ВОЗМУЩЕНИЕ ЦИКЛИЧЕСКОГО ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦ ГЛАДКОЙ И СТОХАСТИЧЕСКОЙ КОМПОНЕНТАМИ СОБСТВЕННОГО ПОЛЯ ПУЧКА

С.Г.Арутюнян
Ереванский физический институт

Характер собственного поля релятивистского циркулирующего пучка определяется геометрией лиенар-вихертовского поля одной частицы. Известно [I-4], что жесткая часть синхротронного излучения локализована в $\gamma$ -областях с поперечными размерами $R\gamma^{-3} \times \sqrt{R\,S}\,\gamma^{-1}$, где $R$ -радиус кривизны траектории, $\gamma$ -лоренц-фактор частицы, $S$ -расстояние до точки наблюдения вдоль $\gamma$ -области. Критерием быстрого усреднения коллективного поля является условие тотального перекрытия $\gamma$ -областей разных частиц в пределах пучка. Этот критерий не выполняется для пучков электронных и позитронных ускорителей и накопителей с энергией $\gtrsim$ I ГэВ. Это значит, что собственное поле пучка можно разделить на гладкую и стохастическую компоненты. Действие гладкой части сводится [3,5] к возмущению бетатронных и синхротронных колебаний и для машин типа PETRA существенно. В [6] рассматривается модель непрерывного кольцевого пучка, собственное поле которого аналогично рассматриваемой нами гладкой компоненте, однако здесь теряется стохастическая компонента поля, соответствующая излучению пучка. Действие стохастической компоненты (пики $\gamma$ -областей), по-видимому, аналогично квантовой раскачке бетатронных колебаний из-за собственного излучения частицы.

Рассеяние частиц пучка на $\gamma$ -областях происходит статистически независимо, поэтому можно выделить вначале взаимодействие только двух частиц. Результирующий эффект в зависимости от температуры пучка будет суммироваться по таким взаимодействиям.

Модель взаимодействия двух зарядов. Предварительно рассмотрим модельную задачу взаимодействия двух частиц. В релятивистском случае самосогласованную задачу решить не удается даже для одномерных движений. Взаимодействие двух зарядов во внешнем поле рассмотрим в приближении заданной траектории движения $\vec{r}(t)$ одного из них - "тяжелого". Классическое уравнение движения "легкого" заряда $e_0$ с радиусом-вектором $\vec{r}_0(t)$ записывается в виде

$$\frac{d\vec{p}_0}{dt} = e_0\left\{\vec{E}_B + \left[\vec{\beta}_0 \times \vec{H}_B\right]\right\} + e_0\left\{\vec{E} + \left[\vec{\beta}_0 \times \vec{H}\right]\right\}, \qquad (I)$$

где $\vec{p}_0 = mc\vec{\beta}_0\gamma_0$, $\vec{\beta}_0 = (d\vec{r}_0/dt)/c$, $\gamma_0 = (1-\beta_0^2)^{-1/2}$; $\vec{E}_B$, $\vec{H}_B$ -заданные внешние поля (функции $\vec{r}_0$ и $t$); $\vec{E}$, $\vec{H}$ -лиенар-вихертовские поля тяжелого заряда. Поля $\vec{E}$ и $\vec{H}$ заданы как функции траектории $\vec{r}(t')$ в запаздывающий момент времени $t'$, который определяется дополнительным к (I) алгебраическим уравнением

$$c\,(t-t') = |\vec{r}_0(t) - \vec{r}(t')|. \qquad (2)$$

Исключить из рассмотрения уравнение (2) можно, параметризовав траекторию следующим образом:

$$\vec{r}_0(t) = \vec{r}(t') + c\,(t-t')\vec{n}, \qquad (3)$$

где $t$ и $\vec{n}$ – неизвестные функции $t'$, причем $|\vec{n}|=1$. Уравнение (2) при этом удовлетворяется автоматически, а в (I) после замены переменной дифференцирования $d/dt' = (1/\dot{t})(d/dt')$, где точка означает дифференцирование по $t'$, левая и правая части становятся функциями одной и той же переменной $t'$:

$$\frac{d}{dt'}\left(\frac{\vec{\beta}+(t-t')\dot{\vec{n}}+(\dot{t}-1)\vec{n}}{\sqrt{1+2(\dot{t}-1)(1-\vec{\beta}\vec{n})-(\vec{\beta}+(t-t')\dot{\vec{n}})^2}}\right)=\frac{e}{mc}\left(\vec{E}(1-\vec{\beta}\vec{n})+\vec{n}\left((\vec{\beta}+(t-t')\dot{\vec{n}}+(\dot{t}-1)\vec{n})\vec{E}\right)+\frac{\dot{t}}{mc}\vec{F}_{в}\right), \quad (4)$$

где $\vec{\beta}=(d\vec{r}/dt')/c$, $\vec{F}_{в}$ – часть силы Лоренца, обусловленная внешними полями, $\vec{E}$ – электрическое поле тяжелого заряда. Получено замкнутое уравнение на величины $t(t')$, $\vec{n}(t')$ для заданных функций $\vec{r}(t')$, $\vec{\beta}(t')$, $\dot{\vec{\beta}}(t')$, удобное для численного счета. Решить его в аналитическом виде (помимо прямолинейного движения), однако, не удалось даже для самого "простого" криволинейного движения заряда $e$ –равномерного вращения по окружности.

<u>Борновское приближение взаимодействия</u>. Продвинуться вперед, сохранив произвол в определении $\vec{r}$, можно, используя борновские приближения траектории $\vec{r}_0$. Годятся, однако, не любые борновские траектории, а лишь такие, для которых уравнение (2) разрешимо относительно $t$. Мы ограничимся классом прямолинейных траекторий (уравнение запаздывания решается также для равноускоренного движения). Учитывая возможность лоренц-преобразований достаточно рассмотреть покоящийся в первом приближении заряд $e_0$.

В случае $\vec{r}_0=const$ функции $t(t')$, $\vec{n}(t')$ определяются из (2), а изменение импульса заряда $e_0$, обусловленное лиенар-вихертовским полем заряда $e$ за конечный запаздывающий промежуток времени ( $t_1'$, $t_2'$ ), записывается в виде

$$\Delta\vec{p}_0=\frac{ee_0}{c^2}\left[\int_{t_1'}^{t_2'}dt'\frac{\vec{n}}{(t-t')^2}+\left.\frac{\vec{n}-\vec{\beta}}{(t-t')(1-\vec{\beta}\vec{n})}\right|_{t_1'}^{t_2'}\right]. \quad (5)$$

Первый член в (5) имеет кулоновский характер и соответствует "размазке" заряда $e$ по траектории с линейной плотностью $e/\beta c$. Второй член обусловлен излучением и велик при близких направлениях $\vec{\beta}$ и $\vec{n}$. Этот $\gamma$ –зависящий излучательный член поперечен направлению движения в соответствующий запаздывающий момент времени $t'$.

Второй член исчезает для инфинитных траекторий ( $t_1'\to-\infty$, $t_2'\to+\infty$ ), а также для периодических траекторий с периодом $t_2'-t_1'$. При учете сил радиационного трения, действующих на заряд $e_0$ и обусловленных излучением заряда $e$, $\gamma$ –зависящие члены в передаче импульса с таких траекторий появляются вновь, однако они, как правило, малы.

Формула (5) передачи импульса медленному заряду $e_0$ полезна при анализе взаимодействия пучков с остаточным газом в камере, вычислении ионизационных потерь и пр. Для исследования самодействия пучка ее надо обобщить. Сделаем это так: будем считать, что исследуемый заряд $e_0$ движется по прямой, учитывая кривизну траектории движения создающего поле заряда $e$. Прямолинейная аппроксимация траектории заряда $e_0$ приемлема, т.к. нас, в основном, будут интересовать его пересечения с $\gamma$ –областями с размерами $\sim R\gamma^{-3}$.

<u>Действие стохастической компоненты поля</u>. Рассмотрим равномерно циркулирующий заряд $e$. В качестве запаздывающего участка траектории выберем дугу с углом $\theta$, которая отсекается прямолинейной траекторией заряда $e_0$. Сохраняя в формуле передачи импульса только излучательный член, получим:

$$\Delta \vec{p}_c \approx \frac{e e_c}{c} \cdot \frac{\beta \sin\theta}{1-\beta\cos\theta} \cdot \frac{\ell_1+\ell_2}{\ell_1 \ell_2} \cdot \vec{d} \,, \tag{6}$$

где $\vec{d}$ - единичный вектор, перпендикулярный направлению движения заряда $\vec{e}_c$, $\ell_1$ и $\ell_2$ -длины путей запаздывающих сигналов, испущенных с концов рассматриваемой дуги ( $\ell_2 = \ell_1 + 2R(\beta_c\theta/\beta - \sin\theta)$ ). Максимум выражения (6) $\sim e e_c \gamma c^{-1} \ell^{-1}$ достигается при $\theta \sim \gamma^{-1}$ ( $\ell \sim \ell_1 \sim \ell_2$ ) и соответствует рассеянию только на центральном пике синхротронного излучения (считаем, что $\beta \approx \beta_c$ ). Для параметров современных электронных накопителей эта величина $\sim \alpha p_{кв}$, где $\alpha = e^2/\hbar c = 1/137$, $\Delta p_{кв}$ - квантовая отдача при излучении одного фотона синхротронного излучения с предельной длиной волны $\sim R\gamma^3$. Эта оценка, однако, завышена, т.к. интегрально центральный пик компенсируется плавно спадающими "хвостами" противоположного знака.

Действие гладкой компоненты и внешних полей ограничивает допустимость применения прямолинейного борновского приближения расстояниями $\ell_0$ порядка среднего между частицами пучка. Продолжение прямолинейной аппроксимации на большие расстояния требует дополнительного рассмотрения. Положив $\ell \sim \ell_c$, получим $\Delta p_c$ порядка $10^{-1} \div 10^{-2}$ от максимального значения ( $\gamma \sim 10^4$, $\ell_c \sim 0{,}5 \cdot 10^4$ см). При этом действие рассеяния частиц на жесткой части синхротронного излучения реальных пучков накопителей аналогично и сравнимо с эффектом квантовой раскачки бетатронных колебаний. Рассеяние на $\gamma$ -областях, однако, зависит от числа частиц и температурных характеристик пучка, т.е. является коллективным эффектом.

Последние результаты требуют дальнейшего изучения с привлечением статистических методов и квантового уточнения эффектов рассеяния. Видно, однако, что действие стохастической компоненты поля также существенно и его следует принимать во внимание при проектировании и строительстве циклических ускорителей и накопителей с ультрарелятивистскими пучками, например накопителя LEP.

Литература


1. Арутюнян С.Г. Препринт ЕФИ-387(45)-79, Ереван, 1979.
2. Арутюнян С.Г., Нагорский Г.А. Препринт ЕФИ-453(60)-80, Ереван, 1980.
3. Арутюнян С.Г., Нагорский Г.А. Тр. IУ Конф.мол.уч.ЕФИ (Нор-Амберд, сент. 1979г.), Ереван, ЕФИ, 1980, с.237.
4. Арутюнян С.Г., Нагорский Г.А. ЖТФ, 1985, 55, 8, 1494-1499.
5. Арутюнян С.Г. Препринт ЕФИ-477(20)-81, Ереван, 1981.
6. Talman R. - Phys. Rev. Lett., 1986, 56, 14, 1429-1432.