



UNIVERSITÀ DI PISA

DIPARTIMENTO DI FISICA

CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN FISICA

TESI DI LAUREA MAGISTRALE

Fisica del Flavour con simmetria $U(2)^3$

CANDIDATO

Enrico Morgante

RELATORE

Prof. Riccardo Barbieri

ANNO ACCADEMICO 2011/2012

Indice

1	Motivazioni	6
1.1	Il Modello Standard	6
1.1.1	Fisica del flavour nel Modello Standard	7
1.2	Motivazioni per nuova fisica oltre il Modello Standard	12
1.3	Nuova fisica nel settore del flavour	14
2	Simmetria $U(2)^3$: caso minimale	16
2.1	Spurioni	17
2.2	Termini bilineari	19
2.2.1	Matrice CKM, termini di interazione e momenti di dipolo	22
2.3	Operatori efficaci rilevanti	23
2.3.1	Quark down (mesoni K , B_d , B_s)	23
2.3.2	Quark up	24
3	Simmetria $U(2)^3$: caso generico	26
3.1	Spurioni	26
3.2	Termini bilineari	28
3.3	Operatori efficaci rilevanti	30
4	Osservabili di flavour e CP	32
4.1	Considerazioni preliminari	32
4.2	Mixing	33
4.3	Effetti di violazione di CP	37
4.3.1	Convenzioni sulle fasi	37
4.3.2	Classificazione degli effetti di violazione di CP	38
4.3.3	Approfondimento sulla violazione di CP nei decadimenti	40
4.3.4	Violazione diretta e indiretta	40
4.4	Mesoni $K^0 - \bar{K}^0$	42
4.4.1	Decadimenti nel canale semileptonico	42

4.4.2	Decadimenti in 2π	43
4.5	Mesoni $B_{s,d}^0 - \bar{B}_{s,d}^0$	44
4.6	Mesoni $D^0 - \bar{D}^0$	45
4.7	Momenti di dipolo elettrico	46
5	$U(2)^3$ minimale e osservabili fisiche	48
5.1	Settore dei quark down	48
5.1.1	Transizioni $\Delta F = 2$: mixing dei mesoni K e B	48
5.1.2	Transizioni $\Delta B = 1$: decadimenti $b \rightarrow s, b \rightarrow d$	51
5.1.3	Transizioni $\Delta S = 1$: ϵ'/ϵ	52
5.2	Settore dei quark up	53
5.2.1	Momento di dipolo elettrico del neutrone	53
5.2.2	Mixing e decadimenti dei mesoni D	53
5.2.3	FCNC e momenti di dipolo del top: transizioni $t \rightarrow qZ, t \rightarrow q\gamma$	54
6	$U(2)^3$ generico e osservabili fisiche	56
6.1	$\Delta S = 2$: mixing dei K	56
6.2	$\Delta S = 1$: decadimenti dei K	57
6.3	$\Delta C = 1$: decadimenti dei D	57
6.4	$\Delta F = 0$: dipolo elettrico del neutrone	58
6.5	Mixing dei D, B e FCNC del top	59
6.6	Limiti sui parametri di $U(2)^3$	59
7	Conclusioni	61
A	Matrici di flavour nel caso minimale	63
A.1	Forma canonica per gli spurioni	63
A.2	Forma matriciale per i termini bilineari	64
A.3	Passaggio alla base fisica	67
A.3.1	Forma canonica dei termini cinetici e diagonalizzazione della matrice di massa	67
A.3.2	Matrice CKM, termini di interazione e momenti di dipolo	69
A.4	Forma esplicita delle matrici	71
B	Matrici di flavour nel caso generico	73
B.1	Forma esplicita delle matrici	73

Introduzione

I progressi sperimentali degli ultimi anni hanno mostrato come la descrizione della fisica del flavour e delle violazioni di CP nel settore dei quark tramite il meccanismo di Cabibbo, Kobayashi e Maskawa (CKM) sia un’ottima descrizione della realtà. Gli eventuali contributi di nuova fisica alle osservabili legate al mescolamento dei flavour e alle violazioni di CP si possono parametrizzare, adottando una descrizione di teoria efficace, come

$$\Delta\mathcal{L}_{\text{NP}} = \sum_i \frac{c_i}{\Lambda^2} \mathcal{O}_i \quad (1)$$

dove \mathcal{O}_i sono degli operatori efficaci di dimensione 6, c_i sono parametri adimensionali e Λ è una scala di energia tipica della teoria di nuova fisica. Imponendo che le deviazioni dalle previsioni del Modello Standard date dalla lagrangiana (1) siano abbastanza piccole da rimanere nascoste dalle attuali incertezze sperimentali e teoriche, si possono ottenere dei limiti inferiori sulla scala Λ che, per $c_i \sim \mathcal{O}(1)$, raggiungono in alcuni casi i 10^4 TeV.

Un’altra indicazione di quale può essere una scala di energia di nuova fisica emerge affrontando il problema della naturalezza. La massa del bosone di Higgs riceve correzioni quantistiche dell’ordine di grandezza delle scale di energia tipiche della teoria; supponendo che esista nuova fisica non inclusa nel Modello Standard (almeno la gravità) queste correzioni dovrebbero essere parecchi ordini di grandezza più grandi del valore recentemente annunciato di circa 125 GeV¹. Affinché la massa rimanga piccola è quindi necessario che i parametri della teoria siano tarati con estrema precisione. Questo “fine tuning” non è soddisfacente dal punto di vista teorico, ma può essere visto come un indizio dell’esistenza di una scala di energia al di sopra della quale le correzioni alla massa si annullano naturalmente, ad esempio a causa di una simmetria della fisica. Per eliminare il problema questa scala di energia dev’essere al più di qualche TeV.

Date queste due osservazioni, diventa importante la domanda: “Cosa rende così efficace la descrizione CKM?” Una possibile spiegazione è che essa derivi da una opportuna simmetria di flavour valida per il Modello Standard e per la sua eventuale estensione, rotta in

¹L’affermazione che la particella scalare di recente osservata dalle collaborazioni CMS e ATLAS [1, 2] sia effettivamente il bosone di Higgs del Modello Standard è ancora in fase di verifica.

qualche modo definito. In questo modo gli operatori efficaci di nuova fisica rilevanti per la fisica del flavour potrebbero essere della forma

$$\Delta\mathcal{L}_{\text{NP}} = \sum_i \frac{\xi_i c_i}{\Lambda^2} O_i \quad (2)$$

con i coefficienti c_i di ordine $\mathcal{O}(1)$, la scala Λ di qualche TeV come suggerito dagli argomenti di naturalezza e i coefficienti ξ_i determinati dalla rottura della simmetria di flavour.

In questo lavoro di tesi vogliamo considerare il caso in cui la simmetria che regola la fisica del flavour nel settore dei quark sia

$$U(2)^3 \equiv U(2)_q \times U(2)_u \times U(2)_d \quad (3)$$

sotto la quale i campi trasformano secondo le seguenti rappresentazioni:

$$\mathbf{q}_L \equiv \begin{pmatrix} q_L^1 \\ q_L^2 \end{pmatrix} \sim (2, 1, 1) \quad (4)$$

$$\mathbf{u}_R \equiv \begin{pmatrix} u_R \\ c_R \end{pmatrix} \sim (1, 2, 1) \quad (5)$$

$$\mathbf{d}_R \equiv \begin{pmatrix} d_R \\ s_R \end{pmatrix} \sim (1, 1, 2) \quad (6)$$

$$q_{3L}, t_R, b_R \sim (1, 1, 1). \quad (7)$$

Questa simmetria è approssimativamente valida nel Modello Standard, a causa della piccola massa delle prime due generazioni rispetto alla terza e a causa della piccolezza degli angoli di mescolamento nella matrice CKM.

La rottura della simmetria di flavour è parametrizzata da alcuni piccoli termini (*spurioni*) tali che, supponendo delle regole di trasformazione fittizie per essi sotto $U(2)^3$, la teoria sia invariante. I primi due spurioni sono le matrici 2×2 ΔY_u e ΔY_d che permettono di costruire i termini di massa dei quark delle prime due generazioni:

$$\lambda_t \bar{\mathbf{q}}_L \Delta Y_u \mathbf{u}_R \quad \lambda_t \bar{q}_{3L} (\mathbf{V}_u^\dagger \mathbf{u}_R). \quad (8)$$

Le regole di trasformazione sotto $U(2)^3$ devono essere, affinché la simmetria sia rispettata, $\Delta Y_u \sim (2, \bar{2}, 1)$ e $\Delta Y_d \sim (2, 1, \bar{2})$. Per poter accoppiare i quark delle prime generazioni con quelli dell'ultima è necessario almeno un altro spurione che trasformi come un doppietto $\mathbf{V} \sim (2, 1, 1)$, in modo da costruire i termini

$$\lambda_t (\bar{\mathbf{q}}_L \mathbf{V}) t_R \quad \lambda_b (\bar{\mathbf{q}}_L \mathbf{V}) b_R. \quad (9)$$

Nel caso generico si aggiungono a questi spurioni i due doppietti $\mathbf{V}_u \sim (1, 2, 1)$ e $\mathbf{V}_d \sim (1, 1, 2)$, che permettono di scrivere i termini

$$\lambda_t \bar{q}_{3L} (\mathbf{V}_u^\dagger \mathbf{u}_R) \quad \text{e} \quad \lambda_b \bar{q}_{3L} (\mathbf{V}_d^\dagger \mathbf{d}_R). \quad (10)$$

Una volta specificata la simmetria di flavour e il suo modo di rottura, per calcolarne le conseguenze fisiche si procede come segue: anzitutto si scrivono i termini di Yukawa per i quark e tutti i possibili termini bilineari che conservano o meno la chiralità in termini degli spurioni; dopodiché si passa nella base fisica, ossia quella in cui i termini cinetici sono in forma canonica e i termini di massa in forma diagonale; si ottengono in questo modo la matrice CKM e le matrici nello spazio del flavour che regolano i termini di interazione bilineari. Queste matrici sono importanti perché, come vedremo, le loro entrate determinano i coefficienti dei vari operatori nella lagrangiana (2).

Arrivati a questo punto occorre calcolare le correzioni alle diverse osservabili rilevanti per la fisica del flavour di una generica teoria con simmetria $U(2)^3$, e fissare così dei vincoli sui valori assunti dai vari parametri liberi, verificando così la consistenza di questa simmetria. Una volta effettuata questa verifica diventa interessante studiare come si può inserire la simmetria di flavour all'interno di un modello di nuova fisica esplicito come può essere la Supersimmetria o le teorie con Higgs composto; quest'ultimo importante argomento non verrà affrontato in questa tesi.

Il capitolo 1 di questa tesi è dedicato al Modello Standard e alle principali motivazioni di ricerca di nuova fisica, in particolare nel settore del flavour; i capitoli 2 e 3 contengono la costruzione della teoria efficace con simmetria $U(2)^3$ con un insieme minimale e generico di spurioni; nel capitolo 4 vengono sommariamente descritti le osservabili rilevanti per la violazione del flavour e di CP ; infine i capitoli 5 e 6 contengono il confronto con i dati sperimentali e i vincoli che si ottengono per i parametri liberi della teoria.

Tutti i dati sperimentali riportati, salvo dove diversamente specificato, sono presi da [3].

Capitolo 1

Motivazioni

1.1 Il Modello Standard

La teoria che meglio descrive le interazioni forti, deboli ed elettromagnetiche tra le particelle elementari è il Modello Standard, introdotto negli anni '60 da Weinberg, Glashow e Salam [4][5]. Esso è una teoria di gauge rinormalizzabile basata sul gruppo $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$. Il gruppo di gauge specifica automaticamente i campi vettoriali della teoria e le loro proprietà di trasformazione: 8 gluoni mediatori delle interazioni forti (uno per ciascun generatore di $SU(3)_c$) e 4 altri vettori per le interazioni elettrodeboli del gruppo $SU(2)_L \times U(1)_Y$. I campi di materia, quark e leptoni, si possono descrivere come spinori di Weil sinistrorsi e destrorsi. Per descrivere correttamente la violazione della parità nelle interazioni deboli, le componenti sinistrorse e destrorse dei campi spinoriali devono trasformare in maniera diversa sotto il gruppo di gauge. L'elenco dei campi e delle loro proprietà di trasformazione si trova in tabella (1.1).

	$SU(3)_c$	$SU(2)_L$	Y
$Q^\alpha = \begin{pmatrix} u_L^\alpha \\ d_L^\alpha \end{pmatrix}$	3	2	1/6
$L^\alpha = \begin{pmatrix} \nu_L^\alpha \\ e_L^\alpha \end{pmatrix}$	1	1	-1/2
u_R^α	3	1	-2/3
d_R^α	3	1	1/3
e_R^α	1	1	1
ν_R^α	1	1	0

Tabella 1.1: Campi di materia (spinoriali) e campi di gauge (vettoriali) del Modello Standard

La lagrangiana gauge-invariante minimale è data da

$$\mathcal{L}_{\min} = -\frac{1}{4}W_{\mu\nu}^a W^{a\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} - \frac{1}{4}G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu} + i\bar{\Psi}\not{D}\Psi \quad (1.1)$$

in cui \mathcal{D}_μ è il differenziale covariante:

$$\mathcal{D}_\mu = \partial_\mu - ig_S T^a G_\mu^a - ig \frac{\tau^a}{2} W_\mu^a - ig' B_\mu Y \quad (1.2)$$

dove T^a sono i generatori di $SU(3)_c$ (le matrici di Gell-Mann per i tripletti e 0 per i singoletti), τ^a sono i generatori di $SU(2)_L$ (le matrici di Pauli per i doppietti e 0 per i singoletti) e Y è l'ipercarica dei diversi campi. Ψ è un vettore che contiene tutti i campi spinoriali di tabella (1.1) sommati sulle tre famiglie di flavour. È importante per il seguito notare che questa lagrangiana è simmetrica per lo scambio delle famiglie di flavour.

I termini di massa per i bosoni vettori e per i fermioni di materia non sono invarianti di gauge. Per poterli inserire nella lagrangiana è quindi necessario ricorrere a un meccanismo di rottura della simmetria detto *meccanismo di Higgs*. Nella sua versione minimale, si aggiunge ai campi del Modello Standard un campo scalare H che, sotto il gruppo di gauge, trasforma secondo la rappresentazione $(\mathbf{1} \otimes \mathbf{2})_{1/2}$. I termini di lagrangiana che coinvolgono il doppietto di Higgs sono il termine cinetico, i termini di interazione di Yukawa con i fermioni di materia e un termine di potenziale $V(H)$ con vuoto classico diverso da zero che rompe la simmetria $SU(2)_L \times U(1)_Y$ al sottogruppo $U(1)_{\text{em}}$ generato da $Q = T_3 + Y$:

$$\mathcal{L}_{\text{Higgs}} = (\mathcal{D}_\mu H)^\dagger (\mathcal{D}^\mu H) - H\bar{Q}\lambda_d d_R - \tilde{H}\bar{Q}\lambda_u u_R - H\bar{L}\lambda_e e_R - V(H). \quad (1.3)$$

dove λ_i sono matrici nello spazio delle tre famiglie di flavour. Dopo la rottura

$$H(x) \longrightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ v + \frac{h(x)}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (1.4)$$

rimane invariante sotto il gruppo $U(1)_{\text{em}}$. I campi fermionici prendono massa $m_f \sim \lambda_f v$ mentre i campi vettoriali della Z e dei W^\pm $M_V \sim gv$.

1.1.1 Fisica del flavour nel Modello Standard

È opportuno studiare nel dettaglio la descrizione della fisica del sapore nel Modello Standard, con particolare attenzione al settore dei quark. Con fisica del sapore si intendono tutti quei processi in cui i numeri quantici di flavour nello stato finale sono diversi da quelli nello stato iniziale. La lagrangiana di gauge minimale (1.1), come già notato, è simmetrica per scambio delle famiglie di flavour: il gruppo di simmetria (globale) nel settore dei quark è precisamente $U(3)^3$, dove una rotazione è relativa al doppietto dei quark sinistrorsi, una al

singoletto dei quark up destrorsi, una al singoletto dei down destrorsi ¹. Questa simmetria è rotta dall'aggiunta dei termini di Yukawa alla lagrangiana, da cui, sostituendo al campo di Higgs il suo valore di aspettazione sul vuoto, si ottengono i termini di massa per i fermioni:

$$\mathcal{L}_{Yuk} = -v\bar{d}_L^i \lambda_d^{ij} d_R^j - v\bar{u}_L^i \lambda_u^{ij} u_R^j - v\bar{e}_L^i \lambda_e^{ij} e_R^j; \quad (1.5)$$

la simmetria residua è $U(1)_B \times U(1)_e \times U(1)_\mu \times U(1)_\tau$ che corrisponde alla conservazione del numero barionico e dei tre numeri leptonici. Per passare nella base degli autostati di massa occorre diagonalizzare le matrici λ effettuando delle rotazioni sui diversi campi fermionici. La base fisica si raggiunge quindi effettuando le trasformazioni

$$d_L = U_L^d d_L^{\text{phys}}, \quad d_R = U_R^d d_R^{\text{phys}} \quad (1.6)$$

$$u_L = U_L^u u_L^{\text{phys}}, \quad u_R = U_R^u u_R^{\text{phys}} \quad (1.7)$$

$$e_L = U_L^e e_L^{\text{phys}}, \quad e_R = U_R^e e_R^{\text{phys}} \quad (1.8)$$

dove le $(U_L^{u,d,e})^\dagger \lambda_{u,d,e}^{ij} U_R^{u,d,e}$ sono matrici diagonali con autovalori reali e positivi. Per quanto riguarda i quark, il punto cruciale è notare che per diagonalizzare entrambe le matrici $\lambda^{u,d}$ è necessario effettuare due rotazioni differenti sui campi u_L e d_L che appartengono al doppietto Q . La conseguenza di questo fatto è che i termini di interazione con il W nel differenziale covariante non sono più diagonali nel flavour. Nella base degli autostati di massa, la parte di lagrangiana che contiene i quark diventa quindi

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{quark} = & (\bar{q}_i \not{D} \delta_{ij} q_j)_{NC} \\ & + (v + h) (\bar{u}_L, \bar{c}_L, \bar{t}_L) \begin{pmatrix} \lambda_u & & \\ & \lambda_c & \\ & & \lambda_t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_R \\ c_R \\ t_R \end{pmatrix} + (u, c, t) \leftrightarrow (d, s, b) \\ & + \frac{g}{\sqrt{2}} W_\mu^+ \bar{u}_L^i V_{CKM}^{ij} \gamma^\mu d_L^j + \text{h.c.} \end{aligned} \quad (1.9)$$

dove NC indica il termine cinetico e le interazioni con corrente neutra con i gluoni, la Z e il fotone. La matrice $V_{CKM} \in SU(3)$ è data dal prodotto delle rotazioni sui quark u_L e d_L , $V_{CKM} = (U_L^u)^\dagger U_R^d$, e prende il nome di matrice di Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM) [6][7].

Siccome nel settore leptonico non è stato incluso il campo del neutrino destrorso, è possibile effettuare la stessa rotazione su tutto il doppietto E lasciando intatta la simmetria di gauge; in questo modo l'interazione col W rimane diagonale nel flavour. L'introduzione

¹Includendo anche i doppietti dei leptoni sinistrorsi e i singoletti dei leptoni carichi destrorsi la simmetria globale è $U(3)^5 = SU(3)^5 \times U(1)^5$. Una combinazione di questi $U(1)$ è nient'altro che l'ipercarica, quindi il vero gruppo di simmetria globale della (1.1) è $SU(3)^5 \times U(1)^4$.

del ν_R in molti modelli di nuova fisica per spiegare la massa dei neutrini fa sì che questo non sia più vero, introducendo così la possibilità di violazione del flavour anche nel settore leptonic. Questo è richiesto per giustificare l'osservazione dell'oscillazione dei neutrini: parte dei neutrini elettronici prodotti dalle fusioni nucleari nel sole vengono rivelati a terra come neutrini muonici, e analogamente parte dei neutrini muonici prodotti nella collisione di raggi cosmici con l'atmosfera arrivano sulla terra come neutrini τ . Come spiegato più avanti, questo mixing è possibile solo se nella lagrangiana efficace a basse energie si ammette l'esistenza termine di massa per i neutrini, probabilmente di tipo Majorana.

Una proprietà importante della matrice CKM è di essere l'unica fonte di violazione di flavour e CP nel Modello Standard. Infatti l'unica altra possibile fonte di violazione di CP è data dal parametro θ_{QCD} che si ottiene aggiungendo alla lagrangiana della cromodinamica il termine invariante di gauge

$$\mathcal{L}_\theta = \frac{\theta_{QCD}}{32\pi^2} \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} G_a^{\mu\nu} G_a^{\rho\sigma}. \quad (1.10)$$

Dalle misure del momento di dipolo elettrico del neutrone si può ricavare il limite

$$\theta_{QCD} \lesssim 10^{-10}. \quad (1.11)$$

Il problema di capire il perché di un valore così piccolo prende il nome di *strong CP problem*. Escludendo questo, l'unico termine non invariante a vista sotto CP è proprio quello che coinvolge la matrice CKM:

$$\frac{g}{\sqrt{2}} W_\mu^+ \bar{u}_L V_{CKM} \gamma^\mu d_L + \text{h.c.} \xrightarrow{CP} \frac{g}{\sqrt{2}} W_\mu^+ \bar{u}_L V_{CKM}^* \gamma^\mu d_L + \text{h.c.} \quad (1.12)$$

Si capisce quindi che una condizione necessaria per la violazione di CP nel Modello Standard è che la V_{CKM} contenga delle fasi complesse non nulle. Inoltre, affinché queste abbiano effetto sulla fisica, è necessario che siano non eliminabili, cioè che non si possano porre a zero tramite semplici ridefinizioni dei campi dei quark. È quindi importante domandarsi quante possano essere queste fasi. In generale una matrice $SU(n)$ è definita da $n(n+1)/2$ parametri reali e $n(n-1)/2$ fasi complesse. Ridefinendo la fase dei $2n$ quark si possono eliminare soltanto $2n-1$ di queste fasi, in quanto la moltiplicazione di tutti i quark per una stessa fase globale non ha effetto sulla lagrangiana (conservazione del numero barionico). Il numero di fasi residuo è quindi $(n-1)(n-2)/2$, che nel caso di tre famiglie di flavour fa 1. L'importanza di questo risultato deriva dal fatto che la violazione di CP è possibile solo se la matrice CKM contiene delle fasi complesse non eliminabili. La conseguenza è che per spiegare l'osservazione di una violazione di CP sono necessarie almeno tre famiglie di quark; in questo caso c'è un'unica fase fisica.

Una tipica parametrizzazione della matrice CKM è quella di Wolfenstein [8], che consiste in un'espansione in potenze dell'angolo di Cabibbo $\lambda \equiv |V_{us}| \simeq 0.22$, nella quale diventa

evidente la gerarchia esistente tra le diverse entrate della matrice:

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} 1 - \lambda^2/2 & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \lambda^2/2 & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} + \mathcal{O}(\lambda^4) \quad (1.13)$$

Unitarietà della matrice CKM

I test quantitativi sul settore del flavour nel modello standard si basano principalmente sulla verifica dell'unitarietà della matrice CKM. Dall'unitarietà della matrice si ricavano le relazioni

$$\sum_{i=d,s,b} |V_{ai}|^2 = 1 \quad (1.14)$$

e

$$\sum_{i=u,c,t} V_{im}(V_{in})^* = 0 \quad m \neq n = d, s, b \quad (1.15)$$

dove si è usata la notazione

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \quad (1.16)$$

Tra le relazioni del primo tipo, che non coinvolgono le fasi complesse, il test numericamente più importante si ha nel caso con $a = u$:

$$|V_{ud}|^2 + |V_{us}|^2 + |V_{ub}|^2 = 1. \quad (1.17)$$

Le misure sui diversi coefficienti si ottengono dall'analisi di diversi decadimenti semileptonici, che sono però affette da notevoli incertezze sugli elementi di matrice adronici tra gli stati iniziali e finali dei decadimenti. Essendo il valore di V_{ub} molto piccolo, il suo valore sperimentale non è determinante per la verifica della relazione (1.17). Ciò nonostante, vale la pena spendere due parole sulla sua misura. Il valore di $|V_{ub}|$ si può ricavare dalle misure della frazione di decadimento di $B \rightarrow \pi l \nu$ (misura esclusiva) oppure di quella complessiva di $B \rightarrow X_u l \nu$ dove X_u è un qualunque adrone che contenga un quark u e non contenga c (misura inclusiva). I valori che si ottengono da queste misure sono incompatibili fra loro:

$$|V_{ub}|_{\text{excl}} = (3.12 \pm 0.26) \times 10^{-3}, \quad |V_{ub}|_{\text{incl}} = (4.27 \pm 0.38) \times 10^{-3}. \quad (1.18)$$

Questo fatto potrebbe essere dovuto a un errore sperimentale o a un errore nel calcolo non perturbativo degli elementi di matrice adronici; in quest'ultimo caso bisogna notare che il caso esclusivo è più complicato perché il dettaglio del calcolo su reticolo influenza maggiormente il risultato. D'altra parte tale discrepanza potrebbe essere un segnale dell'esistenza

di nuova fisica dietro al meccanismo CKM: se fosse dovuta a nuovi processi che entrano in gioco nei decadimenti dei mesoni B essa potrebbe aiutare nella difficile operazione di distinguere ed escludere i vari modelli di nuova fisica, in particolare in vista dei prossimi progressi sperimentali in questo campo.

Per quanto riguarda le relazioni (1.15), se rappresentate nel piano complesso esse stabiliscono che i tre numeri $V_{ia}(V_{ib})^*$ disegnano un triangolo chiuso. L'unica sperimentalmente rilevante al momento è quella con $m = d$ e $n = b$, che dà un triangolo con i lati di lunghezza comparabile:

$$V_{ud}(V_{ub})^* + V_{cd}(V_{cb})^* + V_{td}(V_{tb})^* . \quad (1.19)$$

Tale triangolo prende il nome di *triangolo di unitarietà*. Secondo la notazione comune, i tre angoli del triangolo sono definiti come

$$\alpha \equiv \arg \left[-\frac{V_{td}V_{tb}^*}{V_{ud}V_{ub}^*} \right] \quad \beta \equiv \arg \left[-\frac{V_{cd}V_{cb}^*}{V_{td}V_{tb}^*} \right] \quad \gamma \equiv \arg \left[-\frac{V_{ud}V_{ub}^*}{V_{cd}V_{cb}^*} \right] \quad (1.20)$$

La rappresentazione usuale di tale triangolo si ottiene riscaldando la relazione (1.19)

$$\frac{V_{ud}(V_{ub})^*}{V_{cd}(V_{cb})^*} + 1 + \frac{V_{td}(V_{tb})^*}{V_{cd}(V_{cb})^*} = 0 \quad (1.21)$$

e definendo

$$\bar{\rho} + i\bar{\eta} = -\frac{V_{ud}(V_{ub})^*}{V_{cd}(V_{cb})^*} . \quad (1.22)$$

Misurando diverse osservabili legate alle transizioni di flavour e CP si ottengono dei vincoli per il terzo vertice del triangolo nel piano $\bar{\rho} - \bar{\eta}$, come mostrato in figura (1.1). Affinché la condizione di unitarietà della matrice CKM sia rispettata tutti questi vincoli devono essere compatibili fra loro: questo è uno dei test più importanti del settore del flavour del Modello Standard e, come si può vedere dalla figura, lascia poco spazio a fenomeni di nuova fisica. Le uniche incongruenze che si osservano in questo settore sono infatti piccole discrepanze (a 2-3 σ) che potrebbero essere dovute a fluttuazioni statistiche o ancora a errori nella determinazione degli elementi di matrice adronici.

In conclusione, la descrizione della fisica del flavour nel Modello Standard è in buon accordo con i dati sperimentali e attualmente non ci sono misure che siano in disaccordo tale con i risultati teorici da dare segnali certi dell'esistenza di fenomeni di nuova fisica. Al contrario, la precisione dello schema CKM nel descrivere i dati è un ostacolo per molti modelli di nuova fisica associati alla rottura della simmetria elettrodebole, che in genere predicono effetti troppo grandi per essere consistenti con le attuali misure. D'altra parte, la descrizione teorica che il Modello Standard dà di questi fenomeni è quantomeno insoddisfacente, in quanto introduce un numero molto elevato di parametri liberi senza spiegarne in alcun modo le relazioni reciproche. Trovare una spiegazione unitaria per i valori di questi parametri è

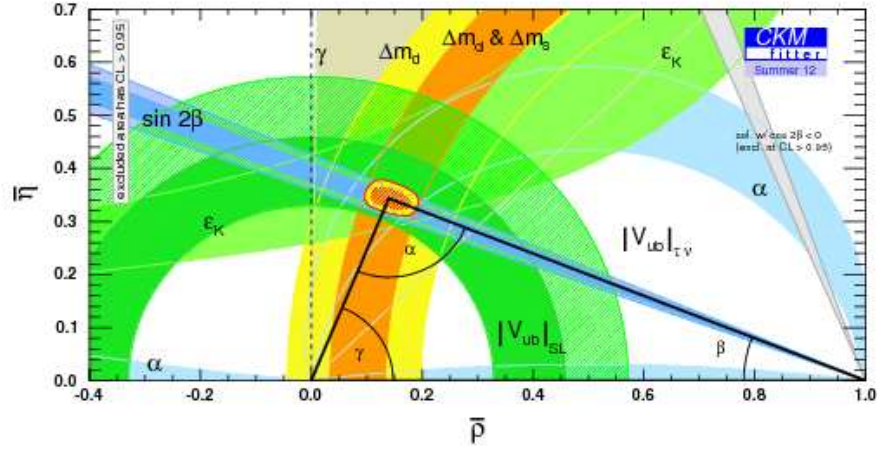


Figura 1.1: Vincoli sperimentali per il triangolo di unitarietà nel piano $\bar{\rho} - \bar{\eta}$

uno dei principali obiettivi di molti modelli di nuova fisica; per conseguire questo risultato è probabile però che sia necessario osservare delle deviazioni dal semplice comportamento descritto dal Modello Standard.

1.2 Motivazioni per nuova fisica oltre il Modello Standard

Come abbiamo detto, a tutt'oggi i dati sperimentali ottenuti dagli esperimenti di fisica delle particelle sono in buon accordo con le previsioni del Modello Standard. Tuttavia ci sono indizi molto forti che fanno supporre l'esistenza di nuova fisica a energie più elevate di quelle finora raggiunte; in questo paragrafo vogliamo elencare brevemente i principali di questi motivi, senza addentrarsi nei dettagli.

- **Problema della Gerarchia** Una delle più importanti domande aperte della fisica del Modello Standard riguarda la massa del bosone di Higgs. Supponendo di avere una teoria che descriva correttamente la fisica fino a una scala di energia molto alta (ad esempio la scala della massa di Plank) e che permetta di calcolare la massa del bosone di Higgs, non è chiaro perché essa sia molto piccola rispetto alle scale di energia rilevanti per la teoria. Il problema sta nel fatto che le correzioni quantistiche a m_h sono naturalmente dell'ordine delle scale di energia tipiche della teoria; affinché diverse correzioni molto grandi si sommino a dare un risultato piccolo è necessario che i parametri della teoria siano tarati in maniera molto precisa. Questo può essere un indizio dell'esistenza di una scala di nuova fisica a energia di poco superiore al TeV al di sopra della quale le correzioni si cancellino in maniera naturale a causa di una simmetria della teoria, in modo che la massa dell'Higgs rimanga piccola. Questa scala di

nuova fisica può essere la scala della rottura della supersimmetria o, in modelli con un Higgs composto, la scala a cui la particella composta si rivela come tale (in analogia con quello che succede ai pioni in QCD). La speranza dei fisici è che questo problema possa essere risolto dai dati di LHC.

- **Dark Matter** Numerose osservazioni cosmologiche evidenziano l'esistenza di grandi quantità di materia non barionica di cui vediamo solamente gli effetti gravitazionali, e prende per questo il nome di Materia Oscura. A livello cosmologico le osservazioni sul Fondo Cosmico a Microonde (CMB) suggeriscono che attualmente la Materia Oscura costituisca il 20-25% dell'energia dell'universo. Un'utile review può essere trovata in [9]. Ci si aspetta che LHC possa mettere luce su questo problema.
- **Oscillazione dei neutrini** Le prime osservazioni delle oscillazioni dei neutrini risalgono agli anni '60, e sono dovute all'esperimento di Homestake, che osservò una deviazione del flusso di neutrini elettronici del sole rispetto alle previsioni basate sui modelli solari. Sul finire degli anni '80 la collaborazione Kamiokande in Giappone evidenziò un'analoga deviazione nel flusso di neutrini muonici derivanti dall'interazione dei raggi cosmici con l'atmosfera terrestre. Oggi entrambe queste deviazioni, assieme a un numero di osservazioni analoghe, vengono giustificate supponendo che i neutrini abbiano una massa non nulla e una matrice di mescolamento analoga a V_{CKM} che spiegherebbe le oscillazioni. La maggior parte di questi modelli prevede per i neutrini sinistrorsi una massa di tipo Majorana, supponendo che meccanismi ignoti di fisica ad altissime energie generino degli operatori efficaci a basse energie di interazione tra i neutrini e il doppietto di Higgs da cui deriverebbero, dopo la rottura della simmetria elettrodebole, i termini di massa e la matrice di mescolamento. Se questa ipotesi fosse verificata perderebbe senso la distinzione tra ν e $\bar{\nu}$; un chiaro segnale della sua correttezza sarebbe l'osservazione del doppio decadimento β senza neutrini, con violazione del numero leptonico. Per una review dei numerosi aspetti sperimentali e teorici della fisica dei neutrini si veda [10].
- **Asimmetria materia/antimateria** Se CP fosse una simmetria della natura, a meno di condizioni iniziali asimmetriche l'universo sarebbe composto in egual numero di particelle e antiparticelle. Questo è evidentemente in contrasto con la semplice osservazione che il nostro mondo è composto da particelle di materia (protoni, neutroni, elettroni...) e non di antimateria. L'asimmetria attuale tra materia e antimateria è troppo grande per poter essere generata tramite il meccanismo CKM, che come abbiamo visto è l'unica fonte di violazione di CP nel Modello Standard. L'universo deve quindi aver attraversato una fase in cui fenomeni di nuova fisica ad altissime energie fornivano nuove sorgenti di violazione di CP , che non sono previste dal Modello Standard.

Questa condizione, benché necessaria, non è comunque sufficiente per giustificare l'assimmetria. Le condizioni sufficienti affinché ciò avvenga sono note come condizioni di Sakharov.

- **Strong CP problem** Come abbiamo già detto, questo problema consiste nel capire perché il termine (1.10) che causerebbe la violazione di CP nella QCD è così piccolo. Sono state proposte varie alternative per risolverlo, ma a oggi non c'è una risposta definitiva.
- **Gerarchia nelle masse dei fermioni e cariche sotto il gruppo di gauge** Il problema consiste nel capire qual è il meccanismo (se c'è) che sta sotto alla gerarchia delle masse dei fermioni e ai valori delle loro cariche sotto il gruppo di gauge, che nel Modello Standard sono parametri esterni non dettati da qualche tipo di simmetria.
- **Gravità** La Relatività Generale, teoria che descrive la forza gravitazionale come una modificazione geometrica dello spazio-tempo, è apparentemente incompatibile con la teoria quantistica dei campi. Il Modello Standard (o una sua estensione) dovrebbe perdere la sua predittività alla scala di energie della massa di Plank, $M_{Pl} \sim G_N^{-1/2} \sim 10^{19}$ GeV, quando l'attrazione gravitazionale diventa comparabile all'effetto delle altre forze.

Questi e altri problemi aperti fanno sospettare che il Modello Standard non sia l'ultima parola sulla fisica delle alte energie, ma anzi la speranza è che negli anni a venire LHC ci regali grosse sorprese.

1.3 Nuova fisica nel settore del flavour

Come abbiamo visto, il Modello Standard ammette a livello ad albero solamente processi di *flavour changing charged current*, ossia processi che coinvolgono nel settore adronico sia quark di tipo up che di tipo down e, nel settore leptonico, sia leptoni carichi che neutrini. Un esempio di questi processi è dato dal decadimento leptonico $K^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$, che a livello di quark corrisponde a $s\bar{u} \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$. I processi che coinvolgono solo quark di tipo up (o di tipo down) e analogamente solo leptoni carichi (o solo neutrini) vanno sotto il nome di *flavour changing neutral current* (FCNC), e nel Modello Standard possono avvenire solamente a un loop; questo fa sì che essi siano soppressi, il che li rende un ottimo banco di prova per la ricerca di nuova fisica. Infatti, se i processi FCNC derivanti da nuova fisica non sono soppressi dai loop, essi possono avere ampiezze paragonabili a quelle standard anche se la scala di energia in gioco è significativamente più alta di quella elettrodebole. Un esempio di questi processi è il decadimento $K \rightarrow \pi \nu \bar{\nu}$, che a livello di quark corrisponde a $s\bar{d} \rightarrow \nu \bar{\nu}$.

Per descrivere gli effetti di nuova fisica sulle osservabili legate al flavour può essere utile usare un approccio di teoria efficace. Supponendo che i nuovi gradi di libertà della teoria siano molto più pesanti dei campi del Modello Standard, essi si possono integrare via ottenendo degli operatori efficaci per i campi del Modello Standard in modo analogo a come si ottiene la teoria di Fermi dalla lagrangiana elettrodebole. La lagrangiana del Modello Standard viene così estesa a

$$\mathcal{L}_{eff} = \mathcal{L}_{SM} + \sum \frac{c_i}{\Lambda^{(d-4)}} O_i^{(d)} + \text{h.c.} \quad (1.23)$$

dove d indica la dimensione degli operatori e $\Lambda > M_Z$ è la scala di energia della nuova fisica. Questo sistema, sebbene nasconda i dettagli del particolare modello di nuova fisica e renda quindi impossibile predirne il comportamento ad alte energie, rende comunque possibile trovare delle correlazioni tra i coefficienti c_i nelle varie osservabili, e ciò può aiutare nel distinguere le varie possibili estensioni del Modello Standard e possibilmente escluderne alcune.

Utilizzando questo approccio, se si assumono i coefficienti c_i dell'ordine di 1 si possono ottenere dei limiti inferiori per la scala Λ imponendo che la previsione delle osservabili rimanga compatibile con i dati sperimentali. In questo modo si ottengono limiti inferiori fino a 10^4 TeV, molto più alti di quanto indicato per risolvere il problema della naturalezza. Un'utile review di questi risultati si può trovare in [11].

Dati questi limiti, diventa importante una domanda: "Supponendo, sulla base di argomenti di naturalezza, che esista nuova fisica alla scala elettrodebole, perché i nuovi effetti sul flavour sono così piccoli?". Una possibilità è che la descrizione CKM derivi da una qualche simmetria di flavour che la rende efficace anche a scale di energia più alte di quelle attuali. In questa ipotesi, gli operatori efficaci di nuova fisica che contribuiscono alle osservabili di flavour sarebbero soppressi da piccoli coefficienti controllati dalla simmetria; il loro contributo alla lagrangiana efficace sarebbe quindi

$$\Delta\mathcal{L} = \sum \frac{\xi_i c_i}{\Lambda^{(d-4)}} O_i^{(d)} + \text{h.c.} \quad (1.24)$$

dove $c_i \sim \mathcal{O}(1)$ e $\Lambda \sim \text{TeV}$ come suggerito dalla naturalezza, mentre i coefficienti ξ_i sarebbero determinati sulla base della simmetria. In questo modo si può sperare di trovare effetti significativi che diano deviazioni misurabili dalle previsioni del Modello Standard gettando luce sulle possibili estensioni di questo nel settore del flavour. Scopo di questa tesi è considerare il caso in cui tale simmetria è $U(2)^3$, opportunamente rotta da piccoli termini (*spurioni*), e analizzare i vincoli che ne vengono dalle misure sperimentali.

Capitolo 2

Simmetria $U(2)^3$: caso minimale

Come accennato nel precedente capitolo, i progressi sperimentali degli ultimi dieci anni hanno mostrato come il meccanismo CKM per il mixing dei flavour e la violazione di CP sia un'ottima descrizione della realtà fino alle scale di energia raggiunte. Per quanto riguarda la ricerca di nuova fisica, questo fatto può essere interpretato in due modi. Una prima possibilità è che la fisica dei flavour sia ben descritta dal meccanismo CKM, al punto che le eventuali deviazioni dovute a fenomeni di nuova fisica avverrebbero a energie molto più alte di quelle che pensiamo di poter raggiungere in un prossimo futuro. Questo scenario, pur segnando un ulteriore successo del Modello Standard, è da considerarsi il più pessimistico, dal momento che non lascerebbe ovvio spazio a ulteriori sviluppi in questo campo. L'alternativa, come abbiamo visto, è che gli effetti di nuova fisica siano mantenuti piccoli a causa di qualche simmetria opportunamente rotta, ma possano diventare significativi a una scala vicina a quella di Fermi, lasciando così spazio a deviazioni misurabili dalle previsioni del Modello Standard.

Una possibilità molto studiata negli ultimi anni è l'ipotesi di Minimal Flavour Violation (MFV), che nel settore dei quark corrisponde a una simmetria $U(3)^3$ identica a quella del Modello Standard spegnendo le interazioni di Yukawa. Questa ipotesi però non è realizzata nemmeno approssimativamente nel Modello Standard, a causa dell'accoppiamento di Yukawa del quark top $\lambda_t \sim 1$.

Un'interessante alternativa è quella di considerare la simmetria

$$U(2)^3 \equiv U(2)_q \times U(2)_u \times U(2)_d \quad (2.1)$$

che coinvolga solamente le prime due famiglie di flavour. Come già evidenziato, questa simmetria è approssimativamente valida nel Modello Standard: i quark delle prime due generazioni sono leggeri rispetto a quelli della terza e gli angoli di mescolamento sono piccoli. Seguendo i lavori [12, 13, 14, 15] vogliamo analizzare l'ipotesi in cui questa simmetria sia

valida anche per la fisica alla scala elettrodebole, studiando le conseguenze di questo scenario e i vincoli sperimentali che lo costringono.

2.1 Spurioni

Supponiamo che, includendo gli effetti di nuova fisica, la lagrangiana che descrive il settore del flavour nei quark a bassa energia sia invariante sotto la simmetria $U(2)^3$, eccetto per alcuni termini, proporzionali a dei piccoli parametri adimensionali che indicheremo col nome di spurioni. Questi parametri dovranno essere gli stessi per le matrici di Yukawa e per tutti gli altri termini che rompono la simmetria di flavour. Supponiamo inoltre che, associando agli spurioni delle opportune leggi di trasformazione fittizie sotto $U(2)^3$, la lagrangiana sia formalmente invariante; questo restringe il numero di possibili operatori efficaci che vi possono comparire. L'origine di questi termini efficaci non è specificata, e può essere differente a seconda del modello. Ad esempio in [12, 13] questa ipotesi viene implementata in Supersimmetria, mentre in [14] nel contesto delle teorie di Higgs composto.

Prima di scrivere esplicitamente gli spurioni, è bene chiarire le notazioni che useremo. Indichiamo con \mathbf{q}_L il doppietto di $U(2)_q$ dato dalle prime due famiglie di quark sinistrorsi, con \mathbf{u}_R e \mathbf{d}_R i doppietti di $U(2)_u$ e $U(2)_d$ dati dai quark up e down destrorsi delle prime due famiglie, con q_{3L} , t_R e b_R i quark della terza famiglia. Le regole di trasformazione di questi campi sotto $U(2)^3$ sono quindi

$$\begin{aligned}\mathbf{q}_L &\sim (2, 1, 1) \\ \mathbf{u}_R &\sim (1, 2, 1) \\ \mathbf{d}_R &\sim (1, 1, 2) \\ q_{3L}, t_R, b_R &\sim (1, 1, 1).\end{aligned}\tag{2.2}$$

Il modo più semplice per dar massa ai quark delle prime due generazioni è considerare due spurioni (in questo caso matrici 2×2) che trasformino come un bi-doppietto:

$$\Delta Y_u \sim (2, \bar{2}, 1) \quad \Delta Y_d \sim (2, 1, \bar{2})\tag{2.3}$$

e costruire così i termini di massa invarianti $v\lambda_t \bar{\mathbf{q}}_L \Delta Y_u \mathbf{u}_R$ e $v\lambda_b \bar{\mathbf{q}}_L \Delta Y_d \mathbf{d}_R$. Per poter accoppiare i quark delle prime due generazioni con l'ultima è necessario almeno un altro spurione che trasformi come un doppietto sotto uno dei tre $U(2)$. Volendo introdurre un solo spurione, l'unica possibilità è considerare un vettore \mathbf{V} che trasformi come un doppietto sotto $U(2)_q$ e sia singoletto sotto $U(2)_u$ e $U(2)_d$:

$$\mathbf{V} \sim (2, 1, 1)\tag{2.4}$$

Questo permette di scrivere i termini $\bar{q}_L \mathbf{V} t_R$ e $\bar{q}_L \mathbf{V} b_R$ che collegano la terza generazione con le prime due. Una scelta a prima vista ugualmente possibile sarebbe quella di considerare gli spurioni $\mathbf{V}_u \sim (1, 2, 1)$ o $\mathbf{V}_d \sim (1, 1, 2)$ al posto di \mathbf{V} . In questo caso tuttavia, per avere V_{cb} dello stesso ordine di grandezza del rapporto m_s/m_b , lo spurione dovrebbe essere $\mathcal{O}(1)$, in contrasto con l'ipotesi che la rottura della simmetria $U(2)^3$ sia piccola. Gli spurioni \mathbf{V}_u e \mathbf{V}_d si possono eventualmente aggiungere volendo considerare il caso più generale. Questa possibilità verrà analizzata nel prossimo capitolo.

Per arrivare a scrivere i possibili operatori a quattro fermioni, bisogna innanzitutto scrivere tutti i possibili operatori a due fermioni con cui costruire i termini cinetici dei campi dei quark e i termini di Yukawa; dopodiché occorrerà passare nella base fisica dei quark, in cui la matrice del termine cinetico è l'identità e la matrice di massa è diagonale. Effettuate le necessarie rotazioni per il passaggio alla base fisica si va a vedere come sono fatti i diversi termini di interazione in questa base, e da questi qual è l'ordine di grandezza dei termini efficaci a quattro fermioni.

I bilineari rilevanti che si possono costruire a partire dagli spurioni (2.3, 2.4) sono

Chirality conserving

$$\begin{aligned}
\text{L-L (no spurioni)} & \quad \bar{q}_{3L} \gamma_\mu q_{3L} \quad \bar{q}_L \gamma_\mu q_L \\
\text{R-R (no spurioni)} & \quad \bar{u}_R \gamma_\mu u_R \quad \bar{d}_R \gamma_\mu d_R \quad \bar{t}_R \gamma_\mu t_R \quad \bar{b}_R \gamma_\mu b_R \quad \bar{t}_R \gamma_\mu b_R \\
\text{L-L (1 spurione)} & \quad (\bar{q}_L \mathbf{V}) \gamma_\mu q_{3L} \\
\text{L-L (2 spurioni)} & \quad (\bar{q}_L \mathbf{V}) \gamma_\mu (\mathbf{V}^\dagger q_L) \\
\text{R-R (2 spurioni)} & \quad \bar{t}_R \gamma_\mu \mathbf{V}^\dagger \Delta Y_u u_R \quad \bar{b}_R \gamma_\mu \mathbf{V}^\dagger \Delta Y_u u_R \\
& \quad \bar{t}_R \gamma_\mu \mathbf{V}^\dagger \Delta Y_d d_R \quad \bar{b}_R \gamma_\mu \mathbf{V}^\dagger \Delta Y_d d_R
\end{aligned} \tag{2.5}$$

Chirality breaking

$$\begin{aligned}
\text{L-R (no spurioni)} & \quad \bar{q}_{3L} t_R \quad \bar{q}_{3L} b_R \\
\text{L-R (1 spurione)} & \quad \bar{q}_L \Delta Y_u u_R \quad \bar{q}_L \Delta Y_d d_R \quad \bar{q}_L \mathbf{V} t_R \quad \bar{q}_L \mathbf{V} b_R \\
\text{L-R (2 spurioni)} & \quad \bar{q}_{3L} \mathbf{V}^\dagger \Delta Y_u u_R \quad \bar{q}_{3L} \mathbf{V}^\dagger \Delta Y_d d_R
\end{aligned} \tag{2.6}$$

dove ho trascurato i termini con due spurioni ΔY perché danno un contributo non significativo.

Utilizzando la simmetria $U(2)^3$ e ridefinendo le fasi dei campi dei quark è possibile ridurre gli spurioni a una forma semplice che sarà utile per il seguito. Senza perdita di generalità lo spurione \mathbf{V} si può scrivere nella forma

$$\mathbf{V} = \begin{pmatrix} 0 \\ \epsilon \end{pmatrix}. \tag{2.7}$$

Fissata la forma di V , i due bi-doppietti si possono parametrizzare come

$$\Delta Y_u = L_{12}^u \Delta \tilde{Y}_u \quad \text{e} \quad \Delta Y_d = \Phi_L L_{12}^d \Delta \tilde{Y}_d \equiv U_{12}^d \Delta \tilde{Y}_d \quad (2.8)$$

dove L_{12}^u, L_{12}^d sono matrici ortogonali nello spazio delle prime due famiglie, Φ_L è la matrice diagonale $\text{diag}(e^{i\phi}, 1)$ e $\Delta \tilde{Y}_{u,d}$ sono matrici diagonali con autovalori reali e positivi:

$$\Delta \tilde{Y}_{u,d} = \begin{pmatrix} \epsilon_1^{u,d} & \\ & \epsilon_2^{u,d} \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

La fase ϕ non può essere eliminata perché, per rispettare l'invarianza di gauge, non è possibile trasformare separatamente le due componenti \mathbf{u}_L e \mathbf{d}_L del doppietto \mathbf{q}_L ; in questo modo si può annullare una soltanto tra le fasi di ΔY_u e ΔY_d . I dettagli di questa riparametrizzazione si trovano in appendice A.

2.2 Termini bilineari

Vogliamo ora scrivere, nella forma più generale che rispetti la simmetria $U(2)^3$, i termini bilineari nei campi dei quark. In particolare vogliamo mostrare che le matrici con cui si contraggono gli indici di flavour hanno una forma molto semplice: a meno di termini di ordine superiore nei parametri degli spurioni esse si possono scrivere come combinazione di matrici di rotazione e matrici unitarie.

I termini bilineari che rispettano la chiralità costruiti con i campi dei quark sinistrorsi sono i termine cinetico

$$\begin{aligned} \bar{Q}_L \not{D} X_{kin} Q_L &= a \bar{q}_{3L} \not{D} q_{3L} + b \bar{\mathbf{q}}_L \not{D} \mathbf{q}_L + c \bar{q}_{3L} \not{D} (\mathbf{V}^\dagger \mathbf{q}_L) + c^* (\bar{\mathbf{q}}_L \mathbf{V}) \not{D} q_{3L} + \\ &+ d (\bar{\mathbf{q}}_L \mathbf{V}) \not{D} (\mathbf{V}^\dagger \mathbf{q}_L) \end{aligned} \quad (2.10)$$

e tutti i possibili termini di interazione

$$\begin{aligned} \bar{Q}_L \gamma_\mu X_{int}^\alpha Q_L &= a^\alpha \bar{q}_{3L} \gamma_\mu q_{3L} + b^\alpha \bar{\mathbf{q}}_L \gamma_\mu \mathbf{q}_L + c^\alpha \bar{q}_{3L} \gamma_\mu (\mathbf{V}^\dagger \mathbf{q}_L) + c^{\alpha*} (\bar{\mathbf{q}}_L \mathbf{V}) \gamma_\mu q_{3L} + \\ &+ d^\alpha (\bar{\mathbf{q}}_L \mathbf{V}) \gamma_\mu (\mathbf{V}^\dagger \mathbf{q}_L). \end{aligned} \quad (2.11)$$

Affinchè la lagrangiana costruita con questi termini sia hermitiana, i coefficienti $a^{(\alpha)}, b^{(\alpha)}, d^{(\alpha)}$ devono essere reali. Facendo la stessa cosa per i campi destrorsi i termini non diagonali nel flavour sono soppressi perché di ordine più alto negli spurioni, e danno quindi un contributo trascurabile.

Fra i termini che non rispettano la chiralità ci sono poi i termini di massa (termini di Yukawa) e quelli di dipolo, che indichiamo genericamente con $\mu_{u,d}^\beta$:

$$\text{Yukawa: } \begin{cases} \bar{Q}_L Y_u u_R = \lambda_t (\bar{q}_{3L} t_R + x_t (\bar{\mathbf{q}}_L \mathbf{V}) t_R + \bar{\mathbf{q}}_L \Delta Y_u \mathbf{u}_R + y_t \bar{q}_{3L} \mathbf{V}^\dagger \Delta Y_u \mathbf{u}_R) + \text{h.c.} \\ \bar{Q}_L Y_d d_R = \lambda_b (\bar{q}_{3L} b_R + x_b (\bar{\mathbf{q}}_L \mathbf{V}) b_R + \bar{\mathbf{q}}_L \Delta Y_d \mathbf{d}_R + y_b \bar{q}_{3L} \mathbf{V}^\dagger \Delta Y_d \mathbf{d}_R) + \text{h.c.} \end{cases} \quad (2.12)$$

$$\text{dipolo: } \begin{cases} \bar{Q}_L \sigma_{\mu\nu} \mu_u^\beta u_R = \lambda_t \left(a_u^\beta \bar{q}_{3L} \sigma_{\mu\nu} t_R + b_u^\beta (\bar{\mathbf{q}}_L \mathbf{V}) \sigma_{\mu\nu} t_R + c_u^\beta \bar{\mathbf{q}}_L \Delta Y_u \sigma_{\mu\nu} \mathbf{u}_R \right. \\ \quad \left. + e_u^\beta \bar{q}_{3L} \mathbf{V}^\dagger \Delta Y_u \mathbf{u}_R \right) + \text{h.c.} \\ \bar{Q}_L \sigma_{\mu\nu} \mu_d^\beta d_R = \lambda_b \left(a_d^\beta \bar{q}_{3L} \sigma_{\mu\nu} b_R + b_d^\beta (\bar{\mathbf{q}}_L \mathbf{V}) \sigma_{\mu\nu} b_R + c_d^\beta \bar{\mathbf{q}}_L \Delta Y_d \sigma_{\mu\nu} \mathbf{d}_R \right. \\ \quad \left. + e_d^\beta \bar{q}_{3L} \mathbf{V}^\dagger \Delta Y_d \mathbf{d}_R \right) + \text{h.c.} \end{cases} \quad (2.13)$$

Sfruttando le fasi di t_R , b_R , q_{3L} e \mathbf{q}_L si possono rendere reali λ_t , λ_b , c e x_t . Ancora una volta a causa della struttura di gauge non è possibile eliminare la fase di x_b .

Gli operatori trovati possono essere riscritti in forma matriciale. A meno di termini di ordine superiore si ottiene per i termini di Yukawa

$$Y_u = \lambda_t \left[L_{12}^u \Delta \tilde{Y}_u + R_{23}^u I_3 \right] \quad (2.14)$$

dove $I_3 = \text{diag}(0, 0, 1)$ e R_{23}^u è una rotazione di angolo $x_t \epsilon$ nel settore 2-3. In maniera analoga per i down si ottiene

$$Y_d = \lambda_b \left[U_{12}^d \Delta \tilde{Y}_d + U_{23}^d I_3 \right] \quad (2.15)$$

dove $U_{12}^d = \Phi_L L_{12}^d$ e U_{23}^d è una matrice $SU(2)$ e non una semplice matrice di rotazione perché x_b è in generale complesso, ed è della forma

$$U_{23}^d \simeq \left(\begin{array}{c|cc} 1 & & \\ \hline & 1 & \epsilon |x_b| e^{i\varphi_b} \\ & -\epsilon |x_b| e^{i\varphi_b} & 1 \end{array} \right) \quad (2.16)$$

dove φ_b è la fase di x_b . Da ora in avanti indichiamo con $\Delta \tilde{Y}_u, \Delta \tilde{Y}_d$ le matrici estese a delle 3×3 aggiungendo uno 0 in basso a destra; analogamente tutte le matrici di rotazione nel settore 1 – 2 che abbiamo già definito vengono estese a rotazioni nello spazio delle tre famiglie. Con analoga notazione per il termine cinetico vale

$$X_{\text{kin}} = A \mathbb{1} + B R_{23} I_{23} R_{23}^T \quad (2.17)$$

dove

$$I_{23} = \begin{pmatrix} 0 & & \\ & \mathcal{O}(\epsilon^2) & \\ & & 1 \end{pmatrix}; \quad (2.18)$$

I termini di interazione si scrivono come

$$X_{\text{int}}^\alpha = A^\alpha \mathbb{1} + B^\alpha U_{23}^\alpha I_{23} U_{23}^{\alpha\dagger} \quad (2.19)$$

Stavolta ho matrici $SU(3)$ anziché matrici di rotazione perché i coefficienti c^α sono in generale complessi. Per le matrici dei termini di dipolo vale infine

$$\mu_u^\beta = \lambda_t \left[c_u^\beta L_{12}^u \Delta \tilde{Y}_u + a_u^\beta V_{23}^{u\beta} I_3 W_{23}^{u\beta} W_{13}^{u\beta} \right] \quad (2.20)$$

e analogamente per i down

$$\mu_d^\beta = \lambda_b \left[c_d^\beta U_{12}^d \Delta \tilde{Y}_d + a_d^\beta V_{23}^{d\beta} I_3 W_{23}^{d\beta} W_{13}^{d\beta} \right] \quad (2.21)$$

dove $V_{23}^{u\beta}$ e $V_{23}^{d\beta}$ sono unitarie con elementi fuori diagonale di ordine ϵ , mentre $W_{13}^{u\beta}$ e $W_{23}^{u\beta}$ hanno elementi fuori diagonale di ordine $\epsilon\epsilon_1^u$ e $\epsilon\epsilon_2^u$.

Una volta calcolate le varie matrici nello spazio dei flavour, occorre passare nella base fisica dei campi dei quark. Per far ciò, anzitutto è necessario mettere in forma canonica il termine cinetico, dopodiché vanno diagonalizzati i termini di massa tramite rotazioni nello spazio delle famiglie. Si vede facilmente che il primo passaggio, fermandosi all'ordine $\mathcal{O}(\epsilon^2)$, non modifica la forma delle matrici di Yukawa e degli altri termini ma costituisce una semplice ridefinizione $\mathcal{O}(1)$ dei parametri.

Riguardo ai termini cinetici è bene soffermarci su un fatto, conseguenza diretta dell'invarianza di gauge della teoria. Esplicitando gli indici di flavour essi sono scritti come

$$\bar{\psi}_L^i \not{D} X_{\text{kin}}^{ij} \psi_L^j = \bar{\psi}_L^i \left[\partial_\mu - ig_S G_\mu^a T^a - ig W_\mu^a \frac{\sigma^a}{2} - ig' B_\mu Y \right] \gamma^\mu X_{\text{kin}}^{ij} \psi_L^j \quad (2.22)$$

e non, più in generale, come

$$\bar{\psi}_L^i \left[\partial_\mu X_k^{ij} - ig_S G_\mu^a T^a X_g^{ij} - ig W_\mu^a \frac{\sigma^a}{2} X_W^{ij} - ig' B_\mu Y X_B^{ij} \right] \gamma^\mu \psi_L^j \quad (2.23)$$

perché in questo secondo modo l'invarianza di gauge non è rispettata. Il fatto che il termine propriamente cinetico e quello di interazione con il W abbiano la stessa matrice di flavour è importante perché significa che, una volta che la prima è messa in forma canonica, anche la seconda lo è, e questo rende possibile calcolare la matrice CKM diagonalizzando il termine di massa.

A meno di termini di ordine superiore a $\mathcal{O}(\epsilon^2, \epsilon\epsilon_{1,2}^{u,d})$, le matrici di Yukawa si diagonalizzano facendo

$$Y_u \longrightarrow (L_{12}^u)^T (R_{23}^u)^T Y_u \simeq \lambda_t \begin{pmatrix} \epsilon_1^u & & \\ & \epsilon_2^u & \\ & & 1 \end{pmatrix} \quad (2.24)$$

e

$$Y_d \longrightarrow (U_{12}^d)^\dagger (U_{23}^d)^\dagger Y_d \simeq \lambda_b \begin{pmatrix} \epsilon_1^d & & \\ & \epsilon_2^d & \\ & & 1 \end{pmatrix}. \quad (2.25)$$

Per passare nella base fisica dei quark prendo quindi

$$u_L^{\text{phys}} = R_L^u u_L \quad \text{e} \quad d_L^{\text{phys}} = U_L^d d_L. \quad (2.26)$$

Dalle equazioni (2.24) e (2.25), i valori dei parametri $\epsilon_{1,2}^{u,d}$ si ottengono come rapporti fra le masse dei quark. In particolare

$$\epsilon_1^u = \frac{m_u}{m_t} \sim 1 \times 10^{-5}; \quad (2.27)$$

$$\epsilon_2^u = \frac{m_c}{m_t} \sim 0.7 \times 10^{-2}; \quad (2.28)$$

$$\epsilon_1^d = \frac{m_d}{m_b} \sim 1 \times 10^{-3}; \quad (2.29)$$

$$\epsilon_2^d = \frac{m_s}{m_b} \sim 2 \times 10^{-2}. \quad (2.30)$$

In questi passaggi stiamo completamente trascurando le rotazioni che moltiplicano i termini di Yukawa da destra e che quindi costringerebbero a ridefinire anche i campi dei quark destrorsi. Il motivo è che, nel contesto minimale che stiamo considerando, queste rotazioni hanno come unico effetto una ridefinizione $\mathcal{O}(1)$ delle entrate delle matrici $\mu_{u,d}^\beta$; avranno invece un ruolo importante nel caso generico, su cui ci soffermeremo nel capitolo 3.

2.2.1 Matrice CKM, termini di interazione e momenti di dipolo

Una volta passati nella base fisica, è facile calcolare esplicitamente la matrice CKM e le altre matrici rilevanti effettuando su di esse le rotazioni che abbiamo ottenuto.

La matrice CKM si ricava scrivendo nella base fisica dei quark left il termine $\bar{u}_L \gamma_\mu d_L$ che accoppia a W^\pm :

$$\bar{u}_L \gamma_\mu d_L = \bar{u}_L^{\text{phys}} \gamma_\mu \underbrace{(L_{12}^u)^T (R_{23}^u)^T (U_{23}^d) U_{12}^d}_{V_{CKM}} d_L^{\text{phys}} \quad (2.31)$$

$$V_{CKM} \simeq (L_{12}^u)^T (R_{23}^u)^T U_{23}^d U_{12}^d \equiv (L_{12}^u)^T U_{23}^\epsilon U_{12}^d \quad (2.32)$$

È importante notare che essa dipende solamente da rotazioni sinistrorse; come vedremo la sua forma sarà uguale nel caso generico. Da un calcolo esplicito si ottiene

$$V_{CKM} \simeq \begin{bmatrix} e^{i\phi} c_{12}^u c_{12}^d + s_{12}^u s_{12}^d (c_{23}^u c_{23}^d + e^{-i\varphi_b} s_{23}^u s_{23}^d) & e^{i\phi} s_{12}^u c_{12}^d - c_{12}^u s_{12}^d (c_{23}^u c_{23}^d + e^{-i\varphi_b} s_{23}^u s_{23}^d) & -s_{12}^d (s_{23}^u c_{23}^d - e^{-i\varphi_b} c_{23}^u s_{23}^d) \\ e^{i\phi} c_{12}^u s_{12}^d - s_{12}^u c_{12}^d (c_{23}^u c_{23}^d + e^{-i\varphi_b} s_{23}^u s_{23}^d) & s_{12}^u (s_{23}^u c_{23}^d - e^{+i\varphi_b} c_{23}^u s_{23}^d) & c_{12}^d (s_{23}^u c_{23}^d - e^{-i\varphi_b} c_{23}^u s_{23}^d) \\ e^{i\phi} s_{12}^u s_{12}^d + c_{12}^u s_{12}^d (c_{23}^u c_{23}^d + e^{-i\varphi_b} s_{23}^u s_{23}^d) & -c_{12}^u (s_{23}^u c_{23}^d - e^{+i\varphi_b} c_{23}^u s_{23}^d) & c_{23}^u c_{23}^d + e^{i\varphi_b} s_{23}^u s_{23}^d \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

dove, ricordiamo, $s_{23}^u, s_{23}^d \sim \mathcal{O}(\epsilon)$. V_{CKM} può essere messa in forma più conveniente fermandosi all'ordine dominante. Tramite ridefinizioni delle fasi dei campi dei quark si ottiene la forma

$$\begin{pmatrix} c_{12}^u c_{12}^d & \lambda & s_{12}^u s e^{-i\delta} \\ -\lambda & c_{12}^u c_{12}^d & c_{12}^u s \\ -s_{12}^d s e^{i(\delta-\phi)} & -c_{12}^d s & 1 + \mathcal{O}(\epsilon^2) \end{pmatrix} \quad (2.34)$$

dove $(s_{12}^u c_{12}^d - e^{i\phi} c_{12}^u s_{12}^d) \equiv \lambda e^{i\delta}$ e $(s_{23}^u c_{23}^d - e^{-i\phi_b} c_{23}^u s_{23}^d) \equiv s e^{-i\alpha}$, e la fase α si può riassorbire nelle fasi dei campi dei quark.

Usando questa parametrizzazione si può fare un fit dei parametri utilizzando quei processi che nel modello standard avvengono già a livello ad albero, per i quali l'eventuale contributo di nuova fisica è presumibilmente trascurabile. I risultati di questo fit danno [13]

$$\begin{aligned} s_{12}^u &= 0.086 \pm 0.003 & s_{12}^d &= -0.22 \pm 0.01 \\ s &= 0.0411 \pm 0.0005 & \phi &= (-97 \pm 9)^\circ. \end{aligned} \quad (2.35)$$

Il valore ottenuto per s ci dà una stima dell'ordine di grandezza del parametro ϵ . A meno di fattori $\mathcal{O}(1)$ abbiamo quindi $\epsilon \sim 10^{-2}$, valore consistente con l'ipotesi che la rottura di simmetria sia piccola.

Come la matrice CKM, anche i termini di interazione LL dipendono solo dalle rotazioni sui quark sinistrorsi, e nei loro termini appare solamente ϵ che viene dallo spurione \mathbf{V} . Effettuando due differenti cambiamenti di base sui quark \mathbf{u}_L e \mathbf{d}_L la matrice X_{int}^α dà origine a due matrici distinte, una nel settore up e l'altra nel settore down, la cui forma esplicita è

$$X_{\text{int}}^{u\alpha} = A^\alpha \mathbb{1} + B^\alpha (L_{12}^u)^T U_{23}^{u\alpha} I_{23} (U_{23}^{u\alpha})^\dagger L_{12}^u \quad (2.36)$$

$$X_{\text{int}}^{d\alpha} = A^\alpha \mathbb{1} + B^\alpha (U_{12}^d)^\dagger U_{23}^{d\alpha} I_{23} (U_{23}^{d\alpha})^\dagger U_{12}^d \quad (2.37)$$

dove $U_{23}^{u\alpha}$ e $U_{23}^{d\alpha}$ sono matrici unitarie con entrate fuori diagonale $\mathcal{O}(\epsilon)$ nel settore 2-3.

Per quanto riguarda le matrici $\mu_{u,d}$ si ottiene invece

$$\mu_u^\beta = \lambda_t \left[c_u^\beta \Delta \tilde{Y}_u + a_u^\beta (L_{12}^u)^T U_{\mu 23}^{u\beta} I_3 W_{23}^{u\beta} W_{13}^{u\beta} \right] \quad (2.38)$$

$$\mu_d^\beta = \lambda_b \left[c_d^\beta \Delta \tilde{Y}_d + a_d^\beta (U_{12}^d)^\dagger U_{\mu 23}^{d\beta} I_3 W_{23}^{d\beta} W_{13}^{d\beta} \right]. \quad (2.39)$$

2.3 Operatori efficaci rilevanti

Come spiegato alla fine del precedente capitolo (eq. (1.24)), una volta specificata la simmetria di flavour e il suo modo di rottura si possono calcolare, a meno di un fattore di ordine 1, i coefficienti degli operatori efficaci a 4 campi fermionici che mediano i processi di violazione del flavour. Questi coefficienti si ottengono dalle corrispondenti entrate delle matrici X_{int} e μ^β che abbiamo calcolato: ad esempio l'operatore $(\bar{d}_L^i \gamma_\mu d_L^j)^2$ sarà modulato da $(\{X_{\text{int}}^{d\alpha}\}_{ij})^2$.

Un'importante conseguenza della simmetria $U(2)^3$ è che i coefficienti dei vari operatori sono proporzionali alle corrispondenti entrate della matrice CKM (2.34).

2.3.1 Quark down (mesoni K, B_d, B_s)

Indicando con ξ_{ij} il prodotto $(V_{CKM}^{ti})^* V_{CKM}^{tj}$ si ottiene

$\Delta F = 2$

- $\Delta B = 2, i = s, d$ (mixing dei B_s, B_d)

$$\frac{1}{2} c_{LL}^B e^{i\phi_B} \xi_{ib}^2 \frac{1}{\Lambda^2} (\bar{d}_{iL} \gamma_\mu b_L)^2; \quad (2.40)$$

- $\Delta S = 2$ (mixing dei K)

$$\frac{1}{2} c_{LL}^K \xi_{ds}^2 \frac{1}{\Lambda^2} (\bar{d}_L \gamma_\mu s_L)^2; \quad (2.41)$$

Notiamo subito che nel caso dei mesoni B_s e B_d il coefficiente c_{LL}^B è lo stesso, mentre può essere differente nel caso dei K . Inoltre nel caso dei B è ammessa una nuova fase che viola CP . Questa è una diretta conseguenza della simmetria $U(2)^3$ che stiamo considerando, su cui torneremo nel capitolo 5.

$\Delta F = 1$

- $\Delta B = 1, i = s, d$ chiralità opposte ($\alpha = \gamma, G$)

$$c^\alpha e^{i\phi^\alpha} \xi_{ib} m_b \frac{1}{\Lambda^2} (\bar{d}_{iL} \sigma^{\mu\nu} b_R) O_{\mu\nu}^\alpha \quad \text{con } O_{\mu\nu}^\alpha = e F^{\mu\nu}, g_s G^{\mu\nu}; \quad (2.42)$$

- $\Delta B = 1, i = s, d$, stessa chiralità ($\beta = L, R, H$)

$$c_B^\beta e^{i\phi^\beta} \xi_{ib} \frac{1}{\Lambda^2} (\bar{d}_{iL} \gamma^\mu b_L) O_\mu^\beta \quad \text{con } O_\mu^\beta = (\bar{l}_L \gamma_\mu l_L), (\bar{e}_R \gamma_\mu e_R), (H^\dagger D_\mu H); \quad (2.43)$$

- $\Delta S = 1$, stessa chiralità

$$c_K^\beta \xi_{ds} \frac{1}{\Lambda^2} (\bar{d}_L \gamma^\mu s_L) O_\mu^\beta \quad \text{con } O_\mu^\beta = (\bar{l}_L \gamma_\mu l_L), (\bar{e}_R \gamma_\mu e_R), (H^\dagger D_\mu H). \quad (2.44)$$

Come prima, è importante sottolineare che per i primi due operatori il coefficiente c è lo stesso per i quark d e s , così che l'operatore è regolato solamente dalla corrispondente entrata della matrice CKM, esattamente come avviene per il Modello Standard.

$\Delta F = 0$

- momento di dipolo (cromo-)elettrico del down

$$\tilde{c}_d^\alpha e^{i\tilde{\phi}_d^\alpha} m_d (\bar{d}_L \sigma^{\mu\nu} d_R) O_{\mu\nu}^\alpha \quad \text{con } O_{\mu\nu}^\alpha = e F^{\mu\nu}, g_s G^{\mu\nu}; \quad (2.45)$$

2.3.2 Quark up

Indicando con ζ_{ij} il prodotto $(V_{CKM}^{ib})^* V_{CKM}^{jb}$ si ottiene

$\Delta F = 2$

- $\Delta C = 2$

$$\frac{1}{2}c_{LL}^D \zeta_{uc}^2 \frac{1}{\Lambda^2} (\bar{u}_L \gamma_\mu c_L)^2; \quad (2.46)$$

$\Delta F = 1$

- $\Delta C = 1$, chiralità opposta (decadimento dei D)

$$c_g^D e^{i\phi_g^D} \zeta_{uc} m_c \frac{1}{\Lambda^2} (\bar{u}_L \sigma^{\mu\nu} c_R) g_s G_{\mu\nu}; \quad (2.47)$$

- $t \rightarrow c\gamma, cZ$, chiralità opposta

$$c_\alpha^t e^{i\phi_\alpha^t} \zeta_{ct} m_t \frac{1}{\Lambda^2} (\bar{c}_L \sigma^{\mu\nu} t_R) O_{\mu\nu}^\alpha \quad \text{con } O_{\mu\nu}^\alpha = e F_{\mu\nu}, \frac{g}{c_w} Z_{\mu\nu}; \quad (2.48)$$

- $t \rightarrow cZ$, stessa chiralità

$$c_{cc}^t e^{i\phi_{cc}^t} \frac{v^2}{2} \zeta_{ct} m_t \frac{1}{\Lambda^2} (\bar{c}_L \gamma^\mu t_L) O \frac{g}{c_w} Z_\mu; \quad (2.49)$$

$\Delta F = 0$

- momento di dipolo (cromo-)elettrico dell'up

$$\tilde{c}_u^\alpha e^{i\tilde{\phi}_u^\alpha} m_u (\bar{u}_L \sigma^{\mu\nu} u_R) \mathcal{O}_{\mu\nu}^\alpha \quad \text{con } O_{\mu\nu}^\alpha = e F^{\mu\nu}, g_s G^{\mu\nu}; \quad (2.50)$$

- momento di dipolo cromo-elettrico del top

$$c_{dm} e^{i\phi_{dm}} m_t \frac{1}{\Lambda^2} (\bar{t}_L \sigma^{\mu\nu} t_R) g_s G_{\mu\nu}. \quad (2.51)$$

Nei capitoli 5 e 6 vedremo quali sono i limiti che si possono ottenere sui coefficienti c_i dai dati sperimentali.

Capitolo 3

Simmetria $U(2)^3$: caso generico

3.1 Spurioni

Nel precedente capitolo abbiamo introdotto la simmetria $U(2)^3$ utilizzando l'insieme minimale di spurioni

$$\mathbf{V}, \quad \Delta Y_u, \quad \Delta Y_d. \quad (3.1)$$

Vogliamo ora considerare il caso più generale ammettendo l'esistenza di altri due doppietti corrispondenti a $U(2)_u$ e $U(2)_d$ rispettivamente:

$$\mathbf{V}_u \sim (1, 2, 1) \quad \text{e} \quad \mathbf{V}_d \sim (1, 1, 2). \quad (3.2)$$

Questo completa l'elenco dei possibili termini che rompono la simmetria $U(2)^3$ che contribuiscono alla matrice di massa dei quark:

$$\lambda_t (\bar{\mathbf{q}}_L \mathbf{V}) t_R \quad \lambda_t \bar{\mathbf{q}}_L \Delta Y_u \mathbf{u}_R \quad \lambda_t \bar{\mathbf{q}}_{3L} (\mathbf{V}_u^\dagger \mathbf{u}_R) \quad (3.3)$$

$$\lambda_b (\bar{\mathbf{q}}_L \mathbf{V}) b_R \quad \lambda_b \bar{\mathbf{q}}_L \Delta Y_d \mathbf{d}_R \quad \lambda_b \bar{\mathbf{q}}_{3L} (\mathbf{V}_d^\dagger \mathbf{d}_R) \quad (3.4)$$

di modo che le matrici di Yukawa, fermandosi al primo ordine negli spurioni, si scrivono come

$$Y_u = \lambda_t \left(\frac{\Delta Y_u}{y_t \mathbf{V}_u^\dagger} \middle| \frac{x_t \mathbf{V}}{1} \right) \quad Y_d = \lambda_b \left(\frac{\Delta Y_d}{y_b \mathbf{V}_d^\dagger} \middle| \frac{x_b \mathbf{V}}{1} \right). \quad (3.5)$$

A questo punto è facile ripetere i passaggi già spiegati nel capitolo precedente per ottenere gli operatori efficaci fisicamente rilevanti e la loro espressione in termini delle entrate della matrice CKM. In questo capitolo vogliamo mettere in evidenza le differenze tra i due casi.

I termini bilineari invarianti sotto $U(2)^3$ considerando i nuovi spurioni sono:

Chirality conserving

$$\begin{aligned}
\text{L-L } \mathcal{O}(1) &: \bar{q}_{3L} \gamma_\mu q_{3L} \quad \bar{q}_L \gamma_\mu q_L \\
\text{R-R } \mathcal{O}(1) &: \bar{u}_R \gamma_\mu u_R \quad \bar{d}_R \gamma_\mu d_R \quad \bar{t}_R \gamma_\mu t_R \quad \bar{b}_R \gamma_\mu b_R \quad \bar{t}_R \gamma_\mu b_R \\
\text{L-L } \mathcal{O}(\epsilon) &: (\bar{q}_L V) q_{3L} \\
\text{R-R } \mathcal{O}(\epsilon_{u,d}) &: (\bar{u}_R V_u) t_R \quad (\bar{u}_R V_u) b_R \quad (\bar{d}_R V_d) t_R \quad (\bar{d}_R V_d) b_R \\
\text{L-L } \mathcal{O}(\epsilon^2) &: (\bar{q}_L V) (V^\dagger q_L) \\
\text{R-R } \mathcal{O}(\epsilon_{u,d}^2) &: (\bar{u}_L V_u) (V_u^\dagger u_L) \quad (\bar{d}_L V_d) (V_d^\dagger d_L) \quad (\bar{u}_L V_u) (V_d^\dagger d_L)
\end{aligned} \tag{3.6}$$

Chirality breaking

$$\begin{aligned}
\text{L-R } \mathcal{O}(1) &: \bar{q}_{3L} \gamma_\mu t_R \quad \bar{q}_{3L} \gamma_\mu b_R \\
\text{L-R } \mathcal{O}(\epsilon, \epsilon_{u,d}) &: (\bar{q}_L V) t_R \quad (\bar{q}_L V) b_R \quad \bar{q}_{3L} (V_u^\dagger u_R) \quad \bar{q}_{3L} (V_d^\dagger d_R) \\
\text{L-R } \mathcal{O}(\epsilon_{12}^{u,d}) &: \bar{q}_L \Delta Y_u u_R \quad \bar{q}_L \Delta Y_d d_R
\end{aligned} \tag{3.7}$$

Notiamo che, a differenza del caso minimale, si possono scrivere termini che conservano la chiralità con i quark destrorsi utilizzando un solo spurione. Questo fa sì che, nel caso generico, gli effetti di nuova fisica possano diventare evidenti anche per gli operatori che coinvolgono i quark destrorsi.

Sfruttando la simmetria di flavour per ridefinire i campi dei quark si possono mettere gli spurioni in una forma standard. Scegliamo, senza perdita di generalità, di parametrizzare i doppietti come

$$V = \begin{pmatrix} 0 \\ \epsilon \end{pmatrix} \quad V_u = \begin{pmatrix} 0 \\ \epsilon_u \end{pmatrix} \quad V_d = \begin{pmatrix} 0 \\ \epsilon_d \end{pmatrix}. \tag{3.8}$$

Per scrivere i tre doppietti in questa forma è necessario fare tre trasformazioni $U(2)^3$; di conseguenza rispetto al caso minimale c'è meno libertà di ridefinire gli spurioni ΔY , che scriveremo in forma standard come

$$\Delta Y_u = L_{12}^u \Delta \tilde{Y}_u \Phi_R^u R_{12}^u \equiv L_{12}^u \Delta \tilde{Y}_u V_{12}^u \tag{3.9}$$

e

$$\Delta Y_d = \Phi_L L_{12}^d \Delta \tilde{Y}_d \Phi_R^d R_{12}^d \equiv U_{12}^d \Delta \tilde{Y}_d V_{12}^d \tag{3.10}$$

dove $L_{12}^u, L_{12}^d, R_{12}^u, R_{12}^d$ sono matrici di rotazione nel settore 1-2, Φ_L come prima è della forma $\text{diag}(e^{i\phi}, 1)$ e $\Phi_R^{u,d}$ sono della forma $\text{diag}(e^{i\phi_1^{u,d}}, e^{i\phi_2^{u,d}})$. Abbiamo quindi quattro nuovi parametri $(\epsilon_R^{u,d}, \theta_R^{u,d})$ e quattro fasi $(\phi_{1,2}^{u,d})$ che si aggiungono ai cinque parametri reali e una fase del caso minimale $(\epsilon_L, \epsilon_{1,2}^{u,d}, \theta_L^{u,d}, \phi)$. Per fissare la notazione, definiamo $s_L^{u,d} \equiv \sin \theta_L^{u,d}$ e $s_R^{u,d} \equiv \sin \theta_R^{u,d}$.

Assumendo che, come si verificherà per consistenza a posteriori, i parametri $\epsilon_R^{u,d}$ siano piccoli rispetto a ϵ , tutte le matrici relative ai quark sinistrorsi non cambiano forma nel caso generale. In particolare i parametri ϵ_L , $\epsilon_{1,2}^{u,d}$, $\theta_L^{u,d}$, ϕ del caso minimale restano determinati dalle masse dei quark e dalla matrice CKM.

3.2 Termini bilineari

Una volta definiti gli spurioni si possono scrivere i termini bilineari nei campi dei quark. I due nuovi doppietti \mathbf{V}_u e \mathbf{V}_d fanno sì che diventino fisicamente rilevanti anche i termini che conservano la chiralità con i quark destrorsi che rompono la simmetria di flavour.

I termini che conservano la chiralità sono i termini cinetici e gli altri termini di interazione. I termini cinetici si scrivono come

$$\begin{aligned}\bar{Q}_L \not{X}_{\text{kin}} Q_L &= a \bar{q}_{3L} \not{q}_{3L} + b \bar{\mathbf{q}}_L \not{\mathbf{q}}_L + d \bar{q}_{3L} \not{(\mathbf{V}^\dagger \mathbf{q}_L)} + d^* (\bar{\mathbf{q}}_L \mathbf{V}) \not{q}_{3L} \\ &\quad + e (\bar{\mathbf{q}}_L \mathbf{V}) \not{(\mathbf{V}^\dagger \mathbf{q}_L)}\end{aligned}\quad (3.11)$$

$$\begin{aligned}\bar{u}_R \not{X}_{\text{kin}}^{uR} u_R &= a_{uR} \bar{t}_R \not{t}_R + b_{uR} \bar{\mathbf{u}}_R \not{\mathbf{u}}_R + d_{uR} \bar{t}_R \not{(\mathbf{V}_u^\dagger \mathbf{u}_R)} + d_{uR}^* (\mathbf{u}_R \mathbf{V}_u) \not{t}_R \\ &\quad + e_{uR} (\bar{\mathbf{u}}_R \mathbf{V}_u) \not{(\mathbf{V}_u^\dagger \mathbf{u}_R)}\end{aligned}\quad (3.12)$$

$$\begin{aligned}\bar{d}_R \not{X}_{\text{kin}}^{dR} d_R &= a_{dR} \bar{b}_R \not{b}_R + b_{dR} \bar{\mathbf{d}}_R \not{\mathbf{d}}_R + d_{dR} \bar{b}_R \not{(\mathbf{V}_d^\dagger \mathbf{d}_R)} + d_{dR}^* (\mathbf{d}_R \mathbf{V}_d) \not{b}_R \\ &\quad + e_{dR} (\bar{\mathbf{d}}_R \mathbf{V}_d) \not{(\mathbf{V}_d^\dagger \mathbf{d}_R)}.\end{aligned}\quad (3.13)$$

I termini di interazione hanno forma analoga. Notiamo che i coefficienti $a_{(R)}^{(\alpha)}$, $b_{(R)}^{(\alpha)}$, $e_{(R)}^{(\alpha)}$ sono reali per l'hermitianità della lagrangiana.

I termini che non rispettano la chiralità sono i termini di Yukawa e quelli di dipolo:

$$\text{Yukawa: } \begin{cases} \bar{Q}_L Y_u u_R = \lambda_t (\bar{q}_{3L} t_R + x_t (\bar{\mathbf{q}}_L \mathbf{V}) t_R + \bar{\mathbf{q}}_L \Delta Y_u \mathbf{u}_R + y_t \bar{q}_{3L} (\mathbf{V}_u^\dagger \mathbf{u}_R)) + \text{h.c.} \\ \bar{Q}_L Y_d d_R = \lambda_b (\bar{q}_{3L} b_R + x_b (\bar{\mathbf{q}}_L \mathbf{V}) b_R + \bar{\mathbf{q}}_L \Delta Y_d \mathbf{d}_R + y_b \bar{q}_{3L} (\mathbf{V}_d^\dagger \mathbf{d}_R)) + \text{h.c.} \end{cases}\quad (3.14)$$

$$\text{dipolo: } \begin{cases} \bar{Q}_L \sigma_{\mu\nu} \mu_u^\beta U_R = \lambda_t (a_u^\beta \bar{q}_{3L} \sigma_{\mu\nu} t_R + b_u^\beta (\bar{\mathbf{q}}_L \mathbf{V}) \sigma_{\mu\nu} t_R + c_u^\beta \bar{\mathbf{q}}_L \Delta Y_u \sigma_{\mu\nu} \mathbf{u}_R \\ \quad + e_u^\beta \bar{q}_{3L} (\mathbf{V}_u^\dagger \mathbf{u}_R) + f_u^\beta (\bar{\mathbf{q}}_L \mathbf{V}) (\mathbf{V}_u^\dagger \mathbf{u}_R)) + \text{h.c.} \\ \bar{Q}_L \sigma_{\mu\nu} \mu_d^\beta D_R = \lambda_b (a_d^\beta \bar{q}_{3L} \sigma_{\mu\nu} b_R + b_d^\beta (\bar{\mathbf{q}}_L \mathbf{V}) \sigma_{\mu\nu} b_R + c_d^\beta \bar{\mathbf{q}}_L \Delta Y_d \sigma_{\mu\nu} \mathbf{d}_R \\ \quad + e_d^\beta \bar{q}_{3L} (\mathbf{V}_d^\dagger \mathbf{d}_R) + f_d^\beta (\bar{\mathbf{q}}_L \mathbf{V}) (\mathbf{V}_d^\dagger \mathbf{d}_R)) + \text{h.c.} \end{cases}\quad (3.15)$$

Analogamente al caso minimale, gli operatori ottenuti possono essere scritti in forma matriciale come combinazione di matrici ortogonali e matrici unitarie. Rispetto al caso precedente, stavolta le matrici di rotazione destre, quelle cioè che moltiplicano da destra la matrice diagonale, hanno entrate del primo ordine nei parametri $\epsilon_{u,d}$, il che rende significative per il passaggio alla base fisica anche le matrici che agiscono sui quark destrorsi.

Le matrici di Yukawa si scrivono nella forma

$$Y_u = \lambda_t \left[L_{12}^u \Delta \tilde{Y}_u V_{12}^u + L_{23}^u I_3 R_{23}^u \right] \quad (3.16)$$

$$Y_d = \lambda_b \left[U_{12}^d \Delta \tilde{Y}_d V_{12}^d + U_{23}^d I_3 R_{23}^d \right] \quad (3.17)$$

dove le matrici L_{ij} e R_{ij} sono matrici ortogonali nel settore (i, j) e la matrice U_{23}^d contiene la fase complessa di x_b che, come prima, non può in generale essere messa a zero con trasformazioni $U(2)^3$.

Per passare alla base fisica si procede mettendo in forma standard il termine cinetico e poi diagonalizzando le matrici di Yukawa. Come nel caso precedente, il primo passaggio non modifica la forma delle altre matrici. Con approssimazione sufficiente i termini di massa si diagonalizzano facendo

$$Y_u \longrightarrow (L_{12}^u)^T (L_{23}^u)^T Y_u (R_{23}^u)^T (V_{12}^u)^\dagger \quad (3.18)$$

e

$$Y_d \longrightarrow (U_{12}^d)^\dagger (U_{23}^d)^\dagger Y_d (R_{23}^d)^T (V_{12}^d)^\dagger; \quad (3.19)$$

il passaggio alla base fisica avviene quindi facendo

$$u_L = L_{23}^u L_{12}^u u_L^{\text{phys}} \quad (3.20)$$

$$u_R = (R_{23}^u)^T (V_{12}^u)^\dagger u_R^{\text{phys}} \quad (3.21)$$

$$d_L = U_{23}^d U_{12}^d d_L^{\text{phys}} \quad (3.22)$$

$$d_R = (R_{23}^d)^T (V_{12}^d)^\dagger d_R^{\text{phys}}. \quad (3.23)$$

Una volta passati nella base fisica, è facile calcolare la matrice CKM e le altre matrici rilevanti legate ai termini di interazione.

Come nel caso minimale, V_{CKM} dipende dalle sole rotazioni di sinistra, quindi vale ancora l'equazione (2.32):

$$V_{CKM} = (L_{12}^u)^T (L_{23}^u)^T U_{23}^d U_{12}^d. \quad (3.24)$$

Come affermato in precedenza, la matrice CKM così trovata permette di determinare i parametri del caso minimale.

Le altre matrici rilevanti prendono la forma

$$X_{\text{int}}^{uL\alpha} = A_{uL}^\alpha \mathbb{1} + B_{uL}^\alpha (L_{12}^u)^T U_{23}^{u\alpha} I_{23}^L (U_{23}^{u\alpha})^\dagger L_{12}^u \quad (3.25)$$

$$X_{\text{int}}^{uR\alpha} = A_{uR}^\alpha \mathbb{1} + B_{uR}^\alpha (V_{12}^u)^\dagger V_{23}^{u\alpha} I_{23}^R (V_{23}^{u\alpha})^\dagger V_{12}^u \quad (3.26)$$

$$X_{\text{int}}^{dL\alpha} = A_{dL}^\alpha \mathbb{1} + B_{dL}^\alpha (U_{12}^d)^T U_{23}^{d\alpha} I_{23}^L (U_{23}^{d\alpha})^\dagger U_{12}^d \quad (3.27)$$

$$X_{\text{int}}^{dR\alpha} = A_{dR}^\alpha \mathbb{1} + B_{dR}^\alpha (V_{12}^d)^\dagger V_{23}^{d\alpha} I_{23}^R (V_{23}^{d\alpha})^\dagger V_{12}^d \quad (3.28)$$

$$\mu_u^\beta = \lambda_t \left[a_u^\beta (L_{12}^u)^T U_{\mu 23}^{u\beta} I_3 V_{\mu 23}^{u\beta} V_{12}^u + c_u^\beta \Delta \tilde{Y}_u \right] \quad (3.29)$$

$$\mu_d^\beta = \lambda_b \left[a_d^\beta (U_{12}^d)^\dagger U_{\mu 23}^{d\beta} I_3 V_{\mu 23}^{d\beta} V_{12}^d + c_d^\beta \Delta \tilde{Y}_d \right]. \quad (3.30)$$

Le matrici $X_{\text{int}}^{L\alpha}$ per i quark up e down hanno la stessa forma del caso minimale, in quanto dipendono solamente da rotazioni sui quark sinistrorsi. Le matrici $X_{\text{int}}^{R\alpha}$, irrilevanti nel caso minimale, diventano significative in questo caso con entrate $\mathcal{O}(\epsilon_{u,d})$. Infine, le matrici $\mu_{u,d}^\beta$ dei momenti di dipolo ricevono contributi $\mathcal{O}(\epsilon_{u,d})$ dalle rotazioni destrorse, assenti nel caso minimale.

3.3 Operatori efficaci rilevanti

Nei capitoli 5 e 6 vedremo come, utilizzando i dati sperimentali su alcune osservabili legate ai mesoni K , B e D neutri e quelli sul momento di dipolo elettrico del neutrone, si possano costringere i parametri liberi di un modello di nuova fisica con simmetria $U(2)^3$. Elenchiamo intanto gli operatori rilevanti, con i coefficienti che si ottengono nel caso generico, su cui ritorneremo nel capitolo 6.

$\Delta S = 2$: mixing dei K

- Bilineari scalari

$$c_K^{S,LR} \frac{s_R^d}{s_L^d} \left(\frac{\epsilon_R^d}{\epsilon_L} \right)^2 \xi_{ds}^2 e^{i(\phi_1^d - \phi_2^d)} \lambda_b^2 \frac{1}{\Lambda^2} (\bar{d}_L s_R) (\bar{d}_R s_L); \quad (3.31)$$

- bilineari vettoriali

$$c_K^{V,LR} \frac{s_R^d}{s_L^d} \left(\frac{\epsilon_R^d}{\epsilon_L} \right)^2 \xi_{ds}^2 e^{i(\phi_1^d - \phi_2^d)} \frac{1}{\Lambda^2} (\bar{d}_L \gamma_\mu s_L) (\bar{d}_R \gamma^\mu s_R); \quad (3.32)$$

$\Delta S = 1$: decadimenti dei K

- Transizioni di dipolo $s \rightarrow d$

$$\frac{m_t}{\Lambda} c_K^g e^{i(\phi_K^g - \phi_2^d)} \lambda_b \xi_{ds} \frac{\epsilon_R^d}{\epsilon_L} (\bar{d}_L \sigma_{\mu\nu} T^a s_R) g_s G_a^{\mu\nu}; \quad (3.33)$$

- ϵ' (violazione di CP diretta)

$$\frac{1}{\Lambda^2} \frac{s_R^d}{s_L^d} \left(\frac{\epsilon_R^d}{\epsilon_L} \right)^2 \xi_{ds}^2 e^{i(\phi_1^d - \phi_2^d)} c_{5,6}'^{u,d} \mathcal{O}_{5,6}'^{u,d} \quad (3.34)$$

con

$$\mathcal{O}_5'^q = (\bar{d}_R \gamma_\mu s_R) (\bar{q}_L \gamma^\mu q_L) \quad \text{e} \quad \mathcal{O}_6'^q = (\bar{d}_R^\alpha \gamma_\mu s_R^\beta) (\bar{q}_L^\beta \gamma^\mu q_L^\alpha) \quad (3.35)$$

dove α e β sono indici di colore;

$\Delta C = 1$: decadimenti dei D

$$\frac{1}{\Lambda^2} c_D^g e^{i\phi_D^g} \zeta_{uc} e^{-i\phi_2^u} \frac{\epsilon_R^u}{\epsilon_L} \mathcal{O}_8 \quad \text{e} \quad \frac{1}{\Lambda^2} c_D^g e^{i\phi_D^g} \zeta_{uc} e^{i\phi_1^u} \frac{s_R^u}{s_L^u} \frac{\epsilon_R^u}{\epsilon_L} \mathcal{O}'_8; \quad (3.36)$$

dove

$$\mathcal{O}_8 = m_t (\bar{u}_L \sigma_{\mu\nu} T^a c_R) g_s G_a^{\mu\nu} \quad \text{e} \quad \mathcal{O}'_8 = m_t (\bar{u}_R \sigma_{\mu\nu} T^a c_L) g_s G_a^{\mu\nu}; \quad (3.37)$$

$\Delta F = 0$: momenti di dipolo elettrico

- quark up

$$m_t \zeta_{uu} e^{-i\phi_1^u} \frac{s_R^u}{s_L^u} \frac{\epsilon_R^u}{\epsilon_L} \frac{1}{\Lambda^2} c_u^\alpha e^{i\phi_u^\alpha} (\bar{u}_L \sigma^{\mu\nu} u_R) \mathcal{O}_{\mu\nu}^\alpha \quad \text{con } \mathcal{O}_{\mu\nu}^\alpha = e F^{\mu\nu}, g_s G^{\mu\nu}; \quad (3.38)$$

- quark down

$$m_b \xi_{dd} e^{-i\phi_1^d} \frac{s_R^d}{s_L^d} \frac{\epsilon_R^d}{\epsilon_L} \frac{1}{\Lambda^2} c_d^\alpha e^{i\phi_d^\alpha} (\bar{d}_L \sigma^{\mu\nu} d_R) \mathcal{O}_{\mu\nu}^\alpha \quad (3.39)$$

Capitolo 4

Osservabili di flavour e CP

In questo capitolo vogliamo presentare sinteticamente alcuni aspetti della fenomenologia dei mesoni K , B e D che saranno utili nel seguito. In particolare siamo interessati alle osservabili legate alla violazione del flavour o di CP che riprenderemo nei prossimi capitoli per confrontare le previsioni dei modelli con simmetria $U(2)^3$ e costringerne i parametri liberi.

4.1 Considerazioni preliminari

Anzitutto è bene richiamare alcune proprietà di trasformazione dei campi sotto le trasformazioni discrete P e C . Le regole di trasformazione sono date da

$$\begin{array}{llll} & & P & C \\ s = 0 & \phi & \longrightarrow & \eta_P \phi(-\vec{x}, t) \quad \eta_C \phi^*(\vec{x}, t) \\ s = 1/2 & \psi & \longrightarrow & \eta_P \gamma_0 \psi(-\vec{x}, t) \quad \eta_C \gamma_0 \psi^\dagger(\vec{x}, t) \\ s = 1 & A_\mu & \longrightarrow & \eta_P g^{\mu\nu} A_\nu(-\vec{x}, t) \quad \eta_C A_\mu^*(\vec{x}, t) \end{array} \quad (4.1)$$

dove s è lo spin della particella considerata. Per quanto riguarda la parità, affinché $P^2 = 1$ la fase η_P deve valere ± 1 . Se consideriamo solo particelle scalari e vettoriali, una volta fissata la fase di una particella di riferimento tutte le altre sono automaticamente fissate imponendo che i termini nella lagrangiana corrispondenti alle interazioni che rispettano la parità (la forte e l'elettromagnetica) siano invarianti. La fase dei campi fermionici invece non è univocamente determinata: l'operazione di parità è definita a meno di rotazioni di 2π , ciascuna delle quali cambia il segno della funzione d'onda di spin semintero.

Nel caso della coniugazione di carica C , ciascun campo viene mandato non in sé stesso (a meno di una fase) ma nel suo complesso coniugato; questo perché la coniugazione di carica è definita come la trasformazione che manda una particella nella sua antiparticella.

Gli unici autostati di C sono quindi le particelle che coincidono con la loro antiparticella: è il caso, ad esempio, del fotone, del pione neutro e di sistemi particella-antiparticella. Per queste particelle la fase può essere solamente ± 1 affinché $C^2 = 1$. Negli altri casi la fase può essere definita arbitrariamente in quanto può essere riassorbita nella fase del vettore che rappresenta lo stato, la quale non può avere conseguenze sulla fisica. Per il sistema dei kaoni neutri ad esempio prenderemo

$$\begin{aligned} CP|K\rangle &\rightarrow e^{i\alpha_K}|\bar{K}\rangle \\ CP|\bar{K}\rangle &\rightarrow e^{-i\alpha_K}|K\rangle \end{aligned} \quad (4.2)$$

dove la fase α_K può essere posta a 0 ridefinendo la fase degli stati $|K\rangle, |\bar{K}\rangle$.

4.2 Mixing

Uno dei principali banchi di prova per la ricerca di nuova fisica nel settore del flavour è dato dai sistemi dei mesoni pseudoscalari neutri $K^0 - \bar{K}^0$, $B_{d,s}^0 - \bar{B}_{d,s}^0$ e $D^0 - \bar{D}^0$. Ciascuno di questi sistemi presenta delle peculiarità fenomenologiche differenti, tuttavia il meccanismo che ne regola il mixing e la violazione di CP è lo stesso, e può essere studiato in generale.

Le prime evidenze sperimentali della violazione di CP nelle interazioni deboli si sono ottenute dal sistema dei mesoni K neutri [16]. I K sono le particelle più leggere con stranezza non nulla ($S_K = +1$, $S_{\bar{K}} = -1$) e decadono quindi solo debolmente. Inoltre possono venire mescolati da interazioni con $\Delta S = 2$: questo significa che le particelle fisiche con massa e vita media definite sono una sovrapposizione di K^0 e \bar{K}^0 .

Consideriamo in generale una coppia di mesoni $P^0 - \bar{P}^0$, le cui trasformazioni sotto CP sono definite come

$$\begin{aligned} CP|P^0\rangle &\rightarrow e^{i\alpha_P}|\bar{P}^0\rangle \\ CP|\bar{P}^0\rangle &\rightarrow e^{-i\alpha_P}|P^0\rangle \end{aligned} \quad (4.3)$$

dove la fase $e^{i\alpha_P}$ segue dall'arbitrarietà nella definizione della coniugazione di carica C . Da questa si ricava immediatamente che gli autostati sotto CP sono

$$|P_{1,2}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|P^0\rangle \pm e^{i\alpha_P}|\bar{P}^0\rangle) \quad \text{con autovalore } \pm 1. \quad (4.4)$$

Se la simmetria di CP fosse rispettata, gli stati fisici con massa e vita media definita coinciderebbero con gli autostati di CP dati dalla (4.4). L'esperimento di Cronin e Fitch [16] prova che questa evenienza non è realizzata nel caso dei K . Definiamo quindi gli autostati fisici con massa e vita media definite come $|P_H\rangle$ e $|P_L\rangle$, dove il suffisso sta per heavy (per quello più

massiccio) e light (per quello più leggero). Nel caso dei K si usa distinguere $|K_L\rangle$ e $|K_S\rangle$, dove L sta per long (vita media lunga) e S per short (vita media breve); sperimentalmente il K_L risulta essere il più pesante.

Supponiamo di avere uno stato iniziale sovrapposizione di $|P^0\rangle$ e $|\bar{P}^0\rangle$, e di volerne seguire l'evoluzione temporale. Evolvendo questo prenderà delle componenti parallele a ciascuno dei possibili stati finali di decadimento $\{f_1, f_2, \dots\}$

$$|\psi(t)\rangle = a(t)|P^0\rangle + b(t)|\bar{P}^0\rangle + c_1(t)|f_1\rangle + c_2(t)|f_2\rangle + \dots \quad (4.5)$$

Volendo studiare il fenomeno del mixing tra gli stati $|P^0\rangle$ e $|\bar{P}^0\rangle$ siamo interessati solamente ai coefficienti $a(t)$ e $b(t)$, il cui andamento si può ottenere utilizzando un formalismo semplificato. L'evoluzione temporale ristretta al sottospazio $|P^0\rangle - |\bar{P}^0\rangle$ si ottiene tramite un'hamiltoniana efficace che nella base degli autostati di stranezza prende la forma

$$H = M - \frac{i}{2}\Gamma = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{12}^* & M_{22} \end{pmatrix} - \frac{i}{2} \begin{pmatrix} \Gamma_{11} & \Gamma_{12} \\ \Gamma_{12}^* & \Gamma_{22} \end{pmatrix} \quad (4.6)$$

dove M e Γ sono matrici 2×2 hermitiane e positive. La non unitarietà dell'hamiltoniana è dovuta al fatto che le particelle analizzate sono instabili. I termini diagonali della matrice M sono dovuti principalmente alle interazioni forti, e determinerebbero la massa di P^0 e \bar{P}^0 nel caso in cui le interazioni deboli non ci fossero. Si può dimostrare che, a causa dell'invarianza sotto CPT ,

$$M_{11} = M_{22} \equiv m \quad (4.7)$$

$$\Gamma_{11} = \Gamma_{22} \equiv \gamma. \quad (4.8)$$

Gli autostati di massa e vita media sono gli autovettori di H , che si possono scrivere nella forma

$$|P_{L,H}\rangle = \frac{1}{\sqrt{|p|^2 + |q|^2}} (p|P^0\rangle \pm q|\bar{P}^0\rangle) \quad (4.9)$$

dove

$$\frac{p}{q} = \sqrt{\frac{M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12}}{M_{12}^* - \frac{i}{2}\Gamma_{12}^*}} \quad (4.10)$$

da cui

$$\left|\frac{p}{q}\right|^2 = \sqrt{\frac{|M_{12}|^2 + \frac{1}{4}|\Gamma_{12}|^2 - \text{Im}(M_{12}\Gamma_{12}^*)}{|M_{12}|^2 + \frac{1}{4}|\Gamma_{12}|^2 + \text{Im}(M_{12}\Gamma_{12}^*)}}. \quad (4.11)$$

Gli autovalori sono

$$M_{L,H} - \frac{i}{2}\Gamma_{L,H} = m - \frac{i}{2}\gamma \pm R \quad (4.12)$$

con

$$R = -\sqrt{\left(M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12}\right)\left(M_{12}^* - \frac{i}{2}\Gamma_{12}^*\right)} \quad (4.13)$$

La differenza in massa e vita media tra P_L e P_H è quindi

$$\Delta M \equiv M_H - M_L = 2 \operatorname{Re} R \quad (4.14)$$

$$\Delta \Gamma \equiv \Gamma_H - \Gamma_L = -4 \operatorname{Im} R. \quad (4.15)$$

La condizione affinché P_L e P_H siano autostati di CP segue dalla definizione (4.4):

$$\frac{p}{q} = e^{i\alpha_P} \quad (4.16)$$

ossia

$$\left| \frac{p}{q} \right| = 1. \quad (4.17)$$

Se tale condizione non è rispettata gli autostati dell'hamiltoniana non sono autostati di CP che quindi non è una simmetria del sistema. Dalla (4.11) segue che la condizione $|p/q| = 1$ è equivalente a $\operatorname{Im}(M_{12}\Gamma_{12}^*) = 0$. Affinché $|p/q| \neq 1$ deve quindi esistere una differenza di fase tra M_{12} e Γ_{12} ; tale fase non è eliminabile con semplici ridefinizioni dei vettori di base $|P^0\rangle$ e $|\bar{P}^0\rangle$.

Introduciamo infine alcune definizioni di uso comune. La massa e la larghezza media sono date da

$$M \equiv \frac{M_H + M_L}{2} \quad \Gamma \equiv \frac{\Gamma_H + \Gamma_L}{2}; \quad (4.18)$$

si definiscono inoltre le quantità adimensionali

$$x \equiv \frac{\Delta M}{\Gamma} \quad \text{e} \quad y \equiv \frac{\Delta \Gamma}{2\Gamma}. \quad (4.19)$$

che prendono il nome di parametri di mixing, e governano le oscillazioni $P^0 - \bar{P}^0$: per le probabilità di transizione vale infatti

$$\begin{aligned} \mathcal{P}(P^0 \rightarrow P^0, t) &= \frac{1}{2} e^{-\Gamma t} (\cosh(y\Gamma t) + \cos(x\Gamma t)) \\ \mathcal{P}(P^0 \rightarrow \bar{P}^0, t) &= \frac{1}{2} \left| \frac{q}{p} \right|^2 e^{-\Gamma t} (\cosh(y\Gamma t) - \cos(x\Gamma t)) \end{aligned} \quad (4.20)$$

I valori dei parametri fisici per i mesoni neutri K , D , B_d e B_s sono riportati in tabella (4.1). Da essi appaiono evidenti alcune proprietà di questi sistemi. In particolare notiamo che, nel sistema dei K , i due autostati hanno vite medie molto diverse: questo fa sì che K_S e K_L possano essere studiati separatamente negli esperimenti.

Una questione molto importante è capire se le grandezze fin qui definite sono effettivamente calcolabili in una teoria come il Modello Standard. Il primo problema, che può essere affrontato attraverso il calcolo su reticolo, sorge dal calcolo degli elementi di matrice degli operatori efficaci tra stati fisici adronici. Il secondo problema, più difficile, sorge quando il calcolo degli elementi di matrice non è possibile con tecniche perturbative nemmeno a livello di quark.

K^0	m_K	$(497.614 \pm 0.024) \text{ MeV} \simeq 0.7560 \times 10^{12} \text{ ps}^{-1}$	
	Δm_K	$(0.507 \pm 0.004) \text{ ps}^{-1}$	
	τ_{K_L}	$5.116 \pm 0.021 \times 10^{-8} \text{ s}$	
	τ_{K_S}	$0.89564 \pm 0.00033 \times 10^{-10} \text{ s}$	
B_d^0	m_d	$(5279.58 \pm 0.17) \text{ MeV} \simeq 8.021 \times 10^{12} \text{ ps}^{-1}$	
	Δm_d	$(0.507 \pm 0.004) \text{ ps}^{-1}$	
	x_d	0.770 ± 0.008	[17]
	$(\frac{\Delta\Gamma}{\Gamma})_d$	$0.017 \pm 0.018 \pm 0.011$	[18]
B_s^0	m_s	$(5366.77 \pm 0.24) \text{ MeV} \simeq 8.153 \times 10^{12} \text{ ps}^{-1}$	
	Δm_s	$(17.69 \pm 0.08) \text{ ps}^{-1}$	
	x_s	26.74 ± 0.22	[17]
	$(\frac{\Delta\Gamma}{\Gamma})_s$	0.144 ± 0.021	[17]
D^0	m_D	$(1864.86 \pm 0.13) \text{ MeV} \simeq 2.833 \times 10^{12} \text{ ps}^{-1}$	
	Δm_D	$(1.44_{-0.50}^{+0.48}) \times 10^{-2} \text{ ps}^{-1}$	
	x_D	$(0.63_{-0.20}^{+0.19}) \times 10^{-2}$	[17]
	$(\frac{\Delta\Gamma}{\Gamma})_D$	$(1.60_{-0.26}^{+0.25}) \times 10^{-2}$	

Tabella 4.1: Parametri di mixing per i mesoni neutri K , B_d , B_s e D .

Consideriamo ad esempio il calcolo di M_{12} nel caso dei mesoni K . A livello di quark, nel Modello Standard questo dipende dal diagramma a un loop di figura (4.1). Questa è però un'approssimazione, in quanto non tiene conto delle correzioni di QCD: i campi dei quark vanno vestiti considerando lo scambio di gluoni, con una costante di accoppiamento g_S che è perturbativa solo se il tipico impulso del loop è grande rispetto alle scale adroniche. Ponendo gli impulsi esterni a zero, l'ampiezza relativa al diagramma di figura (4.1) è data da

$$\mathcal{M} = \frac{ig^4}{2} \sum_{i,j=u,c,t} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{-g_{\mu\nu} + k_\mu k_\nu}{k^2 - M_W^2} \frac{-g_{\rho\sigma} + k_\rho k_\sigma}{k^2 - M_W^2} \times \\ \times \left(\bar{d}_L \gamma^\mu \frac{\xi_i}{\not{k} - m_i} \gamma^\rho s_L \right) \left(\bar{d}_L \gamma^\nu \frac{\xi_j}{\not{k} - m_j} \gamma^\sigma s_L \right) \quad (4.21)$$

dove $\xi_i = V_{is}V_{id}^*$. Trascurando la massa del quark u , si può sfruttare l'unitarietà della matrice CKM per ridurre l'ampiezza in una somma di tre termini:

$$\mathcal{M} = (\xi_t^2 F_{tt} + \xi_c^2 F_{cc} + 2\xi_t \xi_c F_{ct}) (\bar{d}_L \gamma_\mu s_L) (\bar{d}_L \gamma^\mu s_L) \quad (4.22)$$

dove

$$F_{ij} = \frac{ig^4}{2} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{1 - 2k^2/M_W^2 + (k^2/M_W^2)^2}{k^2(k^2 - M_W^2)^2} \frac{m_i^2}{k^2 - m_i^2} \frac{m_j^2}{k^2 - m_j^2}. \quad (4.23)$$

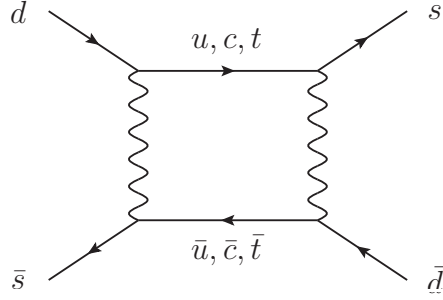


Figura 4.1: Diagramma box responsabile del mixing $K^0 - \bar{K}^0$.

L'ampiezza così trovata può essere interpretata come una lagrangiana efficace il cui elemento di matrice fra gli stati fisici $|K^0\rangle$ e $|\bar{K}^0\rangle$ determina l'entrata M_{12} della matrice di massa.

La differenza in massa, nel caso dei K , è data da $\Delta m_K \simeq 2|M_{12}|$. Dalla (4.22) si può vedere che $|M_{12}|$ è dominato dal termine proporzionale a F_{cc} , per il quale gli impulsi rilevanti nel loop vanno da 0 alla massa del quark c ; in questo intervallo la costante di accoppiamento g_S non è perturbativa, rendendo quindi impossibile il calcolo delle correzioni di QCD. D'altra parte, scegliendo le fasi dei campi dei quark in modo che Γ_{12} sia reale, la violazione di CP nel mixing dipenderà dalla parte immaginaria di M_{12} , data dai termini proporzionali a F_{ct} e F_{tt} ; gli impulsi rilevanti per il calcolo di questi integrali vanno da m_c a m_t , intervallo in cui un calcolo perturbativo è possibile.

4.3 Effetti di violazione di CP

Definiamo anzitutto le ampiezze di decadimento di P e \bar{P} in uno stato finale f o nel suo CP -coniugato \bar{f}

$$\mathcal{A}_f = \langle f | \mathcal{S} | P \rangle, \quad \bar{\mathcal{A}}_f = \langle f | \mathcal{S} | \bar{P} \rangle, \quad \mathcal{A}_{\bar{f}} = \langle \bar{f} | \mathcal{S} | P \rangle, \quad \bar{\mathcal{A}}_{\bar{f}} = \langle \bar{f} | \mathcal{S} | \bar{P} \rangle. \quad (4.24)$$

4.3.1 Convenzioni sulle fasi

Come già detto, c'è un'arbitrarietà nella scelta delle fasi che deriva, per i mesoni K , B e D dalla conservazione dei numeri quantici dei quark s , b e c nelle interazioni forti. È possibile ridefinire gli stati $|P^0\rangle$, $|\bar{P}^0\rangle$ come

$$|P^0\rangle \longrightarrow |P^0\rangle' = e^{i\sigma} |P^0\rangle, \quad |\bar{P}^0\rangle \longrightarrow |\bar{P}^0\rangle' = e^{-i\sigma} |\bar{P}^0\rangle \quad (4.25)$$

senza alcun effetto sulla fisica. È importante quindi definire delle osservabili che quantifichino la violazione di CP che siano indipendenti da ridefinizioni di fase non fisiche. Le

quantità fin qui definite trasformano come

$$\begin{aligned} M_{12} = \langle P^0 | M | \bar{P}^0 \rangle &\longrightarrow M'_{12} = e^{-2i\sigma} M_{12} \\ \Gamma_{12} = \langle P^0 | \Gamma | \bar{P}^0 \rangle &\longrightarrow \Gamma'_{12} = e^{-2i\sigma} \Gamma_{12} \end{aligned} \quad (4.26)$$

$$\frac{p}{q} \longrightarrow e^{-2i\sigma} \frac{p}{q} \quad (4.27)$$

$$\mathcal{A}_f \longrightarrow \mathcal{A}'_f = e^{i\sigma} \mathcal{A}_f \quad (4.28)$$

$$\bar{\mathcal{A}}_f \longrightarrow \bar{\mathcal{A}}'_f = e^{-i\sigma} \bar{\mathcal{A}}_f \quad (4.29)$$

4.3.2 Classificazione degli effetti di violazione di CP

Vogliamo classificare i possibili effetti della violazione di CP . Come vedremo, essa può manifestarsi in modi differenti, e non tutti questi sono realizzati nelle coppie $P^0 - \bar{P}^0$. In questa sezione seguiamo la discussione di [19] e [20].

Violazione di CP nel mixing Si dice che la simmetria di CP è violata nel mixing se gli autostati di massa e vita media definita non sono autostati di CP . Richiamando l'equazione (4.17) questo avviene se

$$\left| \frac{p}{q} \right| \neq 1. \quad (4.30)$$

Questa è l'unica fonte di violazione di CP nel Modello Standard per i decadimenti semi-leptonici con corrente carica dei mesoni neutri $P, \bar{P} \rightarrow l^\pm X$, come il decadimento $K_{S,L} \rightarrow \pi^\pm l^\mp \nu$.

Per misurare questa violazione si ricorre all'asimmetria

$$a_{SL} \equiv \frac{\frac{d}{dt} \Gamma[\bar{P}_{phys}^0(t) \rightarrow l^+ X] - \frac{d}{dt} \Gamma[P_{phys}^0(t) \rightarrow l^- X]}{\frac{d}{dt} \Gamma[\bar{P}_{phys}^0(t) \rightarrow l^+ X] + \frac{d}{dt} \Gamma[P_{phys}^0(t) \rightarrow l^- X]} = \frac{1 - |p/q|^4}{1 + |p/q|^4} \quad (4.31)$$

avendo supposto $|\mathcal{A}_{l^+ X}| = |\bar{\mathcal{A}}_{l^- X}|$ e $|\mathcal{A}_{l^- X}| = |\bar{\mathcal{A}}_{l^+ X}| = 0$, vero nel Modello Standard al primo ordine in $G_F m_P^2$.

Violazione di CP nei decadimenti Se CP è una simmetria della teoria la matrice di scattering commuta con l'operazione di CP ; si ha quindi

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_f &= {}_{\text{out}} \langle f | \mathcal{S} | P \rangle_{\text{in}} \\ &= e^{i(\alpha_P - \alpha_f)} {}_{\text{out}} \langle \bar{f} | (CP) \mathcal{S} (CP)^{-1} | \bar{P} \rangle_{\text{in}} = e^{i(\alpha_P - \alpha_f)} \bar{\mathcal{A}}_{\bar{f}} \end{aligned} \quad (4.32)$$

e

$$\mathcal{A}_{\bar{f}} = e^{i(\alpha_K + \alpha_f)} \bar{\mathcal{A}}_f. \quad (4.33)$$

Si dice che la simmetria di CP è violata nel decadimento se

$$\left| \frac{\bar{\mathcal{A}}_f}{\mathcal{A}_f} \right| \neq 1 \quad (4.34)$$

Violazione di CP nell'interferenza tra mixing e decadimento Consideriamo il caso di un decadimento in un canale comune a entrambe le particelle: $P^0, \bar{P}^0 \rightarrow f$. Fissiamo per comodità le fasi arbitrarie dell'equazione (4.3) uguali a zero. La quantità

$$\lambda_f \equiv \frac{q}{p} \frac{\bar{\mathcal{A}}_f}{\mathcal{A}_f} \quad (4.35)$$

è indipendente da ridefinizioni di fase, e per quanto visto prima se CP è conservata vale ± 1 . Se $\lambda_f \neq \pm 1$ la simmetria di CP è necessariamente violata. Questo può essere causato sia da una violazione nel mixing che nel decadimento: in entrambi i casi si avrà $|\lambda_f| \neq 1$. Esiste poi la possibilità che $|p/q| = 1$, $|\bar{\mathcal{A}}_f/\mathcal{A}_f| = 1$, quindi $|\lambda_f| = 1$, ma tuttavia

$$\text{Im } \lambda_f \neq 0; \quad (4.36)$$

in questo caso la violazione deriva dall'interferenza tra il decadimento senza mixing $P^0 \rightarrow f$ e il decadimento con mixing $P^0 \rightarrow \bar{P}^0 \rightarrow f$. Un'esauriente spiegazione di questo tipo di violazione può essere trovata nel paragrafo 7.2.1 di [22].

La violazione di CP indotta dall'interferenza può essere osservata utilizzando l'asimmetria di decadimento dei mesoni neutri in un autostato di CP :

$$a_{f_{CP}}(t) \equiv \frac{\frac{d}{dt}\Gamma[\bar{P}_{phys}^0(t) \rightarrow f_{CP}] - \frac{d}{dt}\Gamma[P_{phys}^0(t) \rightarrow f_{CP}]}{\frac{d}{dt}\Gamma[\bar{P}_{phys}^0(t) \rightarrow f_{CP}] + \frac{d}{dt}\Gamma[P_{phys}^0(t) \rightarrow f_{CP}]} \quad (4.37)$$

dove con $P_{phys}^0(t)$ e $\bar{P}_{phys}^0(t)$ indichiamo l'evoluzione temporale degli stati iniziali $|P^0\rangle$ e $|\bar{P}^0\rangle$ rispettivamente. Nel caso dei mesoni B (ma non per i K) vale approssimativamente $\Delta\Gamma = 0$ e $|p/q| = 1$: in questo caso vale per l'asimmetria $a_{f_{CP}}$ la semplice formula

$$a_{f_{CP}} = S_f \sin(\Delta mt) - C_f \cos(\Delta mt) \quad (4.38)$$

con

$$S_f \equiv \frac{2 \text{Im}(\lambda_f)}{1 + |\lambda_f|^2} \quad C_f \equiv \frac{1 - |\lambda_f|^2}{1 + |\lambda_f|^2}; \quad (4.39)$$

se poi si aggiunge l'ipotesi che $|\bar{\mathcal{A}}_{f_{CP}}| = |\mathcal{A}_{f_{CP}}|$ allora l'asimmetria diventa

$$a_{f_{CP}}(t) = \text{Im}(\lambda_f) \sin(x\Gamma t) \quad (4.40)$$

con $S_f = \text{Im } \lambda_f$.

4.3.3 Approfondimento sulla violazione di CP nei decadimenti

È bene specificare sotto quali condizioni è possibile avere violazione di CP nel decadimento. Prendiamo il caso di una particella P che decade solo debolmente, come i mesoni fin qui considerati. La matrice di scattering S può essere scomposta fermandosi al primo ordine nelle interazioni deboli. Scriviamo cioè

$$S = S + iT \quad (4.41)$$

dove S è il contributo delle interazioni forti, T è la parte delle interazioni deboli. La matrice T non conserva la stranezza e gli altri numeri barionici individuali. La matrice di transizione S può connettere $|P\rangle$ solo con lo stesso stato $|P\rangle$ o con stati di particelle più leggere in cui $|P\rangle$ decade. Se $|P\rangle$ decade solo debolmente vuol dire che questi stati avranno stranezza (o un altro numero quantico conservato nelle interazioni forti) diversa da $|P\rangle$. In questo caso quindi $\langle J|S|P\rangle = \delta_{PJ}$.

Per studiare la violazione di CP nei decadimenti occorre studiare le asimmetrie nelle ampiezze di decadimento tra particella e antiparticella:

$$\Delta_J = |\langle \bar{J}|T|\bar{P}\rangle|^2 - |\langle J|T|P\rangle|^2. \quad (4.42)$$

dove $|J\rangle$ è uno stato di particelle in cui $|P\rangle$ può decadere. Si può dimostrare che, sommando i valori di queste asimmetrie su tutti i possibili stati finali di decadimento, vale

$$\sum_J |\langle \bar{J}|T|\bar{P}\rangle|^2 = \sum_J |\langle J|T|P\rangle|^2 \quad (4.43)$$

ossia

$$\sum_J \Delta_J = 0. \quad (4.44)$$

Questo è un risultato di fondamentale importanza, perché ci dice che la vita media di una particella è uguale a quella della sua antiparticella.

Quello che ci interessa è capire in quali canali l'asimmetria (4.42) può essere non nulla. Si può dimostrare che se lo stato $|J\rangle$ è un autostato delle interazioni forti allora l'asimmetria è nulla. Questo è quanto accade, ad esempio, per i decadimenti nel canale semileptonico $K^0 \rightarrow \pi^- l^+ \nu$ e nei canali $K^0 \rightarrow (2\pi, I)$ in cui il sistema dei due pioni ha isospin definito I . Al contrario l'asimmetria può essere diversa da 0 nei canali $K^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$ e $K^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0$, in cui lo stato finale è combinazione lineare di due diversi autostati delle interazioni forti, cioè gli stati a due pioni con isospin totale 0 o 2.

4.3.4 Violazione diretta e indiretta

Consideriamo l'ampiezza \mathcal{A}_f del decadimento $P \rightarrow f$ e la sua coniugata $\bar{\mathcal{A}}_{\bar{f}}$. I termini della lagrangiana che contribuiscono all'ampiezza \mathcal{A}_f con un parametro complesso appariranno

in $\bar{\mathcal{A}}_{\bar{f}}$ come complesso coniugato, e quindi le fasi generate da questi termini avranno segno opposto in \mathcal{A}_f e $\bar{\mathcal{A}}_{\bar{f}}$. Poiché nel Modello Standard queste fasi derivano dall'interazione con i bosoni W^\pm , esse prendono il nome di fasi deboli. Mentre il valore della singola fase debole non è fisico, perché può essere modificato tramite ridefinizioni dei campi, la differenza di fase tra due termini che contribuiscono alla stessa ampiezza è indipendente da tali ridefinizioni ed ha un valore fisico misurabile. Questo è quello che accade, ad esempio, per i canali $K^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ e $K^0 \rightarrow \pi^0\pi^0$ quando si scompone lo stato finale in somma di stati a isospin definito.

In aggiunta alle fasi deboli, vi possono essere delle altre fasi, generalmente prodotte dalle correzioni forti alle ampiezze di decadimento, che emergono in entrambi i processi $P \rightarrow f$ e $\bar{P} \rightarrow \bar{f}$ con lo stesso segno; queste fasi prendono il nome di fasi forti. Come le fasi deboli, anch'esse sono convenzionali, ma la differenza tra le fasi di termini che contribuiscono a una stessa ampiezza ha un valore fisico.

Supponiamo ad esempio che lo stato finale $|f\rangle$ si scomponga in due autostati di isospin; corrispondentemente l'ampiezza sarà data da due contributi $\mathcal{A}_f = a_1 + a_2$. La stessa cosa può avvenire quando l'ampiezza è data da un grafico ad albero e una correzione con un loop; in questo caso dal calcolo del loop emerge una fase che non cambia segno se si considera il processo CP -coniugato. Possiamo allora scomporre ciascun contributo fattorizzandone la fase debole e forte, ottenendo

$$\mathcal{A}_f = |a_1|e^{i(\delta_1+\phi_1)} + |a_2|e^{i(\delta_2+\phi_2)} \quad (4.45)$$

$$\bar{\mathcal{A}}_{\bar{f}} = |a_1|e^{i(\delta_1-\phi_1)} + |a_2|e^{i(\delta_2-\phi_2)} \quad (4.46)$$

dove i moduli delle ampiezze a_i sono uguali nei due casi per la discussione fatta nella sezione precedente.

A questo punto possiamo introdurre un'ulteriore classificazione per le possibili realizzazioni della violazione di CP :

- Si parla di *violazione di CP diretta* quando gli effetti non possono essere giustificati semplicemente ponendo $\phi_M \neq 0$, dove ϕ_M è la fase relativa tra i termini non diagonali della hamiltoniana efficace M_{12} e Γ_{12} , e tutte le altre fasi che violano CP a zero. La violazione di CP nel decadimento rientra in questa categoria.
- Si parla invece di *violazione indiretta* quando gli effetti sono consistenti con il porre $\phi_M \neq 0$ e tutte le altre fasi che violano CP a zero. La violazione di CP nel mixing rientra in questo caso. Notiamo che, a differenza della violazione diretta, la violazione indiretta produce degli effetti universali, ossia indipendenti dal particolare canale di decadimento in cui vengono misurati.

Per quanto riguarda la violazione di CP nell'interferenza tra mixing e decadimento, essa non può essere classificata univocamente come violazione diretta o indiretta; tuttavia, la misura di un differente valore di λ_f per due differenti stati finali è prova di una violazione diretta, in quanto la violazione indiretta produce una fase di mixing indipendente dal canale di decadimento.

4.4 Mesoni $K^0 - \bar{K}^0$

Come accennato in precedenza, quello dei mesoni $K^0 - \bar{K}^0$ è stato il primo sistema a mostrare un'evidenza della violazione di CP , tramite l'analisi dei decadimenti $K \rightarrow \pi\pi$ e $K \rightarrow \pi\pi\pi$. In questi canali inoltre è stata possibile la prima misura di violazione di CP diretta [21], anche se molti anni dopo.

4.4.1 Decadimenti nel canale semileptonico

Studiamo il decadimento dei K neutri nel canale semileptonico $K_{S,L} \rightarrow l^\pm \pi^\mp \nu$. Il tasso di decadimento in questo canale di K_L e K_S è rispettivamente del 68% e del 0.07%. Si definisce l'*asimmetria di carica* per il K_L :

$$\delta_L = \frac{\Gamma(K_L \rightarrow \pi^- l^+ \nu) - \Gamma(K_L \rightarrow \pi^+ l^- \bar{\nu})}{\Gamma(K_L \rightarrow \pi^- l^+ \nu) + \Gamma(K_L \rightarrow \pi^+ l^- \bar{\nu})} = (0.332 \pm 0.006)\%. \quad (4.47)$$

L'osservazione $\delta_L \neq 0$ è un segnale della violazione di CP . È utile chiedersi se questa asimmetria derivi da una violazione indiretta o diretta. Le transizioni leptoniche rispettano la regola $\Delta S = \Delta Q$, dove S è la stranezza e ΔQ la differenza di carica elettrica tra i due adroni nello stato iniziale e finale. Questa regola nel Modello Standard deriva dal fatto che i processi con $\Delta S = \Delta Q$ sono mediati da un solo bosone W , mentre quelli con $\Delta S = -\Delta Q$ necessitano di due bosoni W e sono quindi soppressi di un fattore $G_F m_K^2 \sim 10^{-6}$. La discussione del paragrafo 4.3.3 fa sì che valga

$$|\mathcal{A}(K^0 \rightarrow \pi^- l^+ \nu)| = |\mathcal{A}(\bar{K}^0 \rightarrow \pi^+ l^- \bar{\nu})|. \quad (4.48)$$

Sfruttando questo fatto si ricava

$$\delta_L = \frac{|\langle \pi^- l^+ \nu | \mathcal{S} | K_L \rangle|^2 - |\langle \pi^+ l^- \bar{\nu} | \mathcal{S} | K_L \rangle|^2}{|\langle \pi^- l^+ \nu | \mathcal{S} | K_L \rangle|^2 + |\langle \pi^+ l^- \bar{\nu} | \mathcal{S} | K_L \rangle|^2} = \frac{1 - \left| \frac{q}{p} \right|^2}{1 + \left| \frac{q}{p} \right|^2}. \quad (4.49)$$

L'asimmetria δ_L quindi è non nulla se e solo se è violata la (4.17), cioè deriva solo dalla violazione di CP nel mixing.

4.4.2 Decadimenti in 2π

Il canale di decadimento dominante per i K neutri è quello in due pioni. I possibili stati finali sono $\pi^0\pi^0$ e $\pi^+\pi^-$. Essendo il K e i π particelle scalari, il momento angolare del sistema dei due pioni deve essere nullo. Lo stato $(2\pi)^0$ è autostato di CP , e possiamo definire le fasi in modo che $CP(2\pi) = +(2\pi)$.

È utile studiare i decadimenti in autostati dello spin isotopico. Siccome nell'ipotesi di conservazione dell'isospin i due π si possono considerare come particelle identiche, per rispettare la statistica di Bose-Einstein con $L = 0$ lo stato finale può avere solamente

$$\begin{aligned} I = 0 & \quad \Delta I = 1/2 \\ I = 2 & \quad \Delta I = 3/2 \end{aligned} \quad (4.50)$$

dove ΔI è la variazione di isospin tra lo stato iniziale e finale e si è assunto $\Delta I \leq 3/2$.

Il K_S decade solamente in 2π , il K_L è dominato dal canale in 3π che può avere autovalore di $CP -1$; se $K_{S,L}$ fossero autostati di CP (con $CP|K_L\rangle = -|K_L\rangle$) il decadimento $K_L \rightarrow 2\pi$ sarebbe proibito. Si possono quindi definire due osservabili che sarebbero nulle se CP fosse conservata:

$$\eta_{12} \equiv \frac{\mathcal{A}(K_L \rightarrow \pi^1\pi^2)}{\mathcal{A}(K_S \rightarrow \pi^1\pi^2)} \quad \text{con} \quad (1, 2) = \{(0, 0); (+, -)\} \quad (4.51)$$

per cui si ottengono i valori sperimentali

$$|\eta_{00}| = (2.220 \pm 0.011) \times 10^{-3} \quad (4.52)$$

$$|\eta_{+-}| = (2.232 \pm 0.011) \times 10^{-3} \quad (4.53)$$

$$\left| \frac{\eta_{00}}{\eta_{+-}} \right| = 0.9950 \pm 0.0007 \quad (4.54)$$

Due variabili importanti per lo studio dei decadimenti dei K neutri sono ϵ e ϵ' , che si possono definire a partire da η_{+-} e η_{00} come

$$\eta_{00} = \epsilon - 2\epsilon' \quad (4.55)$$

$$\eta_{+-} = \epsilon + \epsilon'. \quad (4.56)$$

I valori sperimentali di ϵ e ϵ' sono:

$$|\epsilon| = (2.228 \pm 0.011) \times 10^{-3} \quad (4.57)$$

$$\phi_\epsilon = (43.52 \pm 0.05)^\circ \quad (4.58)$$

$$\text{Re} \frac{\epsilon'}{\epsilon} = (1.66 \pm 0.23) \times 10^{-3} \quad (4.59)$$

$$\text{Im} \frac{\epsilon'}{\epsilon} = (-0.002 \pm 0.005)^\circ. \quad (4.60)$$

Si può dimostrare che ϵ quantifica la violazione indiretta. Infatti, scomponendo l'hamiltoniana debole in $H_W = H_W^{\Delta S=2} + H_W^{\Delta S=1}$ e supponendo che dei due termini solo quello responsabile del mixing, $H_W^{\Delta S=2}$, violi CP , si ottiene per le variabili η_{12}

$$\eta_{00} = \eta_{+-} = \epsilon. \quad (4.61)$$

La variabile ϵ' invece quantifica la violazione diretta.

Per poter calcolare teoricamente ϵ e ϵ' conviene scrivere le ampiezze di decadimento $\mathcal{A}^{12} \equiv \mathcal{A}(K^0 \rightarrow \pi^1 \pi^2)$ scomponendo gli stati $\pi^1 \pi^2$ in autostati di isospin tramite i coefficienti di Clebsh-Gordan; si ottiene in questo modo

$$\mathcal{A}_{\pi^0 \pi^0} = \sqrt{\frac{1}{3}} |\mathcal{A}_0| e^{i(\delta_0 + \phi_0)} - \sqrt{\frac{2}{3}} |\mathcal{A}_2| e^{i(\delta_2 + \phi_2)} \quad (4.62)$$

$$\mathcal{A}_{\pi^+ \pi^-} = \sqrt{\frac{2}{3}} |\mathcal{A}_0| e^{i(\delta_0 + \phi_0)} + \sqrt{\frac{1}{3}} |\mathcal{A}_2| e^{i(\delta_2 + \phi_2)} \quad (4.63)$$

$$(4.64)$$

dove abbiamo definito le ampiezze di decadimento in autostati di isospin

$$\mathcal{A}_I \equiv \mathcal{A}(K^0 \rightarrow 2\pi, I) \quad \text{e} \quad \bar{\mathcal{A}}_I \equiv \mathcal{A}(K^0 \rightarrow 2\pi, I). \quad (4.65)$$

Utilizzando queste definizioni si possono ottenere le seguenti relazioni [19]:

$$\epsilon \simeq \frac{e^{i\pi/4} \text{Im } M_{12}}{\sqrt{2} \Delta M_K} \quad (4.66)$$

e

$$\epsilon' = \frac{i}{\sqrt{2}} \left| \frac{\mathcal{A}_2}{\mathcal{A}_0} \right| e^{i(\delta_2 - \delta_0)} \sin(\phi_2 - \phi_0) \quad (4.67)$$

sfruttando le quali è facile calcolare ϵ e ϵ' utilizzando le lagrangiane efficaci $\mathcal{L}_{\text{eff}}^{\Delta S=2}$ e $\mathcal{L}_{\text{eff}}^{\Delta S=1}$. L'espressione (4.66) per il parametro ϵ è valida solo fissando $\phi_2 = 0$ e approssimando anche $\phi_0 = 0$. La fase $\pi/4$ è approssimata e deriva dall'osservazione che, per i kaoni, $\Delta M \simeq -\Delta \Gamma/2$. L'equazione (4.67) invece è valida al prim'ordine in $|\mathcal{A}_2/\mathcal{A}_0| \simeq 1/20$. Sperimentalmente si vede che anche la fase di ϵ' vale circa $\pi/4$, quindi il rapporto ϵ'/ϵ è, con buona approssimazione, reale.

4.5 Mesoni $B_{s,d}^0 - \bar{B}_{s,d}^0$

La violazione di CP nel mixing per i mesoni $B_{s,d}^0$ è un effetto piccolo. Dalle misure dell'asimmetria nei decadimenti semileptonici definita in (4.31) si ottiene [17]

$$\left| \frac{q}{p} \right|_d = 1.0017 \pm 0.0017 \quad \left| \frac{q}{p} \right|_s = 1.0052 \pm 0.0032. \quad (4.68)$$

Una quantità molto importante è l'asimmetria $S_{\psi K_S}$ nel decadimento $B_d^0 \rightarrow J/\psi K_S$, definita come nell'equazione (4.39). A livello di quark, tale canale corrisponde a una transizione $b \rightarrow c\bar{c}s$. Con un'approssimazione migliore dell'1%, nel Modello Standard si ottengono le relazioni

$$S_{\psi K_S} = \sin 2\beta \quad \text{e} \quad C_{\psi K_S} = 0 \quad (4.69)$$

dove $\beta \equiv \arg[-(V_{cd}V_{cb}^*) / (V_{td}V_{tb}^*)]$ è uno dei tre angoli del triangolo di unitarietà. Questo risultato è molto preciso, in quanto non dipende da elementi di matrice adronici. I valori sperimentali che si ottengono sono

$$S_{\psi K_S} = 0.679 \pm 0.020 \quad \text{e} \quad C_{\psi K_S} = 0.005 \pm 0.020 \quad (4.70)$$

compatibili con le previsioni del Modello Standard. In particolare $S_{\psi K_S}$ è in buon accordo con le previsioni per $\sin 2\beta$ che vengono dal fit del triangolo di unitarietà, a parte per le tensioni di cui abbiamo accennato nel capitolo 1. Questo risultato costituisce una verifica stringente del meccanismo CKM, che appare essere la sorgente dominante di violazione di CP nella fisica dei mesoni B .

L'analogo del decadimento $B_d^0 \rightarrow J/\psi K_S$ per le particelle B_s^0 è dato dal canale $B_s^0 \rightarrow J/\psi \phi$, che a livello di quark dipende ancora da una transizione $b \rightarrow c\bar{c}s$. Per l'asimmetria di CP in questo decadimento, nel Modello Standard vale

$$S_{\psi \phi} = \sin 2\beta_s \quad \text{con} \quad \beta_s \equiv \arg \left[-\frac{V_{ts}V_{tb}^*}{V_{cs}V_{cb}^*} \right]. \quad (4.71)$$

Le attuali misure danno

$$\beta_s = 0.08^{+0.05}_{-0.07}, \quad (4.72)$$

consistente con la previsione del Modello Standard [17]:

$$2\beta_s = 0.0363^{+0.0016}_{-0.0015}. \quad (4.73)$$

4.6 Mesoni $D^0 - \bar{D}^0$

Fra i quattro sistemi di mesoni neutri con numeri quantici di flavour non nulli, quello dei D è l'unico formato da quark di tipo up, oltre a essere quello su cui si hanno meno dati. Le prime evidenze sperimentali del mixing nei mesoni $D^0 - \bar{D}^0$ risalgono appena al 2007 [23] [24], poiché a causa della piccola entità del fenomeno tutte le misure precedenti erano compatibili con zero. La misura dei parametri di mixing x e y è difficoltosa a causa della loro piccolezza e le attuali determinazioni rimangono abbastanza incerte, pur concordando su valori dell'ordine dell'1%, come riportato in tabella (4.1).

Dal punto di vista teorico, il Modello Standard può essere compatibile con dei valori così piccoli; tuttavia non è ancora possibile determinarne con esattezza le previsioni a causa delle correzioni di QCD agli operatori che, per valori degli impulsi dell'ordine della massa del charm, danno correzioni non calcolabili in teoria perturbativa.

Per quanto riguarda la violazione di CP nei D , recentemente l'esperimento LHCb ha ottenuto la prima evidenza di violazione di CP nei mesoni D neutri [25], misurando

$$\Delta a_{CP} \equiv a_{K^+K^-} - a_{\pi^+\pi^-} = -(0.82 \pm 0.21 \pm 0.11) \times 10^{-2} \quad (4.74)$$

dove a_f è l'asimmetria di CP per il decadimento in un autostato di CP :

$$a_f \equiv \frac{\Gamma(D^0 \rightarrow f) - \Gamma(\bar{D}^0 \rightarrow f)}{\Gamma(D^0 \rightarrow f) + \Gamma(\bar{D}^0 \rightarrow f)}. \quad (4.75)$$

Misurando la medesima quantità la collaborazione CDF ha ottenuto $\Delta a_{CP} = (-0.62 \pm 0.21 \pm 0.10) \times 10^{-2}$ [26]. Le precedenti misure di $a_{K^+K^-}$ e $a_{\pi^+\pi^-}$ erano compatibili con zero [27] [28]. Come evidenziato in [29] tale asimmetria deve essere causata principalmente da una violazione diretta; la violazione indiretta infatti provoca effetti indipendenti dal canale di decadimento, il cui contributo è quindi trascurabile quando si consideri la differenza tra le asimmetrie con due diversi stati finali come in (4.74).

Come già per il mixing, non è chiaro se il Modello Standard possa giustificare una violazione di CP di questa entità. Mentre fino a qualche anno fa questo non sembrava possibile, oggi l'argomento è molto dibattuto. È comunque possibile prendere il valore dell'asimmetria come limite superiore per gli effetti di nuova fisica, così da stimarne il contributo.

Da questa breve discussione dovrebbe emergere l'urgenza di migliorare nei prossimi anni la misura delle osservabili legate alla violazione di CP nei D e in generale per il quark c ; oltre a ciò, ovviamente, sono di fondamentale importanza nuovi sforzi teorici per comprendere gli effetti a lunga distanza che entrano negli elementi di matrice adronici degli operatori che contribuiscono a queste osservabili.

4.7 Momenti di dipolo elettrico

Un momento di dipolo elettrico intrinseco per una particella elementare viola CP . Il motivo è che, per essere elementare, non può avere altri gradi di libertà interni oltre a quello di spin; dunque il vettore \vec{d}_E dovrebbe essere proporzionale allo spin e quindi al momento di dipolo magnetico. Questo però violerebbe CP , a causa delle proprietà di trasformazione sotto CP dei campi \vec{E} e \vec{B} .

I principali limiti sui momenti di dipolo elettrico per i quark up e down vengono dagli studi sul momento di dipolo elettrico del neutrone: vale infatti [31]

$$d_n = (1 \pm 0.5) \left[1.4 (d_d - 0.25d_u) + 1.1e \left(\tilde{d}_d + 0.5\tilde{d}_u \right) \right]. \quad (4.76)$$

Il valore di d_n nel Modello Standard è $d_n^{\text{SM}} \sim 10^{-32} e \text{ cm}$, mentre dagli attuali esperimenti si ricava il limite superiore al 90% C.L.

$$d_n < 2.9 \times 10^{-26} e \text{ cm}. \quad (4.77)$$

In teoria dei campi, un momento di dipolo elettrico non nullo emerge da una fase complessa in un termine di lagrangiana efficace $\mathcal{L}_{DM} = e\mu_q e^{i\delta} (\bar{q}_L i\sigma_{\mu\nu} q_R) F^{\mu\nu} + \text{h.c.}$; calcolando l'ampiezza di scattering da un campo elettromagnetico statico in approssimazione non relativistica con questa lagrangiana si ottiene

$$i\mathcal{A}_{DM} = ie\mu_q \xi'^{\dagger} \left(\cos \delta \frac{\vec{\sigma}}{2} \cdot \vec{B} + \sin \delta \frac{\vec{\sigma}}{2} \cdot \vec{E} \right) \xi \quad (4.78)$$

dove ξ, ξ' sono le funzioni d'onda di spin iniziale e finale, il che corrisponde all'interazione con il campo elettrico \vec{E} di un dipolo elettrico

$$\vec{d}_E = e\mu_q \sin \delta \cdot \vec{S}, \quad (4.79)$$

dove \vec{S} è lo spin della particella.

Capitolo 5

$U(2)^3$ minimale e osservabili fisiche

In questo capitolo e nel successivo vogliamo studiare quali vincoli le attuali misure di alcune osservabili fisiche impongono per una teoria con simmetria $U(2)^3$. Cominciamo analizzando in questo capitolo i limiti sui coefficienti degli operatori efficaci di dimensione 6 nel caso minimale, ottenuti nel capitolo 2; il caso generico verrà analizzato nel prossimo capitolo.

5.1 Settore dei quark down

5.1.1 Transizioni $\Delta F = 2$: mixing dei mesoni K e B

Analizziamo anzitutto il caso dei mesoni K e B , costituiti da quark di tipo down. Vogliamo studiare i termini efficaci di nuova fisica che danno luogo a transizioni $\Delta F = 2$, ossia transizioni in cui qualche numero quantico di sapore cambia di due unità. In particolare siamo interessati al mixing $K^0 - \bar{K}^0$ e $B^0 - \bar{B}^0$. Come discusso nel capitolo 2, tali termini possono essere parametrizzati come

$$\mathcal{H}_{eff}^{\Delta F=2} = \frac{c_{LL}^K}{\Lambda^2} \xi_{ds}^2 \frac{1}{2} (\bar{d}_L \gamma_\mu s_L)^2 + \sum_{i=d,s} \frac{c_{LL}^B e^{i\phi_B}}{\Lambda^2} \xi_{ib}^2 \frac{1}{2} (\bar{d}_L^i \gamma_\mu b_L)^2 + \text{h.c.} \quad (5.1)$$

dove i coefficienti $c_{LL}^{K,B}$ sono reali e in principio di ordine $\mathcal{O}(1)$, così come la fase ϕ_B , anche se il loro valore esatto dipende dal modello considerato.

Per poter confrontare con i dati un generico modello con una data simmetria di flavour è necessario anzitutto calcolare la correzione che i termini di nuova fisica portano alle osservabili. I termini efficaci ottenuti ipotizzando la simmetria $U(2)^3$ hanno la stessa dipendenza dalle entrate della matrice CKM dei termini corrispondenti che si ottengono dai diagrammi a loop nel Modello Standard. Il contributo alle ampiezze degli operatori $U(2)^3$ dipenderà quindi dallo stesso elemento di matrice adronico e dalla stessa combinazione delle entrate di V_{CKM} ; la dipendenza dalle funzioni di loop e dai parametri del Modello Standard sarà

invece sostituita dai coefficienti c_i della (5.1). Le correzioni alle osservabili dipenderanno dall'interferenza tra i termini di nuova fisica e quelli del Modello Standard nel calcolo delle ampiezze di transizione. Si ottiene [14]:

$$\epsilon_K = \epsilon_K^{SM(t)} (1 + h_K) + \epsilon_K^{SM(tc+cc)} \quad (5.2)$$

$$S_{\psi K_S} = \sin(2\beta + \arg(1 + h_B e^{i\phi_B})) \quad (5.3)$$

$$S_{\psi\phi} = \sin(2|\beta_s| - \arg(1 + h_B e^{i\phi_B})) \quad (5.4)$$

$$\Delta M_d = \Delta M_d^{SM} |1 + h_B e^{i\phi_B}| \quad (5.5)$$

$$\frac{\Delta M_d}{\Delta M_s} = \frac{\Delta M_d^{SM}}{\Delta M_s^{SM}} \quad (5.6)$$

dove

$$h_{K,B} = c_{LL}^{K,B} \frac{4s_w^4}{\alpha_{em}^2 S_0(x_t)} \frac{m_W^2}{\Lambda^2} \simeq 1.08 c_{LL}^{K,B} \left[\frac{3 \text{ TeV}}{\Lambda} \right]^2. \quad (5.7)$$

e $S_0(x_t \equiv m_t^2/m_W^2) \simeq 2.4$ è una funzione che deriva, nel Modello Standard, dal calcolo del diagramma a un loop di top e W .

Per ottenere i limiti sui coefficienti $c_{LL}^{K,B}$ e sulla fase ϕ_B occorre effettuare un fit di questi e dei parametri di Wolfenstein della matrice CKM A , λ , $\bar{\rho}$ e $\bar{\eta}$, che entrano nell'hamiltoniana (5.1) tramite i prodotti ξ_{ij} . I valori delle osservabili e dei parametri teorici utilizzati nel fit sono riportati in tabella (5.1).

$ V_{ud} $	0.97425(22)	f_K	$(155.8 \pm 1.7) \text{ MeV}$
$ V_{us} $	0.2254(13)	\hat{B}_K	0.737 ± 0.020
$ V_{cb} $	$(40.6 \pm 1.3) \times 10^{-3}$	κ_ϵ	0.94 ± 0.02
$ V_{ub} $	$(3.97 \pm 0.45) \times 10^{-3}$	$f_{B_s} \sqrt{\hat{B}_s}$	$(288 \pm 15) \text{ MeV}$
γ_{CKM}	$(74 \pm 11)^\circ$	ξ	1.237 ± 0.032
$ \epsilon_K $	$(2.229 \pm 0.010) \times 10^{-3}$	η_{tt}	$0.5765(65)$
$S_{\psi K_S}$	0.673 ± 0.023	η_{ct}	$0.496(47)$
ΔM_d	$(0.507 \pm 0.004) \text{ ps}^{-1}$	η_{cc}	$1.38(53)$
$(\Delta M_s/\Delta M_d)$	35.05 ± 0.42		
ϕ_s	-0.002 ± 0.087		

Tabella 5.1: Parametri input per il fit dei termini $\Delta F = 2$ [14].

I risultati dei fit sono riportati in figura (5.1). In alto a sinistra è riportato il valore atteso per c_{LL}^K assumendo $c_{LL}^B = 0$. In questo caso la fase ϕ_B non influenza il valore delle osservabili e quindi non è riportata. In alto a destra è riportata la predizione nel piano $c_{LL}^B - \phi_B$ assumendo $c_{LL}^K = 0$. Notiamo che in entrambi i casi è preferito un valore diverso da 0. Questo deriva dalla tensione nel fit del triangolo di unitarietà tra ϵ_K e $S_{\psi K_S}$ nel modello standard.

Tale tensione, come noto, potrebbe essere risolta da fenomeni di nuova fisica che aumentino il valore di ϵ_K o diminuiscano quello di $S_{\psi K_S}$ oltre il valore standard: questi scenari corrispondono, secondo le equazioni (5.3) e (5.4), rispettivamente a $c_{LL}^K > 0$ e $c_{LL}^B < 0$. Nei grafici in basso sono riportate le proiezioni nei piani $c_{LL}^B - c_{LL}^K$ e $c_{LL}^B - \phi_B$ del fit effettuati con tutti tre i parametri liberi. In questo caso si ottengono dei vincoli meno stringenti poiché entrambi gli effetti contribuiscono a rilassare le tensioni di cui sopra, ma rimangono le tendenze evidenziate dai primi due plot. La regione in grigio nel grafico in basso a sinistra è sfavorita nel caso supersimmetrico in cui domina il contributo dei box con gluini. In questo caso infatti i coefficienti h_K e h_B sono correlati in quanto entrambi proporzionali a una stessa funzione F_0 che dipende dalle masse del gluino e dello squark \tilde{b}_L [12].

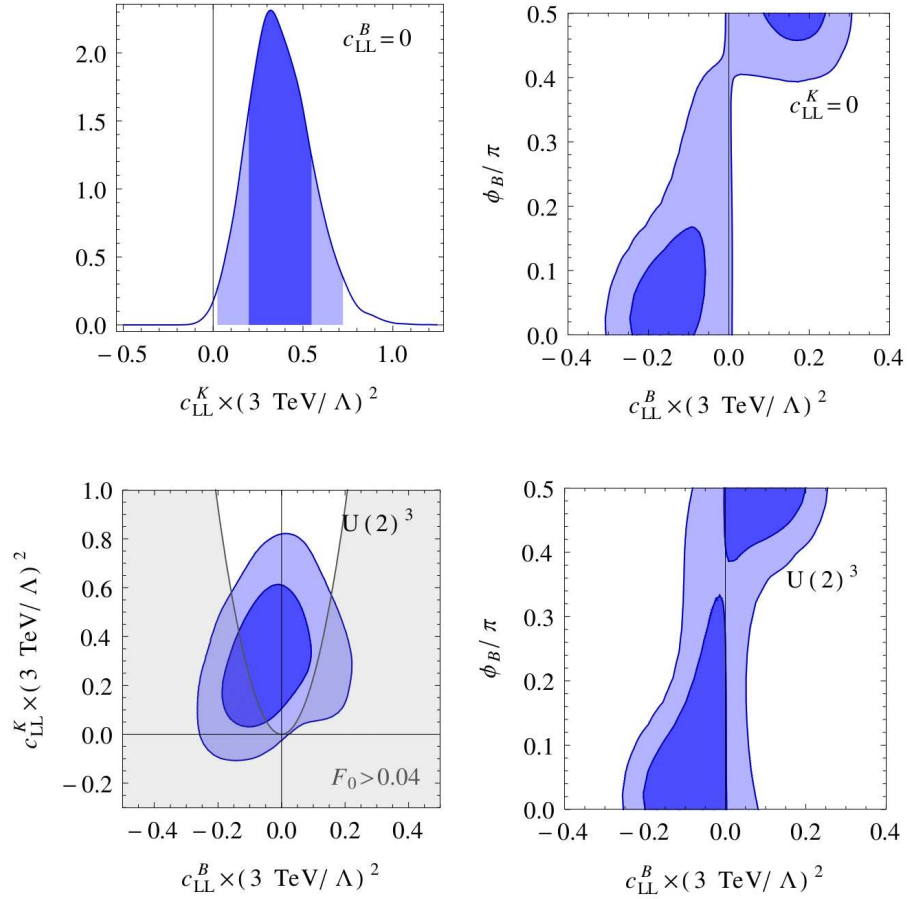


Figura 5.1: Fit per i parametri $\Delta F = 2$ con $c_{LL}^B = 0$ (in alto a sinistra), $c_{LL}^K = 0$ (in alto a destra) e con tutti tre i parametri liberi (in basso) [14]. La regione in grigio in basso a sinistra è sfavorita nel caso supersimmetrico in cui domina il contributo dei gluini.

5.1.2 Transizioni $\Delta B = 1$: decadimenti $b \rightarrow s$, $b \rightarrow d$

L'analisi delle transizioni $\Delta F = 1$ è più complessa di quella del caso $\Delta F = 2$ a causa del maggior numero di operatori rilevanti e di osservabili. La principale previsione della simmetria $U(2)^3$ è l'universalità nelle transizioni $b \rightarrow s$ e $b \rightarrow d$: come evidenziato nel paragrafo 2.3.1, i coefficienti $c \sim \mathcal{O}(1)$ davanti agli operatori $\Delta B = 2$ e $\Delta B = 1$ sono uguali per i quark d e s , e la differenza è data esclusivamente dalle entrate della matrice CKM. I coefficienti degli operatori che contribuiscono al mixing e al decadimento dei mesoni K neutri sono invece liberi. Al momento i dati sui decadimenti $b \rightarrow d$ non sono sufficienti a verificare la correlazione con $b \rightarrow s$. Inoltre il decadimento $s \rightarrow d$ si osserva in $K \rightarrow \pi \nu \bar{\nu}$, ma non esistono ancora misure significative a causa del piccolo rapporto di decadimento, in entrambi i canali $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$ e $K^0 \rightarrow \pi^0 \nu \bar{\nu}$. Ci si deve quindi limitare a mettere un limite sui coefficienti basandosi sui decadimenti $b \rightarrow s$.

Consideriamo l'hamiltoniana efficace $\Delta B = 1$

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{eff}^{\Delta B=1} = & \sum_{i=d,s} \xi_{i,b} \left[\frac{c_{7\gamma} e^{i\phi_{7\gamma}}}{\Lambda^2} m_b (\bar{d}_L^\dagger \sigma_{\mu\nu} b_R) e F^{\mu\nu} + \frac{c_{8g} e^{i\phi_{8g}}}{\Lambda^2} m_b (\bar{d}_L^\dagger \sigma_{\mu\nu} T^a b_R) g_s G_a^{\mu\nu} \right. \\ & + \frac{c_L e^{i\phi_L}}{\Lambda^2} (\bar{d}_L^\dagger \gamma_\mu b_L) (\bar{l}_L \gamma^\mu l_L) + \frac{c_R e^{i\phi_R}}{\Lambda^2} (\bar{d}_L^\dagger \gamma_\mu b_L) (\bar{e}_R \gamma^\mu e_R) \\ & \left. + \frac{c_H e^{i\phi_H}}{\Lambda^2} \frac{v^2}{2} (\bar{d}_L^\dagger \gamma_\mu b_L) \frac{g}{c_w} Z^\mu \right] + \text{h.c.} \end{aligned} \quad (5.8)$$

I termini che la compongono sono calcolabili nel Modello Standard e danno un contributo significativo e calcolabile a osservabili legate alle transizioni $b \rightarrow s\gamma$, $b \rightarrow sl^+l^-$ e agli accoppiamenti del bosone Z . Seguendo [30] si può effettuare un fit dei parametri $c_{7\gamma}$, c_L , c_R , c_H e delle corrispondenti fasi. Non si può invece porre dei limiti su c_{8g} , che contribuisce a $b \rightarrow s\gamma$ solo in piccola misura. Il limite su $c_{7\gamma}$ deriva dalla misura della frazione di decadimento $B \rightarrow X_s \gamma$ e dalla asimmetria di CP $S_{K^*\gamma}$ nel decadimento $B_d \rightarrow K^* \gamma$; il fit di c_L , ϕ_L e c_R , ϕ_R si basa invece sulla frazione di decadimento $B \rightarrow X_s l^+ l^-$ e sul decadimento $B \rightarrow K^* \mu^+ \mu^-$. I risultati del fit sono riportati in figura (5.2). Notiamo che, nei grafici di sinistra, i vincoli che si ottengono sui coefficienti $c_{7\gamma}$ e c_L sono molto meno forti quando le fasi $\phi_{7\gamma}$ e ϕ_L sono vicine a $\pi/2$. Il motivo è che, quando la fase è massima, l'interferenza tra il contributo di nuova fisica e quello del Modello Standard si annulla, e negli osservabili conta il modulo quadro del termine di nuova fisica, che risulta quindi soppresso. In questo caso quindi i coefficienti c_i possono assumere valori più grandi. Questo effetto è meno pronunciato per gli operatori dei grafici di destra, perché in quel caso gli operatori nel Modello Standard sono soppressi.

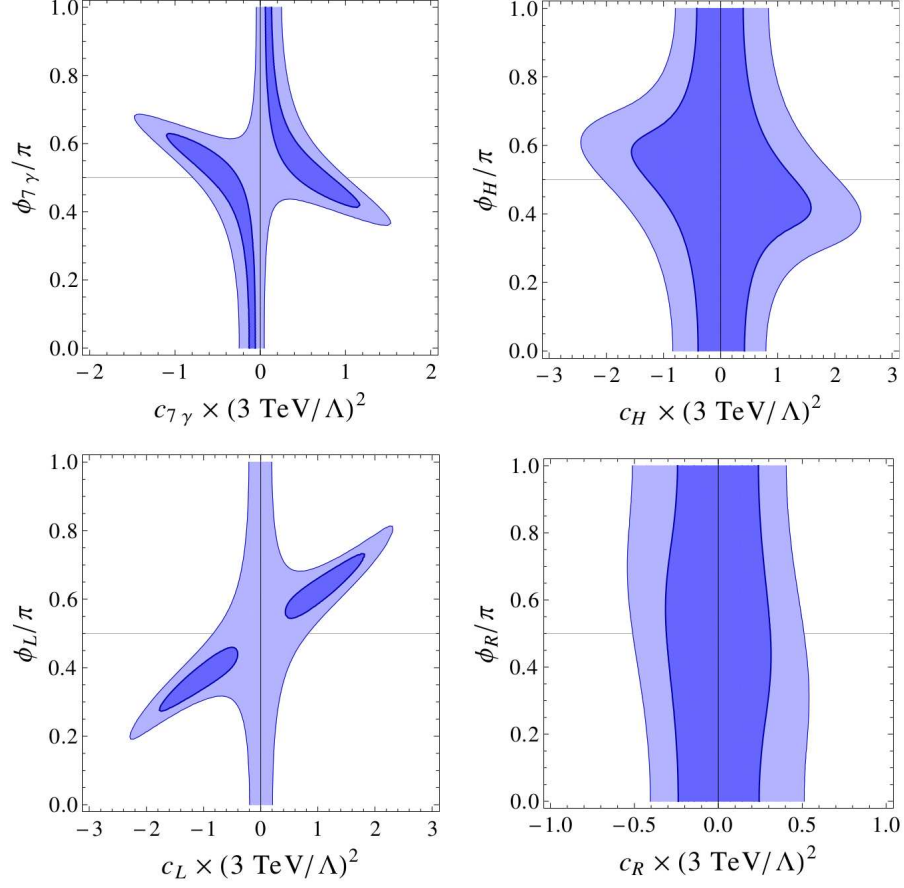


Figura 5.2: Fit per i parametri $\Delta F = 1$ [14].

5.1.3 Transizioni $\Delta S = 1$: ϵ'/ϵ

La violazione di CP diretta nel decadimento dei K neutri, parametrizzata da ϵ' , può essere utilizzata per trovare un limite superiore per alcuni parametri. In particolare, un contributo al valore di ϵ' viene dagli operatori

$$\Delta\mathcal{L}_{LR}^{4f,\Delta S=1} = \frac{1}{\Lambda^2} \xi_{ds} (c_5^d \mathcal{O}_5^d + c_5^u \mathcal{O}_5^u + c_6^d \mathcal{O}_6^d + c_6^u \mathcal{O}_6^u) + \text{h.c.} \quad (5.9)$$

con

$$\mathcal{O}_5^q = (\bar{d}_L \gamma_\mu s_L) (\bar{q}_R \gamma^\mu q_R) \quad \text{e} \quad \mathcal{O}_6^q = (\bar{d}_L^\alpha \gamma_\mu s_L^\beta) (\bar{q}_R^\beta \gamma^\mu q_R^\alpha) \quad (5.10)$$

dove α e β sono indici di colore e $\xi_{ds} = V_{td} V_{ts}^*$.

Imponendo che il contributo derivante da $\Delta\mathcal{L}_{LR}^{4f,\Delta S=1}$ rispetti $|\epsilon'/\epsilon| < |\epsilon'/\epsilon|_{\text{exp}} \simeq 1.7 \times 10^{-3}$ si ottiene

$$c_5^{u,d} \lesssim 0.4 \left(\frac{\Lambda}{3 \text{ TeV}} \right)^2 \quad \text{e} \quad c_6^{u,d} \lesssim 0.13 \left(\frac{\Lambda}{3 \text{ TeV}} \right)^2. \quad (5.11)$$

5.2 Settore dei quark up

5.2.1 Momento di dipolo elettrico del neutrone

Come abbiamo osservato nel capitolo 4, un termine efficace di dipolo con una fase complessa non nulla dà origine a un momento di dipolo elettrico. Dagli limiti sperimentali sul momento di dipolo elettrico del neutrone si possono quindi ottenere dei limiti sulle fasi dei termini $\Delta F = 0$ che non mantengono la chiralità. La lagrangiana efficace rilevante è

$$\begin{aligned} \Delta \mathcal{L}_{\text{dipole}}^{\Delta F=0} &= \frac{1}{\Lambda^2} \left[\tilde{c}_u^g e^{i\tilde{\phi}_u^g} m_u (\bar{u}_L \sigma_{\mu\nu} T^a u_R) + \tilde{c}_d^g e^{i\tilde{\phi}_d^g} m_d (\bar{d}_L \sigma_{\mu\nu} T^a d_R) \right] g_s G_a^{\mu\nu} \\ &+ \frac{1}{\Lambda^2} \left[\tilde{c}_u^\gamma e^{i\tilde{\phi}_u^\gamma} m_u (\bar{u}_L \sigma_{\mu\nu} u_R) + \tilde{c}_d^\gamma e^{i\tilde{\phi}_d^\gamma} m_d (\bar{d}_L \sigma_{\mu\nu} d_R) \right] e F^{\mu\nu} + \text{h.c.} \end{aligned} \quad (5.12)$$

Il contributo di questi termini al dipolo elettrico e cromoelettrico dei quark è dato da

$$d_q = 2e \frac{m_q}{\Lambda^2} \tilde{c}_q^\gamma \sin \tilde{\phi}_q^\gamma \quad \text{e} \quad \tilde{d}_q = 2 \frac{m_q}{\Lambda^2} \tilde{c}_q^g \sin \tilde{\phi}_q^g \quad (5.13)$$

che a loro volta portano un contributo al dipolo elettrico del neutrone dato da [31]

$$d_n = (1 \pm 0.5) \left(1.4(d_d - \frac{1}{4}d_u) + 1.1e(\tilde{d}_d + \frac{1}{2}\tilde{d}_u) \right) \quad (5.14)$$

con i coefficienti definiti alla scala di 1 GeV. Tenendo conto degli effetti del gruppo di rinormalizzazione su questi coefficienti e dell'attuale limite sperimentale $|d_n| < 2.9 \times 10^{-26} e \text{ cm}$ si ottiene

$$\begin{aligned} \tilde{c}_u^\gamma \sin \tilde{\phi}_u^\gamma &\lesssim 1.9 \times 10^{-2} \left(\frac{\Lambda}{3 \text{ TeV}} \right)^2 & \tilde{c}_d^\gamma \sin \tilde{\phi}_d^\gamma &\lesssim 2.4 \times 10^{-3} \left(\frac{\Lambda}{3 \text{ TeV}} \right)^2 \\ \tilde{c}_u^g \sin \tilde{\phi}_u^g &\lesssim 7.1 \times 10^{-3} \left(\frac{\Lambda}{3 \text{ TeV}} \right)^2 & \tilde{c}_d^g \sin \tilde{\phi}_d^g &\lesssim 1.8 \times 10^{-3} \left(\frac{\Lambda}{3 \text{ TeV}} \right)^2. \end{aligned} \quad (5.15)$$

Può essere utile osservare che questi limiti sono automaticamente rispettati se si suppone che non vi siano fasi complesse al di fuori di quelle contenute negli spurioni.

5.2.2 Mixing e decadimenti dei mesoni D

Per quanto riguarda i mesoni D , nel Modello Standard il contributo a lunga distanza al mixing è paragonabile a quello a corta distanza, il che rende molto difficile il calcolo teorico della differenza in massa e larghezza degli autostati di massa; in particolare non è chiaro se il solo Modello Standard può giustificare i valori sperimentali riportati in tabella (4.1):

$$x \equiv \frac{\Delta m}{\Gamma} = (0.63_{-0.20}^{+0.19}) \times 10^{-2} \quad \text{e} \quad \frac{\Delta \Gamma}{\Gamma} = (1.60_{-0.26}^{+0.25}) \times 10^{-2} \quad (5.16)$$

dove $\Gamma = (\Gamma_1 + \Gamma_2)/2$ è la media delle due larghezze di decadimento.

Questi dati possono ad ogni modo essere usati come limite superiore per gli eventuali contributi di nuova fisica. In particolare queste misure sono importanti per quanto riguarda l'operatore

$$\mathcal{H}_{LL}^D = \frac{c_{LL}^D}{\Lambda^2} \xi_{uc}^2 \frac{1}{2} (\bar{u}_L \gamma_\mu c_L)^2 : \quad (5.17)$$

per poter saturare i valori $x \sim y \sim 1\%$ occorrerebbe

$$c_{LL}^D{}^2 \left(\frac{3 \text{ TeV}}{\Lambda} \right)^2 \simeq 90. \quad (5.18)$$

Questo valore è troppo alto per essere facilmente giustificato da un modello di nuova fisica con simmetria $U(2)^3$, il che fa supporre che la sua origine debba essere un'altra.

Date le recenti misure della differenza tra le asimmetrie di CP nei decadimenti $D \rightarrow K^+ K^-$ e $D \rightarrow \pi^+ \pi^-$, definita nell'equazione (4.74), è interessante chiedersi se il valore sperimentale di Δa_{CP} possa essere giustificato in un modello con simmetria $U(2)^3$ minimale. Imponendo che il contributo di nuova fisica sia minore del valore riportato in [32] $\Delta a_{CP} = a_{KK} - a_{\pi\pi} = -0.645 \pm 0.180$, seguendo [29] si può ottenere un limite sull'operatore

$$\mathcal{H}_{cb}^D = \frac{c_g^D e^{i\phi_g^D}}{\Lambda^2} m_c \xi_{uc} (\bar{u}_L \sigma_{\mu\nu} T^a c_R) g_s G_a^{\mu\nu}, \quad (5.19)$$

il cui contributo all'asimmetria è proporzionale al relativo coefficiente. Per riprodurre il valore sperimentale di Δa_{CP} occorrerebbe

$$c_g^D \sin(\arg \xi_{uc} + \phi_g^D) \left(\frac{3 \text{ TeV}}{\Lambda} \right)^2 \simeq 40 \quad (5.20)$$

valore troppo alto per essere facilmente incluso in un modello con simmetria $U(2)^3$ minimale. Come vedremo nel prossimo capitolo, il valore di Δa_{CP} può essere giustificato nel modello generico.

5.2.3 FCNC e momenti di dipolo del top: transizioni $t \rightarrow qZ$, $t \rightarrow q\gamma$

Negli ultimi anni hanno suscitato molta attenzione sia teorica che da parte degli sperimentali i processi di Flavour Changing Neutral Current per il quark top. Il motivo di questa attenzione è semplice: essendo estremamente soppressi nel Modello Standard, una loro osservazione sperimentale sarebbe un segnale certo di nuova fisica.

Un esempio importante è costituito dalle transizioni $t \rightarrow qZ$ e $t \rightarrow q\gamma$. Ci si aspetta che LHC a 14 TeV con 100 fb^{-1} di dati sia sensibile a una frazione di decadimento dell'ordine di $\text{BR}(t \rightarrow cZ, c\gamma, uZ, u\gamma) \sim 10^{-5}$, molto più alta del valore atteso per il Modello Standard, stimabile come $\text{BR}_{\text{SM}}(t \rightarrow cZ, c\gamma) \simeq (m_b^2/m_W^2)^2 |V_{cb}|^2 \alpha^2/s_w^2 \sim 10^{-12}$. Diventa interessante allora stimare tale valore nel contesto della simmetria $U(2)^3$, per capire se un'eventuale

osservazione di questi decadimenti può essere o meno compatibile col nostro modello. Il contributo dominante è dato dagli operatori

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{H}_{\text{cb}}^{t,Z} &= \frac{c_Z^t e^{i\phi_Z^t}}{\Lambda^2} m_t \xi_{ct} (\bar{c}_L \sigma_{\mu\nu} t_R) \frac{g}{c_w} Z^{\mu\nu} \\ \mathcal{H}_{\text{cc}}^t &= \frac{c_{\text{cc}}^t e^{i\phi_{\text{cc}}^t}}{\Lambda^2} \frac{v^2}{2} \xi_{ct} (\bar{c}_L \gamma_\mu t_L) \frac{g}{c_w} Z^\mu \end{aligned} \right\} \text{ per i decadimenti } t \rightarrow cZ, \quad (5.21)$$

$$\mathcal{H}_{\text{cb}}^{t,\gamma} = \frac{c_\gamma^t e^{i\phi_\gamma^t}}{\Lambda^2} m_t \xi_{ct} (\bar{c}_L \sigma_{\mu\nu} t_R) e F^{\mu\nu} \quad \text{per i decadimenti } t \rightarrow c\gamma. \quad (5.22)$$

Si ottengono i seguenti limiti [14]:

$$\text{BR}(t \rightarrow cZ) \simeq 8.5 \times 10^{-8} \left(\frac{3 \text{ TeV}}{\Lambda} \right)^4 \left(0.61 c_Z^{t^2} + 0.39 c_{\text{cc}}^{t^2} + 0.83 c_Z^t c_\gamma^t \cos(\phi_{\text{cc}}^t - \phi_Z^t) \right), \quad (5.23)$$

$$\text{BR}(t \rightarrow c\gamma) \simeq 1.7 \times 10^{-8} \left(\frac{3 \text{ TeV}}{\Lambda} \right)^4 c_\gamma^{t^2} \quad (5.24)$$

il che ci dice che un'osservazione di questi processi a LHC non potrebbe essere spiegata nel contesto della simmetria $U(2)^3$.

Un altro vincolo interessante si può ottenere seguendo l'analisi di [33], in cui gli autori ricavano un nuovo limite sul momento di dipolo cromoelettrico del top \tilde{d}_t basandosi sui limiti al momento di dipolo elettrico del neutrone, supponendo che i momenti di dipolo elettrico e cromoelettrico dei quark u e d siano trascurabili. Data la forma delle matrici $\mu_{u,d}^\beta$ (si veda l'appendice A), questo implica due assunzioni:

- esistenza di fasi complesse oltre a quelle derivanti dagli spurioni;
- presenza di un ulteriore meccanismo che sopprima $d_{u,d}$ e $\tilde{d}_{u,d}$ ma non riguardi \tilde{d}_t : questo accade ad esempio in supersimmetria con le prime due famiglie più pesanti.

L'hamiltoniana efficace che regola \tilde{d}_t è

$$\mathcal{H}_{\text{dm}}^t = c_{\text{dm}} e^{i\phi_{\text{dm}}} m_t \frac{1}{\Lambda^2} (\bar{t}_L \sigma^{\mu\nu} t_R) g_s G_{\mu\nu}. \quad (5.25)$$

In questo caso si può ricavare

$$c_{\text{dm}} |\sin \phi_{\text{dm}}| \left(\frac{3 \text{ TeV}}{\Lambda} \right)^2 < 0.6. \quad (5.26)$$

Un limite così stringente significa che, in vista di futuri progressi nella determinazione del momento di dipolo del neutrone, lo scenario $U(2)^3$ con fasi al di fuori degli spurioni possa essere già messo alla prova.

Capitolo 6

$U(2)^3$ generico e osservabili fisiche

In questo capitolo vogliamo studiare come le osservazioni sperimentali vincolano il modello $U(2)^3$ generico così come sviluppato nel capitolo 3, e capire quali differenze porta a livello di osservabili l'aggiunta degli spurioni V_u, V_d rispetto al caso minimale. Come abbiamo visto, nel caso generico diventano rilevanti anche le rotazioni sui quark destrorsi, il che introduce nuovi effetti di violazione di flavour e CP . Facendo l'ipotesi, giustificata a posteriori, che i parametri $\epsilon_{u,d}$ siano piccoli, la forma delle matrici di rotazione che abbiamo ottenuto nel capitolo 2 rimane invariata, e i vincoli sui parametri ottenuti nel capitolo 5 continuano a valere. Le variazioni più significative sono date da termini efficaci della forma di momenti di dipolo e termini a quattro fermioni che violano il flavour sia nel settore sinistrorsi che in quello dei quark destrorsi. I nuovi effetti si possono evidenziare nelle transizioni $\Delta S = 2$, $\Delta S = 1$ e $\Delta C = 1$, oltre che nei termini di dipolo (cromo-)elettrico dei quark u e d .

6.1 $\Delta S = 2$: mixing dei K

Nel passaggio al caso generico alcuni termini di lagrangiana contenuti in $\Delta\mathcal{L}_{LR}^{4f}$ ricevono contributi significativi. In particolare questo accade per gli operatori $\Delta S = 2$ che contribuiscono a ϵ_K . Gli operatori rilevanti in questo contesto sono

$$\Delta\mathcal{L}_{LR}^{\Delta S=2} = \frac{1}{\Lambda^2} \frac{s_R^d}{s_L^d} \left(\frac{\epsilon_R^d}{\epsilon_L} \right)^2 \xi_{ds}^2 e^{i(\phi_1^d - \phi_2^d)} \left[c_K^{S,LR} \lambda_b^2 (\bar{d}_L s_R) (\bar{d}_R s_L) + c_K^{V,LR} (\bar{d}_L \gamma_\mu s_L) (\bar{d}_R \gamma^\mu s_R) \right]. \quad (6.1)$$

Utilizzando i limiti di [11] si può ricavare per il coefficiente della parte vettoriale

$$c_K^{V,LR} \frac{\sin(2\beta + \phi_1^d - \phi_2^d)}{\sin 2\beta} \frac{s_R^d}{s_L^d} \left(\frac{\epsilon_R^d}{\epsilon_L} \right)^2 \lesssim 6 \times 10^{-3} \left(\frac{\Lambda}{3 \text{ TeV}} \right)^2. \quad (6.2)$$

6.2 $\Delta S = 1$: decadimenti dei K

Si possono ottenere nuovi vincoli dall'analisi degli operatori che contribuiscono a ϵ' . In particolare per l'operatore

$$\Delta\mathcal{L}_{mag}^{\Delta S=1} = \frac{m_t}{\Lambda} c_K^g e^{i(\phi_K^g - \phi_2^d)} \lambda_b \xi_{ds} \frac{\epsilon_R^d}{\epsilon_L} (\bar{d}_L \sigma_{\mu\nu} T^a s_R) g_s G_a^{\mu\nu} \quad (6.3)$$

si ottiene

$$c_K^g \frac{\sin(\beta + \phi_K^g - \phi_2^d)}{\sin \beta} \frac{\epsilon_R^d}{\epsilon_L} \lesssim 0.7 \left(\frac{\Lambda}{3 \text{ TeV}} \right)^2. \quad (6.4)$$

Un contributo a ϵ' si ottiene nel caso generico anche dagli operatori LR a quattro fermioni

$$\Delta\mathcal{L}_{LR}^{4f, \Delta S=1} = \frac{1}{\Lambda^2} \frac{s_R^d}{s_L^d} \left(\frac{\epsilon_R^d}{\epsilon_L} \right)^2 \xi_{ds}^2 e^{i(\phi_1^d - \phi_2^d)} \left(c_5'^d \mathcal{O}_5'^d + c_5'^u \mathcal{O}_5'^u + c_6'^d \mathcal{O}_6'^d + c_6'^u \mathcal{O}_6'^u \right) + \text{h.c.} \quad (6.5)$$

con

$$\mathcal{O}_5'^q = (\bar{d}_R \gamma_\mu s_R) (\bar{q}_L \gamma^\mu q_L) \quad \text{e} \quad \mathcal{O}_6'^q = (\bar{d}_R^\alpha \gamma_\mu s_R^\beta) (\bar{q}_L^\beta \gamma^\mu q_L^\alpha) \quad (6.6)$$

dove α e β sono indici di colore. Per questi operatori si ottiene

$$c_5'^{u,d} \frac{\sin(2\beta + \phi_1^d - \phi_2^d)}{\sin 2\beta} \frac{s_R^d}{s_L^d} \left(\frac{\epsilon_R^d}{\epsilon_L} \right)^2 \lesssim 0.4 \left(\frac{\Lambda}{3 \text{ TeV}} \right)^2 \quad (6.7)$$

e

$$c_6'^{u,d} \frac{\sin(2\beta + \phi_1^d - \phi_2^d)}{\sin 2\beta} \frac{s_R^d}{s_L^d} \left(\frac{\epsilon_R^d}{\epsilon_L} \right)^2 \lesssim 0.13 \left(\frac{\Lambda}{3 \text{ TeV}} \right)^2 \quad (6.8)$$

che come limite su $(s_R^d/s_L^d)(\epsilon_R^d/\epsilon_L)^2$ non è molto significativo, essendo molto più debole di quello che si ricava da ϵ_K .

6.3 $\Delta C = 1$: decadimenti dei D

Nel caso di simmetria $U(2)^3$ generica i termini $\Delta C = 1$ ricevono un ulteriore contributo

$$\mathcal{L}_{mag}^{\Delta C=1} = \frac{1}{\Lambda^2} c_D^g e^{i\phi_D^g} \zeta_{uc} \left[e^{-i\phi_2^u} \frac{\epsilon_R^u}{\epsilon_L} \mathcal{O}_8 + e^{i\phi_1^u} \frac{s_R^u}{s_L^u} \frac{\epsilon_R^u}{\epsilon_L} \mathcal{O}_8' \right] + \text{h.c.} \quad (6.9)$$

dove

$$\mathcal{O}_8 = m_t (\bar{u}_L \sigma_{\mu\nu} T^a c_R) g_s G_a^{\mu\nu} \quad \text{e} \quad \mathcal{O}_8' = m_t (\bar{u}_R \sigma_{\mu\nu} T^a c_L) g_s G_a^{\mu\nu}. \quad (6.10)$$

Come abbiamo visto nel paragrafo 5.2.2, il contributo a questi operatori nel caso minimale non è sufficiente a giustificare il valore sperimentale dell'asimmetria Δa_{CP} . Nel caso generico questo è invece possibile: richiedendo che il contributo di nuova fisica a Δa_{CP} sia

inferiore al valore centrale tra le misure di LHCb [25] e CDF [26] $\Delta a_{CP} = (-0.67 \pm 0.16)\%$ si ottengono i limiti

$$c_D^g \frac{\epsilon_R^u \sin(\delta - \phi_2^u + \phi_D^g)}{\epsilon_L \sin \delta} \lesssim 0.35 \left(\frac{\Lambda}{3 \text{ TeV}} \right)^2 \quad (6.11)$$

e

$$c_D^g \frac{s_R^u \epsilon_R^u \sin(\delta + \phi_1^u - \phi_D^g)}{s_L^u \epsilon_L \sin \delta} \lesssim 0.35 \left(\frac{\Lambda}{3 \text{ TeV}} \right)^2 \quad (6.12)$$

che possono essere saturati senza violare i vincoli che si ottengono da altre misure.

6.4 $\Delta F = 0$: dipolo elettrico del neutrone

Come già nel caso minimale, occorre confrontare le previsioni del modello con i forti limiti sul momento di dipolo elettrico del neutrone. Come già visto nell'equazione (5.14), esso dipende dai momenti di dipolo dei quark up e down, che ricevono nuovi contributi dagli operatori

$$\begin{aligned} \Delta \mathcal{L}_{\text{dipole}}^{\Delta F=0} = & \frac{m_t}{\Lambda^2} \zeta_{uu} e^{-i\phi_1^u} \frac{s_R^u \epsilon_R^u}{s_L^u \epsilon_L} \left[c_u^g e^{i\phi_1^g} (\bar{u}_L \sigma_{\mu\nu} T^a u_R) g_s G_a^{\mu\nu} + c_u^\gamma e^{i\phi_1^\gamma} (\bar{u}_L \sigma_{\mu\nu} u_R) e F^{\mu\nu} \right] \\ & + \frac{m_b}{\Lambda^2} \zeta_{dd} e^{-i\phi_1^d} \frac{s_R^d \epsilon_R^d}{s_L^d \epsilon_L} \left[c_d^g e^{i\phi_1^g} (\bar{d}_L \sigma_{\mu\nu} T^a d_R) g_s G_a^{\mu\nu} + c_d^\gamma e^{i\phi_1^\gamma} (\bar{d}_L \sigma_{\mu\nu} d_R) e F^{\mu\nu} \right] + \text{h.c.} \end{aligned} \quad (6.13)$$

dove le fasi fattorizzate $\phi_1^{u,d}$ derivano dagli spurioni, e sono quindi non nulle anche nel caso in cui non si ammettono fasi al di fuori di essi. Questi termini danno un nuovo contributo ai momenti di dipolo elettrico e cromoelettrico del quark up:

$$d_u = 2e \frac{m_t}{\Lambda^2} \zeta_{uu} \frac{s_R^u \epsilon_R^u}{s_L^u \epsilon_L} c_u^\gamma \sin(\phi_1^\gamma - \phi_1^u) \quad \text{e} \quad \tilde{d}_u = 2 \frac{m_t}{\Lambda^2} \zeta_{uu} \frac{s_R^u \epsilon_R^u}{s_L^u \epsilon_L} c_u^g \sin(\phi_1^g - \phi_1^u); \quad (6.14)$$

da queste, richiamando l'equazione (5.14)

$$d_n = (1 \pm 0.5) \left(1.4(d_d - \frac{1}{4}d_u) + 1.1e(\tilde{d}_d + \frac{1}{2}\tilde{d}_u) \right) \quad (6.15)$$

e imponendo i limiti sul momento di dipolo elettrico del neutrone si ottiene

$$c_u^\gamma |\sin(\phi_1^\gamma - \phi_1^u)| \frac{s_R^u \epsilon_R^u}{s_L^u \epsilon_L} \lesssim 1.2 \times 10^{-2} \left(\frac{\Lambda}{3 \text{ TeV}} \right)^2, \quad (6.16)$$

$$c_d^\gamma |\sin(\phi_1^\gamma - \phi_1^d)| \frac{s_R^d \epsilon_R^d}{s_L^d \epsilon_L} \lesssim 3.2 \times 10^{-2} \left(\frac{\Lambda}{3 \text{ TeV}} \right)^2, \quad (6.17)$$

$$c_u^g |\sin(\phi_1^g - \phi_1^u)| \frac{s_R^u \epsilon_R^u}{s_L^u \epsilon_L} \lesssim 4.4 \times 10^{-3} \left(\frac{\Lambda}{3 \text{ TeV}} \right)^2, \quad (6.18)$$

$$c_d^g |\sin(\phi_1^g - \phi_1^d)| \frac{s_R^d \epsilon_R^d}{s_L^d \epsilon_L} \lesssim 2.5 \times 10^{-2} \left(\frac{\Lambda}{3 \text{ TeV}} \right)^2. \quad (6.19)$$

6.5 Mixing dei D, B e FCNC del top

- Per quanto riguarda i mesoni D e B non ci sono nuovi termini rilevanti contenuti in $\Delta\mathcal{L}_{LR}^{4f}$ e $\Delta\mathcal{L}_R^{4f}$, a differenza di quanto abbiamo visto per i K . I termini nuovi sono soppressi rispetto al caso minimale da qualche potenza di $\epsilon_R^{u,d}/\epsilon_L$.
- Stessa cosa vale per gli operatori che contengono dei bilineari che violano la chiralità con un quark della terza generazione (b o t) importanti per la fisica dei B e per i processi FCNC del quark top.
- Per quanto riguarda il mixing $D^0 - \bar{D}^0$ può essere rilevante un operatore della forma $(\bar{u}_L c_R)(\bar{u}_R c_L)$, ma a causa della soppressione su $\epsilon_R^{u,d}/\epsilon_L$ ha effetti paragonabili a quelli del caso minimale e lontani dall'attuale sensibilità sperimentale.
- Per quanto riguarda i B , a livello fenomenologico non ci sono differenze tra il caso minimale e quello generico. L'unica differenza è che nel secondo caso ci possono essere fasi che violano CP anche se non si ammettono fasi complesse al di fuori degli spurioni; in questo caso però i termini interessati sono soppressi da qualche potenza di $\epsilon_R^{u,d}/\epsilon_L$.
- Gli effetti sui processi FCNC del top e sulla violazione di CP nei D in questo contesto sono ben al di sotto della sensibilità raggiungibile a LHC nel prossimo futuro. Mentre un'osservazione dei decadimenti $t \rightarrow cZ, z\gamma$ potrebbe invalidare l'ipotesi $U(2)^3$, un'osservazione di violazione di CP nel mixing $D^0 - \bar{D}^0$ necessiterebbe di un'analisi molto attenta dei contributi a grande distanza.

6.6 Limiti sui parametri di $U(2)^3$

Le equazioni (6.2, 6.4, 6.12, 6.19), assegnato un valore ai coefficienti c_i^α , costringono i parametri $\epsilon_R^{u,d}$ che codificano la rottura della simmetria $U(2)^3$ nel caso generico. Assumendo che tutti i coefficienti abbiano valore 1 e che le fasi siano tali da massimizzare i limiti su ϵ_L e $\epsilon_R^{u,d}$, si ottiene il grafico di figura (6.1). I valori riportati possono variare per qualche fattore $\mathcal{O}(1)$ una volta assegnati i valori dei coefficienti c_i^α a seconda dello specifico modello scelto.

La piccolezza di $s_R^{u,d}/s_L^{u,d}$ e di $\epsilon_{u,d}/\epsilon_L$ induce a pensare che gli spurioni minimali possano essere sufficienti. Tuttavia piccole deviazioni da 0 degli spurioni non minimali possono spiegare, se necessario, l'asimmetria Δa_{CP} , non giustificabile nel caso minimale. Per far ciò, si può notare dal grafico di sinistra che è necessario assumere che l'angolo s_R^u sia oltre un ordine di grandezza più piccolo del suo corrispettivo s_L^u .

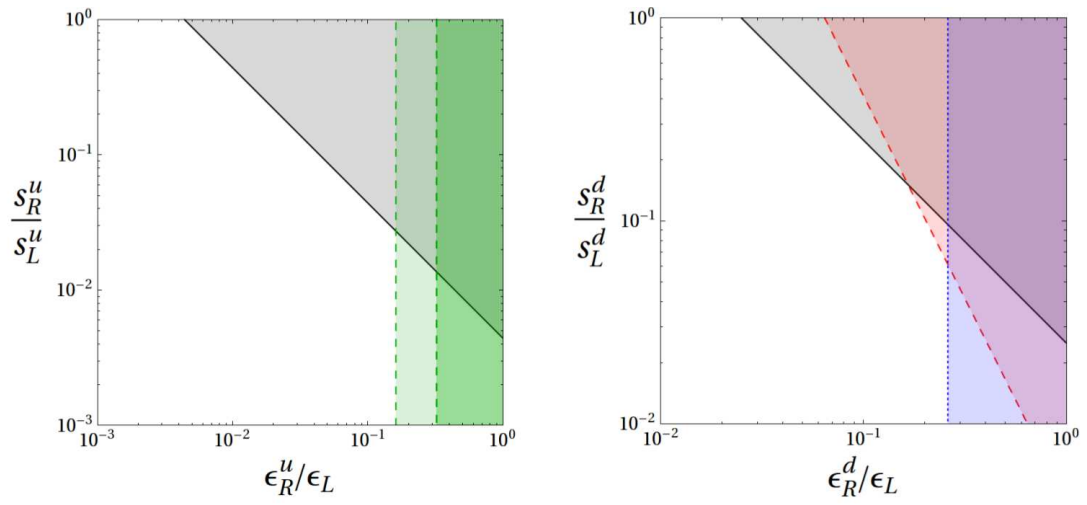


Figura 6.1: Limiti sui parametri di rottura della simmetria $U(2)^3$ nel caso generico [15]. La linea nera continua in entrambi i grafici indica il limite dato dal momento di dipolo elettrico del neutrone (la regione in grigio è sfavorita al 90% C.L.). Nel grafico di sinistra le linee verdi tratteggiate corrispondono al caso in cui i contributi di nuova fisica costituiscono il 50% e il 100% del valore sperimentale di Δa_{CP} . La regione più scura è sfavorita, quella chiara in mezzo rimane accettabile. Nel grafico a destra la linea rossa tratteggiata corrisponde al limite dato da ϵ_K , quella blu a punti corrisponde al limite dato da ϵ' .

Capitolo 7

Conclusioni

In questo lavoro di tesi abbiamo mostrato come fenomeni di nuova fisica alla scala elettrodebole possano essere compatibili con l'ottimo successo della descrizione di Cabibbo, Kobayashi e Maskawa supponendo una simmetria di flavour $U(2)^3$ opportunamente rotta. Abbiamo definito un caso minimale e uno generico, a seconda se si considerano solo un insieme minimale di spurioni che rompono la simmetria o se invece si considerano tutti quelli possibili. Usando un approccio di teoria efficace, abbiamo mostrato come gli operatori efficaci di nuova fisica significativi si possano scrivere nella forma

$$\Delta\mathcal{L} = \sum_i \frac{c_i \xi_i}{\Lambda^2} \mathcal{O}_i + \text{h.c.} \quad (7.1)$$

dove i coefficienti c_i sono di ordine 1 e le ξ_i sono opportune combinazioni delle entrate della matrice CKM.

Nel caso minimale i parametri della matrice CKM sono in corrispondenza con i parametri di rottura della simmetria di flavour, il cui valore è perciò determinato e risulta essere dell'ordine di 10^{-2} , compatibilmente con l'ipotesi che la simmetria sia rotta da parametri piccoli. È inoltre possibile effettuare un fit per i coefficienti c_i nel settore dei quark down usando i limiti provenienti dal mixing e dai decadimenti dei mesoni neutri K e B . Usando la libertà nella ridefinizione delle fasi e fissando $\Lambda = 3 \text{ TeV} \simeq 4\pi v$ si ottengono valori dei moduli dei coefficienti intorno a 1.

Nel caso generico, i nuovi parametri che vengono introdotti non entrano nella matrice CKM, e per questo motivo il loro valore non può essere direttamente determinato. Tuttavia è possibile porre dei limiti su questi parametri usando le informazioni provenienti dall'asimmetria di CP nei mesoni K e D e dal momento di dipolo elettrico del neutrone. In generale il valore dei parametri di rottura della simmetria propri del caso generico devono essere almeno un ordine di grandezza più piccoli di quelli del caso minimale; questo fa sì che

i vincoli ottenuti nel caso minimale rimangano validi anche in questo caso senza modifiche significative.

A differenza del caso minimale, nel caso generico è possibile giustificare la recente misura dell'asimmetria di CP nei decadimenti $D \rightarrow KK, \pi\pi$ in maniera consistente con gli altri limiti, qualora si concludesse che tale asimmetria non è spiegabile nel Modello Standard.

È da ritenere che un progresso teorico nella fisica del sapore possa ottenersi solo osservando qualche deviazione dalla descrizione CKM. A sua volta, la miglior giustificazione affinché questo accada è che la fisica responsabile di tale deviazione sia connessa con la fisica della rottura della simmetria elettrodebole, caratterizzata da una scala di energia $\Lambda \sim 4\pi v \sim 3 \text{ TeV}$. I risultati descritti in questa tesi mostrano che tale connessione è possibile ammettendo l'esistenza di una simmetria di sapore $U(2)^3$ debolmente rotta in modo opportuno e osservata nello spettro. Se questo è vero, gli esperimenti in corso (LHCb, b-factories, misure di $K \rightarrow \pi\nu\bar{\nu}$) dovrebbero avere la sensibilità necessaria a rivelare l'incompletezza della descrizione di Cabibbo, Kobayashi e Maskawa.

Appendice A

Matrici di flavour nel caso minimale

A.1 Forma canonica per gli spurioni

I due bi-doppietti si possono parametrizzare come

$$\Delta Y_u = U_{Q_u}^\dagger \Delta \tilde{Y}_u U_u \quad \text{e} \quad \Delta Y_d = U_{Q_d}^\dagger \Delta \tilde{Y}_d U_d \quad (\text{A.1})$$

mentre il doppietto \mathbf{V} si può scrivere come

$$\mathbf{V} = U_V \begin{pmatrix} 0 \\ \epsilon \end{pmatrix} \quad (\text{A.2})$$

con $\Delta \tilde{Y}_{u,d}$ diagonali con autovalori reali positivi e tutte le matrici $U \in SU(2)$. Facendo una trasformazione $U(2)^3$ si possono mettere nella forma

$$\begin{cases} \mathbf{V} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ \epsilon \end{pmatrix} \\ \Delta Y_u \rightarrow U_{Q_u}^\dagger \Delta \tilde{Y}_u \\ \Delta Y_d \rightarrow U_{Q_d}^\dagger \Delta \tilde{Y}_d \end{cases} \quad (\text{A.3})$$

Le matrici $U_{Q_f}^\dagger$ si possono scrivere in generale come

$$U_{Q_f}^\dagger = \begin{pmatrix} e^{i\phi_f} & \\ & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta_f & \sin \theta_f \\ -\sin \theta_f & \cos \theta_f \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{i\alpha} & \\ & e^{i\beta} \end{pmatrix} \quad (\text{A.4})$$

posso assorbire la matrice di destra in $\Delta \tilde{Y}_f$ e poi rendere questa reale cambiando le fasi a ciascuna componente di \mathbf{u}_R e \mathbf{d}_R separatamente; resta quindi

$$U_{Q_f}^\dagger = \begin{pmatrix} e^{i\phi_f} & \\ & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_f & s_f \\ -s_f & c_f \end{pmatrix}. \quad (\text{A.5})$$

Cambiando la fase della prima componente di \mathbf{q}_L posso mettere a 0 la fase ϕ_u e si ottiene

$$U_{Q_u}^\dagger = \begin{pmatrix} c_u & s_u \\ -s_u & c_u \end{pmatrix} \equiv L_{12}^u \quad (\text{A.6})$$

e

$$U_{Q_d}^\dagger = \begin{pmatrix} e^{i\phi} & \\ & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_d & s_d \\ -s_d & c_d \end{pmatrix} \equiv \Phi_L L_{12}^d. \quad (\text{A.7})$$

In definitiva quindi ho

$$\Delta Y_u = L_{12}^u \Delta \tilde{Y}_u \quad \Delta Y_d = \Phi_L L_{12}^d \Delta \tilde{Y}_d \equiv U_{12}^d \Delta \tilde{Y}_d \quad \mathbf{V} = \begin{pmatrix} 0 \\ \epsilon \end{pmatrix} \quad (\text{A.8})$$

e gli autovalori di $\Delta \tilde{Y}_{u,d}$ sono reali e positivi:

$$\Delta \tilde{Y}_{u,d} = \text{diag}(\epsilon_1^{u,d}, \epsilon_2^{u,d}). \quad (\text{A.9})$$

A.2 Forma matriciale per i termini bilineari

I termini bilineari delle equazioni (2.10-2.13) si possono scrivere in forma matriciale combinando matrici di rotazione e matrici unitarie.

Termine cinetico left Avendo posto c reale

$$\bar{Q}_L \not{D} X_{\text{kin}} Q_L = a \bar{q}_{3L} \not{D} q_{3L} + b \bar{\mathbf{q}}_L \not{D} \mathbf{q}_L + c \left[\bar{q}_{3L} \not{D} (\mathbf{V}^\dagger \mathbf{q}_L) + (\bar{\mathbf{q}}_L \mathbf{V}) \not{D} q_{3L} \right] + d (\bar{\mathbf{q}}_L \mathbf{V}) \not{D} (\mathbf{V}^\dagger \mathbf{q}_L) \quad (\text{A.10})$$

che in forma matriciale diventa

$$\begin{aligned} X_{\text{kin}} &= \left(\frac{b + d \mathbf{V} \mathbf{V}^\dagger}{c \mathbf{V}^\dagger} \middle| \frac{c \mathbf{V}}{a} \right) \\ &= b \mathbb{1} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & d\epsilon^2 & c\epsilon \\ 0 & c\epsilon & a - b \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

che, a patto di ridefinire i coefficienti davanti alle matrici e fermandosi all'ordine ϵ^2 , si può riscrivere come

$$X_{\text{kin}} = A \mathbb{1} + B R_{23} I_{23} R_{23}^T \quad (\text{A.12})$$

con

$$I_{23} = \begin{pmatrix} 0 & & \\ & \mathcal{O}(\epsilon^2) & \\ & & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.13})$$

e R_{23} una rotazione infinitesima nel settore $2 - 3$

$$R_{23} = \left(\frac{1}{\middle|} \begin{array}{cc} c_{23} & s_{23} \\ -s_{23} & c_{23} \end{array} \right) \simeq \left(\frac{1}{\middle|} \begin{array}{cc} 1 & \mathcal{O}(\epsilon) \\ -\mathcal{O}(\epsilon) & 1 \end{array} \right). \quad (\text{A.14})$$

Termini di interazione Facendo gli stessi conti i termini di interazione fanno

$$X_{\text{int}}^\alpha = A^\alpha \mathbb{1} + B^\alpha U_{23}^\alpha I_{23} U_{23}^{\alpha\dagger} \quad (\text{A.15})$$

con

$$U_{23}^\alpha \sim \left(\begin{array}{c|cc} 1 & & \\ \hline & c & se^{i\phi} \\ & -se^{-i\phi} & c \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{c|cc} 1 & & \\ \hline & 1 & \mathcal{O}(\epsilon)e^{i\phi} \\ & -\mathcal{O}(\epsilon)e^{-i\phi} & 1 \end{array} \right). \quad (\text{A.16})$$

Stavolta ho matrici $SU(2)$ anziché matrici di rotazione perché i coefficienti c^α non sono reali.

Termine cinetico right Per gli up

$$\begin{aligned} X_{\text{kin}}^u &= \left(\begin{array}{c|c} b_u & c_u \Delta Y_u^\dagger \mathbf{V} \\ \hline c_u^* \mathbf{V}^\dagger \Delta Y_u & a_u \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c|c} b_u & c_u \Delta \tilde{Y}_u^\dagger (L_{12}^u)^T \mathbf{V} \\ \hline c_u^* \mathbf{V}^\dagger L_{12}^u \Delta \tilde{Y}_u & a_u \end{array} \right) \\ &= b_u \mathbb{1} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & c_u \epsilon \epsilon_1^u s_{12}^u \\ 0 & 0 & c_u \epsilon \epsilon_2^u c_{12}^u \\ c_u^* \epsilon \epsilon_1^u s_{12}^u & c_u^* \epsilon \epsilon_2^u c_{12}^u & a_u - b_u \end{pmatrix} \\ &= A_u \mathbb{1} + B_u T_{23}^u T_{13}^u I_3 (T_{13}^u)^\dagger (T_{23}^u)^\dagger \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

dove

$$I_3 = \begin{pmatrix} 0 & & \\ & 0 & \\ & & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.18})$$

e T_{13}^u, T_{23}^u sono matrici di rotazione di angolo rispettivamente $\mathcal{O}(\epsilon \epsilon_1^u)$ e $\mathcal{O}(\epsilon \epsilon_2^u)$, con una fase complessa. Analogamente per i down

$$\begin{aligned} X_{\text{kin}}^d &= \left(\begin{array}{c|c} b_d & c_d \Delta Y_d^\dagger \mathbf{V} \\ \hline c_d^* \mathbf{V}^\dagger \Delta Y_d & a_d \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c|c} b_d & c_d \Delta \tilde{Y}_d^\dagger (L_{12}^d)^T \mathbf{V} \\ \hline c_d^* \mathbf{V}^\dagger U_{12}^d \Delta \tilde{Y}_d & a_d \end{array} \right) \\ &= b_d \mathbb{1} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & c_d \epsilon \epsilon_1^d s_{12}^d e^{i\varphi_b} \\ 0 & 0 & c_d \epsilon \epsilon_2^d c_{12}^d \\ c_d^* \epsilon \epsilon_1^d s_{12}^d e^{i\varphi_b} & c_d^* \epsilon \epsilon_2^d c_{12}^d & a_d - b_d \end{pmatrix} \\ &= A_d \mathbb{1} + B_d T_{23}^d T_{13}^d I_3 (T_{13}^d)^\dagger (T_{23}^d)^\dagger \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

Yukawa Per gli up

$$Y_u = \lambda_t \left(\frac{\Delta Y_u}{y_t \mathbf{V}^\dagger \Delta Y_u} \middle| \begin{array}{c} x_t \mathbf{V} \\ 1 \end{array} \right) \quad (\text{A.20})$$

$$= \lambda_t \left(\frac{L_{12}^u \Delta \tilde{Y}_u}{y_t \epsilon \epsilon_1^u s_{12}^u \quad y_t \epsilon \epsilon_1^u s_{12}^u} \middle| \begin{array}{c} 0 \\ x_t \epsilon \\ 1 \end{array} \right) \quad (\text{A.21})$$

$$= \lambda_t \left[L_{12}^u \Delta \tilde{Y}_u + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x_t \epsilon \\ y_t \epsilon \epsilon_1^u s_{12}^u & y_t \epsilon \epsilon_1^u s_{12}^u & 1 \end{pmatrix} \right] \quad (\text{A.22})$$

$$= \lambda_t \left[L_{12}^u \Delta \tilde{Y}_u + R_{23}^u I_3 W_{23}^u W_{13}^u \right] \quad (\text{A.23})$$

dove $I_3 = \text{diag}(0, 0, 1)$ e R_{23}^u è una rotazione di angolo $x_t \epsilon$ nel settore 2-3, W_{13}^u, W_{23}^u sono matrici di rotazione di angolo rispettivamente $\mathcal{O}(\epsilon \epsilon_1^u)$ e $\mathcal{O}(\epsilon \epsilon_2^u)$ nei settori 1-3 e 2-3, con una fase complessa. Da ora in avanti indichiamo con $\Delta \tilde{Y}_u$ la matrice estesa a una 3×3 aggiungendo uno 0 in basso a destra; analogamente tutte le matrici di rotazione nel settore 1 – 2 che abbiamo già definito vengono estese allo spazio delle tre famiglie.

In maniera analoga per i down si ottiene

$$Y_d = \lambda_b \left[U_{12}^d \Delta \tilde{Y}_d + U_{23}^d I_3 W_{23}^d W_{13}^d \right] \quad (\text{A.24})$$

dove $U_{12}^d = \Phi_L L_{12}^d$ e U_{23}^d è una matrice $SU(2)$ e non una semplice matrice di rotazione perché x_b è in generale complesso, ed è della forma

$$U_{23}^d \simeq \left(\frac{1}{\begin{array}{cc} 1 & \epsilon |x_b| e^{i\varphi_b} \\ -\epsilon |x_b| e^{i\varphi_b} & 1 \end{array}} \right) \quad (\text{A.25})$$

dove φ_b è la fase di x_b .

Fermandosi all'ordine dominante le espressioni si semplificano:

$$Y_u = \lambda_t \left[L_{12}^u \Delta \tilde{Y}_u + R_{23}^u I_3 \right] \quad (\text{A.26})$$

$$Y_d = \lambda_b \left[U_{12}^d \Delta \tilde{Y}_d + U_{23}^d I_3 \right]. \quad (\text{A.27})$$

Momenti di dipolo Per gli up

$$\mu_u^\beta = \lambda_t \left(\frac{c_u^\beta \Delta Y_u}{e_u^\beta \mathbf{V}^\dagger \Delta Y_u} \middle| \begin{array}{c} b_u^\beta \mathbf{V} \\ a_u^\beta \end{array} \right) \quad (\text{A.28})$$

$$= \lambda_t \left[c_u^\beta L_{12}^u \Delta \tilde{Y}_u + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_u^\beta \epsilon \\ e_u^\beta \epsilon \epsilon_1^u s_{12}^u & e_u^\beta \epsilon \epsilon_1^u s_{12}^u & a_u^\beta \end{pmatrix} \right] \quad (\text{A.29})$$

$$= \lambda_t \left[c_u^\beta L_{12}^u \Delta \tilde{Y}_u + a_u^\beta V_{23}^{u\beta} I_3 W_{23}^{u\beta} W_{13}^{u\beta} \right] \quad (\text{A.30})$$

e analogamente per i down

$$\mu_d^\beta = \lambda_b \left[c_d^\beta U_{12}^d \Delta \tilde{Y}_d + a_d^\beta V_{23}^{d\beta} I_3 W_{23}^{d\beta} W_{13}^{d\beta} \right] \quad (\text{A.31})$$

dove $V_{23}^{u\beta}$ e $V_{23}^{d\beta}$ sono unitarie con elementi fuori diagonale di ordine ϵ e sono della forma

$$\left(\begin{array}{c|cc} 1 & & \\ \hline & 1 & \mathcal{O}(\epsilon)e^{i\phi} \\ & -\mathcal{O}(\epsilon)e^{i\phi} & 1 \end{array} \right) \quad (\text{A.32})$$

mentre $W_{13}^{u\beta}$ e $W_{23}^{u\beta}$ hanno elementi fuori diagonale di ordine $\epsilon\epsilon_1^u$ e $\epsilon\epsilon_2^u$.

A.3 Passaggio alla base fisica

La base fisica è quella in cui i termini cinetici sono diagonali e normalizzati a 1, ossia $X_{\text{kin}} = X_{\text{kin}}^u = X_{\text{kin}}^d = \mathbb{1}$, e i termini di massa sono diagonali.

A.3.1 Forma canonica dei termini cinetici e diagonalizzazione della matrice di massa

Termine cinetico left Come abbiamo visto, questo termine si scrive come

$$\bar{Q}_L \not{D} X_{\text{kin}} Q_L = \bar{Q}_L [A\mathbb{1} + B R_{23} I_{23} R_{23}^T] Q_L. \quad (\text{A.33})$$

Per metterlo in forma canonica occorrono due trasformazioni:

1. trasformare i campi left con $Q'_L \equiv R_{23}^T Q_L$

$$\Rightarrow X_{\text{kin}} = \begin{pmatrix} A & & \\ & A + \mathcal{O}(\epsilon^2) & \\ & & A + B \end{pmatrix} \quad (\text{A.34})$$

2. normalizzare i campi per avere $X_{\text{kin}} = \mathbb{1}$

$$Q''_L \equiv \begin{pmatrix} \sqrt{A} & & \\ & \sqrt{A + \mathcal{O}(\epsilon^2)} & \\ & & \sqrt{A + B} \end{pmatrix} Q'_L. \quad (\text{A.35})$$

Per passare nella base fisica quindi sostituisco

$$Q_L = R_{23} \begin{pmatrix} 1/\sqrt{A} & & \\ & 1/\sqrt{A + \mathcal{O}(\epsilon^2)} & \\ & & 1/\sqrt{A + B} \end{pmatrix} Q''_L \equiv R_{23} \tilde{A}^{-1} Q''_L \quad (\text{A.36})$$

Termini cinetici right I termini cinetici right sono della forma

$$\bar{u}_R \not{D} X_{\text{kin}}^u u_R = \bar{u}_R \left[A_u \mathbb{1} + B_u T_{23}^u T_{13}^u I_3 (T_{13}^u)^\dagger (T_{23}^u)^\dagger \right] u_R \quad (\text{A.37})$$

$$\bar{d}_R \not{D} X_{\text{kin}}^d d_R = \bar{d}_R \left[A_d \mathbb{1} + B_d T_{23}^d T_{13}^d I_3 (T_{13}^d)^\dagger (T_{23}^d)^\dagger \right] d_R. \quad (\text{A.38})$$

Seguendo un procedimento analogo a prima, per metterli in forma canonica occorre sostituire

$$u_R = T_{23}^u T_{13}^u \begin{pmatrix} 1/\sqrt{A_u} & & \\ & 1/\sqrt{A_u} & \\ & & 1/\sqrt{A_u + B_u} \end{pmatrix} u_R'' \equiv T_{23}^u T_{13}^u \tilde{A}_u^{-1} u_R'' \quad (\text{A.39})$$

e

$$d_R = T_{23}^d T_{13}^d \begin{pmatrix} 1/\sqrt{A_d} & & \\ & 1/\sqrt{A_d} & \\ & & 1/\sqrt{A_d + B_d} \end{pmatrix} d_R'' \equiv T_{23}^d T_{13}^d \tilde{A}_d^{-1} d_R'' \quad (\text{A.40})$$

Termine di massa È ora necessario diagonalizzare i termini di Yukawa che danno le masse ai quark. Si può mostrare che le trasformazioni $Q_L \rightarrow Q_L''$, $u_R \rightarrow u_R''$ e $d_R \rightarrow d_R''$, fatte per mettere in forma canonica il termine cinetico, non modificano la forma delle matrici di Yukawa né dei termini di interazione e di dipolo, ma ne ridefiniscono solamente i parametri mantenendone gli ordini di grandezza. Le uniche trasformazioni interessanti per il passaggio alla base fisica sono quindi quelle che diagonalizzano le matrici di Yukawa. A meno di termini di ordine superiore a $\mathcal{O}(\epsilon^2, \epsilon \epsilon_{1,2}^{u,d})$, queste si diagonalizzano facendo

$$\begin{aligned} Y_u &\longrightarrow (L_{12}^u)^T (R_{23}^u)^T Y_u (W_{13}^u)^\dagger (W_{23}^u)^\dagger \\ &= (L_{12}^u)^T (R_{23}^u)^T \lambda_t \left[L_{12}^u \Delta \tilde{Y}_u + R_{23}^u I_3 W_{23}^u W_{13}^u \right] (W_{13}^u)^\dagger (W_{23}^u)^\dagger \\ &\simeq \lambda_t \left[\Delta \tilde{Y}_u + I_3 \right] = \lambda_t \begin{pmatrix} \epsilon_1^u & & \\ & \epsilon_2^u & \\ & & 1 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{A.41})$$

e

$$\begin{aligned} Y_d &\longrightarrow (U_{12}^d)^\dagger (U_{23}^d)^\dagger Y_d (W_{13}^d)^\dagger (W_{23}^d)^\dagger \\ &\simeq \lambda_b \left[\Delta \tilde{Y}_d + I_3 \right] = \lambda_b \begin{pmatrix} \epsilon_1^d & & \\ & \epsilon_2^d & \\ & & 1 \end{pmatrix}; \end{aligned} \quad (\text{A.42})$$

per passare nella base fisica dei quark prendo quindi

$$\bar{u}_L'' Y_u u_R = \bar{u}_L^{\text{phys}} (L_{12}^u)^T (R_{23}^u)^T Y_u (W_{13}^u)^\dagger (W_{23}^u)^\dagger u_R^{\text{phys}} \quad (\text{A.43})$$

cioè

$$\begin{cases} u_L = R_{23}^u L_{12}^u u_L^{\text{phys}} \\ u_L^{\text{phys}} = (L_{12}^u)^T (R_{23}^u)^T u_L \end{cases} \quad \begin{cases} u_R = (W_{13}^u)^\dagger (W_{23}^u)^\dagger u_R^{\text{phys}} \\ u_R^{\text{phys}} = W_{23}^u W_{13}^u u_R \end{cases} \quad (\text{A.44})$$

e analogamente

$$\begin{cases} d_L = U_{23}^d U_{12}^d d_L^{\text{phys}} \\ d_L^{\text{phys}} = (U_{12}^d)^T (U_{23}^d)^T d_L \end{cases} \quad \begin{cases} d_R = (W_{13}^d)^\dagger (W_{23}^d)^\dagger d_R^{\text{phys}} \\ d_R^{\text{phys}} = W_{23}^d W_{13}^d d_R \end{cases} \quad (\text{A.45})$$

A.3.2 Matrice CKM, termini di interazione e momenti di dipolo

Una volta passati nella base fisica, è facile calcolare esplicitamente la matrice CKM e le altre matrici rilevanti effettuando su di esse le rotazioni che abbiamo ottenuto.

Matrice CKM La matrice CKM si ricava scrivendo nella base fisica dei quark sinistrorsi il termine $\bar{u}_L \gamma_\mu d_L$ che accoppia a W^\pm :

$$\begin{aligned} V_{CKM} &= (L_{12}^u)^T (R_{23}^u)^T U_{23}^d U_{12}^d \\ &= \left(\begin{array}{cc|c} c_{12}^u & -s_{12}^u & \\ s_{12}^u & c_{12}^u & \\ \hline & & 1 \end{array} \right) \left(\begin{array}{c|cc} 1 & & \\ \hline & c_{23}^u & -s_{23}^u \\ & s_{23}^u & c_{23}^u \end{array} \right) \times \\ &\quad \times \left(\begin{array}{c|cc} 1 & & \\ \hline & c_{23}^d & s_{23}^d e^{i\varphi_b} \\ & -s_{23}^d e^{-i\varphi_b} & c_{23}^d \end{array} \right) \left(\begin{array}{cc|c} e^{i\phi} & & \\ & 1 & \\ & & 1 \end{array} \right) \left(\begin{array}{cc|c} c_{12}^d & s_{12}^d & \\ -s_{12}^d & c_{12}^d & \\ \hline & & 1 \end{array} \right) \\ &\quad \dots \\ &\simeq \begin{bmatrix} e^{i\phi} c_{12}^u c_{12}^d + s_{12}^u s_{12}^d (c_{23}^u c_{23}^d + e^{-i\varphi_b} s_{23}^u s_{23}^d) \\ e^{i\phi} s_{12}^u c_{12}^d - c_{12}^u s_{12}^d (c_{23}^u c_{23}^d + e^{-i\varphi_b} s_{23}^u s_{23}^d) \\ -s_{12}^d (s_{23}^u c_{23}^d - e^{-i\varphi_b} c_{23}^u s_{23}^d) \\ e^{i\phi} c_{12}^u s_{12}^d - s_{12}^u c_{12}^d (c_{23}^u c_{23}^d + e^{-i\varphi_b} s_{23}^u s_{23}^d) & s_{12}^u (s_{23}^u c_{23}^d - e^{+i\varphi_b} c_{23}^u s_{23}^d) \\ e^{i\phi} s_{12}^u s_{12}^d + c_{12}^u c_{12}^d (c_{23}^u c_{23}^d + e^{-i\varphi_b} s_{23}^u s_{23}^d) & -c_{12}^u (s_{23}^u c_{23}^d - e^{+i\varphi_b} c_{23}^u s_{23}^d) \\ c_{12}^d (s_{23}^u c_{23}^d - e^{-i\varphi_b} c_{23}^u s_{23}^d) & c_{23}^u c_{23}^d + e^{i\varphi_b} s_{23}^u s_{23}^d \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{A.46})$$

V_{CKM} può essere messa in forma più conveniente fermandosi all'ordine dominante:

$$\left(\begin{array}{ccc} e^{i\phi} c_{12}^u c_{12}^d & e^{i\phi} c_{12}^u s_{12}^d - s_{12}^u c_{12}^d & s_{12}^u (s_{23}^u c_{23}^d - e^{i\varphi_b} c_{23}^u s_{23}^d) \\ e^{i\phi} s_{12}^u c_{12}^d - c_{12}^u s_{12}^d & c_{12}^u c_{12}^d & -c_{12}^u (s_{23}^u c_{23}^d - e^{i\varphi_b} c_{23}^u s_{23}^d) \\ -s_{12}^d (s_{23}^u c_{23}^d - e^{-i\varphi_b} c_{23}^u s_{23}^d) & c_{12}^d (s_{23}^u c_{23}^d - e^{-i\varphi_b} c_{23}^u s_{23}^d) & 1 \end{array} \right) \quad (\text{A.47})$$

Se si definiscono $(s_{12}^u c_{12}^d - e^{i\phi} c_{12}^u s_{12}^d) \equiv \lambda e^{i\delta}$ e $(s_{23}^u c_{23}^d - e^{i\varphi_b} c_{23}^u s_{23}^d) \equiv s e^{i\alpha}$ questa diventa

$$\left(\begin{array}{ccc} e^{i\phi} c_{12}^u c_{12}^d & -\lambda e^{i\delta} & s_{12}^u s e^{i\alpha} \\ e^{i\phi} \lambda e^{-i\delta} & c_{12}^u c_{12}^d & -c_{12}^u s e^{i\alpha} \\ -s_{12}^d s e^{-i\alpha} & c_{12}^d s e^{-i\alpha} & 1 \end{array} \right) \quad (\text{A.48})$$

Per metterla in forma standard faccio

$$\begin{aligned}
& (\bar{u}_L \bar{c}_L \bar{t}_L) \begin{pmatrix} e^{i\phi} c_{12}^u c_{12}^d & -\lambda e^{i\delta} & s_{12}^u s \\ e^{i\phi} \lambda e^{-i\delta} & c_{12}^u c_{12}^d & -c_{12}^u s \\ -s_{12}^d s & c_{12}^d s & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_L \\ s_L \\ b_L \end{pmatrix} \\
&= (\bar{u}_L \bar{c}_L \bar{t}_L) \begin{pmatrix} e^{i\delta} & & \\ & -1 & \\ & & e^{i\alpha} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-i\delta} & & \\ & -1 & \\ & & e^{-i\alpha} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{i\phi} c_{12}^u c_{12}^d & -\lambda e^{i\delta} & s_{12}^u s \\ e^{i\phi} \lambda e^{-i\delta} & c_{12}^u c_{12}^d & -c_{12}^u s \\ -s_{12}^d s & c_{12}^d s & 1 \end{pmatrix} \times \\
&\quad \times \begin{pmatrix} e^{i(\delta-\phi)} & & \\ & -1 & \\ & & e^{i\alpha} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-i(\delta-\phi)} & & \\ & -1 & \\ & & e^{-i\alpha} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_L \\ s_L \\ b_L \end{pmatrix} \\
&= (\bar{u}'_L \bar{c}'_L \bar{t}'_L) \begin{pmatrix} c_{12}^u c_{12}^d & \lambda & s_{12}^u s e^{-i\delta} \\ -\lambda & c_{12}^u c_{12}^d & c_{12}^u s \\ s_{12}^d s e^{i(\delta-\phi)} & -c_{12}^d s & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d'_L \\ s'_L \\ b'_L \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{A.49}$$

Termini di interazione

$$\bar{u}_L \gamma_\mu X_{\text{int}}^\alpha u_L = \bar{u}_L^{\text{phys}} \gamma_\mu (R_L^u)^T X_{\text{int}}^\alpha R_L^u u_L \tag{A.50}$$

quindi

$$\begin{aligned}
X_{\text{int}}^\alpha &\longrightarrow (R_L^u)^T X_{\text{int}}^\alpha R_L^u \\
&= (L_{12}^u)^T (R_{23}^u)^T \left[A^\alpha \mathbb{1} + B^\alpha U_{23}^\alpha I_{23} U_{23}^{\alpha\dagger} \right] R_{23}^u L_{12}^u \\
&= A^\alpha \mathbb{1} + B^\alpha (L_{12}^u)^T (R_{23}^u)^T U_{23}^\alpha I_{23} U_{23}^{\alpha\dagger} R_{23}^u L_{12}^u
\end{aligned} \tag{A.51}$$

Chiamo $(R_{23}^u)^T U_{23}^\alpha \equiv U_{23}^{u\alpha} \in SU(2)$

$$\implies X_{\text{int}}^{u\alpha} = A^\alpha \mathbb{1} + B^\alpha (L_{12}^u)^T U_{23}^{u\alpha} I_{23} (U_{23}^{u\alpha})^\dagger L_{12}^u. \tag{A.52}$$

Analogamente

$$X_{\text{int}}^{d\alpha} = A^\alpha \mathbb{1} + B^\alpha (U_{12}^d)^\dagger U_{23}^{d\alpha} I_{23} (U_{23}^{d\alpha})^\dagger U_{12}^d \tag{A.53}$$

con $U_{23}^{d\alpha} \equiv (U_{23}^d)^\dagger U_{23}^\alpha$.

È importante notare che la matrice CKM e quelle di interazione $X_{\text{int}}^{u,d\alpha}$ dipendono solamente da rotazioni sui quark sinistrorsi, e nei loro termini appare solamente ϵ che viene dallo spurione V .

Momenti di dipolo

$$\bar{u}_L \sigma_{\mu\nu} \mu_u^\beta u_R = \bar{u}_L^{\text{phys}} \sigma_{\mu\nu} (R_L^u)^T \mu_u^\beta (W_{13}^u)^\dagger (W_{23}^u)^\dagger u_R^{\text{phys}} \tag{A.54}$$

quindi

$$\mu_u^\beta \longrightarrow (L_{12}^u)^T (R_{23}^u)^T \lambda_t \left[c_u^\beta L_{12}^u \Delta \tilde{Y}_u + a_u^\beta V_{23}^{u\beta} I_3 W_{23}^{u\beta} W_{13}^{u\beta} \right] (W_{13}^u)^\dagger (W_{23}^u)^\dagger \tag{A.55}$$

Le rotazioni a destra sul primo termine danno contributi di ordine $\mathcal{O}(\epsilon^2 \epsilon_{1,2}^u)$ che sono trascurabili, mentre sul secondo termine sono una semplice ridefinizione delle matrici $W_{23}^{u\beta} W_{13}^{u\beta}$, quindi

$$\mu_u^\beta \simeq (L_{12}^u)^T (R_{23}^u)^T \lambda_t \left[c_u^\beta L_{12}^u \Delta \tilde{Y}_u + a_u^\beta V_{23}^{u\beta} I_3 W_{23}^{u\beta} W_{13}^{u\beta} \right] \quad (\text{A.56})$$

Le rotazioni a sinistra sul primo termine danno

$$(L_{12}^u)^T (R_{23}^u)^T L_{12}^u \Delta \tilde{Y}_u \simeq \Delta \tilde{Y}_u + (\text{termini della forma del secondo addendo}) \quad (\text{A.57})$$

Quindi a meno di ridefinire le matrici del secondo termine e chiamando $(R_{23}^u)^T V_{23}^{u\beta} \equiv U_{\mu 23}^{u\beta}$ si ottiene

$$\mu_u^\beta = \lambda_t \left[c_u^\beta \Delta \tilde{Y}_u + a_u^\beta (L_{12}^u)^T U_{\mu 23}^{u\beta} I_3 W_{23}^{u\beta} W_{13}^{u\beta} \right]. \quad (\text{A.58})$$

Analogamente

$$\mu_d^\beta = \lambda_b \left[c_d^\beta \Delta \tilde{Y}_d + a_d^\beta (U_{12}^d)^\dagger U_{\mu 23}^{d\beta} I_3 W_{23}^{d\beta} W_{13}^{d\beta} \right]. \quad (\text{A.59})$$

A.4 Forma esplicita delle matrici

Le entrate delle matrici X_{int}^α , μ_{int}^β in funzione delle entrate della matrice CKM possono essere scritte come:

$$X_{12}^{uL} = c_D \zeta_{uc} \quad (\text{A.60})$$

$$X_{13}^{uL} = c_t e^{i\phi_t} \zeta_{ut} \quad (\text{A.61})$$

$$X_{23}^{uL} = c_t e^{i\phi_t} \zeta_{ct} \quad (\text{A.62})$$

$$X_{12}^{dL} = c_K \xi_{ds} \quad (\text{A.63})$$

$$X_{13}^{dL} = c_B e^{i\phi_B} \xi_{db} \quad (\text{A.64})$$

$$X_{23}^{dL} = c_B e^{i\phi_B} \xi_{sb} \quad (\text{A.65})$$

$$\mu_{11}^{u\beta} = \frac{m_u}{m_t} \tilde{c}_u^\beta e^{i\tilde{\phi}_u^\beta} \quad (\text{A.66})$$

$$\mu_{22}^{u\beta} = \frac{m_c}{m_t} \tilde{c}_u^\beta e^{i\tilde{\phi}_u^\beta} \quad (\text{A.67})$$

$$\mu_{33}^{u\beta} = a_t e^{i\alpha_t} \quad (\text{A.68})$$

$$\mu_{12}^{u\beta} = c_\beta^D e^{i\phi_\beta^D} \frac{m_c}{m_t} \zeta_{uc} \quad (\text{A.69})$$

$$\mu_{13}^{u\beta} = c_t^\beta e^{i\alpha_t} \zeta_{ut} \quad (\text{A.70})$$

$$\mu_{23}^{u\beta} = c_t^\beta e^{i\alpha_t} \zeta_{ct} \quad (\text{A.71})$$

$$\mu_{21}^{u\beta} = c_{u\beta}^{21} e^{i\phi_{u\beta}^{21}} \frac{m_c}{m_t} \zeta_{uc}^* \quad (\text{A.72})$$

$$\mu_{31}^{u\beta} = c_{u\beta}^{31} e^{i(\phi_{u\beta}^{21} - \alpha_t)} \frac{m_u}{m_t} \zeta_{ut}^* \quad (\text{A.73})$$

$$\mu_{32}^{u\beta} = c_{u\beta}^{13} e^{i(\phi_{u\beta}^{31} - \alpha_t)} \frac{m_c}{m_t} \zeta_{ct}^* \quad (\text{A.74})$$

$$\mu_{11}^{d\beta} = \lambda_b \frac{m_d}{m_b} \tilde{c}_d^\beta e^{i\tilde{\phi}_d^\beta} \quad (\text{A.75})$$

$$\mu_{22}^{d\beta} = \lambda_b \frac{m_s}{m_b} \tilde{c}_d^\beta e^{i\tilde{\phi}_d^\beta} \quad (\text{A.76})$$

$$\mu_{33}^{d\beta} = \lambda_b a_b e^{i\alpha_b} \quad (\text{A.77})$$

$$\mu_{12}^{d\beta} = c_{d\beta}^{12} e^{i\phi_{d\beta}^{12}} \frac{m_s}{m_b} \xi_{sb} \quad (\text{A.78})$$

$$\mu_{13}^{d\beta} = \lambda_b c_B^\beta e^{i\alpha_B} \xi_{db} \quad (\text{A.79})$$

$$\mu_{23}^{d\beta} = \lambda_b c_B^\beta e^{i\alpha_B} \xi_{sb} \quad (\text{A.80})$$

$$\mu_{21}^{d\beta} = c_{d\beta}^{21} e^{i\phi_{d\beta}^{21}} \frac{m_d}{m_b} \xi_{ds}^* \quad (\text{A.81})$$

$$\mu_{31}^{d\beta} = c_{d\beta}^{31} e^{i(\phi_{d\beta}^{21} - \alpha_B)} \frac{m_d}{m_b} \xi_{db}^* \quad (\text{A.82})$$

$$\mu_{32}^{d\beta} = c_{d\beta}^{13} e^{i(\phi_{d\beta}^{12} - \alpha_B)} \frac{m_s}{m_b} \xi_{sb}^* \quad (\text{A.83})$$

Appendice B

Matrici di flavour nel caso generico

In questa appendice elenchiamo i risultati per le matrici $X_{\text{int}}^\alpha, \mu^\beta$ nel caso generico.

Termini chirality conserving X_{int}^α :

$$X_{\text{int}}^{uL\alpha} = A_{uL}^\alpha \mathbb{1} + B_{uL}^\alpha (L_{12}^u)^T U_{23}^{u\alpha} I_{23}^L (U_{23}^{u\alpha})^\dagger L_{12}^u \quad (\text{B.1})$$

$$X_{\text{int}}^{dL\alpha} = A_{dL}^\alpha \mathbb{1} + B_{dL}^\alpha (U_{12}^d)^T U_{23}^{d\alpha} I_{23}^L (U_{23}^{d\alpha})^\dagger U_{12}^d \quad (\text{B.2})$$

$$X_{\text{int}}^{uR\alpha} = A_{uR}^\alpha \mathbb{1} + B_{uR}^\alpha (V_{12}^u)^\dagger V_{23}^{u\alpha} I_{23}^{uR} (V_{23}^{u\alpha})^\dagger V_{12}^u \quad (\text{B.3})$$

$$X_{\text{int}}^{dR\alpha} = A_{dR}^\alpha \mathbb{1} + B_{dR}^\alpha (V_{12}^d)^\dagger V_{23}^{d\alpha} I_{23}^{dR} (V_{23}^{d\alpha})^\dagger V_{12}^d \quad (\text{B.4})$$

Termini chirality breaking μ^β :

$$\mu_u^\beta = \lambda_t \left[a_u^\beta (L_{12}^u)^T U_{\mu 23}^{u\beta} I_3 V_{\mu 23}^{u\beta} V_{12}^u + c_u^\beta \Delta \tilde{Y}_u \right] \quad (\text{B.5})$$

$$\mu_d^\beta = \lambda_b \left[a_d^\beta (U_{12}^d)^\dagger U_{\mu 23}^{d\beta} I_3 V_{\mu 23}^{d\beta} V_{12}^d + c_d^\beta \Delta \tilde{Y}_d \right] \quad (\text{B.6})$$

B.1 Forma esplicita delle matrici

Le entrate delle matrici $X_{\text{int}}^\alpha, \mu_{\text{int}}^\beta$ in funzione delle entrate della matrice CKM possono essere scritte come:

$$X_{12}^{uL} = c_D \zeta_{uc} \quad (\text{B.7})$$

$$X_{13}^{uL} = c_t e^{i\phi_t} \zeta_{ut} \quad (\text{B.8})$$

$$X_{23}^{uL} = c_t e^{i\phi_t} \zeta_{ct} \quad (\text{B.9})$$

$$X_{12}^{uR} = \tilde{c}_D e^{i(\phi_1^u - \phi_2^u)} \zeta_{uc} \frac{s_{uR}}{s_u} \frac{\epsilon_u^2}{\epsilon^2} \quad (\text{B.10})$$

$$X_{13}^{uR} = \tilde{c}_t e^{i(\tilde{\phi}_t + \phi_1^u)} \zeta_{ut} \frac{s_{uR}}{s_u} \frac{\epsilon_u}{\epsilon} \quad (\text{B.11})$$

$$X_{23}^{uR} = \tilde{c}_t e^{i(\tilde{\phi}_t + \phi_2^u)} \zeta_{ct} \frac{\epsilon_u}{\epsilon} \quad (\text{B.12})$$

$$X_{12}^{dL} = c_K \xi_{ds} \quad (\text{B.13})$$

$$X_{13}^{dL} = c_B e^{i\phi_B} \xi_{db} \quad (\text{B.14})$$

$$X_{23}^{dL} = c_B e^{i\phi_B} \xi_{sb} \quad (\text{B.15})$$

$$X_{12}^{dR} = \tilde{c}_K e^{i(\phi_1^d - \phi_2^d)} \xi_{ds} \frac{s_{dR}}{s_d} \frac{\epsilon_d^2}{\epsilon^2} \quad (\text{B.16})$$

$$X_{13}^{dR} = \tilde{c}_B e^{i(\tilde{\phi}_B + \phi_1^d)} \xi_{db} \frac{s_{dR}}{s_d} \frac{\epsilon_d}{\epsilon} \quad (\text{B.17})$$

$$X_{23}^{dR} = \tilde{c}_B e^{i(\tilde{\phi}_B + \phi_2^d)} \xi_{sb} \frac{\epsilon_d}{\epsilon} \quad (\text{B.18})$$

$$\mu_{11}^{u\beta} = c_D^\beta e^{i(\phi_D^\beta - \phi_1^u)} \zeta_{uu} \frac{s_{uR}}{s_u} \frac{\epsilon_u}{\epsilon} \quad (\text{B.19})$$

$$\mu_{22}^{u\beta} = c_D^\beta e^{i(\phi_D^\beta - \phi_2^u)} \zeta_{cc} \frac{\epsilon_u}{\epsilon} \quad (\text{B.20})$$

$$\mu_{33}^{u\beta} = a_t e^{i\alpha_t} \quad (\text{B.21})$$

$$\mu_{12}^{u\beta} = c_D^\beta e^{i(\phi_D^\beta - \phi_2^u)} \zeta_{uc} \frac{\epsilon_u}{\epsilon} \quad (\text{B.22})$$

$$\mu_{13}^{u\beta} = c_t^\beta e^{i\alpha_t} \zeta_{ut} \quad (\text{B.23})$$

$$\mu_{23}^{u\beta} = c_t^\beta e^{i\alpha_t} \zeta_{ct} \quad (\text{B.24})$$

$$\mu_{21}^{u\beta} = c_D^\beta e^{i(\phi_D^\beta - \phi_1^u)} \zeta_{uc}^* \frac{s_{uR}}{s_u} \frac{\epsilon_u}{\epsilon} \quad (\text{B.25})$$

$$\mu_{31}^{u\beta} = \tilde{c}_t^\beta e^{i(\tilde{\phi}_t^\beta - \phi_1^u)} \zeta_{ut}^* \frac{s_{uR}}{s_u} \frac{\epsilon_u}{\epsilon} \quad (\text{B.26})$$

$$\mu_{32}^{u\beta} = \tilde{c}_t^\beta e^{i(\tilde{\phi}_t^\beta - \phi_2^u)} \zeta_{ct}^* \frac{\epsilon_u}{\epsilon} \quad (\text{B.27})$$

$$\mu_{11}^{d\beta} = \lambda_b c_K^\beta e^{i(\phi_K^\beta - \phi_1^d)} \xi_{dd} \frac{s_{dR}}{s_d} \frac{\epsilon_d}{\epsilon} \quad (\text{B.28})$$

$$\mu_{22}^{d\beta} = \lambda_b c_K^\beta e^{i(\phi_K^\beta - \phi_2^d)} \xi_{ss} \frac{\epsilon_d}{\epsilon} \quad (\text{B.29})$$

$$\mu_{33}^{d\beta} = \lambda_b a_t b^{i\alpha_b} \quad (\text{B.30})$$

$$\mu_{12}^{d\beta} = \lambda_b c_K^\beta e^{i(\phi_K^\beta - \phi_2^d)} \xi_{ds} \frac{\epsilon_d}{\epsilon} \quad (\text{B.31})$$

$$\mu_{13}^{d\beta} = \lambda_b c_B^\beta e^{i\alpha_B} \xi_{db} \quad (\text{B.32})$$

$$\mu_{23}^{d\beta} = \lambda_b c_B^\beta e^{i\alpha_B} \xi_{sb} \quad (\text{B.33})$$

$$\mu_{21}^{d\beta} = \lambda_b c_K^\beta e^{i(\phi_K^\beta - \phi_1^d)} \xi_{ds}^* \frac{s_{dR}}{s_d} \frac{\epsilon_d}{\epsilon} \quad (\text{B.34})$$

$$\mu_{31}^{d\beta} = \lambda_b \tilde{c}_B^\beta e^{i(\tilde{\phi}_B^\beta - \phi_1^d)} \xi_{db}^* \frac{s_{dR}}{s_d} \frac{\epsilon_d}{\epsilon} \quad (\text{B.35})$$

$$\mu_{32}^{d\beta} = \lambda_b \tilde{c}_B^\beta e^{i(\tilde{\phi}_B^\beta - \phi_2^d)} \xi_{sb}^* \frac{\epsilon_d}{\epsilon} \quad (\text{B.36})$$

Bibliografia

- [1] CMS Collaboration, *Observation of a new boson at a mass of 125 GeV with the CMS experiment at the LHC*, Phys.Lett. B716 (2012) 30-61 arXiv:1207.7235 [hep-ex]
- [2] ATLAS Collaboration, *Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC*, Phys.Lett. B716 (2012) 1-29 arXiv:1207.7214 [hep-ex]
- [3] J. Beringer et al. (Particle Data Group), *The Review of Particle Physics* Phys. Rev. D86, 010001 (2012)
- [4] S. Glashow, *Partial Symmetries of Weak Interactions*, Nucl. Phys. 22 (1961), 579-588.
- [5] S. Weinberg, *A Model of Leptons*, Phys. Rev. Lett. 19 (1967) 1264-1266
- [6] N. Cabibbo, *Unitary Symmetry and Leptonic Decays*, Phys. Rev. Lett. 10 (1963) 531-533
- [7] M. Kobayashi, T. Maskawa, *CP Violation in the Renormalizable Theory of Weak Interaction*, Prog. Theor. Phys. 49 (1973) 652-657
- [8] L. Wolfenstein, *Parametrization of the Kobayashi-Maskawa Matrix*, Phys. Rev. Lett. 51 (1983), 1945-1947
- [9] J. Einasto, *Dark Matter*, arXiv:0901.0632v2 [astro-ph.CO]
- [10] A. Strumia, F. Vissani, *Neutrino Masses and Mixings and...*, arXiv:hep-ph/0606054v3 [hep-ph]
- [11] G. Isidori, Y. Nir, G. Perez, *Flavor Physics Constraints for Physics beyond the Standard Model*, arXiv:1002.0900v2 [hep-ph]
- [12] R. Barbieri, G. Isidori, J. Joel-Pérez, P. Lodone, D. M. Straub, *$U(2)$ and Minimal Flavour Violation in Supersymmetry*, Eur. Phys. J. C71 (2011), 1725, arXiv:1105.2296 [hep-ph]
- [13] R. Barbieri, P. Campli, G. Isidori, F. Sala, D. M. Straub, *B -decay CP asymmetries in SUSY with a $U(2)^3$ flavour symmetry*, Eur. Phys. J. C71 (2011) 1812, arXiv:1108.2818 [hep-ph]

- [14] R. Barbieri, D. Buttazzo, F. Sala, D. M. Straub, *Flavour physics from an approximate $U(2)^3$ symmetry*, arXiv:1203.4218 [hep-ph]
- [15] R. Barbieri, D. Buttazzo, F. Sala, D. M. Straub, *Less Minimal Flavour Violation*, arXiv:1206.1327 [hep-ph]
- [16] J. H. Christenson, J. W. Cronin, V. L. Fitch, R. Turlay, *Evidence for the 2π decay of the K_2^0 meson*, Phys. Rev. Lett. 13, 138-140 (1964)
- [17] Y. Amhis *et al.* [Heavy Flavor Averaging Group], *Averages of b -hadron, c -hadron, and tau-lepton properties as of early 2012*, arXiv:1207.1158 [hep-ex]
- [18] T. Higuchi *et al.* [Belle Collaboration], *Search for Time-Dependent CPT Violation in Hadronic and Semileptonic B Decays*, Phys. Rev. D 85, 071105(R) (2012), arXiv:1203.0930 [hep-ex]
- [19] Y. Nir, *CP Violation in Meson Decays*, arXiv:hep-ph/0510413v1 [Lectures given at the “Third CERN-CLAF School on High Energy Physics (Malargüe, Argentina, 1992) and at the Les Houches Summer School (Session LXXXIV) on “Particle Physics Beyond the Standard Model“ (Les Houches, France, 2005)]
- [20] Y. Nir, *CP Violation*, SLAC-PUB-5874 [Lectures given at 20th Annual SLAC Summer Institute on Particle Physics (Stanford, CA, 1992)]
- [21] H. Burkhardt *et al.* [NA31 collaboration], *First evidence for direct CP violation*, Phys. Lett. B 206, 169 (1988)
- [22] M. S. Sozzi, *Discrete Symmetries and CP Violation: From Experiment to Theory*, Oxford University Press, 2008
- [23] B. Aubert *et al.* [BaBar collaboration], *Evidence for $D^0 - \bar{D}^0$ mixing*, Phys. Rev. Lett. 98 (2007) 211802, arXiv:hep-ex/0703020
- [24] M. Starič *et al.* [Belle collaboration], *Evidence for $D^0 - \bar{D}^0$ mixing*, Phys. Rev. Lett. 98 (2007) 211803, arXiv:hep-ex/0703036
- [25] R. Aaij *et al.* [LHCb collaboration], *Evidence for CP violation in time-integrated $D^0 \rightarrow h^- h^+$ decay rates*, Phys. Rev. Lett. 108 (2012) 111602 arXiv:1112.0938
- [26] CDF collaboration, *Improved measurement of the difference between time-integrated CP -asymmetries in $D^0 \rightarrow K^+ K^-$ and $D^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$ decays at CDF*, CDF Note 10784
- [27] B. Aubert *et al.* [BaBar collaboration], *Search for CP Violation in the Decays $D^0 \rightarrow K^- K^+$ and $D^0 \rightarrow \pi^- \pi^+$* , Phys. Rev. Lett. 100, 061803 (2008), arXiv:0709.2715

- [28] M. Starič *et al.* [Belle collaboration], *Measurement of CP asymmetry in Cabibbo suppressed D^0 decays*, Phys. Lett. B 670 (2008), arXiv:0807.0148
- [29] G. Isidori, J. F. Kamenik, Z. Ligeti, G. Perez, *Implications of the LHCb Evidence for Charm CP Violation*, arXiv:1111.4987 [hep-ph]
- [30] W. Altmannshofer, P. Paradisi, D. Straub, *Model-independent constraints on new physics in $b \rightarrow s$ transitions*, arXiv:1111.1257 [hep-ph]
- [31] M. Pospelov, A. Ritz, *Neutron EDM from Electric and Chromoelectric Dipole Moments of Quarks*, Phys. Rev. D 63 (2001) 073015, arXiv:hep-ph/0010037
- [32] D. Asner *et al.* [Heavy Flavour Averaging Group], *Averages of b -hadron, c -hadron, and tau-lepton Properties*, arXiv:1010.1589[hep-ex]
- [33] J. F. Kamenik, M. Papucci, A. Weiler, *Constraining the dipole moments of the top quark*, Phys. Rev. D 85, 071501(R) (2012) arXiv:1107.3143 [hep-ph]