

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

IINR- D1,2-86-668

Труды  
**VIII** Международного семинара  
по проблемам физики высоких энергий

(19-24 июня 1986 г., Дубна)

Том I

**Proceedings**  
**of the VIII International Seminar**  
**on High Energy Physics Problems**

(June 19-24, 1986, Dubna)

Volume I

Дубна 1987

100-111111  
100-111111  
100-111111

JINR-D--1, 2-

86-668 (V.1)

## Оргкомитет

Председатель Оргкомитета  
Ученый секретарь  
Члены Оргкомитета

А.М.Балдин  
В.В.Буров  
Н.П.Зотов  
А.Д.Коваленко  
В.К.Лукьянов  
А.В.Радюшкин  
М.И.Соловьев  
В.С.Ставинский  
Н.П.Терехин  
А.И.Титов

Главными темами семинара, проходившего в Дубне с 19 по 24 июня 1986 г., были вопросы феноменологического описания хромодинамики больших расстояний /мешки, струны, эффективные лагранжианы, мультикварковые системы, скрытый цвет и т.д./, влияния кварковых степеней свободы на свойства ядер и ядерных реакций, исследования структурных функций ядер и коллективных эффектов в ядро-ядерных столкновениях.

На предыдущих семинарах неоднократно подчеркивалось, что асимптотическая область столкновений ядро-ядро начинается довольно рано - при энергии  $/3,5 - 4/A \cdot \text{ГэВ}$ . В области энергий ядер выше этой границы до последнего времени велись работы только на дубненском синхрофазотроне. В ближайшее время ожидается начало активных экспериментальных исследований в пучках ядер с энергией до  $12 A \cdot \text{ГэВ}$  /Брукхейвен/ и  $200 A \cdot \text{ГэВ}$  /ЦЕРН/. В этой связи в программе VIII семинара заметное место уделено процессам множественного рождения частиц в релятивистских ядерных столкновениях, возможностям обнаружения и исследования кварк-глюонной плазмы. Автомодельность этих процессов в пространстве относительных скоростей, принцип ослабления корреляций и универсальность четырехмерных струй свидетельствуют о том, что деконфайнмент кварков и преобладающая роль цветных степеней свободы активно проявляются уже при энергии ядер  $/3,5 - 4/A \cdot \text{ГэВ}$ . Не исключено, что при энергиях ядер до  $200 A \cdot \text{ГэВ}$  будут обнаружены те же закономерности множественного рождения частиц в ядро-ядерных взаимодействиях, что и обсуждавшиеся на предыдущих семинарах этой серии. По этим темам прошли интересные дискуссии.

В работе семинара приняли участие более 200 ученых, представляющих 65 научных центров из 15 стран /СССР, НРФ, ГДР, ПНР, ЧССР, ВНР, МНР, СРР, КНДР, Швеции, Канады, Франции, США, ФРГ, Японии/. 97 участников было из ОИЯИ, 109 - из СССР /Алма-Аты, Владивостока, Гомеля, Гатчины, Душанбе, Еревана, Киева, Ленинграда, Минска, Москвы, Новосибирска, Серпухова, Сухуми, Ташкента, Тбилиси, Томска, Харькова, Фрунзе/, 26 - из стран-участниц ОИЯИ и 15 - из других стран. Было заслушано и обсуждено более 100 докладов и сообщений, большинство из которых публикуется в Трудах семинара.

Надеемся, что предлагаемый сборник с достаточной полнотой отразит научную проблематику семинара.

Оргкомитет

# СОДЕРЖАНИЕ

Вступительное слово .....	7
V.A.Andrianov, V.Yu.Novozhilov Effective Meson Lagrangians from QCD and Skyrmeion .....	13
Н.Б.Скачков, О.Ю.Шевченко Новый подход к проблеме квантования калибровочных полей .....	21
D.Ebert, H.Reinhardt Extended Skyrme Model and Wess-Zumino Terms from Quark Flavour Dynamics .....	35
Г.В.Ефимов, М.А.Иванов КХД, конфайнмент и низкоэнергетическая физика адронов .....	51
М.К.Волков Массы составляющих кварков, векторных и псевдоскалярных мезонов в кварковой модели сверхпроводящего типа .....	63
N.Ilieva, V.Pervushin Minimal Quantization of Gauge Theories .....	69
В.А.Николаев Ротационные и вибрационные состояния в SU(2)-модели Скирма .....	78
T.Otofuji et al. Modified Skyrme Model and Baryon-Baryon Interaction .....	89
М.М.Мусаханов, Р.К.Чоудхури Nucleon-Soliton Chiral Bag? .....	105
Г.Г.Бунатян Исследование модели кирального мешка /CBM/ в ядерном веществе .....	115
H.Schröder, W.Pfeil, H.Rollnik Towards Relativistic Electromagnetic Baryon Couplings Motivated by QCD .....	120
С.Б.Герасимов, А.Б.Говорков Проблема радиальных возбуждений легких мезонов и интерпретация йота-мезона .....	143

E.V.Shuryak, O.V.Zhirov Sum Rules for Heavy Quarkonia without Operator Expansion .....	152
И.М.Дремин Топоний .....	152
И.Н.Ачасов Проблема экзотических мезонов .....	151
В.Н.Байер, Ю.Ф.Пинелис Тяжелый кварконий как пробник КХД-вакуума и адронной структуры ....	182
H.J.Weber E2/M1 Ratio of Electromagnetic $N \leftrightarrow \Delta(1232)$ Transitions as a Measure of Tensor Forces between Quarks .....	192
В.В.Киселев, А.К.Лиходед Редкие процессы в адронном образовании тяжелых кварков ...	209
Б.Н.Барц, А.Е.Инопин, Е.В.Инопин Самосогласованная кварковая модель нестранных барионов .....	210
А.А.Квицинский и др. Пионные степени свободы в нерелятивистской кварковой модели .....	212
А.М.Задорожный, В.К.Митрюшкин Функции распределения параметра порядка и температурных фазовых переходах на решетке .....	222
О.А.Могилевский Фазовый переход деконфайнмента вблизи континуального предела на решеточной КХД .....	222
Х.М.Бештоев Группы внутренней симметрии и их реализация в пространстве Минковского .....	222
В.К.Бондарев и др. Новые экспериментальные данные по кумулятивному рождению частиц релятивистскими ядрами .....	233
И.М.Беляев и др. Отношение выходов кумулятивных пионов разного знака в протон-ядерных взаимодействиях при высоких энергиях .....	252
Г.А.Лексин Новые данные о глубоконеупругих ядерных реакциях и некоторые аспекты их анализа .....	259

С.В.Бояринов и др.	
Рождение высокоэнергичных кумулятивных адронов в протон-ядерных взаимодействиях .....	68
А.Б.Курепин, В.С.Пантуев	
Инклюзивные спектры каонов и пионов, образованных при столкновении релятивистских ядер .....	273
К.В.Алаканян и др.	
Корреляции в фотообразовании кумулятивных протонов .....	279
Ю.Д.Баяков и др.	
Корреляции кумулятивных протонов в адрон-ядерных взаимодействиях .....	286
В.В.Глаголев и др.	
Азимутальные корреляции во взаимодействиях протонов с легкими ядрами .....	293
A.M.Baldin et al.	
Four-Dimensional Jets as Universal Characteristics of Multiple Particle Production in Soft and Hard Interactions ....	302
И.И.Бажанский и др.	
Кумулятивные, глубоконеупругие процессы и кварковая структура ядер .....	318
M.A.Braun, V.V.Vechernin	
Production of Deuterons in hA Collisions at High Energies in the Target Fragmentation Region .....	326
Л.С.Ажгирей и др.	
Спектры протонов от фрагментации дейтронов с импульсом 9 ГэВ/с на ядрах водорода, дейтерия и углерода и структурная функция дейтрона .....	334
С.А.Запорожец и др.	
Изучение структуры легких ядер на малых расстояниях в опытах по фрагментации поляризованных и неполяризованных дейтронов и $^3\text{He}$ ....	341
J.M.Laget	
Correlations and Very Inelastic Electronuclear Reactions .....	350
В.В.Буров и др.	
Формфакторы и кварковая структура легчайших ядер .....	352
В.Е.Трицкий, С.В.Трубников, В.А.Романов	
Электромагнитная структура некоторых составных адронных систем ....	364

С.И.Нагорный и др.	
Релятивистская теория фоторасщепления дейтрона: калибровочная инвариантность и мезонные обменные токи .....	371
E.W.Schmid	
The Off-Shell Property of the NN-Interaction in the Six-Quark Resonating Group Model .....	379
G.A.Miller	
Six-Quark Clusters and Nuclear Properties .....	385
В.Г.Неудачин, И.Т.Обуховский, Р.М.Чувильский	
Возможности эксклюзивных и инклюзивных процессов при исследовании кварковых конфигураций в ядрах .....	399
В.В.Буров, К.В.Шитикова	
Исследование структуры многокварковых систем в методе гиперсферических функций .....	419

Дорогие коллеги!

Разрешите открыть семинар и приветствовать его участников от имени Оргкомитета, администрации Объединенного института ядерных исследований и Академии наук СССР.

В розданной нам брошюре имеется краткое введение, из которого можно составить представление о предыдущих семинарах этой серии и о предметности проблематики. Научная программа семинара, содержащаяся в брошюре, претерпела лишь небольшие изменения. О всех коррекциях в программе вас будут своевременно информировать.

Программа открывается заседаниями, посвященными квантовой хромодинамике, которая получила широкое признание как фундаментальная теория для физики сильных взаимодействий. В литературе часто встречаются утверждения, что не существует экспериментальных фактов, которые нахлынулись бы в прямом противоречии с квантовой хромодинамикой. Тем не менее, несмотря на обилие экспериментальных данных по физике сильных взаимодействий, существуют обширные и дорогие программы, посвященные дальнейшему экспериментальному изучению процессов взаимодействия адронов. Если бы теория была уже построена, то эксперименты были бы не нужны. Вель в конце концов построение теории - главная цель всех наших усилий. Напомню в этой связи слова А.Эйнштейна: "Высшим долгом физиков является поиск тех общих элементарных законов, из которых путем чистой дедукции можно получить картину мира". Для того чтобы оценить возможность построения теорий изучаемых нами явлений, мы попросили активно работающих теоретиков сделать обзоры того, что может количественно описать, предсказать квантовая хромодинамика. Как хорошо известно, особую трудность для "чистой дедукции" представляет та часть картины мира, которая соответствует большим расстояниям квантовой хромодинамики. Без дополнительных гипотез, моделей, из первых принципов удается качественно объяснить лишь очень небольшую часть экспериментального материала.

Свойства сложных атомов, молекул, кристаллов окружающей нас материи в конечном счете описываются электродинамикой Максвелла-Дирака. Однако это не исключает великого разнообразия закономерностей, управляющих этими объектами, закономерностей, требующих специальных понятий, феноменологического описания. Аналогично и в современной ядерной физике, построенная на основе протон-нейтронной модели ядра и нерелятивистской квантовой механики, является феноменологической теорией квантовой хромодинамики больших расстояний. В области, где конститuentы ядерной материи движутся с относительными скоростями много меньше скорости света,

квантовая хромодинамика должна объяснить характеристики ядерных сил и другие параметры /например, оболочечной модели/ аналогично тому, как межмолекулярные силы Ван-дер-Ваальса описываются электродинамикой.

Феноменологическое описание квантовой хромодинамики больших расстояний /мешки, струны, мультикварковые системы, "скрытый цвет", кварк-глюонная плазма и т.п./ занимает в программах последних семинаров основное место, и XIII семинар не является исключением. Подавляющее большинство теоретических докладов нашего семинара посвящено модельным подходам. Оргкомитет просит докладчиков по этим темам не забывать, что большинство их слушателей - экспериментаторы, главная цель которых состоит в том, чтобы приобрести интуицию по критичным для теории постановкам экспериментов.

В программе имеются два заседания, где интересы теоретиков и экспериментаторов настолько расходятся, что Оргкомитет сделал их параллельными. Однако они будут проходить в этом же здании и при желании можно посетить отдельные доклады на разных заседаниях. Традиционно значительное место в программе отведено кумулятивным и глубоко неупругим процессам на ядрах. Интерес к этим явлениям, изменившим основные представления об атомном ядре, продолжает расти. По этим темам на наш семинар представлено значительное число как теоретических, так и экспериментальных работ.

Структурные функции ядер как самостоятельные характеристики, не сводимые к однонуклонным структурным функциям, теперь уже встречают мало возражений /в противоположность, например, VI и отчасти VII семинарам/. Поток работ по структурным функциям ядер продолжает быстро нарастать, связь этих величин с проблемами квантовой хромодинамики больших расстояний делается все более очевидной.

Существенную часть программы всех наших семинаров, начиная с 1973 года, занимают проблемы релятивистской ядерной физики. Уже на семинаре 1973 года во вступительном слове И.Н.Боголюбова были отмечены дубненские работы по обнаружению и изучению автомодельности релятивистских ядерных столкновений.

Как неоднократно подчеркивалось на предыдущих семинарах, асимптотическая область столкновений ядро-ядро начинается довольно рано, при энергии  $3,5+4$  А·ГэВ. В области энергий ядер выше этой границы до последнего времени велись работы только на дубненском синхрофазотроне. В ближайшее время ожидается начало активных экспериментальных исследований в пучках ядер с энергией до  $12$  А·ГэВ /Брукхейвен/ и до  $200$  А·ГэВ /ЦЕРН/. В этой связи в программе VIII семинара заметное место уделено процессам множественного рождения частиц в релятивистских ядерных столкновениях, возможностям обнаружения и исследования кварк-

глюонной плазмы. Автомоделность этих процессов в пространстве относительных скоростей, принцип ослабления корреляций и универсальность четырехмерных струй свидетельствуют о том, что декофайнмент кварков и преобладающая роль цветных степеней свободы активно проявляются уже при энергии ядер  $3,5+4$  А·ГэВ.

Принципы автомоделности и ослабления корреляций отражают, с одной стороны, очень общие свойства ядерной материи, с другой - они требуют дальнейшего экспериментального обоснования и установления более тесной связи этих принципов с квантовой хромодинамикой. Принципы обладают большой предсказательной силой, однако они все еще нуждаются в пояснениях, которые я сейчас приведу.

В значительной части дубненских работ, в том числе представленных на этот семинар, множественные процессы

$$1 + 11 \rightarrow 1 + 2 + 3 + \dots$$

(1)

описываются в пространстве, точками которого являются четырехмерные скорости частиц  $u_i = p_i / m_i$  или 4-импульсы частиц  $p_i$ , деленные на их массы  $m_i$ . Основными величинами, от которых зависят распределения вероятностей /сечения/, считаются положительные релятивистские величины:

$$b_{ik} = -(u_i - u_k)^2 = 2\{(u_i \cdot u_k) - 1\} = 2\left\{\frac{E_i E_k - (\vec{P}_i \cdot \vec{P}_k)}{m_i \cdot m_k} - 1\right\}.$$

Они оказались удобными для анализа экспериментальных данных, так как не зависят от выбора системы координат /в отличие от продольных быстрот, поперечных импульсов, энергий  $E_i$  трехмерных импульсов  $\vec{P}_i$  и т.п./. Выраженные через них принципы ослабления корреляций и автомоделности обладают свойствами инвариантности по отношению к преобразованиям Лоренца и к трехмерным поворотам. Во всех экспериментах, в конечном счете, изучаются релятивистски-инвариантные распределения вероятностей:

$$E_1 \cdot E_2 \dots E_n \frac{d\sigma}{dP_1 \dots dP_n} = W(b_{11}, b_{11}, b_{12}, \dots, b_{11}, b_{12}, \dots, b_{12}, \dots).$$

Одним из наиболее существенных выводов работ, посвященных анализу множественных процессов в пространстве  $b_{ik}$ , является вывод о существовании двух характерных расстояний /корреляционных длин/ в этом пространстве  $b_1 \sim 0,01$  /ядерный масштаб/ и  $b_2 \sim 1$  /кварковый масштаб/. Этим величинам должны соответствовать две промежуточные асимптотики  $b_{a\beta} \gg b_1$  и  $b_{a\beta} \gg b_2$ . При  $b_{a\beta} \gg b_{1,2}$  распределения вероятностей довольно быстро убывают и распадаются на множители /факторизуются/. Количественное выражение этих свойств и составляет содержание упомянутых принципов.

Автомодельность формулируется как гипотеза о существовании промежуточных асимптотик, когда один из аргументов, например  $b_{\alpha\beta}$ , принимает асимптотически большие значения:

$$W(b_{\alpha\beta} \cdot b_{\alpha 1} \cdot b_{\beta 1} \cdot b_{1k}) \rightarrow \frac{1}{(b_{\alpha\beta})^m} W_m(b_{\alpha 1} \cdot \frac{b_{\beta 1}}{b_{\alpha\beta}} \cdot b_{1k}).$$

Это первый неисчезающий член ряда в разложении по малому параметру  $(\frac{1}{b_{\alpha\beta}})$ . Величина  $m$  находится из эксперимента или предсказывается теорией. В силу того, что  $b_{\alpha\beta}$ ,  $b_{\alpha 1}$ ,  $b_{\beta 1}$  составляют стороны треугольника, условие  $b_{\alpha\beta} \rightarrow \infty$  влечет за собой условие  $b_{\beta 1} \rightarrow \infty$ . Из чисто геометрических соображений /тригонометрии Лобачевского/ следует  $\frac{b_{\beta 1}}{b_{\alpha\beta}} \rightarrow x_1$ , где  $x_1$  - переменная светового фронта  $x_1 = u_{10} - u_{1z}$ . В нерелятивистской области /первой промежуточной асимптотики/, где приближенно справедлива геометрия Евклида,  $\frac{b_{\beta 1}}{b_{\alpha\beta}} \rightarrow 1$ . Как видно из приведенных определений, автомодельность и масштабная инвариантность /то есть инвариантность по отношению к замене всех импульсов  $p_i \rightarrow \lambda p_i$  / являются различными свойствами. Зависимость сечений не только от  $x_1$ , но и от  $b_{1k}$  нарушает масштабную инвариантность. Экспериментальные данные по любому процессу типа /1/ можно представить, выразив координаты всех точек ( $i = 1, \Pi, 1, 2, \dots$ ) в пространстве скоростей через  $\{b_{\alpha 1}, b_{\beta 1}, b_{\gamma 1}\}$ , выбрав в качестве базисного треугольника треугольник с большими сторонами:  $b_{\alpha\beta} \sim b_{\alpha\gamma} \sim b_{\beta\gamma} \gg 1$ . Согласно принципу ослабления корреляций и гипотезе автомодельности подавляющее большинство конфигураций множественных процессов должно удовлетворять следующим свойствам:

$$W(b_{\alpha\beta} \cdot b_{\alpha\gamma} \cdot b_{\beta\gamma}; b_{\alpha 1} \cdot b_{\beta 1} \cdot b_{\gamma 1}; \dots; b_{\alpha k} \cdot b_{\beta k} \cdot b_{\gamma k}; \dots) \rightarrow \quad /2/$$

$$\rightarrow \frac{1}{(b_{\alpha\beta})^m} \cdot f(\frac{b_{\alpha\gamma}}{b_{\alpha\beta}}, \frac{b_{\beta\gamma}}{b_{\alpha\beta}}) \cdot W^{\alpha}(\frac{b_{\beta 1}}{b_{\alpha 1}}, \frac{b_{\gamma 1}}{b_{\alpha 1}}, \dots) \cdot W^{\beta}(\frac{b_{\alpha k}}{b_{\alpha\beta}}, \frac{b_{\beta k}}{b_{\alpha\beta}}, \frac{b_{\gamma k}}{b_{\alpha\beta}}) \cdot W^{\gamma}(\frac{b_{\alpha 1}}{b_{\alpha\gamma}}, \frac{b_{\beta 1}}{b_{\alpha\gamma}}, b_{\gamma 1}, \dots).$$

Анализ экспериментальных данных по струям показывает, что формула /2/ соответствует эксперименту, а функции  $W^{\alpha}$ ,  $W^{\beta}$  и  $W^{\gamma}$  являются универсальными и описывают изолированные кластеры /например, струи/. Аналогичными изолированными кластерами являются структурные функции  $\frac{1}{A_{II}} F^{\Pi}(b_{\Pi 1}, x_1)$ , описывающие предельную фрагментацию ядер и кумулятивный эффект:

$$\frac{1}{A_{II}} \frac{d^2 \sigma}{db_{\Pi 1} \cdot dx_1} = F^I \cdot \frac{1}{A_{II}} F^{\Pi}(b_{\Pi 1}, x_1).$$

Здесь  $A_{II}$  - атомный вес фрагментирующего ядра. Универсальные величины

$\frac{1}{A_{II}} F^{\Pi}(b_{II}, x_1)$  практически не зависят от свойств ядра I. Теоретическому и экспериментальному изучению свойств этих универсальных величин традиционно на наших семинарах уделяется большое внимание.

При анализе экспериментальных данных чаще используется кумулятивное число, пропорциональное применяемой здесь величине  $x_1$ :

$$\beta_0 = \frac{E_1 - P_1 \cos \theta}{m_0} = \frac{m_1}{m_0} x_1,$$

где  $m_0 \approx 931$  - атомная единица массы; наряду с переменной  $\beta_0$  используется переменная

$$X = \frac{-\frac{1}{2}(p_1 - p_1')}{(p_1 \cdot \frac{p_{II}}{A_{II}}) - (p_1' \cdot \frac{p_{II}}{A_{II}})}.$$

Пренебрегая массами частиц и вторым членом в знаменателе, находим  $X \approx \beta_0$ .

При  $p_1 = \ell$  и  $p_1' = \ell'$ , где  $\ell$  и  $\ell'$  являются соответственно импульсами падающего и рассеянного лептонов, величина  $X$  становится переменной Бьёркена:

$$X \approx -\frac{q^2}{2(p_{II} \cdot q)} A_{II}.$$

Здесь  $q = \ell - \ell'$ , где  $X$  изменяется в пределах  $0 \leq X \leq A_{II}$ . Поскольку автомодельность и принцип ослабления корреляций являются асимптотическими свойствами, то при увеличении энергии столкновения ядер до десятков и сотен А·ГэВ применимость этих принципов должна улучшаться. Это предсказание хорошо подтверждается результатами работ по анализу столкновений частица-ядро и частица-частица, представленных на настоящий семинар. Из этого предсказания следует, что при энергии ядер до 200 А·ГэВ будут обнаружены те же закономерности множественного рождения частиц в ядерных столкновениях, что обсуждались на предыдущих семинарах этой серии и будут обсуждаться на VIII семинаре. Я не хочу этим сказать, что обширные программы экспериментов в ЦЕРНе и Брукхейвене по изучению релятивистских ядерных столкновений в новой области энергий не дадут ничего нового. В частности, дополнительная проверка принципов автомодельности и ослабления корреляций представляет значительный интерес. Факторизуемость распределений в пространстве  $b_{ik}$  важна и для физиков-ядерщиков, которые все больше вовлекаются в кварковую физику. Выделение в распределениях струй, обусловленных адронизацией цветных зарядов в пустоте, и определение условий на  $b_{ik}$ , когда это происходит, дают строгую количественную оценку относительных расстояний между частицами, на которых основное понятие ядерной физики - нуклон перестает существо-

вать. Важно это и в методологическом, психологическом плане - существование кварков и глюонов доказывается на том же уровне достоверности, как и существование нестабильных частиц.

На VIII семинар представлено значительное число работ физиков-ядерщиков, в которых наряду с нуклонными рассматриваются кварковые степени свободы ядер.

В розданной брошюре содержится вся необходимая информация о семинаре. Если в брошюре нет ответа на интересующий вас вопрос, не колеблясь, обращайтесь к членам Оргкомитета и секретариата либо непосредственно в секретариат. Хочу вас заверить, что Оргкомитет и администрация Института сделают все, что в их силах, чтобы ваше пребывание на семинаре было полезным и приятным.

Разрешите выразить надежду, что дубненский семинар по физике высоких энергий внесет ясность в интересующие нас проблемы, будет способствовать стимулированию новых исследований и принесет радость общения с коллегами из разных центров.

# EFFECTIVE MESON LAGRANGIANS FROM QCD AND SKYRMION

V.A.Andrianov and V.Yu.Novozhilov

Leningrad State University  
USSR

A new program for derivation of chiral dynamics from QCD has been launched in Refs.<sup>/1,2/</sup>, where the case of massless quarks and mesons has been discussed starting directly from the basic QCD functional. So far in the chiral model<sup>/3/</sup> the coupling constants have been taken from experiment or from phenomenological models<sup>/4/</sup> (and references therein). The QCD effective chiral lagrangian for massive pseudoscalar mesons in presence of quark  $\langle \bar{\Psi}\Psi \rangle$  and gluon  $\langle \frac{d}{dx} G_{\mu\nu}^2 \rangle$  condensates was derived in Ref.<sup>/5/</sup> by means of bosonization method as in the massless case<sup>/1,2/</sup>. It was shown<sup>/6/</sup> that the low-energy domain of integration over quark fields in QCD functional is uniquely determined by quark and gluon condensates. The low-energy region in QCD can be defined only if the gluon condensate is positive. On this way the full scale meson effective lagrangian can be derived from QCD. For instance, an effective action for scalar and pseudoscalar mesons was derived from the QCD generating functional by means of the conformal plus chiral bosonization<sup>/7/</sup>. The remarkable feature of this QCD-derived lagrangian is that its coupling constants and vertices satisfy the asymptotic sum rules<sup>/8/</sup>. The latter ones reflect the unitarity restrictions and requirements on growth of  $\mathcal{N}\mathcal{N}$ -scattering amplitudes at high energies.

Recently, the solitons with quantum numbers of baryons (Skyrmions) were analyzed in the context of chiral Skyrme model<sup>/9/</sup> extended by the multivalued Wess-Zumino action<sup>/10/</sup>. But, the low-energy phenomenology of  $\mathcal{N}$ -mesons cannot be described by the Skyrme interaction only and requires additional non-Skyrme type vertices of the same order in derivatives<sup>/3/</sup>. These terms destabilize the Skyrmion<sup>/11/</sup>. However, baryons are expected to be solitons only in

a realistic theory of mesons ( $\pi$ ,  $\sigma$ ,  $\omega$ , ...)  $/I 2/$ . The main goal of this paper is to examine whether the effective lagrangian for pseudoscalar and scalar mesons deduced from QCD and its  $\omega$ -meson phenomenological modifications generates locally stable Skyrmion solutions.

By means of bosonization of quark chiral degrees of freedom in the low-energy region  $L /I 2/$  we can split the QCD generating functional  $Z_q$  into three factors  $Z_q = Z_L^{ch} Z_L^{inv} Z_q^{>L}$ , where  $Z_L^{ch}$  describes the dynamics of chiral symmetry breaking in the region  $L$ ,  $Z_L^{inv}$  reproduces chiral invariant processes in this region and  $Z_q^{>L}$  is formed by high energy quark contributions. Respectively, the total baryon number current  $\langle B_\mu \rangle$  in the vacuum  $/I/$  is a sum of a chiral field current  $\langle B_\mu^{ch} \rangle_U$ , current  $B_\mu^{inv}$  associated with  $Z_L^{inv}$  (higher meson excitations) and a current of high energy quarks  $\tilde{B}_\mu$ . This sum is averaged over gluon fields

$$\begin{aligned} \langle B_\mu \rangle &= \frac{1}{N_c} \left\langle \sum_{i=1}^{N_f N_c} \bar{\psi}_i \gamma_\mu \psi_i \right\rangle = \\ &= \frac{1}{N_c Z} \int \mathcal{D}G e^{iW_{YM}} \left\{ \langle B_\mu^{ch}(U) \rangle_U + B_\mu^{inv} + \tilde{B}_\mu \right\} Z_L^{ch} Z_L^{inv} Z_q^{>L} \quad (I) \end{aligned}$$

where  $N_f$  is the number of flavours,  $N_c$  is the number of colours,  $W_{YM}$  is the gluon action and the average over chiral field  $U$  is defined as follows  $\langle f \rangle_U = Z_L^{ch -I} \int DU f(U) \exp(iW_{eff}(U))$ . The baryon current considered in Ref.  $/I3/$  contains only the chiral part of the total baryon current

$$B_\mu^{ch} = \frac{1}{24\pi^2} \epsilon_{\mu\nu\lambda\sigma} \text{tr} (U^\dagger \partial_\nu U) (U^\dagger \partial_\lambda U) (U^\dagger \partial_\sigma U). \quad (2)$$

As a consequence of (I) the general picture of baryon is a superposition of descriptions provided by the low-energy meson dynamics and high energy quark contribution. In this paper we neglect the latter and restrict ourselves to the meson sector.

### I. Chiral sector

The effective low-energy lagrangian  $/2/$  for the quark chiral phase contains the kinetic term of Weinberg chiral model and all vertices to the fourth order in derivatives. Let us consider the case of massless  $u$  and  $d$  quarks, i.e., the flavour group is  $SU(2)$ . The coupling constants are uniquely determined by the low-energy

spectral scale  $\Lambda$ , spectral asymmetry  $M$  of complete Dirac operator and the number of colours  $N_c$ . For the convenience we present the effective lagrangian in the form

$$L_{\text{eff}}(U) = L^{\text{sk}}(U) + \delta L(U), \quad (3)$$

where

$$L^{\text{sk}}(U) = \frac{N_c(\Lambda^2 - M^2)}{16\pi^2} \text{tr}(\partial_\mu U \partial^\mu U^\dagger) + \frac{N_c}{384\pi^2} \text{tr}[\partial_\mu U U^\dagger \partial_\nu U U^\dagger]^2 \quad (4)$$

is the lagrangian of Skyrme model with the value of parameter  $e=2\pi$ . The coefficient at the kinetic term  $N_c(\Lambda^2 - M^2)/16\pi^2$  should be identified with  $F_\pi^2/4$ , where the pion decay constant  $F_\pi = 93$  MeV. Within the framework of this model the static properties of nucleons as solitons were computed in [14]. The expression

$$\delta L(U) = \frac{N_c}{192\pi^2} \text{tr}\{(\partial_\mu U \partial^\mu U^\dagger)^2 - 2[\partial_\mu(\partial_\mu U U^\dagger)]^2\} \quad (5)$$

includes terms which violate the positive-definiteness of energy functional. The last term in (5) contains the second derivatives and considerably changes the  $\pi$ -meson propagator

$$1/p^2 \rightarrow 1/(p^2 + p^4/\mu^2), \quad (6)$$

where  $\mu^2 = N_c F_\pi^2 / 24\pi^2 \approx (830 \text{ MeV})^2$ . So the ghost particle - tachyon appears in the model and bounds the range of applicability of effective lagrangian (3). One can evaluate  $\delta L(U)$  as a small perturbation to Skyrme model, if there exist the soliton configuration  $U$  which gives the inequality

$$\langle p^4 \rangle / \langle p^2 \rangle \ll \mu^2. \quad (7)$$

One can describe the nucleon and its low-lying resonances using the Skyrme ansatz  $U(x) = \exp(iF(r)\vec{\tau} \cdot \vec{x})$ , where  $F(0) = \pi$  and  $F(r) \rightarrow 0$  as  $r \rightarrow \infty$ . If we substitute this ansatz in (4) we get for the static Skyrmon mass functional the following expression

$$M^{\text{sk}}[F] = 2F_\pi \int_0^\infty dr \left[ \frac{\tilde{\tau}^2 F'^2}{2} + \sin^2 F + \frac{\sin^4 F}{2\mu^2} + \sin^2 F \cdot F'^2 \right] \quad (8)$$

in terms of dimensionless variable  $\tilde{r} = e f_\pi r$ . One can see, that  $M^{Sk}[F]$  is positive-definite and bounded from below. But the mass functional for  $L^{eff}(U)$

$$M_{eff}[F] = M^{Sk}[F] + 2F_\pi \int_0^\infty d\tilde{r} \left[ \frac{\sin^4 F}{2\tilde{r}^2} + \frac{3}{2} \sin^2 F F'^2 - \frac{3}{2} F'^2 - \frac{1}{4} \tilde{r}^2 F'^2 - \frac{1}{8} \tilde{r}^2 F'^4 \right] \quad (9)$$

has lost these attractive features of Skyrme model. However, one can hope on the existence of locally stable solitons within the applicability range (7) of low-energy effective lagrangian. Within the Fade-approximation variational scheme the investigation of (9) shows that the local minimum for static configurations is absent, the mass functional  $M_{eff}[F]$  is unbounded from below and the inequality (7) is invalid. The lost of positive-definiteness of  $M_{eff}[F]$  is essentially connected with the negative contribution of the tachyon term. At low energies and massless pions classical equations of motion lead to  $\partial_\mu U \partial_\nu U^\dagger = (\partial_\mu U \partial^\mu U^\dagger)^2$  and thereby the tachyon term in (5) vanishes. In semiclassical approximation the second term in (5) is equal to zero and mass functional reduces to

$$\tilde{M}[F] = M^{Sk}[F] - \gamma F_\pi \int_0^\infty d\tilde{r} \tilde{r}^2 \left[ F'^2 + \frac{2 \sin^2 F}{\tilde{r}^2} \right]^2, \quad \gamma = \frac{1}{4}. \quad (10)$$

The variational computation of mass functional (10) reveals the absolute growth of  $\tilde{M}[F]$  in comparison with (9), even more, in the wide range of parameters the mass  $\tilde{M}[F]$  becomes positive. But nevertheless the local minimum is still absent. There is a critical value of  $\gamma_c = 0.12$  (the coefficient in front of the integral)/II, 15/ in the phenomenological analog of (10). In our case  $\gamma = 1/4$ .

## II. Chiral plus scalar sector

The QCD effective lagrangian due to chiral plus conformal bosonisation <sup>17/</sup> is a sum of the QCD chiral lagrangian (3) and the QCD conformal lagrangian  $L_{conf}^{(U)}(\sigma)$

$$L_{eff}(U, \sigma) = L_{eff}(U) + L_{conf}^{(U)}(\sigma), \quad (11)$$

where

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{eff}}^{(U)}(\sigma) = & \frac{F_\pi^2}{2} (\partial_\mu \sigma)^2 e^{-2\sigma} + \\ & + \frac{3}{8} \left\langle \frac{d}{dt} G_{\mu\nu}^2 \right\rangle (1 - 4\sigma - e^{-4\sigma}) + \Delta \mathcal{L}_\sigma^{(4)} - \\ & - \frac{F_\pi^2}{4} (1 - e^{-2\sigma}) \text{tr}_f \partial_\mu U \partial^\mu U^\dagger. \end{aligned} \quad (12)$$

In  $\Delta \mathcal{L}^{(4)}(U, \sigma)$  all coefficients are dimensionless and there is also a tachyon term in scalar sector. The second term in (12) is obtained at large  $N_c$  limit and describes interaction of scalar  $\sigma$  field with the gluon condensate. It is the only point where we used the limit of large  $N_c$ . We remark that the effective lagrangian (II) represents the linear sigma model terms <sup>7/</sup>. One can suspect that for slowly varying  $\sigma$ -fields any soliton tends to collapse when  $\sigma \rightarrow \infty$  but the contribution proportional to the gluon condensate prevents from a collapse when the gluon condensate is positive. Therefore, the possibility opens to find the soliton with chiral and scalar modes if to take into account higher derivative terms in (II). On the other hand there is another consistent way to treat soliton problem in the adiabatic static limit ( $m_\sigma \gg F_\pi$ ), which is equivalent to consider  $\sigma$ -meson perturbatively:

$$\mathcal{L}_{\text{eff}}(U, \sigma) = \mathcal{L}_{\text{eff}}(U) + \frac{F_\pi^2}{2} (\partial_\mu \sigma)^2 - \frac{m_\sigma^2 \sigma^2}{2} - \frac{F_\pi^2}{2} \sigma \text{tr}_f \partial_\mu U \partial^\mu U^\dagger, \quad (13)$$

where the squared mass of  $\sigma$ -meson is  $m_\sigma^2 = (2/3) \left\langle \frac{d}{dt} G_{\mu\nu}^2 \right\rangle / F_\pi^2$ . Note that the coupling constant of  $\sigma \pi \pi$  vertex corresponds to the minimal growth of elastic  $\pi \pi$ -scattering amplitude which is necessary to provide unitarity requirements.

One can eliminate the  $\sigma$ -meson field by means of functional integration. Thus we obtain the additional contribution to the non-Skyrme (symmetric) term of the chiral lagrangian  $\mathcal{L}_{\text{eff}}(U)$ :

$$\Delta \mathcal{L}_\sigma = \frac{1}{32\pi^2} \left[ 6\pi^2 \frac{F_\pi^4}{\left\langle \frac{d}{dt} G_{\mu\nu}^2 \right\rangle} \right] \cdot \left( \text{tr}_f \partial_\mu U \partial^\mu U^\dagger \right)^2 \quad (14)$$

and hence negative-sign contribution to the mass functionals (9) and (10). Therefore the inclusion of scalar meson modes does not solve the problem of existence of stable Skyrmion.

### III. Chiral plus scalar plus "vector" sector

Let us extend the above considerations and include vector  $\omega$ -meson interaction. The idea to stabilize chiral soliton with the help of  $\omega$ -meson interaction was set forth in Rev.<sup>/16/</sup>. The simplest choice of  $\omega$ -meson interaction with chiral field  $U$  reflects the direct decay  $\omega \rightarrow 3\pi$

$$L_{\omega} = -\frac{1}{4} (\partial_{\mu} \omega_{\nu} - \partial_{\nu} \omega_{\mu}) (\partial^{\mu} \omega^{\nu} - \partial^{\nu} \omega^{\mu}) + \frac{1}{2} m_{\omega}^2 \omega_{\mu} \omega^{\mu} + g \omega_{\mu} B^{\mu}, \quad (15)$$

where  $m_{\omega}$  is the  $\omega$ -meson mass,  $g$  is a  $\omega \rightarrow 3\pi$  decay constant. The experimental upper bound on  $g$  is 25.4 (in neglecting the  $\omega \rightarrow 3\pi$  decay channel<sup>/16/</sup>).  $B_{\mu}$  is a baryon number current (2). For the static Skyrme ansatz the components of baryon current are  $B_1=0$ ,  $B_0 = -(1/2\pi^2) F^2 \sin^2 F / r^2$ .

For the hedgehog ansatz of chiral field only the timelike component of  $\omega$ -field takes part in the interaction. But this component  $\omega_0$  is a ghost and gives negative contribution to the mass functional. Due to such contribution mass functional becomes unbounded from below and  $\omega$ -soliton solution lies on the saddle-point<sup>/17/</sup>. Thereby inclusion of  $\omega$ -meson in quasiclassical description of Skyrmion is contradictory. For a quadratic  $\omega$ -meson lagrangian (15) the only consistent way is a perturbative one to estimate its contribution to a formation of Skyrmion.

We eliminate  $\omega$  fields by means of functional integration and get nonlocal effective interaction

$$L_{\omega}^{\text{eff}} = -\frac{1}{2} g^2 B^{\mu} \frac{\delta_{\mu\nu}}{-p^2 + m_{\omega}^2} B^{\nu}. \quad (16)$$

In the limit of heavy  $\omega$  mesons and neglecting  $p^2/m_{\omega}^2$  order terms we obtain the local interaction

$$\Delta M_{\omega} = (g^2/2m_{\omega}^2) \int B_0^2(x) d^3x. \quad (17)$$

This expression determines the  $\omega$ -meson contribution to the soliton mass functionals (9) and (10), having in mind the scalar meson contribution (14). As a result of our variational investigation we find the locally stable Skyrmion solutions of some mass functionals (see Table) modified by  $\omega$ -meson contribution for different values of decay constant  $\beta$ .

Table. Skyrmion masses (in MeV) including  $\omega$  and  $\sigma$ -meson contributions.

$$F_\pi = 93 \text{ MeV}, \quad e = 2\pi, \quad \langle \frac{d}{dt} G_{\mu\nu}^2 \rangle = (415 \text{ MeV})^4$$

$\beta$	without scalar meson contribution /II/	with scalar meson contribution (I4)	
	$M_{\text{eff}} + \Delta M_\omega$	$\tilde{M} + \Delta M_\omega$	$M_{\text{eff}} + \Delta M_\omega$
15	-	1591	-
20	1622	1827	-
25	1858	2056	-

To estimate the  $\rho$ -meson contribution one can include it by adding the  $\rho$ -meson field to the derivative  $\partial_\mu \rightarrow \partial_\mu + ig_\rho \rho_\mu$ . Thus we have from the kinetic term of chiral model the effective  $\rho$ -meson lagrangian with minimum derivatives (corresponding to the decay  $\rho \rightarrow \pi\pi$ ).

$$L_\rho = \frac{ig_{\rho\pi\pi} F_\pi^2}{4} \text{tr} \rho_\mu [U^\dagger, \partial^\mu U]. \quad (18)$$

After elimination of  $\rho$ -meson fields, we get the  $\rho$ -meson contribution to mass functionals (9) and (10) in the heavy meson limit

$$\Delta M_\rho = - \frac{F_\pi^4 g_{\rho\pi\pi}^2}{32 m_\rho^2} \int \text{tr} [U^\dagger, \partial_\mu U]^2 dx. \quad (19)$$

But, the  $\rho$ -meson contribution (19) is small in comparison with the  $\omega$ -meson contribution (17).

This analysis shows that the low-energy realistic lagrangian of pseudoscalar and scalar mesons (II) extracted from QCD does not reveal stable soliton solutions with baryon quantum numbers. The minimal phenomenological vector meson interaction stabilizes Skyrmion

though the obtained masses are two times higher than the nucleon mass. This fact demonstrates the incompleteness of the QCD pseudoscalar and scalar sector only. The problem requires QCD inclusion of vector and pseudovector modes into the formation of Skyrmion.

We would like to thank A.A.Andrianov and Yu.V.Novozhilov for useful comments and discussions.

#### References.

1. Andrianov A.A., Novozhilov Yu.V.- Phys.Lett., 1985, v.153B, 422-427.
2. Andrianov A.A.- Phys.Lett., 1985, v.157B, 425-431.
3. Gasser J., Leutwyler H.- Ann.Phys.(N.Y.), 1984, v.158, 142-175.
4. Volkov M.K.- EKChYa (Particles and Nuclei), 1986, v.17, 433-471.
5. Andrianov A.A., Andrianov V.A., Novozhilov V.Yu., Novozhilov Yu.V.- Lett.Math.Phys., 1986, v.II, 217 - 224.
6. Andrianov A.A., Andrianov V.A., Novozhilov V.Yu., Novozhilov Yu.V.- Pis'ma v ZETPh (Sov.J.JETP Lett.), 1986, v.43, 8 - 10.
7. Andrianov A.A., Andrianov V.A., Novozhilov V.Yu., Novozhilov Yu.V.- Pis'ma v ZETPh (Sov.J. JETP Lett.), 1986, v.43, 557 - 559.
8. Bologhiov A.A., Vereshchagin V.V.-Yad.Fiz., 1979, v.29, 1304-1312.
9. Skyrme T.H.- Proc.Roy.Soc., 1961, v. A260, 127 - 137.
10. Witten E.- Nucl.Phys., 1983, v.B223, 433-445.
11. Andrianov V.A., Novozhilov V.Yu.- Pis'ma v ZETPh( Sov.J.JETP Let) 1985, v.42, 469-471 ;Yad.Fiz.(Sov.J.Nucl.Phys.), 1986, v.43, 983.
12. Witten E.-in: "Solitons and elementary particle physics", ed. by A.Chodos and E.Hadjimichael, World Scientific, Singapore, 1984, 306.
13. Goldstone J., Wilczek F.- Phys.Rev.Lett., 1981, v.47, 986-990.
14. Adkins G., Nappi C., Witten E.-Nucl.Phys., 1983, v.B228, 552 -563.
15. Andrianov V.A., Novozhilov V.Yu.- Phys.Rev.Lett., 1986, v.56, 1882 ; Lacombe M., Loiseau B., Vinh Mau R., Cottingham W.N.-Phys.Lett., 1985, v.161B, 31 - 35.
16. Adkins G., Nappi C.- Phys.Lett., 1984, v.137B, 251 - 256.
17. Igarachi et al.- Nucl.Phys., 1985, v.B259, 721 - 732.

# НОВЫЙ ПОДХОД К ПРОБЛЕМЕ КВАНТОВАНИЯ КАЛИБРОВОЧНЫХ ПОЛЕЙ

Н.Б.Скачков, О.Г.Шевченко

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

## §1. Введение

В настоящем докладе нами будет предложена новая схема квантования калибровочных полей, содержащая существенное видоизменение процедуры наложения калибровочных условий на полевые переменные.

Проблема выбора фиксирующих калибровку условий, представляющая, на первый взгляд, чисто технический вопрос, связанный с выбором наиболее оптимального способа расчета того или иного физического процесса, при переходе к неабелевым теориям оказывается сопряженной с рядом других проблем, приобретающих принципиальное значение (неоднозначности Грибова, проблема духов, доказательство унитарности  $S$ -матрицы и т.д.). В этой связи следует отметить также проблемы столь широко используемого в КХД класса нековариантных ("аксиальных") калибровок  $\partial^\mu A_\mu(x) = 0$ , интенсивное обсуждение которых вновь начато<sup>1/</sup> в связи с обнаруженным недавно расхождением результатов расчетов калибровочно-инвариантного объекта - петли Вильсона, проведенных в этом классе калибровок, с результатами, полученными в кулоновской и фейнмановской калибровках<sup>1/2/</sup>.

В §2 будет изложено справедливое для широкого класса калибровок общее доказательство теоремы о том, что наложение этого класса калибровок на потенциалы векторного поля в качестве первичного калибровочного условия приводит при учете уравнений движения к подчинению тех же потенциалов вторичному калибровочному условию. Это калибровочное условие имеет в абелевом случае форму условия Лоренца и смысл вторичной связи<sup>1)</sup>:

$$\partial^\mu A_\mu(x) = 0 \text{ — вторичная связь.} \quad (1)$$

В неабелевом случае аналогом условия (1) является соотношение  $\tilde{\partial}^\mu A_\mu(x) = 0$ , где  $\tilde{\partial}^\mu$  — контурная производная Мандельштама.

В §3 нами будет приведен вид эффективного лагранжиана, допускающего одновременное наложение двух (первичного и вторичного) калибровочных условий. Будет также найден вид пропагаторов калибровочного поля, удовлетворяющего одновременно а) аксиальной калибровке в качестве первичного калибровочного условия и б) вторичному калибровочному условию (1), что открывает возможности практического применения развитого здесь подхода для расчета физических процессов. В §4

1) Вторичные связи следуют из первичных при учете уравнений движения<sup>3/</sup>.

будет дана модификация квантования калибровочных полей методом континуального интеграла, допускающая учет перечисленных выше двух калибровочных условий а) и б) и приводящая к согласованному с полученными в §3 результатами формализму.

## §2. Вторичная связь в форме условия Лоренца

Рассмотрим случай свободной электродинамики с действием<sup>2)</sup>

$$S = \int d^4x \left[ -\frac{1}{4} F^{\mu\nu}(x) F_{\mu\nu}(x) \right], \quad (2)$$

инвариантным относительно калибровочных преобразований

$$A_\mu(x) \rightarrow A_\mu^\lambda(x) = A_\mu(x) + \partial_\mu \lambda(x). \quad (3)$$

В общем случае калибровочный параметр  $\lambda$  является функционалом от поля  $A$ , взятого в произвольной калибровке:

$$\lambda = \mathcal{L}(A, x). \quad (4)$$

Выбирая конкретный вид функционала (4), мы при этом получаем в левой части (3) поле, подчиняющееся соответствующему этому выбору калибровочному условию (КУ):

$$A_\mu^\varphi(x) = A_\mu^{\text{пронзб.}}(x) + \partial_\mu \mathcal{L}(A^{\text{пронзб.}}, x). \quad (5)$$

Символ  $\varphi$  означает, что поле  $A_\mu^\varphi$  подчиняется КУ

$$\varphi(A, x) = 0. \quad (6)$$

Все наиболее употребимые в теории КУ можно записать в виде

$$\hat{\varphi}^\mu A_\mu(x) = 0, \quad (7)$$

где различные виды оператора  $\hat{\varphi}^\mu$  соответствуют следующим КУ:

$$\hat{\varphi}^\mu = \begin{cases} \partial^\mu - \text{КУ Лоренца: } \partial^\mu A_\mu^{(L)}(x) = 0; & (8a) \\ \partial^\mu - \text{класс нековариантных калибровок: } \partial^\mu A_\mu^{(n)}(x) = 0; & (8b) \\ (x - \frac{1}{2})^\mu - \text{КУ Фока: } (x - \frac{1}{2})^\mu A_\mu^{(F)}(x) = 0. & (8в) \end{cases}$$

Таким образом, функционал  $\mathcal{L}^\varphi$  в (5) играет роль проектора на данную калибровку.

В дальнейшем мы будем существенно использовать граничные условия (ГУ), которым обязаны подчиняться калибровочные поля. Они имеют вид<sup>1/7/</sup>

<sup>2)</sup>Нас будет интересовать в дальнейшем построение теории возмущений, т.е. мы будем работать в представлении взаимодействия, где как раз и квантуются свободные поля.

$$\lim_{|x| \rightarrow \infty} |x| A_\mu(x) = 0, \quad |x| \equiv \sqrt{x_0^2 - \vec{x}^2}. \quad (9a)$$

Особо отметим, что эти ГУ являются единственно возможными в теории возмущений <sup>3)</sup>. Из соотношения (3) легко видеть, что ГУ (9a) для параметра калибровочных преобразований  $\lambda$  переписутся следующим образом:

$$\lim_{|x| \rightarrow \infty} \lambda(x) = 0, \quad |x| \equiv \sqrt{x_0^2 - \vec{x}^2}. \quad (9б)$$

Таким образом, допустимыми являются только такие проекторы  $\mathcal{L}(A, x)$  на калибровочные условия, которые не противоречат граничным условиям (9б). Нетрудно убедиться в том, что проекторы на КУ (8)

$$\begin{cases} \mathcal{L}^{(u)}(A, x) = - \int d^4 y \partial_x^\mu \partial_x^\nu (x-y) A_\nu(y); & (\partial^\mu(x) \equiv \frac{1}{(2\pi)^4} \int d^4 p e^{ipx} [V.P. \frac{1}{p^2}]); \\ \mathcal{L}^{(n)}(A, x) = - \int_{-\infty}^{\infty} d\alpha n^\mu A_\mu(x + \alpha n); & \\ \mathcal{L}^{(f)}(A, x) = - \int_0^1 d\xi (x - \xi)^\mu A_\mu(\xi + \alpha(x - \xi)) & \end{cases} \quad \begin{matrix} (10a) \\ (10б) \\ (10в) \end{matrix}$$

удовлетворяют этому требованию.

Роль ГУ (9) при квантовании калибровочных полей чрезвычайно велика. Именно они позволяют сделать вывод о единственности проектора (4) на данную калибровку (6), т.е. о единственности решения уравнения  $\varphi(A, x) = 0$  относительно  $\mathcal{L}^p$  при фиксированных  $x$  и  $A$ .

Подчеркнем, что требование единственности такого решения является важнейшим требованием, налагаемым на КУ, допустимые при квантовании полей <sup>4,5,8)</sup>. Именно на этом требовании, которое трактуется как взаимная однозначность между выбором КУ  $\varphi$  и соответствующим ему проектором  $\mathcal{L}^p$ :  $\mathcal{L}(A, x) \longleftrightarrow \varphi(A, x)$  основана возможность проведения процедуры Фаддеева-Попова <sup>18)</sup> - вставление единицы в "наивный" интеграл по траекториям.

3) Только при таком выборе ГУ удастся совместить требование конечности действия (2) с возможностью использовать интегрирование по частям, которая необходима для построения теории возмущений.

4) Здесь  $n$  - произвольный, не зависящий от  $x$ , вектор. Частные выборы  $n$  в (8б) соответствуют таким часто используемым калибровкам, как, например,  $n = (1, 0, 0, 0)$  - гамильтонова  $A_0 = 0$ ;  $n = (0, 0, 1, 0)$  - аксиальная  $A_3 = 0$ ;  $n^2 = 0$  - светоподобная.

5) Здесь  $\xi$  - произвольная, одна и та же для всех  $x$  (фиксированная), точка.

Высказанное мы сформулируем в виде следующего критерия на выбор калибровочного условия.

Критерий однозначной достижимости первичного калибровочного условия:

Первичное КУ  $\varphi(A, x) = 0$  является допустимым в электродинамике, если существует и притом единственный при выполнении ГУ (9) функционал  $\mathcal{L}^{\varphi}(A, x)$ , с которым это КУ может быть достигнуто с помощью калибровочного преобразования (5).

Очевидно, что выполнение критерия однозначной достижимости для КУ равносильно отсутствию для него остаточного калибровочного произвола при выполнении ГУ (9).

Для калибровочных условий вида (7), (8) выполнение критерия однозначной достижимости означает, что существует и притом единственный при выполнении ГУ (9) функционал  $\mathcal{L}^{\varphi}(A, x)$ , удовлетворяющий уравнению

$$\hat{\varphi}^{\mu} \partial_{\mu} \mathcal{L}^{\varphi}(A, x) = -\hat{\varphi}^{\mu} A_{\mu}(x), \quad (11)$$

где  $A_{\mu}$  — электромагнитное поле, заданное в произвольной калибровке. Сформулируем теперь следующую основную теорему.

Теорема I

Калибровочное условие  $\varphi(A, x) = 0$  является однозначно достижимым тогда и только тогда, когда для него, во-первых, существует проектор  $\mathcal{L}^{\varphi}(A, x)$ , удовлетворяющий ГУ (9), и, во-вторых, этот проектор удовлетворяет соотношениям

$$\partial_{\mu} \mathcal{L}^{\varphi}(A + \partial \lambda, x) - \partial_{\mu} \mathcal{L}^{\varphi}(A, x) = -\partial_{\mu} \lambda(x), \quad (12)$$

где  $A_{\mu}$  — поле в произвольной калибровке,  $\lambda(x)$  — параметр калибровочных преобразований (3):

$$\mathcal{L}^{\varphi}(A^{\varphi}, x) = 0, \quad (13)$$

где  $A_{\mu}^{\varphi}$  — это определение с точностью до остаточного калибровочного произвола поля, удовлетворяющего КУ (6).

Доказательство этой теоремы вынесено в приложение.

Легко проверить, что для всех проекторов вида (10) соотношения (12), (13) удовлетворяются, а, следовательно, соответствующие им КУ (8) являются однозначно-достижимыми. Сейчас мы покажем, что однозначная достижимость КУ имеет весьма важное следствие, которое будет также сформулировано в виде теоремы.

Теорема 2

Электромагнитное поле с действием (2), на которое с помощью калибровочного преобразования (5) наложено первичное калибровочное

условие (6), удовлетворяющее критерию однозначной достижимости, при том условии, что функционал  $\mathcal{L}^{\varphi}(A, x)$  удовлетворяет соотношению

$$\square_x \mathcal{L}^{\varphi}(A, x) = \mathcal{L}^{\varphi}(\square A, x) + f(\partial^{\mu} A_{\mu}, x), \quad (14)$$

где  $f(0, x) = 0$ , подчиняется на уравнениях движения условию Лоренца  $\partial^{\mu} A_{\mu}(x) = 0$ , которое выступает в качестве вторичного калибровочного условия.

#### Доказательство

Согласно теореме I однозначная достижимость КУ  $\varphi(A, x) = 0$  означает выполнение соотношений (12), (13) для проектора  $\mathcal{L}^{\varphi}(A, x)$ . Положим в (12)  $\lambda = \mathcal{L}^{(4)}(A, x)$ , где  $\mathcal{L}^{(4)}(A, x)$  - проектор (10а) на первичное КУ Лоренца. Тогда соотношение (12) переписывается в виде

$$\partial^{\mu} \mathcal{L}^{\varphi}(A^{(4)}, x) - \partial^{\mu} \mathcal{L}^{\varphi}(A, x) = -\partial^{\mu} \mathcal{L}^{(4)}(A, x).$$

Здесь поле  $A_{\mu}$  задано в произвольной калибровке, поэтому мы, в частности, можем его выбрать заданным в калибровке (6), т.е. положим в последней формуле  $A_{\mu} = A_{\mu}^{\varphi}$ . Тогда в силу (13) будем иметь

$$\partial^{\mu} \mathcal{L}^{\varphi}(A^{(4)}, x) = -\partial^{\mu} \mathcal{L}^{(4)}(A^{\varphi}, x). \quad (15)$$

Взяв 4-дивергенцию от обеих частей этого равенства с учетом того, что  $\partial^{\mu} A_{\mu}^{(4)} = \partial^{\mu} A_{\mu} + \square_x \mathcal{L}^{(4)}(A, x) = 0$ , получим

$$\partial^{\mu} A_{\mu}^{\varphi} = -\square_x \mathcal{L}^{\varphi}(A^{(4)}, x). \quad (16)$$

Таким образом, с учетом соотношений (14), (16) и уравнений Максвелла

$$\square A_{\mu}^{(4)} = 0 \quad \text{будем иметь} \quad \partial^{\mu} A_{\mu}^{\varphi}(x) = 0. \quad (17)$$

Теорема доказана.

Важно подчеркнуть, что условие (17) выполняется при одновременном учете калибровки, наложенной на поле, и уравнений движения (уравнений Максвелла в КЭД)<sup>6)</sup>. Здесь прослеживается полная аналогия с подразделением связей на первичные и вторичные (см. /3/). Следуя этой аналогии, мы будем называть условие (17) вторичным КУ<sup>7)</sup>.

6) Условие (17) было получено в частном случае калибровок (8б) и (8в) в /9/ на основе так называемых формул обращения, выражающих поля в калибровках (8б) и (8в) через тензор напряженности  $F_{\mu\nu}$ , включая и нулевые случаи, для которого это условие принимает вид  $\partial^{\mu} A_{\mu}(x) = 0$  /10/, где  $\partial^{\mu}$  - контурная производная Мандельштама. Теперь же условие (17) для калибровок (8б) и (8в) выступает как частный случай теоремы 2.

7) Заметим, что вторичное КУ принимает форму условия Лоренца только в случае свободного электромагнитного поля. В случае взаимодействия электромагнитного поля со спинорными полями, например для калибровки Фока, будем иметь вместо (17)  $\partial^{\mu} A_{\mu}(x/\xi) = \int_0^1 d\alpha d(x-\xi)^{\mu} J_{\mu}(\xi + \alpha(x-\xi))$ , где  $J^{\mu}$  - спинорный ток. Однако здесь нас будет интересовать теория возмущений, в рамках которой квантуются свободные поля, так что мы будем пользоваться вторичным КУ в виде (17).

§3. Квантование электромагнитного поля с учетом вторичного калибровочного условия  $\partial^\mu A_\mu = 0$  в ковариантном формализме

Мы будем действовать в соответствии с обычной процедурой операторного квантования электромагнитного поля /II/, в которой, в отличие от подхода Дирака - Бергмана <sup>8)</sup>, калибровочные условия накладываются не на полевые переменные, а на векторы состояний. Напомним, что в рамках этого подхода к калибровочно-инвариантному лагранжиану свободного электромагнитного поля  $\mathcal{L}^{g.inv.} = -\frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu}$  необходимо добавить член  $\Delta \mathcal{L}^{g.fix.}$ , снимающий вырождение оператора  $\hat{L}_{\mu\nu} = \partial_\mu \hat{p}_\nu - \partial_\nu \hat{p}_\mu$ , входящего в калибровочно-инвариантное уравнение Максвелла  $\hat{L}^{\mu\nu} A_\rho = 0$ . При этом член  $\Delta \mathcal{L}^{g.fix.}$  должен удовлетворять следующим требованиям. Во-первых, необходимо, чтобы существовало некоторое, соответствующее конкретному выбору  $\Delta \mathcal{L}^{g.fix.}$ , калибровочное условие, которому поля, являющиеся решениями новых калибровочно-инвариантных уравнений движения  $\hat{L}_{\mu\nu}^{\text{eff}} A^2 = 0$  ( $\hat{L}^{\text{eff}} = \hat{L} + \hat{L}^{g.fix.}$ ), удовлетворяли бы автоматически <sup>9)</sup> (при учете этих уравнений движения и ГУ <sup>(1)</sup>). Во-вторых, необходимо, чтобы новый эффективный лагранжиан  $\mathcal{L}^{\text{eff}} = \mathcal{L}^{g.inv.} + \Delta \mathcal{L}^{g.fix.}$  и соответствующие ему уравнения движения при выполнении этого калибровочного условия совпадали бы с калибровочно-инвариантным лагранжианом и уравнениями Максвелла соответственно. Только при выполнении этого требования лагранжиан  $\mathcal{L}^{\text{eff}}$  будет физически эквивалентен лагранжиану  $\mathcal{L}^{g.inv.}$  и даст адекватное описание электромагнитного поля.

8) Изменения, которые, с учетом вторичного КУ (I7), необходимо внести в обычную схему наложения связей при каноническом квантовании в рамках подхода Дирака-Бергмана /3/, и результаты квантования в аксиальной калибровке, полученные с учетом этих изменений, были изложены в тексте аннотации к настоящему докладу.

9) Так, например /II/, если член, фиксирующий калибровку, имеет вид  $\Delta \mathcal{L}^{g.fix.}(x/d) = -1/2d (\partial A)^2$  (это так называемый класс  $d$ -калибровок), то  $\hat{L}_{\mu\nu}^{\text{eff}} = \partial_\mu \hat{p}_\nu - (1-1/d) \partial_\mu \partial_\nu$  и согласно уравнениям движения  $\hat{L}_{\mu\nu}^{\text{eff}} A^2 = 0$  и ГУ (9) легко получаем  $\square(\partial^\mu A_\mu) = 0$  и  $\partial^\mu A_\mu = 0$ . Таким образом, операторное квантование во всем классе  $d$ -калибровок есть не что иное, как квантование в калибровке Лоренца. (Это, разумеется, верно только в случае операторного квантования, где в рамках теории возмущений поля подчиняются свободным уравнениям движения и неверно при квантовании методом функционального интегрирования, где поля, по которым происходит интегрирование, уравнениям движения не подчиняются. В последнем случае только предел  $d \rightarrow 0$  соответствует  $\delta(\partial^\mu A_\mu)$  под знаком интеграла.

Однако в связи с доказанным нами фактом наличия вторичного КУ (17) это требование, предъявляемое к  $\Delta \mathcal{L}^{g,fix}$ , является необходимым, но недостаточным условием того, чтобы лагранжиан  $\mathcal{L}^{eff}$  был физически эквивалентен лагранжиану  $\mathcal{L}^{g,inv}$ .

В соответствии с нашим подходом член  $\Delta \mathcal{L}^{g,fix}$  кроме обеспечения автоматического выполнения одного первичного калибровочного условия должен также обеспечить одновременное выполнение и вторичного калибровочного условия в форме условия Лоренца (17).

В стандартном подходе это требование ранее не учитывалось (10). Так, член, фиксирующий калибровку (8δ), обычно выбирается в виде  $1/2 \int \Delta \mathcal{L}^{g,fix} = -\frac{1}{2\beta} (nA)^2$ . При этом оператор  $\hat{L}_{\mu\nu}^{eff} = g_{\mu\nu} \square - (1 - \frac{1}{\beta}) \partial_\mu \partial_\nu$ , входящий в уравнения движения, невморожен, и фурье-образ обратного к нему оператора (пропагатора) в пределе  $\beta \rightarrow 0$  имеет вид  $1/2 \int$  (с обходом полюсов в смысле главного значения)

$$D_{\mu\nu}(k) = -\frac{1}{k^2} \left[ g_{\mu\nu} - \frac{\partial_\mu \partial_\nu + k_\mu k_\nu}{(k^2)} + \frac{k^2}{(k^2)^2} \right]. \quad (18)$$

Нетрудно убедиться в том, что с учетом уравнений движения  $\hat{L}_{\mu\nu}^{eff} A^2 = 0$  и ГУ (9) условие  $(nA) = 0$  выполняется автоматически. Однако поле, подчиняющееся уравнению  $\hat{L}_{\mu\nu}^{eff} A^2 = 0$ , не является электромагнитным полем в калибровке  $(nA) = 0$ , так как электромагнитное поле с действием (2), спроецированное на первичное КУ  $(nA) = 0$ , должно согласно доказанному в §2 одновременно подчиняться вторичному КУ  $(\partial A) = 0$ , тогда как решение уравнения  $\hat{L}_{\mu\nu}^{eff} A^2 = 0$  автоматически удовлетворяет только одному условию  $(nA) = 0$ .

Поэтому, чтобы получить адекватное описание электромагнитного поля в калибровке (8б), необходимо так изменить фиксирующий калибровку член  $\Delta \mathcal{L}^{g,fix}$ , чтобы новые уравнения движения вместе с ГУ (9) обеспечили одновременное выполнение КУ (8б) и (17). Такой фиксирующий калибровку член, как нетрудно проверить, имеет вид  $\Delta \mathcal{L}^{g,fix} = -\frac{1}{2\beta} (nA)^2 - \frac{1}{2\alpha} (\partial A)^2$  с соответствующими ему эффективным лагранжианом

$$\mathcal{L}^{eff} = \mathcal{L}^{g,inv} + \Delta \mathcal{L}^{g,fix} = -\frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} - \frac{1}{2\alpha} (\partial A)^2 - \frac{1}{2\beta} (nA)^2 \quad (19)$$

и уравнениями движения

10) Оговоримся сразу, что это никак не может сказаться на результатах, полученных в  $\Delta$ -калибровке, так как для них условие Лоренца реализуется на уравнениях движения (см. §9) и выступает в этом смысле именно в качестве вторичной связи. В случае проектирования на КУ Лоренца вторичное КУ совпадает с первичным.

$$\hat{L}_{\mu\nu}^{\text{eff}} A^2 = [g_{\mu\nu} \square - (1 - \frac{1}{\alpha}) \partial_\mu \partial_\nu - \frac{1}{\beta} n_\mu n_\nu] A^2 = 0. \quad (20)$$

Векторный пропагатор, соответствующий (19) и (20), находим по стандартной методике <sup>11)</sup>. В импульсном представлении он имеет вид

$$\Delta_{\mu\nu}(\kappa|\alpha, \beta) = -\frac{1}{\kappa^2} [g_{\mu\nu} + \lambda_1(\alpha, \beta) \frac{n_\mu \kappa_\nu + n_\nu \kappa_\mu}{(n\kappa)} + \lambda_2(\alpha, \beta) \frac{\kappa_\mu \kappa_\nu}{(n\kappa)^2} + \lambda_3(\alpha, \beta) n_\mu n_\nu], \quad (21a)$$

где

$$\lambda_1 = \frac{1 - \alpha}{\alpha + \frac{\kappa^2}{(n\kappa)^2} (n^2 + \beta \kappa^2)}; \quad \lambda_2 = - (n^2 + \beta \kappa^2) \lambda_1; \quad \lambda_3 = - \frac{1}{n^2 + \beta \kappa^2} (1 + \lambda_2). \quad (21b)$$

Формулы (21) задают совокупность бесконечного числа пропагаторов, каждый из которых определяется фиксированными значениями параметров  $\alpha$  и  $\beta$ . Однако эти параметры неравноправны. Так, параметр  $\beta$  в (21) может принимать любые значения, включая предельные переходы  $\beta \rightarrow 0$  и  $\beta \rightarrow \infty$ , в то время как для параметра  $\alpha$  предельный переход  $\alpha \rightarrow \infty$  запрещен <sup>12)</sup>. Это связано с тем обстоятельством, что, в отличие от предела  $\beta \rightarrow \infty$  (см. <sup>10)</sup>), предел  $\alpha \rightarrow \infty$  в (19) противоречит требованию совмещения первичного и вторичного калибровочных условий.

Если в (21) перейти к пределу  $\alpha \rightarrow 0$ ,  $\beta \rightarrow 0$ , то в результате получим

$$\Delta_{\mu\nu}(\kappa, 0, 0) = -\frac{1}{\kappa^2} \left\{ g_{\mu\nu} + \frac{n^2 \kappa_\mu \kappa_\nu - (n\kappa)(n_\mu \kappa_\nu + n_\nu \kappa_\mu) + \kappa^2 n_\mu n_\nu}{(n\kappa)^2 - \kappa^2 n^2} \right\}. \quad (22)$$

Нетрудно убедиться в том, что, как и следовало ожидать, получившийся пропагатор (22) оказывается одновременно поперечным по векторам  $n$  и  $\kappa$ :

$$n^\mu \Delta_{\mu\nu}(\kappa|0, 0) = \kappa^\mu \Delta_{\mu\nu}(\kappa|0, 0) = 0. \quad (23)$$

11) Необходимо еще позаботиться об унитарности  $S$ -матрицы, что, очевидно, можно сделать, вводя стандартным образом оператор индифинитной метрики.

12) Нетрудно проверить, что при таком предельном переходе мы и вместо (21) получаем (18).

Очевидно, что при произвольных  $\alpha$  и  $\beta$  одновременной поперечности по векторам  $n$  и  $k$  не будет. Эта ситуация совершенно аналогична стандартной ситуации с  $\alpha$ -калибровками (см. (II)), где на операторном уровне квантование происходит в калибровке Лоренца при всех значениях  $\alpha$ , однако пропагатор  $\Delta_{\mu\nu}(k/\alpha) = -\kappa^{-2} [g_{\mu\nu} - (1-\alpha)k_\mu k_\nu \kappa^{-2}]$  поперечен по  $k$  только в пределе  $\alpha \rightarrow 0$ .

Нетрудно показать, что при произвольных  $\alpha$  и  $\beta \rightarrow 0$  пропагатор (21) поперечен только по вектору  $n$ , а при произвольных  $\beta$  и  $\alpha \rightarrow 0$  поперечен по  $k$ . Выделенным является случай  $\alpha = 1$ , когда (21) принимает очень простой вид:  $\Delta_{\mu\nu}(k/1, \beta) = -\kappa^{-2} \times [g_{\mu\nu} - \frac{n_\mu n_\nu}{n^2} (n^2 + \beta \kappa^2)^{-1}]$ , и в пределе  $\beta \rightarrow 0$  (справедливым при  $n^2 \neq 0$ ) становится поперечным по вектору  $n$ :

$$\Delta_{\mu\nu}(k/1, 0) = -\frac{1}{\kappa^2} [g_{\mu\nu} - \frac{n_\mu n_\nu}{n^2}]; \quad n^\mu \Delta_{\mu\nu}(k/1, 0) = 0. \quad (24)$$

Мы видим, что с чисто практической точки зрения пропагатор (24) имеет несомненное преимущество перед всеми другими пропагаторами, полученными в аксиальной калибровке ( $nA$ ) = 0 (включая и пропагатор (18) <sup>12/</sup>), так как он имеет лишь один полюс  $\kappa^{-2}$  со стандартным  $+i0$ -правилом обхода, что делает его удобным при практических вычислениях.

#### §4. Краткое замечание о необходимых видоизменениях в процедуре квантования методом континуального интегрирования

В рамках метода функционального интегрирования (см. <sup>18/</sup>) программному получению пропагатора, удовлетворяющего условию (23), можно реализовать лишь путем совмещения двух функциональных  $\delta$ -функций  $\delta(n^\mu A_\mu)$  и  $\delta(\partial^\mu A_\mu)$  под знаком континуального интеграла, заданного в конфигурационном представлении.

Действительно, пусть производящий функционал фотонных функций Грина (свободных в пределе выключения источников  $J^\mu$ ) имеет вид <sup>13)</sup>

$$G[J] \sim \int dA \delta(n^\mu A_\mu) \delta(\partial^\mu A_\mu) e^{i \int d^4x [\mathcal{L}^{g.v.} + J^\mu A_\mu]} \quad (25)$$

<sup>13)</sup> Как обычно, знак  $\sim$  означает определение с точностью до нормировочного множителя, который в общем случае является бесконечной константой <sup>18/</sup>.

где  $\int d^4x \mathcal{L}^{g, inv}(x)$  — калибровочно-инвариантное действие (2),  $J^\mu$  — источники.

Воспользуемся следующим, хорошо известным представлением функциональной  $\delta$ -функции [8]:

$$\delta(f[A]) = \int_x \delta(f[A(x)]) = \lim_{\alpha \rightarrow 0} \int_x \frac{1}{\sqrt{-2i\pi\alpha}} e^{-\frac{i}{2\alpha} \{f[A(x)]\}^2} \sim \lim_{\alpha \rightarrow 0} e^{-\frac{i}{2\alpha} \int d^4x \{f[A(x)]\}^2} \quad (26)$$

Объединяя показатели экспонент  $e^{-\frac{i}{2\alpha} \int d^4x (n^\mu A_\mu)^2}$  и  $e^{-\frac{i}{2\alpha} \int d^4x (\partial^\mu A_\mu)^2}$  представляющих  $\delta(n^\mu A_\mu)$  и  $\delta(\partial^\mu A_\mu)$  соответственно, с  $S^{g, inv}$  легко получим вместо (25)

$$G[J] \sim \int \mathcal{D}A e^{i \int d^4x [\mathcal{L}^{eff}(x|\alpha, \beta) + J^\mu(x) A_\mu(x)]} \quad (27)$$

где  $\mathcal{L}^{eff}$  имеет вид (19). Отсюда обычным путем находим  $G[J] = \exp[-\frac{i}{2} \int d^4x J^\mu(x) \Delta_{\mu\nu}(x|0, 0) J^\nu(x)]$ , где  $\Delta_{\mu\nu}(x|\alpha, \beta)$  \*  $\Delta_{\mu\nu}(x|\alpha, \beta) = \delta_{\mu\nu}^2 \delta(x)$  и, следовательно, Фурье-образ пропагатора  $\Delta_{\mu\nu}(x|0, 0)$  совпадает с (22).

Для произвольного первичного КУ  $\varphi(A, x) = 0$ , удовлетворяющего условию (14) теоремы 2, формула (25) переписывается в виде

$$G[J] \sim \int \mathcal{D}A \delta(\varphi) \delta(\partial^\mu A_\mu) e^{i \int d^4x [\mathcal{L}^{g, inv}(x) + J^\mu(x) A_\mu(x)]} \quad (28)$$

Заметим, что, в отличие от (28), в стандартном подходе имеется только одна  $\delta$ -функция под знаком интеграла и только в том случае, если в качестве первичного КУ на поле налагается условие Лоренца (8а), результаты совпадут. Действительно, если положить  $\varphi = \partial^\mu A_\mu$  в формуле (28), то мы получим под знаком интеграла произведение  $\delta(0) \delta(\partial^\mu A_\mu)$  и несущественная бесконечная константа  $\delta(0)$  15) объединится с нормировочным множителем (см. 13). Следовательно,

$$G[J] \sim \int \mathcal{D}A \delta(\partial^\mu A_\mu) \delta(\partial^\mu A_\mu) e^{i[S^{g, inv} + JA]} \sim \int \mathcal{D}A \delta(\partial^\mu A_\mu) e^{i[S^{g, inv} + JA]} \quad (29)$$

14) При этом используется обычное условие нормировки  $G(0) = 1$ .

15) Заметим, что ситуация с выведением в нормировочный множитель бесконечной константы  $\delta(0) = \int \prod_x dC(x) e^{i \int d^4x C(x) \varphi(x)} / \varphi=0 = \int \prod_x dC(x)$  полностью аналогична введению в нормировочный множитель бесконечного объема калибровочной группы  $\int \prod_x d\omega(x)$  в анзаце Фаддеева - Попова [8].

Итак, из (27) мы видим, что задание производящего функционала в виде (25) действительно приводит к найденному в §4 виду эффективного лагранжиана, обеспечивающему выполнение одновременно двух КУ:  $(\partial A) = 0$  и  $(\partial A) = 0$ . Таким образом, выражение (25) обеспечивает согласованность двух подходов, изложенных в §4 и §5.

## §5. Заключение

Итак, нами предложена новая схема включения калибровочных условий в систему связей, используемых при квантовании полей. Основу нашего подхода составляет доказанная в §2 теорема 2 о подчинении полей дополнительному условию Лоренца при наложении на эти поля широкого класса первичных калибровочных условий. Это условие имеет смысл вторичной связи, которую необходимо включать в систему связей, при квантовании полей. Отметим, что ранее в литературе факт наличия вторичной связи в форме условия Лоренца (17) не отмечался и не был использован при квантовании. В связи с этим нами в докладе предложены модификации всех трех существующих методов квантования полей: по Дираку - Бергману, ковариантного подхода с использованием индефинитной метрики и метода функционального интегрирования.

Вопросам применения развитого в §3 и §4 формализма, в частности, новых пропагаторов (21)-(24) для конкретных расчетов, а также развития формализма для неабелева случая будут посвящены последующие публикации.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

Докажем теорему I.

I. Докажем сначала, что из существования и единственности проектора на КУ следует выполнение для этого проекта соотношений (12), (13) теоремы I. Доказательство будем проводить от противного. Пусть для КУ (7) выполняется критерий однозначной достижимости. Это означает, что, во-первых, существует проектор  $\mathcal{L}^p(A, x)$ , удовлетворяющий уравнению (11) для каждой фиксированной калибровки поля  $A$ :

$$\partial^\mu \hat{\Phi}_\mu \mathcal{L}^p(A^{\eta_1}, x) + \hat{\Phi}^\mu A_\mu^{\eta_1}(x) = \partial^\mu \hat{\Phi}_\mu \mathcal{L}^p(A^{\eta_2}, x) + \hat{\Phi}^\mu A_\mu^{\eta_2}(x) = 0, \quad (30)$$

где  $A^{\eta_1}$  и  $A^{\eta_2}$  это поля в двух разных калибровках  $\eta_1$  и  $\eta_2$  соответственно, и, во-вторых, не существует второго функционала  $\mathcal{L}^p \neq \mathcal{L}^p$ , обладающего тем же свойством. Предположим, что при этом соотношение (12) теоремы I не выполняется. Легко видеть, что это предположение равносильно неравенству

$$A_\mu^{(1)\varphi} \neq A_\mu^{(2)\varphi}, \quad (31)$$

где поля  $A_\mu^{(1)\varphi} = A_\mu^\varphi + \partial_\mu \mathcal{L}^\varphi(A^\varphi, x)$  и  $A_\mu^{(2)\varphi} = A_\mu^\varphi + \partial_\mu \mathcal{L}^\varphi(A^\varphi, x)$  получены в результате проектирования из полей, заданных в разных калибровках  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  соответственно. С другой стороны, в силу (30) оба поля  $A_\mu^{(1)\varphi}$  и  $A_\mu^{(2)\varphi}$  удовлетворяют КУ (7):  $\partial^\mu A_\mu^{(1)\varphi} = \partial^\mu A_\mu^{(2)\varphi} = 0$ . Далее, поскольку электромагнитные поля могут отличаться только градиентным преобразованием (4), то мы с учетом неравенства (31) легко получим  $A_\mu^{(2)\varphi} = A_\mu^{(1)\varphi} + \partial_\mu \lambda^\varphi$ , где  $\partial^\mu \partial_\mu \lambda^\varphi = 0$  и  $\lambda^\varphi(x) \neq \text{const}$ . Отсюда очевидно, что функционал  $\mathcal{L}^{1\varphi} = \mathcal{L}^\varphi + \lambda^\varphi$ , как и функционал  $\mathcal{L}^\varphi$ , подчиняется соотношению (30), причем  $\mathcal{L}^{1\varphi} \neq \mathcal{L}^\varphi / 16$ . Итак, мы пришли к противоречию с требованием единственности проектора и тем самым доказали, что выполнение соотношения (12) является необходимым условием выполнения критерия однозначной достижимости.

Предположим теперь, что не выполняется соотношение (13) теоремы 1. Это означает, что существует поле  $A_\mu^{1\varphi}$ , удовлетворяющее КУ (7), для которого  $\mathcal{L}^\varphi(A^{1\varphi}, x) \neq 0$ . Очевидно, что поле  $A_\mu^{1\varphi}$  не может быть равно полю  $A_\mu^\varphi = A_\mu + \partial_\mu \mathcal{L}^\varphi(A, x)$ , поскольку  $\partial^\mu \mathcal{L}^\varphi(A^\varphi, x) = 0$  (поле должно совпадать само с собой). Следовательно,  $A_\mu^{1\varphi} = A_\mu^\varphi + \partial_\mu \lambda^\varphi$ , где  $\partial^\mu \partial_\mu \lambda^\varphi = 0$ , и мы снова приходим к тому же противоречию с однозначной достижимостью КУ:  $\mathcal{L}^{1\varphi} \neq \mathcal{L}^\varphi$ , но удовлетворяет (30).

Таким образом, мы доказали, что выполнение соотношений (12), (13) теоремы 1 является необходимым условием отсутствия остаточного калибровочного произвола, т.е. единственности проектора.

2. Докажем теперь, что верно и обратное утверждение, т.е. докажем, что необходимым условием выполнения соотношений (12), (13) теоремы 1 является отсутствие калибровочного произвола.

Пусть кроме поля  $A_\mu^\varphi = A_\mu + \partial_\mu \mathcal{L}^\varphi(A, x)$ , где проектор  $\mathcal{L}^\varphi$  удовлетворяет соотношениям (12), (13), существует еще одно, отличное от  $A_\mu^\varphi$ , поле  $A_\mu^{1\varphi}$ , удовлетворяющее КУ (7):  $A_\mu^{1\varphi} = A_\mu^\varphi + \partial_\mu \lambda^\varphi$ , где  $\partial^\mu \partial_\mu \lambda^\varphi = 0$  и  $\lambda^\varphi \neq \text{const}$ . Тогда в силу (12) мы будем иметь  $A_\mu^{1\varphi}(x) = A_\mu^\varphi(x) + \partial_\mu \mathcal{L}^\varphi(A^{1\varphi}, x) + \partial_\mu \lambda^\varphi(x)$ . С учетом соотношения (13) получаем окончательно  $A_\mu^{1\varphi}(x) = A_\mu^\varphi(x) + \partial_\mu \lambda^\varphi(x)$  и, следовательно,

16) Имеется в виду нетривиальное неравенство  $\mathcal{L}^{1\varphi}(A, x) - \mathcal{L}^\varphi(A, x) \neq \text{const}$ . Отличие параметров калибровочного преобразования (4) на  $\text{const}$  равносильно их совпадению, так как в обоих случаях поле не меняется.

$\lambda^\varphi(x) = \text{const}$ . Таким образом, предположение о несовпадении  $A_\mu^\varphi$  и  $A_\mu^{\text{ф}}$  приводит к противоречию  $\text{const} \neq \text{const}$ , а следовательно, оно не верно.

Обратное утверждение доказано.

На первый взгляд, может показаться, что в этом доказательстве не используются ГУ (9). Однако это не так. Мы использовали, казалось бы, очевидное из явного вида проекторов (10) соотношение (13), но его выполнение уже подразумевает учет ГУ. Так, например, проектор на класс нековариантных калибровок (8б) в  $P$ -представлении имеет вид  $\Lambda^{(n)}(A, P) = -i \frac{(nA)}{(nP)}$  (легко проверить, что поле  $A_\mu^{(n)}(P) = A_\mu(P) + i P_\mu \Lambda^{(n)}(A, P)$  действительно удовлетворяет КУ (1)). Требование  $\Lambda^{(n)}(A, P) = 0$ , если  $A^{(n)}$  — это любое поле, удовлетворяющее (8б) (требование (13) теоремы 1), равносильно требованию

$n^2 [P, \lambda(P)] / (nP) = 0$ , где  $(nP) \lambda(P) = 0$ . Очевидно, что если обход полюса  $(nP)^{-1}$  не задан, то допустимо нетривиальное решение  $\lambda(P) = \delta(nP) \tilde{\lambda}(P)$  последнего уравнения, при котором требование (13) не выполняется и остается возможным нетривиальный остаточный калибровочный произвол:  $A_\mu^{(n)}(P) = A_\mu^{(n)}(P) + i P_\mu [\delta(nP) \tilde{\lambda}(P)]$ . Однако, чтобы существовал фурье-образ проектора  $\Lambda^{(n)}(A, P)$ , необходимо задать обход полюса, например  $(nP)^{-1} \rightarrow [(nP) + i\varepsilon]^{-1}$ . В этом случае (13) имеет силу для всех решений уравнения  $(nP) \lambda(P) = 0$ . Требование существования фурье-образа проектора — это и есть учет ГУ.

Действительно, нетрудно проверить, что проектор (10б) удовлетворяет ГУ (9б) при условии выполнения ГУ (9а) для полей, заданных во всех других (отличных от (8б)) калибровках.

### Литература

1. F. Steiner. CERN — TH 4383/86 (February, 1986);  
P. V. Landshoff. Cambridge preprint DAMPT 85/36 (December 1985).
2. V. F. Müller and W. Rühl. Ann. Phys. (ANY), 133 (1981), 240;  
S. Caracciolo, G. Curci and P. Menotti, Phys. Lett., 113B, 1982, 311.
3. П. А. М. Дирак. Принципы квантовой механики. М., Наука, 1979.
4. K. Sundermeyer. Constrained Dynamics. Lecture Notes in Physics, v. 169, Berlin, Springer Verlag, 1982.
5. A. J. Hanson, T. Regge, C. Teitelboim. Constrained Hamiltonian System. Preprint Princeton University, 1974, Contrib. centro Linceo interdisc di scienze mat. No. 22, 1976.
6. В. А. Фок. Sov. Phys., 1937, v. 12, p. 404; Сборник работ по квантовой теории поля, 1957, с. 141, Изд-во Ленинград. ун-та, 1957.
7. S. Sciuto. Phys. Rep. 49, N 2 (1979), 181–191.

8. А.А.Славнов, Л.Д.Фадеев. Введение в квантовую теорию калибровочных полей. М.:Наука, 1978;  
В.Н.Попов. Континуальные интегралы в квантовой теории поля и статистической физике. М.: Атомиздат, 1976.
9. N.B.Skachkov, I.L.Solovtsov, O.Yu.Shevchenko. Rapid JINR Comm. N 8, с.42 (1985).
10. N.B.Skachkov, I.L.Solovtsov, O.Yu.Shevchenko. Rapid JINR Comm. N 9, р.39 (1985).
11. Н.Н.Боголюбов, Д.В.Ширков. Введение в теорию квантованных полей. М.:Наука, 1976;  
С.Швебер. Введение в релятивистскую квантовую теорию поля. М.: ИЛ, 1963;  
N.Nakanishi. Progr.Theor.Phys. Suppl., N 51, p.1-95, 1972.
12. W.Kummer. Acta Phys.Austr., v.41, p.315 (1975);  
W.Konetschny, W.Kummer. Nucl.Phys., v.B100, p.106 (1975);  
v.B108, p.397 (1976); v.B124, p.145 (1975).

EXTENDED SKYRME MODEL AND WEISS-ZUMINO  
TERMS FROM QUARK FLAVOUR DYNAMICS

D. Ebert

Institute for High-Energy Physics,  
1615 Berlin-Zeuthen, Platanenallee 6, GDR

and

H. Reinhardt

Central Institute for Nuclear Research  
Rossendorf, 8051 Dresden, Pf. 19, GDR.

I. Introduction

It is generally accepted that QCD is the underlying theory of strong interactions. Yet, as far as low energy hadron dynamics is concerned, the evidence for this is mainly qualitative and comes largely from considerations of QCD in the limit of large numbers of colours  $N$ . In fact, a detailed analysis of QCD-diagrams in the  $1/N$  expansion resulted in the conjecture that QCD is equivalent to an effective chiral field theory involving only mesons<sup>/1,2/</sup>. This conjecture is in agreement with the well-known conclusions of the current algebra era that low-energy properties of hadrons are successfully described by effective chiral Lagrangians. It has further been recognized that realistic effective Lagrangians should respect the Ward identities following from the global symmetries of QCD including chiral anomalies.

An important step towards the construction of the effective hadron Lagrangian has recently been provided by Witten<sup>/3/</sup> who worked out the topological structure of the anomalous Wess-Zumino action<sup>/4/</sup> and showed its connection to Skyrme's pioneering work<sup>/5/</sup> where baryons are considered as topological solitons ("skyrmions") of a non-linear chiral meson Lagrangian. Witten's work also renewed interest in the construction of complete low-energy effective Lagrangians including vector and axial vector mesons, deduced in accord with the general principles dictated by QCD<sup>/6/</sup>. The ultimate purpose is, of course, to derive the full meson Lagrangian directly from QCD.

This has been accomplished in two-dimensional QCD where an exact bosonization has recently proved possible<sup>/7/</sup>. In 3+1 dimensions, however, an exact bosonization of QCD is difficult due to the presence of gluon self-interactions. Fortunately, in the low-energy region QCD can be simplified due to the occurring color singlet gluon pair condensation and  $q\bar{q}$ -condensation<sup>/8/</sup>. Both phenomena make the gluon massive, and as a consequence at low energies (and for large N) QCD can be approximated by an effective four-quark theory of the Nambu-Jona-Lasinio (NJL) type<sup>/9/</sup>. Effective four-quark (nearest neighbour) interactions reminiscent to the NJL model are also obtained to leading order from an  $1/d$  expansion (d-dimension of euclidean space-time) of 4-dimensional QCD on the lattice<sup>/10/</sup>. This shows that the effective (low energy) chiral meson Lagrangian of QCD can be obtained equally well from these NJL type of models which are much easier to handle than the exact QCD Lagrangian.

In this talk we present the effective chiral meson Lagrangian obtained by path-integral bosonization of an extended NJL model of quark flavour dynamics<sup>/11/</sup> and investigate its physical content (for earlier investigations of such "superconductor" NJL models see also ref. 12-14). The obtained Lagrangian contains not only the common kinetic and interaction terms but also quartic derivative terms of the Skyrme-type as well as the gauged Wess-Zumino term. We shall then review the consequences of the arising new quartic derivative terms for meson physics as well as for the problem of the skyrmion stability and the N-N potential

## II. The effective chiral hadron Lagrangian

### II.1. QCD-motivation for NJL type of quark flavour dynamics

The QCD Lagrangian reads

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}} = -\frac{1}{2} \text{tr} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \bar{q}(i\partial - \hat{m}_0)q + ig j_\mu^a A_\mu^a. \quad (1)$$

Here

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu + ig[A_\mu, A_\nu] \quad ; \quad A_\mu = A_\mu^a T_a$$

is the field strength tensor of gluons,  $T_a$  are the generators of the SU(N) colour group and  $q$  denotes the quark field;  $j_\mu^a = \bar{q} \gamma_\mu T_a q$  is the quark colour current.

The crucial point is now that in the low-energy and strong coupling region of QCD the gluonic self-interactions contained in (1) can be simplified by omitting the gradient term  $\sim g \partial A A^2$  compared to the non-derivative term  $\sim g^2 A^4$ !). The remaining terms in the gluon self-interaction part (denoted by  $\mathcal{L}_{ge}^{int}$ ) contain then colour-singlet combinations with spin 0 and 2 as well as non-singlet (n.s.) parts, i.e.,

$$\mathcal{L}_{ge}^{int} = -\frac{g^2}{4} \frac{2}{N} \left[ \frac{3}{4} (A_\mu^a A_a^\mu)^2 + \text{spin } 2 \right] + \text{n.s.} \quad (2)$$

By using a standard Gaussian trick (2) can be rewritten as

$$\mathcal{L}_{ge}^{int} = \frac{\alpha}{2} \varphi^2 - \alpha \varphi A_\mu^a A_a^\mu + \dots; \quad \alpha = \frac{3g^2}{4N} \quad (3)$$

where the dots denote spin 2 and n.s. contributions which are omitted for simplicity, in the following. Clearly, there will arise a dynamical gluon mass if  $\langle \varphi \rangle \neq 0$ . Indeed, integrating out the gluon field and applying a stationary phase approximation, one obtains (neglecting an additional quark contribution)<sup>/8/</sup>

$$\langle \varphi \rangle = i \text{tr}_c \mathcal{D}_\mu^\mu(x, x+0) = \langle A_\mu^a A_a^\mu \rangle, \quad (4)$$

where  $\mathcal{D}_{\mu\nu}$  is the propagator of a massive gluon with mass  $M^2 = -2\alpha \langle \varphi \rangle$ . A simple estimate of  $\langle \varphi \rangle$  can be obtained by applying naive factorization and expressing  $\langle A_\mu^a A_a^\mu \rangle$  in the low energy regime by the gluon condensate  $\langle F_{\mu\nu}^a F_a^{\mu\nu} \rangle$ ,

$$\langle F_{\mu\nu}^a F_a^{\mu\nu} \rangle = \frac{2g^2}{N} \frac{3}{4} \langle A_\mu^a A_a^\mu \rangle^2. \quad (5)$$

This yields  $M \approx 650\text{--}700 \text{ MeV}$ .<sup>/8,15/</sup>

In the low-energy region, the QCD Lagrangian (1) can now be approximated by a local current-current interaction. Rearranging the  $q, \bar{q}$  fields by a Fierz transformation into colour-singlet combinations we obtain, for large N, the following effective NJL-type Lagrangian of quark flavour dynamics

---

<sup>+) In this regime it is equally well justified to omit the Faddeev-Popov ghosts of the quantization procedure.</sup>

$$\mathcal{L} = \bar{q}(i\not{\partial} - \hat{m}_0)q + 2G_1 \sum_{i=0}^{n-1} \left\{ (\bar{q} \frac{\lambda_i}{2} q)^2 + (\bar{q} i\gamma^5 \frac{\lambda_i}{2} q)^2 \right\} - 2G_2 \sum_{i=0}^{n-1} \left\{ (\bar{q} \gamma^\mu \frac{\lambda_i}{2} q)^2 + (\bar{q} \gamma^\mu \gamma^5 \frac{\lambda_i}{2} q)^2 \right\}. \quad (6)$$

In (6) colour non-singlet ( $\bar{q}q$ ) combinations, being suppressed by a factor  $1/N$ , have been omitted, and we have  $G_1 = g^2/4M^2 = 2G_2$ .

$\lambda_i$  are the generators of the flavour group  $U(n)$ . The effective Lagrangian (6) of quark flavour dynamics respects global colour  $SU(N)$  symmetry and (approximate) chiral  $U(n) \times U(n)$ -symmetry, the latter being explicitly broken by the bare quark masses  $\hat{m}_0$ . A Lagrangian of the form (6) (with unrestricted coupling constants  $G_1, G_2$ ) has been bosonized in ref.<sup>/11a/</sup>. For convenience, we shall discuss in the following the simpler  $SU(2) \times SU(2)$  Lagrangian studied in ref.<sup>/11b/</sup>

$$\mathcal{L} = \bar{q}(i\not{\partial} - m_0)q + 2G_1 \left\{ (\bar{q} \frac{\tau_0}{2} q)^2 + (\bar{q} i\gamma^5 \frac{\tau_0}{2} q)^2 \right\} - 2G_2 \sum_{i=1}^3 \left\{ (\bar{q} \gamma^\mu \frac{\tau_i}{2} q)^2 + (\bar{q} \gamma^\mu \gamma^5 \frac{\tau_i}{2} q)^2 \right\} \quad (7)$$

with  $\tau_i$  being the generators of the flavour group  $SU(2)$ ,  $\tau_0 \equiv 1$ . Following the standard procedure<sup>/11,13/</sup> we bosonize (7) by introducing collective meson fields in the corresponding generating functional of Green's functions. The action becomes then bilinear in the quark fields and quark integration becomes trivial. This leads to the following effective meson Lagrangian<sup>+</sup>

$$\mathcal{L}(M, V, A) = -\frac{1}{4G_1} \text{tr}(M - m_0)^\dagger (M - m_0) - \frac{1}{4G_2} \text{tr}(V_\mu^2 + A_\mu^2) - iN \text{tr}' \ln i\not{D} \quad (8)$$

where

$$i\not{D} = i(\not{\partial} + \not{V} + \not{A}\gamma^5) - (\not{P}_R M + \not{P}_L M^\dagger) \quad (9)$$

is the Dirac operator with collective fields  $M, V$  and  $A$  and  $\not{P}_{R,L} = \frac{1}{2}(1 \pm \gamma^5)$  are chiral right/left projectors. The last term in (8) is due to the

<sup>+</sup>We use now the notation  $\text{Tr} = \int d^4x \text{tr}'$ ,  $\text{tr}' = \text{tr}_\gamma \text{tr}$ , where  $\text{tr}$  denotes the flavour trace.

quark determinant  $(\text{Det } i\mathcal{D})^N = \exp N \text{Tr} \ln i\mathcal{D}$ , and we used the matrix notation

$$V_\mu = -i(\omega_\mu \frac{\tau_0}{2} + \vec{g}_\mu \frac{\vec{\tau}}{2}), \quad A_\mu = -i(A_{D\mu} \frac{\tau_0}{2} + \vec{A}_{A\mu} \frac{\vec{\tau}}{2})$$

$$M = S + iP = S \frac{\tau_0}{2} + i\vec{P} \frac{\vec{\tau}}{2}. \quad (10)$$

Here  $(\omega_\mu, \vec{g}_\mu)$  and  $(A_{D\mu}, \vec{A}_{A\mu})$  denote the isosinglet and isotriplet vector and axial vector fields, respectively. It is convenient to introduce the following polar decomposition of the complex matrix  $M$  which comprises the scalar ( $S$ ) and pseudoscalar ( $P$ ) fields

$$M(x) = \sigma(x) U(x) \quad (11)$$

where the chiral field  $U(x)$  is (would be) parametrized by the Goldstone fields of pions

$$U(x) = e^{2i\pi(x)/F}, \quad \pi(x) = \vec{\pi}(x) \frac{\vec{\tau}}{2} \quad (12)$$

with  $F$  being the (bare) pion decay constant, and  $\sigma(x)$  is the field of the  $\sigma$ -particle.

The effective meson field theory defined by eq.(8) has been studied in the limit of a large number of colours,  $N \rightarrow \infty (G_1 N f_1)^{11/}$ . In this limit the meson functional integral is dominated by the stationary point  $U=1$ ,  $V_\mu=A_\mu=0$ ,  $\sigma_0 \equiv m$  with  $m$  being the total (constituent) quark mass which is determined by a Schwinger-Dyson equation. For this stationary configuration the full dynamical content of the effective chiral meson Lagrangian is given by the contribution of the quark determinant in (8).

## II.2. Extended Skyrme Lagrangian

The modulus of the quark determinant is conveniently calculated by using the proper time regularization

$$\ln |\text{Det } i\mathcal{D}|^N = \frac{N}{2} \text{Tr} \ln \mathcal{D}^\dagger \mathcal{D}$$

$$= -\frac{N}{2} \int_{1/\Lambda^2}^{\infty} \frac{d\tau}{\tau} \text{Tr} e^{-\mathcal{D}^\dagger \mathcal{D} \tau} \quad (13)$$

and performing a heat kernel expansion which essentially yields a derivative expansion of  $|\text{Det } i\mathcal{D}|$ . To facilitate the discussion let us for the moment confine to the case  $V=A=\sigma=0$ . Introducing the left group current  $L_\mu = (\partial_\mu U)U^\dagger$  and discarding higher than

fourth order derivative terms, we obtain the following extended Skyrme Lagrangian<sup>/11/</sup>

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}^{(2)} + \mathcal{L}^{(4)} + \mathcal{L}_{SB} \quad (14)$$

Here

$$\mathcal{L}^{(2)} = -\frac{F_\pi^2}{4} \text{tr} L_\mu L^\mu \quad (F_\pi \sim 93 \text{ MeV}) \quad (15)$$

is the kinetic term of the chiral field,

$$\mathcal{L}^{(4)} = \frac{N}{384\pi^2} \text{tr} \{ [L_\mu, L_\nu]^2 + 2(L_\mu L^\mu)^2 - 4(\partial_\mu L^\mu)^2 \} \quad (16)$$

are fourth order derivative ("Skyrme") terms and

$$\mathcal{L}_{SB} = \frac{1}{4} F_\pi^2 M_\pi^2 \text{tr} (U + U^\dagger - 2) \quad (17)$$

is a chiral symmetry breaking term.

The first term in the curly bracket in (16) is precisely the term originally introduced by Skyrme<sup>/5/</sup> to stabilize the baryon as a soliton. If we identify its coefficient  $1/32e^2$  defined in ref. 3 with  $\frac{1}{32} (N/12\pi^2)$ , we find for  $N=3$   $e = \sqrt{12/N} \pi = 2\pi$ , to be compared with the value  $e=5.45$  obtained from fitting the nucleon and delta masses<sup>/3/</sup>. Note that the structure of the quartic derivative terms in (16) and their numerical coefficients are model-independent and uniquely determined by the heat kernel expansion. Our results are in agreement with other approaches<sup>/16,17/</sup> where analogous investigations of fermion determinants have been performed. The fact that the coefficients in (16) are independent of the cut-off  $\Lambda$  and of the quark masses is very reminiscent of anomaly-related effective interactions. Indeed, the quartic derivative terms in (16) have independently been derived from direct integration of the so-called "nontopological" part of the chiral anomaly<sup>/17/</sup>. Note, however, that our approach leads to a logarithmic dependence of the kinetic meson term on the cut-off scale and not to a quadratic dependence as obtained in the latter work. The renormalized pion decay constant is then

$F_\pi = O(m\ell_n \gamma m)$  instead of  $F_\pi = O(\Lambda)$  yielding the estimate  $\Lambda \gtrsim 1 \text{ GeV}$ <sup>/11,13/</sup>. This values have to be compared with the lower value  $\tilde{\Lambda} = 2\pi F_\pi / \sqrt{N} \sim 340 \text{ MeV}$  of ref. 17<sup>\*)</sup>.

\*)  $\Lambda$  denotes here the cut-off of the proper time regularization (13) whereas the cut-off scale  $\tilde{\Lambda}$  introduced in the regularization scheme of ref. 17 is a bound on the eigenvalues of the Dirac operator.

The vector and axial vector fields are easily included into (14) by replacing  $\partial_\mu U$  by the SU(2)-covariant derivative

$$\partial_\mu U \rightarrow \nabla_\mu U \equiv (\partial_\mu + [V, *] + \{A, *\}) U \quad (18)$$

and adding some non-minimal terms.

### II.3. Chiral anomaly and gauged Wess-Zumino action

The gauged WZ-action is related to the phase of the quark determinant. In fact, it is obtained from integrating the variational equation<sup>/11/</sup>

$$i N \delta [\text{Im Tr} \ln i \not{D} \omega] = - \text{Tr} (\delta \omega \omega^\dagger + \omega^\dagger \delta \omega) G(V^\omega, A^\omega) \quad (19)$$

between  $\omega = 1$  and  $\omega = U^{1/2}$  where  $G(V, A)$  is the minimal Bardeen anomaly<sup>/18/</sup> and  $i \not{D} \omega$ ,  $V^\omega$ ,  $A^\omega$  are the chirally rotated Dirac operator and vector or axial vector fields, respectively. The integration of the chiral anomaly has been performed using differential geometric methods and yields precisely the gauged WZ-action<sup>/19/</sup> which is responsible, in particular, for the so-called "anomalous" decays and reactions like  $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ ,  $\omega \rightarrow 3\pi$ ,  $\gamma \pi^0 \pi^+ \pi^-$ ,  $K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^- e^+ \nu$  or  $K^+ K^- \rightarrow 3\pi$ ,  $\pi^+ \pi^- \rightarrow \eta \pi^+ \pi^-$  etc. Moreover, its presence in the Lagrangian for skyrmion physics ensures that the soliton must be quantised as a fermion if  $N$  is odd, and as a boson if  $N$  is even<sup>/3/</sup>.

### III. Physical applications

#### III.1. Meson sector

a)  $\pi\pi$ ,  $\pi K$  scattering

Let us write the Lagrangian  $\mathcal{L}^{(4)}$  in the form

$$\mathcal{L}^{(4)} = \mathcal{L}_Q + \mathcal{L}_T, \quad (16')$$

where

$$\mathcal{L}_Q = \frac{1}{32e^2} \text{tr} [L_\mu, L_\nu]^2 + \frac{\gamma}{32e^2} (\text{tr} L_\mu L^\mu)^2 \quad (20)$$

is the sum of Skyrme's original commutator term and a "non-Skyrme" or "symmetric" term ( $\gamma_{\text{theor.}} = 1$ ). Moreover,

$$\mathcal{L}_T = -\frac{1}{\Lambda_T^2} \text{tr} (\partial_\mu L^\mu)^2 = \frac{1}{\Lambda_T^2} \text{tr} \{ \partial^2 U \partial^2 U^\dagger - (L_\mu L^\mu)^2 \} \quad (21)$$

is the so-called "tachyonic" term ( $\Lambda_T^2 \equiv 96\pi^2/N$ )<sup>\*</sup>. The implica-

<sup>\*</sup>) This term leads to the appearance of a tachyonic state in the pion propagator. The natural range of validity of the derivative expansion is therefore expected to be  $\langle p^4 \rangle \langle k p^2 \rangle < 8\pi^2 F_\pi^2 = M_\pi^2$  (comp. eq. (29) before vector mesons are included).

tions of the Lagrangian  $\mathcal{L}_0$  for  $\pi\pi$ -scattering have been analyzed by Donoghue et al.<sup>/20/</sup> and Pham and Truong<sup>/21/</sup>. An analysis of the full Lagrangian (16') including the tachyonic term has recently been performed by Aitchison et al.<sup>/22/</sup> and by Belkov, Lanjov and Pervushin<sup>/23/</sup>. Following the latter work let us quote the resulting expression for the Lagrangian of  $\pi\pi$ -scattering ( $U = 1 + \frac{2i\pi(x)}{F_\pi} + \dots$ )

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\pi\pi} = & -\frac{1}{4F_\pi^2} [\vec{\pi}^2 (\partial_\mu \vec{\pi} \partial^\mu \vec{\pi}) - \delta M_\pi^2 (\vec{\pi}^2)^2] - \\ & -\frac{1}{4e^2 F_\pi^4} [(\partial_\mu \vec{\pi} \partial^\mu \vec{\pi})^2 - (\partial_\mu \vec{\pi} \partial_\nu \vec{\pi})^2] + \frac{\gamma}{8e^2 F_\pi^4} (\partial_\mu \vec{\pi} \partial^\mu \vec{\pi})^2 - \\ & -\frac{2M_\pi^2}{3\Lambda_F^2 F_\pi^4} [3(\partial_\mu \vec{\pi} \partial^\mu \vec{\pi}) \vec{\pi}^2 - M_\pi^2 (\vec{\pi}^2)^2], \end{aligned} \quad (22)$$

where  $\delta \sim 1/2$  is a parameter associated with the symmetry-breaking meson mass term. Notice that the tachyonic term (21) does not contribute to the D-wave scattering lengths which are given (in units of  $M_\pi^{-5}$ ) by

$$\begin{aligned} a_2^{I=0} &= \frac{\pi}{2} \alpha_0^2 \frac{36\pi^2}{e^2} \frac{1}{15} (2+\gamma), \quad a_2^{I=2} = -\frac{\pi}{2} \alpha_0^2 \frac{36\pi^2}{e^2} \frac{1}{15} (1-\gamma) \\ \alpha_0 &\equiv \frac{1}{3} \left( \frac{M_\pi^2}{4\pi^2 F_\pi^2} \right) = 0.019. \end{aligned} \quad (23)$$

Eqs. (23) enable one to express the parameters  $e^2$ ,  $\gamma$  by  $a_2^0$  and  $a_2^2$ ,

$$e^2 = \frac{\pi}{2} \alpha_0^2 \frac{36\pi^2}{5} \frac{1}{a_2^0 - a_2^2}, \quad \gamma = \frac{a_2^0 + 2a_2^2}{a_2^0 - a_2^2} \quad (24)$$

and using the experimental data<sup>/24/</sup>

$$a_2^0 = (17 \pm 3) \times 10^{-4} M_\pi^{-5}, \quad a_2^2 = (1.3 \pm 3) \times 10^{-4} M_\pi^{-5} \quad (25)$$

to get the estimates<sup>/23/</sup>

$$e^2 = 25.7 \pm 6.7, \quad \gamma = 1.2 \pm 0.2. \quad (26)$$

The value of  $\gamma$  is consistent with the theoretical value  $\gamma_{th} = 1$  which also yields  $a_2^2 = 0$ , whereas the value for  $e^2$  is somewhat lower than the theoretical value  $e^2 = 4\pi^2$ . The predictions for the scattering lengths  $a_0^0, a_0^2$  and  $a_1^1$  are quoted in Table 1.

Table 1.  $\pi\pi$ -scattering lengths<sup>/23/</sup>

$a_l^I$	Effective meson Lagrangian		experiment <sup>/25/</sup>
	without $p^4$ -terms	with $p^4$ -terms	
$a_0^0, M_{\pi}^{-1}$	0.16	0.19	$0.23 \pm 0.05$
$a_0^2, M_{\pi}^{-1}$	-0.045	-0.052	$-0.05 \pm 0.03$
$a_1^1, M_{\pi}^{-3}$	0.030	0.039	$0.036 \pm 0.010$

Finally, using a suitable unitarization scheme it is possible to calculate the various  $\pi\pi$ -phase shifts. The corrections to the soft pion results are all quite small but substantially in agreement with experiment<sup>/22,23/</sup>. The extension of the Lagrangians (20), (21) to flavour SU(3) symmetry is straightforward<sup>/11,17/</sup>. Belkov, Lanjov and Pervushin have also estimated the  $\pi K$ -scattering lengths using the GMOR-scheme<sup>/26/</sup> of chiral symmetry breaking. The corresponding results are quoted in Table 2.

Table 2.  $\pi K$ -scattering length<sup>/23/</sup>

$a_l^I$	Effective meson Lagrangian				Experiment
	$\mathcal{L}^{(2)} + \mathcal{L}_{SB}$	$\mathcal{L}_Q$	$\mathcal{L}_T$	Sum	
$a_0^{1/2}$ ( $M_{\pi}^{-1}$ )	0.121	0.013	0.086	0.220	$0.335 \pm 0.006$ <sup>/27/</sup> $0.24 \pm 0.02$ <sup>/28/</sup> $0.13 \pm 0.09$ <sup>/29/</sup>
$a_0^{3/2}$ ( $M_{\pi}^{-1}$ )	-0.085	0.013	-0.060	-0.132	$-0.14 \pm 0.07$ <sup>/27/</sup> $-0.05 \pm 0.006$ <sup>/28/</sup> $-0.13 \pm 0.03$ <sup>/29/</sup>
$a_1^{1/2}$ ( $M_{\pi}^{-3}$ )	0.0098	0.0038	0.0072	0.0208	$0.018 \pm 0.002$ <sup>/28/</sup>
$a_1^{3/2}$ ( $M_{\pi}^{-3}$ )	0	0.0024	-0.0024	0	

Before concluding this subsection let us mention that there exists an interesting relationship between the Skyrme constant  $e=2\pi$  and the parameters of the  $\sigma$  meson. Using forward dispersion relations for the  $\pi^+\pi^0$ -scattering amplitude and saturating its imaginary part by the  $\sigma$  resonance, Pham and Truong<sup>/21/</sup> obtained

$$1/e^2 \simeq 2 F_\pi^2 / M_\sigma^2 \quad . \quad (27)$$

Combining this result with the KSFR relation

$$M_\sigma^2 = 2 F_\pi^2 g_{\sigma\pi\pi}^2 \quad (28)$$

which can be shown to hold in our composite-meson model<sup>/11/</sup>, we obtain the interesting result

$$e \simeq g_{\sigma\pi\pi} \quad , \quad M_\sigma^2 \simeq 8\pi^2 F_\pi^2 \quad , \quad (29)$$

where  $g_{\sigma\pi\pi}$  is the  $\sigma\pi\pi$ -coupling constant. Note that from  $\sigma \rightarrow 2\pi$  decay  $g_{\sigma\pi\pi}^2/4\pi \approx 3$  so that indeed  $g_{\sigma\pi\pi}^2 \approx 4\pi^2 = e^2$ . Finally after including electromagnetic interactions, the effective meson Lagrangian leads to the following expression for the electromagnetic radius of the pion

$$\langle r_{\pi^+}^2 \rangle = 6/M_\sigma^2 = 6/8\pi^2 F_\pi^2 \quad (30)$$

which is in agreement with earlier quark loop calculations<sup>/30/</sup>.

### III.2. Baryon sector

The recent applications of the Skyrme model to the description of baryons<sup>/31,32/</sup> provide us with another test of the "extended" Skyrme Lagrangian (14). In this context let us first remember that the original Skyrme Lagrangian, although providing a satisfactory qualitative description of the static properties of the nucleon, does not reproduce the important medium range attraction of the nucleon-nucleon force responsible for nuclear binding<sup>/33/</sup>. On the other hand it is well known that the  $\bar{\sigma}$  meson plays an essential role in describing the attractive part of the N-N potential. Since the structure of the symmetric term in (20) may be associated with the exchange of a heavy  $\bar{\sigma}$  particle<sup>/21,34/</sup>, it seems natural to ask whether the new pieces in (20), (21) may lead to the necessary attraction. Before discussing this

issue further, let us first mention that the new quartic derivative terms in  $\mathcal{L}_Q$  and  $\mathcal{L}_T$  do not give a positive definite contribution to the energy. In order to counterbalance their destabilizing effects, one has to include the contribution of the  $\omega$ -meson<sup>/31, 32,35/</sup>

$$\mathcal{L}_\omega = \mathcal{L}_\omega^0 + \mathcal{L}_{\text{coupl.}} \quad (31)$$

where

$$\mathcal{L}_\omega^0 = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^\omega F^{\mu\nu\omega} + \frac{M_\omega^2}{2} \omega_\mu^2, \quad F_{\mu\nu}^\omega = \partial_\mu \omega_\nu - \partial_\nu \omega_\mu$$

$$\mathcal{L}_{\text{coupl.}} = \beta \omega_\mu j^\mu \quad (32)$$

Here  $j^\mu$  is the conserved topological current of the chiral field  $U$

$$j^\mu = \frac{1}{24\pi^2} \epsilon^{\mu\nu\sigma\tau} \text{tr}(L_\nu L_\sigma L_\tau) \quad (33)$$

and  $\beta = g_8 N/2 \sim 9.2$ . The theoretical value of  $\beta$  is comparable in magnitude with the  $\omega NN$  vector coupling constant

$g_{\omega NN}$  (phenomenologically  $10 \lesssim g_{\omega NN} \lesssim 12$ ). In the low-energy region  $\mathcal{L}_\omega$  may be further reduced to the following current  $\times$  current form

$$\mathcal{L}_\omega = -\frac{1}{2} \frac{\beta^2}{M_\omega^2} j^\mu j_\mu \quad (34)$$

Let us now study the baryon number  $N_B = 1$  soliton sector of the extended Skyrme model defined by eqs. (14) and (34). As usual we make the hedgehog ansatz

$$U(x) = \exp[i\hat{r}\vec{\tau}\theta(r)] \quad (35)$$

with the boundary conditions  $\theta(0) = \pi$  and  $\theta(\infty) = 0$  to ensure  $N_B = \int d^3x j^0(x) = 1$ . For the static ansatz (35) the baryon current (33) reduces to

$$j^0(x) = -\frac{1}{2\pi^2} \frac{\sin^2\theta}{r^2} \theta', \quad \vec{j} = 0 \quad (\theta' \equiv \frac{d\theta}{dr}) \quad (36)$$

and the Lagrangian becomes

$$\mathcal{L}^{(2)} = -\frac{F_\pi^2}{2}(\theta'^2 + 2\frac{\sin^2\theta}{r^2}) \quad (37a)$$

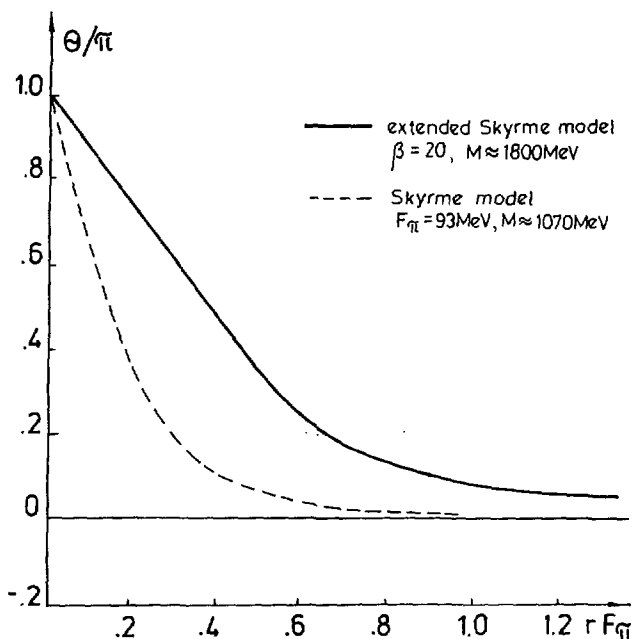
$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{(4)} = \frac{N}{12\pi^2} \left\{ -\frac{\sin^2\theta}{r^4} (r^2\theta'^2 + \frac{1}{2}\sin^2\theta) \right. \\ \left. + \frac{1}{8}(\theta'^2 + 2\frac{\sin^2\theta}{r^2})^2 \right. \\ \left. + \frac{1}{4r^4}(2r\theta' + r^2\theta'' - \sin 2\theta)^2 \right\} \quad (37b) \end{aligned}$$

$$\mathcal{L}_\omega = -\frac{\beta^2}{2M_\omega^2} (j^0(r))^2 \quad (37c)$$

$$\mathcal{L}_B = -F_\pi^2 M_\pi^2 (1 - \cos\theta). \quad (37d)$$

The Euler-Lagrange equation for the chiral angle  $\theta(r)$  following from the Lagrangian (37) has been solved numerically (for  $M_\pi^2 = 0$ ) using a Runge-Kutta method<sup>/36/</sup>. The Figure shows the solution  $\theta(r)$  for  $\beta = 20$ . (see Fig.).

For the sake of comparison we present also the corresponding solution for the standard Skyrme model with the same constants  $F_\pi$  and  $e$  as obtained in our effective meson Lagrangian (14) yielding a skyrmion mass of  $M_{Sk} = 1070$  MeV. One observes that the chiral soliton of the extended Skyrme model (with  $\beta = 20$ ) is spatially more extended. The corresponding soliton mass turns out to be  $M \approx 1800$  MeV, much too large compared with the mass of the nucleon. This large mass can be traced back to the large  $\beta$  value which is twice as large as the value  $\beta \sim 9.2$  predicted from the contribution (32) of the gauged Wess-Zumino term. Unfortunately, we have not yet been able to find an exact solution to the Euler-Lagrange equation of the extended Skyrme model (14) for the "physical" value  $\beta \sim 9.2$ . If such solution exists, it has a much lower energy than for  $\beta = 20$  which could well be near the physical mass of the nucleon. At present it is however not clear whether a solution for  $\beta \sim 9.2$  does not exist at all or whether we have not yet been able to find it numerically.



**Fig. 2** Numerical solutions of the Euler-Lagrange equations of the extended Skyrme model (solid curve;  $\beta = 20$ ) and of the standard Skyrme model (dashed curve).

Our results are in agreement with variational estimates of the chiral soliton field<sup>[32]</sup>, where soliton solutions have been found only for  $\beta > 15$ . A further investigation of the existence of physical skyrmion solutions probably requires the inclusion of all heavy mesons like  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$ ,  $A_1$  into the effective meson Lagrangian. Moreover, it is quite possible that a complete treatment of the coupled meson field equations rather than an expansion in powers of  $\partial_\mu \pi$  may be necessary in order to investigate the properties of skyrmions within a meson field theory.

It has been argued that the new derivative terms contained in  $\mathcal{L}^{(4)}$  may signal the presence of attractive N-N forces<sup>[31]</sup>. A de-

tailed analysis of the N-N potential obtained from a modified Skyrme Lagrangian has recently been performed by Lacombe et al.<sup>/34/</sup> These authors started with the quartic derivative term  $\mathcal{L}_Q$  of eq. (20) supplemented by  $\mathcal{L}_\omega$ . Linearizing the "symmetric" quartic term by introducing a coupling to the field of the  $\sigma$ -particle and taking  $M_\sigma = 800$  MeV, they got a good fit to  $M_N$  and  $M_\Delta$  with  $F_\pi = 71.5$  MeV,  $\beta = 12$ ,  $e = 7$  and  $\delta/4 = 0.349$ . Their calculations confirm the appearance of medium range attractions.

#### IV. Concluding remarks

In this talk we have illustrated how to derive an effective meson Lagrangian including quartic derivative (Skyrme) terms and the gauged Wess-Zumino term from a superconductor NJL-type of quark model motivated by (massive)QCD. The implications of the new quartic derivative terms in the effective meson Lagrangian have then been discussed for both the meson sector ( $\pi\pi$ - and  $\pi K$ -scattering) and baryon sector. Concerning the baryon sector it unfortunately turns out that the topological soliton of the extended Skyrme Lagrangian has a too large mass ( $M \sim 2M_N$ ) to be identified with the nucleon<sup>/32,36/</sup>. A further investigation of the properties of skyrmions should then probably start with a complete effective meson Lagrangian including besides pions and  $\omega$  mesons all other heavy mesons like the  $\sigma$ ,  $\rho$  and  $A_1$  mesons too. Moreover, it is quite possible that one must address a complete treatment of the coupled meson field equations including all kinds of mesons. Obviously, it is very important to try to derive a Skyrme-type meson Lagrangian directly from (unbroken) QCD, but this is difficult and has only been done indirectly<sup>/17,37/</sup>, at best.

#### References

1. G. 't Hooft, Nucl.Phys. B72, 461 (1974); B75, 461 (1974).
2. E.Witten, Nucl.Phys. B160, 57 (1979).
3. E.Witten, Nucl.Phys. B223, 422, 433 (1983);  
G.Adkins, C.Nappi and E.Witten, Nucl.Phys. B228, 552 (1983).
4. J.Wess and B.Zumino, Phys.Lett. 37B, 95 (1971).
5. T.H.R.Skyrme, Proc.Roy.Soc. London. Ser. A260, 127 (1961);  
Nucl.Phys. 31, 556 (1962),  
See also: L.D.Faddeev, Lett. Math.Phys. 1, 289, (1976);  
A.P.Balachandran et al., Phys.Rev.Lett. 49, 1124 (1982).

6. Ö. Kaymakçalan, S. Rajeev and J. Schechter, *Phys. Rev. D* **30**, 594, 2345, (1984);  
Ö. Kaymakçalan and J. Schechter, *Phys. Rev. D* **31**, 1109 (1985);  
Y. Brihaye, N. K. Pak and P. Rossi, *Phys. Lett.* **149B**, 191 (1984);  
*Nucl. Phys.* **B254**, 71 (1985).
7. D. Gonzales and A. N. Redlich, *Phys. Lett.* **147B** 150 (1984);  
D. Gepner, Weizmann Inst. Prepr. WIS-84/39-Ph (1984);  
see also: D. Ebert and V. N. Pervushin, *Theor. Math. Fiz.* **36**, 313 (1978).
8. H. Reinhardt, NBI Prepr. NBI-HE-86-11 (1986).
9. Y. Nambu and G. Jona-Lasinio, *Phys. Rev.* **122**, 345 (1961)  
*ibid* **124**, 246 (1961).
10. H. Klugberg-Stern, A. Morel and B. Petterson, *Nucl. Phys.* **B215**, 527 (1983); N. Kawamoto and J. Smit, *Nucl. Phys.* **B192**, 100 (1981).
- 11a. D. Ebert and H. Reinhardt, *Nucl. Phys.* **B271**, 188 (1986).  
b. D. Ebert and H. Reinhardt, Berlin-Zeuthen Prepr. PHE-3 (1986)  
(to appear in *Phys. Lett. B*).
12. K. Kikkawa, *Progr. Theor. Phys.* **56**, 947 (1976);  
T. Eguchi, *Phys. Rev. D* **14**, 2755 (1976).
13. D. Ebert and M. K. Volkov, *Yad. Fiz.* **36**, 1265 (1982);  
*Z. Phys. C-Part. Fields* **16**, 205 (1983);  
M. K. Volkov, *Ann. Phys.* (NY) **157**, 282 (1984) and *Sov. J. Part. Nucl.* **17**, 433 (1986).
14. A. Dhar, R. Shankar and S. R. Wadia, *Phys. Rev. D* **31**, 3256 (1985).
15. L. S. Celenza and C. M. Shakin, Brooklyn College Prepr. **85** (101) 146 (1985), submitted to *Phys. Rev. D*; *Phys. Rev. D* **32**, 1807 (1985).
16. R. MacKenzie, F. Wilczek and A. Zee, *Phys. Rev. Lett.* **53**, 197 (1984).  
I. J. R. Aitchison and C. M. Frazer, *Phys. Lett.* **146B**, 63 (1984);  
*Phys. Rev. D* **31**, 2605 (1985);  
J. A. Zuk, *Z. Phys. C-Part. Fields* **29**, 303 (1985);  
P. Simid, *Phys. Rev. Lett.* **55**, 40 (1985);  
R. D. Ball and H. Osborn, *Phys. Lett.* **165B**, 410 (1985).
17. A. A. Andrianov and Yu. V. Novozhilov, *Phys. Lett.* **153B**, 422 (1985);  
A. A. Andrianov, *Phys. Lett.* **157B**, 425 (1985).
18. W. Bardeen, *Phys. Rev.* **184**, 1848 (1969).
19. K. C. Chou et al. *Phys. Lett.* **134B**, 67 (1984);  
H. Kawai and S. H. Tye, *Phys. Lett.* **140B**, 403 (1984);  
E. Manes, *Nucl. Phys.* **B250**, 369 (1985). See also:  
N. K. Pak and P. Rossi, *Nucl. Phys.* **B250**, 279 (1985);  
G. C. Rossi, M. Testa and K. Yoshida, *Phys. Lett.* **134B**, 78 (1984).

20. J.F.Donoghue, E.Golowich and B.R.Holstein, Phys.Rev.Lett.  
53, 747 (1984).
21. T.N.Pham and Tran N.Truong, Phys.Rev. D31, 3027 (1985).
22. I.J.R.Aitchison, C.M.Frazer and P.J.Miron, Univ. of Oxford  
Preprint 49/85.
23. A.A.Belkov, A.V.Lan'kov and V.N.Pervushin, JINR-Prepr. P2-36-205  
pubna, (1986).
24. M.M.Nagels et al., Nucl.Phys. B147, 189 (1979).
25. A.A.Belkov et al., Pion-pion interactions, Moscow, Energoisdat  
(1985).
26. M.Gell-Mann, R.J.Oakes and B.Renner, Phys.Rev. 175, 2195 (1968).
27. P.Estabrook et.al., Nucl. Phys. B133, 494 (1978).
28. N.Johannesson and G.Nilsson, Nuovo Cim. A43, 376 (1978).
29. A.Karabarbounis and G.Shaw, J.Phys.: Nucl.Phys. G6, 583 (1980).
30. A.N.Ivanov, Yad.Fiz. 33, 1679 (1981);  
D.Ebert and M.K.Volkov, Proceedings of the  $v^{\text{th}}$  Int.Seminar on  
Problems in High Energy Physics and Quantum Field Theory. Vol.2,  
Protvino, 159 (1982).
31. I.J.R.Aitchison et al., Phys.Lett. 165B, 162 (1985);  
H.Reinhardt and D.Ebert, NBI Prepr. NBI-HE-85-37 (1985).
32. V.A.Andrianov and V.Yu.Novozhilov, Pisma JETP 42, 469 (1985);  
Yad.Fiz.43, 983 (1986).
33. A.Jackson, A.D.Jackson and V.Pasquir, Nucl.Phys. A432, 259 (1985).
34. M.Lacombe et al. Orsay Prepr. IPNO/TH 85-68 (1985).
35. G.S.Adkins and C.R.Nappi, Phys.Lett. 137B, 251 (1984).
36. B.Kämpfer, H.Reinhardt and D.Ebert, Zfk Report 1986.
37. P.Simić, ref. 16. See also: N.I.Karchev and A.A.Slavnov. Theor.  
Math.Fiz. 65, 192 (1985).

## КХД, КОНФАЙНМЕНТ И НИЗКОЭНЕРГЕТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА АДРОНОВ

Г.В. Ефимов, М.А. Иванов

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

### I. Введение

Мир легких кварков и легких адронов схематически можно представить следующим образом. На малых расстояниях (до  $0,2 \div 0,3$  фм) имеются только свободные кварки и глюоны, а на больших расстояниях (свыше  $1$  фм) — только адроны. Кварки и глюоны описываются квантовой хромодинамикой (КХД), причем из-за свойства асимптотической свободы кварки на малых расстояниях являются дираковскими, а глюоны векторными частицами, а их взаимодействие описывается теорией возмущений КХД. Адроны на больших расстояниях являются свободными частицами, которые подчиняются уравнениям стандартной квантовой теории поля (см., например, <sup>/1/</sup>).

В промежуточной области расстояний ( $0,2 \div 1$  фм) осуществляется так называемый конфайнмент кварков и глюонов и происходит их адронизация. Теоретически механизмы этих процессов являются наименее изученными. С физической точки зрения, это область адронной физики низких энергий, так как физические процессы с энерговыведением до  $1 \div 1,5$  ГэВ протекают на этих расстояниях. Общепризнанные квантовополевые методы, связывающие физику адронов с кварками и глюонами, как бы проскакивают эту область и ставят своей задачей связать амплитуды адронных процессов с параметрами кварков и глюонов. При этом проблема конфайнмента не решается и так или иначе обходится.

Так, метод правил сумм КХД <sup>/2/</sup> ставит своей задачей связать представление матричных элементов адронных токов в форме дисперсионных правил сумм и в виде кварк-глюонных диаграмм. Влияние области конфайнмента учитывается минимальным образом — введением феноменологических параметров: кваркового и глюонного конденсатов. То же можно сказать и о методе феноменологических киральных лагранжианов (см., например, <sup>/3/</sup>).

Развиваемая нами кварк-виртонная модель <sup>/4,5/</sup>, описывающая физику легких адронов при низких энергиях, исходит из определенного пред-

ставления о поведении кварков, глюонов и адронов именно в области конфайнмента. Основное предположение состоит в том, что в интересующей нас области кварки ведут себя как некие квазичастицы, несущие квантовые числа кварков, но и эти кварки-квазичастицы можно описывать виртонным полем, т.е. полем, кванты которого существуют только в виртуальном и не могут существовать в свободном состоянии. Математически это обеспечивается тем, что пропагатор виртонного поля является целой аналитической функцией определенного вида в комплексной плоскости импульсного переменного  $p^2$ . Таким образом, в модели удовлетворено требование конфайнмента кварков. Далее предполагается, что связь адронов с кварками-виртонами можно задать соответствующими лагранжианами взаимодействия, а тот факт, что адроны состоят из кварков, учитывается квантовополевым условием связности, которое определяет константу связи в лагранжиане взаимодействия. Знание динамики перехода адрона в кварки и кварков в адроны позволяет полностью описать все возможные процессы адронов низких энергий.

Таким образом, виртон-кварковая модель (ВКМ) относится к классу релятивистских составных моделей и в её основе лежит представление о кварковой структуре адрона. Модель не объясняет происхождение спектра и квантовых чисел адронов, а решает следующую задачу. Если имеется адрон с известной массой и квантовыми числами, то модель в состоянии дать релятивистское описание всех возможных взаимодействий и распадов этого адрона при низких энергиях. Так, в рамках ВКМ дано хорошее описание фактически всей низкоэнергетической физики легких адронов /4/.

В изложенной выше формулировке ВКМ не имеет непосредственной связи с КХД, т.е. пока не понят и не изучен до конца динамический механизм превращения свободных кварков в кварки-квазичастицы, описываемые виртонным полем, и затем в адроны в области конфайнмента. В данной работе мы обсудим, насколько предположение о том, что пропагатор кварка в области конфайнмента является целой функцией в  $p^2$ -плоскости, согласуется с КХД.

## 2. Глюонный пропагатор на больших расстояниях

В 70-е годы интенсивно обсуждалась идея<sup>/6/</sup>, что если пропагатор глюона при малых импульсах будет вести себя как

$$g_\mu^a g_\nu^b = \delta_{ab} \tilde{D}_{\mu\nu}(p) = -\delta_{ab} \frac{\Lambda^2}{(p^2)^2} \left[ g_{\mu\nu} - \frac{p_\mu p_\nu}{p^2} (1-d) \right], \quad (2.1)$$

то тогда для кварк-антикваркового потенциала одноглюонного обмена имеем

$$U_{q\bar{q}}(z) = -g^2 \int \frac{d\vec{p}}{(2\pi)^3} \frac{\Lambda^2}{(\vec{p}^2)^2} e^{i\vec{p}\vec{z}} = \frac{g^2 \Lambda^2}{8\pi} z, \quad (2.2)$$

т.е. получаем линейно растущий потенциал запаривания.

Сделаем два замечания.

Первое. Было лишь показано, что инфракрасное поведение пропагатора глюона (2.1) в аксиальной калибровке не противоречит уравнениям Швингера - Дайсона при некоторых других дополнительных предположениях технического характера. При этом, поскольку уравнение Швингера - Дайсона формулируется в пространстве Фока невзаимодействующих глюонов, конфайнмент, понимаемый как линейный рост  $q\bar{q}$ -потенциала притяжения (2.2), никак не связан с изменением глюонного вакуума на больших расстояниях.

Второе. В этом подходе обеспечивается лишь конфайнмент системы  $q\bar{q}$ , поскольку из-за потенциала притяжения (2.2) кварк и антикварк не могут разойтись на произвольно большое расстояние.

Однако для решения проблемы конфайнмента необходимо дополнительно показать, что не может существовать и один изолированный кварк. Для решения этого вопроса<sup>17)</sup> рассмотрим функцию Грина кварка в глюонном поле с пропагатором (2.1). Имеем

$$G(x-y) = \int d\sigma_g G(x,y|g), \quad (2.3)$$

где функция Грина кварка во внешнем поле удовлетворяет уравнению

$$(i\gamma_\mu \frac{\partial}{\partial x_\mu} - m + i g t_a \gamma_\mu g_\mu^a(x)) G(x,y|g) = -\delta(x-y), \quad (2.4)$$

здесь  $t_a$  - базисные матрицы группы  $SU(N)$ . Мера  $d\sigma_g$  глюонного поля включает в себя, вообще говоря, полное взаимодействие глюонных полей согласно теории полей Янга - Миллса. Поскольку нас интересует только инфракрасная асимптотика функций Грина, а форма пропагатора (2.1) уже подразумевает учет нелинейного янг-миллсовского взаимодействия, то естественно считать, что мера  $d\sigma_g$  такова, что

$$\begin{aligned} \int d\sigma_g \exp \{ i \int dx J_\mu^a(x) g_\mu^a(x) \} = \\ = \exp \{ -\frac{1}{2} \iint dx dy J_\mu^a(x) D_{\mu\nu}(x-y) J_\nu^a(y) \}, \end{aligned} \quad (2.5)$$

где

$$D_{\mu\nu}(x) = \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \tilde{D}_{\mu\nu}(p) e^{-ipx} =$$

$$= -\frac{\Lambda^2}{(8\pi)^2} \left[ (3+d) \delta_{\mu\nu} \ln \frac{x^2}{x_0^2} - 2(1-d) \frac{x_\mu x_\nu}{x^2} \right].$$

Приведем для простоты выражение для функции Грина (2.3-4) в приближении Блоха - Нордсика, т.е. в случае, когда матрицы  $\gamma_\mu$  и  $t_a$  считаются постоянными векторами:

$$\gamma_\mu \rightarrow u_\mu, \quad t_a \rightarrow v_a, \quad u_\mu^2 = 1, \quad v_a^2 = 1.$$

Общий случай качественно не меняет основного вывода /17/. Имеем

$$\tilde{G}(p) = \int_0^\infty ds \exp \left\{ -(m-pu)s + \frac{g^2 \Lambda^2}{6(8\pi)^2} s^2 \left[ (3+d) \ln \frac{s^2}{x_0^2} - (1-d) \right] \right\}. \quad (2.6)$$

Отсюда следует, что поведение функции Грина кварка существенно зависит от калибровки. При  $3+d \leq 0$  она целая в  $(pu)$ -плоскости, а при  $3+d > 0$  интеграл не определен. Для произвольных калибровок этот интеграл можно определить следующим образом. Введем  $\delta = -(3+d) > 0$  и произведем замену  $s = t/\sqrt{\delta}$ , тогда

$$\tilde{G}(p) = \frac{1}{\sqrt{\delta}} \int_0^\infty dt \exp \left\{ -\frac{m-pu}{\sqrt{\delta}} t + \frac{g^2 \Lambda^2}{6(8\pi)^2} t^2 \left( \ln \frac{t^2}{x_0^2} - \ln \delta - 1/2 \right) \right\}. \quad (2.7)$$

Эта функция целая при произвольных калибровках, хотя при  $\delta < 0$  она становится комплексной при тех значениях импульса, при которых она должна быть вещественной.

Таким образом, мы видим, что хотя функция Грина кварка может быть сделана целой, и тем самым обеспечен конфайнмент отдельного кварка, явная зависимость функции Грина (2.6) от калибровки заставляет отнести к этому результату с большим сомнением.

### 3. Вакуум в КХД

В работах Матиняна и Саввици /18/ было показано, что классические постоянные поля Янга - Миллса, равенство нулю которых определяет наименьшее, или вакуумное, состояние системы, неустойчивы относительно квантовых флуктуаций. Оказалось, что в постоянном хромомagnetном поле  $H$  энергия вакуума, вычисленная в однопетлевом приближении методом эффективного потенциала, равна

$$E_H = E_0 + \frac{H^2}{2} - \frac{g^2 H^2 \hbar}{48 \pi^2} \ln \frac{\Lambda^2}{gH} + O(g^2 H^2), \quad (3.1)$$

где  $\Lambda$  — удовлетворительное обрезание. Здесь  $E_0$  — энергия вакуума в отсутствие внешнего поля,  $H^2/2$  является классической энергией магнитного поля, а следующее слагаемое определяется квантовыми флуктуациями. Минимум  $E_H$  осуществляется при

$$gH_m = \Lambda^2 \exp \left\{ -\frac{24\pi^2}{\hbar g^2} - \frac{1}{2} \right\} \quad (3.2)$$

и равен

$$E_{H_m} = E_0 - \Lambda^4 \frac{\hbar}{96 \pi^2} \exp \left\{ -\frac{48\pi^2}{\hbar g^2} - 1 \right\}. \quad (3.3)$$

Относительно полученного результата сделаем следующие замечания. Во-первых, ультрафиолетовое обрезание, несомненно, нарушает калибровочную ковариантность теории, поэтому к формулам с явной зависимостью от  $\Lambda$  надо относиться с большой осторожностью. Во-вторых, положение минимума явно выходит за рамки применимости используемого метода эффективного потенциала. Поэтому полученный результат следует рассматривать как сугубо предварительный.

Затем было показано [9], что вакуум Матияна — Саввиди нестабилен и должно существовать состояние с меньшей энергией, чем (3.3).

Следующий шаг в исследовании вакуума КХД был сделан в работах Препараты [10]. Был использован вариационный метод оценки энергии основного состояния в квантовом поле в представлении Шредингера гамильтониана КХД. Кратко опишем схему вычислений. Гамильтониан поля Янга — Миллса записывается в форме

$$\mathcal{H} = \int d\vec{x} \sum_{\alpha=1}^3 \sum_{i=1}^3 \left\{ -\frac{1}{2} \frac{\delta^2}{\delta \eta_i^\alpha(\vec{x}) \delta \eta_i^\alpha(\vec{x})} + (B_i^\alpha(\vec{x}))^2 \right\},$$

где

$$B_i^\alpha(\vec{x}) = \varepsilon_{ijk} \left[ \partial_j A_k^\alpha(\vec{x}) + \frac{g}{2} \varepsilon^{\alpha\beta\gamma} A_j^\beta(\vec{x}) A_k^\gamma(\vec{x}) \right],$$

$$A_k^\alpha(\vec{x}) = f_k^\alpha(\vec{x}) + \eta_k^\alpha(\vec{x}).$$

Здесь  $\varphi_\kappa^\alpha(\vec{x})$  - полевая переменная, а  $f_\kappa^\alpha(\vec{x})$  - внешнее хромоманнитное поле, которое выбирается в виде

$$f_\kappa^\alpha(\vec{x}) = \delta^{\alpha 3} \delta_{\kappa 3} H x_i. \quad (3.4)$$

Оценивается энергия основного состояния вариационным методом:

$$E \leq E_m = \min_{\Psi} \frac{\langle \Psi | \mathcal{H} | \Psi \rangle}{\langle \Psi | \Psi \rangle},$$

где функционал основного состояния  $\Psi$  выбирается в форме

$$\Psi = \Gamma[\eta] \exp \left\{ -\frac{1}{4} \iint d\vec{x} d\vec{y} \eta_i^\alpha(\vec{x}) G_{ij}^{-1\alpha\beta}(\vec{x}, \vec{y}) \eta_j^\beta(\vec{y}) \right\},$$

$\Gamma[\eta]$  - полином от  $\eta$ , формально обеспечивающий калибровочную инвариантность теории и основные перенормировки. Вариационные параметры вводятся в функцию  $G_{ij}^{-1\alpha\beta}(\vec{x}, \vec{y})$ .

В результате вычислений  $10^{10}$  для энергии вакуума получено выражение

$$E_m = E_0 + \frac{H^2}{4} - \frac{g^2 H^2}{48\pi^2} \ln \frac{1}{gH} = \quad (3.5)$$

$$= E_0 - \Lambda^4 \frac{11}{96\pi^2} \exp \left\{ -\frac{24\pi^2}{11g^2} - 1 \right\}$$

при

$$gH_{\min} = \Lambda^2 \exp \left\{ -\frac{12\pi^2}{11g^2} - \frac{1}{2} \right\}.$$

Таким образом, вариационная оценка Препараты улучшает оценку Матияна - Саввиди.

Какие выводы следует из всего вышесказанного? Главный вывод состоит в том, что, по всей видимости, вакуум КХД представляет собой среду, в которой отлично от нуля хромоманнитное поле, так что частицы с цветовым зарядом, т.е. кварки и глюоны, не могут существовать как свободные частицы в такой среде. Таким образом, по крайней мере качественно дано объяснение механизма конфайнмента.

Что является неудовлетворительным в изложенной картине? Во-первых, как уже говорилось выше, ультрафиолетовое обрезание нарушает калибровочную симметрию теории, другими словами, обрезание не является

ренорминвариантным. Во-вторых, вакуумное хромомagnetное поле (3.4) имеет выделенное направление в цветовом и конфигурационном пространствах, что нарушает как калибровочную, так и лоренцевскую инвариантность теории.

Поэтому построение калибровочно- и лоренц-инвариантного вакуума КХД является еще нерешенной задачей.

#### 4. Модель взаимодействующего электромагнитного поля

Проведенные в предыдущем разделе выкладки показали, что при любой величине связи полей Янга - Миллса вакуум КХД осуществляется при отличном от нуля постоянном хромомagnetном поле. Это кажется странным, поскольку несомненно, что на малых расстояниях кварки и глюоны являются свободными частицами, т.е. никакого отличного от нуля постоянного поля не может быть. Кажется более естественной следующая картина. На малых расстояниях, т.е. при малых константах связи  $g$ , вакуум КХД - обычный фокковский вакуум, любые отличные от нуля поля отсутствуют. На больших расстояниях, т.е. при больших  $g$ , вакуум КХД, т.е. наименьшее энергетическое состояние, осуществляется при отличном от нуля хромомagnetном поле, обеспечивающем конфайнмент частиц с цветовым зарядом. Мы пока не в состоянии проверить эту идею в КХД, поэтому предлагаем модель КЭД, где эта ситуация имеет место.

Пусть электромагнитное поле описывается лагранжианом

$$L = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F_{\mu\nu} - h F_{\mu\nu} F_{\nu\rho} F_{\rho\sigma} F_{\sigma\mu}, \quad (4.1)$$

где

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu,$$

$h$  - константа связи четырехфотонного градиентно-инвариантного нелинейного взаимодействия фотонного поля.

Введенное взаимодействие является неперенормируемым, поэтому будем рассматривать нелокальный вариант теории. В данном случае нелокальность может быть введена без нарушения калибровочной инвариантности. Будем считать, что пропагатор тензора напряженности  $F_{\mu\nu}$  имеет вид в евклидовой метрике

$$\begin{aligned} D_{\mu\nu,\alpha\beta}(x-y) &= \langle T(F_{\mu\nu}(x) F_{\alpha\beta}(y)) \rangle = \\ &= \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \cdot \frac{V(k^2)}{k^2} (K_\mu K_\alpha \delta_{\nu\beta} - K_\nu K_\alpha \delta_{\mu\beta} - K_\mu K_\beta \delta_{\nu\alpha} + K_\nu K_\beta \delta_{\mu\alpha}) e^{-ik(x-y)}, \end{aligned} \quad (4.2)$$

где  $V(k^2)$  - формфактор, который для определенности выберем в виде

$$V(k^2) = (\tilde{K}(k^2))^2 = \left[ \frac{\alpha^2}{k^2} (1 - \exp(-\frac{k^2}{\alpha^2})) \right]^2, \quad (4.3)$$

здесь  $\alpha$  - параметр, характеризующий область нелокального взаимодействия.

Модификация пропагатора (4.2) соответствует такому введению не-локальности во взаимодействие, когда тензор  $F_{\mu\nu}$  "размазывается" согласно

$$F_{\mu\nu}(x) \rightarrow F_{\mu\nu}(x) = \int dy K(x-y) F_{\mu\nu}(y),$$

где

$$K(x-y) = \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \tilde{K}(k^2) e^{-ik(x-y)}.$$

Степень убывания пропагатора в евклидовой метрике при  $k^2 \rightarrow \infty$  выбрана таким образом, чтобы рассматриваемая модель была суперперенормируемой подобно  $\phi_2^4$ . В этом случае две единственные расходимости теории могут быть устранены выбором взаимодействия в нормальной форме без нарушения градиентной инвариантности, что соответствует введению контрчлена перенормировки волновой функции поля  $F_{\mu\nu}$  и контрчлена перенормировки энергии вакуума в первом порядке по  $\hbar$ . Других расходимостей в теории возмущений нет.

Таким образом, модель задана. В каждом порядке теории возмущений она конечна, унитарна и градиентно-инвариантна. Определим теперь энергию вакуума вне рамок теории возмущений; имеем

$$E(\hbar) = - \lim_{V \rightarrow \infty} \frac{1}{V} \ln S_V(\hbar), \quad (4.4)$$

$$S_V(\hbar) = \frac{1}{N} \int \delta A \exp \left\{ - \int_V d^4 x \left[ \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^2(x) + \frac{1}{2\alpha} (\partial_\mu A(x))^2 \right] \right\} \times$$

$$\times \exp \left\{ - \hbar \int_V d^4 x : \frac{1}{2} F^4(x) : \right\},$$

$$: \bar{t} F^4 : = F_{\mu\nu} F_{\nu\rho} F_{\rho\sigma} F_{\sigma\mu} - 7 D_{\Lambda} F_{\mu\nu} F_{\mu\nu} + 21 D_{\Lambda}^2, \quad (4.5)$$

$$D_{\Lambda} = \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} V(k^2) \Theta(\Lambda^2 - k^2),$$

где  $\Lambda$  - ультрафиолетовое обрезание.

Оценим функциональный интеграл (4.5) методом, развитым в/5/. Произведем замену переменных интегрирования:

$$A_{\mu}(x) \rightarrow A_{\mu}(x) + B_{\mu}(x), \quad F_{\mu\nu}(x) \rightarrow F_{\mu\nu}(x) + B_{\mu\nu}.$$

Здесь  $B_{\mu}(x) = -\frac{i}{2} B_{\mu\nu} x_{\nu}$ ,  $B_{\mu\nu} = -B_{\nu\mu} = \text{const}$  - поле с постоянной напряженностью,  $B_{ij} = \varepsilon_{ijk} H_k$ ,  $B_{i4} = E_i$ , где  $H$  и  $E$  - постоянные поля.

Вариационная оценка /5/ дает

$$E \leq E_+ \quad (4.6)$$

$$E_+ = \min_{g, B} \left\{ 2L[q] + \frac{i}{4} B_{\mu\nu} B_{\mu\nu} + \hbar \left( \bar{t} B^4 - 7\Delta[q] B_{\mu\nu} B_{\mu\nu} + 21\Delta^2[q] \right) \right\},$$

где

$$L[q] = \int \left( \frac{dq}{2\pi} \right)^4 \left[ \ln(1 + q(u^2)) - \frac{q(u^2)}{1 + q(u^2)} \right],$$

$$\Delta[q] = \int \left( \frac{dq}{2\pi} \right)^4 V(k^2) \frac{q(u^2)}{1 + q(u^2)},$$

$$\frac{1}{2} B_{\mu\nu} B_{\mu\nu} = \vec{H}^2 + \vec{E}^2, \quad \bar{t} B^4 = 2(\vec{H}^2 + \vec{E}^2)^2 - 4(\vec{H}\vec{E})^2.$$

Исследование полученного выражения показывает, что, во-первых, минимум осуществляется при  $\vec{H} = \vec{E}$  (напомним, что мы работаем в евклидовой метрике, где вещественное электрическое поле  $\vec{E}$  соответствует чисто мнимой напряженности в метрике Минковского). Во-вторых, оказывается, что

$$E_+(G) = -\frac{\alpha^4}{(4\pi)^2} \begin{cases} 0, & G < G_c; \\ \mathcal{E}(G), & G > G_c; \end{cases}$$

$$\vec{H}_{\min}^2(G) = \frac{\alpha^2}{(4\pi)^2} \begin{cases} 0, & G < G_c; \\ \mathcal{Z}(G), & G > G_c. \end{cases} \quad (4.7)$$

Здесь  $\mathcal{E}(G)$  и  $\mathcal{V}(G)$  — растущие положительные функции, общий вид которых из-за недостатка места выписывать не будем, приведем лишь их асимптотическое поведение при  $G \rightarrow \infty$ :

$$\mathcal{E}(G) = 7G(\ln G)^2, \quad \mathcal{V}(G) = \frac{7}{4} \ln G; \quad G = \frac{x^4}{(4\pi)^2} h, \quad G_c = 0,32...$$

Таким образом, оценки показывают, что в модели имеется фазовый переход. При малых константах связи  $G < G_c$  состояние с наименьшей энергией не содержит никаких отличных от нуля полей, т.е. является обычным фокковским вакуумом, на котором строится теория возмущений. При больших константах связи  $G > G_c$  состояние с наименьшей энергией осуществляется при ненулевых магнитной и электрической напряженностях, причем  $\vec{E} = \vec{H}$ .

##### 5. Фермион в поле с постоянной магнитной и электрической напряженностью

Поведение фермиона в постоянном магнитном и электрическом полях изучалось многими авторами (см., например, [II]). Здесь мы приведем выражение для функции Грина фермиона, находящегося в поле с постоянной напряженностью. Все выражения будут записаны в евклидовом пространстве. Функция Грина удовлетворяет уравнению

$$[i(\hat{p} - \hat{A}) - m]G(x, y|A) = -\delta(x - y). \quad (5.1)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \hat{p} &= \gamma_\mu p_\mu = \gamma_\mu i \frac{\partial}{\partial x_\mu}, \quad \gamma_\mu^+ = \gamma_\mu, \quad \gamma_\mu \gamma_\nu + \gamma_\nu \gamma_\mu = 2\delta_{\mu\nu}, \\ \hat{A} &= -\frac{i}{2} \tau_3 B_{\mu\nu}^3 x_\nu, \\ B_{ij}^3 &= \varepsilon_{ijk} H_k, \quad B_{i4}^3 = E_i. \end{aligned}$$

Приведем решение уравнения (5.1) в импульсном пространстве в двух случаях.

Случай  $\vec{H} \neq 0$ ,  $\vec{E} = 0$ . Имеем при  $H_j = \delta_{3j} H$

$$\tilde{G}(p|\vec{H}) \sim \int_0^\infty \frac{ds \exp[-s(m^2 - \tau_3 \vec{H} \vec{\sigma} + 2H)]}{(1 + e^{-4Hs})} \exp\left\{-s \vec{p}_\parallel^2 + \vec{p}_\perp^2 \frac{\tanh 2Hs}{2H}\right\} =$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{R_n(p_{\perp}^2/H)}{p_{\parallel}^2 + m^2 + 2H(2n+1) - \tau_3 \vec{H} \vec{\sigma}}, \quad (5.2)$$

где  $p_{\parallel}^2 = p_3^2 + p_4^2$ ,  $p_{\perp}^2 = p_1^2 + p_2^2$ .

Функция (5.2) является целой аналитической по переменной  $p_{\perp}^2$ . Это означает, что фермион не может уйти на бесконечность в плоскости  $(x_1, x_2)$ , так как он находится в постоянном магнитном поле и движется по круговым орбитам. Другими словами, в плоскости  $(x_1, x_2)$  осуществляется конфайнмент фермиона. По переменной  $p_{\parallel}^2$  функция Грина (5.2) имеет полюса в точках

$$-p_{\parallel}^2 = m^2 + 2H(2n+1) \pm H \quad (n=0, 1, 2, \dots). \quad (5.3)$$

Эти состояния, как известно [11], являются собственными значениями энергии заряженного фермиона, находящегося в постоянном магнитном поле. Другими словами, вдоль оси 3 фермион движется как частица с массой (5.3).

Случай  $\vec{H} = \vec{E} \neq 0$ . Еще раз заметим, что в электродинамике такое равенство является нефизическим, поскольку это равенство означает, что напряженность электрического поля в пространстве Минковского является чисто мнимой. Имеем

$$\begin{aligned} \tilde{G}(p|H) \sim & \int_0^{\infty} \frac{ds \exp[-s(m^2 - \tau_3 \vec{H} \vec{\sigma} + 2H)]}{(1 + e^{-4Hs})^2} \times \\ & \times \exp\left\{-\frac{p_{\perp}^2}{4H} \left[3 \operatorname{th} 2Hs - \frac{2Hs}{\operatorname{ch}^2 2Hs}\right]\right\}. \end{aligned} \quad (5.4)$$

Эта функция является целой в комплексной  $p^2$ -плоскости, что соответствует полному конфайнменту фермиона.

Следует обратить особое внимание на то, что в рассматриваемом случае функция Грина зависит только от  $p^2$ , т.е. не зависит от направления вектора  $\vec{H}$  в конфигурационном пространстве.

Физическая интерпретация конфайнмента такова. Пусть фермион с цветовым зарядом влетает в пространство с постоянными  $\vec{H}$  и  $\vec{E}$ , тогда на него действует, во-первых, магнитная сила, не позволяющая фермиону уйти на бесконечность в плоскости, перпендикулярной направ-

ление магнитного поля  $\vec{H}$ , и, во-вторых, электрическая сила, останавливающая фермион в направлении  $\vec{E}=\vec{H}$ . Таким образом, рассматриваемое поле останавливает фермион, и вся энергия последнего должна излучиться в виде бесцветных объектов в КХД.

## 6. Заключение

Проведенное обсуждение показало, что описание кварка в области конфайнмента целой функцией в импульсном пространстве, по крайней мере, не противоречит КХД в пределе сильного взаимодействия на больших расстояниях. Это означает, что основное предположение ВКМ — описание кварка в области конфайнмента виртонным полем — не так уж далеко от истины, как кажется на первый взгляд.

В целом проблемы КХД-вакуума, конфайнмента и адронизации кварков ещё ждут своего решения.

## Литература

1. Окунь Л.Б. Лептоны и кварки. "Наука", М., 1981.
2. Shifman M.A. et al. Nucl. Phys., 1979, B147, p. 385, 448, 519.
3. Андриянов В.А. и др. с.13 настоящего сборника.
4. Dubničkova A.Z. et al. Fortschr. Phys., 1979, 27, p. 403.  
Ефимов Г.В., Иванов М.А. ЭЧАЯ, 1981, 12, с. 1220.  
Dineykhan M. et al. ICTP, IC247, Miramare-Trieste, 1984.
5. Ефимов Г.В. Проблемы квантовой теории нелокальных взаимодействий. "Наука", М., 1985.
6. Mandelstam S. Phys. Rev., 1979, D20, p. 3223.  
Baker M. et al. Nucl. Phys., 1981, B186, p. 531.  
Алексеев А.И. и др. ТМФ, 1982, 52, с.187.  
Инфракрасное поведение в квантовой хромодинамике. Изд-во Тбилисского университета, Тбилиси, 1985.
7. Ефимов Г.В. ОИЯИ, P2-84-716, Дубна, 1984.
8. Savvidy G.K. Phys. Letters, 1977, B71, p. 133.  
Matinyan S.G., Savvidy G.K. Nucl. Phys., 1978, B134, p. 539.
9. Nielsen N.K., Olesen P. Nucl. Phys., 1978, B134, p. 376.
10. Preparata G. INFN, BA-GT/85-17, BA-GT/85, Bari-Italy, 1985.
11. Соколов А.А., Тернов И.М. Релятивистский электрон. "Наука", М., 1983.

# МАССЫ СОСТАВЛЯЮЩИХ КВАРКОВ, ВЕКТОРНЫХ И ПСЕВДОСКАЛЯРНЫХ МЕЗОНОВ В КВАРКОВОЙ МОДЕЛИ СВЕРХПРОВОДЯЩЕГО ТИПА

М.К. Волков

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

В обзорах <sup>1,2/</sup> была подробно описана модель с четырехкварковым взаимодействием сверхпроводящего типа, являющаяся развитием модели, впервые предложенной Намбу и Иона - Лазинио <sup>3/</sup> (см. также <sup>4/</sup>). Эта модель позволяет на единой основе воспроизвести практически все известные ранее феноменологические мезонные лагранжианы, но со значительно меньшим числом произвольных параметров, и описать наиболее важные низкоэнергетические процессы с участием мезонов (распады мезонов, длины рассеяния, радиусы и поляризуемости и т.п.). Кроме того, удается получить формулы, описывающие массы мезонов. Особенно хорошо описываются массы векторных и псевдоскалярных мезонов, которые оказываются тесно связанными друг с другом в нашей модели. Действительно, фиксируя, например, массу  $S'$  -кварка по разности масс  $\varphi$ - и  $\rho$ - мезонов, удается довольно точно определить не только массы  $K^*$ - мезонов, но и псевдоскалярных  $K$ -мезонов. Кроме того, фиксируя по ширине распада  $\omega \rightarrow 2\pi$  разность масс  $u$ - и  $d$ -кварков, удается описать разность масс  $K^0$ - и  $K^\pm$ - мезонов. Этим последним вопросам и будет в основном посвящен настоящий доклад.

В обзоре <sup>1,2/</sup> было продемонстрировано, как в рамках нашей модели описывается низкоэнергетическая физика пяти мезонных нонетов ( $0^{++}$ ,  $0^{-+}$ ,  $1^{--}$ ,  $1^{++}$ ,  $1^{+-}$ ). Здесь мы рассмотрим только нонеты  $0^{-+}$  и  $1^{--}$ .

Кратко напомним основные черты модели. Для описания первых четырех нонетов достаточно рассмотреть эффективный четырехкварковый лагранжиан сверхпроводящего типа, обладающий киральной симметрией с точностью до членов, содержащих массы токовых кварков ( $\bar{q}M^0q$ ):

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(q, \bar{q}) = & \bar{q}(i\partial - M^0)q + \frac{G_1}{2} [(\bar{q}\lambda^a q)^2 + (\bar{q}\gamma_5 \lambda^a q)^2] - \\ & - \frac{G_2}{2} [(\bar{q}\gamma_\mu \lambda^a q)^2 + (\bar{q}\gamma_5 \gamma_\mu \lambda^a q)^2], \end{aligned} \quad (I)$$

где  $\bar{q} = (\bar{u}, \bar{d}, \bar{s})$  - цветные кварковые поля,  $M^0$  - матрица масс токовых кварков,  $\lambda^a$  - матрицы Гелл-Манна ( $0 \leq a \leq 8$ ).  $G_1$  и  $G_2$  - произвольные константы, которые влияют только на массы мезонов, но не на константы их взаимодействий друг с другом.

Следующий этап связан с введением мезонных полей как составных кварк-антикварковых состояний. При этом возникает интересный эффект, связанный с перестройкой вакуума в силу спонтанного нарушения киральной симметрии. Появляется кварковый конденсат, вследствие чего легкие токовые кварки, присутствующие в лагранжиане (I), заменяются более тяжелыми составляющими кварками. Появление кваркового конденсата очень напоминает возникновение энергетической щели в сверхпроводнике при низких температурах - эффект сверхпроводимости <sup>15,6/</sup>. Такая аналогия была впервые отмечена в <sup>13,4/</sup>.

Наконец, последний этап связан с устранением ненаблюдаемых кварковых полей, которые заключаются в кварковые петли, описывающие феноменологические мезонные вершины. Расходящиеся кварковые петли регулируются обрезанием параметром  $\Lambda$ , характеризующим размер эффективной области действия  $q\bar{q}$ -сил. В результате получаются феноменологические лагранжианы, описывающие взаимодействие 36 сортов мезонов (4 нонета) с минимальным числом произвольных параметров. Для описания всех констант связи мезонов достаточно трех параметров: масс составляющих кварков  $m_u \approx m_d$  и  $m_s$  и параметра обрезания  $\Lambda$ . Для описания масс мезонов следует учесть еще параметры  $G_1$  и  $G_2$ .

Расходящиеся кварковые петли встречаются только двух типов: квадратично-расходящиеся  $I_1(m_i)$  и логарифмически-расходящиеся  $-I_2(m_1, m_2)$ :

$$I_1(m_i) = -i \frac{3}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4 k \theta(\Lambda^2 - k^2)}{(m_i^2 - k^2)} = \frac{3}{(4\pi)^2} [\Lambda^2 - m_i^2 \ln(1 + \Lambda^2/m_i^2)],$$

$$I_2(m_1, m_2) = -i \frac{3}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4 k \theta(\Lambda^2 - k^2)}{(m_1^2 - k^2)(m_2^2 - k^2)} = \frac{3}{(4\pi)^2} \frac{1}{m_1^2 m_2^2} [m_1^2 \ln(1 + \frac{\Lambda^2}{m_1^2}) - m_2^2 \ln(1 + \frac{\Lambda^2}{m_2^2})].$$
 Первые входят в определение масс псевдоскалярных мезонов, вторые определяют как массы мезонов, так и их константы взаимодействия.

После этих общих замечаний перейдем к определению параметров модели и к последующему описанию масс векторных и псевдоскалярных мезонов.

После введения мезонных полей взаимодействия мезонов с кварками описываются лагранжианом

$$\mathcal{L}(S, P, V, A) = \bar{q}(i\hat{\partial} - M)q - \bar{q}[g_s \hat{S} + i g_8 \hat{P} + \frac{g_1}{2}(\hat{V} + \gamma_5 \hat{A})]q, \quad (3)$$

где

$$\bar{S}(\bar{p}) = \lambda^a S_a(p_a), \quad \bar{V}(\bar{A}) = \gamma_\mu \lambda^a V_a^\mu(A_a^\mu); \quad S, P, V, A -$$

поля скалярных, псевдоскалярных, векторных и аксиально-векторных мезонов соответственно,  $M$  - матрица масс составляющих кварков.

Все константы связи -  $g_S$ ,  $g_P$  и  $g_V$  - выражаются через один и тот же логарифмически-расходящийся интеграл  $I_2(m_i, m_j)$  с различными числовыми коэффициентами. В результате их можно связать друг с другом и выразить через одну константу, например константу распада  $\rho \rightarrow 2\pi$   $g_\rho$  ( $g_\rho^2/4\pi \approx 3$ ):

$$g_\rho^2 = \frac{3}{2 I_2(m_u, m_u)} = 6 g_S^2 = 6 Z g_\rho^2. \quad (4)$$

Заметим, что распад  $\rho \rightarrow 2\pi$  идет также через логарифмически-расходящуюся кварковую петлю. Коэффициент  $Z$  перед  $g_\rho^2$  возник за счет учета  $\pi \leftrightarrow A_1$  переходов <sup>12)</sup> ( $\pi$  - пионы,  $A_1$  - аксиально-векторные мезоны):

$$Z = \left(1 - \frac{6m_u^2}{m_{A_1}^2}\right). \quad (5)$$

Чтобы найти массу составляющего кварка  $m_u$ , привлечем ещё один распад:  $\bar{K} \rightarrow \pi \nu \bar{\nu}$ . Этот распад приводит к возникновению тождества Голдбергера - Треймана:

$$g_\rho = m_u / F_\pi, \quad (6)$$

где  $F_\pi = 93$  МэВ - константа пионного распада. Из формул (4-6) следует уравнение на массу  $m_u$ :

$$\left(m_u / F_\pi\right)^2 \left(1 - 6m_u^2 / m_{A_1}^2\right) = g_\rho^2 / 6, \quad (7)$$

откуда получаем  $m_u = 280$  МэВ. Подставляя в (4) выражение для интеграла  $I_2$  (см. (2)) и численное значение  $g_\rho$ , получаем оценку для  $\Lambda^2$ :  $\Lambda = 1250$  МэВ.

Перейдем теперь к описанию масс векторных и псевдоскалярных мезонов. Для масс векторных мезонов в модели получаются следующие формулы <sup>12)</sup>:

$$m_\rho^2 = m_\omega^2 = \frac{3}{8G_2 I_2(m_u, m_u)}, \quad m_\varphi^2 = m_\rho^2 \frac{I_2(m_u, m_u)}{I_2(m_S, m_S)},$$

$$m_{K^*}^2 = m_\rho^2 \frac{I_2(m_u, m_u)}{I_2(m_u, m_s)} + \frac{3}{2} (m_s - m_u)^2. \quad (8)$$

Если использовать экспериментальное значение для отношения масс  $m_\psi$  и  $m_\rho$ , то из второго уравнения (8) можно определить массу странного кварка  $m_s = 460$  МэВ. Тогда последнее соотношение (8) позволяет вычислить массу  $K^*$ -мезона:  $m_{K^*} = 900$  МэВ, что оказывается близким к экспериментальному значению:  $m_{K^*}^{эксп.} = 892$  МэВ.

Для оценки разности масс  $u$ - и  $d$ -кварков можно использовать ширину распада  $\omega \rightarrow 2\pi$ . Этот распад идет в основном за счет перехода  $\omega$  в  $\rho$  через кварковые петли с  $u$ - и  $d$ -кварками, причем петля с  $u$ -кварками вычитается из петли с  $d$ -кварками (см. рис. I (a, б)). Если бы массы  $u$ - и  $d$ -кварков были равны, то эти петли сократились бы и вклад в ширину распада  $\omega \rightarrow 2\pi$  остался только от третьей диаграммы, описывающей электромагнитный переход  $\omega$  в  $\rho$  (рис. Iв). Но этот вклад слишком мал для объяснения полной ширины распада  $\omega \rightarrow 2\pi$ , равной 139 кэВ.

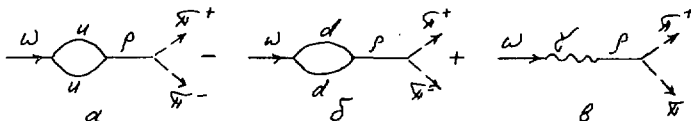


Рис. I

Поэтому определяющим является вклад в амплитуду от первых двух диаграмм, равный  $1/2$

$$\frac{\alpha_\rho^{3/2} m_\omega^2}{\sqrt{s}(m_\rho^2 - m_\omega^2 - i m_\rho \Gamma_\rho)} \ln(m_d/m_u). \quad (9)$$

Чтобы получить правильную ширину распада  $\omega \rightarrow 2\pi$ , следует положить  $m_d - m_u = 4$  МэВ.

Перейдем теперь к оценке масс псевдоскалярных мезонов. Все массы выражаются через функции  $C_{ij}$ , имеющие вид

$$C_{ij} = \left[ \frac{1}{4G_1} - I_1(m_i) - I_1(m_j) \right] / I_2(m_i, m_j),$$

$$m_{\pi^0}^2 = \frac{1}{2} (C_{uu} + C_{dd}), \quad m_{\pi^\pm}^2 = C_{ud} + \frac{1}{2} (m_d - m_u)^2,$$

$$m_{K^0}^2 = C_{ds} + Z(m_s - m_d)^2, \quad m_{K^+}^2 = C_{us} + Z(m_s - m_u)^2,$$

$$m_{\eta'}^2 = \frac{1}{2} \left[ C_{ud} + C_{ss} + d + \sqrt{\left(d + \frac{C_{ud} - C_{ss}}{3}\right)^2 + \frac{8}{9}(C_{ss} - C_{ud})^2} \right] \quad (10)$$

В последней формуле член  $d = 8 \cdot 10^5 \text{ МэВ}^2$  обязан своим происхождением учету глюонных аномалий [7,8]. Используя массу  $\eta^2$ -мезона, можно зафиксировать величину  $G_1 = 4,9 \cdot 10^{-6} \text{ МэВ}^{-2}$ . Тогда для остальных мезонов получаем значения

$$m_{K^+} = 493 \text{ МэВ}, \quad m_{K^0} = 497 \text{ МэВ}, \quad (11)$$

$$m_{\eta} = 520 \text{ МэВ}, \quad m_{\eta'} = 1000 \text{ МэВ}, \quad \theta = -18^\circ,$$

что находится в удовлетворительном согласии с экспериментальными данными [9]:

$$m_{K^+} = 493,7 \text{ МэВ}, \quad m_{K^0} = 497,7 \text{ МэВ}, \quad (12)$$

$$m_{\eta} = 549 \text{ МэВ}, \quad m_{\eta'} = 960 \text{ МэВ}, \quad \theta = -18.$$

Здесь  $\theta$  — это угол синглет-октетного смешивания  $\eta$ -мезонов.

В заключение укажем, что модель позволяет вычислить и отношение констант  $F_K$  к  $F_{\eta}$ , описывающих распады  $K^+ \rightarrow \mu \nu$  и  $\bar{K}^0 \rightarrow \mu \nu$ :

$$F_K^2 / F_{\eta}^2 = \left( \frac{m_u + m_s}{2m_u} \right)^2 \frac{I_2(m_u, m_s)}{I_2(m_u, m_u)} = (1,16)^2. \quad (13)$$

Это хорошо согласуется с экспериментальными данными [9]:

$$\left( F_K / F_{\eta} \right)^{\text{эксп.}} = (1,17 \pm 0,01).$$

### Литература

1. Volkov M.K. Ann. Phys., 157 (1984), 282.
2. Волков М.К. ЭЧАЯ, 17 (1986), 433.
3. Namby Y., Jona-Lasinio G. Phys. Rev., 122 (1961), 345.
4. Арбузов Б.А., Тавхелидзе А.Н., Фаустов Р.Н. ДАН СССР, 139 (1961), 345.
5. Боголюбов Н.Н. ЖЭТФ, 34 (1958), 58; 73.
6. Bardeen J., Cooper L.W., Schrieffer I.R. Phys. Rev., 106 (1957), 162.
7. Di Vecchia P. et al. Nucl. Phys., 181B(1981), 318.
8. Волков М.К. ЭЧАЯ, 13 (1982), 1070.
9. Particle Data Group: Rev. Mod. Phys., 56 (1984), No 2, part II.

## MINIMAL QUANTIZATION OF GAUGE THEORIES

N. Ilieva, V. Pervushin

Joint Institute for Nuclear Research, Dubna

All gauge-theory quantization methods need their motivation in the framework of the canonical Hamiltonian quantization. But the canonical quantization itself is faced with some well-known difficulties: the loss of the manifest relativistic covariance and problems connected with the singularities of the gauge-theory lagrangians.

In the present paper we shall show how the difficulties of the canonical procedure can be avoided. This is possible in the minimal version of the canonical quantization proposed by us<sup>1/</sup> that conserves at each step relativistic and gauge invariances.

### THE MINIMAL QUANTIZATION METHOD

Our minimal quantization method can be schematically described as a 3-step procedure:

i) The main feature of the method is that the constraint equations are solved explicitly before quantization and the initial action  $S[A_\mu, \psi]$  is written on their solutions

$$\frac{\delta S}{\delta A_0} = 0 \Rightarrow A_0 = A_0[A_i, \psi] \Rightarrow S = S[A_0[A_i, \psi], A_j, \psi].$$

ii) The second step consists in constructing nonlocal variables that are natural for the theory under consideration

$$A_i^N(A_j) = U(A_j)(A_i + \partial_i)U^{-1}(A_j); \quad \psi^N(A_j, \psi) = U(A_j)\psi. \quad (1)$$

They are natural because the matrix  $U(A_j)$  is determined by the explicit solution of the constraint too and ensures both transversality of nonlocal variables (1) ( $\partial_i A_i^N = 0$ ) and their invariance under gauge transformations of the initial fields

$$A_i^N(A_j^g) = A_i^N(A_j) \\ \psi^N(A_j^g, \psi^g) = \psi^N(A_j, \psi),$$

where

$$A_i^g = g(A_i + \partial_i)g^{-1}, \quad \psi^g = g\psi, \quad g \in G,$$

$G$  being the gauge group of the theory. So, we are left with only physical degrees of freedom and are ready to quantize the theory.

iii) The third peculiarity of our approach is the usage of the gauge-invariant (Belinfante) tensor for constructing conserved quantities as  $H$ ,  $P^\mu$ ,  $M_{ij}$ , etc.

To illustrate the method proposed let us consider as an example QED<sub>3+1</sub>

$$S = \int d^4x \left[ -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \bar{\psi} (i\gamma^\mu \nabla_\mu - m) \psi \right], \quad \nabla_\mu = \partial_\mu + ieA_\mu$$

Following our 3-point prescription, we get

i) the explicit solution of the constraint equation

$$\delta S / \delta A_0 = 0 \Rightarrow \partial_i^2 A_0 = \partial_i \partial_0 A_i + e j_0$$

$$A_0 = \frac{1}{\partial_i^2} (\partial_i \partial_0 A_i + e j_0);$$

ii) the matrix  $\sigma(A_i)$  obtained with the help of this solution:

$$\sigma(A_i) = \exp \left\{ -ie \int dt' \frac{1}{\partial_i^2} \partial_i \partial_0 A_i \right\} = \exp \left\{ -ie \frac{1}{\partial_i^2} \partial_i A_i \right\}.^{(2)}$$

Matrix (2) transforms under gauge transformations of the fields  $A_i$  as

$$\sigma(A_i^g) = \sigma(A_i) g^{-1}. \quad (3)$$

Thus, our nonlocal variables are

$$A_i^N = \left( \delta_{ij} - \partial_i \frac{1}{\partial_i^2} \partial_j \right) A_j = \delta_{ij}^T A_j. \quad (4)$$

$$\psi^N = \exp \left\{ -ie \frac{1}{\partial_i^2} \partial_i A_i \right\} \psi.$$

Their transversality and invariance under gauge transformations of the initial fields  $A_i$  can easily be checked (using eq.(3)).

We have to impose nonlocal commutation relations on our nonlocal variables (4):

$$i[E_i^T(\vec{x}, t), A_j^T(\vec{y}, t)] = \delta_{ij}^T \delta^3(\vec{x} - \vec{y}).$$

These relations together with the Belinfante tensor

$$T_{\mu\nu}^B = F_{\mu}{}^{\lambda} F_{\lambda\nu} - g_{\mu\nu} \mathcal{L} + i\bar{\psi} \gamma_{\mu} \nabla_{\nu} \psi + \\ + \frac{i}{2} \partial^{\lambda} \{ \bar{\psi} [ \frac{1}{2} [ \delta_{\lambda}, \gamma_{\nu} ] \gamma_{\mu} + \delta_{\lambda} g_{\mu\nu} - \gamma_{\nu} g_{\lambda\mu} ] \psi \}$$

lead us to the following transformation laws for the fields  $A_i^T, \psi^T$  under Lorentz transformation with parameters  $\varepsilon_k$

$$\delta A_i^T = i\varepsilon_k [M_{0k}, A_i^T] = \delta_i^0 A_k^T + \partial_i \Lambda$$

$$\delta \psi^T = i\varepsilon_k [M_{0k}, \psi^T] = \delta_i^0 \psi^T - ie\Lambda \psi^T.$$

Here  $\delta_i^0$  is the usual Lorentz transformation and the additional gauge transformation  $\Lambda = (\varepsilon_k / \partial_i^0) (\partial_0 A_k^T - \partial_k A_0^T)$  provides a correlation between the time axis rotations and the nonlocal field ones so that these fields (4) become transverse again in the new Lorentz frame  $\ell_{\mu} = \ell_{\mu}^0 + \delta_i^0 \ell_{\mu}^0$ . Now the fact that the choice of nonlocal variables does not correspond to any gauge fixing becomes transparent; for instance, the gauge condition depends on the Lorentz frame we quantize in and has the form

$$\partial^{\mu(\ell)} A_{\mu}^{(\ell)} = 0, \quad \partial^{\mu(\ell)} = \partial^{\mu} - \ell^{\mu} (\partial \cdot \ell).$$

Thus, the gauge freedom is replaced by an algebraic one: the choice of the time axis in the frame we use for quantization. All scattering amplitudes on the mass shell do not depend on this choice except the residue of the fermion Green function. The time-axis choice has to be physically motivated: it has to ensure the consistent movement of the particle itself and its Coulomb field  $A_0' = A_{\mu} \ell^{\mu}$ . For this purpose the requirement for colinearity of vectors  $\vec{p}_{\mu}$  and  $\ell_{\mu}$  is sufficient. Such a choice leads to a regularized Green function with correct analytical properties

$$\lim_{p \rightarrow m} (\not{p} - m) G_R(p) = 1$$

that is manifestly Lorentz-covariant/2/.

$$G_R(p) = G_0(p) + G_0(p) \Sigma_R(p) G_0(p) + O(d^4)$$

$$\Sigma_R(p) = \frac{d}{2\pi} \left\{ m \left( \frac{3D+4}{2} \right) - \frac{D}{2} (\hat{p}-m) + (\hat{p}-m)^2 \left[ \frac{\hat{p}+m}{p^2} (1 + \frac{\hat{p}(\hat{p}-m)}{2p^2}) \ln \frac{m^2 - p^2}{m^2} - \frac{\hat{p}}{2p^2} \right] \right\}$$

(here  $D = \ln 4\pi - \gamma_E + 1/\epsilon$ ,  $\epsilon$  is a dimensional regularization parameter).

### THEORIES WITH ANOMALIES: CHIRAL QED<sub>1+1</sub>

The relativistic-covariant result for the fermion Green function in QED<sub>3+1</sub> convinces us in the fruitfulness of the minimal canonical quantization. So let us apply it for considering some other problems in gauge theories whose solution tentatively depends on the gauge choice, for example, quantization of theories with anomalies. We shall restrict ourselves to the chiral Schwinger model which has recently been largely discussed in the literature<sup>3/</sup>

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + i \bar{\Psi}_L \gamma^\mu \nabla_\mu \Psi_L \quad (5)$$

$$\nabla_\mu = \partial_\mu - i A_\mu$$

$$\Psi_L = \frac{1}{2} (1 - \gamma_5) \Psi, \quad (\gamma_5 \Psi_L = -\Psi_L).$$

Here only left-handed fermions are present both in kinetic and interaction terms. We can rewrite (5) in terms of light-cone variables

$$\mathcal{L} = \frac{1}{4} (\partial_+ A_- - \partial_- A_+)^2 + \Psi_L^+ (i\partial_+ + eA_+) \Psi_L, \quad (6)$$

where  $V_\pm = V_0 \pm V_1$ . So, all left-handed fermions and their Coulomb field move along the axis  $\mathcal{X}_+$  and it is natural to choose it as a time axis.

Then, the constraint equation is

$$\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta A_+} = 0 \Rightarrow \partial_-^2 A_+ = \partial_- \partial_+ A_- + e j_-, \quad j_- = 2 \Psi_L^+ \Psi_L.$$

Hence, the matrix  $\mathcal{O}(A_-)$  and the nonlocal variables have the form

$$\begin{aligned}
\sigma(A) &= \exp \left\{ -ie \int_{x_+}^x dx'_+ \frac{1}{\partial_-} \partial_- \partial_+ A_- \right\} = \exp \left\{ -ie \frac{1}{\partial_-} A_- \right\} \\
A_-^N(A_-) &= \sigma(A_-) \left( A_- + \frac{i}{e} \partial_- \right) \sigma^{-1}(A_-) = A_- - \partial_- \frac{1}{\partial_-} A_- \equiv 0 \\
\psi_-^N(A_-, \psi) &= \exp \left\{ -ie \frac{1}{\partial_-} A_- \right\} \psi_-.
\end{aligned} \tag{7}$$

In terms of these variables Lagrangian (6) can be rewritten as

$$\mathcal{L}[A_-^N, \psi_-^N] = i \psi_-^{N\dagger} \partial_+ \psi_-^N - \frac{e^2}{4} (\partial_-^{-1} j_-^N)^2.$$

This expression coincides with the one in the gauge  $A_- = 0$ , but coincidence is only formal because of the completely different content of the variables in both cases.

Quantization of the model in terms of nonlocal variables (7) leads to a unique result for the bosonic mass spectrum

$$(\square - m^2) \varphi(x) = 0, \quad \square = \partial_+ \partial_-,$$

where  $m = e/\sqrt{\pi}$  is the Schwinger mass and the relation between  $\varphi(x)$  and fermion current  $j_\mu(x)$  is

$$j_\mu(x) = \frac{\partial_\mu \varphi(x)}{\sqrt{2\pi}}, \quad j_\mu(x) = \bar{\psi}_-(x) \gamma_\mu \psi_-(x).$$

We would like to emphasize the absence of additional massless scalar mode in the spectrum. The reason is that we consider variables (7) as basic ones for the quantization procedure. Instead, if we have quantized the model in its initial version (6), in the effective action there would appear an additional kinetic term for the scalar field  $\omega = e \partial_-^{-1} A_- / \sqrt{\pi}$ . This is caused by the noninvariance of the fermionic measure in the functional

$$Z_f[\bar{\eta}, \eta] = \int \bar{\psi}_- \psi_- \exp \left\{ iS + i \int d^2x (\bar{\eta} \psi_- + \bar{\psi}_- \eta) \right\} \tag{8}$$

under transformations (7)

$$\bar{\psi}_- \psi_- \rightarrow \bar{\psi}_-^N \psi_-^N \exp \{ iS_\omega \}, \quad S_\omega = \frac{1}{2} \int d^2x \partial_+ \omega \partial_- \omega.$$

Of course, additional exponential factors would have to be included into the effective sources in (8) which would change the fermion Green function.

# TOPOLOGICALLY NONTRIVIAL THEORIES: THE SCHWINGER MODEL

Analysis of the fermion Green function in topologically nontrivial gauge theories in the context of the confinement problem is the third example of application of the minimal canonical quantization we are going to consider. Keeping in mind the relativistically covariant result we have obtained in QED<sub>3+1</sub>, let us turn to the two-dimensional version of this theory - the ordinary Schwinger model

$$\mathcal{L}(\psi) = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + i \bar{\psi} \gamma^\mu (\partial_\mu - ie A_\mu) \psi.$$

As has been shown in the seventies by Kogut, Susskind, Wilson<sup>4/</sup>, the linearly rising potential between quarks in this model provides the quark confinement (the absence of poles of the quark Green function). So, the well-known Wilson criterion was formulated. However, a naive quantization of QED<sub>1+1</sub> (in complete analogy with QED<sub>3+1</sub>) in our minimal scheme leads us just to the opposite result:

$$G(x) = \exp \left\{ -i\lambda [\Delta_m(x) - \Delta_0(x)] \right\} G_0(x), \quad (9)$$

$G_0(x)$ ,  $\Delta_0(x)$ ,  $\Delta_m(x)$  being the Green functions of a free massless fermion, massless and massive scalars respectively. In the momentum space the asymptotics of function (9) has the form

$$G(p) \underset{p \rightarrow 0}{\sim} \frac{\hat{p}}{(p^2 + i\epsilon)^{5/4}}; \quad G(p) \underset{p \rightarrow \infty}{\rightarrow} \frac{\hat{p}}{p^2}.$$

So, the probability to find a particle with quark quantum numbers is not equal to zero:  $\lim_{p \rightarrow 0} \hat{p} G(p) \neq 0$  and it comes out that Wilson criterion is not a criterion for confinement.

Nevertheless, quarks are confined in QED<sub>1+1</sub> but the reason is the nontrivial topology of the gauge-field configuration space. To motivate this statement, let us consider the constraint equation  $\partial_1^2 A_0 = \partial_1 \partial_0 A_1 + e j_0$  more precisely. It is easily seen that its solution is determined up to the zero-modes of the operator  $\partial_1^{-2}$ :

$$A_0 = \frac{1}{\partial_1^2} (\partial_1 \partial_0 A_1 + e j_0) + G, \quad \partial_1^2 G = 0.$$

Taking  $G(x)$  in the form  $\partial_0 \lambda(x)/e$ , we are faced with the problem of solving the equations

$$\partial_1^2 \partial_0 \lambda = 0, \quad \partial_1^2 \lambda = 0$$

with appropriate boundary conditions. As has been shown in paper <sup>5/</sup>, in the finite-volume space-time there exist nontrivial smooth solutions of these equations in the class of exponential factors  $\mathcal{G} =$

$= \exp \{ i \lambda(x) \}$  that can explicitly be constructed

$$\lambda(x, N(x_0)) = 2\pi N(x_0) \frac{x_1}{R}, \quad -\frac{R}{2} \leq x_1 \leq \frac{R}{2}.$$

The function  $N(x_0)$  has integer boundary values:  $N(\pm T/2) = n_{\pm}$ ,  $n_{\pm}$  being connected with the Pontryagin index  $\nu$

$$\nu = \frac{e}{4\pi} \int_{-T/2}^{T/2} dx_0 \int_{-R/2}^{R/2} dx_1 \varepsilon_{\mu\nu} F^{\mu\nu} = n_+ - n_- \quad (10)$$

$$n_{\pm} = \frac{1}{2\pi} \int_{-R/2}^{R/2} dx_1 \partial_1 \lambda(x_1, x_0 = \pm T/2) = \pm (0, 1, 2, \dots).$$

In relation (10) the fact that  $g$ -factors (at the time-interval end points) determine a mapping of the coordinate space  $R(1)$  onto the group  $U(1)$ -manifold is reflected, the mapping being topologically nontrivial:  $\pi_1(U(1)) = \mathbb{Z}$ .

The additional factor  $g$  changes the matrix  $\bar{U}(A)$  determining the nonlocal physical variables, hence, these variables (1) themselves. So, the topological degeneration carried by  $\lambda(x)$ , concerns the generating functional  $Z[\bar{\eta}, \eta]$  and an average over it has to be taken. Note that the average of the  $g$ -factors contains a  $\delta$ -type singularity ( $\delta$  being the Croneker symbol) though  $g$  itself is a smooth function

$$\langle g(x, N(x_0)) \rangle = \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{L} \sum_{n=-L/2}^{L/2} \langle n | n + \frac{x_1}{R} \rangle = \delta_{x_1, 0}.$$

This fact changes crucially the fermion Green function so that in the momentum space we obtain

$$\begin{aligned} G(p) &= \lim_{p^2 \rightarrow 0} \lim_{R, T \rightarrow \infty} \frac{1}{L} \int_{(V)} d^2x d^2y e^{ip(x-y)} e^{-i\pi(\Delta_m - \Delta_0)} G_0(x-y) \\ &\times \sum_{n=-L/2}^{L/2} \sum_{s=-\infty}^{\infty} \langle n | n + s - \frac{x_1}{R} \rangle \langle n - s + \frac{y_1}{R} | n \rangle = \\ &= \lim_{R, T \rightarrow \infty} \int_{(V)} d^2x d^2y e^{ip(x-y)} e^{-i\pi(\Delta_m - \Delta_0)} G_0(x-y) \delta_{\frac{x_1}{R}, \frac{y_1}{R}} \equiv 0. \end{aligned}$$

At the same time the two-current correlator preserves its pole at  $p^2 = m^2$ ,  $m^2 = e^2/\pi$ ; so, the bosonic spectrum is not changed. Such a situation may be interpreted as a manifestation of confinement, the destructive interference of the phase factors  $g(x)$  being consi-

dered as its possible reason<sup>/6/</sup>. The corresponding topological criterion can be generalized to the  $(3+1)$ -dimensional theory with a gauge group  $G$  as

$$\pi_3(G) = \mathbb{Z}. \quad (11)$$

Condition (11) is then a sufficient condition for the confinement but not a necessary one in case of another mechanism for it.

In the usual  $QED_{3+1}$  condition (11) is not satisfied, which is in agreement with the observability of the electron. However,  $QCD_{3+1}$  is topologically similar to the Schwinger model and the same condition takes place there:  $\pi_3(SU(3)) = \mathbb{Z}$ . In this case the vanishing of the coloured-object Green functions reduces the scattering matrix in the following way

$$\begin{pmatrix} S_{cc} & S_{hc} \\ S_{ch} & S_{hh} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & S_{hh} \end{pmatrix}$$

and gives a foundation of the quark-hadron duality principle<sup>/7/</sup>.

## CONCLUSIONS

We have proposed a minimal version of the canonical quantization of gauge theories based on the explicit solution of the constraint equations and on the choice of gauge-invariant energy-momentum tensor and nonlocal physical variables. Its relativistic covariance has been proved to the Feynman diagram level. Our method leads to a unique result for the mass spectrum of the chiral Schwinger model (as an example of a theory with anomalies). It also allows one to quantize topologically nontrivial theories. For the latter the gauge ambiguity is replaced by a physical-variable topological degeneration. A possible confinement mechanism with its criterion has been suggested based on the phase-factors destructive interference and has been shown that Wilson criterion is not a criterion for confinement.

The authors are deeply indebted to Drs. B.Barbashov, A.Efremov, L.Litov and V.Pavlov for discussions.

## REFERENCES

1. N.P.Ilieva, Nguyen Suan Han, V.N.Pervushin. Preprint JINR, E2-86-283, Dubna, 1986.
2. V.N.Pervushin, Nguyen Suan Han, R.I.Azimov, Preprint JINR, E2-86-128, Dubna, 1986.
3. R.Jackiw, R.Rajaraman. Phys.Rev.Lett., 54 (1985) 224; 55 (1985) 1219;  
C.Hagen. Phys.Rev.Lett., 55 (1985) 2223;  
A.Das. Phys.Rev.Lett., 55 (1985) 2126.
4. A.Casher, J.Kogut, L.Susskind. Phys.Rev., D10 (1974) 732;  
K.Wilson. Phys.Rev., D10 (1974) 2425.
5. N.Ilieva, V.Pervushin. JINR, E2-85-355, Dubna, 1985.
6. N.Ilieva, U.Pervushin. Preprint JINR, E2-86-26, Dubna, 1986.
7. V.Pervushin, Riv.Nuovo Cim. 8, No. 10 (1985) 1.

# РОТАЦИОННЫЕ И ВИБРАЦИОННЫЕ СОСТОЯНИЯ В $SU(2)$ -МОДЕЛИ СКИРМА

В.А.Николаев

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Как всякая модель, модель Скирма, конечно, определяется своим лагранжианом. Несколько более широкое определение должно содержать совокупность проблем и направлений исследований, порождаемых моделью. К таковым, характерным для модели Скирма, относятся исследования классической системы уравнений Эйлера - Лагранжа, проблема квантования модели, исследования свойств порождаемых ею барионных и мультибарионных состояний, проблема вычисления нуклон-нуклонных сил и построение модели ядерной материи, исследования гибридных моделей кварковых мешков и проблема "вытекания" зарядов из области мешка, рассмотрение модификаций модели и др. Исследования, проводимые в отдельных частях этого комплекса проблем, который можно назвать кратко моделью Скирма, обогащают друг друга. Так, например, исследования гибридных моделей показывают, что барионный заряд кварков только вместе с интегралом от плотности топологического заряда скирмовского поля принимает целочисленное значение. Последнее обстоятельство свидетельствует в пользу принятой интерпретации топологического инварианта как барионного заряда.  $SU(2)$  - модель Скирма <sup>/1/</sup> определяется плотностью лагранжиана <sup>/2/</sup>

$$\mathcal{L} = \frac{1}{16} F_{\pi}^2 \text{tr} L_{\mu} L_{\mu} + \frac{1}{32} e^2 \text{tr} [L_{\mu}, L_{\nu}]^2. \quad (1)$$

Здесь токи  $L_{\mu} = U^{\dagger} \partial_{\mu} U$ , а  $SU(2)$ -матрица

$$U(x) = e^{i \vec{\tau} \vec{\pi}(x)} \quad (2)$$

задается изотриплетом пионов  $\vec{\pi}(x)$  и  $\tau$ -матрицами Паули.

Постоянная  $F_{\pi}$  в (1) имеет смысл постоянной пионного распада, эмпирическое значение которой  $\approx 186,4$  МэВ. Постоянная  $e$  в лагранжиане - феноменологический параметр.

Чем замечателен этот лагранжиан?

1. Он записан в явно лоренц-ковариантной форме.
2. Производная по времени входит только во второй степени.
3. Лагранжиан явно инвариантен относительно глобальной  $SU(2)_L \times SU(2)_R$  группы преобразований  $U(x) \Rightarrow AU(x)B^+$  для любых постоянных унитарных  $2 \times 2$  матриц  $A$  и  $B$ . Эта инвариантность порождает сохранение аксиального и векторного токов в модели, что, как мы знаем, приближенно отвечает природе вещей.
4. Первый член лагранжиана обобщает кинетическую энергию линейного пионного поля. Появление же в модели второго члена весьма существенно для всей модели. Без него мы не имели бы солитонов, кванты которых мы надеемся описывать тяжелые объекты конечных размеров, каковыми являются нуклоны, мультисистемы и атомные ядра. Действительно, из размерных соображений вклад первого члена лагранжиана в классическую массу пропорционален некоторому линейному размеру, а второго - обратно пропорционален. Очевидно, только наличие второго члена обеспечивает существование нетривиального минимума энергии для солитона ненулевых размеров. Несколько сложнее доказывается теорема Деррика, утверждающая, что минимальная пространственная размерность, при которой мы будем иметь нетривиальное решение, равна трем. То есть то, что нам нужно.

Всякий конкретный расчет в модели Скирма начинается с решения стационарной системы классических уравнений Эйлера - Лагранжа, следующей из (1). Поскольку аналитическое решение такой системы все еще не было найдено, обычно используется один или другой анзац, приемлемый для формы решения.

Так, для расчетов свойств нуклонов и его возбуждений используется анзац Скирма - Виттена

$$U(\vec{r}) = e^{i\vec{\tau}\vec{n}\theta(r)}, \quad \text{где} \quad (3)$$

$\vec{n}$  - единичный вектор, равный  $\vec{r}/r$ .

Уравнение для функции  $\theta(r)$ , определяющей модуль пионного поля, есть

$$(\vec{r}^2 + 8 \sin^2 \theta) \theta'' + 2 \vec{r} \theta' + 4 \sin 2\theta (\theta')^2 - \sin 2\theta - \frac{4}{f_\pi^2} \sin^2 \theta \sin 2\theta = 0, \quad (4)$$

где

$$\tilde{r} = e F_{\pi} \cdot r.$$

Решение этого уравнения с граничными условиями

$$\theta(0) = \pi, \quad \theta(\infty) = 0 \quad (5)$$

минимизирует классическую массу солитона

$$M = \frac{F_{\pi}}{e} (M_1 + M_2). \quad (6)$$

В последнем выражении

$$M_1 = \frac{\pi}{2} \int_0^{\infty} \tilde{r}^2 \left\{ (\theta')^2 + \frac{2 \sin^2 \theta}{\tilde{r}^2} \right\} d\tilde{r}, \quad (7)$$

$$M_2 = 2\pi \int_0^{\infty} \sin^2 \theta \left\{ 2(\theta')^2 + \frac{\sin^2 \theta}{\tilde{r}^2} \right\} d\tilde{r}. \quad (8)$$

Граничные условия (5) обеспечивают зануление физических полей на бесконечности и конечность интегралов (7), (8), а также определяют целочисленное значение сохраняющегося независимо от уравнений движения барионного заряда

$$B = - \frac{1}{24\pi^2} \int d^3x \varepsilon_{ijk} \operatorname{tr} (L_i L_j L_k), \quad (9)$$

которое для анзаца (3) дается выражением

$$B = - \frac{1}{\pi} \left( \theta(r) - \frac{\sin 2\theta(r)}{2} \right) \Big|_0^{\infty}. \quad (10)$$

#### Квантование, Квантовые числа, спин и изоспин

Чтобы проквантовать модель, нам, очевидно, не обойтись без временных компонент токов, входящих в лагранжиан. Можно заметить, что энергия системы не изменится, если статическое решение  $U_0$  подвергнуть преобразованию

$U_0 \Rightarrow A U_0 A^+$ , где  $A$  - унитарная унимодулярная матрица вида  $a_c I + i \tau^a a^a$ . Матрица  $A$ , очевидно, дает  $SU(2)$ -представление группы трехмерных вращений изотопического пространства. Параметры матрицы поворотов  $A$  могут служить коллективными переменными, описывающими вращательные степени свободы. Таким

образом, ограничиваясь конфигурациями поля

$$U(\vec{r}, t) = A(t) U_0(\vec{r}) A^\dagger(t), \quad (11)$$

лагранжиан можно привести к виду

$$\int \mathcal{L} d^3r = -M + \frac{4\pi}{3e^3 \tilde{E}_x} \bar{K}^2 \Lambda. \quad (12)$$

В последнем выражении

$$\Lambda = \int \tilde{r}^2 \sin^2 \theta \cdot \left\{ 1 + 4 \left( (\theta')^2 + \frac{\sin^2 \theta}{\tilde{r}^2} \right) \right\} d\tilde{r}, \quad (13)$$

$$\bar{K}^2 = \frac{1}{2} \text{tr} (\dot{A}(t) \dot{A}^\dagger(t)). \quad (14)$$

Чтобы дать физическую интерпретацию эффективному лагранжиану (12) рассмотрим  $SU(2) \times SU(2)$ -группу левых и правых умножений группы

$SU(2)$ , которой принадлежат матрицы  $A$ . Нетрудно видеть, что лагранжиан (12) инвариантен относительно умножений матрицы  $A$  справа на некоторую постоянную матрицу  $h$ :  $A \Rightarrow A \cdot h$ . При этом поле  $U(\vec{r}, t)$  переходит в  $\tilde{U} = A(t) h U_0(\vec{r}) h^\dagger A^\dagger(t)$ . Легко проверить, что действие матрицы  $h$  на  $U_0$  переводит ее в  $\tilde{U}_0(\vec{r}) = U_0(R_h^{-1} \vec{r})$ , где  $R_h$  —  $3 \times 3$  матрица пространственных вращений. С другой стороны, умножение матрицы  $A$  на  $SU(2)$ -матрицу  $g$  слева переводит полевую конфигурацию  $U(\vec{r}, t)$  в

$$\tilde{U}(\vec{r}, t) = g A(t) U_0(\vec{r}) A^\dagger g^\dagger = g U(\vec{r}, t) g^\dagger, \quad (15)$$

т.е. соответствует изотопическому вращению. Таким образом, мы имеем дело с конструкцией Калли  $SU(2) \times SU(2)$ -группы, построенной из

$SU(2)$ -группы с помощью левых и правых преобразований исходной группы. Рассмотрение вариации эффективного действия при бесконечно малых правых и левых преобразованиях, зависящих от времени, приводит к тому, что сохраняющимися величинами будут

$$i \text{tr} \tau^i \dot{A}^\dagger \dot{A} \quad \text{и} \quad i \text{tr} \tau^i \dot{A} \dot{A}^\dagger.$$

Каноническое квантование требует соответствия

$$\dot{a}_i \Rightarrow -i \frac{\partial}{\partial a_i}. \quad (16)$$

Отсюда спинный и изоспинный операторы приобретают вид

$$J_j = \frac{1}{2} i \left( a_j \frac{\partial}{\partial a_0} - a_0 \frac{\partial}{\partial a_j} - \varepsilon_{jlm} a_l \frac{\partial}{\partial a_m} \right), \quad (17)$$

$$I_j = \frac{1}{2} i \left( a_0 \frac{\partial}{\partial a_j} - a_j \frac{\partial}{\partial a_0} - \varepsilon_{jlm} a_l \frac{\partial}{\partial a_m} \right). \quad (18)$$

Эти операторы действуют в пространстве функций коллективных переменных  $a_0, a_i$ . В силу условий  $AA^\dagger = 1$  и  $A^\dagger A = 1$  операторы  $J_j$  и  $I_i$  оказываются связанными между собой ортогональным преобразованием

$$g_{ij} I_j = -J_i, \quad \text{где } g_{ij} = \frac{1}{2} \text{tr}(A \tau^i A^\dagger \tau^j). \quad (19)$$

Отсюда следует, что анзац (3) порождает состояния с равными значениями спина и изоспина  $I^2 = J^2$ . Вращательная часть гамильтониана оказывается пропорциональной  $J^2$  или  $I^2$ . Таким образом мы приходим к задаче о шаровом волчке, который квантуется по полуцелым моментам, поскольку мы собираемся описывать ферми-частицы. Собственными функциями задачи, очевидно, являются матрицы конечных вращений

$D_{J_3, I_3}^{I=J/2}$ , которые представляют собой гармонические полиномы степени  $2J$ . Уровни вырождены по проекциям  $J_3, I_3$  с общей кратностью вырождения  $(2J+1)^2$ .

#### Введение коллективной переменной монополярных вибраций скирмиона

Среди всех конфигураций поля рассмотрим конфигурации, получаемые с помощью масштабных преобразований, зависящих от времени:

$$U(\vec{r}, t) = A(t) U_0(e^{\lambda(t)} \vec{r}) A^\dagger(t). \quad (20)$$

Такие конфигурации рассматривались в <sup>13,4/</sup> для лагранжиана без явного нарушения киральной симметрии лагранжиана пионным массовым членом и с учетом последнего. Теперь расчет эффективного лагранжиана приводит к выражению вида

$$L = \frac{1}{2} G(\lambda) \dot{\lambda}^2 - B(\lambda) + \frac{1}{2} C(\lambda) \text{tr}(\dot{A} \dot{A}^\dagger). \quad (21)$$

Явный вид функций  $G(\lambda)$ ,  $B(\lambda)$  и  $C(\lambda)$  можно найти в <sup>13,4/</sup>.

После проведения канонической процедуры квантования приходим к уравнению Шредингера для вибрационной степени свободы с гамильтонианом

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}_\lambda^2}{2G(\lambda)} + B(\lambda) + \frac{j(j+1)}{C(\lambda)}. \quad (22)$$

В последней записи гамильтониан уже диагонализирован по ротационным степеням свободы. Теперь полная волновая функция будет характеризоваться дополнительным квантовым числом  $n$ , нумерующим состояния с заданным спином и изоспином. Расчет в <sup>14/</sup> проведен при значениях констант  $F_\pi = 186,4$  МэВ,  $e = 9,42$ . Первое значение отвечает эмпирической величине постоянной пионного распада. Значение постоянной  $e$  соответствует наблюдаемой разности масс нуклона и  $\Delta$ -резонанса. Расчет приводит к следующим значениям масс состояний  $E_{0,1/2} = 1163$  МэВ,  $E_{1,1/2} = 1470$  МэВ,  $E_{0,3/2} = 1465$  МэВ,  $E_{1,3/2} = 1721$  МэВ,  $E_{2,1/2} = 1729$  МэВ. Нетрудно видеть, что массы  $N$ - и  $\Delta_{33}$ -состояний смещены вверх на одну и ту же величину  $\approx 225$  МэВ. Остальные рассчитанные массы отвечают экспериментальным значениям. Расчет при других величинах констант  $F_\pi$  и  $e$  также обнаруживает вырождение  $E_{n+1,j} \approx E_{n,j+1}$ . Поскольку экспериментальные значения масс состояний верхней части спектра действительно подтверждают такое вырождение, следует думать, что существует причина, снимающая такое вырождение в нижней части спектра, уменьшая значения расчетных масс  $N$ - и  $\Delta_{33}$ -состояний.

#### Нестранные дибарионы в модели Скинра

Нашей целью будет расчет спектра масс нестранных дибарионов и среднеквадратичных радиусов распределения барионного заряда, вычисление плотности электрического заряда. Теперь мы будем использовать более общий набор коллективных переменных, определяющих временную зависимость кирального поля:

$$U(\vec{r}, t) = A(t) U_0 (e^{\lambda(t)} R_{\alpha\beta}^{-1} r^\beta) A^\dagger(t). \quad (23)$$

В (21) дополнительно введена матрица  $R$  - ортогональная  $3 \times 3$  - матрица пространственных вращений.  $U_0(r)$  - по-прежнему решение стационарного уравнения Эйлера - Лагранжа. Рассмотрим, однако, его более общий вид:

$$U(r) = \cos F(r) + i \tau^d N^d(\vec{r}) \sin F(r). \quad (24)$$

Анац Скирма - Виттена, использованный нами в предыдущих частях данной работы, соответствует выбору  $\vec{N} = \vec{n} = \vec{r}/|\vec{r}|$ . В работе [5] для состояний с барионным числом  $B=K$  был предложен анац, в котором  $\vec{N}(\vec{r})$  имеет компоненты  $(\cos K\varphi \sin \theta, \sin K\varphi \sin \theta, \cos \theta)$ . Далее эту конструкцию будем называть „ $K\varphi$ ”-анацием. Он, очевидно, совпадает с анацем Скирма - Виттена при  $K=1$  и получается из него дополнительным локальным изовращением.

Прямой расчет нулевой компоненты барионного тока

$$j_\mu^B = -\frac{1}{12\pi^2} \varepsilon_{\mu\alpha\beta\gamma} \varepsilon_{jik} L_\alpha^j L_\beta^i L_\gamma^k, \quad (25)$$

где

$$L_\mu^i = \sigma \partial_\mu \varphi^i - \varphi^i \partial_\mu \sigma + \varepsilon_{ijk} \varphi^j \partial_\mu \varphi^k, \quad (26)$$

а поля

$$\sigma = \cos F(r), \quad \varphi^i = N^i \sin F(r), \quad (27)$$

приводит к выражению для нулевой компоненты

$$j_0^B = -\frac{K}{2\pi^2} \frac{\sin^2 F}{r^2} F'(r). \quad (28)$$

Интегрирование по объему дает барионный заряд

$$B = -\frac{K}{\pi} \left( F(r) - \frac{\sin 2F(r)}{2} \right) \Big|_0^\infty. \quad (29)$$

Отсюда при  $K=2$  и граничных условиях  $F(0)=\pi$ ,  $F(\infty)=0$  барионное число будет равно двум, в то время как те же граничные условия при  $K=1$  в соответствии с анацем Скирма - Виттена дают  $B=1$ . Анац Скирма - Виттена для скирмионов с  $B=2$  требует граничных условий  $F(0)=2\pi$ ,  $F(\infty)=0$ . Как увидим ниже, эти два анаца приводят к состояниям с различными свойствами. Чтобы найти  $F(x)$  минимизирующую массу скирмиона

$$M = \pi \frac{F_\pi}{e} \left\{ \frac{1}{2} \int \left[ (F')^2 + \frac{K^2+1}{x^2} \sin^2 F \right] dx + \right. \\ \left. + 2 \int \sin^2 F \left[ (K^2+1)(F')^2 + K^2 \frac{\sin^2 F}{x^2} \right] dx \right\}, \quad (30)$$

следует решить уравнение

$$\left[ \frac{1}{4} x^2 + (\kappa^2 + 1) \sin^2 F \right] F'' + \frac{1}{2} x F' + \frac{\kappa^2 + 1}{2} (F')^2 \sin 2F - \quad (31)$$

$$- \frac{\kappa^2 + 1}{8} \sin 2F - \frac{\kappa^2}{x^2} \sin^2 F \sin 2F = 0.$$

Расчет же с учетом явного нарушения киральной инвариантности в форме Виттена требует добавления к (30) выражения

$$\Delta M = \pi \frac{m_\pi^2}{F_\pi e^3} \int x^2 (1 - \cos F(x)) dx \quad (32)$$

и соответствующих изменений в уравнении (31). На рис.1 приведены результаты расчета плотностей барионного заряда, соответствующих решениям уравнения (31) при

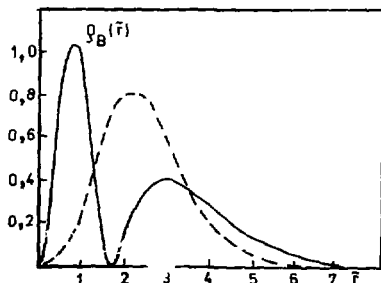


Рис.1. Плотность барионного заряда. Сплошная линия соответствует анзацу Скирма-Виттена, пунктирная - "Кψ" анзацу.

$\kappa = 1$  с граничными условиями  $F(0) = 2\pi$ ,  $F(\infty) = 0$  (B=2-анзац Скирма-Виттена) и

$\kappa = 2$ ,  $F(0) = \pi$ ,  $F(\infty) = 0$  (B=2 - "Кψ" анзац. Приведенная на рис.1

плотность умножена на  $x^2$ . Видно, что "Кψ"-анзац приводит к скирмиону с более компактным распределением барионного заряда, в то время как анзац Скирма-Виттена определяет некоторую оболочечную структуру. Эти распределе-

ния определяют и различные среднеквадратичные радиусы. Так, для анзаца Скирма-Виттена  $\langle r^2 \rangle = 17,16 / F_\pi^2 e^2$ , а для "Кψ"-анзаца  $\langle r^2 \rangle = 15,35 / F_\pi^2 e^2$ .

Подстановка уравнения (23) в лагранжиан Скирма, канонические преобразования и квантование сопряженных величин приводит к эффективному гамильтонику

$$\hat{H} = \frac{F_\pi}{e} (M_2 e^{-\lambda} + M_4 e^{\lambda}) + \left\{ -\frac{1}{4 V_2(\lambda)} \frac{\partial^2}{\partial \lambda^2} + \frac{\hat{T}^2}{4 (\Theta_2 - 7 \Delta(\lambda))} + \right. \quad (33)$$

$$+ \frac{\hat{S}^2}{4 \left( \frac{7}{4} Q_2(\lambda) - 19 \Delta(\lambda) \right)} + \frac{1}{16} \left( [Q_2 - 16 \Delta]^{-1} - [Q_2 - 7 \Delta]^{-1} - \right. \\ \left. - 4 \left[ \frac{7}{4} Q_2 - 19 \Delta \right]^{-1} \right) \hat{S}_3^2 \Big] F_{\pi} e^3,$$

где  $\hat{T}$  и  $\hat{S}$  - суть операторы изоспина и спина, а величины  $M_2$ ,  $M_4$ ,  $V_2$ ,  $Q_2$ ,  $\Delta$  определены следующими интегралами:

$$M_2 = \frac{\pi}{2} \int \left[ (F')^2 + \frac{5}{x^2} \sin^2 F \right] dx, \quad (34)$$

$$M_4 = 2\pi \int \sin^2 F \left[ 5(F')^2 + \frac{4}{x^2} \sin^2 F \right] dx, \quad (35)$$

$$Q_2(\lambda) = \frac{\pi}{3} \int x^2 \sin^2 F \left( e^{-3\lambda} + 4 e^{-\lambda} \left[ (F')^2 + \frac{5}{x^2} \sin^2 F \right] \right) dx, \quad (36)$$

$$\Delta(\lambda) = \frac{\pi}{3} e^{-\lambda} \int \sin^4 F dx, \quad (37)$$

$$V_2(\lambda) = \frac{\pi}{2} \int x^2 \left[ x^2 e^{-3\lambda} + 20 e^{-\lambda} \sin^2 F \right] (F')^2 dx. \quad (38)$$

Используемый анзац устроен так, что пространственному вращению вокруг третьей оси соответствует изовращение вокруг той же оси на двойной угол. Это обстоятельство приводит к связи между третьими проекциями спина и изоспина  $S_3^{b,f} = -2T_3^{b,f}$ .

Ротационная часть гамильтониана диагонализуется произведением **2**-функций, представляющих собой матрицы конечных вращений в координатном и изопространствах:

$$\Psi \sim D_{M_T L}^T D_{M_S - 2L}^S. \quad (39)$$

Индексы в (39) имеют общепринятый смысл и принимают целочисленные значения, так как в данном случае мы имеем дело с бозоном. Теперь

остается решить уравнение Шредингера для вибрационной степени свободы  $\lambda$ . Задача решалась в гармоническом приближении. С этой целью функция  $V_2(\lambda)$  оценивалась в точке минимума потенциала  $\mathcal{V}(\lambda, S, T_3, S_3)$ . Последний представляет собой часть выражения (33) без кинетического члена  $\sim \partial^2/\partial \lambda^2$ , в которой операторные величины следует заменить их собственными значениями  $\hat{T}^2 \Rightarrow T(T+1)$ ,  $\hat{S}^2 \Rightarrow S(S+1)$  и  $\hat{S}_3^2 \Rightarrow S_3^2$ . Здесь мы приводим результаты расчетов для состояний с  $T=2$  и вибрационными квантовыми числами  $n=0, 1$ . Расчет проводился с константами  $F_\pi = 129$  МэВ и  $e = 5,45$  из [12]. Результаты расчетов представлены на рис.2, где отмечены точками значения масс дибарионов в зависимости от спина. Выбранные значения  $T_3 = S_3 = 0$  соответствуют электрическому заряду дибариона  $Q = +1$ .

На рис.2 прямыми линиями приведены предсказания [16], следующие из анализа некоторых экспериментальных данных по обнаружению узких дибарионных состояний. Там же представлена расчетная прямая без учета монополярных вибраций. Из сравнения видим, что учет монополярных вибраций меняет как наклон ротационной полосы, так и абсолютные значения получающихся масс состояний.

Расчет же с анзацем Скирма - Виттена для состояний с  $V=2$  и  $T=S=2$  приводит к существенно большей массе состояния, равной 2,76 ГэВ.

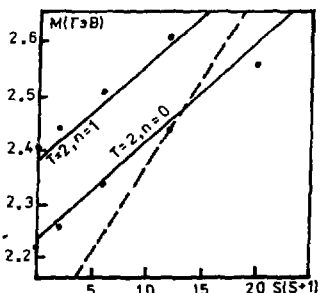


Рис.2. Массы дибарионных состояний. Точки - настоящий расчет с учетом вибраций, штриховая линия - без учета вибраций. Сплошные прямые линии соответствуют данным из [16].

В заключение подчеркнем, что использование анзаца Скирма - Виттена и "КФ"-анзаца приводят к дибарионным состояниям со значительно различающимися массами. Анзац "КФ" приводит к ротационным полосам в расчетном спектре масс дибарионов с заданным изоспином. Наклон и положение ротационных полос существенно определяются учетом вибрационных степеней свободы.

Считаю своим приятным долгом выразить благодарность профессору Лухьянову В.К., профессору Эберту Д., а также Андрианову В.А., Новожилову В.Д. и Райнхардту Х. за полезные обсуждения представленных в докладе результатов.

# Литература

1. Skyrme T.H.R. Proc. Roy.Soc., London, A260 (1961), 127.
2. Adkins G., Nappi C., Witten E. Nucl. Phys., B228 (1983), 552.
3. Biedenharn L.C., Dothan Y., Tarlini M. Phys.Rev., D31 (1985), 649.
4. Николаев В.А., Рока Э.К. Краткие сообщения ОИЯИ,  
# I4-86, Дубна, 1986, с.28.
5. H.Weigel, B.Schwesinger, G.Holzwarth. SI-85-22,  
Universitaet-Sesammthochschule, Siegen preprint.
6. Tatischeff B. Phys.Lett., 154B (1985), 107.

## MODIFIED SKYRME MODEL AND BARYON-BARYON INTERACTION

T. Otofujii, S. Saito and M. Yasuno

Department of Physics, Nagoya University, Nagoya 464  
Japan

T. Kurihara and H. Kanada

Department of Physics, Niigata University, Niigata 950-21  
Japan

### § 1. Introduction

The Skyrme model<sup>/1/</sup> is now considered to be a candidate of low-energy effective theory of mesons and baryons, which may be derived from a large  $N_c$  limit of QCD. The Skyrme model itself is nothing but a nonlinear sigma model but includes a higher order derivative term of pion field with the fourth derivative  $f_{4A}$ . This term is called as Skyrme term and necessary to support a localized soliton system from collapsing. It has been shown<sup>/2/</sup> that the soliton can be interpreted as a physical nucleon (N) or a delta isobar ( $\Delta$ ) and reproduce the static properties of the nucleon within an error of 30%.

Nucleon-nucleon interaction potential was investigated by several authors<sup>/3-7/</sup> in the frame work of the Skyrme model. These works showed that the Skyrmion-Skyrmion (SS) interaction potential has a similar characteristics as the nucleon-nucleon interaction. In the asymptotic region the SS potential is proportional to the one pion exchange potential, in the intermediate range the characteristics similar to the one- $\rho$  exchange potential is seen and the repulsive core of order of the nucleon mass is appeared in the inner region. However, it was shown that there exists no attractive contribution in the intermediate range of the central potential. In a usual one-boson-exchange (OBE) model, the attractive contribution is ascribed to the  $\sigma$ -meson exchange.

In order to obtain the attractive contribution in the intermediate range of the central potential Jackson et al.<sup>/8/</sup> proposed a modified Skyrme model; the sign of the Skyrme term  $f_{4A}$  was inverted and the new stabilizer  $f_6$  was introduced. The new stabilizer  $f_6$  is a term which expresses  $\omega$ -coupling with the nucleon in the infinite mass limit of the  $\omega$ -meson, and is a term with the sixth-order derivative  $f_6 = -(1/6)(2/4)B_\mu^\mu B_\mu^\mu$ , where  $B_\mu$  is the baryon current. Although the modified Skyrme model with inverted sign of the  $f_{4A}$  predicts an attractive potential in the intermediate range of the SS interaction, the sign inverted  $f_{4A}$  does not agree with the  $\pi\pi$  scattering data.

Relating with an introduction of new terms into the Skyrme model, there exist two independent quartic terms<sup>/10/</sup>: One is an antisymmetric term, the Skyrme term, and the other is a symmetric term  $L_{4S}$ . Donoghue<sup>/11/</sup> et al. showed that both the quartic terms are necessary to reproduce the  $\pi\pi$  scattering data in low energies by examining the  $I = 0$  and  $I = 2$  D-wave scattering lengths. By using the new quartic term  $L_{4S}$  Paris group<sup>/12/</sup> investigated the SS central potential and showed that an attractive contribution comes out by the term. However, the term  $L_{4S}$  is known to be a destabilizer of the soliton system.

In this report the SS interaction is investigated within the framework of the modified Skyrme model, that is, we study the SS interaction by including both the new terms  $L_{4S}$  and  $L_6$ . The coupling constants in the model are taken as well as possible within the experimental data of the  $\pi\pi$  scattering. We also investigate the case that the  $L_{4S}$  term is not included to make clear the role of the term. It is shown that the calculated SS interaction potential is projected onto the  $NN$ ,  $NA$  and  $AA$  channels by using a tensor decomposition technique in the spin-isospin space  $SO(4)$  and is classified by the asymptotic behaviors. This decomposition is convenient to discuss what ingredients are involved in the potential. We point out that the additive ansatz for the  $\omega$ -field which is used in the study of SS interaction by explicit inclusion of the  $\omega$ -coupling term<sup>/13-14/</sup> is not correct when one calculates the SS interaction potential in the short range. The calculation of the phase shift in the proton-proton scattering by using the obtained SS interaction is also shown.

## § II. MODIFIED SKYRME MODEL

We start with the following lagrangian of mesons which is considered as an effective lagrangian of QCD at low energies:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_{4A} + \mathcal{L}_{4SB} + \mathcal{L}_{4S} + \mathcal{L}_6, \quad (2.1)$$

where  $\mathcal{L}_2$ ,  $\mathcal{L}_{4A}$  and  $\mathcal{L}_{4SB}$  are the kinetic, the Skyrme and the chiral symmetry breaking terms, respectively, and written as

$$\mathcal{L}_2 = -\frac{F_\pi^2}{16} \text{Tr}(L_\mu L^\mu), \quad \mathcal{L}_{4A} = \frac{1}{32e^2} \text{Tr}(\{L_\mu, L_\nu\}^2), \quad \mathcal{L}_{4SB} = -\frac{F_\pi^2}{8} \text{Tr}(U - 1). \quad (2.2)$$

Here,  $U$  is the  $SU(2)$  chiral field, and we used the notations for the left and right currents as  $L_\mu = U^\dagger \partial_\mu U = i\tau_a^L L_\mu^a$  and  $R_\mu = U \partial_\mu U^\dagger = i\tau_a^R R_\mu^a$ .  $F_\pi$  denotes the pion

decay constant, and  $m_\pi$  is the mass of pion, and  $e$  the coupling constant of the Skyrme term.

In Eq. (2.1),  $f_{4S}$  is the symmetric quartic term and is given by

$$f_{4S} = \left( \frac{\gamma}{8e^2} \right) [ \text{Tr}(\partial_\mu U \partial^\mu U^\dagger) ]^2. \quad (2.3)$$

As shown by Gasser et al.<sup>10/</sup> and Donoghue et al.<sup>11/</sup> the  $f_{4S}$  term is necessary to reproduce the low-energy  $\pi\pi$  scattering data: The scattering lengths  $a_1$  ( $a_2^0$  and  $a_2^2$ ) of the  $\pi\pi$  scattering are given by

$$a_0^0 = \frac{7m_\pi^2}{32\pi f_\pi^2}, \quad a_2^0 = \frac{1}{30\pi e^2 f_\pi^2} \left( \gamma + \frac{1}{2} \right)$$

and  $a_2^2 = - \frac{1}{30\pi e^2 f_\pi^2} \left( \gamma - \frac{1}{4} \right).$  (2.4)

The experimental values of the scattering lengths give the range for  $\gamma$  as  $0.1 < \gamma < 0.2$ . On the other hand, the dispersion theoretic approach for the S-wave  $\pi\pi$  phase shift gives  $\gamma \sim 0.28-0.34$ .<sup>15,16/</sup> We see that the coupling constant  $\gamma$  is quite uncertain but not necessarily zero.

The term  $f_6$  in Eq. (2.1) is an infinitely large mass limit of the  $\omega$ -coupling term and is given by

$$f_6 = - \frac{t_6^2}{4} B_\mu B^\mu, \quad (2.5)$$

where  $B_\mu$  is the topological baryon current

$$B^\mu = \frac{i}{24\pi^2} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \text{Tr}[L_\nu L_\alpha L_\beta]. \quad (2.6)$$

The parameter  $t_6^2$  is related to the  $\omega$ -meson coupling constant  $g_\omega$  by<sup>9/</sup>

$$t_6^2 = 8\pi \left( g_\omega^2 / 4\pi \right) / m_\omega^2. \quad (2.7)$$

The term  $f_6$  is necessary to stabilize the soliton solution when we include the term  $f_{4S}$  with a large coupling constant  $\gamma$ .

Following the Skyrme ansatz, the static soliton solution is given as  $U_0 = \exp[iF(x)\hat{r} \cdot \hat{x}]$  for the chiral field  $U$  in Eq. (2.1). The solution with the unit baryon number is obtained by imposing the boundary condition of  $F(0) = \pi$  and

$F(\infty) = 0$ . To describe the classical soliton as a quantum particle, we use the collective coordinate method introduced by Adkins et al;<sup>12/</sup> the physical solution is given by  $U = U_0(t) = A(t)U_0A^\dagger(t)$ , where  $A(t)$  is a time-dependent but spatial-independent  $SU(2)$  matrix ( $A = a_0 + i\vec{a} \cdot \vec{\tau}$  with  $\sum_{i=0}^3 a_i^2 = 1$ ). By quantizing the coordinates  $a_i$ , we describe the baryonic states with the definite spin and isospin  $J = 1 = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \dots$ . The spin and isospin structure of baryons is given by the  $SO(3)$  representation matrix  $D_{ij}(A)$ , where  $D_{ij}(A) = \text{Tr}(\tau_i A \tau_j A^\dagger)/2$ . The commutation relations of  $D_{ij}$  with the spin and isospin operators clarifies that the indices associated with  $D$  are those of the isospin and spin, respectively; the first index denotes the isospin index while the second denotes the spin index. These  $D$ 's commute with each other. Consequently,  $D$ 's satisfy the same Lie algebra of the group for a symmetric pseudo-scalar-meson theory in the strong coupling.<sup>17-19/</sup>

Integrating the lagrangian in Eq. (2.1) we obtain

$$L = \int d^3x = -M + \frac{1}{2} \text{Tr}(\dot{A} \dot{A}^\dagger), \quad (2.8)$$

where the terms higher than the second orders of the time derivatives are neglected because of the assumption that the Skyrmion rotates slowly. In Eq. (2.8)  $M$  is the classical soliton mass which is given by

$$M = \frac{F}{e} \frac{\pi}{2} \int_0^\infty dr \left[ r^2 (F'^2 + \frac{2s^2}{r^2}) + 4s^2 (\frac{s^2}{r^2} + 2F'^2) - 4\beta r^2 (F'^2 + \frac{2s^2}{r^2})^2 + 2\delta \frac{s^4}{r^2} F'^2 + 2\beta^2 r^2 (1 - c) \right], \quad (2.9)$$

where  $r = eF_\pi|x|$ ,  $\beta = m_\pi/(eF_\pi)$ ,  $s = \sin F$ ,  $c = \cos F$ , and  $\delta = e^4 F_\pi^2 \epsilon_6^2 / 16\pi^4$ . In Eq. (2.10)  $I$  is the moment of inertia of the rotating Skyrmion:

$$I = \frac{F}{e} \frac{2\pi}{3} \int_0^\infty r^2 dr s^2 \left[ 1 + 4(F'^2 + \frac{s^2}{r^2}) - 8r^2 (F'^2 + \frac{2s^2}{r^2}) + 4\delta \frac{s^4}{r^2} F'^2 \right]. \quad (2.10)$$

### § III. Skyrmion-Skyrmion interaction

For a two-Skyrmion system, we assume a product form for its chiral field as follows:

$$U(x; \vec{X}_1, \vec{X}_2) = A_1 U_0(x - \vec{X}_1) A_1^\dagger A_2 U_0(x - \vec{X}_2) A_2^\dagger, \quad (3.1)$$

where  $\vec{X}_1$  and  $\vec{X}_2$  are the coordinate parameters denoting the centers of two Skyrmions, and  $A_1$  and  $A_2$  are the collective coordinates to describe the spinning motions of Skyrmions 1 and 2, respectively. The product form is considered to be at least correct for two Skyrmions at large separation. Substituting Eq. (3.1) into Eq. (2.1) we obtain the following Hamiltonian:

$$\mathcal{H}(x; \vec{X}_1, \vec{X}_2, A_1, A_2) = \mathcal{H}_1(x; \vec{X}_1, A_1) + \mathcal{H}_2(x; \vec{X}_2, A_2) + \mathcal{H}_{\text{int}}(x; \vec{X}_1, \vec{X}_2, A_1, A_2), \quad (3.2)$$

where  $\mathcal{H}_1$  and  $\mathcal{H}_2$  are the Hamiltonians of the separated Skyrmions 1 and 2, respectively, and  $\mathcal{H}_{\text{int}}$  denotes the rest interpreted as the interaction part of two Skyrmions. In the following we neglect the time-derivative terms in  $\mathcal{H}_{\text{int}}$ , since the rotation of the Skyrmions is considered to be slow.

The SS potential is obtained by integrating  $\mathcal{H}_{\text{int}}$  in Eq. (3.2). The resulting potential can be decomposed into the contributions from the respective terms in the effective Lagrangian in Eq. (2.1) as follows:

$$V = \int d^3x \mathcal{H}_{\text{int}}(x; \vec{X}_1, \vec{X}_2, A_1, A_2) = V_{\text{ISB}} + V_2 + V_{4A} + V_{4S} + V_6, \quad (3.3)$$

where  $V_{\text{ISB}}$ ,  $V_2$ ,  $V_{4A}$ ,  $V_{4S}$  and  $V_6$  denote the potentials derived from the terms  $\mathcal{L}_{\text{ISB}}$ ,  $\mathcal{L}_2$ ,  $\mathcal{L}_{4A}$ ,  $\mathcal{L}_{4S}$  and  $\mathcal{L}_6$  in Eq. (2.1), respectively. Further, we decompose each potential  $V_i$  ( $i = \text{ISB}, 2, 4A, 4S \text{ and } 6$ ) into the following three kinds of types: they have the one-, two- and three-pion-exchange tails, and are referred as  $V_i^I$ ,  $V_i^{II}$  and  $V_i^{III}$ , respectively. The potentials are explicitly written as follows: The ISB term yields

$$V_{\text{ISB}}^I(r) = -\frac{\frac{m^2}{\pi} F_\pi^2}{108} \int d^3x u_i(1) \hat{D}_{ij} u_j(2),$$

$$V_{\text{ISB}}^{II}(r) = -\frac{\frac{m^2}{\pi} F_\pi^2}{4} \int d^3x (u_0(1) - 1)(u_0(2) - 1), \quad (3.4a)$$

where  $u_0$  and  $u_i$  are given by the following definition

$$U_0(x - \vec{X}_j) = u_0(j) + i\tau_i u_i(j) \quad j = 1 \text{ or } 2, \quad (3.4b)$$

and  $\hat{D}_{ij}$  is the  $SO(3)$  representation matrix with the argument  $A_1^\dagger A_2$ :  $\hat{D}_{ij} = D_{ij}(A_1^\dagger A_2)$ . The kinetic term has only the type I

$$V_2^I(r) = \frac{F_\pi^2}{108} \int d^3x R_i^k \hat{D}_{ij}^1 L_k^j, \quad (3.5)$$

where  $R_k^1$  and  $L_k^1$  denote the following notations for brevity's sake:

$$R_k^1 = \text{Tr}(\tau_1 U_0(1) \hat{a}_k U_0^\dagger(1)) / (2i) \text{ and } L_k^1 = \text{Tr}(\tau_1 U_0^\dagger(2) \hat{a}_k U_0(2)) / (2i), \quad (3.6)$$

where  $U_0(i)$  ( $i = 1$  and  $2$ ) denote  $U_0(x-X_i)$ . We note that all the expressions involve only the above combinations, that is,  $X_i$  appears through the right current and  $X_2$  through the left current. The Skyrme term  $\mathcal{L}_{4A}$  yields

$$V_{4A}^I(r) = \frac{1}{2} \int d^3x \{ R_i^\mu R_j^\mu \hat{D}_{\nu l}^1 L_k^l - R_i^\nu R_j^\nu \hat{D}_{\mu l}^1 L_k^\mu + L_i^\mu L_j^\mu \hat{D}_{\nu l}^1 L_k^l - L_i^\nu L_j^\nu \hat{D}_{\mu l}^1 L_k^\mu \}, \quad (3.7a)$$

$$V_{4A}^{II}(r) = \frac{1}{2e^2} \int d^3x \{ R_i^\mu R_j^\mu L_k^\nu L_l^\nu - R_i^\nu R_j^\nu L_k^\mu L_l^\mu + 2R_i^\mu \hat{D}_{\mu l}^1 L_j^\nu \hat{D}_{\nu l}^1 L_k^\mu - R_i^\mu \hat{D}_{\mu m}^1 L_j^\nu \hat{D}_{\nu l}^1 L_k^l - R_i^\nu \hat{D}_{\nu m}^1 L_j^\mu \hat{D}_{\mu l}^1 L_k^l \}. \quad (3.7b)$$

The symmetric quartic term  $\mathcal{L}_{4S}$  gives

$$V_{4S}^I = - \frac{f}{e^2} \int d^3x \{ (R_j^1 R_j^1 + L_j^1 L_j^1) R_i^\mu \hat{D}_{\mu l}^1 L_l^\mu \}, \quad (3.8a)$$

$$V_{4S}^{II} = - \frac{f}{e^2} \int d^3x \{ 2R_j^1 R_j^1 L_l^k L_l^k + R_j^1 \hat{D}_{jl}^1 L_j^\mu \hat{D}_{\mu k}^1 L_l^k \}. \quad (3.8b)$$

In the  $\omega$ -coupling term  $\mathcal{L}_6$  there appear all the types of the contributions:

$$V_6^I(r) = 6 \left( \frac{e_6}{24\pi^2} \right)^2 \int d^3x \{ \epsilon_{ijk} \epsilon_{lmn} L_j^m L_k^n R_l^p \hat{D}_{pl}^1 \epsilon_{\alpha\beta\gamma} \epsilon_{\mu\nu l} R_\alpha^\mu L_\beta^\nu L_\gamma^1 + \epsilon_{ijk} \epsilon_{lmn} R_j^m R_k^n \hat{D}_{lp}^1 L_l^1 \epsilon_{\alpha\beta\gamma} \epsilon_{\mu\nu l} R_\alpha^\mu R_\beta^\nu R_\gamma^1 \}, \quad (3.9a)$$

$$V_6^{II}(r) = 3 \left( \frac{e_6}{24\pi^2} \right)^2 \int d^3x \{ 2 \epsilon_{ijk} \epsilon_{lmn} R_l^1 R_j^m R_k^n \epsilon_{\alpha\beta\gamma} \epsilon_{\mu\nu l} R_\alpha^\mu \hat{D}_{\mu\beta}^1 L_\beta^\nu L_\gamma^1 + 2 \epsilon_{ijk} \epsilon_{lmn} L_l^1 L_j^m L_k^n \epsilon_{\alpha\beta\gamma} \epsilon_{\mu\nu l} R_\alpha^\mu R_\beta^\nu \hat{D}_{l\epsilon}^1 L_\epsilon^\epsilon + 3 \epsilon_{ijk} \epsilon_{lmn} R_l^1 R_j^m \hat{D}_{np}^1 L_k^p \epsilon_{\alpha\beta\gamma} \epsilon_{\mu\nu l} R_\alpha^\mu R_\beta^\nu \hat{D}_{l\epsilon}^1 L_\epsilon^\epsilon + 3 \epsilon_{ijk} \epsilon_{lmn} R_l^p \hat{D}_{pl}^1 L_j^m L_k^n \epsilon_{\alpha\beta\gamma} \epsilon_{\mu\nu l} R_\alpha^\mu \hat{D}_{\mu\beta}^1 L_\beta^\nu L_\gamma^1 \}, \quad (3.9b)$$

$$V_6^{III}(r) = 2 \left( \frac{\epsilon_6}{24\pi^2} \right)^2 \int d^3x [ \epsilon_{ijk} \epsilon_{lmn} R_i^l R_j^m R_k^n \epsilon_{\alpha\beta\gamma} \epsilon_{\mu\nu\lambda} L_\alpha^\mu L_\beta^\nu L_\gamma^\lambda + 9 \epsilon_{ijk} \epsilon_{lmn} R_i^l R_j^m \hat{D}_{np}^l L_k^p \epsilon_{\alpha\beta\gamma} \epsilon_{\mu\nu\lambda} R_\alpha^\sigma \hat{D}_{\sigma\mu} L_\beta^\nu L_\gamma^\lambda ]. \quad (3.9c)$$

In order to project the SS potential onto that for the physical nucleon and/or delta isobar states, potentials should be decomposed into irreducible tensors of  $SO(3) \times SO(4)$ . After the decomposition the spin and isospin structure coefficients  $\hat{D}$  into irreducible tensors of  $SO(4)$ , one can see that the potentials are expressed by the following tensors of  $SO(3) \times SO(4)$ :

$$\begin{aligned} \Theta_{ss} &= 9\hat{D}_{kk}, & \Theta_T &= 9(3\hat{D}_{ij} - \delta_{ij}\hat{D}_{kk})r_i r_j, \\ \Theta'_{ss} &= 9(\hat{D}_{kk}\hat{D}_{ll} - \hat{D}_{kk} - 1), & \Theta'_T &= 9(3\hat{D}_{ij} - \delta_{ij}\hat{D}_{kk})(\hat{D}_{ll} - 1/2)r_i r_j. \end{aligned} \quad (3.10)$$

Thus we obtain the static hamiltonian between Skyrmions as a general form as

$$V(r; A_1, A_2) = V_c(r) + \Theta_{ss} V_{ss}(r) + \Theta_T V_T(r) + \Theta'_{ss} V'_{ss}(r) + \Theta'_T V'_T(r), \quad (3.11)$$

where  $r = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$  is the relative coordinate between two Skyrmions. One notices that  $\Theta_{ss}$  and  $\Theta_T$  are the  $(\sigma \cdot \sigma)(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r})$  and  $S_{12}(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r})$  terms for the NN potential, respectively.  $\Theta'_{ss}$  and  $\Theta'_T$  denote the tensors consisting of the second-rank spin and isospin operators for each Skyrmion. These tensors are thus only effective for the  $N\Delta$  or  $\Delta\Delta$  states and not for the NN states. The existence of the higher-rank tensor terms were independently noted by Yabu et al.<sup>6/</sup>

The matrix elements of the tensors are obtained by using the matrix elements of  $\hat{D}_{ij}$ , which are expressed by

$$\langle B_1 B_2 | \hat{D}_{ij} (A_1^\dagger A_2) | B_1' B_2' \rangle = \Lambda(B_1, B_1') \Lambda(B_2, B_2') (S_1)_i (S_2)_j (T_1 \cdot T_2), \quad (3.12)$$

where  $|B_1 B_2\rangle$  denotes a two-nucleon (delta) state, and  $S$  and  $T$  are the generalized spin and isospin operators, respectively.  $\Lambda(B, B')$  is a kind of reduced matrix elements in the  $SU(2) \times SU(2)$ , and can be obtained using the strong coupling relation,<sup>17-19/</sup>

$$\Lambda(N, N) = -1/3, \Lambda(N, \Delta) = \Lambda(\Delta, N) = 1/2, \Lambda(\Delta, \Delta) = -1/15, \Lambda(\Delta, 5/2) = 1/3/2. \quad (3.13)$$

From the above tensor decomposition of the potential, we notice that the potentials of the type I involve only the  $\Theta_{ss}$  and  $\Theta_T$  components because they are linear in  $\hat{D}$ . This fact guarantees that the SS interaction in the asymptotic region is proportional to that of the OPEP and the strong coupling relations among the coupling constants hold.

$$g_{\pi\Delta\Delta} / g_{\pi NN} = 3/\sqrt{2} \quad \text{and} \quad g_{\pi\Delta\Delta} / g_{\pi NN} = 1/5. \quad (3.14)$$

On the other hand, those of the type II and III involve all kinds of components appeared in Eq. (3.11).

Now, let us consider the Skyrmion-anti-Skyrmion ( $\bar{S}\bar{S}$ ) potential. In order to study this, we make a G-parity transformation to one of the Skyrmions; for example, we replace  $U_0(x-X_1)$  in Eq. (3.1) with  $U_0^\dagger(x-X_1)$  but not  $U_0(x-X_2)$ . For such a transformation,  $R_k^i(1)$  defined by Eq. (3.6) becomes  $L_k^i(1)$ , where the argument '1' means  $U_0(x-X_1)$  to be the argument. After this replacement we obtain the  $\bar{S}\bar{S}$  potential. However, to get the potential we must symmetrize the result with respect to the particle coordinates. Without this symmetrization we obtain the potential which is linearly dependent on the relative coordinate. Thus, the parity conservation is broken for that treatment.

The G-parity structure of the potential can be seen easily from the above consideration. Because of the hedgehog ansatz we have  $L_k^i(1) = -R_k^i(1)$ . The symmetric part of  $R_k^i$  in the suffices  $i$  and  $k$  has an asymptotic form of the one-pion-exchange tail, and the antisymmetric part has that of the two-pion-exchange tail. Therefore, if we consider a long-range behavior of the potential the G-parity structure is determined by the powers of  $R_k^i$  in the expressions Eqs. (3.5), (3.7a)-(3.8c), since the symmetric part is only responsible for that behavior. Thus, the components of the type  $V^I$  and  $V^{III}$  are odd in the G parity, and those of the type  $V^{II}$  are even in the G parity. This means that the components  $V^I$  and  $V^{III}$  involve the one- $\pi$  and one- $\omega$  exchanges and  $V^{II}$  involves the one- $\sigma$  and one- $\rho$  exchanges.

#### § IV. NUMERICAL RESULTS AND DISCUSSIONS

##### A. Coupling constants and the static properties of nucleon

The lagrangian in Eq. (2.1) involves the parameters  $F_\pi$ ,  $e$ ,  $f$  and  $g_\sigma$ .  $F_\pi$  is the pion-decay constant, and  $e$  and  $f$  are determined by the  $\pi\pi$  D-wave scattering lengths in Eq. (2.4).  $g_\sigma$  is related to the  $\sigma$ -meson coupling constant  $g_\sigma$  in (2.7). To get an overall agreement with these data, the parameters are placed in the following range:

$$F_{\pi} = (120 \sim 186) \text{ MeV}, \quad \gamma = (0.12 \sim 0.2),$$

$$e = (3.4 \sim 12.) \quad \text{and} \quad \frac{g_{\omega}^2}{4\pi} = (5.0 \sim 10.0). \quad (4.1)$$

We notice that the experimental data are very uncertain so that these values of the parameters should not be taken seriously. It should be mentioned that, by reducing the value of the pion-decay constant we can reproduce the  $I = 1 = 0$  scattering length of the  $\pi\pi$  scattering in terms of the chiral symmetry breaking term  $f_{\text{ISB}}$ .

Within the above ranges of the parameters, we attempt to reproduce the masses of the nucleon  $m_N$  and of the delta isobar  $m_{\Delta}$ . We adopt the following two cases: for Case I we put  $F_{\pi} = 120$  MeV,  $e = 10.0$ ,  $\gamma = 0.0$  and  $g_{\omega}^2/(4\pi) = 10$ , and for Case II we put  $F_{\pi} = 125$  MeV,  $e = 12.0$ ,  $\gamma = 0.1$  and  $g_{\omega}^2/(4\pi) = 10$ . Case I was chosen as  $\gamma = 0$ . In choosing Case II we tried to solve the Euler-Lagrange equation derived from Eq. (2.9), but could not get any solution for  $F(r)$  for  $\gamma > 0.1$ . As mentioned in Refs. 15 and 16, the  $f_{49}$  term works as a strong destabilizer, so that  $\gamma$  must be smaller than a critical value. It can be shown that the inclusion of the term gives rise to an instability of multi-Skyrme systems.<sup>/20/</sup> In this meaning we prefer Case I, but as a phenomenological model we used the value  $\gamma = 0.1$  in Case II. Later we discuss about the case for large values of  $\gamma$ .

Table. Prediction of static properties of nucleon and obtained values for the parameters

Quantity	Cases		Pure	Exp.
	(I)	(II)	Skyrme	
$F_{\pi}$	120	125	108	186
$e$	10.0	12.0	4.84	
$\gamma$	0.0	0.1	0.0	
$g_{\omega}^2/4\pi$	10.0	12.0	0.0	
$\langle r^2 \rangle_{I=0}^{1/2} [\text{fm}]$	0.76	0.74	0.68	0.72
$\langle r^2 \rangle_{I=1}^{1/2} [\text{fm}]$	1.07	1.04	1.04	0.88
$\langle r^2 \rangle_{N, I=0}^{1/2} [\text{fm}]$	0.98	0.94	0.96	0.81
$\mu_p$	2.24	2.12	1.97	2.79
$\mu_n$	-1.44	-1.33	-1.24	-1.91
$m_{\pi NN}$	14.5	12.9	11.8	13.5
$m_{\Delta}$	1.26	1.20	0.95	1.23

The static properties of the nucleon are calculated for the above two cases and are listed in the table. For a reference, we also show the case of the pure Skyrme model<sup>/2/</sup> with  $\gamma = \epsilon_6 = 0$ . From the Table, one notices that the calculated static properties for Cases I and II are in good agreement with experimental data, especially for Case II.

## B. Skyrmion-Skyrmion interaction potential

Following the prescription described in section 3 we calculate the SS ( $S\bar{S}$ ) potential. Figures 1a), b) and c) show the calculated central  $V_C$ , spin-spin  $V_{ss}$ , and tensor  $V_T$  potentials for Case I, respectively. In the figures the upper parts are for the SS potential, and the lower for the  $S\bar{S}$  potential. Similarly, the higher-rank spin-spin  $V'_{ss}$  and tensor  $V'_T$  potentials are shown in Fig. 1d) and e). The solid curve shows the net contribution of the potential. Each component is also displayed in the figures when its contribution is rather large: The long-dashed curve, the short-dashed curve and the dotted curve display the contributions from  $V_6^I$ ,  $V_6^{II}$  and  $V_6^{III}$ , respectively. Also, the dot-dashed curve denotes that from  $V_2^I$ , and the double dot-dashed curve from the  $V_{2SB}$  terms, respectively. The contributions from the Skyrme term,  $V_{4A}$ , are rather small for Case I, so that the contributions are not shown in the figures.

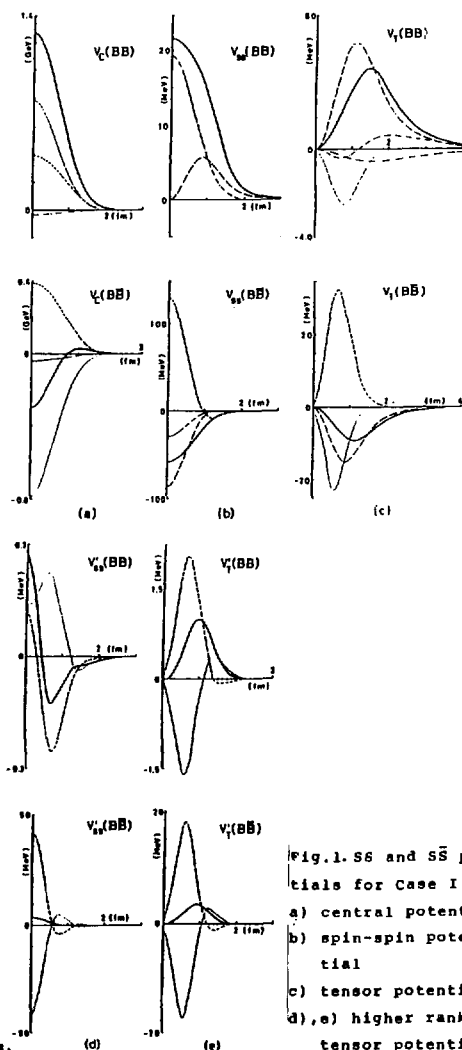


Fig.1.  $SS$  and  $S\bar{S}$  potentials for Case I.  
a) central potential  
b) spin-spin potential  
c) tensor potential  
d), e) higher rank tensor potential.

For the central potential in Fig. 1a), we see that  $V_6^{III}$  has odd G-parity, and  $V_6^{II}$  and  $V_{\chi SB}$  have even G-parity. This can be seen from the comparison with the potential for the  $S\bar{S}$  interaction in the lower part of Fig. 1a). Thus,  $V_6^{III}$  has a nature of the  $\omega$ -meson exchange potential, and is the main contribution to the short range part. The potential  $V_6^{III}$  has a simple structure; as seen from Eq. (3.9c) one can write for the central potential

$$V_6^{III}(r) = \varepsilon^2 \int d^3x B^0(x - X_1) B^0(x - X_2), \quad (4.2)$$

where  $B^0(x - X_i)$  ( $i=1,2$ ) denotes the baryon density around the center  $X_i$ . Equation (4.2) shows that the central part of the  $V_6^{III}$  is just the folding of the densities of two Skyrmions. This is considered to be a result of the  $\omega$ -meson exchange potential with the infinitely large limit of the  $\omega$ -meson mass. On the other hand,  $V_{\chi SB}$  and  $V_6^{II}$  give the  $\sigma$ -meson-like exchange contributions, but the latter has the wrong sign. It is noted that the chiral-symmetry breaking term brings about an attractive contribution, as expected from the fact that the term contributes to the S-wave  $\pi\pi$  scattering data.

For the spin-spin potential displayed in Fig. 1b), we note that the contribution from  $V_2^I$  is dominating in the inside region, and that from  $V_6^I$  is dominant in the asymptotic region. Both contributions have odd G-parity structure in the outside region ( $r > 2.0\text{fm}$ ). Comparing with the previous result,<sup>17)</sup> we note that the role of the Skyrme term  $V_{4A}^I$  in the pure Skyrme model is replaced by that of the  $\omega$ -coupling term  $V_6^I$  in this case, and the net result is very similar to that of the pure Skyrme model.

For the tensor potential displayed in Fig. 1c),  $V_6^I$ ,  $V_{\chi SB}$  and  $V_2^I$  are the main contributions in the asymptotic region. In the same way as the spin-spin interaction, the G-parity structure of each component is clear compared with that of the  $S\bar{S}$  potential. Although each contribution has different structure, the net contribution is also similar to that of the pure Skyrme model.

For the potential of the higher rank tensor,  $V_{gg}^{\prime}$  and  $V_T^{\prime}$ , shown in Figs. 1d) and 1e), each component is rather large, while the net becomes small. However, we discuss later the contribution of  $V_T^{\prime}$  to the transition potential between the NA states.

To make a quantitative comparison with the one-boson-exchange potentials (OBE) for the NN interaction, we calculate the ratios of the present results to those of the OBE:

$$R_j^-(r) = \frac{V_j^-(r)}{V_{\pi}^-(r)}, \quad R_j^+(r) = \frac{V_j^+(r)}{V_{\rho}^+(r)}, \quad (j=T \text{ or } ss) \quad (4.3)$$

where  $V_{\pi}^1$  and  $V_{\rho}^1$  denote the one-pion and one-rho exchange potentials, respectively, and  $V_j^{\pm}$  ( $V_j^+$ ) is the G-parity odd (even) component of the present potential calculated from the SS and the  $\bar{S}\bar{S}$  potentials. If the calculated result is the same as that of the OBE, then the ratio  $R_T^{\pm}/R_{SS}^{\pm}$  is independent of the coupling constant of the OBE potential. The calculated ratios are shown in Fig. 2. From the figure one sees that the ratio for the G-parity odd part is very close to unity for  $r > 2.5$  fm with the pion mass 140 MeV for the OBE. On the other hand, the G-parity

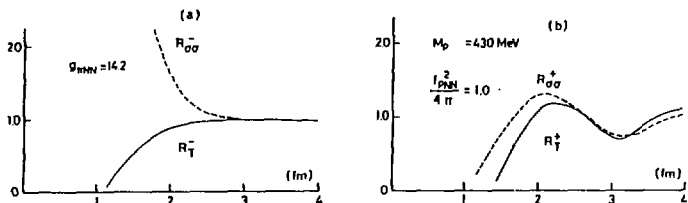


Fig.2. The ratios of the SS potentials to the OBEF

a) for the odd G-parity

b) for the even G-parity.

even part is roughly fitted with the rho meson mass 430 MeV in the region  $r > 2.5$  fm. Therefore, the asymptotic form of the present potential has the character of the one-pion and one-rho exchange potential. Then, using these results we obtain the coupling constants of the OBE predicted by the Skyrme model:

$$\frac{g_{\pi NN}^2}{4\pi} = 14.2 \quad , \quad m_\pi = 140 \text{ MeV} \quad ,$$

$$\frac{f_{\rho NN}^2}{4\pi} = 1.0 \quad \text{and} \quad m_\rho = 430 \text{ MeV.} \quad (4.4)$$

To see the attractive contribution of the term  $f_{48}$  the central part of the SS potential calculated for Case II is shown in figure 3. The contribution  $V_{48}$  from the symmetric quartic term  $f_{48}$  is depicted by the thin solid curve. Fig. 3) shows that the term  $f_{48}$  contributes attractively, but is not sufficient to overcome the repulsive contribution from the  $\omega$ -coupling term. The net result is purely repulsive, so that there is no sign of the  $\omega$ -meson exchange in the intermediate region. For the spin-spin and the tensor part the contribution of the  $f_{48}$  term is rather small, and the characteristics of the potential do not change. As shown in Ref. 13, one could increase the value of the coupling constant  $\gamma$  of the  $f_{48}$  term by also increasing the  $\omega$ -coupling constant, since the  $f_{48}$  term is a destabilizer and

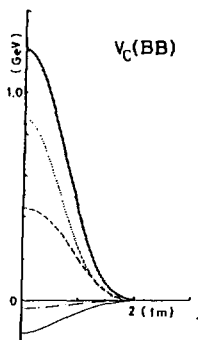


Fig.3. The central SS potential for Case II.

the  $f_6$  term is a stabilizer. Such a case may give a sufficient attraction for the central potential. We therefore tried a calculation with the parameter set of  $e = 10$ ,  $F_\pi = 130$  MeV,  $\gamma = 0.35$  and  $g_\pi^2/(4\pi) = 30.0$ . The result shows, however, no attractive part in the potential. This may be considered to be inconsistent with a recent calculation by Lacombe et al.<sup>13/</sup>, in which they found an enough attractive contribution in the potential. However, an additive ansatz was used for the  $\omega$ -meson field. We see that the component  $V_6^{II}$  from the term  $f_6$  has been completely neglected by this ansatz. The component  $V_6^{II}$  is very large in the intermediate region of the central potential and masks the attractive contribution from the  $f_{48}$  term. Therefore, the ' $\sigma$ '-meson-like contribution in the central potential cannot be explained by the  $f_{48}$  term.

The SS potential can be projected onto those for the NN,  $N\bar{N}$  and  $\Delta\bar{\Delta}$  potentials and also onto the transition potential between them. These potentials are calculated from the generalized potential in Eq. (3.11) using the matrix elements of the operators  $\Theta$ 's. In Fig. 4 we show the transition potential  $V_{NN, N\bar{N}}(r)$  calculated for Case I: the solid curves in Figs. 4a), b) and c) display those between the  $1D_2(NN)$  and  $5S_2(N\bar{N})$ , the  $3F_3(NN)$  and  $5P_3(N\bar{N})$ , and the  $1G_{1/2}(NN)$  and  $5D_{1/2}(N\bar{N})$  states, respectively. For a comparison we also show the transition potentials calculated for the one- $\pi$  and one- $\rho$  exchange potential<sup>21/</sup> by the dashed curves. Here, the dipole-type cutoff was used to calculate them. One can see from the figures that the prediction of the Skyrme model is very similar to that of the one-boson-exchange

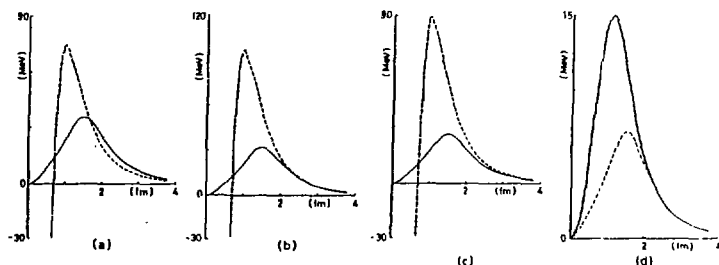


Fig.4. Transition potentials; a)-c) transition potentials between the NN and  $N\bar{N}$  states; d) transition potential between  $N\bar{N}$  states.

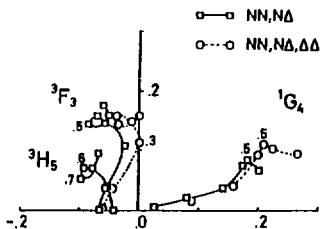
potential. It can be seen that the Skyrme model includes automatically a kind of cutoff function and also the contribution from the rho and pion exchanges in the asymptotic region.

Here, we mention about the contribution from the higher rank tensor terms in the transition potential. These terms contribute for the states involving the  $\Delta$  isobar, since the operators are the second-rank tensor in the spin and isospin operators. The terms are usually small, but give a large effect for some states. For example, the value of the matrix element of  $\Theta_T'$  between the  ${}^3P_2(N\Delta)$  and  ${}^3P_2(N\Delta)$  states is much larger than that of  $\Theta_T$ . As a consequence, the  $V_T'$  part becomes comparative to the  $V_T$ . In Fig. 4d), the solid curve shows the transition potential between the  ${}^3P_2(N\Delta)$  and  ${}^3F_2(N\Delta)$  states calculated with including all the contributions, and the dashed curve shows that without the  $V_T'$  part.

### C. The scattering amplitude in the coupled channel calculation

Finally we carry out the calculation of the phase shift of nucleon-nucleon scattering by means of three channel coupling model including the NN, N $\Delta$  and  $\Delta\Delta$  channels. We show in Fig. 5) the Argand diagrams of pp scattering amplitude for the partial waves which correspond to the dibaryon candidates. In the calculation, we dropped the central potential and used the hard core with radius  $r_c = 0.4\text{fm}$  since

the present central potential does not reproduce the characteristics of the phenomenological one. In the figure the result of the channel coupling of NN and N $\Delta$  are depicted by square and that of NN, N $\Delta$  and  $\Delta\Delta$  are by the circle. The attached numbers to the lines denote the c.m. energy of pp system in unit of GeV. From the figure the resonance-like looping behaviors are seen, and the masses of the "resonances" obtained by using these results are consistent with our previous results.<sup>/21/</sup> However, the calculated partial widths of the "resonance" are rather small when compared with those of phase shift



obtain suitable partial width of the "resonance". However, in the present case one can see from Fig.5 that the transition potential between NN and NA aligned state is almost a half in the strength that of OBE at  $r \sim 1\text{fm}$ .

## § V. SUMMARY

We have investigated the baryon properties and the interaction between Skyrmions in the modified Skyrme model, where the parameters are determined within the range which experiments permit. Two kinds of parameter sets were chosen to investigate the contribution of the new destabilizer  $L_{43}$ , one of which the term is not included but the other is included.

For the one baryon system, the modified Skyrme model improves the static properties of the nucleon when compared with the results of the pure Skyrme model: Especially this model reproduces nicely the magnetic moments and the axial coupling ratio  $g_A$ .

Next, the interaction between Skyrmions is investigated, where the general formulation to obtain not only the NN potential but also the NA and  $\Delta\Delta$  potential has been shown. By using the same parameter sets for the one baryon system, the SS interaction potential was calculated numerically. The potential has a good correspondence with the OBE potential of the  $\pi$  and  $\rho$  mesons at the long distance region ( $r > 2\text{fm}$ ). The extracted coupling constants and masses for the OBE are consistent with the phenomenological models and also the previous result of the pure Skyrme model. This means that the asymptotic form of the SS potential is almost independent of what an effective lagrangian is employed. As for the central potential, the repulsive core of order of the nucleon mass is obtained but no attractive area in the potential cannot be seen. The fact that the central potential is repulsive everywhere is independent of including the  $L_{43}$  term or not. The attractive contribution of the  $L_{43}$  is overcome by the repulsive contribution of the  $L_5$ , especially by the potential with two pion tail. In every potential the contribution of the  $L_6$  is dominated and the role of the  $L_{4A}$  in the pure Skyrme model is replaced by the term  $L_6$ .

We also show the results of coupled channel calculation with NN, NA and  $\Delta\Delta$  channels by using the obtained SS potential for the dibaryon candidates. Although the resonance-like behaviors are obtained, the partial widths of the resonance-like behavior have become small. The main reason of such results is brought about by the underestimate of the transition potentials in the intermediate range.

Here, we give a comment on the role of the  $L_{43}$  term. We can easily derive<sup>/20/</sup> an inequality relation of the coupling constants to get a stable soliton solution of the unit number:

$$1 < \frac{1}{3} + \frac{28}{27}$$

where  $\delta$  is given below Eq. (2.9). Increasing the baryon number, however, this relation is violated and we cannot get any stable soliton solution for a multi-Skyrmion system. Therefore, the inclusion of the  $f_{4g}$  term gives a serious problem. When we consider, in the Skyrmion physics, that an effective lagrangian of mesons should support stable soliton solutions, we face the problem of how the S-wave  $\pi\pi$  scattering is consistently described in the meson lagrangian without throwing out stable soliton solutions.

#### References

1. T.H.R. Skyrme, Nucl. Phys., 1962, 31, p. 556;  
E. Witten, Nucl. Phys., 1983, B223, p. 422, p. 433.
2. G.S. Adkins, C.R. Nappi and E. Witten, Nucl. Phys., 1983, B228, p. 552;  
G.S. Adkins and C.R. Nappi, Nucl. Phys., 1984, B233, p. 109.
3. A. Jackson, A.D. Jackson and V. Pasquir, Nucl. Phys., 1985, A432, p. 567.
4. R. Vinh Mau, N. Lacombe, B. Loiseau, W.N. Cottingham and P. Lisba, Phys. Lett., 1985, 150B, p. 259.
5. V. Vento, Phys. Lett., 1985, 153B, p. 198.
6. H. Yabu and K. Ando, Prog. Theor. Phys., 1985, 74, p. 750.
7. T. Otofujii, T. Kurihara, H. Kanada, S. Saito and M. Yasuno, DPNU-86-26, 1985, July, Nagoya University preprint.
8. A. Jackson, A.D. Jackson, A.S. Goldhaber, G.E. Brown and L.C. Castillejo, Phys. Lett., 1985, 154B, p. 101.
9. G.S. Adkins and C.R. Nappi, Phys. Lett., 1984, 137B, p. 251.
10. J. Gasser and H. Leutwyler, Phys. Lett., 1983, 125B, p. 321.
11. J.F. Donoghue, E. Golowich and B.R. Holstein, Phys. Rev. Lett., 1984, 53, p. 747.
12. M. Lacombe, B. Loiseau, R. Vinh Mau and W.N. Cottingham, Phys. Lett., 1985, 161B, p. 31.
13. M. Lacombe, B. Loiseau and R. Vinh Mau, Phys. Lett., 1986, 169B, p. 121.
14. J.M. Eisenberg, A. Erell and R.R. Silbar, Phys. Rev., 1986, 33C, p. 1531.
15. T.N. Pham and T.N. Truong, Phys. Rev., 1985, D31, p. 3025.
16. M. Mashaal, T.N. Pham and T.N. Truong, Phys. Rev. Lett., 1986, 56, p. 436.
17. T. Cook, C.J. Goebel and B. Sakita, Phys. Rev. Lett., 1965, 15, p. 35.
18. V. Singh, Phys. Rev., 1966, 144, p. 1275.
19. J.-L. Gerans and B. Sakita, Phys. Rev. Lett., 1984, 52, p. 87; Phys. Rev., 1984, D32, p. 1795.
20. T. Otofujii, S. Saito, M. Yasuno, H. Kanada and T. Kurihara, DPNU-86-05, 1986, Apr., Nagoya University preprint.
21. T. Otofujii, E. Sakai, H. Kanada, S. Saito and M. Yasuno, Prog. Theor. Phys., 1985, 73, p. 703.

## NUCLEON-SOLITON CHIRAL BAG ?

M.M. Musakhanov, P.K. Choudhury

Tashkent State University

USSR

### 1. INTRODUCTION

The QCD vacuum in addition to a gluon condensate contains a quark one <sup>/1/</sup>, they being closely related to each other. Investigations (see review <sup>/2/</sup>) within the QCD sum rule showed an important role of the spontaneous breakdown of the chiral invariance (SBCI) caused by the existence of the quark condensate in the formation of the lowest QCD vacuum excitations and in the explanation of their properties.

The effective QCD Lagrangian for the lightest mesons at small energies ( $E < 1$  GeV) is a phenomenological chiral Lagrangian <sup>/3/</sup> added by the terms with field derivatives in the fourth power where the main role is played by the Wess-Zumino-Witten term <sup>/4,5/</sup>.

The chiral QCD Lagrangian in addition to the sector with the topological charge  $t=0$  describing mesons has topologically nontrivial sectors with  $t \neq 0$ . The interaction of such field with the Dirac quark vacuum results in the baryon current <sup>/6/</sup>. Thereby, if the sizes of a soliton are larger than the Compton wave length of the quark, such a soliton possesses the baryon charge  $B=t$  and semi-integer spin. Otherwise, the soliton remains as a boson since it ceases to interact effectively with the Dirac vacuum quarks <sup>/7/</sup>. The nucleon structure as a chiral soliton was firstly considered by Skyrme <sup>/8/</sup>, then within the QCD - by Witten <sup>/5/</sup>.

Investigations of the instanton QCD vacuum model in the papers of recent years <sup>/9,10/</sup> showed a possibility of the quantitative description of the quark condensate,  $\tilde{\eta}$ -mesons and possibly the nucleon for  $1/L=1/3$  <sup>/11/</sup>. Here  $l$  is the mean size of the instanton ( $l^{-1} = 600$  MeV),  $L$  is the average distance between the instantons. Due to the rescattering on the instantons the quark acquires a mass  $M_q = M_q(P)$ ,  $M_q(P > l^{-1}) = 0$ . The instanton vacuum model lacks confinement. Indeed, both the SBCI and confinement might be realized and a possible coincidence of distances, where these phenomena take place, is not excluded. The investigation of the assumption made and estimation of this distance are of importance.

For this we assume the existence of two phases in the nuclear

structure. In the external region ( $r > R$ ) quarks have large masses ( $M_q \rightarrow \infty$ ) due to the confinement and non-zero quark condensate. The region ( $r > R$ ) is described by the effective chiral QCD Lagrangian<sup>/12/</sup>. There is no quark condensate in the inner region and quarks have small (zero) masses. Such assumption leads to Chiral Bag Model (CBM)<sup>/13/</sup>, which is a natural development of Dubna<sup>/14/</sup> and MIT<sup>/15/</sup> bag models. The CBM Lagrangian has the form<sup>/13/</sup>:

$$\mathcal{L} = \theta_R(x) \left[ \frac{i}{2} \bar{\Psi} \vec{\gamma} \vec{\partial} \Psi - B + \partial_\mu (\lambda_\mu (\bar{\Psi} (\sigma + i \gamma_5 \vec{\tau} \vec{\pi}) \Psi)) \right] + (1) \\ + (1 - \theta_R(x)) \mathcal{L}_u.$$

where  $\Psi$  is the u,d-quark doublet;  $f^{-1}(\sigma + i \vec{\tau} \vec{\pi}) = u = \exp(i \vec{\tau} \vec{\Phi})$ ,  $\vec{\Phi} = \vec{\Psi}/f$ .  
 $\sigma = f \cos \Phi$ ,  $\vec{\pi} = f \vec{\Phi}/\Phi \sin \Phi$ .

$f$  is the pion decay constant,  $f = 93$  MeV,  $\Psi$  is the pion field,  $\lambda_\mu$  is a Lagrange factor,  $\mathcal{L}_u$  is the chiral Lagrangian,

$$\theta_R(x) = \begin{cases} 1 & \text{inside the bag} \\ 0 & \text{beyond it.} \end{cases}$$

Note, that the bag model can be obtained from the Friedberg-Lee-model<sup>/16/</sup> in the limit where the jump in the quark mass on the bag surface is provided by the jump in the scalar field value and the term in (1) containing the parameter  $B$  is a contribution of this field.

In the model described by (1) the chiral field  $U$  can have a large component  $U_0$  around which quantum fluctuations occur. A quasi-classical approximation for the nucleon Hamiltonian means the account of the contribution of the classical field energy and the energy of three valence quarks lying in the lowest Dirac bag level of positive energy. Quantum corrections to the quasi-classical approximation include the account of the single-loop contributions of the quarks (polarization of the quark bag vacuum by the field  $U_0$ ).

The quasi-classical approximation assumes that the nucleon being a three quark state of the lowest energy is described (in the rest frame) by a more spherically symmetric construction.

The shape and sizes of the bag are determined by the condition of stability; it means that the inside quark pressure on the bag surface should be locally equal to the chiral field pressure plus the external pressure  $B$ .

$$f^{-1} \partial_\mu [\bar{\Psi} (\sigma + i \vec{\tau} \vec{\pi} \gamma_5) \Psi] = 2(B - \mathcal{L}_u). \quad (2)$$

In the quasi-classical approximation a choice of the classical field  $U_0$  in the form of the Skyrme ansatz

$$U_0 = \exp(i \vec{\tau} \vec{n} F(r)) \quad (3)$$

seems to lead to the spherically symmetric pressure from the outside on the bag surface. It implies that the quarks should also lead to the spherically symmetric pressure from the inside. Hence,  $\Theta_R(X) = \Theta(R-r)$ , where  $R$  is the bag radius.

In recent works<sup>/17-19/</sup> in the framework of the ansatz (3) assuming the external region to be described by the Skyrme Lagrangian<sup>/8/</sup>

$$\mathcal{L}_{SK} = \text{tr} \left\{ \frac{f^2}{4} \partial_\mu U^\dagger \partial_\mu U + \frac{1}{32 e^2} [U^\dagger \partial_\mu U, U^\dagger \partial_\nu U]^2 \right\} \quad (4)$$

a possibility of transforming the CBM solutions for  $R \rightarrow 0$  into a chiral Skyrme-Witten soliton (skyrmion) was considered. (Note, the second term in (4) is needed for the stability of a soliton). The account of the effects of the bag vacuum polarization by the external chiral field  $U_0$  turned out a decisive factor in the realization of such possibility. Thereby, the energy and baryon charge leak into the external region<sup>/17-20/</sup>, the carrier being the axial current flowing continuously across the bag surface.

Taking account of the rotation ( $U_0 = A(t)U_0 A^\dagger(t)$ ,  $A^\dagger A = 1$ ) does not alter the picture<sup>/21/</sup>.

Besides, a condition for the limited transformation to the skyrmion is a positive contribution to the energy of both terms in the Lagrangian (4).

The calculation results<sup>/12/</sup> of the effective chiral QCD Lagrangian have led to the following expression

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_u = \text{tr} \left\{ \frac{f^2}{4} \partial_\mu U^\dagger \partial_\mu U + \frac{1}{32 (2\pi)^2} [U^\dagger \partial_\mu U, U^\dagger \partial_\nu U]^2 + \right. \\ \left. + \frac{1}{16 (2\pi)^2} [(\partial_\mu U^\dagger \partial_\mu U)^2 - 2 (\partial_\mu (U^\dagger \partial_\mu U))^2] \right\} + \dots \quad (5) \end{aligned}$$

The omitted terms in (5) contain the powers of the gradient  $\partial^6/M_q^2$  and higher where  $M_q$  is the quark mass in the external region. Since in the CBM  $M_q$  is great, we restrict ourselves to the account of the terms containing the second and fourth powers of the gradient. Formula (5) differs from (4) by the third term which leads to the non-positive contribution to the energy; the chiral soliton lacks. The situation can be improved by incorporating a bag.

In the paper presented we have investigated the CBM for a three-quark hadron (nucleon) where the external region is described by formula (5). In Section 2 CBM formulas in the quasi-classical approx-

ximation with the account of the quantum polarization corrections are discussed. Section 3 presents an algorithm of the calculation of the nucleon mass. The results obtained are discussed in Section 4.

## 2. THE CBM WITH THE ACCOUNT OF THE EFFECTS OF THE BAG VACUUM POLARIZATION

The external nucleon region in the CBM is described by the effective chiral QCD Lagrangian (5) where the field  $U$  contains a large classical component  $U_0(3)$  and small fluctuations around  $U_0/21/$  which contribution is ignored in this paper. A standard procedure with the known Lagrangian (5) leads to the non-linear one-dimensional equation for the profile function  $F$  :

$$\begin{aligned} r^2 F'' + 2rF' - \sin 2F + \frac{1}{2(2\pi)^2 f^2} (r^2 F'''' - 2rF''' - 3r^2 F'F'' + \\ + 4rF''' + 2\sin^2 F \cdot F'' + 5\sin 2F \cdot F'^2 - 4\cos 2F \cdot F'' + \\ + \frac{\sin 4F}{r^2} - \frac{2\sin 2F}{r^2}) = 0. \end{aligned} \quad (6)$$

The asymptotics of the profile function for  $r \rightarrow \infty$  is given by the expression which is in fact the Goldberger-Treiman relation:

$$F(r) = -a/r^2, \quad (7)$$

where  $a = 3g_A/8\pi f^2$ ,  $g_A$  is the axial charge of the nucleon. In the following as input parameters the values  $f$  and  $g_A$  are given. On the bag surface (for  $r=R$ ) the continuity of the axial current results from the chiral invariance requirement which implies that a normal component of the axial current in the external region  $n_\mu J_\mu^{A,i}(u)$  proceeds to the inside of the bag by that of the quarks  $n_\mu J_\mu^{A,i}(\psi)$  :

$$n_\mu J_\mu^{A,i}(u) = n_\mu J_\mu^{A,i}(\psi). \quad (8)$$

To determine the axial current in the external region one should use the expression for the effective action of  $S(U,A)$  in the external axial vector field  $A$  <sup>/12/</sup>.

The normal component of the axial current for  $n_\mu J_\mu^{A,i}$  is equal to

$$f^2 F' + \frac{1}{8\pi^2} F' \left( \frac{6\sin^2 F}{r^2} - F'^2 \right). \quad (9)$$

The contribution of the bag to (8) ( $n_\mu J_\mu^{A,i}(\psi)$ ) and nucleon mass (as well as other magnitudes) generally consists of the contributi-

ons of the valence quarks and vacuum polarization effects. The bag quarks obey the equation

$$i\vec{\gamma} \partial \Psi = 0 \quad (r < R) \quad (10)$$

and the boundary condition

$$-i\vec{\gamma} \vec{n} \Psi = \exp(i\vec{\tau} \vec{n} F) \Psi \quad (r = R). \quad (11)$$

Usually vacuum quarks occupy all the levels of negative energies, while the valence ones - the lowest level of positive energy. Since the boundary condition (11) contains  $F$ , the wave functions and quark energies depend on  $F$ , this leads, for example, to the  $F$ -dependent baryon charge of the bag, axial current, vacuum energy and valence quarks having been analytically and numerically investigated in the papers<sup>17-20,22</sup>.

### 3. CALCULATION OF THE NUCLEON MASS

Formula (9) allows the boundary condition (for  $r=R$ ) of the continuous axial current (8) to be represented in the form

$$\frac{3d\Omega_{tot}}{dF} = 4\pi R^3 F^2 F' \left[ 1 + \frac{1}{2(2\pi f)^2} \left( \frac{6\sin^2 F}{R^2} - F'^2 \right) \right], \quad (12)$$

where  $\Omega_{tot} = \Omega_{vac} + \Omega_{val}$  is taken from Refs.<sup>17,18</sup>.

A numerical solution of (6) leads to the relationship between  $R, F'(R)$  and  $F(R)$  for a given value of  $g_A$  (Fig. 1,2).

Apart from the requirement of the axial current conservation the equilibrium requirement should also be met. Let us discuss it writing out an expression for the total energy of the three-quark hadron

$$M = \frac{3\Omega_{tot}}{R} + \frac{4\pi R^3 B}{3} + M_u. \quad (13)$$

where  $M_u$  is deduced from the formula  $M_u = -\int \mathcal{L}_u d^3r$ .

The stability condition (2) for the spherically symmetric bag means that the bag radius is determined by the minimum condition

$$dM/dR = 0, \quad d^2M/dR^2 > 0. \quad (14)$$

Thus, to each equilibrium value of the bag radius corresponds an appropriate value of the parameter  $B > 0$ .

An algorithm of finding a three-quark hadron mass is as follows:

- 1) We solve eq. (6) for a given value of  $g_A$ .
- 2) For given values of  $g_A$  the bag radius  $R$  is determined in terms of the solution of (12).
- 3) From the values of  $R$  and  $F(R)$  the values of  $M_u$  and  $\Omega_{tot}$  are obtained.

- 4) The parameter  $B$  is determined from the equilibrium condition (14).
- 5) Substitution of the values obtained into eq.(13) gives a three-quark hadron mass.

The values of the nucleon mass for different values of  $f$  and  $g_A$  are listed in Table 1.

We also consider a case when the external region is described by the chiral Skyrme Lagrangian (4). Calculations of the three-quark hadron mass are carried out according to the above-mentioned algorithm; the results are listed in Table 2 where in addition to  $f$  and  $g_A$  a parameter  $e$  enters.

#### 4. DISCUSSION OF THE RESULTS AND CONCLUSION

When the asymptotics for  $F(7)$  is introduced the right-hand side of the equation (12) for the continuous axial current is equal to  $3g_A$ , while the left-hand side of (12) tends to 2.94 for  $F \rightarrow 0$ . Thus, in the range of  $-\pi < F < 0$  there are no solutions of this equation for  $g_A < 0.98$ ; the solutions for  $g_A \sim 1.1$  are valid for small values of  $F$ , i.e. for large values of the bag radius ( $fR \sim 0.6$ ) while  $g_A \sim 1.2$  is valid for  $F \sim -\pi/2$ ,  $fR \sim 0.3$  (Figs.1,2).

It follows from Table 1 that a stable solution ( $B > 0$ ) exists only for  $g_A < 1.18$ . In this case a bag with a large radius is realized ( $fR \sim 0.6$ ) while  $B \ll E$  ( $E$  is the density of the QCD vacuum energy). In principle, one could get a solution with a small bag, if the interaction between  $\omega$ -meson and chiral field  $U$  according to the decay scheme  $\omega \rightarrow 3\pi$  is taken into account<sup>/24/</sup>.

Table 2 contains the results of calculations when the external region is described by the Skyrme Lagrangian. Here  $f$ ,  $g_A$  and  $e$ -dependencies are seen.  $g_A$ -dependence of the equilibrium bag radius is inverse to (12).  $g_A \sim 1.2$  corresponds to  $fR \sim 0.6$  while  $g_A \sim 1$  corresponds to  $fR \sim 0.3$ . This is surely related to the difference of the axial currents resulting from formulas (4) and (5). Also, for the preset  $g_A$  and  $f$  with decreasing  $e$  the value of  $R$  decreases. Thus, an appropriate choice of parameters  $g_A$  and  $e$  can lead to  $R=0$  which corresponds to the skyrmion. For the values of parameters from Ref.<sup>/23/</sup> ( $f=65$  MeV,  $g_A=0.61$ ,  $e=5.5$ )  $R \rightarrow 0$ ,  $M=856$  MeV, coinciding with the results of this paper.

The results of our calculations show that a version of the CBM where radii of the confinement and SBCI coincide is rather unsatisfactory as the description of the external region by the effective chiral QCD Lagrangian<sup>/12/</sup> dictates solutions valid for large bags ( $fR \sim 0.6$ ) which are in contradiction with the data on the two-nucleon systems. The latter show rather  $fR \sim 0.3$ <sup>/25/</sup>.

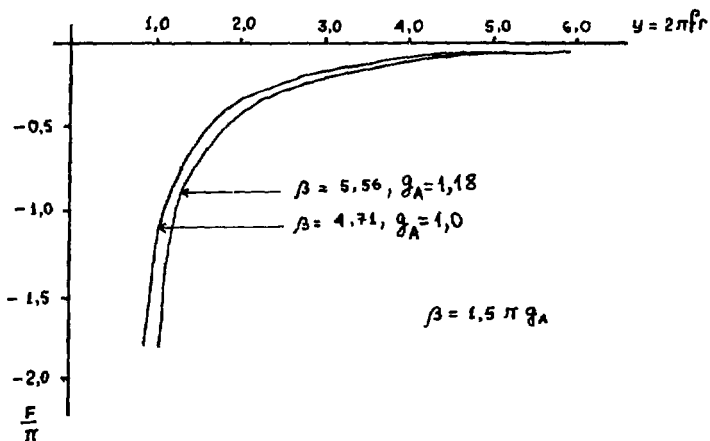


Fig. 1. The solution of eq. (6) for  $g_A = 1.18; 1.0$ .

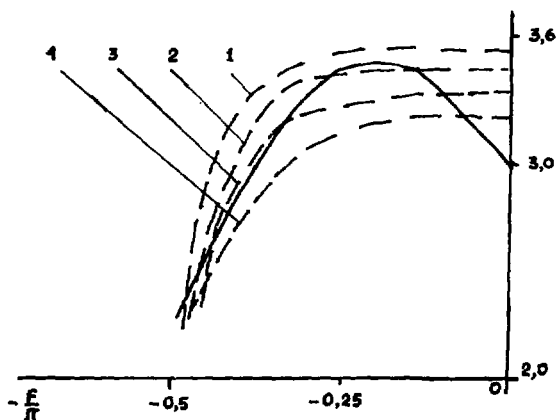


Fig. 2. Graphical illustration of the condition of the axial current conservation (12)

—  $g_A \frac{d\Omega_A}{dF}$ ; ---  $n_i n_A \mathcal{J}_i^{A,A}(u_0)$ ; 1 -  $g_A = 1.18$ ;  
2 -  $g_A = 1.16$ ; 3 -  $g_A = 1.12$ ; 4 -  $g_A = 1.08$ .

Table 1

$f$	$E_A$	R	F	$(2\pi r)^{-1} F'$	M	$M_u$	$M_u/M$	$B^{1/4}$	$BV + \frac{3\Omega_{tot}}{e}$	$BV/M + \frac{3\Omega_{tot}}{MR}$
MeV		fm			MeV	MeV	%	MeV	keV	%
110	1.18	0.53	-1.52	1.5	1128	788	70	$(-1)^{1/4} 205$	-144+484	-13+43
	1.16	0.97	-0.48	0.28	1352	161	12	151	250+941	19+69
	1.12	1.15	-0.33	0.16	1227	88	7	134	255+884	21+72
	1.08	1.37	-0.22	0.09	1081	46	4	116	243+792	23+73
90	1.18	0.65	-1.52	1.5	923	645	70	$(-1)^{1/4} 168$	-117+395	-13+43
	1.16	1.18	-0.48	0.28	1107	132	12	124	203+772	18+70
	1.14	1.30	-0.39	0.21	1054	96	9	116	209+749	20+71
	1.12	1.41	-0.33	0.16	1004	72	7	109	211+721	21+72
	1.10	1.53	-0.27	0.12	946	53	6	102	205+688	22+72
	1.08	1.67	-0.22	0.09	884	38	4	95	197+649	23+73
	1.06	1.87	-0.18	0.07	809	26	3	86	187+596	23+74
70	1.18	0.84	-1.52	1.5	718	501	70	$(-1)^{1/4} 131$	-92+309	-13+43
	1.16	1.52	-0.48	0.28	861	102	12	96	158+601	18+70
	1.12	1.81	-0.33	0.16	781	56	7	84	163+562	21+72
	1.08	2.16	-0.22	0.09	688	30	4	74	153+505	23+73

Table 2

$f \cdot E_A$	$e$	$R$	$F$	$(2\pi f)^{-1} F'$	$M$	$M_u$	$M_u/M$	$B^{1/4}$	$BV+$	$\frac{3\Omega_{tot}}{R}$	$BV/M + \frac{3\Omega_{tot}}{MR}$
MeV		fm			MeV	MeV	%			MeV	%
90	1.2	5.67	1.0	-0.68	0.48	1188	227	19	137	184+777	16+65
		6.79	1.09	-0.57	0.32	1145	173	15	130	194+778	17+68
		7.97	1.11	-0.56	0.27	1133	163	14	129	196+774	18+68
	1.0	6.20	0.55	-1.45	1.12	1206	643	53	136	29+534	3+44
		7.43	0.55	-1.51	1.03	1141	656	57	71	2+483	0+43
	0.9	4.42	0.35	-1.81	1.6	1468	997	68	231	64+407	4+28
5.79		0.42	-1.76	1.42	1224	842	69	72	1+381	0+31	
80	1.2	5.67	1.12	-0.67	0.48	1056	202	19	121	161+693	15+66
		6.79	1.23	-0.57	0.32	1018	154	15	115	174+696	17+68
		7.97	1.25	-0.56	0.27	1007	145	14	114	175+687	18+68
	1.0	6.20	0.62	-1.45	1.12	1072	572	53	121	27+473	3+44
		7.43	0.62	-1.51	1.03	1014	583	57	63	2+429	0+43
	0.9	4.42	0.39	-1.81	1.6	1305	886	69	205	56+363	4+27
		5.79	0.47	-1.76	1.42	1088	748	69	64	1+339	0+31

We are grateful to Andrianov A.A., Dyakonov D.I., Novozhilov Yu. V. and Petrov V.Yu. for fruitful discussions.

#### REFERENCES

1. Shifman M.A., Vainstein A.I., Zakharov V.I. Nucl. Phys., 1979, B147, 385, 448, 519.
2. Ioffe B.L. Proc. of XX winter LIYAF School, 113 Leningrad, 1985.
3. De Alfaro D. et al. Currents in the hadron physics. Chapter 5, Mir, Moscow, 1976.
4. Wess J., Zumino B. Phys. Lett., 1971, 37B, 95.
5. Witten E. Nucl. Phys., 1983, B223, 422, 433.
6. Goldstone J., Wilczek F. Phys. Rev. Lett., 1981, 47, 986.
7. Mackenzie R., Wilczek F. UCSB-ITP preprints NSF-ITP-84-32 and NSF-ITP-84-33, 1984.
8. Niemi A.J. Princeton preprint, 1984.  
Skyrme T.H.R. Proc. Roy. Soc., 1961, A260, 127.
9. Shuryak E.V. Nucl. Phys., 1982, B203, 93, 116, 140 *ibid* 1983, B214, 237.
10. Dyakonov D.I., Petrov V.Yu. Nucl. Phys., 1984, B245, 259; Phys. Lett., 1984, 147B, 351.
11. Dyakonov D.I., Petrov V.Yu. Preprint LINP 1053, 1985.  
Dyakonov D.I., Petrov V.Yu. JETP Letters, 1986, 43, 57.
12. Dyakonov D.I., Ades M.I. JETP Letters, 1983, 38, 358.  
Andrianov A., Bonora L. Nucl. Phys., 1984, B233, 232.  
Andrianov A., Novozhilov Yu. Preprint ICTP IC 18513, 1985.  
Balog J. Phys. Lett., 1984, 149B, 197.
13. Brown G.E., Rho M. Phys. Lett., 1979, 82B, 177.  
Musakhanov M.M. Preprint ITEP-179, 1980; Yad. Fiz., 1981, 34, 1123.
14. Bogolyubov P.N. Ann. Inst. Henry Poincare, 1968, 8, 163.
15. Chodos A. et al. Phys. Rev., 1974, D9, 3471.
16. Friedberg R., Lee T.D. Phys. Rev., 1977, D16, 1096.
17. Vepstas et al. Phys. Lett., 1984, 140B, 280.
18. Brown G.E. et al. Phys. Lett., 1984, 140B, 285.
19. Mulders P.J. Phys. Rev., 1984, D30, 1073.
20. Goldstone J., Jaffe R.L. Phys. Rev. Lett., 1985, 51, 1518.
21. Musakhanov M.M. JETP Letters, 1985, 41, 162.
22. Jezabek M., Zalewski K. Z. Phys., 1984, C26, 385.
23. Adkins C., Nappi C.R., Witten E. Nucl. Phys., 1983, B288, 552.
24. Andrianov V.A., Novozhilov V.Yu. JETP Letters, 1985, 42, 469.
25. Ericson T.E.O. Preprint CERN TH 38-12, 1984.

# ИССЛЕДОВАНИЕ МОДЕЛИ КИРАЛЬНОГО МЕШКА (СВМ) В ЯДЕРНОМ ВЕЩЕСТВЕ

Г.Г. Бунятян

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Для исследования нуклонов в настоящее время успешно используется модель киральных мешков, где существенную роль играет взаимодействие на поверхности мешка запертых в нем кварков с мезонным полем (СВМ)<sup>/1/</sup>. Эта модель удовлетворяет общим требованиям теории поля и позволяет описать основные свойства адронов и их взаимодействий. Если мешок-нуклон находится не в пустоте, а в ядерном веществе, то его пионное поле меняется из-за взаимодействия со средой, что влечет за собой изменение всех его свойств. Эти изменения тем значительнее, чем больше плотность ядерного вещества, но уже и для обычной ядерной плотности они могут быть существенными. Смягчение пионной моды в ядерном веществе<sup>/2/</sup> вызывает усиление пионного поля  $\vec{\pi}$ . Это приводит к уменьшению размеров мешка-нуклона, а при достаточно большой плотности  $\rho \geq \rho_{св}$  пионное поле  $\vec{\pi}$  становится столь сильным, что невозможно существование ядерного вещества, состоящего из трехкварковых мешков-нуклонов<sup>/3/</sup>.

$$\text{Лагранжиан СВМ}^{/1/} \mathcal{L} = \mathcal{L}_q + \mathcal{L}_\pi + \mathcal{L}_{int} \quad (1)$$

содержит лагранжиан кварков внутри мешка  $\mathcal{L}_q$ , лагранжиан пионного поля, который мы запишем в виде

$$\mathcal{L}_\pi = -\frac{1}{2} \vec{\pi}^2 + \frac{1}{2} (\partial_\mu \vec{\pi})^2 - \frac{1}{2} \vec{\pi} \hat{\Pi} \vec{\pi} - \frac{1}{2} \sum_{\omega, \vec{k}} [\omega^2 - 1 - \vec{k}^2 - \hat{\Pi}(\omega, \vec{k}, \rho, T)] \vec{\pi}^2_{\omega, \vec{k}} \quad (2)$$

и лагранжиан взаимодействия кварков с мезонным полем на поверхности мешка

$$\mathcal{L}_{int} = -\frac{1}{2} \bar{q} [\exp(i\gamma_5 \vec{\tau} \vec{\pi} / f)] q \tilde{\sigma}_3, \quad f \approx 0,67, \quad h = c = m_\pi = 1. \quad (3)$$

Из (2), (3) получаем уравнение для пионного поля

$$(-\omega^2 + 1 + \vec{k}^2 + \hat{\Pi}(\omega, \vec{k}, \rho, T)) \vec{\pi} = \delta \mathcal{L}_{int} / \delta \vec{\pi}, \quad (4)$$

которое полезно переписать в виде

$$\vec{\pi}(\vec{r}) = - \int d\vec{r}_1 \mathcal{D}(\vec{r} - \vec{r}_1) (\delta \mathcal{L}_{int}(\vec{r}_1) / \delta \vec{\pi}(\vec{r}_1)), \quad (4a)$$

где  $\mathcal{D}(\vec{r} - \vec{r}_1)$  - функция Грина уравнения (4). Наличие  $\hat{\Pi}$  в (4) отличает это выражение от лагранжиана свободных пионов. Влияние ядерного вещества на мешок-нуклон сказывается в СВМ в изменении мезонного поля, взаимодействующего с кварками на поверхности мешка, что в наших иссле-

довениях учтено введением в (2) поляризации среды  $\Pi(\rho, T)$ . При этом мы полагаем, что искажение мезонного поля на поверхности мешка можно описать введением величины  $\Pi$ , характеризующей средние свойства ядерного вещества и пионного поля в нем, подобно тому, как в электродинамике средние свойства среды описываются диэлектрической проницаемостью и магнитной восприимчивостью. Обращение в нуль тока через поверхность,  $\oint \vec{\nu} = 0$ , и давления на поверхности мешка,  $\partial_\mu T^{\mu\lambda} = 0$ , приводят к соотношениям на границе:

$$\bar{q} [\exp(i\gamma_5 \vec{\tau} \vec{\pi} / f)] q = 0, \quad (5)$$

$$-2B = \vec{\nu} \vec{\nabla} [\bar{q} [\exp(i\gamma_5 \vec{\tau} \vec{\pi} / f)] q] = 0. \quad (6)$$

Как известно<sup>/1/</sup>, условие  $\partial_\mu T^{\mu\lambda} = 0$  (6) совпадает с условием

$$\partial E(R) / \partial R = 0, \quad (6a)$$

где  $E(R) = \int T^{00}(\vec{z}) d\vec{z} = E_q + E_B + E_\pi$  — энергия системы.

Применяя (4)–(6) к нуклону, берем среднее от этих соотношений по состоянию трех кварков с полным спином  $1/2$  и изоспином  $1/2$  и их проекциями  $\tau_0, \beta_z$ . Волновая функция такого состояния строится из пространственных и спин-изоспиновых функций кварков  $q_{1/2, \beta_z}^{\tau_0}(\vec{z})$  с импульсом  $P$ . Уравнения (4)–(6) определяют теперь размер мешка  $R$ , энергии кварков  $P$  и пионное поле  $\vec{\pi}$ . Совместное решение  $R, P, \vec{\pi}$  уравнений (4)–(6) соответствует устойчивому состоянию мешка, если при этих  $R, P, \vec{\pi}$  энергия имеет абсолютный минимум. Поэтому, исследуя устойчивость мешка, мы проверяем соответствует ли найденное решение минимуму  $E(R)$ . Если же для некоторой плотности  $\rho$  и вакуумного давления  $B$  уравнения (4)–(6) не имеют совместных решений,  $E(R)$  не имеет минимума и, следовательно, в ядерном веществе с таким  $\rho$  мешок-нуклон существовать не может.

При исследовании СВМ в среде следует учитывать как средние мезонные поля,  $\langle \vec{\pi} \rangle = \vec{\varphi}$ , так и их квантовые и термодинамические флуктуации:

$$\langle \vec{\pi} \rangle = 0, \quad \vec{\pi} = \vec{\pi} + \vec{\varphi}, \quad (7)$$

$\vec{\varphi}$  определяется уравнениями (4)–(6), а флуктуации, как всегда, характеризуются величиной

$$\langle \pi_\alpha(x) \pi_\beta(y) \rangle = \delta_{\alpha\beta} d(x-y, \rho, T), \quad (8)$$

где усреднение производится по состоянию среды с плотностью  $\rho$  и температурой  $T$ . При этом предполагается, что из  $d$  вычтено ее значение при  $\rho=0, T=0$ . Величины  $d(\vec{z}-\vec{z}')$  в (4a) и  $d$  выражаются через функцию Грина пионного поля в ядерном веществе:

$$\mathcal{D}(\vec{r}_1 - \vec{r}) = \int \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3} \mathcal{D}(0, \vec{k}, \rho, T) e^{-i\vec{k} \cdot (\vec{r}_1 - \vec{r})}, \quad (9)$$

$$d(\vec{x} - \vec{y}, 0, \rho, T) = \int \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3} e^{-i\vec{k} \cdot (\vec{x} - \vec{y})} \int \frac{d\vec{k}}{2\pi i} \mathcal{D}(\vec{k}, \vec{k}, \rho, T) \chi(\vec{k}) \chi(\vec{k}) (e^{\vec{k} \cdot \vec{r}_1})^{-1}. \quad (10)$$

Функцию  $\mathcal{D}(\omega, \vec{k}, \rho, T)$  представляем в виде<sup>/4/</sup>

$$\mathcal{D}^{-1}(\omega, \vec{k}, \rho, T) = \omega^2 - 1 - \vec{k}^2 - \Pi(\omega, \vec{k}, \rho, T) \approx \omega^2 \pm i\beta\omega - \tilde{\omega}^2(\rho, T) - \gamma(k - k_0)^2; \quad \omega \sim \beta \sim \gamma \sim 1, \tilde{\omega}^2 \sim \rho_0 - \rho, \rho_0 \sim \rho_0, k_0^2 \sim 3. \quad (11)$$

Смягчение пионной моды в ядерном веществе обусловлено уменьшением

$\tilde{\omega}^2$  при  $\rho \rightarrow \rho_c(T)$ . Из (9), (11) находим

$$\mathcal{D} \approx (\tau_c / 2\pi\gamma\tau) e^{-\tau/\tau_c} (k_0 \sin k_0 \tau + \frac{1}{\tau_c} \cos k_0 \tau), \quad \tau_c = \sqrt{\tilde{\omega}^2} \quad (12)$$

вместо  $\mathcal{D} = -e^{-\tau/4\pi\tau}$  в пустоте, при  $\Pi = 0$ . Рост корреляционного радиуса  $\tau_c$  с ростом  $\rho$  ведет к усилению пионного поля мезон-нуклонов.

При малых  $T < \tilde{\omega}^2 < 1$  находим<sup>/4/</sup>  $\alpha \sim A - B\sqrt{\tilde{\omega}^2} \ll 1$ ,  $A \sim 0.1$ ,  $B \sim 0.3$ , и в этом случае флуктуациями можно пренебречь. В приближении сферического мешка из (5) получаем

$$\frac{1}{\psi} - \text{ctg} \psi = \frac{9}{10} (j_0^2(x) - j_1^2(x)) / j_0(x) j_1(x), \quad \psi = \Psi(r)/f, \quad x = r/R. \quad (13)$$

При изменении  $\psi$  от 0 до  $\pi$  левая часть (13) меняется от 0 до  $\infty$ , что соответствует уменьшению  $X$  от  $X_0 = 2,04$  (первый корень уравнения  $j_0(x) = j_1(x)$ ) до 0. Но соотношение неопределенности допускает лишь  $X \leq 1$ , и для физических состояний пионное поле заведомо существенно меньше  $f \approx 2$ . Таким образом, уже из условия (6) заключаем, что киральный мешок может существовать, имея мезонное поле только меньше этого критического. Из (13), (4a) найдем соотношение

$$1 = a(\rho) \cdot b(\psi) \cdot c(x), \quad c = j_0^2(x) - j_1^2(x), \quad b(\psi) = S_i(\psi)/\psi + (\sin \psi / \psi) (1 - \psi \text{ctg} \psi)^{-1}, \quad (14)$$

связывающее  $\psi$  с  $x, \rho$ . Величина  $a(\rho)$  растет с ростом  $\rho$  в соответствии с зависимостью от  $\rho$  функции  $\mathcal{D}$  в (12). Чтобы выполнялось (14), рост  $a(\rho)$  должен сопровождаться уменьшением  $b(\psi)c(x)$ . Но  $b(\psi), c(x)$  таковы, что сделать  $b \cdot c$  сколь угодно малым нельзя. Поэтому при достаточно большой  $a(\rho)$  ни при каких  $x, \psi$  выполнить (14) нельзя: мешок в ядерном веществе столь большой плотности существовать не может.

Как следует из расчетов<sup>/3/</sup>, для разумной величины вакуумного давления  $B \approx (0,2 + 0,3) \text{ ГэВ/фм}^3$  мешок неустойчив уже при  $\rho \sim \rho_0$ , т.е. обычное ядерное вещество плотности  $\rho_0$  может состоять не только из обычных трехкварковых мешков-нуклонов, но содержать и примеси иных состояний: кварк-глюонной плазмы, многокварковых мешков и т.п. При

$\rho \ll \rho_0$  мешок устойчив и для очень больших  $B^{1/3}$ . С уменьшением  $B$  критическая плотность  $\rho_{CB}$  растет. Увеличение  $\rho$  вызывает незначительное уменьшение  $R$ . При  $\rho = \rho_0$  радиус  $R(\rho_0)$  на  $\sim 3-4\%$  меньше  $R(0)$  в пустоте. При этом импульс кварков  $p$  также уменьшается лишь на  $\sim 1\%$ . Наименьшее достижимое при данном  $B$  значение  $R(\rho_{CB})$  отличается от  $R(0)$  не более, чем на  $\sim 10\%$ . Невозможно немного уменьшить размер мешка-нуклона. При  $\rho \gtrsim \rho_0$  получается  $\Psi(R) \gtrsim 1$ , и нельзя ограничиться в уравнениях учетом лишь членов, линейных по  $\Psi$ .

В столкновениях тяжелых ионов высокой энергии может достигаться большая плотность  $\rho \sim (2+3)\rho_0$  и температура  $T \sim 1$ . В этих условиях  $\tilde{\omega}^2(\rho, T) \ll T$ , и для  $d(10)$  получаем оценку<sup>/4/</sup>

$$d(q, \rho, T) \approx T K_0^2 / \tilde{\omega} \gg 1, \quad (15)$$

т.е. флуктуации в таком ядерном веществе становятся большими и играют решающую роль. В случае больших флуктуаций оказывается возможным использовать в расчетах теорию возмущений по  $Line$  (3) (но, конечно, не по  $\tilde{\pi}(\tilde{r})$ ). Средние от (4)-(6) по стационарным состояниям мешка-нуклона с пионным полем вычисляем, записывая эти соотношения в представлении взаимодействия. Условие (5)  $\vec{\nabla} = 0$  принимает вид

$$\langle T[\bar{q}[\exp(i\tilde{\delta}_5 \tilde{r} \tilde{\pi}/f)] q S] \rangle = 0, \quad (16)$$

где  $S$  - матрица определится  $Line$  (3):

$$S = T e^{i \int d^4x \mathcal{L}_{Line}(x)} \approx 1 - \frac{i}{2} T \int d^4x (\bar{q}(x) e^{i\tilde{\delta}_5 \tilde{r} \tilde{\pi}(x)/f} q(x)) \tilde{\delta}_3 + \dots \quad (16)$$

Аналогично записываем и соотношения (4), (6). Как сами соотношения (4)-(6), так и члены в разложении  $S$ -матрицы (16) содержат операторы  $\bar{q}[\exp(i\tilde{\delta}_5 \tilde{r} \tilde{\pi}/f)] q = \Delta$ . Можно получить оценку

$$\Delta \sim e^{-d(\omega)/2f^2} \ll 1. \quad (17)$$

Уравнения, определяющие  $R, \rho, \Psi(R)$ , получаем из (4)-(6) в первом приближении по этой малой величине, что, очевидно, соответствует замене  $S=1$  в этих соотношениях. Этой же малой величине (17) пропорциональна и правая часть уравнения (4) для  $\Psi$ , вследствие чего при больших флуктуациях среднее поле оказывается слабым,  $\Psi(R) < 1$ , и в (4)-(6) можно ограничиться членами, линейными по  $\Psi$ . В этом приближении находим пионное поле на границе мешка:

$$\Psi(R) \approx \frac{\omega^2}{8\pi f} I(\tau) e^{-d/2f^2} \left[ \frac{1}{3} (d/f^2) - 1 \right] [3(j_0^2(x) - j_1^2(x)) \frac{\Psi(R)}{f} + \frac{10}{3} j_0^2(x) j_1^2(x)] + \dots \quad (18)$$

и уравнения

$$F(R) = 0, \quad (19)$$

$$-2B = \frac{\omega^2}{4\pi} e^{-d/2f^2} \frac{\partial}{\partial \tau} F(\tau) |_{\tau=0}, \quad (20)$$

$$F(\alpha) = 3(j_0^2(\alpha\rho) - j_1^2(\alpha\rho))(1 - \frac{d}{f^2}) - \frac{10}{9} \frac{\Psi(\alpha)}{f} (1 - \frac{d}{3f}),$$

определяющие размер мешка  $R$  и энергии запрещенных в нем кварков  $\rho$ . В том же приближении находим и энергию мешка-нуклона  $E(R)$ , которая зависит теперь, как и  $R, \rho, \tilde{\rho}$ , от  $\rho$  и  $T$ :

$$E = \frac{4\pi}{3} R^3 B + 3\rho - \frac{\sqrt{2}}{4\pi} R^2 e^{-d/2f^2} \left\{ -3(j_0^2(\alpha) - j_1^2(\alpha)) \frac{d}{f^2} (3 - \frac{d}{f^2}) + \right. \\ \left. + \frac{10}{9} \frac{\Psi}{f} j_0(\alpha) j_1(\alpha) [2d/2f^2 - 1 - d^2/3f^4] \right\}, \quad \alpha = \rho R. \quad (21)$$

В (18)-(21)  $\sqrt{2}$  - нормировка волновой функции кварка, а величина

$$I(\omega) = R^2 \int d\vec{n}' \mathcal{D}(\vec{z} - \vec{z}') (\vec{n} \vec{n}'), \quad \vec{z} = \vec{z}'/2, |\vec{z}'| = R.$$

Вакуумное давление  $B$  - конечная величина. Поэтому сразу же заключаем, что при большом  $d$  (15), т.е. большом  $\rho$ , условие (20) выполняться не может. Отсутствие при некоторых  $B, \rho, T$  совместных решений уравнений (18)-(20) и минимума  $E(R)$  (21) по  $R$  означает, как и ранее, неустойчивость мешка-нуклона в ядерном веществе. Согласно нашим оценкам эта неустойчивость мешка для  $B = 0, 2 + 0, 3$  ГэВ/фм<sup>3</sup> достигается при  $T \sim 1$ ,  $\rho_{CB} \sim \rho_0$ .

Во всех рассмотренных случаях, как для  $T = 0$ , так и для больших  $T$ , при  $\rho \gg \rho_{CB}(T)$  в ядерном веществе неустойчивы образующие его мешки-нуклоны. Состоять из нуклонов в этих условиях ядерное вещество не может - происходит переход в иную, ненуклонную фазу.

В наших исследованиях выяснена физическая природа появления при больших  $\rho$  неустойчивости состояния ядерного вещества, содержащего лишь простые трехкварковые мешки-нуклоны, - усиление пионного поля с ростом  $\rho$ .

#### Литература

1. Thomas A.W. Adv. Nucl. Phys., 1984, 13, p. 1.
2. Мигдэл А.Б. ЖЭТФ, 1971, 61, с. 2209; ЖЭТФ, 1972, 63, с. 1993.
3. Бунятян Г.Г. ОИИИ, P2-84-840, Дубна, 1984; ЯФ, 1986, 43, с. 294; ОИИИ, P2-85-838, Дубна, 1985.
4. Бунятян Г.Г., Мишустин И.Н. ЯФ, 1982, 36, с. 1186.

## TOWARDS RELATIVISTIC ELECTROMAGNETIC BARYON COUPLINGS MOTIVATED BY QCD

H. Schröder, W. Pfeil and H. Rollnik

(presented by H. Rollnik)

Physikalisches Institut, Universität Bonn

Nussallee 12, D-5300 Bonn 1, F.R.G.

### 1. INTRODUCTION

Quantum chromodynamics (QCD) is generally supposed to be the field theory of strong interactions. Thus this theory should also be able to understand all properties of all hadrons. Since most hadrons known up till now have inner structures where confining forces dominate<sup>/1/</sup>, there is presently no reliable mathematical framework to calculate hadron data starting from the QCD-Lagrangian. Of course, the numerical evaluation of lattice gauge field theory can finally arrive at this goal but in the meantime one must be content with a semiphenomenological description of the hadrons which includes as many qualitative features of QCD as possible.

Since in this way one can at least develop an effective theory, it is advisable to use models which are as simple as possible. In this respect the naive quark model has proven to be a very successful starting point. Especially the "Soft QCD-Model" elaborated by Isgur and collaborators<sup>/2/, /3/</sup> has demonstrated how one can understand even more detailed hadron properties by using simple tools like an effective hamiltonian with instantaneous forces between quarks.

The success of these calculations also for hadrons composed of the light u-, d- and s-quarks encouraged us to investigate in more detail the "relativization" of the QCD-motivated quark model. Relativistic effects will not only lead to spin splittings of hadronic levels but also change the properties of the couplings of hadrons with other hadrons and with electromagnetic and weak currents. Here the photon-hadron interactions are especially suited for a thorough research: They have a better theoretical foundation than purely hadron vertices where in the quark model approach only first steps for a QCD-inspired calculation have been done<sup>/4/</sup>. On the other hand, there is considerably more experimental information on photonic, than on weak couplings of hadrons. We can use the rich data of photoproduction and electron scattering experiments to compare theoretical results with the empirical information on photoexcitation amplitudes and form factors of hadrons.

In this paper we deal with the electromagnetic properties of nonstrange baryons. In a first part we explain the general theoretical ideas which lead to a quasi-relativistic interaction hamiltonian between quarks and the electromagnetic fields expressed in a formal series in powers of  $1/c$  and we give explicit formulae for the  $(1/c)^2$  and  $(1/c)^3$ -terms. The second part is devoted to an application of these results to the Isgur-Karl model for baryons. We compare our theoretical findings with the experimental helicity amplitudes for the photoexcitations of baryon resonances and their dependence on the momentum transfer.

## 2. A QUASI-RELATIVISTIC PHOTON-QUARK INTERACTION UP TO ORDER $(v/c)^2$

The local form of the fundamental electromagnetic interaction

$$(1) \quad e \bar{\psi} Q \gamma^\mu \psi A_\mu,$$

where  $\psi$  denotes the Dirac spinor of the light quarks and  $Q$  is the charge matrix in flavour-space, is only valid for the pointlike "current" quarks. It must be modified in various respects to describe the photonic interaction of "constituent" quarks, of those quarks which are the building blocks of the quark model.

### a) The single quark interaction hamiltonian

As a first step one replaces the pointlike relativistic coupling (1) by applying a Foldy-Wouthuysen transformation to the Dirac spinors. Retaining terms up to order  $\frac{1}{c^2}$  one finds from textbooks<sup>/5/</sup> a hamiltonian acting on the Pauli spinors of the quarks:

$$(2) \quad H_{ee} = H_{ee}^{(1)} + H_{ee}^{(2)} + H_{ee}^{(3)}$$

with:

$$(2a) \quad H_{ee}^{(1)} = -\frac{eQ}{2mc} (\vec{\lambda} \vec{p} \cdot \vec{A} + \vec{\sigma} \cdot \vec{B})$$

$$(2b) \quad H_{ee}^{(2)} = \frac{eQ}{2mc} \frac{\omega}{4mc} (\vec{\sigma} \cdot \vec{B} - 2i \vec{\sigma} \cdot (\vec{A} \times \vec{p}))$$

$$(2c) \quad H_{ee}^{(3)} = \frac{eQ}{2mc} \frac{1}{2mc^2} \left\{ (\vec{\lambda} \vec{p} \cdot \vec{A} + \vec{\sigma} \cdot \vec{B}), \frac{\vec{p}^2}{2m} \right\}.$$

These expressions are matrices in spin space - via the Pauli matrix  $\vec{\sigma} = \sigma^i$  in flavour space - via the charge matrix  $Q$ . In (2c) an anticommutator occurs. The three terms (2a-2c) illustrate what is meant by orders  $\frac{1}{c}$ ,  $\frac{1}{c^2}$ , and  $\frac{1}{c^3}$ . Physically  $1/c$  is a short term for following ratios:

$$\begin{aligned} \text{(a) the quark velocity} \quad & \frac{v}{c} = \frac{p}{mc} \\ \text{(b) photon momentum/mc} \quad & \frac{k}{mc} = \frac{\lambda_c}{\lambda} \\ \text{(c) photon energy/mc} \quad & \frac{\omega}{mc} \end{aligned}$$

((b) and (c) coincide for real photons).

If (a) determines  $1/c$  the increasing powers of  $1/c$  correspond to an increasing non-locality of the hamiltonian. We are aware of the fact that for hadrons build up by light quarks the first of these parameters is not necessarily small. But our calculations show that there is a high degree of mutual compensation of different terms so that the employed expansion appears to be justified finally.

If one remembers the only loose connection between current and constituent quarks the hamiltonian (2) may appear as a very special ansatz. But if one analyses the helicity content of (2a-c) one finds that only three of the four terms of the general Melosh ansatz<sup>/6/</sup> for a single-quark photon interaction are present; the exotic D-term does not occur. Indeed if one considers a helicity  $\lambda = +1$  photon moving along the negative z-direction:  $\vec{A} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\vec{e}_x + i\vec{e}_y) e^{-i(kz+\omega t)}$  the hamiltonian (2) - being a 2x2 spin matrix - can be written in the form

$$(3) \quad H_{ee}^{\lambda=+1} = A^+ 1 + B^z \sigma^z + C^+ \sigma^x + D^{++} \sigma^y,$$

where  $\sigma^{\pm} = \sigma^x \pm i\sigma^y$ . Under a rotation around the z-axis by an angle  $\varphi$  the four amplitudes of (3) behave like

$$(3a) \quad A^+ \sim C^+ \sim e^{i\varphi}$$

$$(3b) \quad B^z \sim 1$$

$$(3c) \quad D^{++} \sim e^{+2i\varphi}.$$

corresponding to the helicities +1, 0 and +2 respectively. The convection term of (2a) is an A-amplitude, while its magnetic part behaves like a B-amplitude as does the first term of (2b). Therefore, in the pure non-relativistic quark model only the amplitudes A and B contribute contradicting strongly the experimental facts<sup>/28/</sup>. The second part of (2b) is the prototype of a spin-orbit term, due to the relation  $(\vec{\sigma} \times \vec{p})^z = i(\sigma_x^z p^+ - \sigma_y^z p^x)$  it contributes to the B- and the C-amplitudes. The 3rd order hamiltonian (2c) gives new contributions to A and B<sup>/7/</sup>. Only the helicity 2 term D does not show up in (2).

Therefore, the ansatz (2) is not a general one even if we allow for arbitrary reduced matrix elements when analysing transition amplitudes. (2) represents only the first, trivial step of an approach to a relativistic photon- constituent quark interaction.

#### b) The interaction dependent photon hamiltonian

The Foldy-Wouthuysen transformation employed to derive the hamiltonian (2) starts from free quark spinors. However, the strong interactions between the quarks will produce new pieces in the effective photon-quark hamiltonian which we call the "interaction dependent terms". In principle, these contributions should be calculated by integrating out the gluon fields from the complete QCD + photon-Lagrangian. Thereby one would obtain at the same time a model hamiltonian for the strong quark-quark forces. Such an ambitious program cannot be carried through at present. Therefore, one has to recourse to a more simple method where general considerations are combined with plausible approximations gained by a careful look to the experimental data. In view of the last point the successful study of the charmonium system provides a very strong help. Using the idea of the seminar paper of DeRujula, Georgi and Glashow from 1975<sup>/8/</sup> the one-gluon exchange potential should be a good starting point for the quark-quark interaction. This should be especially true for its momentum dependent parts which decrease stronger at larger distances. By the minimal substitution of  $\vec{p}$  by  $\vec{p} - \frac{e}{c} \vec{A}$  exactly these terms produce the wanted interaction dependent part of the photon coupling. Therefore, we are led to start from the wellknown Fermi-Breit form of the quark potentials. But the derivation of this force by reducing the field theoretic expression for one-gluon-exchange to a quasi-relativistic potential<sup>/9/</sup> encounters an ambiguity problem. Its origin is immediately clear by looking at the expression for the gluon propagator

$$(4) \quad \frac{1}{q^2} = \frac{1}{q_0^2 - \vec{q}^2}.$$

For the potential one needs the Fourier transform with respect to the spatial part  $\vec{q}$  of the momentum transfer. But the energy transfer  $q_0$  is not fixed by  $\vec{q}$  unless one chooses a special Lorentz system. Usually one works in the center of mass system of

the two quarks where  $q_0$  vanishes. But for our goal - the coupling of the electromagnetic field to the three quark system we need the quark-quark potential in any Lorentz frame.

To solve this ambiguity we used the results of the long lasting discussion on the possibility of a relativistic theory for interacting particles without fields<sup>/10/</sup>. This discussion started about 25 years ago and in spite of a no-go theorem<sup>/11/</sup> it leads to concrete results which may get new attention in view of the attempts to formulate a relativization of the constituent quark model<sup>/12/</sup>. We based our calculations especially on an approach started in 1961 by L.L. Foldy<sup>/13/</sup> and worked out in detail in 1975 by Krajcik and Foldy<sup>/14/</sup>. Parts of the results of these lengthy calculations have also been obtained by other methods<sup>/15/</sup>. A thorough analysis of<sup>/14/</sup> from various points of view and a series of applications have been given in<sup>/16/</sup>.

The idea of Foldy's method<sup>/11/</sup> can be described briefly as follows: One tries to formulate a relativistic theory for a many particle system approximating the fully fledged field theory in two important aspects

- creation and annihilation of particles are neglected, the number of particles is fixed,
- for the description of the interaction no fields are used, the retardation effects are taken into account step by step by using an expansion in powers of  $1/c$ .

To carry this program through one starts with a naive relativistic hamiltonian for the  $n$ -particle system

$$(5) \quad H = \sum_{i=1}^n c \sqrt{(m_i c)^2 + \vec{p}_i^2} + U^{(0)}(\vec{r}_{ij}),$$

where only the kinetic part has a relativistic shape. The potential  $U^{(0)}$  describes instantaneous forces depending only on the relative spatial coordinates  $(\vec{r}_{ij} = \vec{r}_i - \vec{r}_j)$ . To get a truly relativistic theory from (5) one replaces  $U^{(0)}$  by a potential

$$(6) \quad U(\vec{r}_{ij}, \vec{p}_i, \vec{s}_i)$$

which can also depend on momenta and spins of the quarks so that the hamiltonian (5) acts as a generator of the Poincaré group. The basic result of<sup>/13/</sup> and<sup>/14/</sup> can be stated as follows: By an expansion in powers of  $(\frac{1}{c})^2$  a potential  $U$  can be constructed so that the hamiltonian  $H$  forms together with the total momentum  $\vec{P}$ , the total angular momentum  $\vec{J}$  and the boost operator  $\vec{K}$  a representation of the Poincaré algebra. Thereby,  $\vec{P}$  and  $\vec{J}$  keep their simple additive free form while for the boost  $\vec{K}$  one has to include terms depending on the interaction. In this way one finds that the ambiguity mentioned in connection with (4) can be solved by the following simple recipe:

Let in a general Lorentz form  $\vec{p}_1, \vec{p}_2$  respectively  $\vec{p}_1', \vec{p}_2'$  be the momenta of two quarks before and after one gluon exchange, so that

$$(7) \quad \vec{p}_1' = \vec{p}_1 - \vec{q} \quad ; \quad \vec{p}_2' = \vec{p}_2 + \vec{q}.$$

Then the energy transfer  $q_0^2$  must be understood according to the symmetric rule

$$(8) \quad q_0^2 \rightarrow \frac{1}{2} (E_1' - E_1) (E_2 - E_2') \approx \frac{1}{4 m_1 m_2 c^2} (\vec{p}_1'^2 - \vec{p}_1^2) (\vec{p}_2^2 - \vec{p}_2'^2),$$

where an approximation of order  $(\frac{1}{c})^2$  has been used in the last step. Instead of (8) several other procedures have been used in the literature<sup>/29/</sup>. But only our recipe seems to be consistent with the Poincaré algebra. To calculate the potential  $U$  up to this order one has to use the Feynman rule result for the one-gluon exchange amplitude, employ the kinematic relations (7) and (8), do an expansion of all kinematic quantities and free Dirac spinors up to order  $(\frac{1}{c})^2$  and then Fourier transform with respect to  $q^+$ . The explicit results will be given in a forthcoming publication. The second order parts contain a lot of momentum dependences like

$$\sum_{i < j} \frac{1}{4 m_i m_j c^2} \vec{p}_i V(|\vec{r}_i - \vec{r}_j|) \vec{p}_j,$$

where  $V(r)$  denotes, e.g., the static potential:  $V(r) = -\frac{2}{3} \frac{\alpha_s}{r}$ .

By applying the minimal substitution one finally obtains the wanted interaction dependent parts of the photonic hamiltonian. We quote the results by distinguishing between terms which follow when using  $q_0=0$  in (4) and those which one finds from (8) for equal quark masses<sup>/17/</sup>

$$(9a) \quad H_{el}^{(3)}(q_0=0) = \sum_{i < j} \frac{e Q_j}{4 m^2 c^3} \left[ \{ 2 \vec{p}_i \cdot \vec{A}_j, V(r_{ij}) \} + \right. \\ \left. + \frac{V'(r_{ij})}{r_{ij}} (\vec{\sigma}_j + 2 \vec{\sigma}_i) \cdot \vec{r}_{ij} \times \vec{A}_j \right]$$

$$\begin{aligned}
 H_{ee}^{(3)}(q_0 \neq 0) = & \sum_{i < j} \frac{e Q_j}{4\pi^2 c^3} \left[ \{ \vec{P}_i \cdot \vec{A}_j, V(r_{ij}) \} + \right. \\
 (9b) \quad & + 2 \vec{A}_j \cdot \vec{\tau}_{ij} \frac{V'(r_{ij})}{r_{ij}} \vec{\tau}_{ij} \cdot \vec{P}_i - \\
 & \left. - i \left( 3 \frac{V'(r_{ij})}{r_{ij}} + V''(r_{ij}) \vec{\tau}_{ij} \cdot \vec{A}_j \right) \right].
 \end{aligned}$$

Both terms are naturally of order  $(\frac{1}{c})^3$  and thus have to be considered together with (2c). The physical significance of (9a, b) can be described as follows: The first terms in the square brackets of (9a) and (9b) are consequences of the well-known Darwin-Breit term resulting from an unretarded vector meson exchange<sup>/18/</sup>

$$\frac{1}{\bar{q}^2} \gamma_{(i)}^\mu \gamma_{(j)}^\mu \longrightarrow V(r_{ij}) + \frac{1}{\bar{q}^2} \vec{P}_i \cdot V(r_{ij}) \vec{P}_j.$$

The second term of (9a) is a consequence of a spin orbit interaction between the quarks, while the second and third terms of (9b) have no sample physical interpretation.

To simulate the effects of confining forces we did analogous calculations for the exchange of a scalar gluon. The results for the energy-transfer part are identical with (9b), while typical differences occur for the term analogous to (9a).

While the hamiltonians (2a-c) have a one-quark structure and give rise to processes like those of fig. 1 all terms in (9a, b) depend on the coordinates of two quarks. The resulting contributions to the photo-excitation of a three quark system are illustrated in fig. 2. This two-quark structure also leads to new amplitudes if one analyses the helicity content of (9a, b). Most parts of these two expressions are independent from spin and then proportional to the unit matrix in spin space. Therefore, they contribute to the generalized A-type amplitude, cp. eq.(3). The only spin dependence stems from the spin orbit terms in (9a), they lead to new B- and C-type amplitudes. To be more specific we consider again a three quark system and let the photon couple to the third quark. Then in (9a) expressions of the form

$$(\vec{\sigma}_1 \times \vec{r}_{13}) \cdot \vec{A}(\vec{r}_3) ; (\vec{\sigma}_2 \times \vec{r}_{23}) \cdot \vec{A}(\vec{r}_3)$$

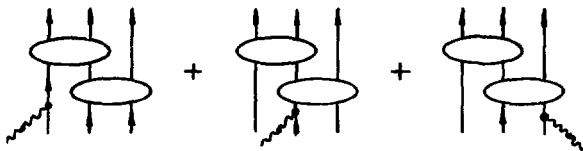


Fig. 1. One particle photon interaction in a three quark system  
(The bubbles indicate the effects of the strong interaction).

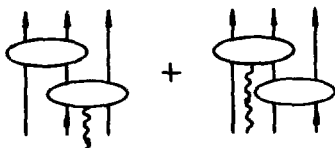


Fig. 2. Examples for the interaction dependent  
two particle photonic couplings.

occur. Introducing matrices

$$\vec{\sigma}_\lambda = \frac{1}{2} (\vec{\sigma}_1 + \vec{\sigma}_\lambda) , \quad \vec{\sigma}_S = \frac{1}{2} (\vec{\sigma}_1 - \vec{\sigma}_\lambda)$$

using the notation of Isgur-Karl<sup>/19/</sup> for the 3-quark system and observing again  $(\vec{\sigma} \times \vec{\xi})^2 = i(\sigma^2 \xi^+ - \sigma^+ \xi^2)$  one finds the following structure for (9a, b)

$$(10) \quad A \mathbf{1} + B_\lambda^2 \sigma_\lambda^+ + C_\lambda^+ \sigma_\lambda^+ + B_S^2 \sigma_S^+ + C_S^+ \sigma_S^+$$

which can be employed when calculating matrixelements for baryon (=3-quark) wave functions.

#### c) The Center of Mass-corrections

The relativistic definition of the center of mass coordinates is a long standing problem. For an early reference see<sup>/20/</sup> where various physical possibilities are discussed. The basic property of a Center of Mass should be that it moves uniformly also for an interacting system of particles. This condition will be automatically fulfilled if the generators of the Poincaré group especially the hamiltonian H and

the boost operator  $\vec{K}$  can be written in the same form as for a single particle, where the center of mass coordinate  $\vec{R}$ , the total momentum  $\vec{P}$  and the total angular momentum  $\vec{J}$  play the role of the particle quantities ( $\vec{r}$ ,  $\vec{p}$ ,  $\vec{j}$ ). This goal was in principle achieved already in 1961 by Foldy<sup>/13/</sup> and later on worked out in detail by various authors<sup>/14/, /15/</sup>. The essential result is that one can arrive at this "one particle form" by applying a suitable unitary transformation to the hamiltonian (5), (6) and all other generators, so that the following relations hold

$$(11) \quad H' = e^{i\vec{\Phi}} H e^{-i\vec{\Phi}} = \sqrt{h^2 + c^2 \vec{P}^2}$$

$$(12) \quad \vec{K}' = e^{i\vec{\Phi}} \vec{K} e^{-i\vec{\Phi}} = \frac{1}{2c^2} \{h^2 \vec{r}\} - \frac{\vec{S} \times \vec{P}}{h^2 + c^2} - t \vec{P}.$$

Here  $h$  depends only on the internal coordinates and plays the role of a mass operator for the composite system and the total spin  $\vec{S}$  is defined by

$$\vec{S} = \vec{J} - \vec{R} \times \vec{P}.$$

The second term in (12) takes account of the Wigner rotation and leads to the Thomas precession of the spin of an accelerated body<sup>/21/</sup>. The mathematical details of this transformation are worked out in<sup>/14/</sup> and<sup>/22/</sup>. The relation between the particle coordinates ( $\vec{r}_i, \vec{p}_i, \vec{s}_i$ ) on one hand and the CMS-quantities  $\vec{R}, \vec{J}$  and the "relative", internal coordinate ( $\vec{x}_i, \vec{q}_i, \vec{\sigma}_i$ ) on the other hand are rather complicated. Starting from the transformation  $\vec{r}_i = e^{-i\vec{\Phi}} (\vec{x}_i + \vec{R}) e^{i\vec{\Phi}}$  one gets in the  $\frac{1}{c^2}$ -approximation the following expression

$$(13) \quad \vec{r}_i = \vec{x}_i + \vec{R} - \frac{1}{2c^2} \left[ \vec{x}_i \cdot \frac{\vec{P}}{M} \left( \frac{\vec{q}_i}{m_i} + \frac{\vec{P}}{2M} \right) + h.c. \right] - \frac{\vec{\sigma}_i \times \vec{P}}{2m_i M c^2}$$

+ many other terms

(Here  $M$  denotes the total mass:  $M = \sum m_i$ ).

Because of the Wigner rotation term in (12) also the spin variables undergo a transformation

$$(14) \quad \vec{S}_i = \vec{\sigma}_i - \frac{1}{2m_i M c^2} \vec{\sigma}_i \times (\vec{q}_i \times \vec{P}) + \text{further terms.}$$

Both matrices  $\vec{s}_i$  and  $\vec{\sigma}_i$  obey the usual angular momentum commutation relations.

Because of (11) the eigenfunctions of

$$H'^2 = c^2 \vec{p}^2 + \hbar^2$$

can be factorized in the usual way known from non-relativistic quantum mechanics

$$(15) \quad \Psi(\vec{R}, \vec{q}_i, \dots) = e^{i\vec{P}_0 \cdot \vec{R}} \varphi(\vec{q}_i, \dots),$$

where  $\vec{P}_0$  is an eigenvalue of  $\vec{P}$ . All kinematical relativistic effects like Lorentz construction or Thomas precession are thus taken into account by the non-trivial formulae (13) and (14) for the internal coordinates.

Until now all calculations described in this subsection have been made without the electromagnetic field. If one applies the minimal substitution to the generating function  $\Phi$  of the unitary transformation (11) one gets an electromagnetic function  $\Phi_{el}$  and one has to transform the hamiltonian by

$$U = e^{-i(\Phi + \Phi_{el})}.$$

Since  $\Phi_{el}$  contains the time dependent vector potential  $\vec{A}$  the correct rule for the new hamiltonian is

$$(16) \quad H' = U^{-1} (H - i \frac{\partial}{\partial t}) U.$$

Developing in powers of  $\frac{1}{c}$  one obtains for the terms up to third order

$$(17) \quad H'_{el} = H_{el} + i c \omega \vec{\Phi}_{el}^{(3)} + i [\vec{\Phi}^{(0)}, H_{el}^{(1)}] + i [\vec{\Phi}_{el}^{(2)}, H_{el}^{(0)}],$$

where  $H_{el}$  is the sum of (2a, b, c) and (9a, b) and  $H^{(0)}$  denotes the hamilton operator for the non relativistic quark model. By working out the commutators one arrives at a very complicated expression which is written out in ref.<sup>/23/</sup>.

For our further discussion it is necessary to describe the helicity structure of (17).  $H_{el}$  and  $H_{el}'$  are matrices in the spin space of the three quarks and therefore, are of a  $8 \times 8$  type. But both operators are sums over one-body and two-body spin matrices. A careful counting shows that at most  $1 + 3 \times 3 + 2 \times 3 \times 3 = 28$  independent matrices can occur. In  $H_{el}$  only 7 occur (cp. (2a-c) and (10)). By the transformation (17) one generates 7 new terms. The result can be written in the form

$$\begin{aligned}
 H'_{ee} = & A^+ 1 + B^+ \sigma_3^+ + C^+ \sigma_3^+ + D^{++} \sigma_3^- + \\
 & + B_\lambda^+ \sigma_\lambda^+ + C_\lambda^+ \sigma_\lambda^+ + D_\lambda^{++} \sigma_\lambda^- + \\
 & + B_S^+ \sigma_S^+ + C_S^+ \sigma_S^+ + D_S^{++} \sigma_S^- + \\
 (18) \quad & + C_{3\lambda}^+ \sigma_3^+ \sigma_\lambda^- + \\
 & + C_{23}^+ \sigma_3^+ \sigma_S^- + \\
 & + E_{3\lambda}^- \sigma_3^+ \sigma_\lambda^+ + E_{23}^- \sigma_3^+ \sigma_S^+ .
 \end{aligned}$$

Here we have singled out again the third quark. The first line of (18) contains single-quark interactions while all other terms depend on two quarks. We have written down only those spin matrices which have non vanishing coefficients. One observes that the exotic D-amplitudes occur which are generated e.g. by the following interaction

$$(19) \quad \frac{-ie Q_3}{8 M m^2 c^3} 2 \vec{q}_3 \cdot \vec{A}_3 \sum_{i=1}^3 (\vec{\sigma}_i \times \vec{q}_i) \cdot \vec{k}$$

which contain - among others - the following helicity contributions

$$\begin{aligned}
 & \begin{array}{ccc} D^{++} & D_\lambda^{++} & D_S^{++} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \end{array} \\
 (20) \quad \frac{-e Q_3}{8 M m^2 c^3} 2k \left[ q_3^+ q_3^+ \sigma_3^- + q_3^+ (q_1^+ + q_2^+) \sigma_\lambda^- + q_3^+ (q_1^+ - q_2^+) \sigma_S^- \right].
 \end{aligned}$$

Their physical origin is a recoil correction which is indicated by the total mass M in the denominator. In a similar way the CMS-transformation induces new E-type amplitudes which are due to an expression of the form

$$(21) \quad \frac{-ie Q_3}{8 M m^2 c^3} (\vec{\sigma}_3 \cdot \vec{k}) \sum_{i=1}^3 (\vec{\sigma}_i \times \vec{q}_i) \cdot \vec{k} .$$

The symbolic formula (18) represents our main result. Its explicit content will be given in <sup>23/</sup>. The consequences for the electromagnetic transition form factors and the electromagnetic excitations of nucleon resonances are described in the next section.

### 3. RELATIVISTIC EFFECTS IN THE PHOTO-AND ELECTROEXCITATION OF NUCLEON ISOBARS

For a quantitative study of the relativistic corrections to the photon hadron amplitudes we applied the general formalism described in section 2. We have in mind an exploratory work and shall use - as explained below - a rather primitive inter-quark potential to calculate the interaction dependent parts of the electromagnetic hamiltonian. In spite of this simplification our results exhibit a typical structure built up by many partly compensating terms.

The relativistic corrections have to be applied both to the hadronic wave functions and to the photon interaction. With respect to the first point we have used the nucleon wave function with its admixtures caused by the hyperfine interaction <sup>24/</sup>

$$(22) \quad |N(938)\rangle = 0.93 |56, 0^+\rangle_0 - 0.19 |56, 0^+\rangle_2 - 0.23 |70, 0^+\rangle_2.$$

Here we used the notation  $|n, L^P\rangle_N$  where  $n$  refers to the SU(6) representation;  $L$  and  $P$  are the orbital angular momentum and the parity of the 3-quark system respectively;  $N$  denotes the oscillator quantum number. This configuration mixing is a relativistic effect of order  $(\frac{1}{c})^2$ , therefore, we write generally for the hadron wave functions

$$|\psi\rangle = |\psi^{(0)}\rangle + |\psi^{(2)}\rangle.$$

If we use an analogous notation for the different terms of the electromagnetic interaction amplitudes up to order  $(\frac{1}{c})^3$

$$(23) \quad \begin{aligned} \langle B | H_{ee} | A \rangle &= \langle B^{(0)} | H_{ee}^{(0)} | A^{(0)} \rangle + \\ &+ \langle B^{(0)} | H_{ee}^{(1)} | A^{(2)} \rangle + \langle B^{(2)} | H_{ee}^{(1)} | A^{(0)} \rangle \\ &+ \langle B^{(0)} | (H_{ee}^{(2)} + H_{ee}^{(3)}) | A^{(0)} \rangle. \end{aligned}$$

In this equation the first line gives the non-relativistic amplitudes and the second line the corrections due to the wave function mixing. The third line contains the corrections to second and third order in  $1/c$  which follow from equations (2a-c), (9a-c) and (11).

# a) Description of the model and the interquark potential

For the evaluation of the matrix elements in eq. (23) we employed the oscillator wave functions of the Isgur-Karl model with their parameter and mixing angles<sup>/19/</sup>. Especially we take their values for the constituent mass of the u- and d-quark and for the oscillator constant:  $m_u = m_d = 350$  MeV,  $\alpha = 300$  MeV.

The complete model contains three more constants which enter in the quark-quark potential

$$(24) \quad V_{qq}(r) = \frac{2}{3} \left( -\frac{\alpha_s}{r} + br + c \right).$$

The strong fine structure constant  $\alpha_s$ , the string tension  $b$  and the parameter  $c$  should be fixed in our context by the hadronic mass spectrum. But in the Isgur-Karl calculations for baryons they enter only in an indirect way. We need these constants explicitly for the interaction dependent parts of  $H_{el}$ .

Unfortunately the constants are not fixed by the spectroscopy and one finds quite different values in the literature<sup>/1/, /25/, /26/, /27/</sup> where, e.g., the constant  $c$  varies between  $-1$  and  $+0.2$ . Therefore, we studied in detail how a change of these parameters alters the electromagnetic amplitudes for hadrons. Moreover, we tried an overall fit to the following data:

- the magnetic form factors of the nucleons up to  $Q^2 \approx 2 \text{ GeV}^2$ ,
- the photon excitation amplitudes obtained by the various multipole analyses of the photoproduction data<sup>/28/</sup>,
- the results of various analyses of the electroproduction data<sup>/28/</sup>.

Our numeric investigation showed only a weak dependence on  $\alpha_s$  but a strong sensitivity to the string constant  $b$ . To fit the data we could allow only a very small value for  $|b| \leq 0.01 \text{ GeV}^2$ . In our final numerical analysis we put  $\alpha_s = 0$  and  $b = 0$  and found as the best value for the only remaining constant

$$c = -0.165 \text{ GeV}.$$

Thus we calculated the interaction dependent photon-quark coupling with a constant potential, which can only be a coarse approximation. That it works might be due to the fact that we need only averages of the correct potential over a spatial region where the wave functions are significantly different from zero. We shall see that already such a single interquark potential leads via formulae (9a, b) and (11) to very non-trivial properties of the  $(1/c)^3$  terms.

b) General description of the relativistic contribution  
to the electromagnetic amplitudes

The photoexcitation of a nucleon isobar  $N^*$  can be described by the commonly used photon helicity amplitudes

$$(25) \quad A_\lambda(Q^2) = \langle N^*, j_z = \lambda | H_{ee} | N, j_z = \lambda - 1 \rangle.$$

We consider only transversely polarized photons and let them move in the z-direction. The helicity  $\lambda$  can then take only the values  $\lambda = \frac{1}{2}$  and  $\frac{3}{2}$ . (24) describes real photons ( $Q^2 = 0$ ) and virtual photons ( $Q^2 > 0$ )<sup>/31/</sup>. Each  $A_\lambda$  can be further analyzed in terms of the 14 different amplitudes occurring in eq. (18).

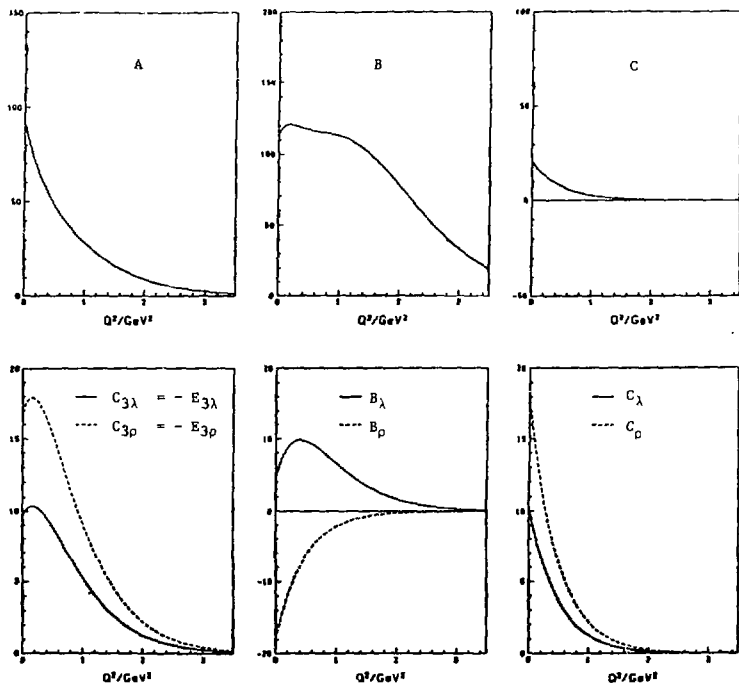


Fig. 3. The reduced matrix elements for the  $[70, 1^-]_1$  multiplet in units  $[10^{-3} \cdot \text{GeV}^{-1/2}]$ .

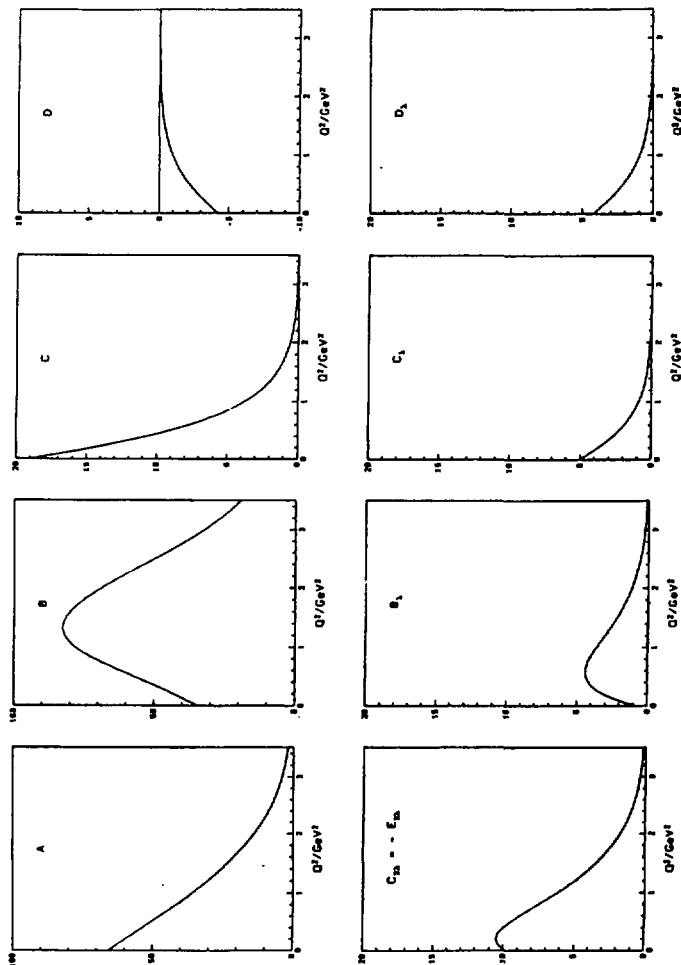


Fig. 4. The reduced matrix elements for the  $[56, 2^2]_2$  multiplet in units  $[0^{-3} \cdot \text{GeV}^4/2]$ .

In accordance with the Wigner-Eckart theorem the spin- and isospin dependence of the  $A_\lambda$  can be factorized off and a "reduced matrix element" contains the dynamics. The latter can be characterized by the  $SU(6)$ -multiplet to which the  $N^*$  belongs. Ref.<sup>123/</sup> gives the tables for the generalized Clebsch-Gordan coefficients.

To illustrate our results we present in fig. 3 and 4 the reduced matrix elements for the excitation of the P-wave  $[70, L^P = 1^-]_1$  - and the D-wave  $[56, L^P = 2^+]_2$  - multiplet. Fig. 3 shows that apart from the D-amplitudes all terms of eq. (18) contribute. Since the D's carry two units of orbital helicity they can be excited only in multiplets with an orbital angular momentum  $L \geq 2$ . In fact as fig. 4 illustrates D-amplitudes are present in the  $[56, L^P = 2^+]_2$ .

The leading amplitudes are naturally of B-type (magnetic) and A-type (convection current). The third single quark transition amplitude C is smaller roughly by a factor 5. All other amplitudes have a purely relativistic origin but their values can be as large as the C-amplitude. See, e.g.,  $B_\rho, C_\rho, C_{3\lambda}$  and  $E_{3\lambda}$  in fig. 3. In general, the size of the relativistic amplitudes amounts to 10% of the non-relativistic ones.

The leading amplitudes A and B have also relativistic contributions, which are quantitatively displayed in fig. 5. Its first column shows the total effects of the different orders in  $\frac{1}{c}$ . Evidently the second order is rather small while the third order contributes appreciably. The second column gives the 2<sup>nd</sup> order alone. Here one observes for the B amplitude that the effect of the Foldy-Wouthuysen transformation (FW) which is small by itself is further reduced by the center of mass corrections (CM) having an opposite sign. In the third order similar compensations take place between the three terms: the FW-, the CM- and "potential"-part which are caused by the interaction dependent hamiltonian (9). This is shown in the 3<sup>rd</sup> and 4<sup>th</sup> column of fig. 5. The different contributions of order  $(1/c)^3$  can be as large as the non-relativistic amplitudes but after summing up all pieces we are down to about 20% of the non-relativistic amplitudes.

Summarizing this subsection we have verified our frequent statement that the relativistic corrections up to order  $(1/c)^3$  are originating from different sources and have appreciable magnitudes. But the contributions of different origins - FW, CMS, potential - collaborate in such a way that their total size is less than 20% of the non-relativistic amplitudes. Thus the general features of the non-relativistic quark model are not spoiled.

#### c) A sample comparison with the data

With our theory we have calculated the nucleon form factors and the transverse photon transition amplitudes for all isobars with oscillator quantum number  $N = 0, 1, 2$  and four momentum transfers below  $\sqrt{3}$  GeV. Since we are using oscillator wave functions our results have a Gaussian  $Q^2$ -dependence and therefore, we cannot trust them for large  $Q^2$ .

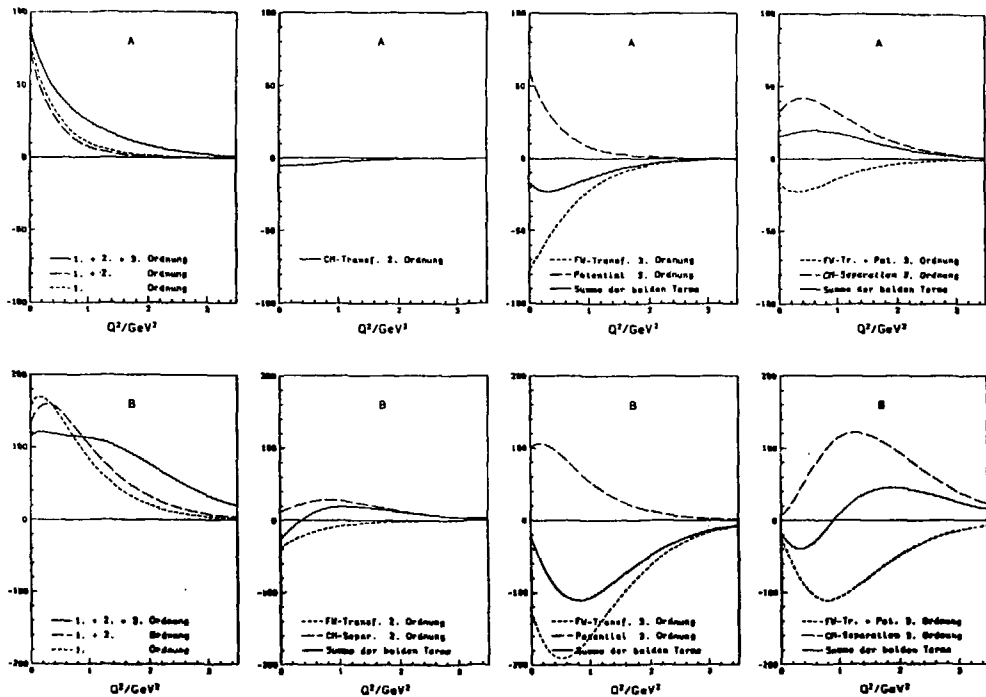


Fig. 5. The different contributions to the reduced matrix elements A, B for the  $[70, 1^-]$  multiplet in units  $[10^{-3} \cdot \text{GeV}^{-1/2}]$ .

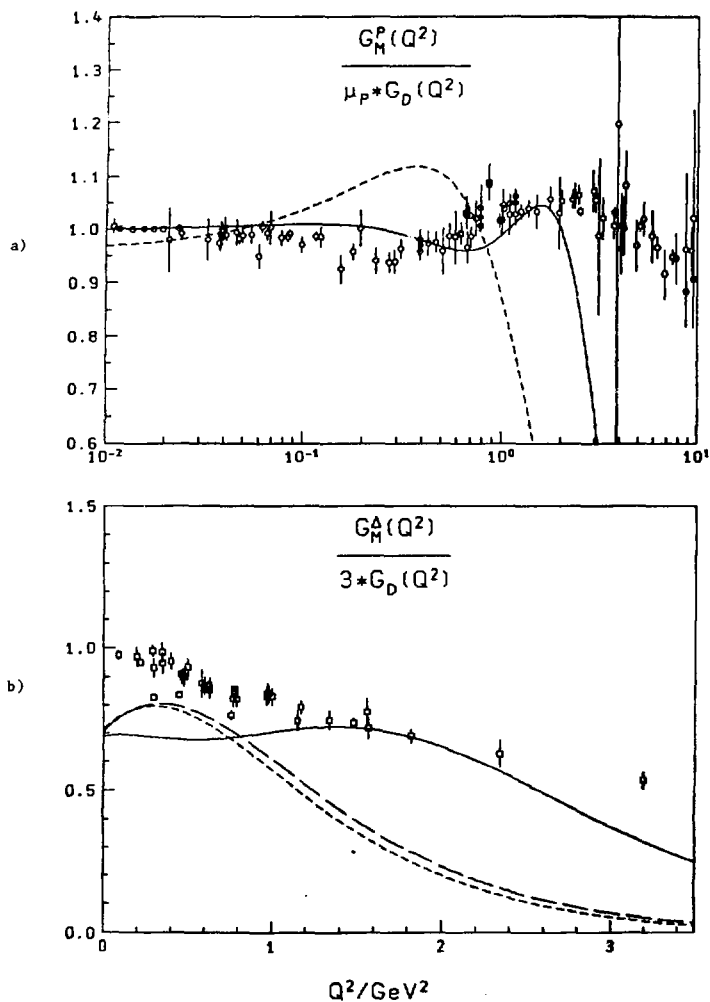


Fig.6. Magnetic form factors for nucleon and  $\Delta$ -isobar comparing the order in  $1/c$ .

----- 1. Order; ——— 1.+2.+3. Order; - - - - 1.+2. Order.

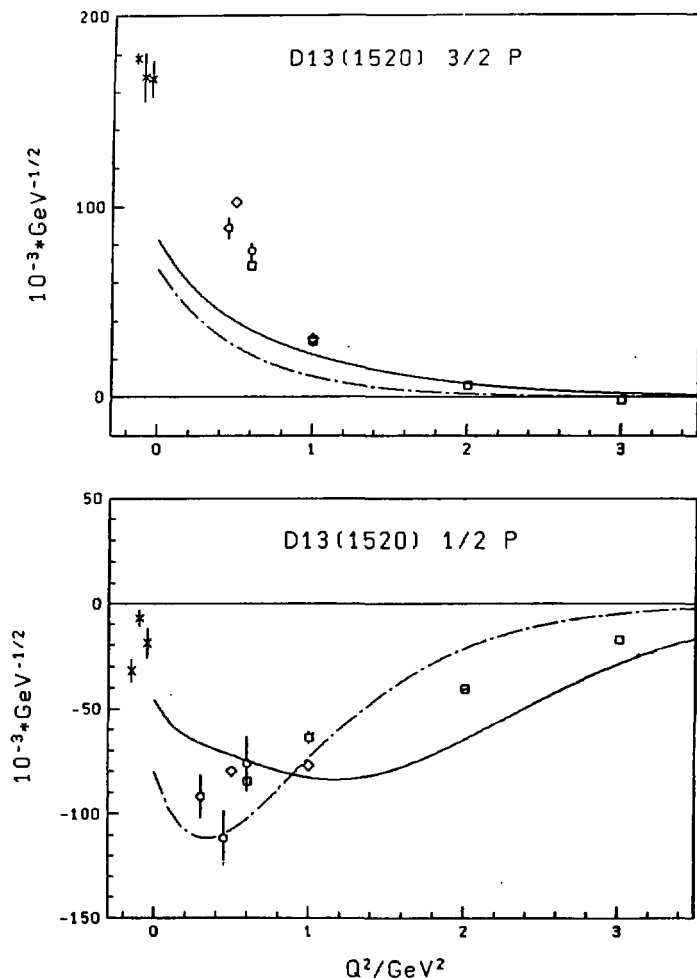


Fig. 7. Transition amplitudes for the  $D_{13}(1520)$  isobar.

— Our results,    - - - Non-relativistic model with configuration mixing.

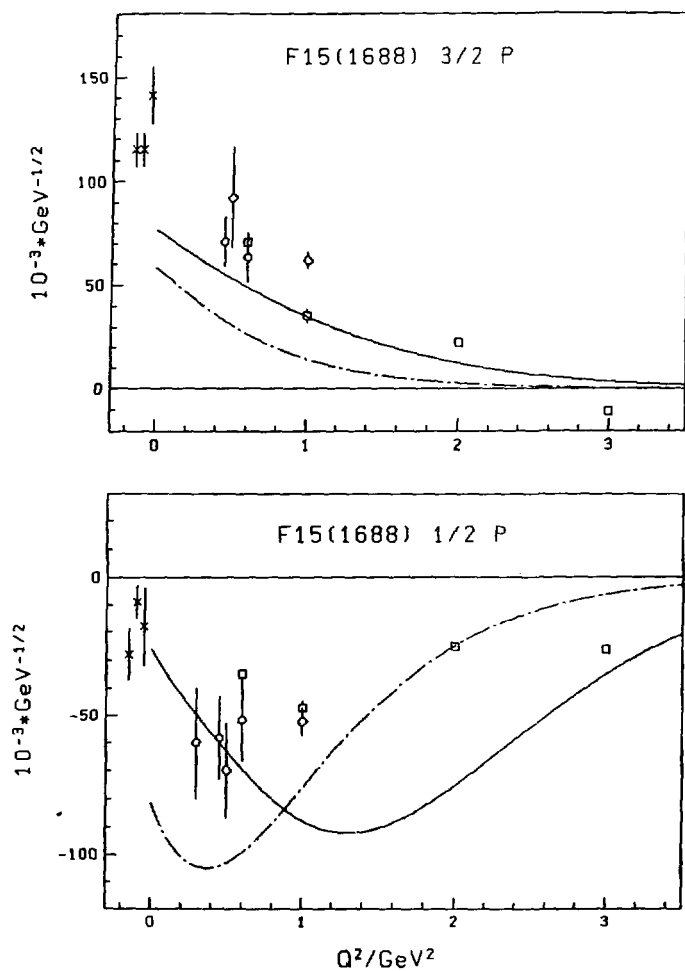


Fig. 8. Transition amplitudes for the  $F_{15}(1688)$  isobar.

— Our results,      - · - · - Non-relativistic model with configuration mixing.

We illustrate our results with the magnetic form factor of the proton (fig.6a) and the magnetic transition form factor for the  $\Delta(1232)$  (fig. 6b) and two prominent isobars of the  $2^{\text{nd}}$  and  $3^{\text{rd}}$  resonance region (fig. 7,8).

The proton form factor (fig.6a) is rather well reproduced up to  $Q^2 \approx 2 \text{ GeV}^2$ . It should be stressed that for this good result the hyperfine configuration mixing (see eq.(22)) was needed. The figure shows the importance of the relativistic corrections already for  $Q^2$ -values between 0.1 and  $1 \text{ GeV}^2$ . The results for the  $\Delta$ -transition form factor (fig. 6b) are good for  $Q^2$ -values between 1 and  $2.4 \text{ GeV}^2$  if the  $(1/c)^3$  terms are induced. But there remains still the notorious discrepancy for the photoproduction amplitude ( $Q^2=0$ ) which is known since the advent of the SU(6) or the non-relativistic quark model<sup>/30/</sup>. The relativization gives no new insights into this old problem at  $Q^2=0$  but improves the  $Q^2$ -dependence considerably.

For the higher isobars  $D_{13}(1520)$  and  $F_{15}(1690)$  there is a marked difference between the two helicities (figs.7,8). For  $\lambda = \frac{3}{2}$  the relativistic contributions increase the amplitudes systematically where the effect is larger for the heavier isobar. The experimental data lie above the theoretical curves especially for the  $D_{13}$  and for small  $Q^2$ -values. But we should keep in mind that the experimental amplitudes given in the figures have been extracted from the raw data by assuming the SU(6)<sub>W</sub> single quark structure for the transition matrix elements. For helicity  $\lambda = \frac{1}{2}$  the relativistic effects change their sign at about  $Q^2 \approx 1 \text{ GeV}^2$  thus reproducing the data for lower  $Q^2$  better than for larger values. The qualitative difference between the two helicities are formally based on the fact that the important B-type amplitude only contributes for  $\lambda = \frac{1}{2}$ .

A complete representation and a more detailed discussion of all our results will be published elsewhere<sup>/23/</sup>.

#### 4. OUTLOOK

Our approach to a relativistic photon-hadron interaction clearly demonstrates the importance of relativistic terms. They improve the understanding of the experimental data especially with respect to the momentum transfer dependence, but the relativistic effects remain small enough so that the non-relativistic quark model retains its merits even for the light quarks.

There are certainly many points where our approach should be improved. We mention only two aspects: From a technical point of view the oscillator wave functions should be replaced by more realistic ones. But more importantly, the crude interquark potential should be improved. Due to the importance of the interaction dependent terms in the photon quark hamiltonian we even may learn something about the quark-quark potentials from form factors.

Our result on the presence of non-single quark terms which amount up to 20% has important consequences for the analysis of experimental data: The new types of amplitudes should be taken into account from the beginning.

Finally, our approach should also be worked out for longitudinal photons, which is presently under investigation.

#### REFERENCES

1. Compare e.g. S. Godfrey and N. Isgur, *Mesons from Chromodynamics* (Toronto Pre-print 1984), especially fig. 12.
2. N. Isgur in 'Testing the Standard Model', AIP-Conf. Proc. Vol. 81, editors: C. Heusch and W.T. Kirk (American Institute of Physics, New York 198), p. 1.
3. N. Isgur in 'Electron and Photon Interactions at Intermediate Energies', editors: D. Menze, W. Pfeil and W.J. Schille (Lectures Notes in Physics, Vol. 234, 1985) p. 3.
4. We refer to the fluxtube model, see N. Isgur and J. Paton, *Phys. Rev.* D31 (1985) 2910 and references therein.
5. Cp. J.D. Bjorken and S.D. Drell, *Relativistic quantum mechanics*. In eq.(4.5) one has to use:  $\vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = i\frac{\omega}{c} \vec{A}$ ,  $\vec{B} = -\frac{1}{c} \nabla \times \vec{A} = i\frac{\omega}{c} \vec{A}$ , where the time dependence of the electromagnetic fields is written in the form  $e^{-i\omega t}$ ,  $\omega$  being the energy of the photon.
6. H.J. Melosh, *Phys. Rev.* D9 (1974) 1095.
7. For a more general discussion of the Melosh classification cp. H. Rollnik, *Photon Hadron Interaction in the Resonance region*, Schlading Lectures 1975 (Acta Physica Austriaca, Suppl. XIV, 5-87 (1975)).
8. A. DeRujula, H. Georgi and S.L. Glashow, *Phys. Rev.* D12 (1975) 147.
9. See the famous textbook treatment in the *Course of Theoretical Physics*, vol. 4, part 1 by V.B. Berestetskii, E.M. Lifhsitz and L.P. Pitaevskii (Pergamon 1971).
10. See the interesting reprint collection: *The Theory of Action-At-A-Distance in Relativistic Particle Dynamics*, edited by E.H. Kerner (Gordon and Breach 1971).
11. D.G. Currie, T.F. Jordan and E.C. Sudarshan, *Rev. Mod. Physics* 35 (1963) 35D.
12. W. Glöckle and L. Müller, *Phys. Rev.* C23 (1981) 1183.
13. L.L. Foldy, *Phys. Rev.* 122 (1961) 275.
14. R.A. Krajcik and L.L. Foldy, *Phys. Rev.* D10 (1974) 1777; D12 (1975) 1700.
15. F.E. Close and H. Osborn, *Phys. Rev.* D2 (1970) 2127.
16. K.J. Sebastian, *Phys. Rev.* A19 (1979) 1398;  
K.J. Sebastian and D. Yan, *Phys. Rev.* D19 (1979) 2509;  
K.J. Sebastian, *Physics Letters* 80A (1980) 109;  
K.J. Sebastian, *Phys. Rev.* 23 (1981) 2810;  
H. Grotch, D.A. Owen and K.J. Sebastian, *Phys. Rev.* 30 (1984) 1924;  
K.J. Sebastian, *Phys. Rev.* D26 (1982) 2295.
17. In eq. (9a, b) we used a transverse gauge for the vector potentials:  $\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0$ .
18. Compare e.g. the discussion in <sup>/15/</sup> after eq. (4.11).
19. N. Isgur and G. Karl, *Phys. Rev.* D18 (1978) 4187; D19 (1979) 2653.

20. M.H.L. Pryce, Proc. Royal Soc. A195 (1948) 62. For a textbook treatment see:  
C. Möller, The Theory of Relativity, Chapter 6.3 (Oxford University Press, 1972),  
A.D. Fokker, Time and Space, Weight and Inertia (Pergamon Press 1965).
21. See ref. <sup>/15/</sup> for an explicit verification.
22. H. Osborn, Phys. Rev. 176 (1968) 1514.
23. H. Schröder, W. Pfeil and H. Rollnik, in preparation;  
H. Schröder, Diplom Thesis, Bonn-IR-85-09.
24. N. Isgur, G. Karl and R. Koniuk, Phys. Rev. D25 (1982) 2394.
25. M. Böhm, Z. Physik C4 (1980) 321.
26. I.M. Barbour and D.K. Ponting, Z. Physik C4 (1980) 119.
27. S. Capstick and N. Isgur, University of Toronto Preprint 1985, UTPT-85-84.
28. F. Foster and G. Hughes, Rep. Prog. Phys. 46 (1983) 1445.
29. T. Barnes and G.P. Ghandhour, Rutherford preprint RL-82-057 (1982).
30. R.H. Dalitz and D.G. Sutherland, Phys. Rev. 146 (1966) 1180.
31. According to convention used one has to multiply (24) with a sign determined from the  $(N^* \rightarrow N + \pi)$ -amplitudes.

# ПРОБЛЕМА РАДИАЛЬНЫХ ВОЗБУЖДЕНИЙ ЛЕГКИХ МЕЗОНОВ И ИНТЕРПРЕТАЦИЯ $\rho$ -МЕЗОНА

С.Б. Герасимов, А.Б. Говорков

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Целью данного доклада является обсуждение современной ситуации с низшими мультиплетами радиальных возбужденных состояний легких векторных и псевдоскалярных мезонов. При этом мы будем следовать развитой ранее [1,2] схеме феноменологического анализа радиальных возбуждений  $q\bar{q}$ -систем (с орбитальным моментом  $L = 0$ ). Наибольший интерес представляет сейчас псевдоскалярный сектор, поскольку эксперименты последнего времени [3-7] обнаружили целую группу резонансных структур в интервале масс от 1,2 до 2 ГэВ с квантовыми числами  $J^{PC} = 0^{+-}$ . Основной вывод настоящего сообщения состоит в том, что адекватная интерпретация этих псевдоскалярных резонансов существенно зависит от решения ряда других проблем, связанных с общим установлением спектра масс и других свойств радиальных возбуждений легких мезонов. Знание числа радиальных возбуждений в рассматриваемом интервале масс, а также особенностей проявления этих резонансов в различных взаимодействиях необходимо для обоснованного вывода о возможном присутствии состояний с теми же квантовыми числами, но другой природы: глоболов ( $qq$ -состояний), гибридных ( $q\bar{q}g$ ) или мультикварковых (например,  $q^2\bar{q}^2$ ) состояний. В таблице I приведены известные к настоящему времени  $J^{PC} = 0^{+-}$  изосинглетные ( $I^G = 0^+$ ) резонансы, среди которых могут находиться радиальные возбуждения  $\eta$ - $\eta'$ -мезонов. Там же приведены: во втором столбце - доля распада  $J/\psi$ -мезона, приходящаяся на образование данного мезона; в третьем столбце - отношение сечений (при  $t = 0$ ) образования данного мезона и  $\eta$ -мезона в  $\pi^+\pi^-$ -реакции; в четвертом столбце - ширина двухфотонного распада данного мезона. Мы ограничиваемся рамками намеренно консервативной схемы и не предполагаем существенного смешивания псевдоскалярного глобола (если он существует) с радиальными возбуждениями  $q\bar{q}$ -состояний. Сопоставление получаемых результатов с экспериментом позволит оценить степень необходимости включения новых (глюонных или мультикварковых) степеней свободы для описания всей наблюдаемой картины.

Т а б л и ц а I. Псевдоскалярные резонансы с изоспином  $I = 0$

Резонанс (масса, МэВ)	$B(\pi/\pi \rightarrow \gamma \pi)$ $\times 10^3$	$R_{\pi\pi}(\frac{\pi}{\eta})$	$\Gamma(\pi \rightarrow 2\gamma),$ кэВ
$\eta$ (549)	$0,87 \pm 0,15^{/5/}$	I	$0,56 \pm 0,04^{/5/}$
$\eta'$ (958)	$4,5 \pm 0,6^{/5/}$	$0,52 \pm 0,06^{/14/}$	$3,8 \pm 0,26 \pm 0,43^{/15/}$ $5,1 \pm 0,4 \pm 0,7^{/16/}$
$\xi$ (1275)	-	виден	-
$\chi$ (1380) ( $J^{PC} = ?$ )	$8 \pm 1^{/3/}$ $(2)^{/4/}$	-	-
$\epsilon$ (1420)	-	виден	-
$\omega$ (1460)	$4,3 \pm 0,7^{/5/}$	-	$< \frac{1,6}{B(\omega \rightarrow K\bar{K}\pi)}^{/13/}$
$\chi$ (1550)	$(2)^{/4/}$	-	-
$\chi$ (1800)	$(2)^{/4/}$	-	-

## 2. СПЕКТР МАСС НИЗШИХ РАДИАЛЬНЫХ ВОЗБУЖДЕНИЙ МЕЗОНОВ: ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Основные предположения модели, их обоснование, соотношение с подходами других авторов и детали расчетной схемы подробно изложены в предыдущих работах <sup>1,2/</sup>. В этом разделе мы лишь напомним основные обозначения и отметим появление новых данных, непосредственно касающихся обсуждаемой проблематики. Спектр радиальных возбуждений  $q\bar{q}$ -системы с  $L = 0$  определяется посредством диагонализации линейного массового оператора:

$$\hat{M} = \hat{M}_0 + \hat{M}_{cl} + \hat{M}_a. \quad (I)$$

Собственные функции  $\{\Psi_i(\vec{r})\}$  оператора  $\hat{M}_0$ , который не зависит от спинов кварков, образуют базис, на котором диагонализуется полный массовый оператор (I) ( $i = 0, 1, 2, \dots$  - номер радиального состояния;  $i = 0$  относится к основному состоянию). Оператор  $\hat{M}_{cl}$  включает контактное спин-спиновое взаимодействие. Матричные элементы этого оператора пропорциональны универсальной константе  $C$  и значениям  $\Psi_i(0)$ . Оператор  $\hat{M}_a$  обозначает специфическое аннигиляционное взаимодействие, которое предполагается существенным только для изосинглетных ( $I^G = 0^+$ ) псевдоскалярных ( $J^{PC} = 0^{-+}$ ) мезонов. Задача состоит в определении собственных значений и собственных функций

$$\Psi(\vec{r}) = \sum_{i=0,1,\dots} \alpha_i \psi_i(\vec{r}) \quad (2)$$

массового оператора (1). Свободными параметрами модели являются значения  $C$ ,  $\{\epsilon_i\}$ ,  $\{\chi_j\}$  (где  $\chi_j = \psi_j(0)/\psi_0(0)$ ,  $j = 1, 2, \dots$ ) и эффективные массы кварков  $m_0 = m_u \approx m_d$  и  $m_s$ . Эти параметры определяются из экспериментальных масс частиц и лептонных ширин векторных резонансов с квантовыми числами  $\rho$ -мезона.

Весьма скудный объем наличной экспериментальной информации вынуждает нас ограничиться учетом в сумме (2) лишь ближайших к основному состоянию радиальных возбуждений. Фактически были рассмотрены два случая, когда  $\vec{l} = 0, 1$  и  $\vec{l} = 0, 1, 2$ . Следуя<sup>/2/</sup>, эти два варианта будем называть 2- и 3-уровневыми схемами. В первой из них в интервале масс до  $\sim 1,8$  ГэВ расположено только одно (первое) радиальное возбуждение  $\rho$ -семейства -  $\rho(1600)$ -резонанс, а во второй схеме принято, что в этом же интервале масс находятся два состояния (первое и второе радиальные возбуждения) -  $\rho(1260)$ - и  $\rho(1600)$ -резонансы. В самое последнее время стали известны результаты анализа реакций  $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0$ <sup>/8/</sup> и  $e^+e^- \rightarrow 2\pi^+\pi^-$ <sup>/9/</sup> при энергии  $\sqrt{s} \leq 1,4$  ГэВ. Полученные в этих работах оценки  $\Gamma(\rho(1260) \rightarrow e^+e^-) \cdot B(\rho(1260) \rightarrow \omega\pi^0) \leq 13$  эВ<sup>/8/</sup> и  $\Gamma(\rho(1260) \rightarrow e^+e^-) \cdot B(\rho(1260) \rightarrow 2\pi^+\pi^-) \leq 170$  эВ<sup>/9/</sup> существенно отличаются от принятой нами ранее<sup>/1,2/</sup> величины  $\Gamma(\rho(1260) \rightarrow e^+e^-) = 660 \pm 190$  эВ и, казалось бы, исключают существование  $\rho(1260)$ -резонанса. Мы полагаем, однако, что окончательный отказ от 3-уровневой схемы без дополнительного исследования возможности моделирования наблюдаемых сечений с учетом допустимой вариации параметров низших  $\rho$ -резонансов и вкладов от еще не идентифицированных выше-лежащих  $\rho$ -возбуждений в районе 2 ГэВ был бы преждевременным. По этой причине мы приводим далее следствия обоих рассмотренных ранее<sup>/1,2/</sup> вариантов.

### 3. ИЗОВЕКТОРНЫЕ И СТРАННЫЕ МЕЗОНЫ

#### 3.1. 2-уровневая схема ( $\vec{l} = 0, 1$ )

Результаты диагонализации массового оператора (2х2-матриц для данного случая), а также массы мезонов, прилежавшиеся для определения свободных параметров, приведены в таблице 2. Свободные параметры имеют значения

$$\begin{aligned} \epsilon_0 &= 62 \pm 1 \text{ МэВ}, & \epsilon_1 &= 852 \pm 19 \text{ МэВ}, & \epsilon_2 &= 126 \pm 4 \text{ МэВ}, \\ \chi_1 &= -0,97 \pm 0,07, & m_0 &= 300 \pm 3 \text{ МэВ}, & m_s &= 457 \pm 1 \text{ МэВ}, \\ \alpha_s &= m_0 / m_s = 0,656 \pm 0,005. \end{aligned} \quad (3)$$

Некоторое отличие численных значений (3) от приводимых в<sup>/2/</sup> объясняется в основном тем, что для входной массы  $\varphi'(1600)$ -мезона мы приняли теперь табличное значение  $m_{\varphi'} = 1590 \text{ МэВ}/^{10/}$ . Вместе с тем мы сохранили прежней входную величину  $\chi_{\varphi'}$ :

$$\chi_{\varphi'} = \frac{\Psi_{\varphi'}(0)}{\Psi_{\varphi}(0)} = - \left( \frac{m_{\varphi'}^2 \Gamma(\varphi' \rightarrow e^+e^-)}{m_{\varphi}^2 \Gamma(\varphi \rightarrow e^+e^-)} \right)^{1/2} = -1,32 \pm 0,11.$$

Эта величина  $\chi_{\varphi'}$  соответствует значению  $\Gamma(\varphi'(1600) \rightarrow e^+e^-) = 2,84 \pm 0,16 \text{ кэВ}$ , заимствованному нами из работы<sup>/11/</sup>. (В последних таблицах свойств частиц<sup>/10/</sup> для  $\Gamma(\varphi'(1600) \rightarrow e^+e^-)$  фигурирует величина порядка 7 кэВ, с большой (30%) ошибкой). Некоторые экспериментально наблюдаемые резонансы, которые мы приводим в таблице 2, еще не получили статуса признания, достаточного для их включения в основные таблицы. Данные об этих частицах и ссылки на соответствующие работы содержатся в приложениях к таблице мезонов<sup>/10/</sup>.

### 3.2. 3-уровневая схема ( $i = 0, 1, 2$ )

С учетом всех сделанных оговорок будем по-прежнему считать  $\varphi(1260)$  первым радиальным возбуждением, а  $\varphi(1590)$  – вторым. Определение свободных параметров в этом варианте дает значения

$$\begin{aligned} E_0 &= 65 \pm 3 \text{ МэВ}, & E_1 &= 634 \pm 11 \text{ МэВ}, & E_2 &= 869 \pm 27 \text{ МэВ}, \\ C &= 123 \pm 4 \text{ МэВ}, & \chi_1 &= \Psi_1(0) / \Psi_0(0) = -0,53 \pm 0,07, & \chi_2 &= \Psi_2(0) / \Psi_0(0) = \\ &= 0,86 \pm 0,07, & m_0 &= 301 \pm 3 \text{ МэВ}, & m_s &= 457 \pm 1 \text{ МэВ}, & \chi_s &= m_0 / m_s = \\ &= 0,659 \pm 0,005. \end{aligned} \quad (4)$$

Массы соответствующих мезонов приведены в таблице 2. В свете ситуации, сложившейся вокруг  $\varphi'(1260)$ -мезона, особую важность приобретает независимое подтверждение  $K^{*'}(1410)$ -резонанса, недавно обнаруженного с помощью фазового анализа  $K\pi\pi$ -системы в реакции  $KN \rightarrow K\pi\pi N$ <sup>/12/</sup>. Возможность существования "пропущенных"  $\pi'(1100)$ ;  $K'(1280)$ -и  $\varphi'(1500)$ -резонансов детальному анализу, на наш взгляд, пока что не подвергалась. Массы радиальных возбуждений  $\omega$ -мезона в нашей модели приблизительно совпадают с соответствующими массами  $\varphi$ -возбуждений и в таблице 2 не приводятся.

Т а б л и ц а 2. Массы легких мезонов и их радиальных возбуждений  
(входные значения подчеркнуты)

Мезон	$M_{2-ур.}, \text{МэВ}$	$M_{3-ур.}, \text{МэВ}$	$M_{\text{эксп.}}, \text{МэВ}$
$\pi$	<u>140</u>	<u>140</u>	140
$\pi'$	<u>1240</u> $\pm 40$	<u>1133</u> $\pm 23$	} 1200-1300
$\pi''$	-	<u>1356</u> $\pm 25$	
$\rho$	<u>770</u>	<u>770</u>	770
$\rho'$	<u>1590</u> $\pm 20$	<u>1264</u> $\pm 5$	(1264 $\pm 5$ )
$\rho''$	-	<u>1590</u> $\pm 20$	<u>1590</u> $\pm 20$
$K$	<u>496</u>	<u>496</u>	496
$K'$	<u>1390</u> $\pm 40$	<u>1280</u> $\pm 21$	} 1400-1460
$K''$	-	<u>1480</u> $\pm 25$	
$K^*$	890	890	892
$K^{*'}_1$	<u>1640</u> $\pm 2$	<u>1373</u> $\pm 5$	<u>1412</u> $\pm 9$ $\pm 2^{1/2}$
$K^{*''}_1$	-	<u>1648</u> $\pm 19$	1500-1700
$\phi$	<u>1019</u>	<u>1019</u>	1019
$\phi'$	<u>1710</u> $\pm 10$	<u>1479</u> $\pm 6$	} 1685 $\pm 10$
$\phi''$	-	<u>1716</u> $\pm 18$	

#### 4. РАДИАЛЬНЫЕ ВОЗБУЖДЕНИЯ $\eta$ - $\eta'$ -МЕЗОНОВ

Для аннигиляционного массового оператора  $\hat{M}_a$ , который приводит к смешиванию изосинглетных конфигураций нестранных и странных кварксов, мы предполагаем факторизованную форму  $\sqrt{2}$ /

$$\hat{M}_a = \lambda \cdot \left\{ \left[ \sum_i \bar{z}_i \cdot (\sqrt{2} | \eta_q \rangle_i + y_s | \eta_s \rangle_i) \right] \cdot \left[ \sum_j z_j (\sqrt{2} \langle \eta_q |_j + y_s \langle \eta_s |_j) \right] \right\},$$

$$| \eta_q \rangle_i = (u\bar{u} + d\bar{d})_i / \sqrt{2}, \quad | \eta_s \rangle_i = (s\bar{s})_i. \quad (5)$$

Величины  $\lambda$ ,  $y_s$  и  $\bar{z}_i$  ( $i = 1, 2, \dots$ ) являются свободными параметрами. Для их определения, а также нахождения собственных значений оператора масс и векторов состояний изосинглетных  $0^-$ -мезонов исполь-

зовались массы основных состояний  $\eta$  (549)-и  $\eta'$  (958) - мезонов и условия качественного соответствия результатов модели значениям масс и другим характеристикам соответствующих резонансов в таблице I.

#### 4.1. 2-уровневая схема ( $i = 0, 1$ )

Значения параметров

$$\lambda = 211 \text{ МэВ}, \quad y_s = 0,53, \quad Z_1 = -0,6 \quad (6)$$

приводят к результатам, приведенным в таблице 3. Знаки и величины  $Z_1$  и  $y_s$ , характеризующие аннигиляционное взаимодействие, согласуются с величинами  $X_1$  и  $X_s$ , которые определяют контактное спин-спиновое взаимодействие. Масса резонанса  $\eta''$  (1553) близка к положению резонансной структуры  $X$  (1550), однако в данной схеме нет состояний, которые можно было бы сопоставить  $X$  (1380)- и  $E$  (1420)/ $\tau$  (1460) - резонансам.

#### 4.2. 3-уровневая схема ( $i = 0, 1, 2$ )

Число изосинглетных  $0^-$ -мезонов в рассматриваемом интервале масс равно 6, что значительно лучше согласуется с числом наблюдаемых резонансов. Набор значений для свободных параметров

$$\lambda = 209 \text{ МэВ}, \quad y_s = 0,589, \quad Z_1 = -0,5, \quad Z_2 = 0,6 \quad (7)$$

представляется достаточно удовлетворительным, хотя, возможно, и не самым лучшим в смысле минимизации отклонений от экспериментальных значений в таблице I. Наиболее важным обстоятельством нам представляется то, что количество радиальных возбуждений в данной схеме соответствует обилию изосинглетных резонансов, наблюдаемых экспериментально:

$$\begin{aligned} \eta'' (1247) &\rightarrow \zeta (1275), \\ \eta'' (1365) &\rightarrow X (1380), \\ \eta'' (1470) &\rightarrow E (1420)/\tau (1470), \\ \eta'' (1614) &\rightarrow X (1500)/X (1800). \end{aligned} \quad (8)$$

## 5. СЛЕДСТВИЯ МОДЕЛИ ДЛЯ РАДИАЦИОННЫХ РАСПАДОВ И ОБРАЗОВАНИЯ $\eta$ - $\eta'$ -МЕЗОНОВ

Как уже отмечалось, при выборе параметров аннигиляционного взаимодействия учитывался критерий качественного соответствия вычисленных и экспериментальных значений для отношений вероятностей образования  $\eta$ - $\eta'$ -мезонов и их радиальных возбуждений в реакциях  $J/\psi \rightarrow \gamma \Pi$ .

$\Pi^0 \rightarrow \Pi \eta$ , а также для ширин двухфотонных распадов  $\Pi \rightarrow 2\gamma$  ( $\Pi = \eta, \eta', \dots$ ). Предположения о механизмах первых двух реакций были сформулированы ранее<sup>/2/</sup>. Соотношения между амплитудами

$\Pi(\pi^0, \eta, \eta', \dots) \rightarrow 2\gamma$  переходов вычислялись в данной работе согласно простому рецепту<sup>/17/</sup> комбинированного использования статической модели кварков и модели векторной доминантности:

$$\Pi \rightarrow V \gamma \rightarrow \gamma \gamma. \quad (9)$$

В качестве промежуточных  $V$ -состояний в (9) рассматривались  $\rho^0$ ,  $\omega$ - и  $\phi$ -мезоны и их радиальные возбуждения. Константы  $\gamma \rightarrow V$ -перехода определялись из табличных лептонных ширин  $\rho(770)$ ,  $\omega(783)$ - и  $\phi(1019)$ -мезонов<sup>/10/</sup> и использованных нами ширин  $\rho(1260) \rightarrow e^+e^-$  и  $\rho(1590) \rightarrow e^+e^-$ -распадов, приведенных в предыдущих разделах, а для остальных ( $\omega', \omega'', \dots$ ) и ( $\phi', \phi'', \dots$ ) -мезонов предполагалось, что  $g(V'\gamma)/g(V\gamma) = g(\rho'\gamma)/g(\rho\gamma)$  и т.д. Все матричные элементы  $\Pi(\eta, \eta', \dots) \rightarrow 2\gamma$  переходов были отнесены к амплитуде  $\Pi^0 \rightarrow 2\gamma$  распада, для ширины которого использовалось значение  $\Gamma(\pi^0 \rightarrow 2\gamma) = 7,34 \pm 0,18 \pm 0,11$  эВ<sup>/18/</sup>. Величины  $\Gamma(\eta, \eta', \dots) \rightarrow 2\gamma$  и отношения  $R_{\eta/\psi}(\Pi/\eta)$  и  $R_{\pi\eta}(\Pi/\eta)$  приведены в таблицах 3 и 4. Следует обратить внимание на отличие результатов модели векторной доминантности от результатов, полученных ранее<sup>/2/</sup> на основе "анзаца треугольной кварковой диаграммы".

Модель векторной доминантности, как нам теперь представляется, более адекватным образом учитывает влияние эффектов связи кварков в мезонах, массы которых заметно превосходят сумму масс конститuentных кварков.

Т а б л и ц а 3. Характеристики изосинглетных псевдоскалярных мезонов в 2-уровневой схеме

Состояние	Масса, МэВ	$\Gamma(\Pi \rightarrow 2\gamma)$ , кэВ	$R_{\eta/\psi}(\frac{\Pi}{\eta})$	$R_{\pi\eta}(\frac{\Pi}{\eta})$
$\eta$	549	0,89	1	1
$\eta'$	958	3,58	4,5	0,38
$\eta''(\chi(1275))$	1278	0,31	0,7	0,06
$\eta'''(\chi(1550))$	1553	0,56	0,4	0,02

Т а б л и ц а 4. Характеристики изосинглетных псевдоскалярных мезонов в 3-уровневой схеме

Состояние	Масса, МэВ	$\Gamma(\pi \rightarrow 2\pi)$ , кэВ	$R_{\pi\pi}(\frac{n}{\eta})$	$R_{\pi\omega}(\frac{n}{\eta})$
$\eta$	549	0,82	1	1
$\eta'$	958	2,78	3,6	0,28
$\eta''(5)$	1247	1,69	1,9	0,16
$\eta'''$	1365	0,01	0,1	0,01
$\eta^{iv}(\frac{E}{2})$	1470	1,60	1,6	0,03
$\eta^v$	1614	0,87	0,6	0,03

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Из всего изложенного легко усмотреть зависимость весьма важного для КХД подтверждения существования глюболов, гибридных состояний и т.п. от решения проблемы радиальных возбуждений легких мезонов. Эксперимент дает большое число резонансных структур с квантовыми числами псевдоскалярных мезонов в интервале масс до 2 ГэВ. Соображения симметрии и кварковая модель связывают число и положения уровней в псевдоскалярном секторе с необходимостью существования в соответствующих интервалах масс мезонов с другими значениями спина, изоспина и странности. Так, если существует  $\varrho$  (1260) – резонанс и справедлива 3-уровневая схема, то, вычитая из наблюдаемого в эксперименте числа псевдоскалярных резонансов число предсказываемых моделью радиальных возбуждений  $\eta$ - $\eta'$ -системы, мы находим место для  $0^{-+}$ -глюбола только в том случае, если  $\omega$  (1460)– и  $E$ (1420) – мезоны являются различными состояниями, а не проявлением одного и того же резонанса в различных процессах.

Если  $\varrho$  (1260) – резонанс отсутствует и справедлива 2-уровневая схема, то кроме наиболее вероятного кандидата в глюболы –  $\omega$  (1460) – мезона – остаются еще состояния  $X$ (1380) и  $E$ (1420), для которых пока не дано убедительной интерпретации. Очевидно, что дальнейшее развитее и выход на новый уровень точности исследований в области физики резонансов легких адронов ( $e^+e^-$ -реакции в области  $\sqrt{s} \leq 3$  ГэВ, фазовый анализ  $3\pi^-$ ,  $\eta\pi\pi^-$ ,  $K\pi\pi^-$ ,  $K\bar{K}\pi$ -и т.д. – систем, образованных в различных реакциях) является совершенно необходимым для успешного развития теории сильных взаимодействий.

# ЛИТЕРАТУРА

1. Gerasimov S.B., Govorkov A.B. Z.Phys.C, 1982, 13, p.43.
2. Gerasimov S.B., Govorkov A.B. Z.Phys.C., 1985, 22, p. 61.
3. Hitlin D. Proc. 1983 Int.Symp. on Lepton and Photon Interactions at High Energies. Ithaka, N.Y.,1983, p. 746.
4. K pke L. Proc. Int. Europhysics Conf. on High Energy Physics, eds. L.Nitti and G.Preparata. Laterza Bari, 1985, p. 307.
5. Cooper S. ibid., p. 945; SLAC-PUB-3819, 1985 (T/E).
6. Chung S.U. et al. Phys.Rev.Lett.,1985, 55, p. 779.
7. Ando A. et al. KEK Preprint 85-15, 1985; 86-8, 1986.
8. Dolinsky S.I. et al. Phys.Lett. B, 1986, 174, p. 453.
9. Курдадзе Л.М. и др. Письма в ЖЭТФ, 1986, 43, стр. 497.
10. Particle Data Group. Rev.Mod.Phys.,1984, 56, Part II.
11. Spinetti M. Proc. 1979, Int.Symp. on Lepton and Photon Interactions at High Energies, eds. T.Kirk and H.D.Abardbanel. Fermilab, Batavia, 1979, p. 506.
12. Aston F. et al. Nucl.Phys.,1984, B247,p.261; SLAC-Pub.-3315 (1984).
13. Aihara H. et al. Phys.Rev.Lett.,1986, 57, p. 51.
14. Apel V.D. et al. Phys.Lett.,1979, B3B, p. 131.  
Stanton N. et al. Phys.Lett.,1980, 92B, p. 353.  
Daum C. et al.Z.Phys.,1981, 8C, p. 95.
15. Berger Ch. et al. Phys.Lett., 1984, 142B, p. 125.
16. Althoff M. et al. Phys.Lett., 1984, 147B, p. 487.
17. Kokkedee J.J. The Quark Model, W.A.Benjamin. Inc. ,New-Amsterdam, 1969.
18. Atherton H.W. et al. Phys.Lett.,1985, 158B, p. 81.

# SUM RULES FOR HEAVY QUARKONIA WITHOUT OPERATOR EXPANSION

E.V.Shuryak and O.V.Zhirov

Institute of Nuclear Physics, Novosibirsk, USSR

## 1. Introduction

Predictive power of various applications of QCD is nowadays strongly restricted by the fact, that the numerical value of its fundamental  $\Lambda$  parameter remains so far rather poorly known. The problem is to find an effect, which, at one hand, is purely perturbative, and, at another hand, can be accurately measured. In the present work such effect is the Coulomb-type interaction between quarks at sufficiently small distances.

In the limit of very large quark mass quarkonium states are essentially different from common hadrons, because the separation of quarks in them is much smaller than 1 fermi, the typical confinement length. So, from the first days of QCD it was argued<sup>/1/</sup> that such particles are bound essentially by perturbative Coulomb-type forces, with small and calculable corrections. Unfortunately, the size of charmonium and upsilon mesons is not sufficiently small, and nonperturbative effects are quite significant. This can be seen from the phenomenological potentials, extracted from data analysis<sup>/2/</sup>. In order to emphasize an ambiguity of the potential at small distances, we remind that among successful potentials there are those without any Coulomb-type term at all. Thus, the Coulomb forces among quarks have not been yet clearly observed.

In this work we discuss whether the data on  $e^+e^- \rightarrow b\bar{b}$  indicate the presence of Coulomb-type potential between  $b$  quarks at small distances and obtain some estimates of its strength. Unlike the previous works dealing with phenomenological potentials, we do not consider spectroscopy of stationary states. Instead, we study some virtual "wave packets", constructed out of stationary states and being much more compact than any of them. It is obvious that its properties are effected by Coulomb forces much stronger, while ambiguities related to nonperturbative effects are significantly reduced.

Investigations of such wave packets are the key element of the so-called QCD sum rules, suggested by Shifman, Vainshtein and Zakharov<sup>/3/</sup>. First considerations of upsilon system in this framework were made by Voloshin<sup>/4/</sup>, who has suggested to "freeze" the colour coupling at  $\alpha_s \approx 0.3$ .

The technical problem here is to evaluate the propagation amplitude, taking into account both (perturbatively modified) quark-antiquark Coulomb-type interaction and nonperturbative vacuum fields. Using the method based on numerical evaluation of the relevant path integral one of the authors has attempted such calculations for few models of QCD vacuum structure<sup>/5/</sup>. However, in this work the region of small distances was not studied in much detail, in particular, no attempts to fix the  $\Lambda$  parameter and the b-quark mass were made.

This problem was also addressed by Baier and Pineda<sup>/6,7/</sup>. In former work the perturbative part of the Green function was taken for pure Coulomb forces, with the coupling constant taken at some typical distance. In the latter work some more elaborate approach was suggested. These authors claim that the value of relevant parameters,  $m_b$  and  $\Lambda$  can be rather accurately fixed. However, as we show below, their results are obtained in the region, where the perturbative part of potential is meaningless.

The work is structured as follows. In section 2 we outline the sum rules used, and in section 3 we describe the method used for the evaluation of the Green functions, while the properties of potential under study are considered in section 4. Results of our calculations and data analysis are summarized in section 5.

## 2. Sum rules

The standard starting point of any sum rules is the dispersion relation for real and imaginary parts of the polarization operator:

$$\operatorname{Re} \Pi(Q^2) = \frac{1}{\pi} \int ds \frac{\operatorname{Im} \Pi(s)}{s + Q^2}$$

$$\Pi(Q^2)(q_\mu q_\nu - g_{\mu\nu} Q^2) = \int d^4x e^{iqx} K_{\mu\nu}(x), \quad Q^2 = -q^2 > 0, \quad (1)$$

$$K_{\mu\nu}(x) = \langle 0 | T \{ \bar{q}(x) \gamma_\mu q(x) \bar{q}(0) \gamma_\nu q(0) \} | 0 \rangle,$$

where the r.h.s. is known from experimental data on  $e^+e^-$  annihilation into b quarks

$$\operatorname{Im} \Pi(s) = \frac{s}{16\pi^2 \alpha_s^2 e_b^2} \epsilon(e^+e^- \rightarrow b\bar{b}, s) \quad (2)$$

(here  $\alpha = 1/137$  is the fine structure constant and  $e_b = -1/3$  is the b quark charge). Performing Fourier transformation from momentum to

coordinate space one has

$$K(\tau) = K_{\mu\mu}(x) \Big|_{x^2=\tau^2} = \frac{3}{16\pi^3\alpha^2 e_b^2} \int ds s^2 G(e^+e^- \rightarrow b\bar{b}, s) \mathcal{D}(s, x^2=\tau^2). \quad (3)$$

Here  $\tau$  is the so-called "euclidean time" (or distance) between two points at which the external electromagnetic currents affect the QCD vacuum. The function  $\mathcal{D}(s, x^2)$  is defined as

$$\mathcal{D}(s, x^2) = \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \frac{e^{-ipx}}{p^2 + s} = \frac{1}{4\pi} \left( \frac{s}{x^2} \right)^{1/2} K_1((x^2 s)^{1/2}) \quad (4)$$

( $K_1$  is the modified Bessel function) and it is just the amplitude of propagation of the particle of mass  $s^{1/2}$  from one space-time point to another. So, the physical meaning of relation (3) is selfevident.

The correlation function  $K(\tau)$  is the main quantity we deal with, but it varies very strongly over the region of  $\tau$  under investigation. Therefore, we consider its logarithmic derivative

$$E(\tau) = - \frac{d \ln K(\tau)}{d\tau}. \quad (5)$$

Note, that this quantity has simple physical meaning, representing some average energy of the virtual wave packet with the lifetime  $\tau$ . In particular, at large  $\tau$  this quantity tends to the mass of upsilon meson. In order to get rid of trivial kinematical contributions we additionally subtract from (5) the logarithmic derivative of free quark propagator squared (with the mass  $m_b = 4.9$  GeV):

$$F(\tau) = E(\tau) - \left[ - \frac{d}{d\tau} \ln K^{\text{free}}(\tau) \right]. \quad (6)$$

Thus, this quantity is nonzero only either due to interaction between quarks, or to deviations of their masses from this reference value. Roughly speaking, we have subtracted from the measured energy of the packet the part, corresponding to quark kinetic energy.

At this point is meaningful to consider the magnitude of relativistic corrections. There are nontrivial effects like the spin forces, retarding potentials, etc., which is very difficult to take into account. Kinematical relativistic effects are much simpler, and we may estimate their magnitude by the following simple trick. We may subtract the logarithmic derivative corresponding either to relativistic free propagators or to its nonrelativistic version. The results are presented in Fig.1 by the shaded region and the dashed line, respectively. The conclusion is that nonrelativistic treatment of the problem is inadequate at  $\tau \lesssim 1 \text{ GeV}^{-1}$ .

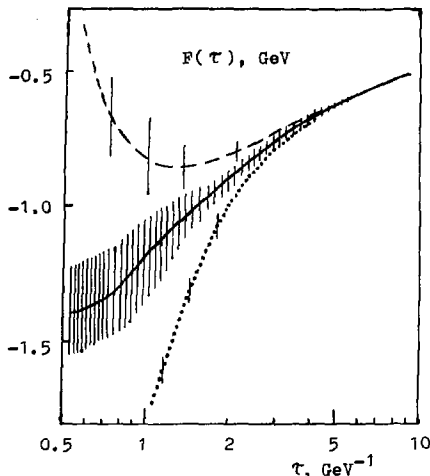
The parametrization used for resonance and continuum structure is as follows

$$G(e^+e^- \rightarrow b\bar{b}) = \sum_{i=0}^3 \frac{12\pi^2 \Gamma_{\ell i} \delta(s - M_i^2)}{M_i} + \frac{4\pi\alpha^2}{s} R_b \cdot \theta(s - s_0), \quad (7)$$

where leptonic widths  $\Gamma_{\ell i}$  and masses  $M_i$  of upsilons are taken from

Fig. 1. The logarithmic derivative of the correlation function  $F(\tau) = -d/d\tau(\log(K(\tau)))$  minus that for the propagation of two noninteracting quarks with the mass  $m_b = 4.9$  GeV.

The shaded regions show the experimental errors. The dashed curve shows what happens if the quark propagators are taken in nonrelativistic approximation. The dotted curve shows what happens if one ignores the contribution of states in continuum energy region.



Particle Data<sup>8/</sup>, while for continuum we use  $R_b = 0.31 \pm 0.06$ <sup>9/</sup> and assume that it starts just from the mass of  $\Upsilon^{mb}$  state.

### 3. Method of calculations

We have to calculate the propagation amplitude of two quarks, coming from one point to another at distance  $\tau$ . Accepting nonrelativistic approximation and assuming the interaction to be described by some potential  $V(x)$ , we use well-known Dirac-Feynman representation for the propagation amplitude in terms of path integral

$$\frac{K(\tau)}{K^{free}(\tau)} = \frac{\int Dx[t] \exp \left\{ - \int_0^\tau dt \left[ \frac{m_1^2}{2} + \frac{m_2^2}{2} + V(x_1 - x_2) \right] \right\}}{\int Dx[t] \exp \left\{ - \int_0^\tau dt \left[ \frac{m_1^2}{2} + \frac{m_2^2}{2} \right] \right\}} = \left\langle \exp \left\{ - \int_0^\tau dt V(x_1 - x_2) \right\} \right\rangle_{\text{free paths}}, \quad (8)$$

where  $\langle \dots \rangle$  free paths means the average over path ensemble of free (noninteracting) quarks. The paths for free propagation can be generated directly, and then one needs only to average out the factor related with mutual interaction.

As we show below, this simple method provides sufficiently accurate results, which were tested, e.g., for the case of pure Coulomb forces, for which the analytic results are known. We have also applied

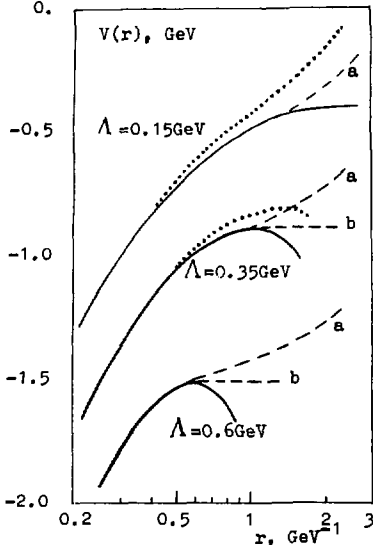
this method to the phenomenological potentials discussed in literature and have compared our results with those found in original papers. No significant deviations were found.

Since this method is applicable to any potential, one can also check various approximations used in previous works. But beforehand let us outline the region of parameters, where the effects of perturbative part of QCD motivated potential dominate, and can be adequately treated.

#### 4. Potentials

At small distances one-gluon exchange and asymptotic freedom leads to the following "running coupling" potential

0.



$$V(r) = \frac{4}{3} \frac{2\pi}{r b_0 \ln(\Lambda r)} = -\frac{4}{3} \frac{\alpha_s(r)}{r}. \quad (9)$$

The two-loop calculations made in refs.<sup>10,11/</sup> relate our parameter  $\Lambda$  to more standard definitions, e.g.,  $\Lambda = 2.63 \Lambda_{\overline{MS}}$ . (We have disregarded the term  $\log(\log(r\Lambda))$ , also appearing in two-loop approximation, which is numerically unimportant at distances under consideration).

It is tempting to neglect the first log too, and substitute this potential by pure Coulomb with some fixed coupling. However, in spite of the fact that the deviations from pure Coulomb potential are slowly varying, the Green function depends on potential exponentially, thus the effect of this log is quite noticeable.

The main problem we address now is to fix the applicability limits of this potential for b

Fig.2. The set of potentials under consideration. Solid curves show the "running coupling" potential given by eq.(9), while dashed and dotted ones correspond to its different redefinition near the infrared pole (see text).

quarks. As soon as one approaches the distance  $r = 1/(e\Lambda)$  ( $e = 2.71...$ ) the potential (9) has a maximum (see, Fig.2), and at larger distances

attraction between the quark and antiquark changes to repulsion. Obviously, this is an artifact, and some physical effects should modify the interaction earlier.

Some simple-minded ways to "cure" this expression are shown in Fig.2 by dashed lines: (a) correspond to condition, that the force is equal to standard string tension, while (b) assume for potential to be constant to the right from the maximum. Theoretically, the problem is how to take into account the nonperturbative effects. As noted by Voloshin<sup>/4/</sup>, at small enough distances their effect is essentially non-potential.

Indeed, the potential is meaningful if the typical period of quark motion is large compared to correlation time of nonperturbative fields. If vacuum is mainly populated by small-size vacuum fluctuations (e.g., the instantons) this approach can be meaningful. In the instantons case the potential was calculated in ref.<sup>/12/</sup> and substituting here numbers from phenomenological analysis<sup>/13/</sup> we have the following corrections to potential

$$\Delta V(r) = 11.27 r^2 \int \frac{d\rho}{\rho^5} D(\rho) \approx$$

$$\approx 3.6 \cdot 10^{-2} r^2 \langle G_{\mu\nu}^2 \rangle \rho_s \sim 5.8 \cdot 10^{-2} r^2$$

$$\rho_s \sim 1.6 \text{ GeV}^{-1}, \quad \langle g^2 G_{\mu\nu}^2 \rangle \sim (6 \text{ GeV})^4 (10)$$

The sum of (9) and (10) is shown in Fig.2 by dotted curve.

The question we discuss now where the ambiguity of the potential is relevant. In Fig.3 the results of calculations of  $F(\tau)$  for these potentials are shown. We also have displayed by dot-dashed curve a nonpotential correction found by Voloshin, which corre-

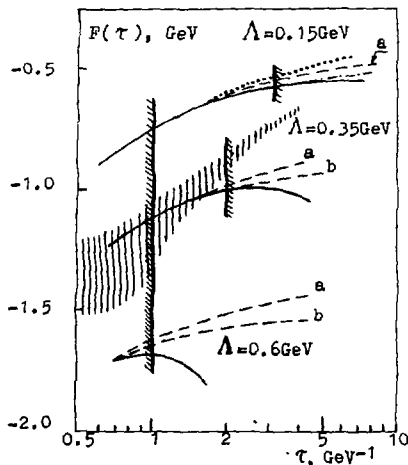


Fig.3. The same quantity as in Fig.1. The curves are calculated for the set of potentials shown in Fig.2. The dot-dashed curve shows the magnitude of nonpotential contribution given by eq.(11). The left bound ( $\tau \sim 1 \text{ GeV}^{-1}$ ) arises because of relativistic effects and right bounds indicate places, where nonperturbative effects seem to be dominant.

ponds to vacuum model with very long-range nonperturbative field.

$$\Delta F(\tau) \simeq \frac{3}{4} \frac{\tau^2}{m_b} e^{-0.8\tau} \left(1 - \frac{2}{15}\tau\right) \cdot \eta, \\ \Gamma \simeq \frac{2}{3} \alpha_s \cdot (m\tau)^{1/2}, \quad \eta = \left\langle \frac{\alpha_s}{2\pi} G_{\mu\nu}^2 \right\rangle. \quad (11)$$

This considerations allow us to fix the bound of the "window" to be used in our analysis. (Note, that with an increase in  $\lambda$  this window disappears).

Voloshin<sup>/4/</sup> had used the Green functions corresponding to pure Coulomb potential, with  $\alpha_s$  being fixed at 0.3. Baier and Pinelis<sup>/6/</sup> have used the same Coulomb formulae, but substituting  $\alpha_s$  by its value corresponding to some typical distance  $\alpha_s = \alpha_s(r_0)$  with  $r_0$  depending on  $\tau$ . Later<sup>/7/</sup> they have improved this approximation, introducing more elaborated definition of  $r_0(\tau)$ . In particular, it corresponds to approximate potential of the form

$$V(r) \simeq V_0(r) + \Delta V(r) = -\frac{4}{3} \frac{\alpha_s(r_0)}{r} \left(1 + \frac{b_1(r/r_0)}{b_1(\Lambda r_0)}\right), \quad (12)$$

where  $r_0(\tau)$  is taken from the condition that first order correction in  $\Delta V$  to the Green function vanishes. So, the neglected terms are of order  $(\Delta V)^2$ .

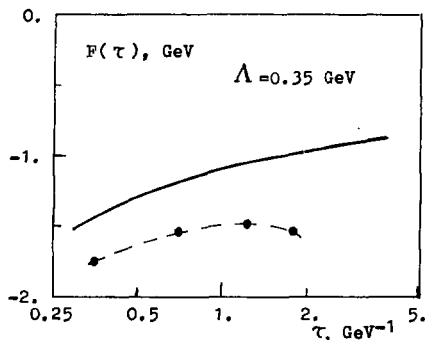


Fig.4. Our numerical results for  $F(\tau)$  shown by points versus approximate analytical formula taken from refs.6,7. Dashed line is to guide the eye through our points.

In Fig.4 we plot  $F(\tau)$  calculated in these approximations and for the original "running coupling" potential (9). It is seen, that at small  $\tau$  the results are qualitatively consistent, while for  $\tau = 2 - 5 \text{ GeV}^{-1}$  used for data fit in <sup>/6,7/</sup> error in the packet energy  $F(\tau)$  is  $0.5-1 \text{ GeV}$ , being much larger than the accuracy claimed ( $2m_b = 9.82 \pm 0.14 \text{ GeV}$ ). The reason for such bad accuracy is connected with the fact, that, with large value of  $\Lambda \sim 0.5 \text{ GeV}$  used in <sup>/7/</sup> at such distances one comes into the strong coupling region  $\alpha_s \sim 1$ , where all perturbative expansions are meaningless.

## 5. Results

We start with consideration of the phenomenological potentials suggested for charmonium and upsilon systems. As some limiting case we have chosen the so-called Martin potential<sup>/14/</sup>

$$V(r) = -8.064 + 6.8694 \cdot r^{2.1} \quad (13)$$

and Cornell potential<sup>/15/</sup>

$$V(r) = -\frac{0.52}{r} + 0.18 \cdot r. \quad (14)$$

The former does not possess any Coulomb term, while for the latter it is rather large.

Making comparison with the data one should take into account the following general fact. The small shift of the potential  $V(r)$  by some constant  $\delta V$  is practically undistinguishable from the same shift in the quark mass  $\delta m_b = -\delta V/2$ . In other terms, we know the total energy of our virtual packet, but do not know how to split it into the quark mass and the potential energy.

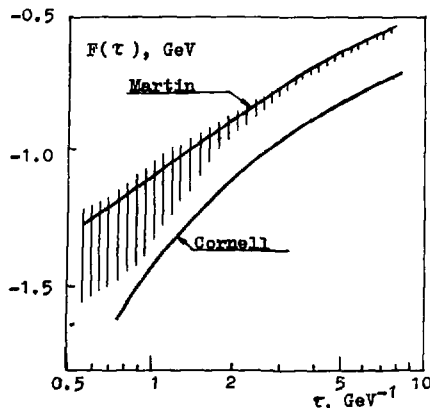


Fig.5. The same quantity as in Fig.1. The curves correspond to Martin's potential and Cornell one (see text)

Experimentally allowed region is shown in Fig.5 by the shaded band, while the two curves correspond to potentials (13) and (14). It is seen that the Martin's potential agrees well with data, while for Cornell one a shift in quark mass by about 70 MeV (compared to that indicated in the original work) also leads to a good description of data. Note however, that the slope of these two curves at small  $\tau$  is quite different. Therefore, with better data on  $e^+e^-$  annihilation into beauty above the threshold one may hope to obtain purely expe-

perimental constraints on the shape of the phenomenological potential at small distances.

The same problem can be considered from another, more theoretical side. We know that QCD prescribes the potential to be equal to "running coupling" potential (9) at small distances. Assuming this, can we fix the parameter  $\Lambda$ ? Note, that the fit should be done inside the "window", where one can neglect both relativistic and non-perturbative effects. We have already discuss its bounds in section 4.

It is seen, we can at least fix the sum of the quark mass and the potential depth. In Fig.3 our results for the logarithmic derivative  $F(\tau)$  for various lambdas are compared with data. Making the vertical shift (mass adjustment) one can fit the data inside the "window". Accuracy is of the order of 0.1 GeV, both for the data themselves and for the fit. This fit is then translated to the strip of values for the b-quark mass and lambda parameter plotted in Fig.6. Our strip ends up at large enough lambda (dashed region), where the "window" disappears.

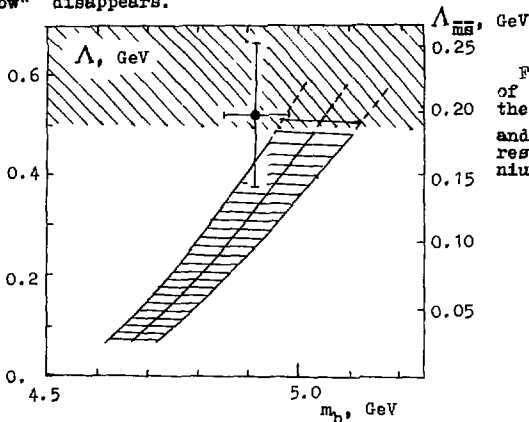


Fig.6. Our estimates of allowed values for the b-quark mass  $m_b$  and QCD parameter  $\Lambda$ , resulting from bottomium sum rules.

The point shown in this plot is taken from ref.<sup>/7/</sup>. However, let us note, that in refs.<sup>/6,7/</sup> the correlator has been fitted to data inside too wide region of  $\tau = 2-5 \text{ GeV}^{-1}$ . For a rather large value of  $\Lambda \sim 0.5 \text{ GeV}$  ( $\Lambda_{\overline{MS}} \sim 0.2 \text{ GeV}$ ) obtained by their fit this region lies obviously outside the allowed "window". Moreover, as is shown above, the analytical approach developed in ref.<sup>/7/</sup> fails in this region as well. (Note, that our numerical results contrasted to this analytical approach have recently been tested and confirmed in the work<sup>/16/</sup> done by completely different numerical method).

In conclusion, our main result of investigations of sum rules for  $\epsilon$  system is that, unlike for all other known hadrons, there exist a possibility to consider the wave packet being neither too large to be affected by nonperturbative effects, nor too small for nonrelativistic approach to be meaningless. Available data fix the total energy of such packet with the accuracy of the order 0.1 GeV.

This observation put important but only constraint on both the quark mass and magnitude of Coulomb-type potential. Unfortunately, experimental and theoretical uncertainties are too large to fix each of them independently. With better data and account for relativistic corrections one may hope to extend the "window" and make better fit, fixing not only the absolute magnitude of  $F(\tau)$  in it, but its slope too. Only this way may allow to obtain stronger restrictions on parameters under investigation and, in particular, extract  $m_b$  and  $\Lambda$  separately.

#### References.

1. T.Appelquist and H.D.Politzer. Phys.Rev.Lett., 1975, v.34, p.43.
2. A.Bykov, I.M.Dremin and A.V.Leonidov. Uspekhi Fiz. Nauk SSSR, 1984, v.143, p.3.
3. C.Quigg and J.L.Rosner. Phys.Rep., 1979, v.56, p.167.
4. M.A.Shifman, A.I.Vainstein and V.I.Zakharov. Nucl.Phys., 1979, v.B147, pp.385,448.
5. M.B.Voloshin. Yadern.Fiz., 1979, v.29, p.1368; Nucl.Phys., 1979, v.B154, p.365; Yadern.Fiz., 1981, v.34, p.310.
6. E.V.Shuryak. Phys.Lett., 1984, v.136B, p.269.
7. V.N.Baier and Yu.F.Pinelis. Small size vacuum fluctuations and QCD sum rules. Preprint INF 82-115. Novosibirsk, 1982.
8. V.N.Baier and Yu.F.Pinelis. Phys.Lett., 1984, v.148B, p.177.
9. Particle Data Group. Rev.Mod.Phys., 1984, v.56, p.s1.
10. E.Rice et al. Phys.Rev.Lett., 1982, v.48, p.906.
11. W.Buchmuller et al. Phys.Rev.Lett., 1980, v.45, p.103.
12. W.Fishler. Nucl.Phys., 1977, v.B129, p.157.
13. W.Celmaster et al. Phys.Rev., 1978, v.D17, p.879.
14. C.G.Callan et al. Phys.Rev., 1978, v.D18, p.4/84.
15. E.V.Shuryak. Nucl.Phys., 1982, v.B203, p.93.
16. A.Martin. Phys.Lett., 1981, v.100B, p.511.
17. E.Eichten et al. Phys.Rev., 1980, v.D21, p.203.
18. A.I.Milstein. On the Green function calculation for heavy quarkonium potential models. Preprint INF 86-67, Novosibirsk, 1986.

## ТОПОНИЙ

И. М. Дремин

Физический институт им. П. Н. Лебедева АН СССР, Москва

### I. Введение

Открытие нерелятивистских систем  $J/\psi$ - и  $\Upsilon$ -мезонов, состоящих из  $c\bar{c}$ - и  $b\bar{b}$ -кварков, явилось важным результатом, подтверждающим основные представления о кварках. Вместе с тем попытки их трактовки с помощью потенциальных моделей показали, что свойства этих семейств мезонов пока не поддаются полному описанию в рамках квантовой хромодинамики — спектроскопия этих семейств воспроизводится достаточно хорошо чисто феноменологическими потенциалами, или, другими словами, хорошо известная часть потенциала, доминирующая на малых расстояниях и задаваемая свойством асимптотической свободы, не является главной на расстояниях, типичных для семейств чармония и боттомония, и требуется вводить заметный вклад удерживающего потенциала, который, естественно, не выводится непосредственно из теории, а задается феноменологически. Переход к более тяжелым системам — семейству топония, состоящего из топ-кварка и его антикварка, — позволит существенно уменьшить эффективные расстояния, непосредственно проверив одно из основных следствий КХД — свойство асимптотической свободы, и перейти в область, где важны электрослабые взаимодействия. Имеющиеся сейчас экспериментальные данные указывают, что топоний заведомо тяжелее 46 ГэВ и, видимо, лежит в интервале от 60 до 100 ГэВ. Это означает, что удастся проверить предсказания КХД на расстояниях порядка (и даже несколько меньше)  $0,1 \text{ фм}$ .

Специфика малых расстояний состоит в том, что в случае топония возникают новые возможности проверки теории, не доступные для чармония и боттомония. Помимо чисто спектроскопических исследований (энергетические уровни) и изучения обычных адронных, лептонных, по-

дулептонных распадов и радиационных переходов в топонии будут изучаться вопросы теории слабых взаимодействий - интерференция с нейтральным промежуточным бозоном, роль слабых распадов топ-кварка, а также рождение хиггсовских бозонов и суперсимметричных партнеров обычных частиц.

Основным ориентиром при определении спектроскопии топония по-прежнему является потенциальная модель. Вид потенциала можно будет фиксировать по сведениям о низколежащих уровнях топония, и можно надеяться, что эти сведения впервые дадут нам важную физическую информацию о характере перехода от токовых к конституентным кваркам. Таким образом, наши надежды на новизну физики топония заставляют с нетерпением ожидать появления первых данных о нем.

Мы не будем обсуждать здесь проблему рождения топония, роль энергетического разброса пучков, отношение сигнала к шуму, выделение отдельных каналов распада. Укажем лишь, что выводы специалистов сводятся к тому, что, несмотря на неблагоприятное отношение сигнала к фону, число событий с рождением топония будет достаточно велико и физическая программа исследований вполне реалистична<sup>1/</sup>.

## 2. Что известно о чармонии и боттомонии

Свойства семейств мезонов, состоящих из  $(c\bar{c})$ -и  $(b\bar{b})$ -кварков, сейчас уже достаточно хорошо (хотя и не полностью) изучены и описаны. Поэтому мы ограничимся лишь кратким напоминанием, подчеркивая общие характерные черты, которые, как можно надеяться, будут обнаружены и в топонии.

В  $e^+e^-$ -соударениях рождаются непосредственно только  $^3S_1$ -состояния. Расщепление триплетов  $\chi$ -уровней ( $^3P_J$ ) обусловлено спин-орбитальным взаимодействием, а сдвиг  $\eta$ -уровней ( $^1S_0$ ) относительно  $^2S_1$  - спин-спиновым взаимодействием, т.е. оба являются следствием релятивистских эффектов, не учитываемых непосредственно уравнением Шредингера.

Наиболее интересны данные об относительном расположении  $1S$ -,  $2S$ - и  $1P$ -уровней. В кварковых  $1P$ -уровни оказываются между  $1S$  и  $2S$  (в атоме водорода уровни  $2S$  и  $1P$  вырождены). Расщепления уровней  $2S-1P$  почти одинаковы в этих двух семействах.

Многообразны сведения и о ширинах распадов чармония и боттомония. Укажем лишь важную общую особенность - все ширины в семействе чармония обычно заметно больше соответствующих ширины в боттомонии.

### 3. Общие свойства потенциальных моделей

Нерелятивистскую систему из двух тел описывают уравнением Шредингера. Чтобы решить его, надо знать вид потенциала  $V(r)$  и величину приведенной массы  $\mu$ . Поскольку кварки не наблюдаются в свободном состоянии, их массы недостаточно точно определены, и потому величина  $\mu$  обычно рассматривается как свободный параметр, определяемый из спектра соответствующего семейства кваркония.

Еще больший — функциональный — произвол имеется в выборе потенциала взаимодействия  $V(r)$  — кварка с антикварком в кварконии. Из условия описания многочисленных экспериментальных данных можно практически однозначно определить форму потенциала в некотором ограниченном интервале изучаемых расстояний, что позволяет надеяться на получение важных сведений о характере взаимодействия кварков в данной области.

Простейшие качественные следствия о взаимодействии кварков в кваркониях можно получить, зная лишь свойства самых нижних уровней этой системы и не описывая пока всей совокупности экспериментальных данных. Многие общие соотношения следуют (даже без задания конкретного потенциала) из теоремы вронскиана (например, о числе узлов волновой функции) и описаны в учебниках по квантовой механике.

Новый, очень интересный результат<sup>12)</sup> касается порядка уровней квантовых связанных систем. В случае некулоновского потенциала уровни  $E(n, \ell)$  с одинаковым главным квантовым числом  $n$  и разными  $\ell$  различны, причем  $E(n, \ell+1) < E(n, \ell)^*$  в случае "вогнутого" по отношению к кулоновскому потенциалу, т.е.

$$\Delta_r V = \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dV}{dr} \right) > 0. \quad (I)$$

Соответственно, случай  $E(n, \ell) < E(n, \ell+1)$  отвечает тому, что  $\Delta_r V < 0$  для растущих потенциалов  $dV/dr > 0$ . Простейший пример: обнаружив, что  $1P$ -уровень лежит ниже  $2S$ -уровня, легко сделать вывод, что  $\Delta_r V$  не может быть всюду отрицательным.

Другие соотношения получаются, например, из условия, что  $1D$ -уровень лежит выше  $2S$ :

$$\frac{d}{dr} \left( \frac{1}{r} \frac{dV}{dr} \right) < 0, \quad (2)$$

---

\* Экспериментальные сведения о кваркониях отвечают этому случаю, как мы видели в предыдущем разделе.

или  $1F$ -уровень находится выше  $2S$  :

$$r \frac{d^2 V}{dr^2} - 3 \frac{dV}{dr} < 0. \quad (3)$$

Для низших состояний системы из кварка и антикварка можно получить условие применимости нерелятивистского описания, используя такие общие соотношения, как теорему вириала и соотношение неопределенности.

Как известно, теорема вириала связывает среднее значение кинетической энергии  $T$  системы с потенциальной энергией следующим образом:

$$\langle T \rangle = \frac{1}{2} \langle r \frac{dV}{dr} \rangle, \quad (4)$$

а соотношение неопределенности дает

$$\langle p^2 \rangle^{1/2} \cdot \langle r^2 \rangle^{1/2} \gtrsim 1. \quad (5)$$

При дальнейших качественных оценках мы будем всюду пренебрегать дисперсией соответствующих величин, т.е. полагать  $\langle p^2 \rangle^{1/2} \sim \langle p \rangle$ ,  $\langle p \rangle \langle r \rangle \sim \langle pr \rangle$  и т.д. Нас будут интересовать только общие качественные зависимости от радиуса системы и кривизны потенциала. При этом из (4) и (5) нетрудно получить

$$v \sim \left( r^2 \frac{dV}{dr} \right), \quad (6)$$

$$\mu \sim \left\langle r^2 \frac{dV}{dr} \right\rangle^{-1}, \quad (7)$$

где  $v$  - скорость кварков в кваркони.

Из соотношения (6) и условия (I), например, следует, что для систем, у которых  $1F$ -уровень лежит ниже  $2S$ -уровня, средние скорости в них растут с увеличением их размеров (от боттомония к чармонию).

Из уравнения Шредингера можно получить общее соотношение для  $S$ -волновых функций:

$$|R(0)|^2 = 2\mu \left\langle \frac{dV}{dr} \right\rangle. \quad (8)$$

Это соотношение оказывается важным для понимания качественных закономерностей в поведении лептонных ширины  $\Gamma_e$   $S$ -уровней кваркония, которые (с учетом (7), (8)) очень чувствительны к величине производной потенциала:

$$\Gamma_e^{(s)} \sim |R(0)|^2/\mu^2 \sim \langle r^3 \left(\frac{dV}{dr}\right)^2 \rangle. \quad (9)$$

Поскольку в ограниченной области расстояний всегда можно аппроксимировать поведение потенциала некой степенной зависимостью:

$$V(r) = \alpha \cdot r^\varepsilon, \quad (10)$$

интересно выписать соотношения для разных величин в терминах  $\mu$ ,  $\alpha$  и  $\varepsilon$  (см. /3/):

$$\langle T \rangle = \frac{\varepsilon}{2} \langle V \rangle = \frac{\varepsilon E}{2+\varepsilon}, \quad (11)$$

$$|R(0)|^2 \sim (\mu |\alpha|)^{3/2+\varepsilon}, \quad (12)$$

$$\Delta E \sim \mu^{-\varepsilon/2+\varepsilon} \alpha^{3/2+\varepsilon}, \quad (13)$$

$$\Gamma_e^{(s)} \sim \mu^{-\frac{1+2\varepsilon}{2+\varepsilon}} |\alpha|^{3/2+\varepsilon}, \quad (14)$$

$$\Gamma(E_f) \sim \mu^{-[2j(1+\varepsilon)+\varepsilon]/2+\varepsilon} |\alpha|^{2(j+1)/2+\varepsilon}. \quad (15)$$

Чармоний и боттомоний хорошо описываются потенциалом с  $\varepsilon \approx 0,1$  и  $\alpha \approx \text{const}$ . Поэтому основные представления о поведении соответствующих величин для этих систем можно получить из формул (II)–(15) при этих значениях  $\varepsilon$  и  $\alpha$ . Переход к топонии соответствует изменению величины  $\varepsilon$  в этих формулах и приближению её к значению  $\varepsilon \approx -1$  (если мы верим в КХД и асимптотическую свободу). Соотношения (II)–(15) дают ориентир и для топония.

#### 4. Спектроскопия топония

Число уровней топония, лежащих под порогом рождения частиц с открытым топом, оказывается заметно больше, чем в чармонии или боттомонии /3/. Только  $^3S_1$ -уровней, непосредственно наблюдаемых в  $e^+e^-$ -аннигиляции, может быть от 8 до 12 (при массах, соответственно, около 60 и 100 ГэВ). Если оценивать общее число уровней с учетом тонкого и сверхтонкого расщеплений, то их будет свыше 200 (а при массе 90 ГэВ – около 400). Однако это богатство, видимо,

долго останется практически нетронутым, поскольку расстояния между уровнями будут намного меньше энергетической ширины первичного пучка и их взаимное разделение оказывается затрудненным <sup>ж</sup>. Поэтому основные надежды связаны с низшими, хорошо разделенными уровнями и их модами распада. К счастью, именно они наиболее чувствительны к области малых расстояний и дают важную информацию о всей системе в целом. Основные сведения о поведении потенциала на малых расстояниях станут известны, как только удастся измерить массы и лептонные ширины  $1S$ - и  $2S$ -уровней, а затем и положение  $1P$ -уровней. Мы рассмотрим три существенно разные возможности.

А. Если расстояние между уровнями окажется большим (от 800 МэВ до 1 ГэВ), то это будет свидетельством достаточно крутого (в среднем) поведения потенциала. Большая лептонная ширина  $1S$ -уровня (от 5 до 7 кэВ) при этом указывала бы на то, что этот уровень находится сравнительно глубоко, а малое отношение ( $\sim 0,3$ ) лептонных ширины  $2S$ - и  $1S$ -состояний - на то, что они заметно отличны по своей пространственной протяженности (см. (9), (14)). Это требовало бы плавного поведения потенциала типа асимптотически-свободного со сравнительно большим значением  $\Lambda$  ( $\sim 400 - 500$  МэВ).

Б. Если же окажется, что при столь же большом расстоянии между уровнями лептонная ширина  $1S$ -уровня несколько ниже ( $\sim 3,5$  кэВ) при достаточно большом отношении ширины  $2S$ - и  $1S$ -уровней ( $\sim 0,5 - 0,6$ ), то это будет говорить о неравномерности спада потенциала. Такой потенциал со "ступенькой", обусловленной изменением массы кварка с расстоянием, т.е. переходом от токовых к конститuentным кваркам, был рассмотрен в работе <sup>14/</sup>.

В. Наконец, имеет возможность (которая представляется маловероятной), что в области малых расстояний продолжает работать экстраполяция потенциала квазилогарифмического типа. Это приводило бы к малым расщеплениям ( $\sim 500$  МэВ) и малым лептонным ширинам ( $\sim 1$  кэВ для  $1S$ -уровня и  $\sim 0,5$  кэВ для  $2S$ -уровня).

Дополнительные важные сведения можно получить, измерив положение  $1P$ -уровней. Их центр тяжести слабо сдвинут по отношению к  $2S$ -уровню как в асимптотически-свободном монотонном потенциале ( $\sim 100$  МэВ), так и в квазилогарифмическом потенциале. В то же время потенциал со ступенькой предсказывает намного большее расщеп-

---

<sup>ж</sup> Согласно оценкам, тонкое и сверхтонкое расщепления составит (с точностью до множителя 2) около 10 МэВ, тогда как ширина пучка - порядка 50 МэВ, однако величину расщеплений можно оценить, измеряя энергии фотонов.

ление ( $\sim 300$  МэВ). В первом случае обнаружить  $1P$ -уровень по переходам  $\theta' \rightarrow \gamma \chi_c$  можно будет (при брэнчинге около нескольких процентов) только, если масса топония ниже 90 ГэВ, тогда как при ступенчатом потенциале ширина распада  $\theta' \rightarrow \gamma \chi_c$  будет составлять заметную долю полной ширины и переход будет четко виден.

Интересная экзотическая возможность связана с прямым наблюдением рождения  $1P$ -резонансов за счет аксиальной векторной связи  $Z^0$  в случае, если  $1P$  и  $Z^0$  практически вырождены по массам  $1/1$ .

Итак, по-видимому, самые первые исследования относительного расположения уровней  $1S$ ,  $2S$ ,  $1P$  в топонии и изучение их лептонных ширин приведут к выяснению вопросов об асимптотической свободе и свойствах перехода от токовых кварков к конститuentным (т.е. о структуре кварков).

## 5. Распады топония

Если в чармонии и боттомонии преобладали чисто адронные моды распада (на кварк-антикварк и на три глюона), то в топонии эти моды распада менее важны  $1/5$ . Они доминируют лишь до масс около 70 ГэВ для  $1S$ -состояний (при несколько меньшем вкладе третглюонных процессов). Затем - от 70 ГэВ до 85 ГэВ - сравнимыми становятся слабые распады топ-кварка (они же доминируют при массах свыше 105 ГэВ). В области, близкой к массе нейтрального промежуточного бозона (от 85 до 105 ГэВ), будут, в основном, играть роль двухструйные (кварк + антикварк) адронные процессы и достаточно важным становится нейтринный канал.

Для  $2S$ -состояния эти процессы важны лишь в еще более узкой области вокруг  $Z^0$ , а роль слабых распадов топ-кварка усиливается.

Все остальные процессы имеют значительно меньшие брэнчинги. Здесь важно лишь заметить, что при монотонных потенциалах радиационные переходы из  $2S$ - в  $1P$ -состояние идут на уровне от 7% до 0,3% при массах от 60 до 90 ГэВ, резко уменьшаясь с ростом массы, что не позволяет использовать их для определения массы  $1P$ -состояния, если она окажется заметно больше. Эти оценки приведены для асимптотически-свободного потенциала без ступеньки. При наличии скачка расщепление уровней увеличивается примерно втрое, а значит, радиационная ширина возрастает в 30 раз, т.е. становится сравнимой с полной шириной (или же на уровне 30%), а значит, обнаружение  $1P$ -уровня заметно облегчается.

На уровне нескольких процентов (т.е. на порядок ниже, чем слабые распады топ) могут наблюдаться распады на нейтральный хиггсовс-

кий скаляр и фотон. Интересная (хотя и маловероятная) возможность должна немедленно обнаружить себя, если существует заряженный хиггсовский скаляр. Тогда распад топ-кварка на боттом-кварк и эту частицу (если он энергетически возможен) будет доминирующим по отношению вообще ко всем распадам.

$1P$ -резонанс распадается примерно поровну за счет радиационного перехода в  $1S$  и слабого распада топ-кварка.

Интересную структуру можно будет, в принципе, наблюдать <sup>/5/</sup> в поведении доли мюонных распадов вблизи области  $Z^0$ , если в эту же область попадают и уровни семейства топония. В этом случае появляется деструктивная интерференция. Если в отсутствие уровней отношение сечения рождения мюонной пары к его теоретико-возмущенческому значению (за счет обмена фотоном) растет резонансным образом, достигая в максимуме значения 200 (при массе  $Z^0$ ), то при наличии интерференции на этой резонансной кривой появится дополнительная структура в виде очень узких пиков и провалов, которая сглаживается за счет энергетического разброса первичного пучка.

Естественно, большой интерес представляло бы обнаружение суперсимметричных частиц. В зависимости от массы кваркино и глюино суперсимметрия может либо практически не играть роли в распадах топония (большие массы), либо полностью изменить картину его распадов (малые массы).

Измерение поляризации топония по слабым распадам топ-кварка позволит определить силу связи нейтрального тока с топ-кварком (т.е.  $\sin^2 \theta_w$ ) с высокой точностью. Заметим, что такие измерения могут быть проделаны разными путями <sup>/1/</sup>.

## 6. Выводы

Подведем итоги. Какие же новые явления мы надеемся <sup>/1,6/</sup> обнаружить, проникнув в новую область малых расстояний?

Во-первых, конечно, наибольший интерес представляло бы обнаружение нейтрального хиггсовского скаляра. Это окажется реальным, если масса хиггсовской частицы не превысит  $70 \pm 90\%$  от массы топония. Точность определения её массы при этом может быть даже лучше  $1 \text{ ГэВ}$  <sup>/1/</sup>.

Что касается заряженных хиггсовских частиц, то их обнаружение в той же области масс весьма просто, если только они существуют вообще.

Во-вторых, открытие суперсимметричных партнеров обычных частиц привело бы к "реальной жизни" новой области физики - суперсимметрии.

В-третьих, специфика спектроскопии топония могла бы дать сведе-

ния о новой физике - структурности кварков, свойствах перехода от токовых к конститuentным кваркам и роли динамической массы кварка на малых расстояниях /4,6/. В частности, это могло бы помочь и в решении проблемы киральной симметрии у легких кварков.

В-четвертых, распады топония на нейтрино и антинейтрино могут дать сведения о числе сортов нейтрино, открыв физику новых поколений.

Может быть, менее "новыми" и принципиальными для развития теории, но весьма важными представляются и другие направления исследования:

1. Измерение долей распадов топ-кварка позволит оценить его время жизни и определить элемент матрицы Кобаяши-Маскава  $V_{tb}$  (а также, возможно,  $V_{ts}$  и  $V_{td}$ ).

2. Спектроскопия и моды распада нижних уровней семейства топония решат (впервые непосредственно!) вопрос об асимптотической свободе и позволят из спектроскопических данных определить константу

$\Lambda_{\overline{MS}}$ .

3. Спектроскопия высоколежащих уровней топония важна для дополнительной проверки независимости межкваркового потенциала от аромата.

4. Измерение асимметрии поляризаций позволит определить силу связи нейтрального тока с топ-кварком, т.е. независимо измерить  $\sin^2 \theta_W$  (указывается, что достижима точность на уровне  $4 \cdot 10^{-3}$  /1/), а кроме того, еще раз проверить заряд кварка и его изоспин.

#### Литература

1. Buchmüller W. et al. - Preprint MPI-PAE/PTh 85/85, 1985.
2. Martin A. - Preprint CERN TH 6604, 1985.
3. Quigg C., Rosner J.L. - Phys. Rep., 1979, v. 56, p.167.
4. Быков А.А., Дремин И.М. - Письма в ЖЭТФ, 1985, т. 42, с. 119.
5. Kuhn J.H., Ono S. - Z. Phys., 1984, v. C21, p. 395.
6. Дремин И.М. - УФН, 1986, т. 150, вып. 2.

## ПРОБЛЕМА ЭКЗОТИЧЕСКИХ МЕЗОНОВ

Н.Н.Ачасов

Институт математики СО АН СССР, Новосибирск

### 1. Введение

Хорошо известно, что основные свойства большей части огромного числа открытых к настоящему времени резонансов можно понять, если считать их двухкварковыми  $q\bar{q}$ -системами. Однако в последнее время весьма остро стоит вопрос о существовании так называемых экзотических мезонов. Речь идет о четырехкварковых  $q^2\bar{q}^2$ -состояниях, гибридах  $qq\bar{q}$ , глуболах  $qq$  и т.д.

Экзотические мезоны могут быть двух сортов: 1) явно экзотические, т.е. такие, квантовые числа которых невозможны в  $q\bar{q}$ -системе, например изотопический спин  $\frac{1}{2}$  или спин-четность  $J^{PC}$ , и 2) со скрытой экзотикой, т.е. такие, квантовые числа которых возможны в  $q\bar{q}$ -системе. В первом случае обнаружение экзотических состояний очевидно, во втором требует либо каких-то ярких эффектов, обусловленных экзотической природой резонансов, либо искусного теоретического анализа экспериментальных данных по определению констант связи резонансов с адронами и других характеристик, для которых различные модели дают разные предсказания.

Актуальность проблемы экзотических мезонов в настоящее время обусловлена, с одной стороны, обильными предсказаниями на эту тему различных теоретических схем, самой развитой из которых является MIT-модель мешков для адронов. С другой стороны, и это самое главное, в последнее время открыт целый ряд резонансных явлений, которые не удается объяснить в рамках  $q\bar{q}$ -модели. Более того, некоторые из открытых физических явлений были предсказаны теоретически на основе предположения о существовании экзотических состояний ( $q^2\bar{q}^2$ ). В частности, речь идет о результатах, полученных при исследовании реакций  $\pi^- p \rightarrow D(1285)n \rightarrow K\bar{K}\pi n$ ,  $\gamma\gamma \rightarrow \rho \rightarrow \pi\rho$  и  $\gamma\gamma \rightarrow \rho\rho$ , которые рассматриваются в разделах 2б, 2в и 3 соответственно.

Четырехкварковые мезоны в некотором смысле "состоят" из пар псевдоскалярных и векторных "белых" (и "цветных")  $q\bar{q}$ -мезонов и поэтому имеют, как правило, суперразрешенную по Цвейгу связь с соответствующими "белыми" парами. В большинстве случаев суперразрешенные по Цвейгу каналы распада  $q^2\bar{q}^2$ -состояний в MIT-мешке не подавлены по фазовому объему продуктов распада, и четырехкварковые состояния могут просто "разваливаться" (без рождения дополнительной  $q\bar{q}$ -пары из вакуума) на свои "белые компоненты",  $q\bar{q}q\bar{q} \rightarrow q\bar{q} + q\bar{q}$ . Ширины таких скалярных мезонов должны иметь порядок 1 ГэВ, и поэтому эти состояния не проявляются как пики в сечениях столкновения частиц, т.е. как обычные резонансы <sup>1/</sup>. Эти состояния проявляются как полюса  $P$ -матрицы <sup>12/</sup>. Информацию о них можно извлечь из фона в настоящее время только модельно-зависимым способом.

И только в тех редких случаях, когда суперразрешенные по Цвейгу каналы распада подавлены по фазовому объему, четырехкварковые "примитивные" состояния должны проявляться явно. Интересно отметить, что согласно предсказаниям MIT-модели <sup>1/</sup> следует ожидать, что в большинстве случаев явно экзотические состояния имеют неподавленные суперразрешенные по Цвейгу каналы распада и не могут проявляться как узкие резонансы. И все-таки одно из явно экзотических состояний - тензорный изотензорный мезон с массой около 1,4 ГэВ - был, видимо, обнаружен в реакциях  $\gamma\gamma \rightarrow \rho^0\rho^0$  и  $\gamma\gamma \rightarrow \rho^+\rho^-$ , см. раздел 3.

Если четырехкварковые состояния могут быть явно экзотическими как по изотопическому спину ( $I = 3/2$ ,  $I = 2$ ), так и по спинчестности (не выполняются условия  $P=(-1)^{L+1}$ ;  $C=(-1)^{L+S}$ ;  $J=L\pm S$ ,  $L$ ),

то гибриды и глюболы могут быть явно экзотическими только по спин-четности. Это, конечно, создает дополнительные трудности в их поиске.

## 2. Проблема скалярных мезонов

Впервые трудности в кварк-антикварковой интерпретации мезонов возникли в скалярном канале. Дело в том, что нонет известных скалярных мезонов -  $\delta(980)$ ,  $S(975)$ ,  $E(1300)$  и  $\mathcal{E}(1350)$  /3/ - трудно понять как  $\rho$ -волновой  $q\bar{q}$ -нонет, аналогичный  $2^{++}$ -нонету /4-6/.

а) Главная проблема заключается в том, что изоскаляр  $S(975)$  и изовектор  $\delta(980)$  имеют одинаковые массы и в то же время  $S(975)$ -мезон связан значительно сильнее с  $K\bar{K}$ -каналом, чем с  $\pi\pi$ -каналом. Одновременно объяснить два эти обстоятельства невозможно в рамках простейшей двухкварковой модели, в которой массы резонансов и константы их связи с адронами определяются просто правилами "кваркового счета". В "идеальном"  $q\bar{q}$ -нонете

$$S = (u\bar{u} + d\bar{d})/\sqrt{2}, \quad \delta^0 = (u\bar{u} - d\bar{d})/\sqrt{2}, \quad (1)$$

$$m(S) = m(\delta), \quad g_{S K^+ K^-}^2 / g_{S \pi^+ \pi^-}^2 = 0,25.$$

В действительности /4-6/

$$m(S) \approx m(\delta), \quad g_{S K^+ K^-}^2 / g_{S \pi^+ \pi^-}^2 \sim 10. \quad (2)$$

Иногда полагают, что подавление связи  $S(975)$ -мезона с  $\pi\pi$ -каналом (2) можно объяснить, предполагая, что  $S(975) = S\bar{S}$ , а нарушение "кваркового счета" для масс - сильным смешиванием кварковых и глюонных степеней свободы, которое может быть в скалярном канале за счет непертурбативных эффектов КХД /7/. Нельзя не заметить, однако, что почти точное случайное вырождение масс  $\delta(980)$ -и

$S(975)$ -мезонов в этом случае является весьма подозрительным. И уже совсем наивно думать, что сильное смешивание кварковых и глюонных степеней свободы нарушает правила "кваркового счета" для масс и не нарушает их для констант связи, т.е. в таком случае нет никаких оснований надеяться на подавление связи  $S(975)$  с  $\pi\pi$ -каналом.

В то же время соотношения (2) просто и естественно объясняются, если  $S(975)$  и  $\delta(980)$  являются четырехкварковыми состояниями с символической кварковой структурой:

$$S = \frac{(u\bar{u} + d\bar{d})}{\sqrt{2}} S\bar{S}, \quad \delta^0 = \frac{(u\bar{u} - d\bar{d})}{\sqrt{2}} S\bar{S}. \quad (3)$$

Или в менее символической форме (структура только по ароматам):

$$|S\rangle = \frac{1}{2}|K^+K^- \rangle + \frac{1}{2}|K^0\bar{K}^0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|\eta_8 \bar{\eta}_8\rangle, \quad (4)$$

$$|\delta^0\rangle = -\frac{1}{2}|K^+K^- \rangle + \frac{1}{2}|K^0\bar{K}^0\rangle + |\eta_8 \pi^0\rangle,$$

$$\eta_8 = (u\bar{u} + d\bar{d})/\sqrt{2} = \eta \cos(\theta_\eta + \theta_p) + \eta' \sin(\theta_\eta + \theta_p), \quad \theta_p = (-18^\circ, -10^\circ),$$

$$\eta_8 = S\bar{S} = \eta' \cos(\theta_\eta + \theta_p) - \eta \sin(\theta_p + \theta_\eta), \quad \theta_\eta = 54, 7^\circ.$$

Кроме того, из обработки экспериментальных данных следует /4-6/, что  $g_{K^+K^-}^2 / 4\pi > 1$  (ГэВ)<sup>2</sup>, как и должно быть для суперразрешенной по Цвейгу константы связи, если  $\delta$  (975)-резонанс принадлежит первому легкому  $q^2\bar{q}^2$ -нону ( $9,0^+$ ) в MIT-модели мешков /1/.

При четырехкварковой интерпретации  $\delta$  (975)-и  $\delta$  (980)-мезонов возникла следующая проблема.  $\delta$  (975)-и  $\delta$  (980)-мезоны представляют собой очень узкие структуры с наблюдаемыми ширинами 33 и 54 МэВ соответственно. Узость  $\delta$  (975)-резонанса естественна и понятна, т.к. его суперразрешенный по Цвейгу канал распада  $\delta$  (975)  $\rightarrow K\bar{K}$  подавлен по фазовому объему. Узость  $\delta$  (980)-резонанса, на первый взгляд, противоречит четырехкварковой интерпретации, т.к.  $\pi\eta$ -канал распада  $\delta$ -мезона является суперразрешенным по Цвейгу, см. (4). Это обстоятельство долгое время было главным аргументом против  $q^2\bar{q}^2$ -структуры  $\delta$ -мезона. Однако нами было показано /4-6/, что экспериментальные данные по  $\delta$ -мезону не противоречат  $q^2\bar{q}^2$ -модели, т.е.  $g_{K^+K^-} \approx -g_{\pi\eta}^{K^+K^-}$ ,  $g_{\pi\eta} = \sqrt{2} \sin(\theta_p + \theta_\eta) g_{\delta \rightarrow K^+K^-}$ . При этом  $\Gamma(\delta \rightarrow \pi\eta) \approx 300$  МэВ, а наблюдаемая ширина  $\approx 54$  МэВ возникает за счет открытия  $K\bar{K}$ -канала, порог которого находится вблизи массы резонанса.

б) Таким образом, при четырехкварковой интерпретации  $\delta$ -резонанс представляет собой широкое образование с узкой структурой около порога  $K\bar{K}$ -канала (касп).

В принципе, такую интерпретацию можно проверить экспериментально. Например, изучая два канала распада  $D$  (1285)-мезона:  $D$  (1285)  $\rightarrow \pi\delta \rightarrow \pi\pi\rho$  и  $D$  (1285)  $\rightarrow \pi\delta \rightarrow \pi K\bar{K}$ , можно практически однозначно выяснить, является ли  $\delta$ -резонанс "широким" в описанном выше смысле или  $\delta$ -резонанс - нормальная узкая структура,  $\Gamma(\delta \rightarrow \pi\eta) \approx 50$  МэВ, которая проявляется на некогерентном фоне.

Часть этой задачи была недавно выполнена /8/ в ИВВЗ на установке "Лептон Ф". Источником  $D$  (1285)-мезонов в /8/ была ре-

акция  $\pi^- p \rightarrow D(1285) n \rightarrow \kappa^+ \kappa^- \pi^0 n$ . Если предположить, что распады  $D \rightarrow \kappa \bar{\kappa} \pi$  и  $D \rightarrow \eta \pi \pi$  идут по схеме  $D \rightarrow \delta \pi \rightarrow \kappa \bar{\kappa} \pi$  и  $D \rightarrow \delta \pi \rightarrow \eta \pi \pi$ , то  $\delta$ -резонанс "широкий" в указанном выше смысле,  $\Gamma(\delta) > 180$  МэВ при  $\sqrt{s} = m_{\kappa \bar{\kappa}} = 1 \text{ ГэВ}^{1/2}$ . Это очень важный результат. Неверно предположение о доминирующей роли механизма  $D \rightarrow \delta \pi$  или  $\delta$ -резонанс действительно широкий? Ответ на этот вопрос должно дать экспериментальное исследование канала  $D \rightarrow \pi \pi \eta$ .

в) Мощную качественную поддержку  $q^2 \bar{q}^2$ -интерпретации  $\delta$ -резонанса дало экспериментальное исследование реакции  $\gamma \gamma \rightarrow \delta \rightarrow \pi \eta$  [9]. Теоретически было показано нами [4,6,10], что если  $\delta(980)$ -и  $S(975)$ -мезоны принадлежат к самому легкому нонету  $MIT$ , то следует ожидать подавление их рождения в  $\gamma \gamma$ -столкновениях. Была, в частности, получена оценка:

$$\Gamma(\delta \rightarrow \gamma \gamma) = \Gamma(S \rightarrow \gamma \gamma) \approx 0,27 \text{ кэВ}, \quad (5)$$

что на порядок меньше всех существующих расчетов в  $q \bar{q}$ -модели. Эксперимент дал [9]

$$\Gamma(\delta \rightarrow \gamma \gamma) \cdot BR(\delta \rightarrow \pi^0 \gamma) = 0,19 \pm 0,07^{+0,1}_{-0,07} \text{ кэВ}. \quad (6)$$

Что касается  $S(975)$ -мезона, то его до сих пор не видели в  $\gamma \gamma$ -столкновениях. JADE получила  $\Gamma(S \rightarrow \gamma \gamma) \cdot BR(S \rightarrow \pi \pi) < 0,62 \text{ кэВ}^{1/2}$ .

Отметим, что в четырехкварковой интерпретации  $S(975)$ -и  $\delta(980)$ -мезоны являются самыми тяжелыми частицами самого легкого нонета. Их партнеры по нонету имеют открытые суперразрешенные по Цвейгу каналы и очень широки ( $\sim 1 \text{ ГэВ}$ ). Возможно, они проявляются как полюса  $P$ -матрицы [12]. В принципе, сравнительно узкие  $E(1300)$ -и  $X(1350)$ -резонансы могут быть  $q^2 \bar{q}^2$ -состояниями [5,6,12] из тяжелого нонета  $MIT$  [1], который состоит в основном из пар белых векторных мезонов ( $\rho \rho$ ,  $\rho \omega$  и т.д.). Символическая структура  $E = u \bar{u} d \bar{d}$ ,  $X = d \bar{d} u \bar{u}$ . Конечно, в этом случае должны быть тяжелые аналоги  $S$ -и  $\delta$ -мезонов с массой в районе  $1,8 \text{ ГэВ}$ .  $S(1730)$ -сигнал является возможным кандидатом на такое состояние. Веским аргументом в пользу  $q^2 \bar{q}^2$ -интерпретации  $E(1300)$ ,  $X(1350)$  и  $S(1730)$  было бы обнаружение изовекторного  $\delta(1700-1800)$ . Искать его надо в спектрах масс  $\rho \rho$ -,  $\kappa^* \bar{\kappa}^*$ -,  $\kappa \bar{\kappa}$ -,  $\pi \eta$ - и  $\pi \eta'$ -каналов.

Последнее замечание по этому разделу. С точки зрения  $q \bar{q}$ -интерпретации  $\delta(980)$ -,  $S(975)$ -,  $E(1300)$ -и  $X(1350)$ -мезонов как единого нонета массы  $E$ - и  $X$ -мезонов "неправильные".

3. 0 рождении экзотического резонанса с  $I=2$ ,  $J^P=2^+$ ,  
 $m(E) \approx 1,4$  ГэВ в  $\gamma\gamma \rightarrow \rho\rho$

Наиболее выдающееся и интригующее открытие в физике частиц до "шарма" было сделано в последние годы при исследовании реакций  $\gamma\gamma \rightarrow \rho^0 \rho^0$  и  $\gamma\gamma \rightarrow \rho^+ \rho^-$ , см., например, [13]. Около порога реакции  $\gamma\gamma \rightarrow \rho^0 \rho^0$  было обнаружено мощное резонансное усиление, было также установлено, что в реакции  $\gamma\gamma \rightarrow \rho^+ \rho^-$  аналогичного усиления нет. Это явление было предсказано в наших работах [4,10]. Используя модель векторной доминантности и предсказания MIT-модели мешков для волновых функций четырехкварковых состояний [17], мы показали в [4,10], что усиление в  $\gamma\gamma \rightarrow \rho^0 \rho^0$  можно объяснить рождением тензорных  $q^2 \bar{q}^2$ -состояний, но тогда не должно быть аналогичного усиления в  $\gamma\gamma \rightarrow \rho^+ \rho^-$ . Причина заключается в том, что в  $\gamma\gamma \rightarrow \rho\rho$  рождается несколько вырожденных по массе тензорных  $q^2 \bar{q}^2$ -состояний, одно из которых явно экзотическое (E) с изоспином  $I=2$  по-разному интерферирует с изоскалярными резонансами в каналах  $\gamma\gamma \rightarrow \rho^0 \rho^0$  и  $\gamma\gamma \rightarrow \rho^+ \rho^-$ :

$$\begin{aligned} A(\gamma\gamma \rightarrow \rho^0 \rho^0) &= \frac{1}{3} A(I=0) + \frac{2}{3} A(I=2), \\ A(\gamma\gamma \rightarrow \rho^+ \rho^-) &= \frac{\sqrt{2}}{3} A(I=0) - \frac{\sqrt{2}}{3} A(I=2). \end{aligned} \quad (7)$$

Причем из модели векторной доминантности следует, что резонансы с близкими массами складываются именно в реакции  $\gamma\gamma \rightarrow \rho^0 \rho^0 \rightarrow R + R^4 + \dots \rightarrow \rho^0 \rho^0$ .

В [4,10] мы использовали оригинальное предсказание [1] для масс тензорных  $q^2 \bar{q}^2$ -резонансов:  $m=1,65$  ГэВ. Время, однако, показало [14,15], что масса экзотического резонанса должна быть  $1,4 \pm 0,5$  ГэВ.

В настоящее время нет каких-либо физически приемлемых объяснений явлений, открытых на пороге  $\gamma\gamma \rightarrow \rho^0 \rho^0$  и  $\gamma\gamma \rightarrow \rho^+ \rho^-$ , без введения явно экзотического с  $I=2$  четырехкваркового, по крайней мере, резонанса.

Важнейшей задачей во всей обсуждаемой в этом докладе проблеме сейчас является поиск резонанса в явно экзотическом канале  $\rho^+ \rho^+$  около порога. Для этого можно использовать реакции  $\rho\rho \rightarrow \rho^+ \rho^+ n \bar{n}$ ,  $\pi^+ \rho \rightarrow \rho^+ \rho^+ \pi^0 n$ ,  $K^+ \rho \rightarrow \rho^+ \rho^+ K^0 n$  с  $\rho^+ \rho^+$ , рожденными в центральной области при не слишком высоких энергиях ( $E_L \approx 40$  ГэВ). Можно также использовать реакцию  $\pi^+ \rho \rightarrow \rho^+ \rho^+ n$ .

#### 4. Является ли резонанс в $\pi^0 \varphi$ -канале $q^+ \bar{q}^-$ -сигналом?

Недавно в ИФВЭ на установке "Лептон Ф" была открыта резонансная структура в системе  $\pi^0 \varphi$  в реакции  $\pi^- p \rightarrow \pi^0 \varphi n$  при  $q_L = 32,5$  ГэВ/с, так называемое  $C$ -состояние [16]:

$$m(C) = 1490 \pm 25 \text{ МэВ}, \quad \Gamma(C) = 165 \pm 30 \text{ МэВ},$$

$$\sigma(\pi^- p \rightarrow C n) BR(C \rightarrow \varphi \pi^0) = 35 \pm 15 \text{ нб.} \quad (8)$$

Распад  $C \rightarrow \varphi \pi^0$  идет не за счет механизма, подавленного по правилу Окубо-Двейга-Изуки, т.е.  $C$ -резонанс сильно связан с каналом  $\pi^0 \varphi$  [16]. Изотопический спин  $I = 1$  и сильная связь с каналом  $\pi^0 \varphi$  делают  $C$ -резонанс реальным кандидатом на четырех-кварковое состояние [16] с символической структурой:

$$C \sim SS \frac{(u\bar{u} - d\bar{d})}{\sqrt{2}}. \quad (9)$$

В каком бы  $q^+ \bar{q}^-$ -мультиплете ни находился  $C$ -резонанс, должен существовать вырожденный с ним по массе партнер  $\tilde{C}$  с противоположной  $G$ -четностью ( $I = 0$ ) и с символической кварковой структурой [17]:

$$\tilde{C} \sim SS \frac{(u\bar{u} + d\bar{d})}{\sqrt{2}}, \quad (10)$$

который должен проявляться как узкий резонанс ( $\Gamma(\tilde{C}) \leq 100$  МэВ) в спектре масс  $\omega \varphi$ -системы [17]. Наблюдение этого резонанса практически однозначно указывало бы на  $q^+ \bar{q}^-$ -природу  $C$ -состояния и означало бы открытие еще одного  $q^+ \bar{q}^-$ -резонанса  $\tilde{C}$ .

#### 5. $(I700)$ -мезон. Что это такое?

Несомненно,  $\theta$  ( $I700$ )-резонанс является состоянием какой-то новой природы. Он не может быть  $q\bar{q}$ -системой. Действительно, тензорный  $\theta$  ( $I700$ )-мезон "любит" распадаться на  $K\bar{K}$ , см., например, [18]:

$$BR(\theta \rightarrow K\bar{K}) : BR(\theta \rightarrow \varphi \varphi) : BR(\theta \rightarrow \pi\pi) \approx 3:1:0,8. \quad (11)$$

Здесь следует иметь в виду, что  $D$ -волновой фазовый объем  $\pi\pi$  в 3 раза больше, чем  $K\bar{K}$ . Таким образом, тензорный  $\theta$  ( $I700$ )-мезон как  $q\bar{q}$ -система должен был бы иметь кварковую структуру  $\sim S\bar{S}$ , т.е. быть радиальным возбуждением  $f'(1525)$ . Однако столь близкое по массе радиальное возбуждение понять в существующих кварковых моделях невозможно. Кроме того, ясно, что в этом случае мы должны были иметь радиальное возбуждение тен-

зорного  $f$  (I270)-мезона с массой около 1350 МэВ с кварковой структурой  $(u\bar{u}+d\bar{d})/\sqrt{2}$ , которое обильно рождалось бы в  $\bar{d}/\psi \rightarrow \gamma \pi\pi$ . Ничего подобного в эксперименте не наблюдается.

Трудно поверить, что  $\theta$  (I700)-мезон может быть глюбоном, хотя такая возможность обсуждалась многими авторами. Во-первых, глюбол по своей природе является синглетом по ароматам, и поэтому естественно ожидать, что его взаимодействие с адронами от ароматов не зависит. С учетом фазовых объемов это дает

$$BR(\theta \rightarrow K\bar{K}) : BR(\theta \rightarrow \rho\rho) : BR(\theta \rightarrow \pi\pi) \approx 6 : 1 : 11, \quad (12)$$

что, конечно, не соответствует действительности (II). Во-вторых, по известным нам каналам распада  $B(\bar{d}/\psi \rightarrow \gamma \theta) \approx 1,3 \cdot 10^{-3}$  /18/, что очень мало для глюбола, рожденного в интенсивной части спектра глюонов ( $\bar{d}/\psi \rightarrow \gamma g g$ ). Дело в том, что согласно КХД /19,20/  $BR(\bar{d}/\psi \rightarrow \gamma + 2 \text{ глюона в } 2^+ \text{ состояниях}) \approx 6 \cdot 10^{-2}$ .

Весьма вероятно, что  $\theta$ -мезон является четырехкварковым состоянием или гибридом с символической структурой:

$$\theta \sim S\bar{S} \frac{(u\bar{u}+d\bar{d})}{\sqrt{2}} \quad \text{или} \quad \theta \sim S\bar{S} g. \quad (13)$$

Присутствие пары  $S\bar{S}$  в волновой функции  $\theta$ -мезона необходимо не только для объяснения (II), но и для понимания, почему  $\theta$ -резонанс не видели в  $\gamma\gamma$ -столкновениях:  $\Gamma(\theta \rightarrow \gamma\gamma) \cdot BR(\theta \rightarrow K\bar{K}) < 0,28 \text{ нэВ}$  /21/, так как при структуре (13) двухфотонный распад идет по схеме  $\theta \rightarrow \omega\varphi \rightarrow \gamma\gamma$ . Но, конечно, это только все качественные соображения и нужен еще тщательный теоретический анализ.

## 6. $\hat{z}$ (I460) - глюбол?

Самым реальным кандидатом в глюболы является  $\hat{z}$  (I460)-мезон. Известно, что  $\hat{z}$ -мезон - самое заметное состояние в радиационных распадах  $\bar{d}/\psi$  /3/. Нами /22/ было показано, что  $BR(\bar{d}/\psi \rightarrow \hat{z}) \approx 10^{-2}$ , см. также /23/ и обзоры /18,24/. Согласно КХД /19,20/  $BR(\bar{d}/\psi \rightarrow \gamma + 2 \text{ глюона в } 0^+ \text{ состояниях}) \approx 1,5 \cdot 10^{-2}$ . Таким образом, большая часть глюонов, испущенных в  $\bar{d}/\psi \rightarrow \gamma g g$  распаде на малых расстояниях, "превращается" в  $\hat{z}$  (I460)-резонанс. Следует отметить также, что такие разные подходы, как модели мешков, вычисления в КХД на решетках, потенциальные модели и модели массивных составляющих глюонов, предсказывают для глюбола с  $J^{PC} = 0^{++}$  массу около 1400 МэВ, см. ссылки в обзоре /18/.

## 7. Об экзотической природе скалярного $G$ (1590)-резонанса

Недавно в спектрах масс  $\rho\rho$ - и  $\rho\rho'$ -каналов в реакциях  $\pi^-p \rightarrow \rho\rho\pi$  и  $\pi^-p \rightarrow \rho'\rho\pi$  на спектрометре ГМС-2000 ИВЭЗ был обнаружен новый скалярный резонанс  $G$  (1590) с шириной  $\Gamma(G) \approx 200$  МэВ<sup>/25/</sup>. Удивительная иерархия распадов  $G$  (1590)-мезона<sup>/25/</sup>:

$$BR(G \rightarrow \rho'\rho) : BR(G \rightarrow \rho\rho) = 2,7, \quad (14)$$

$$BR(G \rightarrow \pi^0\pi^0) : BR(G \rightarrow \rho\rho) < 0,2, \quad BR(G \rightarrow K\bar{K}) : BR(G \rightarrow \rho\rho) < 0,6,$$

породила первоначально предположение о его глобальной природе<sup>/26/</sup>. Однако глобальная интерпретация сталкивается с одной очень существенной трудностью - отсутствием обильного распада  $\partial/\psi \rightarrow \gamma G$ . Из анализа распадов  $\partial/\psi \rightarrow \delta\rho\rho$  и  $\partial/\psi \rightarrow \delta\rho'\rho$  /18,28/ можно прийти к заключению<sup>/27/</sup>, что  $BR(\partial/\psi \rightarrow \gamma G) \lesssim 10^{-4}$ .

Это очень мало для глобала, рожденного в самой интенсивной части спектра глюонов распада  $\partial/\psi \rightarrow \gamma g g$ . Согласно КХД /19,20/  $BR(\partial/\psi \rightarrow \gamma + 2 \text{ глюона в состоянии } 0^{++}) = BR(\partial/\psi \rightarrow \gamma + 2 \text{ глюона в состоянии } 0^{++}) \approx 1,5 \cdot 10^{-2}$ .

Нами<sup>/27/</sup> была выдвинута гипотеза, состоящая в том, что  $G$ -мезон является восьмой компонентой  $SU(3)_f$ -октета. Два соображения являются основой для такого предположения. Одним из них, очевидно, является отсутствие обильного распада  $\partial/\psi \rightarrow \gamma G \rightarrow \gamma \rho\rho$ . Другим - доминантность распада  $G \rightarrow \rho'\rho$  (14). Действительно, обнаруженное изоскалярное состояние распадается главным образом по каналу  $\rho'\rho$ . С другой стороны, известно, что  $\rho$ -мезон является почти чистой 8-й компонентой  $SU(3)_f$ -октета, а  $\rho'$ -мезон - почти чистый  $SU(3)_f$ -синглет. Сам собой напрашивается вывод (имеется в виду, что  $SU(3)_f$  - хорошая симметрия), что недавно открытый  $G$ -мезон - 8-я компонента  $SU(3)_f$ -октета или состояния, близкое к ней.

Наша гипотеза позволяет объяснить очень естественно иерархию распадов  $G$ -мезона (14). Она весьма плодотворна и легко проверяема на опыте. Выдвинутое предположение означает, что в<sup>/25/</sup> обнаружены только верхушку айберга и необходимо искать другие члены октета:  $G_\pi$ ,  $G_K$  ( $G = G_\rho$ ), 1,2 ГэВ  $< m(G_\pi) < 1,6$  ГэВ, 1,5 ГэВ  $< m(G_K) < 1,6$  ГэВ. Каждый член гипотетического скалярного октета связан преимущественно с каналом, в котором один из двух псевдоскалярных мезонов  $\rho'$ . Поэтому искать  $G_\pi$ -резонансы следует в спектре масс  $\pi\rho'$ , а  $G_K$  (или  $G_E$ )-резонансы в спектре масс  $K$  (или  $\bar{K}$ )  $\rho'$ <sup>/27/</sup>. Для этой цели можно использовать, например, реакции  $\pi^-p \rightarrow \pi\rho'N$  и  $K^-p \rightarrow K\rho'N$ .

Особенно перспективны реакции  $K^-p \rightarrow \bar{K}^0 p' n$  и  $K^-p \rightarrow K^- p' p$ , идущие за счет однопионного обмена. Сечения рождения  $G_K$ -мезона в этих процессах при 40 ГэВ (энергия ускорителя ИФВЭ) предсказываются примерно равными 360 нб и 90 нб соответственно <sup>127/</sup>.

Было показано <sup>127/</sup>, что гипотетический октет не может быть  $q\bar{q}$ -состоянием. Наиболее вероятно, он является гибридным  $q\bar{q}g$ -состоянием. Таким образом, открытие партнеров  $G$ -мезона по  $SU(3)_f$ -октету означало бы открытие октета мезонов со скрытой экзотикой.

## 8. Заключение

Для радикального продвижения в понимании проблем, затронутых в докладе, необходимо провести ряд экспериментов.

1. Поиск резонанса в системе  $\bar{s}^+ s^+$  около порога в реакциях  $p\bar{p} \rightarrow \bar{s}^+ s^+ n n$ ,  $\pi^+ p \rightarrow \bar{s}^+ s^+ p^0 n$ ,  $K^+ p \rightarrow \bar{s}^+ s^+ K^0 n$ ,  $\pi^+ p \rightarrow \bar{s}^+ s^+ n$  и др. однозначно решает вопрос о существовании явч. экзотического  $q^2 \bar{q}^2$ -состояния  $E$  (1400-1500), которое, по-видимому, определяет резонансно-интерференционные явления в  $\gamma\gamma \rightarrow \bar{s}s$ .
2. Поиск резонанса  $G_K$  в реакциях  $K^-p \rightarrow \bar{K}^0 p' n$  и  $G_T$  в  $\pi^- p \rightarrow \pi^0 p' n$  однозначно решил бы вопрос о существовании гипотетического скалярного экзотического октета, которому принадлежит  $G$  (1590)-мезон.
3. Обнаружение узкого резонанса в системе  $\omega\eta$  в реакции  $\pi^- p \rightarrow \omega\eta n$ , например, практически однозначно решало бы вопрос о  $q^2 \bar{q}^2$ -природе  $C$  (1500) и означало бы открытие двух  $q^2 \bar{q}^2$ -резонансов.
4. Исследование процессов  $\pi^- p \rightarrow D$  (1285)  $n \rightarrow \eta \pi \pi n$ ,  $K \bar{K} \pi n$  с высокой статистикой практически однозначно решает вопрос о "широком"  $\delta$ -резонансе.

Мне приятно поблагодарить Г.Н.Шестакова за многочисленные полезные обсуждения и помощь в процессе подготовки доклада.

В исследовании скалярных мезонов, изложенном в докладе, важную роль сыграл Сережа Девянин, который умер совсем молодым, не дожив до тридцати лет.

## Л и т е р а т у р а

1. Jaffe R.L. Phys.Rev., 1977, D15, p.267, p. 281.
2. Jaffe R.L., Low F.E. Phys.Rev., 1979, D19, p. 2105.
3. Particle Data Group. Rev. Mod.Phys., 1984, 56, p. S1.

4. Ачасов Н.Н., Девянин С.А., Шестаков Г.Н. Труды УИ Международного семинара по проблемам физики высоких энергий, 15-19 сентября 1981 г., Дубна; ОИЯИ, ДИ, 2-81-728, Дубна, 1981, с.110.
5. Ачасов Н.Н., Девянин С.А., Шестаков Г.Н. УИИ, 1984, 142, с.361.
6. Ачасов Н.Н., Шестаков Г.Н. Труды УИ Международного семинара по проблемам физики высоких энергий, 19-23 июня 1984 г., Дубна. ОИЯИ, ДИ, 2-84-599, Дубна, 1984, с. 314.
7. Вайнштейн А.И. и др. *ЭЧАЯ*, 1982, 13, с.542.
8. Bitakov S.I. et al. *Phys.Lett.*, 1984, 144B, p.133.
9. Antreasyan D. et al. *Phys.Rev.*, 1986, D33, p. 1847.
10. Achasov N.N., Devyanin S.A., Schestakov G.N. *Phys.Lett.*, 1982, 108B, p. 134; *Z.Phys.C*, 1982, 16, p. 55.
11. Olsson J.E. *Proc. of the Workshop, Aachen*, 1983.
12. Achasov N.N., Devyanin S.A., Schestakov G.N. *Z.Phys.C*, 1984, 22, p.53.
13. Kolanski H. *Springer Tracts in Mod.Phys.*, Vol.105, 1984.
14. Achasov N.N., Devyanin S.A., Schestakov G.N. *Z.Phys.C*, 1985, 27, p. 99.
15. Ачасов Н.Н., Девянин С.А., Шестаков Г.Н. Письма в *ЖЭТФ*, 1984, 40, с. 365; Труды семинара "Кварки-84", Москва, 1985, т.П, с.246.
16. Витков С.И. и др. *ЯФ*, 1983, 38, с. 1205; Письма в *ЖЭТФ*, 1985, 42, с. 310.
17. Ачасов Н.Н. Письма в *ЖЭТФ*, 1986, 43, с. 410.
18. Konigsmann K. DESY 86-009(1986), submitted to *Physics Reports*.
19. Appelquist T, Politzer H.D. *Phys.Rev.D*, 1975, 12, p. 1404.
20. Billoire et al. *Phys.Lett.B*, 1979, 80, p. 381.
21. Althoff M. et al. DESY 85-093(1985).
22. Achasov N.N., Schestakov G.N. *Phys.Lett.*, 1985, 156B, p. 434.
23. Wermes N. SLAC UB-3730(1985).
24. Rosner J.L. *Proc. of International Symposium on Lepton and Photon Interactions, Kyoto*, 1985.
25. Бинон Ф. и др. *ЯФ*, 1983, 38, с. 934; *ЯФ*, 1984, 39, с. 831.
26. Герштейн С.С., Лиходед А.К., Прокошкин Ю.Д. *ЯФ*, 1984, 39, с. 251.
27. Achasov N.N., Gershtein S.S. Preprint TPh-No16(148), Institute for Mathematics, Novosibirsk, 1985.
28. Edwards D. PhD thesis, Caltech., CALT-68-1165(1984).

## ТЯЖЕЛЫЙ КВАРКОВИЙ КАК ПРОБНИК КХД-ВАКУУМА И АДРОННОЙ СТРУКТУРЫ

В.Н.Байер, Ю.Ф.Пинелис

Институт ядерной физики СО АН СССР, Новосибирск

### § 1. Введение

Важнейшей задачей теории сильных взаимодействий является изучение структуры КХД-вакуума и адронов. Большой интерес представляют величины, характеризующие непертурбативный вакуум, а именно: интенсивности кварковых и глюонных полей, размер  $\xi_c$  типичных вакуумных флуктуаций (ВФ) и др. В этой связи особую ценность приобретают эффективные пробники вакуума. Далеко не любая система из кварков и антикварков (а также глюонов) подходит для этой роли: 1) с одной стороны, необходимо, чтобы экспериментальная точность в измерении параметров этих состояний была достаточно высокой; 2) с другой стороны, требуется, чтобы теоретическое описание (см., например, /1,2/) имело также достаточно высокую контролируемую точность и слабую модельную зависимость. Требование 1 является весьма важным и, как показывает анализ состояния эксперимента на сегодняшний день /3/, может считаться выполненным лишь для векторных мезонов из легких кварков ( $\rho, \omega, \phi$  семейств) и для систем из тяжелых кварков. Для других систем экспериментальные данные много хуже, и там извлечение информации о вакууме пока ненадежно и неоднозначно.

Системы из тяжелых кварка  $Q$  и антикварка  $\bar{Q}$  (кварконий) совершенно уникальны по многим обстоятельствам. Во-первых, в смысле требования 1 у них, в отличие от всех других известных систем, ситуация много лучше. Дело в том, что значительную часть спектральной плотности состояний, рождаемых в  $e^+e^-$ -аннигиляции, составляет набор узких резонансов (именно эта низкоэнергетическая часть интересна теоретически), вклад которых фиксируется всего двумя параметрами: массой резонанса  $M_R$  и его лептонной шириной  $\Gamma_R^{e^+e^-}$ . В других же системах (например, в  $\rho$ -мезонном канале) измерение сечения проводится во всей низкоэнергетической области. Достигнутая точность в измерении характеристик кварконий впечатляет. Не воспользоваться такой блестящей возможностью, предоставленной нам природой, было бы, по меньшей мере, неразумно.

Знание значительной части спектральной плотности  $Q\bar{Q}$ -систем позволяет изучать КХД в широком интервале расстояний  $\tau$ . Это обстоятельство основано во многом на идее усреднения физических сечений (правил сумм), тесно связанной со старой идеей дуальности. Усреднение сечений по энергетическим интервалам порядка  $\Delta$  позволяет (как это вытекает непосредственно из соотношения неопределенности) рассматривать расстояния  $\tau \sim 1/\Delta$  (для нерелятивистских систем  $\tau \sim 1/(m\Delta)^{1/2}$ ). Из асимптотической свободы КХД следует, что если  $\Delta$  достаточно велико, то динамика  $Q\bar{Q}$  будет иметь пертурбативный характер. При уменьшении  $\Delta$  такое поведение нарушается не только  $\alpha_s$ -поправками, но и непертурбативными степенными поправками  $1/\Lambda$ . Чем больше изучаемые  $\tau$ , тем требуется более детальное знание непертурбативных эффектов. Отличие  $Q\bar{Q}$  от систем  $q\bar{q}$  из легких кварков состоит, в частности, в том, что при усреднении мы можем рассматривать меньшие  $\tau$ , т.е. само начало нарушения асимптотической свободы, которое параметризуется (в соответствии с операторным разложением) вакуумными конденсатами низших размерностей:  $\langle g^2 \bar{G}_{\mu\nu} G_{\mu\nu} \rangle$ ,  $\langle g^3 \bar{G}_{\mu\nu} G_{\mu\nu} \bar{G}_{\mu\nu} \rangle$  и т.д. (следует отметить, что  $Q\bar{Q}$ -системы чувствительны прежде всего к глюонным БЖ, в отличие от  $q\bar{q}$ ). Эта особенность связана с заметно меньшими расстояниями между  $Q$  и  $\bar{Q}$  для низших уровней, чем для  $q\bar{q}$ , что, в свою очередь, объясняется важной ролью одноглюонного обмена (кулоновских эффектов). При рассмотрении возбужденных уровней тех же  $Q\bar{Q}$ -систем "зондируется" структура вакуума на больших расстояниях. Другие аргументы в пользу того, что  $Q\bar{Q}$ -системы являются уникальными пробниками КХД-вакуума, можно найти в обзорах <sup>/5,6/</sup>.

В настоящем докладе мы представляем последовательную точку зрения на то, как исследование внутренней динамики  $Q\bar{Q}$  позволяет:

1) получить информацию о фундаментальных КХД-параметрах; 2) понять, исходя из КХД, статус феноменологических потенциальных моделей, а также конституентной кварковой модели. Мы не обсуждаем здесь адронные распады  $Q\bar{Q}$ . Они также дают ценные сведения о КХД; в частности, из инклюзивных  $\gamma$ -распадов можно извлекать  $\Lambda_{\overline{MS}}$ , изучение  $\psi$ -распадов позволит, вероятно, пролить свет на непертурбативный механизм нарушения рецепта Ашельквиста-Полициера <sup>/7/</sup>.

Согласно описанной выше логике мы начинаем анализ с малых расстояний (большие  $\Delta$ ). Это позволяет нам зафиксировать  $\Lambda_{\overline{MS}}$ ,  $m_b$ ,  $m_c$ . Величина  $\Lambda_{\overline{MS}}$ , предсказанная фактически в 1982 г. <sup>/8/</sup> (см. <sup>/9/</sup>), прекрасно согласуется с полученными теперь значениями из глубоко-неупругого рассеяния <sup>/10/</sup> и из  $\gamma \rightarrow 3g$  (см., например, <sup>/11/</sup>). Учитывая найденные  $\Lambda_{\overline{MS}}$ ,  $m_b$ ,  $m_c$ , мы переходим затем к большим расстояни-

ям и извлекаем из правил сумм величины параметров КХД-вакуума:  $\langle g^2 G_{\mu\nu} G_{\mu\nu} \rangle$ ,  $g_s$ . Замечательным образом оказывается, что такие значения параметров приводит к статическому, приближенно не зависящему от массы кварка, локальному потенциалу взаимодействия  $Q$  и  $\bar{Q}$ , согласующемуся по форме и величине с феноменологическими. Те же значения параметров обеспечивают качественное согласие с конституентной моделью  $q\bar{q}$ -систем, рассматриваемых исходя из  $Q\bar{Q}$ , когда  $m_q \rightarrow \hat{m}$  ( $\hat{m}$  - конституентная масса легкого кварка). Такой анализ обосновывает, на наш взгляд, возможность потенциального подхода ко взаимодействию кварков в адронах и ядрах, а также в процессах рождения и фрагментации тяжелых и легких кварков.

## § 2. Кулоновские эффекты и $\Lambda_{\overline{MS}}$

Тяжелым обычно называют кварконий из кварков с токовой массой  $m \gg \Lambda$ . Благодаря асимптотической свободе  $Q$  и  $\bar{Q}$  достаточно большой массы формировали бы кулоновские связанные состояния, являющиеся полными аналогами позитрония. Однако реальные тяжелые кварконии  $\Upsilon$ - и, тем более,  $\Psi$ -семейств не являются полностью кулоновскими, поскольку для этого требуется выполнение более сильного неравенства, чем вышеприведенное (включающего в себя константу связи  $\alpha_s$ ). Тем не менее, условие  $m \gg \Lambda$  обеспечивает нерелятивистский характер движения  $Q$  и  $\bar{Q}$  в кварконии. В этом случае обмен пертурбативным глюоном дает не  $\alpha_s$ , а  $\alpha_s/v$  ( $v \ll 1$  - относительная скорость  $Q$  и  $\bar{Q}$ ). Для  $\Psi$ - и  $\Upsilon$ -семейств этот параметр оказывается порядка 1, и, стало быть, необходимо просуммировать все члены  $(\alpha_s/v)^n$ ,  $n = 1, 2, \dots$ . Их суммирование осуществляется с помощью кулоновских функций Грина. Требуется также конкретизировать точку нормировки константы связи  $\alpha_s$ , что осуществляется посредством учета пертурбативных логарифмических поправок. Лидирующие пертурбативные поправки к кулоновским эффектам в КХД определяются (в кулоновской калибровке) диаграммами поляризации вакуума, т.е. петлями легких кварков и глюонов. Поляризация пертурбативного вакуума приводит к модификации кулоновского взаимодействия, состоящей в замене фиксированной константы связи на эффективную:  $\alpha_s \rightarrow \alpha_s(\tau)$ . В синглетном по цвету состоянии модифицированный кулоновский потенциал с точностью  $O(\alpha_s^2)$  равен  $1/12$ :

$$V_C(\tau) = -\frac{4}{3\tau} \alpha_s(\tau), \quad (I)$$

где  $\alpha_s(\tau) = 2\pi / [\beta_0 \ln(\tau \Lambda_s^{-1})]$ ;  $\Lambda_s \approx 2.6 \Lambda_{\overline{MS}}$ ,  $\beta_0 = 9$  ( $N_c = 3$ ).

Кварк-антикварковый пропагатор  $G_s(\vec{0}, \vec{0}; \tau) \rightarrow G(\tau)$  (функция Грина в минимуме времени  $\tau$  системы  $Q\bar{Q}$ , рождаемой в  $e^+e^-$ -аннигиляции), суммирующий все степени  $\alpha_s/v$ , был найден в  $1/3, 8/$  для случая  $\alpha_s = \text{const}$ . Для того чтобы учесть "бегущую"  $\alpha_s$  ( $\alpha_s \rightarrow \alpha_s(\tau)$ ), достаточно ( $c O(\alpha_s^2)$  точностью) найти  $O(\alpha_s)$ -поправку к  $G(\tau)$ . Это было сделано в  $9/$ .

Кулоновские эффекты обладают замечательной спецификой: они очень чувствительны к  $\alpha_s$ , а потому и к  $\Lambda$ . В качестве инструмента для извлечения  $\Lambda$  из экспериментальных данных по  $\gamma$ - и  $\psi$ -спектроскопии оптимально, как обсуждалось во введении, использовать процедуру усреднения сечения ( $e^+e^- \rightarrow Q\bar{Q}$ ) посредством правил сумм, которые можно записать в виде

$$\sum_0 dE e^{-E\tau} R^{exp}(E) = \frac{6\pi^2 Q_e^2}{m^2} G(\tau), \quad (2)$$

здесь  $R^{exp}(E) = \sigma(e^+e^- \rightarrow Q\bar{Q}) / \sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)$ ,  $Q_e$  — электрический заряд кварка,  $E$  — нерелятивистская энергия  $Q\bar{Q}$ . Параметр  $\tau$  служит регулятором тех расстояний, которые существенны в обеих частях правил сумм, поскольку в (2) усредняется сечение по энергетическим интервалам  $\Delta \sim 1/\tau$ . Уменьшая  $\tau$ , мы можем добиться подавления непертурбативных эффектов для надежного определения  $\Lambda_{\overline{MS}}$ . Ввиду сильной (экспоненциальной) зависимости кулоновского пропагатора от  $\tau$  более подходящими являются правила сумм не в форме (2), а для  $\lim_{\tau \rightarrow 0} G(\tau)$  или для  $\frac{d}{d\tau} \lim_{\tau \rightarrow 0} G(\tau)$ . Отношение  $R^{exp}(E)$  может быть взято с очень хорошей точностью в приближении узких резонансов и континуума (см. § 1). К правилам сумм имеются непертурбативные поправки, которые ограничивают использование (2) при больших  $\tau$ ,  $\tau < \tau_{max}$ ; со стороны малых применимость (2) ограничивают релятивистские поправки,  $\tau > \tau_{min}$ , т.к. при этом характерные скорости  $v^2 \sim E/m \sim 1/m$  могут быть не малы. В интересующей нас области  $\tau_{min} < \tau < \tau_{max}$  функция  $G(\tau)$  сильно меняется при изменении  $m_{Q,c}$  и  $\Lambda_{\overline{MS}}$ . Интересно, что если мы зафиксируем  $m_{Q,c}$ , то  $\Lambda_{\overline{MS}}$  определяется уже с очень хорошей точностью из требования совпадения теоретической и экспериментальной частей правил сумм /8/. Из всех получаемых таким образом наборов  $(m_b, \Lambda_{\overline{MS}})$  или  $(m_c, \Lambda_{\overline{MS}})$  мы выбираем тот, при котором соответствующая ему теоретическая кривая отклоняется от экспериментальной при  $\tau > \tau_{max}$  минимально. Как можно проследить /8/, эта кривая обеспечивает наибольший по  $\tau$  интервал согласования при включении непертурбативных эффектов. Она соответствует параметрам (для  $\gamma$ -семейства)

$$\Lambda_{\overline{MS}}^{exp} = (0,20 \pm 0,06) \text{ ГэВ}, m_b = (4,91 \pm 0,07) \text{ ГэВ}, \quad (3)$$

где разброс связан в основном с возможностью одновременного изменения  $m_b$  и  $\Lambda_{\overline{MS}}$ . Подобный анализ (однако заметно менее определенный) может быть проведен и для  $\psi$  семейства:  $\Lambda_{\overline{MS}}^{exp} = (0,14 \pm 0,04) \text{ ГэВ}$ ,  $m_c = (1,53 \pm 0,07) \text{ ГэВ}$ .

Следует отметить, что к  $\Lambda_{\overline{MS}}$  в (3) имеются неучтенные поправки вида  $I + S\alpha_s$ . Для нахождения  $S$  необходимо вычислить все двухпетлевые  $O(\alpha_s^2)$ -поправки к кулоновскому пропагатору, что требует знания потен-

циала взаимодействия  $V(\tau)(1)$  также с двухпетлевой точностью - трудоемкая задача, до сих пор не решенная. Поскольку для низших кулоновских уровней  $\psi^2 \sim \alpha_s^2$ , к неопределенности такого же порядка могут приводить и релятивистские поправки. Они рассмотрены здесь в § 3 и лишь слегка меняют числа в (3). В принципе, можно вычислить  $G(\tau)$  численно, используя непосредственно потенциал (1), а не рассматривая  $O(\alpha_s)$ -поправку к пропагатору  $G^{(0)}(\tau)$  с  $\alpha_s = \text{const}$ , как это было сделано в [8,9]. Здесь полезно предостеречь от возможного заблуждения, что численный анализ дает большую теоретическую точность. Совершенно очевидно, что один расчет от другого должен отличаться на члены  $O(\alpha_s^2)$ , которые ныне неконтролируемы.

В (3) мы указали, к какой области виртуальных импульсов относится полученное значение  $\Lambda_{\overline{MS}}$ . В [14] отмечено, что аналитическое продолжение из пространственноподобной области во времениподобную приводит к переопределению оптимальной константы связи  $\alpha_s$ , а потому и  $\Lambda_{\overline{MS}}$ . На характерных расстояниях для рассмотренных в [14] распадов  $\gamma \rightarrow 3g$ ,  $\gamma \rightarrow 3g$  имеет место соотношение  $\Lambda_{\overline{MS}}^{\text{euc}} \approx 1,5 \Lambda_{\overline{MS}}^{\text{phys}}$ . В нашем случае такой пересчет, исходя из (3), дает  $\Lambda_{\overline{MS}}^{\text{phys}} = (0,13 \pm 0,04)$  ГэВ. Это число, а также (3), следует сравнивать соответственно со значениями  $\Lambda_{\overline{MS}}^{\text{phys}} = (0,143 \pm 0,016)$  ГэВ [11] и  $\Lambda_{\overline{MS}}^{\text{euc}} = (0,186 \pm 0,06)$  ГэВ [10]. Если учесть, что параметр  $\Lambda$  был извлечен из  $\gamma$  правил сумм в [8], когда его связь с  $\Lambda_{\overline{MS}}$  оставалась неизвестной, то такое согласие этого предсказания с другими определениями  $\Lambda_{\overline{MS}}$  можно рассматривать, как прямое подтверждение всего анализа правил сумм в [8].

### § 3. Релятивистские эффекты в кулоновских правилах сумм [15]

Правила сумм (2) являются нерелятивистскими, что отражает медленность движения  $Q$  и  $\bar{Q}$  в тяжелых кваркониях. Достижение большей точности связано, в частности, с учетом релятивистских поправок, растущих с уменьшением  $\tau$ . В литературе высказывались ранее соображения, что релятивистские поправки в правилах сумм для тяжелого кваркония могут быть усилены [16]. Как показывает явный расчет, этого не происходит.

Существенным моментом при рассмотрении пертурбативных релятивистских поправок оказывается вычисление пропагатора кварка в произвольном внешнем неабелевом поле с точностью  $O(\psi^2)$ . Получаемый в результате пропагатор имеет такую структуру, что релятивистские поправки к правилам сумм естественным образом разделяются на поправки к вершине и собственно пропагаторные. В обоих типах поправок имеются фиктивные ультрафиолетовые расходимости, которые, однако, в сумме компенсируются. В качестве релятивистского обобщения нерелятивистского  $Q\bar{Q}$ -пропагатора  $G(\tau)$  здесь выступает  $\mathcal{G}(\tau) = \frac{m}{\tau} e^{m\tau} \Gamma(\tau)$ , где

$\tau$  связано с борелевским параметром  $M^2$ ,  $\tau = 4m/\epsilon: \Pi(\tau) = \beta_{1/2} \Pi(Q^2)$ ,  $\beta$  - борелевское преобразование. При малых  $\tau$  функция  $E(\tau) = -\frac{d}{d\tau} \ln \Psi(\tau)$  равна  $E(\tau) = \frac{3}{2\tau} (1 - \frac{5}{6m\tau}) - \frac{2}{3} \alpha_s (\frac{5m}{\tau})^{1/2} (1 - \frac{23}{12m\tau}) + \dots$ , откуда видно, что релятивистские поправки в этой области имеют обычный порядок величины, а в области больших  $\tau$  они сильно подавлены,  $E(\tau) = -\frac{4}{3} m \alpha_s^2 \times (1 - \frac{1}{2} \alpha_s^2)$ . Такие релятивистские поправки приводят всего лишь к небольшому изменению значений  $\Lambda_{\overline{MS}}$  и  $m_{bc}$  в (3).

#### § 4. Структура вакуума, конденсаты, корреляторы полей

Параметры  $\Lambda_{\overline{MS}}$ ,  $m_b$ ,  $m_c$  были найдены нами из правил сумм в области малых  $\tau$ . Если теперь, зафиксировав их, пытаться согласовать правила сумм в области больших  $\tau$ , то начиная с некоторых  $\tau \sim \tau_0$  теоретическая кривая уйдет от экспериментальной. Поскольку, как можно видеть,  $\alpha_s \ll 1$  при таких  $\tau$ , а релятивистские поправки находятся под контролем и малы, то возникающее расхождение следует приписать эффектам сложной структуры вакуума.

На сегодняшний момент единая и общепринятая точка зрения на то, как устроен вакуум КХД, отсутствует. Рассмотрены практически все возможные варианты его структуры. В /1/ был предложен способ включения непертурбативных эффектов в правила сумм, основанный фактически на предположении о длинноволновой природе Вф с умеренной их интенсивностью  $\langle g^2 G_{\mu\nu} G_{\mu\nu} \rangle$ . Позднее в /17,18,8,19/ были предложены коротковолновые модели, принципиально отличающиеся от /1/. В /17/ была использована величина  $\langle g^2 G_{\mu\nu} G_{\mu\nu} \rangle$  в точности совпадающая с принятой в /1/; однако и там, и в /18,8,19/ типичными Вф считались (из различных соображений) флуктуации инстантонного типа с малым  $\varphi_c \sim (1 \text{ ГэВ})^{-1}$  и т.д. В /8,19/ из анализа целого круга вопросов была найдена величина  $\langle g^2 G_{\mu\nu} G_{\mu\nu} \rangle$ , заметно большая, чем в /1/. Следует подчеркнуть, что в коротковолновых моделях операторное разложение становится (в смысле /1/) неприменимым /8,20/, нарушается /17,18/ гипотеза факторизации работы /1/. В /21/ была предложена длинноволновая модель вакуума КХД, в которой, однако, не исключалось существование мелкомасштабных Вф, а напротив, их наличие предполагалось; длинноволновое поле считалось эффективным, суммирующим скоррелированные эффекты Вф малых размеров (например, инстантонов) и применимым для описания динамики на больших расстояниях. Понятно, что эти модели очень отличны друг от друга. Однако имеется ряд проблем, где одна модель может имитировать другую. К числу таковых относятся, по-види-

\* Идея второго масштаба (наряду с радиусом конфайнмента) введена в КХД в /2/. Там было впервые показано, что генерация динамической массой легких кварков и спонтанное нарушение киральной симметрии вызываются инстантонами малых размеров с  $\varphi_c \ll 1/\Lambda$ .

тому, и стандартные правила сумм КХД, в которых левые и правые части — правые функции виртуальности. В этой связи представляют значительный интерес физические объекты, изучение которых позволило бы дискриминировать между различными вариантами структуры КХД-вакуума.

Важная информация о ВФ закодирована в нелокальных вакуумных средних типа /18,9/

$$K_{\mu\nu, g\sigma}(\bar{z}) = \langle g^2 G_{\mu\nu}(x_1) [x_1, x_2] G_{g\sigma}(x_2) \rangle, \quad (4)$$

где  $\bar{z} = x_1 - x_2$ , а экспоненциал  $[x_1, x_2] = P e^{i \int_{x_2}^{x_1} B_\mu(s) ds}$  обеспечивает калибровочную инвариантность. При совпадающих аргументах корреляторы типа (4) сводятся к локальным вакуумным средним. Расстояния, на которых такие корреляторы начинают заметно убывать при раздвиге аргументов, соответствуют, очевидно, размеру типичных "элементарных" вакуумных флуктуаций (а не размеру возможных скоррелированных "элементарных" ВФ, представляющих "эффективное" поле). Отличительной особенностью корреляторов типа (4) является отсутствие у них бесцветного промежуточного состояния; поэтому при  $\bar{z} \rightarrow \infty$  они должны падать быстрее, чем  $e^{-\mu \bar{z}}$ , например, как  $e^{-\mu_c \bar{z}}$ , чтобы обеспечить удержание (см. /22/, однако, /22/, где коррелятор (4) вычислялся на решетке, а также /23/, где (4) использовался для получения малой  $\alpha_s$  в модели мешков). В случае, если в КХД-вакууме имеются дальние корреляции, то  $\mu$  разумно связать при этом с корреляционным радиусом  $\tau_c, \mu \sim 1/\tau_c$  (такое явление имеет место в длинноволновой модели /21/). Из сказанного следует, что если нам известно поведение, скажем, одного лишь вакуумного коррелятора (4), то тем самым мы знаем ответы на следующие вопросы: каковы интенсивность и типичный размер ВФ, скоррелированы ли ВФ, имеется ли в КХД конфайнмент.

#### § 5. Вакуумные эффекты для $Q\bar{Q}$ -систем

Замечательно, что именно такие корреляторы существенны в динамике  $Q\bar{Q}$  /18,8/. Так, лидирующая непертурбативная поправка к функции Грина равна

$$\Delta G(\bar{z}', \bar{z}; E) = N_c \langle \bar{z}' | \frac{1}{E - H_0^s} \hat{V} \frac{1}{E - H_0^s} | \bar{z} \rangle, \quad (5)$$

где

$$\hat{V} = \frac{1}{N_c} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\rho_0}{2\pi} K_E(\rho_0) \frac{1}{E - H_0^q - \rho_0} \bar{z}, \quad (6)$$

$H_0^{s,q}$  — проекции гамильтониана  $H_0 = \frac{p^2}{m} + \frac{g^2}{2} \bar{c}_1 \cdot \bar{c}_2$  на синглетные и октетные по цвету состояния;  $K_E(\rho_0)$  — фурье-образ по  $\tau$  коррелятора  $K(\bar{c}; \bar{c}; 0) = \frac{1}{3} \langle g^2 \bar{c}(\bar{c}) [\bar{c}; 0] \bar{c}(0) \rangle$ . Полагая  $\bar{z}' = \bar{z} = 0$  и преобразовывая (5), получаем непертурбативную поправку к правилам сумм (2). Переходя в них в область больших  $\tau, \tau > \tau_c$ , по сравнению с рассматриваемыми в § 2, можно осуществлять подгонку для нахождения  $\langle g^2 G_{\mu\nu} G_{\mu\nu} \rangle$  и  $g_c$ . При  $\tau \gg \tau_c$

зависимость от  $\rho_c$  можно пренебречь. При  $\mathcal{C}$ , заметно большем  $\mathcal{C}_0$ , область согласования может быть увеличена подбором  $\rho_c$ . В итоге мы получаем /6/

$$\langle g^2 G_{\mu\nu} G_{\mu\nu} \rangle = (3,5 \pm 1,0) \text{ ГэВ}^4, \quad \mathcal{C}_c^{-1} = (0,7 \pm 0,2) \text{ ГэВ}. \quad (7)$$

#### § 6. КХД и потенциальная модель

Один из способов описания  $Q\bar{Q}$ -систем состоит во введении эффективного потенциала взаимодействия. В весьма успешных потенциальных моделях (см., например, /6/) он вводился феноменологически. Успех потенциальных моделей, без сомнения, неслучаен и находит свое естественное объяснение в рамках коротковолновой модели КХД-вакуума /8,19/. В этом случае оператор потенциала  $V(6)$  локальный, статический, слабо зависит от массы кварка в согласии с феноменологией (в противоположность случаю длинноволновых ВФ, рассмотренному в /13/). При этом характерные  $\rho_0 \sim 1/q_c$  в (6) велики по сравнению с  $H_0^{\alpha} - E$ , а потому матричный элемент  $\langle \psi | \hat{V} | \bar{\psi} \rangle$  равен  $V(z) \delta(\vec{z} - \vec{z})$ , где

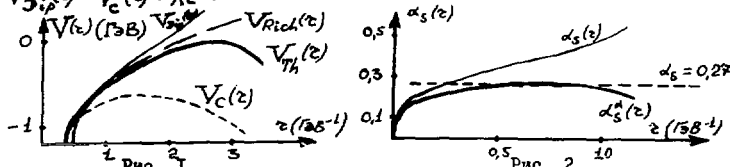
$$V(z) = z^2 \int_0^\infty d\tau K_E(\tau) = \lambda z^2. \quad (8)$$

Следует подчеркнуть, что результат (8) не зависит от частного вида ВФ и имеет общий характер. Мы можем использовать для извлечения  $\langle g^2 G_{\mu\nu} G_{\mu\nu} \rangle$  и  $\mathcal{C}_c$  из сравнения с феноменологическими потенциалами также и статический потенциал  $V_I(z)$  в приближении разреженного газа инстантонов /2/. Теоретическая кривая  $V_{th}(z) = V_c(z) + V_I(z)$  представлена на рис.1 и соответствует параметрам, близким к (3), (7):

$$\langle g^2 G_{\mu\nu} G_{\mu\nu} \rangle = 4,5 \text{ ГэВ}^4, \quad \mathcal{C}_c = 1,6 \text{ ГэВ}^{-1}, \quad (9)$$

$$\Lambda_{\overline{MS}} = 0,1 \text{ ГэВ}, \quad m_b = 4,86 \text{ ГэВ}, \quad m_c = 1,47 \text{ ГэВ}.$$

На рис.1 изображены также: кривая для потенциала  $V_{Rich}(z)/24$ ,  $V_c(z)$ ,  $V_{S,ip}(z) = V_c(z) + \lambda z^2$ .



Весьма интересно, что такое рассмотрение дает не только оценку параметров (9), но и наглядно демонстрирует в рамках КХД динамическое замораживание константы связи  $\alpha_s$  в соответствии с эмпирическим наблюдением работы /11/. Введем эффективную  $\alpha_s^*(z)$  согласно равенству  $V_{th}(z) = -\frac{4}{3z} \alpha_s^*(z) + \Delta m$  ( $\Delta m = \text{const}$ ). Соответствующая кривая представлена на рис.2. Следует отметить, что эмпирически наблюдаемое замораживание  $\alpha_s$  в инфракрасной области во многих адронных процессах также

свидетельствует в пользу малого характерного размера  $\rho_c$  ВФ.

Представляет интерес обсуждение того, имеются ли другие варианты обоснования потенциальных моделей из КХД. Начиная с /25/ предпринимались многочисленные попытки (см., например, /26/) получить в длинноволновых моделях вакуума согласие с феноменологическими  $Q\bar{Q}$ -потенциалами, хотя бы на "эквивалентном" уровне (в смысле совпадения непертурбативных поправок к правилам сумм), а не на истинном, операторном уровне (для  $V$ ). Такие попытки оказались полностью безуспешными /27/. Отчасти поэтому можно сделать вывод, что если достижения потенциальных моделей /6/ не есть дело случая, то длинноволновые модели типа /1/ находятся в противоречии с  $\psi$ -и  $\gamma$ -спектроскопией. Далее, мы могли бы, взяв коротковолновую модель с  $\mathcal{E} \sim (1 \text{ ГэВ})^{-1}$ , но с  $\langle g^2 G_{\mu\nu} G_{\mu\nu} \rangle \approx 0,5 \text{ ГэВ}^4$  (как в /1/), попытаться согласовать потенциал  $V_{th}(z)$  (или  $V_{D,s}(z)$ ) с  $V_{K,d}(z)$ . Однако при этом в теоретически контролируемой области  $z \lesssim (1 \text{ ГэВ})^{-1}$  отличие от  $V_{K,d}(z)$  будет столь значительным, что приведет к неприемлемым изменениям в массах и лептонных ширинах  $\psi$ - и  $\gamma$ -состояний. Кроме того, поскольку асимптотики потенциала при малых и больших  $z$  заданы, то это нарушит выпуклость функции  $V(z)$ , строго доказанную в КХД /28/. Поэтому мы заключаем, что, по-видимому, только набор параметров типа (9) является приемлемым с точки зрения потенциальных моделей.

#### § 7. Конституентная модель и КХД

Формально потенциальные модели служат для описания систем из тяжелых кварков. Однако хорошо известно /29,30/, что и в спектроскопии адронов, состоящих из кварков с малой токовой массой  $m_{u,d} \ll 1$ , нерелятивистская кварковая модель работает хорошо. Причем, что важно, эффективный потенциал, в котором находятся конституентные кварки с массами  $\hat{m}_{u,d} \approx 0,35 \text{ ГэВ}$ ,  $\hat{m}_s \approx 0,50 \text{ ГэВ}$ , может быть использован практически такой же, как и для тяжелых флейворов /29/. Наш анализ показывает, что, действительно, КХД дает естественное обоснование конституентной модели кварков. Стартовый шаг состоит прежде всего в понимании причин возникновения эффективной конституентной массы  $\hat{m} \gg m_{cur}$ . Он уже был сделан ранее, исходя из отличающихся соображений, в /31/ и в /2/. В /2/ было осознано, что присутствие в вакууме инстантонов малых размеров дает реальный непертурбативный механизм для динамической генерации массы кварка. Эти, а также другие соображения, рассмотренные по литературе, были собраны в /17/. Механизм в /2/ апеллирует к рассеянию токовых кварков на локализованных ВФ, которое приводит к их сходу с массовой поверхности и появлению динамической массы, см. рис.3.

Что же касается легких  $q$  и  $\bar{q}$  в мезонах, то их рассеяние на од-

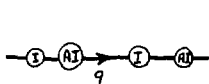


Рис. 3

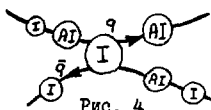


Рис. 4

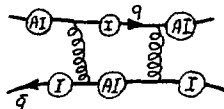


Рис. 5

них и тех же инстантонах (рис. 4) приводит в каналах, отличных от  $O^+$ , к взаимодействию  $q$  и  $\bar{q}$  посредством потенциала такого же типа, как в (6), где теперь вместо  $m$  фигурирует  $\hat{m}$ . Тогда на не слишком больших расстояниях непertурбативное взаимодействие легких кварков (кроме  $O^+$  каналов) имеет осцилляторный характер,  $\sqrt{V_I(r)} \sim \lambda \hat{m}^2$ . Интересно, что в коротковолновом вакууме диаграммы типа рис. 5, в которых учтены и пертурбативные, и вакуумные эффекты, обеспечивают квазиклассическое взаимодействие, которое, однако, на достаточно малых расстояниях становится несингулярным.

### ЛИТЕРАТУРА

1. M. A. Shifman, A. I. Vainshtein, V. I. Zakharov, Nucl. Ph. B147 (1979) 385, 448.
2. C. G. Callan et al. Phys. Rev. D17 (1978) 2717; D19 (1979) 1826; R. D. Carlitz, D. B. Creamer, Ann. Phys. 118 (1979).
3. Rev. of Particle Properties, Phys. Lett. 170B (1986).
4. S. Adler, Phys. Rev. D10 (1974) 3714; E. Poggio et al. D13 (1976) 1958.
5. B. A. Лосе, М. А. Шифман, УФН, 140 (1983) 3.
6. K. Gottfried, Rapporteur's talk at the EPS Conf., Brighton, 1983; A. A. Быков, И. М. Дремин, А. В. Леонидов, УФН, 143 (1984) 3.
7. G. Parisi, R. Petronzio, Phys. Lett. 94B (1980) 51.
8. V. N. Baier, Yu. F. Pinelis, "Small-size vacuum fluctuations and QCD sum rules", Novosibirsk preprint 82-115 (1982).
9. V. N. Baier, Yu. F. Pinelis, Phys. Lett. 148B (1984) 181.
10. F. Sciulli, in Proc. 1985 Int. Symp. on Lepton..., Kyoto, 1985.
11. D. M. Зайцев, "Элементарные частицы" (12 школа ИТФ), 1985.
12. W. Fishler, Nucl. Phys. B129 (1977) 157; A. Billoire, Phys. Lett. 92B (1980) 343.
13. М. Б. Волошин, Яд. физика, 29 (1979) 1368, 36 (1982) 247.
14. N. V. Krasnikov, A. A. Pivovarov, Phys. Lett. 116B (1982) 168.
15. В. Н. Баер и др. Препринт ИФ СО АН СССР 81-II, Новосибирск, 1981.
16. V. A. Novikov et al. Nucl. Phys. B237 (1984) 525.
17. E. V. Shuryak, Nucl. Phys. B203 (1982) 93, 116.
18. V. N. Baier, Yu. F. Pinelis, preprint INP 81-141 (1981); Phys. Lett. 116B (1982) 179.
19. V. N. Baier, Yu. F. Pinelis, Phys. Lett. 139B (1984) 411.
20. С. Н. Николаев, А. Б. Радоски, Яд. физика, 39 (1984) 147.
21. A. I. Mil'shtein, Yu. F. Pinelis, Phys. Lett. 137B (1984) 235.
22. M. Campostrini et al., Z. Phys. C25 (1984) 173; Pisa prepr. IFUP-TH 2/86.
23. T. H. Hansson, Nucl. Phys. B249 (1985) 742.
24. J. L. Richardson, Phys. Lett. 82B (1979) 272.
25. J. S. Ball, R. A. Bertlmann, Nucl. Phys. B187 (1981) 285.
26. S. Jacobs, M. G. Olsson, Phys. Lett. 133B (1983) 111.
27. R. A. Bertlmann, Talk at "Nonperturbative Methods", Montpellier, 1985.
28. C. Bachas, preprint SLAC-PUB-3814 (1985).
29. A. Martin, Symp. "Quarks and Nuclear...", Bad Honnef, 1983.
30. A. Manohar, H. Georgi, Nucl. Phys. B234 (1984) 189.
31. H. D. Politzer, Nucl. Phys. B117 (1976) 397.

E2/M1 RATIO OF ELECTROMAGNETIC  $N \rightarrow \Delta(1232)$  TRANSITIONS  
AS A MEASURE OF TENSOR FORCES BETWEEN QUARKS

H. J. Weber

Dept. of Physics, University of Virginia  
Charlottesville, VA 22901, USA

The ratio  $R$  of electric quadrupole to magnetic dipole  $\Delta$ - $N$  transition amplitudes ( $R \equiv \langle \Delta | E2 | N \rangle / \langle \Delta | M1 | N \rangle$ ) in the process  $\gamma N \rightarrow \Delta(1232) \rightarrow \pi N$  is known to be sensitive to the tensor forces between quarks. The nonrelativistic harmonic-oscillator quark model (NQM) with a scalar confinement potential predicts  $R=0$  for spherically symmetric three-quark  $N$  and  $\Delta$  states.<sup>/1/</sup> Switching on the color hyperfine interaction (chf), i.e. the color magnetic part of the one-gluon exchange at short distances in a nonrelativistic Breit-Fermi expansion, which has a tensor part, viz.

$$V_{\text{chf}} = \frac{\alpha_g}{3m_q^2} \left[ \frac{4\pi}{3} \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 \delta(\vec{r}) + \frac{1}{2r^3} S_{12} \right] + \dots, \quad (1)$$

$$S_{12} = 3\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{r} \vec{\sigma}_2 \cdot \vec{r} - \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2, \quad \vec{r} = \vec{r}/r$$

admixes D-state components into the  $N$  and  $\Delta$  states, so that the NQM predicts<sup>/2,3/</sup>  $R = -0.3\%$  to  $-0.4\%$ .

In a mixed symmetric three-quark basis the  $N$  and  $\Delta$  wave functions have the form

$$|N\rangle = a_B |N, {}^2S; \frac{1}{2} \frac{1}{2}\rangle + a_{\Theta} |N, {}^2S'; \frac{1}{2} \frac{1}{2}\rangle + a_M |N, {}^2S_M'; \frac{1}{2} \frac{1}{2}\rangle + a_D |N, {}^4D_M; \frac{1}{2} \frac{1}{2}\rangle + a_P |N, {}^2P_A; \frac{1}{2} \frac{1}{2}\rangle$$

$$|\Delta\rangle = b_S |\Delta, {}^4S; \frac{3}{2} \frac{3}{2}\rangle + b_{\Theta} |\Delta, {}^4S'; \frac{3}{2} \frac{3}{2}\rangle + b_{DS} |\Delta, {}^4D_S; \frac{3}{2} \frac{3}{2}\rangle + b_{DM} |\Delta, {}^2D_M; \frac{3}{2} \frac{3}{2}\rangle \quad (2)$$

Further details on each component are given in Appendix A.

Most pion photo- and electro-production experiments up to now give results consistent with zero,<sup>/4/</sup> viz.  $R = (-1.4 \pm 1.4)\%$ , when the non-resonant background is analyzed in terms of Born diagrams and a Breit-Wigner shape for the resonance propagator. A recent reanalysis<sup>/5/</sup> of the same data improves on the resonant amplitude in the  $3,3$  channel by using Olsson's parametrization, thus implementing unitarity via Watson's theorem, and including the  $\omega$  exchange among the Born graphs. In their preprint,<sup>/5/</sup> Olsson's Ansatz was applied to the multipole amplitudes which produced two

possible solutions  $R = (-5.3 \pm 0.3)\%$  or  $R = (+5.1 \pm 0.2)\%$ , the first one preferred on statistical grounds. Another similar analysis<sup>/6/</sup> appeared at the same time and gave  $R = (3.7 \pm 0.4)\%$ , later corrected as  $R = (4.0 \pm 0.5)\%$  to  $R = (4.8 \pm 0.4)\%$ . In the published final version,<sup>/5/</sup> Olsson's Ansatz is applied instead of the two  $\Delta_{33}$  dominated helicity amplitudes, which yields statistically satisfactory fits to both multipole data and the lower value  $R = (-1.5 \pm 0.2)\%$ . The sizable difference (in magnitude and sign) between the earlier estimates for  $R$  and the latest one is perhaps an indication of how difficult and subtle it is to extract a reliable value of  $R$  from the present data in conjunction with effective hadronic Lagrangians that ignore their internal quark structure. It is expected that data from continuous electron beam accelerators like CEBAF planned in Virginia will allow a cleaner separation of the multipole amplitudes.

The order of magnitude disagreement between the "experimental" estimates  $|R| \approx 4\%$  to  $5\%$  and the small  $R = -\frac{1}{3}\%$  from chf prompted us<sup>/7/</sup> to consider the tensor potential of the one-pion exchange (OPEP) between quarks,

$$V_{\pi}(\vec{r}) = \left( \frac{m_{\pi} \cdot G}{2m_q} \right)^2 \frac{\vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2}{12\pi} \{ \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 \left( \frac{e^{-m_{\pi}r}}{r} - \frac{4\pi}{m_{\pi}^2} \delta(\vec{r}) \right) + S_{12} \left[ 1 + \frac{3}{m_{\pi} \cdot r} + \frac{3}{m_{\pi}^2 \cdot r^2} \right] \frac{e^{-m_{\pi}r}}{r} \} \quad (3)$$

as a possible contribution to  $R$  at longer interquark distances.

This OPEP is generated by a conventional pion-quark coupling

$iG \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{q}}{2m_q} \vec{\tau}$ , where  $m_q \approx m_N/3$  is the constituent quark mass. Consistency with the OPEP between nucleons at longer distances requires

$$g_{\pi NN} = \frac{5}{3} G \frac{m_N}{m_q}, \quad g_{\pi NN}^2/4\pi = 14.5 \quad (4)$$

which determines the strength of the tensor potential in Eq. (3) and its sign to be the same as that of the chf. The  $\pi NN$  and  $\pi N\Delta$  vertices along with other matrix elements from this pion-quark coupling are dominated by the baryon surface, but somewhat less so than in chiral bag models (CBM); the resulting vertex form factors and  $\pi BB'$  coupling constants from both models are comparable.<sup>/8/</sup> The zero-range term in Eq. (3) corresponds mostly to two quarks on top of each other in the baryon surface region. However, the zero-range OPEP ( $-\delta(\vec{r})$ ) does not play a role in nuclear physics, whereas the remaining OPEP between nucleons at long distances is quantitatively confirmed in peripheral nucleon-nucleon phase shifts and the asymptotic D/S ratio of deuteron wave functions.<sup>/9/</sup>

Table 1: Mixing coefficients  $a_i$  and  $b_j$  as defined in Eq. (2), proton m.s. radius  $1/u$ , magnetic moments for the nucleon,  $\alpha_s$ , and the ratios  $E2/M1$  for the electromagnetic  $N \rightarrow \Delta$  transition calculated from the current-operator ( $j$ ) and the charge operator ( $p$ ). The case labeled chf includes the color hyperfine interaction only, where our results agree with Ref. 2. For the energies of the unperturbed Hamiltonian we use the values  $E_S = 1600$  MeV,  $E_{S_M} = 1810$  MeV,  $E_{D_S} = 1850$  MeV,  $E_{D_M} = 1935$  MeV,  $E_{P_A} = 2020$  MeV, which produce a satisfactory spectrum. In the case labeled chf+ $\pi$  (no  $\delta$ - $\pi$ ) the OPEP acts without the zero-range part. In the case labeled chf+ $\pi$  the full OPEP (with  $E_0 = 1220$  MeV) is included.

$m_N [\text{GeV}/c^2]$	$a_S$	$a_{S'}$	$a_M$	$a_D$	$a_P$	$\frac{1}{\alpha} [\text{fm}]$	$\mu_p [\text{n.m.}]$	$\mu_n [\text{n.m.}]$	
0.941	0.950	-0.235	-0.203	-0.042	-0.002	0.684	2.689	-1.917	chf
0.939	0.947	-0.237	-0.212	-0.052	-0.002	0.686	2.667	-1.914	chf+ $\pi$ (no $\delta$ - $\pi$ )
0.939	0.908	-0.380	-0.174	-0.023	-0.0001	0.660	2.729	-1.910	chf+ $\pi$

$m_\Delta [\text{GeV}/c^2]$	$b_S$	$b_{S'}$	$b_{D_S}$	$b_{D_M}$	$\alpha_s$	$(E2/M1)_j$	$(E2/M1)_p$	
1.231	0.973	0.201	-0.097	0.065	2.22	-0.326%	-0.69%	chf
1.232	0.969	0.210	-0.112	0.075	2.40	-0.324%	-0.82%	chf+ $\pi$ (no $\delta$ - $\pi$ )
1.232	0.998	0.027	-0.051	0.031	0.66	-0.073%	-0.24%	chf+ $\pi$

In the basis of three-quark baryon wave functions of Eq. (2) and Appendix A the chf and OPEP are diagonalized, thus determining the  $N$  and  $\Delta$  admixture coefficients  $a$  and  $b$  in Eq. (2) that are listed in Table 1. Our chf matrix elements,  $a$  and  $b$ 's agree with those of Gershtein et al.<sup>2/</sup>; our OPEP matrix elements are given in Appendix B. Note that the quantity  $C$  originates from the zero-range OPEP of Eq. (3). The chf strength constant  $\alpha_s$  is adjusted to the  $\Delta$ - $N$  mass difference  $m_\Delta - m_N$ . As shown in Table 1, the value  $\alpha_s = 2.22$  reduces to 0.66, when the OPEP is switched on, which then generates  $-\frac{2}{3}$  of  $m_\Delta - m_N$ . However, the  $\Delta$ - $N$  mass difference is hardly sensitive to the OPEP ( $\alpha_s$

changing from 2.22 to 2.40 in Table 1), when its zero-range part is omitted, which we advocate.

Surprisingly, the same is true for the neutron charge form factor shown in Fig. 1, which the "cloudy" CBM<sup>10/</sup> predicts to come from a neutron wave function component consisting of a negative pion on the surface of a three-quark proton core. In other words, this pionic model of the neutron charge distribution owes its existence to the untested short range piece (of questionable validity) of the effective long range OPEP, which presumably disappears when the finite size of the pion is included in the CBM.

Returning to the E2/M1 ratio, we have calculated from the current the matrix elements  $\langle \Delta | E2 | N \rangle_j$  and  $\langle \Delta | M1 | N \rangle$ , which are those given in Ref. 2; our new E2 result from the charge density  $\rho$  is different, viz.

$$\begin{aligned} \frac{1}{N} \langle \Delta | E2 | N \rangle_\rho &= \frac{1}{N} \langle \Delta | E2 | N \rangle_j + \frac{2}{3\sqrt{5}} (1 - \frac{1}{2}\phi) a_s \cdot b_{DM} \\ &+ \frac{2}{3\sqrt{5}} (1 + \frac{1}{2}\phi) a_D \cdot b_S - \frac{1}{\sqrt{15}} (\frac{k^2}{9\alpha^2} + \frac{2}{3}\phi) a_s \cdot b_{DM} + \\ &- \frac{1}{\sqrt{15}} (\frac{k^2}{9\alpha^2} - \frac{2}{3}\phi) a_D \cdot b_S - \frac{1}{\sqrt{30}} (\frac{k^2}{9\alpha^2} + \frac{2}{3}\phi) a_M \cdot b_{DM} \end{aligned} \quad (5)$$

where

$$N = \frac{e}{2m_q} \sqrt{\frac{k}{6}} \exp(-k^2/6\alpha^2), \phi = \frac{m_q}{\alpha^2} (m_\Delta - m_N), \frac{e^2}{4\pi} = \frac{1}{137} \quad (6)$$

and  $k$  is the photon momentum in the  $\Delta(1232)$  rest frame.

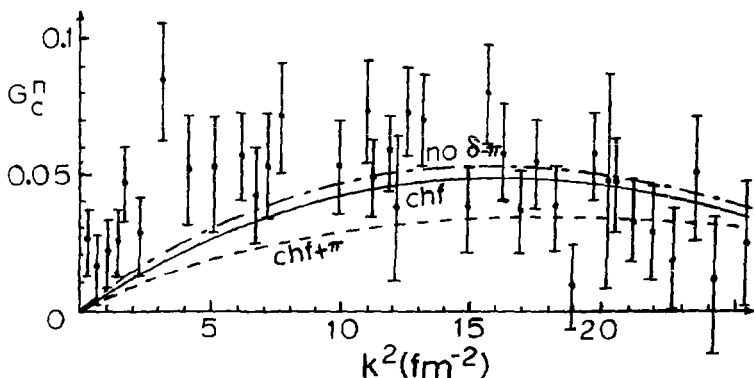


Fig. 1. The neutron charge form factor. With the same labels as in the caption of Table 1, the solid curve corresponds to the chf calculation, dot-dashed to chf+ $\pi$  (no  $\delta$ - $\pi$ ), and dashed to chf+ $\pi$ .

The E2/M1 ratio is also sensitive to the zero-range OPEP as shown in Table 1, but it is even more so to the truncation of the configuration space at the  $2M\omega$  orbits. This shows up in the difference in Eq. (5) between the usual calculations of R from the current,<sup>/2,3/</sup>  $R_j$ , and from the charge density,  $R_0$  in Table 1 using current conservation explicitly, which is more reliable.<sup>/9,11/</sup> The latter also includes most of the pion exchange current contribution, since the charge density is not affected by exchange current corrections in lowest nonrelativistic order. The difference between our best value<sup>/7/</sup>  $R = -0.81\%$  and  $(-1.5 \pm 0.2)\%$  extracted from the data<sup>/5/</sup> is well within the theoretical uncertainties of both results. Our nonrelativistic estimate of R is comparable to the CBM value,<sup>/12/</sup>  $R = -0.9\%$ , but both may change when all three quarks are treated relativistically. Such calculations are in progress. Finally, when its zero-range part is suppressed, the OPEP increases  $|R|$  by a modest 20%, which is consistent with the relatively small pionic contributions to baryon mass differences.<sup>/13/</sup>

I thank Nimai Mukhopadhyay for a stimulating discussion at the Lewes 1985 summer workshop, which started the work reviewed here, and Michael Weyrauch for his collaboration, in which these results were obtained. This work was supported in part by the U.S. National Science Foundation.

#### Appendix A. N and $\Delta$ wave function components.

$$|N, {}^2S; \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}t\rangle = \psi_0^S \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{P=0,1} |(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})P, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}m\rangle |(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})P, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}t\rangle, \quad (A1)$$

$$|N, {}^2S'; \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}t\rangle = \psi_0^{S'} \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{P=0,1} |(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})P, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}m\rangle |(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})P, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}t\rangle, \quad (A2)$$

$$\begin{aligned} |N, {}^2S'_M; \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}t\rangle &= \psi_{M_A}^{S'} \cdot \sum_{P=0,1} (-1)^P |(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})P, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}m\rangle |(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})P, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}t\rangle \\ &+ \psi_{M_S}^{S'} \sum_{P=0,1} |(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})P, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}m\rangle |(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})1-P, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}t\rangle, \end{aligned} \quad (A3)$$

$$\begin{aligned} |N, {}^4D_M; \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}t\rangle &= -\frac{8\pi\alpha^2}{3\sqrt{2}} \psi_0^S \cdot \{ |(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})1, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}Y_{2M_S}^{MS}\rangle^{1/2} \cdot |(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})1, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}t\rangle \\ &+ (|(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})1, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}Y_{2M_A}^{MA}\rangle^{1/2} \cdot |(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}t\rangle) \}, \end{aligned} \quad (A4)$$

$$\begin{aligned} |N, {}^2P_A; \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}t\rangle &= \frac{8\pi\alpha^2}{3\sqrt{2}} \psi_0^S \cdot \sum_{P=0,1} (-1)^P \{ |(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})P, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}Y_{1M_A}^{MA}\rangle^{1/2} \\ &\cdot |(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})1-P, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}t\rangle \}, \end{aligned} \quad (A5)$$

where

$$(|\frac{1}{2}\frac{1}{2}\rangle_1, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}\rangle_{\mathbf{L}})_m^J = \sum_{m_S, m_L} C(\frac{3}{2}J; m_S m_L m) |\frac{3}{2} m_S \rangle_{\mathbf{L} m_L} \quad (\text{A6})$$

denotes coupling by Clebsch-Gordon coefficients in Condon-Shortley conventions. In this notation, then,

$$Y_{\mathbf{L} m}^{M_A} = \rho \cdot \lambda \cdot (Y_1(\hat{\rho}) Y_1(\hat{\lambda}))_{\mathbf{L} m}^L, \quad L = 1, 2 \quad (\text{A7})$$

Moreover,

$$Y_{2m}^{MS} = (\frac{3}{40\pi})^{1/2} (\rho^2 Y_{2m}(\hat{\rho}) - \lambda^2 Y_{2m}(\hat{\lambda})) \quad (\text{A8})$$

$$Y_{2m}^S = \rho^2 Y_{2m}(\hat{\rho}) + \lambda^2 Y_{2m}(\hat{\lambda}), \quad (\text{A9})$$

where the  $Y_{\mathbf{L} m}$  are the standard spherical harmonics and  $\hat{\rho} = \vec{\rho}/\rho$ ,  $\hat{\lambda} = \vec{\lambda}/\lambda$  denote the angular variables. The radial wave functions in (A1) to (A5) are

$$\psi_0^S = (\frac{\alpha^2}{\pi})^{3/2} \cdot \exp\left[-\frac{\alpha^2}{2}(\rho^2 + \lambda^2)\right] \quad (\text{A10})$$

$$\psi_0^{S'} = \frac{\alpha^2}{\sqrt{3}} (\rho^2 + \lambda^2 - \frac{3}{\alpha^2}) \cdot \psi_0^S, \quad (\text{A11})$$

$$\psi_{M_A}^{S'} = \frac{\alpha^2}{2\sqrt{3}} (\rho^2 - \lambda^2) \cdot \psi_0^S, \quad (\text{A12})$$

$$\psi_{M_S}^{S'} = \frac{\alpha^2}{\sqrt{3}} \vec{\rho} \cdot \vec{\lambda} \psi_0^S, \quad (\text{A13})$$

where

$$\vec{\rho} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\vec{r}_1 - \vec{r}_2), \quad \vec{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{6}} (\vec{r}_1 + \vec{r}_2 - 2\vec{r}_3) \quad (\text{A14})$$

are the conventional Jacobi relative quark distances, and  $\alpha = 0.32$  GeV is the harmonic oscillator constant.

The  $\Delta$  wave function components are

$$|\Delta, {}^4S; \frac{3}{2} m \frac{3}{2} t\rangle = \psi_0^S \cdot |(\frac{1}{2}\frac{1}{2})_1, \frac{1}{2}, \frac{3}{2} m\rangle \cdot |(\frac{1}{2}\frac{1}{2})_1, \frac{1}{2}, \frac{3}{2} t\rangle, \quad (\text{A15})$$

$$|\Delta, {}^4S'; \frac{3}{2} m \frac{3}{2} t\rangle = \psi_0^{S'} \cdot |(\frac{1}{2}\frac{1}{2})_1, \frac{1}{2}, \frac{3}{2} m\rangle \cdot |(\frac{1}{2}\frac{1}{2})_1, \frac{1}{2}, \frac{3}{2} t\rangle, \quad (\text{A16})$$

$$|\Delta, {}^4D_S; \frac{3}{2} m \frac{3}{2} t\rangle = (\frac{8\pi}{15})^{1/2} \alpha^2 \cdot \psi_0^S \cdot (Y_2^S |(\frac{1}{2}\frac{1}{2})_1, \frac{1}{2}, \frac{3}{2} m\rangle \cdot |(\frac{1}{2}\frac{1}{2})_1, \frac{1}{2}, \frac{3}{2} t\rangle), \quad (\text{A17})$$

$$|\Delta, {}^2D_M; \frac{3}{2} m \frac{3}{2} t\rangle = \frac{4\pi\alpha^2}{3\sqrt{2}} \cdot \psi_0^S \cdot \{ (Y_2^{M_A} |(\frac{1}{2}\frac{1}{2})_0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2} m\rangle \cdot |(\frac{1}{2}\frac{1}{2})_1, \frac{1}{2}, \frac{3}{2} t\rangle + 2 \cdot (Y_2^{MS} |(\frac{1}{2}\frac{1}{2})_1, \frac{1}{2}, \frac{1}{2} m\rangle \cdot |(\frac{1}{2}\frac{1}{2})_1, \frac{1}{2}, \frac{3}{2} t\rangle \} \quad (\text{A18})$$

# Appendix B. OPEP Matrix Elements.

Radial integrals are abbreviated as

$$I_{nS} = \alpha^{n+1} \cdot \int_0^\infty d\rho \rho^n \cdot \exp(-(\alpha^2 \cdot \rho^2 + m_\pi \cdot \rho \cdot \sqrt{2})) \quad , \quad (B1)$$

$$I_{nT} = \alpha^{n+1} \cdot \int_0^\infty d\rho \rho^n \cdot \left(1 + \frac{3}{m_\pi \cdot \rho \sqrt{2}} + \frac{3}{2m_\pi^2 \cdot \rho^2}\right) \cdot \exp(-(\alpha^2 \cdot \rho^2 + m_\pi \cdot \rho \sqrt{2})) \quad , \quad (B2)$$

with  $\alpha$ ,  $\rho$  of Appendix A. Defining

$$C = \frac{\alpha^2}{2m_\pi^2} \quad , \quad \beta = \left(\frac{3}{5} f_{\pi NN}\right)^2 \frac{\alpha}{\pi \sqrt{2\pi}} \quad , \quad f_{\pi NN} = \frac{5}{3} \cdot \frac{m_\pi G}{2m_q} = \frac{m_\pi \cdot G_{\pi NN}}{2m_N} \quad , \quad (B3)$$

the non-zero nucleon and  $\Delta(1232)$  OPEP matrix elements are

$$\langle N, {}^2S_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} | V_\pi | N, {}^2S_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \rangle = 5 \cdot \beta (I_{1S} - C) \quad , \quad (B4)$$

$$\langle N, {}^2S_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} | V_\pi | N, {}^2S_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \rangle = \frac{5}{\sqrt{3}} \beta \left[ I_{3S} - \frac{3}{2} (I_{1S} - C) \right] \quad , \quad (B5)$$

$$\langle N, {}^2S_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} | V_\pi | N, {}^2S_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \rangle = 2\beta \sqrt{\frac{2}{3}} [I_{3S} - \frac{3}{2} (I_{1S} - C)] \quad , \quad (B6)$$

$$\langle N, {}^4D_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} | V_\pi | N, {}^2S_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \rangle = \frac{2\beta}{\sqrt{15}} I_{3T} \quad , \quad (B7)$$

$$\langle N, {}^2S_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} | V_\pi | N, {}^2S_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \rangle = \frac{5}{3} \cdot \beta \cdot [I_{5S} - 3I_{3S} + \frac{15}{4} (I_{1S} - C)] \quad , \quad (B8)$$

$$\langle N, {}^2S_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} | V_\pi | N, {}^2S_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \rangle = \frac{4\beta}{3\sqrt{2}} \left[ I_{5S} - 3I_{3S} + \frac{3}{4} (I_{1S} - C) \right] \quad , \quad (B9)$$

$$\langle N, {}^4D_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} | V_\pi | N, {}^2S_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \rangle = \frac{2\beta}{3\sqrt{6}} (I_{5T} - \frac{3}{2} I_{3T}) \quad , \quad (B10)$$

$$\langle N, {}^2S_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} | V_\pi | N, {}^2S_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \rangle = \frac{\beta}{4} \left[ \frac{10}{3} I_{5S} - 14I_{3S} + \frac{25}{2} (I_{1S} - C) \right] \quad , \quad (B11)$$

$$\langle N, {}^4D_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} | V_\pi | N, {}^2S_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \rangle = -\frac{\beta}{3} \sqrt{\frac{2}{5}} (I_{5T} + \frac{9}{2} I_{3T}) \quad , \quad (B12)$$

$$\langle N, {}^4D_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} | V_\pi | N, {}^4D_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \rangle = -\beta \left[ \frac{2}{15} I_{5T} - \frac{7}{5} I_{3T} - \frac{1}{15} I_{5S} + I_{3S} - \frac{1}{4} (I_{1S} - C) \right] \quad (B13)$$

$$\langle N, {}^2P_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} | V_\pi | N, {}^4D_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \rangle = \frac{6\beta}{\sqrt{10}} I_{3T} \quad , \quad (B14)$$

$$\langle N, {}^2P_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} | V_\pi | N, {}^2P_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \rangle = -2\beta I_{3S} \quad (B15)$$

$$\langle \Delta, {}^4S_{\frac{3}{2}}^{\frac{3}{2}} | V_\pi | \Delta, {}^4S_{\frac{3}{2}}^{\frac{3}{2}} \rangle = \beta (I_{1S} - C) \quad , \quad (B16)$$

$$\langle \Delta, {}^4S_{\frac{3}{2}}^{\frac{3}{2}} | V_\pi | \Delta, {}^4S_{\frac{3}{2}}^{\frac{3}{2}} \rangle = \frac{\beta}{\sqrt{3}} \left[ I_{3S} - \frac{3}{2} (I_{1S} - C) \right] \quad , \quad (B17)$$

$$\langle \Delta, {}^4D_{\frac{3}{2}}^{\frac{3}{2}} | V_\pi | \Delta, {}^4S_{\frac{3}{2}}^{\frac{3}{2}} \rangle = 2\beta \sqrt{\frac{2}{15}} \cdot I_{3T} \quad , \quad (B18)$$

$$\langle \Delta, {}^2D_{M2} \frac{3}{2} | V_{\pi} | \Delta, {}^4S_{\frac{3}{2}} \frac{3}{2} \rangle = -\frac{2\beta}{\sqrt{15}} \cdot I_{3T} \quad (B19)$$

$$\langle \Delta, {}^4S_{\frac{3}{2}} \frac{3}{2} | V_{\pi} | \Delta, {}^4S_{\frac{3}{2}} \frac{3}{2} \rangle = \frac{1}{3}\beta \left[ I_{5S} - 3I_{3S} + \frac{15}{4}(I_{1S} - C) \right] \quad (B20)$$

$$\langle \Delta, {}^4D_{S2} \frac{3}{2} | V_{\pi} | \Delta, {}^4S_{\frac{3}{2}} \frac{3}{2} \rangle = \frac{2}{3}\beta \sqrt{\frac{2}{5}} (I_{5T} - \frac{3}{2}I_{3T}) \quad (B21)$$

$$\langle \Delta, {}^2D_{M2} \frac{3}{2} | V_{\pi} | \Delta, {}^4S_{\frac{3}{2}} \frac{3}{2} \rangle = -\frac{2\beta}{3\sqrt{5}} (I_{5T} - \frac{3}{2}I_{3T}) \quad (B22)$$

$$\langle \Delta, {}^4D_{S2} \frac{3}{2} | V_{\pi} | \Delta, {}^4D_{S2} \frac{3}{2} \rangle = \frac{1}{12}\beta \left[ \frac{8}{5}I_{5S} + 6(I_{1S} - C) \right] \quad (B23)$$

$$\langle \Delta, {}^2D_{M2} \frac{3}{2} | V_{\pi} | \Delta, {}^4D_{S2} \frac{3}{2} \rangle = \frac{2\beta\sqrt{2}}{15} I_{5T} \quad (B24)$$

$$\langle \Delta, {}^2D_{M2} \frac{3}{2} | V_{\pi} | \Delta, {}^2D_{M2} \frac{3}{2} \rangle = \frac{2}{3}\beta \left[ \frac{1}{10}I_{5S} - \frac{3}{8}I_{3S} + \frac{3}{8}(I_{1S} - C) \right] \quad (B25)$$

#### References

1. C.M. Becchi and G. Morpurgo, Phys. Lett. **17** (1965) 352; G. Morpurgo, "Lectures on the Quark Model", in Theory and Phenomenology in Particle Physics, A. Zichichi, ed., Ac. Press (New York, 1969) p. 107.
2. S. Gershtein and G.V. Dzhikiya, Sov. J. Nucl. Phys. **34** (1981) 870.
3. N. Isgur, G. Karl, and R. Koniuk, Phys. Rev. **D25** (1982) 2394: This result is quoted here with the standard normalizations of Ref. 2, which we also adopt here.
4. C.G. Wohl et al. (Particle Data Group), Rev. Mod. Phys. **56** (1984) S1.
5. R. Davidson, N.C. Mukhopadhyay, and R. Wittman, Phys. Rev. Lett. **56** (1986) 804.
6. H. Tanabe and K. Ohta, Phys. Rev. **C31** (1985) 1876.
7. H.J. Weber and M. Weyrauch, Report 1985 CEBAF Summer Study Group, p. 5-104; M. Weyrauch and H.J. Weber, Phys. Lett. **171B** (1986) 13.
8. cf., e.g., J. Cohen and H.J. Weber, Phys. Lett. **165B** (1985) 229.
9. T.E.O. Ericson and M. Rosa-Clot, Ann. Rev. Nucl. Sci. **35** (1985).
10. Cf., e.g., A.W. Thomas, Adv. Nucl. Phys. **13** (1983) 1.
11. D. Drechsel and M. Giannini, Phys. Lett. **143B** (1984) 329.
12. G. Klübermann and J.M. Eisenberg, Phys. Rev. **D28** (1983) 71.
13. Y. Iwamura, Y. Nogami and N. Ohtsuka, Prog. Theor. Phys. **74** (1985) 637.

## РЕДКИЕ ПРОЦЕССЫ В АДРОННОМ ОБРАЗОВАНИИ ТЯЖЕЛЫХ КВАРКОВ

В.В. Киселев, А.К. Лиходед

Институт физики высоких энергий, Серпухов

1. В этом году исполнилось 10 лет с того времени, когда впервые был наблюден открытый чарм <sup>/1/</sup>. С тех пор наибольший прогресс в изучении чарма и прелести связан с  $e^+e^-$  - аннигиляцией в адроны. Здесь, помимо наблюдения большого количества каналов распада этих частиц, наблюдались некоторые динамические особенности в их образовании. Сейчас можно считать установленным фактом значительный эффект лидирования очарованных и прелестных адронов, предсказанный в ряде теоретических работ <sup>/2/</sup>.

Много данных о тяжелых кварках появилось из опытов по электро- и фоторождению. Здесь имеет место хорошее согласие с механизмом фотон-глюонного слияния. Результаты предсказаний КХД и партонной модели находятся в хорошем согласии с данными при выборе глюонного распределения, удовлетворяющего простым правилам подсчета размерностей,

$$G^N(x) \sim \frac{1}{x} (1-x)^5 \quad (I)$$

Несколько хуже с пониманием адронного образования чарма и прелести. Здесь имеется целый ряд экспериментальных результатов, существенно превышающих предсказания наивной модели (КХД + партонная модель). Так, данные БИС-2 <sup>/3/</sup> при низких энергиях соответствуют полному сечению рождения чарма на уровне 10-20 мкб против 0,5-1 мкб, ожидаемых в модели. Экспериментальные точки при энергиях ISR также значительно превышают теоретические значения. С другой стороны, в области энергий FNAL - SpS имеется хорошее согласие как в величине полных сечений, так и для дифференциальных характеристик. Отметим при

этом, что для описания последних необходимо вводить в модель дополнительные гипотезы о характере адронизации кварков. В этом пункте в последнее время достигнуто понимание /4/, и полученные предсказания хорошо согласуются с последними экспериментальными данными группы ЕН5 /5/.

Можно думать поэтому, что стандартные аргументы против КХД-модели образования чарма, приводящей к слишком мягким спектрам с-кварков, в настоящее время уже не имеют силы.

II. Наиболее ярко предсказания КХД реализуются при рассмотрении адронного образования частиц скрытого чарма и предсти /6/ и, в особенности в парном образовании  $J/\psi$ -частиц /7/. Диаграмма процесса, ответственного за образование двух  $J/\psi$ -частиц, изображена на рис. 1а. Основная неопределенность в теоретических расчетах диаграмм четвертого порядка по  $\alpha_s$  связана с определением вершины  $c\bar{c}\psi$ . Ее, однако, можно вычислить из распада  $\psi \rightarrow \mu^+ \mu^-$ . Получаемое при этом сечение на три порядка ниже сечения образования одионных  $\psi$ -частиц, что хорошо согласуется (с точностью до множителя 4) с данными в  $p\bar{p}$ -и  $p p$ -столкновениях /8/. В последнем случае доминирует вклад глюонной компоненты (диаграммы рис. 1б). Диаграммы рис. 1 приводят к гладкому фону в спектре масс  $\psi\psi$  (рис. 2). Возможно, однако, появление структуры в этом спектре, связанной с образованием и распадом  $\chi_b \rightarrow \psi\psi$ . Оценки сечения образования континуума  $\psi\psi$  и боттония в районе энергий  $\sqrt{s} = 500$  ГэВ показывают, что существует реальная возможность выделения сигнала от  $\chi_b$  на фоне непрерывного спектра  $\psi\psi$  /9/. Отметим также, что парное образование  $\psi$ -частиц может служить уникальным экспериментальным методом выделения тяжелых глюболов подобно тому, как парное образование  $\psi$ -мезонов позволило выделить кандидатов на глюбольные состояния /10/.

III. Другой редкий процесс в рождении частиц с тяжелыми кварками относится к образованию мезонов смешанного аромата. В качестве примера рассмотрим адронное образование  $B_c(b\bar{c})$ -мезонов. В рамках партонной модели и КХД сечение образования пары  $B_c^-$ -мезонов в столкновениях адронов  $h_1 h_2$  может быть записано в виде

$$\sigma(h_1 h_2 \rightarrow B_c \bar{B}_c X) = \sum_{ij} \int dx_1 dx_2 f_{ih_1}(x_1) \cdot \quad (2)$$

$$\cdot f_{j\bar{h}_2}(x_2) \hat{\sigma}(ij \rightarrow B_c \bar{B}_c),$$

где  $\hat{\mathcal{G}}(ij)$  - сечение подпроцесса рождения  $B_c \bar{B}_c$ -пар, которое описывается диаграммами рис.3,  $f_{i,j}(x)$  - функции распределения партонов в адронах  $h_i$  и  $h_j$ . При энергиях  $\sqrt{s} \approx 80$  ГэВ доминирующий вклад в  $\hat{\mathcal{G}}(h_i h_j \rightarrow B_c \bar{B}_c X)$  дают валентные кварки, поэтому в качестве первого приближения ограничимся диаграммами аннигиляции легких кварков.

При вычислениях мы будем считать кварки, входящие в мезоны, лежащими на массовой поверхности в согласии с нерелятивистским описанием систем, состоящих из тяжелых кварков. Вершины  $c \bar{b} q$  выберем для  $I^-$ - и  $0^-$ -состояний в виде

$$c \bar{b}(p_1) \gamma_\mu \varepsilon_\mu(p) c(p_2), \quad \tilde{c} \bar{b}(p_1) \gamma_5 c(p_2), \quad (3)$$

где  $p$ ,  $p_1$  и  $p_2$  - импульсы мезона,  $b$ - и  $c$ -кварков соответственно, причем  $p_1 = p m_c / M$ ,  $p_2 = p m_c / M$ ,  $M = m_c + m_c$ . Для наших оценок мы положили  $c = \tilde{c}$ , причем  $\tilde{c}$  связана с постоянной  $f_{B_c}$  распада псевдоскалярного мезона  $B_c (B_c \rightarrow \mu \bar{\nu})$  соотношением

$$f_{B_c} = \tilde{c} \frac{m_c v_c}{8\pi M} \cdot \frac{4 m_c m_c}{M}, \quad (4)$$

где  $M$  - масса  $B_c$ ,  $m_c$  и  $m_c$  - массы кварков,  $v_c$  - скорость  $c$ -кварка в мезоне. Для  $f_{B_c}$  нами взята оценка из работы [11], где

$$f_{B_c} \approx 350 \text{ МэВ}.$$

Матричные элементы для пар  $I^- I^-$  и  $0^- 0^-$  имеют вид

$$T_i = \left( \frac{ig}{\lambda} \right)^4 \frac{3\lambda}{3\sqrt{3}} \left( \frac{c m_c v_c}{8\pi M} \right)^2 \frac{S_p I_{\mu\nu}}{16\rho^2 (1 - (\frac{\Delta M}{M})^2)} \cdot \lambda \bar{u}_{p-k} \gamma^\mu \hat{k} \gamma^\nu u_{p+k}, \quad (5)$$

где  $\Delta M = m_c - m_c$ ,

$$S_p I_{\mu\nu} = S_p [(\hat{e} + M) \gamma_\mu (-\hat{a} + M) \hat{e}_\nu (\hat{a} + M) \gamma_\nu (-\hat{b} + M) \hat{e}_\mu], \quad (6)$$

где  $a = p + q$ ,  $b = p - q$ ,  $\hat{e}_{1,2}$  - поляризаационные векторы мезонов,

$$T_0 = \left( \frac{ig}{\lambda} \right)^4 \frac{3\lambda}{3\sqrt{3}} \left( \frac{c m_c v_c}{8\pi M} \right)^2 \frac{S_p O_{\mu\nu}}{16\rho^2 (1 - (\frac{\Delta M}{M})^2)} \cdot \lambda \bar{u}_{p-k} \gamma^\mu \hat{k} \gamma^\nu u_{p+k}, \quad (7)$$

$$S_p O_{\mu\nu} = S_p [\gamma_\mu (-\hat{p} - \hat{q} + M) \gamma_\nu (\hat{p} - \hat{q} + M)^2],$$

следы матриц  $I_{\mu\nu}$  и  $O_{\mu\nu}$  легко вычисляются, однако они имеют громоздкий вид, поэтому отметим лишь, что получающиеся выражения симметричны по  $\mu, \nu$ .

Для  $\Gamma^+ \Gamma^-$  - пар

$$T' = \left(\frac{ig}{2}\right)^4 \frac{32}{3\sqrt{3}} \left(\frac{C m_c v_c}{8\pi M}\right)^2 \frac{8M^2 S_P A_{\mu\nu}}{16 \rho^2 (1 - (\frac{\Delta M}{M})^2)} \cdot 2U_{p-k} \gamma^\mu \frac{\Delta M}{M} \hat{p} \gamma^\nu U_{p+k},$$

$$S_P A_{\mu\nu} = S_P (\gamma_5 \hat{p} \gamma_\mu \gamma_\nu \hat{E}). \quad (8)$$

Возведение в квадрат матричных элементов и суммирование по поляризациям  $\Gamma^-$  - мезонов:

$$\sum_\lambda \varepsilon_\lambda^\mu(z) \varepsilon_\lambda^\nu(z) = -g^{\mu\nu} + z^\mu z^\nu / M^2, \quad (9)$$

дадут после усреднения по спину и цвету аннигилирующих кварков

$$|\overline{T}|^2 = \frac{32}{243} \frac{d_s^4}{\rho^4 (1 - (\frac{\Delta M}{M})^2)^2} \cdot (C m_c v_c)^4 \cdot (2\rho^2 (1 + \frac{M^2}{\rho^2}) + (qk)^2 \rho^2 (1 - 3\frac{M^2}{\rho^2}) - 3(qk)^2),$$

$$|\overline{T}_0|^2 = \frac{32}{243} \cdot \frac{d_s^4}{\rho^4 (1 - (\frac{\Delta M}{M})^2)^2} \cdot (C m_c v_c)^4 \cdot (qk)^2 (\rho^2 (\rho^2 - M^2) - (qk)^2),$$

$$|\overline{T}'|^2 = \frac{32}{243} \frac{d_s^4}{\rho^4 (1 - (\frac{\Delta M}{M})^2)^2} \cdot (C m_c v_c)^4 \cdot \left(\frac{\Delta M}{M}\right)^2 \left(1 - \frac{M^2}{\rho^2} - \frac{(qk)^2}{\rho^4}\right). \quad (10)$$

Полные сечения подпроцессов имеют вид

$$\sigma(t^-, t^-) = \frac{2}{81\pi} d_s^4 (C m_c v_c)^4 \lambda^2 \sqrt{1-\lambda} \cdot \frac{1.3 + 1.4\lambda + 0.3\lambda^2}{9M^2 (1 - (\frac{\Delta M}{M})^2)^2}, \quad (11)$$

$$\sigma(0^-, 0^-) = \frac{2}{810\pi} d_s^4 (C m_c v_c)^4 \frac{\lambda^3 \sqrt{1-\lambda} (1-\lambda)^2}{9M^2 (1 - (\frac{\Delta M}{M})^2)^2},$$

$$\sigma(t^-, 0^-) = \frac{1}{81\pi} d_s^4 (C m_c v_c)^4 \frac{\lambda^3 \sqrt{1-\lambda} (1-\lambda)}{9M^2 (1 - (\frac{\Delta M}{M})^2)^2} \left(\frac{\Delta M}{M}\right)^2,$$

где  $\lambda = 4M^2/S$ ,  $S$  - квадрат полной энергии аннигилирующих кварка и антикварка. Заметим, что возле порога сечение векторных пар значительно превосходит сечение псевдоскалярных:

$$\frac{\sigma(0^-, 0^-)}{\sigma(t^-, t^-)} \sim (1-\lambda)^2, \quad \frac{\sigma(t^-, 0^-)}{\sigma(t^-, t^-)} \sim (1-\lambda). \quad (12)$$

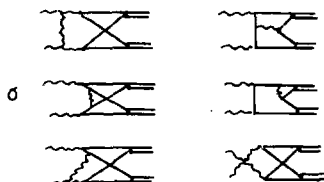
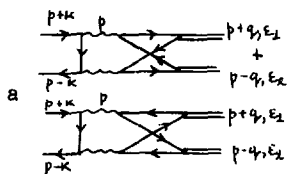


Рис. 1

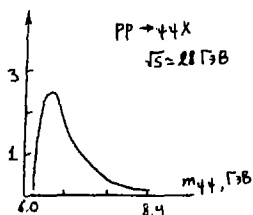


Рис. 2

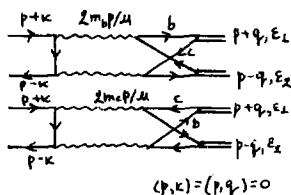


Рис. 3

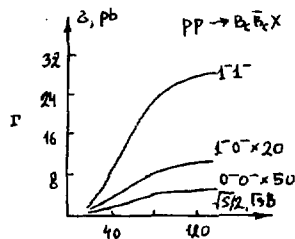
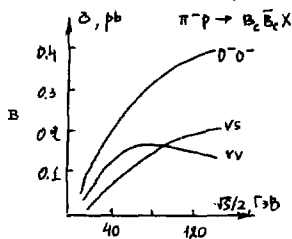
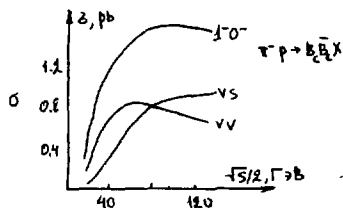
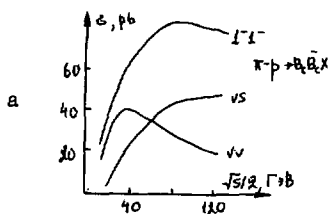


Рис. 4

Графики полных сечений  $\sigma(B_c \bar{B}_c X)$  приведены на рис. 4а, б, в, г\*. В случае  $\bar{u}p$ -взаимодействий отдельно изображены вклады в сечения от аннигиляции валентного с валентным и валентного с морским кварков. Следует отметить, что приводимые нами значения сечения парного образования  $B_c$ -мезонов представляют из себя оценки снизу для сечения образования одиночных  $B_c$ -мезонов. Действительно, в отличие от образования чарма и прелести, где закон сохранения соответствующих квантовых чисел приводит к парному рождению этих частиц, в нашем случае  $B_c$  не обязан рождаться в паре с  $\bar{B}_c$ . Возможен вклад континуума в системе  $\bar{B}_c$  с образованием ассоциированных  $(B_{u,d} + D)$ -мезонов. Мы не приводим здесь численных оценок соответствующих сечений одиночного образования  $B_c$ -мезонов. Ясно, однако, из аналогии с  $c\bar{c}$ - и  $b\bar{b}$ -системами, что вклад континуума в  $\bar{B}_c$ -системе может на порядок превышать вклад резонансных состояний в этой системе. Можно ожидать поэтому, что сечение инклюзивного образования  $B_c$ -мезонов будет порядка  $1nb$ . При больших энергиях это сечение будет расти также за счёт вклада глюонной аннигиляции.

Рассмотрение диаграмм типа рис. 3 открывает ещё одну возможность получения оценок на сечения образования барионов с двойным чармом  $ccq$  или с двойным смешанным ароматом  $\bar{c}sq$  ( $q = u, d, s$ ). Наши предварительные оценки показывают, что сечение образования  $ccq$ -бариона находится на уровне 10 нб.

\* При вычислениях мы полагали  $m = 6,1$  ГэВ,  $(cm_c)^2 = 140$  ГэВ<sup>2</sup>,  $d_s = 0,2$ ,  $\Delta M/M = 1/2$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. G. Goldhaber et al. Phys. Rev. Lett., **27**, 255 (1967).
2. M. Suzuki. Phys. Lett., **71B**, 139 (1977); V. G. Kartvelishvili, A. K. Likhoded, V. A. Petrov. Phys. Lett., **78B**, 615 (1978); I. D. Bjorken. SLAC-PUB-19982, Stanford (1977); I. Dias de Deus. Nucl. Phys., **B138**, 465 (1978).
3. A. N. Aleev et al. Preprint JINR, E1-83-417, D1-83-865, Dubna, 1983.
4. A. K. Лиходед, С. Р. Слабоспицкий, М. В. Суслев. ЯФ, **38**, 727 (1983).
5. M. Aguilar-Benitez et al. Phys. Lett., **161B**, 400 (1985); CERN-Preprint EP 86-6 (1986).
6. В. Г. Картвеллишвили, А. К. Лиходед, С. Р. Слабоспицкий. ЯФ, **28**, 1315 (1978).

7. В.Г.Картвелишвили, Ш.М.Зсакян. ЯФ, 38, 722 (1984).
8. Badier I. et al. Phys.Lett., 114B, 457 (1982);  
Badier I. et al. Phys.Lett., 158B, 85 (1985).
9. В.Г.Картвелишвили, А.К.Лиходед. ЯФ, 40, 1273 (1984).
10. S.J.Lindenbaum. Brookhaven Preprint BNL 36610 (1985).
11. В.Г.Картвелишвили, А.К.Лиходед. ЯФ, 42, 1306 (1985).

# САМОСОГЛАСОВАННАЯ КВАРКОВАЯ МОДЕЛЬ НЕСТРАННЫХ БАРИОНОВ

Б.И.Барц, А.Е.Инопин, Е.В.Инопин

Харьковский физико-технический институт АН УССР

Существует два разных подхода к описанию барионов в рамках кварковых представлений. Один из них связан с представлением о барионе как о мешке, в котором движутся квазинезависимые кварки. При этом динамика кварков определяется заданием граничного условия на поверхности мешка и внешнего вакуумного давления  $B^{1/1}$ . В моделях другого типа, так называемых конституентных моделях  $^{1/2}$ , динамика кварков описывается нерелятивистским гамильтонианом с двухчастичным кварк-кварковым взаимодействием. Целью настоящей работы является исследование возможности построения самосогласованной модели для системы трёх кварков, взаимодействующих посредством одного из современных вариантов кварк-кваркового потенциала. При этом в качестве первого шага рассмотрение проводится чисто нерелятивистским образом (анализ полученных результатов показывает, что такое приближение справедливо с точностью до 25%).

Кварковая модель барионов, в первую очередь, должна воспроизводить такие характеристики, как масса нуклона  $M_N$ , его среднеквадратичный радиус  $\langle r^2 \rangle_N^{1/2}$ , магнитный момент протона  $\mu_p$ , аксиально-векторная константа связи  $g_A/g_V$ , а также расщепление по спину-разность масс нуклона и дельта-изобары. В рассматриваемом нами нерелятивистском приближении величина  $g_A/g_V = 1,25$  и не зависит от параметров гамильтониана, а магнитный момент протона однозначно определяется массой кварка  $m$ :

$$\mu_p = M_N / m, \quad (1)$$

откуда  $m = 336 \text{ МэВ}$  ( см.  $^{1/3}$  ).

В качестве кварк-кваркового взаимодействия, следуя  $^{1/4}$ , выбираем потенциал вида

$$V_{12} = \lambda_1 \lambda_2 \left\{ \frac{\lambda_s}{r_{12}} - \frac{\pi \lambda_s}{m^2} \left( 1 + \frac{2}{3} \vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2 \right) \delta(\vec{r}_{12}) - \frac{b}{r_{12}} \right\}, \quad (2)$$

где  $\vec{\sigma}_i$  и  $\lambda_i$  - генераторы соответственно в спинном и цветовом пространствах  $i$ -того кварка. Связанная с одноглюонным обменом часть характеризуется эффективной константой  $\alpha_s$ . Запирание кварков обеспечивается линейным потенциалом с константой  $b$ .

Предполагая, что взаимодействие кварков можно описать с помощью среднего поля, волновую функцию системы будем искать в виде

$$\Psi_{(123)} = \hat{A} \{ \psi(1) \psi(2) \psi(3) \}, \quad (3)$$

где  $\psi(i)$  - одночастичная волновая функция,  $\psi(i) = \varphi(\vec{r}_i) \chi(\xi_i)$  ( $\xi_i$  - совокупность спинных, изотопических и цветовых переменных  $i$ -того кварка). Тогда  $\Psi$  определяется из вариационного принципа

$$\delta \{ \langle \Psi(1,2,3) | \hat{H} | \Psi(1,2,3) \rangle - \sum_i \varepsilon_i \langle \psi(i) | \psi(i) \rangle \} = 0 \quad (4)$$

( $\varepsilon_i$  - множители Лагранжа). Гамильтониан  $\hat{H}$  представим в виде

$$\hat{H} = \sum_i \left( m_i + \frac{\vec{p}_i^2}{2m_i} \right) + \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} v_{ij} - \left( \sum_i \vec{p}_i \right)^2 / 2M, \quad (5)$$

где последнее слагаемое позволяет приближенно исключить движение центра масс системы, описываемой волновой функцией вида (3), подобно тому, как это сделано в работе [4]. Наш подход, однако, существенно отличается от подхода, использованного в [4]. Прежде всего мы придаем физический смысл среднему значению гамильтониана, отождествляя его с массой бариона:

$$M = \langle \Psi(1,2,3) | \hat{H} | \Psi(1,2,3) \rangle. \quad (6)$$

Далее, вид одночастичной волновой функции  $\varphi(\vec{r})$  не предполагается заданным, но определяется в результате решения уравнения

$$\left\{ \frac{\vec{p}^2}{2m^*} + V(\vec{r}) \right\} \varphi(\vec{r}) = \varepsilon \varphi(\vec{r}), \quad (7)$$

вытекающего из вариационного принципа (4) в предположении, что все три кварка находятся в одном и том же  $1S$ -состоянии орбитального движения. Входящий в (7) средний потенциал  $V(\vec{r})$ , в свою очередь, зависит от волновых функций кварков:

$$V(\vec{r}_1) = \int d\vec{r}_2 \bar{\psi}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) |\varphi(\vec{r}_2)|^2, \quad (8)$$

где функция  $\bar{v}(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$  выражается через матричные элементы кварк-кваркового взаимодействия  $v_{ij}$  по дискретным переменным:

$$\bar{v}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \frac{1}{3} \sum_{i \neq j} \{ \langle \chi_i(\vec{r}_1) \chi_j(\vec{r}_2) / v_{ij}(1,2) / \chi_i(\vec{r}_1) \chi_j(\vec{r}_2) \rangle - \langle \chi_i(\vec{r}_1) \chi_j(\vec{r}_2) / v_{ij}(1,2) / \chi_i(\vec{r}_2) \chi_j(\vec{r}_1) \rangle \}. \quad (9)$$

Для использованного нами потенциала (2) получим

$$\bar{v}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \frac{A}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|} + B |\vec{r}_1 - \vec{r}_2| + C \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2), \quad (10)$$

$$\text{где } A = -\frac{4\alpha_s}{3}, B = \frac{16}{3}\beta, C = 16\pi\alpha_s S(S+1)/27 m^2 \quad (11)$$

( $S$  - спин бариона).

Заметим, что исключение движения центра масс в гамильтониане (5) приводит к появлению эффективной массы  $m^*$ . Учёт обменного слагаемого в среднем поле не вызывает трудностей (т.е. не превращает уравнение (7) в интегродифференциальное) вследствие предположения о тождественности орбитальных волновых функций кварков.

Уравнения (7), (8) позволяют самосогласованным образом определить волновые функции кварков в барионе при заданных параметрах кварк-кваркового взаимодействия (2). Последние обычно фиксируются в каждой модели независимо для достижения наилучшего описания тех или иных физических характеристик <sup>15/</sup>. В соответствии с этим мы выбираем параметры взаимодействия так, чтобы воспроизвести массы нуклона и дельта-изобары. Оба параметра  $\alpha_s$  и  $\beta$  существенно влияют на результаты, причем параметр  $\beta$ , главным образом, определяет положение центра мультиплета, а параметр  $\alpha_s$  - его спиновое расщепление. Найденные значения параметров  $\alpha_s$  и  $\beta$  и получающиеся при этом кварковые радиусы  $\langle r_N^2 \rangle^{1/2}$  и  $\langle r_\Delta^2 \rangle^{1/2}$  представлены в таблице.

Из рис.1 видно, что на малых расстояниях потенциал среднего поля  $V(r)$  неплохо аппроксимируется параболическим, в то время как с ростом  $r$  выходит на линейную асимптотику  $V(r) \rightarrow B r$ . На небольших расстояниях точная волновая функция действительно оказывается близкой к осцилляторной (см. рис.2). Таким образом, в тех случаях, когда основную роль играют внутренние области нуклона, разумно использовать в качестве одночастичных осцилляторные волновые функции. Для описания же таких явлений, в которых существенны периферийные области барионов (например, задача о зарядовом радиусе нейтрона, построение на основе кварк-кваркового взаимодействия  $N/N$ -сил и т.д.), использование осцилляторных функций может привести к большим погрешностям.

Таблица

Параметры кварк - кваркового взаимодействия ( 2 ) и основные характеристики нуклона и дельта-изобары

Величина	Экспериментальное значение	Расчет в самосогласованной модели	Расчет с осцилляторными функциями
$\alpha_s$	-	2	2
$b$ (МэВ/фм)	-	238	238
$m$ ( МэВ )	-	336	336
$M_N$ ( МэВ )	939	939	940
$M_p$ ( я.м. )	2,79	2,79	2,79
$\langle r^2 \rangle_N^{1/2}$ (фм)	0,83	0,61	0,64
$g_A/g_V$	1,25	1,25	1,25
$M_\Delta$ (МэВ)	1236	1240	1245
$\langle r^2 \rangle_\Delta^{1/2}$ (фм)	-	0,82	0,87

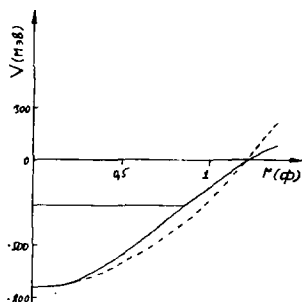


Рис.1.Самосогласованный потенциал для кварков в нуклоне (штриховая линия - параболическая аппроксимация).

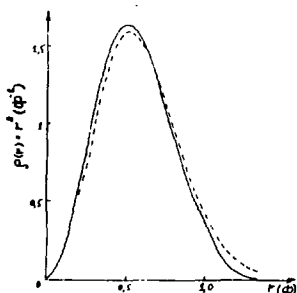


Рис.2.Распределение кварков в нуклоне.Сплошная линия - точный расчет,штриховая - приближение осцилляторной функцией.

Итак, представление о движении кварков в некотором самосогла-  
сованном поле позволяет дать разумное описание основных характе-  
ристик нестранных барионов. Развитый подход может быть обобщен и  
для описания многокварковых систем.

В заключение авторы выражают глубокую благодарность Ю.В.Кули-  
шу за полезные обсуждения и ценные советы.

#### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. A.Chodos,R.L.Jaffe,K.Johnson & al.Phys.Rev.,1974,v.D9,N12,  
p.3471.
2. K.Maltman,N.Isgur. Phys.Rev.,1984,v.D29,p.952.
3. Ф.Клюэ.Кварки и партонны.М.Мир, 1982,438 .
4. A.Faessler,F.Fernandes,G.Lubeck,K.Shimizu.Nucl.Phys.A,1983,v.402,  
p.555.
5. A.Faessler.Nucl.Phys. A,1985,v.434,p.111.

ПИОННЫЕ СТЕПЕНИ СВОБОДЫ В  
НЕРЕЛЯТИВИСТСКОЙ КВАРКОВОЙ МОДЕЛИ  
А.А.Квицинский, Ю.А.Куперин, С.П.Меркурьев, Е.А.Яревский

Ленинградский государственный университет

В рамках стандартного лагранжиана пион-кваркового взаимодействия построено эффективное адиабатическое приближение для решений динамических уравнений. На основе этой техники построен потенциал однопионного обмена в гибридной кварковой модели и проанализирован его вклад в статические характеристики барионов.

Нерелятивистская кварковая модель (*NRQM*) широко применялась в последнее время для исследования статических характеристик барионов легких ароматов. При этом оказалось, что наряду с практически точным описанием спектра масс *NRQM* менее удовлетворительно передаёт более детальные характеристики барионов (зарядовые радиусы, электромагнитные формфакторы и др.) даже при точном решении соответствующей 3-частичной задачи на основе уравнений Фаддеева<sup>/1/</sup>. Одной из возможных причин этого обстоятельства может служить пренебрежение мезонными обменами при построении потенциала *qq*-взаимодействия. Включение мезонных степеней свободы в исходную версию *NRQM* позволит, по-видимому, расширить область применения её результатов. В настоящей работе мы опишем схему включения пионного поля.

Для построения обусловленной однопионным обменом части *qq*-взаимодействия мы используем подход, предложенный в<sup>/3/</sup>. Будем считать, что кварк-пионная связь определяется лагранжианом Клайна:

$$\mathcal{L}_{\pi q} = -ig_0 \bar{\psi} \gamma_5 (\vec{\tau} \vec{\phi}) \psi, \quad (1)$$

который учитывает сохранение аксиального тока и даёт следующие динамические уравнения для кваркового и пионного полей:

$$\begin{aligned} (i\hat{D} - m_q) \psi &= ig_0 \gamma_5 (\vec{\tau} \vec{\phi}) \psi, \\ (\square + m_\pi^2) \vec{\phi} &= -ig_0 \bar{\psi} \gamma_5 \vec{\tau} \psi. \end{aligned} \quad (2)$$

Стандартный переход в (2) к нерелятивистскому пределу в предположении нулевой массы пиона приводит к уравнениям для статических кваркового  $\psi$  и пионного  $\Phi$  полей:

$$\Delta \vec{\Phi} = \frac{g_0}{2m_\pi} \left\{ \psi^* \tau (\partial_0 \psi) + [(\partial_0 \psi)^* \tau \psi + g_0 \psi^* \tau (\tau \Phi) \psi + g_0 [(\tau \Phi) \psi]^* \tau \psi \right\}, \quad (3)$$

$$\Delta \psi = -g_0 (\partial_0) (\tau \Phi) \psi + g_0^2 \Phi^2 \psi.$$

При этом лагранжиан (I) порождает потенциал межкваркового взаимодействия вида <sup>1/4</sup>:

$$V_{ij}^{OPE}(\vec{r}_{ij}) = \frac{g_0^2}{16\pi m_\pi^2} (\tau_i \tau_j) (\partial_i \nabla_{ij}) (\partial_j \nabla_{ij}) \chi(\vec{r}_{ij}), \quad (4)$$

где функция  $\chi$  определяется статическим пионным полем:

$$\vec{\Phi}(\vec{r}) = \frac{g_0}{8\pi m_\pi} \sum_a \tau_a (\partial_a \nabla) \chi(\vec{r}).$$

Таким образом, учёт однопионного обмена в рамках NRQM сводится к решению системы уравнений (3). С этой целью мы используем модель работы <sup>1/3</sup>. В этой модели конфигурационное пространство разбивается на 3 области  $\Omega_i$ ,  $i=1,2,3$ , сферами радиусов  $R_1$  и  $R_2$  ( $R_1 < R_2$ ). Далее считается, что на малых расстояниях ( $r < R_1$ ) динамика порождается только глюонным обменом, в промежуточной области  $\Omega_2$  существуют все степени свободы, а в асимптотической области  $\Omega_3$  — только пионное поле. Такая картина качественно описывается следующим анзацем для функций распределения  $\psi$  и  $\Phi$ :

$$\begin{aligned} \psi|_{\Omega_1} &= \psi|_{\Omega_2} = \text{const}, & \psi|_{\Omega_3} &= 0, \\ \vec{\Phi}|_{\Omega_1} &= \vec{\Phi}|_{\Omega_2} = 0, & \vec{\Phi}|_{\Omega_3} &= \text{const}. \end{aligned} \quad (5)$$

Поправки к этому приближению можно найти с помощью теории возмущений по константе связи в уравнениях (3). Первый порядок теории возмущений даёт следующее выражение для пионного поля <sup>1/3</sup>:

$$\vec{\Phi}_1(r) = \begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{cases} C, & r < R_1, \\ A r^2 + B/r, & R_1 < r < R_2, \\ 1/r, & R_2 < r, \end{cases} \quad (6)$$

в котором константы фиксируются условиями непрерывности функции на границах областей  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$  и равенства нулю её нормальной производной при  $z = R_1$ :

$$A = (2R_1^3 + R_2^3)^{-1}, \quad B = 2AR_1^3, \quad C = 3AR_1^2.$$

функция распределения (6) использовалась в [3] для построения ОРЕ-части мезонного взаимодействия. Однако отвечающий такой функции потенциал (4) разрывен в точках  $z = R_1$ , и  $z = R_2$ . Ясно, что при численном расчёте характеристик барионов с таким потенциалом погрешность вычислений трудноконтролируема. Чтобы устранить этот недостаток модели, следует учесть поправку  $\varphi_2$  следующего порядка к пионному полю. Она определяется уравнением

$$\Delta \vec{\varphi}_2 = \frac{4g_0^2}{m_\pi} |\varphi_1|^2 \vec{\varphi}_1, \quad (7)$$

где  $\varphi_1$  — поправка первого порядка к анзацу (5) для поля  $\varphi$ ,  $\varphi = \varphi_0 + g_0^2 \varphi_1$ . Для неё из (3) следует уравнение  $\Delta_2 \varphi_1 = \varphi_1^2 \varphi_0$ , которое в каждой из областей  $\Omega_i$  решается явно:

$$\varphi_1(r) = \begin{cases} \frac{C^2 \varphi_0}{6} r^2, & r < R_1, \\ B_1 + C_1/r + \varphi_0 \left( \frac{A^2}{30} r^5 + \frac{AB}{6} r^3 + B^2 \frac{r}{r^2} \right), & R_1 < r < R_2, \\ D_1/z, & z > R_2. \end{cases} \quad (8)$$

Тем самым соотношения (6)–(8) определяют пионное поле в рассматриваемой модели и соответствующий потенциал однопионного обмена (4):

$$V_{ij}^{opp}(r) = \frac{g_0^2}{16\pi m_\pi^2} \cdot \frac{(z_i z_j)}{3} \left\{ (\partial_i \partial_j) (\hat{\varphi}_2''(r) + \frac{2\hat{\varphi}_2'(r)}{r}) + S_{ij} \left( \hat{\varphi}_2'' - \frac{\hat{\varphi}_2'}{r} \right) \right\}, \quad (9)$$

где

$$S_{ij} = 3(\partial_i r)(\partial_j r) \cdot r^{-2} - (\partial_i \partial_j),$$

а  $\hat{\varphi}_2$  — координатная часть векторного поля  $\vec{\varphi}_2 = \left( \frac{r}{r} \right) \hat{\varphi}_2$ . Отметим, что постоянные интегрирования в (6) и решении уравнения (7) фиксируются по параметрам модели  $R_1, R_2$  требованием непрерывности функций  $\vec{\varphi}, \vec{\varphi}'$  и  $\varphi_1$  на границах областей  $\Omega_i$  и асимптотической нормировкой  $\hat{\varphi} \sim 1/z$  при  $z \rightarrow \infty$ . Нетрудно убедиться, что эти условия гарантируют непрерывность потенциалов

Характерное поведение  $V_{ij}$  и  $g_0^2$ -потенциалов изображено на рис.1.

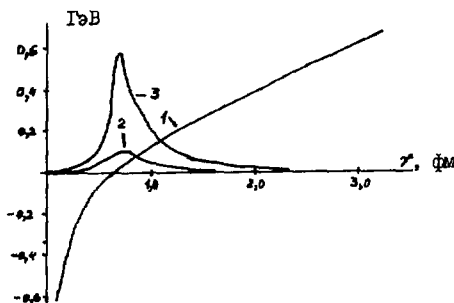


Рис. 1. Зависимость  $V_{qq}$  (кривая 1) и  $V_{ore}$  (кривые 2, 3) частей межкваркового потенциала  $V$  от относительного расстояния  $r$  при значениях параметров  $R_1, R_2, q_0$ , приведённых в табл. 2.

Надёжное выделение вклада пионных степеней свободы в статические характеристики барионов требует достаточно аккуратного численного анализа лежащей в основе  $N/RQM$  задачи трёх тел. Такой анализ с гарантированной точностью может быть проведён на основе дифференциальной формулировки уравнений Фаддеева, которые для системы 3-х гошедственных кварков имеют вид [1]:

$$(-\Delta \otimes \mathbb{I} + V - E) \Phi = -V(P^+ + P^-) \Phi, \quad (10)$$

где  $V = V_{qq} + V_{ore}$ , а  $P^\pm$  — операторы циклической перестановки частиц. Для численного анализа задачи в уравнении (10) следует отделить степени свободы, связанные с дискретными квантовыми числами: цвет, спин, изоспин и орбитальный момент (см. табл. I.). В результате такой редукции возникает система уравнений Фаддеева для парциальных компонент:

$$[E + \Delta] \Phi_1(x, y) = V_{3S_1}(x) \tilde{\Phi}_1(x, y) + V_{3D}(x) \tilde{\Phi}_3(x, y),$$

$$[E + \Delta] \Phi_2(x, y) = V_{1S_0} \tilde{\Phi}_2(x, y), \quad (11)$$

$$[E + \Delta - 6/x^2] \Phi_3(x, y) = V_{3D}(x) \tilde{\Phi}_1(x, y) + V_{3D_1}(x) \tilde{\Phi}_3(x, y),$$

в которой

$$\begin{aligned}\tilde{\Phi}_1(x, y) &= \Phi_1(x, y) + \int_{-1}^1 du \frac{xy}{x'y'} \left\{ \frac{1}{6} \Phi_1(x', y') + \frac{3}{4} \Phi_2(x', y') \right\}, \\ \tilde{\Phi}_2(x, y) &= \Phi_2(x, y) + \int_{-1}^1 du \frac{xy}{x'y'} \left\{ \frac{3}{4} \Phi_1(x', y') + \frac{1}{4} \Phi_2(x', y') \right\}, \\ \tilde{\Phi}_3(x, y) &= \Phi_3(x, y) + \int_{-1}^1 du g_{33}(y/x, u) \Phi_3(x', y').\end{aligned}$$

Здесь ядро интегрального оператора  $g_{33}$  имеет вид

$$g_{33}(y/x, u) = \frac{xy}{x'y'} \left\{ -0.125x^2 + 0.43301xy P_1(u) - 0.375y^2 P_2(u) \right\} / x'^2,$$

где

$$\begin{aligned}x' &= \frac{1}{2} (x^2 - 2\sqrt{3}xyu + 3y^2)^{1/2}, \\ y' &= \frac{1}{2} (3x^2 + 2\sqrt{3}xyu + y^2)^{1/2}.\end{aligned}$$

Уравнения (II) получены в предположении, что  $qq$ -взаимодействие эффективно только в состояниях с полным моментом пары  $J \leq 1$ . Мы также используем стандартное предположение о малом вкладе компонент с отличным от нуля орбитальным моментом третьей частицы относительно центра масс выделенной пары, т.е. мы пренебрегаем состояниями  $d=4,5$  в табл. I.

Таблица I

Трёхкварковые состояния спин-чётности  
для кварк-кваркового взаимодействия, эффек-  
тивного в  $^1S_0$ ,  $^3S_1$  и  $^3D_1$  состояниях

$d$	$\lambda$	$s$	$l$	$J$	$J$	$2J+1/2$
1	0	1/2	0	1	1	$^3S_1$
2	0	1/2	0	0	0	$^1S_0$
3	0	1/2	2	1	1	$^3D_1$
4	2	3/2	0	1	1	$^3S_1$
5	2	3/2	2	1	1	$^3D_1$

Для матричных элементов  $qq$ -потенциалов введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned}V_{^1S_0} &= \langle 1 | V | 1 \rangle, & V_{^3S_1} &= \langle 2 | V | 2 \rangle, \\ V_{^3D_1} &= \langle 3 | V | 3 \rangle, & V_{^3D_3} &= \langle 1 | V | 3 \rangle.\end{aligned}$$

Однозначное решение уравнений (II) фиксируется граничными условиями регулярности компонент при  $X=0$ ,  $Y=0$  и их убыванием на больших расстояниях:

$$\varphi_i(x, y)|_{x=0} = \varphi_i(x, y)|_{y=0} = 0, \quad i = 1, 2, 3,$$

$$\varphi_i(x, y) \rightarrow 0, \quad x^2 + y^2 \rightarrow \infty$$

Возникавшая при этом задача на собственные значения решалась методом, описанным в [1]. Представляет интерес разделить эффекты, обусловленные тензорным и спин-спиновым слагаемыми OPE-взаимодействия (9). В настоящей работе мы проанализируем только вклад спин-спиновой части потенциала  $V^{OPE}$ . Часть межкваркового взаимодействия  $V_{qq}$ , обусловленная глюонным обменом, задавалась потенциалом Ричардсона с магнитным типом конфайнмента (модель  $RM_{\pi}$ ):

$$V_{qq} = V_R + V_0 + V_{ss}. \quad (I2)$$

Скалярная часть  $V_R$  потенциала (I2) имеет вид [2]:

$$V_R(x) = \frac{4\pi}{27} \Lambda \left( \Lambda |x| - \frac{f(\Lambda |x|)}{\Lambda |x|} \right),$$

где

$$f(t) = \frac{4}{\pi} \int_0^{\infty} dq \frac{\sin qt}{q} \left[ \frac{1}{\ln(1+q^2)} - \frac{1}{q^2} \right].$$

Спин-спиновое взаимодействие  $V_{ss}$  определяется соотношением типа Брейта-Вигнера:

$$V_{ss} = \frac{2}{3m_q^2} (s_i s_j) \Delta V_R,$$

а постоянное слагаемое  $V_0$  в (I2) равно [5]

$$V_0 = -\frac{2}{3} \sqrt{\frac{2\pi}{3}} \Lambda e^{1/2 - \gamma},$$

$\gamma$  - постоянная Эйлера.

Вряду с моделью  $RM_{\pi}$  (I2) мы будем также рассматривать модель  $R_{\pi}$ , в которой спин-спиновое взаимодействие обусловлено только потенциалом  $V^{OPE}$ ,  $V_{qq} = V_R + V_0$ , а также модель  $RM$ , в которой вклад пионных степеней свободы не учитывается, т.е.  $V = V_{qq}$ , где потенциал  $V_{qq}$  определен в (I2).

Параметры  $\Lambda$ ,  $m_q$ ,  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $q_0$  описанных моделей подбирались так, чтобы воспроизводились экспериментальные значения масс  $N$  и  $\Delta$ . С помощью волновых функций, найденных решением уравнений Фаддеева (II), вычислялись наиболее интересные статистические характеристики  $N$  и  $\Delta$ , перечисленные в табл.2. Нетрудно видеть, что учёт OPE-

взаимодействия приближает результаты  $NRQM$  к данным эксперимента и делает нерелятивистскую модель более самосогласованной, уменьшая фактор  $v^2/c^2$ .

Таблица 2  
Структурные характеристики нуклонов  
для различных моделей

	$RM$	$RM\pi$	$R\pi$
$m_{u,d}$	405	418	413
$\Lambda$	335	303	300
$g_0$	—	10,4	11,0
$R_1$	—	0,6	0,55
$R_2$	—	0,7	0,65
$N$	939	939	939
$\Delta$	1232	1232	1232
$\langle r^2 \rangle_p^{1/2}$	0,511	0,537	0,567
$\langle r^2 \rangle_n$	-0,022	-0,023	-0,015
$\mu_p$	2,316	2,244	2,260
$\mu_n$	-1,544	-1,496	-1,507
$v^2/c^2$	0.59	0,49	0,38

В тех же моделях вычислялись величины, более чувствительные к структуре волновых функций барионов - зарядовые плотности нуклона (рис. 2), электромагнитные формфакторы нейтрона (рис.3,4) и протона (рис.5). Анализ этих графиков приводит к следующей качественной картине:

1. Вклад пионного поля в зарядовые плотности проявляется в смещении экстремумов зарядовых распределений в сторону малых расстояний. Последнее означает, что имеется дополнительное "давление" на кварки со стороны пионного облака, что эффективно позволяет сделать  $NRQM$  более независимой от конкретных значений параметров конфайнмента.

2. Влияние пионного поля на зарядовые распределения нуклонов свидетельствует о более адекватной передаче структуры волновой функции, что в конечном итоге проявляется в улучшении "качества" электромагнитных формфакторов.

3. Включение пионных степеней свободы позволяет сделать процедуру введения спин-спинового взаимодействия независимой от

скалярной составляющей потенциала. В частности, можно передать  $N-\Delta$  расщепление только с помощью ОРЕ-взаимодействия (см. табл.2).

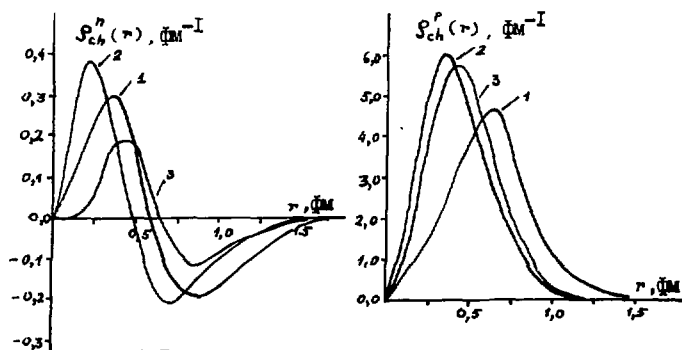


Рис.2. Плотности распределения заряда нейтрона и протона для различных моделей: 1-  $RM$ , 2-  $RM_T$ , 3-  $R_T$ .

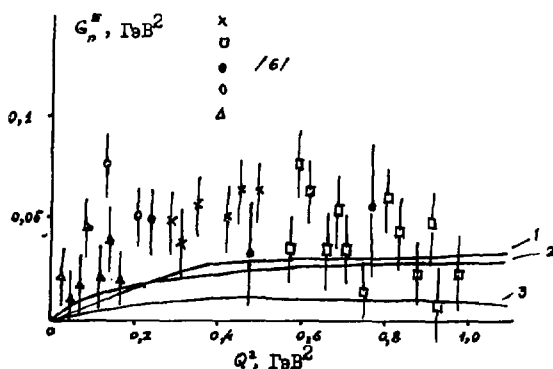


Рис.3. Электромагнитные формфакторы нейтрона для моделей  $RM$  (кривая 1),  $RM_T$  (кривая 2),  $R_T$  (кривая 3).

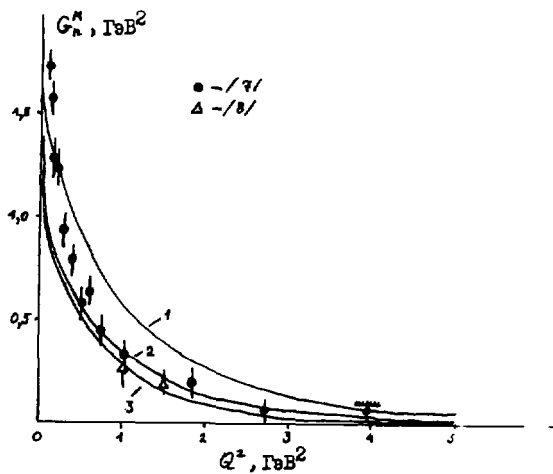


Рис. 4. Магнитные формфакторы нейтрона для различных моделей: 1 -  $RM$ , 2 -  $RM_\pi$ , 3 -  $R_\pi$ .

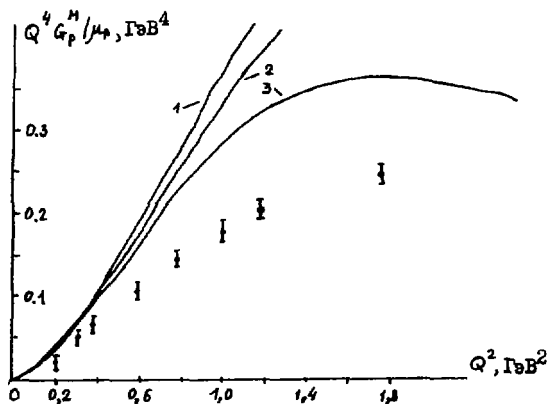


Рис. 5. Магнитные формфакторы протона: 1 -  $RM$ , 2 -  $RM_\pi$ , 3 -  $R_\pi$ , ● - /9/.

Таким образом, наши результаты показывают, что описания модификация  $NRQM$  с безмассовыми пионами делает описание статических свойств адронов в трёхчастичном секторе более адекватным. В то же время оставшиеся расхождения с экспериментальными данными, по-видимому, частично обусловлены исходным приближением - безмассовостью пиона. Мы верим, что отказ от этого приближения, а также учёт обменов более тяжёлыми мезонами уменьшит количество дефектов, ассоциируемых обычно с оригинальной версией  $NRQM$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Клицинский А.А., Куперин Д.А., Меркурьев С.П. и др. ЗЧАЯ, 1986, 17, с.267;  
Kuperin Yu.A., Kvitsinsky A.A., Merkuriev S.P., Novozilov V.Yu. Preprint ITP, 85-38 E, Kiev, 1985.
2. Nogami Y., Otahuka N. Phys.Lett., 1979, 82B, p.272.
3. Navarro J., Vento V. Preprint of Univ. de Valencia, Spain, 1984, FTUV/84.
4. Браун Дж., Джексон А. Нуклон-нуклонные взаимодействия М., Атомиздат, 1979.
5. Schüberl F. CERN-preprint TH.3287, 1982.
6. Martin P. et al. Phys.Rev.Lett., 1977, 38, p.1320; Drickey D., Hand L. Phys.Rev.Lett., 1962, 9, p.521; Gunichat D., Grossetete B. Nucl.Phys., 1972, A178, p.45; Galster S. et al. Nucl.Phys., 1971, B32, p.221.
7. Galster S. et al. Nucl.Phys., 1971, B32, p.221; Hansen K. et al. Phys.Rev., 1973, D8, p.753.
8. Bartel W. et al. Nucl.Phys., 1973, B58, p.429.
9. Taylor R. In: Proc. Inter. Symp. on Lepton and Proton Inter. at High Ener., Stanford, 1975, p.679.

# ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРА ПОРЯДКА В ТЕМПЕРАТУРНЫХ ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДАХ НА РИШЕТКЕ

А.М.Задорожный, В.К.Митришкин

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

1. Как известно, при высоких энергиях в коллировочных системах происходит температурный фазовый переход (ФП) от фазы конфайнмента к фазе кварк-глюонной плазмы <sup>/1,2/</sup>. Состояние вещества с ненулевой, достаточно высокой температурой может быть реализовано при столкновениях релятивистских ядер с энергией, вполне достижимой на существующих ускорителях.

Исследованию таких ФП в теории с  $SU(2)$ -симметрией посвящено довольно большое число работ (см., например, <sup>/3-10/</sup>).

В нашей работе развивается метод изучения температурных переходов, основанный на построении функций распределения параметра порядка, позволяющий с большей надежностью получать значения критической температуры  $\theta_c$ , восприимчивости  $\chi$  и т.п. Этот подход оказался весьма эффективным при исследовании свойств модели Изинга <sup>/11/</sup>. Мы производили вычисления в теории с группой симметрии  $SU(2)$ , но метод может быть использован и в теориях с группой симметрии  $SU(3)$ .

2. Рассмотрим решетку в четырехмерном евклидовом пространстве с числом узлов  $N_1 N_2^3$  и периодическими граничными условиями. Статистическая сумма  $Z$  определяется стандартным образом:

$$Z = \int \prod_L dU_L \cdot e^{-S} = \int \prod_L dU_L \cdot e^{-\frac{4}{3} \sum_L (1 - \frac{1}{2} \text{Tr}(U_L))}. \quad (1)$$

Температура  $\theta$  определяется как обратный размер решетки во "временном" направлении:  $\theta = 1/a N_t$ .

В пределе слабой связи температура  $\theta$  и голая константа  $g_B \equiv g$  связаны известным соотношением

$$\theta/\lambda_L = \frac{1}{N_c} \cdot \left( \frac{11g^2}{24\pi^2} \right)^{5/12} \cdot e^{\frac{12\pi^2}{11g^2}} \cdot (1 + O(g^2)). \quad (2)$$

Температурная струна  $\langle L \rangle$  определяется следующим образом:

$$\langle L \rangle \equiv \langle L_{\vec{x}} \rangle = \left\langle \frac{1}{2} T_c \int_{t=1}^{N_c} U_{\mu=4}(\vec{x}, t) \right\rangle, \quad (3)$$

где усреднение производится с весом  $e^{-S}$ . При температурах, меньших критической  $\theta \leq \theta_c$ , параметр порядка  $\langle L \rangle$  должен обращаться в нуль (фаза конфайнмента), а при  $\theta > \theta_c$  параметр порядка  $\langle L \rangle$  должен быть отличным от нуля (фаза деконфайнмента), причем

$$\langle L \rangle \sim |\theta - \theta_c|^{\beta}.$$

Определим "намагниченность" решетки:  $\bar{L} = \frac{1}{N_c^3} \sum_{\vec{x}} L_{\vec{x}}$ . Функция распределения параметра порядка  $P$  определяется следующим образом:

$$P(\bar{L}) = \mathcal{Z}^{-1} \cdot \int_{\bar{L}} dL_{\vec{x}} \cdot e^{-S} \cdot \delta\left(\bar{L} - \frac{1}{N_c^3} \sum_{\vec{x}} L_{\vec{x}}\right). \quad (4)$$

При  $\theta < \theta_c$  определение восприимчивости  $\chi$  имеет вид

$$\theta \chi_{N_c}(\theta) = \frac{1}{N_c^3} \cdot \sum_{\vec{x}, \vec{y}} \langle L_{\vec{x}} \cdot L_{\vec{y}} \rangle \equiv N_c^3 \langle \bar{L}^2 \rangle. \quad (5)$$

В этой фазе функция распределения  $P$  - четная ( $P(\bar{L}) = P(\bar{L})$ ), и, следовательно,  $\langle \bar{L} \rangle = 0$ .

Знание функции распределения  $P(\bar{L})$  позволяет вычислить высшие моменты и кумулянты распределения.

Как показывается в [11], для модели Изинга при достаточно больших  $N_s$  и  $N_c \gg \xi$ , где  $\xi$  - корреляционная длина, всеми кумулянтами можно пренебречь, и распределение  $P(\bar{L})$  имеет чисто гауссовый вид:

$$P(\bar{L}) \sim \exp\left\{-\bar{L}^2 N_c^3 / (2\theta \chi_{N_c}(\theta))\right\}; \quad \theta < \theta_c. \quad (6)$$

При  $\theta > \theta_c$  в термодинамическом пределе имеет место спонтанная намагниченность  $\langle L \rangle \neq 0$ , и, следовательно, функция распределения  $P$  уже не является четной. В этом случае необходимо рассматривать отдельно распределения по положительным значениям  $P^{(+)}(\bar{L})$  и по отрицательным значениям  $P^{(-)}(\bar{L})$ , причем  $P^{(+)}(\bar{L}) = P^{(-)}(-\bar{L})$ . Распределение  $P^{(+)}(P^{(-)})$  имеет максимум при  $\bar{L} = L_{\max}$  ( $\bar{L} = -L_{\max}$ ). Восприимчивость  $\chi$  в этом случае может быть определена следующим образом:

$$\theta \chi_N(\theta) = N_s^3 \cdot (\langle L^2 \rangle - L_{\max}^2). \quad (7)$$

Важно подчеркнуть, что в окрестности каждого из максимумов распределения  $\rho(\pm)$  уже не будут иметь, вообще говоря, гауссова вида. Действительно, при  $|L| < L_{\max}$  важную роль будут играть переходные явления, связанные с эффектом сосуществования двух фаз ("туннелированием"), которые и приводят к отклонению от гауссова распределения. Безусловно, с ростом  $N_s$  эффект "туннелирования" будет подавляться, и распределения  $\rho(\pm)$  будут приближаться к гауссовым:

$$\rho(\pm)(L) \sim \exp \left\{ - (L \mp L_{\max})^2 N_s^3 / (2\theta \chi_N(\theta)) \right\}. \quad (8)$$

Вместе с тем при больших значениях намагниченности ( $|L| > L_{\max}$ ) эффекты туннелирования невелики, и, следовательно, правая ветвь распределения  $\rho^{(+)}$  (левая ветвь  $\rho^{(-)}$ ) должна согласовываться с гауссовым поведением (8). Это обстоятельство дает нам возможность избавиться от эффектов "туннелирования", связанных с конечностью объема решетки. Для этого достаточно симметризовать распределение  $\rho^{(+)}$  ( $\rho^{(-)}$ ) относительно вертикальной оси с  $L = L_{\max}$  ( $L = -L_{\max}$ ). При этом формула (8) дает нам возможность определять восприимчивость  $\chi$ .

3. В наших монте-карловских вычислениях мы использовали метод тепловой ванны со случайным перебором ребер решетки. Типичная статистика на точку составляла 7000-8000 итераций. Для термализации использовались первые 1500-2000 итераций, а по остальным производилось усреднение. Вычисления производились на решетке размером  $4 \cdot 8^3$  с периодическими граничными условиями.

На рис.1 представлены для иллюстрации распределения  $\rho$  для трех значений  $4/g^2$ . При  $4/g^2 = 2,25$  максимум распределения точно совпадает с нулем (рис.1а), и вид распределения близок к гауссовскому. При  $4/g^2 = 2,28$  максимум распределения уже не в нуле (рис.1б), причем правая ветвь распределения также близка к гауссовскому. При  $4/g^2 = 2,26$  распределение уже не гауссово, хотя его максимум вблизи нуля (рис.1в). Изучение таких распределений позволяет получить для точки фазового перехода значение  $4/g_c^2 = 2,26 \pm 0,005$ , а соответствующая критическая температура получается равной  $T_c/M \approx 38,2$ . Получаемая таким образом зависимость  $\langle L \rangle = L_{\max}$  от  $4/g^2$  изображена крестиками на рис.2. Для сравнения на рис.2 черными точками показаны значения  $\langle |L| \rangle$ , полученные методом Монте-Карло. Отметим, что в пределах ошибок эти значения для  $\langle |L| \rangle$  согласуются с соответствующими значениями  $\langle L \rangle$ , представленными на графике в работе [9]. Можно видеть, что

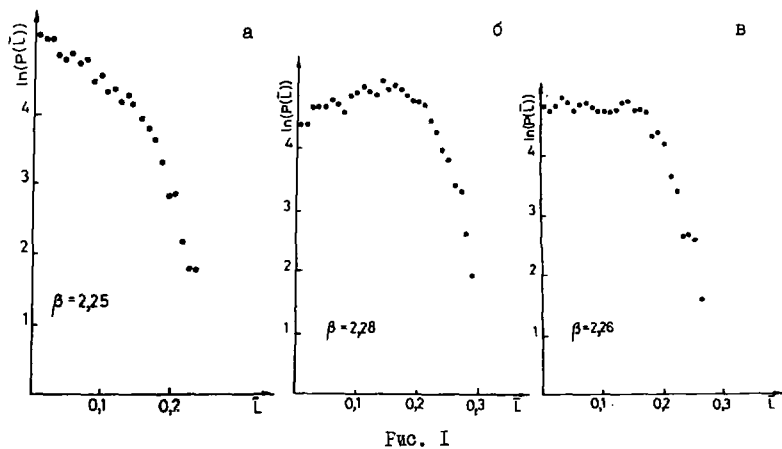


Рис. 1

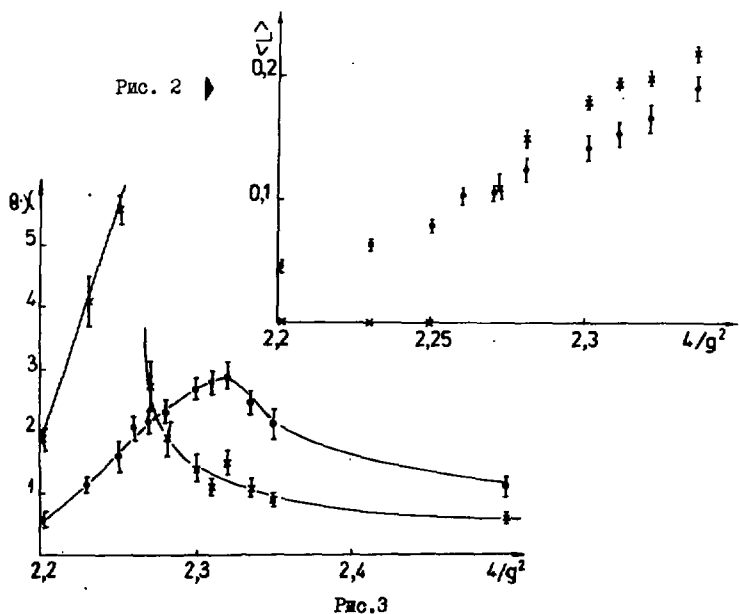


Рис. 3

по этим данным гораздо труднее угадать точку фазового перехода.

На рис.3 крестиками изображены значения  $\chi$ , получаемые с помощью обработки ширины распределения  $\rho$ , т.е. по формулам (6), (8), тогда как кружками показаны значения  $\chi$ , получаемые с помощью прямого вычисления методом Монте-Карло по формулам (5), (7). Мы полагаем, что для надежного определения восприимчивости при вычислении ее с помощью прямого монте-карловского счета средних вида  $\sum_{i,j} \langle \sigma_i \sigma_j \rangle$  необходимо существенное увеличение статистики. Это означает, что определение с помощью функций распределения является более экономным и надежным.

Мы считаем, что именно этот способ, связанный с изучением функций распределения для различных параметров порядка, дает возможность исследовать различные корреляторы и корректным образом вычислять критические индексы.

В заключение как хотелось бы выразить благодарность М.И. Горштейну, Г.М.Зиновьеву, В.А.Мещерякову, В.А.Матвееву, О.А.Могилевскому, А.Н.Сисакяну и Д.В.Ширкову за полезные обсуждения и интерес к работе.

### Литература

1. Polyakov A.M. Phys.Lett., 1978, 72B, p.477.
2. Susskind L. Phys. Rev., 1979, D20, p. 610.
3. McLerran L.D., Svetitsky B. Phys. Lett., 1981, 98B, p. 195; Phys. Rev., 1981, D24, p. 450.
4. Kuti J., Polonyi J., Szlachanyi K. Phys. Lett., 1981, 98B, p.199.
5. Engels J., Karsoh F., Montvay I., Satz H. Phys. Lett., 1981, 102B, p. 332; Nucl.Phys., 1982, B205, p. 545.
6. Гердт В.П., Митрашкин В.К. Письма в ЖЭТФ, 1983, 37, с. 400.
7. Ильгенфриц М., Кривганц Й. ЯФ, 1983, 38, с. 737.
8. Gavai R., Satz H. Phys.Lett., 1984, B145, p. 248.
9. Curoi G., Tripiccone R. Phys. Lett., 1985, 151B, p.145.
10. Satz H. BI-TR 85/07 (1985).
11. Binder K. Z. Phys. B - Condensed Matter, 1981, 43, p. 119.

**ФАЗОВЫЙ ПЕРЕХОД ДЕКОНФАЙНМЕНТА  
В БЛИЗИ КОНТИНУАЛЬНОГО ПРЕДЕЛА РЕШЕТОЧНОЙ КХД**

**О.А.Иогилевский**

Институт теоретической физики АН УССР, Киев

**I. Введение**

Более десяти лет назад Вильсон <sup>/1/</sup> и Поляков <sup>/2/</sup> предложили решеточную версию КХД, являющуюся непертурбативной регуляризацией непрерывной теории. Оказалось, что такая формулировка обладает важной особенностью, обусловившей ее успешное применение для описания физических явлений вне рамок теории возмущений: КХД на решетке допускает интерпретацию в терминах четирех-фермионного статистического ансамбля и может быть исследована численными методами при любых значениях константы связи. Наиболее впечатляющие успехи КХД на решетке связаны с проведением численных расчетов на ЭВМ методом Монте-Карло, который использовался ранее в задачах статистической физики и физики твердого тела. На этом пути исходя из лагранжиана КХД удалось вычислить потенциал взаимодействия двух пробных кварков на больших расстояниях (натяжение струны), спектр масс адронов, параметры спонтанного нарушения киральной симметрии. Монте-карловские вычисления при конечной температуре позволили вычислить параметры фазовых переходов освобождения кварков ("деконфайнмент") и восстановления киральной симметрии.

Мощности современных ЭВМ, однако, таковы, что реальные численные расчеты могут быть проведены лишь на решетках небольшого размера, содержащих всего около десяти шагов в каждом из четырех направлений. В связи с этим вопрос о достижимости непрерывного предела в монте-карловских КХД-вычислениях требует специального рассмотрения. Данная проблема имеет два аспекта. Во-первых, необходимо иметь принципиальную уверенность в существовании и единственности континуального предела решеточной КХД. Во-вторых, важен практический вопрос нахождения поправочных коэффициентов для согласования результатов монте-карловских расчетов на решетках различных размеров.

Изучение эффектов конечного размера решетки имеет свои специфические особенности в решеточной КХД-термодинамике при рассмотрении фазового перехода деконфайнмента. Именно анализ этих вопросов является

целью данной работы. В дальнейшем изложении мы будем обсуждать только глюонный сектор КХД, исключая из рассмотрения динамические кварки, при этом в качестве калибровочной группы будет рассмотрена группа  $SU(2)$ .

## 2. Термодинамика $SU(2)$ калибровочных полей на решетке. Эффекты конечного размера

На конечной евклидовой решетке с  $N_\sigma^3 \times N_\tau$  узлами ( $N_\sigma$ ,  $N_\tau$  — число шагов решетки соответственно в пространственном направлении и в направлении мнимого времени) статсумма  $SU(2)$  калибровочной системы определяется интегралом /1/

$$Z = \int \prod_{(\mu, \nu)} dU_{\mu, \nu} e^{-S(U)}, \quad (1)$$

где  $U_{\mu, \nu}$  — элемент группы  $SU(2)$ , отвечающий ребру  $(\mu, \nu)$ ,  $dU_{\mu, \nu}$  — мера Хаара на группе  $SU(2)$ . Решеточное действие имеет вид

$$S(U) = \beta \sum (1 - \frac{1}{2} \text{Sp} U_P), \quad (2)$$

$$U_P = U_{\mu, \nu} U_{\nu, \lambda} U_{\lambda, \varrho} U_{\varrho, \mu}.$$

Здесь  $\beta = 4/g^2(a)$ , где  $g^2(a)$  — голая константа связи, зависящая от расстояния  $a$  между двумя соседними узлами  $\mu$  и  $\nu$ . Суммирование в (2) ведется по всем элементарным квадратам — плакетам. При этом объем  $V$  и температура  $T$  системы определяются соотношениями  $V = (N_\sigma a)^3$ ,  $T = (N_\tau a)^{-1}$ . Среднее от любой величины  $A(U)$  дается интегралом

$$\langle A \rangle = Z^{-1} \int \prod_{(\mu, \nu)} dU_{\mu, \nu} A(U) e^{-S(U)}. \quad (3)$$

В монте-карловских расчетах термодинамические величины вычисляются в виде функций безразмерной константы связи  $g^2$ , а единицей измерения физических величин является решеточная постоянная  $a$ . В частности, для плотности энергии  $\varepsilon$  и давления  $P$  получаются выражения (см., например, /3/)

$$\varepsilon a^4 = 12 \left[ \frac{1}{g^2} \langle P_\sigma - P_\tau \rangle + 0.4561 \langle P_{sym} - P_\sigma \rangle - 0.2703 \langle P - P_\tau \rangle \right],$$

$$P a^4 = \frac{1}{3} \varepsilon a^4 + \frac{11}{3\pi^2} \langle P_\sigma + P_\tau - 2 P_{sym} \rangle. \quad (5)$$

Здесь  $\langle P_\sigma \rangle = \frac{1}{2} \langle \text{Sp} U_P \rangle_\sigma$  - среднее от пространственноподобного плакета (все ребра которого ориентированы в пространственных направлениях),  $\langle P_\tau \rangle$  - среднее от временноподобного плакета, содержащего два ребра в направлении мнимого времени,  $\langle P_{sym} \rangle$  - плакетное среднее на симметричной решетке с  $N_\sigma = N_\tau$ .

Вблизи континуального предела (при  $a \rightarrow 0$ ) константа связи  $g^2$  выражается через решеточный параметр  $a$  с помощью формулы асимптотической свободы:

$$a \Lambda_L = \left( \frac{11 g^2}{24 \pi^2} \right)^{-\frac{51}{121}} \exp \left( - \frac{12 \pi^2}{11 g^2} \right), \quad (6)$$

которая позволяет сопоставить каждому значению  $g^2$  температуру  $T = (N_\tau a)^{-1}$  (точнее  $T/\Lambda_L$ ) и тем самым найти термодинамические величины в виде функций температуры. Решеточный параметр  $\Lambda_L$  становится при этом универсальным масштабом для всех физических характеристик ("размерная трансмутация"). Его численное значение для группы  $SU(2)$  равно  $\Lambda_L \approx 5$  МэВ. Строго говоря, для описания непрерывной статистической системы в рамках решеточной термодинамики необходимо выполнить два предельных перехода:

1. Континуальный предел  $a \rightarrow 0$ ,  $N_\sigma, N_\tau \rightarrow \infty$  при фиксированных  $V$  и  $T$ .
2. Термодинамический предел  $V \rightarrow \infty$ .

С другой стороны, мы можем ожидать близости непрерывного предела, если в решеточной системе характерный физический масштаб  $V_c$  (корреляционная длина) много больше постоянной решетки  $a$  и много меньше ее линейных размеров  $L = V^{1/3}$ :

$$a \ll V_c \ll L. \quad (7)$$

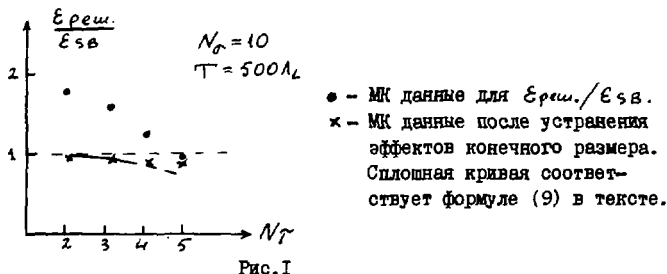
В статистической системе при высоких температурах корреляционная длина  $V_c$  равна обратной температуре  $T^{-1} = N_\tau a$ , так что (7)

превращается в неравенство

$$1 \ll N_T \ll N_\sigma. \quad (8)$$

Заметим, что в термодинамическом пределе безразмерный параметр  $\sqrt{T}^3$  должен быть много больше единицы, что также дает неравенство  $N_T \ll N_\sigma$ .

Насколько хороши с этой точки зрения типичные решетки, используемые в настоящее время в численных расчетах:  $N_\sigma = 8 + 12$ ,  $N_T = 3 + 6$ ? На рис. I приведено отношение плотности энергии решеточной калибровочной системы  $\varepsilon_{\text{реш.}}$  к плотности энергии идеального газа глюонов  $\varepsilon_{\text{св}} = \frac{\pi^2}{5} T^4$  при фиксированной температуре  $T = 500 \Lambda_L$  для различных значений  $N_T$ . Данные взяты нами из работы [3]. При изменении  $N_T$  от 2 до 5 значение решеточной плотности энергии меняется почти в два раза. Следовательно, эффекты конечного размера решетки велики и их необходимо учитывать при обработке монте-карловских данных.



Для анализа эффектов конечного размера мы предлагаем использовать точно решаемые полевые модели, т.е. такие модели, где известен точный ответ после выполнения континуального предела. Основное требование состоит в том, чтобы такие реперные модели правильно аппроксимировали термодинамическое поведение калибровочной системы в соответствующем интервале температур. Предполагая, что отношение решеточных термодинамических величин к их континуальному пределу в калибровочной системе и в реперной модели одинаково, можно получить из реперной модели поправочные коэффициенты  $\gamma = \varepsilon_{\text{реш.}}(N_\sigma, N_T)/\varepsilon$  и рецепт устранения эффектов конечного размера решетки в калибровочной системе  $\varepsilon^{\text{YM}} = \varepsilon_{\text{реш.}}^{\text{YM}}(N_\sigma, N_T)/\gamma$ .

Деконфайнмент в калибровочной теории представляет собой фазовый переход из фазы конфайнмента, представляющей собой газ массивных бесцветных кластеров - глюболов (аналог "адронной" фазы в теории без

кварков), в фазу "хромоплазмы", которая при высоких температурах ведет себя подобно идеальному газу цветных безмассовых глюонов (см., например, /4/). Поэтому для оценки эффектов конечного размера в качестве реперной модели мы выберем свободное бозе-поле на решетке, причем при температурах выше критической предлагаем рассматривать поле с нулевой массой, а при  $T < T_c$  - поле с массой, равной массе глюона. Заметим, что впервые в этой связи безмассовое бозе-поле анализировалось в работе /5/. Для решеточной плотности энергии  $\varepsilon_{\text{реш.}}$  при периодических граничных условиях в пространственных направлениях имеем /6/

$$\varepsilon_{\text{реш.}} = \frac{1}{N_\sigma^3 a^4} \sum_{\vec{j}} \frac{b}{(b+1)^{1/2}} [\cosh(N_\sigma a z \sinh b) - 1], \quad (9)$$

где

$$b^2(\vec{j}) = \left(\frac{ma}{2}\right)^2 + \sum_{\alpha=1}^3 \sin^2\left(\frac{\pi j_\alpha}{N_\sigma}\right),$$

$$j_\alpha = \begin{cases} 0, \pm 1, \dots, \pm (\frac{N_\sigma}{2}-1), \frac{N_\sigma}{2}; & N_\sigma - \text{четно,} \\ 0, \pm 1, \dots, \pm \frac{1}{2} (N_\sigma-1); & N_\sigma - \text{нечетно.} \end{cases}$$

В континуальном пределе  $a \rightarrow 0$ ,  $N_\sigma, N_\tau \rightarrow \infty$ ,  $V_{\text{конт}}(g)$  переходит в формулу для плотности энергии идеального релятивистского бозе-газа в конечном объеме:

$$\varepsilon_{\text{конт.}} = \frac{1}{V} \sum_{n_1, n_2, n_3=-\infty}^{\infty} \omega_n [\exp(\beta \omega_n) - 1]^{-1}, \quad (10)$$

где

$$\omega_n = \left[ \frac{(2\pi)^2}{V^{2/3}} (n_1^2 + n_2^2 + n_3^2) + m^2 \right]^{1/2}, \quad \beta = T^{-1}.$$

В термодинамическом пределе  $V \rightarrow \infty$  мы получаем из (10) хорошо известную формулу

$$\varepsilon = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} (\vec{k}^2 + m^2)^{1/2} [\exp(\beta \sqrt{\vec{k}^2 + m^2}) - 1]^{-1}, \quad (11)$$

которая, в частности, при  $m=0$  дает закон Стефана-Больцмана:

$$\varepsilon_{SB} = \frac{\pi^2}{30} T^4. \quad (12)$$

Заметим, что для идеального газа глюонов нужно умножить формулы (9)–(12) на параметр вырождения  $d=2(N^2-1)$  (два спиновых и  $N^2-1$  цветовых состояния глюона), который, однако, сокращается в отношении  $\varepsilon_{\text{реш.}}/\varepsilon_{\text{св.}}$ .

В таблице приведены поправочные коэффициенты  $y(N_\sigma, N_\tau) = \varepsilon_{\text{реш.}}(N_\sigma, N_\tau)/\varepsilon_{\text{св.}}$  для обработки монте-карловских данных в области температур  $T > T_c$  на решетках с различными  $N_\sigma$ ,  $N_\tau$ , вычисленные на основе формулы (9) при  $m = 0$ .

Таблица

$N_\sigma \backslash N_\tau$	8	10
2	1,73	1,74
3	1,74	1,75
4	1,45	1,48
5	1,17	1,25

После деления монте-карловских данных (см. рис.1) на коэффициенты  $y(N_\sigma, N_\tau)$  из таблицы результаты практически не зависят от размеров решетки.

Оставшиеся небольшие отклонения плотности энергии от формулы Стефана-Больцмана, по нашему мнению, связаны с бесцветностью допустимых состояний калибровочной системы как целого. Требование бесцветности системы глюонов как целого было рассмотрено в рамках квантовой статистики идеального газа в работах 7,8/. Оказалось, что для системы в конечном объеме бесцветность приводит к поправкам в термодинамические функции. В частности, для  $SU(N)$ -глюонов при  $\sqrt{T^3} \gg 1$  имеем

$$\varepsilon_c \simeq \varepsilon_{\text{св.}} \left(1 - \frac{45}{2\pi^2 \sqrt{T^3}}\right). \quad (13)$$

Отношение  $\varepsilon_c/\varepsilon_{\text{св.}}$  приведено на рис.1 как функция  $N_\tau$  сплошной линией (для  $N_\tau \geq 4$  формула (13) становится неприменимой).

Эффекты конечного размера в фазе конфайнмента (при  $T < T_c$ ) подробно проанализированы в работе 6/. Вычисления показали, что поправки из-за конечного размера решетки в плотность энергии при  $T < T_c$  значительно превышают поправочные коэффициенты из таблицы, которые относятся к области температур  $T > T_c$ . Это обстоятельство обычно не принималось во внимание при анализе монте-карловских данных. Его учет приводит, в частности, к увеличению примерно на 20% величины массы глюбола, найденной в результате подгонки монте-карловских данных для термодинамических функций при  $T < T_c$  6/.

Рассмотрим теперь область температур  $T \sim T_c$ . В этом случае не удастся подыскать адекватную точно решаемую полевою модель, поскольку знание такой модели означало бы по сути аналитическое решение проблемы конфайнмента. Критерием близости континуального предела считается постоянство температуры фазового перехода деконфайнмента  $T_c$ , т.е. ее независимость от решеточных параметров  $N_\sigma$  и  $N_\tau$ . При анализе этой проблемы весьма полезной является аналогия  $SU(N)$  калибровочных систем с 3-мерными  $Z_N$  спиновыми системами, для которых роль обратной температуры играет величина  $\beta = 2N/g^2$  (см., например, /9/). На конечной решетке в  $SU(N)$ -калибровочной теории критическая точка  $\beta_c$  оказывается сдвинутой по отношению к точке фазового перехода  $\beta_c^*$  на бесконечной решетке с  $N_\sigma = \infty$  подобно тому, как это имеет место в 3-мерных спиновых системах /10,11/:

$$\beta_c(N) - \beta_c^* = \text{const} \cdot N_\sigma^{-\chi}, \quad (14)$$

где  $\chi = 3$  в случае фазового перехода I рода в  $SU(3)$ -системе /10/ и  $\chi = 1/\nu = 1,56$  для фазового перехода II рода в  $SU(2)$ -системе /11/ ( $\nu$  - критический индекс для корреляционной длины в трехмерной модели Изинга  $Z_2$ ).

Формула (14) позволяет, в принципе, экстраполировать результаты расчета критической температуры на решетки с  $N_\tau = \infty$  и тем самым устранить зависимость  $T_c$  от конечного размера решетки. В работе /12/ с этой точки зрения проанализирована вся совокупность имеющихся на сегодняшний день монте-карловских данных для  $SU(2)$ - и  $SU(3)$ -калибровочных систем. Основной вывод состоит в том, что после обработки монте-карловских данных с помощью формулы (14) значения на решетках с различными  $N_\tau$  гораздо лучше согласуются между собой, хотя и имеются небольшие расхождения. Эти расхождения могут быть устранены при использовании асимметричных решеток с  $N_\tau \sim N_\sigma$  и  $a_\sigma/a_\tau > 3$ , где  $a_\sigma$ ,  $a_\tau$  - соответственно шаг решетки в пространственном направлении и в направлении мнимого времени.

### 3. Деконфайнмент: сравнение с теорией возмущений

Рассмотрение, проведенное в предыдущем разделе, дает основание верить в то, что после устранения эффектов конечного размера монте-карловские данные, вычисленные на конечной решетке, описывают термодинамику калибровочной системы вблизи континуального предела. Поэтому анализ монте-карловских данных позволяет извлекать физическую информацию о поведении непрерывной системы в той или иной области температур. На рис.2 приведено отношение плотности энергии  $\epsilon$   $SU(2)$ -калибровочной системы к пределу Стефана-Больцмана  $\epsilon_{SB} = \frac{\pi^2}{5} T^4$ , вычис-

ленное на решетке  $10^3 \times 3^{1/3}$ . Эффекты конечного размера устранены делением монте-карловских данных на поправочный коэффициент из таблицы.

Данные на рис.2 соответствуют фазовому переходу II рода из фазы конфайнмента (бесцветные глоболы с массой  $m_G \approx 1,2 \text{ ГэВ} / 6$ ) в фазу "хромоплазмы", представляющую собой газ цветных безмассовых глюонов. Температура деконфайнмента равна  $T_c = 43 \Lambda_L \approx 215 \text{ МэВ}$ . При очень высоких температурах  $T \gg T_c$  взаимодействие между глюонами исчезает и система представляет собой бесцветный в целом шестикратно вырожденный идеальный газ безмассовых бозе-частиц, описываемый формулой (13) (на рис.2 этот предел обозначен сплошной линией).

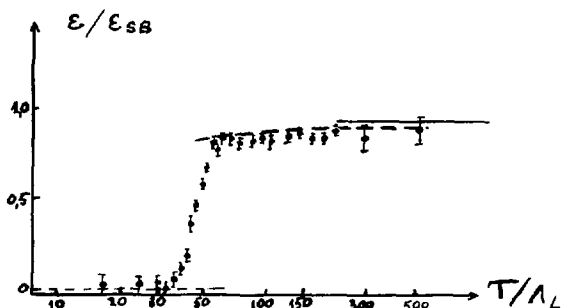


Рис.2

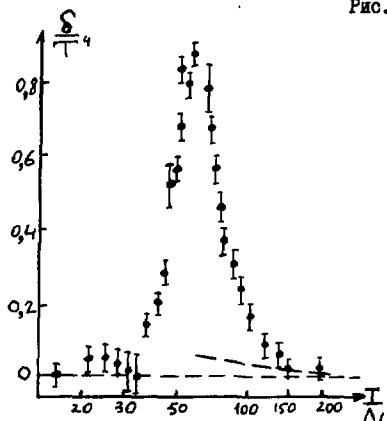


Рис.3

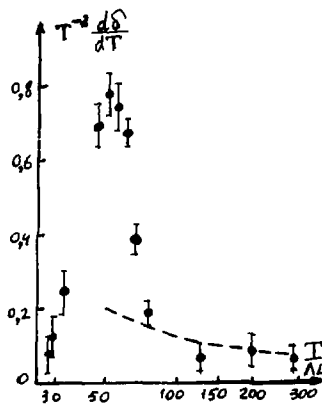


Рис.4

Насколько быстро хромоплазма с ростом температуры приближается к идеальному газу глюонов? Для ответа на этот вопрос удобно рассмотреть величину  $\delta = \varepsilon - 3P$  ( $P$  - давление), называемую мерой взаимодействия (для идеального газа  $\delta = 0$ ). Величина  $\delta$ , вычисленная на решетке  $10^3 \times 3$  с учетом эффектов конечного размера, приведена на рис.3. Видно, что она имеет пик при  $T = 55 \Lambda_L$ , затем резко спадает до нуля, так что при  $T \gtrsim 200 \Lambda_L$  система ведет себя подобно идеальному газу глюонов.

До проведения численных расчетов в решеточных калибровочных теориях описание хромоплазмы велось в рамках теории возмущений, развитой, в частности, в работе /13/. В настоящее время имеется возможность для сравнения результатов теории возмущений с данными численных расчетов и оценки непертурбативных эффектов. Впервые такая задача была поставлена в работе /14/ в рамках модели мешков. В этой модели плотность энергии  $\varepsilon$  и давление  $P$  записываются в виде

$$\begin{cases} \varepsilon = \varepsilon_{т.в.} + B, \\ P = P_{т.в.} - B, \end{cases} \quad (15)$$

где численное значение константы  $B$  (вакуумное давление) равно  $B^{1/4} = 190$  МэВ. Для меры взаимодействия  $\delta$  получается выражение (величина  $\varepsilon_{т.в.} - 3P_{т.в.}$  мала по сравнению с  $4B$  /13/)

$$\delta = \varepsilon - 3P \approx 4B. \quad (16)$$

В /14/ проведено сравнение величины  $4B/T^4$  с монте-карловскими данными, приведенными на рис.3, и отмечено, что в пределах ошибок "численного эксперимента" они согласуются. На основании этого сделан вывод о том, что непертурбативные эффекты в хромоплазме полностью определяются вакуумным давлением  $B$ , а фазовый переход деконфайнмента происходит в соответствии с моделью мешков.

На наш взгляд, этот вывод не соответствует действительности по двум причинам. Во-первых, деконфайнмент в модели мешков является фазовым переходом I рода, в то время как в  $SU(2)$ -калибровочной системе имеет место фазовый переход II рода. Во-вторых, что более существенно, модель мешков противоречит монте-карловским данным для величин  $T^{-3} \frac{d\delta}{dT}$ , полученным в работе /15/ и приведенным на рис.4 (после устранения эффектов конечного размера), поскольку в модели мешков  $\frac{d\delta}{dT} = 0$ . Отмеченное противоречие заставляет нас провести более тщательное сравнение монте-карловских данных на рис.2-4 с результатами теории возмущений. Для этого логарифм статсуммы калибровочной системы представим в виде

$$\ln Z = \ln Z_{т.в.} + \frac{B(T)V}{T}, \quad (17)$$

где первое слагаемое отвечает теории возмущений, второе слагаемое в наиболее общем виде параметризует непертурбативный вклад. При  $B = const$  (17) соответствует модели мешков. Из (17) для плотности энергии и давления получаем выражения

$$\begin{cases} \varepsilon = \varepsilon_{т.в} + B(T) - B'(T) \cdot T, \\ P = P_{т.в} - B(T). \end{cases} \quad (18)$$

Величины  $\varepsilon_{т.в.}$  и  $P_{т.в.}$  с точностью  $O(g^4)$  вычислены нами в рамках теории возмущений на конечной решетке, предложенной в работе [16]. Результат на решетке  $10^3 \times 3$  имеет вид

$$\frac{\varepsilon_{т.в.}}{T^4} = 3,43 - 0,26 g^2, \quad (19)$$

$$\frac{\delta_{т.в.}}{T^4} = (8,1 g^2 + 9,2 g^4) 10^{-3}. \quad (20)$$

Кривые, соответствующие формулам (19) и (20), приведены на рис. 2, 3, 4 в виде пунктирных линий (эффекты конечного размера решетки устранены). Сравнение с монте-карловскими данными для плотности энергии показывает, начиная с температур  $T = 50 \Lambda_L$ , весьма близких к критической температуре  $T_c$ , полное совпадение в пределах ошибок результатов численных расчетов с теорией возмущений. В то же время непертурбативный вклад в величину  $\delta/T^4$  на рис. 3 остается большим в интервале  $50 \Lambda_L < T < 200 \Lambda_L$ . Это весьма нетривиальное обстоятельство позволяет вычислить непертурбативный вклад в статсумму калибровочной системы при  $T > 50 \Lambda_L$ . Действительно, при  $\varepsilon = \varepsilon_{т.в.}$  получаем из (18) уравнение для определения величины  $B(T)$ :

$$B'(T) \cdot T - B(T) = 0, \quad (21)$$

решением которого является функция

$$B(T) = A \cdot T; \quad A = const. \quad (22)$$

Для меры взаимодействия, пренебрегая вкладом теории возмущений, получаем

$$\frac{\delta}{T^4} = \frac{3A}{T^3}, \quad (23)$$

в то время как для величины  $T^{-3} \frac{d\delta}{dT}$  получается соотношение

$$T^{-3} \frac{d\delta}{dT} = \frac{\delta}{T^4}. \quad (24)$$

Мы проверили, что при значениях  $A = 1,35 \cdot 10^5 \Lambda_L^3$  формулы (23) и (24) полностью согласуются с монте-карловскими данными, приведенными на рис. 3,4 соответственно.

Таким образом, параметризация непертурбативного вклада в стат-сумму калибровочной системы в виде линейной функции от температуры (22) позволяет описать всю совокупность монте-карловских данных для термодинамических функций. Интересно отметить, что при этом величина  $B(T)$  на интервале  $50 < T/\Lambda_L < 150$  меняется в пределах

$$180 \text{ МэВ} < B(T) < 250 \text{ МэВ}. \quad (25)$$

Именно такие значения вакуумного давления  $B$  выйдутся в различных вариантах модели мешков при описании фазового перехода деконфайнмента.

В заключение автор благодарит М.И.Горенштейна, Г.М.Зиновьева и В.К.Митрошкина за полезные обсуждения, стимулировавшие написание данной работы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Wilson K.G. Phys. Rev., 1974, D10, p. 2445.
2. Polyakov A.M. Phys. Lett., 1975, 51B, p. 82.
3. Engels J., Karsch F., Montvay I., Satz H. Nucl. Phys., 1982, 205B, p. 545.
4. Satz H. Phys. Rep., 1982, 88, p. 349.
5. Engels J., Karsch F., Satz H. Nucl. Phys., 1982, 205B, p. 239.
6. Gorenstein M.I., Lipskikh S.I., Mogilevsky O.A. J. Phys. G: Nucl. Phys., 1985, 11, p. 143.
7. Gorenstein M.I., Mogilevsky O.A., Petrov V.K., Zinovjev G.M. Z. Phys., 1983, 18C, p. 13.  
Gorenstein M.I., Lipskikh S.I., Petrov V.K., Zinovjev G.M. Phys. Lett., 1983, 123B, p. 437.
8. Skagerstam B.-S. Phys. Lett., 1983, 133B, p. 419.
9. Yaffe L.G., Svetitsky B. Phys. Rev., 1982, D26, p. 963.
10. Kennedy A.D. et al. Phys. Rev. Lett., 1985, 54, p. 87.
11. Das S., Kogut J. Nucl. Phys., 1986, 265B, p. 303.
12. Горенштейн М.И., Могилевский О.А. Препринт ИТФ-86-31Р, 1986, Киев.
13. Kapusta J. Nucl. Phys., 1979, 148B, p. 461.
14. Satz H. Phys. Lett., 1982, 113B, p. 245.
15. Montvay I., Pietarinen E. Phys. Lett., 1982, 115B, p. 151.
16. Heller U., Karsch F. Nucl. Phys., 1985, 251B, p. 254.

# ГРУППЫ ВНУТРЕННЕЙ СИММЕТРИИ И ИХ РЕАЛИЗАЦИЯ В ПРОСТРАНСТВЕ МИНКОВСКОГО

Х.М.Бештоев

Институт ядерных исследований АН СССР, Москва

## 1. О реализации $U(1)$ -теории в пространстве Минковского

Как обычно, будем предполагать, что наш мир является четырехмерным и в этом мире реализуется группа Пуанкаре- $\mathcal{P}/I$  (конечномерные представления). В этом четырехмерном мире реализуются (существуют) векторы  $\chi_\mu, \rho_\mu$  ( $\alpha(x, t)$  есть функция от  $\chi_\mu$  и параметра группы  $U(1)$  -  $t$ . Параметр  $t$  - фиксирован!). Фактически, этим векторам можно приписать индексы  $\chi_\mu^i, \rho_\mu^i$  (если бы эти векторы принадлежали бы, например,  $SU(2)$ , то нужно было написать  $\chi_\mu^i, \rho_\mu^i$ ,  $i = 1, 2, 3$ ), т.е. они определяются в пространстве с одномерной поперечной размерностью (т.е. в пространстве с индексом  $i=1$ ). Тогда стандартная абелева теория  $U(1)$ :

$$\begin{aligned} \Psi(x), \bar{\Psi}(x), A_\mu(x), \\ \Psi'(x) = e^{i\alpha(x)} \Psi(x), \bar{\Psi}'(x) = e^{-i\alpha(x)} \bar{\Psi}(x), \\ A'_\mu(x) = A_\mu(x) + \frac{1}{e} \partial_\mu \alpha(x), F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu, \\ \mathcal{L} = \bar{\Psi}(x) \not{D}^\mu (\partial_\mu - ie A_\mu(x)) \Psi(x) - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}, \end{aligned} \quad (1)$$

может реализоваться в таком четырехмерном пространстве (с индексом  $i=1$ ):  $\Psi_i(x), \bar{\Psi}'(x), A_{i\mu}(x), \alpha(x)$ .

Т.е.  $U(1)$  - теория может быть вложена в вышеуказанное четырехмерное пространство.

С групповой точки зрения, если рассматривать алгебру группы Пуанкаре:

$$\begin{aligned} [P_\mu, P_\nu] = 0, [M_{\mu\nu}, P_\sigma] = i(g_{\nu\sigma} P_\mu - g_{\mu\sigma} P_\nu), \\ [M_{\mu\nu}, M_{\rho\sigma}] = -i(g_{\mu\rho} M_{\nu\sigma} - g_{\nu\rho} M_{\mu\sigma} + \\ + g_{\mu\sigma} M_{\rho\nu} - g_{\nu\sigma} M_{\rho\mu}), \end{aligned} \quad (2)$$

и генераторы  $U(1)$ -преобразования-1:

$$[I, I] = 0, [I, M_{\mu\sigma}] = 0, [I, P_{\mu}] = 0, \quad (3)$$

и по ним восстанавливать соответствующие малые преобразования групп, то наличие абелевой  $U(1)$ -части будет проявляться только в виде множителя, число абелевых коммутирующих подгрупп может быть сколь угодно велико и при этом структура группы Пуанкаре не будет изменяться:

$$[I_i, I_j] = 0, i, j = 1, \dots, N, \\ [I_i, M_{\mu\sigma}] = 0, [I_i, P_{\mu}] = 0. \quad (4)$$

Т.е. в пространстве, определяемом (2), может существовать сколь угодно много абелевых  $U(1)$ -подгрупп.

## 2. Возможные реализации неабелевой $SU(N)$ -теории в пространстве Минковского

Неабелева  $SU(N)$ -теория

$$\Psi_a(x), \bar{\Psi}^a(x), A_{\mu}^i(x) \equiv A_{\mu}^i(x), a, b = 1 \div N, i, j, k = 1 \div N-1, \\ \Psi'(x) = e^{i\frac{1}{2}\omega} \Psi(x), \bar{\Psi}'(x) = e^{-i\frac{1}{2}\omega} \bar{\Psi}(x), \\ F_{\mu\nu}^i = \partial_{\mu} A_{\nu}^i - \partial_{\nu} A_{\mu}^i - g [A_{\mu} \times A_{\nu}]^i, A_{\mu} = T^i A_{\mu}^i, \\ A_{\mu}^i(x) = A_{\mu}^i(x) + [A_{\mu} \times a]^i + \frac{1}{g} \cdot \partial_{\mu} \alpha^i(x), \alpha^i(x) = T^i \alpha^i(x), \\ \mathcal{L} = \bar{\Psi}(x) \not{D}^{\mu} (\partial_{\mu} - \frac{ig}{2} A_{\mu}(x)) \Psi(x) - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^i F^{i\mu\nu} \quad (5)$$

( $T^i$  - генераторы группы  $SU(N)$ ) содержит  $(N^2-1)$  произвольных функций  $\alpha^i(x)$ , которые считаются функцией  $x$ . Сами эти функции  $\alpha^i(x)$  можно считать параметрами группы  $SU(N)$ , явно зависящими от  $x$ .

Рассмотрим более общий случай, когда параметры группы -  $\alpha^i$  явным образом содержат зависимость от  $(N^2-1)$ - параметров группы- $t$ ,  $SU(N)$  и от  $x_{\mu}$ ,  $\alpha^i = \alpha^i(x, t)$ . В этом случае алгебра группы  $\mathcal{G} \times SU(N)$  задается соотношением (2), дополненным соотношениями

$$[t^i, t^j] = i f^{ijk} t^k; [P_{\mu}, T^i] = 0, \\ [M_{\rho\sigma}, T^i] = 0, \quad (6)$$

и для своей реализации требует пространство  $^{2,3/}, (N+4)$ -размерности и  $(N^2-1+10)$  параметров ( $SU(N)$  - группа есть группа внутренней симметрии и является ненарушенной). Как указывалось в п. 1, пространство Минковского есть пространство с индексом, равным единице. И вложение

пространства с группой симметрии  $\mathcal{P} \times SU(N)$  в такое пространство можно осуществить только в том случае, если представления группы  $SU(N)$ , которые (глобально) вкладываются в пространство Минковского, являются скалярными конструкциями группы  $SU(N)$  и не зависят от  $(N^2-1)$  параметров, т.е. могут реализоваться в пространстве с индексом единица. При этом, как было определено выше, локально мы имеем пространство размерности  $N=4/3$ .

Если симметрия группы  $SU(N)$  полностью нарушена, то соотношение (6) между генераторами группы  $T^i$  не будет выполняться и в общем случае можно полагать  $[T^i, T^j] \neq 0$  (например, в случае нарушенной  $SU(2)$   $T^1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $T^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $T^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ ) и реализация такой нарушенной симметрии в пространстве Минковского будет осуществляться по схеме, описанной в п. I.

Выше мы предполагали, что нет никакой связи между генераторами пространственного преобразования  $M_{\rho\sigma}$  и генераторами групп внутренней симметрии. Рассмотрим частный случай, когда такое соотношение можно установить.

Генератор "вращения"  $M_{\mu\nu}$  является 6 компонентой. Его можно факторизовать <sup>1/4</sup>:

$$\begin{aligned} M &= (M_{32}, M_{13}, M_{21}), \\ N &= (M_{02}, M_{01}, M_{03}), \\ \mathcal{Y}_\ell &= \frac{1}{2} (M_\ell + i N_\ell), \quad \ell = 1 \div 3, \\ K_\ell &= \frac{1}{2} (M_\ell - i N_\ell), \\ [\mathcal{Y}_\ell, K_\ell] &= 0, \\ \mathcal{Y}_\ell &\rightarrow SU(2), \\ K_\ell &\rightarrow \overline{SU}(2), \end{aligned} \quad (7)$$

на два генератора  $\mathcal{Y}_\ell, K_\ell$  с тремя компонентами у каждого. Пусть  $\mathcal{Y}_\ell$  является генератором трехмерного вращения в пространстве  $x, y, z$  ( $\mathcal{Y}_\ell$  - матрицы Паули).

Предположим, что группой внутренней симметрии является группа  $SU(2)$  с генераторами  $T^i, i=1, 2, 3$ . Тогда мы можем отождествить генераторы пространственного "вращения"  $\mathcal{Y}_\ell$  с генераторами внутренней группы  $SU(2), T^i$ :

$$T^i \equiv \mathcal{Y}_\ell \rightarrow (x, y, z) \equiv (t_1, t_2, t_3). \quad (8)$$

(8) автоматически влечет за собой, что пространство внутренней симметрии и пространство  $x, y, z$  являются тождественными. Именно решениями такого типа являются решения, полученные в работах <sup>4/</sup>.

Как реализовать такую процедуру в случае, когда группа внутренней симметрии является более широкой группой, чем группа "вращения"  $SU(2)$ ?

Обычной процедурой в этом случае является вырезание группы  $SU(2)$  из группы внутренней симметрии  $SU(N)^{5/}$ . Нужно отметить, что эту процедуру нельзя произвести, не нарушив симметрию  $SU(N)$  до  $SU(2)$  (см. соотношение (6)).

### 3. Суперсимметрия в пространстве Минковского

В суперсимметричном случае объединение внутренней и пространственной симметрии ( $X_\mu$ ) можно сделать нетривиальным, и в  $(4+N)$ -мерном пространстве-времени алгебру суперсимметричной группы можно определять <sup>6/</sup>

$$\{Q_{\alpha}, \bar{Q}_{\beta}\} = 2(\Gamma)_{\alpha\beta}^{\nu} P_{\nu}, \quad (9)$$

$\bar{\nu}$  пробегает значения от 0 до  $3+N$  (0 - компонента временная), а  $\beta, \alpha$  - индексы дираковских матриц удовлетворяют  $(4+N)$ -мерной алгебре Клиффорда:

$$\begin{aligned} \{\Gamma^{\mu}, \Gamma^{\nu}\} &= 2\eta^{\mu\nu}, \\ \eta^{\mu\nu} &= (+---). \end{aligned} \quad (10)$$

Неприводимое представление этой алгебры состоит из матриц размерности  $2^{[D/2]}$  ( $D=N+4$ ,  $[D/2]$  - целая часть  $D/2$ ).

Переход от  $(N+4)$ -мерного пространства в 4-мерное осуществляется с помощью размерной редукции <sup>6,7/</sup> и из (10), в этом случае получается соотношение

$$\{Q_{\alpha i}, \bar{Q}_{\beta j}\} = 2(\gamma^{\nu})_{\alpha\beta} \delta_{ij} P_{\nu}, \quad (11)$$

$$\alpha, \beta, \nu = 0 \div 3,$$

$\gamma^{\nu}$  - матрицы Дирака,  $P_{\nu}$  - четырехимпульс, который является алгеброй расширенной суперсимметрии.

Результирующая редуцированная теория инвариантна относительно  $O(N)$ - и  $M$ -суперсимметрии ( $M=2^{[N/2]}$  с точностью до множителя  $1/2$ ,  $M$  - число майорановских спиноров  $Q_{\alpha}^i$  ( $i=1, \dots, M$ ) в 4-х измерениях).

Алгебра пространственных и суперсимметричных групп преобразования тогда определяются выражениями (2), (11) и

$$[Q_{\alpha i}, M_{\mu\nu}] = i(\sigma^{\mu\nu})_{\alpha\beta} Q_{\beta i}. \quad (12)$$

В супергравитации <sup>8/</sup>, объединяющей суперсимметрию с гравитацией, переход от  $(N+4)$ -пространства к 4-пространству приводит к отщеплению пространства размерности  $N$ , которая должна компактифицироваться, и

при этом поля становятся массивными с массами порядка планковской массы ( $m_{\text{пл}} = 10^{19}$  ГэВ) (ср. п. 2, где массы полей есть нуль, а массы частиц определяются размерами действия поля (грубо говоря, размерами области конфайнмента)).

### Литература

1. Wigner E.P. Ann. of Math., 40 (1939), No. 1.  
Bargman V., Vigner E.P. Proc. Sci. USA, 34 (1948), p. 211.  
Широков Ю.М. ЖЭТФ, 33 (1957), с. 861, II96.
2. O'Raiifeartaigh L. Phys.Rev., 139 (1965), p. B1052.
3. Бештоев Х.М. ОИНИ. P2-84-699, Дубна, 1984.  
Бештоев Х.М. Препринт ИИИ АН СССР, П-0339, Москва, 1984.
4. Поляков А.М. Письма в ЖЭТФ, 20 (1974), 194.  
t'Hooft G. Nucl.Phys., B79 (1974), p. 276.
5. Bernard C. Phys.Rev., D19 (1979), 1013.
6. van Nieuwenheuzen P. Phys.Rep., 68 (1981), p. 189.
7. Cremmer E., Scherk J. Nucl.Phys., B103 (1976), 399.  
Scherk J. Recent Develop. in Grav. eds. M. Levy and Deser, Plenum Publ.Corp., 1979.  
Gliozzi F., Scherk J., Olive D. Nucl.Phys., B122 (1977), 253.
8. Rendjbar-Daemi S., G.Wetterich. Phys.Lett., 166B (1986), 65.  
Zheltukhin A.A. Phys. Lett., 168B (1968), 43.

**НОВЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ  
ПО КУМУЛЯТИВНОМУ РОЖДЕНИЮ ЧАСТИЦ РЕЛЯТИВИСТИЧЕСКИМИ  
ЯДРАМИ**

В.К.Бондарев, П.И.Зарубин, А.Г.Литвиненко, Ю.А.Панебратцев,  
В.С.Ставинский

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

С момента предсказания А.М.Балдиным /1/ нового физического явления - кумулятивного ядерного эффекта и затем экспериментального наблюдения явления кумулятивного мезонообразования в реакции  $d + Cu \rightarrow Li...$  /2/ прошло пятнадцать лет.

За это время получен большой набор экспериментальных данных по кумулятивному рождению частиц релятивистскими ядрами при исследовании инклюзивных реакций

$$I(\chi, \bar{\nu}, \pi, p, d) + II(D, \dots U) \rightarrow I(\pi^{\pm}, K^{\pm}, p, n, d, t, He) + \dots$$

в широкой области энергий налетающих частиц, вплоть до 400 ГэВ. Эти эксперименты были выполнены в ОИЯИ, ИТЭФ, ЕРХИ, ЛИЯФ, ИФВЭ, на ускорителях в Батавии и Берли. В совместном ОИЯИ-ИЕРН эксперименте NA-4 получены данные по глубоконеупругому ( $p + C + N + \dots$ )-рассеянию при  $Q^2 \sim 100 \text{ ГэВ}^2$  и  $X > 1$ . В экспериментах, выполненных в Стэнфорде, изучены околопороговые ( $e, e'$ )-реакции на ядрах в кумулятивной области.

В этих исследованиях обнаружены асимптотические свойства ядерных взаимодействий, проявление ряда универсальных характеристик адронной материи, однако явление настолько многообразно (зависит от ароматов кумулятивных частиц, атомного веса сталкивавшихся ядер, энергетических характеристик и т.д.), что и в настоящее время эксперимент позволяет изучать качественно новые закономерности, которые мы и представляем в настоящем докладе.

В наших работах /3/ подчеркивалось, что столкновения релятивистских ядер при определенных условиях происходят не на нуклонном, а на кварковом уровне. Релятивистским инвариантным обобщением критерия, выделяющего область, в которой кварки проявляются как квазисвободные частицы, является

$$\beta_{ik} = -\left(\frac{P_i}{m_i} - \frac{P_k}{m_k}\right)^2 = 2 \left[ \frac{(P_i P_k)}{m_i m_k} - 1 \right] \gtrsim 5, \quad (I)$$

где  $P_i$  и  $P_k$  - четырехимпульсы и массы частиц, принимающих участие в реакции множественного рождения

$$I + II \rightarrow 1 + 2 + \dots \quad (2)$$

Физический смысл формулы (I) состоит в том, что при достаточно больших относительных скоростях взаимодействие между кварками-конституентами объекта  $i$  и кварками-конституентами объекта  $K$  ослабевает настолько, что его можно рассматривать по теории возмущений.

То обстоятельство, что кварки можно рассматривать как квазисвободные частицы, позволяет нам изучать их распределение в ядрах. В частности, эксперименты по изучению предельной фрагментации ядер позволяют измерять параметры кварк-партоновой структурной функции ядер — независимого (не сводимого к однонуклонным) объекта адронной физики<sup>4/</sup>.

В наших экспериментах изучалась предельная фрагментация ядер в области  $\beta_{11} > 5$ ;  $I \leq \beta_{11} \leq 15$ . Наиболее подробно исследовано образование  $P^+$ -и  $K^+$ -мезонов на 20 ядрах (II) под действием протонов и дейтронов (I) с энергией 9 ГэВ под углами, близкими к  $180^\circ$ . Импульсы регистрируемых мезонов составляли от 125 МэВ/с до предельно достижимых в эксперименте. Нижняя граница сечений, достигнутая в экспериментах, составляет

$$\frac{1}{A} \cdot E \cdot \frac{dG}{d\beta} = 5 \cdot 10^{-36} \text{ см}^2 \cdot \text{ГэВ}^{-2} \cdot \text{ср}^{-1} \cdot \text{с}^3,$$

что соответствует импульсу пионов 1,2 ГэВ/с ( $\beta_{11} \approx 15$ ). Особое внимание было уделено области, кинематически запрещенной для однонуклонных столкновений (кумулятивный эффект), так как согласно развиваемым представлениям эти данные свидетельствуют о существовании в ядрах мультикварковых конфигураций и сверхбыстрых кварков.

Сечение этих процессов пропорционально кварк-партоновой структурной функции ядра. Связь сечений со структурной функцией, представляющей собой распределение кварков по импульсам, аналогична связи сечения нуклонного стриппинга с квадратом волновой функции в импульсном представлении. В результате измерений установлены следующие свойства структурных функций  $G(X, P_1^2)$ , где  $X$  — масштабная переменная, определенная в интервале  $0 < X < A_n$  (кумулятивный эффект соответствует  $X > 1$ ):

1. В области  $0,6 \leq X \leq 3,5$   $G(X, P_1^2)$  обладает универсальными свойствами для разлчных ядер и может быть аппроксимирована формулой

$$G(X, 0) \approx \text{const} \cdot A_n^{m(X)} \cdot \exp[-X/\langle X \rangle]$$

(см. рис. 1а). В пределах 10% точности для средних и тяжелых ядер  $\langle X \rangle = 0,14$ . (Прямое измерение кварк-партоновой структурной функции в экспериментах по глубоконеупругому рассеянию мезонов при  $X > 1$  также дало значение  $\langle X \rangle \approx 0,14^{1/5}$ ). Показатель степени  $m(X) = 2/3 + X/3$  для интервала  $0,6 \leq X \leq 1$  и  $m(X) \approx 1$  при  $X > 1$  и  $A_1 > 20$ .

2. Отношение нормированных на нуклон сечений рождения пионов на ядре свинца к сечению рождения пионов на ядрах D, He, Al в зави-

симости от  $X$  (см. рис. 2) получило недавно подтверждение в экспериментах ЕМС/6/, СЛАК/7/ по глубоконеупругому рассеянию электронов на ядрах.

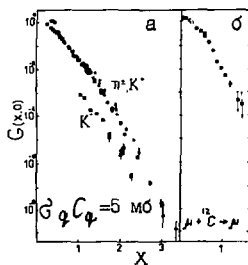


Рис. 1

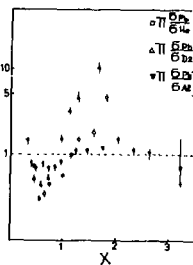


Рис. 2

Данные в области  $X > 1$  можно рассматривать как предсказание для дальнейших экспериментов по глубоконеупругому рассеянию.

3. Измеренная  $A$ -зависимость сечений кумулятивного эффекта при

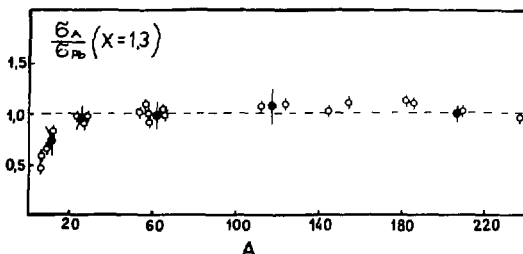


Рис. 3

$X = 1,3$  для более чем 20 ядер показывает, что во всех легких ядрах вплоть до  $A_H \approx 20$  мультикварковые конфигурации отличаются друг от друга и от мультикварковых конфигураций в ядрах с  $A_H \approx 30$ . Эти данные представлены на рис. 3. Светлыми кружочками показаны данные для угла эмиссии вторичных пионов  $168^\circ$  и импульса 500 МэВ/с, черными показаны данные при угле эмиссии  $90^\circ$  и импульсе пионов 1100 МэВ/с. Кумулятивное число в том и другом случае одинаково.

Данные, представленные на рис. 4, получены при значении  $X = 2,1$ , т.е. в той области кинематических переменных, где определяющим является вклад  $9q$ - и  $12q$ -конфигураций. Результаты измерений показали, что зависимости структурных функций от атомного веса фрагментирующего ядра подобны при  $X = 1,3$  и  $X = 2,1$ .

4. Зависимость сечений от поперечного импульса в первом приближении описывается функцией  $\varphi(P_1^2) = 0,1 + 0,9 \exp(-2,7 P_1^2)$ .

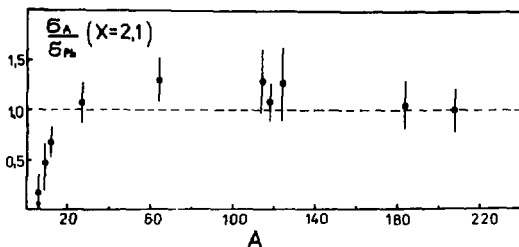


Рис. 4

5. Обнаружено следующее приближенное соотношение между сечениями кумулятивного эффекта при одинаковых  $X$ :

$$E, \frac{d\sigma}{dP_1}(\pi^+) \approx E, \frac{d\sigma}{dP_1}(K^+) \approx E, \frac{d\sigma}{dP_1}(\pi^-),$$

которое хорошо подтверждает модель кваркового стриппинга (см. рис. 5).

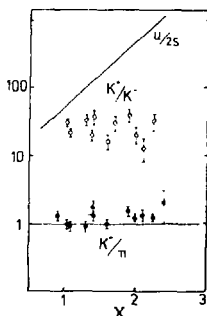


Рис. 5

6. Экспериментальные данные по отношению  $K^+/K^-$  (см. рис. 5) не подтверждают общепринятого мнения о том, что морские кварки имеют более "мягкое" распределение. Возможно, что в случае рождения  $K^-$ -мезонов мы видим проявление глюонных степеней свободы в ядре.

Наш основной вывод состоит в том, что закономерности, полученные при исследовании кумулятивного эффекта, свидетельствуют о существовании в ядрах мультикварковых конфигураций, сильно отличающихся по своей структуре от свободных нуклонов. Таким образом, установлена граница справедливости протон-нейтронной модели ядра.

В результате экспериментов, выполненных в последнее время, получены новые (пока предварительные) экспериментальные данные по кумулятивному рождению  $K^+$ -мезонов на легчайших ядрах дейтерия и гелия, проведены измерения выходов пионов, протонов и каонов на разделенных ядрах-изотопах никеля и олова, измерены сечения кумулятивного рождения антипротонов на ядрах свинца и алюминия.

После получения экспериментальных данных по кумулятивному рождению  $K^+$ -мезонов на средних и тяжелых ядрах<sup>8/</sup> было обращено внимание на то обстоятельство, что  $A$ -зависимость сечений рождения  $K^+$ -мезонов подобна  $A$ -зависимости сечений рождения кумулятивных протонов и отличается от  $A$ -зависимости объемного типа. Кроме того, величина отношений сечений рождения  $\pi^+$ -мезонов и  $K^+$ -мезонов на тяжелом ядре при одинаковом значении масштабной переменной близка к единице, что существенно (в 5 +

10 раз) отличается от значений этой величины для протон-протонного взаимодействия.

Уже из первых работ по изучению кумулятивного эффекта следовало, что  $A$ -зависимость рождения пионов подчеркивает главные черты явления, его локальность, независимость образования многокварковых конфигураций от координаты в объеме ядра и показывает несущественность для кумулятивного рождения (в первом приближении) эффектов поглощения и перераспределения в веществе ядра первичной волны и рожденных частиц<sup>/36/</sup>. Кроме того, в той области импульсов вторичных частиц, с которой мы имеем дело в эксперименте, сечения пион-нуклонных взаимодействий больше, чем сечения взаимодействия с нуклонами положительных каонов.

Поэтому наша точка зрения состоит в том, что  $A$ -зависимость, которую мы наблюдаем в случае кумулятивного образования протонов и положительных каонов (вместе с которыми рождаются гипероны), следует из представления о конечных (ненулевых) размерах области  $\vartheta$  образования этих частиц и может быть приближенно аппроксимирована зависимостью вида

$$E \propto G/\alpha\beta \sim (r_0 A^{1/3} - \vartheta)^3,$$

где  $r_0 A^{1/3}$  — радиус ядра. Из такой зависимости следует, что выход  $K^+$ -мезонов из легчайших ядер будет "подавлен" и, следовательно, величине отношения  $\sigma_{\pi^+}/\sigma_{K^+}$  на легчайших ядрах возрастает.

Новые эксперименты позволили измерить сечения рождения каонов на легчайших ядрах (дейтерий, гелий). Легчайшие ядра выделены с теоретической точки зрения как простейшие ядерные системы. В то же время их исследование позволяет "выйти" в кумулятивную область и дает возможность детально исследовать различные мультикварковые конфигурации.

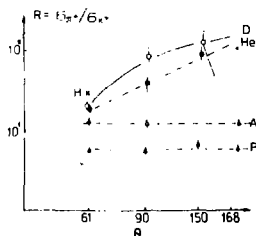


Рис. 6

Перейдем к обсуждению результатов новых экспериментов. На рис. 6 представлены отношения сечений рождения  $\pi^+$ -мезонов и  $K^+$ -мезонов с импульсом 500 МэВ/с в зависимости от угла наблюдения при взаимодействии протонов с импульсом 8,9 ГэВ/с с различными ядрами.

Из рисунка видно, что, во-первых, на легчайших ядрах эти отношения существенно выше и, во-вторых, если для средних и тяжелых ядер величины отношений сечений практически не зависят от угла наблюдения, то для легчайших ядер эти величины растут с ростом угла.

На рис. 7 отношения сечений  $\sigma_{\pi^+}/\sigma_{K^+}$  представлены для одинаковых значений масштабной переменной  $X$ . Для пересчета к одинаковому  $X$  мы использовали ранее измеренные нами зависимости сечений рождения пионов от масштабной переменной.

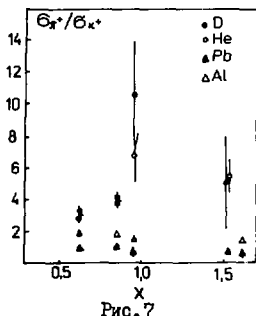


Рис. 7

Нами были выполнены измерения отношений сечений рождения пионов и положительных каонов для различных ядер как в p (8,9 ГэВ/с) A, так и в d (8,9 ГэВ/с) A-взаимодействиях. Импульс рожденных мезонов - 500 МэВ/с, угол эмиссии -  $61^\circ$ .

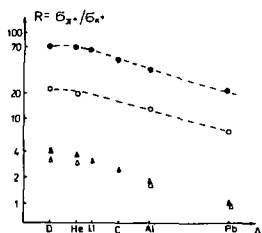


Рис. 8

"кинематическими причинами" и при фиксированном \$X\$ эти величины близки. Кроме того, наблюдается рост отношения  $\sigma_{\pi^+}/\sigma_{K^+}$  с уменьшением атомного веса ядра.

В 1975 году нами на IV Международный семинар по проблемам физики высоких энергий были представлены экспериментальные данные<sup>10/</sup>, в которых был обнаружен изотопический эффект, заключающийся в том, что выходы кумулятивных протонов не зависят от нейтронного содержания изотопов. Далее этот эффект был подтвержден в ИТЭФ Г.А. Лексиним с сотрудниками и существенно дополнен новыми данными<sup>11/</sup>. У нас был обнаружен изотон-эффект - выходы нейтронов не зависят от \$Z\$ в изотомах.

На настоящий семинар мы представляем результаты измерений сечения рождения  $\pi^+$ -мезонов, протонов и  $K^+$ -мезонов при взаимодействиях протонов с импульсом 8,9 ГэВ/с с ядрами  $^{58}\text{Ni}$ ,  $^{64}\text{Ni}$ ,  $^{64}\text{Zn}$  и  $^{114}\text{Sn}$ ,  $^{124}\text{Sn}$ .

Полученные результаты показывают, что и при одинаковом значении \$X\$ величины отношений  $\sigma_{\pi^+}/\sigma_{K^+}$  на легчайших ядрах в несколько раз превышают величину этого отношения на ядрах алюминия и свинца.

Отметим, что в работе<sup>9/</sup> выполнен расчет отношения сечений рождения  $\pi^+$ -мезонов и  $K^+$ -мезонов в pD-столкновениях на основе кварк-партоновой модели. Показано, что для ядра дейтерия в области  $X \sim 1 + 1,4$  величина отношения сечений  $\sigma_{\pi^+}/\sigma_{K^+}$  по порядку величины равна  $4 \pm 10$ .

Результаты измерений представлены на рис. 8. Величины отношений  $\sigma_{\pi^+}/\sigma_{K^+}$  при одинаковом импульсе рожденных мезонов обозначены на рисунке кружками (o - pA- и • - dA-взаимодействия), а величины отношений при фиксированных значениях масштабной переменной обозначены треугольниками ( $\Delta$  - pA и  $X = 0,63$ ,  $\blacktriangle$  - dA и  $X = 0,84$ ). Из данных, представленных на рисунке, видно, что отличия в величине отношения  $\sigma_{\pi^+}/\sigma_{K^+}$  в pA- и dA-взаимодействиях при фиксированном импульсе объясняются

Измерения выполнены для рождения частиц с импульсом 500 МэВ/с и углом наблюдения  $120^\circ$ . Данные, показанные на рис.9, свидетельствуют о наличии изотоп-эффекта не только для протонов и  $\Pi^+$ -мезонов, но также и для случая рождения  $K^+$ -мезонов.

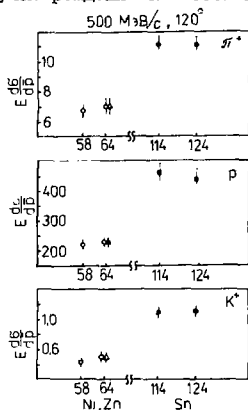


Рис.9

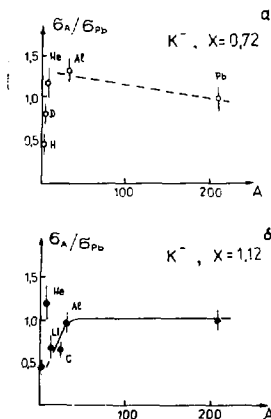


Рис.10

Нами были выполнены измерения  $A$ -зависимости сечений рождения  $K^-$ -мезонов в  $pA$ - и  $dA$ -взаимодействиях. Импульс каонов 500 МэВ/с, угол наблюдения  $61^\circ$ . Результаты измерений в виде отношения нормированных на нуклон сечений рождения  $K^-$ -мезонов на ядре  $A$  к сечению на ядре свинца представлены на рис.10. Рис. 10б показывает, что  $A$ -зависимость рождения кумулятивных  $K^-$ -мезонов имеет такое же поведение, как и  $A$ -зависимость рождения кумулятивных пионов (кривая на рис. 10б показывает поведение отношения  $\Sigma_A/\Sigma_p$  для пионов с  $X = 1,3$ ). Из данных по кумулятивному рождению  $K^-$ -мезонов следует важный, с нашей точки зрения, вывод о том, что сечение рождения  $K^-$ -мезонов также, как и сечение рождения  $\Pi$ -мезонов, пропорционально кварк-партоновой структурной функции ядра.

Нами был осуществлен опыт по поиску кумулятивных антипротонов в протон-ядерных взаимодействиях. Импульс первичных протонов 8,9 ГэВ/с. Импульс вторичных частиц — 500 МэВ/с ( $\Delta P/P = 4,5\%$ ), угол регистрации  $61^\circ$ . Мишени — свинец и алюминий. Для идентификации антипротонов в состав детекторов установки ДИСК<sup>7/</sup> был дополнительно включен счетчик полного поглощения на свинцовом стекле, предназначенный для регистрации черенковского излучения от продуктов аннигиляции антипротонов в веществе счетчика.

Для идентификации антипротонов применялись следующие критерии:

- измерение времени пролета на двух базах;
- ионизационные потери частиц в веществе сцинтилляторов;
- интенсивность черенковского излучения в двух счетчиках с радиатором из плексигласа;
- амплитуда сигнала со счетчика на свинцовом стекле;
- длительность временного интервала между срабатыванием сцинтилляционных счетчиков и счетчика полного поглощения.

За время эксперимента через мишени из свинца и алюминия толщиной  $8 \text{ г/см}^2$  было пропущено  $\approx 5 \cdot 10^{14}$  первичных протонов.

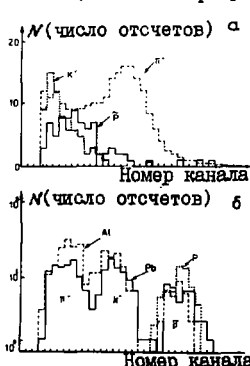


Рис. II

На основании описанных выше критериев было отобрано 66 событий (36 на свинцовой мишени и 30 на алюминиевой мишени). Спектр амплитуд этих событий в счетчике показан на рис. IIa. На рис. IIб приведены спектры времен пролета при применении условий на выделение антипротонов по всем остальным критериям. В качестве фоновых измерений были проведены измерения в протон-ядерных столкновениях при угле регистрации  $90^\circ$  и в дейтрон-ядерных столкновениях при угле  $61^\circ$  (импульс вторичных частиц  $500 \text{ МэВ/с}$ ). В этих двух случаях уровень фоновых отсчетов остается примерно тот же, но кумулятивное число антипротонов становится существенно больше. И действительно, уровень "полезных" событий снизился в 16-22 раза, в то время как фон только в 2-4 раза. Было выполнено и контрольное измерение при сниженной в несколько раз интенсивности и толщине мишени.

При вычислении сечений были сделаны поправки на взаимодействие и рассеяние в веществе канала спектрометра, поправка на аннигиляцию антипротонов в мишени и на эффективность счетчика полного поглощения (90%).

Результаты эксперимента позволяли оценить сечение рождения антипротонов с импульсом  $500 \text{ МэВ/с}$  и углом регистрации  $61^\circ$  (при этом  $X=1,47$ ). Они равны  $(11,6 \pm 2,1) \cdot 10^{-6}$  и  $(11,6 \pm 1,9) \cdot 10^{-6} \cdot \text{мб} \cdot \text{ГэВ}^{-2} \cdot \text{с}^3 \cdot \text{ср}^{-1}$  на один нуклон фрагментирующего ядра свинца и алюминия соответственно. Величина отношения сечений рождения антипротонов и протонов с тем же углом и импульсом на ядрах Pb и Al составляет  $(6,42 \pm 1,2) \cdot 10^{-7}$  и  $(4,22 \pm 1,2) \cdot 10^{-7}$ . Кроме того, получена верхняя оценка для сечения рождения антипротонов на ядре свинца с импульсом  $500 \text{ МэВ/с}$  и углом наблюдения  $90^\circ$  ( $X=1,85$ ). Она равна  $7,2 \cdot 10^{-7} \cdot \text{мб} \cdot \text{ГэВ}^{-2} \cdot \text{с}^3 \cdot \text{ср}^{-1}$  на один нуклон фрагментирующего ядра.

Новые экспериментальные данные расширяют наши знания о процессах кумулятивного рождения частиц. Они, несомненно, стимулируют развитие теории явления, в которой необходимо объяснить всю совокупность полученного экспериментального материала.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Балдин А.М. Краткие сообщения по физике, 1971, № 1, с.35-39.
2. Baldin A.M. et al. Proc. Rochester Meeting APS/OPF., N.Y., 1971, p.131-136.
3. а) Балдин А.М. ЭЧАЯ, 1977, т.8, № 3, с.429-477,  
б) Ставинский В.С. ЭЧАЯ, 1979, т.10, № 5, с.949-995,  
в) Балдин А.М. и др. ДАН, 1984, т.279, № 6, с.1352-1356.
4. Baldin A.M. Proc.conf. on extreme states in nuclear systems, Dresden, 1980, vol.2, p.1-15.
5. Савин И.А. В кн.: Труды VI Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. ОИЯИ, Д1,2-81-728, Дубна, 1981, с.223-237.
6. Aubert J.J. et al. Phys.Lett., 1983, vol.123B, p.275-278.
7. Bedek A. et al. Phys.Rev.Lett., 1983, vol.50, p.1431-1434.
8. Baldin A.M. et al. JINR, E1-82-472, Dubna, 1982.
9. Бажанский И.И. и др. Препринт ОИЯИ, P2-86-222, Дубна, 1986.
10. Балдин А.М. и др. В кн.: Труды IV Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. ОИЯИ, Д1,2-9224, 1975, Дубна, с.176-194.
11. Лексин Г.А. В кн.: Труды VII Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, Д1,2-84-599, 1984, с.202-211.

# ОТНОШЕНИЕ ВЫХОДОВ КУМУЛЯТИВНЫХ ПИОНОВ РАЗНОГО ЗНАКА В ПРОТОН-ЯДЕРНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯХ ПРИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ

И.М.Беляев\*, О.П.Гавришук, Л.С.Солин, А.Г.Карев,  
В.В.Лобанов, А.Ю.Суханов

Объединённый институт ядерных исследований, Дубна

В настоящее время накоплен обширный экспериментальный материал о процессах кумулятивного образования адронов на ядрах <sup>/1/</sup>. С ростом энергии в системе снаряд-мишень в ряде характеристик кумулятивных процессов проявляется скейлинговое поведение, что говорит об определяющей роли в этой области определенного механизма образования кумулятивных частиц, связанного, как становится общепринятым считать, с проявлением кварковых степеней свободы в ядрах.

Необходимость учета кварковой структуры адронной материи в ядрах при изучении ядерных реакций в области высоких энергий была отмечена А.М.Балдиным в 1971 г. <sup>/2/</sup>, когда им была высказана гипотеза о правомерности распространения принципа масштабной инвариантности глубоконеупругих взаимодействий элементарных частиц на взаимодействия релятивистских ядер. Проявление локальных свойств адронной материи в ядрах и их следствие – масштабно-инвариантное поведение наблюдаемых в эксперименте характеристик глубоконеупругих ядерных реакций следует ожидать при таких значениях кинематических переменных, когда превышен характерный масштаб, определяющий деконфайнмент кварков /т.е. когда кварки в ядре можно рассматривать как квазисвободные частицы/. В работах <sup>/3/</sup> было показано, что в качестве количественного критерия выполнения этого режима целесообразно использовать условие

$$\delta_{ik} = - \left( \frac{P_i}{m_i} - \frac{P_k}{m_k} \right)^2 = 2 \left( \frac{P_i P_k}{m_i m_k} - 1 \right) \gtrsim 5, \quad (1)$$

где  $P_i$  – четырехимпульсы и  $m_i$  – массы адронов в реакции  $I + II \rightarrow 1 + 2 + \dots$  (2)

В случае взаимодействия релятивистского ядра I с покоящимся ядром II условие <sup>/1/</sup> означает

\* Институт теоретической и экспериментальной физики, Москва.

$$\frac{P_I P_{II}}{m_I m_{II}} = \frac{E_I}{m_I} = \frac{E_I}{A_I m_0} \approx 3,5 \quad (3)$$

$m_0 = 931$  МэВ - атомная единица масс,  $A_I$  - атомный номер ядра I /. Таким образом, энергия на нуклон  $E_I/A_I \approx 3,5 + 4$  ГэВ соответствует началу асимптотического режима - режима предельной фрагментации ядер \*. Представленные ниже экспериментальные данные соответствуют области значений  $\beta_{II}$ , где условие /3/ заведомо выполнено  $\beta_{II} \approx 30 + 130$  /.

При теоретическом анализе возможных механизмов образования кумулятивных частиц привлекалось большое число конкретных моделей. Многие из предложенных механизмов дают, по-видимому, реальный вклад в кумулятивный процесс, однако величина этого вклада может существенно меняться с изменением порядка кумулятивности, т.е. удалением от границы кинематического предела для взаимодействия квазисвободных нуклонов. Все известные теоретические модели не выдерживают полной количественной проверки экспериментом, в частности, такие популярны подходы, как рассмотрение ферми-движения и многократного рассеяния, не могут объяснить поведения жесткой части спектра кумулятивных адронов /анализ соответствия существующих моделей и эксперимента можно найти в обзорах /5/ /.

Интерпретация кумулятивного эффекта, т.е. образования частиц в режиме предельной фрагментации ядер за кинематическим пределом нуклон-нуклонных взаимодействий, на основе учета многокварковых состояний в ядрах развивается в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ в течение более 10 лет /6/. В рамках данного подхода образование кумулятивных мезонов с малым поперечным импульсом  $p_\perp$  и большим значением масштабной переменной  $X$  рассматривается как результат индивидуальных столкновений квазисвободных кварков снаряда и мишени. Инклюзивное сечение процесса /2/ фрагментации частицы /ядра/ II в мезон I полагается пропорциональным кварк-партоновой структурной функции ядра:

$$E_1 d\sigma / d\vec{p}_1 = c_2' \phi_q^{\frac{1}{2}} G_{II/q} (X, p_\perp^2), \quad (4)$$

где  $E_1$  и  $q_1$  - энергия и импульс мезона,  $G_{II/q} (X, p_\perp^2)$  - кварк-партоновая структурная функция частицы /ядра/ II /импульсное распределение кварков в ядре II/,  $G_q$  - константа, характеризую-

\* Экспериментальные данные, подтверждающие наступление асимптотического режима, были получены в опытах по кумулятивному образованию мезонов протонами и дейтронами с импульсом 6 и 8,4 ГэВ/с, выполненных на синхрофазотроне ОИЯИ /4/.

щая адронизацию кварка  $q$  в мезон 1,  $\delta_q^I$  - вероятность отсутствия взаимодействия кварка  $q$  с адронным веществом частицы/ядра I.

Диаграмма описанного процесса для случая образования кумулятивного пиона изображена на рис. I. Механизм рождения  $\pi^+(\pi^-)$ -мезонов сводится здесь к рекомбинации валентных  $u(d)$ -кварков - спектаторов, входящих до акта взаимодействия в состав многокварковой системы /МКС/ в ядре II, с соответствующими антикварками моря. Последние имеют более мягкое, чем валентные кварки, импульсное распределение, так что импульсный спектр  $u(d)$ -кварков-спектаторов при адронизации искажается незначительно /мягкая адронизация/. Из соотношения /4/ следует, что отношение инклюзивных сечений образования кумулятивных  $\pi^-$ - и  $\pi^+$ -мезонов под углом, близким к  $180^\circ$ ,

$$\eta(x, p_1^2) = \frac{E_- d\sigma_- / d\vec{p}_-}{E_+ d\sigma_+ / d\vec{p}_+} = \frac{C_d^I \delta_d^I G_{II/d}(x, p_1^2)}{C_u^I \delta_u^I G_{II/u}(x, p_1^2)} \approx \frac{C_d^I \delta_d^I G_{II/d}(x, 0)}{C_u^I \delta_u^I G_{II/u}(x, 0)}. \quad (5)$$

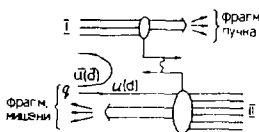


Рис. I. Механизм образования кумулятивного пиона  $q$  как фрагмента мишени при жестком рассеянии кварка частицы I на МКС-кварке ядра-мишени II.

Таким образом, отношение выходов кумулятивных пионов должно отражать кварковый состав МКС в ядре и  $X$  - зависимость отношения структурных функций  $u$ - и  $d$ -кварков, входящих в МКС.

Зависимость отношения  $\eta$  выходов пионов разного знака от энергии пучка протонов  $E_p$  в области нескольких ГэВ была изучена в работе /7/. Отмечено, что отношение выходов жестких пионов  $/q\pi \geq 200 \text{ МэВ}/$  под углом  $180^\circ$  при увеличении энергии протонов от 0,8 до 4 ГэВ возрастает от 0,25 до 1, что указывает, по мнению авторов, на возможную смену механизма образования жестких пионов в этом интервале энергий  $E_p$ . Относительно поведения отношения  $\eta$  в зависимости от импульса пионов  $q\pi$  существующие экспериментальные данные не позволяют сделать четких выводов. На рис. 2 представлена зависимость  $\eta(q_\pi)$ , полученная на основании данных по дифференциальным сечениям реакций  $P+A \rightarrow \pi^\pm$  из работ /8,9/, где изучен выход пионов под углами, близкими к  $180^\circ$ , в широком диапазоне значе-

ний  $q_{\pi}$  /от 300 до 800 + 900 МэВ/с/. В обоих случаях наблюдается существенное отклонение  $\eta$  от 1 при  $X \geq 1/q_{\pi} \geq 400 + 500$  МэВ/с/. При  $E_p = 400$  ГэВ величина  $\eta$  в реакции  $p + Ta \rightarrow \pi^{\pm}/160^{\circ}$  монотонно убывает с увеличением  $q_{\pi}$  до значения  $\sim 0,35$ . В соответствии с описанной моделью образования кумулятивных пионов подобное поведение можно было рассматривать как проявление существенно различной  $X$  - зависимости структурных функций  $u$ - и  $d$ - МКС-кварков в тяжелых ядрах.

Исследование выхода пионов под углом  $159^{\circ}$  в реакции  $p + Mo^{96} \rightarrow \pi + X$  было выполнено нами на спектрометре кумулятивных адронов /СКА/ с использованием внутренней мишени ускорителя У-70 /10/. Схема опыта показана на рис.3. Наведение пучка на мишень осуществлялось при нарастающем поле ускорителя в интервале энергий  $E_p$  от 17,5 до 63 ГэВ, при этом набор информации производился одновременно в указанном диапазоне  $E_p$ . Импульсный анализ осуществлялся анализирующим магнитом /АМ/ с системой дрейфовых камер /ДКИ+5/.

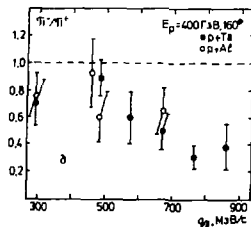
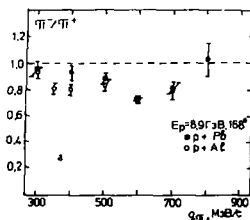


Рис.2. Зависимость отношения выходов  $\pi^-$  и  $\pi^+$  - мезонов от импульса по данным: а/ работы /9/ и б/ работы /8/.

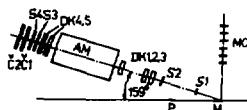


Рис.3. Схема эксперимента.

Время пролета /счетчики  $S1 \div S4$ / и сигналы с черенковских счетчиков ( $C1, C2$ ) использовались для идентификации частиц ( $\pi, K, p, d \dots$ ). Изменение знака регистрируемых частиц осуществлялось реверсированием тока в анализирующем магните. В указанном выше диапазоне  $E_p$  было выделено пять интервалов со средним значением энергии протонов 20,

25, 30, 38 и 60 ГэВ. Полная проанализированная статистика /суммарно по трекам  $\pi^-$ - и  $\pi^+$ -мезонов/ составила  $10^6$  событий. В исследованном интервале импульсов  $300 \leq q_T \leq 900$  МэВ/с /инвариантное сечение изменяется более чем на 4 порядка, а масштабная переменная  $X/9$ , характеризующая порядок кумулятивности, от 0,7 до 1,9 /рис.4/.

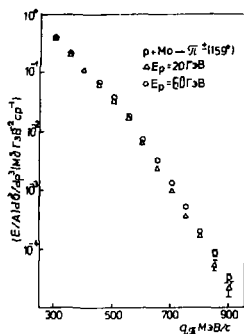


Рис.4. Инвариантное сечение реакции  $p + Mo \rightarrow \pi^+ + X$  ( $159^\circ$ ).

Полученные значения величины отношения  $\eta$  выходов  $\pi^-$ -и  $\pi^+$ -мезонов в каждом из пяти энергетических интервалов и усредненные значения по всему проанализированному диапазону  $E_p$  показаны на рис.5 и 6 соответственно.

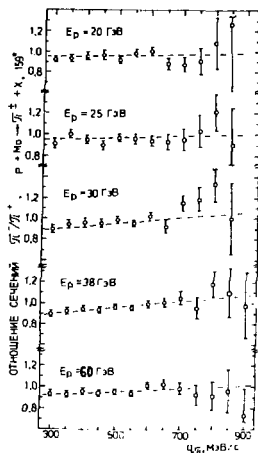
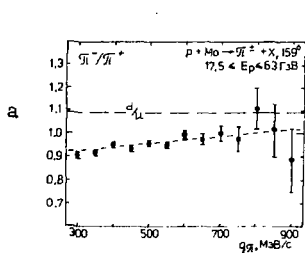


Рис.5. Отношение ( $\eta$ ) выходов  $\pi^-$ -и  $\pi^+$ -мезонов при пяти значениях энергии протонов. Штрихами показана аппроксимация  $\eta = A + B \cdot q_T$ .



б

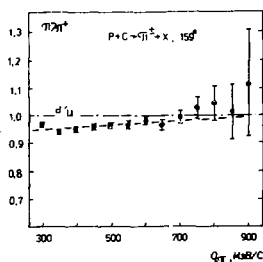


Рис.6. Отношение выходов  $\pi^-$ -и  $\pi^+$ -мезонов, усредненное по интервалу энергии протонов  $E_p = 17,5-63$  ГэВ: а) для реакции  $p + Mo \rightarrow \pi^+ + X$ , б) для реакции  $p + c \rightarrow \pi^+ + X$ . Штрихпунктиром отмечено отношение валентных  $d$ -и  $u$ -кварков в ядрах.

Описание поведения величины  $\eta$  в интервале импульсов пионов  $300 < q_\pi < 900$  МэВ/с линейной зависимостью  $\eta = A + B \cdot q_\pi$  дает значения  $\chi^2$ , близкие к единице, и показывает медленный рост  $\eta$  с увеличением  $q_\pi$ .

На рис.6(б) приведено отношение  $\pi^-/\pi^+$ , измеренное нами в реакции  $p + C^{12} \rightarrow \pi^\pm + X$ . Различие в величине отношения  $\pi^-/\pi^+$  для случая нейтроноизбыточного ( $M_0^{36}$ ) и симметричного ( $C^{12}$ ) ядер существенно меньше различия в кварковом составе ядер ( $d/u = 1,09$  и  $1,0$  соответственно), что позволяет сделать заключение об отсутствии изотопического эффекта в поведении отношения выходов  $\pi^-$  и  $\pi^+$  - пионов в инклюзивных процессах кумулятивного рождения пионов. Результаты по отношению интегральных выходов  $\pi^-$  и  $\pi^+$  - мезонов при  $q_\pi > 200/300$  МэВ/с в исследованном нами интервале энергий протонов представлены на рис.7 совместно с данными Беркли [7] и Дубны [11].

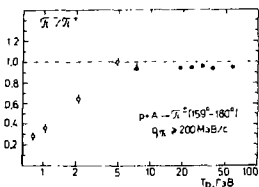


Рис.7. Изменение величины отношения выходов жестких  $\pi^-$  и  $\pi^+$  - мезонов под углами, близкими к  $180^\circ$ , с ростом энергии протонного пучка:  
 о -  $p + C^{12} \rightarrow \pi^\pm (180^\circ)/\pi^\pm$   
 ▲ -  $p + C^{12} \rightarrow \pi^\pm (180^\circ)/\pi^\pm$   
 ● -  $p + M_0 \rightarrow \pi^\pm (159^\circ)$  - данный эксперимент.

## Выводы

1. Отношение интегральных выходов кумулятивных пионов ( $q_\pi \geq 450$  МэВ/с) в реакции  $p + M_0 \rightarrow \pi^\pm (159^\circ) + X$  в пределах ошибок постоянно и близко к единице в исследованном интервале энергий протонов ( $E_p = 17,5 + 63$  ГэВ).
2. Сопоставление результатов настоящей работы с данными экспериментов, выполненных при более низких энергиях протонов, позволяет заключить, что в протон-ядерных взаимодействиях отношение выходов жестких пионов, излучаемых в направлении назад ( $\theta_\pi \approx 180^\circ$ ,  $q_\pi \geq 200$  МэВ/с), выходит на постоянный уровень ( $\eta \approx 1$ ) при энергии протонов ( $E_p \approx 4$  ГэВ), соответствующей началу режима предельной фрагментации ядер согласно условию [1].
3. В импульсной зависимости отношения выходов пионов  $\eta(q_\pi)$  наблюдается тенденция медленного роста с увеличением импульса пионов, что в рамках модели фрагментации кварков-спектаторов в пионы можно интерпретировать как проявление более жесткого импульсного распре-

деления  $d$  -кварков относительно  $u$  -кварков в многокварковых конфигурациях ядер. Нечувствительность отношения  $\pi^-/\pi^+$  к изменению  $d/u$  -отношения в ядрах указывает на преобладание многокварковых конфигураций с симметричным ( $d/u \approx 1$ ) кварковым составом.

#### ЛИТЕРАТУРА

- I. Baldin A.M. In: *Progress in Particle and Nuclear Physics*, 1980, 4, p.95; Ставинский В.С. ЭЧАЯ, 1979, т.10, с.949; Лексин Г.А. В кн.: Труды XVIII Международной конференции по физике высоких энергий. Тбилиси, 1976. ОИЯИ, Д1, 2-10400, Дубна, 1977, т.1, с.6.
2. Балдин А.М. Краткие сообщения по физике. ФИАН, М., 1971, т.1, с.35.
3. Балдин А.М. ДАН СССР, 1975, т.222, с.1064; Балдин А.М., Панебратцев Ю.А., Ставинский В.С. ОИЯИ, 1-84-185, Дубна, 1984; Балдин А.М., Диденко Л.А. В сб.: Краткие сообщения ОИЯИ, № 3-84, Дубна, 1984, с.5.
4. Baldin A.M. et al. JINR, 1-8054, Dubna, 1974; Балдин А.М. и др. ОИЯИ, 1-8249, Дубна, 1974.
5. Буремов А.В. ЭЧАЯ, 1982, т.13, с.613; Гаврилов В.Б., Лексин Г.А. X школа физики ИТЭФ. Энергоатомиздат, М., 1983, вып. 1, с.46.
6. Baldin A.M. et al. Proc. Rochester Meeting. ASP/OPF, 1971, p.131; Baldin A.M. Proc. of the VI Int. Conf. on High Energy Phys. and Nucl. Struct. Santa Fe, 1975, p.621; Baldin A.M. Proc. in Particle and Nucl. Phys. (Ed. by D.Wilkinson). Pergamon Press, 1980, vol.4, p.95; Baldin A.M. Proc. CERN-JINR School of Physics. CERN, 82-04, Geneva, 1982, p.1; Baldin A.M. JINR, E2-83-415, Dubna, 1983.
7. Schroeder L.S. et al. Phys. Rev. Lett., 1979, vol.43, p.1787.
8. Nikiforov N.A. et al. Phys. Rev. C, 1980, vol.22, p.700.
9. Baldin A.M. et al. JINR, E1-82- 472, Dubna, 1982.
10. Беляев И.М. и др. Труды Совещания по исследованиям в области релятивистской ядерной физики. ОИЯИ, Д2-82-568, Дубна, 1982, с.114.
- II. Балдин А.М. и др. ЯФ, 1974, т.20, с.1201.

## НОВЫЕ ДАННЫЕ О ГЛУБОКОНЕУПРУГИХ ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЯХ И НЕКОТОРЫЕ АСПЕКТЫ ИХ АНАЛИЗА

Г.А.Лексин

Институт теоретической и экспериментальной физики, Москва

Понятие глубоконеупругих ядерных взаимодействий вводится как антитеза квазисвободным взаимодействиям, происходящим на отдельных, почти свободных нуклонах ядра. Ярким примером частиц, образующихся в глубоконеупругих ядерных реакциях, являются кумулятивные протоны, которые почти очевидно образуются во взаимодействиях с несколькими нуклонами или многокварковыми мешками или, наконец, частями ядерной материи. Уже хорошо известен ряд свойств реакций образования кумулятивных частиц: свойства ядерного скейлинга, в том числе независимость формы спектров кумулятивных частиц от сорта и энергии налетающей частицы, а также от сорта ядра мишени; сильная  $A$ -зависимость выходов кумулятивных частиц; зарядовые эффекты в области выхода на режим предельной фрагментации; изосимметризация, то есть равенство выходов протонов и нейтронов начиная с энергии  $\sim 250$  МэВ из не-симметричных тяжелых ядер; изотопический и изотонический эффекты, т.е. постоянство выходов протонов (соответственно, нейтронов) из изотопов (изотонов) тяжелых ядер; асимптотическое постоянство угловых распределений кумулятивных частиц с заданной энергией при изменении энергии начальной частицы и сорта ядра мишени при наличии в то же время узких "живых" особенностей в угловом распределении вблизи  $180^\circ/\Gamma$ . Особо следует подчеркнуть характерные особенности пространственно-временной области, из которой вылетают кумулятивные частицы: это "трубка" вдоль траектории налетающей частицы, образованная ее последовательными взаимодействиями в ядре.

Существует около сотни различных моделей образования кумулятивных частиц, не одна из которых, кстати, не описывает всех перечисленных выше свойств, но которые применительно, скажем, к протонам помимо кумулятивных предсказывают образование еще большего числа протонов вне кинематически запрещенной области, но образующихся также при взаимодействии налетающей частицы не с отдельными нуклонами ядра, а в глубоконеупругих ядерных реакциях. Сегодня ука-

зан алгоритмы выделения глубоконеупругих ядерных реакций, и на частицы, в них образованные, распространены почти все перечисленные выше закономерности образования кумулятивных частиц<sup>2/</sup>. Ниже будут обсуждаться преимущественно новые данные о свойствах кумулятивных частиц, или шире, — свойствах глубоконеупругих ядерных реакций в связи с механизмом протекания этих реакций.

Речь пойдет не о конкретных моделях, которые явно эволюционируют в сторону учета кварковых степеней свободы в ядрах<sup>13/</sup> и которые, исходя, по-видимому, из очень разных предпосылок, на самом деле не противоречат друг другу, отражая просто разные подходы к сложной многочастичной задаче, а о некотором сценарии протекания глубоконеупругой ядерной реакции, сценарии, в какой-то мере учитывающем разнообразие подходов многих моделей, но, конечно, далеко не всех.

Удобно начать с того, что быстрая частица своими реальными и виртуальными продуктами фрагментации, почти не рассеиваясь и взаимодействуя как одна частица, пронизывает ядро, оставляя вдоль своей траектории очаги последовательных возбуждений ядерного вещества или сразу продукты его фрагментации. Что указывает на такую картину? Со стороны быстрых частиц — продуктов фрагментации налетающей частицы — указанная картина хорошо согласуется с известными данными о взаимодействии так называемых быстрых частиц, с теми фактами, которые заставляют ввести понятие длины формирования быстрой частицы. Со стороны продуктов фрагментации ядра такая картина основана как раз на данных о пространственно-временной форме области протекания глубоконеупругой ядерной реакции. Вот ряд экспериментальных фактов:

а) На рис. 1 представлена зависимость коэффициента корреляции пар кумулятивных протонов от продольного импульса при малом фиксированном значении поперечного импульса и, наоборот, от поперечного относительного импульса при малом фиксированном продольном импульсе. Хорошо известно, что подобные распределения несут информацию о размерах области взаимодействия, в данном, к сожалению, пока уникальном случае, отдельно о продольном и поперечном размерах области взаимодействия. Из рисунка, который относится к ядру свинца, хорошо видно, что продольный и поперечный размеры различны. Количественные оценки дают для продольного размера области взаимодействия в свинце величину порядка  $5 + I$  фм, для поперечного размера  $I \pm I$  фм<sup>4/</sup>.

б) А-зависимость средних размеров, определенная в опытах по исследованию корреляций протонов с малыми относительными импульсами<sup>15/</sup> по формулам для сферического источника, оказывается слабее ожидаемой  $\sim A^{1/3}$ , а именно  $A^{0.15}$ , что в силу "а" естественно. Кстати, на слабую А-зависимость в аналогичных предположениях указывают данные

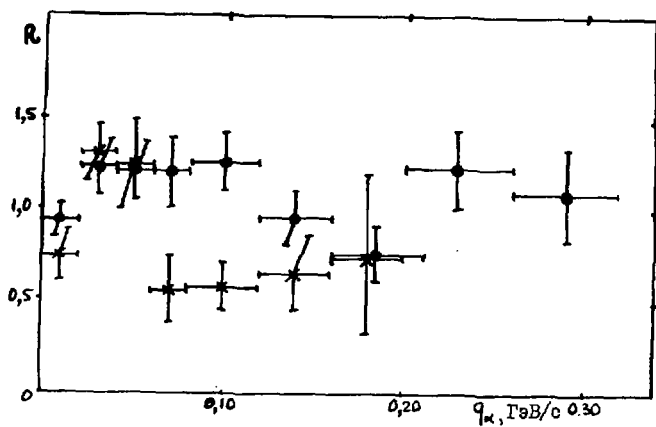


Рис.1

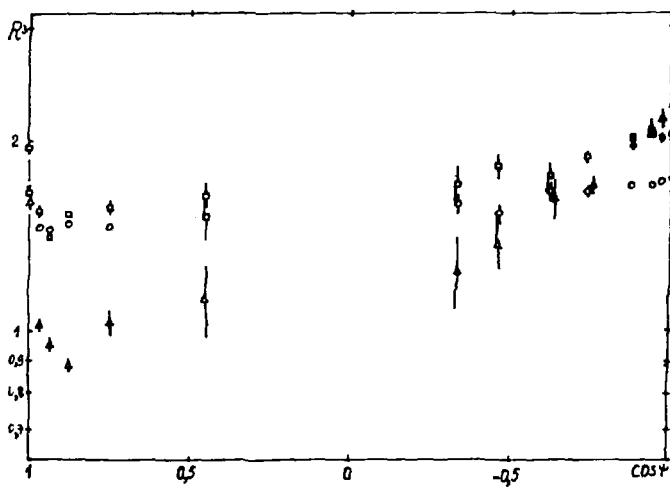


Рис.2

по корреляциям пар отрицательных пионов, вылетающих из ядер<sup>16/</sup>  
 в) На рис. 2 показана зависимость коэффициентов корреляций  $R$  пар кумулятивных протонов, вылетающих под углом  $90^\circ$  из ядер углерода, титана и свинца, от угла между ними  $\psi$ . Узкие пики при малых  $\psi$  - отражение корреляций частиц с малыми относительными импульсами; они на новом материале подтверждают сказанное в пункте "б". Отчетливо виден рост  $R$  с ростом  $\psi$  и тем больший, чем выше пик при малых  $\psi$ . Такая корреляция есть на всех ядрах и свидетельствует о том, что  $\psi$ -зависимость  $R$  также несет информацию о размерах области взаимодействия. Оказывается, она такова, что противоречит участию в образовании пар протонов числа частиц, пропорциональных  $A$  ядра; зависимость слабее и не противоречит взаимодействию налетающей частицы в трубке вдоль своей траектории.

г) коэффициент слияния кумулятивных нуклонов в кумулятивный дейтрон зависит от атомного номера ядра мишени как  $A^{-1/3}$ , что прямо указывает на вылет из области в форме трубки. Это достаточно старый результат, который подтвержден новыми данными, для дейтронов с энергиями 100-750 МэВ, вылетающими из ядер под углом  $119^\circ$ .

д) На рис. 3 показана угловая зависимость коэффициента слияния. Она хорошо описывается теоретической кривой, рассчитанной в простом предположении о том, что нуклоны, сливающиеся в дейтрон, последовательно образуются налетающей частицей вдоль ее траектории<sup>17/</sup>. Новые, упомянутые в "г" дейтронные данные, полученные независимо на другой установке, хорошо укладываются в эту картину.

Теоретическая кривая, описывающая угловое распределение коэффициентов слияния (см. п. "д"), справедлива на самом деле еще при одном важном допущении: локальности взаимодействия начальной частицы. О локальности свидетельствует и слабая  $A$ -зависимость формы спектров частиц, образующихся в глубоко неупругих ядерных реакциях. Пока эта независимость была известна с точностью 5-10%, она могла быть понята, да и понималась так в начале исследований, как отражение одинаковой плотности ядер. На рис. 4 приведены новые данные<sup>18/</sup>, свидетельствующие о гораздо большей независимости форм спектров - не хуже 1% - от  $A$  ядра мишени, что много постояннее, чем энергия связи или характерный ферми-импульс ядер,  $A$ -зависимость которых показана кривыми на том же рисунке. Данные, приведенные на рис. 4, позволяют оценить верхнюю границу масштаба локальности. Отклонение форм для ядер с  $A$  меньше 7, возможно, связано с влиянием правой границы фазового объема реакции.

Вопрос о локальности взаимодействия становится сложнее, если привлечь к рассмотрению очень интересные сами по себе данные об

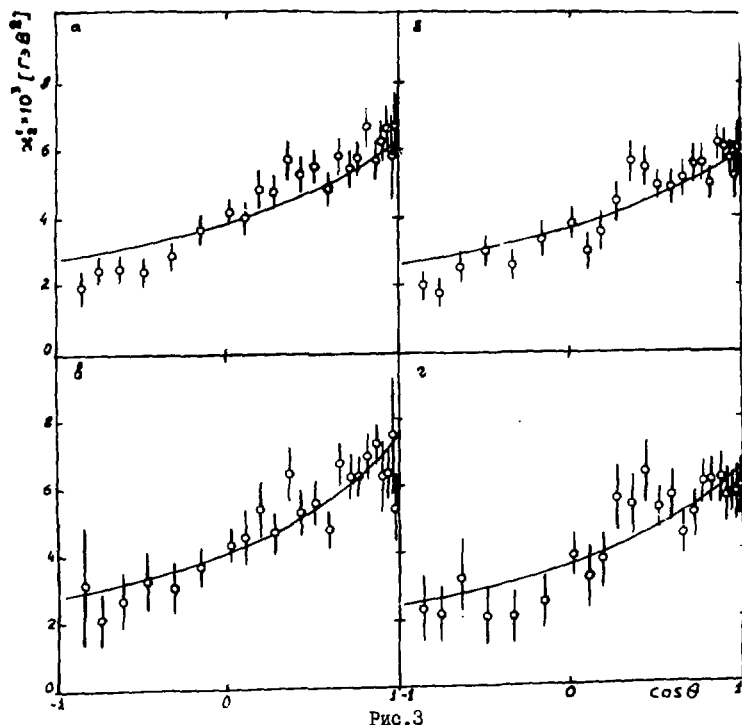


Рис.3

энергичных кумулятивных частицах, которые подробно рассматриваются в докладе Киселева Ю.Т. (см.с.268, т.1). Такие быстрые кумулятивные частицы могут образовываться при взаимодействии налетающей частицы с объектом массой до более чем 4 нуклонных массы; на самом деле с еще более массивными объектами: об этом говорит попытка учета правой границы фазового объема. Поправленные спектры с хорошей точностью обладают свойствами ядерного скейлинга при всех вторичных энергиях. Хотя в образовании быстрых частиц, вылетающих из тяжелых ядер, участвуют нуклоны, заключенные в трубке вдоль траектории движения, тем не менее можно предположить, что взаимодействие идет локально на кварковом уровне, а сами кумулятивные частицы образуются в результате адронизации на поверхности ядра.

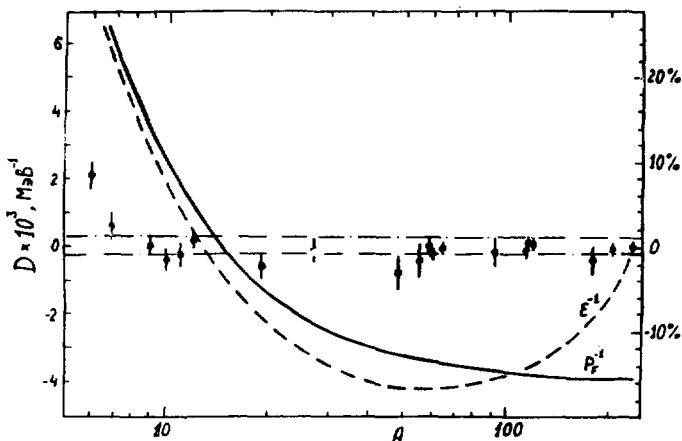


Рис. 4

О том, что сквозь ядро от места образования идут не сами кумулятивные частицы, а кварки или другие квазичастицы, собственные ядерной материи (пары нуклон-дырка?), говорит и ряд других независимых наблюдений:

а) то же постоянство форм спектров, которое трудно понять, если допустить перерассеяние кумулятивных частиц в ядрах, естественно, тем большее, чем тяжелее ядро;

б) уже обсуждавшийся факт существования цилиндрической области, где происходит последовательное взаимодействие налетающей частицы, — она бы тоже размывалась при рассеянии в тяжелых ядрах;

в) наблюдается слабая  $A$ -зависимость зарядового эффекта: превышение числа протонов над нейтронами из симметричного ядра углерода под действием  $\Pi^+$ -мезонов не многим больше, чем из изосимметричного ядра урана<sup>9/</sup>. Вывод об отношении протонов и нейтронов, вылетающих из изосимметричного ядра урана, можно получить, имея данные о вылете из ядер протонов и нейтронов под действием  $\Pi^+$  и  $\Pi^-$ -мезонов;

г) эффект изосимметризации также указывает на отсутствие заметных перерассеяний в тяжелых ядрах, которые должны приводить, как и в случае пункта "б", к соотношению протонов и нейтронов, характерному для ядра мишени.

Независимым указанием на то, что адронизация проходящей через

ядро квазичастицы происходит на его поверхности, могут служить недавно полученные результаты о наклонах спектров кумулятивных протонов, вылетающих из изотопов <sup>/10/</sup>. Они, хотя и незначительно, отличаются от постоянных, как уже отмечалось, для всех ядер, лежащих на дорожке стабильности. Изотопы вне дорожки стабильности отличаются, по-видимому, разным содержанием нейтронов на поверхности ядер.

Конечно, сегодня закон адронизации квазичастиц на поверхности ядра не известен, но если серьезно относиться к рассматриваемому сценарию глубоконеупругой ядерной реакции, то надо отметить следующие особенности адронизации:

а) адронизация на поверхности ядра отличается от адронизации в вакууме,

б) вторичные частицы сохраняют направление движения квазичастицы,

в) по крайней мере нуклоны и пионы являются продуктами адронизации одной и той же квазичастицы. На это, в частности, указывает удивительно подобные угловые распределения протонов и пионов, в том числе с области резких нерегулярностей угловых распределений. (См. рис. 5, где представлены угловые распределения протонов и пионов вблизи  $180^\circ$  при разных условиях) <sup>/11/</sup>.

Возможно, что при адронизации квазичастицы в нуклон последний сохраняет ее кинетическую энергию; в этом случае легко интерпретировать <sup>/12/</sup> соотношение, хорошо аппроксимирующее инвариантную функцию, описывающую выходы нуклонов в глубоконеупругих ядерных реакциях. В другой модели <sup>/13/</sup> адронизация происходит по кинематике обратного упругого рассеяния кварка на покоящемся нуклоне поверхности ядра; и в этой модели, как впрочем и во многих других, достигается хорошая параметризация экспериментальных данных.

Как образуются кварки или другие квазичастицы в точке взаимодействия? Заведомо это многотельная задача (последующие замечания останутся справедливыми, если первичное взаимодействие рассматривать и на нуклонном уровне). Поэтому не удивительно, что нет точного решения, которое заменяется самыми разнообразными модельными подходами: можно рассматривать столкновения налетающего кварка с быстрым кварком, набравшим свой импульс в мешке того или иного размера, возможно, что кварк мешка вылетает из него, как кварк-спектатор (аналоги моделей Френкеля и Франкфурта-Стрикмана на кварковом уровне), возможен, наконец, термодинамический подход к многокварковой системе. Наверное, все такие подходы не исключают друг друга, лучше или хуже ухватывая отдельные стороны протекания глубоконеупругой ядерной реакции.

При взаимодействии с ядром налетающая частица теряет на возбуж-

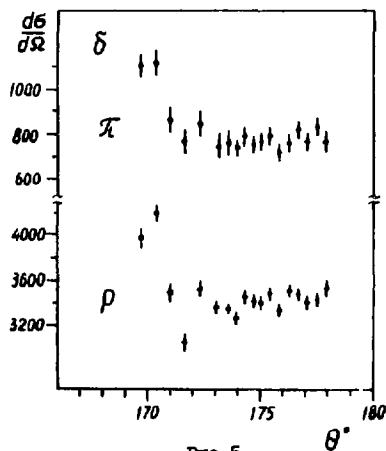
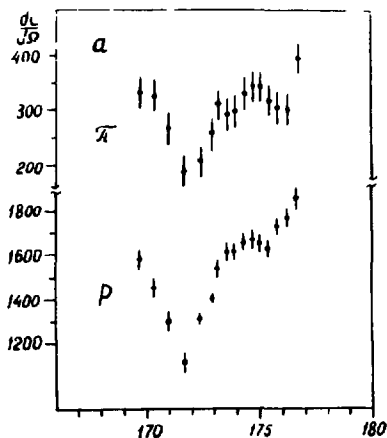


Рис.5

дение ядра (не вообще теряет, например на свою фрагментацию, а именно на возбуждение ядра или на фрагментацию ядра) определенной и, начиная с некоторой начальной энергии, постоянную энергию. Уже не раз подчеркивалось, что акты взаимодействия последовательно расположены вдоль траектории налетающей частицы. Поэтому можно говорить об удельных потерях на единицу пути. Оценки показывают, что величина удельных потерь порядка 1 ГэВ/фм. Такая оценка получается, если просуммировать энергии частиц, возникающих при фрагментации ядра, и взять данные о линейных размерах области взаимодействия в ядре из корреляционных опытов. Любопытно, что величина 1 ГэВ/фм соответствует натяжению кварк-глюонной струи, в которой запасается энергия, оставляемая налетающей частицей в ядре в модели Коледювича-Нидермайера.

Существует иерархия выхода на скейлинговое поведение или режим предельной фрагментации: сначала, по мере роста энергии налетающей частицы, проявляется независимость формы спектра от  $A$  ядра мишени — локальность; затем форма спектра перестает

зависеть от энергии налетающей частицы — становятся постоянными удельные потери налетающей частицы на возбуждение ядра; наконец, при больших энергиях и разных для разных  $A$  перестает зависеть от начальной энергии выходы частиц. Если считать, что скейлинг по множествен-

ности наступает в тот момент, когда налетающая частица при фиксированных удельных потерях способна пройти ядро насквозь по наибольшему размеру, то эксперимент по выходу на режим предельной фрагментации не только является еще одним свидетельством в пользу того, что глубоконеупругая реакция протекает в трубке вдоль траектории налетающей частицы, но и позволяет получить независимую оценку на удельную энергию, теряемую на возбуждение ядра порядка 1 ГэВ/с.

Недавно появились независимые и достаточно критичные результаты, которые поддерживают нарисованную картину прошивания ядра налетающей частицей при достаточной энергии и уменьшении эффективной длины области ее взаимодействия в данном ядре при меньших энергиях. Эти результаты подробно рассматриваются в докладе Ставинского А.В. (см. с. 288, т. I). Из данных видно, что нуклоны зависимости  $R(\psi)$ , которые отражают размер области взаимодействия, при одинаковом начальном импульсе, естественно, разные для свинца и титана, но оказываются одинаковыми для титана и свинца при начальном импульсе 3 ГэВ/с, как и следовало ожидать.

Наконец, надо упомянуть еще один факт, который равно свидетельствует о протекании глубоконеупругой ядерной реакции на кварковом уровне, об общей природе протонов и пионов в этих реакциях, о характере адронизации: в ряде моделей наклоны спектров протонов и пионов совпадают и такие же, как характерный наклон структурной функции кварков в ядре при  $X > 1$ , найденный стандартным методом по рассеянию мюонов на ядрах.

### ЛИТЕРАТУРА

1. См., например, Лексин Г.А. Труды УП Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. ОИЯИ, Д1, 2-84-599, Дубна, 1984, с. 202.
2. Баяков Ю.Д. и др. ЯФ, 42, с. 185, 1985.
3. Гаврилов В.Б., Лексин Г.А. Труды X школы ИТЭФ. Энергоатомиздат, М., 1983, вып. I, с. 46.
4. Власов А.В. и др. Препринт ИТЭФ-53, 1981.
5. Баяков Ю.Д. и др. ЯФ, 34, 95, 1981.
6. Баяков Ю.Д. и др. ЯФ, 33, 377, 1981.
7. Гаврилов В.Б. и др. ЯФ, 41, 843, 1985.
8. Гаврилов В.Б. Препринт ИТЭФ-96, 1985.
9. Баяков Ю.Д. ЯФ, 35, 960, 1982.
10. Гаврилов В.Б. и др. Препринт ИТЭФ-125, 1985.
11. Гаврилов В.Б. и др. Препринт ИТЭФ-125, 1984; Препринт ИТЭФ-24, 1984.
12. Баяков Ю.Д. и др. ЯФ, 33, 183, 1981.
13. Kozlov M.V., Voronina L.M. Preprint ITEP-I65, 1984.

## РОЖДЕНИЕ ВЫСОКОЭНЕРГИЧНЫХ КУМУЛЯТИВНЫХ АДРОНОВ В ПРОТОН-ЯДЕРНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯХ

С.В.Бояринов, С.А.Герсон, М.М.Кац, Ю.Т.Киселев, Г.А.Лексин,  
А.Н.Мартемьянов, В.Л.Новиков, С.В.Семенов, Ю.В.Терехов, В.А.Шейнман

Институт теоретической и экспериментальной физики, Москва

### 1. Введение

Исследование процесса рождения кумулятивных адронов является одним из путей получения информации о свойствах ядерной материи при передаче ей больших величин энергии и импульса. В последние годы интенсивно развиваются модели, связывающие образование кумулятивных частиц с наличием в ядрах кварковых степеней свободы. В работах<sup>/1-3/</sup> рассматривается взаимодействие налетающей частицы с многокварковыми конфигурациями в ядре. В работе<sup>/4/</sup> утверждается, что инвариантные сечения рождения кумулятивных частиц пропорциональны импульсным распределениям кварков в ядрах. Поскольку кумулятивные адроны образуются заведомо в многочастичных взаимодействиях, исследование их спектров полезно для поиска коллективных явлений, в частности, фазовых переходов ядерного вещества.

В настоящей работе представлены новые результаты измерения инвариантных сечений реакций  $pA \rightarrow pX$  для импульсов вторичных протонов 0,6–1,83 ГэВ/с. Эксперимент проводился на внутреннем пучке синхротрона ИТЭФ при энергиях протонов 5 и 10 ГэВ. Вторичные частицы, вылетающие под углом  $119^\circ$  в л.с., регистрировались фокусирующим магнитным спектрометром с импульсным захватом  $\pm 0,8\%$  и телесным углом  $1,4$  мср. Идентификация частиц с данным импульсом производилась методом измерения времени пролета на базе 8,7 м. Величина фона не превышала 5%.

### 2. Экспериментальные данные

Измерялись величины инвариантных сечений  $f = A^2 E d\sigma/dp$ . Здесь и далее  $E, T, p, \theta$  – энергия, импульс и угол вылета вторичных протонов в л.с.,  $A$  – массовое число ядра-мишени. Среднеквадратичная ошибка величин сечений, определенная сравнением результатов разных серий измерений, составляет 7%. Статистические ошибки малы. Погрешность нормировки абсолютных величин сечений оценивается в 25%. Точность измерения импульсов вторичных протонов составляет 1%.

На рис.1 показаны зависимости  $f(T)$ . В исследованном диапазоне  $T$  сечение изменяется на восемь порядков. На рисунке приведены

также данные <sup>15/</sup>, полученные при начальном импульсе протонов 9 ГэВ/с, результаты работы <sup>14/</sup> при импульсе 8,9 ГэВ/с и данные эксперимента <sup>6/</sup> при энергии налетающих протонов 400 ГэВ, относящиеся к ядру Та. Видно, что сечения рождения протонов, измеренные в <sup>16/</sup>, заметно превышают сечения, полученные в настоящем эксперименте.

Совместное рассмотрение данных при начальной энергии ~10 ГэВ подтверждает сделанный в <sup>14,6/</sup> вывод о том, что зависимости  $f(T)$  не описываются формулой  $f = C \exp(-T/T_0)$  во всем исследованном диапазоне T. Здесь C и  $T_0$  — параметры. Однако такое описание возможно ( $\chi^2/\nu \sim 1$ ), если рассмотреть отдельно области  $T < 400$  МэВ и  $T > 400$  МэВ. При  $T < 400$  МэВ согласно результатам <sup>4,5/</sup> имеет место независимость  $T_0$  от A. При  $T > 400$  МэВ мы наблюдаем возрастание  $T_0$  с увеличением A.

### 3. Обсуждение результатов

В работе <sup>17/</sup> предлагается использовать для анализа данных переменную X (кумулятивное число).  $X = (t - E/E_0)^{1/2} [(E - \beta_0 p c \cos \theta) / m - m/E_0]$ , где  $E_0$ ,  $m$ ,  $\beta_0$  — полная энергия, масса и скорость налетающего протона. При больших начальных энергиях X совпадает с фейнмановской переменной  $X_F$  и переменной светового фронта  $x = (E - p_z)/m$ .

В работе <sup>14/</sup> зависимость  $f(x)$  связывается со структурной функцией ядра  $G(x)$  — распределением кварков по переменной Бьеркена в глубоконеупругом рассеянии лептонов. Для ядра свинца в <sup>14/</sup> было получено  $G(x) = \exp(-x/x_0)$  с  $X_0 = 0,140 \pm 0,014$ . На рис.2 показаны зависимости  $f(x)$ , полученные в настоящей работе при  $E_0 = 10$  ГэВ. Они хорошо описываются ( $\chi^2/\nu \sim 1$ ) формулой  $f = C \exp(-x/x_0)$  во всем диапазоне X. Величины  $X_0$  для ядер Be, Al, Cu, Ta составляют 0,114; 0,127; 0,132 и 0,134 с ошибкой 0,001.

Согласно <sup>3/</sup> кумулятивные адроны образуются при взаимодействии налетающей частицы с двенадцатикварковыми мешками в ядре. В этом случае сечение  $f(x)$  должно резко падать при  $X \rightarrow 4$ . Мы изучили зависимость  $f(x)$  до  $X = 3,82$  и не обнаружили никаких особенностей в поведении сечения. На рис.2 представлены и сечения, измеренные нами на ядре Cu при  $E_0 = 5$  ГэВ. Погрешность абсолютной нормировки этих данных составляет 45%. Здесь не наблюдается сильного падения сечения в области  $X = 4$ , что противоречит предсказанию работы <sup>13/</sup>.

На рис.2 показаны зависимости  $f(x)$  из работы <sup>16/</sup>, полученные при энергии 400 ГэВ. Из рисунка видно, что с увеличением начальной энергии  $E_0$   $f(x)$  уменьшается. В широком диапазоне энергии от 10 до 400 ГэВ  $f(x)$  изменяется не более чем в 2 раза. Таким образом, для реакции  $pA \rightarrow pX$  в этом диапазоне имеет место приближенная масштабная инвариантность (скейлинг). Выход на скейлинговое поведение происходит сверху.

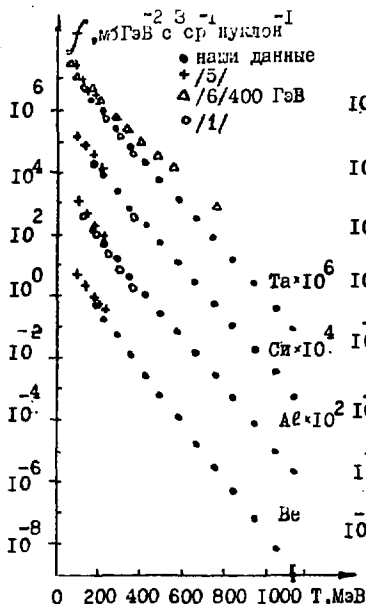


Рис.1. Зависимость инвариантного сечения от кинетической энергии протона.

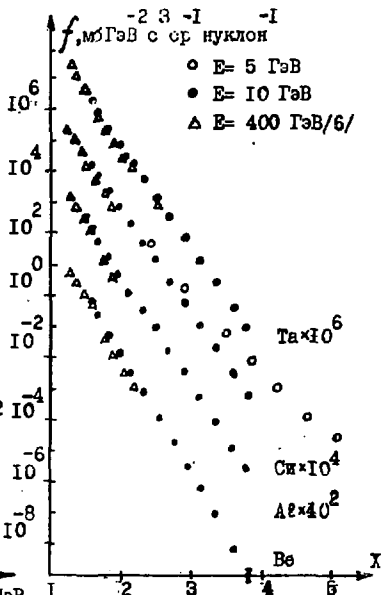


Рис.2. Зависимость инвариантного сечения от кумулятивного числа X.

Согласно /4/ отношение сечений  $f$  для разных ядер дает информацию об отношении структурных функций этих ядер. Известно, что при  $X < 1$  такие отношения отличны от единицы - EMC-эффект /8/. Относительно поведения указанных отношений в области  $X > 1$  имеется ряд теоретических предсказаний /9-11/. На рис.3 представлены измеренные нами отношения сечений  $f_{Si}/f_{Al}$  в зависимости от X. На экспериментальных кривых отсутствуют какие-либо особенности, что противоречит предсказаниям, сделанным в работах /9,10/, и качественно согласуется с выводами /11/.

Отмеченное выше отличие  $f(x)$  для разных ядер, возможно, связано с влиянием правой границы фазового объема реакции  $pA \rightarrow pX$ . Попробуем учесть это влияние, полагая, что  $f(x) = f_0(x)/(1-x/A)^n$ , где  $n$  - параметр. Такая формула с  $n = 8$  хорошо описывает все полученные нами данные, показанные на рис.4. Функция  $f_0$ , изображенная на рисунке линией, аппроксимируется выражением  $f_0 = C_0 \exp(-x/x_0^*)$  с

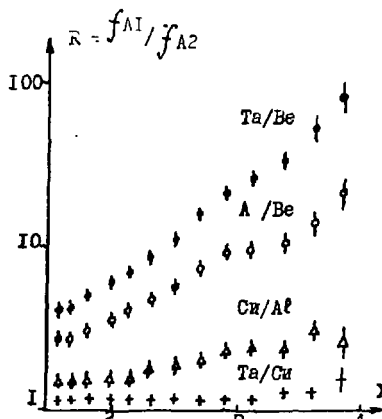


Рис.3. Зависимость от  $X$  отношения инвариантных сечений на разных ядрах.

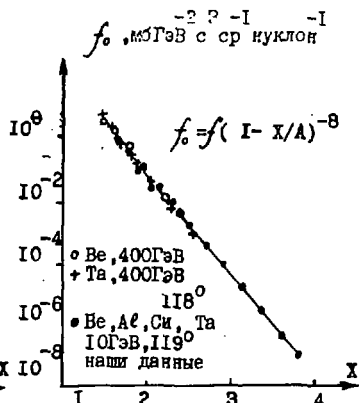


Рис.4. Зависимость универсальной функции  $f_0$  от  $X$ .

$X_0^* = 0,135 \pm 0,001$ . Функция  $f_0$  универсальна для всех ядер, т.е. после деления на  $(I-X/A)^8$ , сечения на нуклон одинаковы для всех  $A$ . На рис.4 приведены также значения  $f_0$  для ядер  $Be$  и  $Ta$ , полученные при  $E_0 = 400$  ГэВ<sup>6/</sup>. Они совпадают с  $f_0$  при  $E_0 = 10$  ГэВ. Напомним, что при этих двух энергиях сечения, представленные на рис.1 как функции  $T$ , существенно различались.

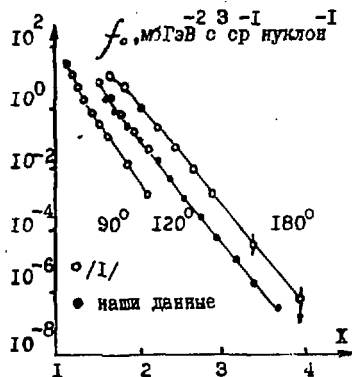


Рис.5. Зависимость  $f(X)$ .

#### 4. Зависимость от $\rho_L$

На рис.5 показано сечение  $f_0$  на  $Ta$ , полученное нами, и аналогичные данные работы [4] для ядра свинца при углах  $\theta = 90^\circ, 120^\circ, 180^\circ$ . Линиями соединены точки с одинаковыми  $\theta$ . Видно, что для  $X > 1,8$  параметр  $X_0$  не зависит от  $\theta$ .

Часто сечение  $f$  рассматривают в зависимости от двух переменных  $X$  и  $\rho_L$ . Известно, что при малых  $X$  сечение быстро падает с ростом  $\rho_L$ , хотя падение и замедляется с увеличением  $X/4$ .

При больших  $X$  ситуация иная. Параллельность линий на рис.5 означает, что при  $X > 1,8$  увеличение  $\rho_2$  не приводит к уменьшению  $f$ . Представление результатов работы /6/ при 400 ГэВ в зависимости от  $X$  также показывает отсутствие подавления сечения с ростом  $\rho_2$  в области  $X > 1,8$ . Ослабление зависимости от  $\rho_2$  для энергичных кумулятивных пионов наблюдалось в /12/. Такое поведение  $f$  качественно можно понять, предполагая изотропный распад некоторого коллективного образования.

Интерес к наблюдению необычных распределений по  $\rho_2$  в последнее время возрос в связи с поисками нового состояния вещества - кварк-глюонной плазмы /13,14/. Еще одним признаком плазмы является усиленное образование странных частиц. В частности, отношение  $R$  сечений рождения  $\mathcal{T}^-$  и  $K^+$ -мезонов должно быть  $\sim 1$ . Малое отношение  $R \ll 1$  при одинаковых  $X$  действительно наблюдается в реакциях образования кумулятивных мезонов /12,15/.

Итак, кумулятивные процессы описываются универсальной функцией  $f_0$ , не зависящей от массового числа ядра  $A$  и практически не зависящей от начальной энергии  $E_0$  при  $E_0 \geq 10$  ГэВ; для  $X > 1,8$  параметр наклона  $X_0$  функции  $f_0$  не зависит от угла вылета протона. Наблюдаемое изменение зависимости  $f$  от  $\rho_2$  и усиленное рождение  $K^+$ -мезонов, возможно, свидетельствует о формировании нового состояния ядерного вещества уже при достигнутых энергиях.

#### Литература

1. Вфремов А.В. ЭЧАЯ, т.13, вып.3, с.613, 1982.
2. Буров В.В. и др. ЭЧАЯ, т.15, вып.6, с.1249, 1984.
3. Кондраткич Л.А., Шматиков М.И. ЯФ, т.41, вып.2, с.498, 1985.
4. Балдин А.М. Препринт ОИЯИ, Р1-83-432, Дубна, 1983.
5. Баклов Д.Д. и др. Препринт ИТЭФ-148, М., 1983.
6. Vaukovic Yu.D. et al. Phys.Rev., C20, p.764, 1979.
7. Ставинский В.С. ЭЧАЯ, т.10, вып.5, 1979.
8. Aubert J.J. et al. Phys. Let., 123B, p.275, 1983.
9. Зотов Н.П. и др. Труды УП Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. ОИЯИ, Д1-2-84-599, Дубна, 1984, с.135.
10. Vary J.P. ibid, p.186.
11. Гарсеванов В.Р. там же, с.157.
12. Балдин А.М. и др. Препринт ОИЯИ, I-82-28, Дубна, 1982.
13. Shuryak E.V. Phys. Rep., 115, No.4,5, p.151, 1984.
14. Van Hove L. Z.Phys., C27, p.135, 1985.
15. Герсон С.А., Киселев Д.Т. Препринт ИТЭФ-55, Москва, 1984.

ИНКЛУЗИВНЫЕ СПЕКТРЫ КАОНОВ И ПИОНОВ, ОБРАЗОВАННЫХ  
ПРИ СТОЛКНОВЕНИИ РЕЛЯТИВИСТИЧЕСКИХ ЯДЕР

А.Б.Курапин, В.С.Пантуев

Институт ядерных исследований АН СССР, Москва

Исследование рождения мезонов при столкновении релятивистских ядер, как ожидается, должно дать сведения о механизме взаимодействия, величине спатия ядерной материи и о возможности проявления коллективных эффектов. Учитывая кварковую структуру мезонов, по-видимому, необходимо одновременно получать данные о рождении пионов и  $K^+$ -мезонов, процесс рождения которых представляется подобным, т.е. при этом требуется образование одного дополнительного обычного или странного антикварка соответственно. В то же время рождение  $K^-$ -мезона, состоящего только из морских кварков, должно существенно отличаться от рождения пионов и  $K^+$ -мезонов.

Наличие пучков релятивистских ядер представляет уникальную возможность для сравнения рождения мезонов нуклонами на ядрах и ядрами на ядрах, что, возможно, позволит разделить процессы, определяемые нуклонной и кварковой структурой ядер, а также обнаружить эффекты, возникающие из-за связи нуклонов в ядрах и из-за их коллективного движения.

Как было отмечено А.М.Балдиным /1/, при достаточно высоких энергиях, около 4 ГэВ/нуклон, в ядерных реакциях могут проявляться кварковые степени свободы. Много исследований было выполнено в кумулятивной области взаимодействий. Представляет интерес также измерение рождения мезонов в кинематической области, разрешенной для процесса рождения для свободных нуклонов, с целью поиска масштабно-инвариантных закономерностей.

Измерения сечений рождения пионов и каонов выполнены на установке "Каспий", расположенной на выведенном пучке релятивистских ядер Лаборатории высоких энергий ОИЯИ. Предварительные данные были опубликованы ранее /2/. Здесь приведены более полные данные, полученные с новым интенсивным источником ионов углерода до  $10^9$  частиц за импульс ускорителя на рабочей мишени. Угол рождения составлял  $24^\circ$ . Магнитный канал установки, состоящий из двух отклоняющих магнитов и четырех квадруполов, использовался в качестве спектрометра вторичных частиц. Пионы и каоны идентифицировались по времяпролетной методике

с использованием черенковского счетчика полного внутреннего отражения.

В работе приведены экспериментальные данные о сечениях рождения  $\pi^+$ - и  $\pi^-$ -мезонов при столкновении ядер углерода, дейтронов и протонов с энергией 3,65 ГэВ/нуклон с ядрами углерода и свинца. Эта энергия превышает порог рождения  $K^-$ -мезонов в нуклон-нуклонных соударениях, равный 2,5 ГэВ. Ранее данные для каонов были получены только при энергии 2,1 ГэВ/нуклон<sup>3,4</sup>.

Результаты измерений приведены на рисунках 1, 2, 3. Указаны только относительные ошибки. Погрешность абсолютной нормировки около 20%. Как видно из рис. 1, выход отрицательных и положительных пионов для углеродной мишени одинаков. Для мишени из свинца выход  $\pi^-$ -мезонов несколько выше, что можно объяснить большим числом нейтронов в ядрах свинца. При использовании изотопических соотношений между выходами пионов в столкновениях нуклонов увеличение выхода  $\pi^-$ -мезонов по отношению к  $\pi^+$ -мезонам составляет 24%, что близко к наблюдаемому в эксперименте.

Из анализа формы полученных спектров пионов и каонов можно сделать некоторые выводы о механизме процесса рождения. Как видно из приведенных спектров, все они при импульсах более 0,5 ГэВ/с хорошо аппроксимируются прямыми линиями:

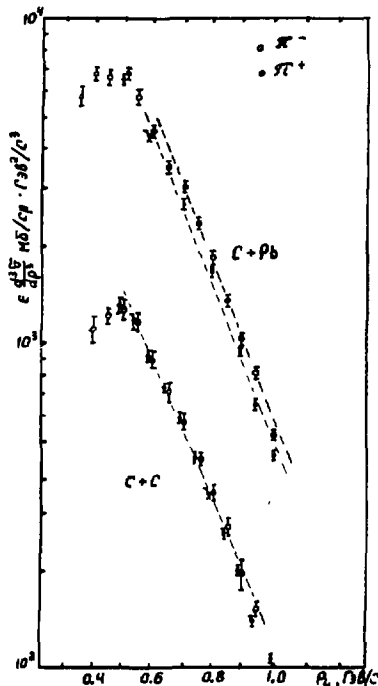


Рис. 1. Зависимость лоренц-инвариантного сечения рождения пионов при столкновении ядер углерода с ядрами свинца и углерода от импульса пионов в лабораторной системе:  $\pi^+$ -точки,  $\pi^-$ -крестики. Прямые проведены по точкам, угол рождения  $24^\circ$  в лабораторной системе.

$$E d^3\sigma/dp^3 = \text{const} \cdot \exp(-T/T_0). \quad (1)$$

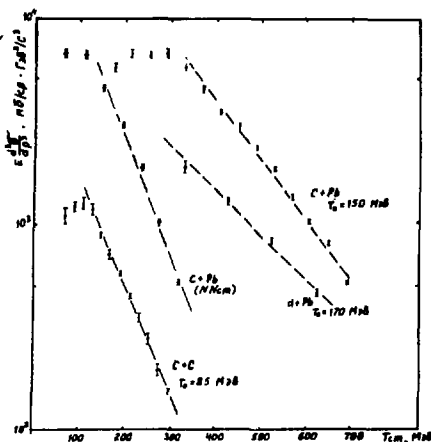


Рис.2. То же, что на рис.1, в системе центра масс сталкивающихся ядер.

Параметры наклона спектров иногда связывают с ядерной температурой, определяющей распределение рождаемых частиц из сильно нагретого при столкновении ядра. Сравнение параметров  $T_0$  для различных масс сталкивающихся ядер естественно проводить в системе центра масс этих ядер. Определенный по спектрам рис.2 параметр  $T_0 = 150$  MeV для ядер C + Pb и  $T_0 = 85$  MeV для C + C. В то же время в лабораторной и в нуклон-нуклонной системе центра масс на рис.1 параметры наклона для разных комбинаций сталкивающихся ядер совпадают. По-видимому, модель рождения пионов и каонов в сильно нагретом ядре при высоких энергиях не работает. При более низких энергиях наблюдаются другие массовые зависимости ядерных температур при рождении каонов и пионов, из которых делается определенные физические выводы /5/. Однако, как показывают численные расчеты, даже при энергии 2,1 ГэВ/нуклон термализация при соударении ядер не наступает /6/.

Как видно из рис.1 и рис.3, наблюдается интересная особенность спектров пионов и каонов в лабораторной системе: наклоны спектров пионов и положительных каонов примерно одинаковы как для соударения ядер углерода с ядрами углерода и свинца, так и для соударения дейтронов и протонов с ядрами свинца. Отсюда можно предположить, что рождение мезонов не зависит от индивидуальных особенностей сталкивающихся ядер, а определяется общими свойствами ядерной материи. Кроме того, рождение пионов и каонов, по-видимому, описывается одинаковым механизмом на субнуклонном уровне. Можно попытаться применить фраг-

Рис.3. Сечения рождения положительных пионов и каонов в лабораторной системе под углом  $\theta = 24^\circ$  для мишени из свинца на пучке ионов углерода, дейтронов и протонов при энергии 3,65 ГэВ/нуклон.

ментационную модель А.М.Балдина [1], предложенную для описания кумулятивных процессов. Однако, поскольку в наших кинематических условиях скорости рождения мезонов близки к скорости налетающего ядра, необходимо рассматривать фрагментацию падающей частицы. Соответственно скайлинговая переменная  $z$  выражает долю импульса нуклона в налетающем ядре. Выражение переменной  $z$  через кинематические переменные для процесса  $I + II \rightarrow 1 + \dots$  может быть получено аналогично работе [7] с использованием гипотезы минимальности недостающей массы:

$$z = \frac{\left(\frac{P_{II}}{A_{II}} \cdot P_I\right) + \frac{M_{II}}{A_{II}} m_2 + \frac{m_2^2 - m_1^2}{2}}{\left(\frac{P_I}{A_I} \cdot \frac{P_{II}}{A_{II}}\right) - \left(\frac{P_I}{A_I} \cdot P_I\right) - \frac{M_I M_{II}}{A_I A_{II}} - \frac{M_I}{A_I} m_2}, \quad (2)$$

где  $P_I, P_{II}, P_I$  - 4-импульсы частицы;  $M_I, M_{II}, m_1$  - массы частиц,  $A_I, A_{II}$  - атомные номера сталкивающихся ядер,  $m_2 = 0, m_2 = m_A - m_p, m_2 = m_K$  для рождения пионов,  $K^+$ -мезонов и  $K^-$ -мезонов соответственно.

Результаты такого анализа спектров пионов и каонов для столкновения ядер со свинцовой мишенью приведены на рис.4. Как видно, сечения рождения пионов и  $K^+$ -мезонов хорошо аппроксимируются прямыми линиями

$$E \frac{d^3\sigma}{dp^3} = \text{const} \cdot \exp(-z/z_0) \quad (3)$$

с одинаковым параметром наклона  $z_0 = 0,06$ .

В случае налетающих ядер углерода наблюдается также практическое совпадение прямых для  $\pi^+$ - и  $K^+$ -мезонов. Экспериментальные точки для

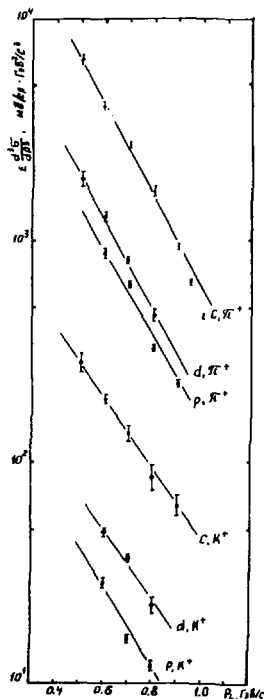
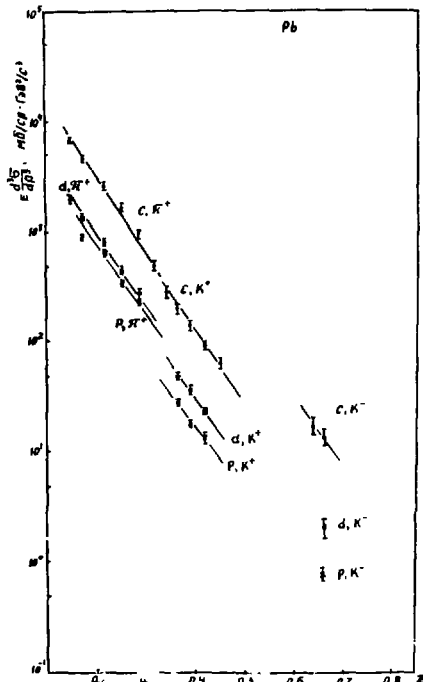


Рис.4. Инвариантные сечения рождения в зависимости от параметра  $Z$  для мишеней из свинца и ускоренных ядер углерода, дейтронов и протонов.



$K^-$  лежат систематически выше соответствующих прямых для  $\pi^+$ - и  $K^+$ -мезонов, что, возможно, свидетельствует о различии механизмов рождения мезонов.

Отсутствие скейлинга для налетающих протонов и дейтронов, возможно, является указанием на то, что режим предельной фрагментации наступает для них при более высоких энергиях.

Необходимо исследовать  $Z$ -зависимости отношений сечений рождения пионов и каонов для различных комбинаций сталкивающихся ядер. Имеющиеся пока неполные данные по рождению пионов и каонов при столкновении ядер углерода с ядрами углерода и ядрами меди свидетельствуют о сильной зависимости отношений сечений для мишеней из свинца и углерода от  $Z$  и о значительно более слабом изменении отношения сечений для мишеней из свинца и меди.

Количество экспериментальных данных для отрицательных каонов пока крайне мало, тем не менее можно провести грубую сравнительную оценку зависимости сечений рождения различных типов мезонов от массы налетающего ядра  $A$  в параметризации  $\sigma \sim A^\alpha$ . На основании имеющихся данных получены значения  $\alpha = 0,67; 0,75$  и  $1,0$  для  $\pi^\pm$ ,  $K^+$  и  $K^-$  соответственно.

### Литература

1. Baldin A.M. Proc.Int.Conf. on Extreme States in Nuclear Systems, Dresden, v.2, ZfK-430, 1980, p.1.
2. Гаврилов Д.К. и др. Труды УИ Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, ОИЯИ, ДП, 2-84-599, 1984, с.227.
3. Schnetzer I. et al. Phys. Rev. Lett., 1982, 49, p.989.
4. Barasch E. et al. Phys. Lett., 1985, 161B, p.265.
5. Nagamiya S. Preprint UTPH-197, University of Tokyo, 1983.
6. Schürmann B., Zwergmann W. preprint TUM-TPh T30-240, Technische Universität München, 1984.
7. Балдин А.М. Труды совещания по исследованиям в области релятивистской ядерной физики. Дубна, Д2-82-568, 1982, стр.6.

# КОРРЕЛЯЦИИ В ФОТОБРАЗОВАНИИ КУМУЛЯТИВНЫХ ПРОТОНОВ

К.В.Алабян, М.Д.Амарян, Г.А.Асрян, Р.А.Демирчян, К.Ш.Егиян,  
Ж.Л.Кочарова, М.С.Останджанян, С.Г.Степанян, Ю.Г.Шарабян

Ереванский физический институт

I. Процесс рождения кумулятивных частиц (КЧ) даже в наиболее простом случае рождения кумулятивных протонов (КП) нельзя считать до конца понятым. Одна из причин этого заключается в том, что до сих пор такие процессы исследованы в основном инклюзивно. Хотя такая постановка экспериментов позволила установить основные закономерности процесса, для дальнейшего понимания физической картины она оказалась недостаточной. Нужны новые, более информативные эксперименты. Одним из новых направлений исследований является изучение корреляции между кумулятивными частицами и другими вторичными продуктами из того же акта взаимодействия с ядром мишени. Такие эксперименты с адронными пучками уже имеются <sup>1,2,3,4)</sup> и продолжают в настоящее время <sup>5)</sup>.

В предлагаемой работе приводятся результаты первого эксперимента по исследованию корреляции между кумулятивными фотопротонами и вперёд летящими (не кумулятивными)  $X^\pm$ -мезонами и протонами путём изучения реакции

$$\gamma + A \rightarrow \tilde{p} + \tilde{p}(\tilde{\pi}) + X \quad (I)$$

в  $(\tilde{p}\tilde{p})$ -и  $(\tilde{p}\tilde{\pi})$ -совпадениях, где  $\tilde{p}$  - кумулятивный протон,  $\tilde{p}(\tilde{\pi})$ -летащий вперёд протон ( $X^\pm$ -мезон),  $X$  -остаточная система.

Выходы реакций (I) измерялись на двухплечевой установке "Дейтрон-2", расположенной на пучке Г-Г электронного синхротрона ЕРЯИ. Установка работала на длине с ЭВМ. Летящие вперёд в л.с. вторичные  $X^\pm$ -мезоны и протоны регистрировались магнитным спектрометром, позволяющим путём измерения импульса и времени пролёта идентифицировать частицы в тесном угле  $\Delta R_{\tilde{p}(\tilde{\pi})} = 2,32 \cdot 10^{-3}$  ср и в интервале импульсов 0,5 + 1,5 ГэВ/с. При этом импульсные разбросы составляли  $(\Delta P/P)_{\tilde{p}(\tilde{\pi})} = \pm 12,5\%$ . Для отделения  $X$ -мезонов от электронов был использован газовый пороговый черенковский счётчик с фреоном. Идентификация кумулятивных протонов осуществлялась пробегом спектрометра <sup>6)</sup> методом измерения удельных ионизационных потерь  $dE/dx$

при фиксированном остаточном пробеге, позволяющем выделить протоны в телесном угле регистрации  $\Delta\Omega_{\beta} \approx 0,1$  ср и в интервале кинетических энергий  $T=80 \pm 300$  МэВ, при  $\Delta T_{\beta}/T_{\beta} \approx 10\%$ .

Для выделения истинных случаев  $(\beta\beta^-)$ - и  $(\beta^+\bar{\nu})$ -совпадений были измерены также аналогичные задержанные совпадения (т.е. фоновые совпадения). Представленные ниже экспериментальные данные представляют собой разницы "незадержанных" и "фоновых" событий.

2. Экспериментальные результаты. Реакции (I) на ядрах  $^{12}\text{C}$ ,  $^{23}\text{Al}$ ,  $^{63}\text{Cu}$  и  $^{118}\text{Sn}$  исследовались при максимальной энергии тормозных  $\gamma$ -квантов 4,5 ГэВ. Были получены как инклюзивные, так и двухчастичные инвариантные нормированные выходы:

$$\rho_{\beta} = \frac{f_{\beta}}{6\pi A} = \frac{E_{\beta}}{6\pi A P_{\beta}} \cdot \frac{d^2\mathcal{G}}{d\Omega_{\beta} dP_{\beta}} = \frac{1}{6\pi A P_{\beta}} \cdot \frac{d^2\mathcal{G}}{d\Omega_{\beta} dE_{\beta}}, \quad (2)$$

$$\rho_{\beta\bar{\nu}(\bar{\nu})} = \frac{f_{\beta\bar{\nu}(\bar{\nu})}}{6\pi A} = \frac{1}{6\pi A} \cdot \frac{1}{P_{\beta} P_{\bar{\nu}(\bar{\nu})}} \cdot \frac{d^4\mathcal{G}}{d\Omega_{\beta} d\Omega_{\bar{\nu}(\bar{\nu})} dE_{\beta} dE_{\bar{\nu}(\bar{\nu})}}, \quad (3)$$

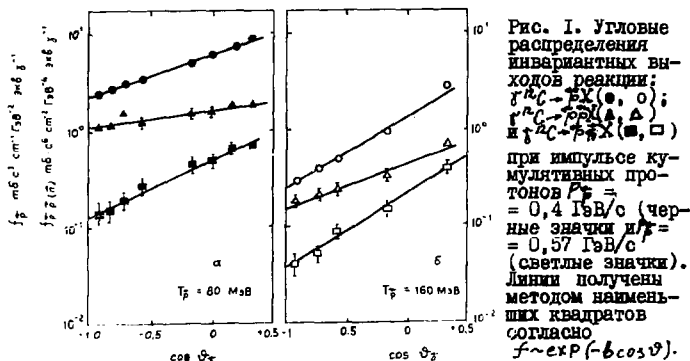
где  $6\pi A$  - полное сечение взаимодействия фотонов с ядром,  $E_{\beta}$ ,  $P_{\beta}$  - полная энергия и импульс (КП),  $E_{\bar{\nu}(\bar{\nu})}$ ,  $P_{\bar{\nu}(\bar{\nu})}$  - энергия и импульс вперед летящих протонов ( $\bar{\nu} \pm$  - мезонов).

Для ядра  $^{12}\text{C}$  были получены угловые распределения выходов КП в интервале  $\vartheta_{\beta} = 70^\circ - 155^\circ$  при  $P_{\beta} = 0,4$  ГэВ/с,  $0,57$  ГэВ/с и при  $\vartheta_{\bar{\nu}(\bar{\nu})} = 16^\circ$  и  $P_{\bar{\nu}(\bar{\nu})} = 1,1$  ГэВ/с. При угле кумулятивного протона  $\vartheta_{\beta} = 155^\circ$  и импульсе  $P_{\beta} = 0,4$  ГэВ/с получена также зависимость выходов  $f_{\beta\bar{\nu}}$  и  $f_{\bar{\nu}\bar{\nu}}$  от массового числа ядер мишени.

Ввиду малости выходов  $f_{\beta\bar{\nu}}$ ,  $f_{\bar{\nu}\bar{\nu}}$  для получения приемлемой скорости счёта импульсные разбросы магнитного спектрометра были увеличены до  $\pm 45\%$ . Это, естественно, привело к ухудшению  $\rho/\chi$ -разделения в спектрометре, однако экспериментальная проверка показала, что и в этом случае имеется удовлетворительное отделение протонов от  $\chi^+$ -мезонов. В частности, найдено, что примесь  $(\beta^+\bar{\nu})$ -случаев в числе  $(\beta\bar{\nu})$ -совпадений не может превышать 8% и, наоборот, примесь  $(\beta\beta^-)$ -случаев в  $(\beta^+\bar{\nu})$ -совпадениях - 11%. Это существенно не искажает экспериментальные результаты.

На рис. I приведены угловые распределения инвариантных выходов  $f_{\beta}$ ,  $f_{\beta\bar{\nu}}$  и  $f_{\bar{\nu}\bar{\nu}}$  для ядра  $^{12}\text{C}$  при двух значениях импульсов КП. Даны только статистические ошибки. Оценки показывают, что абсолютные ошибки не превышают 20-30%. Как видно, все выходы неплохо описываются экспоненциальной зависимостью  $f_i \sim \exp(-\beta_i \cos \vartheta_{\beta_i})$ . В таблице приведены значения параметра  $\beta_i$  для всех процессов. Сравнение соответствующих одночастичных и двух-

частичных распределений показывает, что в случае, когда с кумулятивным протоном регистрируется летящий вперед протон, угловое распределение становится менее жестким по сравнению с одночастичным. В то же время совместное рождение  $K^0$  и  $\bar{K}^0$ -мезонов на наклон углового распределения  $K^0$  заметно не влияет.



На рис.2 приведены  $A$ -зависимости инклюзивных кумулятивных протонов и тех же протонов в сопровождении вперед летящих протонов и  $K$ -мезонов при  $P_p = 0,4 \text{ ГэВ/с}$ ,  $\vartheta_p = 155^\circ$ . В случаях инклюзивного рождения и  $(\bar{p}\bar{p})$ -совпадений  $A$ -зави-

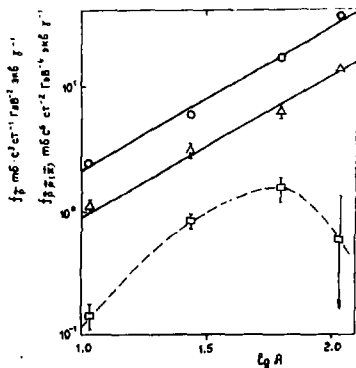


Рис.2.  $A$ -зависимость инвариантных выходов реакции:  $p\bar{p} \rightarrow \pi^+ \pi^- (\circ)$ ;  $p\bar{p} \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0 (\triangle)$  и  $p\bar{p} \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^+ \pi^- (\square)$  при импульсе кумулятивных протонов  $P_p = 0,4 \text{ ГэВ/с}$  и угле вылета  $\vartheta_p = 155^\circ$ . Линии проведены методом наименьших квадратов согласно  $f \sim A^{\alpha}$ :  
 $\alpha_p = 1,15 \pm 0,022$ ;  
 $\alpha_{p\bar{p}} = 1,08 \pm 0,06$ .

симости неплохо описываются соотношением  $f \sim A^n$  и достаточно близки. В случае же  $(\bar{p}\bar{x})$ -совпадений А-зависимость меняется: при больших А выход  $(\bar{p}\bar{x})$ -событий значительно подавлен.

Таблица параметров  $\bar{v}_i$  соотношения  $f_i \sim \exp(-\bar{v}_i \cos \vartheta_{\bar{p}})$  для инклюзивного и дважды инклюзивного выходов  $f_{\bar{p}}$  и  $f_{\bar{p}\bar{p}}, f_{\bar{p}\bar{x}}$

Процесс	$\gamma + {}^{12}\text{C} \rightarrow \bar{p} + X$		$\gamma + {}^{12}\text{C} \rightarrow \bar{p} + \bar{p} + X$		$\gamma + {}^{12}\text{C} \rightarrow \bar{p} + \bar{x} + X$	
Импульс, ГэВ/с	0,4	0,57	0,4	0,57	0,4	0,57
$\bar{v}_i$	$0,98 \pm 0,006$	$2,04 \pm 0,06$	$0,36 \pm 0,077$	$1,19 \pm 0,091$	$1,00 \pm 0,14$	$1,86 \pm 0,059$

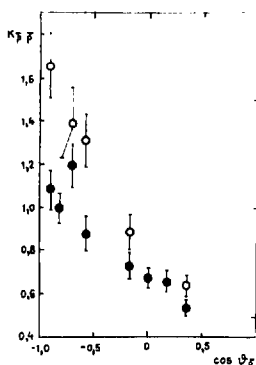
3. Вперёд-назад корреляции. Полученные нами данные позволяют исследовать возможные корреляции при образовании кумулятивных протонов с перёд летящими протонами и X-мезонами.

Назовём, как обычно [8], корреляционной функцией величину

$$K_{12} = \rho_{12} / \rho_1 \rho_2. \quad (4)$$

Очевидно, при независимом рождении частиц 1 и 2  $K=1$ . При наличии корреляции -  $K > 1$ .

На рис.3 приведены зависимости  $K_{\bar{p}\bar{p}}$  (корреляционной функции протон-протон совпадений) от  $\cos \vartheta_{\bar{p}}$ , а на рис.4 - те же зависимости для  $(\bar{p}\bar{x})$ -корреляции. Как видно, абсолютные значения



корреляционных функций в некоторых случаях меньше единицы. Причиной этого, по-видимому, является то обстоятельство, что в настоящей работе в качестве первичных частиц использованы тормозные  $\gamma$ -кванты с непрерывным спектром. Измеренное на опыте

Рис.3. Зависимость корреляционной функции  $K_{\bar{p}\bar{p}}$  от угла вылета кумулятивного протона  $\vartheta_{\bar{p}}$  (от угла  $\varphi$  между направлениями КП и перёд летящим протоном) при двух импульсах:  $P_{\bar{p}} = 0,4$  (•) и  $0,57$  (○) ГэВ/с.

число событий в этом случае, как известно, нормируется на так называемый один эквивалентный, а не на один реальный  $\gamma$ -квант с фиксированной энергией. Если при исследовании какого-либо одного про-

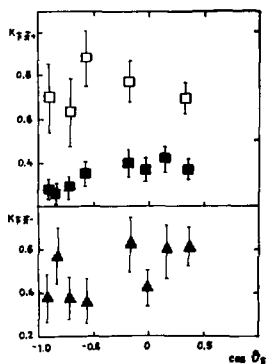


Рис.4. То же, что на рис.3, только для  $(\pi\pi)$ -совпадений.

цесса такая нормировка не вносит существенных искажений в те или иные зависимости, например, в угловые распределения, где при изучении разных процессов (в данном случае инклюзивного и дважды инклюзивного) она может изменить отношение абсолютных значений их выходов. Кроме того, в (3) используется среднее значение  $\langle \theta^4 \rangle$ , найденное путём интегрирования по всему спектру  $\gamma$ -квантов  $1/\theta$ , а не по тому интервалу, который

даёт реальный вклад в исследуемый процесс. Учёт этого эффекта также может несколько изменить значение  $K$ . Поэтому определение абсолютной величины  $K$  в настоящей работе не представляется возможным.

Однако всё же наши данные позволяют утверждать, что корреляция между кумулятивными протонами и вперёд летящими адронами ( $\pi^\pm$  мезонами и протонами) имеется. Действительно, как видно из рисунков 3 и 4, коэффициенты корреляции  $K_{\pi p}$  и  $K_{\pi\pi}$  меняются при изменении кинематических параметров КП. В случае  $K_{\pi p}$  такое изменение происходит как при изменении угла, так и при изменении импульса (рис.3), а в случае  $K_{\pi\pi}$  — только при изменении импульса КП (рис.4). Только при минимальных значениях  $K$  в той или другой зависимости нельзя утверждать, есть или нет корреляции ( $K = 1$  или  $K > 1$ ), в остальных случаях точно можно утверждать, что корреляция существует.

Таким образом, доказано, что при рождении кумулятивных протонов на ядрах существует ярко выраженная корреляция между КП и вперёд летящими адронами. Это важный экспериментальный факт, требующий своего объяснения.

4. Из полученных результатов можно сделать еще один важный вывод, касающийся поведения энергетических спектров кумулятивных протонов при их регистрации без совпадений и в совпадении с другими адронами. Известно, что в случае первичных адронов имелась  $1/\theta$ , данные свидетельствуют о том, что спектры КП, зарегистрированных в

обоих случаях, одинакового характера (экспоненциальные зависимости  $f_p$ ,  $f_{p\bar{p}}$  от  $T_p$  и одинаковый наклон экспоненты для обоих случаев).

Наши данные показывают (см. рис. 3 и 4), что спектры кумулятивных протонов меняются в зависимости от того, регистрируются они инклюзивно или в совпадении с вперёд летящими адронами. Это наглядно видно из зависимостей  $K_{p\bar{p}}$  и  $K_{p\pi}$  от угла регистрации  $\vartheta_p$  при двух значениях импульса (энергии) КП. Если бы спектры КП не менялись при их регистрации в совпадении, то две зависимости  $K_{p\bar{p}}(\vartheta_p)$  и  $K_{p\pi}(\vartheta_p)$  при двух различных значениях должны были бы точно совпадать. Из данных же рис. 3 и 4 ясно видно, что имевшиеся погрешности позволяют утверждать как раз обратное. Очень важно подчеркнуть, что в случае совпадений спектры КП остаются мягкими (с ростом  $T_p$   $K_{p\bar{p}}$  и  $K_{p\pi}$  растут, что может быть, если с ростом  $T_p$  выходы  $f_{p\bar{p}}$  и  $f_{p\pi}$  падают медленнее, чем  $f_p$ ). Это означает, что изменение спектров не связано с кинематическими пределами (с энергетическим балансом), которые должны были привести к ужесточению спектров КП в случае их регистрации с другими частицами (дополнительные энергетические расходы), а, скорее всего, связано с механизмом процесса образования кумулятивных протонов.

5. Приведённые экспериментальные результаты позволяют сделать некоторые утверждения, касающиеся структурных функций фрагментирующей системы (ФС) в кумулятивные протоны в двух режимах регистрации КП — в инклюзивном и в совпадении с вперёд летящими адронами. Структурными функциями будем называть функции  $f_p(p_\perp, \alpha) = f_p(\alpha)/p_\perp^{const}$  и  $f_{p_i}(p_\perp, \alpha) = f_{p_i}(\alpha)/p_\perp^{const}$  ( $i=p, \pi$ ), где  $p_\perp$  — поперечный импульс КП,

$$\alpha = \frac{E - p_\parallel}{m_p} \quad (5)$$

и показывает  $10/\alpha$  долю импульса ФС, уносимую регистрируемым КП, в системе координат, где ФС быстрая. Следовательно,  $f_i(\alpha)/p_\perp^{const}$  представляет собой импульсное распределение конstituентов во фрагментаторе.

Хотя наши измерения не позволяют получить подробные виды  $f_{p\bar{p}}(\alpha)/p_\perp^{const}$  и  $f_{p\pi}(\alpha)/p_\perp^{const}$ , т.к. измерения угловых зависимостей  $f_{p\bar{p}}$  и  $f_{p\pi}$  выполнено лишь для двух значений импульса КП (см. рис. 1), тем не менее можно сделать определённые выводы о поведении отношения  $(f_{p\pi}/f_{p\bar{p}})_{p_\perp^{const}}$ , которое было подробно рассмотрено в работах [11, 12]. Для этого воспользуемся зависимостями  $K_{p\bar{p}}(p_\perp, \alpha)$  и  $K_{p\pi}(p_\perp, \alpha)$  от  $\alpha$  для тех фиксированных значений  $p_\perp$ , при которых можно найти два значения  $f_{p_i}(\alpha)$ . В наших данных это возможно лишь в интервале  $p_\perp = 0,2 + 0,4$  ГэВ/с. Будем ограничиваться

кумулятивной области ( $\vartheta_F \geq 90^\circ$ ) и выберем три значения:  $P_1 = 0,2$ ;  $0,3$  и  $0,4$  ГэВ/с. На рис. 5 для этих трёх значений  $P_1$  приведены  $K_{F\bar{F}}$  (рис. 5а) и  $K_{F\bar{F}}$  (рис. 5б) как функции от  $\alpha$ , найденные по функциональным зависимостям  $K_{F\bar{F}}$  и  $K_{F\bar{F}}$  от  $\cos \vartheta_F$ , представленных на рис. 3 и 4. В  $(\bar{F}\bar{F})$ -случаях принято, что данные на рис. 4 наилучшим образом согласуются с независимостью  $K_{F\bar{F}}$  от  $\cos \vartheta_F$ , поэтому на рис. 5б показаны усреднённые по всему интервалу  $\cos \vartheta_F$  значения  $K_{F\bar{F}}$  с соответствующим уменьшением статистических ошибок.

Наиболее важным обстоятельством нужно считать то, что для фиксированных значений  $P_1$   $K_{F\bar{F}}$  и  $K_{F\bar{F}}$  растут с ростом  $\alpha$ . Поскольку (см. (2)-(4))

$$f_{F\bar{F}}(P_1, \alpha) = f_F(P_1, \alpha) \cdot \rho_{F(\bar{F})} \cdot K_{F\bar{F}}(P_1, \alpha), \quad (6)$$

то из этого следует, что структурные функции  $\Phi_S$ , фрагментирующие в кумулятивные протоны в сопровождении вперёд летящих адронов, существенно отличаются от тех же функций для инклюзивного КП. И поскольку известно [11, 12], что  $f_F(P_1, \alpha)/P_1 \approx \text{const}$  в области  $\alpha \geq 1$  (кумулятивная область) является падающей функцией  $\alpha$ , то отсюда следует вывод:  $\Phi_S$ , фрагментирующие в КП в сопровождении вперёд летящих адронов, обогащены высокоимпульсными конститuentами по сравнению с  $\Phi_S$ , фрагментирующими в инклюзивные КП.

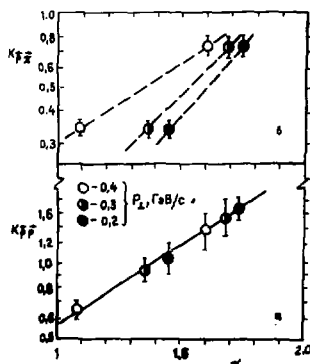


Рис. 5. Зависимости  $K_{F\bar{F}}(P_1, \alpha)$  (а) и  $K_{F\bar{F}}(P_1, \alpha)$  (б) от  $\alpha$  для трех значений  $P_1 = 0,2$  (○),  $0,3$  (●) и  $0,4$  (●) ГэВ/с. Для (а) линия проведена по точкам методом наименьших квадратов по соотношению  $K_{F\bar{F}} \sim \exp(\alpha \ln 2)$  с  $\ln 2 = 0,693$ . В случае (б) точки для данного  $\alpha$  соединены "от руки".

Для случая  $(\bar{F}\bar{F})$ -совпадений можно делать даже количественные оценки изменения жесткости структурной функции. В самом де-

ле, как видно из рис. 5а, все точки  $K_{F\bar{F}}(\alpha)$  для всех  $P_1$  лежат на одной и той же кривой, хорошо описываемой экспонентой

$$K_{\bar{p}p}(\alpha) = \text{const.} \cdot \exp(\alpha/\alpha_{0K}) \quad (7)$$

с  $\alpha_{0K} = 0,726 \pm 0,05$ . Из [11,12] известно, что в области  $P_{\perp} = 0,2 + 0,5$  ГэВ/с и  $\alpha > 1,0$   $f_{\bar{p}}(P_{\perp}, \alpha)$  достаточно хорошо факторизуется и  $f_{\bar{p}}(\alpha)_{P_{\perp}=c}$  неплохо описывается экспонентами  $f_{\bar{p}}(\alpha)_{P_{\perp}=c} \sim \exp(-\alpha/\alpha_c)$  с  $\alpha_c = 0,134 \pm 0,004$  (например, для  $P_{\perp} = 0,25$  ГэВ/с  $\alpha_c = 0,135 \pm 0,003$ , а для  $P_{\perp} = 0,5$  ГэВ/с  $\alpha_c = 0,148 \pm 0,004$ ). Из [15] следует, что в этом случае  $f_{\bar{p}p}(P_{\perp}, \alpha)$  также факторизуется и отструктурированная функция  $f_{\bar{p}p}(\alpha)_{P_{\perp}=c} \sim \exp(-\alpha/\alpha_{ppc})$  с  $\alpha_{ppc} = 0,165 \pm 0,06$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Komarov V.I. et al. Two-protons differential cross sections measured in proton-nucleus interaction at 640 MeV. JINR, Dubna, E1-12973, 1979.
2. Бабков Д.Д., Гаврилов В.Б., Зайцев Ю.М. и др. Изучение корреляций между вторичными протонами в реакции  $\pi^+A \rightarrow p\rho \dots p + A'$  нейтр. при импульсе  $\pi^+$ -мезона 3,7 ГэВ/с. Препринт ИТЭФ-103, Москва, 1976.
3. Frankel Sh. et al. Investigation of mechanisms determining the backward production of High Energy protons in p-nuclear reactions by means of the (P,2P) reaction in  ${}^6\text{Li}$ . University of Pennsylvania Report, No. UPR-0078E.
4. Воробьев Л.С., Гаврилов В.Б. и др. Корреляции между вторичными частицами в  $\pi^+A$  - взаимодействиях при 3,7 ГэВ/с. Письма в ЖЭТФ, т. 26, вып. 2, стр. 113, 1977.
5. Андроненко М.Н., Вольнин Е.Н. и др. Корреляционные измерения в реакциях расщепления ядер с вылетом протонов под углом  $109^\circ$ . Препринт ЛИАФ-990, Ленинград, 1984.
6. Алабян К.В. и др. Пробный детектор для исследования фото-ядерных реакций с выходом тяжелых частиц. Препринт ЕФИ-155(76), Ереван, 1977.
7. Алабян К.В. и др. Анализ угловых распределений кумулятивных протонов. Изв.АН АрмССР, физика, 1984, т.19, вып.4, стр.177-184.
8. Азминов С.А. и др. Исследование корреляций при множественном рождении частиц. В об.: "Множественные процессы при высоких энергиях". "Фан", Ташкент, 1976.
9. Алабян К.В. и др. Угловые зависимости параметров  $\beta$  и  $C$  нормированного сечения  $\rho = C \cdot \exp(-\beta P_{\perp}^2)$  реакции  $\pi^+A \rightarrow p + A'$  при максимальной энергии тормозных  $\gamma$ -квантов 4,5 ГэВ. Яф, т.26, вып. 5, стр. 1018, 1977.

10. Стрикман М.И. , Франкфурт Л.Л. Проявление короткодействующих парных корреляций в рождении кумулятивных нуклонов при высоких энергиях. ЯФ, 1979, т. 29, вып. 2, стр. 490-506.
11. Егиян К.Ш. О факторизации структурных функций в процессе кумулятивного фоторождения протонов. ЯФ, 1983, т. 37, вып. 5, стр. 1229-1232.
12. Аламакян К.В. и др. Структурная функция ядер  $^{12}\text{C}$ ,  $^{63}\text{Cu}$ ,  $^{208}\text{Pb}$  в процессе фоторождения кумулятивных протонов. ЯФ, 1985, т.41, вып. 2, стр. 353-356.

# КОРРЕЛЯЦИИ КУМУЛЯТИВНЫХ ПРОТОНОВ В АДРОН-ЯДЕРНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯХ

Ю.Д.Бажков, А.В.Власов, Л.С.Воробьев, В.Б.Гаврилов, Н.А.Горяинов,  
Ю.Г.Гришук, П.В.Дегтяренко, Е.А.Дорошкевич, Ю.В.Ефременко, М.В.Косов,  
С.Г.Кузнецов, С.В.Кулешов, Г.А.Лексин, Н.А.Пивник, А.В.Смирнитский,  
А.В.Ставинский, В.Б.Федоров, Б.Б.Шварцман

Институт теоретической и экспериментальной физики, Москва

Приводятся результаты измерения корреляционной функции  $R_2$  двух кумулятивных протонов:

$$R_2 = \frac{f_{12}(hA)f_{12}}{f_1 f_2}; \quad A = C, T, Pb,$$

где  $f_1 = E \frac{d\sigma}{d\Omega}$  - инклюзивное сечение вылета протона, а  $f_{12}$  - дважды инклюзивное сечение вылета пары протонов. Корреляционная функция протонов, вылетающих под углами  $\theta_{A,C}$ , близкими к  $90^\circ$ , с энергиями  $T = 50 + 320$  МэВ, измерена в реакциях  $pA \rightarrow ppX$  при импульсе 3; 7,5 ГэВ/с и  $\pi^+A \rightarrow ppX$  при импульсе 3 ГэВ/с. Экспериментальная установка представляла собой 16-канальный спектрометр, собранный на основе элементной базы БАС /1/. Вторичные протоны идентифицированы по времени пролета и энерговыделению в толстом (200 мм) сцинтилляторе.

Для реакции  $p(7,5 \text{ ГэВ/с})A \rightarrow ppX$  экспериментальные данные о зависимости  $R_2$  от угла разлета вторичных протонов  $\Psi$  (см. рис.2 из доклада Г.А.Лексина на этом семинаре) позволяют сделать следующие выводы:

- $R_2$  зависит от  $\Psi$ , причем зависимость для разных  $A$  разная;
- при малых  $\Psi$  ( $\Psi \lesssim 10^\circ$ ) наблюдается резкое увеличение  $R_2$ , обусловленное "узкими" корреляциями, главным образом сильным взаимодействием протонов в конечном состоянии (см. /2,3/ и ссылки в этих работах). Изменение  $R_2$  при малых  $\Psi$  на легком ядре более сильное, чем на тяжелом;
- исключая область углов ( $\Psi \lesssim 20^\circ$ ), где существенны узкие корреляции,  $R_2$  растет с ростом  $\Psi$ , причем тем быстрее, чем меньше  $A$  (/4,5,6/);
- $R_2$  для тяжелого ядра больше единицы при всех  $\Psi$ ;
- для легкого ядра существует область углов  $\Psi$ , где  $R_2 < 1$ ;
- при  $\Psi$ , близких к  $180^\circ$ ,  $R_2$  уменьшается с ростом  $A$ .

На рис. 1 приведена зависимость  $R_2$  от  $\Psi$  для  $pPb$ -взаимодействий при начальном импульсе 3 и 7,5 ГэВ/с. Из рисунка видно, что  $R_2$  зависит от импульса начального протона  $p_0$  так, что уменьшение  $p_0$  приводит к уменьшению  $R_2$  и усилению зависимости  $R_2$  от  $\Psi$ . Зависимости  $R_2(\Psi)$  для  $p(3 \text{ ГэВ/с})Pb$ - и  $p(7,5 \text{ ГэВ/с})Tc$ -взаимодействий оказались подобны, так что

$R_2(\Psi) (pTc; 7,5 \text{ ГэВ/с}) \approx \text{const} \cdot R_2(\Psi) (pPb; 3 \text{ ГэВ/с})$ ,  
где  $\text{const} > 1$ .

Зависимость  $R_2$  от  $\Psi$  вне области "узких" корреляций будем характеризовать параметром  $\beta$ :

$$\beta = -\frac{1}{R_2} \frac{dR_2}{d\cos\Psi} = -\frac{1}{\sin\Psi} \frac{d\sin\Psi}{d\cos\Psi} = -\frac{d\ln R_2}{d\cos\Psi},$$
  
т.е.  $R_2(\Psi)$  параметризуем в виде  $R_2(\Psi) = R_2(0) \exp\{-\beta(\cos\Psi - 1)\}$ .

Параметр  $R_2(0)$  имеет смысл экстраполяции  $R_2(\Psi)$  в область узких корреляций.

На рис. 2 приведена  $A$ -зависимость параметра  $\beta$ . Видно, что  $\beta$  зависит как от  $A$ , так и от  $p_0$ . При уменьшении  $p_0$   $\beta$  увеличивается тем больше, чем тяжелее ядро.

На рис. 3 приведена зависимость  $\beta$  от нормированного интегрального выхода  $\rho = f_i / \Sigma_i$ . Интегральные выходы кумулятивных протонов в том же диапазоне  $\Theta, T$  были измерены (в отн.ед.) в данной работе и использованы при вычислении корреляционных функций  $R_2$ . Данные не противоречат зависимости  $\beta(\rho) \sim \rho^{-1}$  (прямая на рисунке).

Величину  $\Delta$ , обусловленного узкими корреляциями, можно характеризовать параметром  $\Delta$ :

$$\Delta = \frac{R_2(\Psi=6^\circ) - R_2(0)}{R_2(0)}.$$

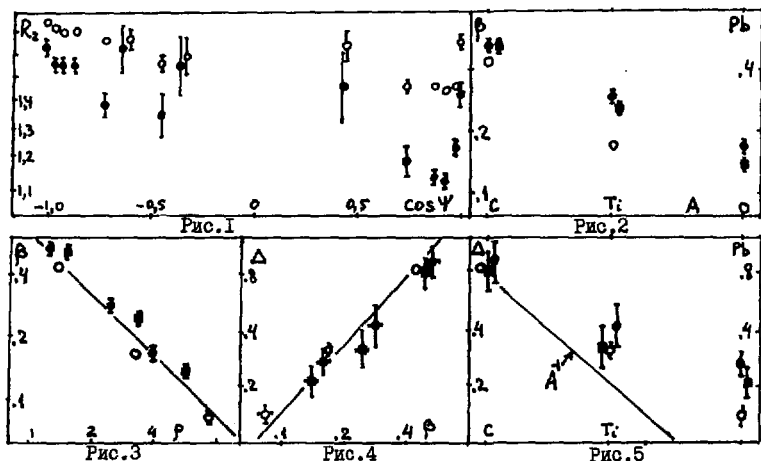
Зависимость  $\Delta$  от  $A$  приведена на рис. 4. Видно, что  $\Delta$  уменьшается с ростом  $A$ . При изменении  $p_0$  от 3 до 7,5 ГэВ/с  $\Delta$  на тяжелом ядре уменьшается; на легком ядре меняется слабо.

Зависимости  $\Delta$  и  $\beta$  от  $A$  и  $p_0$  подобны. На рис. 5 приведена зависимость  $\Delta$  от  $\beta$ . В первом приближении параметры  $\Delta$  и  $\beta$  оказались пропорциональны друг другу.

Достигнутая статистическая точность позволяет поставить вопрос о зависимости  $\beta(\Psi)$ . Для этого  $R_2(\Psi)$  (при  $\Psi > 20^\circ$ ) была параметризована в виде

$$R_2(\Psi) = R_2(180^\circ) \exp\left\{-\beta_{180}(\cos\Psi + 1) - \frac{1}{4}(\beta_0 - \beta_{180})(\cos\Psi + 1)^2\right\}.$$

Смысл параметров  $\beta_0$  и  $\beta_{180}$  - значение  $\beta$  при малых и при больших  $\Psi$  соответственно. Для  $p(7,5 \text{ ГэВ/с})C$ -взаимодействий



о-р(7,5 ГэВ/с); ●-р(3,0 ГэВ/с); ■-π\*(3,0 ГэВ/с);  $R_2, \psi, \beta, \Delta$ , описаны в тексте

получено  $\beta_0 = -0,12 \pm 0,12$ ;  $\beta_{10} = 0,98 \pm 0,11$  ( $\chi^2/\text{д.с.} \approx 1,0$ ). Тенденция  $\beta_{10} > \beta_0$  наблюдается и в других случаях.

Обсуждение полученных результатов удобно начать с данных об узких корреляциях. Известно [2], что узкие корреляции чувствительны к размерам области, из которой вылетают протоны. Доминирующим является вклад сильного взаимодействия в конечном состоянии. Высота пика обратно пропорциональна объему  $V$  области, из которой вылетают вторичные протоны, т.е.  $\Delta \sim V^{-1}$ .

Из рис. 4 видно, что  $\Delta$  меняется с  $A$  слабее, чем  $A^{-1}$ . В рамках приближения  $\Delta \sim V^{-1}$  это означает, что объем области, из которой вылетают вторичные протоны, увеличивается с ростом  $A$ , но медленнее, чем объем ядра. Для ядра Рb  $\Delta$  меняется при изменении  $R_0$ . Это можно интерпретировать как увеличение с ростом  $R_0$  от 3 до 7,5 ГэВ/с объема области, из которой вылетают вторичные протоны. В [3] на основании слабой зависимости размеров от  $A$  и различия зависимостей  $R_2$  от продольной и поперечной (по отношению к  $\vec{P}_0$ ) компонент относительного импульса был сделан вывод, что вторичные протоны вылетают из области, имеющей форму "трубки", поперечные размеры которой порядка размера адрона, а продольные - размера ядра. Оставаясь в рамках этой картины, на основании полученных в данной работе результатов можно добавить, что продольные размеры "трубки"

увеличиваются с ростом  $P_0$  и достигают размеров ядра только при достаточно большом  $P_0$ . Так, для ядра углерода  $P_0 = 3$  ГэВ/с, по-видимому, достаточно большой импульс, а для ядра  $P_b$  - нет.

Связь  $\beta$  и  $\rho$  (рис. 3) представляется естественной, если считать, что зависимость  $R_2(\Psi)$  при  $\Psi > 20^\circ$  определяется числом частиц, участвующих в реакции  $\langle n \rangle$ . Пусть начальная частица  $\nu$  раз взаимодействует внутри ядра  $\rho \sim f_1 \sim \langle n \rangle$ . Коррелированными по  $\Psi$  оказываются частицы, вылетающие из одного взаимодействия, поэтому  $f_{12}$  удобно представить в виде суммы:

$$f_{12} = f_{12}^{(1)}(\Psi) \langle n \rangle + f_{12}^{(2)} \langle n(n-1) \rangle; f_1 = f_1^{(1)} \langle n \rangle,$$

где верхний индекс обозначает частицы, вылетевшие из одного или из двух разных взаимодействий. Отсюда легко получить

$$R_2 = \frac{f_{12}^{(1)}(\Psi)}{f_1^{(1)} f_1^{(1)}} \frac{\sigma_{in}}{\langle n \rangle} + \text{const},$$

откуда в приближении  $R_2(A) \approx \text{const}$  следует  $\beta \sim \langle n \rangle^{-1} \rho^{-1}$ .

На рис. 5 была приведена зависимость  $\Delta$  от  $\beta$ . В приближении  $\Delta \sim \nu^{-1}$  и  $\beta \sim \rho^{-1} \sim \langle n \rangle^{-1}$  наблюдаемая связь  $\Delta$  и  $\beta$  означает, что  $\langle n \rangle \sim \nu$ , т.е. число частиц, участвующих в реакции, прямо пропорционально объему области, в которой происходит реакция.

Величину  $\beta$ , характеризующую  $\Psi$ -зависимость  $R_2$  для протонов, вылетающих из одного взаимодействия, обозначим  $\beta^*$ . Для оценки  $\beta^*$  воспользуемся результатом измерения  $\beta$  для легкого ядра при больших  $\Psi$ , где вклад протонов, вылетающих из разных взаимодействий, минимален. Наличие такого вклада уменьшает  $\beta$ . Поэтому  $\beta^* \geq \beta_{180} \approx 1$ .

Величину  $\beta^*$  можно сопоставить с известными данными [7] о зависимости инклюзивных сечений рождения кумулятивных частиц от  $T$  и  $\theta$ , рассматривая пару вторичных протонов как одну частицу и используя переменные, относящиеся к паре протонов, как целому.

В качестве такой переменной можно быть выбрано т.н. кумулятивное число  $Q$ , переменная светового конуса  $\alpha$ ,  $p_\perp$ ,  $\omega = p - T \cos \theta$ ,  $k = p + T$  и т.д. Для всех этих переменных экспериментальные данные не противоречат предположению

$$\frac{1}{f_1} \frac{df_1}{d\xi} \approx \frac{1}{f_{12}} \frac{df_{12}}{d\xi}, \quad (*)$$

где под  $\xi$  понимается  $Q$ ,  $p_\perp$ ,  $\omega$ ,  $k$ . Соотношение (\*) относится к одному взаимодействию внутри ядра. Одним из следствий (\*) является усиление  $\Psi$ -зависимости  $R_2$  при увеличении импульсов вторичных протонов.

Учет зависимости множественности  $n$  от прицельного параметра увеличивает величину  $R_2$ . Если длина "трубки" на свинце при 3 ГэВ/с не достигает максимального значения, то зависимость от прицельного параметра уменьшается и, следовательно, уменьшается  $R_2$ . Наблюдаемое соотношение  $R_2(pTc; 7.5 \text{ ГэВ/с}) > R_2(pPb; 3 \text{ ГэВ/с})$  качественно согласуется с описанной картиной, хотя полностью объяснить величину  $R_2$  на тяжелых ядрах учетом только этого фактора, - по-видимому, нельзя /4/.

### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Ю.Д.Баяков и др. ПТЭ, 3, 1982, с. 25.
2. S.E.Koonin. P.J., 70B, 1977, p.43.
3. Ю.Д.Баяков и др. ЯФ, 34, 1981, с.95; ЯФ, 36, 1982, с. 915.
4. Ю.Д.Баяков и др. Препринт ИТЭФ-I26, 1984; ИТЭФ-53, 1985.
5. К.Г.Гуламов, У.Г.Гулямов, Г.М.Чернов. ЭЧАЯ, т.9, 1978, с.554.
6. А.В.Арефьев и др. ЯФ, 27, 1978, с. 716; Препринт ИТЭФ-I03, 1976.
7. А.М.Балдин и др. ЯФ, 18, 1973, с. 79; Сообщение ОИЯИ,PI-83-432, Дубна, 1983.
- Ю.Д.Баяков и др. ЯФ, 18, 1973, с. I246; Препринт ИТЭФ-I48, 1983.

АЗИМУТАЛЬНЫЕ КОРРЕЛЯЦИИ ВО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯХ  
ПРОТОНОВ С ЛЕГКИМИ ЯДРАМИ

Сотрудничество: Варшава - Дубна - Кошице - Москва -  
Страсбург - Тбилиси

В.В.Глаголев, Р.М.Лебедев, Г.Д.Пестова, И.Урбан  
Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

П.Зелински, Т.Собчак, И.Стэпаник  
Институт ядерных проблем, Варшава

М.Бано, М.Семан, Л.Шандор  
Институт экспериментальной физики САН, Кошице

А.Дирнер, Г.Мартинска, Й.Паточка, Й.Хлавачова  
Университет им. П.И.Шафарика, Кошице

К.У.Хайретдинов  
Физический институт АН СССР, Москва

Г.Браун, Ж.-П.Жербер, П.Клио, А.Мималон  
Центр ядерных исследований, Страсбург

А.К.Качаравя, М.С.Ниорадзе, З.Р.Салуквадзе  
Институт физики высоких энергий Тбилисского государственного  
университета

ВВЕДЕНИЕ

В последние годы во многих экспериментальных исследованиях для аргументации в пользу тех или иных механизмов реакции привлекаются распределения по относительному азимутальному углу  $\varphi_{1-4}$ .

В настоящей работе на основе сравнения экспериментальных данных реакции  $^4\text{He} \rightarrow dppn$  с расчетами по модели Монте-Карло показана зависимость кинематических корреляций от типа выборки событий. Введено инвариантное представление результатов корреляционного анализа для эксклюзивных экспериментов. Получены новые результаты по взаимодействию пар нуклонов в конечном состоянии с образованием дейтрона.

## ЭКСПЕРИМЕНТ

Работа выполнена с помощью 100-см водородной пузырьковой камеры, экранированной в пучках ядер  ${}^4\text{He}$  с импульсами 8,6 и 13,5 ГэВ/с на синхрофазотроне ОИИИ.

После стандартной процедуры обработки были отобраны случаи реакции  ${}^4\text{He} p \rightarrow d p p n$ : 2783 события при 8,6 ГэВ/с и 619 событий при 13,5 ГэВ/с. Каждый из наборов в свою очередь был разделен на события с перезарядкой и без нее (прямой канал). Под перезарядкой подразумевались случаи, в которых после взаимодействия самой быстрой частицей в системе покоя ядра  ${}^4\text{He}$  был нейтрон.

В опубликованных ранее работах<sup>2,5/</sup> было показано, что обсуждаемая реакция идет главным образом через двукратное рассеяние протона, а дейтрон получает небольшой импульс ( $p < 0,7$  ГэВ/с) и имеет характеристики спектратора. При дальнейшем анализе мы будем использовать события с импульсом дейтрона до 0,7 ГэВ/с либо события, где дейтрон является самой медленной частицей в системе покоя ядра  ${}^4\text{He}$ . Указанные два множества сильно пересекаются.

## ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Мы будем далее рассматривать корреляции нуклонов. В качестве меры корреляции примем асимметрию распределений по относительному азимутальному углу пары нуклонов  $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ :

$$A = \frac{n(\varphi > 90^\circ) - n(\varphi < 90^\circ)}{n(\varphi > 90^\circ) + n(\varphi < 90^\circ)}.$$

При таком определении нуклоны, вылетающие в противоположные стороны, имеют  $A > 0$ . В случае малого числа вторичных частиц очевидно сильное влияние кинематики процесса. Так, в упругом рассеянии двух частиц угол разлета по азимуту равен  $180^\circ$  и асимметрия  $A = 1$ . Для трех частиц в конечном состоянии из условия  $\varphi_{12} + \varphi_{13} + \varphi_{23} = \pm 360^\circ$  и закона сохранения поперечного импульса  $\sum \vec{p}_i = 0$  следует, что  $\varphi_{ik} + \varphi_{ji} \geq 180^\circ$ . То есть на диаграмме  $(\varphi_{ik}, \varphi_{ji})$  все события располагаются выше диагонали.

В рассматриваемой реакции — 4 частицы и связи относительных азимутальных углов не столь очевидны.

Для удобства анализа выберем новые переменные. Ранее мы использовали инвариантное представление данных на диаграмме: асимметрия в зависимости от суммы средних быстрот нуклонов пары<sup>2/</sup>.

При этом нуклоны упорядочивались по скорости и им присваивались индексы 1, 2, 3, начиная с самого быстрого (лидера). Пары группировались по индексам (1,2), (1,3), (2,3). Неудобством такого представле-

Таблица I. Асимметрии распределений по относительному азимутальному углу для реакции  ${}^4\text{He}p \rightarrow dppn$  при 8,6 ГэВ/с и 13,5 ГэВ/с ( $P_d < 0,7$  ГэВ/с)

Индексы нуклонов	Импульс ядра ${}^4\text{He}$ (ГэВ/с)	Прямой канал	Перезарядка
1,2	8,6	$0,74 \pm 0,02$	$0,56 \pm 0,04$
	13,5	$0,71 \pm 0,05$	$0,51 \pm 0,11$
1,3	8,6	$0,44 \pm 0,02$	$0,35 \pm 0,04$
	13,5	$0,46 \pm 0,05$	$0,33 \pm 0,10$
2,3	8,6	$0,05 \pm 0,03$	$0,44 \pm 0,04$
	13,5	$0,06 \pm 0,04$	$0,42 \pm 0,10$

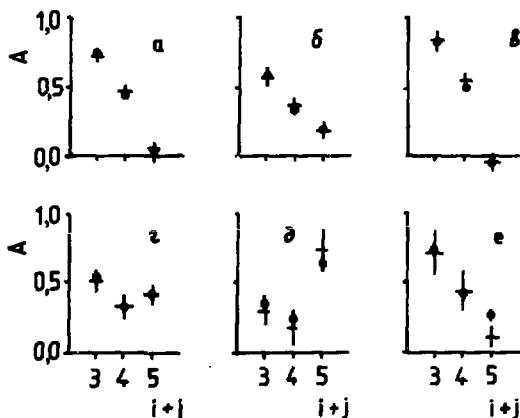


Рис. I. Зависимость асимметрии распределений по относительному азимутальному углу от суммы индексов нуклонов для реакции  ${}^4\text{He}p \rightarrow dppn$ :  
 ● - импульс  ${}^4\text{He}$  - 8,6 ГэВ/с; + - импульс  ${}^4\text{He}$  - 13,5 ГэВ/с; а, б и в - прямой канал; г, д и е - перезарядка; а и г - без обрезаний; б и д -  $|t| < 0,2$  (ГэВ/с)<sup>2</sup>; в и е -  $|t| > 0,2$  (ГэВ/с)<sup>2</sup>.

ния является растяжение шкалы быстрот с ростом энергии падающего ядра. Это неудобство снимается в результате использования зависимости асимметрии от суммы индексов нуклонов пары (3, 4 и 5).

В качестве примера приведем результаты для прямого канала и перезарядки реакции  ${}^4\text{He}p \rightarrow dppn$  при двух энергиях (рис.1 и табл.1). Взяты события с  $P_d < 0,7$  ГэВ/с в системе покоя ядра  ${}^4\text{He}$ . Видно хорошее совпадение данных, что свидетельствует о неизменности характера реакции. Одновременно заметно различие в поведении асимметрии для прямого канала и перезарядки. Это различие усугубляется при разбегении событий на группы с малыми и большими переданными импульсами:  $|t| < 0,2$  (ГэВ/с)<sup>2</sup> и  $|t| > 0,2$  (ГэВ/с)<sup>2</sup>. Здесь  $|t|$  — величина квадрата четырехимпульса, переданного от падающего протона к лидирующему нуклону в системе покоя ядра  ${}^4\text{He}$ . Результаты для событий, в которых дейтрон имеет наименьший среди вторичных частиц импульс для 8,6 ГэВ/с, приведены на рис. 2. Видно, что для пары с индексами (2, 3), то есть с суммарным индексом 5 (это — пара самых медленных в системе ядра  ${}^4\text{He}$  нуклонов), различие для прямого канала и перезарядки при  $|t| < 0,2$  (ГэВ/с)<sup>2</sup> возросло.

Естественен вопрос: как велика роль кинематических корреляций в наблюдаемых эффектах? Для его выяснения была проведена генерация событий методом Монте-Карло.

Генерация проводилась следующим образом. Импульсы ферми-твижения двух нуклонов в ядре  ${}^4\text{He}$  генерировались независимо с использованием волновой функции Басселя-Вилкина<sup>6/</sup> в предположении изотропии. Остатку-дейтрону приписывался импульс

$$\vec{P}_d = -(\vec{P}_1 + \vec{P}_2).$$

Накладывалось энергетическое условие  $E_1 + E_2 + E_d = m_{\text{He}}$ . Бралась масса реального дейтрона, а сход с массовой поверхности предполагался одинаковым для обоих нуклонов:

$$\sqrt{m_{\text{eff}}^2 + P_1^2} + \sqrt{m_{\text{eff}}^2 + P_2^2} + E_d = m_{\text{He}}.$$

Разыгрывались два последовательных рассеяния падающего протона на нуклонах массы  $m_{\text{eff}}$  с использованием дифференциального сечения упругого рассеяния, параметризованного к экспериментальным данным:

$$\frac{d\sigma}{dt} \sim e^{-b|t|}, \quad b = 5,8 \text{ (ГэВ/с)}^{-2} \quad 17/$$

Для канала с перезарядкой в одном из актов рассеяния использовалось сечение элементарной  $np \rightarrow pn$  перезарядки:

Таблица 2. Асимметрии распределений по относительному азимутальному углу для прямого канала реакции  ${}^4\text{He} p \rightarrow d p p n$  (8,6 ГэВ/с)

Индексы нуклонов		Все $ t $	$ t  < 0,2(\text{ГэВ/с})^2$	$ t  > 0,2(\text{ГэВ/с})^2$
1, 2	Эксперимент	$0,88 \pm 0,04$	$0,74 \pm 0,07$	$0,95 \pm 0,05$
	Расчет Монте-Карло	$0,86 \pm 0,03$	$0,65 \pm 0,05$	$0,97 \pm 0,04$
1, 3	Эксперимент	$0,45 \pm 0,03$	$0,22 \pm 0,05$	$0,55 \pm 0,04$
	Расчет Монте-Карло	$0,54 \pm 0,03$	$0,22 \pm 0,04$	$0,71 \pm 0,04$
2, 3	Эксперимент	$0,03 \pm 0,03$	$0,31 \pm 0,06$	$-0,09 \pm 0,04$
	Расчет Монте-Карло	$0,02 \pm 0,02$	$0,64 \pm 0,05$	$-0,31 \pm 0,03$

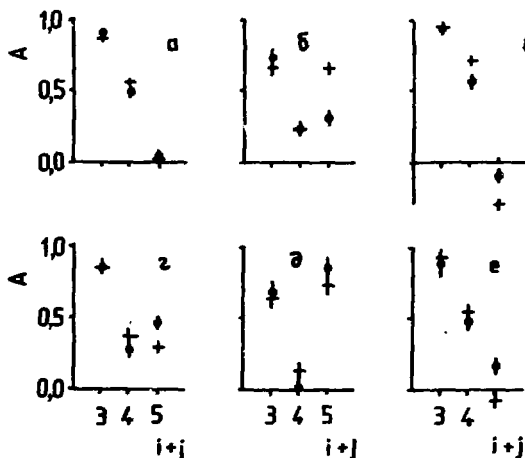


Рис.2. Зависимость асимметрии распределений по относительному азимутальному углу от суммы индексов нуклонов для реакции  ${}^4\text{He} p \rightarrow d p p n$  в случае, когда дейтрон является самой медленной частицей в системе покоя ядра  ${}^4\text{He}$ :  $\bullet$  - эксперимент при 8,6 ГэВ/с;  $+$  - расчет по модели Монте-Карло. Остальные обозначения те же, что и на рис. 1.

$$\frac{d\sigma}{dt} = a_1 e^{-\delta_1 |t|} + a_2 e^{-\delta_2 |t|}, \quad a_1 = 5,54, \quad v_1 = 26,6^{8/}, \\ a_2 = 4,12, \quad v_2 = 2,64.$$

Последнее было оправдано общим видом зависимости полного сечения перерезки от энергии для легких ядер и элементарного акта (рис.3).

Вывод каждого из нуклонов после рассеяния ( $P_0 + P_{off} \rightarrow P_1 + P_2$ ) на массовую поверхность обеспечивался при выполнении условия

$|t| > |t|_{\text{порога}}$ , где

$$t_{\text{порога}} = (P_0 - P_1)^2 = (P_{off} - P_2)^2 = m^2 + m_{off}^2 - 2m E_{off}.$$

В конце процедуры зависимость дифференциального сечения реакции от  $|t|$  приводилась к экспериментальной.

Полученные асимметрии распределений по относительному азимутальному углу двух нуклонов приведены в таблицах 2, 3, 4 вместе с экспериментальными результатами и показаны на рис. 2.

Видно хорошее качественное и неплохое количественное согласие результатов с расчетом. Обращает на себя внимание различие расчета и эксперимента для событий прямого канала с  $|t| < 0,2 \text{ (ГэВ/с)}^2$ , которое составляет около 5 стандартных отклонений. Наиболее естественным объяснением этого различия нам представляется уменьшение числа скоррелированных  $n\rho$ -пар (а в прямом канале два медленных нуклона - это нейтрон и протон) за счет взаимодействия в конечном состоянии. Этот результат прямо связан с полученными ранее данными об образовании дейтронов в реакциях  ${}^4\text{He}p \rightarrow ddp$  и  ${}^4\text{He}p \rightarrow dppn$ . В работе<sup>9/</sup> было показано, что существует конкуренция этих двух каналов с образованием "быстрого" дейтрона реакции  $ddp$  за счет коалесценции нуклонов отдачи с малым относительным импульсом.

В предположении, что при малых значениях  $|t|$  в канал  $ddp$  переходят  $n\rho$ -пары с большими относительными азимутальными углами ( $A = 1$ ), а при больших  $|t|$  - с малыми ( $A = -1$ ), можно оценить уменьшение асимметрии в реакции  ${}^4\text{He}p \rightarrow dppn$ :  $\Delta A =$

$= \frac{N_{ddp}}{N_{dppn} + N_{ddp}} (A - A_{dppn})$ . Здесь  $N$  означает число событий в соответствующем интервале  $|t|$ . Оценка дала для области  $|t| < 0,2 \text{ (ГэВ/с)}^2$   $\Delta A = 0,28 \pm 0,05$  ( $\Delta A_{\text{экс}} = 0,33 \pm 0,08$ ) и для  $|t| > 0,2 \text{ (ГэВ/с)}^2$   $\Delta A = -0,15 \pm 0,02$  ( $\Delta A_{\text{экс}} = -0,22 \pm 0,05$ ). Видно неплохое согласие результатов.

Описанный случай является примером динамической корреляции. В качестве другого примера можно привести эффект усиления корреляций

Таблица 3. Асимметрии распределений по относительному азимутальному углу для канала перезарядки реакции  ${}^4\text{He}p \rightarrow dppn$  (8,6 ГэВ/с)

Индексы нуклонов		Все $ t $	$ t  < 0,2$ ГэВ/с	$ t  > 0,2$ ГэВ/с
I,2	Эксперимент	$0,75 \pm 0,07$	$0,57 \pm 0,10$	$0,89 \pm 0,10$
	Расчет Монте-Карло	$0,75 \pm 0,06$	$0,53 \pm 0,08$	$0,93 \pm 0,09$
I,3	Эксперимент	$0,27 \pm 0,06$	$0,00 \pm 0,08$	$0,48 \pm 0,08$
	Расчет Монте-Карло	$0,36 \pm 0,05$	$0,13 \pm 0,07$	$0,55 \pm 0,07$
2,3	Эксперимент	$0,46 \pm 0,06$	$0,86 \pm 0,11$	$0,17 \pm 0,07$
	Расчет Монте-Карло	$0,29 \pm 0,05$	$0,74 \pm 0,09$	$-0,09 \pm 0,06$

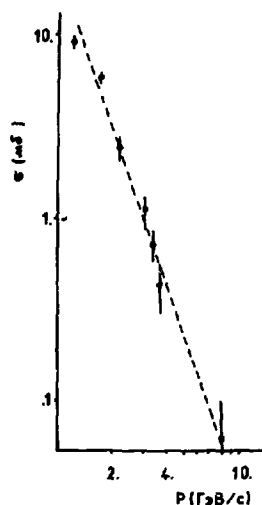


Рис.3. Зависимость поперечного сечения перезарядки от энергии: ● - для элементарного процесса  $np \rightarrow pn$ ; ○ - для  $dnp$ -взаимодействий при 3,33 ГэВ/с и  ${}^4\text{He}p$ -взаимодействий при 8,6 ГэВ/с и 13,5 ГэВ/с.

Таблица 4. Асимметрия распределений по относительному азимутальному углу пар нуклонов для прямого канала реакции  ${}^4\text{He}p \rightarrow dppn$  при 8,6 ГэВ/с и различных ограничениях на вылет самого медленного из нуклонов

Индексы нуклонов		Назад	Назад и $ P_z $ < 0,3 ГэВ/с	Назад и $ P_z $ > 0,3 ГэВ/с	Вперед	Вперед и $ P_z $ < 0,3 ГэВ/с	Вперед и $ P_z $ > 0,3 ГэВ/с
1,2	Эксперимент	$0,74 \pm 0,06$	$0,98 \pm 0,11$	$0,57 \pm 0,08$	$0,95 \pm 0,05$	$0,99 \pm 0,09$	$0,93 \pm 0,06$
	Расчет Монте-Карло	$0,84 \pm 0,07$	$0,91 \pm 0,09$	$0,70 \pm 0,11$	$0,86 \pm 0,03$	$0,96 \pm 0,06$	$0,82 \pm 0,04$
1,3	Эксперимент	$0,44 \pm 0,06$	$0,33 \pm 0,08$	$0,52 \pm 0,08$	$0,46 \pm 0,04$	$0,44 \pm 0,07$	$0,47 \pm 0,05$
	Расчет Монте-Карло	$0,38 \pm 0,06$	$0,38 \pm 0,07$	$0,40 \pm 0,10$	$0,58 \pm 0,03$	$0,43 \pm 0,05$	$0,65 \pm 0,04$
2,3	Эксперимент	$0,13 \pm 0,05$	$-0,09 \pm 0,08$	$0,31 \pm 0,07$	$-0,02 \pm 0,04$	$-0,03 \pm 0,07$	$0,11 \pm 0,04$
	Расчет Монте-Карло	$0,17 \pm 0,05$	$0,05 \pm 0,06$	$0,41 \pm 0,10$	$-0,01 \pm 0,03$	$-0,07 \pm 0,05$	$0,01 \pm 0,03$

в области максимумов в распределении по эффективной массе двух протонов из канала перезарядки реакции  ${}^4\text{He} \rightarrow dppn$  [2].

Однако при обычном полуинклюзивном подходе к изучению протон-ядерных взаимодействий проявления динамики могут быть подавлены сильными кинематическими корреляциями. Другой опасностью является попытка интерпретации корреляций в наборах событий, ограниченных какими-либо условиями. Для иллюстрации мы приводим в таблице 4 данные для прямого канала реакции  ${}^4\text{He} \rightarrow dppn$  при 8,6 ГэВ/с с различными ограничениями, накладываемыми на самый медленный из нуклонов в системе покоя  ${}^4\text{He}$ . Видна, например, значительная корреляция для случая, когда самый медленный из нуклонов вылетает назад и имеет импульс более 0,3 ГэВ/с. Сравнение с расчетами по модели Монте-Карло показывает, что корреляция эта кинематического характера.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе введено новое представление данных по азимутальным корреляциям в эксклюзивном анализе и показано, что характер реакции  ${}^4\text{He} \rightarrow dppn$  одинаков при импульсах 8,6 ГэВ/с и 13,5 ГэВ/с. Проведенные расчеты по методу Монте-Карло дают удовлетворительное объяснение общего характера поведения азимутальных корреляций кинематикой процесса. В то же время показано наличие ослабления кинематической корреляции, связанной с образованием дейтрона из скоррелированных нуклонов отдачи. Обращено внимание на необходимость проявлять осторожность при интерпретации корреляций пар нуклонов из ограниченных выборок.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Басова Е.С. и др. ЯФ, 1983, 37, стр. 123.
2. Зелинский П. и др. ЯФ, 1984, 40, стр. 482.
3. Agakishiev H.N. et al. JINR, E1-84-448, Dubna, 1984;  
JINR, E1-84-551, Dubna, 1984.
4. Агакишев Г.Н. и др. ОИЯИ, P1-84-551, Дубна, 1984.
5. Aladashvili B.S. et al. Acta Phys. Slov., 1981, 31, p.29.
6. Bassel R.H., Wilkin G. Phys. Rev., 1968, v.174, p.1179.
7. Banary O. et al. UCRL-20000NN, CERN, Geneva, 1970.
8. Aladashvili B.S. et al. Nucl. Phys., 1975, B86, p.461.
9. Bano M. et al. JINR, E1-86-78, Dubna, 1986.

FOUR-DIMENSIONAL JETS AS UNIVERSAL CHARACTERISTICS OF MULTIPLE PARTICLE PRODUCTION IN  
SOFT AND HARD INTERACTIONS

A.M. Baldin, B.V. Batyunya, L.A. Didenko, I.M. Gramenitsky,  
V.G. Grishin, A.A. Kuznetsov, G.M. Maneva, Z.V. Metreveli,  
P.P. Temnikov

Joint Institute for Nuclear Research  
Dubna

1. Introduction

The traditional analysis of the jet behaviour of secondary particles is commonly performed with the aid of variables "sphericity", "thrust" and others that are Lorentz-noninvariant quantities. The jet characteristics depend not only on the frame of reference, but also on the properties of colliding particles. A new method of describing multiple particle processes, which employs only Lorentz-invariant quantities, has been suggested in papers<sup>1,2/</sup> devoted to the study of relativistic nuclear collisions.

In the invariant method of analysing multiple particle production, the processes

$$I + II \rightarrow 1 + 2 + 3 + \dots \quad (1)$$

are considered in a space the points of which are the four-velocities  $u_i = P_i/m_i$ , where  $P_i$  are the four-momenta and  $m_i$  the masses of particles.

The positive invariant quantities having the meaning of the squared distances in this space

$$\theta_{ik} = -(u_i - u_k)^2 = 2[(u_i u_k) - 1], \quad (2)$$

where  $i, k = I, II, 1, 2, 3, \dots$ , are basic variables describing the relative particle motion.

The idea of introducing the  $\theta_{ik}$  variables consists in that in the cross sections of the processes (1) the following statistical regularity is realized: in definite domains of these variables the  $\theta_{ik}$  distributions decrease monotonously and rather rapidly with in-

creasing  $\delta_{ik} / V$ . This experimental fact can be formulated as a correlation depletion principle (CDP) in the relative velocity space. The CDP leads to that the distributions, describing multiple particle processes, are factorized in the four-velocity space  $\delta_{ik}$ , i.e., they decay into factors relating to different clusters in this space.

Using the CDP, a new approach to hadron jets has been formulated: the jet is considered as a cluster with relatively small  $\delta_{ik}$  values in the relative velocity space. The jet axis is determined as a single four-vector  $V$  that is extracted from the condition of minimum of the quantity:

$$\sum_K \theta_K = - \sum_K (V - u_K)^2. \quad (3)$$

Summation is performed for all the particles belonging to a separated group of particles. The quantity (3) is minimal for

$$V = \sum_K u_K / \sqrt{(\sum_K u_K)^2}. \quad (4)$$

The hadron jet production in soft  $\pi^- p$  and cumulative  $\pi^- C$  interactions at an incident pion momentum of 40 GeV/c has been studied using the traditional method<sup>3,4</sup>. The hadron jet properties in these interactions are compared with similar data for  $e^+e^-$  annihilation and deep-inelastic  $\nu(\bar{\nu})p$  scattering for equal energies in the c.m.s. Figure 1 presents possible diagrams of hadron jet production in the processes in question. As shown in these papers, in soft

$\pi^- p$  and cumulative  $\pi^- C$  interactions it is observed the production of two hadron jets, emitted in the forward and backward hemispheres in the c.m.s., which can be due to the fragmentation of noninteracting quark from incident  $\pi^-$  meson and diquark from proton or a multiquark system of carbon nucleus. The main conclusion of this analysis lies in that the fragmentation functions of quarks into hadrons are similar for these different processes. The same

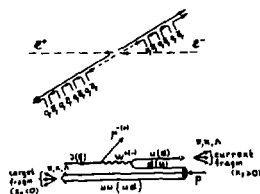


Fig. 1. The diagrams of different processes.

can be said of the fragmentation functions of diquarks in the interactions under study. However, the fragmentation functions of quarks  $F_q(x_F)$  and diquarks  $F_{qq}(x_F)$  into hadrons are different. Thus, it has been shown<sup>/3,5/</sup> that the  $F_q(x_F)$  and  $F_{qq}(x_F)$  functions for  $\pi^\pm$  mesons produced in  $\pi^-p$  and  $\bar{\nu}(\bar{\nu})p$  collisions can be approximated by an exponential dependence

$$F_q(x_F) = A_q \exp(-\alpha_q |x_F|)$$

$$F_{qq}(x_F) = A_{qq} \exp(-\alpha_{qq} |x_F|) \quad , \quad (5)$$

where  $\alpha_q = 4.9 \pm 0.2$  and  $\alpha_{qq} = 9.4 \pm 0.5$  for  $\pi^-$  mesons, i.e., they differ by a factor of approximately 2.

The results of comparison of soft hadron interactions at various energies have shown that the hadron jet properties depend on collision energy.

However, as is shown below, the difference in the jet characteristics is due to a relativistic noninvariant approach.

In this paper we present results of the study of hadron jet production by the new method in various processes ( $pp$ ,  $\bar{p}p$ ,  $\pi^-p$ ,  $\pi^-C$ ,  $pC$ ,  $pTa$  and  $\bar{\nu}N$ ) over a wide energy range from 6 to 205 GeV/c. The main result of this analysis is the discovery of the fact that the four-dimensional hadron jets are universal.

## 2. Experimental Method

The present analysis was performed using a set of experimental data on hadron-hadron, hadron-nucleus and  $\bar{\nu}N$  interactions. The types of interactions and event statistics are presented in Table 1.

Table 1.

Statistics of Events

NN	Type of collision	$P_{lab}$ GeV/c	Statistics
1	$pp$	205	5025
2	$\pi^-p$	40	17376
3	$\pi^-C$	40	8791
4	$\bar{p}p$	22.4	44877
5	$\bar{p}p$	12	72099
6	$\bar{p}p$	5.7	68103
7	$p(C_3H_8)$	10	2732
	$pTa$	10	1913
8	$\bar{\nu}N$	$\langle E_s \rangle = 35$ GeV	8000

The data on 40 GeV/c  $\pi^-p$  and  $\pi^-C$  interactions and 22.4 GeV/c  $\bar{p}p$  collisions were obtained with the aid of a 2m propane and a 2m hydrogen ("Ludmila") bubble chambers exposed to  $\pi^-$  and  $\bar{p}$  beams at the Serpukhov accelerator. The results for 10 GeV/c  $p(C_3H_8)$  and  $pTa$  interactions were obtained by irradiating the 2m propane bubble chamber with  $Ta$  plates inside its working volume at the Synchrophasotron. The data on 205 GeV/c  $pp$  collisions and 5.7 and 12 GeV/c  $pp$  collisions were obtained with the help of the 76 cm hydrogen chamber (FNAL) and the 81 cm and 2m hydrogen chambers (CERN).

The data on  $\bar{\nu}N$  interactions were obtained with the aid of a 15-foot bubble chamber filled with a neon + hydrogen mixture (64% of Ne atoms) at the FNAL accelerator by the IHEP-ITEP-FNAL-Michigan University Collaboration. The chamber was exposed to a beam of muon antineutrinos with a broad energy spectrum. Altogether ~8000 interactions were measured

$$\bar{\nu} + N \rightarrow \mu^+ + \sum_i h_i,$$

in which  $E_\mu > 4$  GeV and  $E_\nu > 10$  GeV; in this case  $\langle E_\nu \rangle = 35$  GeV<sup>6/</sup>.

The experimental details are described in refs.<sup>6-13/</sup>. Data summary tapes containing information on the kinematical parameters of events were used in this analysis. Secondary protons were identified by ionization from 0.18 to 0.8 GeV/c in the propane chamber and from 0.1 to 1.5 GeV/c in the hydrogen chambers. The remaining charged particles were classified as  $\pi^+$  mesons. In order to obtain the jet characteristics under identical experimental conditions, protons with  $P_{lab} > 0.8$  GeV/c were taken to be  $\pi^+$  mesons in all the experiments.

Neutral strange particles ( $K_S^0, \Lambda^0$ ) were identified by the decays into charged particles ( $K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ ,  $\Lambda^0 \rightarrow p\pi^-$ ).

### 3. Hadron Jet Selection

The selection of the particles belonging to the jet is made by means of relativistic invariant variables<sup>14/</sup>:

$$\alpha_P^i = \frac{m_i}{m_I} \cdot \frac{(u_i u_{II})}{(u_I u_{II})}$$

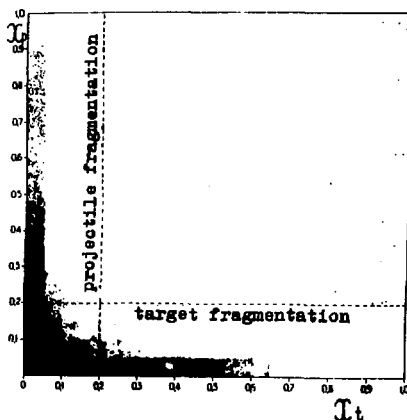
and

$$\alpha_t^i = \frac{m_i}{m_{II}} \cdot \frac{(u_i u_I)}{(u_I u_{II})} \quad (6)$$

where index I denotes an incident particle, II a target and i secondary particles. For the case of nuclear collisions the atomic mass unit  $m_p = 931$  MeV is substituted for  $m_{II}$ .

The 4-momentum fraction of primary hadrons carried away by se-

condary particles is characterized by the  $\mathcal{X}_p$  and  $\mathcal{X}_t$  variables. Figure 2 illustrates a two-dimensional  $\mathcal{X}_t$  and  $\mathcal{X}_p$  diagram for  $\pi^\pm$  mesons from  $\pi^-C$  interactions at  $P = 40$  GeV/c that has a typical form for all the processes under investigation. The region of large  $\mathcal{X}_t$  values corresponds to the target fragmentation and  $\mathcal{X}_p$  the beam fragmentation. As seen from fig.2, already for  $\mathcal{X}_p(\mathcal{X}_t) > 0.1$  and  $\mathcal{X}_t(\mathcal{X}_p) < 0.1$  the beam and target fragmentation regions are rather well separated. Therefore the  $\pi^\pm$  mesons, for which  $\mathcal{X}_t > 0.1$  and  $\mathcal{X}_p < 0.1$ , were attributed to the jet produced in the target fragmentation region; the pion with  $\mathcal{X}_p > 0.1$  and  $\mathcal{X}_t < 0.1$  were selected in the beam fragmentation region. Approximately 2% of particles are in the overlap region ( $\mathcal{X}_p > 0.1$  and  $\mathcal{X}_t > 0.1$ ) where the particles cannot be attributed to one or another jet. With larger probability these particles are due to hard processes as their average transverse momentum is  $1.7 \pm 0.1$  GeV/c. In addition, in the range  $\mathcal{X}_t < 0.1$  and  $\mathcal{X}_p < 0.1$  the quark-quark interaction is assumed to manifest itself significantly in hadron-hadron<sup>/3/</sup> and hadron-nucleus collisions, and hence it is excluded from the consideration.



**Fig.2.** The  $\mathcal{X}_t$  and  $\mathcal{X}_p$  distributions of secondary  $\pi^\pm$  mesons in  $\pi^-C$  collisions at 40 GeV/c. The fragmentation region  $\mathcal{X}_{t,p} > 0.2$  is denoted by the broken line.

For more strict selection criteria the  $\pi^\pm$  mesons with  $\mathcal{X}_t > 0.2$  and  $\mathcal{X}_p < 0.2$  were attributed to the jet in the target fragmentation region and the ones with  $\mathcal{X}_p > 0.2$  and  $\mathcal{X}_t < 0.2$  in the beam fragmentation region.

Diffraction events were excluded from hadron-hadron collisions when comparing various types of interactions.

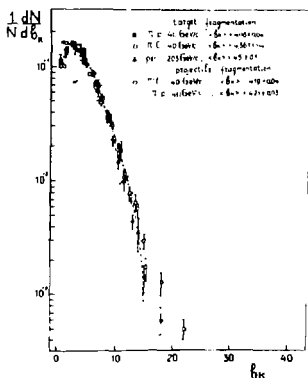
#### 4. Hadron Jet Properties in Hadron-Hadron and Hadron-Nucleus Interactions

To understand the features of the new approach to the analysis of the hadron jet properties, it is useful to consider some noninvariant characteristics of the jets separated in the c.m.s. of hadron-hadron ( $\pi^+p$  and  $\bar{p}p$ ) collisions. In this analysis the fragmenting quark and diquark are assumed to carry away practically all the energy of primary hadrons ( $\sim 90\%$ ), therefore their c.m.s. is approximately coincident with the one of interacting hadrons. Table 2 presents the average values of the variables  $x_L = 2P_{||}^h/\sqrt{s}$ ,  $P_{\perp}$ ,  $\Theta_i$  and  $\Theta_{jet}$ . Here  $P_{||}$  and  $P_{\perp}$  are the longitudinal and transverse momenta of pions relative to the jet axis in the collision c.m.s.,  $\Theta_i$  is the angle by the particle vector  $\vec{P}_i$  with the jet axis and  $\Theta_{jet}$  the jet emission angle with respect to the collision axis.

As seen from the table, the presented characteristics depend on the primary energy and the type of a fragmenting system (quark or diquark). However, for the processes with the participation of hadrons and nuclei ( $hh$ ,  $hA$ ,  $\bar{p}N$  and others) the determination of the c.m.s. of interacting constituents is due to large uncertainties because of the distribution of quarks in these particles. Therefore for such processes the hadron jet properties should be described by means of the Lorentz invariant variables.

Figures 3+6 show the  $\theta_K$  distributions of  $\pi^-$  mesons normalized to unit for  $\pi^+p$ ,  $\pi^+C$ ,  $\bar{p}p$  and  $pp$  interactions in the beam and target fragmentation regions. Table 3 presents the average values of  $\langle \theta_K(\pi^-) \rangle$  in the jets for various types of interactions in the

fragmentation regions of the beam ( $x_p > 0.1$ ,  $x_t < 0.1$ ) and the target ( $x_t > 0.1$ ,  $x_p < 0.1$ ). The distributions in figs. 3+5 and the data of table 3 imply that the  $\theta_K$  distributions of  $\pi^-$  mesons in the jets has a universal character and depends on neither the energy nor the type of interactions for  $P_{lab} > 22$  GeV/c. Note



**Fig.3.** The  $\theta_K$  distributions of  $\pi^-$  mesons for 40 GeV/c  $\pi^+p$  and  $\pi^+C$  and 205 GeV/c  $pp$  collisions in the fragmentation region of beam ( $x_p > 0.1$  and  $x_t < 0.1$ ) and targets ( $x_t > 0.1$  and  $x_p < 0.1$ ).

Jet characteristics in the hh c.m.s.Table 2.

Type of collision	$P_{lab}$ GeV/c	Fragmentation region	$\langle X_1 \rangle$	$\langle P_t \rangle$ GeV/c	$\langle \theta_1^\circ \rangle$	$\langle \theta_{jet}^\circ \rangle$	$\langle \eta_{\pm} \rangle$
$\bar{p}p$	5.7	Target $(X_t \geq 0.2)$	0.271 $\pm 0.001$	0.346 $\pm 0.002$	37.4 $\pm 0.2$	33.3 $\pm 0.2$	2.070 $\pm 0.003$
$\bar{p}p$	12		0.260 $\pm 0.001$	0.380 $\pm 0.003$	31.5 $\pm 0.2$	25.4 $\pm 0.2$	2.063 $\pm 0.003$
$\bar{p}p$	22.4		0.274 $\pm 0.002$	0.407 $\pm 0.006$	24.8 $\pm 0.4$	19.7 $\pm 0.3$	2.050 $\pm 0.005$
$\bar{l}l^-p$	40		0.297 $\pm 0.004$	0.436 $\pm 0.008$	19.8 $\pm 0.4$	16.0 $\pm 0.3$	2.19 $\pm 0.02$
$\bar{l}l^-p$	40	Beam $(X_p \geq 0.2)$	0.326 $\pm 0.002$	0.420 $\pm 0.004$	17.8 $\pm 0.2$	14.0 $\pm 0.2$	2.09 $\pm 0.01$

Table 3

Type of collision	$P_{lab}$ , (GeV/c) W, GeV	Fragmentation region	$b_K(\pi^-)$ *
pp	205 ( $\sqrt{s} = 19.7$ )	target fragment.	$4.5 \pm 0.1$
$\pi^-p$	40 ( $\sqrt{s} = 8.7$ )	beam fragment.	$4.21 \pm 0.03$
$\pi^-C$	40	beam fragment.	$4.19 \pm 0.04$
$\bar{\nu}N$	$\langle W \rangle = 8$	current fragment.	$4.12 \pm 0.17$
$\pi^-p$	40 ( $\sqrt{s} = 8.7$ )	target fragment.	$4.06 \pm 0.04$
$\pi^-C$	40	target fragment.	$4.06 \pm 0.04$
$\bar{\nu}N$	$\langle W \rangle = 8$	target fragment.	$4.16 \pm 0.30$
$\bar{p}p$	22.4 ( $\sqrt{s} = 6.6$ )	target fragment.	$3.95 \pm 0.03$
$\bar{\nu}N$	$\langle W \rangle = 4.9$	current fragment.	$3.66 \pm 0.11$
$\bar{\nu}N$	$\langle W \rangle = 3.5$	current fragment.	$3.17 \pm 0.11$
$\bar{\nu}N$	$\langle W \rangle = 4.9$	target fragment.	$3.45 \pm 0.19$
$p(C_3H_8)+pTa$	10	target fragment.	$2.13 \pm 0.04$
$\bar{p}p$	12 ( $\sqrt{s} = 4.9$ )	target fragment.	$3.53 \pm 0.01$
$\bar{p}p$	5.7 ( $\sqrt{s} = 3.6$ )	target fragment.	$3.21 \pm 0.01$
$\bar{\nu}N$	$\langle W \rangle = 3.5$	target fragment.	$2.75 \pm 0.15$

\*) Statistical errors are presented in the Table. The systematic errors that are due to the incorrect identification of positive particles are 5-10%.

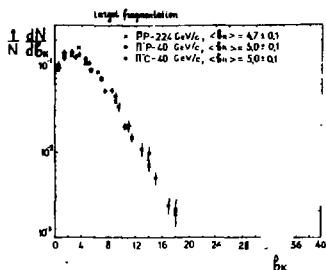
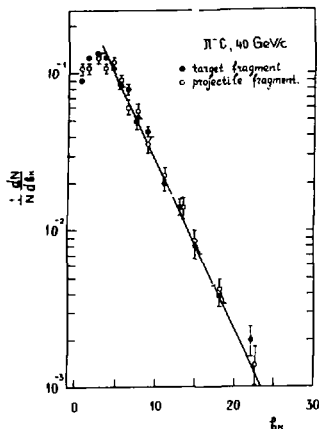
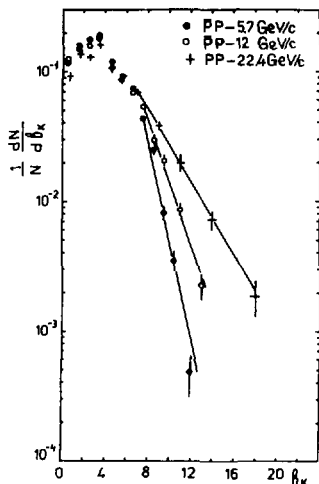


Fig.4. The  $b_K$  distributions of  $\pi^-$  mesons for 22.4 GeV/c  $\bar{p}p$  collision, 40 GeV/c  $\pi^-p$  and  $\pi^-C$  collision in the target fragmentation region.

that this universality manifest itself more distinctly when the selection of the particles belonging to the fragmentation regions ( $x_p > 0.2$ )



**Fig.5.** The  $\bar{\theta}_K$  distributions of  $\pi^-$  mesons for 40 GeV/c  $\pi^-$  interactions in the fragmentation region of target ( $x_t > 0.2, x_p < 0.2$ ) and beam ( $x_p > 0.2, x_t < 0.2$ ). The solid line is the approximation of the data by the exponential dependence.



**Fig.6.** The  $\bar{\theta}_K$  distributions of  $\pi^-$  mesons for 5.7, 12 and 22.4 GeV/c  $\bar{p}p$  collisions in the target fragmentation region ( $x_t > 0.2, x_p < 0.2$ ).

and  $x_t > 0.2$ ) becomes more strict (see figs.4 and 5). The agreement of the distributions for  $\pi^-p$  and  $\pi^-C$  interactions in the beam and target fragmentation regions means that the fragmentation functions of quarks, diquarks and multiquark systems into pions in these variables have a universal character in contrast to their description by means of the traditional noninvariant variables. From these data it also follows that the carbon nucleus has no influence on pion jet production which shows evidence for that it occurs outside the nucleus. From fig.6 and table 3 it is also seen that at  $P_{lab} > 22$  GeV/c the  $\bar{\theta}_K$  distributions become much narrower and the average values of  $\langle \bar{\theta}_K \rangle$  decrease. This fact can be due to a limitation of the phase volume for lower energies that leads to narrowness of the  $\bar{\theta}_K$  distributions. In addition, the fraction of annihilation processes increases (to ~40%) in  $\bar{p}p$  collisions at  $P_{lab} > 22$  GeV/c. According to the conventional notions<sup>15/</sup>, it can have a multijet character which also results in decreasing the  $\langle \bar{\theta}_K \rangle$  values. Of special interest is the study of cumu

relative jets, that are the jets produced out of quarks which are knocked out from the multiquark configurations, arising in the nuclei. As shown in <sup>17</sup>, the  $\langle \theta_K(\pi) \rangle$  values for the cumulative jets are close to the obtained ones for hadrons and hadron-nucleus interactions at  $P_{lab} > 22 \text{ GeV}/c$ .

Thus, the analysis of the  $\theta_K$  distributions of  $\pi^-$  mesons in the jets shows their universality which is independent of neither the collision energy at  $P_{lab} = 22 \div 205 \text{ GeV}/c$  nor the type of a fragmenting system ( $p$ ,  $\pi^-$ ,  $\bar{p}$  and  $C$ ). The squared mean 4-velocity of  $\pi^-$  mesons relative to the jet axis in the fragmentation of protons is characterized by  $\langle \beta_K \rangle \approx 4$ .

However, the above distributions of pions have been obtained by summation over all the decay modes involving pion production including pions - decay products of resonances ( $\rho$ ,  $\omega$ ,  $f$ ,  $\Delta^{++}$  and others). It is known that at high energies a large fraction of  $\pi^\pm$  mesons (>50%) in multiple particle processes is produced via resonance decays. In order to study the proton hadronization processes, the  $\theta_K$  distributions in the "first-rank" hadron jets should be considered. In this case the average  $\langle \beta_K \rangle$  values corresponds more correctly to the jet size in the relative velocity space. The experimental data allowed the  $\theta_K$  values to be estimated for  $\rho^0$  and  $\Delta^{++}$  particles. With this aim the jets were separated in which there were either  $\pi^+\pi^-$  pairs with  $M_{eff}(\rho^0) = 700 \div 840 \text{ MeV}$  for  $\pi^-\bar{p}$  collisions or  $\pi^+\bar{p}$  pairs with  $M_{eff} = 1.16 \div 1.32 \text{ GeV}$  for  $\bar{p}p$  interactions. The  $\langle \theta_K \rangle$  values equal to  $1.4 \div 2.1$  (table 4) for resonances are smaller than the value ( $\sim 4$ ) obtained previously for all  $\pi^-$  mesons. This means that the characteristic size of the hadron jets in the 4-velocity space in fact makes up  $\langle \theta_K \rangle \sim 2$ . The analysis of the  $\theta_K$  distributions in the jets of strange, e.g.  $K_S^0$  and  $\Lambda^0$ , particles is of particular interest. Table 5 presents the average  $\langle \theta_K \rangle$  values for these particles in  $\pi^-\bar{p}$ ,  $\pi^-C$  and  $\bar{p}p$  collisions in different fragmentation regions of primary hadrons. In the considered energy range  $P_{lab} = 22.4 \div 40 \text{ GeV}/c$  the  $\langle \theta_K \rangle$  values for  $K_S^0$  and  $\Lambda^0$  particles, as well as for pions, depend on neither the type of a fragmenting system ( $p$ ,  $\bar{p}$ ,  $\pi^-$ ,  $C$ ) nor the collision energy within the experimental errors. However, the average  $\langle \theta_K \rangle$  values for strange particles are 3÷4 times smaller than for pions. The mass dependence of the  $\theta_K$  distributions in the particle jets requires a further study. The observed universality of the hadron jet  $\theta_K$  distributions in soft hadron-hadron and hadron-nucleus collisions at  $P_{lab} > 22 \text{ GeV}/c$  means that the hadronization of quarks, diquarks and multiquarks systems in these variables is the same at high energies in contrast to the traditional noninvariant

Table 4

The  $\langle b_K \rangle$  values for  $p^0$  and  $\Delta^{++}$  particles

Type of collision	P GeV/c	Fragmentation region	Particles	$\langle b_K \rangle$
$\pi^- p$	40	Beam ( $x_p \geq 0.2$ ; $x_q < 0.2$ )	$\pi^+ \pi^-$ pairs $0.7 \leq M_{\text{eff}} \leq 0.84$ (GeV)	$2.16 \pm 0.03$
			$\pi^-$ (associative)	$2.7 \pm 0.01$
$\bar{p} p$	22.4	Target ( $x_t \geq 0.2$ ; $x_p < 0.2$ )	$\pi^+ p$ pairs $0.16 \leq M_{\text{eff}} \leq 1.32$ (GeV)	$1.41 \pm 0.07$
			$\pi^-$ (associative)	$3.55 \pm 0.12$

variables which give substantial dependences on the energy and type of a quark system. The universality of the hadron jet properties can be interpreted as a characteristic of colour charge interaction with QCD-vacuum.

#### 5. Hadron Jet Properties in Deep Inelastic $\bar{\nu} N$ Collisions

Interest has been aroused in the invariant method of analysing hadron jets applicable to hard processes, in which the jets are produced in the hadronization of colour objects in vacuum, and the comparison of their properties with the jet ones in soft hadron-hadron and hadron-nucleus collisions where we deal with colourless objects. It is of particular interest to analyse the hadron jet properties in deep inelastic lepton-nucleon collisions in which, according to the existing notations, the "isolated" (knocked-out) quark, hadronized in vacuum, and the diquark, whose hadronization is similar to the soft one of quarks and diquarks in hadron-hadron collisions, are produced.

For this purpose we have made the analysis of the hadron jet properties using the experimental material on  $\bar{\nu} N$  interactions obtained by the IHEP-ITEP-FNAL and Michigan University Collaboration. The statistics of events and the average  $\langle E_T \rangle$  value are presented in Table 1.

Average  $\langle b_k \rangle$  values for  $K_S^0$  and  $\Lambda^0$  particles

Table 5

P <sub>lab</sub>	Fragmentation region	Type of collision	$\langle b_k \rangle$ for $K_S^0$ mesons	$\langle b_k \rangle$ for $\Lambda^0$ particles
40 GeV/c	$x_p \geq 0.1$	$\bar{p}p$	$1.74 \pm 0.07$	$1.8 \pm 0.1$
	$x_t < 0.1$	$\bar{p}p$	$1.7 \pm 0.1$	$1.5 \pm 0.2$
	$x_t \geq 0.1$	$\bar{p}p$	$1.48 \pm 0.08$	$1.2 \pm 0.1$
	$x_p < 0.1$	$\bar{p}p$	$1.6 \pm 0.01$	$1.21 \pm 0.08$
22.4 GeV/c	$x_t \geq 0.2$	$\bar{p}p$	$1.52 \pm 0.06$	$0.94 \pm 0.05$
	$x_p < 0.2$			

The events with  $Q^2 = -q^2 > 1(\text{GeV}/c)^2$  and

$$x_B = Q^2 / 2 M \nu \gg 0.1 \quad (7)$$

have been selected to separate deep inelastic  $\bar{p}N$  collisions with valent u-quarks, where  $q$  is the four-momentum transferred to the nucleon,  $M$  the nucleon mass and  $\nu = E_{\bar{p}} - E_{\text{jet}}$  the energy of hadrons in the laboratory system. For separation of the multiple particle production region  $W^2 \gg 9 \text{ GeV}^2$  ( $W$  is the total hadron energy in the c.m.s.). According to these criteria, 2383 interactions are selected. The conditions  $\sum_i e_i = 0$  or 1 and  $n_N \leq 1$  ( $e_i$  is the charge of secondary particles and  $n_N$  the number of secondary nucleons in the interaction) are used to exclude nuclear effects that are due to cascade nucleon reproduction in the neon nucleus. As a result, we have selected for the analysis about 1000 events of deep inelastic  $\bar{p}$  collisions with valent u-quarks and  $W \gg 3 \text{ GeV}$ .

According to the traditional conceptions in  $\bar{p}N$  collisions, the particles with  $y_i^* > 0$  (where  $y_i^*$  is the rapidity in the hadron c.m.s.) are attributed to the knocked-out quark jet and those with  $y_i^* < 0$  to the jet produced by diquark from nucleon. For the pion jets selected in such a way (protons are not considered in this analysis) the jet

axis is taken by formula (4) and the  $\theta_k$  distribution (3) of  $\pi^-$  mesons is obtained by analogy with the hadron-hadron and hadron-nucleus collisions considered earlier. In order to clear up the energy dependence of the pion  $\theta_k$  distributions,  $\bar{p}N$  collisions are divided into three energy intervals:

I)  $W = 3 \div 4$  GeV, II)  $W = 4 \div 6$  GeV and III)  $W > 6$  GeV.

Table 6  
The Average  $\langle \theta_k \rangle$  Values and B Slope for  
 $\pi^-$  Mesons in  $\bar{p}N$  Collisions

W, GeV	Current Fragmentation		Target Fragmentation	
	$\langle \theta_k \rangle$	B	$\langle \theta_k \rangle$	B
$3 \div 4$	$2.8 \pm 0.1$	$2.5 \pm 0.3$	$2.54 \pm 0.12$	$2.22 \pm 0.26$
$4 \div 6$	$3.22 \pm 0.09$	$2.71 \pm 0.20$	$2.91 \pm 0.13$	$2.58 \pm 0.26$
$\geq 6$	$3.71 \pm 0.12$	$3.52 \pm 0.26$	$3.47 \pm 0.17$	$3.95 \pm 0.66$

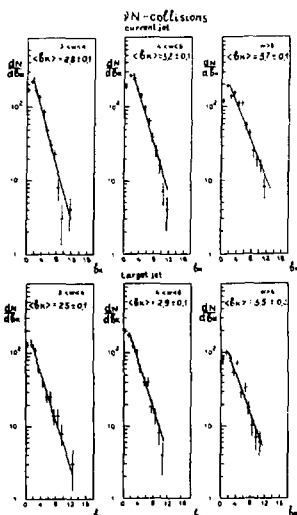


Fig. 7. The  $\theta_k$  distributions of  $\pi^+$  mesons in  $\bar{p}N$  collisions in the fragmentation region of current and target in different W energy intervals. The solid lines show the results of approximating data by the exponential dependence.

Figure 7 shows the  $\theta_k$  distributions of  $\pi^\pm$  mesons in the jets produced in the fragmentation of knocked-out quark and diquark for the three energy intervals of the hadron system. The  $\theta_k$  distributions of  $\pi^-$  mesons are the same as the distributions of  $\pi^+$  mesons. In the  $\theta_k > 2$  region all the distributions have an exponential character.

The average  $\langle \theta_k \rangle$  value and B slope distributions obtained by approximating by the dependence

$$dN/d\theta_K = A \exp(-\theta_K/B) \quad (8)$$

are given in Table 6.

As is seen from the table, the average  $\langle \theta_K \rangle$  and  $B$  values are similar within the experimental errors for the quark and diquark fragmentation at the same  $W$  energy and grow with increasing  $W$ . In this case the average jet size is equal to  $\langle \theta_K \rangle = 3.4$ .

For comparison with the data on hadron-hadron and hadron-nucleus collisions, the jets in  $\bar{p}N$  collisions are selected by  $\mathcal{O}$  variable cutting similarly to jet selection in soft hadron-hadron and hadron-nucleus collisions. Denote the jet production process in  $\bar{p}N$  collision as follows:

$$\bar{p} + N \rightarrow J_q + J_{qq} \quad (9)$$

where  $J_q$  is the knocked-out quark jet and  $J_{qq}$  the diquark jet. The particles, belonging to one or another jet are selected with the aid of the invariant variables:

$$\mathcal{O}_q^K = \frac{(P_{qq} \cdot P_K)}{(P_q \cdot P_{qq})} \gg 0,1 \quad (10)$$

$$\mathcal{O}_{qq}^K = \frac{(P_q \cdot P_K)}{(P_q \cdot P_{qq})} \gg 0,1 \quad (11)$$

$$P_q = x P_N + q; \quad P_{qq} = (1-x) P_N.$$

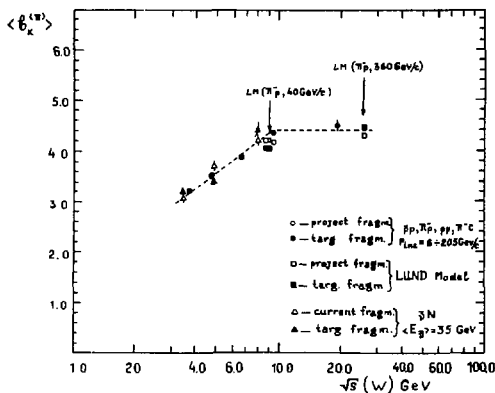
Here  $P_N$ ,  $P_K$  are the four-momenta of a nucleon and a  $K$ -th particle, indices  $q$  ( $qq$ ) the particles belonging to the jet of knocked-out quark or diquark. In addition, in order to separate hadrons in the overlap jet region, the following condition is used:  $\mathcal{Y}_K^* > 0$  for quark fragmentation and  $\mathcal{Y}_K^* < 0$  for diquark one. The  $\theta_K$  values of  $\pi^-$  mesons obtained in this jet selection for the three energy intervals are presented in Table 3. As seen from the table, the  $\langle \theta_K(\pi^-) \rangle$  values for  $\bar{p}N$  interactions coincide, within a single error, with the  $\langle \theta_K(\pi^-) \rangle$  value for the soft jets in hadron-hadron and hadron-nucleus collisions at equal energies  $\sqrt{s} = W$  in the c.m.s.

Thus, these results imply that the hadronization of quarks and diquarks in soft and hard interactions in the 4-velocity space is universal in character and independent of neither the production nor the properties of the colour quark system. All these data show evidence that the CDF is applicable to colour objects, and that the jet properties are determined by the neutralization of colour charge in vacuum.

Only such jet characteristics as a jet axis direction depend on the reaction mechanism.

### Conclusion

The analysis of hadron ( $\pi^-$ ,  $K_S^0$ ,  $\Lambda^0$ ) jet production in hadron-hadron, hadron-nucleus and  $\bar{\nu}N$  collisions in an energy range of  $P_{lab} = 6+205$  GeV has been made in the frame of the new relativistic invariant approach. The total statistics is approximately 228 thousand events.



**Fig. 8.** The dependence of the average  $\langle b_K \rangle$  values of  $\pi^-$  mesons in jets of various processes on  $\sqrt{S} = W$  in the c.m.s.

Figure 8 shows the main results of this analysis: the average  $\langle b_K \rangle$  values of the squared four-velocity for pions relative to the axis of the jets produced in different

( $\bar{\nu}p$ ,  $\pi^-p$ ,  $\pi^-C$ ,  $pp$ ,  $pC$ ,  $pTa$  and  $\bar{\nu}N$ ) processes depending on the energy  $\sqrt{S} = W$  in the c.m.s. The figure also presents similar  $\langle b_K \rangle$  calculations for  $\pi^-$  mesons in the beam and target fragmentations for 360 GeV ( $\sqrt{S} = 26$  GeV)  $\pi^-p$  collisions simulated by the LUND-model<sup>16/</sup>. The simulated distributions agree with the experimental  $\pi^-p$  data<sup>17/</sup>. As seen from the figure, the average  $\langle b_K \rangle$  values in the jets grow with increasing  $\sqrt{S} = W$ , and for  $\sqrt{S} > 6$  GeV they reach the asymptotic regime. The average pion jet size is  $\langle b_K \rangle \approx 4$ . This analysis has shown that the

$b_K$  distributions of hadrons in the jets have a universal character in soft and hard collisions independent of neither the type of a fragmenting system ( $N$ ,  $\pi^-$ ,  $\bar{p}$ ,  $C$ ,  $q$ ) nor the collision energy for  $P_{lab} > 22$  GeV/c ( $\sqrt{S} = W > 6$  GeV). This universality is due to interaction properties of colour charges with vacuum and means that the colour charge hadronization in vacuum has a statistical character independent of the production method. It reaches the asymptotic regime at  $E_q (E_q) > 3$  GeV.

The QCD calculation of these distributions as universal parameters of strong interaction physics is of particular interest.

We are pleased to thank the international groups of the 2m propane and the 2m hydrogen ("Ludmila") bubble chambers for the experimental material and useful discussions. The authors are also grateful to the CERN-Prague, Amsterdam - Helsinki - Liverpool - Stockholm and Argonne - Montreal - Toronto Collaborations for the use of their DST on 5.7 and 12 GeV/c  $\bar{p}p$  and 205 GeV/c  $pp$  collisions and to the IHEP-ITEP-FNAL and Michigan University Collaboration for the data on  $\bar{p}N$  collisions.

### References

1. A.M. Baldin and L.A. Didenko. In: JINR Rapid Communications, N 3-84, Dubna, 1984, p. 5; N 8-85, Dubna, 1985, p. 5.
2. A.M. Baldin. Nucl.Phys., A434(1985), p. 695;  
A.M. Baldin et al. Doklady Akad.Nauk, 1984, v. 279, p.1352.
3. V.G. Grishin et al. Yadernaya Fizika, 1983, v. 37, p. 915;  
Yadernaya Fizika, 1984, v. 41, p. 684.  
L.A. Didenko et al. JINR, E1-84-263, Dubna, 1984.
4. A.M. Baldin et al. JINR, E1-85-415, Dubna, 1985;  
V.G. Grishin et al. Yadernaya Fizika, 1985, v. 41, p. 371;  
A.M. Baldin et al. JINR, E1-85-675, Dubna, 1985.
5. P. Allen et al. Nucl.Phys., 1983, v. B214, N 3, p. 369.
6. J.P. Berge et al. Nucl.Phys., 1981, v. B184, p.13;  
1982, v. B203, p.1; 1982, v. B203, p.16.
7. Y. Cho et al. Phys.Rev.Lett., 1973, v. 31, p. 413.
8. BECDSSSTU-BW Collaboration, Phys.Lett., 1972, v. 39B, p. 371.
9. N.S. Angelov et al. Yad.Fiz., 1977, v. 25, p. 1013.  
JINR Communication, 1-12424, Dubna, (1979).
10. L. Abesalashvili et al. Phys.Lett., 52B, (1974), p. 236.  
E.G. Boos et al. Nucl.Phys., B121, 1977, p. 381.
11. H.W. Atherton et al. Nuovo Cim. 1975, v. 30A, p. 505.
12. P. Johnson et al. Nucl.Phys., B173, (1980), 77.
13. J. Dias de Deus. Nucl.Phys., B123 (1977), 240.
14. A.M. Baldin et al. JINR, P1-85-820, Dubna, 1985.
15. E.G. Boos et al. Phys.Lett., B85, (1979) 424;  
B.V. Batyunya et al. Z.Phys., C5(1980) 17;  
Phys.Script., 31 (1985) 103.
16. T.Sjostrand. LUND 82-3, March 1982.
17. P.D. Higgins et al. Phys.Rev.D., 1979, v. 19, N 1, p. 65;  
Phys.Rev.D, 1979, v. 19, N 3, p. 731;  
N.N. Biswas et al. Nucl.Phys., B167 (1980) 41.

# КУМУЛЯТИВНЫЕ, ГЛУБОКОНЕУПРУГИЕ ПРОЦЕССЫ И КВАРКОВАЯ СТРУКТУРА ЯДЕР

Бажанский И.И., Каптарь Л.П., Резник Б.Л., Титов А.И., Умников А.Ю.  
Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

## I. ВВЕДЕНИЕ

Идея А.М. Балдина о возможности использования кумулятивных адрон-ядерных<sup>/1/</sup> и глубоконеупругих лептон-ядерных реакций<sup>/2/</sup> для исследования кварковых распределений в атомных ядрах оказалась очень плодотворной. Экспериментально было установлено сильное отличие кварковых распределений в ядрах и свободных нуклонах как в области больших  $x$  ( $x \gg 1$ )<sup>/3,4/</sup>, так и в области малых  $x$  ( $x \ll 1$ )<sup>/5/</sup>. Причем наиболее сильным качественным эффектом явилось обнаружение в ядрах кварковых компонент с  $x \gg 1$  ( $x \sim 3+4$ )<sup>/3/</sup>, предсказанных А.М. Балдиным в первой работе по кумулятивному эффекту<sup>/1/</sup>. Последующие теоретические исследования показали, что главным источником "высокоимпульсных" кварковых компонент являются многокварковые конфигурации в ядрах<sup>/6,7/</sup>, так что кварковое распределение в ядрах может быть представлено в следующем виде:

$$q^A(x) = P_A \cdot \tilde{q}_N(x) + \sum_{i \neq N} P_{q_i}^i \cdot q_{i,x}(x/k), \quad (1)$$

где  $\tilde{q}_N(x)$  -кварковое распределение нуклонов в ядре с учетом ядерных поправок - релятивистского фермиевского движения, немассовых эффектов, влияния пионных полей,  $\Delta$  -изобар и т.д.;  $q_{i,x}(x/k)$  -кварковые распределения многокварковых компонент с соответствующими вероятностями -  $P_{q_i}^i$ . Представление  $q^A(x)$  в виде (1) позволило не только качественно понять увеличение фазового пространства в кинематически запрещенной области, но также количественно описать широкий круг экспериментальных данных<sup>/3/</sup>. Существуют, однако, и другие подходы,

объясняющие появление частиц в кумулятивной области, например, введение высокоимпульсных компонент за счет сильной многонуклонной корреляции на малых расстояниях в ядре<sup>/8/</sup> (вопрос об относительном вкладе высокоимпульсных нуклонных компонент рассмотрен в работе<sup>/9/</sup>). Поэтому представляет интерес рассмотреть процессы, в которых введение высокоимпульсных нуклонных или многокварковых компонент приводит к качественно различным результатам. Ниже мы рассмотрим два таких процесса: отношение выходов кумулятивных  $\pi^-$  и  $\pi^+$ -мезонов в  $pD$ -столкновениях в области фрагментации дейтрона и глубоконеупругое  $pD$ -рассеяние поляризованных мюонов на поляризованном дейтерии.

## 2. ОТНОШЕНИЕ ВЫХОДА $\pi^-$ И $\pi^+$ -МЕЗОНОВ В $pD$ -СТОЛКНОВЕНИЯХ

Известно, что отношение инвариантных сечений реакций  $pA \rightarrow \pi^+ \dots$ ,  $pA \rightarrow \pi^- \dots$  для случая  $A$  - протон много больше единицы:

$$R^{\pi^+/\pi^-} = \frac{d\sigma^{pp \rightarrow \pi^+}(x, p_t)}{d\sigma^{pp \rightarrow \pi^-}(x, p_t)} \sim 10 \div 5$$

при  $x = 0,1 \div 0,3$ <sup>/10-12/</sup>. Однако эксперименты, выполненные с тяжелыми ядрами мишени в кумулятивной области  $x > 1$ <sup>/13/</sup>, привели к неожиданному результату:  $R^{\pi^+/\pi^-} \approx 1$ , то есть относительно высокому выходу  $\pi^+$ -мезонов. Этот эффект пока еще до конца не понятен, однако ясно, что здесь наряду с многокварковыми компонентами, ответственными за выход в кумулятивную область, необходимо корректно учесть "ядерные" механизмы взаимодействия частиц в конечном состоянии - перерассеяние, поглощение и т.д. Решение этой проблемы в полном объеме представляет громоздкую и трудоемкую задачу, которая будет решена в будущем. В реакции  $pD \rightarrow \pi^+(\pi^-) \dots$ , с одной стороны, эффекты взаимодействия в конечном состоянии пренебрежимо малы, а с другой - имеется возможность выхода в кумулятивную область. Соответствующих экспериментальных данных пока еще нет, поэтому наш расчет носит предсказательный характер.

Кварк-партонный механизм фрагментации  $\pi^+$  и  $\pi^-$ -мезонов одинаков, поэтому для расчета сечения  $pD \rightarrow \pi^+(180^\circ) + \dots$ -реакции используем теоретический подход, развитый для описания фрагментации  $D \rightarrow \pi^+/\pi^-$ . Соответствующее инвариантное сечение имеет вид

$$\frac{1}{2} E_x \frac{d\sigma}{d\hat{p}_x} = \rho^{D \rightarrow \pi^+}(x) \cdot (1-B_0) \cdot \int a_N \rho^{\pi^+ \pi^+}(\frac{\hat{x}}{2}, \frac{\hat{x}}{2}) \cdot \rho_N^{\pi^+}(y, \hat{x}_1) dy d\hat{x}_1 + B_0 \cdot 278 \cdot (1-x/2)^{1/2} \cdot a_N \cdot \rho^{\pi^+ \pi^+}(x/2),$$

где

$$\rho^{p \rightarrow \pi^+} = E_K \frac{d\sigma}{d\vec{p}_K} (pp \rightarrow \pi^+),$$

$W_D^N(y, \vec{k}_1)$  - импульсное распределение нуклонов в дейтроне, рассчитанное в динамике на световом фронте с реалистической волновой функцией дейтрона,  $P_D$  - вероятность шестикварковой компоненты в дейтроне, коэффициент  $a_N$  связывает  $\rho^{N \rightarrow \pi^+}$  ( $N$  - "изоскалярный" нуклон) и  $\rho^{p \rightarrow \pi^+}$ :  $a_N \approx 0,61$ .

В качестве масштабной переменной  $x$  будем использовать световую переменную, соответствующую ультрарелятивистскому пределу  $E_0 \gg M$ :

$$x = x_2 = \frac{E_K + p_K}{M_N},$$

и переменную, учитывающую массовые поправки, для описания данных при  $x \approx 10$  ГэВ:

$$x = x_s = \frac{E_0 \cdot E_K + p_0 \cdot p_K + M_{\pi} \cdot \Delta + (\Delta^2 - m_K^2)/2}{M_N \cdot (E_0 - M_N - E_K - \Delta)},$$

где  $\Delta = M_N - M_{\pi} \approx 0,177$  ГэВ/ $c^2$ .

На рис. I (кривая I) приведен расчет реакции  $pD \rightarrow \pi^+ (180^\circ) + \dots$  с учетом лишь фермиевского движения ( $P_D = 0, x = x_s$ ). Сечение  $pp \rightarrow \pi^+$  реакции взято из сравнения с экспериментом<sup>12/</sup>:

$$\rho^{p \rightarrow \pi^+} = 3,8 \cdot (1 - 0,82x / (1 + 0,06 \cdot x_2))^{1,7} \cdot (1-x)^{0,2} \cdot f(p_1),$$

$$f(p_1) = \exp(-3,33 p_1^m); \quad y = 2,9, \quad m = 1,44.$$

В работе<sup>18/</sup>, при обсуждении кумулятивных процессов, сделано предположение о необходимости учета изменения поведения  $\rho^{p \rightarrow \pi^+}(c = \pi^+, \pi^0, \dots)$  при  $x > x_0$  за счет выхода на режим "трехреджеонного" предела. Экспериментально такой смены режима не наблюдается до  $x_0 = 0,88/11/$ . Тем не менее, в методических целях мы проводим соответствующий расчет с

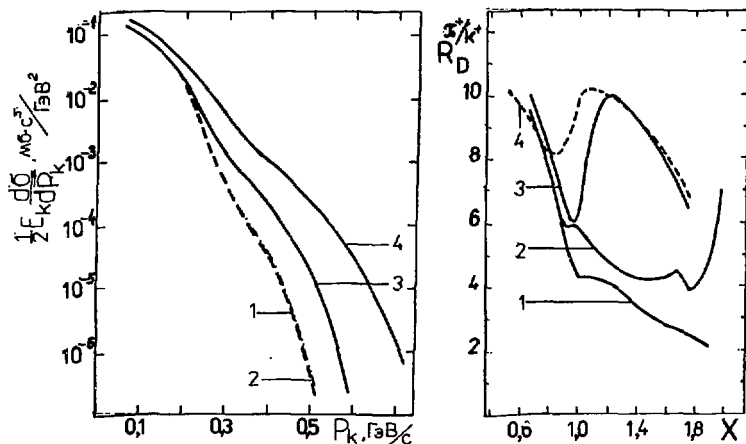
$$\rho^{p \rightarrow \pi^+}(x > x_0 \approx 0,88) = 1,83 (1-x)^{\alpha(0) - 2 \cdot \alpha_A(0) - 2 \cdot \alpha_A'(0)} \cdot p_1^2$$

где  $\alpha(0)$ ,  $\alpha_A(0)$ ,  $\alpha_A'(0)$  - соответственно параметры вакуумной и  $A$ -реджеонной траекторий<sup>11/</sup>:

$$\alpha(0) = 1, \quad \alpha_A(0) = 0,7, \quad \alpha_A'(0) = 0,97 \quad /14/ - \text{кривая 2.}$$

Видно, что учет трехреджеонной асимптотики практически не влияет на поведение сечения (напомним, что в  $\rho D \rightarrow \pi^+$ -реакции соответствующий относительный вклад был больше, хотя и в том случае такое изменение  $\rho$  не объяснило экспериментальные данные<sup>[9]</sup>).

Кривые 3 и 4 - предсказательные расчеты  $\rho D \rightarrow \pi^+$ -реакции с учетом шестикварковой примеси с вероятностью  $\frac{\rho}{2} (\frac{2}{3})^2 = 5\%$ . Кривая



Р и с. 1. Инвариантное сечение реакции  $\rho D \rightarrow \pi^+ K^+ (180^\circ) + \dots$

Кривые 1,2 -учет только релятивистского фермиевского движения,  $E_0 = 10$  ГэВ,  $\alpha = \alpha_3$ ; 1.  $\alpha_0 = 1$ ; 2.  $\alpha_0 = 0,88$ ; 3,4 -учет фермиевского движения и шестикварковых компонент: 3.  $E_0 = 10$  ГэВ,  $\alpha = \alpha_3$ , 4.  $E_0 = 100$  ГэВ,  $\alpha = \alpha_4$ .

Р и с. 2. Отношение  $R_D = \frac{\pi^+ K^+}{\rho D}$ .

Кривые 1 - вклад фермиевского движения; 2 - учет "трехреджеонного предела"; 3,4 -учет шестикварковых компонент. Кривые 1-3 для  $E_0 = 10$  ГэВ,  $\alpha = \alpha_3$ ; кривая 4 -  $E_0 = 100$  ГэВ,  $\alpha = \alpha_4$ .

3 -  $E_0 = 10$  ГэВ ( $\alpha = \alpha_3$ ), кривая 4 -  $E_0 = 100$  ГэВ ( $\alpha = \alpha_4$ ), для которой  $\frac{\rho D \rightarrow \pi^+ K^+}{\rho D} = 4,27 (1 - \alpha)^{3,05} f(\rho_1) / 10, 11$ .

На рис. 2 приведен расчет отношения инвариантных сечений

$$R_D^{\pi^+/\kappa^+} = \frac{\rho^{pD \rightarrow \pi^+(180^\circ)}}{\rho^{pD \rightarrow \kappa^+(180^\circ)}}.$$

Кривая 1 – расчет с учетом лишь фермиевского движения. Кривая 2 – расчет с учетом "трехреджеонного предела". Подъем в области  $x > 2x_0$  объясняется разным поведением  $\rho^{p \rightarrow \pi^+}$  и  $\rho^{p \rightarrow \kappa^+}$  соответственно:  $(1-x)^{1,8}$  и  $(1-x)^{2,4}$ ,  $x > x_0$  из-за разности параметров соответствующих лидирующих реджевских траекторий<sup>/14/</sup>. Небольшие изломы при  $x \sim x_0$ ,  $x \sim 2x_0$  объясняются относительно разной сменой режима в  $x = x_0$  для  $p \rightarrow \pi^+$ -и  $p \rightarrow \kappa^+$ -реакций. Кривые 3 и 4 – расчет отношения с учетом шестикварковых компонент в дейтроне, соответственно для  $E_0 = 10$  и  $100$  ГэВ. Структура в области  $x \sim 1$  объясняется примесью  $6q$ -компоненты. Действительно, при  $x < 1$  определяющую роль играет нуклонная компонента, для которой из-за разности  $f_{\pi^+}^{\pi^+}$ ,  $f_{\pi^+}^{\kappa^+}$  ( $f_{\pi^+}^{\pi^+} = 3,4$ ) отношение  $R$  сильно уменьшается. При  $x \approx 1$  доминирующим становится  $6q$ -компонента с  $x_{eff} \sim \frac{x}{2} \approx 0,5$ , а в этой области  $R^{\pi^+/\kappa^+}$  несколько больше, чем при  $x \sim 1$ . Затем  $R_D^{\pi^+/\kappa^+}$  вновь убывает из-за разности  $f_{\pi^+}^{\pi^+}$ ,  $f_{\pi^+}^{\kappa^+}$ . Таким образом, видно, что отношение  $R_D^{\pi^+/\kappa^+}$  качественно зависит как от механизма процесса, так и предположений о структуре дейтрона. Причем во всех рассмотренных случаях отношение  $R_D^{\pi^+/\kappa^+}$  по порядку величины равно 4–10 (при  $x \sim 1$ –1,4), т.е. существенно превосходит соответствующее отношение для фрагментации тяжелых ядер мишени<sup>/13/</sup>.

### 3. ГЛУБОКОНЕУПРУГОЕ РАССЕЯНИЕ ПОЛЯРИЗОВАННЫХ МЮОНОВ И СТРУКТУРА ДЕЙТРОНА

Рассмотрим вначале глубоконеупругое рассеяние поляризованных мюонов поляризованными нуклонами:  $\bar{\mu} + N \rightarrow \mu' + \dots$ . Полное сечение  $\sigma^+$  и асимметрия  $\sigma^-$  определяются структурными функциями  $F_2(x)$  и  $g_{1,2}(x)$ <sup>/15/</sup>:

$$2\sigma^+ = \frac{d^2\sigma(11+11)}{dE'd\Omega'} = \frac{8\alpha^2 E'^2}{Q^4} \left[ 2 \cdot \sin^2 \frac{\vartheta}{2} \cdot \frac{F_1}{M} + \cos^2 \frac{\vartheta}{2} \cdot \frac{F_2}{\nu} \right],$$

$$\sigma^- = \frac{d^2\sigma(11-11)}{dE'd\Omega'} = \frac{4\alpha^2 E'}{Q^2 E} \left[ (E + E' \cos \vartheta) \frac{g_1}{2M} - \frac{Q^2}{M^2 \nu^2} g_2 \right],$$

где  $Q^2 = -Q^2$  – квадрат переданного импульса,  $M$  – масса нуклона,  $E$ ,  $E'$  – начальная и конечная энергии мюона,  $\nu = E - E'$ . Стрелки 11, 11 означают взаимную параллельную и антипараллельную

ориентацию спинов пучка и мишени вдоль направления пучка. Здесь и далее мы пренебрегаем электромагнитными поправками и поправками от нейтральных токов, вклад которых при планируемых начальных энергиях мюонов и передачах импульса мал и не превышает нескольких процентов<sup>/16/</sup>. Структурные функции  $F_{1,2}$  известны из данных по глубоконеупругому рассеянию неполяризованных лептонов, функции  $g_{1,2}$  зависят от поляризации мишени и характеризуют распределение спина нуклона по кваркам различных сортов. Мы ограничимся рассмотрением распределений  $g(x)$ , взяв соответствующие выражения для  $F_{1,2}(x)$ , необходимые нам в методических целях, из работы<sup>/17/</sup>. Для простоты ограничимся  $x$ -зависимостью ( $x = Q^2/2M\nu$ ) структурных функций, которые в партонной модели имеют вид

$$g_1(x) = \sum_i e_i^2 (q_i^{(+)}(x) + \bar{q}_i^{(+)}(x) - q_i^{(-)}(x) - \bar{q}_i^{(-)}(x)); \quad g_2(x) = 0,$$

где  $q_i^{(+)}(x)/\bar{q}_i^{(+)}(x)$  есть плотность вероятности распределения кварков (антикварков)  $i$ -го сорта с проекцией спина на ось  $z$ , равной  $\pm 1/2$ ,  $e_i$  - заряд кварка. Для определения  $g_1(x)$  необходимо задать спиновое содержание лишь валентных кварков, поскольку вклад от синглетного по спину кварк-антикваркового моря равен нулю. В качестве первого приближения для волновой функции протона можно использовать представление  $[56, L_z = 0]$  SU(6)-классификации:

$$|p \uparrow\rangle = \sqrt{\frac{1}{3}} |u^+ u^+ d^-\rangle + \sqrt{\frac{2}{3}} |u^+ u^- d^+\rangle,$$

которое приводит к следующим распределениям соответственно для протона и изоскалярного нуклона:

$$g_{1p}(x) = (8 \cdot u_v(x) - d_v(x))/27; \quad g_{1n}(x) = 5(2 \cdot u_v(x) - d_v(x))/54;$$

где  $u_v(x)$  и  $d_v(x)$  - распределения валентных  $u$ - и  $d$ -кварков в протоне.

Для нахождения дейтронной структурной функции  $g_{1D}$  используем теорию связанных систем в кинематике на световом фронте<sup>/18/</sup>:

$$g_{1D}(x) = \int dy \cdot g_{1N}(x/y) \cdot \Phi_D(y)/y, \quad \Phi_D(y) = f_{ND}^+(y) - f_{ND}^-(y),$$

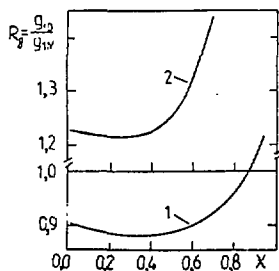
$$f_{ND}^+(y) = \int d\vec{k} \cdot f_{ND}(\vec{k}) / (2y(1-y)),$$

$$f_{ND}^+(\vec{k}) = \left[ 4x(u(x) \cdot Y_{\infty}(\vec{k}) - W(x) \cdot Y_{\infty}(\vec{k})/\sqrt{10}) \right], \quad f_{ND}^-(\vec{k}) = \left[ 4x W(x) \cdot Y_{\infty}(\vec{k}) \cdot \sqrt{10} \right],$$

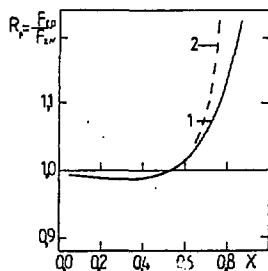
где  $u$ ,  $w$ ,  $\delta$  и  $D$  - компоненты волновой функции дейтрона. При расчете  $g_{D}$  была использована волновая функция дейтрона с "парижским" потенциалом<sup>/19/</sup>, распределения  $u_v$  и  $d_v$  взяты из работы<sup>/17/</sup>. На рис. 3 (кривая 1) приведен расчет отношения  $R_g = g_{D}(\infty)/g_w(\infty)$ . "Деструктивный" вклад  $D$ -волны в  $\Phi_D(y)$  приводит к тому, что  $R_g$  меньше единицы почти во всей области  $x$ . Подъем  $R_g$  при  $x \rightarrow 1$  объясняется пороговым поведением  $g_{wv}(x) \rightarrow 0$  при  $x \rightarrow 1$ . На рис. 4 приведено отношение  $R_F = F_D(\infty)/F_{wv}(\infty)$  (кривая 1). Видно, что поведения  $R_g$  и  $R_F$  количественно различны. Если предположить, что в дейтроне наряду с нуклонной компонентой с вероятностью  $\beta$  присутствуют примеси шестикварковой компоненты, то  $g_{D}(\infty)$  примет следующий вид:

$$g_{D}(\infty) = (1-\beta) \int dy g_{wv}(\infty/y) \cdot \Phi_D(y)/y + \beta \cdot g_{q\bar{q}}(\infty/2),$$

где для шестикварковой компоненты с кварками в  $S$ -оболочке  $g_{q\bar{q}}(\infty) = [2u_v^2 + d_v^2]/g$ . В расчетах  $u_v^2$ ,  $d_v^2$  - распределения  $u$  и  $d$ -кварков в  $\phi_q$ -системе и  $\beta = 0,05$  брались из работы<sup>/17/</sup>. Результаты расчетов отношений  $R_{g,F}$  в учет  $\phi_q$ -примеси в дейтроне приведены на рис. 3 и 4 (кривые 2).



Р и с. 3. Отношение спиновых структурных функций  $R_g = g_D(\infty)/g_w(\infty)$ . Кривая 1 - учет ферми-движения. Кривая 2 - учет  $\phi_q$ -примесей в волновой функции дейтрона.



Р и с. 4. Отношение структурных функций  $R_F(x)$ . Кривая 1 - учет ферми-движения, кривая 2 - учет  $\phi_q$ -примесей в волновой функции дейтрона.

Итак,

1. Отношения  $R_g$  и  $R_F$ , рассчитанные в одних и тех же предположениях, отличаются друг от друга во всей области  $x$ . Главными причинами этого являются отсутствие вклада морских кварков в  $g_1(\infty)$  и своеобразный вклад  $D$ -волны в "эффективное" импульсное распределение  $\Phi_D(y)$ .

2. Поведение  $R_{g,f}$  меняется при учете шестикварковой компоненты в дейтроне, причем и в этом случае различие  $R_g$  и  $R_f$  остается. Приведенные расчеты выполнены с учетом простейшей  $6q$ -конфигурации с кварками в  $S$ -состоянии. Учет более сложных конфигураций с кварками в  $S$ -,  $p$ - и др. оболочках<sup>20/</sup> приведет к некоторому уменьшению  $R_g$  в области малых  $x$ .

Авторы благодарят Д.Ю. Бардина, В.В.Бурова, В.К. Лукьянова, Ю.А. Панебратцева за плодотворные дискуссии и обсуждения.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Балдин А.М. Краткие сообщения по физике, ФИАН, 1971, № 1, с.35.
2. Балдин А.М. ОИИИ, Е1-80-545, Дубна, 1980.
3. Балдин А.М. и др. Труды УП Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. ОИИИ, I,2-84-599, Дубна, 1984, с.195.
4. Саблин И.А. В кн.: Труды XI Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. ОИИИ, Д1,2-81-728, Дубна, 1981, с. 223.
5. Anbert J.J. et al. Phys.Lett., 1983, B123, p. 275.
6. Буров В.В., Лукьянов В.К., Титов А.И. ЭЧАЯ, 1984, 15, с.1249.
7. Ефремов А.В. ЭЧАЯ, 1982, 13, с.613.
8. Frankfurt L.L., Strikman M.I. Phys.Rep., 1981, 76, p.215.
9. Каптарь Л.П., Резник Б.Л., Титов А.И. ЯФ, 1985, 42, 777.
10. Johnson J.K. et al. Phys.Rev., 1978, D17, p. 1292;
11. Brenner A.E. et al. Phys.Rev., 1982, D26, p. 1497.
12. Allaby J.V. et al. CERN, 10-12, Geneva, 1970;
- Akerlof A.W. et al. Phys.Rev., 1971, D3, p. 645.
13. Балдин А.М. и др. В кн.: Труды УП Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. ОИИИ, I,2-84-599, Дубна, 1984, с.233.
14. Ширков Д.В. УФН, 1970, т.102, в.1, с.87.
15. Клоуз Ф. Кварки и партонны. М., "Мир", 1982.
16. Бардин Д.Ю. и др. ЯФ, 1980, т.32, с.762;
- Baradin D.Y. et al. J.Phys. G; Nucl.Phys., 1981, 7, p.1331.
17. Титов А.И. ЯФ, 1984, т.40, с.76.
18. Карманов В.А., Шапиро И.С. ЭЧАЯ, 1978, т.9, вып.6, с.327;
- Гарсеванишвили В.Р., Матвеев В.А. ТМФ, 1975, 24, с.3.
19. Lacombe M. et al. Phys.Rev., 1980, C.21, p. 861.
20. Neudatohin V.G. et al. Z.Phys., 1983, A313, p. 357.

PRODUCTION OF DEUTERONS IN  $hA$  COLLISIONS AT HIGH ENERGIES IN THE  
TARGET FRAGMENTATION REGION

M.A.Braun, V.V.Vechernin  
Leningrad State University, USSR

1. Introduction

The production of deuterons in  $hA$  collisions has lately been object of an intense study, both experimental and theoretical. This process may be viewed upon as a correlation experiment, which allows to investigate the region and mechanism of the projectile interaction inside the nucleus and also possible quark degrees of freedom effects. Theoretical study of the process began with the paper by Butler and Pearson where a coalescence of produced nucleons in the nuclear field was proposed as a mechanism for the fast deuterons production / 1 /. This mechanism was later considered by many authors / 2,3 /. An alternative mechanism - pick-up - was also studied / 3,4 / with the conclusion that its importance falls with the growth of the observed deuteron energy. In our paper / 5 / it was noted that the Butler-Pearson mechanism competes with a direct coalescence of weakly virtual nucleons into the deuteron. The latter mechanism leads to a coalescence coefficient independent of the deuteron energy and therefore dominates for fast enough deuterons.

In the present paper we study the production of relativistic deuterons in the target fragmentation region. We show that for fast deuterons the role of the nuclear field is small and is not determined by the Butler-Pearson formulae. The main contribution comes from the direct coalescence into the deuteron of nucleons produced either at one point in the nucleus or at two different points. In the forward hemisphere for purely geometrical reasons the production at two points dominates, whereas in the backward hemisphere (the "cumulative region") the production at one point and at two different points may give contributions of the same order.

2. The production of deuterons in the relativistic Glauber approximation

At high energies of the incident hadron (lab. momentum  $p = (p_0, p_z^+)$ ) and of the observed deuteron (lab. momentum  $p_d = 2\kappa$ )

the inclusive deuteron production cross-section is determined by the imaginary part of the diagram shown in Fig.1. Its contribution can be studied by methods ordinarily used for hA collisions <sup>16</sup>. Some care must only be taken when considering fast deuteron legs of the diagram. In the lab. system ( $p_A = Aa$ ,  $a = (m - \varepsilon, \vec{\delta})$ ) the nuclear part of the diagram separates into the nuclear multiple form-factor for transferred momenta  $q_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ,  $q_{0i} = 0$ ). The assumption that the deuteron belongs to the target fragmentation region actually follows from the requirement  $Kq_i \ll m^2$ , which is essential for our approach. This leads to the condition

$$k_z \ll m \sqrt{m/\varepsilon} \quad (1)$$

which admits relativistic but not too fast deuterons. With (1) fulfilled  $V$  depends only on  $p q_i$  and  $p Q_i$ . To separate the deuteron legs it is convenient to transform to the c.m. system of the deuteron. In this system  $V$  does not depend on  $Q_{0i}^*$ . The star marks the deuteron c.m. system. The integration over  $Q_{0i}^*$  leads to the deuteron form-factor for transferred momenta  $Q_i^*$  ( $i = 1, 2$ ,  $Q_{0i}^* = 0$ ,  $Q_1^* + Q_2^* = 0$ ). At high  $\rho$  we have  $p q_i \approx -p q_{2i}$  and  $p Q_i = p Q_{-i}$  with  $Q_{-i} = Q_0 - Q_i$ . It is convenient to use as momenta variables  $q_{Li}$ ,  $q_{2i}$ ,  $Q_{Li}$  and  $Q_{-i}$ . The integration over  $q_{Li}$  as usual puts all transverse coordinates of active nucleons in the target equal to the impact parameter:  $x_{Li} = b$ . The integration over  $Q_{Li}^*$  leads to a relation  $y_{Li}^* = -y_{2i}^* k_L/m$  for the internucleon distance  $y^*$  in the deuteron in its c.m. system.

A further study of the amplitude requires some knowledge about the structure of  $V$ . The space-time picture of a high energy hadron interaction shows that long before the interaction the hadron breaks up into a number of partons, which then interact independently with different nucleons of the target and afterwards, long after the interaction, recombine to give final hadrons. This picture corresponds to structures of  $V$  shown in Fig.2, a - c. The incident hadron is shown by horizontal lines, lines directed to the bottom (top) correspond to the target (deuteron) nucleons. The two contributions Fig.2, a and Fig.2, b correspond to the production of nucleons forming the deuteron at one point or at two points in the nucleus. The contribution Fig.2, c contains an additional parton interaction which does not produce nucleons of the observed deuteron. The AGK rules tell that such diagrams give no contribution to the inclusive cross-section and need not be considered <sup>17</sup>. So finally upon integrating over  $q_{2i}$  and  $Q_{-i}$  we get for the

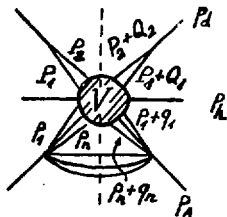


Fig. 1. The amplitude corresponding to the deuteron production on nuclei.

Fig. 2. Structures of  $V$  corresponding to the production at one point in the nucleus (a), at two different points (b) and with extra interactions which do not contribute due to AGK rules (c).

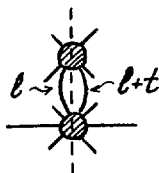


Fig. 3. The structure of  $V$  corresponding to a hard rescattering.

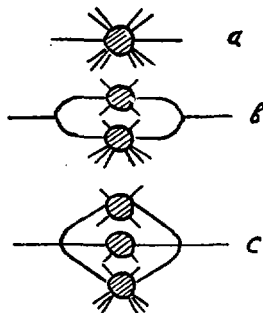


Fig. 4. Soft rescattering corrections for  $V$ .

two structures of  $V$ , Fig. 2, a and b, the following corresponding contributions to the absorptive part  $D$  of the amplitude:

$$D_1/2s = C_A^n (2m)^{-n} (d_n^{(2)}/s) |\psi(0)|^2 \times \int d^2b dz \varrho_n(b, z); \quad (2)$$

$$D_2/2s = C_A^n \cdot \frac{1}{2} \Xi (2m)^{1-n} \sum_{n_1} C_{n_1}^{n_1} (d_{n_1}^{(1)} d_{n_2}^{(1)}/s^2) \times \int d^2b dz_1 dz_2 \varrho_{n_1}(b, z_1) \varrho_{n_2}(b, z_2) |\psi(y^*)|^2. \quad (3)$$

Here  $d_n^{(\lambda)}$  are twice the absorptive parts of the amplitudes for the production of  $\lambda$  nucleons each carrying the momentum  $K$  by the

incident hadron colliding with  $N$  nucleons of the target at rest;  $n_1 + n_2 = N$ ;  $S = 2mp$ .  $\rho_N(x_i)$  is the nucleon density matrix for  $N$  active nucleons with coordinates  $x_i$  normalized to unity.  $\psi$  is the wave function of the deuteron at rest,  $\psi^* = (K/m)/|z_1 - z_2|$ . The factor  $\mathcal{F}$  absorbs the result of integrations over  $q_{2i}$  and  $Q_-$  of all diagrams of the type of Fig. 2, b and also of the transition from parton amplitudes to the incident hadron ones. The quasi-eikonal approximation puts  $\mathcal{F} = 1$ . The resulting formula corresponds to the relativistic Glauber approximation for the elastic hA scattering and will be referred to as the Glauber approximation for the deuteron production. The absorptive part  $\mathcal{D}$  is related to the inclusive cross-section by  $I_A^{(d)} = (2\pi)^3 2p_0 d^6/d^3p_L = \mathcal{D}/2s$ .

### 3. Rescatterings and the nuclear field.

The amplitudes  $d_N^{(A)}$  may contain a divergence related to rescatterings of produced nucleons. It appears in the absorptive part of the diagram shown in Fig. 3 corresponding to the cut shown by the dashed line. For zero momentum transfer ( $t = 0$ ) the momenta of the particle in the cut loop at both sides of the cut are equal and the discontinuity diverges. To eliminate the divergence it is necessary to retain small relative momenta of the nucleons in the nucleus and deuteron discarded before. Then we obtain for the diagram of Fig. 3

$$d_N^{(A)} = \hat{d}_N^{(A)} + \frac{i}{2} \int \frac{d^3\ell}{(2\pi)^3 2\ell_0} C_{n_1}^{(A)}(\ell) g_{n_2}^{(A)}(\ell) (-\ell t + i0)^{-1} \quad (4)$$

where  $C_{n_1}^{(A)}$  ( $g_{n_2}^{(A)}$ ) corresponds to the lower (upper) blob in Fig. 3 and  $\hat{d}_N^{(A)}$  is the regularized value of  $d_N^{(A)}$  obtained as half the sum of integrations over the loop energy  $\ell_0$  below and above the real axis.  $t$  is the total momentum transferred in the upper blob. The retarded propagator  $(-\ell t + i0)^{-1}$  shows that the interaction in the upper blob in Fig. 3 takes place at a point in the nucleus different from one where the incident particle interacts in accordance with the physical picture of a rescattering. It is not difficult to perform integrations over small momenta  $q_i$  and  $Q_i$  and obtain explicit formulae for the rescattering contribution analogous to (2) and (3). We shall not write down them here as they are rather lengthy. The important fact is that the rescattering contribution falls like  $1/\ell$  for large  $\ell$ . This property can be traced to the retarded propagator  $(-\ell t + i0)^{-1}$  and is known as the finiteness of the formation time of a rescattered particle [8, 9].

The rescatterings considered above may be termed hard as their

characteristic transferred momentum  $\ell-k$  is big compared to the typical nuclear one  $\sqrt{ME}$ . There may be other type of rescatterings shown in Fig.4. Their characteristic transferred momenta are of order  $\sqrt{ME}$  and we call them soft. To a good approximation their effect is equivalent to the interaction of produced particles with the nuclear field. Each soft rescattering involves a factor  $1/K$ , so that at high  $K$  the soft rescattering contribution falls at least as  $1/K$  similar to the hard rescattering. Up to order  $1/K^2$  the soft rescattering contribution (the nuclear field effect) leads to a factor  $|R(x_1, x_2)|^2$  in the integrands in (2) and (3), where  $x_1$  and  $x_2$  are the points of the production:  $x_1 = x_2 = (\ell, z)$  for  $D_1$  and  $x_1 = (\ell, z_1)$  and  $x_2 = (\ell, z_2)$  for  $D_2$ . The factor  $R$  is given by

$$R = \exp(t(x_1) + t(x_2)) (1 + \mathcal{V}_-(x_1) + \mathcal{V}_+(x_2)) \quad (5)$$

with

$$t(x) = -(im/k) \int_z^\infty dz' W(x_1, z') \quad (6)$$

and

$$\mathcal{V}_\pm(x) = -2m \int (d^3q/(2\pi)^3) W(q) \exp(-iqx) \times \\ \times (2qk - i0)^{-2} (\pm 2i(q^* \nabla \psi(y^*)) - q^2). \quad (7)$$

Here  $W$  is the nuclear field;  $q^*$  is obtained from  $q$  by the Lorentz transformation from the lab. system to the deuteron c.m. system. The first factor in  $R$  is the standard eikonal factor which leads to the usual absorption of the produced two nucleons in the nuclear matter independently of each other. This effect is of order  $1/K$ . A nontrivial nuclear dependence is contained in  $\mathcal{V}$  and has order  $1/K^2$  and the first order in  $W$ . The contribution obtained by Butler and Pearson<sup>11</sup> was also of order  $1/K^2$  but had the second order in  $W$ . It can be checked that their contribution corresponds to some of the terms appearing in the expansion of the eikonal factor. Actually for real  $W$  their contribution is totally cancelled by terms not taken into account in<sup>11</sup>. Numerical estimates show that the contribution of  $\mathcal{V}$  is very small. It has a destructive character and corresponds to a break-up of the deuteron formed inside the nucleus as it goes out through the nuclear boundary.

#### 4. Discussion. Numerical estimates.

The dynamics of the process is contained in the amplitudes  $d_n^{(A)}$ . They enter as parameters to be determined from experimental data. The possibility to obtain some information without any knowledge of  $d_n^{(A)}$  is rather limited.

At high  $K_E$   $K_- \rightarrow 0$  and both  $D_1$  and  $D_2$  become proportional to  $|\psi(0)|^2$ . From (2) and (3) it then follows that  $D_2$  contains an extra nuclear radius  $R_A$  as a factor as compared to  $D_1$  and therefore dominates in that region. If we replace in (2) and (3)  $\psi$  by 1 then we shall get an absorptive part  $D^{(2N)}$  for the double inclusive cross-section of the production of a proton and a neutron with an equal momentum  $K$ . The ratio  $D/D^{(2N)} = C$  is the coalescence coefficient. As we have seen at  $K_-/m \rightarrow 0$  we get  $C \approx |\psi(0)|^2$ .

For lower  $K_E$  one can obtain definite predictions under assumptions: i)  $D_2 \gg D_1$ , ii) the nucleus has a form of the spherical well, iii) rescatterings do not contribute. Then in  $D_2$  for any  $n$  and  $n_1$  the dependence on the deuteron wave function factors out and we get for the coalescence coefficient

$$C = (4/3g) \int_0^g dr |\psi(r)|^2 (2 - 3(r/g) + (r/g)^3), \quad (8)$$

where  $g = 2R_A K_-/m$ . The function  $C(g)$  is shown in Fig. 5 for the Hulthen form of  $\psi$ . For  $g \rightarrow \infty$  from (8) we get

$C \propto 1/g$  in accordance with the result obtained in [3] on the basis of purely geometrical considerations.

For quantitative predictions concerning the cross-section itself we have to make some assumptions

about  $d_n^{(A)}$ . The simplest is evidently that only  $d_n^{(A)}$  contribute with the smallest number  $n$  of active nucleons in the target compatible with kinematics. In the forward hemisphere (noncumulative region) this assumption leads to  $n = 1$  and  $D_1 = 0$ . The quantity  $d_1^{(A)}$  is related to the inclusive cross-section  $I$  for the production of a nucleon with momentum  $K$  on a nucleon at rest. For a nucleus in the form of a spherical well we get the result:

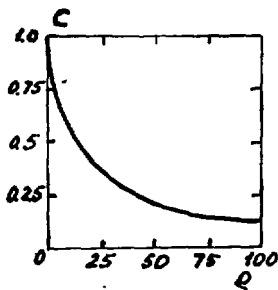


Fig. 5. The coalescence coefficient  $C(g)$  (8).

$$I_A^{(d)} = I^2 C_A^2 C (9/16 \pi m R_A^2) \quad (9)$$

with  $C$  given by (8). The ratio  $r = AI_A^{(d)}/I^2$  that follows from (9) is plotted in Fig. 6 against the deuteron kinetic energy  $T$  for the lab. angle of the deuteron  $\theta = 10^\circ$ . The experimental points are from [10].

In the backward hemisphere (cumulative region) the hard rescattering may give considerable contribution [11]. To lessen its influence one can consider  $\theta \approx 180^\circ$ , where a single nucleon rescattering does not contribute (although multiple rescatterings of a

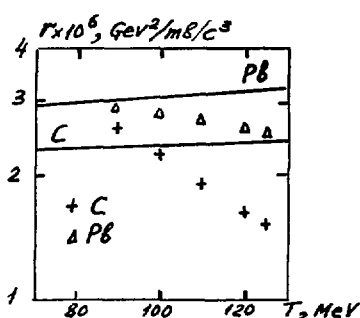


Fig. 6. The ratio  $r = AI_A^{(d)}/I^2$  as a function of the d kinetic energy  $T$  for the production angle  $\theta = 10^\circ$  (9).

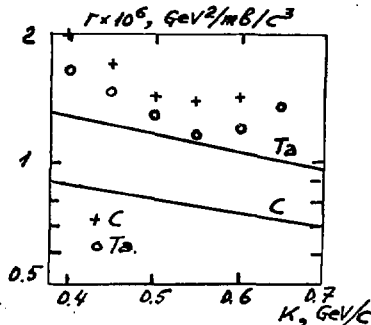


Fig. 7. The ratio  $r = AI_A^{(d)}/I^2$  as a function of the d momentum per nucleon  $K$  for the production angle  $\theta = 160^\circ$  (10).

nucleon or a single rescattering of a pion do contribute [12, 13]. Neglecting rescatterings and assuming again that  $D_2 \gg D_1$ , one can relate the production of cumulative deuterons to the production of cumulative nucleons on the nucleus (the cross-section  $I_A$ ):

$$I_A^{(d)} = \frac{1}{2} I_A^2 (2m)^{-2} \frac{(A-n)!^2}{A! (A-2n)!} \int d^2b d^2z_1 d^2z_2 \rho_{2n}(b, z_1, z_2) |\psi(y^*)|^2 \quad (10)$$

Here  $\mathcal{R}_n = \int d^3x g_n(x)$  and  $n$  is the minimal number of active nucleons compatible with the cumulative kinematics ("cumulative index"). The predictions of (10) are shown in Fig. 7. The experimental points are from [14].

We see that the agreement with experiment is not bad taking into account absence of any adjustable parameters. Some difference in the trend of the curves with the growth of  $K$  may be attributed to rescatterings which have not died out as yet at present com-

paratively small  $K$ . New data with larger  $K$  are needed to make the comparison more fruitful. In any case we do not see any serious discrepancy that would require a basic revision of our mechanisms and introduction of some new ones such as e.g. a multi-quark state production.

### References

1. Butler S.F., Pearson C.A., Phys.Rev., 1963, 129, 836.
2. Frankfurt L.L., Strikman M.I., Phys.Rep., 1981, 76, 215.
3. Gavrilov V.B., Leksin G.A., preprint ITEP-124, 1983.  
Gavrilov V.B. et al., preprint ITEP-69, 1985.
4. Hachenbers F. et al., Phys. Lett., 1980, 97B, 183 ;  
Boal D.H., Phys. Rev., 1982, Q25, 3068.
5. Braun M.A., Vechernin V.V., Yad. Fiz., 1982, 36, 614.
6. Weise J.H., preprint CERN-TH 2197, 1976.
7. Abramovsky V.A., Gribov V.N., Kancheli O.V., Yad. Fiz., 1973, 18, 595.
8. Nikolaev M.N., Zoller V.R., preprint CERN-TH 2516, 1978.
9. Vechernin V.V., Vestnik LGU, 1979, No 22, 15.
10. Bayukov Yu.D. et al., preprints ITEP-148, 1983; ITEP-143, 1984.
11. Kopeliovich V.B., Radomanov V.B., preprint JINR P2-11938, 1978.
12. Kopeliovich V.B., Yad. Fiz., 1977, 26, 168.
13. Braun M.A., Vechernin V.V., Yad. Fiz., 1978, 28, 1466.
14. Bayukov Yu.D. et al., Phys. Rev., 1979, Q20, 764, 2257.

СПЕКТРЫ ПРОТОНОВ ОТ ФРАГМЕНТАЦИИ ДЕЙТРОНОВ С ИМПУЛЬСОМ 9 ГэВ/с  
НА ЯДРАХ ВОДОРОДА, ДЕИТЕРИЯ И УГЛЕРОДА И СТРУКТУРНАЯ  
ФУНКЦИЯ ДЕИТРОНА

Л.С.Ажгирей, И.К.Взоров, В.Н.Жмиров, В.В.Иванов, М.А.Игнатенко,  
Ю.А.Кожевников, А.С.Кузнецов, Э.Мулас, С.В.Разин, Б.Словински,  
Г.Д.Столетов

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Н.П.Юдин

Московский государственный университет

Экспериментальные исследования реакций развала релятивистских дейтронов при их соударениях с ядрами являются важным источником информации о структуре дейтрона. При малых углах наблюдения выход вторичных протонов в реакциях  $A(d, p)X$  обусловлен, как известно, процессами стриппинга и дифракционной диссоциации дейтронов. Развитие для описания этих механизмов в рамках модели многократного нуклон-нуклонного рассеяния подходы позволяют удовлетворительно воспроизвести интегральный выход протонов и их спектр в интервале импульсов до  $\sim 250$  МэВ/с (в системе покоя дейтрона), причем форма спектра определяется квадратом волновой функции дейтрона с учетом ее релятивистской деформации <sup>/1/</sup>. Высокоимпульсные части спектров протонов, испущенных под малыми углами <sup>/2,3/</sup>, однако должны быть в большей степени чувствительны к структуре поверхностного слоя ядра-мишени, чем к деталям волновой функции дейтрона <sup>/3,4/</sup>.

По мере увеличения угла регистрации протона в реакции  $A(d, p)X$ , с одной стороны, ухудшается применимость дифракционного приближения, с другой — увеличивается вклад протонов, испытавших в процессе развала дейтронов соударения с нуклонами ядра-мишени. При достаточно больших поперечных импульсах протонов можно надеяться описать результаты измерений спектров протонов от реакции  $(d, p)$  с помощью простейшей диаграммы релятивистского импульсного приближения с одним

жестким соударением нуклонов /5-7/. Если эта модель окажется справедливой, то данные о реакции  $(d, p)$  могут служить важным источником информации о структуре релятивистского дейтрона.

Приведенные соображения послужили мотивировкой для измерения импульсных спектров протонов во взаимодействиях дейтронов с импульсом 9 ГэВ/с с ядрами водорода, дейтерия и углерода. Угол наблюдения был выбран равным 0,139 рад. Эксперименты были выполнены на синхрофазотроне ОИЯИ с помощью магнитного спектрометра с проволочными камерами на линии с ЭВМ /8/.

В этих опытах пучок выведенных из синхрофазотрона дейтронов интенсивностью  $(0,5 + 5) \cdot 10^9$  частиц за импульс длительностью около 0,5 с падал поочередно на мишени из  $\text{CH}_2$ ,  $\text{CD}_2$  и  $\text{C}$ , помещавшиеся в ионопроводе медленного вывода пучка. Вторичные частицы регистрировались системой сцинтилляционных счетчиков и проволочных камер. Горизонтальный угловой акseptанс установки составлял около 0,005 рад, а телесный угол -  $2,9 \cdot 10^{-5}$  ср. Сигналы от сцинтилляционных счетчиков использовались для выработки триггирующего сигнала установки и для определения времени пролета регистрируемых частиц.

Импульсы вторичных частиц определялись по значениям координат, зарегистрированных проволочными камерами спектрометра, и данным о поле анализирующего магнита с точностью около 0,2%. Измерения охватывали импульсный интервал вторичных частиц от 3,3 до 9 ГэВ/с и проводились в неизменных геометрических условиях при нескольких значениях тока возбуждения анализирующего магнита, выбранных таким образом, чтобы части спектра, полученные при соседних значениях тока, имели перекрывающиеся участки, измеренные со 100%-ной геометрической эффективностью спектрометра. Это требование обеспечивало правильное "сшивание" разных частей спектра в условиях быстрого изменения выхода вторичных частиц с импульсом.

Вторичные протоны выделялись по измеренным значениям их импульса и времени пролета на базе длиной около 22 м с временным разрешением около  $\pm 200$  пс /9/.

Абсолютная нормировка дифференциальных сечений проводилась путем измерения наведенной активности ядер  $^{24}\text{Na}$  в тонких алюминиевых фольгах, облученных в месте расположения мишени. В предположении, что сечение реакции  $^{27}\text{Al}(d, X)^{24}\text{Na}$  слабо зависит от импульса налетающих дейтронов в интервале от 3,8 до 9 ГэВ/с, значение этого сечения было принято равным  $(15,25 \pm 1,5)$  мб /10/. Спектры протонов для  $d-p$  и  $d-d$  соударений находились по разности спектров, полученных с мишенями  $\text{CH}_2$ ,  $\text{CD}_2$  и  $\text{C}$ . Возможная систематическая ошибка абсолютных значений измеренных дифференциальных сечений составляет  $\pm 15\%$ .

Импульсные спектры протонов, зарегистрированных под углом  $0,139$  рад во взаимодействиях дейтронов с импульсом  $9 \text{ ГэВ/с}$  с ядрами водорода, дейтерия и углерода, показаны на рис. 1. Поскольку поперечный импульс зарегистрированных протонов достаточно велик ( $\geq 0,6 \text{ ГэВ/с}$ ), можно полагать, что это не спектры от стриппинга или дифракционной диссоциации дейтронов, а в основном протоны, испытавшие в процессе развала дейтронов взаимодействие с нуклонами мишени. Максимумы протонных спектров находятся при  $4,3 \text{ ГэВ/с}$ ; как раз такой импульс должен приобрести протон с начальным импульсом  $4,5 \text{ ГэВ/с}$  после упругого рассеяния на нуклоне на угол  $0,139$  рад. Участки спектров левее максимумов обогащены протонами, потерявшими энергию в неупругих взаимодействиях с нуклонами мишени.

Примечательной особенностью полученных данных является совпадение формы высокоимпульсных частей спектров протонов для разных мишеней. Сплошные кривые на рис. 1 представляют собой результат сплайн-интерполяции инвариантного дифференциального сечения для углеродной мишени, умноженный на коэффициенты  $0,371$  и  $0,243$ . Как видно из рисунка, эти кривые в интервале импульсов  $4,6 + 7,2 \text{ ГэВ/с}$  хорошо согласуются с данными для дейтериевой и водородной мишеней. Это означает, что в указанном интервале импульсов форма спектров протонов от реакций  $A(d, p)X$  не зависит от мишени и определяется структурой дейтрона; зависимость от мишени проявляется только в окрестности максимума протонных спектров в области шириной  $\pm 0,3 \text{ ГэВ/с}$ . Коэффициенты  $1, 0,371$  и  $0,243$  для  $^{12}\text{C}$ ,  $^2\text{H}$  и  $^1\text{H}$  соответствуют показателю степени  $A$ -зависимости инвариантного дифференциального сечения, равному  $0,55 \pm 0,02$ . Для максимума протонных спектров соответствующий показатель составляет  $0,44 \pm 0,02$ .

Экспериментальные данные для реакции  $^1\text{H}(d, p)X$  анализировались в рамках релятивистской модели жестких соударений  $^{1/5-7/}$ , в которой выход вторичных протонов объясняется процессами столкновений нуклонов налетающих дейтронов с протонами мишени. В этом подходе инвариантное дифференциальное сечение представляется в виде  $^{1/6/}$

$$E \frac{d\sigma}{d\vec{p}} = \int dy d\vec{t}_T G_{N/D}(y, \vec{t}_T) \frac{R}{y} E \frac{d\sigma}{d\vec{p}}(Np \rightarrow pX), \quad (1)$$

где  $E d\sigma(Np \rightarrow pX)/d\vec{p}$  - инвариантное сечение процесса взаимодействия нуклонов с протонами мишени,  $R$  - отношение инвариантных потоков сталкивавшихся нуклонов,  $G_{N/D}(y, \vec{t}_T)$  - структурная функция дейтрона, выражающая вероятность обнаружения в дейтроне нуклона с поперечным импульсом  $\vec{t}_T$  и долей продольного импульса  $y$  от импульса дейтрона в системе бесконечного импульса.

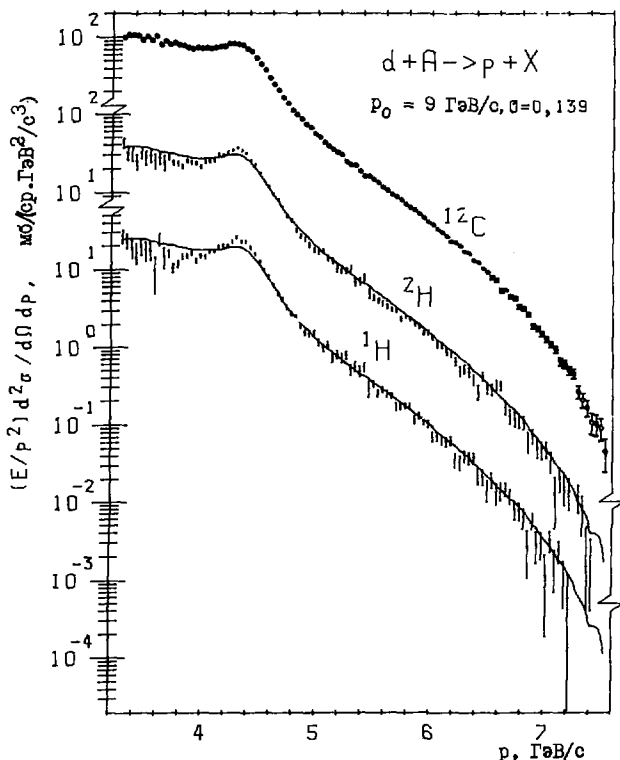


Рис. 1. Импульсные спектры протонов, зарегистрированных под углом  $0,139$  рад во взаимодействиях дейтронов с импульсом  $9 \text{ ГэВ/с}$  с ядрами водорода, дейтерия и углерода. Сплошные кривые – результат сплайн-интерполяции инвариантного дифференциального сечения для углеродной мишени, умноженный на коэффициенты  $0,371$  и  $0,243$ .

Как показывают расчеты, в рассматриваемый интервал протонного спектра определяющий вклад вносят продукты упругого рассеяния протонов дейтрона на протонах мишени. Поэтому на первом этапе анализа в качестве  $E d\sigma(Np \rightarrow pX)/d\vec{p}$  использовалась параметризация эксперимен-

тальных данных по упругому р-р рассеянию /II/ в области  $5 \lesssim s' \lesssim 15$  (ГэВ/с)<sup>2</sup>, характерной для реализованных кинематических условий.

В различных вариантах расчетов использовались следующие структурные функции дейтрона:

$$G_{N/D}(y, \vec{\ell}_T) = \frac{N_0}{2(2\pi)^3} \frac{[y(1-y)]^3}{[M^2(y) + \vec{\ell}_T^2]^2 [1 + \vec{\ell}_T^2/(\delta^2 + M^2(y))]^2}, \quad (2)$$

где

$$M^2(y) = (1-y)m_p^2 + ym_n^2 - y(1-y)m_d^2,$$

а  $m_p$ ,  $m_n$  и  $m_d$  — массы протона, нейтрона и дейтрона соответственно;

$$G_{N/D}(y, \vec{\ell}_T) = \frac{m_d k_0}{k_0 - k_3} |\psi(\vec{k})|^2, \quad k_0 = \sqrt{m_p^2 + \vec{k}^2}, \quad (3)$$

где  $\psi(\vec{k})$  — волновая функция дейтрона для парижского потенциала /12/:

$$G_{N/D}(y, \vec{\ell}_T) = \frac{2k_0^3}{m_p^2 + k_T^2} |\psi(\vec{k})|^2. \quad (4)$$

Вид функции (2) был найден /5,6/ из теоретико-полевых моделей нуклон-нуклонного взаимодействия; эта функция использовалась в работе /6/ для описания инклюзивного спектра протонов, испущенных под углом 2,5° в реакции  $^{12}\text{C}(d, p)\chi$  при начальной кинетической энергии дейтронов 2,1 ГэВ/нуклон /13/. При значении параметра  $\delta^2 = 0,2$  (ГэВ/с)<sup>2</sup> было получено качественное согласие с экспериментальными данными. Функции (3) и (4) получаются из нерелятивистской волновой функции дейтрона при двух разных способах перехода от переменной  $\vec{k}$  к переменным  $(y, \vec{\ell}_T)$ : в первом предполагается, что участвующий во взаимодействии с мишенью нуклон дейтрона находится вне массовой поверхности /1/, во втором дейтрон рассматривается как волновой пакет двух свободных нуклонов /14/.

Результаты различных вариантов расчета показаны на рис 2. Кривые 2, 3 и 4 вычислены со структурными функциями (2) (при значениях параметров  $\delta^2 = 0,2$  (ГэВ/с)<sup>2</sup> и  $N_0 = 362,9$  (ГэВ/с)<sup>2</sup>), (3) и (4) соответственно. Кривой 5 показан суммарный вклад протонов от реакций  $n p \rightarrow p n$ ,  $n p \rightarrow p \Delta$  и  $n p \rightarrow p N \pi$ , дифференциальные сечения которых были параметризованы на основе имеющихся экспериментальных данных /II/, в максимуме протонного спектра этот вклад составляет 17% по сравнению с вкладом протонов от упругого р-р рассеяния и падает по мере увеличения импульса. Кривая 1 представляет собой результат

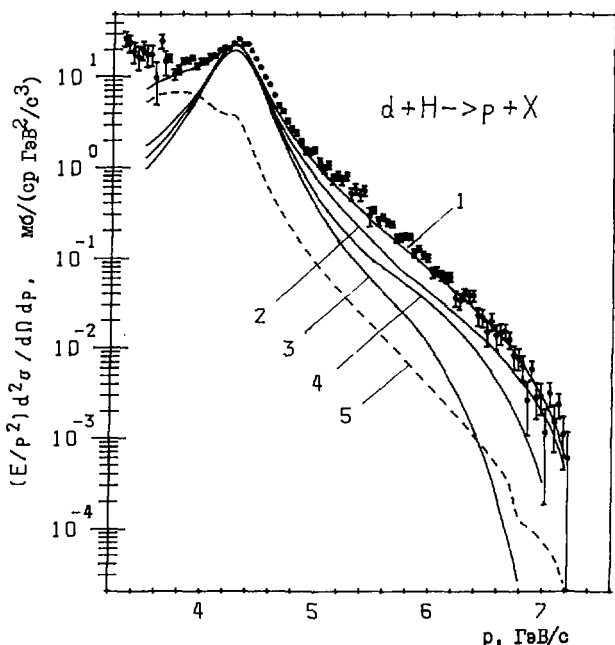


Рис. 2. Импульсный спектр протонов, испущенных под углом  $0,139$  рад во взаимодействиях дейтронов с импульсом  $9$  ГэВ/с с ядрами водорода. Кривые 2, 3 и 4 - результаты расчетов по формуле (I) со структурными функциями (2) (при  $\delta^2 = 0,2$  (ГэВ/с) $^2$  и  $N_0 = 362,9$  (ГэВ/с) $^2$ ), (3) и (4) соответственно; штриховая кривая 5 представляет суммарный вклад протонов от неупругих взаимодействий нуклонов дейтрона с мишенью; кривая 1 - результат расчета со структурной функцией (2), с параметрами  $\delta^2 = 0,8$  (ГэВ/с) $^2$  и  $N_0 = 331,5$  (ГэВ/с) $^2$ , с добавленным к нему вкладом от неупругих процессов.

расчета со структурной функцией (2), с параметрами  $\delta^2 = 0,8$  (ГэВ/с) $^2$  и  $N_0 = 331,5$  (ГэВ/с) $^2$ , с добавленным к нему вкладом протонов от неупругих процессов.

Выполненное исследование спектров протонов, испущенных под углом

0,139 рад в результате фрагментации дейтронов с импульсом 9 ГэВ/с на ядрах, позволяет сделать следующие выводы.

1. Форма высокоимпульсных частей спектров протонов от реакций  $A(d, p)X$  имеет универсальный характер, т.е. не зависит от ядра-мишени.

2. В целом релятивистская модель жестких соударений при разумном выборе структурной функции дейтрона удовлетворительно описывает экспериментальные данные о реакции  ${}^1\text{H}(d, p)X$ . Отсюда следует, что измерение высокоимпульсных частей спектров протонов, испускаемых с большими поперечными импульсами во взаимодействиях релятивистских дейтронов с ядрами, является эффективным средством изучения структуры релятивистского дейтрона.

3. Экспериментальные данные не удается описать с помощью структурных функций, выведенных из нерелятивистской волновой функции дейтрона. Этот факт может означать, что структурная функция  $S_{N/p}(t_T, t_L)$  должна быть функцией двух независимых переменных  $t_T$  и  $t_L$ , описывающих продольное и поперечное движения конститuentов дейтрона.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Bertocchi L., Treleani D. Nuovo Cim., 1976, v.36A, p. 1.
2. Ableev V.G. et al. Nucl.Phys., 1983, v.A393, p. 491.
3. Anderson L. et al. Phys.Rev. C, 1983, v. 28, p. 1224.
4. Kuhn G.H., Nissen-Meyer S.A. Nucl.Phys., 1978, v.A312, p. 409.
5. Schmidt I.A., Blankenbecler R. Phys.Rev., 1977, v.D15, p.3321.
6. Chemtob M. Nucl.Phys., 1979, v.A314, p. 387.
7. Wong C.-Y., Blankenbecler R. Phys.Rev., 1980, v. C22, p. 2433.
8. Агирей Л.С. и др. В кн.: Труды совещания по исследованиям в области релятивистской ядерной физики. ОИЯИ, Д2-82-568, Дубна, 1982, с. 83.
9. Агирей Л.С. и др. ОИЯИ, Р1-85-749, Дубна, 1985.
10. Banaigs J. et al. Nucl.Instr. and Meth., 1971, v.95, p. 307.
11. Benery O., Price L.R., Alexander G. LBL Report UCRL-20000, 1970.
12. Lacombe M. et al. Phys.Letters, 1981, v.101B, p. 139.
13. Papp J. et al. Phys.Rev.Lett., 1975, v.34, p. 601.
14. Карманов В.А. ЖЭТФ, 1976, т.71, с.399.
15. Ankenbrandt C.M. et al. Phys.Rev., 1968, v. 170, p. 1223.

ИЗУЧЕНИЕ СТРУКТУРЫ ЛЕГКИХ ЯДЕР НА МАЛЫХ РАССТОЯНИЯХ  
В ОПЫТАХ ПО ФРАГМЕНТАЦИИ ПОЛЯРИЗОВАННЫХ  
И НЕПОЛЯРИЗОВАННЫХ ДЕЙТРОНОВ И  $^3\text{He}$

С.А.Запорожец, Б.Науманн, Л.Науманн, А.А.Номофилов, Н.М.Пискунов,  
И.М.Ситник, Е.А.Строковский, Л.Н.Струнов, В.И.Шаров  
Объединённый институт ядерных исследований, Дубна

В.Г.Аслеев  
Научно-исследовательский институт ядерной физики МГУ, Москва

Д.В.Анчишкин, А.П.Кобушкин  
Институт теоретической физики УССР, Киев

Л.Визирева  
Высший химико-технологический институт, София

Х.Димитров, Л.Пенчев  
Центральная лаборатория автоматизации научного приборостроения  
БАН, София

Б.Кин, В.Нойберт  
Центральный институт ядерных исследований АН ГДР, Россендорф

Представлены данные по сечениям реакций фрагментации  $A(d, p)$   
( $A = p, ^{12}\text{C}, ^{27}\text{Al}, ^{63}\text{Cu}$ ),  $^{12}\text{C}(^3\text{He}, d)$ ,  $^{12}\text{C}(^3\text{He}, p)$  с вылетом фраг-  
мента под нулевым углом в интервале импульсов фрагментов  $q$  в антила-

бораторной системе от  $\sim 0$  до близкого к максимально возможному. Представлены данные по тензорной анализирующей способности  $T_{20}$  реакции  $^{12}\text{C}(d, p)$  в области  $q \leq 250$  МэВ/с. Показано, что импульсные распределения фрагментов  $d$  и  $^3\text{He}$  описываются моделями с известными реалистическими  $NN$  - потенциалами только в области  $q \leq 200$  МэВ/с. Проведен совместный анализ представленных и других данных по фрагментации дейтронов, электродезинтеграции дейтрона и упругому  $dp$  - рассеянию назад. Обсуждаются возможные механизмы, объясняющие наблюдаемый эффект.

1. Проведенные нами исследования  $^{1/1}$  фрагментации релятивистских дейтронов в протоны, вылетающие под нулевым углом, показали, что в области импульсов протонов  $q$ , в системе покоя дейтрона (антилабораторная система) более 200 МэВ/с экспериментально измеренный спектр протонов значительно превышает расчет, основанный на модели Глаубера - Ситенко с использованием известных релятивизованных волновых функций дейтрона. Наблюдаемый эффект интерпретировался  $^{1/1}$  как проявление мануклонных (кварковых) степеней свободы в дейтроне. Рядом авторов  $^{2/2}$  были предложены другие модели для объяснения этого эффекта.

С целью более детального исследования процесса фрагментации релятивистских легких ядер и возможности изучения их структуры на малых расстояниях в этом процессе нами выполнены измерения фрагментации на ядрах  $^{27}\text{Al}$  и  $^{64}\text{Si}$ . С помощью вычислительной методики  $\text{CH}_2$  - C получено также сечение фрагментации дейтрона на водороде. Импульс дейтронов составил  $p_d = 9,1$  ГэВ/с.

На рис. 1 показаны отношения измеренных сечений. Отношения  $\text{Al}/\text{H}$ ,  $\text{Si}/\text{C}$  даны с точностью до фактора. Видно, что отношение сечения на более тяжелом ядре к сечению на более легком ядре падает в интервале  $0 < q < 100$  МэВ/с и далее остается постоянным. Для углерода и водорода это отношение составляет  $\approx A^{2/3}$  при  $q = 0$  и  $\approx A^{1/3}$  при  $q > 100$  МэВ/с.

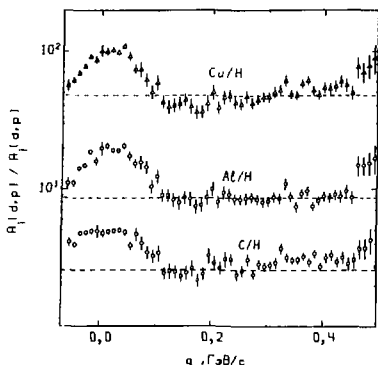


Рис. 1. Отношение сечений  $\Lambda(d, p)$  для различных мишеней,  $p_d = 9,1$  ГэВ/с.

Аналогичный эффект изменения  $\Lambda$ -зависимости был обнаружен в Беркли при изучении спектров кумулятивных  $\Lambda^-$ -мезонов<sup>3/4</sup> и фрагментации альфа-частиц<sup>4/</sup>.

На рис. 2 представлены сечения фрагментации дейтрона в протон на ядре водорода, измеренные при разных значениях импульса дейтрона.

Кривая соответствует расчёту в рамках импульсного приближения<sup>5/</sup>, где предполагается, что ядро-снаряд ( $pr$ ) диссоциирует на фрагмент-наблюдатель ( $f$ ), вылетающий под углом  $\theta \sim 0^\circ$ , и фрагмент-участник ( $p$ ), взаимодействующий с мишенью ( $t$ ). В этом подходе связь сечения с волновой функцией дейтрона даётся соотношением

$$E_f \frac{d^2\sigma}{d\vec{p}} = C \cdot \frac{1}{2(1-\alpha)} \cdot \varepsilon \cdot |\Psi(k)|^2 \cdot \mathcal{F}, \quad (1)$$

где  $\varepsilon = \sqrt{m_f^2 + k^2}$ ,  $\alpha$  - доля импульса ядра-снаряда, уносимая фрагментом:

$$\alpha = (E_f + p_f) / (E_{pr} + p_{pr}) \approx p_f / p_{pr}. \quad (2)$$

Релятивистский внутренний импульс  $k$  относительного движения конститuentов  $f$  и  $p$  связан с наблюдаемыми импульсами следующими соотношениями:

$$k^2 = \lambda (M_{pr}^2, m_f^2, m_p^2) / 4 M_{pr}^2, \quad (3)$$

$$M_{pr}^2 = [m_f^2(1-\alpha) + m_p^2\alpha] / [\alpha(1-\alpha)], \quad (4)$$

где  $\lambda(a, b, c) = a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2ac - 2bc$ .

В нерелятивистском пределе ( $k^2/m_f^2 \ll 1$ )  $k = q$ . Кинематический фактор имеет вид  $\mathcal{F} = \lambda^{\frac{1}{2}}(\omega_f^2, m_p^2, m_t^2) / [(1-\alpha) \cdot \lambda^{\frac{1}{2}}(s, m_{pr}^2, m_t^2)]$ ,

где  $\omega_f^2 = (E_{pr} - E_f + m_t)^2 - (p_{pr} - p_f)^2$ ,  $s = (E_{pr} + m_t)^2 - p_{pr}^2$ .

Фактор  $\mathcal{F} \approx 1$  всюду, за исключением области вблизи кинематического предела.

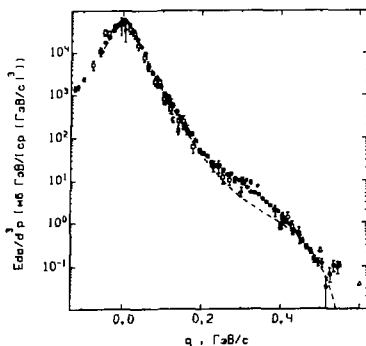


Рис. 2. Инвариантные сечения

$p(d, p)$ -реакции

- — наши данные,  $p_d = 9,1$  ГэВ/с;
- — данные <sup>4/</sup>,  $p_d = 5,75$  ГэВ/с;
- ◇ — данные <sup>4/</sup>,  $p_d = 3,49$  ГэВ/с;
- △ — данные <sup>7/</sup> по выходу протонов под  $180^\circ$  в реакции  $p+d$  при  $p_p = 8,9$  ГэВ/с. Данные <sup>4/</sup> умножены на фактор 1,4. Кривая — расчёт в импульсном приближении с парижской волновой функцией.

таву мишени (например, вклад от треугольной диаграммы с  $\Delta$ -изобарой в промежуточном состоянии в 5 раз больше на протоне, чем на нейтроне) плохо согласуется с постоянством отношения сечений на ядрах к сечению на водороде при  $q > 100$  МэВ/с (рис. 1). С другой стороны, оба указанных выше факта легко объяснить, допуская, что наблюдаемый спектр связан с импульсным распределением нуклонов в дейтроне (ИРНД)  $|\Psi(k)|^2$  в соответствии с формулой (I). На рис. 3 мы представляем ИРНД, извлеченное из наших данных, из данных <sup>9/</sup> по  $d(e, e'p)n$ -реакции на основе релятивистского подхода <sup>10/</sup> и из анализа <sup>11/</sup> данных SLAC по  $d(e, e')$ -реакции. Видно хорошее согласие ИРНД, извлеченных из разных процессов. С ИРНД в приближении однонуклонного обмена (ОНО) связывается процесс упругого  $dp$ -рассеяния назад  $(d\sigma/d\Omega(180^\circ) \sim |\Psi(k)|^4)$ . В формализме светового фронта эта связь была

Из рис. 2 видно, что формы спектров протонов из  $(d, p)$ -фрагментации, измеренные в широком диапазоне энергий падающего дейтрона, совпадают практически во всей области импульсов  $0 < q \leq q_{\text{max}}$ . При значениях  $q > 200$  МэВ/с спектр значительно превышает расчет по формуле (I) с волновой функцией дейтрона для парижского потенциала <sup>16/</sup>. Отметим, что для моделей, где жесткая часть импульсного спектра протонов в процессах фрагментации дейтронов описывается суммой вкладов импульсного приближения и механизмов с перерассеянием (треугольной диаграммой с  $\Delta$ -изобарой в промежуточном состоянии <sup>18/</sup>, жестким перерассеянием <sup>20/</sup> и др.), отсутствие зависимости формы спектра фрагментации от энергии дейтрона представляется труднообъяснимым фактом. Кроме того, большая чувствительность механизмов перерассеяния к изотопному со-

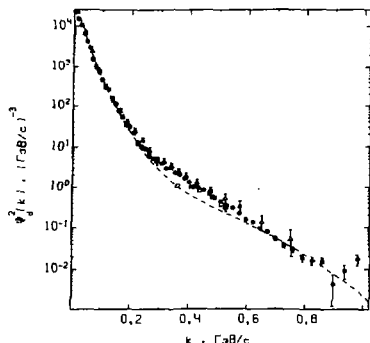


Рис. 3. ИРНД, извлеченные из реакций:  
 ● —  $p(d,p)$ ; ▲ —  $d(e,e')$  /11/;  
 □ —  $d(e,e')n$  /9/. Кривая —  
 парижская волновая функция.

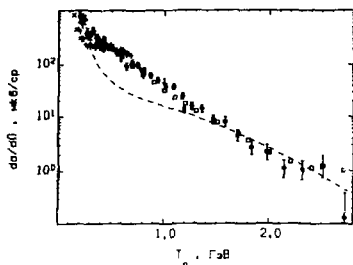


Рис. 4. Сравнение расчёта ОНО(●) /14/,  
 использующего экспериментально оп-  
 ределенное ИРНД (рис.3), с сечени-  
 ем упругого  $d p$ -рассеяния назад  
 ( $\square$  — результаты /13/, остальные точ-  
 ки взяты из указанных в /13/ работ).  
 Кривая — расчёт /14/ с парижской волно-  
 вой функцией.

впервые рассмотрена в /12/.

Данные по энергетической за-  
 висимости упругого  $d p$ - рас-  
 сеяния назад /13/ вместе с ре-  
 зультатом расчёта /14/, ис-  
 пользуя найденное нами  
 ИРНД (рис. 3), представле-  
 ны на рис. 4. Видно, что  
 применение измеренного нами  
 ИРНД позволяет, ограничиваясь  
 приближением ОНО, количествен-  
 но описать энергетическое по-  
 ведение  $d\sigma/d\Omega(180^\circ)$  практи-  
 чески во всем исследованном  
 диапазоне энергий. Отметим,  
 что попытки объяснить расхож-  
 дение между эксперименталь-  
 ными данными /13/ и приближе-  
 нием ОНО с популярными волнов-  
 ными функциями за счёт вклада  
 других механизмов имели успех  
 лишь для ограниченной области  
 энергий.

2. На пучках релятивист-  
 ских выстроенных и неполяри-  
 зованных дейтронов ( $p_d =$   
 $\approx 9,1$  ГэВ/с), чередовавшихся че-  
 рез циклы ускорителя, изу-  
 чена фрагментация дейтронов  
 в протоны, вылетающие под ну-  
 левым углом, в области  
 $0 < q \leq 250$  МэВ/с. Это поз-  
 воляет исследовать тензорную  
 анализирующую способность  
 $T_{20}$  реакции  $(d,p)$  фрагментации:  
 $T_{20} = 2(1 - \sigma_{\text{пол}}/\sigma_{\text{непол}})/p_{20}$ , (5)  
 где  $\sigma_{\text{пол}}$  и  $\sigma_{\text{непол}}$  — диф-  
 ференциальные сечения фраг-  
 ментации выстроенного и не-

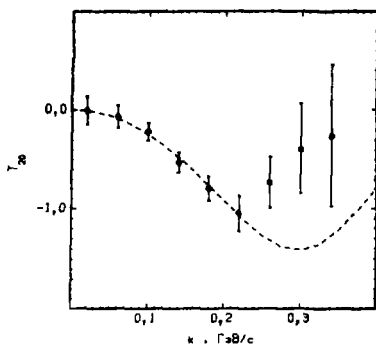


Рис. 5.  $T_{20}$  в реакции  ${}^6\text{C}(d, p)$ ,  $p_d = 9,1$  ГэВ/с. Кривая — расчёт для парижской волновой функции.

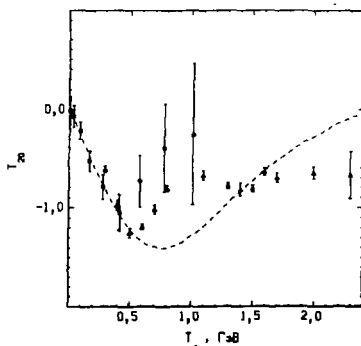


Рис. 6. Сравнение  $T_{20}$ , определённого в реакции  ${}^{12}\text{C}(d, p)$ , с преобразованием аргумента ОНО ( $\bullet$ ) и в реакции упругого  $dp$ -рассеяния на  $180^\circ/16^\circ$  ( $\Delta$ ). Кривая — расчёт для парижской волновой функции в приближении ОНО.

выстроенного дейтрона в протон,  $\rho_{20}$  — выстроенность дейтронного пучка.

Связь  $T_{20}$  с волновой функцией дейтрона дается соотношением

$$T_{20}(k) = \sqrt{\frac{1}{2}} w(k) \frac{2\sqrt{2} u(k) - w(k)}{u^2(k) + w^2(k)}, \quad (6)$$

где  $u(k)$  и  $w(k)$  — S- и D-компоненты волновой функции дейтрона.

Параметр  $\rho_{20}$  был определен по данным  $\sigma^{\text{пол}}/\sigma^{\text{нел}}_{\text{пол}}$  неол в области  $q < 150$  МэВ/с, где существует хорошее согласие между измеренными сечениями  $p(d, p)$ -реакции и импульсным приближением с использованием популярных волновых функций дейтрона (рис. 2). При подготовке использовались формулы (5), (6) и волновая функция для парижского NN-потенциала. После этой процедуры поведение  $T_{20}$  выглядит так, как это показано на рис. 5, где мы видим указание на расхождение с расчётом, используемым парижский NN-потенциал, в области  $q > 200$  МэВ/с, как это имеет место и в поведении дифференциальных сечений (рис. 2).

Основываясь на том, что соотношения (5), (6) одинаковы как для процесса фрагментации дейтрона, так и для упругого  $dp$ -рассеяния назад (в приближении ОНО)/15/, а между дифференциальными сечениями этих реакций установлена связь формулами<sup>14/</sup> и импульсным приближением (рис. 4), мы приводим

сравнение наших данных по  $T_{20}$  с данными <sup>16/</sup> на рис. 6. Недостаточная статистическая обеспеченность наших данных позволяет пока сопоставить только положение минимума в энергетической зависимости  $T_{20}$ . Видно, что оба набора данных согласуются между собой лучше, чем каждый из них с расчётом, использующим парижский  $NN$  - потенциал.

3. Инвариантные сечения реакции  $I^2C(^3\text{He}, p)$  и  $I^2C(^3\text{He}, d)$  в зависимости от импульса фрагмента в системе покоя  $^3\text{He}$  приведены на рис. 7. На рис. 8 эти же данные представлены в зависимости от внутреннего импульса  $k$  (см. формулы (2)-(4)); при нахождении  $k$  для спектра протонов предполагалось, что масса фрагмента-участника равна массе дейтрона (значение  $k$  в этом случае минимально). Видно, что формы обоих спектров хорошо совпадают во всей области изменения  $k$ . На рис. 8

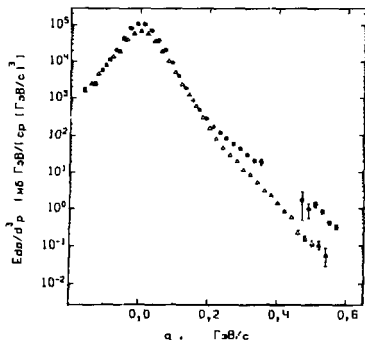


Рис. 7. Инвариантные сечения фрагментации  $^3\text{He}$  при  $p_{He} = 10,8 \text{ GeV/c}$  в зависимости от импульса фрагмента в системе покоя  $^3\text{He}$ :  $\circ$  -  $C(^3\text{He}, p)$ ;  $\Delta$  -  $C(^3\text{He}, d)$ .

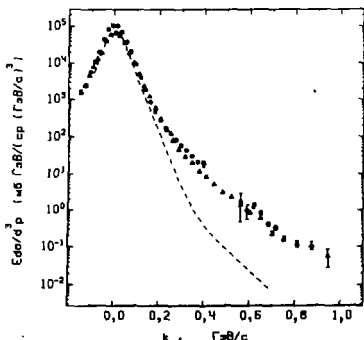


Рис. 8. Инвариантные сечения фрагментации  $^3\text{He}$  в зависимости от "внутреннего импульса":  $\circ$  -  $C(^3\text{He}, p)$ ;  $\Delta$  -  $C(^3\text{He}, d)$ . Кривая - наш расчёт с волновой функцией  $^3\text{He}$  в параметризации <sup>18/</sup>.

приведены также результаты расчёта сечения  $(^3\text{He}, d)$  - реакции в рамках динамики оверлоу-фронта, где использовалась волновая функция  $^3\text{He}$ , вычисленная для  $NN$  - потенциала Рейда с мягким кором <sup>17/</sup>. (Она взята в аппроксимации работы <sup>18/</sup>). При значениях  $k > 200 \text{ MeV/c}$  расчёт сильно отличается от измеренного спектра.

## ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ

1. Независимость формы спектра реакции  $A(d,p)$  от энергии налетающих дейтронов, а также (начиная со 100 МэВ/с в системе покоя дейтрона) от массового числа ядра-мишени говорит о слабом вкладе в наблюдаемый спектр рассмотренных здесь эффектов перерассеяния и взаимодействия в конечном состоянии.
2. Использование переменной светового фронта позволяет увидеть, что в реакциях фрагментации, электродезинтеграции дейтронов, а также в упругом  $d p$ -рассеянии назад измеряется одна и та же характеристика структурн дейтрона: импульсное распределение нуклонов в дейтроне. Другим подтверждением предпочтительности использования этой переменной является совпадение формы спектров  ${}^{13}\text{C}({}^3\text{He}, d)$ ,  ${}^{12}\text{C}({}^3\text{He}, p)$ , представленных как функции  $k$ .
3. В области  $q < 200$  МэВ/с как спектры фрагментации дейтронов, так и анализирующая способность этой реакции хорошо согласуются с расчётами, использующими ВФД с парижским  $NN$ -потенциалом. Однако при  $q > 200$  МэВ/с спектр фрагментации заметно отличается от предсказанного. Получено указание, что поведение  $T_{20}$  начинает отличаться от ожидаемого при тех же значениях  $q$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. Аблеев В.Г. и др. Труды Совещания по исследованиям в области релятивистской ядерной физики. Дубна, 25-27 мая 1982 г. ОИЯИ, Дубна, Д2-82-568, 1982, с.130.  
Ableev V.G. et al. Nucl.Phys., 1983, A393, p.491.  
Аблеев В.Г. и др. Письма в ЖЭТФ, 1983, 37, с.196.  
Аблеев В.Г. и др. В кн.: Нуклон-нуклонные и адрон-ядерные взаимодействия при промежуточных энергиях (Труды симпозиума, 23-25 апреля 1984 г.). ДИЯФ АН СССР, 1984, с.98.  
Воробьев Г.Г. и др. В кн.: Труды VII Межд. семинара по проблемам физики высоких энергий, Дубна. ОИЯИ, Дубна, Д1, 2-84-599, с.198, с.222.
2. Браун М.А., Вечернин В.В. ЯФ, 1984, 40, с.1588.
3. Heckman H. Preprint LBL 2051, Berkley, 1973.
4. Anderson L. et al. Phys.Rev., 1983, C28, p.1224.  
Anderson L. et al. Preprint LBL 14330, Berkley, 1982.
5. Kobushkin A.P., Vizireva L. J.Phys.G.: Nucl.Phys., 1982, 8, p.893.  
Стрикман М.И., Фрайфурт Л.Д. ЭЧАЯ, 1980, II, с.571.
6. Lacombe M. et al. Phys.Lett., 1981, B101, p.139.
7. Балдин А.М. и др. Препринт ОИЯИ, Р1-III68, Дубна, 1977.
8. Копалович В.Б., Радомянов В.Б. Сообщение ОИЯИ, Р2-II938, Дубна, 1978.

9. Turck-Chiezi S. et al. Phys.Lett. B, 1984, 142, p.145.
10. Кобушкин А.П., Строковский Е.А. В кн.: Нуклон-нуклонные и адрон-адронные взаимодействия при промежуточных энергиях (Труды симпозиума, 23-25 апреля 1984 г.). ДИФ АН СССР, М., 1984, с.103.  
Анчишкин Д.В., Визирева Л., Кобушкин А.П. Препринт ИТФ-86-51Р, Киев, 1986.
11. Bosted P. et al. Phys.Rev.Lett., 1982, 49, p.1380.
12. Кондратик Л.А., Шевченко Л.В. ЯФ, 1979, 29, с.792.  
Карманов В.А. ЯФ, 1979, 29, с.1179.
13. Berthet P. et al. J.Phys.G.: Nucl.Phys., 1982, 8, p.111.
14. Kobushkin A.P. Preprint ITP-84-143E, Kiev, 1984.
15. Vasan S.S. Phys.Rev., 1973, D8, p.4092.  
Карманов В.А. ЯФ, 1981, 34, с.1020.
16. Arvieux J. et al. Phys.Rev.Lett., 1983, 50, p.19;  
Nucl.Phys., 1984, A431, p.613.
17. Reid R.V. Ann.Phys., 1968, 50, p.411.
18. Maize M.A., Kim Y.E. Nucl.Phys., 1984, A420, p.365;  
1985, A443, p.747E.

## CORRELATIONS AND VERY INELASTIC ELECTRONUCLEAR REACTIONS

J.M. Laget

Service de Physique Nucléaire - Haute Energie  
CEN Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette Cedex, France

The one body properties of nuclei are nowadays well under control. For instance, the extensive study of elastic or inelastic electron scattering have made possible precise measurements of the nuclear shapes, and the single particle orbitals have been singled out and studied by means of the  $(e,e'p)$  reaction. While those results have provided us with strong constraints on the self consistent mean field picture of nuclei, in which nucleons are bound by effective long ranged two-body forces, we are still left with the two following open questions :

- What is the nature, and how can we study the effects, of the short range correlations in nuclei?
- What is the size and what are the effects of the three-nucleon force?

Those are very old problems which are still unsolved.

The reason is that the meson and  $\Delta$  degrees of freedom dominated all the attempts which have been made so far to study the short range behavior of nuclei : the use of probes of increasing energy requires to take into account the deformation of the nucleon and to consider also the coupling with each mechanism which drives the nucleon-nucleon force.

While the study of these meson and  $\Delta$  degrees of freedom in nuclei has been an important achievement of the last two decades, the major task of Nuclear Physics is now to go beyond and to study nuclei in kinematical regions where their effects are strongly suppressed or with probes to which they couple weakly.

Therefore we are led to ask ourselves the following questions :

- What are the relevant experiments?
- How the quarks will show up in nuclear reaction?
- What is the size of relativistic effects?

Since I extensively dealt with those problems in my Banff lectures<sup>1/</sup> last summer I do not reproduce here the corresponding discussion but I summarize the main topics of my talk.

1. The study of the  $(e,e'p)$  reaction, for small values of the photon four-momentum, has led to strong constraints on the D and  $^3\text{He}$  wave function, up to momentum of the order of 500 MeV/c ref./2/. No freedom is left for playing with their components, in that range of momentum.

2. While the low energy side of the D and  $^3\text{He}$  response functions is well accounted for when the squared mass of the virtual photon is not too high ( $q^2 \sim .2$  (GeV/c) $^2$ ), a significant discrepancy occurs when it reaches  $q^2 \sim 1$  (GeV/c) $^2$ . This is presumably the most clear signature of the break-down of the picture where the virtual photon couples directly with an on-shell nucleon/2/.

3. The low energy side of these response functions is mainly made of rescattering mechanisms, and involves the coupling of the photon to a correlated nucleon pair. The independent study of the  $^3\text{H}(e,e'd)$  and the  $^3\text{H}(e,e'NN)$  reactions in that kinematical region is a way to study short range correlations. Such a study has already been attempted, for small values of the photon mass, at Amsterdam/3/.

4. Today the cleanest signature of two-nucleon correlations is the spectrum of the protons emitted in the continuum of the reaction  $^3\text{He}(e,e'p)X$  ref./4/ or  $^3\text{He}(\gamma,p)X$  ref./5/ which have been recently measured at Saclay. However the separation between the transverse and the longitudinal cross section is still lacking. It will allow to get rid of meson exchange and  $\Delta$  formation mechanisms.

5. The most promising way to study correlations is the  $(e,e'pp)$  reaction. Selection rules strongly suppress the two-body currents in the transverse cross sections. This is therefore the best place to look for the three body currents/1,6/. Meson exchange currents and  $\Delta$  formation mechanisms do not contribute at all to the longitudinal cross section. This is the best place to study in detail the two-body correlations, provided that final state interactions are carefully taken into account ref./7/. The study of this three-arm coincidence experiment will be one of the major axes of research at the new few GeV electron machines.

#### References

1. J.M. Laget, New Vistas in Electronuclear Physics, E. Tomuziak et al., Eds., Plenum (1986).
2. J.M. Laget, Phys. Lett., 1985, 151B, p. 325.
3. P. Keizer et al, Phys. Lett., 1985, 157B, p. 265.
4. J. Morgenstern, Second Workshop on perspective in nuclear physics at intermediate energy, S. Boffi et al., Eds. World Scientific, 1986, p. 355.
5. N. d'Hose et al., 8ème Session d'Etude Biennale de Physique Nucléaire, Aussois, 4-8 Février 1985, J. Meyer Ed., LYCEN 8502 (Lyon University) p. S10.1.
6. J.M. Laget, Nucl. Phys., 1985, A446, p. 489c.
7. J.M. Laget, Preprint DPHN Saclay n°2367, July 1976.

## ФОРМФАКТОРЫ И КВАРКОВАЯ СТРУКТУРА ЛЕГЧАЙШИХ ЯДЕР

В.В.Буров, В.К.Лукьянов

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

В.Н.Достовалов

Дальневосточный госуниверситет, Владивосток

Р.Мартинес

Гаванский университет

### 1. Введение

Экспериментальная структурная функция дейтрона  $A(q^2)^{1/}$ , формфакторы трития<sup>/2/</sup> и  $^3\text{He}$ <sup>/3/</sup> известны в широкой области переданных импульсов  $q^2$ , что позволяет анализировать проявления "тонкой" структуры этих ядер - мезонные обменные токи<sup>/4,5/</sup>, изобарные степени свободы<sup>/6,7/</sup>, релятивистские эффекты<sup>/8-12/</sup>, электрический формфактор нейтрона<sup>/8,9/</sup>, трехчастичные силы<sup>/13/</sup>, кварковые эффекты<sup>/14-19/</sup>. Дело в том, что обычные нерелятивистские представления о структуре ядер при использовании известных нуклон-нуклонных потенциалов не позволяют описывать формфакторы легчайших ядер в области  $q^2 \geq 1$  (ГэВ/с)<sup>2</sup> (см., например<sup>/11,12,20,21/</sup>). Был сделан ряд попыток решить эту проблему с учетом релятивистских эффектов. Так, в работе<sup>/8/</sup> на основе решения соответствующих квеизипотенциальных уравнений было показано, что такие релятивистские поправки невелики. Более того, их учет приводит к увеличению расхождения теории с экспериментом. Другой способ учета релятивистских эффектов в дейтроне<sup>/9/</sup> привел к обратного знака, но также небольшим, поправкам, которые не в состоянии объяснить имеющиеся экспериментальные данные. Мезонные обменные токи (NOT) являются пока основной моделью, претендующей в рамках обычных представлений о структуре ядра на описание экспериментальных данных по упругому рассеянию электронов легчайшими ядрами. В настоящей работе последовательно рассмотрим формфакторы дейтрона,  $^3\text{He}$ ,  $^3\text{H}$  и  $^4\text{He}$  с учетом мезонных и кварковых степеней свободы; основой изложения служат работы<sup>/5,14,22-27/</sup>.

## 2. Дейтрон

Волновая функция дейтрона представляется в виде<sup>/14,22-27/</sup>:

$$\psi_d^M = c_1 \phi_n \phi_p \psi^M + c_2 \psi_{bq}^M, \quad (1)$$

где  $\psi^M$  ( $M$  — проекция спина дейтрона) описывает относительное движение трехкварковых кластеров, нуклонов, имеющих собственные функции  $\phi_n, \phi_p$ . Второй член определяет шестикварковую систему в простейшей  $6c$ -конфигурации с квантовыми числами дейтрона, локализованную в центральной области с размерами порядка кова  $NN$ -сил  $r \sim r_c \sim 1$  фм. В работах<sup>/19,27/</sup> было показано, что для реалистических  $NN$ -потенциалов эффекты антисимметризации по кваркам, принадлежащим разным нуклонам, весьма малы и составляют несколько процентов. Тогда выражение для формфактора дейтрона получает следующий вид<sup>/14,26,27/</sup>:

$$F_{MM'} = (c_1^2 G_c + 2c_1 c_2 F_{int}^{e=0} + c_2^2 F_{bq}) \delta_{MM'} + (c_1^2 G_c + 2c_1 c_2 F_{int}^{e=2}) S_{MM'}(q) \equiv F_c \delta_{MM'} + F_e S_{MM'}. \quad (2)$$

Здесь важно правильно рассчитать формфактор  $F_{bq}$  при больших  $q^2 \gg 1$  (ГэВ/с)<sup>2</sup>. С этой целью выбирается модель релятивистского гармонического осциллятора (МРО) (см., например, работы<sup>/28,29/</sup>), где формфактор  $N$ -кварковой системы имеет вид<sup>/15/</sup>:

$$F_{Nq}(q^2) = (1 + q^2/2M_N^2)^{-N+1} \exp\{-(N-1)q^2/[4M_N(1 + q^2/2M_N^2)]\}. \quad (3)$$

Видно, что при больших  $q^2$  он дает правильную степенную зависимость  $\sim (q^2)^{-N+1}$ , определяемую правилами кваркового счета<sup>/30/</sup>. Параметрами задачи являются  $\alpha_N = N^{3/2} \mathcal{K}$  ( $\mathcal{K}$  — осцилляторный параметр) и масса  $M_N$ . Так, для формфактора протона  $F_{3q}(N=3)$  в<sup>/15/</sup> получены значения параметров  $\alpha_3 \approx 0,5$  (ГэВ/с)<sup>2</sup> и  $M_{3q} \approx 1$  ГэВ. Тогда для формфактора  $F_{6q}(N=6)$  шестикварковой системы  $\alpha_6 = 2\sqrt{2} \alpha_3 \approx 1,4$  (ГэВ/с)<sup>2</sup>. Значение  $M_{6q} = 2,4$  ГэВ выберем таким же, как и в работе<sup>/22/</sup>.

В уравнении (2)  $G_c$  и  $G_e$  есть обычные зарядовый и квадрупольный формфакторы дейтрона, которые мы выберем из расчетов на основе реалистического  $NN$ -потенциала. Электрический формфактор нейтрона считаем равным нулю. Интерференционный формфактор  $F_{int}^{e=0,2}$ , возникающий из-за перекрытия волновых функций  $NN$ - и  $bq$ -каналов, оказывается для дейтрона пренебрежимо малым<sup>/26,27/</sup>.

Теперь остановимся на учете вклада мезонных обменных токов, который согласно общепринятой классификации<sup>/31/</sup> определяется следующими диаграммами<sup>/4,5,22,31/</sup>.

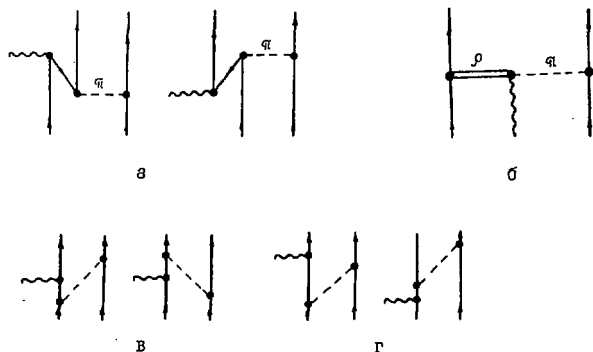


Рис. 1. Диаграммы мезонных обменных токов.

Заметим, что фактически вклад парного тока ( $\pi NN$  - диаграммы, рис. 1а) является релятивистской поправкой к волновой функции дейтрона. Диаграммы перенормировки (рис. 1г) исключают двойной учет обмена мезонами - в волновой функции и в поправке к оператору зарядовой плотности. Мы будем учитывать в диаграммах рис. 1а, в, г обмен только  $\pi$ -мезоном, так как вклады из-за обмена более тяжелыми  $\rho, \omega$ -мезонами пренебрежимо малы<sup>/4/</sup>. Взаимодействие  $\gamma$ -кванта с мезоном, которым обмениваются нуклоны, определяет вклад  $\rho\pi\gamma$ -процесса (рис. 1б). Здесь мы учитываем ширину  $\rho$ -мезона ( $\Gamma_\rho = 154$  МэВ) согласно<sup>/32/</sup>. Сумму диаграмм отдачи (рис. 1в) и перенормировки (рис. 1г) называют эффектом запаздывания. Как показано в работах<sup>/4/</sup>, расчет диаграмм (рис. 1) приводит к появлению дополнительных членов в зарядовом и квадрупольном формфакторах. Окончательно  $G_e$  и  $G_q$  (2) принимают следующий вид:

$$G_{e,q} = F_{e,q}^{\text{imp}} + F_{e,q}^{\pi NN} + F_{e,q}^{\rho\pi\gamma} + F_{e,q}^{\text{ret}}. \quad (4)$$

Выражения для формфакторов, возникающих вследствие учета диаграмм парного тока  $F_{e,q}^{\pi NN}$  (рис. 1а),  $\rho\pi\gamma$ -процесса  $F_{e,q}^{\rho\pi\gamma}$  (рис. 1б), а также диаграмм отдачи (рис. 1в) и перенормировки (рис. 1г) - эффекта запаздывания  $F_{e,q}^{\text{ret}}$  приведены в работах<sup>/4,5,22/</sup>. Здесь мы отметим основные моменты вычислений. Мы выбирали вершинные формфакторы в виде<sup>/33/</sup>:

$$K_\alpha = (1 + q^2/\Lambda_{\pi,\alpha}^2)^{-1} (1 + q^4/\Lambda_{\pi,\alpha}^4)^{-1}; \quad K_{\rho\pi\gamma} = (1 + q^2/m_\omega^2)^{-1}; \quad \alpha \equiv \pi NN, \rho NN, \quad (5)$$

где  $\Lambda_{\pi, \pi NN} = 0,99$  ГэВ/с,  $\Lambda_{\pi, \rho NN} = 0,77$  ГэВ/с,  $\Lambda_{\pi, \pi NN} = \Lambda_{\pi, \rho NN}$

$= 2,58$  ГэВ/с,  $m_\omega = 0,784$  ГэВ. При этом  $K_\omega$  при малых  $q^2$  имеет монополярный вид (модель векторной доминантности), а при  $q^2 \rightarrow \infty$   $K_\omega(q^2) \sim (q^2)^{-3}$ , что предписывается правилами квантовой хромодинамики. Такая параметризация (5) является более современной, чем предложенная ранее в<sup>4/</sup>, так как основана на данных анализе электрон-нуклонного рассеяния<sup>/33/</sup>.

Итак, резюмируем: нами предполагается, что с вероятностью  $c_2^2$  дейтрон состоит из двух нуклонов, обменивающихся мезонами, и с вероятностью  $c_2^2$  представляет собой шестикварковую систему, локализованную в области кова  $NN$ -сил и состоящую примерно на 80% из конфигурации со скрытым цветом<sup>/34/</sup>. Учет МОТ сделан на основе современных представлений о вершинных формфакторах.

Пренебрегая квадратом магнитного формфактора, который значительно меньше  $G_E^2 + G_M^2$  при малых  $q^2$  и  $F_2^2$ , при больших  $q^2$ , запишем структурную функцию в виде

$$A(q^2) = F_c^2(q^2) + F_2^2(q^2). \quad (6)$$

Вес  $8^6$ -конфигурации  $c_2^2$  и  $M_{6q}$  - массу  $6q$  - системы будем определять из условия совпадения с экспериментальными данными  $A(q^2)$ . Результаты расчетов приведены на рис. 2. В нуклонном канале использовалась периферия волновая функция дейтрона<sup>/35/</sup>.

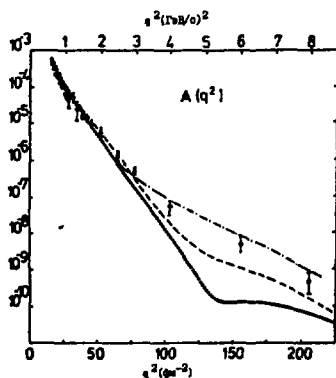


Рис. 2  
Структурная функция  $A(q^2)$  :  
— импульсное приближение (ИП);  
--- ИП+МОТ;  
- · - ИП+МОТ+ $6q$  ( $c_2^2 = 3,5\%$ ).

Из рис. 2 видно, что в области ограниченных значений  $q^2 < 75 \text{ fm}^{-2}$  согласия с экспериментом можно достичь, учитывая вклад только МОТ. То же самое согласие достигается, если наряду с МОТ добавить еще вклад  $6q$ -примеси с вероятностью  $c_2^2 = 3,5\%$ . При больших  $q^2 > 75 \text{ fm}^{-2}$  согласие с экспериментом достигается в основном только за счет учета

вклада  $6q$ -примеси  $F_{6q}$ . Для того чтобы получить более определенную информацию о  $6q$ -примеси, необходимо измерение  $A(q^2)$  при  $q^2 > 75 \text{ фм}^{-2}$  с большей точностью. Однако возможен и другой способ определения роли кварковых эффектов, на который впервые было указано в работе<sup>/26/</sup>, - измерение поляризации дейтрона в упругом  $eD$ -рассеянии. Так, выражение для тензора поляризации  $T_{20}$  дейтрона имеет вид<sup>/22,26/</sup>:

$$T_{20} = \frac{1}{\sqrt{2}} (1 + \chi) / (1 + \chi^2/8),$$

$$\chi = 2\sqrt{2} F_2 / F_0. \quad (7)$$

В работе<sup>/26/</sup> была впервые обнаружена сильная зависимость поведения  $T_{20}$  от  $6q$ -примеси при  $q \sim 5 \text{ фм}^{-1}$ . В работе<sup>/22/</sup> был рассмотрен  $T_{20}$  с учетом также и МОТ. Эти результаты приведены на рис. 3.

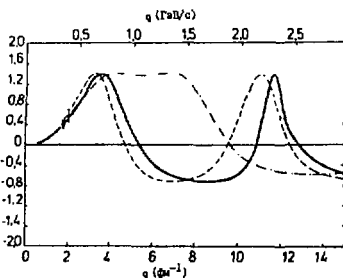


Рис. 3

Тензор поляризации дейтрона  $T_{20}$ . Обозначения см. на рис. 2. Экспериментальные данные взяты из работы<sup>/36/</sup>.

Видно, что учет только МОТ приводит к сдвигу первого нуля  $T_{20}$  примерно на  $0,6 \text{ фм}^{-1}$  (штриховая линия). Включение же кварковых эффектов качественно меняет поведение  $T_{20}$  при  $q > 4 \text{ фм}^{-1}$ . Последнее особенно важно в связи с планированием экспериментов по измерению  $T_{20}$  в этой области  $q$ .<sup>/37/</sup> Следует отметить, что "платообразное" поведение  $T_{20}$  наблюдается при довольно широком варьировании параметров  $c_2$  и  $M_{6q}$ . И вообще, можно ожидать, что поскольку вклад МОТ ограничивается областью  $q^2 < 75 \text{ фм}^{-2}$ , то всякого рода другие модификации МОТ не повлияют на выводы о вкладе  $6q$ -примеси в  $A(q^2)$ ,  $T_{20}(q)$ .

### 3. Формфакторы $^3\text{He}$ , $^3\text{H}$

Волновую функцию трехнуклонной системы запишем в виде<sup>/14/</sup> (см. рис.4):

$$\psi = c_1 \psi_1 + c_2 \psi_2 + c_3 \psi_3. \quad (8)$$

Такое представление приводит к общему выражению для формфактора<sup>/14,24/</sup>:

$$F_{cH, ^3\text{He}} = c_1^2 F_{11} + F_{2T} + F_{3T}, \quad (9)$$

где

$$F_{cHT} = c_2^2 F_{22} + 2c_2 c_3 F_{12}, \quad (10)$$

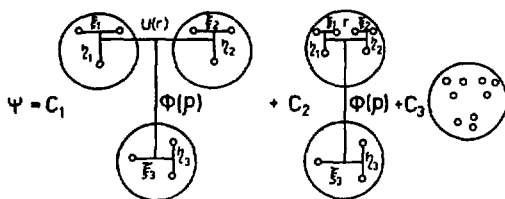


Рис. 4  
Трехнуклонная волновая функция.

$$F_{3q,T} = c_3^2 F_{33} + 2c_1 c_3 F_{13} + 2c_2 c_3 F_{23}. \quad (\text{II})$$

Здесь  $F_{11}$  есть формфактор 3-нуклонной системы, рассчитываемый в нуклонном канале. Такие вычисления были сделаны в рамках уравнений Фаддеева/II,38/ (— — на рис. 5,6). Формфакторы  $F_{6q,T}$  и  $F_{3q,T}$  мы рассчитывали в МРГО с использованием ястровского типа параметризации для волновых функций относительного движения  $6q$ - и  $3q$ -кластера на малых расстояниях. Оказывается, что интерференция  $F_{12}$  и  $F_{23}$  играет весьма важную роль. Ее учет приводит к тому, что амплитуду  $6q$ -примеси приходится выбирать отрицательной,  $c_2 < 0$ . Тогда последние члены в (IО) и (II) становятся отрицательными, а так как именно они дают наибольший вклад в  $F_{6q,T}$  и  $F_{3q,T}$  соответственно, то и  $F_{6q,T}$  и  $F_{3q,T}$  будут давать отрицательный вклад в  $F_{сн}$ . На рис. 5,6 приведены результаты расчета и сравнение с экспериментом<sup>/3/</sup> формфактора  $^3\text{He}$ .

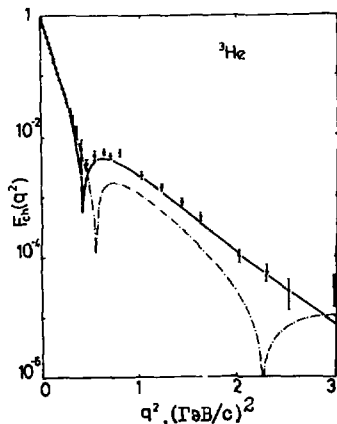


Рис. 5  
Формфактор  $^3\text{He}$ .  
— — импульсное приближение  $|F_{11}|/38$ ;  
—  $|F_{сн}|$  ( $c_1 = 1.0092$ ,  
 $c_2 = -0.3927$ ,  
 $c_3 = 0.0736$ ).

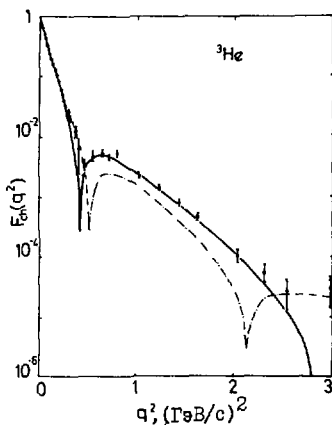


Рис. 6  
Формфактор  ${}^3\text{He}$ .  
То же, что и на рис. 5, но с  
учетом MOT по рецепту рабо-  
ты/II/.

Видно, что в области второго максимума достигается согласие с экспериментом именно за счет отрицательного вклада  $F_{\sigma_T}$ . На рис. 7 приведены интерференционные формфакторы.

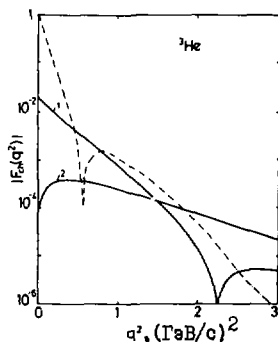


Рис. 7

Интерференционные формфакторы:  
1 —  $|F_{\sigma_T}|$ ; 2 —  $|F_{\sigma_T}|$ ; ;  
штрихпунктир —  $|F_{11}|/39/$ .

Нетрудно заметить, что в случае положительного  $F_{\sigma_T}$ -формфактора наблюдался бы минимум при "пересечении" кривых  $F_{\sigma_T}$  и  $F_{11}$ , который

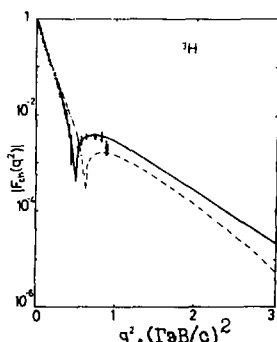


Рис. 8

Формфактор ядра  ${}^3\text{H}$ :  
—  $|F_{\sigma_T}|$ ; штрихпунктир —  
 $|F_{11}|/39/$ .

в эксперименте не наблюдается. Это еще один аргумент в пользу выбора отрицательного знака амплитуды  $C_2$ .

Аналогичные вычисления были проведены и для формфактора  ${}^3\text{H}$  с теми же параметрами ( $C_1=1,0092$ ,  $C_2=-0,3927$ ,  $C_3=0,0736$ ). Из рис. 8 видно, что таким образом удается объяснить поведение формфактора  ${}^3\text{H}$  во всей области измеренных переданных импульсов<sup>/2/</sup>:  $q^2 \lesssim 0,9$  (ГэВ/с)<sup>2</sup>. В этом смысле расчет  $F_{\text{сн}}^{{}^3\text{H}}$  оказывается безпараметрическим. При этом согласие с экспериментом достигается и в наиболее критической области второго максимума, что обычно не удается сделать при учете только нуклонных степеней свободы.

Отметим, что для ядер  ${}^3\text{H}$ ,  ${}^3\text{He}$  эффективный вклад  $6q$ - и  $9q$ -примесей, определяемый значением  $F_{6q,T}$  и  $F_{9q,T}$  при  $q^2=0$ , составляет примерно 2% и 0,01%. Это связано с тем, что в (I0) и (II) интерференционные формфакторы  $2C_1C_2 F_{12}$  и  $2C_2C_3 F_{23}$  входят с отрицательным знаком ( $C_2 < 0!$ ), что приводит к частичной компенсации отдельных членов в  $F_{6q,T}$  и  $F_{9q,T}$ .

#### 4. Формфактор ${}^4\text{He}$

Выберем волновую функцию ядра  ${}^4\text{He}$  аналогично  ${}^3\text{He}$ <sup>/25/</sup>:

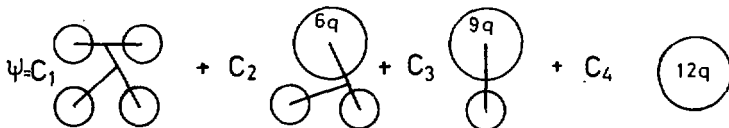


Рис. 9. Волновая функция ядра  ${}^4\text{He}$ .

Тогда формфактор принимает вид суммы:

$$F_{\text{сн}}^{{}^4\text{He}} = C_1^2 F_{11} + F_{6q,T} + F_{9q,T} + F_{12q,T}, \quad (\text{I2})$$

где

$$F_{6q,T} = C_2^2 F_{22} + 2C_1C_2 F_{12}, \quad (\text{I3})$$

$$F_{9q,T} = C_3^2 F_{33} + 2C_1C_3 F_{13} + 2C_2C_3 F_{23}, \quad (\text{I4})$$

$$F_{12q,T} = C_4^2 F_{44} + 2C_1C_4 F_{14} + 2C_2C_4 F_{24} + 2C_3C_4 F_{34}. \quad (\text{I5})$$

Здесь  $F_{11}$  - 4-частичный формфактор в нуклонном канале, который вычислялся в работе<sup>/27/</sup> с  $NN$ -потенциалом Хемеды-Джонстона с вкладом трехчастичных сил. Конкретные выражения для отдельных частей  $F_{ij}$  можно получить, используя выкладки в работах<sup>/14,24/</sup>.

Рис. 10 показывает вклад в формфактор отдельных компонент  $F_{6qT}$ ,  $F_{9qT}$  и  $F_{12qT}$  (кривые 1, 2, 3 соответственно). Оказывается, что амплитуду  $6q$ -примеси  $C_2$  здесь также необходимо выбирать отрицательной, так как только в этом случае можно получить согласие с экспериментальными данными в области максимума  $|F_{CH}|$  при  $q^2 \sim 0,4$  (ГэВ/с). Анализ показывает, что вклад  $F_{11}$  будет определяющим при  $q^2 < 0,4$  (ГэВ/с)<sup>2</sup>,  $F_{6qT}$  — при  $0,4 < q^2 < 1,1$  (ГэВ/с)<sup>2</sup> и  $F_{9qT}$  — при  $1,1 < q^2 < 2,5$  (ГэВ/с)<sup>2</sup>. Вклад  $F_{12qT}$  в области  $q^2 < 2,5$  (ГэВ/с)<sup>2</sup> пренебрежимо мал, причем  $F_{12qT} < 0$ . Для выяснения роли  $F_{12qT}$  необходимо иметь экспериментальные данные при  $q^2 > 2,5$  (ГэВ/с)<sup>2</sup>.

Согласие с экспериментальными данными<sup>/8/</sup> получается (рис. 11) при выборе следующих амплитуд многокварковых примесей:  $C_2 = -0,42$ ,  $C_3 = 0,112$ ,  $C_4 = -0,015$ .

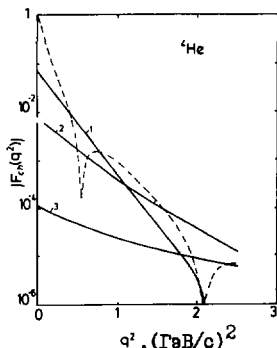


Рис. 10

Интерференционные формфакторы  ${}^4\text{He}$ .

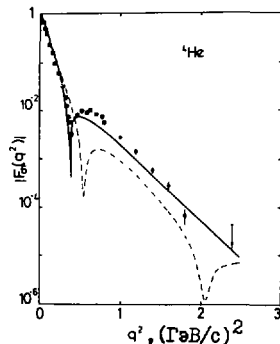


Рис. 11

Формфактор  ${}^4\text{He}$ :

---  $|F_{11}|$  из работы /17/;  
—  $|F_{CH}|$  (12).

Следует отметить, что в тех работах, где не учитывается интерференция каналов<sup>/17/</sup>, приходилось для имитации их вклада выбирать отрицательными вероятности многокварковых примесей  $c_2^2 < 0$ ,  $c_3^2 < 0$ ,  $c_4^2 < 0$ , что исключает физическую интерпретацию полученной параметризации данных эксперимента.

Итак, наш анализ показывает, что в ядре  ${}^4\text{He}$  вклад шестикварковой примеси  $C_2^2 = 17,64\%$ ,  $9q$ -примеси  $C_3^2 = 1,25\%$ ,  $12q$ -примеси  $C_4^2 = 0,02\%$ . Эффективный вклад  $6q$ -,  $9q$ -,  $12q$ -каналов вследствие частичной компенсации

интерференционных и "прямых" формфакторов оказался значительно меньше:  $|F_{\pi\pi}(0)|=7,3 \cdot 10^{-2}$ ,  $|F_{\pi\eta}(0)|=8,2 \cdot 10^{-3}$ ,  $|F_{\eta\eta}(0)|=10^{-4}$ . Отметим, что в настоящее время имеются модели<sup>40/</sup>, предполагающие существование в ядре  ${}^4\text{He}$  только  $I2q$ -системы с очень большой вероятностью:  $10 \pm 15\%$ , получающиеся вследствие пренебрежения вкладками  $6q$ - и  $9q$ -примесей и интерференцией нуклонного и кваркового каналов.

## 5. Заключение

1. Невозможно объяснить формфакторы легчайших ядер во всей области измеренных переданных импульсов только за счет  $NN$ -сил.

2. Включение МЭТ улучшает согласие с экспериментом при средних переданных импульсах  $q^2 < 75 \text{ fm}^{-2}$  для дейтрона.

3. Предположение о существовании многокварковых систем в ядрах дает возможность объяснить экспериментальные данные во всей области измерения.

4. Интерференция нуклонного и шестикваркового каналов в слабосвязанной системе - дейтроне пренебрежимо мала. В то же время интерференция в сильносвязанных ядрах  ${}^3\text{H}$ ,  ${}^3\text{He}$ ,  ${}^4\text{He}$  играет определяющую роль в объяснении эксперимента.

## Литература

1. Arnold R.G. et al. Phys.Rev.Lett., 1973, 35, p. 776.  
Arnold R.G. et al. Contributed paper at the 9th Int. Conf. on High Energy Phys. and Nucl. Structure, Versailles, France, 1981, p.94.
2. Collard H., Hofstadter R., Hughes E.B., Johansson A., Yearian M.R. Phys. Rev., 138, N 1B, 1965, p. B57.  
F.P.Juster et al. Phys.Rev.Lett., 55, N21, 1985, p. 2261.
3. McCarthy J.S., Sick I., Whitney R.R. Phys. Rev., 1977, C15, p. 1396.  
Bernheim M. et al. Lett. Nuovo Cim., 1972, 5, p. 431.  
Szalata Z. et al. Phys. Rev., C15, 1200, 1977.  
Cavedon J.M. et al. Phys. Rev. Lett., 1982, 49, p. 986.  
Dunn P.C. et al. Phys. Rev., 1983, C27, p. 71.  
McCarthy J.S., Sick I., Whitney R.R. Phys. Lett., 64B, 1976, p.33.  
Frosch R.F. et al. Phys.Rev., 1967, v.160, p.874.  
Arnold R.G. et al. Phys. Rev. Lett., 1978, 40, p. 1429.
4. Gari M., Huuga H. Nucl. Phys., 1976, A264, p. 409.  
Gari M., Huuga H. Nucl. Phys., 1977, A278, p. 372.  
Gari M., Huuga H. Z.Phys., 1976, A277, p. 291.
5. Буров В.В., Достовалов В.Н. Препринт ОИИИ, P2-85-928, Дубна, 1985.

- Буров В.В., Гой А.А., Достовалов В.Н. Препринт ОИИИ, Р2-86-127, Дубна, 1986.
- Буров В.В., Достовалов В.Н., Суськов С.В. Письма в ЖЭТФ, 44, 1986, с. 357.
6. Beyer M., Weber H.J. Preprint МКФН-Т-1986-4, Mainz, 1986.
  7. Sauer P.U. Preprint ИТФ-УН 7/86, Hannover, 1986; Czech. J. Phys., B36, 1986, p. 278; Hajduk Ch., Sauer P.U. Nucl.Phys., A369, 1981, p. 321.
  8. Arnold R.G., Carlson G.E., Gross F. Phys. Rev., 1981, C23, p.363.
  9. Музафаров В.М., Троицкий В.Е., Трубинов С.В. ЭЧАЯ, 1983, I4, с. III2
  10. Lina J.M., Goulard B. Phys. Rev., C34, 1986, p. 714.
  11. Sick I. Lecture Notes in Phys., 1978, 86, p. 300.
  12. C.Ciofi degli Atti. Prog. in Part. and Nucl.Phys., 1980, 3, p.163.
  13. Sasakawa T., Fukunaga A., S.Ishikawa. Czech. J. Phys., B36, 1986, p. 312.
  14. Буров В.В., Лукьянов В.К., Титов А.И. Z. Phys. A: Atoms and Nuclei, 1984, v. 318, p. 67.  
Буров В.В., Лукьянов В.К., Титов А.И. ЭЧАЯ, 1984, I5, с. I249.  
Буров В.В., Лукьянов В.К. Труды Межд. школы по структуре ядра. ОИИИ, Д4-85-85I, Дубна, 1985, с. 283.
  15. Namiki M. In: Proc. of the VII Int. Seminar on High Energy Physics Problems. D1,2-84-599, Dubna, 1984, p. 397.  
Kizukuri Y., Namiki M., Okano K. Prog. Theor. Phys., 1979, 61, p. 559; Honzawa N. et al. Preprint NUPA-84-14, Tokio, 1984.
  16. Simonov Yu.A. Phys. Lett., 1981, 107B, p. 1.  
Grach I.L., Kondratyuk L.A. Preprint ИТФ-59, 1983, M.
  17. Chertok B. Phys. Rev. Lett., 1978, 41, p. 1155.  
Namiki M., Okano K., Oshimo N. Phys. Rev., 1982, C25, p. 2157.
  18. Hoodbhoy P., Kisslinger L.S. Phys. Lett., 1984, 146B, p. 163.  
Maize M.A., Kim Y.E. Preprint PNTG-84-14, Purdue Univ., 1984; Phys. Rev., 1985, C31, p. 1923.  
Vary J.P., Coon S.A. and Pirner H.J. In: Few Body Problems in Physics, ed. by Zeitnitz (Elsevier, New York, 1984), v.11, p. 683.  
Манзеньков С.И. Препринт ЛИЯФ, I208, Ленинград, 1986.
  19. Обуховский И.Т., Ткаля Е.В. ЯФ, 1982, 35, с. 288.  
Spitz G., Schmid E.W. Few Body Systems, 1, 1986, p. 37.  
Yamauchi J., Wakamatsu M. Phys. Lett. B172, 1986, p. 161.
  20. Haftel M.I., Mathelisch L., Zingl H.F.K. Phys. Rev., C22, 1980, p. 1285.
  21. Dieperink A.E.L. et al. Phys. Lett., 1976, 63B, p.261.  
Nunberg P., Prosperi D., Pace E. Nucl.Phys., 1977, A285, p.58.

22. Буров В.В., Достовалов В.Н. Препринт ОИИИ, P2-86-163, Дубна, 1986.
23. Буров В.В., Лукьянов В.К., Мартинес Р. Кратк. сообщ. ОИИИ, 1986, №15-86, с.13.
24. Буров В.В., Лукьянов В.К. Препринт ОИИИ, P2-86-337, Дубна, 1986; P2-85-196, Дубна, 1985.
25. Буров В.В., Лукьянов В.К., Мартинес Р. Кратк. сообщ. ОИИИ, № 18-86, с.25, 1986.
26. Burov V.V., Dorkin S.M., Dostovalov V.N. Z. Phys., 1984, A315, p. 205.
27. Burov V.V. et al. Z. Phys., 1982, A306, p. 149.
28. Fujimura K., Kobayashi T., Namiki M. Prog. Theor. Phys., 43, 1970, p. 73; 44, 1970, p. 193.
29. Feynman R.P., Kisslinger M., Ravndal F. Phys.Rev., 1971, D3, p. 2706.  
Марков М.А. Мезоны и К-гипероны. Физматгиз, М., 1958.  
Yukawa H. Phys.Rev., 91, 1953, 416.  
Takabayasi T. Phys.Rev., 139, 1965, B1381.
30. Matveev V.A., Muradyan R.M., Tavkhelidze A.N. Lett. Nuovo Cimento, 1973, 7, p. 719.  
Brodsky S., Farrar G. Phys.Rev.Lett., 1973, 31, p. 1153;  
Phys.Rev., 1975, D11, p. 1309.
31. Chemtob M., Rho M. Nucl. Phys., 1971, A163, p. 1.  
Иванов Е.А., Труглиц Е. ЭЧАЯ, 1981, 12, с. 492.
32. Frazer W.R., Fulco J.R. Phys. Rev., 1960, 117, p. 1609.  
Gounaris G.J., Sakurai J.J. Phys. Rev. Lett., 1968, v.21, p.244.
33. Gari M., Kaulfuss U. Phys.Lett., 1984, 136B, p.139.
34. Matveev V.A., Sorba P. Nuovo Cimento Lett., 1977, 20, p. 145.
35. Lacombe M. et al. Phys.Rev., 1980, C21, p. 861.
36. Schülze M.E. et al. Phys.Rev.Lett., 1984, 52, p. 597.
37. Grösa F. Preprints CEBAF 85-2,3,4, CEBAF, Newport News, Virginia, 1985.  
Whitney R.R. Preprint CEBAF 85-1, CEBAF, Newport News, Virginia, 1986.  
Antonuk L. et al. Proc. Sixth Int. Symp. Polar. Phenom in Nucl. Phys., Osaka, 1985, J. Phys. Soc. Jpn.55(1986), Suppl, p. 840.
38. Brandenburg R.A., Kim Y.E., Tubis A. Phys.Rev., C12,1975,p.1368.
39. Hadjimichael E., Goulard B., Bornais R. Phys.Rev., C27, 1983, p. 831.
40. Kandratyuk I.L. Preprint ITEP-122, Moscow, 1984.  
Dakhno L.G., Nikolaev N.N. Preprint LNPI, Leningrad, 1984.

# ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ СТРУКТУРА НЕКОТОРЫХ

## СОСТАВНЫХ АДРОННЫХ СИСТЕМ

В. В. Троицкий

Научно-исследовательский институт ядерной физики МГУ, Москва

С. В. Трубинков, В. А. Романов

Харьковский государственный университет

В релятивистской ядерной физике весьма важным представляется изучение таких явлений при промежуточных и высоких энергиях и переданных импульсах, когда релятивистские эффекты уже являются существенными, а нетривиальные кварковые степени свободы еще ярко не проявляются. В этой ситуации в электродинамике адронов необходимо разбивать разнообразие специфические методы. В настоящей работе на основе релятивистского подхода <sup>/1/</sup> рассматриваются с единой точки зрения электромагнитные формфакторы и различные статические характеристики таких составных адронных систем, как дейтрон, некоторые легкие ядра,  $\Lambda$ -гиперон и нейтрон. Результаты подхода <sup>/1/</sup> для дейтрона суммируются в обзорах <sup>/2,3/</sup>. Здесь представлены те новые результаты для дейтрона, а также для адронных ( $\Lambda$ ,  $n$ ) и ядерных ( ${}^6\text{Li}$ ,  ${}^7\text{Li}$ ,  ${}^7\text{Be}$ ) систем, которые мы не вошли в наш доклад на предыдущем семинаре <sup>/4/</sup>, или были получены после его проведения. Изложение частично основано на работах <sup>/5-18/</sup>.

В подходе <sup>/1/</sup> электромагнитные формфакторы  $G_{b.s.}(Q^2)$  двухчастичного связанного состояния с массой  $M_{b.s.}$  выражаются через электромагнитные формфакторы составляющих систему частиц, каждая из которых находится на массовой поверхности, и через фазы взаимного рассеяния составляющих в канале с квантовыми числами связанного состояния:

$$G_{b.s.}(Q^2) = \iint_{(M_1+M_2)^2}^{\infty} \frac{\Delta B(s) f_0(s, s', Q^2, G_1, G_2) \Delta B(s')}{(s - M_{b.s.}^2)(s' - M_{b.s.}^2)} ds ds'. \quad (I)$$

Входящая в (I) матричная функция  $\Delta B$  зависит только от наборов экспериментальных фазовых сдвигов, в которых содержится вся динамическая информация о взаимодействии, формирующем связанное состоя-

ние 1). Матричная функция  $f_0$  есть алгебраическая функция инвариантных переменных  $S$ ,  $S'$ ,  $Q^2$  и линейная функция электромагнитных факторов оставляющих  $G_1(Q^2)$ ,  $G_2(Q^2)$ .

Для конкретных систем представление (1) приводит к следующим результатам.

**1. Дейтрон.** В этом разделе мы не будем перечислять все результаты и приводить громоздкие формулы, которые могут быть найдены в работах <sup>15-12)</sup>, а ограничимся обсуждением двух наиболее важных (хотя и предварительных) результатов.

Одной из важнейших задач теории дейтрона является объяснение поведения продольной части  $A(Q^2)$  сечения упругого  $ed$ -рассеяния во всем измеренном интервале  $0 < Q^2 \leq 205,4 \text{ фм}^{-2}$ . Одно из возможных объяснений медленного убывания  $A(Q^2)$  с ростом  $Q^2$ , не требующее привлечения кварковых степеней свободы, приведено в <sup>14)</sup>. Оно сводится к выбору нетривиальной параметризации  $G_{En}(Q^2)$ . Здесь мы подчеркнем, что в проблеме описания  $A(Q^2)$  при больших значениях  $Q^2$  имеются и два других аспекта.

Первый аспект связан с резким ростом величины релятивистских эффектов при увеличении  $Q^2$ . Мы уже неоднократно отмечали, что в подходе <sup>1/1</sup> релятивистские поправки к факторам дейтрона положитель-

ны. Иными словами, учет таких поправок в принципе реализует тенденции к обмелению теоретических и экспериментальных значений  $A(Q^2)$ . Результаты расчетов в одном из вариантов подхода <sup>1/1</sup> представлены на рис. 1. Видно, что даже при традиционном выборе нуклонных факторов (в том числе  $G_{En}(Q^2) \equiv 0$ ) релятивистские эффекты в области  $Q^2 > 100 \text{ фм}^{-2}$  могут достигать столь заметной величины, что в описании  $A(Q^2)$  практически исчезают реальные проти-

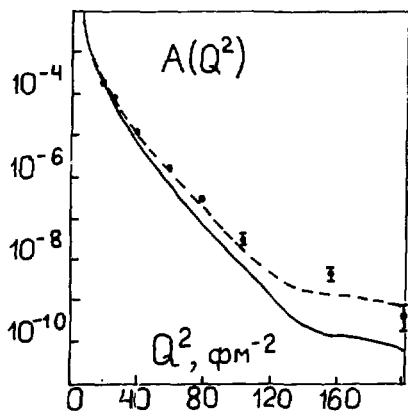


Рис. 1.  $A(Q^2)$  в релятивистском подходе (штриховая) и нерелятивистском приближении (сплошная кривая).

<sup>1/1</sup> Разумеется, для полного определения факторов связанного состояния необходимо задать энергию связи и нормировочную постоянную.

воречия между теорией и экспериментом без включения дополнительных степеней свободы в дейтроне.

Второй аспект проблемы описания  $A(Q^2)$  состоит в том, что в подходе  $^{1/1}$  зависимость электромагнитных формфакторов дейтрона  $G_{cd}^d, G_{cm}, G$  от допустимого выбора экспериментальных  $n\rho$ -фазовых движений в пределах имеющихся фазовых анализов является весьма сильной уже при  $Q^2 \sim 1$  (ГэВ/с)<sup>2</sup> и растет с ростом  $Q^2$ . Соответствующие результаты для  $G_{cd}$  были ранее опубликованы в  $^{1/10/}$ . Здесь на рис. 2 пред-

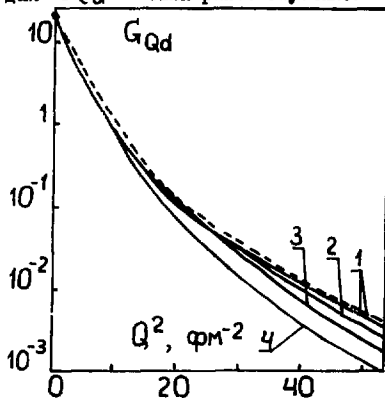


Рис. 2. Величина  $G_{Qd}$  для различных  $n\rho$ -фаз (сплошные кривые) и релятивистские значения  $G_{Qd}$ , соответствующие фазе I (штриховая кривая).

ставлена зависимость квадрупольного формфактора дейтрона  $G_{Qd}$  от выбора различных экспериментальных наборов  $^3S_1$ ,  $^3D_1$  и  $^3E_1$ -фазовых движений  $n\rho$ -рассеяния. Видно, что эта зависимость весьма существенна: переход от одного набора к другому меняет значение  $G_{Qd}$  почти в три раза при  $Q^2 \approx 50$  фм<sup>-2</sup>. Релятивистские поправки для всех наборов  $n\rho$ -фаз при  $Q^2 < 50$  фм<sup>-2</sup> положительны и относительно невелики (не превышает 10%). В дальнейшем было бы интересно провести такой же анализ  $A(Q^2)$  при больших  $Q^2$ . Изучение фазовой зависимости  $A(Q^2)$  может существенно изменить "привычные" значения этой величины.

Другой важнейшей проблемой теории дейтрона является описание поперечной части  $B(Q^2)$  сечения упругого  $^{1/19/}$   $ed$ -рассеяния. Появление новых точных экспериментальных данных в области  $Q^2 \leq 1,3$  (ГэВ/с)<sup>2</sup> делает эту проблему особенно интересной. Нама точка зрения состоит в том, что экспериментальные значения  $G_{Md}(Q^2)$  могут свидетельствовать о существенном отклонении магнитных формфакторов нейтрона и протона от масштабного соотношения  $G_{Mn}(Q^2)/\mu_n = G_{Mp}(Q^2)/\mu_p$  (подробнее см. раздел 4).

2. Некоторые легчайшие ядра ( $^6\text{Li}$ ,  $^7\text{Li}$ ,  $^7\text{Be}$ , ...). Подход  $^{1/1}$  можно применять для изучения электромагнитной структуры тех легчайших ядер, которые характеризуются сильной двухчастичной кластеризацией. Этому условию удовлетворяют, например, ядра  $^6\text{Li} = \alpha + d$ ,  $^7\text{Li} =$

$= \alpha + t$ ,  ${}^7\text{Be} = \alpha + {}^3\text{He}$  и др. Взаимодействие, "оклеивающее" ядра-кластеры в рассматриваемое ядро, полностью учитывается через экспериментальные (а там, где их нет - через теоретические) фазовые сдвиги рассеяния ядер-кластеров друг на друга в канале с квантовыми числами рассматриваемого ядра. Соответствующие формулы приведены в [13].

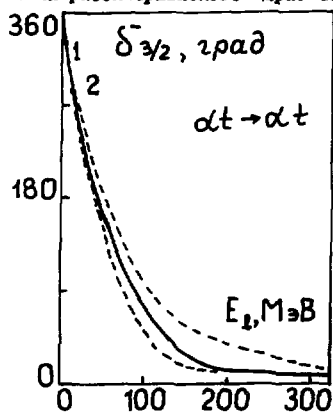


Рис. 3.  $\delta_{3/2}$ -фаза  $\alpha t$ -рассеяния (сплошная кривая) и область ее вариации (штриховые кривые). Точки 1 и 2 ограничивают экспериментальную фазу.

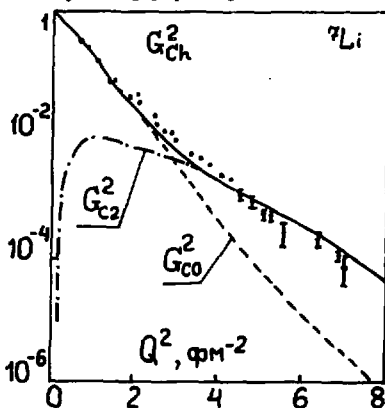


Рис. 4. Квадрат полного зарядового формфактора ядра  ${}^7\text{Li}$  и вклады в него зарядового монополюсного  $G_{co}^2$  и квадрупольного  $G_{c2}^2$  формфакторов.

На рис. 3 представлена взятая из [20] фаза  $\alpha t$ -рассеяния, которая использовалась при расчете зарядового монополюсного ( $G_{co}$ ) и квадрупольного ( $G_{c2}$ ) формфакторов ядра  ${}^7\text{Li}$  в основном состоянии. Результаты расчетов приведены на рис. 4. Хорошее согласие с экспериментальными значениями  ${}^{7/21}$  формфактора  $G_{ch}^2(Q^2)$  очевидно. Далее, при указании на рис. 3 вариации  $\alpha t$ -фазы вычисленный радиус распределения заряда в ядре  ${}^7\text{Li}$  изменяется в пределах  $\langle r^2 \rangle^{1/2} = 2,31 \div 2,50$  фм, что находится в разумном согласии с экспериментальной величиной  $(2,35 \pm 0,10)$  фм. Для квадрупольного момента ядра  ${}^7\text{Li}$  получается значение  $Q_{Li} = (3,6 \div 3,8)$  фм<sup>2</sup> (эксперимент дает  $Q_{Li} = - (3,70 \pm 0,08)$  фм<sup>2</sup> [22]).

Исходя из гибридной (экспериментальный набор плюс теоретическое продолжение в области больших энергий, аналогично указанному на рис. 3) фазы  $\alpha$ -рассеяния для статических моментов ядра  ${}^7\text{Be}$  в основном состоянии вычисления приводят к следующим результатам:  $\langle r^2 \rangle^{1/2}_{Be} =$

$= 2,3 \div 2,5$  фм,  $Q_{\tau Be} = -(4,8 \div 5,1)$  фм<sup>2</sup>. К сожалению, эти значения сравнить не с чем, поскольку в доступной нам литературе отсутствуют какие-либо экспериментальные данные относительно статмоментов  ${}^7\text{Be}$ . Здесь уместно сделать следующие замечания. Известно (см., например, обсуждение в [22]), что интерес к изотопу  ${}^7\text{Li}$  в значительной степени определяется большим значением экспериментального квадрупольного момента этого ядра. Этот факт оказывается существенным в самых разнообразных областях - от ядерной физики до физики твердого тела. Для ядра  ${}^7\text{Be}$  мы предсказываем еще большее значение величины  $Q_{\tau Be}$ . Кроме того, также известно, что изучение структуры ядра  ${}^7\text{Be}$  представляет несомненный интерес в астрофизическом аспекте (проблема солнечных нейтрино). Поэтому крайне желательны экспериментальные измерения статмоментов  $\tau_{Be}$ ,  $Q_{\tau Be}$ .

Получены также детальные результаты относительно факторов и статмоментов ядра  ${}^6\text{Li}$  в основном состоянии. Поскольку экспериментальные  $S$ - и  $D$ -фазы  $\alpha d$ -рассеяния известны в сравнительно узкой области энергий  $E_L \leq 60$  МэВ, то для полного расчета структуры ядра  ${}^6\text{Li}$  необходимо, как и в случае  $\alpha t$ -рассеяния, фиксировать рецепт продолжения  $\alpha d$ -фазы в область высоких энергий.

В заключение этого раздела подчеркнем, что необходимо провести новые фазовые анализы  $\alpha d$ -,  $\alpha t$ - и  $\alpha {}^3\text{He}$ -рассеяния в широком интервале энергий. Настоятельно необходимы также новые измерения электромагнитных факторов ядер  ${}^6, {}^7\text{Li}$ , поскольку имеющиеся экспериментальные данные были получены давно, в узкой области  $Q^2$  и характеризуются невысокой точностью. Наличие соответствующих экспериментальных результатов при средних и больших  $Q^2$  позволит в будущем использовать подход [14] для детального анализа релятивистских эффектов в факторах легких ядер.

3.  $\Lambda$ -гиперон. В кварковых моделях адронов (речь идет о моделях нерелятивистских составляющих кварков), как известно, магнитный момент  $\Lambda$ -гиперона не вычисляется, а является входным параметром теории, по которому фитируется магнитный момент странного кварка  $\mu_s$ . Такой способ используется в большинстве работ по вычислению статмоментов бариев. В рамках подхода [14] величину  $\mu_\Lambda$  можно вычислить, если известна упругая часть фазы  $N\bar{K}$ -рассеяния в канале с квантовыми числами  $\Lambda$ . Соответствующие формулы для релятивистского магнитного момента имеют вид

$$\mu_\Lambda^{\tau} = (1 + \varepsilon) \mu_\Lambda^{\text{н.т.}}, \quad (2)$$

$$\mu_{\Lambda}^{\text{н.т.}} = \frac{1}{6} \left[ 2 - \mu_n - \mu_p - 2 \frac{m_2}{m_1} \right] = -0,45 \text{ я.м.}, \quad (3)$$

$$\varepsilon = \int_0^{\infty} \left[ \frac{2m_2 \sqrt{2m_1}}{(m_1 + m_2)^2} - \frac{1}{\sqrt{2m_1 + \sqrt{E + 2m_1}}} \right] \frac{\sqrt{E} (\Delta_{K\bar{P}}(E))^2}{\sqrt{E + 2m_1}} dE \times$$

$$\times \left[ \int_0^{\infty} \frac{(\Delta_{K\bar{P}}(E))^2}{\sqrt{E}} dE \right]^{-1}, \quad (4)$$

где  $m_1$  - масса  $K^-$ -мезона,  $m_2$  - масса протона,  $\Delta_{K\bar{P}}(E)$  выражается через экспериментальную  $P_{01}$ -фазу  $K\bar{P}$ -рассеяния <sup>2)</sup>.

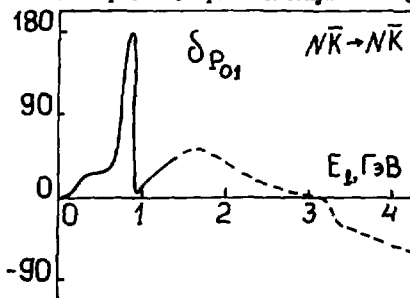


Рис. 5. Экспериментальная  $P_{01}$ -фаза  $N\bar{K}$ -рассеяния (сплошная кривая) и ее продолжение (птриховая).

Соответствующий набор фазовых сдвигов приведен на рис. 5. Вычисления с этой фазой дают для релятивистского фактора значение  $\varepsilon = 0,25$ , приводящее к величине магнитного момента

$$\mu_{\Lambda}^{\text{н.т.}} = -0,56 \text{ я.м.} \quad (5)$$

Эта величина с 8%-ной точностью совпадает с экспериментальным значением  $\mu_{\Lambda} = -0,614 \pm 0,005 \text{ я.м.}$  Интересно отметить, что в задаче вычисления  $\mu_{\Lambda}$  проявляется своеобразная кварк-адронная дуальность: численно нереля-

тивистское (3) и релятивистское (5) значения  $\mu_{\Lambda}$  в  $N\bar{K}$ -модели практически совпадают с соответствующими значениями, полученными в нерелятивистской кварковой модели и модели киральных мезонов.

Таким образом,  $P_{01}$ -фаза  $N\bar{K}$ -рассеяния содержит информацию о весьма значительном релятивистском усилении магнитного момента  $\Lambda$  -

<sup>2)</sup> Авторы признательны Ф. Никитцу, который предоставил фазовые анализы  $N\bar{K}$ -рассеяния.

гиперона: в  $NK$ -модели величина  $\mu_{\Lambda}$  "набирается" только за счет магнитных моментов протона и нейтрона и релятивистской связи в нетривиальном орбитальном моменте  $\ell = 1$ .

4. Нейтрон. Основным источником информации об электромагнитной структуре нейтрона являются упругие и неупругие формфакторы дейтрона. Нами изучалась, во-первых, проблема извлечения  $G_{En}(Q^2)$  при  $Q^2 \leq 1 \text{ фм}^{-2}$  и, во-вторых, проблема извлечения  $G_{Mn}(Q^2)$  при средних  $Q^2 \leq 1 \text{ (ГэВ/с)}^2 = 25,68 \text{ фм}^{-2}$  из экспериментальных данных по упругому  $ed$ -рассеянию.

Точные значения  $G_{En}(Q^2)$  и  $G_{En}(0)$  являются весьма важными как для ядерной физики (вычисление формфакторов всех ядер), так и для физики элементарных частиц (проверка кварковых моделей). Прежде всего, проведено извлечение  $G_{En}(Q^2)$  при  $Q^2 < 1 \text{ фм}^{-2}$  из экспериментальных данных по упругому  $ed$ -рассеянию, полученных различными группами авторов. Первые результаты такого рода приведены в [4]. В развитие этого направления исследований далее была изучена как за-

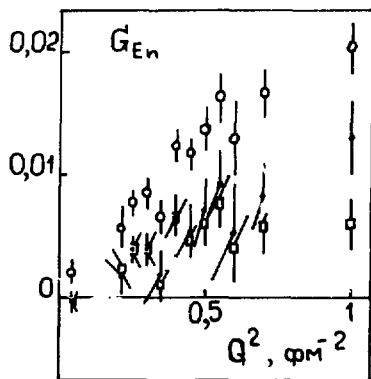


Рис. 6. Зарядовый формфактор нейтрона для различных моделей дейтрона (потенциалы:  $\square$  - парихский,  $\circ$  - бонникий,  $\times$  - Рейда с мягким кором).

численных значений  $G_{En}(Q^2 \leq 1 \text{ фм}^{-2})$  от выбора модели дейтрона являются весьма сильной. Например, при  $Q^2 = 1 \text{ фм}^{-2}$  переход от структурной функции [23] к структурной функции бонникого потенциала [25] почти в три раза увеличивает  $G_{En}(Q^2)$  (рис. 6).

зависимость извлекаемых значений  $G_{En}(Q^2)$  от выбора различных динамических моделей дейтрона, так и соотношение релятивистского и нерелятивистского подходов к дейтрону при вычислении  $G_{En}$  и  $G_{En}(0)$ .

Использование структурной функции парихского потенциала [23] при извлечении  $G_{En}(Q^2)$  на основе всей совокупности экспериментальных данных по упругому  $ed$ -рассеянию приводит к величине наклона, равной

$$G'_{En}(0) = (0,0205 \pm 0,0020) \text{ фм}^2.$$

Это значение весьма близко к соответствующему экспериментальному результату нейтронной физики [2]

$$G'_{En}(0) = (0,0231 \pm 0,0009) \text{ фм}^2.$$

Зависимость вы-

Величина релятивистских поправок к  $D_c$  при  $Q^2 < 1 \text{ фм}^{-2}$  такова, что существенно не сказывается на значениях  $G_{En}(Q^2)$  и  $G_{En}'(0)$  (в точке  $Q^2 = 1 \text{ фм}^{-2}$  переход от релятивистской к нерелятивистской структурной функции меняет  $G_{En}(Q^2)$  всего на 11 %).

Таким образом, для надежного вычисления  $G_{En}(Q^2)$  и  $G_{En}'(0)$  критичным оказывается не изучение проблемы релятивизации, а выбор предпочтительной модели дейтрона.

Что же касается величины  $G_{Mn}(Q^2)$ , то до настоящего времени в литературе практически не последовало зависимости измеряемых значений  $G_{Mn}$  как от выбора динамической модели дейтрона, так и от выбора  $G_{En}(Q^2)$ .

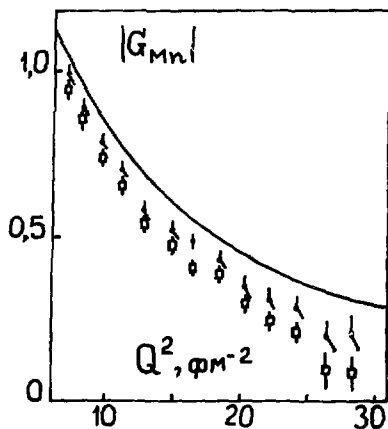


Рис. 7. Магнитный формфактор нейтрона для структурных функций парижского (•) и боннского (□) потенциалов. Сплошная линия - асимптотический закон  $G_{En}(Q^2) \approx 0$ .

и неметризовальной ( $G_{En} = -\mu_n \tau G_{EP}$ ) параметризации  $G_{En}$  уменьшается  $G_{Mn}$  на 30 % в точке  $Q^2 \approx 28 \text{ фм}^{-2}$ .

3. Все вычисленные значения  $G_{Mn}$  отклоняются от асимптотического закона  $|G_{Mn}(Q^2)| < |\mu_n| (1 + Q^2/18,23 \text{ фм}^{-2})^{-2}$  при всех  $Q^2 \lesssim 1 \text{ (ГэВ/с)}^2$ .

Результаты вычисления  $G_{Mn}$  на основе наиболее точно измеренных величин  $G_{En}$  <sup>/19/</sup> и дейтронных структурных функций, полученных с помощью парижского <sup>/23/</sup> и боннского <sup>/25/</sup> потенциалов, представлены на рис. 7. Анализ полученных результатов приводит к следующим выводам.

1. "Экспериментальные" значения  $G_{Mn}$  сильно зависят от выбора модели дейтрона, особенно от веса  $D$ -волны, и эта зависимость растет с ростом  $Q^2$ . Например, при  $Q^2 \approx 28 \text{ фм}^{-2}$  переход от структурных функций <sup>/23/</sup> к <sup>/25/</sup> меняет  $G_{Mn}$  в два раза.

2. Зависимость  $G_{Mn}$  от выбора  $G_{En}$  также является весьма существенной и усиливается с ростом  $Q^2$ . Переход от нулевой ( $G_{En} \approx 0$ )

Отклонение от масштабного закона в эту же сторону ( $G_{np}/G_{nn} = 2$  при  $Q^2 \geq 4$  (ГэВ/с)<sup>2</sup>) ранее возникало при вычислении  $G_{nn}(Q^2)$  в квантовой хромодинамике [26].

Все сказанное выше относится и к извлечению  $G_{nn}$  из данных по электрорасщеплению дейтрона при больших  $Q^2$ .

Таким образом, надежное извлечение экспериментальных значений  $G_{nn}$  с необходимостью требует как уточнения веса D-состояния дейтрона, так и независимого уточнения информации о величине  $G_{En}(Q^2)$ .

#### Литература

1. В.П.Кожевников, В.В.Троицкий, С.В.Трубников, Ю.М.Широков. ТМФ, 1972, т.10, с.47; В.В.Троицкий, С.В.Трубников, Ю.М.Широков. ТМФ, 1972, т.10, с.203, с.349.
2. А.И.Кириллов, В.В.Троицкий, С.В.Трубников, Ю.М.Широков. ЭЧАЯ, 1975, т.6, с.3.
3. В.М.Музафаров, В.В.Троицкий, С.В.Трубников. ЭЧАЯ, 1983, т.14, с.1112.
4. В.К.Интришкин, В.В.Троицкий, С.В.Трубников. В кн.: Труды VII Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. ОИЯИ, Д1,2-84-599, Дубна, 1984, с.478.
5. Р.Д.Костин, С.В.Трубников. Изв. АН СССР, сер. физ., 1984, т.48, с.872.
6. И.И.Белянцев, С.В.Трубников. В сб.: Проблемы ядерной физики и космических лучей. Харьков, 1984, вып.12, с.23.
7. V.E.Troitsky, S.V.Trubnikov. Proceeding of 1983 INS International Symposium on High Energy Photo-Nuclear Reactions and Related Topics. Tokyo, Japan, 1984, p.437.
8. И.И.Белянцев, Р.Д.Костин, С.В.Трубников. Изв. АН СССР, сер. физ., 1985, т.49, с.849.
9. И.И.Белянцев, В.А.Романов, С.В.Трубников. Изв. АН СССР, сер. физ., 1985, т.49, с.852.
10. V.E.Troitsky, I.I.Belyantsev, S.V.Trubnikov. In.: Few Body Problems in Physics, ed. by L.D.Faddeev and T.I.Koraleishvili. Singapore, 1985, p.480.
11. А.Ф.Крутов, В.В.Троицкий. Вестник Московского университета, сер. 3, физика, астр., 1986, т.27, № 1, с.71.
12. А.Ф.Крутов, В.В.Троицкий. ЯФ, 1986, т.43, с.1327.
13. В.А.Романов, С.В.Трубников. В сб.: Проблемы ядерной физики и космических лучей. Харьков, 1986, вып.25, с.3; вып.26, с.37.

14. В.А.Романов, С.В.Трубников. Вопросы атомной науки и техники, сер.: общая и ядерная физика, 1986, т.2(35), с.81.
15. С.В.Трубников. Вопросы атомной науки и техники, сер.: общая и ядерная физика, 1986, т.2(35), с.84.
16. В.А.Романов, С.В.Трубников. Вопросы атомной науки и техники, сер.: общая и ядерная физика, 1986, т.2(35), с.86.
17. В.А.Романов, С.В.Трубников. Вопросы атомной науки и техники, сер.: общая и ядерная физика, 1986, т.2(35), с.88.
18. И.И.Белянцев, Р.И.Костин, С.В.Трубников. В сб.: Проблемы ядерной физики и космических лучей. Харьков, 1986, вып.27, с.9.
19. S.Auffret et al. Phys. Rev. Lett., 1985, v.54, p.649.  
R.Cramer, M.Reinhardt, J.Drees et al. Z.Phys.C-Particles and Fields, 1985, v.29, p.513.
20. V.G.Neudatchin, V.I.Kukulin, A.M.Boyarkina, V.P.Korenboy. Lett. Nuov. Cim., 1972, v.5, p.834.
21. R.Suzsle, M.R.Yearian, R.Crammel. Phys. Rev., 1967, v.162, p.992. F.E.Buessler, F.R.Buskirk, J.N.Dyer, W.A.Manson. Phys. Rev., 1972, v.C5, p.391.
22. A.Weller, P.Egelhof, R.Caplar et al. Phys. Rev. Lett., 1985, v.55, p.480.
23. M.Lacombe et al. Phys. Rev., 1980, v.C21, p.861.
24. В.А.Александров, Я.Вавра, М.Врама, И.Кулда и др. ЭТФ, 1985, т.89, с.34.
25. R.Mashleid. Preprint TRI-PP-83-128, 1983.
26. В.А.Нестеренко, А.В.Радешкин. ЯФ, 1984, т.39, с.1287.

# РЕЛЯТИВИСТСКАЯ ТЕОРИЯ ФОТОРАСЩЕПЛЕНИЯ ДЕЙТРОНА: КАЛИБРОВОЧНАЯ ИНВАРИАНТНОСТЬ И МЕЗОННЫЕ ОБМЕННЫЕ ТОКИ

С.И.Нагорный, Ю.А.Касаткин, И.К.Кириченко, Е.В.Инопин

Харьковский физико-технический институт АН УССР

Несмотря на то, что реакция фоторасщепления дейтрона исследуется уже в течение ряда десятилетий, к настоящему времени отсутствует последовательная теория, которая бы, с одной стороны, удовлетворяла всем необходимым требованиям лоренц-калибровочной инвариантности, а с другой — позволила бы последовательно учитывать внутреннюю структуру дейтрона — отличие его от "элементарной" частицы. В связи с этим даже в области низких энергий нет не только единого мнения относительно механизмов реакции<sup>1,2/</sup>, но и согласия теории с экспериментом по различным характеристикам процесса<sup>3,4/</sup>:

$$\gamma + d \rightarrow p + n.$$

Эти реакции в области  $E_\gamma < 150$  МэВ исследовались как нерелятивистскими методами<sup>5,7/</sup> в борновском приближении с привлечением вкладов мезонных обменных токов (МОТ) и взаимодействия в конечном состоянии (ВКС), так и в ковариантном подходе<sup>6-12/</sup>. Тем не менее ситуация сейчас такова: полученные в<sup>5-7,11,12/</sup> с учетом структуры дейтрона амплитуды процесса не удовлетворяют требованиям калибровочной инвариантности; в работах же<sup>8-10/</sup> наоборот — калибровочная инвариантность амплитуд достигнута путем "исключения" внутренней структуры дейтрона и введения в  $dNN$  некоторых подгоночных параметров, что эквивалентно представлению дейтрона "элементарной" частицей.

Поэтому первоочередной задачей является развитие методов лоренц-калибровочно-инвариантного учета структуры связанных систем. В таких подходах<sup>13/</sup> многочастичные эффекты МОТ и ВКС (регулярные части амплитуд) в триплетном спиновом состоянии будут учитываться автоматически, причем именно в той мере, в какой они содержатся, пусть даже в феноменологическом, адронном лагранжиане взаимодействия. Эффекты МОТ и ВКС в синглетном спиновом состоянии должны учитываться дополнительно, путем расчета калибровочно-инвариантных матричных элементов трехугольных диаграмм. Развитию именно такого метода в теории поля на световом фронте  $\varphi x = 0$  посвящен настоящий доклад.

Определим полевой оператор двухчастичной составной системы:

$$B_{\mu}(x, \xi, M^2) = Q_{\mu}(\partial, M^2) \tau^{\dagger} \psi(x-i/2) \psi(x-i/2), \quad \xi = x_1, x_2, \quad x = (x_1 + x_2)/2, \quad (1)$$

где  $\psi(x)$  — фермионные поля, а оператор  $Q_{\mu}(\partial, M^2)$  определяется лишь лоренц-спиновой структурой составного объекта. Для дейтрона  $d \rightarrow NN$  ( $1^+ \rightarrow 1/2, 1/2$ )  $Q_{\mu}$  — псевдовектор

$$Q_{\mu}(\partial, M^2) = C^{-1} \{ \alpha_1 \gamma_{\mu} + \alpha_2 \gamma_{\mu} \partial + \alpha_3 \partial_{\mu} \}. \quad (2)$$

Адронный ток  $dNN$  или обобщенная вершинная функция на световом фронте  $\rho^2 = 0$  определяется как

$$\begin{aligned} \chi_{\mu}(d, x, \xi) &= \langle 0 | B_{\mu}(x, \xi, M^2) | d \rangle \Big|_{\rho^2=0}, \quad \partial_{\mu} \chi_{\mu}(d, x, \rho) = 0, \\ \text{а } \rho^2 = 0, \rho_0 &= 1, \rho = (\rho_0, \vec{\rho}) \text{ фиксируются условием } ^{13}/: \\ \{ \rho_0 q = 0 \} &\Rightarrow \{ \nu \vec{q} - \vec{\rho} \vec{q} = 0; \vec{q} = \nu \vec{n}_3, \vec{\rho} = \vec{n}_3 \} \Rightarrow \rho = q/\nu. \end{aligned} \quad (3)$$

Сформулируем квазилокальный предел. При этом эффективные лагранжианы взаимодействия будут удовлетворять условию локальной коммутативности, обеспечивающему причинность  $\mathcal{S}$  — матрицы и непротиворечивость теории поля на гиперповерхности, основанной на уравнении Томонаги-Швингера<sup>14</sup>. С этой целью перейдем к пределу светоподобных интервалов (квазилокальный предел  $\xi^2 \rightarrow 0$ ). Воспользовавшись операторным разложением:  $\psi(x+i/2) \psi(x-i/2) \xrightarrow{\xi \rightarrow 0} C(\xi) \psi(x) \psi(x) + O(\xi^2)$ , где  $C(\xi)$  — числовая функция, и совершая фурье-преобразование по  $\xi$  с учетом "проектирования" на сферу  $\rho^2 = 0$ , представим  $B_{\mu}(x, \xi, M^2)$  в локальной форме:

$$B_{\mu}(x, \xi, M^2) \xrightarrow{\xi \rightarrow 0} B_{\mu}(x, M_{\mu}^2) = Q_{\mu}(\partial, M_{\mu}^2) \psi^2(x). \quad (4)$$

Таким образом, (4), минимальная "цена" локальной формы полевого оператора составного объекта, — сход с массовой оболочки по полной массе системы ( $M_{\mu}^2 \neq M^2$ ). Очевидно, эффективные "константы" взаимодействия в (4) являются функциями лоренц-инварианта  $\vec{K}^2 \approx (M_{\mu}^2 - M^2)/4$ , определяющего сход с массовой оболочки и связанного поворотом Вика с 4-вектором относительного импульса составляющих  $K = (\rho - 1)/2$  в пространстве Минковского:  $\vec{K}^2 = -K^2$ . Учитывая, что составляющие лежат на массовой оболочке, удобно ввести новый 4-вектор  $\vec{K} = (K_0, \vec{K})$  с метрикой  $g_{\mu\nu} = (+, -, -, -)$  и  $K^2 = m^2$ . Физический смысл вектора  $\vec{K}$  — относительный импульс составляющих в их с.п.и., которая совпадает с л.с. "частицы", обладающей квантовыми числами дейтрона, но с массой  $M_{\mu}$ :  $d' = M_{\mu}$  и  $d'^2 = M_{\mu}^2 \neq d^2$ . Таким образом, учет внутренней структуры объектов при сохранении локальной формы лагранжианов взаимодействия обеспечивается путем аналитического продолжения эффективных "констант" связи в евклидову область. В силу трансляционной инвариантности

$$u(x) B_{\mu}(0, M_{\mu}^2) u^{-1}(x) = B_{\mu}(x, M_{\mu}^2); \quad u(x) = \exp(i \rho^0 \phi_1). \quad (5)$$

На примере скалярных частиц, поступаая аналогично (2) — (4),

учитывая, что  $Q_\mu \rightarrow g$ , и вводя эффективный лагранжиан взаимодействия в квазилокальном пределе:

$$\mathcal{L}(M_\mu^2, x) = g(M_\mu^2) \varphi(x) \Psi^2(x),$$

где  $\varphi(x)$  - стабильная частица с массой  $M$  и квантовыми числами состояния  $(\Psi \Psi)$ , а  $\Psi$  - поля скалярных составляющих с массами  $m$ , нетрудно показать выполнение требований релятивистской инвариантности, проверяя коммутационные соотношения генераторов  $\hat{P}_\mu$  и  $\hat{J}_{\mu\nu}$  группы Пуанкаре:

$$\hat{P}_\mu = \hat{P}_\mu^{(0)} + \hat{P}_\mu^{int}; \quad \hat{J}_{\mu\nu} = \hat{J}_{\mu\nu}^{(0)} + \hat{J}_{\mu\nu}^{int};$$

$$\hat{P}_\mu^{int} = -g_\mu \int \mathcal{L}_{int}(x) \delta(\rho x) dx, \quad \hat{J}_{\mu\nu}^{int} = \int \mathcal{L}_{int}(x) (x_\mu \rho_\nu - x_\nu \rho_\mu) \delta(\rho x) dx. \quad (6)$$

Итак, в квазилокальном пределе, во-первых, эффективный лагранжиан взаимодействия составного объекта с "элементарными" составляющими обладает свойствами локальной коммутативности:  $[\mathcal{L}(x), \mathcal{L}(y)] = 0$ ,  $(x - y)^2 \leq 0$ , и, следовательно, уравнение Томонаги-Швингера непротиворечиво; во-вторых, включение взаимодействия (6) сохраняет коммутационные соотношения генераторов Пуанкаре и не разрушает релятивистскую инвариантность. Переход (1)-(6) к квазилокальным лагранжианам позволяет, при включении внешних электромагнитных (ЭМ) полей, рассматривать локальную калибровочную группу:

$$A_\mu(x) \rightarrow A_\mu(x) + \partial_\mu f(x), \quad \Psi_i(x) \rightarrow \Psi_i(x) \exp(ie f(x)). \quad (7)$$

При этом кинетические члены лагранжиана  $\mathcal{L}_0$  генерируют полюсный ряд, а "потенциальные"  $\mathcal{L}_{int}$  - "контактные" диаграммы. Для получения амплитуд "контактных" диаграмм разложим полевой оператор  $B_\mu(x, \xi, M^2)$ , определяющий  $\mathcal{L}_{int}$ , в ряд по локальным операторам:

$$B_\mu(x, \xi, M^2) = Q_\mu(\partial_x, M^2) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n! 2^n} \xi_\mu \dots \xi_\mu \Psi(x) \partial_\mu \dots \partial_\mu \Psi(x). \quad (8)$$

После включения поля  $A_\mu$  имеем

$$B_\mu\{x, \xi, A, M^2\} = Q_\mu\{\xi(x), M^2\} [\Psi(x - \xi/2) \Psi(x + \xi/2)] +$$

$$+ Q_\mu(\partial_x, M^2) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n! 2^n} n! i^n \xi_\mu \dots \xi_\mu S\{\Psi(x) \partial_\mu \dots \partial_\mu \Psi(x)\}, \quad (9)$$

где  $S$  - оператор симметризации. Используя коммутационные соотношения и учитывая (3), а также удерживая лишь линейные по внешнему полю члены, имеем

$$B_\mu(x, \xi, A, M^2) = \{Q_\mu[\xi(x), M^2] - ie(A\xi) Q_\mu[\partial_x, M^2]\} \Psi(x - \xi/2) \Psi(x + \xi/2). \quad (10)$$

Снова переходя к пределу квазилокальности, представим (10) в форме

$$B_\mu\{x, A, M^2\} = \{Q_\mu[\xi(x), M^2] - eA_\nu \partial_\nu Q_\mu[\partial_x, M^2]\} \Psi^2(x). \quad (11)$$

Используя (3), (5), в (10), (11) легко убедиться в калибровочной инвариантности второго слагаемого в фигурных скобках.

Таким образом, возникают два типа "контактных" диаграмм (11). Амплитуды первого рода обеспечивают калибровочную инвариантность полю-

сного ряда, а их структура диктуется лишь лоренц-спиновыми свойствами составного объекта. Амплитуды второго рода сами по себе калибровочно-инвариантны и не зависят от спинных свойств составного объекта. В развиваемом подходе отсутствует проблема МОТ и ВКС — все эти многочастичные эффекты в триplete учитываются самосогласованно с лагранжианом адронной системы в амплитудах "контактных" диаграмм. Учет многочастичных эффектов в синглете не представляет принципиальной трудности, так как соответствующие амплитуды треугольных диаграмм с учетом ближайшей  $S_0$ -особенности калибровочно-инвариантны.

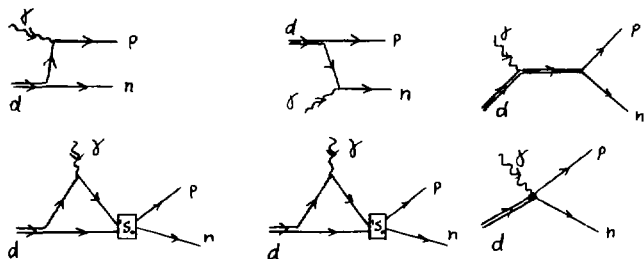


Рис. I. Диаграммы процесса  $\gamma d \rightarrow np$  при  $E_\gamma < 150$  МэВ.

На рис. I представлены диаграммы процесса  $\gamma d \rightarrow np$ , а соответствующий матричный элемент имеет вид

$$M = e \epsilon_\mu^{(s)} U_\mu^{(d)} T_{\mu\nu} = \sum_i T_{\mu\nu}^{(i)}. \quad (12)$$

Для парциальных амплитуд  $T_{\mu\nu}^{(i)}$  ( $i = s, t, u, C1, C2, \Delta 1, \Delta 2$ ) получаем выражения /13/

$$T_{\mu\nu}^{(s)} = 1/2 T_{\mu\nu} \bar{u}(p) A_\mu^{(s)} C \bar{u}(n), \quad T_{\mu\nu}^{(t)} = -1/2 e \bar{u}(p) B_\mu^{(t)} A_\nu^{(t)} C \bar{u}(n), \\ T_{\mu\nu}^{(u)} = -1/2 e \bar{u}(p) A_\mu^{(u)} B_\nu^{(u)} C \bar{u}(n), \quad T_{\mu\nu}^{(C1)} = (S \cdot M_\mu^{(C1)}) \bar{u}(p) A_\nu^{(C1)} C \bar{u}(n), \quad (13)$$

$$T_{\mu\nu}^{(C2)} = \kappa_\mu \left[ \frac{g_2 d p}{d q} (g_{\mu\nu} g_{\lambda\sigma} - \epsilon_{\mu\lambda\nu\sigma}) - g_{\mu\lambda} \right] \bar{u}(p) A_\nu^{(C2)} C \bar{u}(n), \\ T_{\mu\nu}^{(\Delta 1, \Delta 2)} = i e (d g_{\mu\nu}) (\mu_p - \mu_n) / m^2 \int d^3 Y^{(\Delta)} [u - u/\sqrt{2}] \exp(i \vec{q} \cdot \vec{r}/2) \bar{u}(p) \Sigma^{(\Delta)} \bar{u}(n) / 2m.$$

Входящие в (13) вершинные функции имеют вид

$$A_\mu^{(s)} = \Gamma_1(\vec{k}^2) \gamma_\mu + \frac{(p - n) \{ \frac{1}{2} \Delta \}_\mu}{2m} \bigg|_{\Delta=0}, \quad \Gamma_2(\vec{k}^2), \quad A_\mu^{(C1)} = g_{\mu\nu} \Gamma_2(\vec{k}^2) / 2m, \\ A_\nu^{(C2)} = \gamma_\nu \frac{\partial}{\partial k^2} \Gamma_1(\vec{k}^2) + \frac{(p - n)_\nu}{2m} \frac{\partial}{\partial k^2} \Gamma_2(\vec{k}^2), \quad Y^{(\Delta)} = \gamma \bar{u}(\kappa n - \delta_\nabla) / \kappa n. \quad (14)$$

Численные расчеты выполнены с light cone ВВ реалистических потенциалов без подгоночных параметров. На рис.2 кривые 1,2 - наши расчеты с

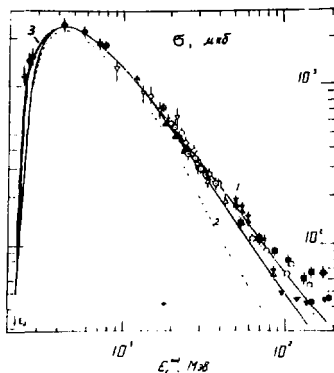


Рис.2. Полное сечение фоторасщепления дейтрона.

учетом "контактных" амплитуд второго рода и без них. Пунктир - нерелятивистский расчет<sup>/15/</sup> в полюсном приближении, точечная кривая - с использованием теоремы Зигерта, а расчет<sup>/15/</sup> с учетом ВКС и "реабсорбции" мезонов практически совпадают с кривой 2. Кривая 3 - результат с учетом  $S_0$ -особенности. Наличие виртуального уровня приводит к "усилению" М1-переходов, которое описывается фактором  $\mathcal{L} = (\sqrt{E_\gamma + V_{E_0}})^2 \times (E_\gamma - E_d + E_0)^{-1}$ . При  $E_\gamma \geq E_d$ ,  $\mathcal{L} \sim \sim E_d/E_0$ , но уже при  $E_\gamma > 2E_d$  фактор  $\mathcal{L} \sim 1$  и роль треугольных диаграмм с  $S_0$ -особенностью быстро падает.

Развитый метод лоренц-калибровочно-инвариантного учета структуры составной системы позволил описать без подгоночных параметров всю совокупность экспериментальных данных по фоторасщеплению дейтрона до мезонного порога<sup>/16/</sup>.

#### Литература

1. Arenhovel H. Preprint МАНР-Т84-14, D-6500, Mainz, 1984.
2. Capitani G.P. et al. Preprint LNF-83/77(p), Frascati, 1984.
3. Hughes R.J. et al. Nucl. Phys., 1967, A267, p.329-343.
4. Hadjimichael E., Saylor D.P. Phys.Rev.Lett., 1980, v.45, p.1967-1979.
5. Arenhovel H. Lecture in Phys., v.137, 1981, p.136-139.
6. Cambi A., Mosconi B., Ricci P. Phys.Rev., 1981, v.C23, p.998-1000.
7. Jous W., Woolcock W.S. Nucl.Phys., 1981, v.A365, p.477-504.
8. Sakita B. Phys.Rev., 1962, v.127, N5, p.1800-1806.
9. Gavarts J. et al. Nucl. Phys., 1981, v.A365, p.409-428.
10. Баранник В.П., Кулиш Ю.В. УЖ, 1982, т.27, с.1774-1781.
11. Le Ballac M. et al. Nuovo Cim., 1964, v.33, p.594-627.
12. Ogawa K. et al. Nucl.Phys., 1980, v.A340, N2, p.431-481.
13. Нагорный С.И. и др. ВАНТ, 1986, 2(35), с.25-30.
14. Кадышевский В.Г. ЖЭТФ, 1964, т.46, с.654-659.
15. Laget J.M. Nucl.Phys., 1978, v.A112, p.265-269.
16. Нагорный С.И. и др. Релятивистские эффекты в неупругих электромагнитных процессах на дейтроне. Обзор. М., ЦНИИАтоминформ, 1986.

THE OFF-SHELL PROPERTY OF THE NN INTERACTION  
IN THE SIX-QUARK RESONATING GROUP MODEL

E.W. Schmid

Institut für Theoretische Physik, Universität Tübingen  
D-7400 Tübingen, Federal Republic of Germany

In my talk I'll report on investigations which have been done in Tübingen in collaboration with Dr. G. Spitz and with the group of Prof. A. Faessler.

The resonating group quark model has led to an understanding of the short range repulsion of two nucleons in terms of quarks and gluons<sup>/1-4/</sup>. Addition of mesonic degrees of freedom has yielded theoretical phase shifts which are in reasonable agreement with experiment<sup>/5,6,7/</sup>. It seems that a nonrelativistic treatment of quark degrees of freedom is, despite its well-known shortcomings, not quite unrealistic.

We are thus encouraged to study the long standing question as to the off-shell property of the NN interaction on the basis of the quark resonating group model.

Before one can determine the off-shell property of the NN interaction in the quark resonating group model one has to deal with two problems:

- 1) the non-orthogonality of channel spaces, and
- 2) the unitary transformation ambiguity of function bases.

I'll focus on point 2, but also review point 1. I'll not discuss the validity of the quark resonating group model. And I'll be dealing with the NN interaction in the region of strongly overlapping quark clusters and not in the region of meson exchange.

## 1. Orthogonalization of Channel Spaces

In the resonating group model the complete Hilbert space is restricted to a sum of antisymmetrized channel spaces, i.e. the microscopic state  $\psi$  is approximated by

$$\psi = \sum_{i=1}^n A\{\phi_i \chi_i\}, \quad (1)$$

where  $\phi_i$  stands for the product of internal motion states and  $\chi_i$  for the relative motion state of the clusters present in the  $i$ -th channel. Take a 6q system with the quantum numbers of two nucleons as an example. Then

$$\begin{aligned} \psi &= \text{N} \text{N} + \Delta \Delta + \bar{C} C + \dots \\ &= A|\phi_N\rangle|\phi_N\rangle|\chi_{NN}\rangle + A|\phi_\Delta\rangle|\phi_\Delta\rangle|\chi_{\Delta\Delta}\rangle + A|\phi_C\rangle|\phi_C\rangle|\chi_{CC}\rangle + \dots \end{aligned} \quad (2)$$

The 3-quark clusters form nucleons in the first channel,  $\Delta$  particles in the second channel and colour-octet states in the third channel. The dots stand for higher (closed) channels which might eventually be included in a calculation. Let us take a closer look at this resonating group ansatz. The antisymmetrized product of two internal motion states, at all c.m. distances  $\vec{r}$ , forms a representation basis of a channel, called channel space, and the relative motion wave function is the superposition amplitude,

$$\psi = \int d^3r_{NN} A|\phi_N\rangle|\phi_N\rangle|\vec{r}_{NN}\rangle \langle\vec{r}_{NN}|\chi_{NN}\rangle + \dots \quad (3)$$

A channel space is generally not an orthonormal space,

$$\langle\vec{r}_{NN}|\langle\phi_N|\langle\phi_N|A|\phi_N\rangle|\phi_N\rangle|\vec{r}'_{NN}\rangle \equiv N_{NN}(\vec{r}_{NN}, \vec{r}'_{NN}) \neq \delta^3(\vec{r}_{NN} - \vec{r}'_{NN}). \quad (4)$$

This is not a serious difficulty, because we can orthogonalize the basis by a transformation (the operator  $N^{-1/2}$  exists when a special treatment is given to zero-norm states),

$$\psi = \int d^3r A|\phi_N\rangle|\phi_N\rangle N_{NN}^{-1/2}|\vec{r}_{NN}\rangle \langle\vec{r}_{NN}|\bar{\chi}_{NN}\rangle + \dots \quad (5)$$

with

$$|\bar{\chi}_{NN}\rangle = N_{NN}^{1/2}|\chi_{NN}\rangle. \quad (6)$$

A more serious difficulty arises from the fact that two channel spaces are, in general, not mutually orthogonal,

$$\langle\vec{r}_{\Delta\Delta}|\langle\phi_\Delta|\langle\phi_\Delta|A|\phi_N\rangle|\phi_N\rangle|\vec{r}_{NN}\rangle \equiv N_{\Delta N}(\vec{r}_{\Delta\Delta}, \vec{r}_{NN}) \neq 0. \quad (7)$$

We'll have to deal with this problem in more detail.

When a nonrelativistic microscopic hamiltonian is given we can derive the resonating group equation. For example, we may choose the hamiltonian used by Faessler et al.<sup>/4/</sup>,

$$H = T + \sum_{i < j=1}^6 \left[ -a(\lambda_i \cdot \lambda_j) r_{ij} + (\lambda_i \cdot \lambda_j) \frac{1}{4} \alpha_s \cdot \left( \frac{1}{r_{ij}} - \frac{2}{3} \pi \frac{\sigma_i \cdot \sigma_j}{m^2} \delta(r_{ij}) - \frac{\pi}{m^2} \delta(r_{ij}) \right) \right], \quad (8)$$

which contains a one-gluon exchange potential and a confinement potential. The resonating group equation is given in Ref. /4/. It yields the three channel wave functions  $x_{NN}$ ,  $x_{\Delta\Delta}$  and  $x_{CC}$  which determine  $\psi$  by Eq. (1). From the function  $x_{NN}$  we can get the NN phase shift and we can study the repulsive property of the interaction. However, because of the non-orthogonality of channel spaces, the functions  $x_{NN}$ ,  $x_{\Delta\Delta}$ ,  $x_{CC}$  tell us nothing about the off-shell property of the interaction and they tell us nothing about the CC-state probability in the 6q system.

If we want to learn something about the off-shell property of the NN interaction we have to follow the idea of P- and Q-space projection by Feshbach. Take the NN space as P-wave. We define P by

$$P = A|\phi_N\rangle\langle\phi_N| N_{NN}^{-1/2} N_{NN}^{-1/2} \langle\phi_N| \langle\phi_N| A \quad (9)$$

in terms of the orthonormalized NN basis; the condition  $P^2 = P$  is fulfilled.

Operating with P on the known microscopic state  $\psi$  we get an NN relative motion function  $\bar{x}_{NN}^{(3)}$  which contains contributions from all channels, as indicated by the upper index 3,

$$P\psi = \psi_{NN} = A|\phi_N\rangle\langle\phi_N| N_{NN}^{-1/2} \bar{x}_{NN}^{(3)}. \quad (10)$$

The function  $\bar{x}_{NN}^{(3)}(r)$  is depicted in Fig. 1 for the  $^3S_1$  partial wave. This function is very close to the relative motion function obtained in a single-channel calculation. Its shape near the origin resembles a wave function obtained by a soft core potential with a core height of around 1200 MeV<sup>8/</sup>.

We can continue by calculating  $(1-P)\psi$  and by projecting this state onto  $\Delta\Delta$  space. We thus get  $\bar{x}_{\Delta\Delta}^{(3)}(r)$  and by repeating the procedure once more we get  $\bar{x}_{CC}^{(3)}(r)$ . In Fig. 1 these two functions are also seen. Fortunately they are very small. If they were large, the concept of a physical NN potential at short distance would break down.

In order to investigate potentials which arise from the elimination of Q-space, one has to reformulate the resonating group equation in terms of orthogonal function spaces. This has been done<sup>/9/</sup> and applied to the present case<sup>/8/</sup>. Elimination of the (depleted)  $\Delta\Delta$ - and CC-channels leads to elimination potentials which modify the NN potential by less than 10%, in the low energy region.

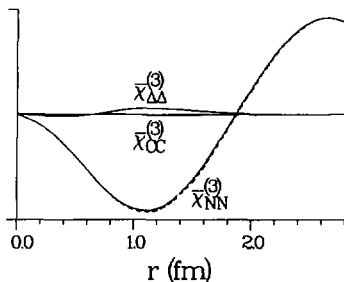


Fig. 1.

Relative motions functions  $\bar{\chi}_{NN}^{(3)}$ ,  $\bar{\chi}_{\Delta\Delta}^{(3)}$  and  $\bar{\chi}_{CC}^{(3)}$  of the 6 quark resonating group model with orthogonalization of channel spaces, for  $S=1$ ,  $L=0$ ,  $E=150$  MeV c.m. above NN threshold. The result of the NN single-channel resonating group model is shown as broken line.

The function  $\bar{\chi}_{CC}^{(3)}$  of Fig. 1 is of special interest because its norm is the probability of a hidden colour state in the 6q-system. In the present calculation, however, the meson exchange forces have not yet been taken into account. In order to get a bound deuteron we have to add them and we do it in a phenomenological way, i.e. we add a local attractive potential and adjust its depth and width to experimental effective range parameters. We then find that the CC-state probability in the S-wave deuteron is less than 0.002%, and insensitive to details of the phenomenological potential<sup>/10/</sup>. If we artificially increase the deuteron density to nuclear matter density we still remain below 0.004%. We should keep in mind, however, that this result is a model result. The quark hamiltonian (8) may be too simple, and we have not considered the higher compound excitations indicated by the dots in Eq. (2). The main reason for the above percentages being so small, however, is that we have extracted from the CC-state all overlaps with NN- and  $\Delta\Delta$ -states. This procedure may drastically reduce the hidden colour dibaryon probability also in more refined microscopic models.

## 2. The Unitary Transformation Ambiguity

We have projected the microscopic state  $\psi$  onto the orthonormal set of NN basis states  $A|\phi_N\rangle|\phi_N\rangle N_{NN}^{-1/2}|\tilde{\chi}_{NN}\rangle$ . What do we get when we rotate the basis by a unitary transformation  $U$ ? We get a new projector,

$$P_U = A|\phi_N\rangle|\phi_N\rangle N_{NN}^{-1/2} U^\dagger U N_{NN}^{-1/2} \langle\phi_N|\langle\phi_N|A. \quad (11)$$

and, instead of Eq. (10), we get

$$\psi_{NN} = P_U \psi = A |\phi_N\rangle |\phi_N\rangle N_{NN}^{-1/2} U^\dagger \tilde{\chi}_{NN}^{(3)}. \quad (12)$$

There is no change in  $\psi_{NN}$ . But the relative motion state has changed from  $\tilde{\chi}_{NN}^{(3)}$  into

$$\tilde{\chi}_{NN}^{(3)} = U \chi_{NN}^{(3)}. \quad (13)$$

Such unitary off-shell transformations have been introduced by Eckstein<sup>/11/</sup> and have been studied in phenomenological models by several authors<sup>/12,13/</sup>. A simple example is given by

$$U = 1 - 2|g\rangle\langle g|, \quad (14)$$

with  $g(\vec{r})$  being a normalized state.

In phenomenological models there are some constraints coming from physical arguments<sup>/14/</sup>. Presently, we want to study the degree of off-shell ambiguity in a microscopic model. In principle we can rotate our microscopic basis by any unitary transformation of finite range. At the two-body level, the effect of unitary transformations is unobservable. But the difference between  $\tilde{\chi}_{NN}^{(3)}$  and  $U \chi_{NN}^{(3)}$  can be quite remarkable, as seen in Fig. 2.

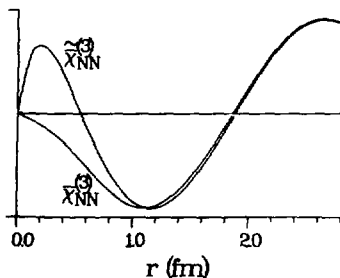


Fig. 2.

Comparison of an off-shell transformed NN wave function with the original one.

How can we decide which one of the two wave functions of Fig. 2 is more physical? The answer is simple. We have to make off-shell effects observable by adding a third body to the two-body system!

We extend our system to include an electron, i.e. we have six quarks forming a neutron and a proton, plus an electron, Fig. 3.

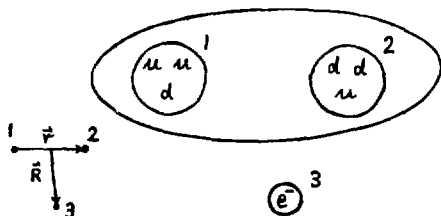


Fig. 3.

The electron-deuteron system.

As resonating group ansatz we choose

$$\psi = A|\phi_n\rangle|\phi_p\rangle|\chi\rangle \quad (15)$$

where  $|\chi\rangle$  is a wave function of two Jacobi variables. We omit the  $\Delta\Delta$  and CC configurations of the six quarks since their contribution is small. The hamiltonian  $H$  includes a Coulomb term and the purely attractive phenomenological potential  $V$  which we have used in the deuteron before<sup>/10/</sup>,

$$H = T + \sum_{i,j=1}^6 \left[ -a(\lambda_i \cdot \lambda_j) r_{ij} + (\lambda_i \cdot \lambda_j) \frac{1}{4} \alpha_s \right. \\ \left. \cdot \left( \frac{1}{r_{ij}} - \frac{2}{3} \pi \frac{\sigma_i \cdot \sigma_j}{m^2} \delta(r_{ij}) - \frac{\pi}{m^2} \delta(r_{ij}) \right) \right] + V + \sum_{i,j=1}^7 \frac{Z_i Z_j e^2}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|} \quad (16)$$

We express  $\psi$  of Eq. (15) in two different orthonormal function bases,

$$\psi = \begin{cases} A|\phi_n\rangle|\phi_p\rangle N^{-1/2}|\bar{\chi}\rangle & (17a) \end{cases}$$

$$\psi = \begin{cases} A|\phi_n\rangle|\phi_p\rangle N^{-1/2}U^\dagger|\bar{\chi}\rangle & (17b) \end{cases}$$

and get, accordingly, two different resonating group equations

$$(T_r + T_R + V_{np} + V_{ep} + V_{enp} - E_{rel}) \begin{cases} |\bar{\chi}\rangle \\ |\bar{\chi}\rangle \end{cases} = 0 \quad (18a)$$

$$(18b)$$

We focus our interest on the off-shell property of the neutron-proton potentials  $\bar{V}_{np}$ ,  $\hat{\bar{V}}_{np}$  and on the three-body Coulomb potentials  $\bar{V}_{enp}$ ,  $\hat{\bar{V}}_{enp}$ . Why is there a three-body Coulomb potential? Well, there are always three-body potentials when the bodies are of composite structure. In the present system the three-body Coulomb potential arises from the indistinguishability of the six quarks; it can be increased or decreased by the off-shell transformation  $U$ .

A nonlocal three-body potential is a multidimensional function which is hard to depict. If we want to get an idea of its strength we have to plot something which is simpler. To this end we consider  $d(e,e)d$  scattering and replace  $\bar{V}_{ep}$ ,  $\tilde{V}_{ep}$ ,  $\bar{V}_{enp}$  and  $\tilde{V}_{enp}$  by charge densities  $\bar{\rho}_I(\vec{R})$ ,  $\tilde{\rho}_I(\vec{R})$ ,  $\bar{\rho}_{II}(\vec{R})$  and  $\tilde{\rho}_{II}(\vec{R})$  such that the charge densities yield the same form factors as the potentials. These charge densities follow from a microscopic calculation and tell us the effect of the off-shell transformations.

Eq. (18a) is the so-called renormalized resonating group equation. The deuteron wave function  $\bar{\chi}_d(\vec{r})$  is depicted in Fig. 4a, the charge density  $\bar{\rho}_I(\vec{R})$  in Fig. 4b.

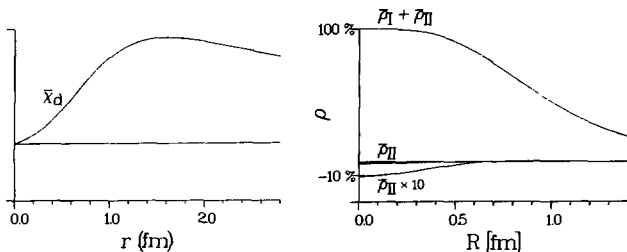


Fig. 4a,b.

Deuteron wave function and effective charge densities in the renormalized resonating group model. The shaded area, which is hardly visible, represents the three-body force effect in  $d(e,e)d$  scattering.

The charge density  $\bar{\rho}_{II}(\vec{R})$  arises from the three-body Coulomb potential  $V_{enp}(\vec{r}, \vec{R})$ . It is seen that the three-body force effect is very small. This has been expected from general arguments<sup>/15/</sup>. In fact, it has first been suspected to be true in a talk given in this lecture hall 8 years ago<sup>/16/</sup>. In the resonating group equation (18b), which contains the unitary transformation  $U$ , we have to specify  $U$ . We consider three cases, (a) a transformation which produces a short-distance wave function node in  $\bar{\chi}_d$ , (b) an exotic transformation which leads to changes also at intermediate distances and, (c) a small transformation by which we try to remove the three-body Coulomb potential.

a) The choice

$$g(\vec{r}) = N(1-br)e^{-\alpha r} \quad \text{with } b = 0.9 \text{ fm}^{-1}, \alpha = 3 \text{ fm}^{-1}, \quad (19)$$

in (14) produces a node in  $\bar{\chi}_d$  at  $r = 0.44 \text{ fm}$ , Fig. 5a. Such transformations have been tested in triton calculations<sup>/12,13/</sup>. In Fig. 5b we see that the three-body force effect is increased from 1% to 12% at the origin.

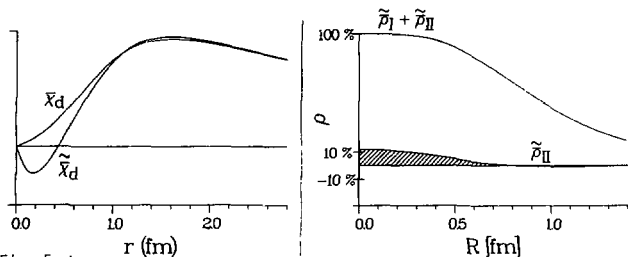


Fig. 5a,b.

Deuteron wave function and effective charge densities in the off-shell transformed resonating group model. The "node" transformation (14,19) is used. The three-body force effect is increased as compared with Fig. 4b.

b) The effect of an "exotic" choice of  $g(\vec{r})$ ,

$$g(\vec{r}) = N(1-br)e^{-\alpha r} \quad \text{with } b = 2 \text{ fm}^{-1}, \alpha = 1 \text{ fm}^{-1}, \quad (20)$$

is depicted in Fig. 6. The relative motion function  $\tilde{\chi}$  is different from what people are used to accept as a "reasonable" deuteron wave function. The charge density  $\tilde{\rho}_{II}$  which represents the effect of the three-body Coulomb force  $\tilde{V}_{\text{enp}}$  has become quite large. Let us recall that, when this three-body force is included in the analysis of  $d(e,e)d$  scattering, agreement with experiment will be as good as before! Only by omission of the three-body Coulomb potential, in the analysis, a deuteron wave function like  $\tilde{\chi}_d$  of Fig. 6a becomes "unphysical".

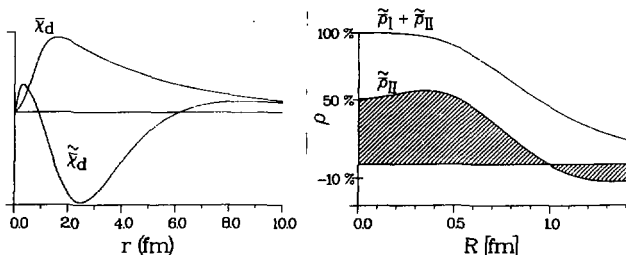


Fig. 6a,b.

Deuteron wave function and effective charge densities in the off-shell transformed resonating group model. The "exotic" transformation (14,20) is used. The three-body force effect has become very large.

c) We choose

$$g(\vec{r}) = N(1-br) \quad \text{with } b = 1.023 \text{ fm}^{-1}, \alpha = 3 \text{ fm}^{-1}, \quad (21)$$

where we have minimized the three-body force effect by variation of the parameters  $b$

and  $\alpha$ . In Fig. 7 we see the result. It is indeed possible to reduce the three-body force effect in  $d(e,e)d$  scattering by transforming the off-shell property of the np potential. The modification, however, is a small one. It is hardly visible in the deuteron wave function. Also, the reduction concerns only  $\tilde{\rho}_{II}$  which is a three-body potential folded with an np wave function of one particular energy. We should not expect that the same transformation reduces the three-body force effect in all observables of the np system.

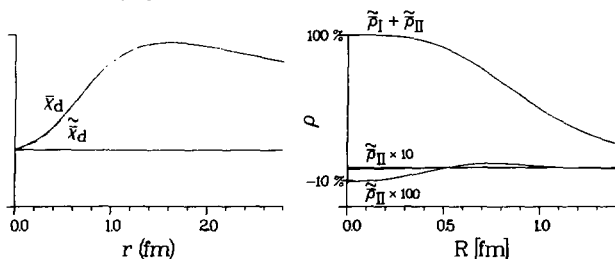


Fig. 7a,b.

Deuteron wave function and effective charge densities in the off-shell transformed resonating group model. The parameters of transformation (14,21) have been varied to minimize the three-body force effect in  $d(e,e)d$  scattering.

How can we decide which one of the many possible off-shell properties of our microscopically derived np potential is the most physical one? We can do it by postulating a principle!

Nuclear potentials are there to be used in systems which are larger than the two-nucleon system. They become useless when the addition of any new particle to the system gives rise to a new and strong multibody potential. In nuclear physics, people have always used the following heuristic principle:

|| The total potential is a superposition of two-  
body potentials plus small multibody corrections. ||

When a two-body potential satisfies this principle then its off-shell behaviour may be called physical. In our present example, this leaves as physical potentials only the potentials of the renormalized resonating group model and, eventually, potentials which differ from them by a small off-shell modification.

In conclusion we may say the following. The quark resonating group model in its present form predicts the off-shell property of the NN interaction at very short distances. This off-shell property is characterized by a repulsive soft core. Single channel results and coupled channel results agree with each other after orthogonalization of channel spaces. The so-called unitary off-shell ambiguity of nuclear potentials plays no role. The unitary transformations either introduce three-body forces of unacceptable strength or they have only a minor effect on the nuclear wave function.

## References

1. V.G. Neudatchin, Yu.F. Smirnov and R. Tamagaki, *Progr. Theor. Phys.* 58 (1977) 1072.
2. J.E.F.T. Ribeiro, *Z. Phys.* C5 (1980) 27.
3. M. Oka and K. Yazaki, *Progr. Theor. Phys.* 66 (1981) 556, 571.
4. A. Faessler, F. Fernandez, G. Lübeck and K. Shimizu, *Nucl. Phys.* A402 (1983) 555.
5. W. Wakamatzu, *Proceedings of the VII. International Seminar on High Energy Physics Problems, Dubna (1984)*, p. 448.
6. K. Bräuer, A. Faessler, F. Fernandez and K. Shimizu, *Z. Phys.* A320 (1985) 609.
7. G.L. Strobel, K. Bräuer, A. Faessler and F. Fernandez, *Nucl. Phys.* A437 (1985) 605.
8. G. Spitz and E.W. Schmid, *Few-Body Systems* 1 (1986) 37.
9. E.W. Schmid and G. Spitz, *Z. Phys.* A321 (1985) 581.
10. G. Spitz and E.W. Schmid, *Probability of a "Hidden Colour" Dibaryon Component in the Deuteron, Preprint (1986)*.
11. H. Eckstein, *Phys. Rev.* 117 (1960) 1590.
12. M.I. Haftel and F. Tabakin, *Phys. Rev.* C3 (1971) 921.
13. E.P. Harper, Y.E. Kim and A. Tubis, *Phys. Rev.* C6 (1972) 1601;  
H. de Groot and H.J. Boersma, *Phys. Lett.* 57B (1975) 21.
14. P.U. Sauer, *Phys. Rev.* C11 (1975) 1786;  
P.U. Sauer and H. Walliser, *J. Phys. G (Nucl. Phys.)* 3 (1977) 1513.
15. E.W. Schmid, *Nucl. Phys.* A416 (1984) 347c.
16. E.W. Schmid, *Proceedings of the International Symposium on Few Particle Problems in Nuclear Physics, Dubna (1979)*, p. 174.

## SIX-QUARK CLUSTERS AND NUCLEAR PROPERTIES

Gerald A. Miller

Institute for Nuclear Theory, Department of Physics  
University of Washington, Seattle, Washington U.S.A.

### 1. Introduction

Nuclear physicists in the 1980's (and 90's) are faced with the opportunity of using interactions between quarks to derive or explain nuclear properties. The motivation for doing this is that quantum chromodynamics (QCD) is widely regarded to be the theory of the strong interaction.

However, employing QCD will not be easy. One can not shout "quarks" at a physics problem and expect that all difficulties will run away and hide. It is well known that nuclei are made mostly of nucleons and mesons. The successes of this conventional picture are numerous but deal mainly with the properties of a single nucleon, or with two widely separated nucleons. Problems in which two nucleons are vital seem to be much more difficult. For example, understanding the origin of the short distance part of the nucleon-nucleon interaction is a perpetual puzzle. Calculations of binding energies and densities do not work as well as one would hope. There are many difficulties in understanding pion-nucleus interactions. The  $\pi$  absorption and  $(\pi^+, \pi^-)$  double charge exchange processes are two examples. Another problem is in deriving the nucleon-nucleon parity violating weak interaction. I expect that the reader is probably familiar with even more examples.

I cannot say that I have solved any of the problems listed above. I only want to point out one common feature. To make the computations one needs to employ nucleon-nucleon wave functions for relatively small separation distances, e.g. about 1 fm. This distance is just about equal to the radius of the nucleon. It is widely believed that the nucleon acquires its size through the motion of the quarks confined within. If quarks are related to distances of 1 fm, and 1 fm is a relevant length for Nuclear Physics, then quarks might play a significant role. My object here is to try to give quarks a chance to explain nuclear properties.

How can one use quarks to calculate nuclear properties? To answer I employ a simple model in which the nucleus is assumed to consist of nucleons, mesons and six-quark bags. The idea is to develop a procedure which allows one to find out when quark effects might be most relevant in Nuclear Physics.

The advantage of such an approach is its flexibility. Many examples can be studied. Applications to the nuclei with  $A = 3$  ( $^3\text{He}$  and  $^3\text{H}$ ) are discussed here. The problems considered are: magnetic moment corrections; the binding energy difference between the two nuclei; the central charge density; and  $\pi^-$  absorption on the proton pair bound in  $^3\text{He}$ . The results indicate that quarks are helpful in understanding Nuclear Physics. Some of the results seem promising, but there are problems. One is that the successes of the conventional shell model picture do place some limitations on the numbers of six-quark bags allowed to exist in nuclei. Two examples, discussed below, are deep inelastic lepton scattering from nuclei and the measured Pb-Tl charge density difference. Another obvious problem is that for any given situation it is very difficult to prove that a correct evaluation of the conventional theory will not work.

The present manuscript is an update and (in some cases, a modification) of a more lengthy treatment.<sup>(1)</sup> See also Ref. 2.

The discussion is divided into sections:

2. Building the nucleus from nucleons, mesons and six-quark bags
3. Constraints on  $\Phi_{6q}$
4. Guessing  $P_{6q}$  (six-quark probability)
5. Radius of the six-quark bag,  $R_6$
6. Why look for six-quark bags in  $^3\text{He}$ ?
7.  $P_{6q}$  from elastic electron scattering
8. Six-quark bags and magnetic moment corrections
9. Central charge density of  $^3\text{He}$  and  $^3\text{H}$
10.  $^3\text{H} - ^3\text{He}$  binding energy difference
11.  $\pi^- (pp) \rightarrow np$
12. The EMC effect and  $P_{6q}$
13. The  $^{206}\text{Pb} - ^{205}\text{Tl}$  charge density difference
14. Summary

## 2. Building the Nucleus from Nucleons, Mesons and Six-Quark Bags

The first question that one considers is "When and how do we use quarks?". One answer is: always. Simply write the QCD Hamiltonian and solve it for the nuclear system. Carrying out such a procedure is very difficult since individual nucleons are important. Thus much work would be devoted largely to the question of building the nucleonic degrees of freedom that are known to exist. That understanding how the conventional nuclear picture emerges from QCD is important has been stressed by many.

I would like to look in a different direction by concentrating on areas where the conventional picture has difficulties. In those cases explicit quark degrees of freedom might be important. It seems clear that the ability to search for quark effects depends on having some short cut that allows one to avoid the problems of the preceding paragraph.

The first step is to use as input the information that conventional Nuclear Physics describes the long range aspects. Consider two nucleons bound in a nucleus. At large separations one

employs  $\psi_{NN}(r)$ , the conventional nucleon-nucleon wave function. Here  $r$  is the distance between the two nucleons. Another coordinate giving the position of the center-of-mass of the pair (as well as spin and isospin indices) is suppressed for simplicity. This wave function is shown schematically in Fig. 1. The quantity  $\psi_{NN}$  is generally computed with nucleon-nucleon forces which act between point-like nucleons.

How might the composite nature of the nucleon modify  $\psi_{NN}$ ? I present a schematic answer here. Suppose now the nucleons are sizeable objects of three quarks. At large separations the nucleons do not overlap, so their finite extent doesn't matter. Next let the nucleons move toward each other. At some time the nucleons start to overlap. Then effects such as the quark-quark Pauli principle and gluon exchanges between nucleons can occur. If the volume of the overlapping region is small, one may expect that the system mainly consists of two nucleons, but with a modified wave function,  $\tilde{\psi}_{NN}(r)$  (Fig. 1).

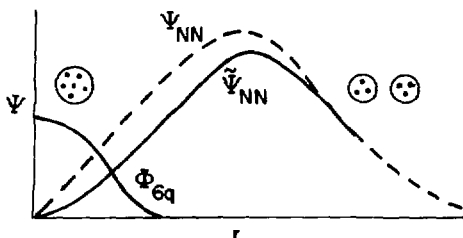


Figure 1. Schematic picture of quark modifications to the  $NN$  wave functions. Quantities are defined in the text.

Given the scenario I'm describing there must then be another component to the full wave function,  $\Psi$ , that is orthogonal to  $\psi_{NN}(r)$ . Call this new piece the six-quark wave function  $\Phi_{6q}$ . Then one may write

$$\Psi = \tilde{\psi}_{NN} + \Phi_{6q} . \quad (1)$$

One way to insure that  $\tilde{\psi}_{NN}$  and  $\Phi_{6q}$  are orthogonal is to let  $\Phi_{6q}$  be a product of two baryons, each carrying color. This is a useful separation, because operators that do not depend on color have no matrix elements that connect  $\tilde{\psi}_{NN}$  and  $\Phi_{6q}$ .

Confinement requires that it takes an infinite amount of energy to separate two baryons with opposite color. Then one may reasonably expect that  $\Phi_{6q}$  is concentrated near the origin, as indicated in Fig. 1. The picture of  $\Psi$  consisting of an ordinary component and a "hidden color" component ( $\Phi_{6q}$ ) concentrated at the origin is qualitatively similar to Oka & Yazaki's <sup>(3)</sup> resonating group method results for the deuteron. This separation (1) is not unique since one can always rewrite  $\Phi_{6q}$  as a more complicated sum of products of color singlet baryon states.<sup>(4)</sup> However, there seems to be little motivation for using such a complicated wave function. Furthermore, it does seem sensible to look for quark effects with a wavefunction component as different as possible

from the standard two-nucleon wave function. If one hopes to include some features not present in calculations employing only nucleons, it may be more efficient to use quarks in the simple  $[6]$  (which is mainly a hidden color state) spatial configuration. Yamauchi and Wakamatsu<sup>(5)</sup> have shown that the separation employed in Eq. (1) is well-defined. They make use of a specific dynamical model based on the quark cluster theory.

The central idea is to use nucleonic degrees of freedom ( $\tilde{\psi}_{NN}$ ) at large separations and quarks ( $\Phi_{6q}$ ) at small values of  $r$ . For example, consider electron scattering. The incident virtual photon interacts with individual nucleons at large  $r$ , and with the quarks in the six-quark bag at small  $r$ .

### 3. Constraints on $\Phi_{6q}$

To compute matrix elements one needs to know  $\Phi_{6q}$ . I cannot compute  $\Phi_{6q}$  from theory so I'll settle for imposing some reasonable constraints. First, I take  $\Phi_{6q}$  to consist of 6 quarks in a single spherical bag centered at  $r = 0$ . The wave function is assumed to be spatially symmetric. For example, a state with no orbital angular momentum is treated as six quarks, each in the lowest single particle state of the confining bag or potential. This spatially symmetric state is called the  $[6]$ , if Young diagrams are employed. The use of the  $[6]$  is an easy way to implement (approximately but accurately enough) the orthogonality between  $\tilde{\psi}_{NN}$  and  $\Phi_{6q}$ .

The wave function  $\Phi_{6q}$  must have the same angular momentum, parity and isospin as the original nucleon-nucleon wave function.

The next step is to specify the overall strength of  $\Phi_{6q}$ . One may use probability conservation to get an idea. In the picture I'm using (Fig. 1) the conventional wave function  $\Psi_{NN}$  has been replaced by a smaller quantity,  $\tilde{\Psi}_{NN}$ . Thus the probability in the  $NN$  channel has been decreased. I assume that the missing probability goes solely into the 6-quark component,  $\Phi_{6q}$  and write

$$\int \psi_{NN}^2 d^3r - \int \tilde{\psi}_{NN}^2 \equiv P_{6q} \quad (2)$$

where

$$P_{6q} = \int \Phi_{6q}^2 dV. \quad (3)$$

The volume element  $dV$  is an integral over the positions of all of the quarks. The value of  $P_{6q}$  obtained from (3) represents an upper limit.

### 4. Guessing $P_{6q}$

It is worthwhile to have some idea about the size of  $P_{6q}$  prior to presenting specific applications. The simplest method is to assume that  $\psi_{NN}(r)$  is well known at large distances. Then integrate in from large  $r$  to small  $r$ , using the presumably well-known nucleon-nucleon interaction. Then one stops at a separation,  $r_0$ , when one no longer believes the resulting wave function. For  $r < r_0$  set  $\psi_{NN}$  to zero. This corresponds to a sharp cutoff on  $\psi_{NN}(r)$ , i.e.

$$\tilde{\psi}_{NN}(r) = \theta(r - r_0) \psi_{NN}(r). \quad (4)$$

In this case the entire  $NN$  probability that would have been at  $r \leq r_0$  is set equal to  $P_{6q}$ . Another procedure which allows  $\tilde{\psi}_{NN}(r)$  to be continuous is discussed elsewhere.<sup>(2)</sup>

It is evident that  $P_{6q}$  depends strongly on the value of  $r_0$  if Eq. (4) is used.<sup>(1)</sup> One finds a cubic dependence for uniform nucleon wave functions. However the use of a smoother cutoff procedure leads to a much more gradual ( $\sim$  linear) dependence.<sup>(2)</sup>

Since  $r_0$  is an important parameter, it is worthwhile to examine the possible range of values. One can use the regions of validity of meson exchange theory (MET) of the nucleon-nucleon force. The MET is very successful in deriving the long and intermediate range force in an essentially parameter free manner. From this I obtain an upper limit for  $r_0$  of about 1.2 fm. That is, at the present time, the successes of the MET for  $r > 1.2$  fm are too difficult to obtain with quark models. On the other hand the MET must resort to complete phenomenology at short distances. In my view, there is no MET for  $r \leq 0.7$  fm. Thus I believe that the range

$$0.7 \text{ fm} \leq r_0 \leq 1.2 \text{ fm} \quad (5)$$

is reasonable.

I'll take  $r_0$  to be in the vicinity of 1 fm here. This value, about equal to the nucleon radius, is the separation at which the edge of one nucleon is at the center of the other. For such separations the volume of overlap is large.<sup>(1)</sup>

To get an idea about the size of  $P_{6q}$ , consider the  $s$ -wave part of the deuteron wave function provided by the Paris<sup>(6)</sup> potential. The Eq. (4) gives  $P_{6q} \approx 5\%$  if  $r_0 = 1$  fm. The same value of  $P_{6q}$  can be obtained with  $r_0 = 0.7$  fm and  $a = 0.2$  fm, if Eq. (5) is employed. Yamauchi and Wakamatsu find  $P_{6q} \approx 2.4\%$ , so there is considerable uncertainty.

## 5. Radius of the Six-quark Bag, $R_6$

In our treatment two distances are needed. One is the value of  $r_0$  which is the separation at which quark effects enter. Another parameter is needed to characterize the volume of the six-quark system. This is the six-quark bag radius  $R_6$ . (In a more complete theory  $R_6$  and  $r_0$  would have a specific relationship.)

It is difficult to determine  $R_6$  since one cannot scatter electrons from an isolated stable six-quark bag. However, arguments based on the MIT bag model, the non-relativistic quark model, and quark counting rules each give the result  $R_6 > 3R$ .<sup>(2)</sup> Each argument is crude, but one takes some comfort from the agreement.

## 6. Why Look for 6-Quark Bags in $^3\text{He}$ and $^3\text{H}$ ?

The nuclei with  $A = 3$  are interesting systems from my quark-searching point of view. First, accurate solutions of the Schroedinger equation using realistic nucleon-nucleon interactions are available.<sup>(6,7)</sup> This means that a disagreement between theory and experiment implies that some element in the theory is missing.

A second reason for interest in nuclei with  $A = 3$  is the similarity between the radius characterizing the nucleon ( $R_N \approx 1$  fm) and that ( $R_{^3\text{He}} \approx 1.6$  fm) of the  $^3\text{He}$  nucleus. Clearly the nucleon size is a non-negligible length.

The next step is to estimate the six-quark probability per pair,  $P_{6q}$ . We expect that  $P_{6q} \propto (R_N/R_{^3\text{He}})^3$ , but we need to know the coefficient of proportionality. Surprisingly, the probability

that any two nucleons are within a specified distance ( $r_0$ ) can be obtained reliably from elastic electron scattering experiments.

## 7. $P_{6q}$ from Elastic Electron Scattering

One can determine  $P_{6q}$  for  $A = 3$  directly from elastic electron scattering data.<sup>(8,9)</sup> The result is

$$P_{6q} = \frac{1}{(2\pi)^3 (3/2)^{3/2}} \int d^3q d^3\rho F_{pt}(q) e^{i\vec{q}\cdot\vec{\rho}\sqrt{2/3}} \theta\left(\frac{r_0}{\sqrt{2}} - \rho\right). \quad (6)$$

where  $F_{pt}(q)$  is the ratio of the  ${}^3\text{He}$  charge form factor divided by twice the charge form factor of a proton. (We neglect the charge form factor of the neutron in Eq. (6) for simplicity, but it is included in the calculations.<sup>(9)</sup> The six-dimensional integral is easily rewritten as a one-dimensional integral on  $q$ . Thus experimental data for  $F_{pt}(q)$  can be used to get  $P_{6q}$ .

The results depend on which data set is used.<sup>(9)</sup> Here I take  $P_{6q} \approx 8\%$  with  $r_0 = 1$  fm. If  $r_0 = 0.9$  fm  $P_{6q} \approx 6\%$ . This is a slight overestimate, see the errata in Ref. 9.

## 8. Six-quark Bags and Magnetic Moment Corrections

Studying the magnetic moments of  ${}^3\text{He}$  and  ${}^3\text{H}$  is not the best way to learn about quark effects! Indeed these quantities provided significant early evidence that the nucleus was made of nucleons. Nevertheless the quark model computation<sup>(10)</sup> presented here presents a useful example.

I'll begin by going through the standard calculation. There are 3 nucleons, each in the same relative  $s$ -state about the center of mass. For  ${}^3\text{He}$ , the Pauli principle requires the spins of the two protons to couple to zero. Hence the entire magnetic moment of  ${}^3\text{He}$  is carried by the neutron. Thus  $\mu({}^3\text{He}) = \mu_n = -1.91$  nm, which compares quite well with  $\mu^{\text{exp}}({}^3\text{He}) = -2.12$  nm. Similarly, for  ${}^3\text{H}$  one finds  $\mu({}^3\text{H}) = \mu_p = 2.79$  nm while  $\mu^{\text{exp}}({}^3\text{H}) = 2.97$  nm.

Even though the agreement is quite good, the problem of understanding the remainder has puzzled physicists for a long time. The currently fashionable explanation is that pion exchange currents supply the missing moment. However the calculations include contributions from both large and small separations. The latter may be questionable. In any case, it is worthwhile to consider how much of the missing magnetic moment might be due to six-quark bags.

To see how quarks might enter, recall how magnetic moments are computed with the bag model. Dimensional analysis tells us that the magnetic moment,  $\bar{\mu}_q$ , of a confined massless quark is given by

$$\mu_q \propto eR \quad (7)$$

where  $R$  is the bag radius. This is the standard result that convective magnetic moments are proportional to the size of the system.

The present purpose is to include six-quark bag effects. The essential feature is that a quark confined in a six-quark bag has a larger magnetic moment than one in a nucleon. This is because  $R_6 \approx 2^{1/3} R_3$ . Thus the existence of six-quark bags should enhance the magnitude of the magnetic moments.

The next step is to sum the magnetic moments of the quarks. These are in either 6 or 3 quark bags. The calculation is somewhat tedious, and will not be reproduced here. However, the result is easy to interpret.

For  ${}^3\text{He}$  one has

$$\mu({}^3\text{He}) = \mu_n \left[ 1 + P_{6q}(2^{1/3} - 1)3(2/3) \right]. \quad (8)$$

Since all magnetic moments here are proportional to  $R$ , one may pull out the factor  $\mu_n$ . The usual result  $\mu({}^3\text{He}) = \mu_n$  is obtained with  $P_{6q} = 0$  and, the second term in the bracket represents the influence of six-quark bags. The correction term is proportional to  $(R_6/R_3) - 1$ . The -1 occurs since probability has been removed from the nucleonic components. The factor 3 appears since 3 pairs of nucleons can form a six-quark bag. However, at any instant of time only 2 of the 3 are in the 6-quark bag. This gives the 2/3 factor.

(That Eq. (8) is expressed in terms of nucleon magnetic moments seems surprising. However, for states with  $L = 0$  and  $S, T = 0, 1$  or  $1, 0$ , the matrix elements of the operators  $\Sigma\sigma_i\tau_{3i}$  and  $\Sigma\sigma_{3i}$  depend only on the spin and isospin quantum numbers. The sum on  $i$  can be over 2 nucleons or 6 quarks, but the result is the same.)

Using  $P_{6q} = 0.08$  one obtains  $\mu({}^3\text{H}) = \mu_n 1.04 = -1.99 \text{ nm}$  which is not far from  $\mu^{\text{exp}}({}^3\text{He}) = -2.12 \text{ nm}$ . Similarly  $\mu({}^3\text{He}) = \mu_p 1.04 = 2.91 \text{ nm}$  which is close to  $\mu^{\text{exp}}({}^3\text{He}) = 2.97 \text{ nm}$ . Thus quarks seem to provide a significant correction term. Recently Bhaduri, Murthy and Tomusik<sup>(11)</sup> have made a more complete calculation including both the pion-exchange and quark correction terms. Very good agreement with experiment was obtained. Despite this, one must note that quark effects are small here. Thus the evidence for quark effects is not strong.

## 9. Central Charge Density of ${}^3\text{He}$ and ${}^3\text{H}$

The problem of understanding the central charge density (high momentum transfer  $\approx 3.5 \text{ fm}^{-1}$ ) charge form factor of  $A = 3$  nuclei has created much interest.<sup>7</sup> The central density is much smaller than that obtained from (nucleons only) Fadeev calculations.<sup>12</sup> Several groups<sup>13</sup> have made detailed calculations that indicate that the influence of six-quark bags might be essential to understanding the data.

I would like to present my interpretation of these six-quark calculations of the  ${}^3\text{He}$  charge form factor. In hybrid models the nucleon wave function is set to zero if any two of the nucleons are within a distance  $r_0$  of each other. This creates a hole in the wave function. One must include the influence of the third nucleon so the central density does not vanish. However, it is depleted significantly. So is the baryon number and charge! One must include the effect of the charge carried in the six-quark bag. However such an entity is very large and the charge distribution is spread out over a fair[ly] big volume. Hence one is replacing nucleonic charge at the nuclear center by charge spread out over a large region. The net result is a depletion of the central charge density. A simple analytic calculation that seeks to exemplify the remarks of this paragraph is presented in Ref. 14.

The success of six-quark bag models in this arena is very intriguing. However conventional theories<sup>16</sup> that include mesonic exchange currents also reproduce the observed charge form factor of  ${}^3\text{He}$ .

It is possible that the stalemate between quark and meson currents can be broken by the new Saclay data<sup>15</sup> for the  ${}^3\text{H}$  form factor. The task of reproducing both the  ${}^3\text{He}$  and  ${}^3\text{H}$  charge form factors with the same sets of input parameters should present a significant challenge to the competing theories. At the present time only the six-quark bag calculation of Hoodbhoy & Kisslinger is successful.<sup>(17)</sup>

### 10. ${}^3\text{H}$ - ${}^3\text{He}$ Binding Energy Difference<sup>(9)</sup>

The nucleus  ${}^3\text{H}$  is known to be more bound than  ${}^3\text{He}$  by 760 keV. This small difference is to be compared with a value of 8000 keV which is approximately the binding energy of either nucleus. Some difference is to be expected because the two protons in  ${}^3\text{He}$  have a repulsive Coulomb interaction. The value of this contribution to the binding energy difference can be obtained in an essentially model independent manner. Techniques similar to that of Section 7 have been employed to obtain<sup>(18)</sup> a value of  $640 \pm 17$  keV. Other smaller effects such as the charge dependence of the nucleonic kinetic energy and the electromagnetic spin-orbit force combine to give an additional  $40 \pm 20$  keV. Thus  $80 \pm 30$  keV remains to be explained.

It is possible that charge symmetry violations of the conventional meson exchange potentials are responsible<sup>(19)</sup> for the 80 keV. However, only short-range effects enter and, there are great uncertainties in the calculations. Here I will consider only the influence of quarks.

How can six-quark bags influence the binding energy difference? Let us define  $2\bar{m}_{p,n}$  as the mass of a six-quark bag formed by two protons, neutrons. Suppose that

$$2\bar{m}_n - 2\bar{m}_p < 2m_n - 2m_p = 2.6 \text{ MeV}. \quad (9)$$

If (9) is obtained, the neutron rich system,  ${}^3\text{H}$ , will be more bound than  ${}^3\text{He}$ .<sup>(20)</sup>

To see why Eq. (9) might hold it is useful to answer two separate questions. 1) How does  $m_n - m_p = 1.3$  MeV come about in quark models? 2) Why should using six-quark bags instead of nucleons change the charge dependent effects?

#### 10.1 The Neutron-Proton Mass Difference

One knows that  $m_n - m_p = 1.3$  MeV. Quark models bring that about by requiring  $m_d - m_u > 0$ . Since the neutron is  $(d, d, u)$  and the proton  $(u, u, d)$  with  $Q_d = -\frac{1}{3}e$  and  $Q_u = \frac{2}{3}e$ ,  $m_n - m_p > 0$  naturally follows. (This seems merely to be the replacement of one number,  $m_n - m_p$  by another,  $m_d - m_u$ . However, one can reproduce a wide variety of hadronic charge dependent effects with a single value of  $m_d - m_u$ .)

One might try to calculate  $m_n - m_p$  from the 1 photon exchange interaction between quarks. The Coulomb magnetic energy term ( $E_{em}$ ) is given by

$$E_{em} = \frac{1.5 \text{ MeV fm}}{R} \sum_{i < j} Q_i Q_j. \quad (10)$$

The appearance of a sum of products of charges is familiar. The inverse bag radius,  $1/R$ , is the only energy scale in the bag model. The numerator, 1.5 MeV fm comes from the radial matrix

element. Computations of  $m_n - m_p$  are simplified by calculating the difference directly. The only difference between the neutron ( $n$ ) and the proton ( $p$ ) is the pair of like quarks: two  $d$ 's vs. two  $u$ 's. Thus one has

$$\Delta E_{em} = E_{em}^n - E_{em}^p = \frac{1.5 \text{ MeV fm}}{R} (Q_d^2 - Q_u^2) = -\frac{0.5 \text{ MeV fm}}{R} \quad (11)$$

This is the well-known result that the electromagnetic mass difference has the wrong sign. Thus  $m_d - m_u$  must be greater than 1.3 MeV to compensate for this effect.

Another charge dependent effect giving a contribution of the sign opposite to experiment is that of the one gluon exchange hyperfine interaction. This term acquires its charge dependence from the charge dependence of the quark masses. Suppose two like quarks ( $q$ ) exchange a gluon. The interaction energy is given by

$$\frac{\alpha_s}{R} M(m_q R) \vec{s}_1 \cdot \vec{s}_2 \vec{\lambda}_1 \cdot \vec{\lambda}_2$$

where  $\alpha_s$  is the effective coupling constant (determined from e.g. the delta-nucleon mass splitting). The  $1/R$  appears for dimensional reasons. The radial matrix element  $M(m_q R)$  is a dimensionless function. (In the nonrelativistic limit  $M(m_q R) \propto 1/(m_q R)^2$  and the usual dipole-dipole interaction is obtained.)

The gluon exchange contribution to  $m_n - m_p$ ,  $\Delta E_g$ , is given to first order in  $m_d - m_u$  by the expression

$$\Delta E_g = \alpha_s (m_d - m_u) M' \vec{s}_1 \cdot \vec{s}_2 \vec{\lambda}_1 \cdot \vec{\lambda}_2 \quad (12)$$

The matrix element of  $\vec{s}_1 \cdot \vec{s}_2 \vec{\lambda}_1 \cdot \vec{\lambda}_2$  is negative<sup>9</sup> so that  $\Delta E_g$  has a sign opposite to that of the experimental value of  $m_n - m_p$ . (Note that  $M'$  is essentially independent of  $R$  since  $m_d$  and  $m_u$  are both small.)

Explicit evaluation using the bag model ( $R = 1 \text{ fm}$ ) gives

$$\begin{aligned} \Delta E_{em} &= -0.5 \text{ MeV} \\ \Delta E_g &= -0.3 \text{ MeV} \end{aligned} \quad (13)$$

Thus a quark energy difference,  $\Delta E_q$  is a total (kinetic + mass) quark energy difference. A value of  $m_d - m_u = 4.3 \text{ MeV}$  is needed to achieve this. A similar pattern of results may be obtained with the non-relativistic quark model.<sup>9</sup>

## 10.2 The Six-quark Bag Mass Difference - $2\hat{m}_n - 2\hat{m}_p$

Now turn to the six-quark system. The dominant effects come from the use of six quarks instead of three. The central feature is that the  $nn$  system has 4 down quarks and 2  $u$  quarks. There are 6  $dd$  pairs and 1  $uu$  pair. Likewise the  $pp$  system has 6  $uu$  pairs and 1  $dd$  pair. Thus in the computing energy difference 5 pairwise interaction differences enter. Thus the factor of 1 pair for the nucleon is multiplied by 5 for the six-quark bag.

Here we discuss only the gluon exchange contribution,  $\Delta E_g$ . This is because the long range Coulomb effects are approximately the same if the charge is in one six-quark bag or in two nucleons<sup>9</sup>. The term,  $\Delta E_g$ , is enhanced in the six-quark system because of the large number of pairs of quarks of the same charge available. One has

$$\Delta E_g^{(6q)} = \Delta E_g \cdot 5(6/5) \quad (14)$$

The factor of 5 is the number of available pairs and the evaluation of  $\vec{s}_1 \cdot \vec{s}_2 \vec{\lambda}_1 \cdot \vec{\lambda}_2$  in the six-quark system with [6] orbital symmetry gives the factor 6/5. Using  $\Delta E_g = 0.3$  MeV one finds

$$\Delta E_g^{(6q)} = 1.8 \text{ MeV} . \quad (15)$$

This represents 1.2 MeV ( $1.8 - 2 \times 0.3$ ) of additional binding.

The additional 1.2 MeV of binding is a huge effect. However the six-quark bag exists only about 8% of the time. Thus the quark contribution to the binding energy difference is simply  $0.08 \times (1.2 \text{ MeV}) = 96 \text{ KeV}$ . This agrees very well with the experimental value of  $80 \pm 30 \text{ KeV}$ .

Charge symmetry breaking effects of the correct sign and order of magnitude arise naturally from quark effects. Thus it is reasonable to hope that results such as these will be obtained from more sophisticated nuclear quark models.

#### 11. $\pi^- + (pp) \rightarrow np$

The cross section for the absorption of a  $\pi^-$  by the pair of protons bound in  $^3\text{He}$  can be determined from measurements of  $\pi^+$  and  $\pi^-$  absorption on  $^3\text{He}$ .<sup>21</sup> Pion absorption is a high momentum transfer process. For example, the absorption of pions with kinetic energy of 65 MeV gives a momentum transfer of about 800 MeV/c which results from the conversion of the pion's total energy (mass plus kinetic) into kinetic energy of the nucleons. The momentum transfer of 600 MeV corresponds (via the uncertainty principle) to a separation distance of 1/3 fm. It is reasonable to believe that processes occurring at this short distance are most naturally treated in terms of quarks.

The best studied (both experimentally and theoretically) of these absorption reactions is the case of  $\pi^+ d \rightarrow pp$ . There the conventional picture employing  $\Delta$  formation works fairly well.

The process  $\pi^- (pp) \rightarrow np$  is more interesting from the viewpoint of quarks. This is because conservation of angular momentum, parity and isospin forbids the appearance of the  $\Delta N$  intermediate state. The  $pp$  system is mainly in a  $^1S_0$  state with isospin  $T=1$  whereas the deuteron has  $T=0$ . For a  $\pi N$  interaction to lead to a  $\Delta$  the angular momentum of the pion must be 1. Thus, the total angular momentum and parity is  $J^\pi = 1^+$ . The final  $np$  state can then have quantum numbers  $^3S_1$ , or  $^3D_1$ , and  $T=0$ . the  $\Delta N$  state can have only  $T=1$  or 2, so the formation of an intermediate  $\Delta N$  state is forbidden. Therefore one is allowed to search for more exotic processes.

Quark effects may be included via the process of Fig. 2. A  $\pi^-$  is absorbed by any of the quarks in the six-quark bag representing the short distance  $pp$  wave function. The calculation I present is new and only the ingredients are listed. The results are preliminary.

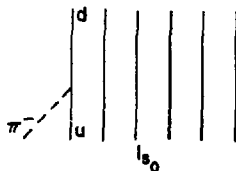


Figure 2. Pion absorption by a six-quark bag.

The  $\pi$ -quark axial vector interaction is taken from the Cloudy Bag Model<sup>1,20</sup> and constrained so that the experimental value of the pion-nucleon coupling constant is reproduced. There are three matrix elements to compute. These correspond to the three final state quantum numbers  $^3P_0$ ,  $^3S_1$ ,  $^3D_1$  allowed if the angular momentum of the incident pion is 0 or 1. The initial  $^1S_0$  quark state has the wave function and probability employed in previous sections.

Specifying the final states requires more discussion. The  $|^3S_1\rangle$  is a standard six-quark state of  $|\delta\rangle$  orbital symmetry. The  $|^3P_0\rangle$  state is generated from the equation

$$|^3P_0\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=1}^6 \vec{\sigma}_i \cdot \vec{r}_i |^1S_0\rangle \quad (16)$$

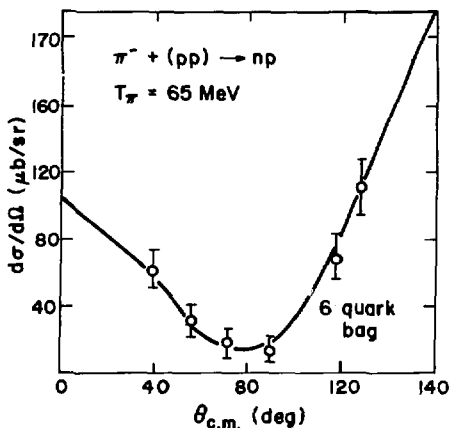


Figure 3. Angular distribution for  $\pi^- pp \rightarrow np$  at 65 MeV. Data are from Ref. 21. Solid curve - our theory (preliminary result).

where  $N$  is the normalization constant that makes  $\langle ^3P_0 | ^3P_0 \rangle = 1$ . Thus the  $P$ -wave state is generated by promoting any one of the six quarks from an  $S$ -state to a  $P$ -state. The non-relativistic

quark model is used here. The  ${}^3D_1$  state may be obtained by using a tensor operator acting on the  ${}^3S_1$  state.<sup>22</sup> However the important  ${}^3D_1$  contributions come from  ${}^3S_1 - {}^3D_1$  mixing via the nucleon-nucleon tensor force acting at large separations. The six-quark probabilities for the final states are generated from Lomon's potentials.<sup>23</sup> There is a strong dependence of the distance  $r_0$ . This leads to a significant uncertainty in the magnitude of the computed angular distribution. The shape of the angular distribution is computed with less ambiguity. The results of the calculation are in startling agreement with the data, as shown in Fig. 3. The essential features to note are that quark effects give contributions of the correct order of magnitude and the position of the minimum is well-reproduced.

Of course, there are conventional terms that give non-vanishing results for  $\pi^- pp \rightarrow np$ . So far no one using these has been successful in reproducing the data.<sup>24</sup> A great many diagrams can be considered. Precise calculations of these are not easy. I believe that the results shown in Fig. 3 will be very difficult to reproduce with the conventional theory.

## 12. The EMC Effect and Six-quark Bags

The nuclear medium influences the deep inelastic scattering of leptons. This EMC effect is discussed at several places in this workshop. I just want to make a few remarks about the implications of recent work for theories in which six (or more) quark clusters exist in nuclei.

This recent work<sup>25</sup> indicates that the presence of nucleons in conventional shell model orbitals is sufficient to explain the observations of deep inelastic scattering in nuclei. The use of standard wave functions and separation energies leads to results in very good agreement with experiment. Pionic enhancement is needed to satisfy the momentum sum rule but has little influence on the ratio of structure functions.<sup>25</sup> The binding and Fermi motion corrections dictated by the nuclear shell model procedure are like experimental corrections, they must be removed before one can see any anomalous effect. The problem is that there is very little of the EMC effect left to explain after one makes these corrections. Thus no exotic phenomena are needed to explain the EMC effect.

It is not necessary that six-quark bags explain the EMC effect. However, their influence on deep inelastic scattering cannot be large, if one wishes to maintain the agreement with data that the shell model provides. One can therefore use the DIS to provide an upper limit on the number of six-quark bags present in nuclei. One may write the ratio of structure functions as<sup>26</sup>

$$\frac{F^6(x)}{F^3(x)} = 1 + f \left( \frac{F^6(x)}{F^3(x)} - 1 \right) \quad (17)$$

where  $F^6$  and  $F^3$  are structure functions of 6 and 3 quark bags and  $f$  is the probability to have a six-quark bag. It is clear that it depends on knowing both  $f$  and  $F^6$ .

The structure function of six-quark bags is basically unknown. The only solid feature is the belief that it has significant support for large values of Bjorken  $x$  ( $> 0.7$ ). At such large values, there is little data, and the shell model does not work perfectly. However, the crucial question is: for which values of  $x$  is the ratio  $F^6/F^3$  bigger than 1? If these  $x$ -values are too small, limits on six-quark bag effects can be obtained.

Recently, we have computed the quark distribution of a six-quark bag<sup>27</sup> by generalizing and extending a procedure due to Jaffe<sup>28</sup> and Jaffe and Ross.<sup>29</sup> We find that the ratio  $F^6/F^3$  is bigger than unity for  $x \gtrsim 0.4$ . From this we obtain a result that  $f$  (for Fe) is much, much smaller than the value (0.3) used by Carlson and Havens.

Limits such as these provide important constraints on the number of allowed six-quark bags, and of other specific manifestations of quarks in nuclei. Therefore future work, seeking to understand and include quark aspects of the physics of nuclei, will be constrained.

### 13. Six-quark Bags and the Charge Density Difference between <sup>206</sup>Pb and <sup>205</sup>Tl

The two component ( $NN + [6]$ ) hybrid model is easy to apply, and has met with some success (see above) in describing experiments. However, it is necessary to test it as well as possible. It is particularly important to determine if the idea that nuclei contain fairly large numbers of six-quark bags is in conflict with experiments. Recently Pandharipande<sup>30</sup> pointed out that large nuclei with  $\frac{A(A-1)}{2}$  pairs present a special challenge. Consider, for example, the case of a nucleon in infinite nuclear matter of density  $\rho_0 (= 1.66 \text{ fm}^{-3})$ . The probability that another nucleon lies within  $r_0$  is simply  $\frac{4\pi}{3} r_0^3 \rho_0 \approx 0.70$ . This seems excessively large (compared with the limit of the previous section) even though correlations have been neglected. Surely this large probability should show up in some experiment.

Pandharipande suggested that the recently measured<sup>31</sup> <sup>206</sup>Pb - <sup>205</sup>Tl charge density difference,  $\Delta\rho(\vec{r})$ , should provide a good example. Within the framework of the shell model  $\Delta\rho(\vec{r})$  is due to the presence of an extra proton in the 3s state. The 3s wave function, with its two nodes, has a special shape which is indeed present in the data.<sup>31</sup> One might think that large numbers of six-quark bags present would lead to a disagreement with the features of  $\Delta\rho(\vec{r})$ .

This section deals with the computation of  $\Delta\rho(r)$ . The result is that  $\Delta\rho(r)$  maintains its characteristic shape even with a large number of six-quark bags present.

The calculation is made by first removing the effects of nucleons at small distances and then replacing those by quarks in the  $[6]$  configuration.

#### A. Nucleonic Contribution

Let the nucleon density operator be  $\rho(r) = \sum_i Q_i \delta(\vec{r} - \vec{r}_i)$ . Setting the two-nucleon wave function to zero at short distances produces a change in the matrix element of  $\rho(r)$  for both the Tl and Pb ground states. Assume that these nuclei differ by the presence of a spin up proton in the  $3s_{1/2}$  orbital. (This orbital is labeled 1.) Define the change in the density difference (Pb minus Tl) as  $\Delta\rho^N(r)$ . Then one can show that the elimination of nucleons for  $r < r_0$  gives

$$\begin{aligned} \Delta\rho^N(\vec{r}) = - \sum_{\alpha < r} \bigg\{ & \rho_1(\vec{r}) \int d^3s \rho_\alpha(\vec{r} - \vec{s}) \theta(r_0 - s) \\ & + Q_\alpha \rho_\alpha(\vec{r}) \int d^3s \rho_1(\vec{r} - \vec{s}) \theta(r_0 - s) \\ & - \delta(\alpha, \rho) \delta(\alpha, 1) \int d^3s (\rho_1(\vec{r} - \vec{s}, \vec{r}) \rho_\alpha(\vec{r} - \vec{s}, \vec{r}) \\ & + \rho_1(\vec{r} - \vec{s}, \vec{r}) \rho_\alpha(\vec{r}, \vec{r} - \vec{s})) \bigg\}. \end{aligned} \quad (18)$$

where the densities are given by  $\rho_\alpha(\vec{r}) = |\phi_\alpha(\vec{r})|^2$  and  $\rho_\alpha(\vec{x}, \vec{y}) = \phi_\alpha(\vec{x})\phi_\alpha(\vec{y})$ . The  $\phi_\alpha(\vec{r})$  are the shell model wave functions of the occupied states. The function specifying that  $\alpha$  is a spin-up proton is the exchange term. The term  $Q_\alpha \approx 1(0)$  if  $\alpha$  corresponds to a proton (neutron) orbital.

The distance  $r_0 (\approx 1 \text{ fm})$  is much smaller than the radius of Pb, ( $R_{\text{Pb}}$ ), so that expanding the various densities of Eq. (18) in a Taylor series about  $\vec{r}$  is useful. This gives

$$\Delta\rho^N(\vec{r}) = \frac{-4\pi r_0^3}{3} \sum_{\alpha < \epsilon_F} \rho_1(\vec{r}) \rho_\alpha(\vec{r}) N_\alpha \quad (19)$$

where

$$N_\alpha = 1 + Q_\alpha |(1 - 2\delta(\alpha, \uparrow))| \quad (20)$$

The final step in obtaining the missing charge density is to include the proton's finite extent. This is governed by the charge density  $\rho_p$ . Then we have

$$\Delta\rho_{ch}^N(\vec{r}) = \int d^3r' \Delta\rho^N(\vec{r}') \rho_p(|\vec{r}' - \vec{r}|) \quad (21)$$

### B. Quark Contribution

Consider the two baryon system corresponding to the quantum numbers  $\alpha, \beta$ . The wave function is specified by  $\Psi_{\alpha\beta}(\vec{R}, \vec{r}, \xi_i)$  where  $\vec{R}$  corresponds to the position of the center of mass of the pair,  $\vec{r}$  is a separation distance. The parameters  $\xi_i$  label the position of the quarks. We wish to express  $\Psi_{\alpha\beta}$  in terms of  $\vec{R}$  and the internal variables. The amplitude that two nucleons come close together is  $\phi_\alpha(\vec{R} + \vec{r}/2)\phi_\beta(\vec{R} - \vec{r}/2)$ , which, motivated by the small size of  $r_0$  and the local density approximation, can be reasonably approximated by  $\phi_\alpha(\vec{R})\phi_\beta(\vec{R})$ . The internal variables are governed by a single spherical bag  $\Phi_{6q}$  centered at  $\vec{R}$ , i.e.  $\Phi_{6q}^{\alpha\beta}(\vec{\xi}_i - \vec{R})$ , where  $\Phi_{6q}^{\alpha\beta}$  has the spin and isospin corresponding to the orbitals  $\alpha$  and  $\beta$  and all six quarks are in the lowest  $s$ -state. Thus we take  $\Phi^{\alpha\beta}$  to have orbital angular momentum of 0. The motivation for this is that the formation of six-quark bags is decreased significantly by the centrifugal barrier.<sup>32</sup> If  $\alpha\beta$  both correspond to like nucleons of the same spin, we assume that Pauli repulsion causes  $\Phi_{6q}^{\alpha\beta}$  to vanish. The result of all of this is

$$\Psi_{\alpha\beta}(\vec{R}, \vec{r}, \vec{\xi}_i) = \phi_\alpha(\vec{R})\phi_\beta(\vec{R}) [1 - \delta_{m_\alpha m_\beta} \delta_{t_\alpha t_\beta}] \Phi_{6q}^{\alpha\beta}(\vec{\xi}_i - \vec{R}) \sqrt{\frac{4\pi}{3}} r_0^3 \quad (22)$$

The factor  $\sqrt{\frac{4\pi}{3}} r_0^3$  is included so that the nuclear baryon number and charge are not changed by our modifications of the wavefunction with the function  $\Phi_{6q}^{\alpha\beta}$  normalized to unity.

To proceed, compute the appropriate matrix element of the quark charge density operator. The quark contribution,  $\Delta\rho_Q(\vec{r})$ , to the charge density difference is then

$$\Delta\rho_Q(\vec{r}) = \sum_{\alpha < \epsilon_F} \frac{4\pi}{3} r_0^3 \int d^3R \rho_1(\vec{R}) \rho_\alpha(\vec{R}) \rho_{6q}(|\vec{r} - \vec{R}|) N_\alpha \quad (23)$$

where the charge density of the 6-quark bag,  $\rho_{6q}$  is given by

$$\rho_{6q}(|\vec{r} - \vec{R}|) = \frac{\langle \Phi_{6q} | \sum_{a=1}^6 q_a \delta(\vec{r} - \vec{R} - \vec{\xi}_a) | \Phi_{6q} \rangle}{1 + Q_a} \quad (24)$$

The final result for the change in density difference  $\Delta\rho(\vec{r})$  caused by the inclusion of six-quark bags is just the sum of  $\Delta\rho_{CH}^N(\vec{r})$  (Eq. (21)) and  $\delta\rho_Q(\vec{r})$  (Eq. (23)) i.e.

$$\Delta\rho(r) = \Delta\rho_{CH}^N(r) + \Delta\rho_Q(r) \quad (25)$$

To evaluate  $\Delta\rho(r)$  one needs to specify  $\rho_\alpha(\vec{r})$ ,  $\rho_{3s}(\vec{r})$ ,  $\rho_{6q}(\vec{r})$  and  $\rho_p(\vec{r})$ . If harmonic oscillator confinement is employed  $\rho_p$  is a Gaussian with spread determined from the rms charge radius  $R_3 = 0.83$  fm. The [6] configuration with all quarks in the *s*-state leads also to a Gaussian charge density. The rms radius,  $R_6$ , is taken to be 1.3 times that of the proton. The published  $^{208}\text{Pb}$  wave functions of Negele<sup>33</sup> are used here.

The Fourier transform of the quantity  $\Delta\rho(r)$  is shown in Fig. 4. When the quark correction of Eqs. (25) is included, the solid curves are obtained. As can be seen, quarks give no qualitative change to the charge density. The solid curves have the typical shape of the 3s wave function. The effects of the six-quark bag cause the orbital radius to be slightly increased but that is all. This is because the only influence of six-quark bags here is to use  $R_6$  instead of  $R_3$  in the folding.

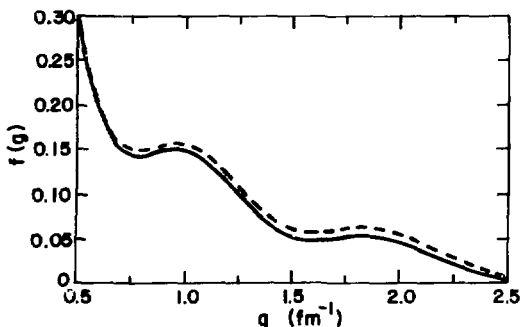


Figure 4.  $F(q)$ , the Fourier transform of the charge density difference.

The result of all of this is not too surprising. Elastic electron scattering (at the experimentally relevant region of  $q \lesssim 3$  fm) is not sensitive to the presence of even large numbers of six-quark bags.

#### 14. Summary

Quark effects seem to have a significant influence on a variety of nuclear properties. The calculations presented here employ a very crude quark model. However, the order of magnitude

of these effects is reasonably well constrained, and one may hope that the results will survive more detailed computations. It is important to recognize that there is much to be done.

## References

1. Miller, G.A., p. 189, *Int. Rev. of Nucl. Phys.* Vol. 1 (1984) ed. W. Weise, World Scientific Publishing, Singapore.
2. Miller, G.A., p. 343 "Workshop on Nuclear Chromodynamics" ed. S. Brodsky and E. Moniz (1986). World Scientific Publishing, Singapore.
3. Oka, M. and Yazaki, K., *Nucl. Phys.* **A402**, 477 (1983).
4. H.R. Petry, *Lecture Notes in Physics* Vol. 197, Springer, Berlin (1983).
5. Y. Yamauchi and M. Wakamatsu, Preprints, to be published *Nucl. Phys. A* and *Phys. Lett. B*.
6. Lacombe, M. *et al.*, *Phys. Lett.* **101B**, 139 (1981).
7. Friar, J.L., Gibson, B.F. and Payne, G.L., *Ann. Rev. Nucl. and Part. Sci.* **34**, 403 (1984).
8. Friar, J.L., *Nucl. Phys.* **A156**, 43 (1970).
9. Koch, V. and Miller, G.A., *Phys. Rev. C* **31**, 602 (1985); *C* **32**, 1106E (1985).
10. Karl, G., Miller, G.A. and Rafelski, J., *Phys. Lett.* **143B**, 326 (1984).
11. Bhaduri, R.K., Murthy, M.V.N. and Tomusiak, E.L., 1986 preprint McMaster University.
12. Friar, J.L., Gibson, B.F. and Payne, B.L., *Phys. Rev. C* **24**, 665 (1981).
13. Namiki, M., Okano, K. and Oshimo, N., *Phys. Rev. C* **25**, 2157 (1982); Hoodbhoy, P. and Kisslinger, L.S., *Phys. Lett.* **146B**, 163 (1984); Maize, M.A. and Kim, Y., *Phys. Rev. C* **31**, 1923 (1985); Vary, J.P., Coon, S.A. and Pirner, H.H., in *Few Body Problems in Physics*, ed. B. Zeitnitz (North Holland, Amsterdam, 1984), p. 683.
14. Miller, G.A., *Proc. Conf. on Hadronic Probes and Nuclear Interaction (HPANI)* ed. J. Comfort, AIPCP, 133 (1985).
15. Juster, F.P., *Phys. Rev. Lett.* **55**, 2261 (1985).
16. Hadjimichael, E., Bornais, R. and Goulard, B., *Phys. Rev. C* **26**, 294 (1982).
17. Kisslinger, L.S. and Hoodbhoy, P., CMU Preprint (1986).
18. Furg, R.A., Coon, S.A. and Sauer, P.U., *Nucl. Phys.* **A294**, 305 (1978).
19. ...er, P. and Sparrow, D.A., *Phys. Rev. C* **25**, 1194 (1982).
20. ...s, A.W., *Adv. Nucl. Phys.* **13**, 1 (1983).
21. ...ester, M.A. *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **52**, 1203 (1984).
22. Miller, G.A. and Guichon, P.A.M., *Phys. Lett.* **134B**, 15 (1983).
23. Lomon, E.L., *Phys. Rev. D* **26**, 576 (1982) and private communication.
24. See e.g. Silbar, R.R. and Piasetzky, E., *Phys. Rev. C* **29**, 1116 (1984).

25. Dunne, G.V. and Thomas, A.W., Paris Conference 1985, ed. A. Gerard and C. Samour, Nucl. Phys. A446, 437C; Phys. Rev. D 33, 2061 (1986); Akulinichev, S.V. *et al.*, Phys. Lett. 158B, 485 (1985); Phys. Rev. Lett. 55, 2239 (1985); Bickerstaff, R.P. and Miller, G.A., Phys. Lett. 188B, 409 (1985).
26. Carlson, C.E. and Havens, J., Phys. Rev. Lett. 51, 261 (1983).
27. Benesh, C. and Miller, G.A., in preparation.
28. Jaffe, R.L., Phys. Rev. D 11, 1953 (1975).
29. Jaffe, R.L. and Ross, G.G., Phys. Lett. 93B, 313 (1980).
30. Pandharipande, V.R., Paris Conference, Nucl. Phys. A446, 189c (1985), and public communication.
31. Cavedon, J.M. *et al.*, Phys. Rev. Lett. 49, 978 (1982).
32. Vergados, J.D., Nucl. Phys. B250, 618 (1985).
33. Negele, J.W., Phys. Rev. C 1, 1260 (1970).

ВОЗМОЖНОСТИ ЭКСКЛЮЗИВНЫХ И ИНКЛЮЗИВНЫХ ПРОЦЕССОВ  
ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ КВАРКОВЫХ КОНФИГУРАЦИЙ В ЯДРАХ  
В.Г.Неудачин, И.Т.Обуховский, М.М.Чувильский

Научно-исследовательский институт ядерной физики МГУ, Москва

Новые точные данные по упругому и неупругому рассеянию электронов на легчайших ядрах<sup>/1-4/</sup> указывают на существенную роль ненуклонных степеней свободы в процессах при больших передаваемых импульсах. Определенные успехи, достигнутые при описании этих данных в терминах мезонных обменных токов ( $\pi, \rho, \omega$ ) и  $\Delta$ -изобарных компонент, не следует рассматривать, тем не менее, как окончательные. С ростом  $Q^2$  происходит неконтролируемое размножение вкладов, и в игру вступают неизвестные вершинные функции, которые параметризуются произвольным образом. Поэтому желательны более простые подходы, содержащие минимальное число подгоночных параметров. В рамках кваркового подхода в последние годы был достигнут определенный прогресс в понимании сильного взаимодействия нуклонов на малых расстояниях  $r \leq 0,5 - 0,7 \text{ фм}$ <sup>/5-13/</sup>. Это открывает новые возможности в описании процессов с большими передаваемыми импульсами  $Q^2 \gtrsim 1 \text{ ГэВ}^2/c^2$ .

Ранее оценки кварковых вкладов делались в рамках гибридной модели<sup>/14-17/</sup>:

$$\chi_{NN}^S = \theta(r-b) + \beta |6q\rangle, \quad r = \frac{1}{3}(r_1 + r_2 + r_3 + r_4 + r_5 + r_6), \quad b = 0,5-1,5 \text{ фм},$$

в которой константа  $\beta$  варьировалась при описании разных данных в весьма широких пределах ( $\beta^2 \approx 0,02 - 0,15$ ). Ясно, что приближение (1) будет обладать предсказательной силой лишь в том случае, когда оно согласовано с описанием сильного  $NN$ -взаимодействия и константа  $\beta$  фиксирована. Известно, что в модели составного кваркового мешка<sup>/12/</sup> такое описание получено в Р-матричном подходе<sup>/13/</sup>, но теперь имеется и другая возможность, связанная с определенным опытом, уже накопленным в расчетах  $NN$ -взаимодействия, прямо исходя из кваркового гамильтониана;

$$H_q = N m_q + \sum_{i=1}^N \frac{p_i^2}{2m_q} + \sum_{i,j}^N (\lambda_i \cdot \lambda_j) [V_c(r_{ij}) + V_{\text{conf}}(r_{ij})] + \sum_{i,j}^N (\lambda_i \cdot \lambda_j) (\epsilon_i \cdot \epsilon_j) V_{cs}(r_{ij}), \quad (2)$$

который удовлетворительно описывает также и спектроскопию адронов. В работах<sup>/6-10/</sup> расчеты проводились по методу резонирующих групп (MRT), и было показано, что описание на основе  $qq$ -скл (2) является последовательным только в области малых расстояний  $r \lesssim b$ , а во внешней облас-

ти необходим учет обмена легкими мезонами ( $\pi, 2\pi(\pi)$ ), и такой "объединенный подход" оказывается весьма успешным как в задаче  $NN$ -рассеяния<sup>6,7/</sup>, так и при вычислении вкладов пионных обменных токов<sup>10,18/</sup>, но при этом не была до конца раскрыта роль различных кварковых конфигураций и результаты не анализировались в терминах представления (I). Здесь мы проведем такой анализ результатов МРТ-расчетов и определим численные значения констант представления (I), после чего будут даны оценки вкладов кварковых конфигураций в сечения  $(e,e)$ -и  $(e,e')$ -рассеяния на легких ядрах.

### 1. Шестикварковая волновая функция $NN$ -системы

Сейчас в литературе широко обсуждается шестикварковая волновая функция  $NN$ -системы в приближении метода резонирующих групп<sup>6-10/</sup> со связью нескольких барьонных каналов (до шести каналов в<sup>19/</sup>):

$$\Psi_{NN}(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_6; \vec{k}) = \hat{A} \left\{ (N(123)N(456))_{ST} \chi_{NN}(\vec{r}) \right\} + \hat{A} \left\{ (N(123)\Delta(456))_{ST} \chi_{\Delta\Delta}(\vec{r}) \right\} + \quad (3)$$

$$+ \hat{A} \left\{ \sum_{S_1 T_1 S_2 T_2} (C_{S_1 T_1(123)} C_{S_2 T_2(456)})_{ST} \chi_{C, C_2}(\vec{r}) \right\},$$

$$\hat{A} = \frac{1}{10} \left( 1 - \sum_{i=1}^6 \sum_{j=2}^6 \hat{P}_{ij} \right)$$

(часто вместо 4-х каналов со скрытым цветом используется лишь их определенная линейная комбинация<sup>6-8,10/</sup>  $CC = \sum_{S_1 T_1 S_2 T_2} a_{S_1 T_1 S_2 T_2} C_{S_1 T_1} C_{S_2 T_2}$ ). Такое представление обладает рядом недостатков (см. ниже), которые частично могут быть устранены при переходе к базису кварковых конфигураций: 1) ограничение тремя каналами. Узость базиса снижает достоверность выводов (следовало бы включить, например, каналы  $NN^*, \Delta^* \Delta^*, C^* C^*, \dots$  с орбитально возбужденными нуклонами либо поляризационные члены); 2) отдельные слагаемые, входящие в (3), не ортогональны друг другу. Например, в нерелятивистской осцилляторной модели  $N(123) \sim (\pi \hat{p}^2)^{-3/2} \exp[-\frac{1}{2} \hat{p}^2 (\frac{1}{2} \vec{r}_1^2 + \frac{2}{3} \vec{r}_2^2)]$ ,  $\vec{p}_i = \vec{r}_1 - \vec{r}_i$ ,  $\vec{r}_i = \frac{r_1 + \vec{r}_2}{2} - \vec{r}_i, \dots$ , если задавать функции  $\chi_{ij}(r)$  в виде 0S-состояний  $\chi_{ij} = U_{0S} = (\frac{3}{4} \pi \hat{p}^2)^{-3/2} \exp(-\frac{3}{4} \hat{p}^2)$ , то все три канала просто совпадают (с точностью до нормировки):

$$\sqrt{9} \hat{A} \{ NN U_{0S}(r) \} = -\sqrt{\frac{5}{4}} \hat{A} \{ \Delta \Delta U_{0S}(r) \} = \sqrt{\frac{5}{4}} \hat{A} \{ CC U_{0S}(r) \}, \quad S=1, T=0.$$

Следовательно, в области  $r \leq \hat{b}$  разложение (3) неоднозначно. Этот недостаток можно исправить, используя при разложении ортогональный базис трансляционно-инвариантной модели оболочек (ТИМО), широко применявшийся ранее в ядерной физике<sup>19/</sup>. Связь между представлением (3) и разложением по базису ТИМО дается соотношениями вида

$$\hat{A} \{ (N(123)N(456))_{S=1, T=0} \mathcal{N}_{0S}^{-1/2} U_{0S}(r) \} = |s^6 [6]_X [s^3]_{CS} \rangle_{\text{ТИМО}}, \quad (4)$$

$$\hat{A}\{N^{(123)}N^{(456)}\}_{S=1, T=0} \mathcal{N}_{2S}^{-1/2} \mathcal{U}_{2S}(r) =$$

$$= \sqrt{\frac{81}{205}} |s^4 p^2 [42]_X [42]_{CS}\rangle_{\text{ТМО}} - \sqrt{\frac{64}{205}} |s^4 p^2 [42]_X [321]_{CS}\rangle_{\text{ТМО}} -$$

$$- \sqrt{\frac{10}{41}} \left[ \sqrt{\frac{9}{10}} |s^4 p^2 [6]_X [2^3]_{CS}\rangle_{\text{ТМО}} + \sqrt{\frac{1}{10}} |s^4 p^2 [42]_X [2^3]_{CS}\rangle_{\text{ТМО}} \right] + \sqrt{\frac{2}{41}} |s^4 p^2 [42]_X [31^3]_{CS}\rangle_{\text{ТМО}},$$

$$((s^4 p^2 [6]_X)_{\text{ТМО}} \neq 0 s^5 2 s [6]_X), \quad \mathcal{N}_{0S} = \frac{1}{9}, \quad \mathcal{N}_{2S} = \frac{41}{405}, \dots$$

и т.д., где  $[f]_X$ ,  $[f]_{CS}$  - схемы Юнга в орбитальном (х) и цвет-спин-вом (CS) пространствах;  $\mathcal{U}_{2S}(r) = \sqrt{\frac{2}{3}} \left( \frac{2}{3} \pi b^2 \right)^{-3/4} \left( 1 - \frac{r^2}{b^2} \right) \exp\left(-\frac{3r^2}{4b^2}\right)$ , (6)

$\mathcal{N}_{NS} \equiv \langle \hat{A} \{ N N \mathcal{U}_{NS} \} | \hat{A} \{ N N \mathcal{U}_{NS} \} \rangle$ . Аналогичные разложения можно записать и для других каналов  $\Delta 1$ ,  $CS$ , .... В (4) и (5) подразумевается, что радиус состояний ТМО такой же, как и у  $3q$ -кластеров. Однако если этот радиус варьировать независимо, то для адекватного описания области расстояний  $r \lesssim b$  будет достаточно нескольких низших конфигураций ТМО (вместо бесконечного числа возбужденных каналов МРТ,  $N N^*, \dots$ ).

Уже неоднократно отмечалось<sup>20, 21</sup>, что для описания области  $r \lesssim b$  при четных  $L$  необходимо учесть лишь конфигурации  $s^6 [6]_X$  и  $s^4 p^2 [42]_X$ . Но в области  $r \gtrsim b$ , где каналы МРТ перекрываются слабо, представление  $\psi_{NN}$  в виде  $\hat{A} \{ (N N)_{ST} \chi_{NN}(r) \}$  становится более удобным, чем разложение по базису ТМО, в котором пришлось бы учитывать бесконечное число конфигураций. Таким образом, вместо представления (3) используем более удобное (и при этом однозначное) представление

$$\frac{1}{r} \psi_{NN}^L(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3, \vec{r}_4; k) = C^{(0)}(k) |s^4 [6]_X [2^3]_{CS}\rangle_{\text{ТМО}} + \sum_f C_f^{(2)}(k) |s^4 p^2 [42]_X [f]_{CS}\rangle_{\text{ТМО}} +$$

$$+ \tilde{\theta}(r-b) \hat{A} \{ N^{(123)} N^{(456)} \}_{ST} \sqrt{10} \frac{1}{r} Z^L(k, r) Y^L(\hat{r}), \quad (7)$$

где  $Z^L(k, r)$  - обычная функция  $NN$ -рассеяния (связанного состояния), имеющая асимптотику  $Z^L(k, r) \rightarrow \sim \frac{1}{k} \sin(kr + \delta - \frac{\pi L}{2})$  ( $\sim e^{\frac{\pi L}{2}}$ );

$\tilde{\theta}(r-b)$  - "сглаженная"  $\theta$ -функция  $\tilde{\theta}(r-b) = (r/b)^n [1 + (r/b)^n]^{-1}$ ,  $n \approx 10$ . Функции  $\psi_{NN}^L$  нормированы как шредингеровские волновые функции

$$\langle \psi_{NN}^L | \psi_{NN}^L \rangle = |C^{(0)}(k)|^2 + \sum_f |C_f^{(2)}(k)|^2 + \int_0^\infty Z^L(k', r) Z^L(k, r) dr =$$

$$= \begin{cases} \frac{1}{kk'} \delta(k-k'), & E > 0, \\ 1, & E < 0. \end{cases} \quad (8)$$

Разложение (7) подобно представлению гибридной модели (I), но теперь константа  $\beta$  может быть вычислена:

$$\beta = \sqrt{|C^{(0)}(k)|^2 + \sum_f |C_f^{(2)}(k)|^2}, \quad (9)$$

если известны решения уравнений МРТ (уравнения можно переписать прямо для функций (7)), несколько модифицируя их в терминах двухцентровой

модели - см. /22/. Амплитуды

$$a_0 = \frac{C^{(0)}}{\beta}, \quad a_2 = \frac{1}{\beta} \sqrt{\sum_f |C_f^{(2)}|^2} \quad (10)$$

задают относительные веса конфигураций  $s^0$  и  $s^4 p^2$  в  $6q$ -компоненте волновой функции. В таблице приведены значения  $a_0$  и  $a_2$ , полученные из решений /22/ для трех различных типов потенциалов в (2), обычно рассматриваемых в литературе:

(I) потенциал одноглюонного обмена (OGER) +  $V_{conf} / 6, 7/$ :

$$V_c = \frac{\alpha_s}{4\Gamma_{ij}} + \frac{\pi\alpha_s}{4m_q^2} \delta(\vec{r}_{ij}) + C, \quad V_{cs} = -\frac{2}{3} \frac{\pi\alpha_s}{4m_q^2} \delta(\vec{r}_{ij}), \quad V_{conf} = -d_m r_{ij}^{m(m=1,2)} \quad (11)$$

(II) потенциал, имитирующий OGER /5/:

$$V_c = A e^{-r_{ij}^2/\alpha^2} + \frac{\pi\alpha_s}{4m_q^2} \delta(\vec{r}_{ij}), \quad V_{cs} = -\frac{2}{3} \frac{\pi\alpha_s}{4m_q^2} \delta(\vec{r}_{ij}), \quad V_{conf} = -d_2 r_{ij}^2, \quad (12)$$

(III) модельный осцилляторный потенциал /24/:

$$V_c = -\frac{k}{2} r_{ij}^2 + C, \quad V_{cs} = \frac{\delta}{m_q^2} = const, \quad V_{conf} = 0. \quad (13)$$

Таблица

(I)	—		$b$ (МэВ)	$m_q$ (МэВ)	$C$ (МэВ)	$\alpha_s$	$d_m$ (МэВ/(fm <sup>m</sup> ))	$a_0$	$a_2$
	—		0,6	355	0	1,9514	14,317	0,793	-0,601
			0,498	355	15,2	0,97	61,6	0,887	-0,453
(II)	$\alpha$ (fm <sup>2</sup> )	$A$ (МэВ)	$b$ (fm)	$m_q$ (МэВ)	$C$ (МэВ)	$\alpha_s$	$d_2$ (МэВ/(fm <sup>2</sup> ))	$a_0$	$a_2$
	0,274	216,8	0,456	362	63	0,90	38	0,909	-0,407
(III)	$K$ (МэВ/(fm <sup>2</sup> ))	$\delta/m_q^2$ (МэВ)	$b$ (fm)	$m_q$ (МэВ)	$C$ (МэВ)	—	—	$a_0$	$a_2$
	76	73,2	0,66	336	88,7	—	—	0,378	-0,926
	231	73,2	0,5	336	163,8	—	—	0,596	-0,792

Для "реалистических" вариантов  $qq$ -сил (I) и (II) среднее решение приближенно можно записать как

$$a_0 \approx \sqrt{\frac{3}{4}}, \quad a_2 \approx -\sqrt{\frac{1}{4}} \quad (14)$$

и только для упрощенного варианта (III), в котором отсутствуют кулоновские силы ( $\sim \frac{\alpha_s}{r_{ij}}$ ), характер решения меняется качественно:

$$a_0 \approx \sqrt{\frac{1}{4}}, \quad a_2 \approx -\sqrt{\frac{3}{4}}. \quad (15)$$

Ранее мы показали /21/, исходя из упрощенного варианта (III) (а также в модели мешка MIT /23/), что цветоматричное (III) взаимодействие  $\chi(\lambda_i \lambda_j)(\epsilon_i \cdot \epsilon_j) V_{cs}(r_{ij})$  приводит к притяжению в конфигурации  $s^4 p^2 [42]_X [42]_{cs}$

(преобладают симметричные пары в  $CS$ -пространстве), и это состояние должно быть энергетически выделенным по сравнению со всеми остальными из ряда

$$[2^3]_C \cdot [42]_g = [42]_{CS} + [321]_{CS} + [2^2]_{CS} + [31^2]_{CS} + [21^4]_{CS}, \quad (I6)$$

что и подтверждает приведенное выше решение (I5). Но в "реалистическом" случае (I4) картина получается обратная, энергетически выделена конфигурация  $s^4 [6]_X [2^3]_{CS}$ . Различие связано с тем, что роль другого члена взаимодействия  $\sum_{i,j} (\lambda_i \lambda_j) (V_C + V_{CS})$  не мала  $\sim 1/5$ , и в нем наиболее сильным является кулоновский потенциал ( $V_C \sim \frac{e^2}{r_{ij}^2} (\lambda_i \lambda_j)$ ) но в варианте (III) он отсутствует. В случае взаимодействий (I), (II) на малых расстояниях "выживает" такая комбинация конфигураций, которая очень близка к суперпозиции всего двух, выписанных в начале этого раздела осцилляторных состояний (4) и (5). В широком интервале энергий  $0 < E_{\text{п.м.}} \lesssim 150$  МэВ решения уравнений МРГ оказываются представимыми в виде (пусть  $L=0, S=1, T=0$ )

$$\frac{1}{r} \Psi_{NN}^{L=0} \approx \tilde{\Theta}(r-b) \hat{A} \{ (NN)_{ST} \sqrt{10} \frac{1}{r} Z^{L=0}(k, r) \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \} + \\ + \beta(k) \hat{A} \{ (NN)_{ST} [a_0 N_{0S}^{-1/2} u_{0S}(r) + a_2 J_{1,3S}^{-1/2} u_{2S}] \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \}. \quad (I7)$$

Хотя такая запись и неоднозначна (последнюю строку можно выразить через любые другие каналы  $\Delta\Delta, CS, \dots$ ) она представляет определенные удобства при проектировании в  $NN$ -канал (см. след. раздел).

В волновой функции (5), которая вошла в (I7) с относительным весом  $a_2 \approx -1/\sqrt{2}$ , по-прежнему максимальную вероятность имеет состояние  $|s^4 p^2 [42]_X [42]_{CS}\rangle$ , но к нему примешаны и другие конфигурации, которые энергетически выделены благодаря кулоновскому взаимодействию. В суперпозиции состояний (I7) общий баланс сил в области  $r \lesssim b$  соответствует отталкиванию. Выделенность именно  $NN$ -компоненты нетрудно понять как следствие влияния  $NN$ -асимптотики на внутреннюю область и как следствие энергетической щели  $N - \Delta$ .

В ряде расчетов  $6, 7, 10/$  в периферической области  $r \gtrsim b$  было учтено взаимодействие, связанное с обменом легкими мезонами  $\pi, 2\pi(6)$ , и в результате были получены решения, правильно описывающие  $S$ -волновые фазовые сдвиги  $NN$ -рассеяния в интервале  $0 < E_{\text{п.м.}} \lesssim 150$  МэВ и энергии связи дейтрона  $6, 10/$ . Эти решения после их преобразования к виду (7) или (I7) дают для дейтрона  $\beta^2 \approx 0,03$ , а при  $E > 0$  значения  $\beta^{(k)}$  зависят от энергии  $E = \frac{k^2}{m_\pi}$  и имеют другую нормировку (см. 4 разд

## 2. Проектирование в $NN$ -канал. Эквивалентная шредингеровская волновая функция

В литературе активно обсуждается вопрос о характере волновой функции взаимного движения нуклонов в рассматриваемом кварковом подхо-

де /7,8,25-27/. Если функция  $\Psi_{NN}(6q) \equiv \Psi_{NN}(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_7; k)$  (типа (7) или (17)) известна из микроскопического расчета, то ответ на данный вопрос может быть дан с помощью обычной процедуры проектирования в кластерный  $NN$ -канал:

$$\tilde{\chi}_{NN}(r) = \sqrt{\frac{6!}{3!3!2!}} \langle N(123)N(456) | \Psi_{NN}(6q) \rangle. \quad (18)$$

Здесь мы имеем полную аналогию с кластерными методами ядерной физики /19,28/. Функция перекрывания (18) вполне аналогична волновой функции взаимного движения кластера и ядра-остатка в теории реакций передачи кластеров типа ( ${}^6\text{Li}, d$ ) или реакций квазикупрутого выбивания ( $p, p'\alpha$ ) /28/. Такие функции нормированы на спектроскопический фактор. Поскольку для таких рыхлых систем, как дейтроны, спектроскопический фактор  $S_{NN}(6q)$  почти не отличается от единицы, функция перекрывания (18) практически совпадает с нормированной на 1 "шредингеровской волновой функцией", которая в МРГ определяется соотношением

$$\tilde{\chi}(\vec{r}') = \int N(\vec{r}_1, \vec{r}_7) N(\vec{r}_2, \vec{r}_2) \mathcal{N}^{-1/2}(\vec{r}', \vec{r}) \Psi_{NN}(\vec{r}_1, \vec{r}_7, \vec{r}_2, \vec{r}_2, \vec{r}; k) d\vec{r}_1 d\vec{r}_7 d\vec{r}_2 d\vec{r}_2 d\vec{r}. \quad (19)$$

где  $\mathcal{N}(\vec{r}', \vec{r})$  - ядро перекрывания МРГ (мы опускаем суммирование по каналам МРГ, которое нам и не понадобится в случае (17)). Ядро  $\mathcal{N}(\vec{r}', \vec{r})$  удобно представить в виде разложения по ортогональным функциям (используя разложение  $\delta(\vec{r}-\vec{r}') = u_{05}(\vec{r})u_{05}(\vec{r}') + u_{25}(\vec{r})u_{25}(\vec{r}') + \dots$ ):

$$\begin{aligned} \mathcal{N}(\vec{r}', \vec{r}) &\equiv \int \delta(\vec{r}-\vec{r}') N(\vec{r}_1, \vec{r}_7) N(\vec{r}_2, \vec{r}_2) \hat{A} \{ N(\vec{r}_1, \vec{r}_7) N(\vec{r}_2, \vec{r}_2) \delta(\vec{r}-\vec{r}') \} d\vec{r}_1 d\vec{r}_7 d\vec{r}_2 d\vec{r}_2 d\vec{r} = \\ &= \mathcal{N}_{05} u_{05}(\vec{r}') u_{05}(\vec{r}) + \mathcal{N}_{25} u_{25}(\vec{r}') u_{25}(\vec{r}) + \dots \end{aligned} \quad (20)$$

Здесь  $\mathcal{N}_{05} = \frac{1}{9}$ ,  $\mathcal{N}_{25} = \frac{41}{405}$ , ... и вообще  $\mathcal{N}_{ns} = \frac{1}{10} \left[ 1 - \left( \frac{1}{3i} \right) \frac{1}{3^n} \right] \rightarrow \frac{1}{n \rightarrow \infty}$ , поэтому интегральный фактор  $\mathcal{N}^{-1/2}(\vec{r}', \vec{r})$  в (19) фактически эквивалентен комбинаторному множителю  $\sqrt{\frac{6!}{3!3!2!}} = \sqrt{10}$  в (18). Шредингеровская функция (19) связана с волновой функцией МРГ  $\chi(\vec{r})$  еще более простым соотношением:

$$\tilde{\chi}(\vec{r}') = \int \mathcal{N}(\vec{r}', \vec{r}) \chi(\vec{r}) d\vec{r}, \quad (21)$$

которое легко получить, подставляя  $\Psi_{NN} = \hat{A} \{ NN \chi \}$  в (19) и используя разложение (20). Именно в форме (21) волновая функция  $NN$ -системы обычно и используется в литературе по МРГ /6-10/. Функция  $\tilde{\chi}(\vec{r})$  удовлетворяет аналогу уравнения Шредингера:

$$\int [\tilde{H}_q(\vec{r}, \vec{r}') - E \delta(\vec{r}-\vec{r}')] \tilde{\chi}(\vec{r}') d^3r' = 0, \quad \left( \int |\tilde{\chi}(\vec{r})|^2 d^3r = 1 \right), \quad (22)$$

которое можно получить из уравнений МРГ:

$$\int [H_q(\vec{r}, \vec{r}') - E \mathcal{N}(\vec{r}, \vec{r}')] \chi(\vec{r}') d^3r' = 0, \quad (23)$$

подставляя в них (21) и ядро  $\tilde{H}_2(r, r') = \iint N^{-1/2}(r, \bar{r}) H_2(\bar{r}, \bar{r}') N^{-1/2}(\bar{r}, r') d\bar{r} d\bar{r}'$ .

Проектирование в  $NN$ -канал решения МРГ (17) при использовании (21) и (20) приводит к очевидному результату:

$$\tilde{J}_{NN}(r) \approx \tilde{J}(r) = \tilde{\theta}(r-b) \tilde{Z}^{L=0}(k, r) \frac{1}{\sqrt{4\pi}} + \beta(k) r [a_0 u_{0s}(r) + a_2 u_{2s}(r)] \frac{1}{\sqrt{4\pi}}, \quad (24)$$

для которого  $a_0$ ,  $a_2$ ,  $\beta$  даны в (14) и в конце предыдущего раздела (в более общем случае (7) мы все равно получили бы такое же по форме выражение, но с другими численными значениями коэффициентов  $a_0, a_2$ ).

Таким образом, в области малых  $NN$ -расстояний волновая функция имеет две разные по своему смыслу и происхождению компоненты: узловую  $u_{0s}(r)$ , которая происходит из конфигурации  $s^4 p^2 [42]_x$ , и безузловую  $u_{0s}(r)$ , соответствующую другой конфигурации  $s^6 [6]_x$  (в литературе обычно только  $s^6$  рассматривается как кандидат на  $6q$ -компоненту). Узловой вид  $NN$ -волновой функции предсказывался ранее<sup>20,21</sup>, и затем был продемонстрирован результатами МРГ-расчетов<sup>7</sup>. Однако узловой является только компонента, отвечающая конфигурации  $s^4 p^2 [42]_x$ , если же проекции обеих компонент,  $u_{2s}(r)$  и  $u_{0s}(r)$ , просто складывать, как в (24), то суммарный результат оказывается безузловым (рис.1, см. также<sup>8,10</sup>). Это следствие конкретного соотношения весов  $a_0$  и  $a_2$  в (14).

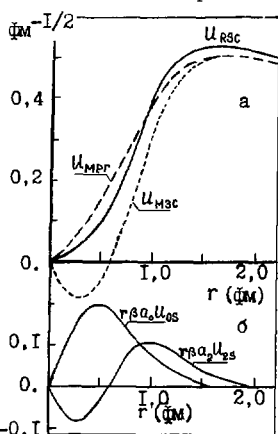


Рис.1. Волновая функция дейтрона в МРГ: а) прединтерферский эквивалент  $J(r)$ , б) узловая (2S) и безузловая (0S) компоненты решения (24).

В работах<sup>26,27</sup> было отмечено, что фазовые сдвиги  $NN$ -рассеяния могут быть прекрасно описаны на основе глубоких потенциалов притяжения в модели с запрещенными состояниями (МЗС), в которой шредингеровская волновая функция имеет узел на расстояниях  $r \approx b$ . Это соответствовало бы в кварковом подходе "динамическому запрету"<sup>21</sup> конфигурации  $s^6 [6]_x$  либо просто преобладанию конфигурации  $s^4 p^2 [42]_x$  над  $s^6 [6]_x$  - как в одном из наших решений (15). Подчеркнем, что при получении решений (14), (17), использованных выше (рис.1), фактически предполагалось, что гамма-тоннаны  $6q$  - и  $3q$ -систем одинаковы и имеют структуру, вытекающую из пертурбативной КХД, в частности содержат мощную кулоновскую часть ( $V_c \sim \frac{\alpha_s}{r_{ij}}$ ). Однако такое предположение вовсе не обязательно<sup>29</sup>. В общем случае могли бы существовать решения типа (7), (15), не сводимые к (17), которые и давали бы микроскопическую основу для МЗС.

Рассмотрим теперь, к каким наблюдаемым следствиям в электромагнитных процессах на легчайших ядрах будет приводить небольшая примесь конфигураций  $s^6$  и  $s^4\rho^2$ , определенная выше.

### 3. Магнитный формфактор дейтрона

Новые данные <sup>1,2/</sup> критичны даже к небольшим значениям  $\beta^2$ . При  $L^{\pm} = 0$   $6q$ -конфигурации вносят вклад только в спиновую часть тока диагональных и недиагональных М1-переходов:

$$G_{M1}^{6q}(q^2) = \beta^2 / \sqrt{3} \left\langle a_0 s^6 + a_2 s^4 \rho^2 \right| \frac{i}{2m_N} \sum_{j=1}^6 [\vec{q}_j \times \vec{\sigma}(j)] e^{i\vec{q}_j \cdot \vec{r}} \left| a_0 s^6 + a_2 s^4 \rho^2 \right\rangle_{\text{ТИМО}} = \quad (25)$$

$$= \beta^2 / \sqrt{3} \mu_N \frac{|\vec{q}|}{2m_N} \left\langle a_0 s^6 + a_2 s^4 \rho^2 \right| e^{i\vec{q}_N \cdot (\vec{r} + \frac{1}{2}\vec{r} - \frac{2}{3}\vec{r}_1)} \left| a_0 s^6 + a_2 s^4 \rho^2 \right\rangle_{\text{ТИМО}}.$$

Поскольку в кварковой модели  $\mu_{6q}^S = \mu_p + \mu_n \approx \mu_d$ ,  $\mu_p = 3$ ,  $\mu_n = -2$ , в (25) справа появился множитель  $\mu_d$ . Используя базис ТИМО, можно вынести за скобку кластерный матричный элемент  $\left\langle s^3 \right| e^{i\vec{q}_N \cdot \frac{2}{3}\vec{r}_1} \left| s^3 \right\rangle_{\text{ТИМО}}$ , который соответствует формфактору нуклона  $F_N(q^2) = \sqrt{q^2}$  - импульс в системе Брейта):

$$\left\langle a_0 s^6 + a_2 s^4 \rho^2 \right| e^{i\vec{q}_N \cdot (\frac{1}{2}\vec{r} - \frac{2}{3}\vec{r}_1)} \left| a_0 s^6 + a_2 s^4 \rho^2 \right\rangle_{\text{ТИМО}} = \quad (26)$$

$$= \left\langle s^3 \right| e^{-i\vec{q}_N \cdot \frac{2}{3}\vec{r}_1} \left| s^3 \right\rangle_{\text{ТИМО}} \left\langle a_0 u_{c3} + a_2 u_{23} \right| e^{i\vec{q}_N \cdot \frac{1}{2}\vec{r}} \left| a_0 u_{c3} + a_2 u_{23} \right\rangle.$$

Функции ТИМО можно рассматривать как нерелятивистский предел волновых функций релятивистского осциллятора  $(P0)^{14/}$ . Переходя при больших  $Q^2$  к волновым функциям  $P0$ , получаем для кластерного матричного элемента выражение:

$$F_N(q^2) = \left\langle s^3 \right| e^{i\vec{q}_N \cdot \frac{2}{3}\vec{r}_1} \left| s^3 \right\rangle_{P0} = \left( \frac{1}{1 - \frac{q^2}{4m_N^2}} \right)^2 \exp \left[ - \frac{q^2 b^2}{6} \left( 1 - \frac{q^2}{4m_N^2} \right) \right], \quad (27)$$

которое удовлетворительно ("кварковая точность"  $\approx 30\%$ ) описывает при  $b \approx 0,5$  фм формфактор нуклона во всем известном интервале  $0 < q^2 < 33 \text{ ГэВ}^2/c^2$ . Значение  $b \approx 0,5$  фм неплохо согласуется также с параметрами конституентных кварковых моделей (см. таблицу в I разд.). Далее всюду мы будем заменять кластерный формфактор (27) на физический формфактор нуклона. В результате  $6q$ -вклад приобретает вид

$$G_{M1}^{6q}(q^2) = \beta^2 / \sqrt{3} G_M^S(q^2) \frac{|\vec{q}|}{2m_N} \int_0^\infty [a_0 u_{c3}(r) + a_2 u_{23}(r)]^2 j_0(\frac{1}{2}qr) dr. \quad (28)$$

На рис. 2 структурная функция

$$B(q^2) = 2(1+\eta) [G_{M1}^d(q^2) + G_{M1}^{6q}(q^2)]^2, \quad (29)$$

в которой  $G_{M1}^d(q^2)$  - вклад  $NN$ -компоненты  $\vec{\sigma}(r-b)u_d(r)$ , вычисленный в потенциальной модели Рейда ( $RSC$ ) <sup>13/</sup>, сопоставляется с последними данными <sup>1,2/</sup>. Видно, что значения  $\beta^2 > 0,03$  противоречили бы этим данным.

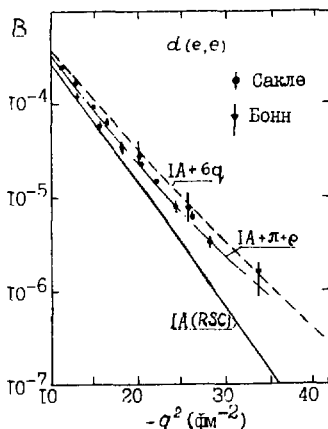


Рис.2. Структурная функция  $B(q^2)$  для упругого  $(e, e')$ -рассеяния на дейтроне.

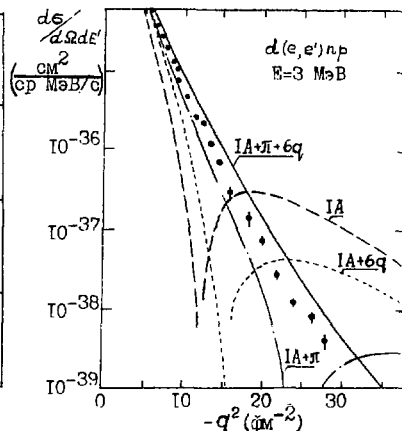


Рис.3. Сечение электрорассеяния дейтрона вблизи порога при рассеянии назад.

#### 4. Электрорассеяние дейтрона вблизи порога при рассеянии назад

Сечение электрорассеяния в области "магнитного рассеяния"  $\mathcal{V}_e \approx 180^\circ$  определяется интерференцией магнитных изовекторных переходов из  $^1S_0$  - и  $^1D_2$  - волн дейтрона в конечное  $^1S_0$  - состояние рассеяния  $^{3/2}$ :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_e d\Omega_{e'}} = \frac{q^2}{6\pi^2 E_e} \frac{(-q^2)}{\sqrt{1 - \frac{q^2}{4m_d^2}}} \frac{\sqrt{E_e}}{m_N} \left( G_N^V(q^2) \right)^2 \left[ H_s(q^2) - 2J_s(q^2) + H_s^{6q}(q^2) \right]^2, \quad (30)$$

где  $H_s(q^2) = \int_0^\infty Z_s(r, r) u_d(r) j_0(\frac{1}{2}qr) dr$ ,  $J_s(q^2) = \int_0^\infty Z_s(r, r) \frac{W(r)}{\sqrt{e}} j_2(\frac{1}{2}qr) dr$  -  $S$  - и  $D$  - волновые вклады  $NN$ -компоненты, а вклад  $6q$ -компоненты имеет вид

$$H_s^{6q}(q^2) = \beta_d \beta_d(p) \int_0^\infty [a_d^s u_{cs}(r) + a_2^s u_{2s}(r)] [a_s^d(p) u_{cs}(r) + a_2^d(p) u_{2s}(r)] j_0(\frac{1}{2}qr) dr, \quad (31)$$

где  $\beta_d$ ,  $a_d^s$ ,  $a_2^s$  - параметры  $6q$ -компоненты дейтрона,  $\beta_d(p)$ ,  $a_s^d$ ,  $a_2^d$  - аналогичные параметры представления (17) для  $^1S_0$  - состояния рассеяния. Решения МРГ дают  $\beta_d(E=3\text{МэВ}) = 1,53\text{фм}^{3/2}$ ,  $a_s^d = a_d^s$ ,  $a_2^d = a_2^s$ . На рис.3 результаты расчета по формулам (30)-(31) сравниваются с данными  $^{3/2}$ . Приведены также результаты работы  $^{31/}$  по вкладам пионных обменных токов. Сплошная кривая соответствует суммарному вкладу импульсного приближения (1A), пионных токов (π) и  $6q$ -компоненты. Существенно, что в нашем расчете кварковые константы специально не подгонялись, тем не менее было получено качественное согласие с экспериментом во всем промеренном интервале импульсов. Напротив, в работе  $^{31/}$  согласие с экспериментом получено при учете  $\pi$ - и  $\Delta$ -вкладов, но без учета  $6q$ -ком-

поненты. Одновременный учет  $\rho$ - и  $6q$ -вкладов был бы непоследовательным двойным учетом области малых расстояний в обменных токах. Таким образом, рассмотренные здесь упругие или почти упругие данные не позволяют различить качественно проявления  $6q$ - и  $\rho$ -обменных токов, хотя и указывают, что параметры  $6q$ -компоненты, полученные в МРТ-расчетах, не противоречат экспериментальным данным. Более определенной информации об области малых расстояний следует, по-видимому, ожидать от эксклюзивных совпадательных экспериментов по  $(e, e'p)$ -рассеянию в области гораздо больших конечных энергий или от эксклюзивных данных по фоторасщеплению при  $E_\gamma \gtrsim 1$  ГэВ. Это справедливо и для более тяжелых ядер  $T$ ,  ${}^3\text{He}$ ,  ${}^4\text{He}$ , что мы продемонстрируем на примере трития.

### 5. Магнитный формфактор трития

Расчет проводился в предположении, что на малых расстояниях в  $\rho$ - и  $\pi$ -подсистемах (в  ${}^3S_1$ - и  ${}^3S_0$ -состояниях) волновая функция трития факторизуется по двум относительным координатам Якоби и имеет в двухчастичной подсистеме такую же  $6q$ -компоненту, как и дейтронная  $S$ -волна, т.е.  $\beta_{d\rho}^2 = \beta_{d\pi}^2 = \beta_d^2 = 0,03$ ,  $a_{\rho(2)}^d = a_{\pi(2)}^d = a_{\pi(2)}^d$ . Вклад импульсного приближения — из работы /33/, в которой проводился фалдеский расчет трития для потенциала  $RSC$  /32/. На рис. 4 результаты сравниваются с последними экспериментальными данными /4/. Видно, что 3%-ная добавка  $6q$  сдвигает

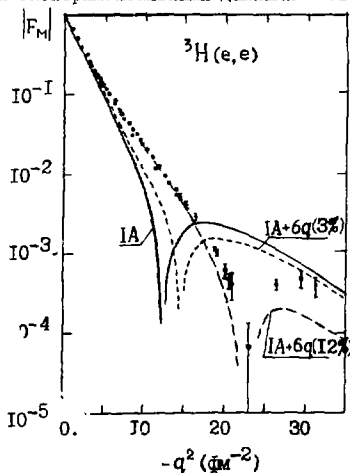


Рис. 4. Магнитный формфактор трития.

минимум импульсного распределения в нужную сторону  $12 \text{ fm}^{-2} \div 15 \text{ fm}^{-2}$ , но этого еще недостаточно для объяснения экспериментальных данных. Если увеличить  $6q$ -добавку до 12% (по оценкам /34/), то положение минимума ( $\approx 23 \text{ fm}^{-2}$ ) можно объяснить, но амплитуда в области вторичного максимума оказывается в 2 раза меньше ее экспериментального значения. По-видимому, и в случае формфактора трития нельзя получить согласия с экспериментом без учета двойных обменных токов. В работах /33, 35/ согласие с экспериментом было получено при учете  $\pi$ -,  $\rho$ - и  $\Delta$ -вкладов и при использовании дираковского формфактора  $F_1$ . Однако соотношение между  $\rho$ - и  $6q$ -вкладами здесь столь же неопределенно, как и в случае дейтрона.

## 6. Зарядовые формфакторы

В работах<sup>/17/</sup> зарядовый формфактор  $^3\text{H}$  был объяснен в гибридной модели как результат интерференции импульсного приближения и большого  $6q$ -вклада плюс малый  $9q$ -вклад. Знак интерференционного члена феноменологически был выбран отрицательным. Наши оценки, основанные на МРГ-расчетах, дают положительный знак интерференционного члена. Поэтому в нашем случае  $6q$ -добавка к зарядовому формфактору сдвигает минимум импульсного приближения в сторону меньших  $Q^2$ , и это противоречило бы экспериментальным данным. Зарядовый формфактор дейтрона также не получает объяснения в области  $Q^2 \approx 4 - 6 \text{ ГэВ}^2/c^2$  при полученном нами значении  $\beta_d^2 = 0,03$  (из феноменологических подгонок следует, что необходимы гораздо большие вероятности  $\beta_d^2 \approx 0,06 - 0,08$ ). Однако нужно учитывать, что релятивистские поправки (по степеням  $\frac{v}{c}$ ) в случае зарядовых формфакторов имеют тот же порядок ( $\frac{v^2}{c^2}$ ), что и мезонные обменные вклады, и их нельзя рассматривать отдельно. Это отличается от случая магнитных формфакторов, который является в этом смысле "более чистым", т.к. мезонные вклады имеют более низкий порядок ( $\frac{v}{c}$ ), чем релятивистские поправки к волновой функции, и в принципе они могут быть разделены при не очень больших  $Q^2$ . Кварковые вклады имеют тот же порядок ( $\frac{v}{c}$ ), что и мезонные, поэтому их совместное рассмотрение в случае магнитных формфакторов вполне оправданно (при пренебрежении релятивистскими поправками). Но это уже не так в области больших  $Q^2 \approx 4 - 6 \text{ ГэВ}^2/c^2$ , достигнутых в зарядовых формфакторах, и феноменологическая подгонка  $6q$ -вкладов в этой области, по-видимому, является сейчас вполне оправданной<sup>/16,17/</sup>.

## 7. Магнитные изовекторные переходы в дибарьонные состояния

Механизм магнитного спин-флипа в  $6q$ -компоненте дейтрона, который, как было показано выше, вносит существенный вклад в электрорасщепление дейтрона вблизи  $n\rho$ -порога, по-видимому, вносит не менее важный вклад в реакцию  $d(e, e')n\Delta$  вблизи  $N\Delta$ -порога. Конечное состояние можно рассматривать по аналогии с дейтроном как систему  $N+\Delta$  с некоторой примесью  $6q$ -компоненты, которая имеет выстроенные орбитальный момент и спин - в соответствии с квантовыми числами серии "подозреваемых" дибарьонов с изоспином  $T=1$  ( $^1D_2 - ^3F_3 - ^1G_4$ ):  $S=2, J=L+S, L=0, 1, 2$ . Переходные формфакторы для кварковых конфигураций  $s^4(S=1, T=0) \rightarrow s^4(S=2, T=1), s^4(S=1, T=0) \rightarrow s^4p(S=2, T=1), s^4p(S=1, T=0) \rightarrow s^4p^2(S=2, T=1)$  были вычислены<sup>/36/</sup> в модели релятивистского осциллятора с помощью техники генеалогических коэффициентов кварковой оболочечной модели<sup>/23/</sup>. Сечение пропорционально квадрату изовекторного магнитного момента перехода в шестикварковой конфигурации, который по абсолютной величине близок к изовекторному магнитному моменту нуклона.

В результате сечение рождения дибарионов примерно на порядок превосходит упругое сечение в "магнитном рассеянии" назад <sup>36/</sup>.

### 8. Заключение

Сформулируем некоторые выводы из проведенного ~~и~~ рассмотрения наблюдаемых эффектов, связанных с кварковыми конфигурациями в легчайших ядрах. 1. Вероятность  $6q$ -компоненты  $\beta^2 \approx 0,03$ , которая следует из МРГ-расчетов, по-видимому, является тем верхним пределом, который еще удовлетворяет весьма точным данным по магнитным формфакторам дейтрона и трития и изовекторным магнитным переходам  $d(e,e')pn$ . 2. Вклады обменов тяжелыми мезонами и  $6q$ -вклады являются взаимно-исключающими (нужно учитывать либо то, либо другое) как в  $NN$ -взаимодействиях, так и в магнитных формфакторах легчайших ядер. 3. Если принять за основу шестикварковую интерпретацию, то можно выделить кинематические области, в которых сечения разных процессов полностью определяются  $6q$ -компонентой:  $Q^2 \approx 20 - 30 \text{ фм}^{-2}$  в реакции  $d(e,e')pn$  ( $E_p = 3 \text{ МэВ}$ );  $Q^2 \approx 40 - 50 \text{ фм}^{-2}$  в упругом  $d(e,e)$ -рассеянии назад и в электро рождении дибарионов  $d(e,e')^2B$  ( $E_p \approx 300 \text{ МэВ}$ ).

### Л и т е р а т у р а

1. S. Auffret et al. Phys. Rev. Lett., 54(1985), 649.
2. R. Cramer et al. Z. Phys., 229(1985), 513.
3. S. Auffret et al. Phys. Rev. Lett., 55(1985), 1362.
4. E.-P. Juster et al. Phys. Rev. Lett., 55(1985), 2261; C. Otterman et al. Nucl. Phys., 443(1985), 688.
5. M. Harvey. Nucl. Phys., 435(1981), 301, 326.
6. M. Oka, K. Yazaki. Prog. Theor. Phys., 66(1981), 556, 572; S. Takeuchi, K. Yazaki. Nucl. Phys., 443(1985), 605; M. Oka, K. Yazaki. Int. Rev. Nucl. Phys. (ed. W. Weise), 1(1984), 489.
7. A. Faessler et al. Nucl. Phys., 440(1983), 555; Z. Z.-Ye, K. Bräuer, A. Faessler, K. Shimizu. Nucl. Phys., 443(1985), 557.
8. G. Spitz, E. W. Schmid. Few Body Syst., 1(1986), 37.
9. Y. Suzuki. Nucl. Phys., 444(1985), 637.
10. Y. Yamauchi, R. Yamamoto, M. Wakamatsu. Nucl. Phys., 443(1985), 628; Y. Yamauchi, M. Wakamatsu. Phys. Lett., 172B(1986), 161.
11. В. Г. Неудачин, И. Т. Обуховский, Ю. Ф. Смирнов. ЭЧАЯ, 15(1984), 1162.
12. Yu. A. Simonov. Nucl. Phys., 441(1984), 109c; Yu. S. Kalashnikova, I. M. Narodetsky, A. I. Veselov. Phys. Lett., 155B(1985), 217.
13. R. L. Jaffe, F. L. Low. Phys. Rev., D19(1979), 2105.
14. А. П. Кобушкин. ЯФ 28(1978), 495; А. П. Кобушкин, В. П. Шелест. ЭЧАЯ, 14(1983), 1146.
15. L. S. Kisslinger. Phys. Lett., 112B(1982), 307.
16. В. В. Буров, В. К. Лукьянов, А. И. Титов. ЭЧАЯ, 15(1984), 1249.

17. V.V. Burov, V.K. Lukyanov, R. Martinez. JINR Rapid Communications N<sup>o</sup> 15-86, Dubna, 1986.
18. M. Chemtob, S. Furui. Nucl. Phys., A449 (1986), 683.
19. В. Г. Неудачин, Ю. Ф. Смирнов. Нуклонные ассоциации в легких ядрах. Наука, 1968.  
I. V. Kurath, Yu. F. Smirnov, K. V. Shitikova, S. H. El-Samarai. Nucl. Phys., A145 (1970), 593.
20. V. G. Neudatchin, Yu. F. Smirnov, B. Tamagaki. Prog. Theor. Phys., 58 (1977), 1072.
21. И. Т. Обуховский, В. Г. Неудачин, Ю. Ф. Смирнов, Ю. М. Тчувил'ский. Phys. Lett., 88B (1979), 231.
22. И. Т. Обуховский, А. М. Кусайнов. ЯФ, 44 (1986), 595.
23. И. Т. Обуховский. Z. Phys., A308 (1982), 253.
24. R. K. Bhaduri, L. E. Cohler, Y. Nogami. Phys. Rev. Lett., 44 (1980), 1369.
25. В. Г. Неудачин, А. Т. Обуховский, Ю. Ф. Смирнов. ОИЯИ, ДИ, 2-84-599, Дубна, 1984, с. 373.
26. V. G. Neudatchin, I. T. Obukhovsky, V. I. Kukulin, N. F. Golovanova. Phys. Rev., C11 (1975), 128.
27. V. I. Kukulin, V. N. Pomerantzev, V. M. Krasnopol'sky, P. B. Sazonov. Phys. Lett., 135B (1984), 20.
28. Yu. Kudeyarov, I. V. Kurdumov, V. G. Neudatchin, Yu. F. Smirnov. Nucl. Phys., A163 (1971), 316; Yu. F. Smirnov, Yu. M. Tchuvil'sky. Phys. Rev., C15 (1977), 84; D. Kurath, I. S. Towner. Nucl. Phys., A222 (1974), 1; A238 (1975), 269.
29. A. E. Dorokhov, N. I. Kochelev. Preprint JINR, E2-86-224, Dubna, 1986.
30. J. Hockett, D. O. Riska, M. Gari, A. Huffman. Nucl. Phys., A217 (1973), 14.
31. J. F. Mathiot. Nucl. Phys., A412 (1984), 201; A446 (1985), 123c.
32. R. V. Reid. Ann. of Phys., 50 (1968), 41; M. Gari, H. Huyghe. Nucl. Phys., A264 (1976), 409.
33. W. Struve, G. Hajduk, P. U. Sauer. Nucl. Phys., A405 (1983), 581, 620.
34. J. P. Vary. ОИЯИ, ДИ, 2-84-599, Дубна, 1984, с. 186.
35. E. Hadjimichael, B. Goulard, R. Bornaris. Phys. Rev., C27 (1983), 331.
36. И. Т. Обуховский, Е. В. Ткаля. ЯФ, 42 (1985), 675.

# ИССЛЕДОВАНИЕ СТРУКТУРЫ МНОГОКВАРКОВЫХ СИСТЕМ В МЕТОДЕ ГИПЕРСФЕРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

В.В.Буров, К.В.Шитикова

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

## 1. Введение

В нерелятивистской потенциальной модели /1-7/ гамильтониан системы кварков  $H = T + V$  (где  $T = \sum_i \frac{p_i^2}{2m_i} + \sum m_i c^2$ ) с выделенным центром масс записывается следующим образом:

$$T = \frac{1}{4M} \bar{P}^2 + \frac{1}{4M} \sum_{i,j} \left( \frac{\bar{p}_i^2}{m_i} - \frac{\bar{p}_j^2}{m_j} \right) m_i m_j, \text{ где } P = \sum_i p_i, M = \sum_i m_i.$$

Потенциальная энергия системы  $V = \sum_{i,j} \lambda_i \lambda_j V(r_{ij})$  состоит из центрального члена  $V_c(r) = B r^2 + C$ , определяющего конфайнмент, и спин-спинового члена  $V_s(r) = \vec{\sigma}_i \vec{\sigma}_j \delta(r)$  или  $V_s = \vec{\sigma}_i \vec{\sigma}_j e^{-r/\Lambda^2}$ , определяющего разность  $(N - \Delta)$ -масс. В работах /1-3/ в результате изучения свойств трех- и шестикварковых систем в рамках нерелятивистской модели с функциями гармонического осциллятора было предложено несколько вариантов кварк-кварковых потенциалов:

$$V_{ij} = \lambda_i \lambda_j [f(r_{ij}) + \vec{\sigma}_i \vec{\sigma}_j g(r_{ij})], \quad (I)$$

$$f(r) = A \exp(-r^2/\Lambda^4) + B r^2 + C + K \delta(r),$$

$$g(r) = \frac{2}{3} K \delta(r), \quad g(r) = \frac{2}{3} K \exp(-r^2/\Lambda^4), \quad (2a)$$

$$f(r) = -a r^2 + \frac{d_s}{4r}, \quad g(r) = -\frac{\pi d_s}{6 m_q^2} \delta(r), \quad (2b)$$

$$V_{ij} = \lambda_i \lambda_j [-a r_{ij} + \frac{d_s}{4r_{ij}} - \frac{\pi d_s}{4 m_q^2} (1 + \frac{2}{3} \vec{\sigma}_i \vec{\sigma}_j) \delta(r_{ij})]. \quad (2b)$$

Эта модель успешно развивалась и позволила получить ряд ценных результатов как о массах, так и о распадах свойствах легких барионных систем. Однако использование базисных функций гармонического осциллятора приводит к тому, что для описания масс  $N$ -кварковой системы и воспроизведения её размеров используются разные значения радиуса осциллятора  $\ell_0$ . Следует обратить внимание, что параметры же используемого кварк-кваркового потенциала очень чувствительны к величине  $\ell_0$ . Проиллюстрируем этот факт на примере параметра  $K$ , определяющего разность  $(N - \Delta)$ -масс.

$$V_B(z) = \sum_{i < j} \lambda_i \lambda_j K (1 + \frac{2}{3} \tilde{\sigma}_i \cdot \tilde{\sigma}_j) \delta(r_{ij}). \quad (3)$$

Разность масс:  $\Delta M = M_\Delta - M_N = 293$  МэВ, определяется как

$$\langle \Psi_\Delta | V_B(z) | \Psi_\Delta \rangle - \langle \Psi_N | V_B(z) | \Psi_N \rangle = \Delta M. \quad (4)$$

Для трехварковой системы соответствующие волновые функции имеют следующую симметрию:

$$\begin{aligned} \Psi_\Delta &: [1^3]_c [3]_L \{ [3]_T \times [3]_S \} [3]_{TS}, \\ \Psi_N &: [1^3]_c [3]_L \{ [21]_T \times [21]_S \} [3]_{TS}, \end{aligned} \quad (5)$$

где для спиновых функций  $\chi_i$  имеем

$$\begin{aligned} [3]_S &= \left\{ \left( \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right)^1 \frac{1}{2} \right\}_{3/2} = \chi_1, \\ [21]_S &= \left\{ \left( \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right)^1 \frac{1}{2} \right\}_{1/2} = \chi_1, \\ &\quad \left\{ \left( \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right)^0 \frac{1}{2} \right\}_{1/2} = \chi_0, \end{aligned} \quad (6)$$

тогда для  $\Delta$ -частицы спин-изоспиновая часть волновой функции имеет вид  $[3]_{TS} = \tau_1 \chi_1$  соответственно для  $N$ -частицы:

$$[3]_{TS} = (\tau_1 \chi_1 + \tau_0 \chi_0) / \sqrt{2}.$$

Разность масс выражаем в виде

$$\Delta M = -\frac{8}{3} K (2\pi)^{-3/2} \ell^{-3}. \quad (7)$$

Тогда константа  $K$  определяется следующим образом:  $K = -\frac{3}{8} (2\pi)^{3/2} \ell^3 \Delta M$ .  
Для  $\ell_N = \ell_\Delta = 0,8$  фм имеем  $K = -886$  МэВ фм<sup>3</sup>.

Если определить параметры осциллятора для волновых функций  $N$ - и  $\Delta$ -систем из анализа результатов расчета по методу гиперсферических

функций, то  $\theta_N = 0,39$  фм и  $\theta_\Delta = 0,42$  фм, что приводит к значению  $K = \frac{5}{2} (2\pi)^{3/2} \Delta M / (\frac{1}{\theta_N} - \frac{5}{\theta_\Delta}) = 113$ . Таким образом, оценки показывают, что параметр  $K$  сильно меняется при учете коллективных эффектов в модели трехкварковой системы. Здесь предлагается метод, позволяющий уточнить параметры кварк-кварковых потенциалов /1-3/ в нерелятивистской кварковой модели. В этом случае мы используем метод гиперсферических функций, в котором вместо свободного параметра-радиуса осциллятора имеем коллективную переменную  $q$ , так что в результате получаем самонастраивающуюся кварковую систему, в которой параметры  $q$ - $q$ -взаимодействия определяют размеры системы.

## 2. Метод расчета

Кратко изложим основные положения метода гиперсферических функций в применении к системе кварков.

В методе гиперсферических функций волновая функция кварковой системы разлагается по  $K$ -гармоническим полиномам /8-10/:

$$|n K [f] \in L S T\rangle: \quad \Psi(1, 2, \dots, n) = q^{-\frac{1}{2}(3n-4)} \sum_{KY} \chi_{KY}(q) |n K Y\rangle, \quad (8)$$

где  $Y = [f] \in L S T$ ,  $\int \chi_{KY}^2(q) dq = 1$ .

Гамильтониан системы имеет вид

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m} \cdot \frac{1}{q^{3n-4}} \frac{d}{dq} \left( q^{3n-4} \frac{d}{dq} \right) - \frac{\hbar^2}{2m} \cdot \frac{1}{q^2} \Delta_\theta + V(q), \quad (9)$$

и система уравнений для нахождения собственных функций  $\chi(q)$  и собственных значений  $E$  записывается следующим образом:

$$\left\{ \frac{d^2}{dq^2} - \frac{L(L+1)}{q^2} - \frac{2m}{\hbar^2} (E + W_{KY}^{KY}(q)) \right\} \chi_{KY}(q) = \\ = \frac{2m}{\hbar^2} \sum_{K'Y' \neq KY} W_{KY}^{K'Y'}(q) \chi_{K'Y'}(q), \quad (10)$$

где  $L = K + (3A-6)/2$ ,

$W_{K\gamma}^{K\gamma}$  - эффективный потенциал.

Вычисления значительно упрощаются, если использовать двухчастичные генеалогические коэффициенты, с помощью которых можно провести интегрирование по координатам  $(n-2)$  - частиц. В этом случае эффективный потенциал  $W(q)$  приобретает следующий вид:

$$\begin{aligned} W_{K\gamma}^{K\gamma}(q) &= \langle n K [f] \epsilon_c L S T | \hat{V} | n K [f] \epsilon_c L S T \rangle = \\ &= \frac{n(n-1)}{2} \sum \langle n K [f] \epsilon_c L S T | \{ n-2 K_2 [f_2] \epsilon_{2c} L_2 S_2 T_2, \Lambda(L'K') / 4 S_0 T_0 \epsilon_{0c} \} \rangle \cdot \\ &\cdot \langle \epsilon_{0c} S_0 T_0 | W_{\Lambda S T} / \epsilon_{0c} S_0 T_0 \rangle W_{K L_0} (q), \end{aligned} \quad (II)$$

где  $W_{K L_0} (q)$  есть орбитальная часть,

а  $\langle \epsilon_{0c} S_0 T_0 | W_{\Lambda S T} / \epsilon_{0c} S_0 T_0 \rangle$  - цвет-спин-изоспиновая часть матричных элементов двухчастичного кварк-кваркового взаимодействия. Далее получим аналитические выражения для эффективного потенциала в методе гиперсферических функций для трехкварковой системы с  $L = 0$  (три частицы в  $1^-$  состоянии), имеющей симметрию:  $[3]_L, [3]_{ST}, [1^3]_c$ . При этом для  $N$  - изобары  $S, T = 1/2, 1/2$  и для  $\Delta$  - изобары  $S T = 3/2, 3/2$ .

Эффективный потенциал приобретает вид

$$W(q) = \frac{8}{\pi} \int_0^1 V(q \sqrt{2z}) \sqrt{z(1-z)} dz. \quad (I2)$$

Проведя простое интегрирование по  $Z$  для кварк-кварковых потенциалов (I), (2), получим выражения, приведенные ниже:

$$\begin{aligned} V(r) &= ar - a' r^2 - \frac{b}{2} x \delta(r) & V_1 &= e^{-r^2/d^2} \\ V(q \sqrt{2z}) &= a q \sqrt{2z} - a' q^2 z - \frac{b}{q \sqrt{2z}} x \delta(q \sqrt{2z}) & V_1 &= e^{-22 q^2 / d^2} \\ W(q) &= -0.96 a q - a' q^2 - 1.2 \frac{b}{q} \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{x}{q^3} & & \frac{2 V_1 d^2}{q^2} I_1(q^2/d^2) \end{aligned}$$

где  $I(\frac{1}{2})$  — модифицированная функция Бесселя. Отметим важную особенность  $\delta$ -образного спин-спинового взаимодействия, заключающуюся в том, что его вклад в эффективный потенциал действует во всей области коллективной переменной  $\varphi$ .

### 3. Результаты расчетов и обсуждения для трехкварковой системы

В рассматриваемом подходе были проведены расчеты эффективного потенциала, собственных значений, собственных функций, плотностей, средних квадратичных радиусов и упругого фактора в  $N$ -рассеяния для трехкварковой системы. Результаты расчетов показаны в табл. 1, 2 и на рис. 1-4.

В методе гиперсферических функций мы перенормировали константу  $C$  потенциала Харвея  $/I/$  (первая строка таблицы 1) так, чтобы воспроизвести массу нуклона, а параметр  $K$  этого кварк-кваркового потенциала изменился так, чтобы описать разность  $(N - \Delta)$ -масс ( $M_\Delta - M_N = 293$  МэВ). На рис. 1 показан эффективный потенциал, первые два решения в нем и соответствующие волновые функции для трехкварковой системы без учета спин-спинового расщепления ( $K = 0$ ) (см. также таблицы 1, 2).

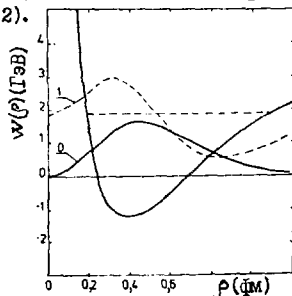


Рис. 1  
Эффективный потенциал  $W(\rho)$ , первые два решения в нем  $E_0, E_1$  и соответствующие волновые функции  $\chi_0(\rho), \chi_1(\rho)$  для трехкварковой системы без учета спин-спинового расщепления ( $K = 0$ ).

Таблица 1

$\rho = d$ фм	A МэВ	B МэВ фм <sup>2</sup>	C МэВ	K МэВ фм <sup>2</sup>	L фм	Модель
0,8	3810,0	-12,5	-479,8	-911,1	0	Харвей
0,8	3810,0	-12,5	-1715	0	0	Рис. 1
0,8	3810,0	-12,5	-1614	-61	0	Рис. 2
0,8	3810,0	-12,5	-1614	-62	0	Рис. 3
0,8	3810,0	-12,5	-1618	-73	0,2	Рис. 4
0,8	3810,0	-12,5	-1618	-73	0,2	Рис. 5

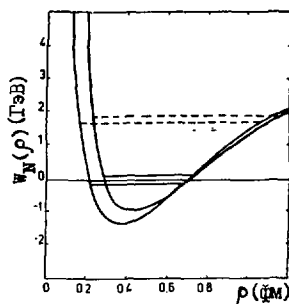


Рис. 2

Эффективные потенциалы и первые два решения в них для нуклона и дельта-изобары с учетом гауссовского спин-спинового взаимодействия.

Рис. 3  
Плотности распределения для нуклона в основном состоянии (сплошная), монополюсно-возбужденном состоянии (пунктир) и переходная плотность (штрих-пунктир).

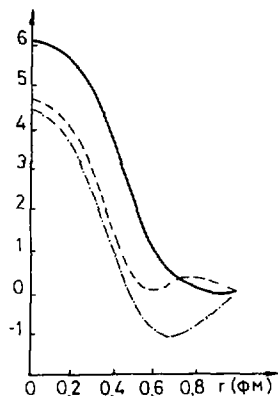


Рис. 4

Упругий формфактор нуклона: сплошная (пунктир) — нерелятивистский (I6) (релятивистский (I8)) расчет; штрих-пунктир — дипольный формфактор (I7).

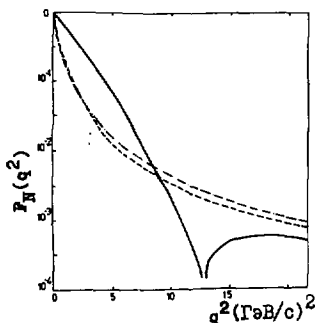


Таблица 2

$M_N$ МэВ	$M_\Delta$ МэВ	$E_0$ МэВ	$E_1$ МэВ	$r_0$ фм	$r_1$ фм	
1036	1086	0	1858	0,39	0,60	Рис.1
940,5	-	-145,5	1681	0,39	0,60	Рис.2
-	1232	146,0	1889	0,42	0,64	Рис.3
939	-	-146,8	1673	0,39	0,60	Рис.4
-	1228	146,0	1871	0,42	0,63	Рис.5

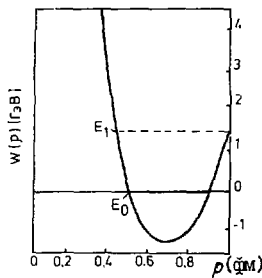


Рис. 5

Эффективный потенциал и первые два решения в нем для  $6q$ -системы в минимальном приближении метода гиперсферических функций.

Видно, что расчет по методу гиперсферических функций приводит к существенному увеличению константы  $C$ . При этом в модели появляется коллективный монополярный уровень с энергией  $\sim 1,8$  ГэВ. На рис. 2, в таблицах 1,2 приведены результаты расчетов для  $N$ - и  $\Delta$ -изобары с учетом спин-спинового взаимодействия в форме гаусса. В отличие от результатов расчета с функциями гармонического осциллятора, где спин-спиновое взаимодействие входит аддитивно, в методе гиперсферических функций при включении спин-спинового взаимодействия меняется ширина кора и глубина ямы (ширина кора меньше, а глубина эффективного потенциала больше для нуклона). В результате энергия монополярно-возбужденного уровня для  $N$  меньше ( $\sim 1,7$  ГэВ), чем для  $\Delta$  ( $\sim 1,9$  ГэВ), и радиус для  $N$  ( $r_N = 0,39$  фм) меньше, чем для  $\Delta$  ( $r_\Delta = 0,42$  фм). Помимо этого расчеты показывают, что сильно меняются ( $\sim 1,6$  раза) размеры системы в возбужденном состоянии:  $r_N^* = 0,60$  фм,  $r_\Delta^* = 0,64$  фм для  $N$  и  $\Delta$  соответственно. Таким образом, при решении трехкварковой задачи в методе гиперсферических функций проявляются следующие эффекты:

1. Перенормировка параметров  $C$  и  $K$  по сравнению с теми, которые были предложены Харвеем в модели гармонического осциллятора.

2. Неаддитивность вклада спин-спинового взаимодействия, что приводит к изменению ширины кора и глубины ямы для эффективного потенциала.

3. Вторым решением задачи на собственные значения в трехкварковой системе были найдены состояния, отвечающие дыхательной моде возбуждения.

#### 4. Упругое $eN$ -рассеяние в трехкварковой системе

С помощью радиальных функций  $X_i(\rho)$  можно найти плотности основного и возбужденных состояний в трехкварковой системе:

$$n_{ij}(r) = N \int_2^{\infty} \frac{(\rho^2 - r^2)^{\frac{3n-5}{2}}}{\rho^{3n-5}} X_i(\rho) X_j(\rho) d\rho, \quad (13)$$

и средний квадратичный радиус:

$$\bar{r}_{ii}^2 = \langle r^2 \rangle_{NR} = \frac{\int n_{ii}(r) r^4 dr}{\int n_{ii}(r) r^2 dr}, \quad (14)$$

где плотность нормирована следующим образом:

$$4\pi \int n_{ii}(r) r^2 dr = n. \quad (15)$$

На рис. 3 приведены результаты расчета плотности нуклона в основном состоянии (сплошная), монополю-возбужденном состоянии и переходная плотность (штрих-пунктирная). С использованием этой плотности были проведены нерелятивистские расчеты формфактора упругого  $eN$ -рассеяния в трехкварковой системе:

$$F_{NR}(q^2) = \frac{1}{n} \int n_{ii}(r) e^{i\vec{q}\vec{r}} d\vec{r}. \quad (16)$$

На рис. 4 показан нерелятивистский формфактор  $F_{NR}(q^2)$  (сплошная линия). Видно, что удовлетворительное согласие с феноменологическим дипольным формфактором:

$$F_{\Delta}(q^2) = \left(1 + q^2 / .71\right)^{-2}, \quad (17)$$

наблюдается только при  $q^2 \ll M_N^2$ . Для того чтобы описать упругий формфактор нуклона при переданных импульсах  $q^2 \approx M_N^2$ , необходимо учесть релятивистские эффекты [11, 12].

В связи с этим мы воспользовались методом релятивизации форм-факторов, предложенным в работах /11,12/, в которых по существу учтен эффект лоренцевского преобразования продольных расстояний при переходе от системы Брейта к лабораторной. Тогда релятивистский формфактор можно достаточно просто определить через нерелятивистский:

$$\Gamma_R(q^2) = \frac{1}{(1 + q^2/4M_A^2)^{n-1}} \Gamma_{NR}\left(\frac{q^2}{(1 + q^2/4M_A^2)}\right), \quad (18)$$

где  $n$  - число кварков в системе,  $M_A$  - эффективный параметр преобразования, для которого в работах /11-13/ предложено следующее соотношение:

$$M_A^2 = \sum_i (m_i^{\text{эфф}})^2 = n m_q^2. \quad (19)$$

Здесь  $m_q$  - масса кварка, которая в наших расчетах (см. таблицу 2) выбиралась в виде  $m_q = 1086/3 = 0,362$  ГэВ, откуда следует, что  $M_A^2 = 393$  ГэВ<sup>2</sup>. Отметим, что релятивистский формфактор (18) при  $q^2 \gg M_A^2$  удовлетворяет правилам кваркового счета /14/:

$$\Gamma_R(q^2 \rightarrow \infty) \sim \left(\frac{4M_A^2}{q^2}\right)^{n-1} \Gamma_{NR}(4M_A^2). \quad (20)$$

Важным моментом в наших расчетах является тот факт, что учет релятивистских эффектов приводит к увеличению среднеквадратичного радиуса  $N$  - кварковой системы:

$$\langle r^2 \rangle_R = \langle r^2 \rangle_{NR} + \frac{3(n-1)}{2M_A^2}. \quad (21)$$

Из рис. 4 видно, что включение эффекта релятивизации приводит к удовлетворительному согласию с дипольным формфактором (17).

Весьма существенным здесь является то, что для описания  $eN$ -рассеяния во всей области измеренных переданных импульсов  $q^2 < 24$  ГэВ<sup>2</sup> требуется информация о нерелятивистском формфакторе лишь в области небольших  $q^2 < 1,6$  ГэВ<sup>2</sup>, т.е. вклад так называемой высокоимпульс-

ной компоненты в нерелятивистской волновой функции пренебрежимо мал.

Как уже отмечалось выше, релятивизация приводит к увеличению размеров исследуемой системы. Так, для нуклона  $r_R = 0,66$  фм, что согласуется с экспериментальным радиусом нуклона  $\sim 0,78$  фм.

5. Изучение  $6q$ -системы в минимальном приближении метода гиперсферических функций

Отметим, что в минимальном приближении метода гиперсферических функций волновая функция шестикварковой системы имеет следующие характеристики:  $|s^6 [6]_L [2^3]_C [33]_{ST}, L=0 S=1 T=0 >$ .

Используя двухчастичные генеалогические коэффициенты, можно выразить матричный элемент эффективного потенциала через двухчастичные матричные элементы кварк-кваркового взаимодействия в виде

$$\begin{aligned} W(q) = & \langle s^6 [6]_L [2^3]_C [33]_{ST} | V_{qq} | s^6 [6]_L [2^3]_C [33]_{ST}, LST=010 \rangle = \\ & = -\frac{19}{6} W_{L_0=0}^{S_0=1} - \frac{5}{6} W_{L_0=0}^{S_0=0}. \end{aligned} \quad (22)$$

На рис. 5 показан эффективный потенциал и первые два решения в нем для исследуемой шестикварковой системы.

Для того чтобы воспроизвести массу шестикварковой системы, мы перенормировали константу  $C$  ( $C = -1618$  МэВ фм<sup>2</sup> для трехкварковой системы и  $C = -1004$  МэВ фм<sup>2</sup> для шестикварковой системы). Здесь также появляется монополюсно-возбужденный уровень при энергии 1,43 ГэВ, в котором проявляется эффект расширения системы с увеличением энергии возбуждения. Так, средний квадратичный радиус для основного состояния  $r_{NR} = 0,38$  фм и средний квадратичный радиус для монополюсно-возбужденного состояния  $r_{NR}^* = 0,52$  фм. Эффект релятивизации проявляется сильнее для шестикварковой системы, чем для трехкварковой:

$r_R = 0,72$  фм и  $r_R^* = 0,80$  фм для основного и монополюсно-возбужденного состояний соответственно (см. таблицу 3).

Таблица 3

	Нерелят.	Релят.
$E_0$ , ГэВ	0	
$r_0$ , фм	0,38	0,72
$E_1$ , ГэВ	1,43	
$r_1$ , фм	0,52	0,80

## 6. Заключение

В заключение отметим следующие результаты:

1. В методе гиперсферических функций с кварк-кварковым потенциалом типа  $V_{ij} = \sum_{ij} A_{ij} V_{ij}(r)$ , где  $V_{ij} = (A e^{-r^2/2} + B r^2 + C) + (K(1 + \frac{1}{3} \vec{\sigma}_i \cdot \vec{\sigma}_j) r^{-1/2}) = V_{ij}^c + V_{ij}^s$ , который приводит к аналитическому эффективному потенциалу  $W(r)$ , получено, что с параметрами, приведенными в таблице I, удается описать:

- $(N - \Delta)$  - разность масс,
- среднеквадратичный радиус нуклона,
- формфактор упругого  $eN$  - рассеяния.

2. Найдены энергии возбуждения и плотности для основного и монополярно-возбужденного состояний  $N$  - частицы.

3. Показано, что включение спин-спинового потенциала  $W^c(r)$  существенно изменяет эффективный потенциал  $W(r)$  (кор и глубину), то есть  $W^c(r)$  входит в  $W(r)$  неаддитивно.

## Литература

- Harvey M. Nucl. Phys., A32 (1981), 326; Nucl. Phys., A424 (1984), 419; Short-distance phenomena in Nucl. Phys., 1983.
- Ohta S., Oka M., Arima A., Yuzaki K. Phys. Lett., 119B, (1982), 35.
- Oka M., Yuzaki K. Nucl. Phys., A402, (1983), 477; Nucl. Phys., A420 (1984), 573; Phys. Rev., D31 (1985), 2274; Phys. Rev., D31, 2773 (1935).
- Faessler A. et al. Phys. Lett., 124B (1983), 145; Phys. Lett., 122B (1982), 201.
- Suzuki Y. et al. Nucl. Phys., A420 (1984), 525; Phys. Lett., C27 (1983), 299; Phys. Rev., C28 (1983), 1458.
- Neudatchin V.G. et al. Z. Phys., A313 (1983), 357.
- Yukyanov V.K., Titov A.I. In: Few Body Systems and Nuc. Forces, 1978, p. 327.
- Симонов Ю.А. ЯФ, 3 (1966), 630.
- Смирнов Д.Ф., Шитикова К.В. ЭЧАЯ, 8 (1977), 847.
- Shitikova K.V. Nucl. Phys., A231, (1979), 365.
- Stanley D.P., Ro son D. Phys. Rev., 26D (1982), 223.
- Licht A.L., Pagnamenta A. Phys. Rev., D15 (1977), 261.
- Brodsky S.J., Chertok B.G. Phys. Rev., D14, (1976), 3003.
- Brodsky S., Ferrar G. Phys. Rev. Lett., 31, (1973), 1153; Phys. Rev., D11 (1975), 1309; Matveev V. et al. Lett. Nuovo Cim., 7 (1973), 179.

Рукопись поступила в издательский отдел  
23 марта 1987 года.

Ответственные за выпуск А.И.Титов, В.В.Буров.

Редакторы: Т.Я.Жабицкая, Макет Р.Д.Фоминой.  
Э.В.Ивашкевич.

Подписано в печать 03.04.87.  
Формат 60х90/16. Офсетная печать. Уч.-изд.листов 26,88.  
Тираж 400. Заказ 38480.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований.  
Дубна Московской области.