ergebnis wurde die Anzahl an Bins gesucht, bei der sich das Ergebnis durch eine weitere Verfeinerung des Intervalls nicht verändert hat. Abbildung 4.2 zeigt die berechneten Ladungsverteilungen für unterschiedlich viele Intervallpunkte.

Es lässt sich erkennen, dass für wenige Intervallpunkte ( $\sim 100$ ), das Ergebnis stark von der Anzahl der Punkte abhängt. Werden die Intervallbreiten immer feiner gewählt, so wird die Abhängigkeit von der Anzahl der Punkte immer schwächer. Für sehr große Anzahlen an Intervallpunkten scheinen sich die Ladungsverteilungen einer endgültigen Form anzunähern (4000). Allerdings sind für diesen Fall die Intervallbreiten so fein, dass sich die Rechenzeiten von wenigen Sekunden auf mehrere Stunden verlängern. Aus diesem Grund wurde in dieser Arbeit nicht mit der größtmöglichen Genauigkeit gerechnet, sondern eine Abwägung getroffen zwischen Rechengenauigkeit und Rechenzeit. Als Kompromiss wurde eine Intervallanzahl von etwa 2000 gewählt, wobei die genaue Anzahl abhängig ist von anderen Anforderungen, wie zum Beispiel eine vorgegebene Intervallgröße und Feinheit beim Wake-Feld des Scrapers. Für Werte in diesem Bereich ist die Rechenzeit kurz und die Ladungsverteilung liegt ausreichend dicht am Ergebnis von großen Intervallanzahlen.

#### 4.3.2 Intervallgröße der longitudinalen Koordinate

Um den Einfluss der Intervallgröße auf die berechneten Ladungsverteilungen zu untersuchen, wurden wieder die Maschinen-Parameter aus Tabelle 4.1 verwendet und die La-



### 4.3 Untersuchung des optimalen Arbeitsbereiches

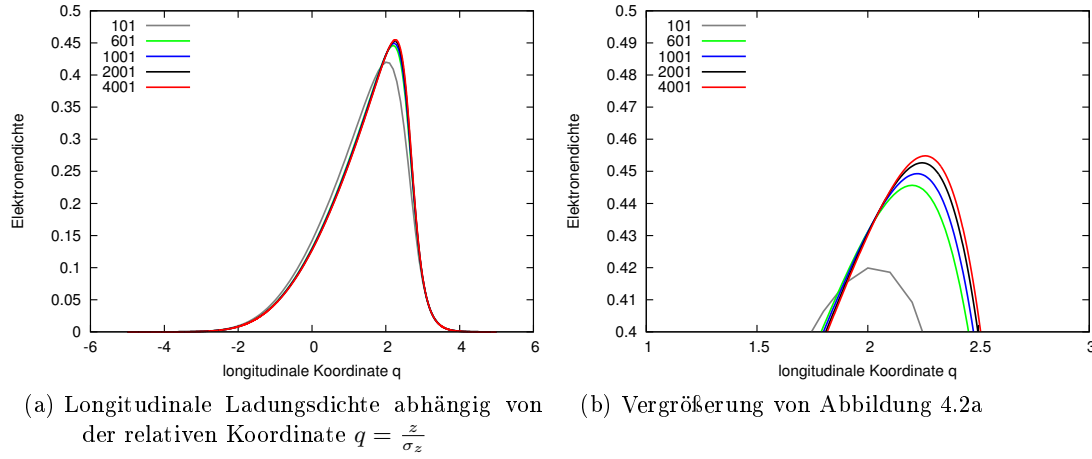


Abbildung 4.2: Berechnung der longitudinalen Ladungsverteilung für ein Elektronenpaket unter dem Einfluss der kohärenten Synchrotronstrahlung. Variiert wurde die Anzahl der Intervallpunkte innerhalb eines Bereiches von 101 bis 4001, wobei alle anderen Parameter konstant gehalten wurden. Je stärker das Intervall unterteilt ist, desto weniger hängt die berechnete Ladungsverteilung von der Anzahl der Intervallpunkte ab.

Ladungsverteilungen unter alleinigem Einfluss der kohärenten Synchrotronstrahlung berechnet. Da sich die Bin-Breiten auf die berechneten Ladungsverteilungen auswirken, wurde eine feste Bin-Breite gewählt. Die Anzahl der Punkte wurde so gewählt, dass die Bin-Breite immer bei  $\Delta q = 0,005$  liegt, da diese Breite in etwa dem entspricht, was in den Folgenden Kapiteln verwendet wurde.

Die Ergebnisse finden sich in Abbildung 4.3. Es zeigte sich, dass eine bestimmte Intervallgröße nötig ist damit eine physikalische Ladungsverteilung berechnet werden kann. Wurde der Arbeitsbereich weiter vergrößert, so führte das zu einer Verlängerung der Rechenzeit, ohne dabei die Genauigkeit zu verbessern. Ein kleinerer Bereich führt hingegen dazu, dass für starke Änderungen in der Bunchform keine physikalische Lösung berechnet wird.

Um herauszufinden woran dieses Verhalten lag, wurden weitere Untersuchungen vorgenommen. In Abbildung 4.4 ist zu sehen wie ein zu kleiner Arbeitsbereich von  $q$  sich in den einzelnen Iterationsschritten auswirkt. Fällt die Elektronendichte am Rand nicht ausreichend stark genug auf Null herab, so kommt es zu einer berechneten Lösung wie in Abbildung 4.4 zu sehen. Um die Balance zu halten zwischen kurzer Rechenzeit und genügend großem Arbeitsbereich wurde das Intervall  $q = \pm 5\sigma_z$  verwendet. So ist sichergestellt, dass auch stärkere Deformationen der Ladungsverteilung, als in dem hier betrachteten Beispiel, korrekt berechnet werden können.

#### 4 Methode zur Berechnung der longitudinalen Ladungsverteilung

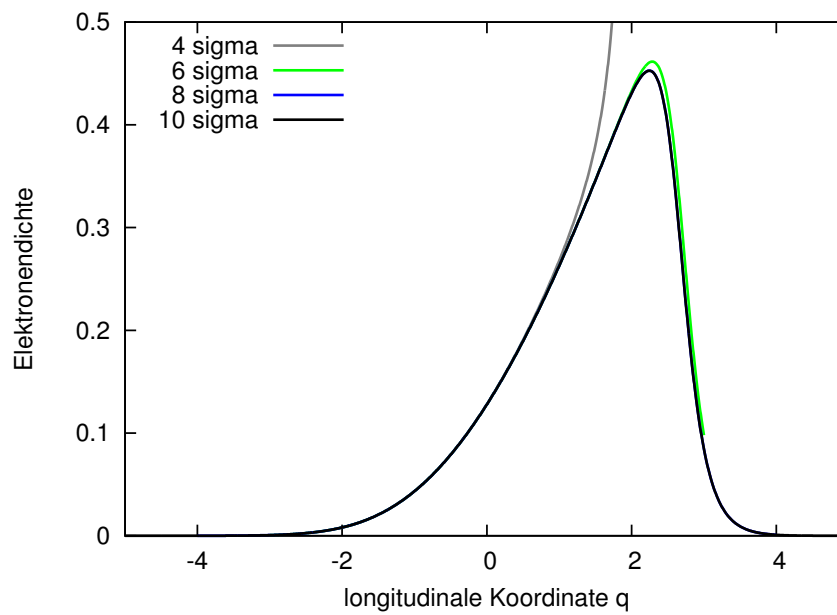


Abbildung 4.3: Longitudinale Ladungsverteilung in Abhängigkeit der relativen longitudinalen Koordinate  $q = \frac{z}{\sigma_z}$ . Bei konstanter Intervallbreite wurde die Intervallgröße variiert. Ist das Intervall nicht groß genug gewählt, sodass die Ladungsverteilung nicht ausreichend stark abfallen kann, kann keine stabile Lösung berechnet werden. Ist es jedoch ausreichend groß so liegen die Kurven übereinander, wie die 8 und 10 sigma Kurve.

### 4.3 Untersuchung des optimalen Arbeitsbereiches

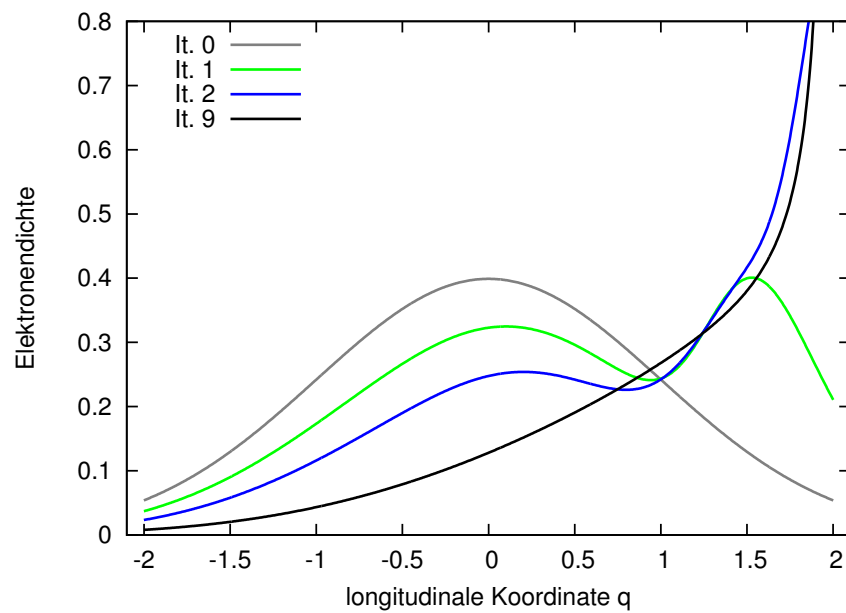


Abbildung 4.4: Verhalten der longitudinalen Ladungsdichte für eine zu kleine Intervallgröße von  $q = -2, \dots, 2$  in den einzelnen Iterationsschritten während der Lösung der Haissinski-Gleichung.

## 4.4 Wake-Feld

In der Haissinski-Gleichung werden die Wake-Felder von Punktladungen verwendet. Dies bietet den Vorteil, dass die Wirkung eines gesamten Bunches auf ein einzelnes Elektron für beliebige Ladungsverteilungen durch Superpositionieren berechnet werden kann und die Wake-Felder nicht für jede Verteilung erneut berechnet werden müssen. Ein Nachteil ist dabei jedoch, dass die Wake-Felder für Punktladungen schwieriger zu berechnen sind, da nur für wenige Probleme eine analytische Lösung vorhanden ist. Die Berechnung mit Hilfe eines Simulationsprogrammes ist für Punktladungen direkt nicht möglich, da hier ein unendlich feines Berechnungsnetz benötigt wird.

Ein zweiter Punkt, der zu beachten ist, ist die Definitionen der Kraft  $\langle F_0 \rangle$  und der Wake-Felder. In der Literatur ist sowohl eine Angabe für einen kompletten Umlauf, als auch pro Weglänge möglich und leider nicht immer klar benannt. Darum ist vor einer Verwendung zu prüfen, ob die vorhandenen Definitionen übereinstimmen oder weitere Anpassungen nötig sind. Wake-Felder für periodische Strukturen werden häufig pro Meter angegeben, wohingegen Wake-Felder für Objekte, die nur einmal passiert werden, oft für einen Durchlauf definiert sind [3].

### 4.4.1 Wake-Feld der kohärenten Synchrotronstrahlung für eine Punktladung

Das Wake-Feld der kohärenten Synchrotronstrahlung wurde berechnet für eine Punktladung, die sich in einem homogenen Magnetfeld auf einer Kreisbahn bewegt. Dabei wurde das Strahlrohr vernachlässigt und ein Vakuum angenommen.

Das Wake-Feld der kohärenten Synchrotronstrahlung wirkt in Gegensatz zu den meisten Wake-Feldern nur nach vorne [3] (siehe Kapitel 2.4.1). Die exakte Lösung für das Wake-Feld der kohärenten Synchrotronstrahlung ist in der verwendeten Konvention [19]:

$$\tilde{W}(z) = \frac{Z_0 c \gamma^4}{3\pi R^2} \begin{cases} 0 & z < 0 \\ 1/2 & z = 0 \\ \frac{2R}{3\gamma^3} \frac{d}{dz} \left\{ \frac{9}{4} \frac{\cosh \frac{5}{3} \operatorname{arcsinh} \frac{3\gamma^3}{2R} z - \cosh \operatorname{arcsinh} \frac{3\gamma^3}{2R} z}{\sinh 2 \operatorname{arcsinh} \frac{3\gamma^3}{2R} z} \right\} & z > 0 \end{cases} \quad (4.32)$$

Hierbei ist  $Z_0$  die Vakuumimpedanz  $Z_0 = 377 \Omega$  und  $R$  der Ablenkradius der Dipolmagnete. Der obige Ausdruck für die analytische Lösung des Wake-Feldes ist in Abbildung 4.5 gezeigt. Für kleine Abstände  $\mu = \frac{3z\gamma^3}{2R}$  ist das Wake-Feld positiv, fällt dann stark ab und nähert sich für große Entfernungen wieder Null.

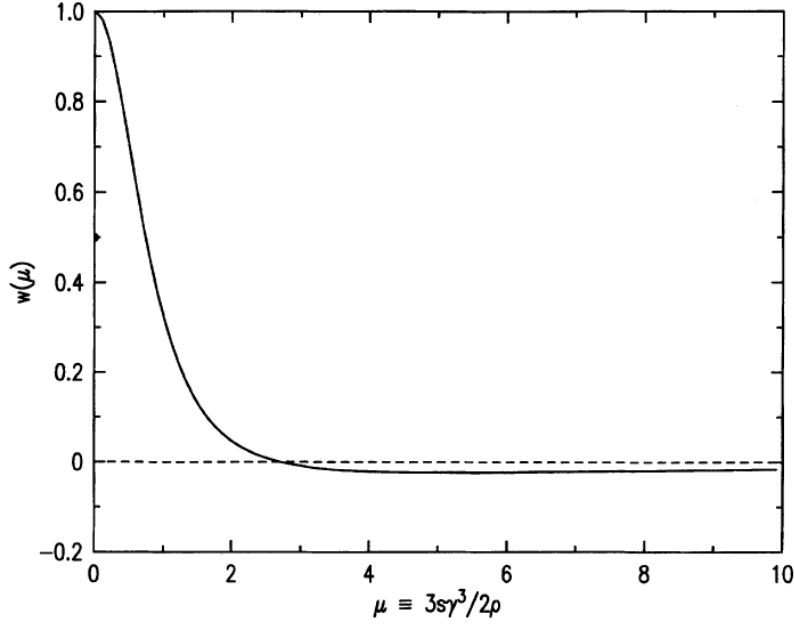


Abbildung 4.5: Analytische Lösung des Wake-Feldes  $W(\mu)/W(0)$  der kohärenten Synchrotronstrahlung [19] in Abhängigkeit des Abstandes  $\mu = \frac{3z\gamma^3}{2R}$ . Für kleine Abstände ist das Wake-Feld positiv, fällt für größere Entfernungen zunächst stark ab und nähert sich anschließend wieder Null.

Die analytische Lösung für das Wake-Feld der kohärenten Synchrotronstrahlung kann für große  $z$  entwickelt werden und man erhält für  $\frac{3\gamma^3}{2R}z \gg 1$  eine vereinfachte Form des Wake-Feldes. In der vorliegenden Arbeit wurde mit dieser Näherung gearbeitet, da bei ANKA der Gültigkeitsbereich dieser Näherung bei  $\frac{2R}{3\gamma^3} = \frac{2 \cdot 5,559 \text{ m}}{3 \cdot 2543^3} \approx 2,252 \cdot 10^{-10} \text{ m}$  liegt. Betrachtet werden bei der Berechnung der Bunchformen allerdings nur Abstände im Bereich von  $10^{-5} \text{ m}$ . Damit wird der Gültigkeitsbereich der Näherungsformel auch bei dem kleinstmöglichen Abstand nicht verlassen und es kann die folgende Näherungsformel für das Wake-Feld der kohärenten Synchrotronstrahlung verwendet werden[3]:

$$\tilde{W}(z) = \begin{cases} -\frac{Z_0 c}{2 \cdot 3^{\frac{4}{3}} \pi R^{\frac{2}{3}}} z^{-\frac{4}{3}} & z > 0 \\ \frac{Z_0 c \gamma^4}{3 \cdot 2 \pi R^2} & z = 0 \\ 0 & z < 0 \end{cases} \quad (4.33)$$

#### 4 Methode zur Berechnung der longitudinalen Ladungsverteilung

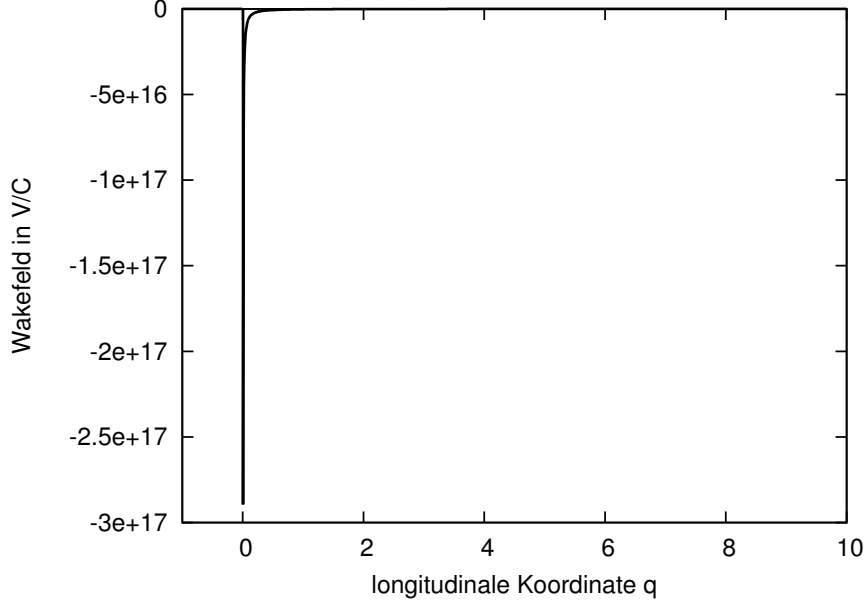


Abbildung 4.6: Genähertes Wake-Feld  $W(q)$  der kohärenten Synchrotronstrahlung in Abhängigkeit der relativen longitudinalen Koordinate  $q = \frac{z}{\sigma_z}$ . Besonders für kurze Abstände ist die Stärke des Wake-Feldes sehr groß, wobei hinter der Punktladung das Wake-Feld verschwindet.

Diese Formel gibt das Wake-Feld der kohärenten Synchrotronstrahlung pro Meter an, denn die Einheit des Wake-Feldes ist  $\frac{V}{Cm}$ . In dieser Arbeit wird die Konvention verwendet, dass in der Haissinski-Gleichung das Wake-Feld für einen Umlauf verwendet wird, darum muss das Wake-Feld angepasst werden. Da das Wake-Feld der kohärenten Synchrotronstrahlung nur in den Dipolmagneten und nicht im gesamten Ring wirkt, wird nicht mit dem Ringumfang sondern nur mit dem Faktor  $2\pi R$  multipliziert. Damit erhält man das Wake-Feld für einen Umlauf im Speicherring als:

$$W(z) = \begin{cases} -\frac{Z_0 c R^{\frac{1}{3}}}{3^{\frac{4}{3}}} z^{-\frac{4}{3}} & z > 0 \\ 0 & z < 0 \end{cases} \quad (4.34)$$

In Abbildung 4.6 wurde diese genähert Form eingezeichnet. Die Frage der Wake-Feldstärke für  $z = 0$  muss gesondert betrachtet werden. Da zur Berechnung der Bunchformen eine Diskretisierung der Koordinaten vorgenommen wurde, konnte nicht der analytischen Wert für  $W(0)$  verwendet werden. Betrachtet man Abbildung 4.5, so sieht man das Verhalten des Wake-Feldes für  $z \rightarrow 0$ . Für sehr kurze Abstände von der Punktladung hat das Wake-Feld positive Werte. Das Integral über das gesamte Wake-Feld muss Null ergeben. Um den Beitrag des Wake-Feldes in diesem Bereich korrekt zu erfassen und

das physikalische Verhalten zu gewährleisten, wurde in dieser Arbeit folgender Wert für  $W(0)$  verwendet:

$$W(0) = - \int_{\Delta Z}^{\infty} W(z) dz \quad (4.35)$$

Dieser Wert ist auch bei der Berechnung der Impedanz von Bedeutung, da es einen konstanten positiven Beitrag liefert.

Wie in Kapitel 4.1.1 gezeigt, fließt das Wake-Feld nur im Ausdruck  $S$  in die Berechnung der Ladungsverteilung ein (siehe Gleichung 4.20b):

$$S(q) = - \int_q^{\infty} W(q') dq' \quad (4.36)$$

Da die analytische Lösung für die oben beschriebene Näherung des Wake-Feldes bekannt ist wird das Integral analytisch berechnet und so unnötige Ungenauigkeiten durch numerisches Integrieren vermieden:

$$S(q) = 3 \frac{Z_0 c R^{1/3}}{3^{4/3} \sigma_z^{4/3}} q^{-1/3} \quad (4.37)$$

Wird das Wake-Feld im nullten Bin so wie oben beschrieben angenommen, führt das bei der Berechnung des Integrals über den Bereich  $[0 - \infty]$  dazu, dass  $S(q < 0) = 0$  ist.

#### 4.4.2 Wake-Feld des Scraper

Neben dem Wake-Feld für die kohärente Synchrotronstrahlung wird auch das Wake-Feld des Scrapers benötigt, dessen Aufbau im Kapitel 3.1 beschrieben wurde.

Um den Einfluss des geometrischen Objekts auf die Elektronen zu berechnen müssen die Maxwell-Gleichungen unter den entsprechenden Randbedingungen gelöst werden. Da dies analytisch nicht machbar ist, werden im allgemeinen Simulationsprogramme verwendet, die diese Probleme numerisch lösen. Das Wake-Feld des Scrapers wurde von Boris Podobedov [27] mit dem Programm ECHO berechnet. Da ECHO nur zweidimensionale Wake-Felder berechnet, wurde nicht die exakte Geometrie des Scrapers berücksichtigt, sondern einige Näherungen verwendet. In Abbildung 4.7 wurde das für die ECHO Berechnungen verwendete Modell skizziert. Es wurde eine zylindersymmetrische Strahlrohrverengung mit einer Öffnung von 2 mm angenommen. Ebenfalls wurde berücksichtigt, dass die Oberflächen der Zylinder des Scrapers nicht parallel zur Flugachse sind, sondern sich mit einem Winkel von  $3,4^\circ$  verengen.

#### 4 Methode zur Berechnung der longitudinalen Ladungsverteilung

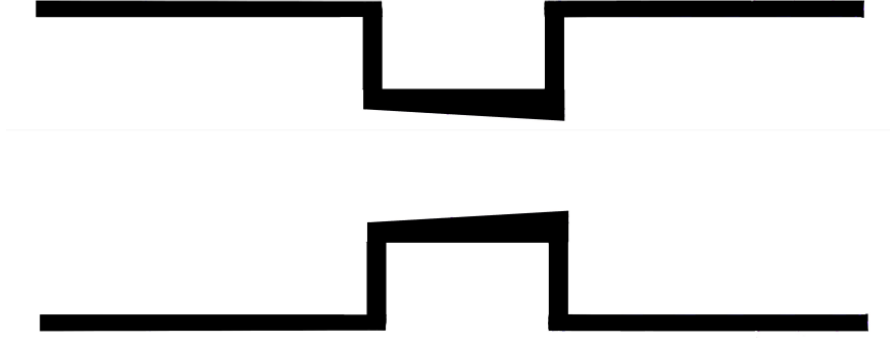


Abbildung 4.7: Scraper Modell für die ECHO Berechnungen. Die zylindersymmetrische Strahlrohr-Verengung besitzt einen Durchmesser von 2 mm und verengt sich mit einem Winkel von  $3,4^\circ$ . Der Elektronenbunch bewegt sich von links nach rechts durch den Scraper hindurch.

Berechnet wurde aber nicht direkt das Wake-Feld einer Punktladung, sondern das sogenannte Wake-Potential  $V(q)$  für einen sehr kurzen Elektronenbunch, der den Scraper einmalig passiert. Das Wake-Potential  $V(q)$  entspricht einer Faltung des Wake-Feldes  $W(q)$  mit der Ladungsverteilung  $\rho(q)$  des Bunches und ist folgendermaßen definiert ist:

$$V(q) = \int_{-\infty}^{\infty} W(q)\rho(q - q')dq \quad (4.38)$$

Für einen sehr kurzen Elektronenbunch entspricht das Wake-Potential  $V(q)$  ungefähr dem Wake-Feld  $W(q)$ . Es wurden zwei verschiedene Längen dieser Bunche verwendet, einmal für eine Bunchlänge von  $10^{-6}$  m und einmal für  $10^{-3}$  m. In dieser Arbeit wurde das von Boris Podobedov berechnete Wake-Feld verwendet, das von dem kürzesten Bunch (mit einer Bunchlänge von  $10^{-6}$  m) erzeugt wird, da dies einer Punktladung am nächsten kommt.

Neben dem Wake-Potential für kurze Bunche stand auch die Impedanz für den Scraper zur Verfügung. Mit Hilfe von Formel 2.29 kann man aus dieser Impedanz das Wake-Feld für eine Punktladung berechnen. In dieser Arbeit wurde sich gegen die Verwendung dieses aus der Impedanz berechneten Wake-Feldes entschieden, da die Impedanz mit nur 80 Punkten ein zu ungenaues Bild des Wake-Feldes lieferte und auch nicht durch weitere Bearbeitungen verbessert werden konnte.

Die berechneten Wake-Felder von Boris Podobedov wurden für ein zylindersymmetrisches



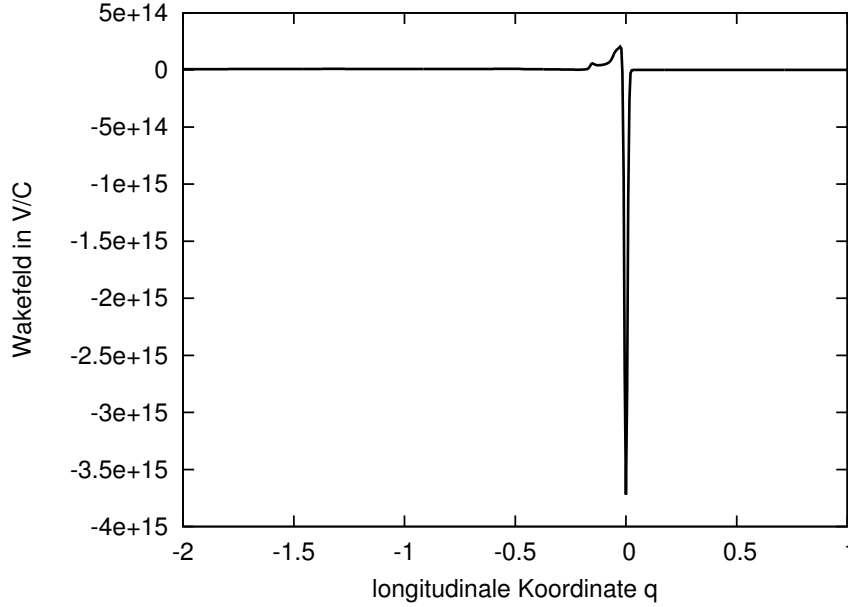


Abbildung 4.8: Stärke des Wake-Feld des Scrapers abhängig von der relativen longitudinalen Abstand  $q = \frac{z}{\sigma_z}$ . Berechnet wurde es von Boris Podobedov mit dem Simulationsprogramm ECHO für ein zylindersymmetrisches Scraper-Modell. Besonders stark ist das Wake-Feld für kurze Abstände.

Scraper-Modell durchgeführt. Um den Unterschied zwischen der berechneten runden Geometrie und der tatsächlichen Geometrie auszugleichen, wurde das Wake-Feld des Scrapers mit dem Faktor  $\frac{\pi^2}{8}$  multipliziert [4].

Für Berechnungen des Scrapers wurde auf die Diskretisierung des Wake-Feldes eingegangen und der Arbeitsbereich entsprechend angepasst. Die Wahl der Diskretisierung und der Koordinaten des Wake-Feldes waren jedoch nicht ideal für die Anforderungen der Gleichung 4.28, weshalb weitere Anpassungen nötig waren. Auf diese wird im Folgenden eingegangen.

Wie in Kapitel 4.3 näher beschrieben, ist es für eine ausreichend genaue Berechnung der Ladungsverteilung nötig, dass ein gewisser Bereich in  $q$  abgedeckt ist. Das bedeutet, dass für einen Bereich von  $q = [-5; \dots; 5]$  in der Ladungsverteilung, für die Wake-Felder der Koordinatenbereich von  $[-10; \dots; 10]$  benötigt wird. Das von Boris Podobedov berechnete Wake-Feld des Scrapers deckte aber nur den Bereich von  $q = [-2, 578; \dots; 0, 314]$  ab. Da das Wake-Feld für größere Abstände deutlich an Intensität verliert, wurde für den restlichen Koordinaten-Bereich  $W = 0$  angenommen.

Ebenfalls wurde die Breite der Bins erhöht. Das ursprünglich berechnete Wake-Feld be-

#### 4 Methode zur Berechnung der longitudinalen Ladungsverteilung

saß eine Intervallgröße 0,00130 und damit war die Anzahl der Teilintervalle so groß, dass die Berechnung einer Ladungsverteilung mehrere Stunden beanspruchte. Die Anzahl der Teilintervalle wurden dabei um den Faktor 4 reduziert.

Damit konnte auch eine weitere wichtige Anforderung erfüllt werden. Da für das Wake-Feld nur die Abstände der einzelnen Elektronen von Bedeutung sind, muss nach der Diskretisierung das Wake-Feld folgende Verteilung haben:

$$W(q) \quad q = \Delta q \cdot n, n = 0, \pm 1, \dots \quad (4.39)$$

Es lag aber die Verteilung in der Form vor  $W(q)$  mit  $q = \Delta q/2 + \Delta q \cdot n, n = 0, \pm 1, \dots$ . Somit waren die  $q$  - Koordinaten um  $\Delta q/2$  verschoben. Um das Wake-Feld an die Bedingungen der Gleichung 4.39 anzupassen, wurden jeweils 4 Punkte zu einem neuen Wert gemittelt. Es wurden jeweils 4 Punkte gewählt da so die Anzahl der Intervalle für die Ladungsverteilungen auf 1973 reduziert werden konnte. Dies entspricht ungefähr der in Kapitel 4.3.1 gefundenen optimalen Intervallzahl von 2000 bei der sich Rechenzeit und Genauigkeit des Ergebnisses die Waage halten.  $W(0)$  wurde dabei folgendermaßen berechnet, damit die Verschiebung von  $\Delta q/2$  aufgehoben wird:

$$W(0) = \frac{1}{4} \left( W\left(\frac{\Delta q}{2}\right) + W\left(-\frac{\Delta q}{2}\right) + W\left(\frac{3\Delta q}{2}\right) + W\left(-\frac{3\Delta q}{2}\right) \right) \quad (4.40)$$

Das verwendete Wake-Feld für den Scraper ist in Abbildung 4.8 zu sehen. Auch hier zeigt sich, dass vor allem die Wechselwirkung für kurze Abstände dominant ist. Im Gegensatz zu dem Wake-Feld der kohärenten Synchrotronstrahlung ist hierbei die Wirkung hauptsächlich nach hinten gerichtet.

##### 4.4.3 Gleichzeitiges Wirken von Wake-Feldern

Betrachtet man die Wake-Felder, welche in ANKA auf einen Bunch wirken, so stellt man fest, dass das Wake-Feld der kohärenten Synchrotronstrahlung immer auf den Bunch wirkt. Da der Scraper variabel an den Strahl heran gefahren werden kann, ist auch das Wake-Feld, dass auf den Bunch wirkt variabel. Experimentell können also zwei Situationen miteinander verglichen werden:

- Kohärente Synchrotronstrahlung wirkt auf den Bunch
- Zusätzlich zur kohärenten Synchrotronstrahlung wirkt auch der Scraper auf den Bunch

Für den zweiten Fall muss strenggenommen eine Lösung der Maxwell-Gleichungen vorliegen, die beide Effekte gleichzeitig betrachtet. Um dies zu realisieren müssten die

Randbedingungen angepasst werden und zum Beispiel ein Strahlrohr im gesamten Ring angenommen werden und nicht das Model des Fluges im Vakuum für die kohärente Synchrotronstrahlung (siehe Kapitel 4.4.1). Dies würde aber zu einer sehr aufwändigen Berechnung mit Simulationsprogrammen führen. In dieser Arbeit wurden stattdessen die Wake-Felder der separat berechneten Lösungen addiert, da sich auch die Energieverluste addieren. Da der Scraper in einer gerade Strecke des Ringes liegt und somit am Ort des Scrapers keine Synchrotronstrahlung emittiert wird, ist dieses Vorgehen auch physikalisch motiviert.

#### *4 Methode zur Berechnung der longitudinalen Ladungsverteilung*

## 5 Deformation der Ladungsverteilung durch Wake-Felder

Mit den Ergebnissen über den optimalen Arbeitsbereich aus Kapitel 4.3 wurden verschiedene Ladungsverteilungen berechnet. Dafür wurde die Haissinski-Gleichung unter Berücksichtigung der entsprechenden Wake-Felder gelöst. Zunächst wurde der Einfluss der kohärenten Synchrotronstrahlung untersucht. Als nächstes wurde die Deformation unter dem alleinigen Einfluss des Scraper-Wake-Feldes und zuletzt das gleichzeitige Wirken von kohärenter Synchrotronstrahlung und Scraper berechnet. Diese Ergebnisse wurden anschließend mit Messwerten, die mit Hilfe einer Streak-Kamera genommen wurden, verglichen.

### 5.1 Simulierte Ladungsverteilungen

Die Berechnungen der Ladungsverteilungen in diesem Kapitel wurden im wesentlichen mit den Parametern aus Tabelle 4.1 durchgeführt, wobei die Anzahl der Elektronen variiert wurde.

#### 5.1.1 Bunchveränderungen auf Grund der kohärenten Synchrotronstrahlung

In Abbildung 5.1 ist die veränderte Ladungsverteilung  $\rho$  unter dem Einfluss der kohärenten Synchrotronstrahlung in Abhängigkeit von der longitudinalen Koordinate  $q$  dargestellt. Es wurden die Parameter aus Tabelle 4.1 verwendet, wobei die Teilchenanzahl  $N_e$  variiert wurde. Dabei entspricht die in rot dargestellte, maximale Teilchenanzahl der Teilchenzahl bei der Bursting-Schwelle. Zum Vergleich ist die als Anfangsverteilung angenommene Gaußform in grau eingezeichnet.

Durch die kohärente Strahlung neigt sich die Ladungsverteilung nach vorne und wird etwas schmaler. Erkennen kann man das an der Höhe des Peaks, da die Flächen unter den Kurven identisch sind. Die Deformation wird stärker, je höher die Teilchenzahl ist. Verursacht wird das nach vorne Neigen dadurch, dass die vorderen Elektronen mehr

## 5 Deformation der Ladungsverteilung durch Wake-Felder

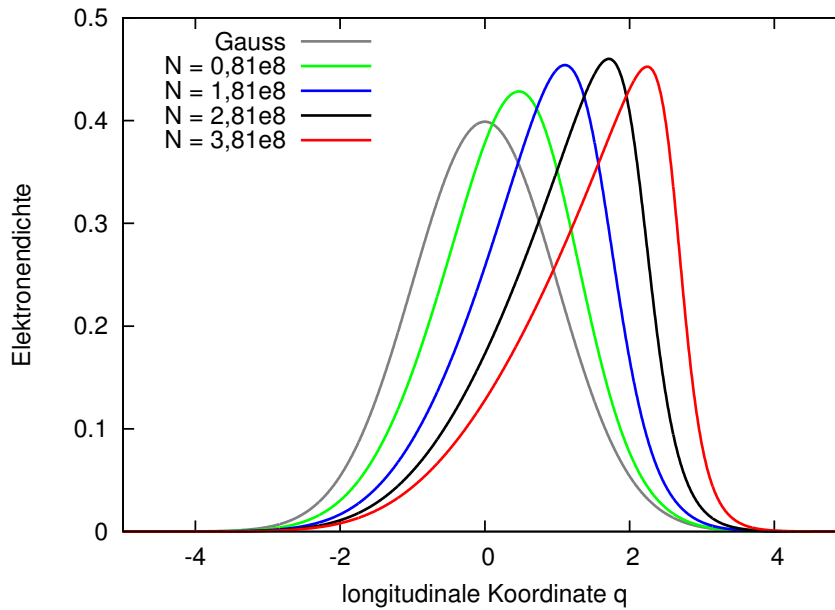


Abbildung 5.1: Lösung der Haissinski-Gleichung für Ladungsverteilung unter Einfluss von kohärenter Synchrotronstrahlung für unterschiedliche Teilchenzahlen  $N_e$  von  $0,81 \cdot 10^8$  bis  $3,81 \cdot 10^8$ . Im Vergleich zur Startverteilung (Gauß) neigen sich die Verteilungen nach vorne und stellen sich auf.

Energie verlieren und dadurch früher in der Kavität ankommen. Dort erfahren sie eine stärkere Beschleunigung und ihr höherer Energieverlust wird ausgeglichen.

### 5.1.2 Bunchveränderungen auf Grund des Scrapers

In Abbildung 5.2 ist die Lösung der Haissinski-Gleichung unter Berücksichtigung des Wake-Feldes des Scrapers dargestellt. Zunächst lässt sich feststellen, dass die Wirkung des Scrapers auf die Ladungsverteilung im Vergleich zur kohärenten Synchrotronstrahlung deutlich schwächer ausfällt. So ist die Deformation für eine Teilchenzahl an der Bursting-Schwelle, in 5.2 in rot dargestellt, nur wenig von der Gaußform zu unterscheiden. Die Ladungsverteilungen werden etwas schmaler und neigen sich nach hinten, wobei auch hier der Effekt mit der Anzahl der Elektronen steigt. Erklären kann man diese Deformation mit den Eigenschaften des Wake-Feld des Scrapers. Wie in Kapitel 4.4.2 beschrieben, wirkt dieses geometrische Wake-Feld vor allem nach hinten und führt so dazu, dass sich die Deformation der Ladungsverteilung ebenfalls auf die hinteren Elektronen auswirkt.

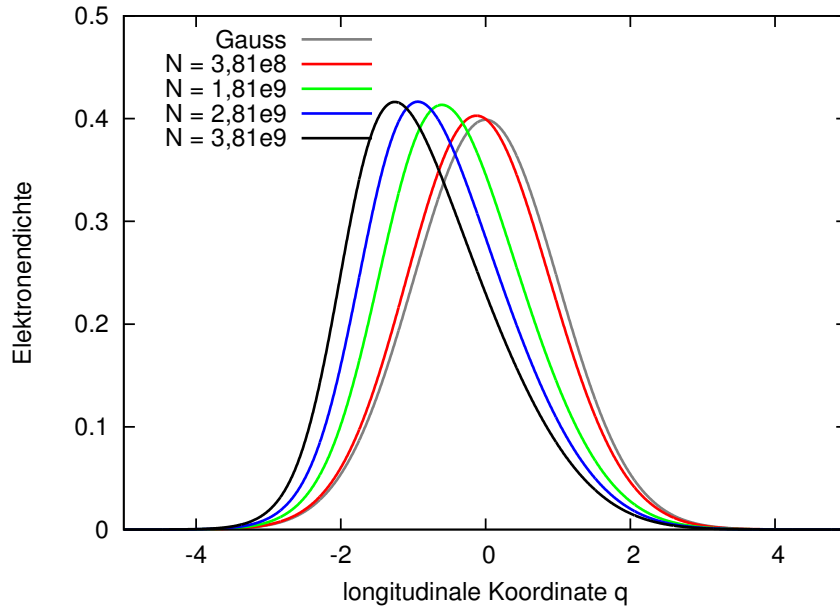


Abbildung 5.2: Normierte Ladungsverteilungen für unterschiedliche Teilchenzahlen  $N_e$  von  $3,81 \cdot 10^8$  bis  $3,81 \cdot 10^9$  unter Einfluss des Scraper Wake-Feldes in Abhängigkeit von der longitudinalen Koordinate. Im Vergleich zur Startverteilung (Gauß) neigen sich die Verteilungen nach hinten.

### 5.1.3 Gleichzeitiges Wirken der Wake-Felder von kohärenter Synchrotronstrahlung und Scraper

Wie in Kapitel 4.4.2 erläutert, müssen die Wake-Felder des Scrapers und der kohärenten Synchrotronstrahlung addiert werden. In Abbildung 5.3 wurden die Ladungsverteilungen für eine solche Situation aufgetragen. Auf den ersten Blick ähneln die Ergebnisse der Deformation denen, die für das alleinige Wirken der kohärenten Synchrotronstrahlung gefunden wurden.

Zur Verdeutlichung, wie sich das zusätzliche Wake-Feld des Scrapers auf die Form des Bunches auswirkt, wurde in Abbildung 5.4 die Lösungen für die unterschiedlichen Wake-Felder bei einer festen Stromstärke, der Bursting Schwelle, aufgetragen.

Als Vergleich ist in grau die Anfangsverteilung eingezeichnet, die einer Gauß-Verteilung entspricht. Die schwarze Kurve zeigt die Deformation der Ladungsverteilung auf Grund des alleinigen Wirken der kohärenten Synchrotronstrahlung (vergleiche Abbildung 5.1). Bei einer Teilchenzahl von  $N_e = 3,81 \cdot 10^8$  neigt sich die Ladungsverteilung deutlich

## 5 Deformation der Ladungsverteilung durch Wake-Felder

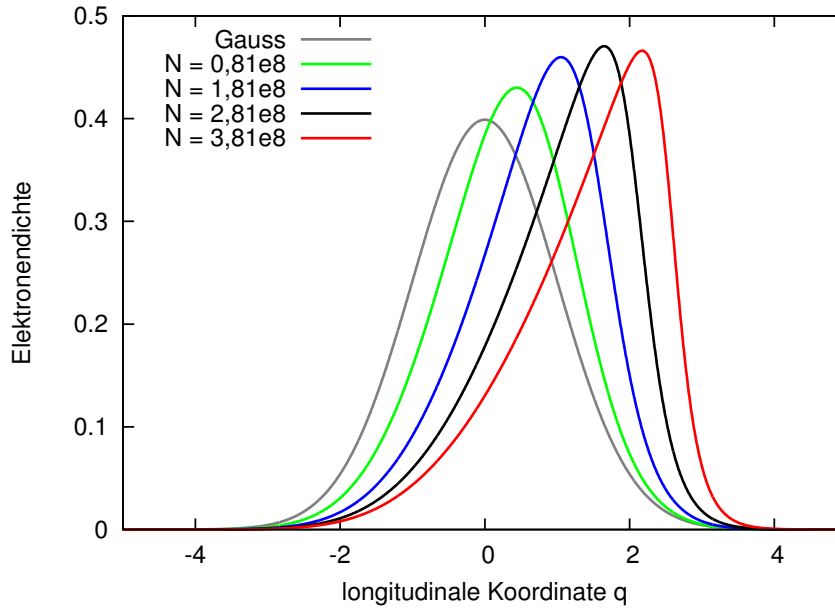


Abbildung 5.3: Veränderung der longitudinalen Ladungsverteilung auf Grund der superpositionierten Wake-Felder der kohärenten Synchrotronstrahlung (CSR) und des Scrapers. Die Teilchenzahlen  $N_e$  wurden von  $0,81 \cdot 10^8$  bis  $3,81 \cdot 10^8$  variiert.

nach vorne. In grün ist die simulierte Ladungsverteilung gezeigt, die durch das Wirken des Scraper Wake-Feldes entsteht (vergleiche Abbildung 5.2). Hier fällt die Deformation deutlich geringer aus. Die longitudinale Ladungsverteilung wird etwas schmaler und verschiebt sich leicht nach hinten.

Wirken beide Wake-Felder zur selben Zeit, so ergibt sich die rote Kurve in Abbildung 5.4 bei der sich deutlich die Dominanz der kohärenten Synchrotronstrahlung zeigt. Das zusätzliche Scraper Wake-Feld wirkt dem der kohärenten Synchrotronstrahlung entgegen und führt zu einem nach hinten Neigen der Ladungsverteilung. Die Veränderung der Ladungsverteilung, die sich durch das Wake-Feld des Scrapers nach hinten verschiebt, zeigt Ähnlichkeit zu der Deformation, die das Wake-Feld des Scrapers auf die Anfangsverteilung ausübt.



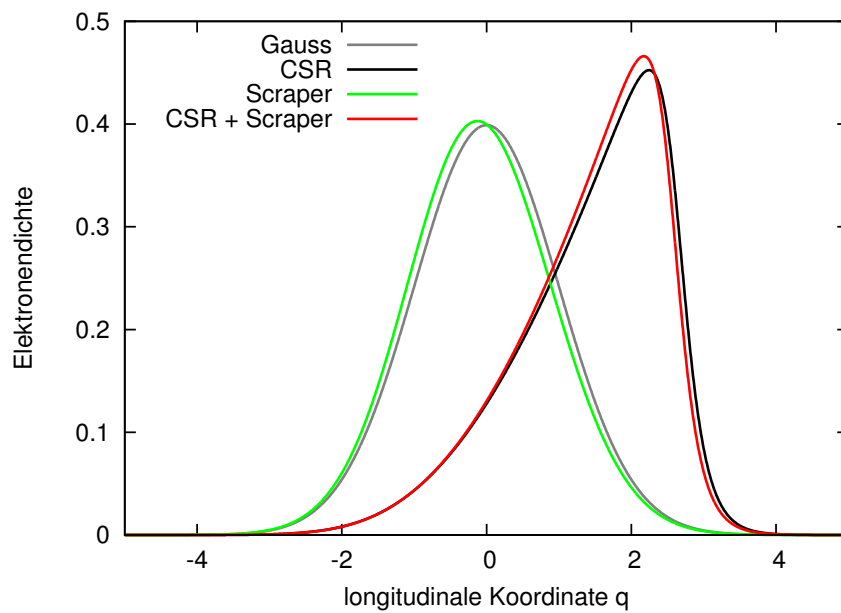


Abbildung 5.4: Simulierte Veränderung der normierten Ladungsverteilung für unterschiedliche Einflüsse mit einer Elektronenanzahl von  $N_e = 3,81 \cdot 10^8$ . Dies entspricht der Bursting-Schwelle.

## 5.2 Messung der Ladungsverteilung mit einer Streak-Kamera

### 5.2.1 Messaufbau und Funktion der Streak-Kamera

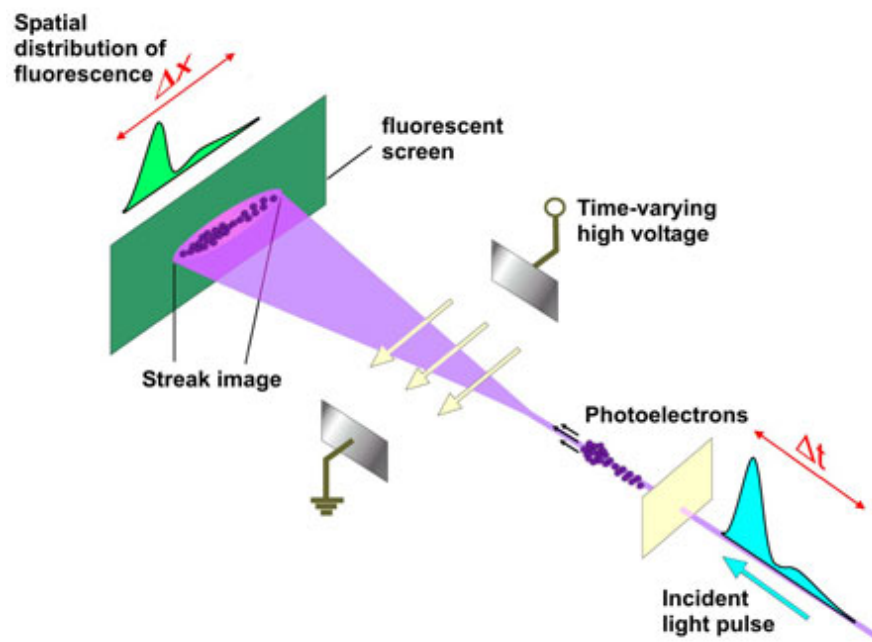


Abbildung 5.5: Schematischer Aufbau einer Streak-Kamera [17]. Mit Hilfe des Hochspannungs-Feldes kann der zeitliche Verlauf auf dem Schirm abgebildet werden.

Mit Hilfe der Streak-Kamera lässt sich die longitudinale Ladungsverteilung bestimmen. Ein schematischer Aufbau ist in Abbildung 5.5 zu sehen.

Ausgenutzt wird das inkohärente Synchrotronlicht im sichtbaren Bereich, bei dem die Intensität proportional zur Anzahl der Elektronen ist (s. Kapitel 2.3), d.h. aus dem zeitlichen Verlauf der Intensität kann direkt auf die Ladungsverteilung geschlossen werden. Um diesen Verlauf messen zu können werden die Zeitunterschiede in Ortsunterschiede umgewandelt. Dafür treffen die Photonen zunächst auf eine Photokathode und lösen so Elektronen heraus, die dasselbe zeitliche Profil haben wie die Photonenverteilung. Anschließend durchlaufen die Elektronen ein Hochspannungsfeld, welches zeitlich variiert und senkrecht zur Flugebene steht. Dadurch werden die früher eintreffenden Elektronen anders abgelenkt, als die später eintreffenden und der Zeitunterschied ist jetzt ein Unterschied des Ortes. Anschließend treffen die Elektronen auf einen Fluoreszenz-Schirm und bilden dort das Profil der Ladungsverteilung ab, der mit Hilfe einer CCD-Kamera

## 5.2 Messung der Ladungsverteilung mit einer Streak-Kamera

ausgelesen wird.

Gemessen wurde das Signal eines einzelnen Bunches im Ring. Da der Bunch mit der Zeit Elektronen verliert und besonders der direkte Vergleich der Bunchprofile mit und ohne Scraper unter ansonsten gleichen Bedingungen von Interesse ist, wurde ein Messpaar in kurzem Zeitabstand aufgenommen, einmal mit und einmal ohne Heranfahren des Scrapers. So wurde sichergestellt, dass die Anzahl der Elektronen möglichst identisch ist.

### 5.2.2 Gemessene Ladungsverteilungen

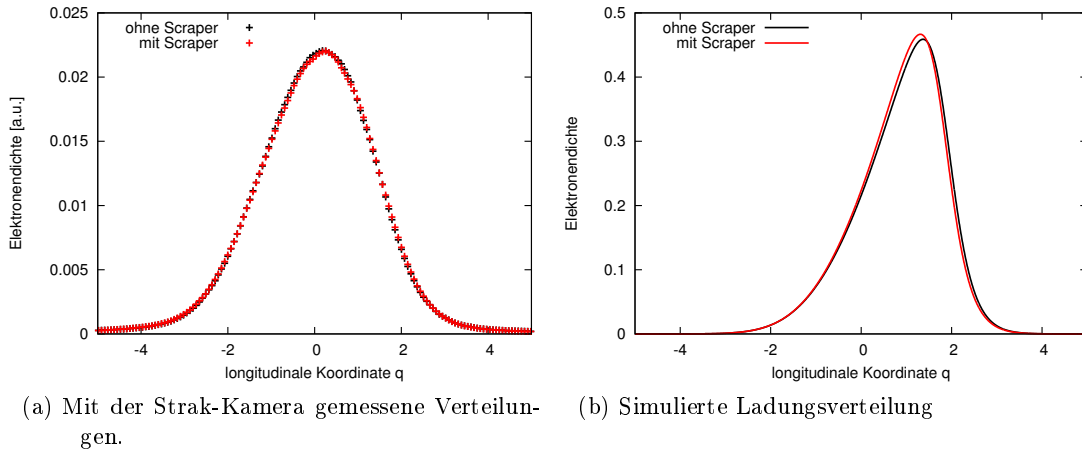


Abbildung 5.6: Longitudinale Ladungsdichte abhängig von der relativen Koordinate  $q = \frac{z}{\sigma_z}$ . Vergleich der gemessenen Ladungsverteilungen (Abbildung 5.6a) mit den simulierten Verteilungen (Abbildung 5.6b). Die gemessenen Verteilungen zeigen eine schwächere Deformation, als in den Simulationen berechnet wurden.

Da es bei der Messung andere Maschinenparameter gab, als für die Simulation verwendet wurde, wurden die Messdaten nicht mit Simulationsergebnissen gleicher Elektronenzahl verglichen. Durch die unterschiedlichen Bursting-Schwellen muss eine Verteilung berechnet werden, die vergleichbar weit von der Bursting-Schwelle entfernt ist wie es bei den Messdaten der Fall ist. Um die gemessenen Profile mit den berechneten zu vergleichen, wurde deshalb eine simulierte Verteilung mit einer Teilchenzahl von  $2,2 \cdot 10^8$  gewählt.

In Abbildung 5.6 sind sowohl die gemessenen (Abbildung 5.6a), als auch die berechneten Verteilungen (Abbildung 5.6b) gezeigt. In rot dargestellt sind die Ladungsverteilung mit Scraper und in schwarz ohne Scraper. Im Vergleich zu den simulierten Ladungsverteilungen

## 5 Deformation der Ladungsverteilung durch Wake-Felder

en zeigen die gemessenen Ladungsverteilungen in Abbildung 5.6 einige Unterschiede. Zum einen ist die Deformation insgesamt deutlich schwächer; beide gemessenen Ladungsverteilungen sind nicht so stark aufgestellt und einer Gauß-Verteilung ähnlich. Da die Deformation bei beiden gemessenen Ladungsverteilungen (mit und ohne Scraper) gleichermaßen schwach ausgeprägt ist, spricht es dafür, dass die Annahme des Wake-Feldes der kohärenten Synchrotronstrahlung die Realität nicht ausreichend gut widerspiegelt. Das für die Simulation verwendete Wake-Feld vernachlässigt das Strahlrohr und nimmt eine Bewegung im Vakuum an, somit werden mögliche abschirmende Effekte des Strahlrohres nicht berücksichtigt und die bei der Simulation sichtbare stärkere Deformation könnte damit erklärt werden. Es lässt sich aber bei den gemessenen Ladungsverteilungen ein leichtes nach vorne neigen beobachten, was darauf schließen lässt, dass die kohärente Synchrotronstrahlung der dominierende Effekt bei der Deformation der Ladungsverteilung ist.

Was für die Fragestellung der zusätzlichen Strahlungsleistung bei dem Heranfahren des Scrapers vor allem von Bedeutung ist, ist der Unterschied zwischen den Ladungsverteilungen mit und ohne Scraper in Abbildung 5.6b. Die kleinen Unterschiede in den simulierten Ladungsverteilungen lassen sich nicht in den gemessenen Verteilungen wiederfinden. Im Rahmen der Messungenauigkeiten scheinen die gemessenen Ladungsverteilungen übereinzustimmen.

### Detektorantwortfunktion

Die in Abbildung 5.6a gezeigten gemessenen Ladungsverteilungen sind jedoch nicht ohne weiteres mit den simulierten Ladungsverteilungen vergleichbar, da sie mit der Detektorantwortfunktion gefaltet sind. Diese Detektorantwortfunktion beschreibt wie ein Eingangssignal in Form einer  $\delta$ -Funktion abgebildet wird und entspricht im Falle der verwendeten Streak-Kamera einer Gauß-Verteilung mit einer RMS-Breite von 1,737 ps [9]. Dies führt dazu, dass Änderungen der Ladungsverteilung auf sehr kurzen Zeitskalen, wie sie zum Beispiel im Bursting auftreten (siehe Kapitel 4.1.4), trotz einer Detektorgenauigkeit von 400 fs nicht gemessen werden können, da sie “ausgeschmiert” werden. Um einen direkten Vergleich der gemessenen und simulierten Ladungsverteilungen zu ermöglichen, wurden die simulierten Verteilungen mit der Detektorantwortfunktion der Streak-Kamera gefaltet [8].

Die Ergebnisse dieser Faltung der Ladungsverteilungen in Abhängigkeit von der longitudinalen Koordinate  $\tau = -z/c$  ist in Abbildung 5.7 dargestellt.  $\tau$  bezeichnet die Ankunftszeit am Ort  $s$  in Relation zum Referenzteilchen und ist über  $\tau = -\frac{\sigma_z q}{c}$  mit der relativen

## 5.2 Messung der Ladungsverteilung mit einer Streak-Kamera

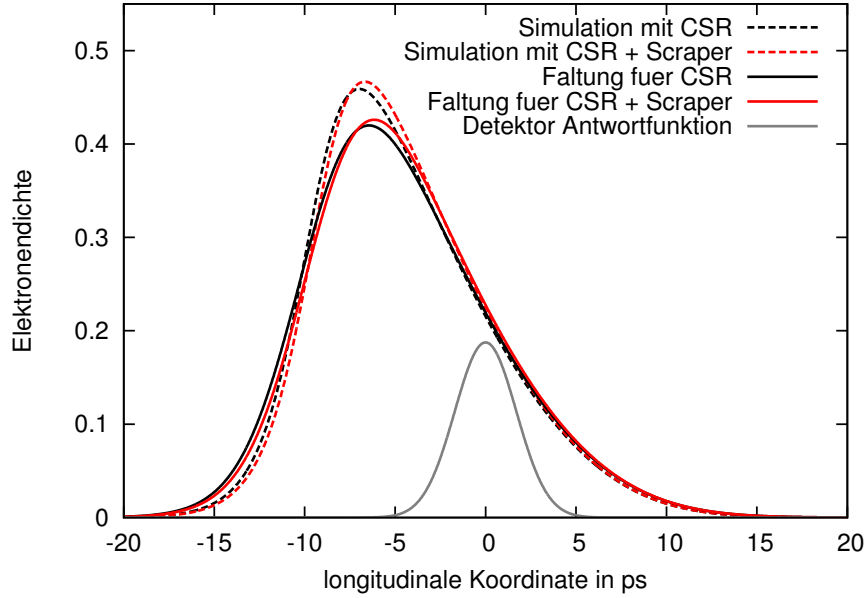


Abbildung 5.7: Faltung der simulierten Ladungsverteilungen (gestrichelte Linie) mit der Detektorantwortfunktion (grau) der Streak-Kamera in Abhängigkeit des Ankunftszeitunterschiedes  $\tau = -\frac{\sigma_z q}{c}$  zum Referenzteilchen. Zu Beachten ist, dass sich der Kopf des Bunches bei  $\tau < 0$  befindet. Die gefalteten Ladungsverteilungen (durchgezogene Linie) werden im Vergleich zu den reinen Simulationsergebnissen breiter und der Einfluss des Scrapers in der Ladungsverteilung wird weniger deutlich sichtbar.

longitudinalen Koordinate  $q$  verknüpft, das heißt der Kopf des Bunches befindet sich bei  $\tau < 0$ .

Die berechneten Ladungsverteilungen sind mit gestrichelten Linien dargestellt und die Detektorantwortfunktion ist in grau eingezeichnet. Als Ergebniss der Faltung erhält man die mit durchgezogenen Linien gekennzeichneten Ladungsverteilungen. Diese werden im Vergleich zu den reinen Simulationsergebnissen etwas breiter und der Einfluss des Scrapers in der Ladungsverteilung wird weniger deutlich sichtbar.

Mit Hilfe der Messergebnisse der Streak-Kamera lässt sich keine abschließende Aussage darüber treffen, inwieweit die berechneten Ladungsverteilungen die Realität wieder spiegeln. Dies lässt sich nur über eine Messung mit noch höherer Auflösung überprüfen.

## *5 Deformation der Ladungsverteilung durch Wake-Felder*

## 6 Spektrum

Auch wenn die berechneten Veränderungen der Ladungsverteilung zu klein sind, um sie mit der Streak-Kamera zu messen, so ist es dennoch möglich, dass sich die Deformation auf das Spektrum auswirkt. Wie in Kapitel 2.3 beschrieben teilt sich das Spektrum in das der kohärenten und inkohärenten Synchrotronstrahlung auf. Um die Spektren, die die deformierten Bunche abstrahlen, zu berechnen, wird zunächst auf die wichtigen Größen (Impedanz und Formfaktor) eingegangen und anschließend die resultierenden Spektren miteinander verglichen.

Die Formeln zur Berechnung des inkohärenten und kohärenten Spektrum wurden in Kapitel 2.3.1 eingeführt. Das inkohärente Spektrum berechnet sich über (vergleiche Gleichung 2.27):

$$P_n^{incoh}(t) = 2N(e\omega_0)^2 \cdot \text{Re}(Z(n))/(2\pi)^2 \quad (6.1)$$

Hierbei ist  $\omega_0$  die effektive Kreisfrequenz und ist gegeben als  $\omega_0 = \frac{\beta_0 c}{R}$ .  $Z(n)$  ist die frequenzabhängige Impedanz des betrachteten Systems, wobei der Index  $n$  für die einzelnen Vielfache von  $\omega_0$  stehen  $\omega = n \cdot \omega_0$ . Das kohärente Spektrum kann über folgende Formel bestimmt werden (vergleiche Gleichung 2.28):

$$P_n^{coh}(t) = 2(eN\omega_0)^2 \cdot \text{Re}(Z(n))|\lambda_n|^2 \quad (6.2)$$

$\lambda_n$  bezeichnet die Fouriertransformierte der Ladungsverteilung.

### 6.1 Impedanz

#### 6.1.1 Berechnung der Impedanz aus dem Wake-Feld

Für die Berechnung des inkohärenten Spektrums (siehe Gleichung 2.27) und auch des kohärenten Spektrum (siehe Gleichung 2.28) wird der Realteil der Impedanz verwendet, der einen Energieverlust bewirkt. Die Impedanz kann mit Hilfe einer Fouriertransformation aus dem Wake-Feld berechnet werden (siehe Gleichung 2.30).

## 6 Spektrum

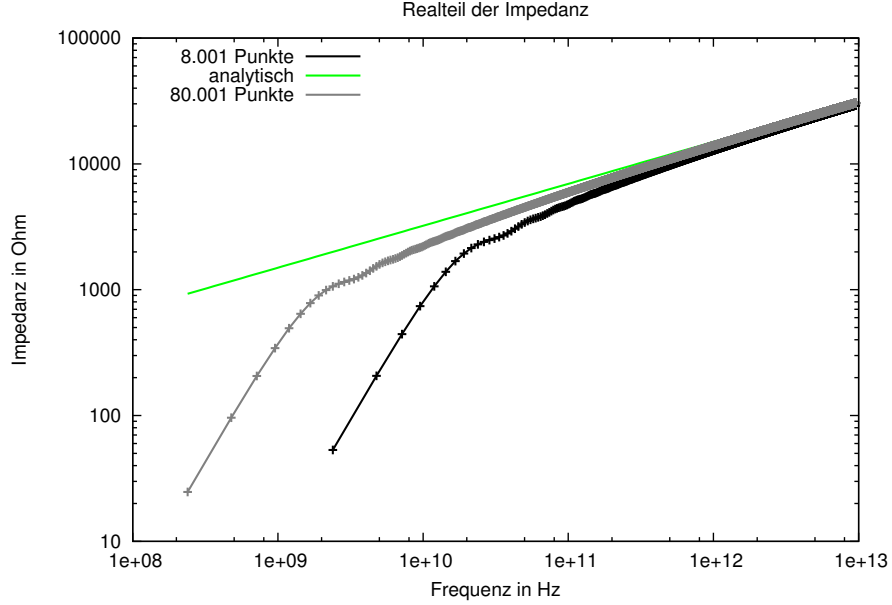


Abbildung 6.1: Vergleich zwischen dem analytischen Ausdrucks für die Impedanz der kohärenten Synchrotronstrahlung (s. Gleichung 6.3) und der Impedanz, die aus dem Wake-Feld berechnet wurde. Für genügend viele Punkte in der diskreten Fouriertransformation nähern sich die Lösungen an. Zur besseren Orientierung wurden die Punkte mit einer Linie verbunden.

Um zu untersuchen, ob die aus einer Fouriertransformation gewonnene Impedanz in der Praxis für die Berechnung des Spektrums verwendbar ist, wurde das Wake-Feld der kohärenten Synchrotronstrahlung verwendet (siehe Gleichung 4.34). Für die kohärente Synchrotronstrahlung gibt es sowohl eine analytische Lösung für die Impedanz wie auch für das Wake-Feld und bietet so optimale Vergleichsmöglichkeiten.

Der Analytische Ausdruck für die Impedanz  $Z$  der kohärenten Synchrotronstrahlung in Abhängigkeit von der Frequenz  $f$  ist über folgende Formel gegeben [3]:

$$Z(f) = \frac{Z_0 R^{1/3} \Gamma(\frac{2}{3})}{3^{1/3} c^{1/3}} e^{i\pi/6} f^{1/3} \quad (6.3)$$

Hierbei ist  $\Gamma(\frac{2}{3}) = 1.35$ ,  $Z_0 = 377 \Omega$  die Vakuumimpedanz und  $R$  der Krümmungsradius der Ablenkmagnete. Dieser Ausdruck für die Impedanz ist gültig bis zu Frequenzen  $f \sim \gamma^3 c / R \approx 9 \cdot 10^5 \text{ THz}$  [3] und deckt somit den für die Berechnung des Spektrums interessanten Bereich von  $f = [10^9 \text{ Hz}, \dots, 10^{13} \text{ Hz}]$  ab.

In Abbildung 6.1 ist der Realteil der Impedanz der kohärenten Synchrotronstrahlung



in Abhängigkeit von der Frequenz dargestellt. Der analytische Ausdruck (siehe Gleichung 6.3) ist in grün eingezeichnet. Die über eine Fouriertransformation aus dem Wake-Feld berechneten Impedanzen sind in grau und schwarz dargestellt. Beim Vergleich der drei Kurven lässt sich erkennen, dass sich die analytisch und numerisch berechneten Impedanzen vor allem im Bereich von kleinen Frequenzen unterscheiden. Die schwarze Kurve zeigt das Ergebnis nach einer Fouriertransformation des Wake-Feldes mit 8001 Punkten und für die graue Kurve wurden 80001 Punkte verwendet, was einer Vergrößerung des betrachteten Bereichs des Wake-Feldes um den Faktor 10 entspricht. Hierbei zeigt sich, dass sich die numerisch berechneten Kurven der analytischen annähern, wenn sich die Anzahl der verwendeten Punkte erhöht. Weitere Verfeinerungen der Fouriertransformation unter der Verwendung von mehr Punkten, würden wahrscheinlich dazu führen, dass die numerisch berechnete Impedanz mit der analytischen Lösung übereinstimmt.

Die Ursache für die Differenz zwischen der analytischen und numerischen Lösung liegt wahrscheinlich an dem relativ langsamen Abfall des Wake-Feldes ( $W(z)$ ) für große Abstände  $z$  der Elektronen zu einander. Für eine diskrete Fouriertransformation wird die betrachtete Funktion als periodisch angenommen und die Funktionswerte an den Randbereichen sollten möglichst identisch sein. Im Falle des Wake-Feldes der kohärenten Synchrotronstrahlung sind die Funktionswerte im negativen Randbereich Null. Für positive Werte fällt das Wake-Feld allerdings mit  $W(z) \propto z^{-4/3}$  ab und es müsste ein großer Bereich im Ortsraum abgedeckt werden, damit das Wake-Feld ausreichend stark auf Null zurückfällt (vergleiche Abbildung 4.6).

Auf Grund dieser Differenz zwischen der analytischen Lösung der Impedanz und der numerisch berechneten wurde für den Realteil der Impedanz in den Gleichungen 2.27 und 2.28 nicht eine Fouriertransformation des Wake-Feldes genutzt sondern der analytische Ausdruck genutzt.

### 6.1.2 Impedanz

Für die Impedanz des Scrapers wurden die von Boris Podobedov (Brookhaven National Laboratory) berechneten Werte verwendet. Abbildung 6.2 zeigt diese in Abhängigkeit von der Frequenz. Von der Verwendung der aus dem Wake-Feld berechneten Impedanz wurde abgesehen, da nicht überprüft werden konnte, ob für die Verwendung einer Fouriertransformation die Intervall-Länge im Ortsraum ausreichend groß ist. Für Frequenzen unterhalb von  $10^{11}$  Hz zeigen sich einige Peaks, die wahrscheinlich auf Grund von an-

## 6 Spektrum

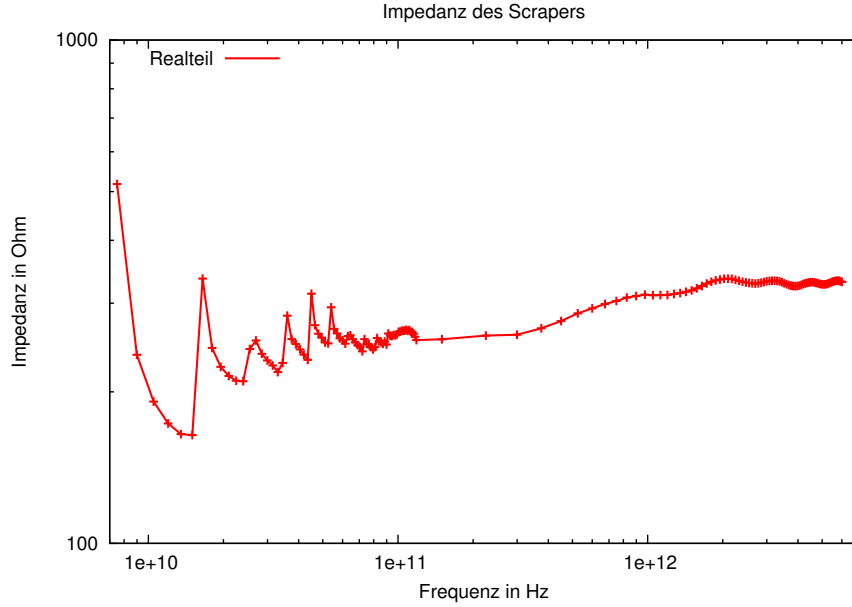


Abbildung 6.2: Impedanz der Scrapers [25], wie in Abbildung 4.7 gezeichnet. Zur besseren Orientierung wurden die Punkte mit einer Linie verbunden. Für niedrige Frequenzen zeigen sich Peaks, die durch Resonanzen entstehen, und für hohe Frequenzen ist der Realteil konstant.

geregten Resonanzen auftreten. Für hohe Frequenzen werden die Werte des Realteils konstant und nähern sich einem konstanten Wert von etwa  $\ln\left(\frac{h}{a}\right) \frac{Z_0}{\pi} \approx 332 \, \Omega$  an [26]. Hierbei ist  $h = 32 \text{ mm}$  der Durchmesser des Strahlrohres und  $a = 2 \text{ mm}$  die Öffnung des Scrapers.

Da die Fouriertransformation eine lineare Transformation ist, kann man sowohl zwei Wake-Felder addieren und diese anschließend Fouriertransformieren als auch die entsprechenden Impedanzen addieren. Das heißt anstatt die Impedanz aus den addierten Wake-Feldern des Scrapers und der kohärenten Synchrotronstrahlung zu verwenden, wurden der analytische Ausdruck für die Impedanz der kohärenten Synchrotronstrahlung und die von Boris Podobedov berechnete Impedanz des Scrapers addiert.

Die Ergebnisse finden sich in Abbildung 6.3. In schwarz ist die Impedanz der kohärenten Synchrotronstrahlung dargestellt und mit der zusätzlichen Impedanz des Scrapers ergibt sich die rote Kurve.

Für Frequenzen oberhalb von etwa  $1 \cdot 10^{11} \text{ Hz}$  unterscheiden sich die beiden Impedanzen kaum von einander. Unterschiede zeigen sich unterhalb der Frequenz-Grenze von  $1 \cdot 10^{11} \text{ Hz}$ . Hier lässt sich einerseits der konstante Betrag wie auch einige der Peaks erkennen.

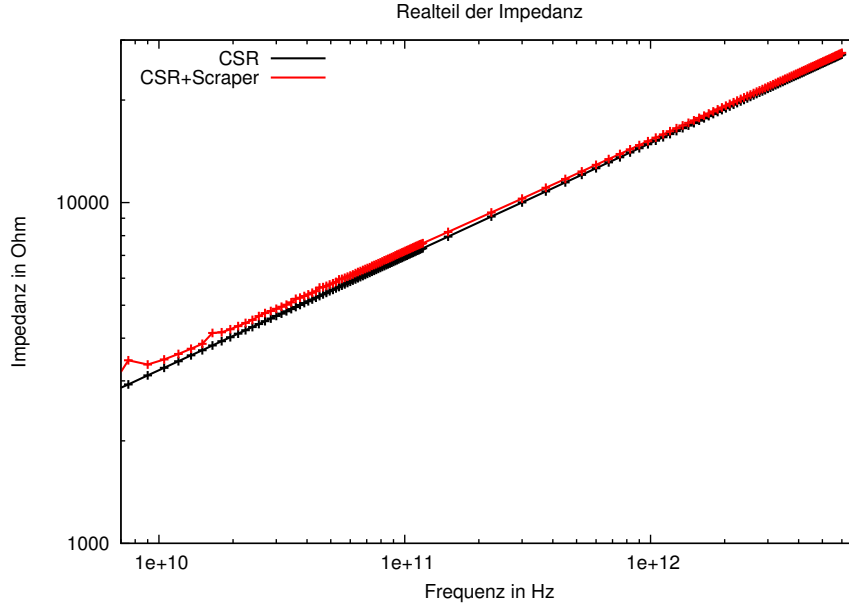


Abbildung 6.3: Vergleich der aus den Wake-Feldern berechneten Impedanzen in Abhängigkeit der Frequenz. Für Frequenzen unterhalb von  $1 \cdot 10^{11}$  Hz unterscheiden sich die Ergebnisse der Impedanz der kohärenten Synchrotronstrahlung (schwarz) von der Impedanz, bei der zusätzlich der Scraper wirkt (rot). Zur besseren Orientierung wurden die Punkte mit einer Linie verbunden.

Bei einer Frequenz von 1 THz führt der Scraper zu einer Erhöhung der Impedanz um  $\frac{311\Omega}{14977\Omega} \approx 2,2\%$ . Für niedrigere Frequenzen wird die Impedanz des Scrapers einen großen Einfluss haben und kann sich auf die Strahlungsleistung auswirken, da hier die Impedanz der kohärenten Synchrotronstrahlung niedriger ist und die des Scrapers einen relativ konstanten Wert beiträgt. Da für die von Boris Podobedov berechnete Impedanz des Scrapers nur wenige Datenpunkte zu Verfügung standen, wurde im folgenden für die Impedanz des Scrapers mit Hilfe einer Spline-Interpolation weitere Berechnungen zusätzliche Datenpunkte ergänzt.

## 6.2 Formfaktor

### 6.2.1 Formfaktor einer Gauß-Verteilung

Der Unterschied zum Spektrum der inkohärenten Strahlung liegt zum einen in der quadratischen Abhängigkeit von der Teilchenzahl  $N$  und zum anderen in dem Faktor  $|\lambda_n|^2$ , dem sogenannten Formfaktor. Dabei bezeichnet  $\lambda_n$  die Fouriertransformierte der Ladungsver-

## 6 Spektrum

teilung:

$$\lambda(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \rho(q) e^{i2\pi q \kappa} dq \quad (6.4)$$

Damit kann sich, im Gegensatz zum inkohärenten Spektrum, das Leistungsspektrum

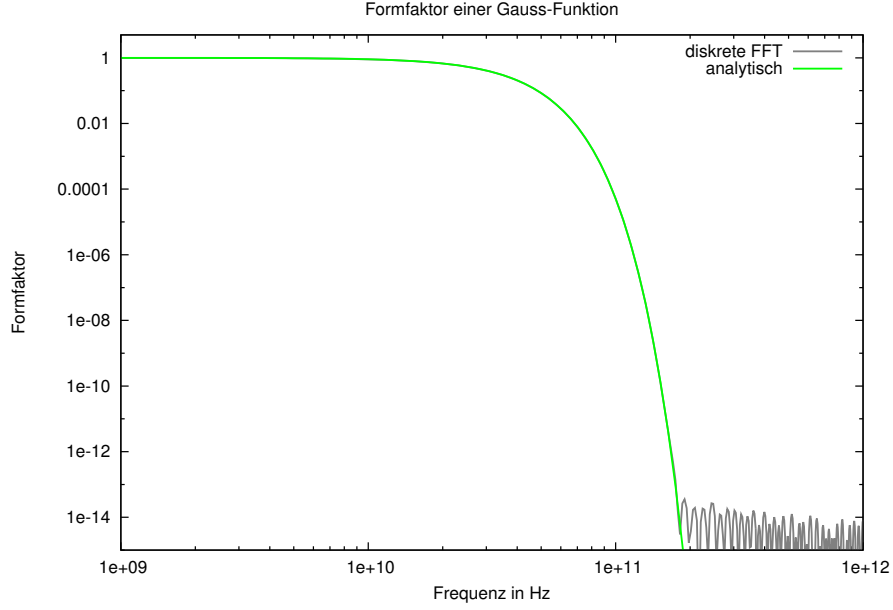


Abbildung 6.4: Vergleich zwischen der analytischen Berechnung der Formfaktoren (grün) und der mit Hilfe der GSL berechnenden diskreten Fouriertransformation (grau). Beide Kurven stimmen über weite Bereiche überein und erst für sehr kleine Funktionswerte tritt bei der schwarzen Kurve numerisches Rausches auf.

der kohärenten Strahlung auch ändern, wenn sich die longitudinale Ladungsverteilung der Elektronen im Bunch verändert.  $\kappa$  lässt sich aus der Beziehung  $\kappa q = \tau f$  bestimmen. Mit dem Zusammenhang  $\tau = -\frac{\sigma_z q}{v_0}$  ergibt sich  $\kappa$  als:

$$\kappa = -\frac{\sigma_z}{v_0} f \quad (6.5)$$

Damit kann die Frequenzabhängigkeit von  $\lambda_n$  berechnet werden über:

$$\lambda_n(\omega_0 \cdot n) = \int_{-\infty}^{\infty} \rho(q) e^{-i2\pi q \frac{\sigma_z}{v_0} f} dq \quad (6.6)$$

Die Gleichung 6.6 in diskretisierter Form wurde mit Hilfe einer der diskreten, schnellen Fourier Transformation gelöst. Dabei wurde auf eine Funktion der der “GNU Scientific Li-

brary” zurückgegriffen. Hierbei können diskrete Fourier Transformationen mit beliebiger Länge ausgeführt werden [1].

Um zu überprüfen, ob die verwendete Funktion korrekt arbeitet und nicht allzu stark von der analytischen Lösung abweicht wurde der Formfaktor einer Gauß-Funktion berechnet. Es wurde eine Gauß-Verteilung ausgewählt da hierfür einerseits eine analytische Lösung bekannt ist und andererseits die berechneten Ladungsverteilungen nicht stark von einer Gauß-Verteilung abweichen. In Abbildung 6.4 zeigt sich eine gute Übereinstimmung der beiden Kurven. Für Funktionswerte unterhalb von  $1 \cdot 10^{-14}$  tritt ein Rauschen auf. Dieses Rauschen ist wahrscheinlich numerisch bedingt und kann vernachlässigt werden, da es nur im Bereich sehr kleiner Funktionswerte auftritt und somit praktisch keinen Beitrag zur Fouriertransformierten leisten.

### 6.2.2 Formfaktoren der deformierten Ladungsverteilungen

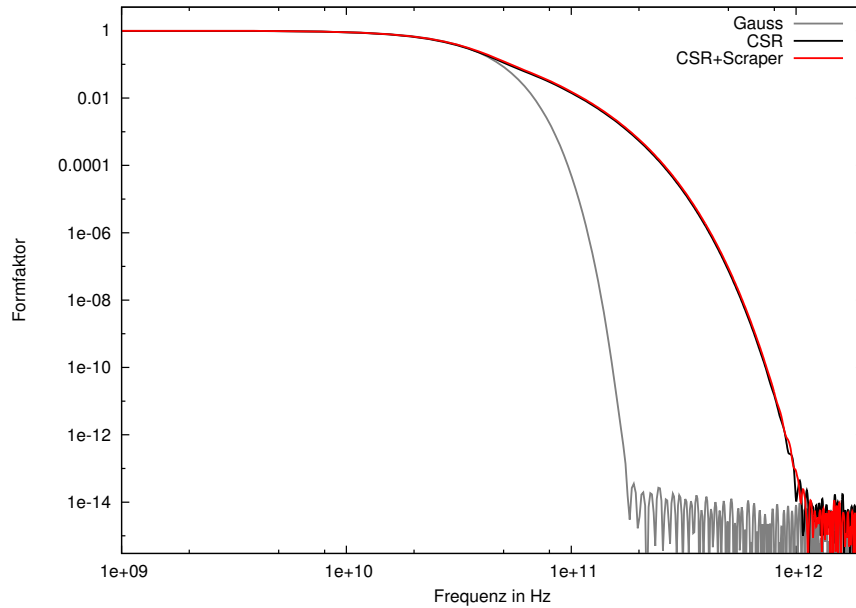


Abbildung 6.5: Formfaktoren der Ladungsverteilungen auf Grund des Einflusses der unterschiedlichen Wake-Felder im Vergleich zu einer Gaußform.

Nachdem im obigen Abschnitt gezeigt werden konnte, dass die diskrete Fouriertransformation gut geeignet ist um die Formfaktoren der Ladungsverteilungen zu berechnen, wurden sie mit der oben beschriebenen Methode berechnet. Die verschiedenen Formfaktoren  $|\lambda_n|^2$  der berechneten Ladungsverteilungen aus Abbildung 5.4 sind in Abbildung 6.5 dargestellt. Verglichen wurden hier drei unterschiedliche Fälle einer Elektronenverteilung an der Bursting-Schwelle. So wurde zum einen der Formfaktor einer Verteilung berechnet,

## 6 Spektrum

bei der nur das Wake-Feld der kohärenten Synchrotronstrahlung auf die Elektronen wirkt (schwarz). Des weiteren ist der Formfaktor einer Ladungsverteilung unter dem Einfluss des gleichzeitigen Wirken der Wake-Felder der kohärenten Synchrotronstrahlung und des Scrapers (rot) aufgetragen. Zum Vergleich wurde auch der Formfaktor einer Gauß-Verteilung angegeben (grau).

Es lässt sich erkennen, dass durch die Verformungen auf Grund der kohärenten Synchrotronstrahlung die Reichweite des Spektrums erhöht wird. Durch die kürzeren Bunche im Ortsraum gibt es einen größeren Formfaktor bei höheren Frequenzen. Der Knick im Formfaktor bei etwa  $3 \cdot 10^{10}$  Hz wird durch die Asymmetrie der Ladungsverteilung verursacht.

Für sehr hohe Frequenzen im Bereich von 1 THz zeigen sich leichte Abweichungen der beiden Kurven von kohärenter Synchrotronstrahlung und zusätzlichem Scraper. Da hier die Werte der Formfaktoren aber schon stark abgefallen sind, ist der Beitrag zur Gesamtleistung zu vernachlässigen. Außerdem kann nicht ausgeschlossen werden, dass in diesem Bereich Einflüsse durch das numerische Rauschen auftraten. Im Bereich niedrigerer Frequenzen zeigen die beiden Formfaktoren von CSR und zusätzlichem Scraper auf den ersten Blick kaum Abweichungen.

Um die Unterschiede zwischen den Formfaktoren der kohärenten Synchrotronstrahlung und dem Formfaktor mit zusätzlichen Scraper besser sichtbar zu machen, wurde die relative Änderung der beiden Formfaktoren  $\Delta|\lambda|^2$  berechnet:

$$\Delta|\lambda|^2 = \frac{|\lambda|_{CSR+Scraper}^2 - |\lambda|_{CSR}^2}{|\lambda|_{CSR}^2} \quad (6.7)$$

Durch eine Umformung der obigen Gleichung lässt sich erkennen, dass sich eine positive relative Änderungen  $\Delta|\lambda|^2$  direkt in einem größeren Formfaktor  $|\lambda|_{CSR+Scraper}^2$  auswirkt:

$$|\lambda|_{CSR+Scraper}^2 = (1 + \Delta|\lambda|^2) * |\lambda|_{CSR}^2 \quad (6.8)$$

In Abbildung 6.6 wurde die relative Änderung der Formfaktoren  $\Delta|\lambda|^2$  in Abhängigkeit von der Frequenz dargestellt. Für sehr kleine Frequenzen gibt es eine nur sehr kleine relative Änderungen durch die zusätzliche Verwendung des Scrapers ( $\Delta|\lambda|^2 < 1\%$ ), die bis zu einer Frequenz von ca.  $5 \cdot 10^{10}$  Hz deutlich ansteigt auf  $\Delta|\lambda|^2 \approx 10\%$ . In dem folgenden Frequenzbereich bis ungefähr  $2 \cdot 10^{11}$  Hz bildet sich eine Art Plateau und  $\Delta|\lambda|^2$  bleibt relativ konstant bei 10%. Für noch größere Frequenzen steigt die relative Änderung weiter

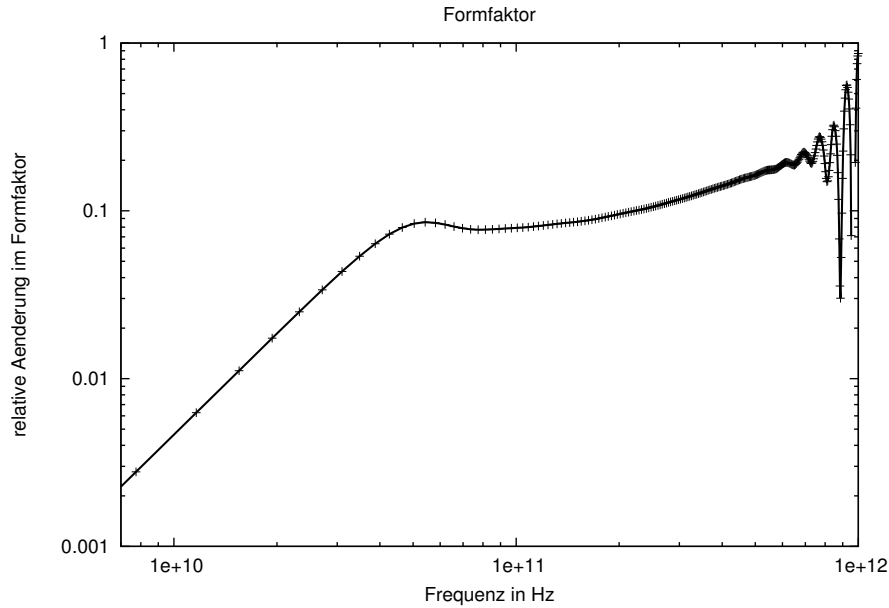


Abbildung 6.6: Relative Änderung der Formfaktoren  $\Delta|\lambda|^2 = \frac{|\lambda|_{CSR+Scraper}^2 - |\lambda|_{CSR}^2}{|\lambda|_{CSR}^2}$  in Abhängigkeit von der Frequenz. Zur besseren Orientierung wurden die Punkte mit einer Linie verbunden. Im Frequenz-Bereich von  $5 \cdot 10^{10}$  Hz bis zu etwa  $1 \cdot 10^{12}$  Hz beträgt die relative Änderung der Formfaktoren ca. 10%.

an und erreicht Werte von bis zu 30%. Hierbei ist zu beachten, dass in diesem Bereich der absolute Wert der Formfaktoren  $|\lambda|_{CSR}^2$  und  $|\lambda|_{CSR+Scraper}^2$  äußerst stark abgefallen sind und kaum noch zu der erhöhten Gesamt-Strahlungsleistung beitragen.

Nach den obigen Ergebnissen lässt sich für Frequenzen ab  $5 \cdot 10^{10}$  Hz eine Steigerung der Strahlungsleistung  $P_n$  von 10% und mehr erwarten, da der Formfaktor linear in die Berechnung der Strahlungsleistung eingeht. Im Bereich niedrigerer Frequenzen fällt die relative Änderung stark ab und der Formfaktor wird in diesem Bereich zu keiner Erhöhung der abgestrahlten Leistung beitragen.

### 6.3 Leistungsspektren

Nachdem in den vorherigen Kapiteln die Impedanz und der Formfaktor eingehend untersucht wurde, lassen sich nun die Leistungsspektren angeben und so kann eine Aussage darüber getroffen werden, ob sich durch den Einsatz des Scrapers die Strahlungsleistung erhöht. In Abbildung 6.7 ist das kohärente Leistungsspektrum für zwei unterschiedliche Fälle gezeigt.

## 6 Spektrum

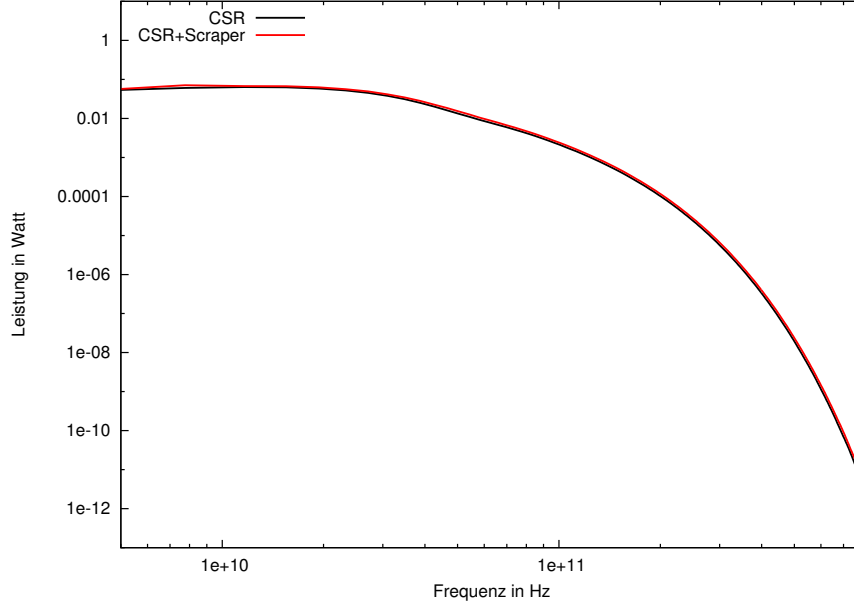


Abbildung 6.7: Simuliertes Spektrum der abgestrahlten kohärenten Synchrotronstrahlung in Abhängigkeit der Frequenz. Es lassen sich kaum Unterschiede zwischen der Leistung ohne Scrapper (schwarz) und mit Scrapper (rot) erkennen.

Das Spektrum eines Bunches unter dem Einfluss der kohärenten Synchrotronstrahlung ist in schwarz dargestellt. Hierbei wurden sowohl die entsprechende Impedanz wie auch der Formfaktor verwendet. Durch den zusätzlichen Effekt des Scrapers ergibt sich das rot gezeichnete Spektrum.

Wie schon bei den Formfaktoren zeigen sich auf den ersten Blick keine Unterschiede zwischen den beiden Kurven in Abbildung 6.7 und es wurde auch hier die relative Änderung der Strahlungsleistung  $\Delta P = \frac{P_{CSR+Scrapper} - P_{CSR}}{P_{CSR}}$  berechnet. Diese relative Änderung ist in Abbildung 6.8 in Abhängigkeit von der Frequenz dargestellt. Hierbei zeigt sich, dass die Strahlungsleistung der kohärenten Synchrotronstrahlung mit Wirken des Scrapers über den gesamten Frequenz-Bereich erhöht ist und dabei Werte um 5% bis 20% erreicht. Für kleine Frequenzen bis zu  $5 \cdot 10^{10}$  Hz dominiert in der relativen Änderung der Strahlungsleistung  $\Delta P$  die Impedanz des Scrapers. Hierbei gibt es einen Abstieg der relativen Strahlungsleistung  $\Delta P$  von 5% auf ca. 13%. Für höhere Frequenzen fällt der Einfluss der Impedanz ab und die Formfaktoren beginnen zu dominieren. Die relative Änderung der Strahlungsleistung fällt zunächst leicht ab und bleibt bis zu Frequenzen von  $2 \cdot 10^{11}$  Hz relativ konstant bei 11 – 12% und steigt im folgenden Frequenz-Bereich



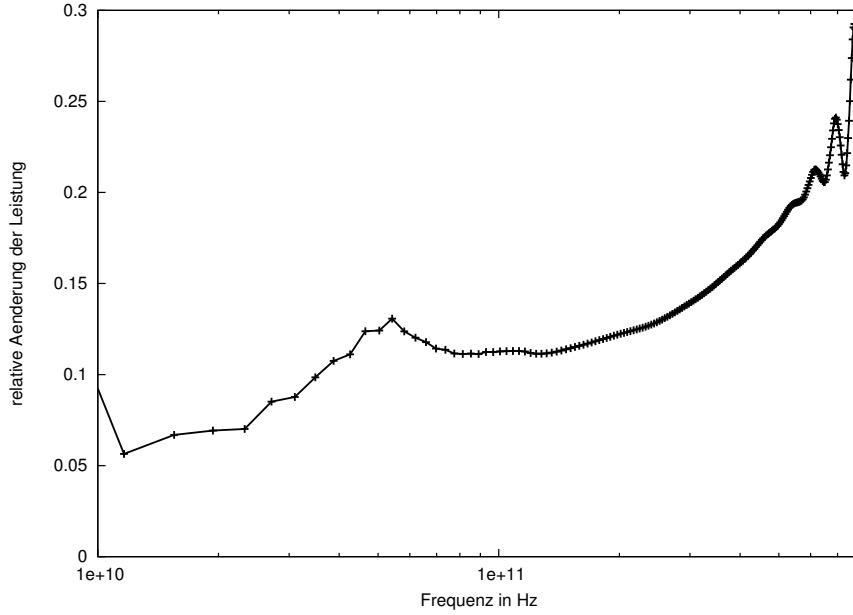


Abbildung 6.8: Relative Änderung der Leistung  $\Delta P = \frac{P_{CSR+Scraper} - P_{CSR}}{P_{CSR}}$  in Abhängigkeit von der Frequenz. Zur besseren Orientierung wurden die Punkte mit einer Linie verbunden. Die relative Änderung der Strahlungsleistung bewegt sich im gesamten Frequenz-Bereich zwischen 5% und 20%.

weiter an und erreicht Werte von 25%.

Um diese berechneten Änderungen der Strahlungsleistung mit Messwerten vergleichen zu können, muss zunächst die insgesamt abgestrahlte Strahlungsleistung  $P_{ges}(f) = \int_0^\infty P_n(f) df$  berechnet werden. Bei der numerisch berechneten Leistung, wurde ab der minimalen Frequenz summiert, um die Gesamtleistung zu bestimmen. Anschließend kann die Änderung der Gesamt-Leistung durch den Scraper angegeben werden als:

$$\Delta P_{ges} = \frac{P_{ges,CSR} - P_{ges,CSR+Scraper}}{P_{ges,CSR}} = 9,6\% \quad (6.9)$$

Das bedeutet, dass durch das Verwenden des Scrapers sich die insgesamt abgestrahlte Synchrotronstrahlung  $P_{ges,CSR+Scraper} = (1 + \Delta P_{ges}) * P_{ges,CSR}$  um 9,6% erhöht.

## 6.4 Diskussion der Ergebnisse

Abweichungen zwischen der berechneten Änderung der insgesamt abgestrahlten Leistung  $\Delta P_{ges}$  und der gemessenen Änderung können durch unterschiedliche Effekte verursacht worden sein. Effekte, die durch die bei der Messung verwendeten Detektoren verursacht

## 6 Spektrum

werden, wie zum Beispiel Frequenzabhängigkeit der Detektoren, müssen ebenso berücksichtigt werden wie Ungenauigkeiten, die durch bei der Simulation verwendete Modelle auftreten. Ebenfalls muss sichergestellt werden, dass in der Simulation und während der Messung vergleichbare Situationen herrschten.

Im Folgenden wird näher auf die möglichen Ursachen dieser Abweichungen zwischen Messung und berechneten Ergebnissen eingegangen und ein Ausblick gegeben, wie durch Verbesserungen der Simulation und veränderten Messungen eine mögliche Annäherung erreicht werden kann.

### 6.4.1 Einschränkung des betrachteten Frequenz-Bereichs

Um die simulierten Ergebnisse für die Strahlungsleistung mit den gemessenen Werten richtig vergleichen zu können, müssen einige Faktoren berücksichtigt werden. Zum einen muss die Charakteristika des verwendeten Detektors berücksichtigt werden, wie es auch bei dem Vergleich der simulierten Ladungsverteilungen mit den mit der Streak-Kamera gemessenen der Fall war (siehe Kapitel 5.2.2). Im Falle der Strahlungsleistung müssen die simulierten Spektren noch mit der frequenzabhängigen Detektor-Empfindlichkeit  $DE(f)$  multipliziert werden, um so eine verlässliche Aussage über den erwarteten Anstieg in der Strahlungsleistung treffen zu können. Auch decken die verwendeten Terahertz-Detektoren nur einen begrenzten Frequenz-Bereich ab, was beim Vergleich zwischen den berechneten und den gemessenen Spektren berücksichtigt werden muss.

Ein anderer Effekt, der noch nicht im Spektrum berücksichtigt wurde, ist der Einfluss des Strahlrohres durch die sogenannte “Cut-Off”-Frequenz  $f_{cut}$ . Unterhalb dieser Frequenz wird die emittierte Strahlung durch das Strahlrohr unterdrückt und kann nicht an den Beamlines beobachtet werden und somit auch nicht zur Strahlungsleistung beitragen. Im Ortsraum lässt sich die Ursache für diese Unterdrückung einfach erklären: die Wellenlängen der abgestrahlten Photonen können die Größe des Strahlrohres nicht überschreiten und alle größeren Wellenlängen werden unterdrückt. Diese maximale Wellenlänge  $\lambda_{max}$  kann genähert werden als [28]:

$$\lambda_{max} \approx 2h\sqrt{\frac{h}{R}} \quad (6.10)$$

Hierbei ist  $h$  der Durchmesser des Strahlrohres,  $c$  die Lichtgeschwindigkeit und  $R$  der Krümmungsradius der Elektronenbahn. Damit ergibt sich die maximale Wellenlänge als:

$$\lambda_{max} \approx 2 \cdot 32 \cdot 10^{-3} \sqrt{\frac{32 \cdot 10^{-3}}{5,55}} \text{ m} = 4,86 \text{ mm} \quad (6.11)$$

Die zugehörige Frequenz kann über die Relation  $f_{cut} = \frac{c}{\lambda_{max}}$  bestimmt werden:

$$f_{cut} = \frac{c}{\lambda_{max}} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{4,86 \cdot 10^{-3} \text{ m}} = 6,2 \cdot 10^{10} \text{ Hz} \quad (6.12)$$

Sowohl das begrenzte Fenster der Detektoren als auch die Cut-Off Frequenz  $f_{cut}$  führen dazu, dass bei der Berechnung der Gesamtleistung  $P_{ges}$  nicht über alle Frequenzen integriert werden muss, sondern sehr niedrige Frequenzen nicht berücksichtigt werden. Somit sollte zur Berechnung der Gesamtleistung nicht mehr der Ausdruck  $P_{ges}(f) = \int_0^\infty P_n(f) df$  verwendet werden, sondern eine leicht veränderte Formel:

$$P_{ges}(f) = \int_0^\infty P_n(f) * BP(f) * DE(f) df \quad (6.13)$$

Hierbei steht  $BP(f)$  für eine Bandpassfilter-Funktion, der das Unterdrücken von Frequenzen unterhalb der Cut-Off Frequenz  $f_{cut}$  wiedergibt, und  $DE(f)$  für die frequenzabhängige Detektor-Empfindlichkeit

Bei Betrachtung der relativen Änderung der Strahlungsleistung  $\Delta P_n$  in Abbildung 6.8 stellt man fest, dass eine Vergrößerung der relativen Änderung in der Gesamtleistung  $\Delta P_{ges}$  zu erwarten ist. Dies liegt daran, dass für niedrige Frequenzen die abgestrahlten Leistungen mit und ohne Scraper am ähnlichsten sind und nur kleine Beiträge von 5% bis 10% in die Änderung der Gesamtleistung einfließen. Wird dieser Bereich nun nicht mehr berücksichtigt, da er zum Beispiel unterhalb der Cut-Off Frequenz  $f_{cut}$  liegt, so steigt die Änderung der insgesamt abgestrahlten Leistung  $\Delta P_{ges}$  an.

#### 6.4.2 Berücksichtigung des Strahlrohres im Wake-Feld

Neben der Berücksichtigung der Cut-Off Frequenz  $f_{cut}$  gibt es weitere Effekte des Strahlrohres die zur Verbesserung der Simulationsergebnisse führen können. In Kapitel 5.2.2 wurden die berechneten Ladungsverteilungen mit denen verglichen, die mit der Streak-Kamera aufgenommen wurden. Hierbei stellte sich heraus, dass die Stärke der Deformation durch

## 6 Spektrum

die kohärente Synchrotronstrahlung, wie sie in den berechneten Verteilungen zu sehen ist, nicht durch die gemessenen Verteilungen bestätigt wurde (siehe Kapitel 5.2.2). Einen Anteil daran haben sicherlich auch die unterschiedlichen Maschinenparameter. Trotzdem werden die simulierten Ladungsverteilungen auch für gleiche Maschinenparameter stärker deformiert sein, als mit der Streak-Kamera gemessen werden [16].

Dies ist ein deutlicher Hinweis darauf, dass die Verwendung des Wake-Feldes der “free space CSR” nicht geeignet ist bzw. wichtige Eigenschaften der Ringes nicht abbilden. “Free space CSR” bezeichnet hierbei die kohärente Synchrotronstrahlung ohne die Anwesenheit eines Strahlrohres oder sonstiger Randbedingungen. Die Simulationen reproduziert zwar die richtigen Tendenzen der Deformation - die Verteilungen lehnen sich nach vorne und werden etwas steiler- aber es scheint noch abschwächende Effekte zu geben, die nicht berücksichtigt wurden.

In der Vernachlässigung des Strahlrohres bei der Verwendung des Wake-Feldes der kohärenten Synchrotronstrahlung liegt eine mögliche Ursache für die Abweichung zwischen gemessener und simulierter Ladungsverteilungen. Modelle, die wesentliche Aspekte eines Strahlrohres berücksichtigen, sind zum einen das “Parallel Plates Modell” oder das “Pill-Box Modell” [15].

Beim “Parallel Plates Modell” werden zwei parallele Platten angenommen, deren Abstand voneinander dem Strahlrohrdurchmesser entsprechen, zwischen denen sich die Elektronen bewegen. Dadurch werden die Begrenzungen nach oben und unten berücksichtigt. Ganz ähnlich dazu ist das “Pill-Box Modell” bei dem zusätzlich zu den parallelen Platten auch noch die äußere Wand des Strahlrohres berücksichtigt wird und so eine Art flache Dose angenommen wird. Damit werden auch jene Photonen abgebildet, die zunächst an einer Wand reflektiert werden und erst dann auf den Bunch wirken und somit auf Elektronen weiter hinten im Bunch wirken.

### 6.4.3 Vergleich mit Messungen

Für das Wake-Feld des Scrapers wurde ein Modell verwendet, das eine Scraperöffnung von 2 mm besitzt, das heißt der Abstand zwischen Scraper und Elektronenstrahl beträgt 1 mm.

Die Ergebnisse aus Abschnitt 6.3 sind nicht direkt vergleichbar mit den Beobachtungen, die in Abbildung 1.1 gezeigt wurden. Diese Messung wurde nicht für einen einzelnen Bunch sondern im Multi-Bunch-Modus aufgenommen. Es wurde also nicht ein einzelner

Bunch, sondern gleich mehrere Züge bestehend aus je 33 Bunchen in den Ring gefüllt. Simuliert wurde aber nur ein einzelner Bunch und somit wurden mögliche Wechselwirkungen zwischen den einzelnen Bunchen nicht betrachtet. Auch wurde der Scraper nicht bis auf 1 mm an die Elektronen herangefahren.

Aus diesem Grund bietet eine Messung im Single-Bunch-Modus, bei der der Scraper idealerweise in einer Entfernung zum Strahl von 1 mm positioniert wird, eine größere Vergleichbarkeit. Das Ergebnis einer solchen Messung ist in Abbildung 6.9 zu sehen. Das

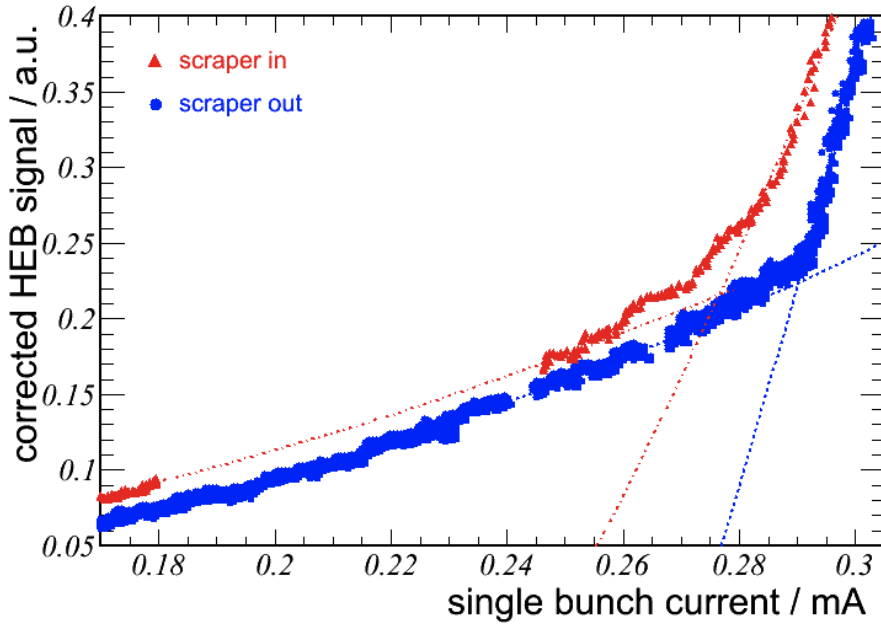


Abbildung 6.9: Gemessenes Terahertz-Signal in Abhängigkeit des Strahlstromes [21]. Wurde der Scraper auf 1 mm an den Strahl herangefahren (rot), liegt die Intensität der Terahertz-Strahlung signifikant über den Messwerten, bei dem kein Scraper verwendet wurde (blau). Für große Ströme ist der Übergang in das Bursting zu beobachten.

gemessene Terahertz-Signale wurde in Abhängigkeit des Strahlstromes aufgetragen. Blau dargestellt ist die gemessene Terahertz-Strahlung für den Fall, dass kein Scraper verwendet wurde. In rot eingezeichnet sind die Messwerte, bei denen der Scraper auf 1 mm an den Strahl herangefahren wurde. Es ist deutlich zu erkennen, dass der Einsatz des Scrapers die Strahlungsleistung signifikant erhöht. Im Strombereich von 0,17 - 0,25 mA liegt die relative Signaländerung bei  $(17 \pm 4)\%$  [20]. Der Knick in den beiden Kurven für große Ströme zeigt den Übergang vom Bereich stabiler Emission zum Bereich des Burstings.

Um eine Abschätzung darüber zu treffen, inwieweit Messung und Simulation überein-

## 6 Spektrum

stimmen wurde die relative Änderung der Gesamtleistung  $\Delta P_{ges}$  erneut berechnet. Dabei wurde die im oberen Abschnitt eingeführte Cut-Off-Frequenz als  $f_{cut} = 1 \cdot 10^{11}$  Hz genähert [20] und für die Berechnung von  $\Delta P_{ges}$  nur Beiträge der Leistung oberhalb dieser Frequenz berücksichtigt. Wie in Abschnitt 6.4.1 erläutert, steigt durch das Abschneiden der niedrigeren Frequenzen die relative Änderung der Gesamtleistung an und es ergab sich  $\Delta P_{ges} = 12,9\%$ . Damit liegt die simulierte Änderung leicht unter der gemessen.

Insgesamt ist mit den vorliegenden experimentellen Daten ein quantitativer Vergleich nicht möglich, aber die simulierten Ergebnisse zeigen deutliche Tendenzen mit denen die erhöhte Strahlungsleistung erklärbar ist. Nach weiteren Anpassungen an die konkreten Messsituationen würden sich auch quantitative Aussagen treffen lassen, die zeigen könnten, ob das zur Simulation verwendete einfache Modell des Scrapers alle wichtigen Effekte berücksichtigt oder ob weitere Untersuchungen nötig sind.

## 7 Zusammenfassung

Die kohärente Synchrotronstrahlung findet in vielen Gebieten Anwendung und durch ein umfassendes Verständnis der Scraper-Effekte auf das Spektrum, lässt sich die Strahlung auf die Bedürfnisse der Nutzer anpassen.

In der vorliegenden Arbeit konnte gezeigt werden, dass die gemessene Erhöhung der Strahlungsleistung nicht über eine Verschiebungen des Orbits durch den Scraper erklärt werden kann. Zwar führt eine Verschiebung des Orbits zu einer Veränderung der gemessenen Strahlungsleistung, aber die durch den Scraper verursachte Orbitänderung ist zu klein, um messbare Leistungsänderungen zu verursachen.

Für die Berechnung der longitudinalen Ladungsverteilung wurde die Haissinski-Gleichung verwendet für deren numerische Lösung zunächst der optimale Parameterraum untersucht und anschließend die longitudinalen Ladungsverteilungen berechnet wurde. Dabei zeigte sich, dass sich - durch die Selbstwechselwirkung der Elektronen untereinander auf Grund der kohärenten Synchrotronstrahlung - die Ladungsverteilungen nach vorne lehnen und aufstellen. Der Einfluss des Scrapers wirkt dem der kohärenten Synchrotronstrahlung entgegen, ist dabei aber deutlich schwächer. Im Vergleich zu den Verteilungen, bei denen nur die kohärente Synchrotronstrahlung wirkt, sind die Ladungsverteilungen mit zusätzlichem Wirken des Scrapers weniger stark nach vorne geneigt und ein wenig steiler. Im Vergleich mit den Messungen zeigte sich, dass die theoretisch vorhergesagten Deformationen durch die kohärente Synchrotronstrahlung stärker waren, als die Deformationen die mit der Streak-Kamera gemessen wurden. Wobei jedoch die unterschiedlichen Maschinenparameter in Messung und Simulation zu berücksichtigen ist. Dies ist ein Hinweis darauf, dass das zur Berechnung verwendete Modell für die kohärente Synchrotronstrahlung die Wirkung überschätzt und so zu starke Deformationen vorhergesagt werden. Der Einfluss des Scrapers auf die Ladungsverteilungen ist so gering, dass leichte Deformationen in den gemessenen Verteilungen nicht zu erkennen waren.

Mit den berechneten Ladungsverteilungen konnte anschließend die Spektren der abgestrahlten Synchrotronstrahlung berechnet werden. Durch einen Vergleich der relativen

## 7 Zusammenfassung

Änderungen in der Strahlungsleistung mit und ohne Wirken des Scrapers konnte gezeigt werden, dass über den gesamten Frequenzraum die Strahlungsleistung mit Scraper erhöht ist. Im Bereich niedriger Frequenzen wird diese erhöhte Strahlungsleistung durch die zusätzliche Impedanz dominiert, für hohe Frequenzen vor allem durch den Einfluss des Formfaktors, der aus Ladungsverteilung berechnet wird. Die berechnete Änderung der abgestrahlten Gesamtleistung liegt mit 12,9% leicht unter der gemessenen Änderung eines einzelnen Bunches die bei  $(17 \pm 4)\%$  lag.

Insgesamt lässt sich feststellen, dass das Wake-Feld eines Scrapers eine Änderung der longitudinalen Ladungsverteilung hervorruft, die die beobachteten Leistungsänderungen erklären kann. Dabei erfasst die Modellierung des Scrapers als leicht zusammenlaufender Kollimator wesentliche Aspekte des Scrapers und ist eine geeignete Näherung. Damit ergibt sich für zukünftige Experimente mit der kohärenten Synchrotronstrahlung die Möglichkeit, die Effekte des Scrapers gezielt einzusetzen. So könnte zum Beispiel der Strombedingte Intensitätsabfall durch ein schrittweises Heranfahren des Scrapers ausgeglichen werden und so eine Terahertz-Strahlung zur Verfügung gestellt werden, deren Intensität über einen längeren Zeitraum stabil ist.



## 8 Anhang



# Literaturverzeichnis

- [1] GNU Handbook. URL [http://www.gnu.org/software/gsl/manual/html\\_node/](http://www.gnu.org/software/gsl/manual/html_node/).
- [2] ANKA Archiv: .
- [3] Bane, K.: Wakefields of Sub-Picosecond Electron Bunches. In: *International Journal of Modern Physics A*, Band 22(22):S. 3736–3758, 2007.
- [4] Bane, K., Adolphsen, C., Decker, F., Emma, P. und Krejcik, F., P. Zimmermann: Measurement of the Effect of Collimator Generated Wakefields on the Beams in the SLC. In: *PAC, Dallas*, 1995.
- [5] Bane, K. und Morton, P.: Deflection by the Image Current and Charges of a Beam Scraper. In: *LINAC 86*, S. 490–492, 1986.
- [6] Chao, A. W.: *Physics of collective beam instabilities in high energy accelerators*. John Wiley and Sons Inc, erste Auflage, 1993.
- [7] Haissinski, J.: Exact Longitudinal Equilibrium Distribution of Stored Electrons in the Presence of Self-Fields. In: *Nuovo Cimento*, Band 18B(1):S. 72–82, 1973.
- [8] Hiller, N.: Auswertung der Daten.
- [9] Hiller, N, Hillenbrand, S, Hofmann, A, Huttel, E, Judin, V, Kehrer, B, Klein, M, Marsching, S, Plech, A, Smale, N, Sonnad, K G und Tavares, P F: Observation of bunch deformation at the anka storage ring. In: *IPAC2010*, S. 2523–2525, 2010.
- [10] Hinterberger, F.: *Physik der Teilchenbeschleuniger und Ionenoptik*. Springer, zweite Auflage, 2008.
- [11] Jackson, J. D.: *Klassische Elektrodynamik*. de Gruyter, vierte Auflage, 2006.
- [12] Judin, V.: Internes Dokument.
- [13] Judin, V: *Untersuchung kohärenter Synchrotronstrahlung mit schnellen THz-Detektoren*. Diplomarbeit, Fakultät für Physik, Karlsruher Institut für Technologie, 2010.

## Literaturverzeichnis

- [14] Judin, V., Hillenbrand, S., Hiller, N., Hofmann, A. und Huttel, E.: Observation of bursting behavior using multiturn measurements at ANKA. In: *IPAC2010*, S. 2526–2528, 2010.
- [15] Klein, M.: *Optics Calculations and Simulations of Longitudinal Beam Dynamics for the Low- $\alpha$ -Mode at ANKA*. Dissertation, Fakultät für Physik, Karlsruher Institut für Technologie, 2012.
- [16] Klein, M, Hiller, N, Müller, A.-S., Sonnad, K. G. und Tavares, P.: Analysis of THz Spectra and Bunch Deformation caused by CSR at ANKA. In: *IPAC2010*, S. 1925–1927, 2010.
- [17] MPG: MAX-PLANCK GESELLSCHAFT. Schematische Darstellung einer Streak-Kamera. URL <http://www-alt.mpg.de/bilderBerichteDokumente/multimedial/bilderWissenschaft/2004/02/Krausze2/pressebild.html>.
- [18] Müller, A.-S., Birkel, I, Huttel, E, Pont, M und Zimmermann, F: Investigation of scraper induced wakefields at ANKA. In: *EPAC*, S. 2008–2010, 2004.
- [19] Murphy, J., Krinsky, R. und Gluckstern, R.: Longitudinal Wake Field for An Electron Moving on A Circular Orbit. In: *Particle Accelerators*, Band 57:S. 9–64, 1997.
- [20] Müller, A.-S.: Internes Dokument.
- [21] Müller, A.-S. et al.: Experimental Aspects of CSR in the ANKA Storage Ring. In: *ICFA Beam Dynamics Newsletter*, (57):S. 154–165, 2012.
- [22] Ng, K.Y.: Physics of intensity dependent beam instabilities. In: *US Particle Accelerator School*. 2002.
- [23] Oide, Katsunobu: Effects of the potential-well distortion on the longitudinal single-bunch instability. In: *AIP Conference Proceedings*, (1):S. 266–275, 1991. URL <http://link.aip.org/link/?APC/230/266/1>.
- [24] Palumbo, L., Vaccaro, V. und Zobov, M.: Wake fields and impedance. In: , S. 1–70, 1994.
- [25] Podobedov, B.: Internes Dokument.
- [26] Stupakov, G. und Podobedov, B.: Calculating Point-Charge Wakefields from Finite Length Bunch Wake-potentials. In: *PAC2011*, 2011.

- [27] Stupakov, G. und Podobedov, B.: Physics and Efficient Calculation of Short Bunch Wakefields. In: *LER2011*, 2011.
- [28] Venturini, M. und Wornock, R.: Bursting of Coherent Synchrotron Radiation in Elektron Storage Rings: A Dynamic Model. In: *Physical Review Letters*, Band 89:S. 1–4, 2002.

## *Literaturverzeichnis*

# Danksagung

Zunächst möchte ich mich bei Prof. T. Baumbach und Prof. G. Quast bedanken, dass sie mir die Möglichkeit gegeben haben, dieses Thema zu bearbeiten.

Einen ganz besonderen Dank gilt auch Dr. A.-S. Müller für die Betreuung meiner Arbeit. Sie hat sich trotz vielfältiger Aufgaben viel Zeit für meine Anliegen genommen und immer wieder hilfreiche Anregungen gegeben.

Dr. B. Podobedov danke ich für die Berechnung des Scraper Wake-Feldes, die ich in dieser Arbeit verwenden durfte. Ohne diese Berechnung wäre ein großer Teil meiner Arbeit nicht in der vorliegenden Form möglich gewesen.

Des weiteren möchte ich mich bei Dr. M. Klein und Dr. M. Schwarz bedanken. Beide haben mir durch die Beantwortung auch der kleinen Fragen immer wieder weiter geholfen und sich dabei viel Zeit genommen.

Vitali Judin und Nicole Hiller möchte ich dafür danken, dass ich einige ihrer Ergebnisse verwenden durfte und sie mir so die Möglichkeit gegeben haben, meine Simulationsergebnisse mit ihren Experimenten zu vergleichen.

Des Weiteren haben alle meine Kollegen in der THz-Gruppe mir mit ihrer Erfahrung und ihrem Wissen oft weitergeholfen. Danke euch war es eine äußerst angenehme und lustige Arbeitsatmosphäre.

Jan Örtlin und Christina Wiedmann danke ich dafür, dass sie mir bei Problemen mit Latex immer schnell und kompetent weitergeholfen haben und somit einen großen Anteil an der äußeren Form dieser Arbeit tragen.

An dieser Stelle möchte ich auch der gesamten LAS-Gruppe dafür danken, dass sie mich in ihren Räumen aufgenommen haben und ich so ungestört an meiner Arbeit schreiben konnte.

Roland möchte ich dafür danke, dass er mir durch die großen und kleinen Krisen während des letzten Jahres geholfen hat.

Bedanken möchte ich mich außerdem bei meinen Eltern, die mich während des Studiums finanziell und moralisch unterstützt haben.





# Erklärung

Hiermit versichere ich, dass die vorliegende Diplomarbeit - abgesehen von der Beratung durch meine wissenschaftlichen Betreuer - nach Inhalt und Form meine eigene Arbeit ist. Sie wurde weder ganz noch in Teilen an anderer Stelle im Rahmen eines Prüfungsverfahrens vorgelegt.

Karlsruhe, 30. Juli 2012

.....  
(Christina Meuter)

Als Diplomarbeit akzeptiert: .....

