

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE FÍSICA

ESTUDO DA LARGURA DE ESTADOS EXÓTICOS
DO CHARMONIUM USANDO AS REGRAS DE
SOMA DA QCD

JORGIVAN MORAIS DIAS

Orientadora: Profa. Dra. Marina Nielsen

Tese de Doutorado apresentada ao Instituto de Física da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Doutor em Ciências.

Banca Examinadora:

- Prof(a). Dr(a). Marina Nielsen - IFUSP
Prof(a). Dr(a). Mirian Enriqueta Bracco - UERJ
Prof. Dr. Ricardo D'elia Matheus - IFT - UNESP
Prof. Dr. Renato Higa - IFUSP
Prof. Dr. Marcelo Gameiro Munhoz - IFUSP

São Paulo, 2015.

FICHA CATALOGRÁFICA
Preparada pelo Serviço de Biblioteca e Informação
do Instituto de Física da Universidade de São Paulo

Dias, Jorgivan Moraes

Estudo da largura de estados exóticos do Charmonium
usando as regras de soma da QCD. São Paulo, 2015.

Tese (Doutorado) – Universidade de São Paulo. Instituto de
Física. Depto. de Física Experimental.

Orientador: Profa. Dra. Marina Nielsen

Área de Concentração: Física.

Unitermos: 1. Teoria quântica de campo; 2. Cromodinâmica
quântica; 3. Física alta energia; 4. Estados exóticos; 5. Regras de
soma da QCD.

USP/IF/SBI-101/2015

“Let me tell you something you already know. The world ain’t all sunshines and rainbows. It’s a very mean and nasty place, and I don’t care how tough you are, it’ll beat you to your knees and keep it there permanently if you let it. You, me or nobody is gonna hit as hard as life. But it ain’t about how hard you hit. It’s about how hard you can get hit, and keep moving forward. How much you can take, and keep moving forward. That’s how winning is done! Now, if you know what you’re worth, then go out and get what you’re worth. But you gotta be willing to take the hits. And not pointing fingers saying you ain’t what you wanna be because of him, or her, or anybody. Cowards do that, and that ain’t you! You’re better than that!”

Rocky Balboa

Aos meus pais,
Antônio Francisco de Moraes e
Maria do Remédios Dias de Moraes,
e à minha amada,
Thaiany Quevedo Melo.

AGRADECIMENTOS

Apesar de ser o doutoramento um processo longo, árduo e, na grande maioria das vezes, solitário, nenhum passo rumo ao seu fim poderia ter sido dado não fosse a contribuição inestimável daqueles que sempre depositaram em mim, seus créditos e sua fé. Sejam por meio de palavras amigas sejam pela representação do exemplo que pretendo seguir, elas de alguma maneira deixaram em mim suas marcas e impressões, não somente ao longo desse trajeto, mas durante toda a aventura que me permitiu chegar a esse momento. Acredito plenamente que essa seja a parte mais difícil, por menor que sejam as dificuldades encontradas ao longo do percurso, de todo o processo de conclusão da Tese. Difícil por que o espaço que me é reservado aqui não é suficiente para agradecer da maneira que gostaria, contudo, é sempre possível encontrar um momento para dizer obrigado. Tentarei em poucas linhas não resumir em adjetivos o quão importante todos eles foram, pois isso seria impossível devido, talvez, à limitação do próprio autor, mas tentar de alguma forma expressar minha mais sincera gratidão. Em particular eu agradeço àqueles que, por infortúnio, esqueça de agradecer.

Apesar da vida acadêmica incutir a lógica e a razão em nossa maneira de pensar o cotidiano, nem sempre é possível estabelecer uma relação entre causa e efeito na filosofia da existência e, portanto, reservo esse espaço às minhas crenças pessoais agradecendo à Deus, por me permitir enxergar na vastidão do amor, da amizade, da felicidade, da tristeza, da revolta e até mesmo da injustiça os aspectos que me levam sempre a acreditar no lado humano.

Agradecimentos especiais aos meu pais, Antônio Francisco de Moraes e Maria dos Re-

médios Dias de Morais, pelo amor, pela dedicação, pelo exemplo de força e coragem. Por estarem sempre presentes em todos os momentos de minha vida. Jamais permitiram em nenhum segundo, quaisquer que fossem as intempéries, eu vacilar, desaninar e me abater. E, ainda hoje me mostram a saída dos percalços encontrados nos caminhos tortuosos da vida, inspirando em mim o homem que sou. Me sinto mais que privilegiado por ter a vida me presentiado com pais tão maravilhosos. Amo vocês.

À Marina Nielsen, minha orientadora, pelos votos de confiança em mim depositados ao longo desses seis anos de trabalho, os dois de mestrado e os quatro últimos de doutorado. Pelo seu bom humor e energia impostas na concretização desse trabalho. Pelos conselhos e puxões de orelha... rs... Pelo exemplo de trabalho e objetividade que contribuíram de forma significativa não somente na minha formação acadêmica quanto pessoal.

Não posso deixar de agradecer a quem me permitiu dar o primeiro passo rumo ao meu ideal, abrindo as portas à minha vida acadêmica. Sua amizade, suas palavras de força bem como seu exemplo, plantaram em mim a semente que gerou a força motriz de coragem para não ceder às barreiras que ao longo de meu percurso na graduação foram se erguendo. Celina, a você meu muito obrigado.

À Anita Moraes, também por sempre ter acreditado na minha capacidade. Pela amizade, apoio, sinceridade e inestimável ajuda. Pelas palavras de força e coragem. Um exemplo para mim de conduta, de moral. A você serei eternamente grato por tudo.

Ao Prof. Manoel Roberto Robilota pelos sábios conselhos e dicas sempre muito bem vindos e importantes tanto na vida acadêmica quanto na vida diária. Por me ensinar a estruturar como ninguém uma apresentação bem como sobre a importância de sua clareza e objetividade em ensinar. Jamais esquecerei pela força. Sua maneira de expressar o conhecimento será sempre um exemplo que tentarei seguir. À ele, minha gratidão.

Ao Prof. José Pimentel de Lima, por abrir meus horizontes em todos os aspectos, principalmente os do mundo acadêmico. Pela paciência e preocupação em ensinar com qualidade aos seus alunos. Pelos valiosos conselhos e inestimável contribuição na minha formação. Certamente, um exemplo que seguirei com muita admiração.

À Kanchan e Alberto, pela amizade, pelas palavras de incentivo, pelo carinho das conversas, pela grande ajuda e influência na minha ida à Valência. Espero poder ser um colaborador à altura... rs... . À eles minha sincera gratidão.

Ao Prof. Eulogio Oset, pela recepção em Valência durante meu estágio de doutorado

sanduíche. Pelos trabalhos e discussões sobre as novas técnicas que me permitiram enriquecer o corpo principal desta Tese de Doutorado. Pela alegria nas conversas diárias e também por lembrar a mim que mesmo depois de correr tanto, haverá sempre um resfôlego a mais quando se está correndo à frente de um touro de uma tonelada e meia solto nas ruas dos Pueblos de Valênciia. Falando de Espanha, gostaria de agradecer também àqueles que me fizeram esquecer por um momento a distância e a saudade do meu Brasil. São eles: Astrid, Francesca, Javier, Fábio, Roberto, Uchino, En Wang, Xiao, Carlos, Luís e aos professores Manolo e Juan.

Aos demais professores, alunos e ex-alunos do Grupo de Hâdrons e Física Teórica (GRHAFITE) pela convivência sempre bem humorada durante todos esses anos. São eles: Fernando Navarra, Jorge Noronha, Renato Higa, Celso Lima, Ricardo Matheus, David, Rone, Stefano, Patrícia, Babi, Carina, Raphael, Emanuel, Bruno Franzon, Bruno Moreira, Érike, Luís Paulo, Daniel, Samuel, André, Maicon, Renato e Rômulo. À vocês meu muito obrigado.

Aos demais amigos que fiz durante minha passagem por São Paulo. Os momentos de descontração e amizade sincera foram de grande valia para tornar tudo mais leve, mais simples, mais feliz. Obrigado a todos vocês: Nayara, Karine, Wallace, Yuber, Masayuke, Carol, Yul, Maycon, Nogueira, Júlio, André, Hugo (El supremo), Miguel, Cláudio Padi-lha, Fabrício, Marcus Damasceno, Antônio, Antônio Sales, Jônathas (Juvenal), Felipe Barbosa, João Siqueira, Robson, Rafael e Fabiano Felipe (meu sogro!).

Aos grandes amigos que hoje estão distantes, mas juntos na memória e no coração, meu obrigado. São eles: Natanael, Jaaziel, Jardel, Jaislan, Isaac e Ítalo Ricardo. Aquele abraço!.

Por fim, não poderia deixar de agradecer àquela que deu um sabor e sentido mais do que especial à minha vida, minha amada Thaiany Quevedo Melo. Certamente o maior presente que o doutorado me trouxe. Esteve presente desde o primeiro passo sempre com muita paciência, amor, amizade, carinho, dedicação, ensinando a mim que a vida se torna mais fácil, mais bela e mais rica quando se vive com a intensidade que ela merece. Admiro você pelo esmero, pela dedicação empregados em todos os aspectos da vida. Obrigado meu amor!, minha “doce meiga senhorita”.

À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo - FAPESP, pelo suporte financeiro sem o qual a realização do doutorado bem como desta tese não seriam possíveis.

RESUMO

Nesta tese, discutimos em detalhes a técnica das Regras de Soma da QCD (RSQCD) e suas aplicações em sistemas hadrônicos situados na região de massa do charmônio. Em particular, calculamos a massa, as constantes de decaimento e acoplamento, bem como a largura de decaimento dos estados $Y(4260)$, $Y(3940)$ e $Z_c^+(3900)$. Além disso, consideramos a existência do parceiro estranho deste último, o $Z_{cs}^+(3970)$, e calculamos sua largura de decaimento de modo a prever seu valor em futuros experimentos. Usamos modelos ditos exóticos para descrever tais estados. Para o $Y(4260)$ e o $Y(3940)$ usamos correntes de mistura charmônio - tetraquarks. Para os estados carregados usamos uma corrente de tetraquarks. Como resultado das aplicações das RSQCD nesses sistemas, obtivemos valores de massa e largura compatíveis com os valores experimentais medidos pelas colaborações BESIII, Belle, Babar e CLEO-c. Dessa forma, podemos afirmar que os modelos utilizados fornecem uma boa interpretação para esses estados.

Investigamos também, aplicando técnicas de teorias efetivas, os estados carregados $Z_c^+(4025)$ e novamente o $Z_c^+(3900)$, além dos estados no setor do bottom $Z_b^+(10610)$ e $Z_b^+(10650)$. Usamos as Lagrangianas da Simetria Oculta de Calibre Local (HGS) e também as regras da Simetria de Spin do Quark Pesado (HQSS) para determinarmos as interações $D\bar{D}^*$, $D^*\bar{D}^*$, $B\bar{B}^*$ e $B^*\bar{B}^*$ via troca de mésons vetoriais pesados e devido à troca de dois píons correlacionados e não correlacionados entre si. Determinamos o potencial para cada interação e, com isso, procuramos por

pólos na solução da matriz T na equação de Bethe-Salpeter, cujo kernel é dado pelo potencial. Como resultado desses estudos, obtivemos para as interações no setor do charme, estados ligados cuja massa e largura estão em razoável acordo com os estados carregados $Z_c^+(4025)$ e $Z_c^+(3900)$. Para as interações no setor do bottom, obtemos um estado fracamente ligado próximo do limiar de massa $B\bar{B}^*$ cuja largura e massa são compatíveis com a estrutura $Z_b^+(10610)$ observada pela Colaboração Belle. Obtivemos um cusp no limiar de massa $B^*\bar{B}^*$ próximo do valor da estrutura $Z_b^+(10650)$.

Palavras-Chave: Regras de Soma da QCD, Física de Hádrons, Mésons, Charmônio, Estados Exóticos, Massa, Largura.

ABSTRACT

In this thesis, we discuss in details the QCD Sum Rules (QCDSR) technique and its application to the study of hadronic systems situated in the charmonium mass region. In particular, we applied QCDSR to calculate hadronic properties such as the mass, the coupling constants as well as the total decay width of the $Y(4260)$, $Y(3940)$ and $Z_c^+(3900)$ charmoniumlike states. We have also predicted the decay width of the strange partner of the $Z_c^+(3900)$, called $Z_{cs}^+(3970)$, to be searched in future experiments. In order to describe these states, we used exotic models. For $Y(4260)$ and $Y(3940)$ states we used mixed charmonium-tetraquarks interpolating currents. For the charged states we used tetraquark currents. As a result of the application of QCDSR to these systems, we obtained masses and decay widths in good agreement with the experimental values measured by BESIII, Babar, and CLEO-c collaborations. Therefore, the currents we used within QCDSR approach provide a good interpretation for these states.

Furthermore, applying effective field theories techniques, we also investigated the charged states $Z_c^+(4025)$ and $Z_c^+(3900)$, in addition to $Z_b^+(10610)$ and $Z_b^+(10650)$ in the bottom sector. Specifically, we used hidden local symmetry Lagrangians (HGS) together with heavy quark spin symmetry rules (HQSS) in order to study the interactions $D\bar{D}^*$, $D^*\bar{D}^*$, $B\bar{B}^*$ and $B^*\bar{B}^*$ by means of the heavy vector exchange and also from the exchange of two pions, interacting and noninteracting among themselves. We obtained the potential for each interaction, then we used them as

a kernel of the Bethe-Salpeter equation in order to look for poles in the T -matrix. Our aim was to relate these poles with the charmoniumlike states of interest. As a result, in the charm sector, we obtained bound states whose masses and widths are in a good agreement with the charged states we have studied. With respect to the bottom sector, we have found a loosely bound state very close to the $B\bar{B}^*$ threshold with mass and width compatible with the structure $Z_b(10610)$ observed by Belle collaboration. We have obtained a cusp in the $B^*\bar{B}^*$ threshold very close to the mass of the $Z_b^+(10650)$ state.

Palavras-Chave: QCD Sum Rules, Hadron Physics, Mesons, Charmonium, Exotic States, Mass, Width.

SUMÁRIO

1 Parte I: Aplicações das Regras de Soma da QCD	3
1.1 Introdução	3
2 Regras de Soma da QCD	13
2.1 Introdução	13
2.2 A função de correlação nas Regras de Soma	15
2.3 A OPE: expansão em produto de operadores	17
2.3.1 O Lado da OPE ou QCD	23
2.4 O Lado Fenomenológico	24
2.5 A Transformada de Borel	28
2.6 Massa nas RSQCD	29
2.7 A Janela de Borel e a Estabilidade das RSQCD	31
2.7.1 O valor mínimo da massa de Borel, M_{min}	31
2.7.2 O valor máximo da massa de Borel, M_{max}	32
2.7.3 A estabilidade do parâmetro hadrônico com M^2	34
2.8 A Constante de Acoplamento e a Largura nas RSQCD	35
2.9 A função de correlação de três pontos	35
2.9.1 Lado da OPE para a função de três pontos	36
2.9.2 Lado Fenomenológico da função de três pontos	40
2.9.3 A Regra de Soma	43

3 Estados Exóticos do Charmônio	47
3.1 O estado carregado $Z_c^+(3900)$	48
3.1.1 Corrente Tetraquark	50
3.1.2 Massa do $Z_c^+(3900)$	50
3.2 Largura do $Z_c^+(3900)$	51
3.2.1 Largura do canal $Z_c^+ \rightarrow J/\psi \pi^+$	52
3.2.2 Lado Fenomenológico	52
3.2.3 Lado da OPE	54
3.2.4 Largura do canal $Z_c^+ \rightarrow \eta_c \rho^+$	57
3.2.5 Largura do canal $Z_c^+ \rightarrow D^+ \bar{D}^{*0}$	60
3.2.6 Largura de decaimento total do Z_c^+	63
3.3 O estado carregado $Z_{cs}^\pm(3970)$	64
3.3.1 Massa do $Z_{cs}^+(3970)$	65
3.4 Largura do $Z_{cs}^+(3970)$	66
3.4.1 Largura do canal $Z_{cs}^+ \rightarrow J/\psi K^+$	66
3.4.2 Largura do canal $Z_{cs}^+ \rightarrow \eta_c K^{*+}$	70
3.4.3 Largura do canal $Z_{cs}^+ \rightarrow D_s^+ \bar{D}^{*0}$	73
3.4.4 Largural de decaimento total do Z_{cs}^+	75
4 Candidatos a Exóticos do Charmônio	77
4.1 A corrente interpolante da mistura Charmônio - Tetraquark	77
4.2 O Estado $Y(4260)$	78
4.2.1 Massa do $Y(4260)$	78
4.2.2 Análise numérica	83
4.3 A Largura de Decaimento do Estado $Y(4260)$	86
4.3.1 Análise Numérica	92
4.3.2 Estimando a Largura do processo $Y \rightarrow J/\psi \pi \pi$	95
4.3.3 O Fator de Forma e o Acoplamento do Vértice $Y J/\psi f_0(980)$.	96
4.4 O Estado $Y(3940)$	99
4.4.1 A Massa da Mistura χ_{c0} - $D^* \bar{D}^*$	100
4.5 Largura de decaimento do $Y(3940)$	105

4.5.1	Estimando a Largura do canal $Y \rightarrow J/\psi \omega$	105
4.5.2	Estimando a Largura do canal $Y \rightarrow D \bar{D}$	112
4.5.3	Estimando a Largura do canal $Y \rightarrow \gamma \gamma$	113
5	Conclusão	117
6	Parte II: Aplicando Teorias Efetivas	121
6.1	Introdução	121
7	Estudo das Interações $D\bar{D}^*$ e $D^*\bar{D}^*$	125
7.1	As Lagrangianas da simetria oculta de calibre local	126
7.2	Lagrangianas da HGS e as interações $D^*\bar{D}^*$ e $D\bar{D}^*$	129
7.2.1	Contribuição devido a troca de um méson vetorial	130
7.2.2	A Matriz T	135
7.2.3	Troca de dois píons correlacionados	137
7.2.4	Troca de dois píons não correlacionados	145
7.3	Geração dinâmica de ressonâncias nos sistemas $D^*\bar{D}^*$ e $D\bar{D}^*$	149
7.3.1	A interação $D^*\bar{D}^*$ e o estado do tipo do charmônio $Z_c(4025)$	149
7.3.2	A interação $D\bar{D}^*$ e os estados $Z_c(3900)$ e $Z_c(3885)$	152
8	Estudo das Interações $B\bar{B}^*$ e $B^*\bar{B}^*$	157
8.1	As interações $B\bar{B}^*$ e $B^*\bar{B}^*$ via troca de mésons vetoriais pesados	158
8.1.1	O caso $B^*\bar{B}^*$	158
8.1.2	O caso $B\bar{B}^*$	160
8.1.3	A contribuição da troca de píons para as interações $B\bar{B}^*$ e $B^*\bar{B}^*$	161
8.1.4	A troca de dois píons não correlacionados	163
8.2	Resultados	165
8.2.1	O caso $B\bar{B}^*$	167
8.2.2	O caso $B^*\bar{B}^*$	169
9	Conclusão	173

A Propagadores	175
A.1 Propagadores associados com quarks leves	175
A.2 Propagadores associados com quarks pesados	177
B Algumas Relações Usadas em Regras de Soma	179
B.1 Calculando os Traços	179
B.2 Transformadas de Fourier	180
B.3 Álgebra das Matrizes de Dirac	180
B.4 Parametrização de Schwinger (γ)	182
C Integrais	183
C.1 Integrais no Momento	183
C.2 A Integral I_n	185
C.3 A Integral I_{nmkl}	186
C.4 A Integral I_λ^n	187
C.5 Exemplo do cálculo de Diagramas	189
Referências	193

LISTA DE FIGURAS

1.1	Processo de produção do charmônio, $c\bar{c}$, via decaimento do méson B .	5
1.2	Processo de produção do charmônio, $c\bar{c}$, via ISR (Initial State Radiation).	6
1.3	Processo de produção do charmônio, $c\bar{c}$, via fusão de dois fótons.	6
1.4	Processo de produção do charmônio, $c\bar{c}$, via produção de duplo charm. .	6
1.5	Distribuição de massa invariante do par π^+J/ψ , isto é, $M_{inv}(\pi^+J/\psi)$, no processo $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-J/\psi$	8
1.6	Distribuição de massa invariante do par $D^0 D^{*-}$ no processo $e^+e^- \rightarrow \pi^\pm(D\bar{D}^*)^\mp$	9
1.7	Distribuição de massa invariante do par $D^+ \bar{D}^{*0}$ no processo $e^+e^- \rightarrow \pi^\pm(D\bar{D}^*)^\mp$	10
2.1	Diagrama representando a amplitude calculada pela função de correlação de dois pontos.	15
2.2	Diagrama correspondente ao coeficiente $C_0(q^2)$ associado ao termo perturbativo.	22
2.3	Diagramas correspondentes ao coeficiente $C_3(q^2)$ do condensado de quarks $\langle\bar{q}q\rangle$	23

2.4 OPE para a função de dois pontos, Eq. (2.20): o primeiro termo corresponde ao termo perturbativo que é dado pelo produto entre o coeficiente $C_0(q^2)$ (representado pelo diagrama) e o operador $\hat{1}$. Em seguida, temos o condensado de quarks, dado pelo coeficiente $C_3(q^2)$ (os dois diagramas seguintes ao primeiro) vezes o operador $\langle\bar{q}q\rangle$, e assim por diante até o condensado misto.	24
2.5 Convergência da OPE para o sistema formado pela mistura Charmonium-Tetraquark. Cada plot está associado com as contribuições relativas iniciando com a contribuição perturbativa (linhas com círculo), e cada uma das outras linhas representam a contribuição relativa após adicionarmos um condensado a mais na expansão: $+\langle\bar{q}q\rangle$ (linha ponto-tracejada), $+\langle G^2 \rangle$ (traço longo), $+\langle\bar{q}g\sigma.Gq\rangle$ (linha pontilhada), $+\langle\bar{q}q\rangle^2$ (linha tracejada) e $+\langle\bar{q}q\rangle\langle\bar{q}g\sigma.Gq\rangle$ (linha sólida).	32
2.6 Contribuição do pólo, Eq. (2.53), representada pela linha sólida e a contribuição do contínuo, Eq. (2.54), linha pontilhada para a estrutura $Y(4260)$ estudada na Capítulo 4 como uma mistura Charmonium-Tetraquark. As contribuições se igualam para $M^2 = 2,90$ GeV.	34
2.7 Vértice de interação entre os hadrons H_1 , H_2 e H_3 , onde p , p' e q representam os quadrimomentos associados a cada um deles, respectivamente.	36
2.8 Diagrama representado pela função de correlação de três pontos dada na Eq. (2.60).	37
2.9 OPE para a função de três pontos, Eq. (2.60): o primeiro termo corresponde ao termo perturbativo, dado pelo produto entre o coeficiente $C_0(q^2)$ e o operador $\hat{1}$, em seguida, temos o condensado de quarks, dado pelo coeficiente $C_3(q^2)$ vezes o operador $\langle\bar{q}q\rangle$, e assim por diante.	38
2.10 OPE para a função de três pontos, Eq. (2.60): o primeiro termo corresponde ao termo perturbativo, dado pelo produto entre o coeficiente $C_0(q^2)$ e o operador $\hat{1}$, em seguida, temos o condensado de quarks, dado pelo coeficiente $C_3(q^2)$ vezes o operador $\langle\bar{q}q\rangle$, e assim por diante.	39

3.1	Esquema do mecanismo ISPE: o méson $Y(4260)$ emite um píon deixando-o com baixo momento, e em seguida, decai nos mésons D^* e \bar{D} cuja interação produz um Charmônio e um píon.	49
3.2	Níveis de energia nos espectros do Charmônio e Botomônio na região de massa de interesse. As massas estão em MeV. O $Z_c^+(3900)$ é considerado como o parceiro carregado do $X(3872)$. Nas duas colunas à direita estão configurações análogas para o setor do bottom, onde os estados $X_b(?)$ e $X_b^+(?)$ estão propostos.	50
3.3	Vértice $Z_c^+ J/\psi \pi^+$	52
3.4	Diagrama conectado por cor contribuindo para o Lado da OPE da regra de soma.	55
3.5	Os pontos nessa figura representam o lado direito da Eq. (3.12) escrita como função da massa de Borel para $\Delta s_0 = 0.5$ GeV. Por outro lado, a linha sólida representa o fit desses pontos da regra de soma.	56
3.6	Resultados da Regra de Soma para o fator de forma $g_{Z_c \eta_c \rho}(Q^2)$ como função de Q^2 e da massa de Borel para $\Delta s_0 = 0.5$ GeV.	58
3.7	Resultados da Regra de Soma para $g_{Z_c \eta_c \rho}(Q^2)$, como função de Q^2 , para $\Delta s_0 = 0.5$ GeV (quadrados). A linha sólida representa a parametrização dos pontos da regra de soma pela curva da Eq. (3.25). O símbolo ‘ \times ’ no gráfico representa a posição do valor da constante de acoplamento.	59
3.8	Resultados da Regra de Soma dada pela Eq. (3.33) para o fator de forma $g_{Z_c DD^*}(Q^2)$ como função de Q^2 e M^2 para $\Delta s_0 = 0.5$ GeV.	61
3.9	Resultado das RSQCD para $g_{Z_c DD^*}(Q^2)$, como função de Q^2 , para $\Delta s_0 = 0.5$ GeV (quadrados). A linha sólida dar a parametrização dos resultados das RSQCD através da Eq. (3.25) com os valores de g_1 e g_2 obtidos para este caso.	62

3.10 Os pontos representam o lado direito da Eq. (3.48), como função da massa de Borel para $\sqrt{s_0} = 4.5$ GeV. A curva sólida representa o lado esquerdo da mesma equação obtida para $A = (1.28 \pm 0.02) \times 10^{-4}$ GeV ⁵ e $B = -(1.03^{+0.31}_{-0.23}) \times 10^{-3}$ GeV ⁵	69
3.11 Resultados das RSQCD para o fator de forma $g_{Z_{cs}\eta_c K^*}(Q^2)$ como função de Q^2 e M^2 para $\sqrt{s_0} = 4.5$ GeV.	71
3.12 Resultado numérico das RSQCD para $g_{Z_{cs}\eta_c K^*}(Q^2)$, como função de Q^2 representado pelos quadrados, para $\sqrt{s_0} = 4.5$ GeV. A curva sólida dar a parametrização dos resultados das RSQCD através da Eq. (3.59). .	72
3.13 Resultados da Regra de Soma para o fator de forma $g_{Z_{cs}D^* D_s}(Q^2)$ como função de Q^2 e M^2 para $\sqrt{s_0} = 4.5$ GeV.	74
4.1 A convergência da OPE na região $2.0 \leq M_B^2 \leq 6.0$ GeV ² para $\sqrt{s_0} = 4.70$ GeV. Plotamos as contribuições relativas começando com a contribuição perturbativa (linhas com círculo), e cada uma das outras linhas representam a contribuição relativa após adicionarmos um condensado a mais na expansão: $+\langle\bar{q}q\rangle$ (linha ponto-tracejada), $+\langle G^2 \rangle$ (traço longo), $+\langle\bar{q}g\sigma.Gq\rangle$ (linha pontilhada), $+\langle\bar{q}q\rangle^2$ (linha tracejada) e $+\langle\bar{q}q\rangle\langle\bar{q}g\sigma.Gq\rangle$ (linha sólida).	85
4.2 Contribuição do pólo (dividida pela contribuição total, isto é, pólo mais contínuo), representada pela linha sólida e a contribuição do contínuo, linha pontilhada, para $\sqrt{s_0} = 4.70$ GeV.	86
4.3 Massa como função de M^2 for $\sqrt{s_0} = 4.60$ GeV (linha pontilhada), $\sqrt{s_0} = 4.70$ GeV (linha sólida), $\sqrt{s_0} = 4.80$ GeV (tracejado longo). O símbolo “x” indicam a Janela de Borel válida.	87
4.4 Vértice definido pelos mésons Y , J/ψ e σ com seus respectivos quadrimomentos.	87
4.5 Diagramas que contribuem para o Lado da OPE na estrutura $p'_\nu q_\mu$. .	91
4.6 Curva 3D de $g_{Y\psi\sigma}(Q^2)$ para alguns valores de Q^2 e M^2	93

4.7 Resultado das regras de soma para $g_{Y\psi\sigma}(Q^2)$, como função de Q^2 , para $\sqrt{s_0} = 4.76$ GeV (quadrados). A linha sólida representa a curva parametrizada pela Eq. (4.49) obtida fitando os pontos obtidos via regras de soma.	94
4.8 Convergência da OPE na região $1.7 \leq M_B^2 \leq 3.8$ GeV 2 para $\sqrt{s_0} = 4.40$ GeV and $\theta = 76.0^0$. Estão plotadas as contribuições relativas iniciando com a contribuição perturbativa (linhas com círculos), e cada uma das outras linhas representam as contribuições relativas após a adição de um condensado a mais na expansão: $+\langle\bar{q}q\rangle$ (linha tracejada), $+\langle G^2 \rangle$ (linha pontilhada), $+\langle\bar{q}Gq\rangle$ (linha ponto-tracejada), $+\langle\bar{q}q\rangle^2 + \langle g^3 G^3 \rangle$ (linha com triângulos) and $\langle\bar{q}q\rangle \cdot \langle\bar{q}Gq\rangle$ (linha sólida).	104
4.9 A curva sólida está associada com a contribuição do pólo, enquanto a linha pontilhada representa a contribuição do contínuo. Em ambas as curvas foram usados os seguintes valores para s_0 e θ : $\sqrt{s_0} = 4.40$ GeV and $\theta = 76.0^0$	105
4.10 Massa como função de M_B^2 para $\sqrt{s_0} = 4.30$ GeV (linha pontilhada), $\sqrt{s_0} = 4.40$ GeV (linha sólida) e $\sqrt{s_0} = 4.50$ GeV (linha tracejada). Os parênteses indicados em cada curva representam a Janela de Borel.	106
4.11 Vértice $Y \rightarrow J/\psi \omega$	106
4.12 Fator de forma $g_{Y\psi\omega}(Q^2)$ como função do momento Q^2 bem como da massa de Borel M_B^2	110
4.13 Dependência de $g_{Y\psi\omega}(Q^2)$, com Q^2 para $\sqrt{s_0} = 4.40$ GeV (pontos). A curva representada pela linha sólida é a parametrização dessa dependência através da Eq. (4.107).	111
4.14 Fator de forma $g_{Y\gamma\gamma}(Q^2)$ como função do momento Q^2 e da massa de Borel M_B^2	115

4.15 Dependência de $g_{\gamma\gamma}(Q^2)$ com Q^2 para $\sqrt{s_0} = 4.40$ GeV (pontos). Novamente, a linha sólida representa o fit dos pontos da Regra de Soma obtidos resolvendo numericamente a Eq. (4.119). O valor do acoplamento em $Q^2 = 0$ está indicado na figura pelo símbolo \times	116
7.1 Diagrama de Feynman ilustrando a troca de um par $q\bar{q}$. Um par $d\bar{d}$ do vértice superior da figura é forçado a se converter num par $u\bar{u}$ no vértice inferior, evidenciando um mecanismo proibido pela Regra de OZI.	129
7.2 Potencial $t_{D^*\bar{D}^* \rightarrow D^*\bar{D}^*}$ como função da energia do centro de massa \sqrt{s}	132
7.3 Potencial $t_{D^*\bar{D}^* \rightarrow \rho J/\psi}$ como função da energia do centro de massa \sqrt{s}	133
7.4 Potencial $V_{D\bar{D}^* \rightarrow D\bar{D}^*}$ como função da energia do centro de massa \sqrt{s}	134
7.5 Potencial $V_{D\bar{D}^* \rightarrow \eta_{CP}}$ como função da energia do centro de massa \sqrt{s}	134
7.6 Potencial $V_{D\bar{D}^* \rightarrow \pi J/\psi}$ como função da energia do centro de massa \sqrt{s}	135
7.7 A interação $\pi\pi$ em ordem mais baixa no canal de isospin $I = 1$ para $D^*\bar{D}^* \rightarrow D^*\bar{D}^*$	137
7.8 Vértice triangular da troca de dois píons.	138
7.9 Potencial t_σ como função do momento transferido no processo.	142
7.10 Interação $\pi\pi$ na ordem mais baixa no canal $I = 1$ para $D\bar{D}^* \rightarrow D\bar{D}^*$	143
7.11 Vértices triangulares para a troca de dois píons, V_A in Fig. A) e V_B na Fig. B).	143
7.12 Potencial $t_{D\bar{D}^*}^\sigma$ como função do momento transferido no processo.	145
7.13 Potencial $t^{\pi\pi}$ para a troca de píons não interagentes no caso $J = 0$	146
7.14 para a troca de píons não interagentes no caso $J = 2$	147
7.15 Momentos na troca de dois píons na transição $D\bar{D}^* \rightarrow D\bar{D}^*$	147
7.16 Potencial t para a troca de píons não interagentes como função do momento transferido no processo.	148
7.17 $ T_{11} ^2$ como função de \sqrt{s}	150
7.18 $ T_{11} ^2$ como função de \sqrt{s} , para diferentes valores do cut off $ \vec{q}_{max} $. De cima para baixo temos, $q_{max} = 960, 900, 850, 800, 750, 700, 650, 600, 550, 500$ MeV.	151

7.19	$ T ^2$ como função de \sqrt{s}	154
7.20	$ T ^2$ como função de \sqrt{s} para valores de cut off $ \vec{q}_{max} $ iguais a 850, 800, 770, 750 e 700 MeV. O pico se move para a esquerda do gráfico à medida que o valor do cut off aumenta.	154
7.21	$ T ^2$ na segunda superfície de Riemann para a transição $D\bar{D}^* \rightarrow D\bar{D}^*$ com $I^G(J^{PC}) = 1^+(1^{+-})$	155
8.1	Diagrama representando o processo $B^+\bar{B}^{*0} \rightarrow B^+\bar{B}^{*0}$ através da troca de um méson $q\bar{q}$	157
8.2	Diagramas que contribuem para o processo $B^*\bar{B}^* \rightarrow B^*\bar{B}^*$ devido à troca de mésons vetoriais.	159
8.3	Diagramas contribuindo para o canal $B^*\bar{B}^* \rightarrow \rho \Upsilon$	160
8.4	Diagramas contribuindo para a interação de dois píons na combinação $I = 1$ para o processo $B^*\bar{B}^* \rightarrow B^*\bar{B}^*$	161
8.5	Potencial $t_{B^*\bar{B}^*}^\sigma$ como função do momento transferido no processo.	162
8.6	Diagramas contribuindo para a interação via troca de dois píons interagentes, para o processo $B\bar{B}^* \rightarrow B\bar{B}^*$ com $I = 1$	162
8.7	Potencial $t_{B\bar{B}^*}^\sigma$ como função do momento transferido no processo.	163
8.8	Potencial $t_{\pi\pi}^{B^*\bar{B}^*}$ para a troca de píons não interagentes no caso $J = 0$	164
8.9	Potencial $t_{\pi\pi}^{B^*\bar{B}^*}$ para a troca de píons não interagentes no caso $J = 2$ (linha tracejada).	164
8.10	Potencial $t_{B\bar{B}^*}^{\pi\pi}$ para a troca de píons não interagentes como função do momento transferido no processo.	165
8.11	Comparação entre os potenciais $t_{B^*\bar{B}^* \rightarrow B\bar{B}^*}$ (linha tracejada pequena, Eq. (8.3), troca de méson vetorial), $t_{B^*\bar{B}^*}^{\sigma(\pi\pi)}$ (linha pontilhada, Eq. (8.7)), $t_{\pi\pi}^{B^*\bar{B}^*}$ para $J = 0$ (linha ponto-tracejada, Eq. (8.9)) e $J = 2$ (linha sólida), como funções do momento transferido no processo.	166
8.12	Comparação entre os potenciais $t_{B\bar{B}^* \rightarrow B\bar{B}^*}$ (linha sólida, Eq. (7.22)), $t_{B\bar{B}^*}^{\sigma(\pi\pi)}$ (linha tracejada, Eq. (7.47)), $t_{\pi\pi}^{B\bar{B}^*}$ (linha pontilhada, Eq. (8.10)) como funções do momento transferido no processo.	166

8.13 $ T_{11} ^2$ como função da energia do centro de massa \sqrt{s} para o caso $B\bar{B}^*$. Cada curva está associada à um limite de integração: 700 MeV, 800 MeV, 900 MeV, 1000 MeV, 1100 MeV. O pico é deslocado da direita para a esquerda quando o limite de integração aumenta.	168
8.14 $ T_{11} ^2$ como função da energia do centro de massa \sqrt{s} para o caso $B^*\bar{B}^*$ ($J = 0$). Cada curva está associada à um limite de integração: 700 MeV, 800 MeV, 900 MeV, 1000 MeV, 1100 MeV. O pico é deslocado de baixo para cima quando o valor do cut off cresce.	169
8.15 $ T_{11} ^2$ como função da energia do centro de massa \sqrt{s} para o caso $B^*\bar{B}^*$ ($J = 2$). Cada curva está associada à um valor do limite de integração, a saber: 700 MeV, 800 MeV, 900 MeV, 1000 MeV, 1100 MeV.	170
8.16 $ T_{11} ^2$ como função da energia do centro de massa \sqrt{s} quando somente o canal $B^*\bar{B}^*$ é considerado ($J = 1$). Cada curva está associada aos seguintes valores do cut off q_{max} : 700, 800, 900, 1000 e 1100 MeV. O pico é deslocado de baixo para cima quando o valor do cut off cresce.	171

LISTA DE TABELAS

1.1	Estados do tipo do charmônio medidos nas fábricas de B . Na segunda coluna estão listados os mecanismos de produção de acordo com o processo, isto é, de cima para baixo: decaimento do méson B , em seguida processo <i>ISR</i> , fusão de dois fôtons, e finalmente duplo charm. Na terceira e quarta colunas, respectivamente, estão listados os modos de decaimento e as Colaborações experimentais.	7
3.1	Valores das massas dos quarks e dos condensados.	68
4.1	Valores das massas dos quarks e dos condensados.	84
4.2	Parametrização monopolar dos pontos da regra de soma, para diferentes valores de $\sqrt{s_0}$	95
4.3	Valores da constante de acoplamento, $g_{Y\psi f_0(980)}$, e seus correspondentes fatores de forma, para diferentes valores de $\sqrt{s_0}$	97
4.4	Limites superiores para as razões de ramificação, Eq. (4.62), medidas pelas colaborações CLEO-c e BaBar.	99
7.1	Posição do pico de $ T ^2$ correspondentes aos diferentes valores de $ \vec{q}_{max} $	153

LISTA DE PUBLICAÇÕES

Os artigos que seguem abaixo compreendem os trabalhos que formam o corpo principal desta tese.

Artigos Principais

- “ $Y(4260)$ as a mixed Charmonium-Tetraquark state”
J. M. Dias, R. M. Albuquerque, M. Nielsen and C. M. Zanetti, arXiv:1209.6592, Phys. Rev. **D 86**, 116012 (2012).
- “ $Z_c^+(3900)$ decay width in QCD sum rules”
J. M. Dias, F. S. Navarra, M. Nielsen and C. M. Zanetti, arXiv:1304.6433, Phy. Rev. **D 88**, 016004 (2013).
- “Prediction for the decay width of a charged state near the $D_s\bar{D}^*/D_s^*\bar{D}$ threshold”
J. M. Dias, X. Liu and M. Nielsen, arXiv:1307.7100, Phys. Rev. **D 88**, 096014 (2013).
- “ $Y(3940)$ as a Mixed Charmonium-Molecule State”,
R. M. Albuquerque, J. M. Dias, M. Nielsen and C. M. Zanetti, arXiv:1311.6411, Phys. Rev. **D 89**, 076007 (2014).

- “Prediction of a $Z_c(4000)$ $D^*\bar{D}^*$ state and relationship to the claimed $Z_c(4025)$ ”
F. Aceti, M. Bayar, J. M. Dias and E. Oset, arXiv:1401.2076, Eur. Phys. J. **A 50**, 103 (2014).
- “Prediction of an $I = 1$ $D\bar{D}^*$ state and relationship to the claimed $Z_c(3900)$, $Z_c(3885)$ ”
F. Aceti, M. Bayar, E. Oset, A. Martinez Torres, K. P. Khemchandani, E. Oset, J. M. Dias, F.S. Navarra, M. Nielsen, hep-ph/1401.8216, Phys. Rev. **D 90**, 016003 (2014).
- “Study of $B\bar{B}^*$ and $B^*\bar{B}^*$ interactions in $I = 1$ and relationship to the $Z_b(10610)$, $Z_b(10650)$ states”
J. M. Dias, F. Aceti and E. Oset, arXiv:1410.1785, Phys. Rev. **D 91**, 076001 (2015).

Artigos Relacionados

- “Relation between $T_{cc,bb}$ and $X_{c,b}$ from QCD”
J. M. Dias, S. Narison, F. S. Navarra, M. Nielsen, J.-M. Richard, Physics Letters **B 703**, 274-280 (2011).
- “ $f_1(1285)$ decays into $a_0(980)\pi^0$, $f_0(980)\pi^0$ and isospin breaking”
F. Aceti, J. M. Dias and E. Oset, arXiv:1501.06505, Eur. Phys. J. **A 51**, 48 (2015).

CAPÍTULO 1

PARTE I: APLICAÇÕES DAS REGRAS DE SOMA DA QCD

1.1 Introdução

A Teoria de calibre não-Abeliana chamada Cromodinâmica Quântica, QCD (do inglês Quantum Chromodynamics), tem tido bastante êxito na descrição dos processos na física de hadrons, isto é, processos onde as partículas fundamentais interagem fortemente. Logo, acredita-se que a QCD seja a teoria fundamental das interações fortes. A QCD possui duas importantes características: liberdade assintótica e o confinamento. A liberdade assintótica permite-nos descrever fenômenos por meio de quarks e glúons considerando-os aproximadamente livres em processos de altas energias, onde o acoplamento torna-se pequeno o suficiente, viabilizando o uso de técnicas de teoria de perturbação. Nesse regime perturbativo, altas energias, a QCD está bem consolidada e testada com uma precisão de 1%.

Por outro lado, no regime de baixas energias, o acoplamento se torna grande, devido ao caráter não-abeliano da interação, de tal maneira que a aplicação dos métodos de teoria de perturbação torna-se inviável. Assim, os processos nesse regime são dominados por efeitos não-perturbativos dificultando o cálculo do espectro hadrônico a partir da QCD.

Com a finalidade de resolver o problema do espectro, muitos modelos baseados na QCD foram propostos como alternativa. Ao longo dos anos, com o aumento do poder tecnológico, os experimentos foram ganhando mais robustez de tal maneira que muitos novos hadrons foram descobertos, e com isso, a necessidade de um modelo para explicar suas propriedades tornou-se cada vez mais imprescindível. Dentre os modelos propostos, o modelo de quarks [1, 2] foi o mais bem sucedido, e muitas propriedades tais como massa, constantes de decaimento e propriedades estáticas dos hadrons foram satisfatoriamente descritas [3].

O modelo de quarks, permitiu encaixar a maioria dos hadrons descobertos experimentalmente numa classificação bastante simples. De acordo com ele, os hadrons podem ser classificados como Mésons ou Bárions, onde a diferença entre eles se dá de acordo com a configuração de quarks. Os Mésons são compostos de um par quark anti-quark, enquanto os Bárions são configurações de três quarks. Ambas configurações devem ser estados singletos de cor para que as partículas, isto é, os hadrons sejam observáveis físicos.

Muito embora o modelo de quarks tenha oferecido por muito tempo uma descrição satisfatória e elegante para os hadrons, além de ter permitido classificá-los de um modo simples, o cenário atual da espectroscopia vêm se tornando mais intrigante uma vez que com o aparecimento de máquinas cada vez mais potentes, muitas colaborações experimentais estão observando novos hadrons com propriedades que o modelo de quarks não consegue explicar. Esses novos hadrons chamados de estados XYZ , estão situados na região de massa dos estados do charmônio, isto é, estados mesônicos cuja configuração de quarks envolve um quark e anti-quark charm, $c\bar{c}$.

Desde 2003 uma quantidade cada vez mais crescente de novos estados no intervalo de massa do charmônio vêm sendo observados pelas colaborações Belle, Babar, nas Fábricas de B, e mais recentemente pelas Colaborações BESIII no Beijing Spectrometer e LHCb no CERN. Nas fábricas de B (a PEPII no SLAC, EUA, a KEK no Japão e BES na China), que são colisores $e^- e^+$ operando com energia de centro de massa da ordem de 10 GeV, o espectro do charmônio pôde ser reproduzido e os novos estados do charmônio foram produzidos de diferentes maneiras. A seguir

mencionamos algumas delas.

Uma das maneiras de se produzir estados do charmônio ocorre via decaimento do méson B . As fábricas de B , produzem pares de mésons $B\bar{B}$. Em 50% dos casos, os mésons B decaem através do processo: $B \rightarrow K(c\bar{c})$, permitindo assim que estados do charmônio sejam produzidos. Esse processo pode ser facilmente entendido a nível de quarks, segundo a Fig. 1. O quark b , após a emissão de um bóson W^- , converte-se em um quark charm, c . Aproximadamente em metade dos casos, o bóson W^- materializa-se num par $s\bar{c}$, isto é, num quark estranho, s , acompanhado de um anti-quark charm, \bar{c} . Dessa forma, metade dos decaimentos do méson B resultam em pares de quark e anti-quark charm, isto é, $c\bar{c}$.

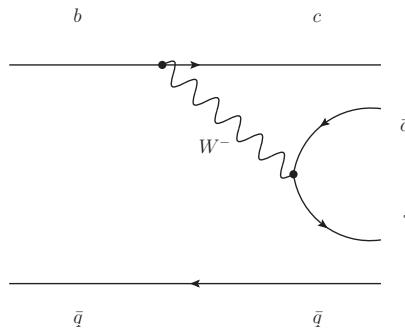


Figura 1.1: Processo de produção do charmônio, $c\bar{c}$, via decaimento do méson B .

Outro mecanismo de produção de charmônio nas Fábricas de B parte diretamente da colisão e^+e^- , onde um arranjo experimental é feito de modo que ou o elétron e^- ou o pósitron e^+ emita um fóton, γ , altamente energético antes da colisão, reduzindo dessa forma a energia de centro de massa da colisão. Um esquema desse mecanismo, chamado ISR, do inglês Initial State Radiation, está ilustrado na Fig. 1.2. Em particular, quando a energia do fóton emitido está no intervalo entre 4000 e 5000 MeV, o processo de aniquilação acontece com energia que corresponde ao intervalo de massa dos estados do charmônio. Dessa forma, através do mecanismo ISR, é possível produzir estados do charmônio com números quânticos $J^{PC} = 1^{--}$, onde J , P e C são o momento angular total, a paridade e a conjugação de carga, respectivamente, do estado produzido.

Uma outra maneira de produção de charmônio se dá através da fusão de dois

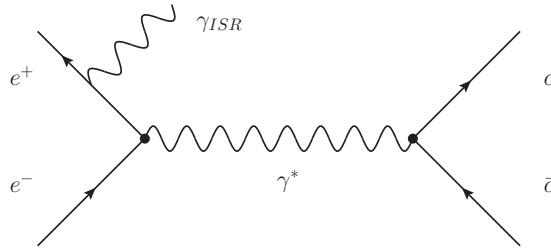


Figura 1.2: Processo de produção do charmônio, $c\bar{c}$, via ISR (Initial State Radiation).

fótons. Um esquema pode ser visto na Fig. 1.3. Nesse processo, o elétron e^- , e o pósitron e^+ emitem fótons que em seguida interagem produzindo estados com números quânticos $J^{PC} = 0^{-+}, 0^{++}, 2^{++}$ e 2^{-+} [4]. Foi através desse processo que a Colaboração CLEO confirmou a existência do estado do charmônio η_c' em 2004 [5].

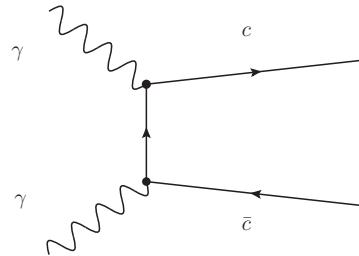


Figura 1.3: Processo de produção do charmônio, $c\bar{c}$, via fusão de dois fótons.

Finalmente, estados do charmônio podem surgir através do processo chamado produção de duplo-charm, de acordo com a Fig. 1.4.

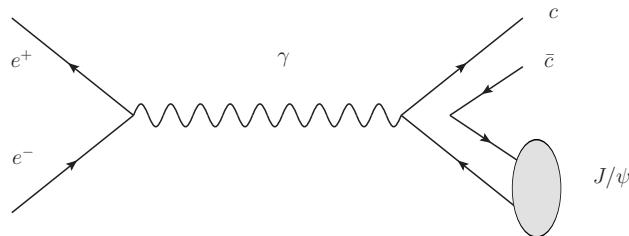


Figura 1.4: Processo de produção do charmônio, $c\bar{c}$, via produção de duplo charm.

Na Tabela 1.1, apresentamos alguns desses mésons observados pelas colaborações mencionadas anteriormente.

Tabela 1.1: Estados do tipo do charmônio medidos nas fábricas de B . Na segunda coluna estão listados os mecanismos de produção de acordo com o processo, isto é, de cima para baixo: decaimento do méson B , em seguida processo ISR , fusão de dois fôtons, e finalmente duplo charm. Na terceira e quarta colunas, respectivamente, estão listados os modos de decaimento e as Colaborações experimentais.

Estado	Modo de Produção	Modo de Decaimento	Experimento
$X(3872)$	$B \rightarrow K X(3872)$	$J/\psi\pi\pi$	Belle [6], Babar[7]
$Y(4140)$	$B \rightarrow K Y(4140)$	$J/\psi\phi$	CDF[8]
$Y(3930)$	$B \rightarrow K Y(3930)$	$J/\psi\omega$	Belle[9]
$Y(4260)$	$e^+e^- \rightarrow \gamma_{ISR} Y(4260)$	$J/\psi\pi\pi$	Babar
$Y(4360)$	$e^+e^- \rightarrow \gamma_{ISR} Y(4260)$	$J/\psi\pi\pi$	BaBar[10], Belle[11]
$Y(4660)$	$e^+e^- \rightarrow \gamma_{ISR} X(4660)$	$\psi'\pi\pi$	Belle[11]
$X(3915)$	$\gamma\gamma \rightarrow X(3915)$	$J/\psi\omega$	Belle[9], BaBar[12]
$X(4350)$	$\gamma\gamma \rightarrow X(4350)$	$J/\psi\phi$	Belle[13]
$Z(3930)$	$\gamma\gamma \rightarrow Z(3930)$	$J/\psi\omega$	Belle[14]
$X(3940)$	$e^+e^- \rightarrow X(3940)J/\psi$	$D^*\bar{D} J/\psi$	Belle[15]
$X(4160)$	$e^+e^- \rightarrow X(4160)J/\psi$	$D^*\bar{D}^* J/\psi$	Belle[15]

Alguns poucos estados listados na Tabela 1.1 encaixam-se no espectro do charmônio como um simples $c\bar{c}$. Por exemplo, da Tabela somente o $X(3915)$ pode ser entendido como uma estrutura usual do charmônio. Uma estrutura convencional do charmônio acima do limiar de massa de dois mésons charmosos, $2M_D$, deve decair em pares de mésons D . Contudo, a maioria dos estados da Tabela 1.1 é observado no decaimento em J/ψ acompanhado por píons. Além disso, as previsões dos modelos de potencial para a massa e modos de decaimento estão em desacordo com os das estruturas da Tabela 1.1. Isso desencadeou uma intensa discussão a respeito da constituição de quarks desses estados, e por conta das características mencionadas acima, eles tem sido considerados estados exóticos. Na linguagem dos hadrons, um estado exótico está associado a uma configuração de quarks que não pode ser entendida como estados quark-antiquark ou de três quarks.

Embora o modelo de quarks classifique os hadrons como mésons ou bárions, a QCD não proíbe a existência de estados de quarks que vão além dessas configurações, como por exemplo, estados com quatro quarks, chamados de tetraquarks, desde que tal configuração tenha carga de cor nula, isto é, o estado deve ser singuleto de cor.

Com a proliferação dos estados XYZ desde 2003 e as dificuldades de encaixá-los no espectro do charmônio como um simples $c\bar{c}$, a discussão a respeito da natureza exótica desses estados tornou-se cada vez mais constante e vêm atraindo cada vez mais atenção dos teóricos. O entendimento da estrutura dos estados XYZ bem como de seus mecanismos de produção e decaimento, é extremamente desafiador. E pode ser a resposta definitiva a respeito da confirmação da existência de estados exóticos.

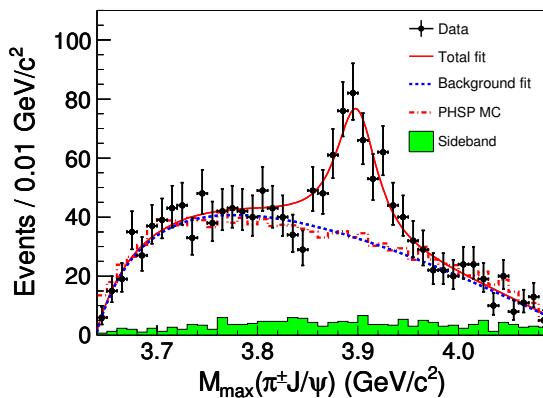


Figura 1.5: Distribuição de massa invariante do par π^+J/ψ , isto é, $M_{inv}(\pi^+J/\psi)$, no processo $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-J/\psi$.

Na tentativa de explicar propriedades dos estados XYZ muitos modelos foram propostos pelos teóricos: tetraquarks, moléculas, híbridos, hadro-charmônio e glue-balls. A configuração de tetraquarks se dá de duas maneiras: uma considera quatro quarks com carga de cor nula, formando uma espécie de sacola de um par de di-quark, qq , e anti-di-quark, $\bar{q}\bar{q}$ [17]. A outra seria uma interpretação molecular, isto é, os quatro quarks formam pares de mésons interagindo de modo a formarem um estado ligado semelhante à configuração do deutério já que a maioria dos estados XYZ possuem valores de massa próxima do limiar méson-méson [18, 19, 20]. Outras configurações possíveis são o hadro-charmônio [21] e o charmônio híbrido [22].

Apesar das propriedades da maioria dos estados XYZ não serem explicadas pelo modelo de quarks não se tem ainda uma resposta conclusiva se os estados XYZ são de fato exóticos ou não. Um bom indício da existência de estados exóticos que não

A Figura 1.5 foi extraída da Ref. [16].

deixaria dúvidas, seria a observação de estados carregados na região de massa do charmônio, pois, como não se pode ter uma configuração $c\bar{c}$ com carga elétrica, um estado com carga teria obrigatoriamente uma configuração exótica. Em 2008, a Colaboração Belle mediou um estado do tipo do charmônio com massa $m = 4433 \pm 2 \pm 2$ MeV e largura $\Gamma = 45^{+18+30}_{-13-13}$ MeV denominado $Z^+(4430)$ [23]. Este seria o primeiro estado XYZ com carga elétrica, e portanto, um forte candidato a exótico. Porém, a Colaboração BaBar não encontrou nenhum sinal condizente com este estado, e portanto, para o $Z^+(4430)$ se estabelecer como um estado exótico, carecia de confirmação experimental por parte das demais colaborações. No entanto, foi somente em 2013 e 2014 que as colaborações Belle e LHCb respectivamente confirmaram a observação do $Z^+(4430)$ além de seus prováveis números quânticos J^P , iguais a 1^+ . Além do $Z^+(4430)$, mais dois estados carregados também foram observados pela Colaboração Belle em 2008, o $Z^+(4051)$ e o $Z^+(4248)$ [24]. Entretanto, nenhum deles foi de fato confirmado pelas demais colaborações.

No entanto, o cenário mudou quando em 2013 a Colaboração BESIII anunciou a observação de uma estrutura carregada com massa no entorno de 3900 MeV após análise da distribuição de massa invariante do par $J/\psi\pi^\pm$, $M_{inv}(J/\psi\pi^\pm)$ no canal de decaimento $Y(4260) \rightarrow J/\psi\pi^+\pi^-$, como mostra a Fig. 1.5 [16]. Essa estrutura foi denominada de $Z_c(3900)$, e foi ao mesmo tempo também observada pela Colaboração Belle [25] e pelos autores da Ref. [26] usando os dados da Colaboração CLEO-c.

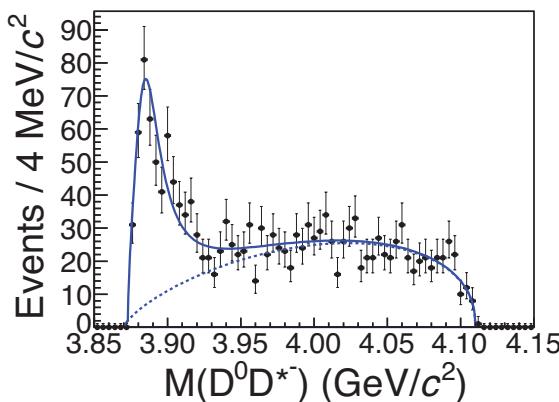


Figura 1.6: Distribuição de massa invariante do par $D^0 D^{*-}$ no processo $e^+e^- \rightarrow \pi^\pm(D\bar{D}^*)^\mp$.

Posteriormente, a Colaboração BESIII ao estudar o canal $e^+e^- \rightarrow \pi^\pm(D\bar{D}^*)^\mp$ observou dois picos associados à distribuição de massa invariante dos pares D^0D^{*-} e $D^+\bar{D}^{*0}$ mostrados, respectivamente nas Figs. 1.6 e 1.7 [27]. Esses picos, segundo a Colaboração BESIII estão associados a uma estrutura carregada, $Z_c^\pm(3885)$, cuja massa e largura são $M = 3883.9 \pm 4.5$ MeV e $\Gamma = 24.8 \pm 12$ MeV. Alguns teóricos acreditam que o $Z_c^\pm(3900)$ e o $Z_c^\pm(3885)$ possam ser o mesmo estado vistos em canais diferentes.

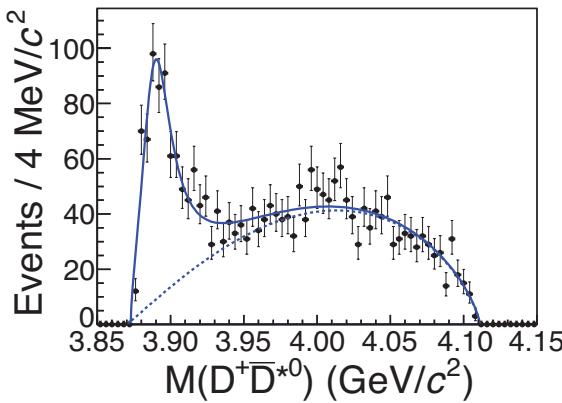


Figura 1.7: Distribuição de massa invariante do par $D^+\bar{D}^{*0}$ no processo $e^+e^- \rightarrow \pi^\pm(D\bar{D}^*)^\mp$.

Portanto, os estados XYZ são alvo de intensa investigação experimental nos laboratórios espalhados pelo mundo, sua natureza como tetraquarks, moléculas de mésons, híbridos, hadro-charmônio, glueballs reacendeu o debate sobre a existência de estados exóticos uma vez que, como mencionado anteriormente, a QCD não proíbe o aparecimento desses estados na natureza. Entendê-los será um importante passo na compreensão do espectro da QCD. Com o objetivo de encaixá-los em algum modelo exótico, muitas técnicas de cálculo foram empregadas para testar se através de um ou outro modelo, propriedades desses estados como massa, mecanismos de produção, largura de decaimento dentre outras, pudessem ser reproduzidas. Dentre essas técnicas as mais comuns são as Regras de Soma da QCD, QCD na Rede e Teorias Efetivas. Dentre essas, acredita-se que a QCD na rede possa nos dar a solução final para o problema do espectro, no entanto, ela ainda está dando seus

As Figs. 1.6 e 1.7 foram extraídas da Ref. [27].

primeiros passos, e ainda não se tem resultados significativos com relação aos estados XYZ .

Nesta tese utilizamos as Regras de Soma da QCD para estudar esses sistemas ditos exóticos. O método das regras de soma da QCD foi originalmente proposto por Shifman, Vainshtein e Zakharov. A idéia da técnica das regras de soma da QCD é aproximar o problema do estado fundamental na QCD partindo do lado da liberdade assintótica, ou seja, começar com pequenas distâncias, regime de altas energias, e se encaminhar para grandes distâncias, baixas energias, onde os efeitos de confinamento se tornam importantes, a liberdade assintótica deixa de valer e as ressonâncias aparecem como reflexo do fato de que os quarks e glúons estão permanentemente confinados dentro dos hadrons. Os efeitos não perturbativos, devidos ao vácuo físico, são introduzidos através dos condensados de quarks e glúons. A introdução desses efeitos e o uso da transformada de Borel é que permite estender o domínio padrão da QCD perturbativa para valores de Q^2 da ordem da massa do nucleon.

Esta tese está dividida em duas partes, onde vamos investigar alguns dos estados ditos XYZ , que são possíveis estados exóticos do charmônio. Na Parte I, aplicamos a técnica das Regras de Soma da QCD para extraírmos as propriedades hadrônicas tais como a massa e constante de acoplamento e, a partir desta, obtemos a largura de decaimento dos estados $Z_c^+(3900)$, $Z_{cs}^+(3970)$, $Y(4260)$ e $Y(3940)$. Na Parte II, fazemos uso de técnicas de Teorias Efetivas para investigarmos a geração dinâmica de ressonâncias e estados ligados a partir das interações $D\bar{D}^*$, $D^*\bar{D}^*$, $B\bar{B}^*$ e $B^*\bar{B}^*$. Nosso objetivo nessa parte é associar tais estados dinamicamente gerados com os estados $Z_c^+(4025)$, $Z_c^+(3900)$, $Z_b^+(10610)$ e $Z_b^+(10650)$. Para isso, organizamos este manuscrito da seguinte maneira: no Capítulo 2, introduzimos a técnica das Regras de Soma da QCD, discutindo em detalhes os principais aspectos dela. Além disso, discutimos como aplicar essa técnica no cálculo de observáveis, em particular, a massa, constante de decaimento, constante de acoplamento e a largura de decaimento de sistemas hadrônicos. Em seguida no Capítulo 3, aplicando as RSQCD, discutimos os resultados obtidos para a massa e a largura dos estados $Z_c^+(3900)$ e

seu parceiro estranho, o $Z_{cs}^+(3970)$, considerando-os como estados tetraquarks. No Capítulo 4, os mesmos observáveis são discutidos agora para os sistemas $Y(4260)$ e o $Y(3940)$ supondo que eles sejam descritos por uma mistura charmônio-tetraquark. As considerações finais a respeito dessa parte são o conteúdo do Capítulo 5. Uma breve introdução sobre as técnicas de Teorias Efetivas é feita no Capítulo 6, enfatizando o uso das Lagrangianas da Simetria Oculta de Calibre Local (HGS) para o estudo das interações PV e VV , isto é, entre mésons pseudo-escalares e vetoriais e vetoriais com vetoriais, respectivamente. Os resultados sobre as interações no setor do charme $D\bar{D}^*$ e $D^*\bar{D}^*$ são apresentados no Capítulo 7. Em seguida, no Capítulo 8 mostramos a extensão desses resultados para o setor do bottom e, com isso, investigamos as interações $B\bar{B}^*$ e $B^*\bar{B}^*$. Finalmente, nossas considerações finais a respeito desses estudos formam o conteúdo do Capítulo 9.

CAPÍTULO 2

REGRAS DE SOMA DA QCD

Neste capítulo vamos introduzir em detalhes a técnica das Regras de Soma da QCD, discutindo seus pontos principais, suas vantagens e desvantagens. O objetivo é extrair observáveis hadrônicos tais como massa, constantes de decaimento, fatores de forma e constantes de acoplamento, para investigar, nos próximos capítulos, os novos estados descobertos pelas colaborações experimentais na região de massa do charmônio.

2.1 Introdução

A técnica das Regras de Soma da QCD, RSQCD, foi desenvolvida pelos físicos Shifman, Vainshtein e Zakharov em 1978 [28], e consiste numa técnica analítica de cálculo não-perturbativo, isto é, ela leva em conta os aspectos da QCD na região de baixas energias, na ordem da escala do tamanho do hadrônio, $R_{had} \approx 1/\Lambda_{QCD}$, onde o uso de teoria de perturbação torna-se inviável. As RSQCD conectam observáveis hadrônicos com parâmetros da QCD. Isso ocorre por meio do uso de relações de dispersão que conectam intervalos distintos de momento dos hadrons. Com isso, podemos extraír informações a respeito de propriedades de sistemas hadrônicos tais como massa, acoplamento, fatores de forma e constantes de decaimento. Inicialmente, tais propriedades eram obtidas somente para mésons, e sua extensão para

bárions foi feita por Ioffe três anos depois [29]. Existem na literatura muitos livros [30, 31, 32, 33] e artigos diversos de revisão discutindo os aspectos iniciais [34, 35], extensões para outros tipos de sistemas envolvendo a matéria nuclear [36, 37], e aplicações das RSQCD em sistemas leves e pesados [38, 39, 40, 41].

Especificamente, o método está apoiado no Princípio da Dualidade Quark-Hádron. Segundo esse princípio, existe uma região em Q^2 (momento Euclideano) onde há uma equivalência entre duas diferentes abordagens na descrição de um hádron. Tal diferença reside nos graus de liberdade considerados: em uma delas, leva-se em conta os graus de liberdade da QCD, isto é, os campos de quarks e glúons, enquanto que na outra, os hádrons fazem o papel de campos fundamentais. À primeira damos o nome de Lado da OPE, do inglês *Operator Product Expansion*, devido ao uso da Expansão em Produto de Operadores de Wilson, enquanto a última é comumente chamada de Lado Fenomenológico.

Uma das vantagens das Regras de Soma reside em ser uma técnica analítica, que contempla simultaneamente os aspectos da QCD em altas e baixas energias, isto é, podemos fazer uso do ferramental teórico da QCD perturbativa, enquanto os aspectos não-perturbativos do vácuo da QCD aparecem como parâmetros, por construção. Além disso, não existem parâmetros adicionais a serem levados em conta se comparada à outras técnicas de cálculo não-perturbativo, como é o caso da Teoria de Perturbação Quiral, CHPT (*Chiral Perturbation Theory*). Contudo, uma das desvantagens das RSQCD está no uso de algumas aproximações durante o cálculo da função de correlação tanto do Lado da QCD quanto do Lado Fenomenológico. Como consequência, isso acarreta um acúmulo de fontes de incerteza. Abaixo listamos algumas dessas fontes [42]

- Truncamento da OPE;
- Fatorização dos operadores de dimensões superiores;
- Seleção do intervalo na massa de Borel para o estabelecimento da equivalência entre os Lados da OPE e Fenomenológico.

Ao longo deste capítulo vamos discutir em mais detalhes sobre as aproximações

e, por conseguinte, as incertezas nas RSQCD. A seguir vamos discutir o papel da função de correlação, que é o ponto de partida do cálculo de qualquer parâmetro hadrônico em Regras de Soma da QCD.

2.2 A função de correlação nas Regras de Soma

As funções de correlação tem um papel muito importante em Teoria Quântica de Campos, TQC, pois, ela é o ponto de partida para o cálculo de observáveis físicos tais como seções de choque e larguras de decaimento. No caso de uma função de correlação de dois pontos, ela é definida como

$$\langle 0 | T\{\phi(x)\phi(y)\} | 0 \rangle , \quad (2.1)$$

onde T representa o ordenamento temporal entre os campos, enquanto $|0\rangle$ representa o estado fundamental da teoria interagente que nas RSQCD, denota o vácuo da QCD. A interpretação física da função de correlação está associada à amplitude para uma partícula ou uma excitação propagar-se de um ponto y até x . Considere o diagrama da Fig. 2.1, onde o estado inicial e final representam um hadrôn H , composto de dois quarks, com momento q . A amplitude associada ao diagrama da Fig. 2.1 é típica de uma função de correlação de dois pontos, que em RSQCD é usada para calcular massa (em nosso exemplo, a massa do hadrôn H) e constante de decaimento, e é definida por

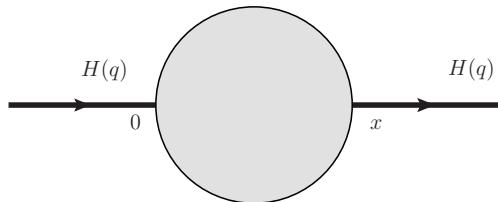


Figura 2.1: Diagrama representando a amplitude calculada pela função de correlação de dois pontos.

$$\Pi(q) = i \int d^4x e^{iq \cdot x} \langle 0 | T\{j(x) j^\dagger(0)\} | 0 \rangle , \quad (2.2)$$

onde q representa o quadrimomento total e $j(x)$ é a chamada corrente interpolante. A corrente, por construção, é definida de tal maneira a descrever a estrutura do hadrôn em termos dos números quânticos dele bem como seu conteúdo de quarks. Em geral, os números quânticos a que ela se refere são o momento angular total, J , a paridade, P , e a conjugação de carga, C , usualmente denotados por J^{PC} . Por exemplo, o méson J/ψ possui $J^{PC} = 1^{--}$, e a corrente interpolante que descreve sua estrutura mesônica bem como seu conjunto de números quânticos é

$$j_\mu(x) = \bar{c}_a(x)\gamma_\mu c_a(x), \quad (2.3)$$

onde “ a ” representa o índice de cor, e γ_μ as matrizes de Dirac, enquanto $c_a(x)$ representa o campo spinorial associado com o quark charm. Essa corrente representa uma estrutura com conteúdos de quarks $c\bar{c}$, o mesmo do méson J/ψ .

Na técnica das Regras de Soma a função de correlação pode ser calculada em dois níveis diferentes: a nível fenomenológico e a nível de QCD. A nível fenomenológico, os hadrões são considerados como campos básicos e a corrente interpolante é o operador que cria e aniquila o hadrôn descrito por ela. É neste nível onde parâmetros fenomenológicos como massa, constante de decaimento e acoplamento dos hadrões são introduzidos no cálculo. Esse nível é chamado de Lado Fenomenológico. A nível de QCD, a corrente interpolante é definida em termos dos campos de quarks e glúons, que são agora os graus de liberdade fundamentais. Através do uso da Expansão em Produto de Operadores de Wilson (OPE) podemos lidar com a estrutura complexa do vácuo da QCD de tal modo que os aspectos não-perturbativos dela são parametrizados por valores esperados no vácuo (VEV). Estes VEV’s são chamados de condensados, e mais adiante entraremos em mais detalhes a respeito disso. Esse nível é chamado de Lado da OPE ou QCD. A Regra de Soma é obtida quando igualamos ambas descrições da função de correlação, e como é do Lado Fenomenológico que estão os parâmetros hadrônicos, podemos extrair dessa igualdade seus valores em termos do ferramental técnico da QCD.

2.3 A OPE: expansão em produto de operadores

O cálculo da função de correlação usando os campos de quarks e glúons como graus de liberdade é feito a partir da Expansão em Produto de Operadores locais (OPE). A OPE foi originalmente formulada pelo físico Kenneth G. Wilson [43] em 1969 de modo a descrever analiticamente a estrutura do vácuo da QCD. Ela define muito bem a separação entre as contribuições da física de curto e longo alcance. Considere a função de correlação abaixo,

$$\Pi(q) = i \int d^4x e^{iq \cdot x} \langle 0 | T\{j(x) j^\dagger(0)\} | 0 \rangle , \quad (2.4)$$

Note que os operadores $j(x)$ e $j^\dagger(0)$ estão definidos em pontos distintos do espaço-tempo. Podemos expandir o produto temporalmente ordenado acima em termos de um conjunto completo de operadores locais, ou seja, a função de correlação definida pela Eq. (2.4) pode ser expandida da seguinte maneira

$$i \int d^4x e^{iq \cdot x} \langle 0 | T\{j(x) j^\dagger(0)\} | 0 \rangle = \sum_{d=0}^{\infty} C_d(q^2) \langle \hat{O}_d \rangle , \quad (2.5)$$

onde $\langle \hat{O}_d \rangle = \langle 0 | \hat{O}_d(0) | 0 \rangle$, d é a dimensão das funções $C_d(q^2)$ e dos operadores locais $\hat{O}_d(0)$. As funções $C_d(q^2)$ são chamadas de coeficientes de Wilson, e é nelas que está contida a informação a respeito da física de curto alcance, e por esta razão, podem ser obtidos perturbativamente. Por outro lado, os operadores locais $\hat{O}_d(0)$ descrevem a física não-perturbativa, isto é, os aspectos não-perturbativos do vácuo da QCD, e são esses operadores que dão origem aos condensados. Explicitamente, a soma no lado direito da Eq. (2.5) até a dimensão seis é escrita como:

$$\underbrace{i \int d^4x e^{iq \cdot x} \langle 0 | T\{j(x) j^\dagger(0)\} | 0 \rangle}_{\Pi^{OPE}(q^2)} = C_0(q^2) \hat{1} + C_3(q^2) \langle \bar{q}q \rangle + C_4(q^2) \langle g_s^2 G^2 \rangle + C_5(q^2) \langle \bar{q}Gq \rangle + C_6 \langle \bar{q}q\bar{q}q \rangle . \quad (2.6)$$

Os coeficientes, $C_0(q^2)$, $C_1(q^2)$, ..., são inteiramente determinados pela estrutura do produto de operadores. Isto é, a escolha de uma dada corrente descrevendo a es-

trutura de quarks de um hadrón específico determina completamente essas funções. Isso implica que diferentes partículas com mesmo conjunto de números quânticos, isto é, descritos pela mesma corrente, possuem as mesmas funções $C_d(q^2)$. Os VEV's denotados acima por $\langle\bar{q}q\rangle$, $\langle g_s^2 G^2 \rangle$, $\langle\bar{q}Gq\rangle$, $\langle\bar{q}q\bar{q}q\rangle$, são os condensados que seriam nulos no vácuo perturbativo e, portanto, num cálculo perturbativo somente o operador unitário na expansão da Eq. (2.6) contribuiria. Esses condensados são chamados, respectivamente, condensado de quarks, condensado de glúons, condensado misto e condensado de quatro quarks. Nas Regras de Soma, eles são os condensados mais conhecidos e de mais baixa dimensão. Escritos explicitamente, temos

$$\begin{aligned}\langle\bar{q}q\rangle &= \langle 0 | : \bar{q}(0)q(0) : | 0 \rangle , \\ \langle g_s^2 G^2 \rangle &= \langle 0 | : g_s^2 G_{\mu\nu}^A(0)G^{A\mu\nu}(0) : | 0 \rangle , \\ \langle\bar{q}Gq\rangle &= \langle 0 | : \bar{q}(0)g_s\sigma_{\mu\nu}G^{A\mu\nu}(0)q(0) : | 0 \rangle , \\ \langle\bar{q}q\bar{q}q\rangle &= \langle 0 | : \bar{q}(0)q(0)\bar{q}(0)q(0) : | 0 \rangle .\end{aligned}\tag{2.7}$$

Como veremos adiante, esses condensados que parametrizam os efeitos não-perturbativos do vácuo da QCD, surgem naturalmente na OPE. Seus valores não podem ser obtidos simplesmente de cálculos analíticos e, portanto, recorremos a métodos indiretos para obtê-los. Por exemplo, o valor numérico do condensado de quarks, denotado por $\langle\bar{q}q\rangle$, é estimado usando a hipótese de Corrente Axial Parcialmente Conservada - PCAC, do inglês Partially Conserved Axial Current [44], através da equação

$$\langle\bar{q}q\rangle = -\frac{m_\pi^2 f_\pi^2}{2(m_u + m_d)},\tag{2.8}$$

onde m_π e f_π representam a massa e a constante de decaimento do píon, respectivamente, enquanto m_u e m_d , as massas dos quarks u e d . Portanto, inserindo os valores para esses parâmetros, isto é, $m_\pi = 138$ MeV, $f_\pi = 132$ MeV, e $m_u + m_d \approx 14$ MeV na Eq. (2.8), obtemos

$$\langle\bar{q}q\rangle = -(0.228 \text{ GeV})^3.\tag{2.9}$$

Agora, vamos mostrar como calcular os coeficientes de Wilson e mostrar também como os condensados surgem no cálculo da OPE. Uma maneira de calcular os termos dessa expansão é através do uso do Teorema de Wick. Segundo esse teorema, para um produto temporalmente ordenado de dois operadores de campo como, por exemplo, $q_a(x)$ e $\bar{q}_b(0)$, com os q 's representando campos fermiônicos, temos

$$\langle 0 | T\{\bar{q}_a(x)q_b(0)\} | 0 \rangle = \langle 0_p | T\{q_a(x)\bar{q}_b(0)\} | 0_p \rangle + \langle 0 | : q_a(x)\bar{q}_b(0) : | 0 \rangle , \quad (2.10)$$

com $|0_p\rangle$ representando o vácuo perturbativo, enquanto $|0\rangle$ está associado ao vácuo da teoria interagente. O símbolo “ $::$ ” denota o produto normal, isto é, o produto onde os operadores de aniquilação estão à direita dos operadores de criação. No vácuo perturbativo o segundo termo do lado direito da Eq. (2.10) seria nulo. Contudo, estamos supondo que o vácuo físico, isto é, o vácuo da QCD contém efeitos onde tal produto se torna diferente de zero. O primeiro termo do lado direito de (2.10) é a definição de propagador perturbativo, isto é,

$$S_{ab}^P = \langle 0 | T\{q_a(x)\bar{q}_b(0)\} | 0 \rangle . \quad (2.11)$$

Com isso, a Eq. (2.10) pode ser reescrita como

$$S_{ab}(x) = S_{ab}^P(x) + \langle 0 | : q_a(x)\bar{q}_b(0) : | 0 \rangle . \quad (2.12)$$

O cálculo da OPE é feito no regime de curtas distâncias e, com isso, podemos expandir em torno de $x = 0$ o produto normal no segundo termo da Eq. (2.12), obtendo

$$\begin{aligned} : q_a(x)q_b(0) : &= : q_a(0)\bar{q}_b(0) : + x_\mu : (\partial^\mu q_a(x)|_{x=0}) \bar{q}_b(0) : \\ &+ \frac{1}{2} x_\mu x_\nu : (\partial^\mu \partial^\nu q_a(x)|_{x=0}) \bar{q}_b(0) : + \dots \end{aligned} \quad (2.13)$$

O condensado de quarks será dado pelo termo dominante da expansão após calcularmos o valor esperado no vácuo da QCD, isto é (mais detalhes são dados nas

Refs. [45, 46, 47, 48, 49, 50])

$$\langle 0 | : q_a(0) \bar{q}_b(0) : | 0 \rangle = -\frac{1}{12} \langle \bar{q}q \rangle \delta_{ab}. \quad (2.14)$$

Podemos também considerar o segundo termo da expansão acima, obtendo

$$x_\mu \langle 0 | : (\partial^\mu q_a(x)|_{x=0}) \bar{q}_b(0) : | 0 \rangle = \frac{1}{48} m_q \langle \bar{q}q \rangle \not{x}. \quad (2.15)$$

Esses termos ditos não-perturbativos acrescentam correções ao propagador perturbativo $S_{ab}^P(x)$. Portanto, no cálculo da função de correlação no Lado da OPE, devemos levar em conta o propagador perturbativo e o não-perturbativo, este último com origem no segundo termo da Eq. (2.12). Dessa forma, ambas contribuições da física de curto e longo alcance são consideradas. Logo abaixo escrevemos a expressão completa do propagador para quarks leves ($q = u, d, s$) utilizado nas RSQCD, e os detalhes do cálculo pode ser encontrado nas Refs. [49, 45, 46, 47],

$$\begin{aligned} S_{ab}^q(x) &= \frac{i \delta_{ab}}{2\pi^2 x^4} \not{x} - \frac{m_q \delta_{ab}}{4\pi^2 x^2} \\ &- \frac{t_{ab}^A g G_{\mu\nu}^A}{32 \pi^2} \left[\frac{i}{x^2} (\not{x} \sigma^{\mu\nu} + \sigma^{\mu\nu} \not{x}) - m_q \sigma^{\mu\nu} \ln(-q^2) \right] \\ &- \frac{\delta_{ab} \langle \bar{q}q \rangle}{12} + \frac{i \delta_{ab}}{48} m_q \langle \bar{q}q \rangle \not{x} - \frac{x^2 \delta_{ab}}{2^6 3} \langle \bar{q}g\sigma.Gq \rangle \\ &+ \frac{i x^2 \delta_{ab}}{2^7 3^2} m_q \langle \bar{q}g\sigma.Gq \rangle. \end{aligned} \quad (2.16)$$

Em geral, o propagador para os quarks leves, $q = u, d, s$, é escrito no espaço das coordenadas, enquanto o propagador para os quarks pesados, $S_{ab}^Q(p)$ com $Q = c, b$, é por conveniência expresso no espaço dos momentos, dado por

$$S_{ab}^Q(p) = \frac{i \delta_{ab} (\not{p} + m_Q)}{p^2 - m_Q^2} - \frac{i t_{ab}^A g G_{\mu\nu}^A [\sigma_{\mu\nu}(\not{p} + m_Q) + (\not{p} + m_Q)\sigma_{\mu\nu}]}{(p^2 - m_Q^2)^2}. \quad (2.17)$$

A representação diagramática de cada um dos termos dos propagadores definidos nas Eqs. (2.16) e (2.17) pode ser vista no Apêndice A. Através dessa representação podemos organizar o cálculo da OPE, construindo através deles os diagramas rele-

vantes seguindo uma ordem ditada pela dimensão dos coeficientes de Wilson bem como de seus respectivos operadores locais. O cálculo desses diagramas permitem obtermos os coeficientes de Wilson ($C_d(q^2)$) da expansão.

Para entendermos o papel desses propagadores no cálculo da OPE, tomemos como exemplo uma corrente mesônica do tipo $j(x) = \bar{q}_a(x)\mathcal{O}q_a(x)$, onde $q(x)$ é o campo de quarks leves enquanto \mathcal{O} pode assumir qualquer uma das matrizes $\mathcal{O} = 1, \gamma_\mu, \gamma_5, \gamma_\mu\gamma_\nu, \gamma_\mu\gamma_5$. Substituindo essa corrente na função de correlação de dois pontos, temos

$$\Pi(q) = i \int d^4x e^{iq \cdot x} \langle 0 | T\{(\bar{q}_a(x)\mathcal{O}q_a(x)) (\bar{q}_b(0)\mathcal{O}'q_b(0))\} | 0 \rangle. \quad (2.18)$$

O produto temporalmente ordenado pode ser escrito da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} \langle 0 | T\{(\bar{q}_{a,i}(x)\mathcal{O}_{ij}q_{a,j}(x)) (\bar{q}_{b,l}(0)\mathcal{O}'_{lm}\bar{q}_{b,m}(0))\} | 0 \rangle &= \mathcal{O}_{ij}\mathcal{O}'_{lm}S_{ab,jl}^q(x)S_{ba,mi}^q(-x) \\ &= \mathcal{O}_{ij}S_{ab,jl}^q(x)\mathcal{O}'_{lm}S_{ba,mi}^q(-x) \\ &= \text{Tr}[\mathcal{O}S_{ab}^q(x)\mathcal{O}'S_{ba}^q(-x)], \end{aligned} \quad (2.19)$$

onde “ i, j, l, m ” são índices de Dirac e $S_{ab}^q(x)$ é o propagador completo, isto é, a soma do propagador perturbativo com o não-perturbativo para quarks leves, definido pela Eq. (2.16). Com isso a função de correlação de dois pontos fica,

$$\Pi(q) = i \int d^4x e^{iq \cdot x} \text{Tr}[\mathcal{O}S_{ab}^q(x)\mathcal{O}'S_{ba}^q(-x)]. \quad (2.20)$$

Portanto, para escrevermos a expansão (2.6) para a função de dois pontos (2.20), devemos calcular os coeficientes $C_d(q^2)$ de cada ordem da OPE até a dimensão desejada. Para isso, a cada ordem na OPE usamos o termo do propagador completo correspondente a ela e, através da representação diagramática dele, construímos os diagramas que contribuem para o cálculo de cada coeficiente. Por exemplo, o primeiro termo da expansão (2.6), que corresponde ao operador unitário $\hat{O}_0 = \hat{1}$, é o chamado termo perturbativo. Para obtermos seu coeficiente de Wilson $C_0(q^2)$,

substituímos em (2.20) o termo perturbativo do propagador dado pela Eq. (2.16). Dessa forma, temos

$$\Pi^{OPE}(q) = i \int d^4x e^{iq \cdot x} \text{Tr}[\mathcal{O} S_{ab}^P(x) \mathcal{O}' S_{ba}^P(-x)]. \quad (2.21)$$

De acordo com a representação diagramática do propagador perturbativo (ver Apêndice A), podemos construir o diagrama da Fig. 2.2 que contribui para o cálculo de $C_0(q^2)$. Para obtermos este coeficiente, vamos considerar por exemplo que $\mathcal{O} = \gamma_\mu$, portanto, substituindo explicitamente o propagador perturbativo (neste exemplo, tomamos $m_q = 0$), obtemos

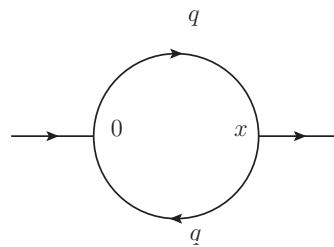


Figura 2.2: Diagrama correspondente ao coeficiente $C_0(q^2)$ associado ao termo perturbativo.

dice A), podemos construir o diagrama da Fig. 2.2 que contribui para o cálculo de $C_0(q^2)$. Para obtermos este coeficiente, vamos considerar por exemplo que $\mathcal{O} = \gamma_\mu$, portanto, substituindo explicitamente o propagador perturbativo (neste exemplo, tomamos $m_q = 0$), obtemos

$$\Pi^{pert}(q) = \left[\underbrace{-\frac{12i}{(2\pi^2)^2} \int d^4x \frac{e^{iq \cdot x}}{(x^2)^4} (2x_\mu x_\nu - x^2 g_{\mu\nu})}_{C_0(q^2)} \right] \hat{1}. \quad (2.22)$$

Resolvendo a integral acima (consultar Apêndice C), chegamos ao resultado abaixo

$$C_0(q^2) = \frac{1}{16\pi^2} (q^4 g_{\mu\nu} + q^2 q_\mu q_\nu) \log(-q^2) + P(q^2), \quad (2.23)$$

onde $P(q^2)$ é um polinômio que não contribui para o cálculo uma vez que, como veremos mais adiante, estamos interessados na parte imaginária de $C_0(q^2)$, o que é possível graças à presença do termo $\log(-q^2)$. Além disso, como será discutido na Seção 2.5, a aplicação da Transformada de Borel em polinômios em q^2 resulta em zero. Analogamente, podemos obter o coeficiente da ordem seguinte $C_3(q^2)$ (dimensão 3). Neste caso, temos duas contribuições: uma segue da substituição do

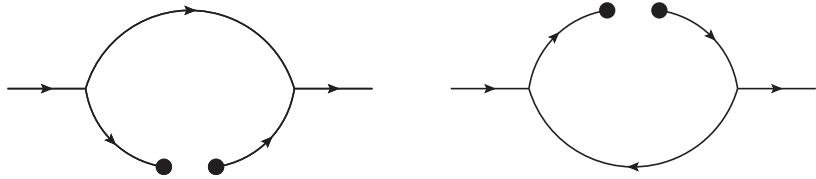


Figura 2.3: Diagramas correspondentes ao coeficiente $C_3(q^2)$ do condensado de quarks $\langle\bar{q}q\rangle$.

termo perturbativo do propagador (2.16) em $S_{ab}^q(x)$ da Eq. (2.20), e o termo em (2.16) associado ao condensado de quarks em $S_{ab}^q(-x)$. Substituindo o termo do propagador que corresponde ao condensado de quarks em $S_{ab}^q(x)$, e em $S_{ab}^q(-x)$ o termo perturbativo, temos a segunda contribuição possível. Ambas situações estão ilustradas pelos diagramas da Fig. 2.3. Explicitamente, temos

$$\Pi^{\langle\bar{q}q\rangle}(q) = \left[\underbrace{\frac{3i}{24\pi^2} \int d^4x \frac{e^{iq\cdot x}}{(x^2)^2} \left(\text{Tr}[\gamma_\mu \not{p} \gamma_\nu] + \text{Tr}[\gamma_\mu \gamma_\nu \not{p}] \right)}_{C_3(q^2)} \right] \langle\bar{q}q\rangle. \quad (2.24)$$

Neste caso, o coeficiente $C_3(q^2)$ é igual a zero, o que acontece por que o traço contém um número ímpar de matrizes de Dirac. Seguindo os passos descritos acima, podemos obter os outros coeficientes de Wilson até a ordem desejada na OPE usando a representação diagramática de cada termo do propagador para construímos os diagramas que contribuem no cálculo desses coeficientes. Na Fig. 2.4, mostramos a OPE para a função de dois pontos com os coeficientes representados em termos dos diagramas.

2.3.1 O Lado da OPE ou QCD

Uma vez obtidos todos os coeficientes até a dimensão escolhida, uma maneira de facilitar a comparação com o Lado Fenomenológico e também acessar as contribuições do estado fundamental do sistema estudado, é escrevermos a função de correlação em termos de uma relação de dispersão, isto é,

$$\Pi^{OPE}(q^2) = \int_{s_{min}}^{\infty} ds \frac{\rho^{OPE}(s)}{s - q^2} + \text{termos de subtração}, \quad (2.25)$$

$$\begin{aligned}
& \text{Diagrama de loop simples} = \text{Diagrama de loop simples} \times \hat{1} + \left[\text{Diagrama de loop com quark e antiquark} + \text{Diagrama de loop com quark e antiquark} \right] \times \langle \bar{q}q \rangle + \\
& + \left[\text{Diagrama de loop com quark e antiquark} + \text{Diagrama de loop com quark e antiquark} + \text{Diagrama de loop com quark e antiquark} \right] \times \langle g_s^2 G^2 \rangle + \\
& + \left[\text{Diagrama de loop com quark e antiquark} + \text{Diagrama de loop com quark e antiquark} + \text{Diagrama de loop com quark e antiquark} + \text{Diagrama de loop com quark e antiquark} \right] \times \langle \bar{q}Gq \rangle + \dots
\end{aligned}$$

Figura 2.4: OPE para a função de dois pontos, Eq. (2.20): o primeiro termo corresponde ao termo perturbativo que é dado pelo produto entre o coeficiente $C_0(q^2)$ (representado pelo diagrama) e o operador $\hat{1}$. Em seguida, temos o condensado de quarks, dado pelo coeficiente $C_3(q^2)$ (os dois diagramas seguintes ao primeiro) vezes o operador $\langle \bar{q}q \rangle$, e assim por diante até o condensado misto.

onde s_{min} está associado ao quadrado da soma das massas dos quarks que formam a estrutura do hadrôn estudo. Os termos de subtração serão eliminados após aplicarmos uma transformada chamada de Transformada de Borel cujos detalhes serão dados mais adiante ainda neste capítulo. A função $\rho^{OPE}(s)$ é definida como a soma das contribuições dos coeficientes e dos respectivos operadores, isto é, dos condensados tal que

$$\rho^{OPE}(q^2) = \frac{1}{\pi} \text{Im}[\Pi^{OPE}(q^2)]. \quad (2.26)$$

2.4 O Lado Fenomenológico

Como dito anteriormente, no Lado Fenomenológico a própria corrente interpolante representa o campo básico, isto é, ela é o campo fundamental que cria e aniquila o hadrôn que ela representa. A exemplo da seção anterior, também podemos escrever uma relação espectral para a função de correlação no Lado Fenomenológico que será comparada com a relação espectral obtida para o Lado da OPE. Tomemos como exemplo, a função de dois pontos Eq. (2.2) com a corrente $j(x)$ representando um há-

dron escalar, que após aplicarmos a definição de produto temporalmente ordenado, pode ser reescrita como,

$$\Pi(q) = i \int d^4x e^{iq \cdot x} \{ \langle 0 | \theta(x_0) j(x) j^\dagger(0) | 0 \rangle + \langle 0 | \theta(-x_0) j^\dagger(0) j(x) | 0 \rangle \}. \quad (2.27)$$

Dado que os hâdrons criados pela corrente $j(x)$ formam um conjunto completo, temos a seguinte relação de completeza

$$\hat{1} = \sum_h \int \frac{d^3 \vec{p}}{(2\pi)^3} \frac{1}{2p_0} |H(p)\rangle \langle H(p)|, \quad (2.28)$$

onde p é o quadrimomento do hâdron H . A soma engloba o estado fundamental bem como todos os seus estados ressonantes. Substituindo a relação de completeza acima, Eq. (2.28), entre as correntes na Eq. (2.27), temos

$$\begin{aligned} \Pi(q) &= i \int d^4x e^{iq \cdot x} \sum_h \int \frac{d^3 \vec{p}}{(2\pi)^3} \frac{1}{2p_0} \{ \theta(x_0) \langle 0 | j(x) | H(p) \rangle \langle H(p) | j^\dagger(0) | 0 \rangle \\ &\quad + \theta(-x_0) \langle 0 | j^\dagger(0) | H(p) \rangle \langle H(p) | j(x) | 0 \rangle \}. \end{aligned} \quad (2.29)$$

Podemos simplificar a expressão acima usando o operador translação $U = e^{ip \cdot x}$, que relaciona as correntes $j(x)$ e $j(0)$, através da seguinte igualdade

$$j(x) = e^{ip \cdot x} j(0) e^{-ip \cdot x}. \quad (2.30)$$

Com isso, a Eq. (2.29) pode ser reescrita como,

$$\begin{aligned} \Pi(q) &= i \int d^4x e^{iq \cdot x} \sum_h \underbrace{\int \frac{d^3 \vec{p}}{(2\pi)^2} \frac{1}{2p_0} \{ \theta(x_0) e^{-ip \cdot x} + \theta(-x_0) e^{ip \cdot x} \}}_{i\Delta_F(x)} \\ &\quad \times |\langle 0 | j(0) | H(p) \rangle|^2, \end{aligned} \quad (2.31)$$

onde $\Delta_F(x)$ é o propagador de Feynman, isto é,

$$\underbrace{\int \frac{d^3 \vec{p}}{(2\pi)^2} \frac{1}{2p_0} \{\theta(x_0) e^{-ip \cdot x} + \theta(-x_0) e^{ip \cdot x}\}}_{i\Delta_F(x)} = i \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \frac{e^{-ip \cdot x}}{p^2 - E_h^2 + i\epsilon}. \quad (2.32)$$

Neste ponto, é conveniente introduzirmos a seguinte identidade,

$$\int_0^\infty ds \delta(s - E_h^2) = 1, \quad (2.33)$$

em que a variável de integração s assume todos os valores do espectro de energia do hadrôn. Com isso, a Eq. (2.31) fica

$$\begin{aligned} \Pi(q) &= - \int_0^\infty ds \int d^4 x e^{iq \cdot x} \sum_h \Delta_F(x) |\langle 0 | j(0) | H(p) \rangle|^2 \delta(s - E_h^2) \\ &= - \int_0^\infty ds \sum_h \int d^4 p \frac{|\langle 0 | j(0) | H(p) \rangle|^2}{p^2 - s + i\epsilon} \delta(p - q) \delta(s - E_h^2) \\ &= - \int_0^\infty ds \int d^4 p \underbrace{\sum_h |\langle 0 | j(0) | H(p) \rangle|^2 \delta(s - E_h^2)}_{\rho(s)} \frac{\delta(p - q)}{p^2 - s + i\epsilon} \\ &= \int_0^\infty ds \frac{\rho(s)}{s - q^2 - i\epsilon}, \end{aligned} \quad (2.34)$$

onde a função $\rho(s)$ definida acima é a densidade espectral.

Em geral, nas RSQCD, estamos interessados em extrair as informações a respeito do estado fundamental e, neste ponto, é importante enfatizar que a densidade espectral, $\rho(s)$, usualmente pode ser separada em um pólo bem definido, que representa a massa do estado fundamental do hadrôn, e numa série de estados excitados associados ao contínuo de ressonâncias com massas maiores que a do pólo. Logo, a

densidade espectral, $\rho(s)$, é escrita como

$$\begin{aligned}
 \rho(s) &= |\langle 0 | j(0) | H_0(p_0) \rangle|^2 \delta(s - m_{H_0}^2) + \sum_{h \neq H_0} |\langle 0 | j(0) | H(p) \rangle|^2 \delta(s - E_h^2) \\
 &= \lambda^2 \delta(s - m_{H_0}^2) + \underbrace{\sum_{h \neq H_0} |\langle 0 | j(0) | H(p) \rangle|^2}_{\rho^{cont}(s)\theta(s-s_0)} \\
 &= \lambda^2 \delta(s - m_{H_0}^2) + \rho^{cont}(s)\theta(s - s_0), \tag{2.35}
 \end{aligned}$$

onde $m_{H_0}^2$ é a massa do estado fundamental, $\rho^{cont}(s)$ é a densidade espectral definida para o contínuo, s_0 o parâmetro que determina o valor a partir do qual o contínuo de ressonâncias contribui para a função de correlação, e λ parametriza o acoplamento da corrente com o estado fundamental H_0 . Substituindo a Eq. (2.35) na Eq. (2.34), obtemos

$$\Pi(q^2) = \frac{\lambda^2}{m_{H_0}^2 - q^2} + \int_0^\infty ds \frac{\rho^{cont}(s)}{s - q^2}. \tag{2.36}$$

Antes de escrevermos a expressão final da função de correlação para o Lado Fenomenológico, costuma-se fazer a a seguinte aproximação

$$\rho^{cont}(s) = \Theta(s - s_0) \rho^{OPE}(s), \tag{2.37}$$

onde se introduz o parâmetro s_0 que é definido como o limiar do contínuo. Com isso, o Lado Fenomenológico, $\Pi^{fen}(q^2)$ finalmente pode ser escrito como

$$\Pi^{fen}(q^2) = \frac{\lambda^2}{m_{H_0}^2 - q^2} + \int_{s_0}^\infty ds \frac{\rho^{OPE}(s)}{s - q^2}. \tag{2.38}$$

É esta equação que será comparada com a Eq. (2.25), isto é, com a função de correlação calculada no Lado da OPE.

2.5 A Transformada de Borel

Uma vez obtidos os Lados da OPE e Fenomenológico, segundo o Princípio da Dualidade Quark-Hádron, ambas descrições são equivalentes, isto é, $\Pi^{OPE} = \Pi^{fen}$, e como resultado dessa igualdade, extraímos os parâmetros hadrônicos de interesse. No entanto, essa igualdade não é exata, pois, ao longo do cálculo da função de correlação em ambos os lados, algumas aproximações foram feitas como, por exemplo, a Eq. (2.37), onde o termo associado à contribuição do contínuo de ressonâncias da densidade espectral do Lado Fenomenológico é considerado como sendo igual ao da OPE. Ainda no Lado Fenomenológico, estamos interessados em extrair as propriedades associadas ao estado fundamental e, para isso, é necessário diminuir a importância da contribuição do contínuo. Por outro lado, dado que a OPE é uma expansão, e que em geral, ela é válida exatamente no regime de altas energias, temos que garantir que a expansão seja ainda válida num intervalo intermediário em q^2 , para efeito de comparação com o Lado Fenomenológico. Em outras palavras, devemos garantir que as contribuições dos termos de dimensões mais altas sejam suficientemente pequenas para que possamos justificar o truncamento da série, garantindo deste modo, a convergência da OPE até a dimensão utilizada no cálculo. Portanto, através da Transformada de Borel [28, 34, 51], podemos lidar com tais problemas tornando a igualdade entre ambos os lados mais precisa. A Transformada de Borel é definida como

$$\beta[\Pi(Q^2)] = \Pi(M^2) = \lim_{\substack{Q^2, n \rightarrow \infty \\ \frac{Q^2}{n} = M^2}} \frac{(Q^2)^{n+1}}{n!} \left(-\frac{\partial}{\partial Q^2} \right)^n \Pi(Q^2), \quad (2.39)$$

com a razão Q^2/n fixa enquanto n e $Q^2 \rightarrow \infty$, e $Q^2 = -q^2$ é o momento no espaço euclidiano. M^2 é uma variável introduzida no cálculo chamada de massa de Borel.

Em geral, os termos de subtração no segundo termo do lado direito da Eq. (2.25), são polinômios em Q^2 . O efeito da Transformada de Borel em tais termos é

$$\beta[(Q^2)^k] = 0, \text{ para } k > 0, \quad (2.40)$$

dessa forma, eliminamos os termos de subtração que surgem como efeito do processo de renormalização. Dado que a OPE é uma soma na dimensão dos coeficientes, denotados por d_{C_d} e na dimensão do respectivos operadores, $d_{\hat{O}_d}$, a dimensão da função de correlação, d , será dada pela soma $d = d_{C_d} + d_{\hat{O}_d}$, logo, à medida em que termos de dimensão mais alta são levados em conta na expansão, a dimensão dos coeficientes diminui, assumindo inclusive dimensões negativas. Esses coeficientes são proporcionais a $1/(Q^2)^k$ e, aplicando a Transformada de Borel à eles, obtemos

$$\beta \left[\frac{1}{(Q^2)^k} \right] = \frac{1}{(k-1)!} \left(\frac{1}{M^2} \right)^{k-1}. \quad (2.41)$$

Como podemos notar, a Transformada de Borel introduz uma supressão factorial, reduzindo dessa forma, a importância dos termos de dimensões superiores, por conseguinte, melhorando a convergência da OPE.

Por outro lado, na função de correlação no Lado Fenomenológico, há a presença do termo $1/(s+Q^2)$. A Transformada de Borel desse termo resulta

$$\beta \left[\frac{1}{(s+Q^2)^k} \right] = e^{-s/M^2}. \quad (2.42)$$

Note que desse resultado, termos com alto momento são suprimidos exponencialmente, reforçando dessa maneira, a contribuição do pólo em relação ao contínuo.

Portanto, após a aplicação da Transformada de Borel em ambas as descrições da função de correlação, podemos fazer uso da igualdade entre elas, isto é, $\beta[\Pi^{fen}(M^2)] = \beta[\Pi^{OPE}(M^2)]$, de modo a extrair, com mais precisão, o parâmetro hadrônico de interesse.

2.6 Massa nas RSQCD

Aplicando a Transformada de Borel nas Eqs. (2.36) e (2.25), podemos usar o Princípio da Dualidade Quark-Hádron, obtendo assim, a seguinte Regra de Soma

dada pela igualdade

$$\lambda^2 e^{-m_{H_0}^2/M^2} + \int_{s_0}^{\infty} ds \rho^{OPE}(s) e^{-s/M^2} = \int_{s_{min}}^{\infty} ds \rho^{OPE}(s) e^{-s/M^2}. \quad (2.43)$$

Podemos reescrever o lado direito da Eq. (2.43) do seguinte modo

$$\int_{s_{min}}^{\infty} ds \rho^{OPE}(s) e^{-s/M^2} = \int_{s_{min}}^{s_0} ds \rho^{OPE}(s) e^{-s/M^2} + \int_{s_0}^{\infty} ds \rho^{OPE}(s) e^{-s/M^2}, \quad (2.44)$$

com a finalidade de cancelar os termos iguais da igualdade em (2.43), isto é, os termos cujas integrais possuem limites $\int_{s_0}^{\infty}$. Após os cancelamento de tais termos, a Eq. (2.43) pode ser reescrita como

$$\lambda^2 e^{-m_{H_0}^2/M^2} = \int_{s_{min}}^{s_0} ds \rho^{OPE}(s) e^{-s/M^2}. \quad (2.45)$$

Derivando ambos os lados de (2.45) com respeito a $1/M^2$, resulta

$$m_{H_0}^2 \lambda^2 = \int_{s_{min}}^{s_0} ds s \rho^{OPE}(s) e^{-s/M^2}. \quad (2.46)$$

Assim, para extraímos a massa, m_{H_0} , dividimos a Eq. (2.46) pela Eq. (2.45), obtendo deste modo, uma equação para a massa do hadrôn, dada por

$$m_{H_0}^2 = \frac{\int_{s_{min}}^{s_0} ds s \rho^{OPE}(s) e^{-s/M^2}}{\int_{s_{min}}^{s_0} ds \rho^{OPE}(s)}. \quad (2.47)$$

Uma vez obtida a massa, podemos substituir o valor na Eq. (2.45) de modo a extrair o valor de λ .

2.7 A Janela de Borel e a Estabilidade das RSQCD

Como dito anteriormente, o Princípio da Dualidade Quark-Hádron afirma que para uma dada região em Q^2 podemos igualar os Lados da OPE e Fenomenológico de modo a extrair o parâmetro hadrônico de interesse. Devido à Transformada de Borel, o quadrimomento $Q^2 \rightarrow M^2$ e, portanto, a região que devemos procurar para estabelecermos a comparação entre as duas descrições da função de correlação, é aquela definida pela massa de Borel. À essa região em M^2 onde podemos garantir a confiabilidade das RSQCD damos o nome de Janela de Borel. Ela é composta de um valor mínimo, M_{min} e um máximo, M_{max} . A seguir vamos apresentar alguns critérios que nos permite determiná-los.

2.7.1 O valor mínimo da massa de Borel, M_{min}

O valor mínimo da massa de Borel está associado com o valor para o qual ainda podemos garantir a convergência da OPE. Portanto, o valor mínimo da massa de Borel será definido como o valor abaixo do qual a OPE apresenta problemas de convergência. Como exemplo, considere a OPE obtida para o sistema que representa a mistura Charmonium-Tetraquark que será estudado no Capítulo 4, ilustrada na Fig. 2.5 como função da massa de Borel. O primeiro termo está dividido pela soma das contribuições de todos os termos até dimensão oito. Já o segundo, está somado pela contribuição seguinte na OPE, e também dividido por todos os termos novamente até dimensão oito, e assim por diante, até que se chegue na dimensão desejada.

Note que pela Fig. 2.5, para valores abaixo de $M_B^2 = 2,0$ GeV, a adição de cada novo termo da OPE não contribui cada vez menos como acontece para o outro extremo do gráfico, isto é, não apresenta um padrão de convergência. Portanto, para fixarmos o valor mínimo da massa de Borel, M_{min}^2 , em geral é adotado o seguinte critério definido pela equação

$$\left| \frac{\text{OPE somada até dim n-1}(M_{min}^2)}{\text{contribuição total}(M_{min}^2)} \right| = 0.85, \quad (2.48)$$

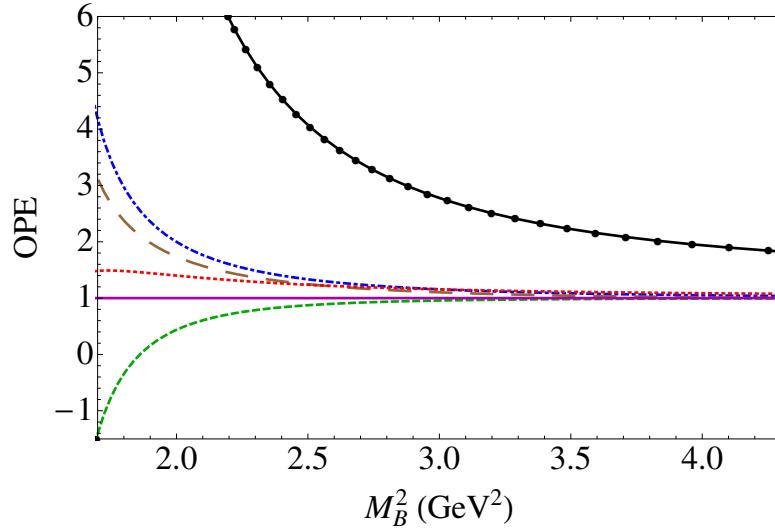


Figura 2.5: Convergência da OPE para o sistema formado pela mistura Charmonium-Tetraquark. Cada plot está associado com as contribuições relativas iniciando com a contribuição perturbativa (linhas com círculo), e cada uma das outras linhas representam a contribuição relativa após adicionarmos um condensado a mais na expansão: $+\langle\bar{q}q\rangle$ (linha ponto-tracejada), $+\langle G^2 \rangle$ (traço longo), $+\langle\bar{q}g\sigma.Gq\rangle$ (linha pontilhada), $+\langle\bar{q}q\rangle^2$ (linha tracejada) e $+\langle\bar{q}q\rangle\langle\bar{q}g\sigma.Gq\rangle$ (linha sólida).

ou seja, a contribuição do condensado de dimensão mais alta é menor ou igual à 15% da contribuição total. Note pela Fig. 2.5, que esse critério é satisfeito para valores de $M_B^2 \geq 2,4$ GeV, logo, o valor mínimo da massa de Borel é fixado em $M_B^2 = 2,4$ GeV.

2.7.2 O valor máximo da massa de Borel, M_{max}

Como o objetivo das RSQCD é extrair informações a respeito do pólo, é crucial que a integral definindo a relação de dispersão seja dominada pela contribuição do pólo em relação ao contínuo. No caso da função de dois pontos, por exemplo, podemos testar a dominância do pólo partindo da Eq. (2.25), separando os limites

de integração da seguinte maneira,

$$\Pi(q^2)^{polo} = \int_{s_{min}}^{s_0} ds \frac{\rho^{OPE}(s)}{s - q^2} + \text{termos de subtração}, \quad (2.49)$$

$$\Pi(q^2)^{cont} = \int_{s_0}^{\infty} ds \frac{\rho^{OPE}(s)}{s - q^2} + \text{termos de subtração}. \quad (2.50)$$

Como já sabemos, os termos de subtração são eliminados após aplicarmos uma Transformada de Borel, o que resulta em

$$\beta \left[\Pi(q^2)^{polo} \right] = \int_{s_{min}}^{s_0} ds \rho^{OPE}(s) e^{-s/M^2}, \quad (2.51)$$

$$\beta \left[\Pi(q^2)^{cont} \right] = \int_{s_0}^{\infty} ds \rho^{OPE}(s) e^{-s/M^2}. \quad (2.52)$$

Feito isso, podemos avaliar as contribuições do pólo e do contínuo separadamente definindo

$$\text{Pólo} = \frac{\int_{s_{min}}^{s_0} ds \rho^{OPE}(s) e^{-s/M^2}}{\int_{s_{min}}^{s_0} ds \rho^{OPE}(s) e^{-s/M^2} + \int_{s_0}^{\infty} ds \rho^{OPE}(s) e^{-s/M^2}}, \quad (2.53)$$

enquanto para o contínuo temos

$$\text{Contínuo} = \frac{\int_{s_0}^{\infty} ds \rho^{OPE}(s) e^{-s/M^2}}{\int_{s_{min}}^{s_0} ds \rho^{OPE}(s) e^{-s/M^2} + \int_{s_0}^{\infty} ds \rho^{OPE}(s) e^{-s/M^2}}. \quad (2.54)$$

Na Fig. 2.6, podemos ver como exemplo, as Eqs. (2.53) e (2.54) plotadas como função da massa de Borel, na figura denotada por M_B^2 , para a estrutura $Y(4260)$ estudada no Capítulo 4.

Como estamos interessados em selecionar um valor máximo da massa de Borel em que valores abaixo dele garantam que as contribuições do pólo sejam maiores

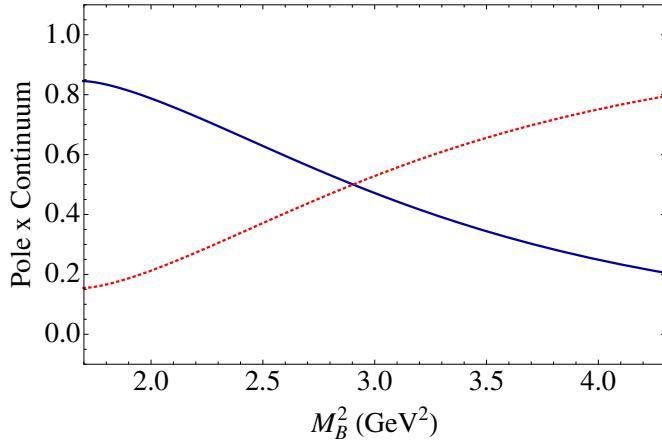


Figura 2.6: Contribuição do pólo, Eq. (2.53), representada pela linha sólida e a contribuição do contínuo, Eq. (2.54), linha pontilhada para a estrutura $Y(4260)$ estudada na Capítulo 4 como uma mistura Charmonium-Tetraquark. As contribuições se igualam para $M^2 = 2, 90$ GeV.

que as do contínuo, definimos M_{max}^2 como sendo o valor onde ambas contribuições se igualam, pois, a partir desse valor, as contribuições do contínuo dominam. É seguindo esse critério que fixamos o valor máximo do intervalo da Janela de Borel.

2.7.3 A estabilidade do parâmetro hadrônico com M^2

Definida a Janela de Borel, podemos garantir que dentro desse intervalo na massa de Borel, o parâmetro hadrônico de interesse seja ele a massa ou a constante de acoplamento, possui dependência mínima em M^2 . De fato, a massa de Borel é um parâmetro que é introduzido nas RSQCD devido à Transformada de Borel, e não há nenhuma razão física para que, por exemplo, a massa do hadrônio estudado via RSQCD dependa desse parâmetro. Em qualquer cálculo em RSQCD os critérios estabelecidos acima devem ser satisfeitos para que se possa obter uma regra de soma confiável. Nas condições ideais, isto é, caso a OPE não fosse truncada e tivéssemos assumido as aproximações de caráter fenomenológico, não deveria haver qualquer dependência da massa com a massa de Borel. Portanto, o papel da Janela de Borel nas RSQCD é de fato garantir que o parâmetro hadrônico calculado seja o mais independente possível de M^2 , caracterizando uma regra de soma confiável.

2.8 A Constante de Acoplamento e a Largura nas RSQCD

A largura de decaimento de um processo onde uma partícula A decai em outras duas partículas B e C , isto é, $A \rightarrow BC$ é obtida integrando a equação

$$d\Gamma = \frac{1}{m_A} \frac{1}{4\pi^2} |\mathcal{M}|^2 d_2(PS), \quad (2.55)$$

onde m_A é a massa da partícula que decai, enquanto $d_2(PS)$ é o espaço de fase diferencial invariante de Lorentz de duas partículas dado por

$$d_2(PS) = d^4 p_B d^4 p_C \delta^4(p_A - p_B - p_C) \delta^4(p_B^2 - m_B^2) \delta^4(p_C^2 - m_C^2) \theta(p_B)_0 \theta(p_C)_0, \quad (2.56)$$

em que p_A , p_B e p_C são os quadrimomentos das partículas A , B e C , respectivamente. m_A , m_B e m_C são as massas dessas partículas. Na Eq. (2.55), \mathcal{M} é a amplitude invariante cuja forma é determinada a partir da regra de Feynman obtida de uma dada densidade de Lagrangiana \mathcal{L} descrevendo o vértice de interação. A amplitude invariante é proporcional à constante de acoplamento g_{ABC} no vértice. Assim, para obtermos o valor da largura de decaimento Γ de um processo $A \rightarrow BC$, temos que saber o valor dessa constante. É neste ponto que entra a técnica das RSQCD no cálculo de larguras de decaimento. Sendo as partículas A , B e C hadrons, partindo da função de três pontos também chamada função de vértice, podemos determinar através das RSQCD o valor da constante de acoplamento entre eles e, consequentemente, o valor da largura de decaimento do processo onde o hadron A decai em outros dois B e C .

2.9 A função de correlação de três pontos

Para determinarmos a constante de acoplamento via RSQCD, temos primeiramente que definir a função de três pontos para o vértice, como o da Fig. 2.7, em que

os hadrons H_1 , H_2 e H_3 acoplam-se no vértice indicado pelo ponto na figura.

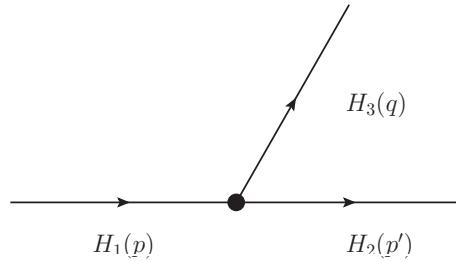


Figura 2.7: Vértice de interação entre os hadrons H_1 , H_2 e H_3 , onde p , p' e q representam os quadrimomentos associados a cada um deles, respectivamente.

Supondo que $j_{H_1}(x)$, $j_{H_2}(y)$ e $j_{H_3}(0)$ são as correntes interpolantes para os hadrons em questão, a função de correlação de três pontos no caso ilustrado pela Fig. 2.7, é escrita como

$$\Pi(p, p', q) = \int d^4x \int d^4y e^{ip' \cdot x} e^{iq \cdot y} \langle 0 | T\{j_{H_3}(x) j_{H_2}(y) j_{H_1}^\dagger(0)\} | 0 \rangle. \quad (2.57)$$

O mesmo raciocínio desenvolvido anteriormente para a função de dois pontos no que diz respeito ao Lado da OPE é válido para o caso da função de três pontos.

2.9.1 Lado da OPE para a função de três pontos

Considere, por exemplo, que as correntes interpolantes dos hadrons H_1 , H_2 e H_3 são dadas por

$$\begin{aligned} j_{H_1} &= \bar{q}_a^2 \Gamma_1 Q_a^1, \\ j_{H_2} &= \bar{q}_b^3 \Gamma_2 Q_b^1, \\ j_{H_3} &= \bar{q}_c^2 \Gamma_3 q_c^3, \end{aligned} \quad (2.58)$$

onde q representa o campo spinorial de quarks leves enquanto Q representa o dos quarks pesados. O sabor de ambos os campos é denotado por um dos índices 1, 2 ou 3. Os índices a , b e c são índices de cor. Γ_1 , Γ_2 e Γ_3 podem assumir qualquer uma das matrizes 1 , γ_μ , γ_5 , $i\gamma_\mu\gamma_5$, $\sigma_{\mu\nu}$ dependendo do tipo de hadron que ela descreve. Por exemplo, se $\Gamma_1 = \gamma_\mu$, a corrente j_{H_1} descreve um hadron vetorial. Para $\Gamma_1 = \gamma_5$,

temos j_{H_1} descrevendo um hadrôn pseudo-escalar. Logo, o caráter vetorial, escalar, pseudo-escalar ou axial das correntes interpolantes j_{H_1} , j_{H_2} e j_{H_3} segue diretamente da escolha de seus respectivos Γ 's. Dado que essas correntes possuem índices de Lorentz que seguem da escolha dos Γ 's, a estrutura tensorial da função de três pontos é dada pelo conjunto dos índices de Lorentz dessas correntes. Definidas as correntes, podemos substituí-las na Eq. (2.57), obtendo

$$\begin{aligned} \Pi(p, p', q) &= \int d^4x \int d^4y e^{ip' \cdot x} e^{iq \cdot y} \langle 0 | T\{\bar{q}_{c,i}^2(x) \Gamma_{3,ij} q_{c,j}^3(x) \bar{q}_{b,k}^3(y) \Gamma_{2,kl} Q_{b,l}^1(y) \\ &\quad \times \bar{q}_{a,m}^2(0) \Gamma_{1,mn} Q_{a,n}^1(0)\} | 0 \rangle, \end{aligned} \quad (2.59)$$

onde a exemplo do caso para a função de dois pontos, Eq. (2.19), i, j, k, l, \dots são índices de Dirac. Portanto, usando o Teorema de Wick para calcularmos o ordenamento temporal e a definição de propagador dada pela Eq. (2.11), a Eq. (2.59) pode ser reescrita como

$$\Pi(p, p', q) = - \int d^4x \int d^4y e^{ip' \cdot x} e^{iq \cdot y} \text{Tr} [S_{ac}^{q_2}(-x) \Gamma_3 S_{cb}^{q_3}(x-y) \Gamma_2 S_{ba}^{Q_1}(y) \Gamma_1]. \quad (2.60)$$

A função de três pontos acima corresponde a um diagrama como o da Fig. 2.8. Uma vez escrita na forma acima, Eq. (2.60), podemos escrever a OPE para a função de três pontos determinando seus coeficientes de Wilson e com isso, determinar o Lado da QCD na Regra de Soma. Analogamente ao que fizemos para o caso da função de

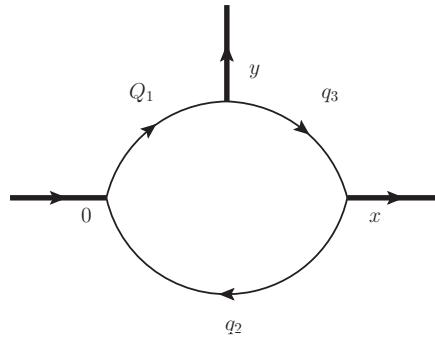


Figura 2.8: Diagrama representado pela função de correlação de três pontos dada na Eq. (2.60).

dois pontos, os coeficientes de Wilson são determinados substituindo na Eq. (2.60) o

propagador completo usado nas RSQCD. Dessa forma, uma série de diagramas que nos auxiliam nos cálculos desses coeficientes podem ser construídos. Na Fig. 2.9, mostramos a OPE para a função de três pontos, Eq. (2.60), em termos dos diagramas construídos a partir dos propagadores (2.16) e (2.17), seguindo a ordem na OPE.

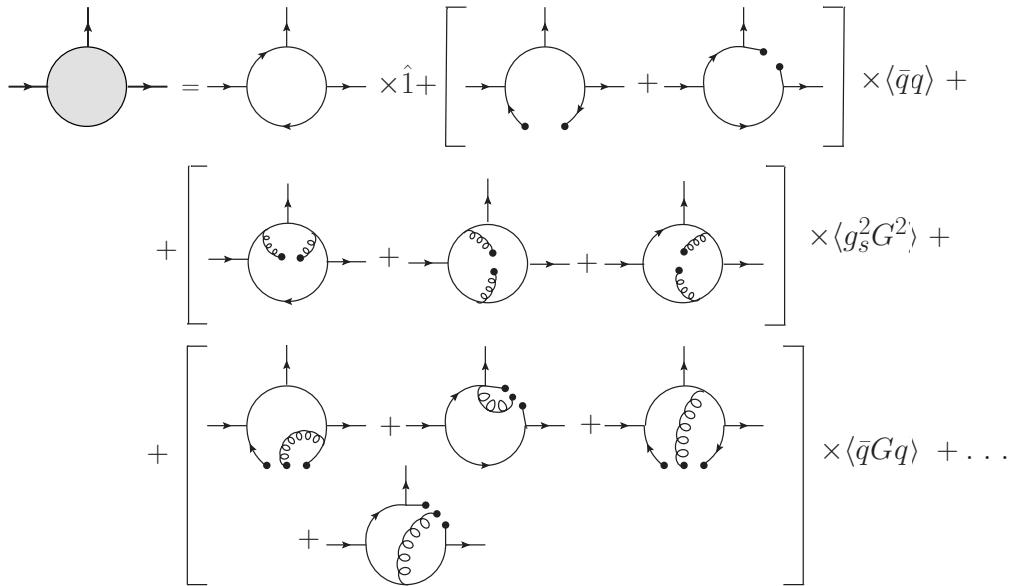


Figura 2.9: OPE para a função de três pontos, Eq. (2.60): o primeiro termo corresponde ao termo perturbativo, dado pelo produto entre o coeficiente $C_0(q^2)$ e o operador $\hat{1}$, em seguida, temos o condensado de quarks, dado pelo coeficiente $C_3(q^2)$ vezes o operador $\langle\bar{q}q\rangle$, e assim por diante.

Quando estudamos decaimento de sistemas mesônicos ditos exóticos, a corrente interpolante (a j_{H_1} de nossa discussão acima, por exemplo) possui uma estrutura do tipo Tetraquarks ou Molecular e com isso, os diagramas da Fig. 2.9 assumem uma forma completamente diferente. Os diagramas agora são como os da Fig 2.10. Apesar da diferença entre a forma desses diagramas, os da Fig. 2.10 são construídos da mesma maneira que os anteriores. A diferença entre eles se dar em virtude da presença de um propagador a mais na função de três pontos para o novo caso. Para mostrar isso, considere agora que a corrente interpolante j_{H_1} definida na Eq. (2.58) tenha a seguinte forma

$$j_{H_1} = [\bar{Q}_a^2 \Gamma_1 q_a^3] [\bar{q}_d^3 \Gamma'_1 Q_d^1]. \quad (2.61)$$

Substituindo a nova expressão para a corrente j_{H_1} na Eq. (2.57) com as definições

Figura 2.10: OPE para a função de três pontos, Eq. (2.60): o primeiro termo corresponde ao termo perturbativo, dado pelo produto entre o coeficiente $C_0(q^2)$ e o operador $\hat{1}$, em seguida, temos o condensado de quarks, dado pelo coeficiente $C_3(q^2)$ vezes o operador $\langle \bar{q}q \rangle$, e assim por diante.

de j_{H_2} e j_{H_3} dadas pela (2.58), novamente aplicando o Teorema de Wick e usando também a Eq. (2.11), a função de três pontos agora assume a seguinte forma

$$\begin{aligned} \Pi(p, p', q) &= \int d^4x \int d^4y e^{ip' \cdot x} e^{iq \cdot y} \text{Tr} \left[\Gamma_3 S_{ca}^{q_3}(x) \Gamma_1 S_{ac}^{Q_2}(-x) \right] \\ &\times \text{Tr} \left[\Gamma_2 S_{bd}^{Q_1}(y) \Gamma'_1 S_{db}^{q_3}(-y) \right], \end{aligned} \quad (2.62)$$

onde temos o produto de dois traços de dois propagadores cada. A presença de um propagador a mais na função de três pontos em comparação com a Eq. (2.60) altera a forma do diagrama: o propagador $S_{ca}^{q_3}(x)$ no primeiro traço em (2.62) indica a propagação de 0 a x do quark q_3 , enquanto $S_{ac}^{Q_2}(-x)$ representa a propagação do quark pesado Q_2 de x até 0. Esse primeiro traço constitui a primeira “pétila” do diagrama. Por outro lado, no segundo traço temos os propagadores $S_{bd}^{Q_1}(y)$, onde o quark Q_1 é propagado de 0 a y , e $S_{db}^{q_3}(-y)$ indicando a propagação do quark q_3 de y até 0. Estes dois últimos constituem a segunda pétila do diagrama.

Por simplicidade, neste caso, estamos considerando Q^2 em vez de q^2 .

2.9.2 Lado Fenomenológico da função de três pontos

Para o Lado Fenomenológico, a função de três pontos para o vértice da Fig. 2.7 é dada por

$$\Pi^{fen}(p, p', q) = \langle 0 | T\{j_{H_3}(p') j_{H_2}(q) j_{H_1}^\dagger(p)\} | 0 \rangle . \quad (2.63)$$

Inserindo um conjunto completo de estados hadrônicos entre os operadores de corrente na Eq. (2.63), podemos reescrevê-la como

$$\begin{aligned} \Pi^{fen}(p, p', q) &= \langle 0 | j_{H_3}(p') | H_3(p') \rangle \frac{i}{p'^2 - m_{H_3}^2} \langle H_3(p') | j_{H_2}(q) | H_1(p) \rangle \\ &\times \frac{i}{p^2 - m_{H_1}^2} \langle H_1(p) | j_{H_1}^\dagger(p) | 0 \rangle . \end{aligned} \quad (2.64)$$

Em geral, os elementos de matrizes acima como o $\langle 0 | j_{H_3} | H_3(p') \rangle$, por exemplo, são parametrizados em termos da constante de acoplamento ou pela massa ou ainda do produto entre elas e, dependendo da natureza da corrente interpolante, também pelo vetor de polarização. As parametrizações usuais para mésons vetoriais, pseudoescalares, axiais e axiais-vetoriais, respectivamente, são

$$\begin{aligned} \langle 0 | j_\mu^V | V \rangle &= m_V f_V \epsilon_\mu , \\ \langle 0 | j_5^P | P \rangle &= f_P \frac{m_P^2}{m_q} , \\ \langle 0 | j_\mu^A | A \rangle &= i f_P p_\mu , \\ \langle 0 | j_\mu^A | A \rangle &= m_A f_A \epsilon_\mu , \end{aligned} \quad (2.65)$$

onde ϵ_μ , p_μ são respectivamente os vetores de polarização e quadrimomento dos mésons que eles representam enquanto m_q é a massa do quark leve. Para o elemento de matriz $\langle H_3(p') | j_{H_2}(q) | H_1(p) \rangle$, podemos usar a “crossing symmetry” para reescrevê-lo como $\langle 0 | j_{H_2} | H_1(p) H_3(-p') \rangle$. Com isso, inserimos um conjunto completo entre o

operador de corrente $j_{H_2}(q)$ e o ket $|H_1(p)H_3(-p')\rangle$, obtendo

$$\begin{aligned}\langle H_3(p')|j_{H_2}(q)|H_1(p)\rangle &= \langle 0|j_{H_2}|H_2(q)\rangle \frac{i}{q^2 - m_{H_2}^2} \langle H_2(q)|H_3(-p')H_1(p)\rangle \\ &= \langle 0|j_{H_2}|H_2(q)\rangle \frac{i}{q^2 - m_{H_2}^2} \langle H_2(q)H_3(p')|H_1(p)\rangle,\end{aligned}\quad (2.66)$$

onde o elemento de matriz $\langle H_2(q)H_3(p')|H_1(p)\rangle$ representa a transição $H_1 \rightarrow H_2 H_3$, logo, ele está relacionado com a amplitude \mathcal{M} mencionada na Seção 2.8. Para calcular esse elemento de matriz devemos conhecer a Lagrangiana que descreve a interação entre os hadrons H_1 , H_2 e H_3 . Via de regra, a amplitude \mathcal{M} é dada em termos da constante de acoplamento definida na Lagrangiana bem como do produto dos quadrimomentos dos hadrons com os índices de Lorentz do correlator. Genericamente podemos escrevê-la como

$$\langle H_2(q)H_3(p')|H_1(p)\rangle = g_{H_1H_2H_3}(q^2)f(p^2, p'^2, q^2)T_i,\quad (2.67)$$

onde T_i representa as estruturas tensoriais já mencionadas anteriormente. Definimos acima o fator de forma em lugar da constante de acoplamento, todavia, esta pode ser obtida diretamente daquele. Ela é definida como o valor do fator de forma no valor da massa do hadron, isto é, $g_{H_1H_2H_3}(Q^2 = -m_{H_2}^2)$. A função de três pontos nas RSQCD fornecem resultados válidos numa região de Q^2 positiva. Portanto, para atingirmos a posição do pólo na região $Q^2 < 0$, devemos extrapolar os resultados das RSQCD para essa região. Isso é feito por meio de uma função válida em todo o domínio de Q^2 , que representa o fator de forma, que reproduz os resultados das RSQCD em sua região de validade. Ao longo dos próximos capítulos, discutiremos um pouco mais sobre esse procedimento. Portanto, substituindo (2.66) na Eq. (2.64) e levando em conta a (2.67), obtemos

$$\begin{aligned}\Pi^{fen} &= \underbrace{\frac{f_{H_1}f_{H_2}f_{H_3}f(p^2, p'^2, q^2)g_{H_1H_2H_3}(q^2)}{(p^2 - m_{H_1}^2)(p'^2 - m_{H_3}^2)(q^2 - m_{H_2}^2)} T_i}_{\Pi_i^{fen}(p^2, p'^2, q^2)} \\ &= \Pi_i^{fen}(p^2, p'^2, q^2) T_i,\end{aligned}\quad (2.68)$$

onde adotamos a seguinte parametrização genérica para os elementos de matrizes

$$\begin{aligned}\langle 0 | j_{H_3} | H_3(p') \rangle &= f_{H_1} \\ \langle H_2(q) | j_{H_2} | 0 \rangle &= f_{H_2} \\ \langle H_1(p) | j_{H_1}^\dagger | 0 \rangle &= f_{H_3}.\end{aligned}\tag{2.69}$$

Na Eq. (2.68), explicitamos somente a contribuição do pólo para a função de três pontos no Lado Fenomenológico. Por outro lado, podemos escrevê-la em termos de uma dupla relação de dispersão e, por meio de modelos para a função espectral $\rho(s, u, q^2)$, podemos levar em conta alguns efeitos da contribuição dos estados do contínuo. Nesta Tese, vamos seguir o modelo proposto pelos autores da Ref. [35]. Segundo eles, a dupla relação de dispersão para a Eq. (2.57) no Lado Fenomenológico é dada por

$$\Pi^{fen} = \int ds \int du \frac{\rho(s, u, Q^2)}{(s - p^2)(u - p'^2)},\tag{2.70}$$

onde a função $\rho(s, u, q^2)$ tem a seguinte forma

$$\begin{aligned}\rho(s, u, q^2) &= a \delta(s - m_{H_1}^2) \delta(s - m_{H_3}^2) + b \delta(s - m_{H_1}^2) \theta(u - u_0) \\ &+ c \delta(u - m_{H_3}^2) \theta(s - s_0) + \rho^{cont}(s, u, Q^2) \theta(s - s_0) \theta(u - u_0),\end{aligned}\tag{2.71}$$

onde s_0 já foi definido anteriormente e u_0 também representa o limiar do contínuo associado com o hadrôn H_3 . A definição de ρ na Eq. (2.71) leva em conta algumas situações cinemáticas. O primeiro termo representa a situação em que os hadrões H_1 e H_3 estão no estado fundamental, enquanto H_2 está fora da camada de massa, com quadrimomento Euclidiano Q^2 arbitrário. A situação representada pelo segundo termo é aquela em que o hadrôn H_1 novamente encontra-se no estado fundamental, porém, o hadrôn H_3 não, de modo que somente suas excitações encontram-se no vértice. Situação contrária à esta é descrita no terceiro termo, onde somente as excitações de H_1 tomam parte no vértice, enquanto H_3 agora, está no estado

fundamental. Finalmente, o último termo está associado com a situação em que todos os hadrons H_1 , H_2 e H_3 estão excitados. Portanto, substituindo a Eq. (2.71) e identificando a nesta equação como o pôlo dado na Eq. (2.68), obtemos

$$\begin{aligned} \Pi^{fen} &= \frac{f_{H_1} f_{H_2} f_{H_3} f(p^2, p'^2, q^2) g_{H_1 H_2 H_3}(q^2)}{(p^2 - m_{H_1}^2)(p'^2 - m_{H_3}^2)(q^2 - m_{H_2}^2)} T_i \\ &- \frac{1}{4\pi^2} \left[\frac{1}{m_{H_1}^2 - p^2} \int_{u_0}^{\infty} du \frac{b(u, q^2)}{(u - p'^2)} \right. \\ &\left. + \frac{1}{m_{H_3}^2 - p'^2} \int_{s_0}^{\infty} ds \frac{c(s, q^2)}{(s - p^2)} \right] T_i + \int_{s_0}^{\infty} ds \int_{u_0}^{\infty} du \frac{\rho_i^{cont}(s, u, q^2)}{(s - p^2)(u - p'^2)}, \end{aligned} \quad (2.72)$$

O segundo e o terceiro termos da Eq. (2.72) representam as chamadas transições pôlo-contínuo [35, 52]. As funções $b(s, q^2)$ e $c(s, q^2)$ são funções desconhecidas que contribuem para as transições pôlo-contínuo dos hadrons H_1 e H_3 , respectivamente. Elas podem ser determinadas adotando um modelo como o utilizado na Ref. [47]. Nos trabalhos descritos nesta tese, definimos essas transições através de uma função $B(Q^2)$ que após a aplicação da Transformada de Borel é suprimida pela exponencial e^{-s_0/M^2} , onde s_0 é o limiar do contínuo definido no caso da função de dois pontos.

2.9.3 A Regra de Soma

Determinados os lados Fenomenológico e da OPE, podemos obter a seguinte Regra de Soma, numa dada estrutura tensorial T_i

$$\Pi_i^{fen}(p^2, p'^2, q^2) = \Pi_i^{OPE}(p^2, p'^2, q^2). \quad (2.73)$$

Nas aplicações das RSQCD a serem discutidas ao longo dos próximos capítulos, os sistemas de interesse são aqueles nos quais um dos hadrons envolvidos no vértice é descrito por uma corrente com estrutura exótica. Como consequência disso, a função invariante Π_i^{OPE} é função somente dos quadrimomentos p'^2 e q^2 . Neste caso,

a Regra de Soma fica

$$\Pi_i^{fen}(p^2, p'^2, q^2) = \Pi_i^{OPE}(p'^2, q^2), \quad (2.74)$$

onde de um lado temos uma função de três variáveis, o Lado Fenomenológico, enquanto do outro, no Lado da OPE, temos uma função de apenas duas. Para tornar a relação acima possível, devemos encontrar um vínculo de tal modo que o Lado Fenomenológico seja função das variáveis p'^2 e q^2 . Via de regra, nos próximos capítulos vamos estabelecer a relação $p^2 = p'^2$ como esse vínculo. Dessa forma temos uma Regra de Soma em que ambos os lados apresentam funções somente dos quadrímentos p'^2 e q^2 .

Uma vez estabelecido o vínculo acima, podemos aplicar uma Transformada de Borel para melhorar o casamento entre os Lados Fenomenológico e da OPE. Dado que da Regra de Soma na Eq. (2.74) desejamos extrair o fator de forma $g_{H_1 H_2 H_3}(Q^2)$ como função de Q^2 , onde $Q^2 = -q^2$, a única variável que nos sobra é p^2 , logo, aplicamos uma única Transformada de Borel no momento p^2 em ambos os lados da Regra de Soma (2.74) e, dessa forma, obtemos

$$\begin{aligned} \frac{f_{H_1} f_{H_2} f_{H_3} f(P^2, Q^2) g_{H_1 H_2 H_3}(Q^2)}{(Q^2 + m_{H_2}^2)} & \left(e^{-m_{H_1}^2/M^2} - e^{-m_{H_2}^2/M^2} \right) + B(Q^2) e^{-s_0/M^2} \\ &= \Pi_i^{OPE}(M^2, Q^2). \end{aligned} \quad (2.75)$$

Como resultado do modelo para os estados do contínuo discutidos na seção anterior, a Transformada de Borel no termo que representa as transições pólo-contínuo adiciona o fator de supressão e^{-s_0/M^2} . Para determinarmos uma equação para o fator de forma, devemos usar a Eq. (2.75) e sua derivada com relação a $1/M^2$ para eliminarmos $B(Q^2)$ dessas equações e, dessa forma, isolando $g_{H_1 H_2 H_3}(Q^2)$. Obtemos

$$g_{H_1 H_2 H_3}(Q^2) = \frac{(Q^2 + m_{H_2}^2) \left[s_0 \Pi_i^{OPE}(M^2, Q^2) + \frac{\partial}{\partial(1/M^2)} \Pi_i^{OPE}(M^2, Q^2) \right]}{\frac{f_{H_1} f_{H_2} f_{H_3}}{(m_{H_1}^2 - m_{H_3}^2)} \left[e^{-m_{H_1}^2/M^2} (s_0 - m_{H_1}^2) - e^{-m_{H_3}^2/M^2} (s_0 - m_{H_3}^2) \right]}. \quad (2.76)$$

A Eq. 2.76 é resolvida numericamente.

A constante de acoplamento é definida como o valor do fator de forma no pólo do hadrôn fora da camada de massa, isto é, $g_{H_1 H_2 H_3} = g_{H_1 H_2 H_3}(Q^2 = -m_{H_3}^2)$. O valor $Q^2 = -m_{H_3}^2$ está fora do domínio de validade das RSQCD, e para contornar esse problema, determinamos o fator de forma segundo uma função que fita os dados numéricos do lado direito da Eq. (2.75). Dessa forma, extrapolamos tal função para fora do domínio das RSQCD.

CAPÍTULO 3

ESTADOS EXÓTICOS DO CHARMÔNIO

Como já mencionamos anteriormente no capítulo introdutório desta tese, a idéia de estado exótico não é nova. Ela surgiu no fim dos anos 70 quando Jaffe, utilizando o modelo de sacola do MIT, propôs a existência de uma partícula denominada H [53]. Na Ref. [54] os autores propuseram a existência de moléculas hadrônicas formadas por mésons charmosos. No entanto, por conta da falta de resultados experimentais devido às limitações tecnológicas (os maquinários experimentais disponíveis até então, se limitavam à energias, em geral abaixo de 4 GeV), a idéia de estados exóticos permaneceu adormecida entre os teóricos. Como sabemos, já se conheciam todos os possíveis nove estados do Charmônio situados abaixo da linha de 4 GeV desde 1975, quase um ano após a descoberta experimental do J/ψ . Com o avanço da tecnologia, o advento de máquinas experimentais mais poderosas possibilitou observar todos esses nove estados do Charmônio, além de se poder realizar medidas acima do nível energético disponível anteriormente. Com isso, uma série de novos estados foram medidos na região de massa do Charmônio. Devido ao insucesso do modelo tradicional, a idéia de estados exóticos ganhou corpo e força nesses últimos anos, entre os teóricos principalmente, após o anúncio da descoberta de um estado carregado, chamado $Z_c^+(3900)$ [16]. Logo após o anúncio da descoberta do $Z_c^+(3900)$, a colaboração Belle [25] também encontrou um sinal que dizia respeito ao mesmo estado medido pela BESIII. Portanto, o $Z_c^+(3900)$ tornou-se o primeiro estado exótico me-

dido e confirmado experimentalmente por mais de uma colaboração experimental, e fortaleceu novamente a discussão de modelos exóticos.

Neste capítulo vamos apresentar os resultados da aplicação das RSQCD para o cálculo da massa e da largura de decaimento do $Z_c^+(3900)$, usando um modelo exótico tipo Tetraquark como opção possível para reproduzir essas propriedades. Fazemos também uma extensão desse estudo para prever a possível existência de seu parceiro estranho, proposto na Ref. [55]. Tal parceiro estranho é definido aqui como Z_{cs}^+ .

3.1 O estado carregado $Z_c^+(3900)$

O estado $Z_c^+(3900)$ foi observado pela colaboração BESIII no espectro de massa invariante, $M_{inv}(J/\psi \pi^\pm)$ no canal de decaimento do $Y(4260)$, isto é, $Y(4260) \rightarrow J/\psi \pi^+ \pi^-$ [16]. O mesmo sinal também foi confirmado pela colaboração Belle [25] bem como pela análise dos dados da colaboração CLEO-c [26]. É interessante ressaltar que, antes de sua constatação experimental, ele foi previsto teoricamente usando um mecanismo chamado *Initial Single Pion Emission*, ou simplesmente ISPE [56]. Tal mecanismo, é baseado no decaimento de estados excitados do Charmônio. No caso específico do Z_c^+ , um estado excitado do Charmônio, o $Y(4260)$, decai nos mésons D^* e \bar{D} com baixo momento após a emissão de um píon carregado. Da interação entre esses mésons, um J/ψ e um píon são produzidos como produto final de decaimento. O processo está ilustrado na Fig 3.1 [56]. Do cálculo da distribuição de massa invariante do par $J/\psi - \pi^+$, os autores observaram um pico associado à uma estrutura carregada no limiar de massa do $D^* \bar{D}/\bar{D}^* D$. Essa estrutura carregada seria mais tarde batizada como Z_c^+ .

A importância desse estado não se limita apenas à certeza experimental da existência de um estado exótico, mas além disso, abre caminho para a busca de outros novos estados carregados no setor do Botomônio. Como exemplo, considere a Fig. 3.2, onde uma comparação entre o espectro do Charmônio e Botomônio está

Esse esquema organizacional dos estados do Charmônio e Botomônio foi proposto na Ref. [57].

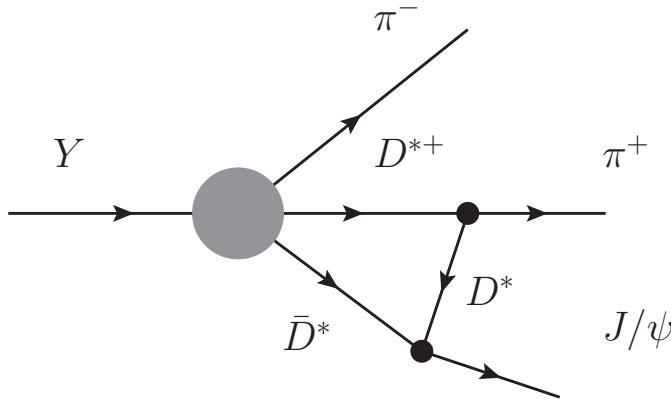


Figura 3.1: Esquema do mecanismo ISPE: o mésон $Y(4260)$ emite um píon deixando-o com baixo momento, e em seguida, decai nos mésons D^* e \bar{D} cuja interação produz um Charmônio e um píon.

esquematizada num intervalo de massa onde o $Z_c^+(3900)$ está situado.

As linhas horizontais representam a posição energética nos espectros, isto é, a massa dos estados, enquanto as quatro linhas verticais estão associadas com as diferenças entre as massas dos estados. Em particular, a posição na figura ocupada pelo $Z_c^+(3900)$ foi prevista em [56]. Anos mais tarde, os mesmos autores notaram que a diferença de massa correspondente à primeira excitação radial no setor do Charmônio, isto é, $M_{\Psi(2S)} - M_{\Psi(1S)} = 590$ MeV era numericamente similar à diferença entre o $Z^+(4430)$ e o $X(3872)$, $M_{Z^+(4430)} - M_{X(3872)} = 560$ MeV. Com isso, concluíram que o $Z^+(4430)$ deveria ser a primeira excitação radial do $Z_c^+(3900)$, que na época ainda não tinha sido observado. Da Fig. 3.2, extrapolando essas diferenças entre as massas para o setor do Botomônio, os autores da Ref. [57] foram levados a supor que o $Z_b^+(10610)$ poderia ser encaixado como uma possível excitação radial de um novo estado, o X_b^+ , ainda não observado experimentalmente. A predição e posterior confirmação experimental do $Z_c^+(3900)$ leva-nos à acreditar realmente na existência do X_b^+ , que deve servir como motivação para a busca de novos estados carregados e seus parceiros neutros no setor do bottom.

Dentre os modelos propostos para estudar a estrutura bem como as propriedades do Z_c^+ , vamos somente discutir o modelo de Tetraquarks que foi inicialmente proposto em [17].

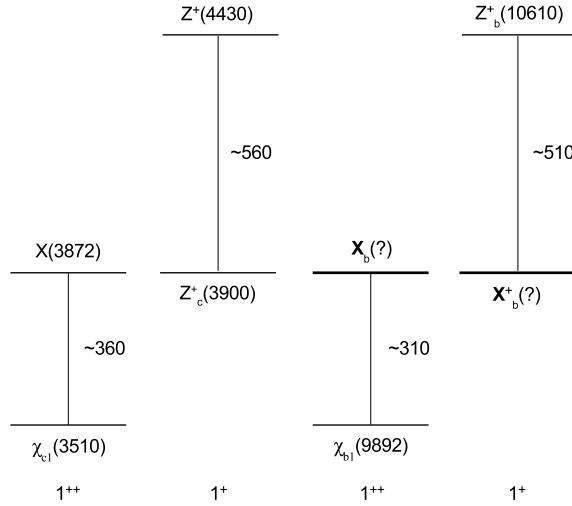


Figura 3.2: Níveis de energia nos espectros do Charmônio e Botomônio na região de massa de interesse. As massas estão em MeV. O $Z_c^+(3900)$ é considerado como o parceiro carregado do $X(3872)$. Nas duas colunas à direita estão configurações análogas para o setor do bottom, onde os estados $X_b(?)$ e $X_b^+(?)$ estão propostos.

3.1.1 Corrente Tetraquark

Para a estrutura Z_c^+ , o conjunto de números quânticos associados com o isospin, paridade G , momento angular total, paridade e conjugação de carga, $I^G(J^{PC})$, é igual a $1^+(1^{+-})$. Portanto, a corrente Tetraquark que se acopla a esse conjunto de números quânticos é definida como

$$j_\alpha = \frac{i\epsilon_{abc}\epsilon_{dec}}{\sqrt{2}} [(u_a^T \mathcal{C} \gamma_5 c_b)(\bar{d}_d \gamma_\alpha \mathcal{C} \bar{c}_e^T) - (u_a^T \mathcal{C} \gamma_\alpha c_b)(\bar{d}_d \gamma_5 \mathcal{C} \bar{c}_e^T)] , \quad (3.1)$$

onde $a, b, c \dots$ são índices de cor, enquanto \mathcal{C} é a matriz de conjugação de carga.

3.1.2 Massa do $Z_c^+(3900)$

Definida a corrente interpolante com os números quânticos do Z_c^+ , podemos calcular a função de correlação de dois pontos, e com isso obter um valor para a massa da estrutura Tetraquark. A finalidade é comparar esse valor com o resultado experimental da massa do Z_c^+ , e com isso poder concluir se o Z_c^+ pode ser associado

a um estado Tetraquark.

As RSQCD já foram usadas para obter a massa de uma estrutura Tetraquark com o conjunto de números quânticos do $X(3872)$, 1^{++} . Isso foi feito na Ref. [58] e um ótimo acordo com o valor experimental foi obtido em relação à massa do $X(3872)$. Como a única diferença entre as correntes de Tetraquark para o $X(3872)$ e o $Z_c^+(3900)$ é o sinal negativo na Eq. (3.1) (conjugação de carga), isso implica que o mesmo cálculo em RSQCD, também pode ser usado para o $Z_c^+(3900)$ dada a proximidade entre os valores experimentais de suas massas. Além disso, em geral, cálculos de massa em RSQCD não possuem precisão menor do que centenas de MeV, logo não teríamos precisão para diferenciar entre as massas do $X(3872)$ e do $Z_c^+(3900)$.

Dada a corrente Tetraquark definida pela Eq. (3.1) podemos, dentro da incerteza inerente ao cálculo em RSQCD, descrever a massa do $Z_c^+(3900)$ supondo-o um estado Tetraquark. Contudo, para uma conclusão mais ampla a respeito de que essa configuração possa de fato explicar a estrutura do $Z_c^+(3900)$, temos que considerar também se, com esta mesma corrente, podemos obter a largura total de decaimento desse estado.

A seguir, vamos discutir em detalhes o cálculo da largura de decaimento do $Z_c^+(3900)$ em todos os canais possíveis, de modo a investigar se o valor obtido é compatível com o valor experimental da largura desse estado.

3.2 Largura do $Z_c^+(3900)$

Como discutido em detalhes no Capítulo 2, com as Regras de Soma é possível calcular o acoplamento do estado estudado com os estados resultantes num processo de decaimento. Portanto, vamos calcular nesta seção os acoplamentos do $Z_c^+(3900)$, descrito pela corrente dada pela Eq. (3.1). Os possíveis canais que esse estado pode decair são:

- $Z_c^+ \rightarrow J/\psi \pi^+$;
- $Z_c^+ \rightarrow \eta_c \rho^+$;

- $Z_c^+ \rightarrow D^+ \bar{D}^{*0};$

- $Z_c^+ \rightarrow \bar{D}^0 D^{*+}.$

Nas seções que seguem, vamos explicitar o cálculo para cada um deles e no final obter o valor da largura total.

3.2.1 Largura do canal $Z_c^+ \rightarrow J/\psi \pi^+$

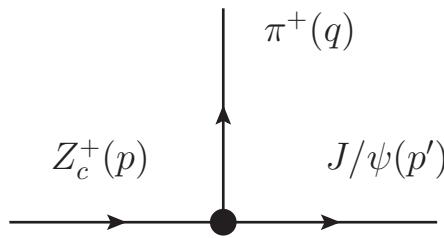


Figura 3.3: Vértice $Z_c^+ J/\psi \pi^+$.

A função de três pontos associada ao vértice ilustrado na Fig. 3.3 é dada por

$$\Pi_{\mu\nu\alpha}(p, p', q) = \int d^4x d^4y e^{ip' \cdot x} e^{iq \cdot y} \Pi_{\mu\nu\alpha}(x, y), \quad (3.2)$$

com $\Pi_{\mu\nu\alpha}(x, y) = \langle 0 | T[j_\mu^\psi(x) j_{5\nu}^\pi(y) j_\alpha^\dagger(0)] | 0 \rangle$, onde $p = p' + q$. Nesta equação, as correntes $j_\mu^\psi(x)$ e $j_{5\nu}^\pi(y)$, estão associadas com os mésons J/ψ e π^+ , respectivamente. Para o píon π^+ , temos

$$j_{5\nu}^\pi = \bar{d}_a \gamma_5 \gamma_\nu u_a, \quad (3.3)$$

enquanto a corrente para o J/ψ é definida por

$$j_\mu(x) = \bar{c}_a(x) \gamma_\mu c_a(x). \quad (3.4)$$

O próximo passo é determinar os Lados da OPE e Fenomenológico da Eq. (3.2).

Vamos começar pelo Lado Fenomenológico da Regra de Soma.

3.2.2 Lado Fenomenológico

Neste caso, a função de três pontos pode ser reescrita como,

$$\Pi_{\mu\nu\alpha}^{fen}(p, p', q) = \frac{\langle 0 | j_\mu^\psi | J/\psi(p') \rangle \langle \pi(q) | j_{5\nu}^\pi | 0 \rangle \langle Z_c(p) | j_\alpha^\dagger | 0 \rangle}{(p^2 - M_{Z_c}^2)(p'^2 - M_{J/\psi}^2)(q^2 - M_\pi^2)} \langle J/\psi(p') \pi(q) | Z_c(p) \rangle + \dots, \quad (3.5)$$

onde “...” representam as ressonâncias de ordens superiores, isto é, os estados excitados. Parametrizando os elementos de matrizes da Eq. (3.5) como,

$$\begin{aligned} \langle 0 | j_\mu^\psi | J/\psi(p') \rangle &= m_\psi f_\psi \varepsilon_\mu(p'), \\ \langle 0 | j_{5\nu}^\pi | \pi(q) \rangle &= i q_\nu F_\pi, \\ \langle Z_c(p) | j_\alpha | 0 \rangle &= \lambda_{Z_c} \varepsilon_\alpha^*(p), \end{aligned} \quad (3.6)$$

podemos simplificá-la, obtendo dessa forma a equação abaixo,

$$\Pi_{\mu\nu\alpha}^{(phen)}(p, p', q) = \frac{\lambda_{Z_c} m_\psi f_\psi F_\pi q_\nu \varepsilon_\mu(p') \varepsilon_\alpha^*(p)}{(p^2 - m_{Z_c}^2)(p'^2 - m_\psi^2)(q^2 - m_\pi^2)} \langle J/\psi(p') \pi(q) | Z_c(p) \rangle + \dots \quad (3.7)$$

A generalização do elemento de matriz $\langle J/\psi(p') \pi(q) | Z_c(p) \rangle$ presente na Eq. (3.7), considerando o píon fora da camada de massa, é definido como o fator de forma, $g_{Z_c\psi\pi}(q^2)$, e neste caso, é dado por [59]

$$\langle J/\psi(p') \pi(q) | Z_c(p) \rangle = g_{Z_c\psi\pi}(q^2) \varepsilon_\lambda^*(p') \varepsilon^\lambda(p). \quad (3.8)$$

Logo, a Eq. (3.7) pode ser reescrita como

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\nu\alpha}^{(phen)}(p, p', q) &= \frac{\lambda_{Z_c} m_\psi f_\psi F_\pi g_{Z_c\psi\pi}(q^2) q_\nu}{(p^2 - m_{Z_c}^2)(p'^2 - m_\psi^2)(q^2 - m_\pi^2)} \\ &\quad \left(-g_{\mu\lambda} + \frac{p'_\mu p'_\lambda}{m_\psi^2} \right) \left(-g_\alpha^\lambda + \frac{p_\alpha p^\lambda}{m_{Z_c}^2} \right) + \dots \end{aligned} \quad (3.9)$$

A Eq. (3.9) representa o Lado Fenomenológico da Regra de Soma para o processo em questão.

3.2.3 Lado da OPE

Neste caso, substituímos na função de três pontos, Eq. (3.2), as correntes definidas pelas Eqs. (3.1), (3.4), (3.3) e, dessa forma, obtemos a seguinte expressão

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\nu\alpha}(p, p', q) &= \frac{-i}{\sqrt{2}(2\pi)^4} \int d^4y \int d^4k e^{iq\cdot y} \text{Tr} \left[S^c(k - p') \gamma_\mu S^c(k) \right. \\ &\quad \times \left. \left(\gamma_5 S^q(y) \gamma_\nu \gamma_5 S^q(-y) \gamma_\alpha + \gamma_\alpha S^q(y) \gamma_\nu \gamma_5 S^q(-y) \gamma_5 \right) \right]. \end{aligned} \quad (3.10)$$

Como mencionado na Seção 3.1, estamos considerando o $Z_c^+(3900)$ como um Tetraquark com uma estrutura complexa de cor. Desse modo, para garantirmos que a corrente dada pela Eq. (3.1) descreva um Tetraquark genuíno, temos que considerar somente os diagramas no Lado da OPE como o da Fig. 3.4. Nesse diagrama, temos uma linha de glúons conectando a pétala superior associada ao J/ψ com a inferior representando o píon e, portanto, dizemos que tais partes estão conectadas pela troca de cor. Por essa razão, diagramas como o da Fig. 3.4 são chamados de diagramas conectados por cor ou simplesmente diagramas CC. Caso não houvesse uma linha de glúon conectando as pétalas do diagrama, implicaria que os estados finais estariam presentes no estado inicial, ou seja, a corrente possuiria componentes associadas ao J/ψ e ao π^+ , sendo portanto, uma corrente do tipo molécula. Assim, somente o diagrama da Fig. 3.4 e possíveis permutações, não mostradas na figura, contribuem no cálculo da OPE. Neste caso, vamos escrever a Regra de Soma no pólo do píon. Isso implica em desprezar a sua massa na Eq. (3.9). Dessa forma, a Regra de Soma será dada identificando no Lado da OPE as estruturas tensoriais cujos termos contenham o fator $1/q^2$. Somente as estruturas $q_\nu g_{\mu\alpha}$ e $q_\nu p'_\mu p'_\alpha$ possuem tais termos. Desde que uma boa estabilidade é obtida para regras de soma nas estruturas com o maior número de quadrimomentos, a OPE na estrutura $q_\nu p'_\mu p'_\alpha$ é dada por

$$\Pi^{(OPE)} = \frac{\langle \bar{q}g\sigma.Gq \rangle}{12\sqrt{2}\pi^2} \frac{1}{q^2} \int_0^1 d\alpha \frac{\alpha(1-\alpha)}{m_c^2 - \alpha(1-\alpha)p'^2}. \quad (3.11)$$

Assim, identificando a mesma estrutura tensorial, $q_\nu p'_\mu p'_\alpha$, no Lado Fenomenológico e, aplicando uma Transformada de Borel em $P^2 = P^{2'} \rightarrow M^2$, obtemos a

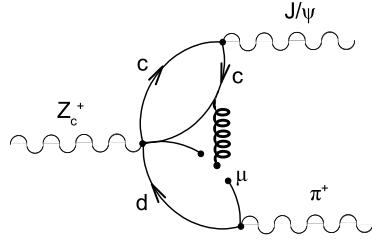


Figura 3.4: Diagrama conectado por cor contribuindo para o Lado da OPE da regra de soma.

seguinte Regra de Soma

$$A \left(e^{-m_\psi^2/M^2} - e^{-m_{Z_c}^2/M^2} \right) + B e^{-s_0/M^2} = \frac{\langle \bar{q}g\sigma.Gq \rangle}{12\sqrt{2}\pi^2} \int_0^1 d\alpha e^{\frac{-m_e^2}{al(1-\alpha)M^2}}, \quad (3.12)$$

onde A é definido como,

$$A = \frac{g_{Z_c\psi\pi} \lambda_{Z_c} f_\psi F_\pi (m_{Z_c}^2 + m_\psi^2)}{2m_{Z_c}^2 m_\psi (m_{Z_c}^2 - m_\psi^2)}, \quad (3.13)$$

enquanto B representa as transições pólo-contínuo como já discutido no capítulo anterior.

Diferentemente do que foi discutido no final da Subseção 2.9.3, onde comentamos que o acoplamento é obtido determinando antes uma lei de função, isto é, o fator de forma descrevendo os pontos da Regra de Soma, podemos extrair a constante de acoplamento direto da Eq. (3.12). Isso pode ser feito por que estamos trabalhando no pólo do píon, isto é, em $q^2 = 0$, logo, $g_{Z_c\psi\pi}(0) = g_{Z_c\psi\pi}$. Para isso, temos que determinar quais valores devem A e B assumir para que a igualdade da Eq. (3.12) seja satisfeita. Dessa maneira, uma vez obtido o valor de A , usamos a Eq. (3.13) para obtermos $g_{Z_c\psi\pi}$. Na Fig. 3.5, mostramos o resultado da comparação entre ambos os lados da Eq. (3.12) para $A = 1.46 \times 10^{-4}$ GeV⁵ e $B = -8.44 \times 10^{-4}$ GeV⁵. Além disso, usamos para as massas e constantes de decaimento dos mésons J/ψ e π os

valores $m_\psi = 3.1$ GeV, $F_\psi = 0.405$ GeV, $m_\pi = 138$ MeV e $f_\pi = 131.52$ MeV. O valor do acoplamento méson-corrente, λ_{Z_c} , é igual a $\lambda_{Z_c} = (1.5 \pm 0.3) \times 10^{-2}$ GeV⁵ e pode ser encontrado na Ref. [58]. Portanto, substituindo o valor de A na Eq. (3.13), obtemos o seguinte valor para o acoplamento

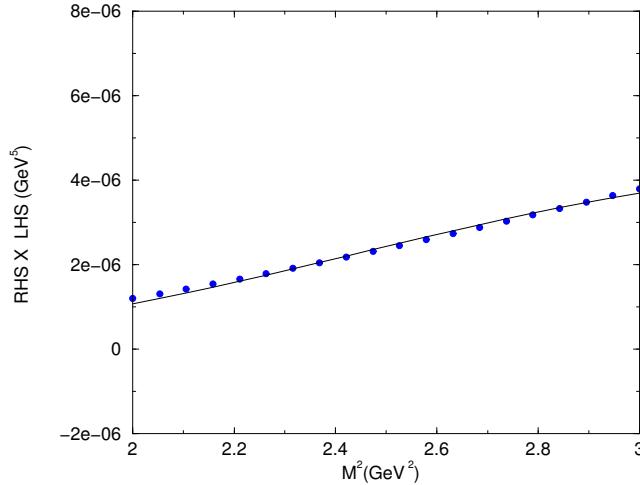


Figura 3.5: Os pontos nessa figura representam o lado direito da Eq. (3.12) escrita como função da massa de Borel para $\Delta s_0 = 0.5$ GeV. Por outro lado, a linha sólida representa o fit desses pontos da regra de soma.

$$g_{Z_c\psi\pi} = (3.89 \pm 0.56) \text{ GeV}. \quad (3.14)$$

Esse valor corrobora com o valor obtido em [60], onde os autores, baseados em argumentos dimensionais, obtiveram $g_{Z_c\psi\pi} = 3.9$ GeV. Obtida a constante de acoplamento, podemos calcular a largura de decaimento, que neste caso é dada por [60]

$$\begin{aligned} \Gamma(Z_c^+(3900) \rightarrow J/\psi\pi^+) &= \frac{p^*(m_{Z_c}, m_\psi, m_\pi)}{8\pi m_{Z_c}^2} \\ &\times \frac{1}{3} g_{Z_c\psi\pi}^2 \left(3 + \frac{(p^*(m_{Z_c}, m_\psi, m_\pi))^2}{m_\psi^2} \right), \end{aligned} \quad (3.15)$$

onde

$$p^*(a, b, c) = \frac{\sqrt{a^4 + b^4 + c^4 - 2a^2b^2 - 2a^2c^2 - 2b^2c^2}}{2a}. \quad (3.16)$$

Dessa forma, a largura de decaimento para o canal $Z_c^+ \rightarrow J/\psi \pi^+$, resulta em

$$\Gamma(Z_c^+(3900) \rightarrow J/\psi \pi^+) = (29.1 \pm 8.2) \text{ MeV}. \quad (3.17)$$

3.2.4 Largura do canal $Z_c^+ \rightarrow \eta_c \rho^+$

Nesta subseção, vamos considerar o decaimento $Z_c^+(3900) \rightarrow \eta_c \rho^+$. Analogamente ao que foi apresentado na seção anterior, temos que escrever a função de vértice. Para o canal considerado, a função de vértice é obtida da Eq. (3.2) usando $\Pi_{\mu\alpha}(x, y) = \langle 0 | T[j_5^{\eta_c}(x) j_\mu^\rho(y) j_\alpha^\dagger(0)] | 0 \rangle$ com

$$j_5^{\eta_c} = i\bar{c}_a \gamma_5 c_a, \text{ e } j_\mu^\rho = \bar{d}_a \gamma_\mu u_a. \quad (3.18)$$

Nesse caso o Lado Fenomenológico será

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\alpha}^{(phen)}(p, p', q) &= \frac{-i\lambda_{Z_c} m_\rho f_\rho f_{\eta_c} m_{\eta_c}^2 g_{Z_c \eta_c \rho}(q^2)}{2m_c(p^2 - m_{Z_c}^2)(p'^2 - m_{\eta_c}^2)(q^2 - m_\rho^2)} \\ &\left(-g_{\mu\lambda} + \frac{q_\mu q_\lambda}{m_\rho^2} \right) \left(-g_\alpha^\lambda + \frac{p_\alpha p^\lambda}{m_{Z_c}^2} \right) + \dots, \end{aligned} \quad (3.19)$$

onde usamos as seguintes definições:

$$\begin{aligned} \langle 0 | j_\mu^\rho | \rho(q) \rangle &= m_\rho f_\rho \varepsilon_\mu(q), \\ \langle 0 | j_5^{\eta_c} | \eta_c(p') \rangle &= \frac{f_{\eta_c} m_{\eta_c}^2}{2m_c}. \end{aligned} \quad (3.20)$$

No Lado da OPE, consideramos os diagramas conectados por cor do mesmo tipo ilustrados na Fig. 3.4. Novamente escolhemos a estrutura com mais momento, neste caso, $p'_\alpha q_\mu$, e com isso, temos:

$$\Pi^{(OPE)} = \frac{-im_c \langle \bar{q} g \sigma \cdot G q \rangle}{48\sqrt{2}\pi^2} \frac{1}{q^2} \int_0^1 d\alpha \frac{1}{m_c^2 - \alpha(1-\alpha)p'^2}. \quad (3.21)$$

Lembrando que $p = p' + q$, isolando a estrutura $q_\mu p'_\alpha$ na Eq. (3.19) e fazendo uma transformada de Borel em $P^2 = P'^2 \rightarrow M^2$, obtemos a Regra de Soma:

$$\begin{aligned} C \left(e^{-m_{\eta_c}^2/M^2} - e^{-m_{Z_c}^2/M^2} \right) + D e^{-s_0/M^2} = \\ \frac{Q^2 + m_\rho^2}{Q^2} \frac{m_c \langle \bar{q}g\sigma.Gq \rangle}{48\sqrt{2}\pi^2} \int_0^1 d\alpha \frac{e^{\frac{-m_c^2}{\alpha l(1-\alpha)M^2}}}{\alpha(1-\alpha)}, \end{aligned} \quad (3.22)$$

com $Q^2 = -q^2$ e

$$C = \frac{g_{Z_c\eta_c\rho}(Q^2)\lambda_{Z_c}m_\rho f_\rho f_{\eta_c} m_{\eta_c}^2}{2m_c m_{Z_c}^2(m_{Z_c}^2 - m_{\eta_c}^2)}, \quad (3.23)$$

enquanto D , a exemplo da subseção anterior, representa as transições pólo-contínuo.

Usamos os valores experimentais para m_ρ , f_ρ , m_{η_c} [61] e extraímos f_{η_c} da ref. [62].

O valor do condensado está na Tabela 3.1:

$$\begin{aligned} m_\rho &= 0.775 \text{ GeV}, \quad m_{\eta_c} = 2.98 \text{ GeV}, \\ f_\rho &= 0.157 \text{ GeV}, \quad f_{\eta_c} = 0.35 \text{ GeV}. \end{aligned} \quad (3.24)$$

Analogamente ao que foi feito no capítulo anterior, podemos usar a Eq. (3.22) e sua

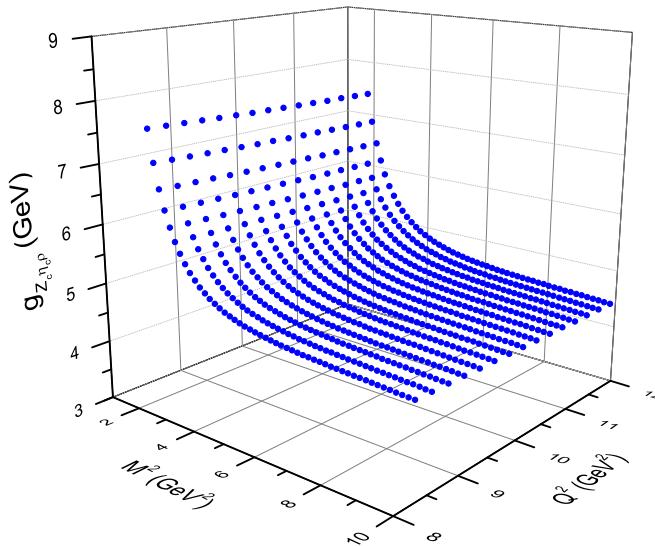


Figura 3.6: Resultados da Regra de Soma para o fator de forma $g_{Z_c\eta_c\rho}(Q^2)$ como função de Q^2 e da massa de Borel para $\Delta s_0 = 0.5$ GeV.

derivada com respeito a M^2 para eliminarmos D da Eq. (3.22) e com isso isolarmos $g_{Z_c\eta_c\rho}(Q^2)$. A Fig. 3.6 mostra $g_{Z_c\eta_c\rho}(Q^2)$ como uma função de M^2 e Q^2 . Como dito anteriormente, o parâmetro a ser extraído via regras de soma dever ser o mais independente possível da massa de Borel. Analisando a Fig. 3.6, podemos ver que o fator de forma é independente da massa de Borel no intervalo $4.0 \leq M^2 \leq 10.0$ GeV 2 . Os quadrados na Fig. 3.7 mostram a dependência com Q^2 do fator de forma

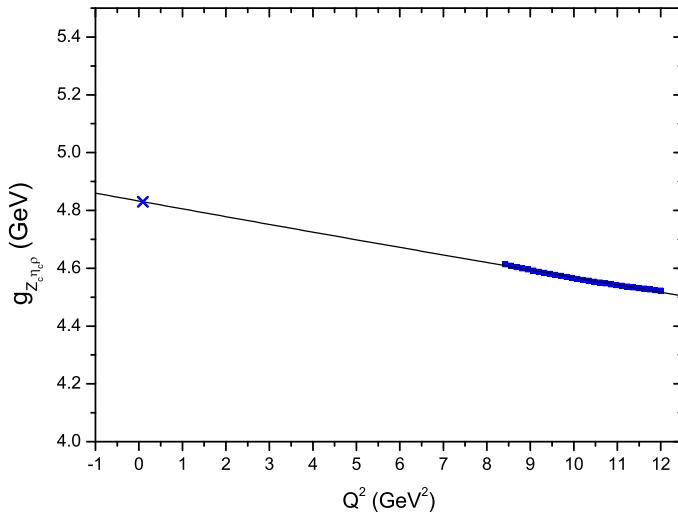


Figura 3.7: Resultados da Regra de Soma para $g_{Z_c\eta_c\rho}(Q^2)$, como função de Q^2 , para $\Delta s_0 = 0.5$ GeV (quadrados). A linha sólida representa a parametrização dos pontos da regra de soma pela curva da Eq. (3.25). O símbolo ‘‘ \times ’ no gráfico representa a posição do valor da constante de acoplamento.

$g_{Z_c\eta_c\rho}(Q^2)$, obtida para $M^2 = 5.0$ GeV 2 . Para outros valores da massa de Borel, no intervalo $4.0 \leq M^2 \leq 10.0$ GeV 2 , os resultados são equivalentes. Desde que a constante de acoplamento é definida como o valor do fator de forma no pôlo do méson, isto é, $Q^2 = -m_\rho^2$, temos que extrapolar o fator de forma para uma região de Q^2 onde a Regra de Soma não é mais válida. Isso pode ser feito parametrizando os pontos da Regra de Soma para $g_{Z_c\eta_c\rho}(Q^2)$ usando um curva exponencial:

$$g_{Z_c\eta_c\rho}(Q^2) = g_1 e^{-g_2 Q^2}, \quad (3.25)$$

com $g_1 = 4.83$ GeV e $g_2 = 5.6 \times 10^{-3}$ GeV $^{-2}$. Na Fig. 3.7, a linha representa o fit dos pontos da Regra de Soma para $\Delta s_0 = 0.5$ GeV, usando a Eq. (3.25). O valor da constante de acoplamento, $g_{Z_c\eta_c\rho}$, também está representado na figura pelo símbolo “ \times ”. Temos:

$$g_{Z_c\eta_c\rho} = g_{Z_c\eta_c\rho}(-m_\rho^2) = (4.85 \pm 0.81) \text{ GeV}. \quad (3.26)$$

A incerteza na constante de acoplamento dada acima vem de variações nos seguintes parâmetros: s_0 , λ_{Z_c} e m_c . O valor da constante de acoplamento obtido acima é maior que o valor estimado na Ref. [60] cujo valor é igual a 3.9 GeV. Portanto, inserindo o valor da constante de acoplamento obtida na Eq. (3.26) e os correspondentes valores para as massas na Eq. (3.15), obtemos o valor da largura de decaimento para o canal $Z_c \rightarrow \eta_c\rho^+$,

$$\Gamma(Z_c^+(3900) \rightarrow \eta_c\rho^+) = (27.5 \pm 8.5) \text{ MeV}. \quad (3.27)$$

3.2.5 Largura do canal $Z_c^+ \rightarrow D^+ \bar{D}^{*0}$

Finalmente, vamos calcular a largura do canal $Z_c^+(3900) \rightarrow D^+ \bar{D}^{*0}$. Nesse caso, a função de vértice é definida pela Eq. (3.2) com o termo

$$\Pi_{\mu\alpha}(x, y) = \langle 0 | T[j_\mu^{D^*}(x) j_5^D(y) j_\alpha^\dagger(0)] | 0 \rangle, \quad (3.28)$$

onde

$$j_5^D = i\bar{d}_a \gamma_5 c_a, \text{ e } j_\mu^{D^*} = \bar{c}_a \gamma_\mu u_a. \quad (3.29)$$

Usando as seguintes definições

$$\begin{aligned} \langle 0 | j_\mu^{D^*} | D^*(p') \rangle &= m_{D^*} f_{D^*} \varepsilon_\mu(p'), \\ \langle 0 | j_5^D | D(q) \rangle &= \frac{f_D m_D^2}{m_c}, \end{aligned} \quad (3.30)$$

obtemos o Lado Fenomenológico, neste caso dado por

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\alpha}^{(fen)}(p, p', q) &= \frac{-i\lambda_{Z_c} m_{D^*} f_D m_D^2 g_{Z_c DD^*}(q^2)}{m_c(p^2 - m_{Z_c}^2)(p'^2 - m_{D^*}^2)(q^2 - m_D^2)} \\ &\times \left(-g_{\mu\lambda} + \frac{p'_\mu p'_\lambda}{m_{D^*}^2} \right) \left(-g_\alpha^\lambda + \frac{p_\alpha p^\lambda}{m_{Z_c}^2} \right) + \dots \end{aligned} \quad (3.31)$$

No Lado da OPE consideramos novamente os diagramas conectados por cor. Na estrutura $p'_\alpha p'_\mu$, temos:

$$\begin{aligned} \Pi^{(OPE)} &= \frac{-im_c \langle \bar{q} g \sigma \cdot G q \rangle}{48\sqrt{2}\pi^2} \left[\frac{1}{m_c^2 - q^2} \int_0^1 d\alpha \frac{\alpha(2+\alpha)}{m_c^2 - (1-\alpha)p'^2} \right. \\ &- \left. \frac{1}{m_c^2 - p'^2} \int_0^1 d\alpha \frac{\alpha(2+\alpha)}{m_c^2 - (1-\alpha)q^2} \right]. \end{aligned} \quad (3.32)$$

Isolando a estrutura $p'_\mu p'_\alpha$ na Eq. (3.31) e aplicando uma Transformada de Borel

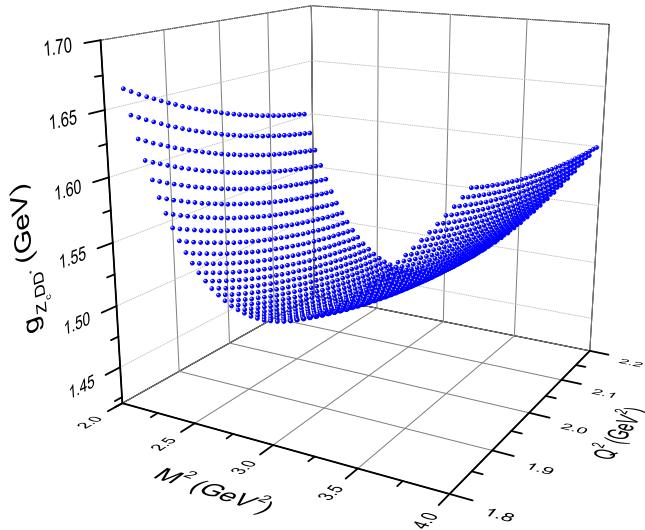


Figura 3.8: Resultados da Regra de Soma dada pela Eq. (3.33) para o fator de forma $g_{Z_c DD^*}(Q^2)$ como função de Q^2 e M^2 para $\Delta s_0 = 0.5$ GeV.

em $P^2 = P'^2 \rightarrow M^2$, obtemos:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{Q^2 + m_D^2} \left[E \left(e^{-m_{D^*}^2/M^2} - e^{-m_{Z_c}^2/M^2} \right) + F e^{-s_0/M^2} \right] = \\ & \frac{m_c \langle \bar{q} g \sigma \cdot G q \rangle}{48\sqrt{2}\pi^2} \left[\frac{1}{m_c^2 + Q^2} \int_0^1 d\alpha \frac{\alpha(2+\alpha)}{1-\alpha} e^{\frac{-m_c^2}{\alpha(1-\alpha)M^2}} \right. \\ & \left. - e^{-m_c^2/M^2} \int_0^1 d\alpha \frac{\alpha(2+\alpha)}{m_c^2 + (1-\alpha)Q^2} \right], \end{aligned} \quad (3.33)$$

com

$$E = \frac{g_{Z_c DD^*}(Q^2) \lambda_{Z_c} f_{D^*} f_D m_D^2}{m_c m_{D^*} (m_{Z_c}^2 - m_{D^*}^2)}. \quad (3.34)$$

O valores para m_D and m_{D^*} usados nesse trabalho foram extraídos do PDG [61] enquanto os valores de f_D e f_{D^*} foram retirados da Ref. [41]:

$$\begin{aligned} m_D &= 1.869 \text{ GeV}, \quad f_D = (0.18 \pm 0.02) \text{ GeV}, \\ m_{D^*} &= 2.01 \text{ GeV}, \quad f_{D^*} = (0.24 \pm 0.02) \text{ GeV}. \end{aligned} \quad (3.35)$$

Na Fig. 3.8 mostramos o $g_{Z_c DD^*}(Q^2)$, como função de M^2 e Q^2 . Uma boa estabilidade em M^2 pode ser obtida no intervalo $2.2 \leq M^2 \leq 2.8 \text{ GeV}^2$.

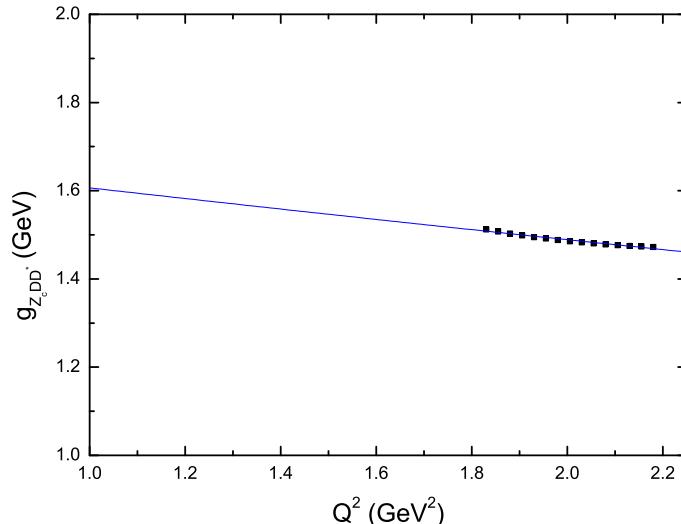


Figura 3.9: Resultado das RSQCD para $g_{Z_c DD^*}(Q^2)$, como função de Q^2 , para $\Delta s_0 = 0.5 \text{ GeV}$ (quadrados). A linha sólida dar a parametrização dos resultados das RSQCD através da Eq. (3.25) com os valores de g_1 e g_2 obtidos para este caso.

Fixando $M^2 = 2.6 \text{ GeV}^2$ mostramos na Fig. 3.9, através dos quadrados, a dependência em Q^2 do fator de forma, $g_{Z_c DD^*}(Q^2)$. Novamente, para extraírmos a constante de acoplamento, fitamos os pontos da Regra de Soma, Eq. (3.33), usando uma curva exponencial, Eq. (3.25), com $g_1 = 1.733 \text{ GeV}$ e $g_2 = 0.076 \text{ GeV}^{-2}$. A linha sólida na Fig. 3.9 mostra o resultado do fit para $\Delta s_0 = 0.5 \text{ GeV}$, usando Eq. (3.25) com os novos valores de g_1 e g_2 . Desse modo, a constante de acoplamento para o vértice $Z_c^+ D^+ \bar{D}^{*0}$ é igual a:

$$g_{Z_c DD^*} = g_{Z_c DD^*}(-m_D^2) = (2.5 \pm 0.3) \text{ GeV}. \quad (3.36)$$

A incerteza na constante de acoplamento acima vem de variações nos parâmetros: s_0 , λ_{Z_c} , f_D , f_{D^*} e m_c . Esse valor obtido para a constante está novamente em excelente acordo com o valor estimado pelos autores da Ref. [60]. Novamente usando a Eq. (3.15) com esse valor da constante e as mudanças triviais nas massas, o valor da largura para esse canal é igual a

$$\Gamma(Z_c^+ \rightarrow D^+ \bar{D}^{*0}) = (3.2 \pm 0.7) \text{ MeV}. \quad (3.37)$$

3.2.6 Largura de decaimento total do Z_c^+

Podemos sumarizar os resultados obtidos para as constantes de acoplamento bem como para as larguras de decaimento dos canais considerados na Tabela 3.2.6:

Tabela 3.2.6: Constantes de acoplamentos e larguras de decaimento nos diferentes canais.

Vértice	constante de acoplamento (GeV)	largura (MeV)
$Z_c^+(3900) J/\psi \pi^+$	3.89 ± 0.56	29.1 ± 8.2
$Z_c^+(3900) \eta_c \rho^+$	4.85 ± 0.81	27.5 ± 8.5
$Z_c^+(3900) D^+ \bar{D}^{*0}$	2.5 ± 0.3	3.2 ± 0.7
$Z_c^+(3900) \bar{D}^0 D^{*+}$	2.5 ± 0.3	3.2 ± 0.7

Portanto, a largura total da estrutura $Z_c^+(3900)$ é a soma das larguras parciais

obtidas acima. Com isso, temos

$$\Gamma = (63.0 \pm 18.1) \text{ MeV}. \quad (3.38)$$

Esse valor está em excelente acordo com os dois valores experimentais: $\Gamma = (46 \pm 22) \text{ MeV}$ da BESIII [16], e $\Gamma = (63 \pm 35) \text{ MeV}$ da Colaboração BELLE [25].

Portanto, considerando o $Z_c^+(3900)$ como um estado de Tetraquark, podemos explicar sua massa bem como sua largura de decaimento.

3.3 O estado carregado $Z_{cs}^\pm(3970)$

O relativo sucesso do poder preditivo do mecanismo ISPE [56], após a confirmação experimental do Z_c^+ , impulsionou os seus autores a novas previsões de estados carregados no decaimento dos estados excitados do Charmônio, desta vez no setor estranho. Para que essa extensão do ISPE para o caso estranho seja feita, os píons no produto final de decaimento dos estados excitados do Charmônio dão lugar aos káons, isto é,

$$\Psi_i \rightarrow J/\psi K^+ K^-,$$

onde Ψ_i representa os estados excitados do Charmônio, como o $\Psi(3770)$, $\Psi(4040)$, $\Psi(4160)$ e o $Y(4660)$. Segundo os autores, isso equivale a categorizar os píons e os káons como partículas quirais, e por isso batizaram esse novo mecanismo de *Initial Single Chiral Particle Emission*, ISChPE [55]. Em particular, nesse novo mecanismo um estado excitado do Charmônio decai, através da emissão de um káon, nos mésons D_s^* e D^* com baixo momento, os quais interagem entre si por meio da troca de um mésón D^* , resultando finalmente em um J/ψ e nos káons K^+ e K^- . O processo é o mesmo da Fig. 3.1 com os káons em vez dos píons. Pelo cálculo do espectro de massa invariante do par $J/\psi - K^+$, os autores obtiveram um pico próximo ao limiar de massa do $D_s \bar{D}^*/D_s^* \bar{D}$. Esse pico estaria, segundo eles, associado a uma nova estrutura carregada, o Z_{cs}^\pm , que seria o parceiro estranho do Z_c^+ .

Caso seja confirmada experimentalmente a existência do Z_{cs}^\pm , essa estrutura deve

possuir os seguintes canais de decaimento:

$$\begin{aligned}
 Z_{cs}^+ &\rightarrow J/\psi K^+, \\
 Z_{cs}^+ &\rightarrow \eta_c K^{*+}, \\
 Z_{cs}^+ &\rightarrow \bar{D}^{*0} D_s^+, \\
 Z_{cs}^+ &\rightarrow \bar{D}^0 D_s^{*+}.
 \end{aligned} \tag{3.39}$$

Com as RSQCD é possível calcular a largura de decaimento de todos os canais mencionados acima. Além disso, considerando o Z_{cs}^+ como um parceiro estranho do Z_c^+ , é bem possível que aquele estado seja também melhor descrito por uma corrente Tetraquark. Uma vez que existe a possibilidade desse estado ser medido experimentalmente pela Colaboração BESIII, uma previsão acerca da largura de decaimento total do Z_{cs}^+ enriquece a quantidade de informações teóricas bem como seria um importante teste para o poder preditivo das RSQCD.

Portanto, nas próximas seções apresentamos em detalhes o cálculo da largura de decaimento do Z_{cs}^+ nos canais acima usando as RSQCD. Para isso, a exemplo do Z_c^+ , usamos uma corrente Tetraquark.

3.3.1 Massa do $Z_{cs}^+(3970)$

Uma massa igual à do estado $Z_{cs}^+(3970)$ foi obtida via RSQCD na Ref. [63], onde os autores consideraram uma corrente molecular do tipo $D_s\bar{D}^*$ com $J^P = 1^+$. Em particular, a massa obtida, após considerar do Lado da OPE as contribuições até dimensão oito, é igual a $M_{D_s\bar{D}^*} = 3.96 \pm 0.10$ GeV. Este valor está bem próximo do limiar de massa do par de mésons $D_s\bar{D}^*$ igual a $M_{D_s\bar{D}^*} = 3975.26$ MeV.

Em nosso cálculo, a exemplo do estudo anterior para o $Z_c^+(3900)$, vamos considerar uma corrente Tetraquark. Assim, sua massa pode ser obtida a partir da Regra de Soma do $Z_c^+(3900)$, substituindo a massa do quark leve pela massa do quark estranho, s , nas densidades espectrais. Ao adicionarmos a massa do quark estranho à Regra de Soma, o efeito será uma leve alteração na massa obtida cujo

valor é $M_{Z_{cs}} = 3.96 \pm 0.10$ GeV. Esse valor é compatível ao obtido em [63] usando uma corrente molecular e então vamos chamar esse estado de $Z_{cs}^+(3970)$.

3.4 Largura do $Z_{cs}^+(3970)$

A corrente interpolante de Tetraquark para esse caso, é obtida da Eq. (3.1) substituindo o campo associado ao antiquark d pelo do antiquark estranho, obtendo dessa forma a seguinte expressão

$$j_\alpha = \frac{i\epsilon_{abc}\epsilon_{dec}}{\sqrt{2}} [(u_a^T \mathcal{C} \gamma_5 c_b)(\bar{s}_d \gamma_\alpha \mathcal{C} \bar{c}_e^T) - (u_a^T \mathcal{C} \gamma_\alpha c_b)(\bar{s}_d \gamma_5 \mathcal{C} \bar{c}_e^T)] . \quad (3.40)$$

Portanto, essa é a corrente interpolante que será utilizada para o cálculo da função de três pontos nos canais mencionados acima.

3.4.1 Largura do canal $Z_{cs}^+ \rightarrow J/\psi K^+$

A função de três pontos associada ao vértice $Z_c^+ J/\psi K^+$ é dada por

$$\Pi_{\mu\nu\alpha}(p, p', q) = \int d^4x \, d^4y \, e^{ip' \cdot x} \, e^{iq \cdot y} \, \Pi_{\mu\nu\alpha}(x, y), \quad (3.41)$$

onde $\Pi_{\mu\nu\alpha}(x, y) = \langle 0 | T[j_\mu^\psi(x) j_{5\nu}^K(y) j_\alpha^\dagger(0)] | 0 \rangle$. A corrente $j_{5\nu}^K(y)$ representa o káon e é definida como

$$j_{5\nu}^K(y) = \bar{s}_a(y) \gamma_5 \gamma_\nu u_a(y) . \quad (3.42)$$

O Lado Fenomenológico é dado por

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\nu\alpha}^{(fen)}(p, p', q) &= \frac{\lambda_{Z_{cs}} m_\psi f_\psi F_K g_{Z_{cs}\psi K}(q^2) q_\nu}{(p^2 - m_{Z_{cs}}^2)(p'^2 - m_\psi^2)(q^2 - m_K^2)} \left(-g_{\mu\lambda} + \frac{p'_\mu p'_\lambda}{m_\psi^2} \right) \\ &\times \left(-g_\alpha^\lambda + \frac{p_\alpha p^\lambda}{m_{Z_{cs}}^2} \right) + \dots , \end{aligned} \quad (3.43)$$

onde no cálculo utilizamos as seguintes parametrizações:

$$\begin{aligned}\langle 0 | j_\mu^\psi | J/\psi(p') \rangle &= m_\psi f_\psi \varepsilon_\mu(p'), \\ \langle 0 | j_{5\nu}^K | K(q) \rangle &= iq_\nu F_K, \\ \langle Z_{cs}(p) | j_\alpha | 0 \rangle &= \lambda_{Z_{cs}} \varepsilon_\alpha^*(p).\end{aligned}\quad (3.44)$$

Como já discutido anteriormente, a constante de acoplamento é obtida do elemento de matriz $\langle J/\psi(p')K(q)|Z_{cs}(p)\rangle$, sendo este calculado diretamente da densidade de Lagrangiana abaixo

$$\mathcal{L} = g_{Z_{cs}\psi K} Z_{cs}^\mu \psi_\mu \bar{K} + cc. \quad (3.45)$$

Com isso, obtemos

$$\langle J/\psi(p')K(q)|Z_{cs}(p)\rangle = g_{Z_{cs}\psi K}(q^2) \varepsilon_\lambda^*(p') \varepsilon^\lambda(p), \quad (3.46)$$

onde $\varepsilon_\alpha(p)$, $\varepsilon_\mu(p')$ são os vetores de polarização dos mésons Z_{cs}^+ e J/ψ , respectivamente.

No Lado da OPE, novamente consideramos os diagramas conectados por cor semelhante ao ilustrado na Fig. 3.4 pela mesma razão discutida para o caso do $Z_c^+(3900)$. Além disso, neste caso, a exemplo do que foi feito anteriormente para o canal $Z_c^+ \rightarrow J/\psi\pi^+$, vamos trabalhar no pólo do káon, o que consiste em desprezar sua massa na Eq. (3.43), enquanto do Lado da OPE levamos em conta as contribuições com o fator $1/q^2$. Com isso, das estruturas tensoriais que possuem tal fator, a $q_\nu p'_\mu p'_\alpha$ também é a que possui mais momento. Portanto, nessa estrutura obtemos a seguinte expressão para o Lado da OPE

$$\Pi^{(OPE)} = \frac{(\langle \bar{q}g\sigma.Gq \rangle + \langle \bar{s}g\sigma.Gs \rangle)}{24\sqrt{2}\pi^2} \frac{1}{q^2} \int_0^1 d\alpha \frac{\alpha(1-\alpha)}{m_c^2 - \alpha(1-\alpha)p'^2}. \quad (3.47)$$

Obtidos os Lados Fenomenológico e da OPE, podemos escrever a Regra de Soma para este caso identificando a estrutura $q_\nu p'_\mu p'_\alpha$ no Lado Fenomenológico, e após

uma Transformada de Borel em ambos os lados, obtemos

$$A \left(e^{-m_\psi^2/M^2} - e^{-m_{Z_{cs}}^2/M^2} \right) + B e^{-s_0/M^2} = \frac{(\langle \bar{q}g\sigma.Gq \rangle + \langle \bar{s}g\sigma.Gs \rangle)}{24\sqrt{2}\pi^2} \int_0^1 d\alpha e^{\frac{-m_c^2}{\alpha(1-\alpha)M^2}}, \quad (3.48)$$

onde s_0 é o limiar do contínuo para o Z_{cs} : $\sqrt{s_0} = (4.5 \pm 0.1)$ GeV [63], e

$$A = \frac{g_{Z_{cs}\psi K} \lambda_{Z_{cs}} f_\psi F_K (m_{Z_{cs}}^2 + m_\psi^2 + m_K^2)}{2m_{Z_{cs}}^2 m_\psi (m_{Z_{cs}}^2 - m_\psi^2)}. \quad (3.49)$$

O valor de F_K presente na equação acima pode ser extraído do PDG [61] cujo valor é igual a $F_K = (0.16 \pm 0.02)$ GeV. O acoplamento méson corrente, isto é, $\lambda_{Z_{cs}}$ foi obtido da Regra de Soma para a função de dois pontos na Ref. [63]: $\lambda_{Z_{cs}} = (1.8 \pm 0.2) \times 10^{-2}$ GeV⁵.

Em virtude de termos escrito a Regra de Soma acima no pólo do káon, podemos seguir o mesmo procedimento usado para o caso do vértice $Z_c^+ J/\psi \pi^+$, e extrair a constante de acoplamento $g_{Z_{cs}J/\psi K}$ diretamente da Eq. (3.48), determinando os valores de A e B para os quais essa mesma equação seja satisfeita. Dessa forma, os valores de A e B onde a igualdade entre ambos os lados da Eq. (3.48) é satisfeita são: $A = (1.28 \pm 0.02) \times 10^{-4}$ GeV⁵ e $B = -(1.03^{+0.31}_{-0.23}) \times 10^{-3}$ GeV⁵. A Fig. 3.10, mostra a comparação entre esses lados para os valores de A e B dados acima.

Tabela 3.1: Valores das massas dos quarks e dos condensados.

Parâmetros	Valores
$m_c(m_c)$	(1.23 ± 0.05) GeV
$\sqrt{s_0}$	(4.5 ± 0.1) GeV
$\langle \bar{q}q \rangle$	$-(0.23 \pm 0.03)^3$ GeV ³
$\langle \bar{q}g\sigma.Gq \rangle$	$m_0^2 \langle \bar{q}q \rangle$ GeV ⁵
m_0^2	(0.8 ± 0.1) GeV ²
$\langle \bar{s}s \rangle$	$0.8 \langle \bar{q}q \rangle$ GeV ³
$\langle \bar{s}g\sigma.Gs \rangle$	$m_0^2 \langle \bar{s}s \rangle$ GeV ⁵
$\langle g_s^2 G^2 \rangle$	(0.88 ± 0.25) GeV ⁴

Substituindo o valor de A na Eq. (3.49), obtemos o seguinte valor para a cons-

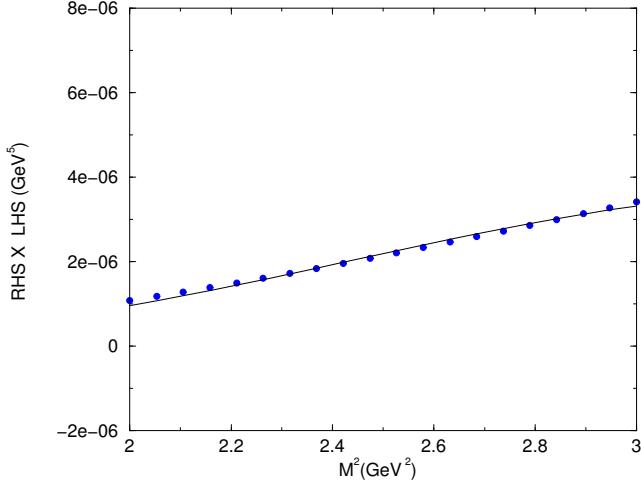


Figura 3.10: Os pontos representam o lado direito da Eq. (3.48), como função da massa de Borel para $\sqrt{s_0} = 4.5$ GeV. A curva sólida representa o lado esquerdo da mesma equação obtida para $A = (1.28 \pm 0.02) \times 10^{-4}$ GeV 5 e $B = -(1.03^{+0.31}_{-0.23}) \times 10^{-3}$ GeV 5 .

tante de acoplamento $g_{Z_{cs}J/\psi K}$

$$g_{Z_{cs}\psi K} = (2.58 \pm 0.30) \text{ GeV}, \quad (3.50)$$

onde para estimarmos o erro levamos em conta variações em s_0 , $\lambda_{Z_{cs}}$, $\langle\bar{q}q\rangle$ e na massa do quark charm cujos valores estão na Tabela 3.1. A largura de decaimento para esse canal é dada pela Eq. (3.15) com as mudanças triviais para as massas e a constante de acoplamento para o caso atual. Logo, temos

$$\Gamma(Z_{cs}^+ \rightarrow J/\psi K^+) = \frac{p^*(m_{Z_{cs}}, m_\psi, m_K)}{8\pi m_{Z_{cs}}^2} \frac{1}{3} g_{Z_{cs}\psi K}^2 \left(3 + \frac{(p^*(m_{Z_{cs}}, m_\psi, m_K))^2}{m_\psi^2} \right). \quad (3.51)$$

Aqui, a massa do Z_{cs}^+ é tomada como (3.97 ± 0.08) GeV, que vem do cálculo em regras de soma. Portanto, a Equação (3.51) fornece o seguinte valor para a largura de decaimento do canal em questão

$$\Gamma(Z_{cs}^+ \rightarrow J/\psi K^+) = (11.2 \pm 3.5) \text{ MeV}. \quad (3.52)$$

Note que, neste caso, a constante de acoplamento $g_{Z_{cs}J/\psi K}$ é menor que $g_{Z_cJ/\psi\pi}$

obtida anteriormente para o caso do $Z_c^+(3900)$ no canal $Z_c^+ \rightarrow J/\psi\pi^+$. Uma razão para isso, é a presença do condensado de quark-estranho na OPE para o caso atual, que resulta ser menor do que o condensado $\langle\bar{q}q\rangle$ presente no caso do $Z_c^+(3900)$.

3.4.2 Largura do canal $Z_{cs}^+ \rightarrow \eta_c K^{*+}$

Para este caso, a função de três pontos é obtida substituindo

$$\Pi_{\mu\alpha}(x, y) = \langle 0 | T[j_5^{\eta_c}(x) j_\mu^{K^*}(y) j_\alpha^\dagger(0)] | 0 \rangle, \quad (3.53)$$

na Eq. (3.41) e usando $j_\mu^{K^*} = \bar{s}_a \gamma_\mu u_a$ como a corrente associada ao méson K^* . Considerando também para este caso somente diagramas conectados por cor, obtemos a seguinte expressão, na estrutura $p'_\mu q_\alpha$, para o Lado da OPE

$$\Pi^{(OPE)} = \frac{-im_c(\langle\bar{q}g\sigma.Gq\rangle + \langle\bar{s}g\sigma.Gs\rangle)}{96\sqrt{2}\pi^2} \frac{1}{q^2} \int_0^1 d\alpha \frac{1}{m_c^2 - \alpha(1-\alpha)p'^2}. \quad (3.54)$$

O Lado Fenomenológico é obtido usando

$$\begin{aligned} \langle 0 | j_\mu^{K^*} | K^*(q) \rangle &= m_{K^*} f_{K^*} \varepsilon_\mu(q), \\ \langle 0 | j_5^{\eta_c} | \eta_c(p') \rangle &= \frac{f_{\eta_c} m_{\eta_c}^2}{2m_{\eta_c}}, \end{aligned} \quad (3.55)$$

e com isso, obtemos

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\alpha}^{(fen)}(p, p', q) &= \frac{-i\lambda_{Z_{cs}} m_{K^*} f_{K^*} f_{\eta_c} m_{\eta_c}^2 g_{Z_{cs}\eta_c K^*}(q^2)}{2m_c(p^2 - m_{Z_{cs}}^2)(p'^2 - m_{\eta_c}^2)(q^2 - m_{K^*}^2)} \\ &\times \left(-g_{\mu\lambda} + \frac{q_\mu q_\lambda}{m_{K^*}^2} \right) \left(-g_\alpha^\lambda + \frac{p_\alpha p^\lambda}{m_{Z_c}^2} \right) + \dots. \end{aligned} \quad (3.56)$$

Isolando a estrutura $p'_\mu q_\alpha$ na Eq. (3.56), e igualando-a com a Eq. (3.54) obtemos, após aplicarmos uma Transformada de Borel, a seguinte Regra de Soma

$$\begin{aligned} C \left(e^{-m_{\eta_c}^2/M^2} - e^{-m_{Z_{cs}}^2/M^2} \right) + D e^{-s_0/M^2} &= \frac{Q^2 + m_{K^*}^2}{Q^2} \frac{m_c(\langle \bar{q}g\sigma.Gq \rangle + \langle \bar{s}g\sigma.Gs \rangle)}{96\sqrt{2}\pi^2} \\ &\times \int_0^1 d\alpha \frac{e^{\frac{-m_c^2}{\alpha(1-\alpha)M^2}}}{\alpha(1-\alpha)}, \end{aligned} \quad (3.57)$$

enquanto C está definido abaixo em termos do fator de forma

$$C = \frac{g_{Z_{cs}\eta_c K^*}(Q^2)\lambda_{Z_{cs}}m_{K^*}f_{K^*}f_{\eta_c}m_{\eta_c}^2}{2m_c m_{Z_{cs}}^2(m_{Z_{cs}}^2 - m_{\eta_c}^2)}. \quad (3.58)$$

Para esse caso, vamos obter um fator de forma em vez de calcular a constante

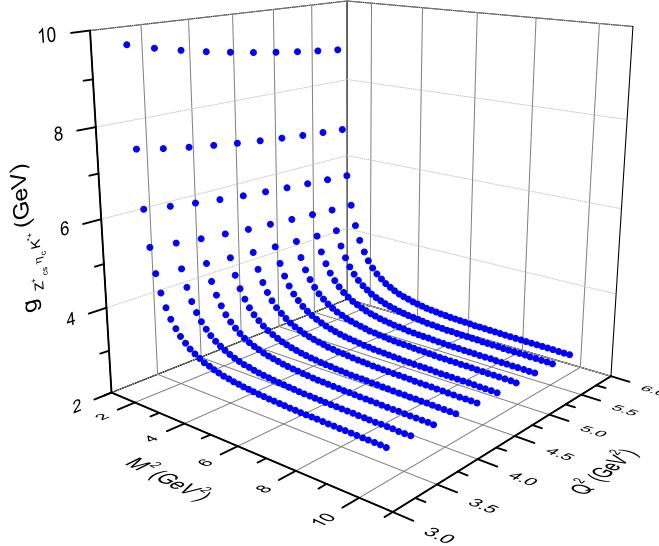


Figura 3.11: Resultados das RSQCD para o fator de forma $g_{Z_{cs}\eta_c K^*}(Q^2)$ como função de Q^2 e M^2 para $\sqrt{s_0} = 4.5$ GeV.

de acoplamento diretamente da Regra de Soma, Eq. (3.57). Para isso, isolamos $g_{Z_{cs}\eta_c K^*}(Q^2)$ na mesma equação seguindo o mesmo procedimento discutido no Capítulo 2. Como já vimos em casos anteriores, para determinarmos o fator de forma temos que determinar uma região de estabilidade em M^2 para garantirmos a dependência do fator de forma $g_{Z_{cs}\eta_c K^*}(Q^2)$ somente em Q^2 . Na Fig. 3.11, mostramos a curva 3D de $g_{Z_{cs}\eta_c K^*}(Q^2)$ como função de Q^2 e M^2 . Note que, a dependência somente

em Q^2 é obtida no intervalo $4.0 \leq M^2 \leq 10.0$ GeV 2 . Para extrapolarmos o fator de

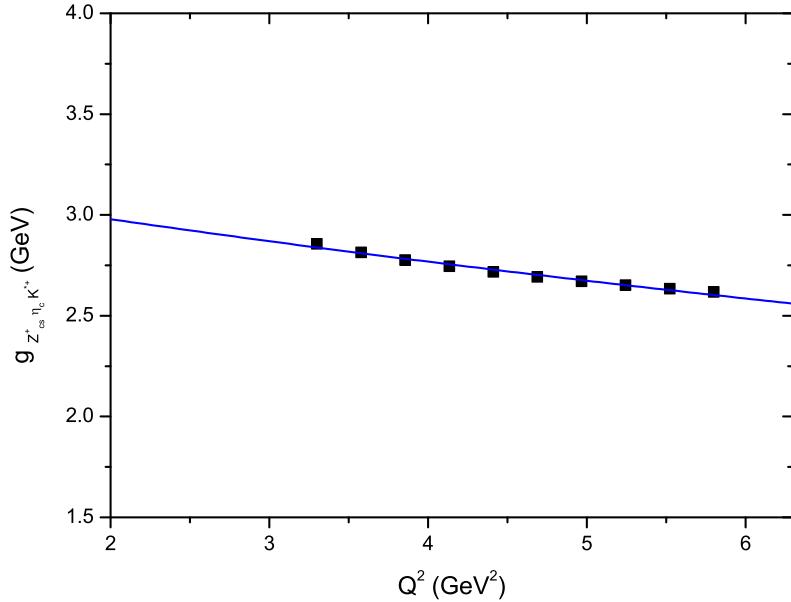


Figura 3.12: Resultado numérico das RSQCD para $g_{Z_{cs}\eta_c K^*}(Q^2)$, como função de Q^2 representado pelos quadrados, para $\sqrt{s_0} = 4.5$ GeV. A curva sólida dar a parametrização dos resultados das RSQCD através da Eq. (3.59).

forma para o pólo do méson K^* , devemos obter uma curva para o fator de forma que reproduza os resultados das RSQCD dentro desse intervalo de estabilidade em M^2 . Considerando uma curva monopolar, isto é,

$$g_{Z_{cs}\eta_c K^*}(Q^2) = \frac{g_1}{g_2 + Q^2}, \quad (3.59)$$

os pontos da Regra de Soma são reproduzidos para $g_1 = 78.35$ GeV $^{-2}$ e $g_2 = 24.3$ GeV. Logo, extrapolando a função monopolar para $Q^2 = -m_{K^*}^2$, obtemos o seguinte valor para a constante de acoplamento $g_{Z_{cs}\eta_c K^*}$

$$g_{Z_{cs}\eta_c K^*} = (3.4 \pm 0.3) \text{ GeV}, \quad (3.60)$$

onde a incerteza foi obtida levando em conta as variações em s_0 , $\lambda_{Z_{cs}}$, $\langle\bar{q}q\rangle$ e m_c . Da Eq. (3.51) com as devidas mudanças nas massas para o caso atual, obtemos

$$\Gamma(Z_{cs}^+ \rightarrow \eta_c K^{*+}) = (10.8 \pm 6.2) \text{ MeV}. \quad (3.61)$$

3.4.3 Largura do canal $Z_{cs}^+ \rightarrow D_s^+ \bar{D}^{*0}$

Partindo da função de três pontos

$$\Pi_{\mu\nu\alpha}(p, p', q) = \int d^4x d^4y e^{ip'.x} e^{iq.y} \langle 0 | T\{j_5^{D_s}(x) j_\mu^{D^*}(y) j_\alpha^\dagger(0)\} | 0 \rangle, \quad (3.62)$$

onde $j_5^{D_s} = i\bar{s}_a \gamma_5 c_a$ e $j_\mu^{D^*} = \bar{c}_a \gamma_\mu u_a$, são as correntes associadas com os mésons D_s e D^* , respectivamente, obtemos para o Lado Fenomenológico a seguinte expressão

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\alpha}^{(fen)}(p, p', q) &= \frac{-i\lambda_{Z_{cs}} m_{D^*} f_{D^*} f_{D_s} m_{D_s}^2 g_{Z_{cs} D^* D_s}(q^2)}{(m_c + m_s)(p^2 - m_{Z_{cs}}^2)(p'^2 - m_{D^*}^2)(q^2 - m_{D_s}^2)} \\ &\times \left(-g_{\mu\lambda} + \frac{p'_\mu p'_\lambda}{m_{D^*}^2} \right) \left(-g_\alpha^\lambda + \frac{p_\alpha p^\lambda}{m_{Z_{cs}}^2} \right) + \dots \end{aligned} \quad (3.63)$$

Como nos casos anteriores, vamos aqui levar em conta também somente os diagramas conectados por cor como o da Fig. 3.4. Com isso, na estrutura $p'_\mu p'_\alpha$ temos a seguinte expressão para o Lado da OPE

$$\begin{aligned} \Pi^{(OPE)} &= \frac{-im_c}{48\sqrt{2}\pi^2} \left[\frac{\langle \bar{s}g\sigma.Gs \rangle}{m_c^2 - q^2} \int_0^1 d\alpha \frac{\alpha(2+\alpha)}{m_c^2 - (1-\alpha)p'^2} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\langle \bar{q}g\sigma.Gq \rangle}{m_c^2 - p'^2} \int_0^1 d\alpha \frac{\alpha(2+\alpha)}{m_c^2 - (1-\alpha)q^2} \right]. \end{aligned} \quad (3.64)$$

Portanto, identificando a estrutura $p'_\mu p'_\alpha$ no Lado Fenomenológico e aplicando uma Transformada de Borel nas Eqs. (3.64) e (3.63), obtemos a Regra de Soma abaixo

$$\begin{aligned} \frac{1}{Q^2 + m_{D_s}^2} \left[E \left(e^{-m_{D^*}^2/M^2} - e^{-m_{Z_{cs}}^2/M^2} \right) + F e^{-s_0/M^2} \right] &= \\ \frac{m_c}{48\sqrt{2}\pi^2} \left[\frac{\langle \bar{s}g\sigma.Gs \rangle}{m_c^2 + Q^2} \int_0^1 d\alpha \frac{\alpha(2+\alpha)}{1-\alpha} e^{\frac{-m_c^2}{\alpha(1-\alpha)M^2}} \right. \\ &\quad \left. - \langle \bar{q}g\sigma.Gq \rangle e^{-m_c^2/M^2} \int_0^1 d\alpha \frac{\alpha(2+\alpha)}{m_c^2 + (1-\alpha)Q^2} \right], \end{aligned} \quad (3.65)$$

onde definimos E como sendo igual a

$$E = \frac{g_{Z_{cs} D_s D^*}(Q^2) \lambda_{Z_{cs}} f_{D^*} f_{D_s} m_{D_s}^2}{(m_c + m_s) m_{D^*} (m_{Z_{cs}}^2 - m_{D^*}^2)}. \quad (3.66)$$

A Fig. 3.13 mostra a dependência do fator de forma, definido na Regra de Soma na Eq. (3.65), em função de M^2 e Q^2 . Através dessa figura, no intervalo $2.75 \leq M^2 \leq 3.25$ GeV 2 uma boa estabilidade em relação à M^2 é garantida. Portanto, para qualquer valor de M^2 fixado dentro desse intervalo, obtemos uma independência do fator de forma em relação à massa de Borel M^2 . Seguindo o mesmo procedimento que no caso anterior, a curva representando o fator de forma que melhor reproduz os resultados da Regra de Soma dentro do intervalo de estabilidade é dada por

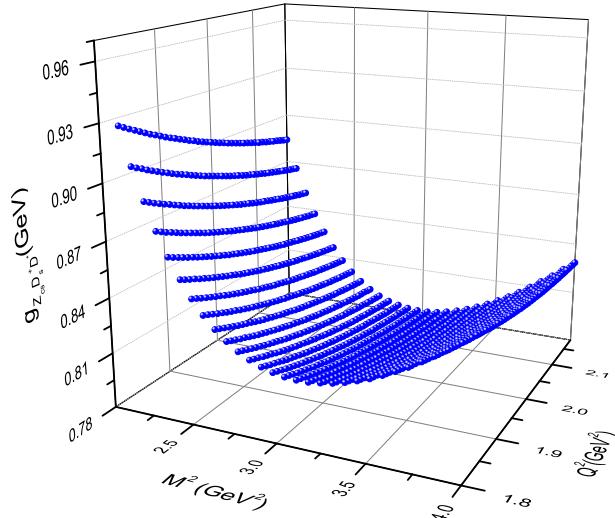


Figura 3.13: Resultados da Regra de Soma para o fator de forma $g_{Z_{cs} D_s D^*}(Q^2)$ como função de Q^2 e M^2 para $\sqrt{s_0} = 4.5$ GeV.

$$g_{Z_{cs} D_s D^*}(Q^2) = g_1 e^{-g_2 Q^2}. \quad (3.67)$$

Com $g_1 = 0.94$ GeV e $g_2 = 0.09$ GeV $^{-2}$. Com isso, ao extrapolarmos o fator de forma $g_{Z_{cs} D_s D^*}(Q^2)$ para o pólo da massa do méson D_s , isto é, $g_{Z_{cs} D_s D^*}(Q^2 = -m_{D_s}^2)$, obtemos

$$g_{Z_{cs} D_s D^*} = (1.4 \pm 0.3) \text{ GeV}, \quad (3.68)$$

e com esse valor para a constante de acoplamento do vértice em questão, obtemos a largura de decaimento do canal $Z_{cs}^+ \rightarrow D_s^+ \bar{D}^*$ cujo valor é igual a

$$\Gamma(Z_{cs}^+ \rightarrow D_s^+ \bar{D}^{*0}) = (1.5 \pm 1.5) \text{ MeV}. \quad (3.69)$$

A Regra de Soma para o canal $Z_{cs}^+ \rightarrow \bar{D}^0 D_s^{*+}$ é facilmente obtida substituindo as massas dos mésons D_s^+ e \bar{D}^0 , respectivamente pelas massas dos mésons D_s^{*+} e \bar{D}^0 . Seguindo a mesma análise acima, obtemos o seguinte valor para a constante de acoplamento $g_{Z_{cs} D_s^{*+} D}$,

$$g_{Z_{cs} D_s^{*+} D} = g_{Z_{cs} D_s^* D} (-m_D^2) = (1.4 \pm 0.4) \text{ GeV}. \quad (3.70)$$

Com isso, o valor da largura de decaimento para esse canal será

$$\Gamma(Z_{cs}^+ \rightarrow D_s^{*+} \bar{D}^0) = (1.4 \pm 1.4) \text{ MeV}. \quad (3.71)$$

3.4.4 Largura de decaimento total do Z_{cs}^+

A exemplo do estado $Z_c^+(3900)$, na Tabela 3.4.4 sumarizamos os resultados obtidos para as constantes de acoplamento bem como para as larguras de decaimento dos canais considerados:

Tabela 3.4.4: Constantes de acoplamentos e larguras de decaimento nos diferentes canais de decaimento do estado Z_{cs}^+ .

Vértice	constante de acoplamento (GeV)	largura (MeV)
$Z_{cs}^+ J/\psi K^+$	2.58 ± 0.30	11.2 ± 3.5
$Z_{cs}^+ \eta_c K^{*+}$	3.4 ± 0.3	10.8 ± 6.2
$Z_{cs}^+ D_s^+ \bar{D}^{*0}$	1.4 ± 0.3	1.5 ± 1.5
$Z_{cs}^+ \bar{D}^0 D_s^{*+}$	1.4 ± 0.4	1.4 ± 1.4

Portanto, a largura de decaimento total do estado $Z_{cs}^+(3970)$ será a soma das larguras parciais dispostas na Tabela 3.4.4. Com isso, obtemos

$$\Gamma_{Z_{cs}} = (24.9 \pm 12.6) \text{ MeV}. \quad (3.72)$$

Comparando esse valor com o obtido para o $Z_c^+(3900)$ e considerando o $Z_{cs}^+(3970)$ como o seu parceiro estranho, observamos que a largura deste último é bem menor. Como mencionamos anteriormente, uma das razões para isso reside no fato das OPE's para os canais do caso estranho serem menores que as dos canais do Z_c^+ ; isso ocorre em virtude do condensado de quarks $\langle\bar{s}s\rangle$ ser menor que $\langle\bar{q}q\rangle$.

CAPÍTULO 4

CANDIDATOS A EXÓTICOS DO CHARMÔNIO

A mistura entre os estados de dois (Charmônio) e quatro quarks (Tetraquarks ou molécula) para o cálculo em Regras de Soma da QCD é implementada a nível de correntes, isto é, temos que definir uma corrente interpolante, j_μ , que seja composta por uma corrente associada ao Charmônio e uma outra relacionada à molécula ou ao Tetraquark, possuindo os números quânticos J^{PC} do estado que se pretende descrever com essa corrente. Neste capítulo, vamos usar as correntes de mistura Charmônio - Tetraquark com 1^{--} e Charmônio - Molécula com 0^{++} para descrever, respectivamente, a massa e a largura de decaimento dos estados $Y(4260)$ e $Y(3940)$.

4.1 A corrente interpolante da mistura Charmônio - Tetraquark

A componente associada ao Charmônio da corrente mista, j_μ , é definida pela corrente vetorial denotada por $j_\mu'^{(2)}$,

$$j_\mu'^{(2)}(x) = \bar{c}_a(x)\gamma_\mu c_a(x), \quad (4.1)$$

enquanto a componente correspondente ao Tetraquark, $j_\mu^{(4)}$, é definida como

$$\begin{aligned} j_\mu^{(4)}(x) = & \frac{\epsilon_{abc}\epsilon_{dec}}{\sqrt{2}} \left[[q_a^T(x)\mathcal{C}\gamma_5 c_b(x)][\bar{q}_d(x)\gamma_\mu\gamma_5\mathcal{C}\bar{c}_e^T(x)] + \right. \\ & \left. + [q_a^T(x)\mathcal{C}\gamma_5\gamma_\mu c_b(x)][\bar{q}_d(x)\gamma_5\mathcal{C}\bar{c}_e^T(x)] \right], \end{aligned} \quad (4.2)$$

onde a, b, c, \dots estão associados aos índices de cor e \mathcal{C} é a matriz de conjugação de carga. A exemplo das Refs. [64, 52], vamos multiplicar a Eq. (4.1) pelo fator $\langle\bar{q}q\rangle/\sqrt{2}$, onde $\langle\bar{q}q\rangle$ é o condensado de quarks. A finalidade disso é deixar a Eq. (4.1) com a mesma dimensão da Eq. (4.2). Portanto, a componente do Charmônio é reescrita como

$$j_\mu^{(2)} = \frac{1}{\sqrt{2}}\langle\bar{q}q\rangle j_\mu'^{(2)}. \quad (4.3)$$

Deste modo, a corrente mista Charmônio - Tetraquark, j_μ com $J^{PC} = 1^{--}$, associada ao Y(4260) é definida como

$$j_\mu(x) = \cos(\theta) j_\mu^{(2)}(x) + \sin(\theta) j_\mu^{(4)}(x), \quad (4.4)$$

onde θ representa o ângulo de mistura.

Estabelecida a corrente mista, podemos usá-la para calcular a massa dessa mistura, usando as Regras de Soma da QCD, e verificar se existe um ângulo para o qual a massa calculada seja igual ao valor experimental da massa do Y(4260).

4.2 O Estado $Y(4260)$

4.2.1 Massa do $Y(4260)$

Como vimos no Capítulo 2, o ponto de partida para o cálculo da massa de um estado hadrônico, através da técnica das Regras de Soma da QCD, é a função de 2-pontos, que para o caso atual é definida como

$$\Pi_{\mu\nu}(q) = i \int d^4x e^{iq\cdot x} \langle 0 | T[j_\mu(x)j_\nu^\dagger(0)] | 0 \rangle, \quad (4.5)$$

onde j_μ é a corrente dada pela Eq. (4.4).

Substituindo a corrente dada pela Eq. (4.4) na função de 2-pontos, Eq. (4.5), obtemos o Lado da OPE dado por

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\nu}^{OPE}(q) &= i \int d^4x e^{iq \cdot x} \left\{ \frac{1}{2} \langle \bar{q}q \rangle^2 \cos^2 \theta \Pi_{\mu\nu}^{22} + \sin^2 \theta \Pi_{\mu\nu}^{44} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\sqrt{2}} \langle \bar{q}q \rangle \sin \theta \cos \theta \left[\Pi_{\mu\nu}^{24} + \Pi_{\mu\nu}^{42} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (4.6)$$

As funções $\Pi_{\mu\nu}^{22}$ e $\Pi_{\mu\nu}^{44}$ são, respectivamente, as funções de correlação do J/ψ e do Tetraquark $[cq][\bar{c}\bar{q}]$. A primeira já foi calculada na Ref. [34]. Assim, devemos calcular as demais contribuições: $\Pi_{\mu\nu}^{44}$ além de $\Pi_{\mu\nu}^{24}$ e $\Pi_{\mu\nu}^{42}$ cujas expressões estão escritas abaixo:

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\nu}^{24} &= \langle 0 | T[j_\mu^{(2)}(x) j_\nu^{(4)\dagger}(0)] | 0 \rangle \\ &= \frac{\epsilon_{abc}\epsilon_{dec}}{\sqrt{2}} \left\{ \text{Tr} \left[S_{fd}^c(x) \gamma_5 \mathcal{C} S_{be}^{q^T}(0) \mathcal{C} \gamma_5 \gamma_\nu S_{af}^c(-x) \gamma_\mu \right] \right. \\ &\quad \left. + \text{Tr} \left[S_{fd}^c(x) \gamma_\nu \gamma_5 \mathcal{C} S_{be}^{q^T}(0) \mathcal{C} \gamma_5 S_{af}^c(-x) \gamma_\mu \right] \right\}, \end{aligned} \quad (4.7)$$

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\nu}^{42} &= \langle 0 | T[j_\mu^{(4)}(x) j_\nu^{(2)\dagger}(0)] | 0 \rangle \\ &= \frac{\epsilon_{abc}\epsilon_{dec}}{\sqrt{2}} \left\{ \text{Tr} \left[S_{bf}^c(x) \gamma_\nu S_{fe}^c(-x) \gamma_\mu \gamma_5 \mathcal{C} S_{ad}^{q^T}(0) \mathcal{C} \gamma_5 \right] \right. \\ &\quad \left. + \text{Tr} \left[S_{bf}^c(x) \gamma_\nu S_{fe}^c(-x) \gamma_5 \mathcal{C} S_{ad}^{q^T}(0) \mathcal{C} \gamma_5 \gamma_\mu \right] \right\}, \end{aligned} \quad (4.8)$$

onde $S_{fd}^c(x)$ é o propagador de quarks pesados, isto é, o propagador do quark charm, enquanto $S_{be}^{q^T}(x)$ é o propagador de quarks leves e o superescrito T em $S^{q^T}(0)$ significa o transposto do propagador. Em geral, o propagador de quarks pesados nas equações acima é escrito no espaço dos momentos via Transformada de Fourier, isto é,

$$S_{fd}^c(p) = \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} e^{-ip \cdot x} S_{fd}^c(x), \quad (4.9)$$

enquanto mantemos o propagador de quarks leves no espaço das coordenadas. Nesse lado, trabalhamos em ordem dominante em α_s nos operadores e consideramos as contribuições dos condensados até dimensão-8 na OPE. Portanto, após uma Transformada de Borel, obtemos a seguinte expressão para a estrutura tensorial $g_{\mu\nu}$

$$\begin{aligned} \Pi^{OPE}(M_B^2) &= \frac{\langle \bar{q}q \rangle^2}{2} \cos^2(\theta) \Pi_1^{22}(M_B^2) + \sin^2(\theta) \Pi_1^{44}(M_B^2) \\ &+ \frac{\langle \bar{q}q \rangle}{\sqrt{2}} \sin(\theta) \cos(\theta) \left[\Pi_1^{24}(M_B^2) + \Pi_1^{42}(M_B^2) \right], \end{aligned} \quad (4.10)$$

onde

$$\Pi_1^{22}(M_B^2) = \int_{4m_c^2}^{s_0} ds e^{-s/M_B^2} \rho_{pert}^{22}(s) + \Pi_{\langle G^2 \rangle}^{22}(M_B^2), \quad (4.11)$$

$$\begin{aligned} \Pi_1^{44}(M_B^2) &= \int_{4m_c^2}^{s_0} ds e^{-s/M_B^2} \left(\rho_{pert}^{44}(s) + \rho_{\langle \bar{q}q \rangle}^{44}(s) + \rho_{\langle G^2 \rangle}^{44}(s) + \rho_{\langle \bar{q}Gq \rangle}^{44}(s) + \rho_{\langle \bar{q}q \rangle^2}^{44}(s) + \right. \\ &\left. + \rho_{\langle 8 \rangle}^{44} \right) + \Pi_{\langle 8 \rangle}^{44}(M_B^2), \end{aligned} \quad (4.12)$$

$$\Pi_1^{24}(M_B^2) = \int_{4m_c^2}^{s_0} ds e^{-s/M_B^2} \rho_{\langle \bar{q}q \rangle}^{24}(s) + \Pi_{\langle \bar{q}Gq \rangle}^{24}(M_B^2). \quad (4.13)$$

Abaixo seguem as expressões das densidades espectrais, $\rho(s)$, presentes nas Eqs. (4.11) - (4.13) para o Charmônio e Tetraquark bem como as densidades obtidas para os termos mistos, $\Pi_1^{24}(M_B^2)$ e $\Pi_1^{42}(M_B^2)$. As contribuições destes dois últimos são iguais.

Para o Charmônio temos [34]

$$\rho_{pert}^{22}(s) = \frac{s\langle\bar{q}q\rangle^2}{2^3\pi^2}(1+2m_c^2/s)\sqrt{1-4m_c^2/s}, \quad (4.14)$$

$$\begin{aligned} \Pi_{\langle G^2 \rangle}^{22}(M_B^2) &= -\frac{\langle g_s^2 G^2 \rangle \langle \bar{q}q \rangle^2}{3 \cdot 2^6 \pi^2} \int_0^1 d\alpha \left\{ 2 + \frac{m_c^2(1-7\alpha-2\alpha^2)}{\alpha(1-\alpha)^2 M_B^2} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{4m_c^4}{M_B^4(1-\alpha)^3} \right\} e^{-\frac{m_c^2}{M_B^2 \alpha(1-\alpha)}}. \end{aligned} \quad (4.15)$$

Por outro lado, as expressões para o Tetraquark são:

$$\begin{aligned} \rho_{pert}^{44}(s) &= -\frac{1}{3 \cdot 2^{10} \pi^6} \int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} \frac{d\alpha}{\alpha^3} \int_{\beta_{min}}^{1-\alpha} \frac{d\beta}{\beta^3} F^3(1-\alpha-\beta) \times \left(2m_c^2(1-\alpha-\beta)^2 - \right. \\ &\quad \left. - 3F(1+\alpha+\beta) \right), \end{aligned} \quad (4.16)$$

$$\rho_{\langle\bar{q}q\rangle}^{44}(s) = 0, \quad (4.17)$$

$$\begin{aligned} \rho_{\langle G^2 \rangle}^{44}(s) &= -\frac{\langle g_s^2 G^2 \rangle}{3^2 \cdot 2^{11} \pi^6} \int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} \frac{d\alpha}{\alpha} \int_{\beta_{min}}^{1-\alpha} \frac{d\beta}{\beta^3} \left[2m_c^4 \alpha(1-\alpha-\beta)^3 - 3m_c^2 F(1-\alpha-\beta) \times \right. \\ &\quad \left. \times (2\alpha^2 + \alpha(8+3\beta) + \beta(1+\beta) - 2) + 6F^2 \beta(1-2\alpha-2\beta) \right], \end{aligned} \quad (4.18)$$

$$\begin{aligned} \rho_{\langle\bar{q}Gq\rangle}^{44}(s) &= -\frac{\langle\bar{q}Gq\rangle}{3 \cdot 2^7 \pi^4} \left\{ 3m_c \int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} \frac{d\alpha}{\alpha^2} \int_{\beta_{min}}^{1-\alpha} \frac{d\beta}{\beta} F \left[\alpha^2 - \alpha(1+\beta) - 2\beta^2 \right] + \right. \\ &\quad + m_s \int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} d\alpha \left[16m_c^2 + 2H \left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \right) - \int_{\beta_{min}}^{1-\alpha} \frac{d\beta}{\beta} \left(m_c^2 \times \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \times (9-3\alpha-5\beta) + 7F \right) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (4.19)$$

$$\rho_{\langle \bar{q}q \rangle^2}^{44}(s) = \frac{s \langle \bar{q}q \rangle^2}{3^2 \cdot 2^4 \pi^2} (1 - 16m_c^2/s) \sqrt{1 - 4m_c^2/s} \quad (4.20)$$

$$\rho_{\langle 8 \rangle}^{44}(s) = -\frac{\langle \bar{q}q \rangle \langle \bar{q}Gq \rangle}{3 \cdot 2^5 \pi^2} \int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} d\alpha \alpha (5 - 6\alpha) \quad (4.21)$$

$$\Pi_{\langle 8 \rangle}^{44}(M_B^2) = -\frac{m_c^2 \langle \bar{q}q \rangle \langle \bar{q}Gq \rangle}{3 \cdot 2^4 \pi^2} \int_0^1 d\alpha \left[\frac{\alpha^2 - 2m_c^2}{M_B^2 \alpha (1 - \alpha)} \right] e^{-\frac{m_c^2}{M_B^2 \alpha (1 - \alpha)}}. \quad (4.22)$$

Em todas as expressões acima, usamos as seguintes definições:

$$F = (\alpha + \beta)m_c^2 - \alpha\beta s, \quad (4.23)$$

$$H = m_c^2 - \alpha(1 - \alpha)s, \quad (4.24)$$

e os limites de integração são:

$$\alpha_{min} = \frac{1 - \sqrt{1 - 4m_c^2/s}}{2}, \quad (4.25)$$

$$\alpha_{max} = \frac{1 + \sqrt{1 - 4m_c^2/s}}{2}, \quad (4.26)$$

$$\beta_{min} = \frac{\alpha m_c^2}{(s\alpha - m_c^2)}. \quad (4.27)$$

Parametrizando o acoplamento do estado vetorial Y com a corrente definida pela Eq. (4.4) da seguinte maneira

$$\langle 0 | j_\mu(x) | Y \rangle = \lambda_Y \epsilon_\mu, \quad (4.28)$$

onde ϵ_μ é o vetor de polarização e λ_Y é o parâmetro definido na Seção 2.4 do Capítulo 2, o Lado Fenomenológico da Eq. (4.5), após aplicarmos uma Transformada de Borel, pode ser escrito da seguinte maneira

$$\Pi^{fen}(M_B^2) = \lambda_Y^2 e^{-M_Y^2/M_B^2} + \int_{s_0}^{\infty} \rho^{OPE}(s) e^{-s/M_B^2}, \quad (4.29)$$

onde M_Y é a massa da mistura enquanto o segundo termo do lado direito da Eq. (4.29), representa as contribuições dos estados do contínuo de ressonâncias a partir do limiar do contínuo, denotado por s_0 [35]. Da igualdade entre as Eqs. (4.10) e (4.29) obtemos a seguinte Regra de Soma,

$$\begin{aligned} \lambda_Y^2 e^{-M_Y^2/M_B^2} &= \frac{\langle\bar{q}q\rangle^2}{2} \cos^2(\theta) \Pi_1^{22}(M_B^2) + \sin^2(\theta) \Pi_1^{44}(M_B^2) \\ &\quad + \frac{\langle\bar{q}q\rangle}{\sqrt{2}} \sin(\theta) \cos(\theta) \left[\Pi_1^{24}(M_B^2) + \Pi_1^{42}(M_B^2) \right]. \end{aligned} \quad (4.30)$$

Uma vez determinada a regra de soma, para determinarmos a massa, seguimos os passos descritos na Seção 2.6 derivando a Eq. (4.30) com respeito a $1/M_B^2$ e dividindo o resultado pela Eq. (4.30). Desta forma, obtemos

$$M_Y^2 = -\frac{\frac{dK(M_B^2, \theta)}{d(1/M_B^2)}}{K(M_B^2, \theta)}, \quad (4.31)$$

onde

$$\begin{aligned} K(M_B^2, \theta) &\equiv \frac{\langle\bar{q}q\rangle^2}{2} \cos^2(\theta) \Pi_1^{22}(M_B^2) + \sin^2(\theta) \Pi_1^{44}(M_B^2) + \\ &\quad + \frac{\langle\bar{q}q\rangle}{\sqrt{2}} \sin(\theta) \cos(\theta) \left[\Pi_1^{24}(M_B^2) + \Pi_1^{42}(M_B^2) \right]. \end{aligned}$$

Assim, a massa da mistura Charmônio-Tetraquark é obtida, resolvendo a Eq. (4.31) numericamente.

4.2.2 Análise numérica

Na Tabela 4.1 listamos os valores das massas dos quarks e condensados que utilizamos na análise numérica. Para uma comparação consistente com resultados obtidos por outros trabalhos envolvendo regras de soma da QCD, os valores listados nessa tabela são os mesmos usados nas Refs. [33, 38, 58, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71].

Como descrito no Capítulo 2 na Seção 2.7, garantimos um certo grau de confiabilidade para a Regra de Soma, se for possível estabelecermos uma Janela de Borel. A Janela de Borel é determinada impondo que a Regra de Soma satisfaça aos cri-

Tabela 4.1: Valores das massas dos quarks e dos condensados.

Parâmetros	Valores
$m_c(m_c)$	$(1.23 \pm 0.05) \text{ GeV}$
$\langle \bar{q}q \rangle$	$-(0.23 \pm 0.03)^3 \text{ GeV}^3$
$\langle \bar{q}g\sigma.Gq \rangle$	$m_0^2 \langle \bar{q}q \rangle$
m_0^2	$(0.8 \pm 0.1) \text{ GeV}^2$
$\langle g_s^2 G^2 \rangle$	$(0.88 \pm 0.25) \text{ GeV}^4$

térios: convergência da OPE, dominância do pólo sobre o contínuo e a estabilidade da massa.

A Janela de Borel é caracterizada por um valor mínimo e um máximo de M_B^2 . Para estabelecermos o valor mínimo da Janela de Borel, devemos analisar a convergência da OPE. Sabemos que o cálculo de todos os termos da OPE é impraticável, logo, a série deve ser truncada. Portanto, é necessário garantir sua convergência para que o cálculo faça sentido.

Na Figura 4.1, segue o gráfico das contribuições relativas de todos os termos da OPE até dimensão 8. Tais contribuições foram calculadas para o valor do ângulo de mistura, θ , no intervalo $52.5^0 \leq \theta \leq 53.5^0$. Além disso, observamos que para valores de θ fora desse intervalo, não podemos garantir a convergência da OPE. Para fixarmos o valor mínimo, $M_{B\min}^2$, da Janela da Borel, vamos adotar o critério definido pela Eq. (2.48). Assim, na Fig. 4.1 a contribuição do condensado de dimensão mais alta é menor ou igual a 15% da contribuição total para $M_B^2 \geq 2.4 \text{ GeV}^2$. Com esse critério obtemos o valor mínimo da massa de Borel $M_{B\min}^2 = 2.4 \text{ GeV}^2$.

Para fixarmos o valor máximo, de acordo com a Seção 2.7.2, temos de analisar a dominância do pólo sobre o contínuo. Na Figura 4.2, podemos ver ambas as contribuições em função de M_B^2 . Assim, para $M_B^2 \leq 2.90 \text{ GeV}^2$ a contribuição do pólo é sempre maior que a do contínuo. Deste modo, o máximo da Janela será $M_{B\max}^2 = 2.90 \text{ GeV}^2$. Portanto, a Janela de Borel é: $2.4 \leq M_B^2 \leq 2.90 \text{ GeV}^2$.

Uma vez determinada a Janela de Borel, podemos calcular a massa do estado fundamental através da Eq. (4.31) cuja solução numérica está mostrada na Fig. 4.3, como função de M_B^2 . Dessa figura podemos ver que existe uma boa estabilidade

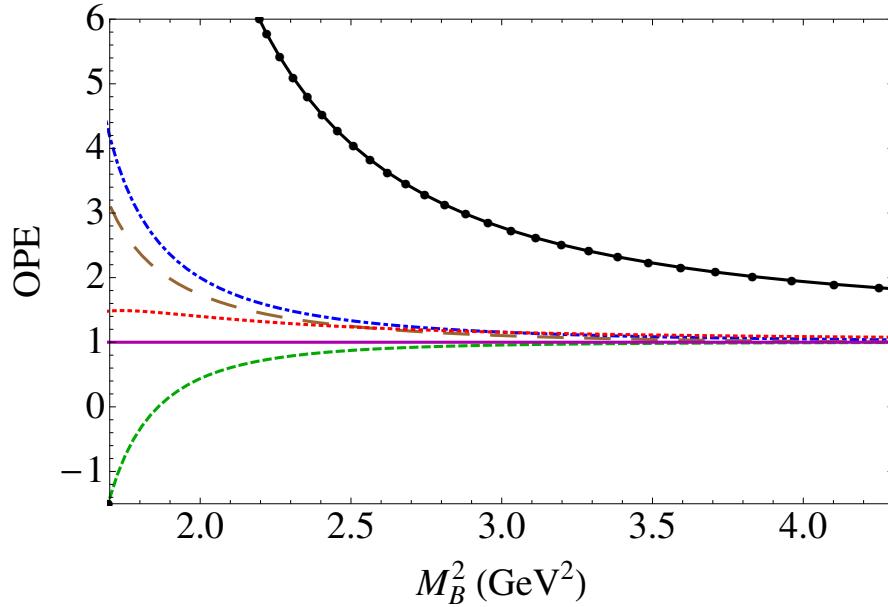


Figura 4.1: A convergência da OPE na região $2.0 \leq M_B^2 \leq 6.0 \text{ GeV}^2$ para $\sqrt{s_0} = 4.70 \text{ GeV}$. Plotamos as contribuições relativas começando com a contribuição perturbativa (linhas com círculo), e cada uma das outras linhas representam a contribuição relativa após adicionarmos um condensado a mais na expansão: $+\langle\bar{q}q\rangle$ (linha ponto-tracejada), $+\langle G^2 \rangle$ (traço longo), $+\langle\bar{q}g\sigma.Gq\rangle$ (linha pontilhada), $+\langle\bar{q}q\rangle^2$ (linha tracejada) e $+\langle\bar{q}q\rangle\langle\bar{q}g\sigma.Gq\rangle$ (linha sólida).

da massa do estado fundamental, na Janela de Borel determinada, representada na figura pelo símbolo “ \times ”.

Variando o valor do limiar do contínuo no intervalo $\sqrt{s_0} = 4.70 \pm 0.10 \text{ GeV}$, o ângulo de mistura em $52.5^0 \leq \theta \leq 53.5^0$ e para os outros parâmetros, consideramos os intervalos como indicado na Tabela 4.1, obtemos:

$$M_Y = (4.26 \pm 0.13) \text{ GeV}, \quad (4.32)$$

que está em excelente acordo com a massa experimental do $Y(4260)$.

Determinada a massa da mistura Charmônio-Tetraquark, podemos usar esse valor na Eq. (4.10) para estimar o parâmetro que representa o acoplamento méson-corrente, definido na Eq. (4.28). Usamos os mesmos valores de s_0 , θ e da Janela de

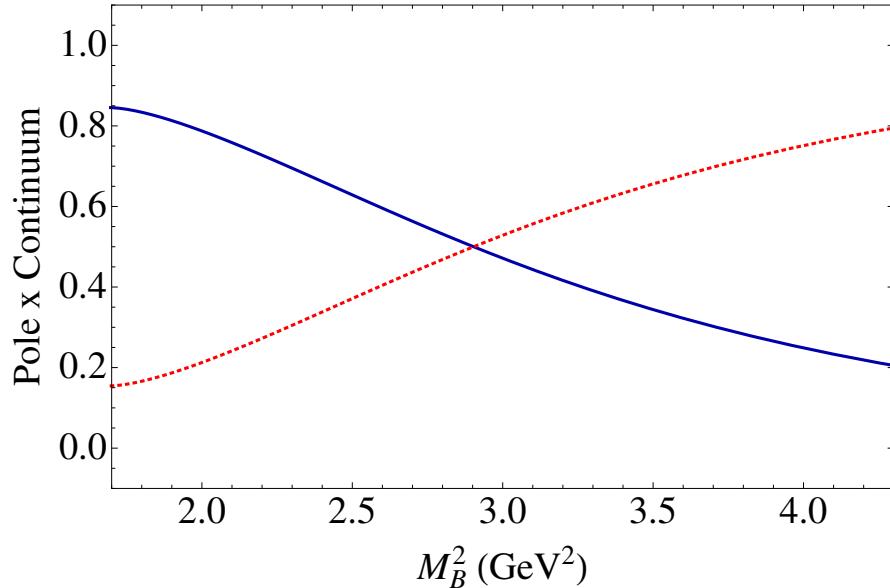


Figura 4.2: Contribuição do pólo (dividida pela contribuição total, isto é, pólo mais contínuo), representada pela linha sólida e a contribuição do contínuo, linha pontilhada, para $\sqrt{s_0} = 4.70$ GeV.

Borel usados anteriormente no cálculo da massa. O valor obtido é

$$\lambda_Y = (2.00 \pm 0.23) \times 10^{-2} \text{ GeV}^5. \quad (4.33)$$

Podemos interpretar o parâmetro λ_Y como a medida da intensidade do acoplamento entre a corrente e o estado hadrônico. É interessante ressaltar que o valor de λ_Y na Eq. (4.33), tem a mesma ordem de magnitude do acoplamento obtido para o $X(3872)$ [52], onde os autores o estudaram como uma mistura Charmônio - molécula.

4.3 A Largura de Decaimento do Estado $Y(4260)$

Como discutido no Capítulo 2, a técnica das RSQCD pode também ser usada para calcular constantes de acoplamento e fatores de forma. Em particular, na Ref. [41] os autores determinaram alguns fatores de forma e constantes de decaimento para vários vértices envolvendo mésons charmosos. Nesta seção, usaremos as Regras

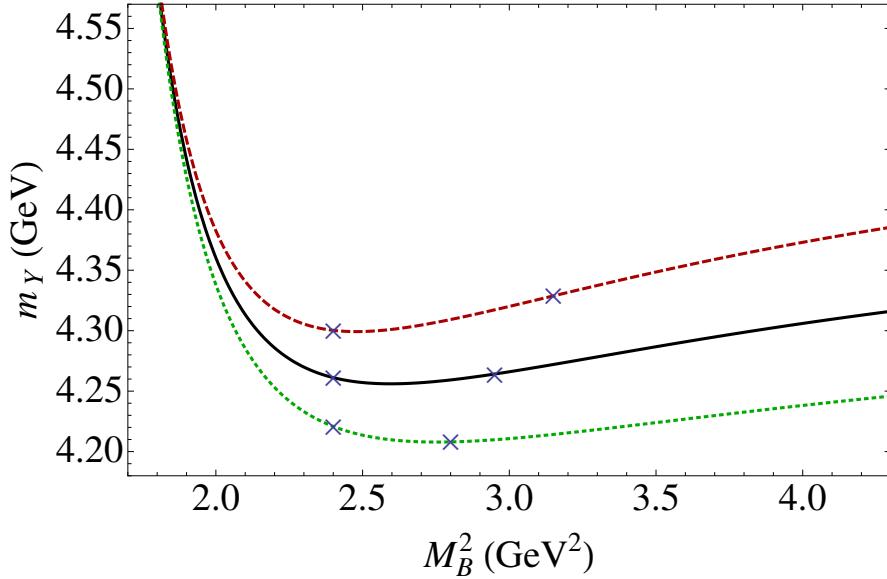


Figura 4.3: Massa como função de M^2 for $\sqrt{s_0} = 4.60$ GeV (linha pontilhada), $\sqrt{s_0} = 4.70$ GeV (linha sólida), $\sqrt{s_0} = 4.80$ GeV (tracejado longo). O símbolo “x” indicam a Janela de Borel válida.

de Soma da QCD para calcular o fator de forma, e consequentemente, a constante de acoplamento associada aos vértices $YJ/\psi\sigma$ e $YJ/\psi f_0(980)$, a fim de obtermos uma estimativa para a largura de decaimento do processo $Y \rightarrow J/\psi\pi\pi$. Nesse canal, estamos levando em conta que os píons vem dos estados intermediários σ e $f_0(980)$.

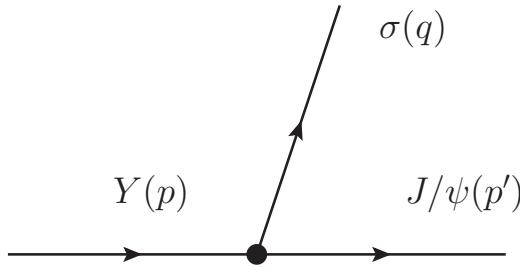


Figura 4.4: Vértice definido pelos mésons Y , J/ψ e σ com seus respectivos quadrimomentos.

Começamos pelo cálculo da constante de acoplamento associada ao vértice $YJ/\psi\sigma$

definido pela Fig 4.4. A função de 3-pontos associada a este vértice é definida como

$$\Pi_{\mu\nu}(p, p', q) = \int d^4x d^4y e^{ip' \cdot x} e^{iq \cdot y} \Pi_{\mu\nu}(x, y), \quad (4.34)$$

com $p = p' + q$ e $\Pi_{\mu\nu}(x, y)$ dado por

$$\Pi_{\mu\nu}(x, y) = \langle 0 | T\{j_\mu^\psi(x) j^\sigma(y) j_\nu^{Y\dagger}(0)\} | 0 \rangle. \quad (4.35)$$

As correntes interpolantes aparecendo na Eq. (4.35) são as correntes associadas com o J/ψ , σ e $Y(4260)$, respectivamente. As correntes para o J/ψ e Y foram definidas pelas Eqs. (4.1) e (4.4). Para o méson σ , temos

$$j^\sigma(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\bar{u}_a(x) u_a(x) + \bar{d}_a(x) d_a(x) \right). \quad (4.36)$$

Embora há trabalhos em QCD na rede [72] e conjecturas [73] que tratam o méson σ como Tetraquarks, em Regras de Soma, a descrição de mésons escalares leves como estruturas desse tipo apresentam alguns problemas [74] na convergência da OPE, o que implica numa impossibilidade na determinação de uma Janela de Borel com estabilidade. Portanto, para nosso propósito vamos assumir o σ como sendo uma estrutura $q\bar{q}$.

Substituindo as correntes definidas pelas Eq. (4.1), (4.4) e (4.36), na Eq. (4.34), obtemos

$$\Pi_{\mu\nu}(p, p', q) = \int d^4x \int d^4y e^{ip' \cdot x} e^{iq \cdot y} \left[\Pi_{\mu\nu}^{(\bar{c}c)}(x, y) + \Pi_{\mu\nu}^{(4q)}(x, y) \right], \quad (4.37)$$

onde $\Pi_{\mu\nu}^{(\bar{c}c)}(x, y)$ e $\Pi_{\mu\nu}^{(4q)}(x, y)$ são as contribuições da parte do Charmônio e Tetraquark respectivamente, e são dadas por:

$$\Pi_{\mu\nu}^{(\bar{c}c)}(x, y) = \frac{\langle \bar{q}q \rangle}{\sqrt{2}} \cos \theta \langle 0 | T\{j_\mu^\psi(x) j^\sigma j_\nu^{(2)\dagger}(0)\} | 0 \rangle, \quad (4.38)$$

$$\Pi_{\mu\nu}^{(4q)}(x, y) = \sin \theta \langle 0 | T\{j_\mu^\psi(x) j^\sigma j_\nu^{(4q)\dagger}(0)\} | 0 \rangle. \quad (4.39)$$

A Eq. (4.38) contribui para a Eq. (4.34) somente com diagramas desconectados e, por conta disso, não a consideraremos no cálculo dos diagramas que contribuem para o Lado da OPE da Eq. (4.34). Logo, somente a Eq. (4.39) contribuirá para a função de três pontos. Portanto, usando o Teorema de Wick e contraindo os campos de quarks em termos dos quais a Eq. (4.39) está escrita, a Eq. (4.34) pode ser reescrita como

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\nu}(p, p', q) &= \frac{\epsilon_{abc}\epsilon_{dec}}{(2\pi)^4\sqrt{2}} \int d^4y \int d^4k e^{iq\cdot y} \text{Tr} \left[S_{ea'}^c(k - p') \gamma_\mu S_{a'b}^c(k) \right. \\ &\times \left. \left(\gamma_5 \mathcal{C}S_{b'a}^{q^T}(y) \mathcal{C} \mathcal{C}S_{db'}^{q^T}(-y) \mathcal{C} \gamma_\alpha \gamma_5 - \gamma_\alpha \gamma_5 \mathcal{C}S_{b'a}^{q^T}(y) \mathcal{C} \mathcal{C}S_{db'}^{q^T}(-y) \mathcal{C} \gamma_5 \right) \right], \end{aligned} \quad (4.40)$$

onde usamos o propagador de quarks pesados no espaço dos momentos. Através dos propagadores definidos no Apêndice A, podemos construir os diagramas que contribuem para o Lado da OPE da Eq. (4.40). Na Fig. 4.5 estão ilustrados somente os diagramas com contribuições não-nulas para a estrutura tensorial $p'_\nu q_\mu$. Essa estrutura, comparada com as demais, é a que contribui com mais termos na OPE, até dimensão 5 (condensado misto). Calculando os diagramas da Fig. 4.5 usando as integrais do Apêndice B e, em seguida, aplicando a Transformada de Borel ($P^2 \rightarrow M^2$), obtemos a seguinte expressão para o Lado da OPE

$$\begin{aligned} \Pi^{(OPE)}(M^2, Q^2) &= \frac{\text{sen}(\theta)}{3 2^4 \sqrt{2} \pi^2} \int_0^1 d\alpha e^{\frac{-m_c^2}{\alpha(1-\alpha)M^2}} \times \\ &\times \left\{ \frac{m_c \langle \bar{q} g \sigma.G q \rangle}{Q^2} \left[\frac{2\alpha(1-\alpha) - 1}{\alpha(1-\alpha)} \right] - \frac{\langle g_s^2 G^2 \rangle}{2^5 \pi^4} \right\}. \end{aligned} \quad (4.41)$$

O Lado Fenomenológico pode ser obtido usando as definições abaixo

$$\langle 0 | j_\mu^\psi | J/\psi(p') \rangle = m_\psi f_\psi \epsilon_\mu(p'),$$

$$\langle 0 | j^\sigma | \sigma(q) \rangle = A_\sigma,$$

$$\langle Y(p) | j_\nu^Y | 0 \rangle = \lambda_Y \epsilon_\nu^*(p), \quad (4.42)$$

na Eq. (2.72) e com isso, o Lado Fenomenológico da função de 3-pontos, Eq. (4.34) resulta em:

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\nu}^{(phen)}(p, p', q) &= \frac{\lambda_Y m_\psi f_\psi A_\sigma g_{Y\psi\sigma}(q^2)}{(p^2 - m_Y^2)(p'^2 - m_\psi^2)(q^2 - m_\sigma^2)} \\ &\times ((p' \cdot p) g_{\mu\nu} - p'_\nu q_\mu - p'_\nu p'_\mu) + \dots, \end{aligned} \quad (4.43)$$

onde os pontos denotam as contribuições de todos os possíveis estados excitados já discutidos no Capítulo 2. Neste ponto, o fator de forma, $g_{Y\psi\sigma}(q^2)$, é introduzido como a generalização do elemento de matriz, $\langle J/\psi\sigma|Y\rangle$, na camada de massa, para a situação onde o méson σ é off-shell (fora da camada de massa), de acordo com a equação abaixo

$$\langle J/\psi\sigma|Y\rangle = g_{Y\psi\sigma}(q^2)(p' \cdot p \ \epsilon^*(p') \cdot \epsilon(p) - p' \cdot \epsilon(p) \ p \cdot \epsilon^*(p')). \quad (4.44)$$

Essa relação pode ser determinada a partir da densidade de lagrangiana efetiva que descreve a interação entre dois mésons vetoriais e um escalar, dada por

$$\mathcal{L} = ig_{Y\psi\sigma} V_{\alpha\beta} A^{\alpha\beta} \sigma, \quad (4.45)$$

onde $V_{\alpha\beta} = \partial_\alpha Y_\beta - \partial_\beta Y_\alpha$ e $A^{\alpha\beta} = \partial^\alpha \psi^\beta - \partial^\beta \psi^\alpha$, são os campos tensoriais associados com o Y e o J/ψ , respectivamente.

Tomando o limite $p'^2 = p^2 = -P^2$, obtemos a seguinte regra de soma, após aplicarmos uma transformada de Borel no Lado Fenomenológico, e igualando-a com a Eq. (4.41):

$$\begin{aligned} \frac{\lambda_Y A_\sigma m_\psi f_\psi}{(m_Y^2 - m_\psi^2)} g_{Y\psi\sigma}(Q^2) \left(e^{-m_\psi^2/M^2} - e^{-m_Y^2/M^2} \right) + B(Q^2) e^{-s_0/M^2} \\ = (Q^2 + m_\sigma^2) \Pi^{(OPE)}(M^2, Q^2), \end{aligned} \quad (4.46)$$

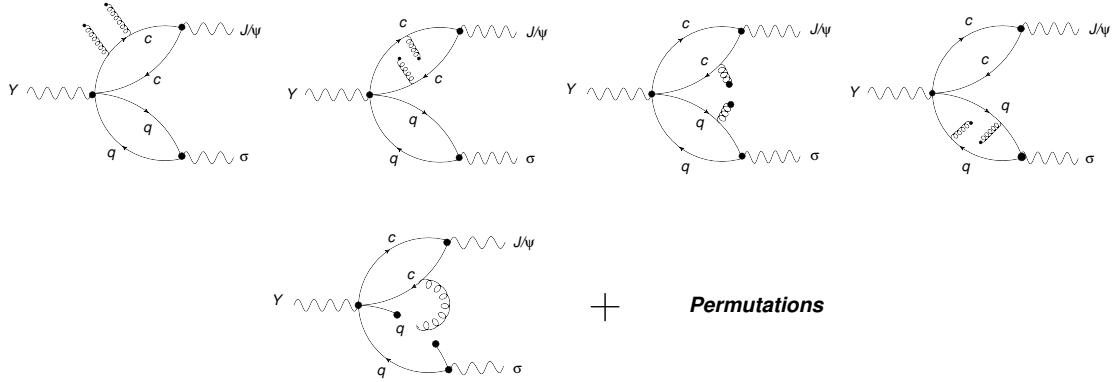


Figura 4.5: Diagramas que contribuem para o Lado da OPE na estrutura $p'_\nu q_\mu$.

onde $Q^2 = -q^2$, e a função $B(Q^2)$ foi introduzida para considerarmos as transições pólo-contínuo, que não são suprimidas quando fazemos apenas uma transformada de Borel [35, 52, 75, 76]. Observe que na Eq. (4.41) temos um fator $\text{sen}(\theta)$, isso reforça o fato que somente a componente de Tetraquarks da corrente na Eq. (4.4) contribui para a função de 3-pontos e, consequentemente para o acoplamento $Y \rightarrow J/\psi \sigma$.

Na Eq. (4.46), m_ψ e f_ψ representam, respectivamente, a massa e a constante de decaimento do J/ψ e m_σ a massa do méson σ . Seus valores são: $m_\psi = 3.1$ GeV, $f_\psi = 0.405$ GeV [61], e $m_\sigma = 0.478$ GeV [77], que é o valor médio do intervalo considerado para a massa do σ na Ref. [61]. Os parâmetros λ_Y e A_σ estão associados com o acoplamento dos estados Y e σ com as correntes definidas pelas Eqs. (4.28) e (4.42), respectivamente. O valor de λ_Y é dado pela Eq. (4.33), enquanto A_σ foi determinado na Ref. [78] cujo valor é $A_\sigma = 0.197$ GeV².

A Eq. (4.46) é a versão da Eq. (2.75) para o caso em estudo. Dado que queremos estudar a dependência de $g_{Y\psi\sigma}(Q^2)$ com Q^2 para obtermos o fator de forma, devemos isolar $g_{Y\psi\sigma}(Q^2)$ no lado esquerdo da Eq. (4.46). Para isso, similarmente ao que fizemos para obter a massa da mistura, M_Y , usamos a Eq. (4.46) e sua derivada com respeito à $1/M^2$, para eliminar $B(Q^2)$ dessas equações de modo a obter uma expressão para $g_{Y\psi\sigma}(Q^2)$. Portanto, derivando a Eq. (4.46) e isolando $B(Q^2)$,

obtemos

$$\begin{aligned} -s_0 B(Q^2) e^{-s_0/M^2} &= (Q^2 + m_\sigma^2) \Pi'^{(OPE)}(M^2, Q^2) + \\ &\quad + g_{Y\psi\sigma}(Q^2) K \left(m_\psi^2 e^{-m_\psi^2/M^2} - m_Y^2 e^{-m_Y^2/M^2} \right), \end{aligned} \quad (4.47)$$

onde $K \equiv \frac{\lambda_Y A_\sigma m_\psi f_\psi}{(m_Y^2 - m_\psi^2)}$ e $\Pi'^{(OPE)}(M^2, Q^2) = \frac{\partial \Pi^{(OPE)}}{\partial(1/M^2)}$. Dividindo a Eq. (4.47) pela Eq. (4.46) e isolando $g_{Y\psi\sigma}(Q^2)$, obtemos a seguinte equação

$$g_{Y\psi\sigma}(Q^2) = \frac{(Q^2 + m_\sigma^2) \left[\Pi'^{(OPE)}(M^2, Q^2) + s_0 \Pi^{(OPE)}(M^2, Q^2) \right]}{K \left[(s_0 - m_\psi^2) e^{-m_\psi^2/M^2} - (s_0 - m_Y^2) e^{-m_Y^2/M^2} \right]}. \quad (4.48)$$

Portanto, para determinarmos o fator de forma $g_{YJ/\psi\sigma}(Q^2)$, associado ao vértice $Y \rightarrow J/\psi\sigma$, temos que resolver a Eq. (4.48) numericamente. Na próxima seção, vamos discutir a solução dessa equação para alguns valores de Q^2 e M^2 .

4.3.1 Análise Numérica

A Figura 4.6 apresenta a solução numérica da Eq. (4.48), obtida em função de Q^2 e de M^2 . Analogamente ao caso da massa, devemos determinar uma região em M^2 , onde o fator de forma seja independente da Massa de Borel, isto é, o fator de forma deve ser estável em M^2 .

Observamos na Figura 4.6, que $g_{Y\psi\sigma}(Q^2)$ é estável para valores de M^2 no intervalo $7.0 \leq M^2 \leq 10.0 \text{ GeV}^2$, para todos os valores de Q^2 . Isso quer dizer que dentro desse intervalo, podemos garantir que o fator de forma $g_{Y\psi\sigma}(Q^2)$ seja somente função de Q^2 . Na Figura 4.7, temos $g_{Y\psi\sigma}(Q^2)$ como função de Q^2 , para $M^2 = 8.0 \text{ GeV}^2$.

A constante de acoplamento é definida como o valor do fator de forma no pôlo da massa do méson off-shell, isto é, $g_{Y\psi\sigma}(Q^2 = -m_\sigma^2)$. Entretanto, observe na Figura 4.7 que o valor $Q^2 = -m_\sigma^2$ está fora do domínio onde a regra de soma é válida. Para contornar esse problema, vamos assumir que o fator de forma obedeça à alguma lei

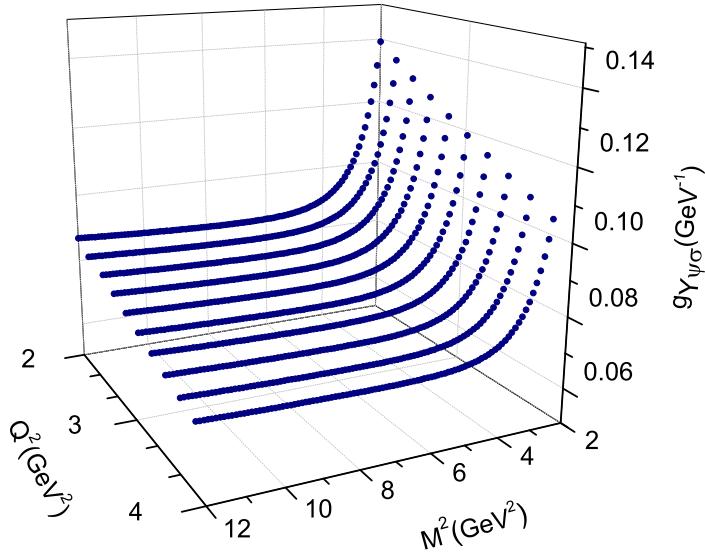


Figura 4.6: Curva 3D de $g_{Y\psi\sigma}(Q^2)$ para alguns valores de Q^2 e M^2 .

de função, por exemplo, à forma monopolar

$$g_{Y\psi\sigma}(Q^2) = \frac{g_1}{g_2 + Q^2}. \quad (4.49)$$

Com isso, determinamos os valores de g_1 e g_2 para os quais os pontos da regra de soma, representados na Figura 4.7 por quadrados, sejam fitados por essa curva. Assim, podemos extrapolar os valores do fator de forma para pontos fora do domínio de validade das regras de soma. Fizemos o fit para $\sqrt{s_0} = 4.74$ GeV. Os valores de g_1 e g_2 para os quais a curva dada pela Eq. (4.49) fitam os resultados da regra de soma são

$$g_1 = (0.58 \pm 0.04) \text{ GeV}; \quad g_2 = (4.71 \pm 0.06) \text{ GeV}^2. \quad (4.50)$$

A curva representada pela linha sólida na Figura 4.7, mostra que a parametrização dada pela Eq. (4.49) reproduz com precisão os resultados da regra de soma, no intervalo $2.0 \leq Q^2 \leq 4.0$, GeV 2 onde a validade da regra de soma é garantida.

O valor da constante de acoplamento é obtido substituindo $Q^2 = -m_\sigma^2$ na Eq.

(4.49) com os valores de g_1 e g_2 dados pela Eq. (4.50). Obtemos:

$$g_{Y\psi\sigma} = g_{Y\psi\sigma}(-m_\sigma^2) = (0.13 \pm 0.01) \text{ GeV}^{-1}. \quad (4.51)$$

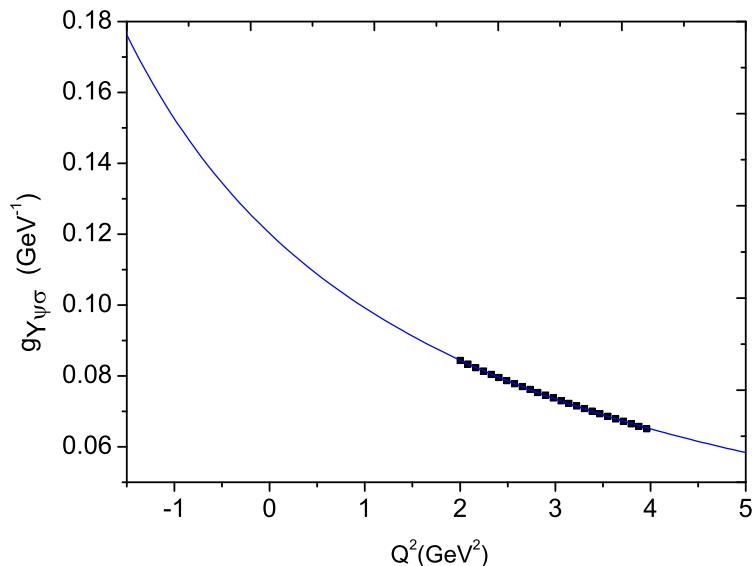


Figura 4.7: Resultado das regras de soma para $g_{Y\psi\sigma}(Q^2)$, como função de Q^2 , para $\sqrt{s_0} = 4.76$ GeV (quadrados). A linha sólida representa a curva parametrizada pela Eq. (4.49) obtida fitando os pontos obtidos via regras de soma.

O erro no valor da constante de acoplamento calculada acima é estimado levando-se em conta variações em s_0 no intervalo $4.6 \leq s_0 \leq 4.8$ GeV 2 , e no ângulo de mistura no intervalo $52.5^\circ \leq \theta \leq 53.5^\circ$.

Na Tabela 4.2, listamos alguns valores da constante de acoplamento e os correspondentes fatores de forma calculados para os valores de $\sqrt{s_0}$ considerados em nossos cálculos.

Uma vez determinado o fator de forma, e por conseguinte, a constante de acoplamento, podemos estimar a largura de decaimento para o processo $Y \rightarrow J/\psi\pi\pi$, assumindo que os píons presentes no estado final sejam resultantes do decaimento do méson σ .

Tabela 4.2: Parametrização monopolar dos pontos da regra de soma, para diferentes valores de $\sqrt{s_0}$.

$\sqrt{s_0}$ (GeV)	$g_{Y\psi\sigma}(Q^2)$ (GeV^{-1})	$g_{Y\psi\sigma}(Q^2 = -m_\sigma^2)$ (GeV^{-1})
4.6	$\frac{0.53}{Q^2+4.77}$	0.12
4.7	$\frac{0.57}{Q^2+4.71}$	0.13
4.8	$\frac{0.63}{Q^2+4.66}$	0.14

4.3.2 Estimando a Largura do processo $Y \rightarrow J/\psi\pi\pi$

A largura de decaimento do processo $Y \rightarrow J/\psi\sigma \rightarrow J/\psi\pi\pi$ é dada por

$$\frac{d\Gamma}{ds}(Y \rightarrow J/\psi\pi\pi) = \frac{1}{8\pi M_Y^2} |\mathcal{M}|^2 \frac{M_Y^2 - m_\psi^2 + s}{2M_Y^2} \frac{\Gamma_\sigma(s)m_\sigma}{\pi} \frac{p(s)}{(s - m_\sigma^2)^2 + (m_\sigma\Gamma_\sigma(s))^2}, \quad (4.52)$$

com $p(s)$ dado por

$$p(s) = \frac{\sqrt{\lambda(M_Y^2, m_\psi^2, s)}}{2m_Y}, \quad (4.53)$$

onde $\lambda(a, b, c) = a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2ac - 2bc$. $\Gamma_\sigma(s)$ é a largura do méson σ fora da camada de massa [77]:

$$\Gamma_\sigma(s) = \Gamma_{0\sigma} \sqrt{\frac{\lambda(s, m_\pi^2, m_\pi^2)}{\lambda(m_\sigma^2, m_\pi^2, m_\pi^2)}} \frac{m_\sigma^2}{s}, \quad (4.54)$$

onde $\Gamma_{0\sigma}$ é o valor experimental para a largura de decaimento do méson σ em dois píons: $\Gamma_{0\sigma} = (0.4 - 0.7)$ GeV [61].

A amplitude invariante ao quadrado é obtida a partir do elemento de matriz dado pela Eq. (4.44). Assim, temos

$$|\mathcal{M}|^2 = g_{Y\psi\sigma}^2(s) f(m_Y, m_\psi, s), \quad (4.55)$$

onde $g_{Y\psi\sigma}(s)$ é o fator de forma do vértice $YJ/\psi\sigma$, dado pela Eq. (4.49) usando

$s = -Q^2$, e

$$f(m_Y, m_\psi, s) = \frac{1}{3} \left(m_Y^2 m_\psi^2 + \frac{1}{2} (m_Y^2 + m_\psi^2 - s)^2 \right).$$

Dessa forma, a largura de decaimento para o processo $Y(4260) \rightarrow J/\psi\pi\pi$ é dada por

$$\begin{aligned} \Gamma &= \frac{m_\sigma}{16\pi^2 M_Y^4} \int_{(2m_\pi)^2}^{(M_Y - m_\psi)^2} ds \ g_{Y\psi\sigma}^2(s) \Gamma_\sigma(s) (M_Y^2 - m_\psi^2 + s) f(M_Y, m_\psi, s) \times \\ &\times \frac{p(s)}{(s - m_\sigma^2)^2 + (m_\sigma \Gamma_\sigma(s))^2}. \end{aligned} \quad (4.56)$$

Levando em conta as variações em s_0 , θ , $\Gamma_{0\sigma}$ e m_σ nos mesmos intervalos mencionados anteriormente, obtemos das Eqs. (4.51) - (4.56) o seguinte valor para a largura

$$\Gamma_\sigma(Y \rightarrow J/\psi\pi\pi) = (1.0 \pm 0.4) \text{ MeV}. \quad (4.57)$$

A seguir, vamos aplicar o procedimento discutido acima para determinar a largura do mesmo processo, supondo agora que os píons venham de um outro estado intermediário, o $f_0(980)$.

4.3.3 O Fator de Forma e o Acoplamento do Vértice $Y J/\psi f_0(980)$

Até o momento, discutimos o cálculo da largura de decaimento do processo $Y \rightarrow J/\psi\pi\pi$ supondo que os píons resultavam do méson sigma como estado intermediário. Entretanto, os píons podem também vir do estado intermediário $f_0(980)$. Nesta seção, vamos determinar o fator de forma e a constante de acoplamento para o vértice $Y J/\psi f_0(980)$.

Como discutido anteriormente, para determinarmos o fator de forma e consequentemente, a constante de acoplamento via regras de soma, temos que calcular a função de 3-pontos que, para este caso, tudo o que temos que fazer é substituir na Eq. (4.34) a corrente interpolante do méson σ pela corrente do $f_0(980)$. A exemplo

do méson σ , vamos também considerar o $f_0(980)$ como um estado quark-antiquark com uma componente estranha. Deste modo, a corrente interpolante associada ao $f_0(980)$ é

$$j^{f_0} = \cos(\alpha) \bar{s}s + \frac{\sin(\alpha)}{\sqrt{2}} (\bar{u}u + \bar{d}d). \quad (4.58)$$

A corrente acima, Eq. (4.58), foi usada nas Refs. [79, 80, 81] para estudar diferentes decaimentos hadrônicos dos mésons D 's em $f_0(980)$. O valor de α usado nesses trabalhos é $\approx 37^\circ$ que é o mesmo valor que vamos usar em nossos cálculos.

Como a corrente definida para o Y , Eq. (4.4), não tem conteúdo de quark estranho, o primeiro termo da corrente na Eq. (4.58) não contribui para a função de vértice do processo considerado. Além disso, comparando esse termo com a corrente definida para o σ , Eq. (4.36), a única diferença entre elas é o fator $\sin(\alpha)$. Como consequência, o Lado da OPE da função de vértice para esse processo, será igual ao do caso da subseção anterior multiplicado por $\sin(\alpha)$.

No Lado Fenomenológico, temos que substituir m_σ por m_{f_0} , e A_σ por A_{f_0} , onde $A_{f_0} = \langle 0 | j^{f_0} | f_0(980) \rangle$ foi calculado na Ref. [81] e o valor obtido foi $A_{f_0} = (0.19 \pm 0.02) \text{ GeV}^2$. Para a massa do f_0 , estamos usando $m_{f_0} = (990 \pm 20) \text{ MeV}$ [61].

Na Tabela 4.3, listamos os valores da constante de acoplamento, $g_{Y\psi f_0(980)}$, e os correspondentes fatores de forma, calculados para diferentes valores de $\sqrt{s_0}$.

Tabela 4.3: Valores da constante de acoplamento, $g_{Y\psi f_0(980)}$, e seus correspondentes fatores de forma, para diferentes valores de $\sqrt{s_0}$.

$\sqrt{s_0}$ (GeV)	$g_{Y\psi f_0}(Q^2)$ (GeV^{-1})	$g_{Y\psi f_0}(Q^2 = -m_{f_0}^2)$ (GeV^{-1})
4.6	$\frac{0.28}{Q^2+2.06}$	0.26
4.7	$\frac{0.29}{Q^2+2.09}$	0.26
4.8	$\frac{0.29}{Q^2+2.12}$	0.26

Para estimar a largura de decaimento do processo $Y \rightarrow J/\psi \pi\pi$, considerando que os píons no estado final venham do méson $f_0(980)$ usamos a Eq. (4.56), e substituímos os parâmetros relacionados com o σ pelos do $f_0(980)$. Com isso, obtemos:

$$\Gamma_{f_0}(Y \rightarrow J/\psi \pi\pi) = (3.1 \pm 0.2) \text{ MeV}. \quad (4.59)$$

Deste modo, a largura de decaimento no canal $Y \rightarrow J/\psi\pi\pi$ considerando os processos $Y \rightarrow J/\psi\sigma$ e $Y \rightarrow J/\psi f_0$ é:

$$\Gamma(Y \rightarrow J/\psi\pi\pi) = (4.1 \pm 0.6) \text{ MeV}, \quad (4.60)$$

que é consistente com o limite inferior dado na Ref. [82]: $\Gamma(Y \rightarrow J/\psi\pi\pi) > 509$ KeV.

Podemos também dar uma estimativa da largura de decaimento do processo $Y \rightarrow J/\psi KK$, que também foi observado [83]. Para isso, basta substituir na Eq. (4.54) os parâmetros relacionados ao píon e ao méson σ pelos parâmetros do méson $f_0(980)$ e do K . Usando $m_K = (493.677 \pm 0.016)$ MeV [61] e a Eq. (4.56) com os fatores de forma $g_{Y\psi f_0}$ listados na Tabela III e tomando as variações em $\sqrt{s_0}$, θ e Γ_{0f_0} , obtemos o seguinte valor para a largura de decaimento do processo $Y \rightarrow J/\psi KK$:

$$\Gamma_{f_0}(Y \rightarrow J/\psi KK) = (1.3 \pm 0.4) \text{ MeV}. \quad (4.61)$$

O valor experimental da largura de decaimento do $Y(4260)$, $\Gamma_{exp} \approx (95 \pm 14)$ MeV [61], é o valor da largura total, ou seja, é o resultado da soma das larguras parciais de todos os possíveis canais de decaimento. Neste estudo usamos as regras de soma da QCD para calcular o valor da largura somente para os canais $Y \rightarrow J/\psi\pi\pi$ e $Y \rightarrow J/\psi KK$. Para efeito de comparação, necessitamos da largura de todos os possíveis canais de decaimento do $Y(4260)$. Certamente, com a corrente mista definida pela Eq. (4.4), o principal canal de decaimento do Y deve ser em mésons D , devido principalmente à componente do Charmônio na corrente mista. Contudo, com a técnica das regras de soma não é possível obter informações da largura desses canais em mésons D , isso por que as regras de soma só fornecem resultados que dizem respeito ao estado fundamental. Portanto, considerando a contribuição da componente do Charmônio na corrente mista, Eq. (4.4), só é possível estudar o decaimento do J/ψ que está abaixo do limiar energético para decair em mésons D .

Considerando os limites superiores para as razões de ramificação

$$\frac{\mathcal{B}(Y(4260) \rightarrow X)}{\mathcal{B}(Y(4260) \rightarrow J/\psi\pi\pi)}, \quad (4.62)$$

onde $X = D\bar{D}$, $D\bar{D}^*$ e $D^*\bar{D}^*$, divulgadas pelas colaborações BaBar[84] e CLEO [85] cujos valores podem ser vistos na Tabela 4.4, podemos observar que a largura obtida na Eq. (4.60), para o canal $Y \rightarrow J/\psi\pi\pi$, é consistente com a largura experimental de decaimento total do $Y(4260)$. Isso, implica que existe a possibilidade de que o $Y(4260)$ possa ser interpretado como uma mistura Charmônio - Tetraquark.

Tabela 4.4: Limites superiores para as razões de ramificação, Eq. (4.62), medidas pelas colaborações CLEO-c e BaBar.

Estado Final X	$\frac{\mathcal{B}(Y(4260) \rightarrow X)}{\mathcal{B}(Y(4260) \rightarrow J/\psi\pi\pi)}$
$D\bar{D}$	< 4.0
$D^*\bar{D}$	< 45
$D^*\bar{D}^*$	< 11

4.4 O Estado $Y(3940)$

A exemplo do que foi feito na Seção 4.1, vamos escrever uma corrente interpolante representando uma mistura, neste caso entre o estado do Charmônio χ_{c0} e a molécula $D^*\bar{D}^*$ com $J^{PC} = 0^{++}$, definida do seguinte modo

$$j(x) = a \cos \theta j_{\chi_{c0}}(x) + \sin \theta j_{D^*\bar{D}^*}(x), \quad (4.63)$$

onde θ novamente representa o ângulo de mistura enquanto $a = -\langle \bar{q}q \rangle / \sqrt{2}$. As correntes interpolantes associadas ao méson χ_{c0} e à molécula $D^*\bar{D}^*$ são definidas, respectivamente, como

$$j_{\chi_{c0}}(x) = \bar{c}_a(x)c_a(x), \quad (4.64)$$

$$j_{D^*\bar{D}^*}(x) = (\bar{q}_a(x)\gamma_\mu c_a(x))(\bar{c}_b(x)\gamma^\mu q_b(x)). \quad (4.65)$$

Definida a corrente de mistura, passamos agora ao cálculo da massa da estrutura descrita por ela.

4.4.1 A Massa da Mistura χ_{c0} - $D^*\bar{D}^*$

A função de dois pontos para a mistura descrita pela corrente (4.63) é dada por

$$\begin{aligned}\Pi(q) &= i \int d^4x e^{iq \cdot x} \langle 0 | T\{j(x) j^\dagger(0)\} | 0 \rangle \\ &= i \int d^4x e^{iq \cdot x} \left\{ \frac{\langle \bar{q}q \rangle^2}{2} \cos^2 \theta \Pi_{\chi_{c0}}(x) + \sin^2 \theta \Pi_{D^*\bar{D}^*}(x) \right. \\ &\quad \left. - \frac{\langle \bar{q}q \rangle}{\sqrt{2}} \cos \theta \sin \theta \left[\Pi_{mix}(x) + \Pi_{mix}^*(x) \right] \right\},\end{aligned}\quad (4.66)$$

onde $\Pi_{\chi_{c0}}(x)$ e $\Pi_{D^*\bar{D}^*}(x)$ são as funções de correlação associadas ao méson χ_{c0} e a molécula $D^*\bar{D}^*$, respectivamente, e foram calculadas nas Refs. [86, 34]. As funções de correlação $\Pi_{mix}(x)$ e $\Pi_{mix}^*(x)$ são as funções que temos que calcular e estão associadas com a parte de mistura. Explicitamente, temos

$$\begin{aligned}\Pi_{mix}(x) &= \langle 0 | T\{j_{\chi_{c0}}(x) j_{D^*\bar{D}^*}^\dagger(0)\} | 0 \rangle, \\ &= \text{Tr}[S_{ab}^q(0) \gamma_\mu S_{bd}^c(-x) S_{da}^c(x) \gamma^\mu],\end{aligned}\quad (4.67)$$

$$\begin{aligned}\Pi_{mix}^*(x) &= \langle 0 | T\{j_{D^*\bar{D}^*}(x) j_{\chi_{c0}}^\dagger(0)\} | 0 \rangle, \\ &= \text{Tr}[S_{ab}^q(0) \gamma_\mu S_{bd}^c(x) S_{da}^c(-x) \gamma^\mu],\end{aligned}\quad (4.68)$$

onde $S^q(x)$ e $S^c(x)$ são os propagadores dos quarks leve e charm, respectivamente.

No Lado da OPE, novamente trabalhamos em ordem dominante em α_s , e levamos em conta os condensados até dimensão oito. Com isso, obtemos para esse lado a seguinte expressão

$$\Pi^{OPE} = \int_{4mc^2}^{\infty} \frac{\rho^{OPE}(s)}{s - q^2}, \quad (4.69)$$

onde a densidade espectral $\rho^{OPE}(s)$ é igual a

$$\begin{aligned}\rho^{OPE}(s) &= \frac{1}{2} \langle \bar{q}q \rangle^2 \cos^2 \theta \rho_{\chi_{c0}}(s) + \sin^2 \theta \rho_{D^*D^*}(s) \\ &\quad - \frac{\langle \bar{q}q \rangle}{\sqrt{2}} \sin \theta \cos \theta \rho_{mix}(s) ,\end{aligned}\quad (4.70)$$

onde as contribuições associadas com o méson χ_{c0} , isto é, $\rho_{\chi_{c0}}(s)$ estão escritas abaixo [34]

$$\begin{aligned}\rho_{\chi_{c0}}^{pert}(s) &= -\frac{3m_c^2}{8\pi^2} v \left(4 - \frac{1}{x} \right) , \\ \rho_{\chi_{c0}}^{\langle G^2 \rangle}(s) &= \frac{gG}{2^5 \pi^2 M_B^2} v \left(2 + \frac{2}{x} - \frac{m_c^2/M_B^2}{x^2} \right) , \\ \rho_{\chi_{c0}}^{gG}(s) &= -\frac{gGG}{3 \cdot 2^7 \pi^2 M_B^4} \frac{v}{x} \left[49 + \frac{6}{x} + (x - m_c^2 \tau) \right. \\ &\quad \left. \times \left(28 + \frac{49}{x} + \frac{3}{x^2} \right) \right] ,\end{aligned}\quad (4.71)$$

enquanto para a molécula $D^* \bar{D}^*$, $\rho_{D^* \bar{D}^*}(x)$, temos [86]

$$\begin{aligned}\rho_{D^* D^*}^{pert}(s) &= \frac{m_c^8}{5 \cdot 2^{12} \pi^6} \left[v \left(480 + \frac{1460}{x} - \frac{274}{x^2} - \frac{38}{x^3} + \frac{1}{x^4} \right) \right. \\ &\quad \left. + 120 \mathcal{L}_v \left(8x - 1 - 6 \operatorname{Log}(x) - \frac{8}{x} + \frac{2}{x^2} \right) - 1440 \mathcal{L}_+ \right] ,\end{aligned}\quad (4.72)$$

$$\begin{aligned}\rho_{D^* D^*}^{\langle \bar{q}q \rangle}(s) &= \frac{m_c^5 \langle \bar{q}q \rangle}{64\pi^4} \left[v \left(6 - \frac{5}{x} - \frac{1}{x^2} \right) + 6 \mathcal{L}_v \left(2x - 2 + \frac{1}{x} \right) \right] ,\end{aligned}\quad (4.73)$$

$$\rho_{D^*D^*}^{(G^2)}(s) = \frac{m_c^4 g G}{3 \cdot 2^{10} \pi^6} \left[v \left(6 - \frac{5}{x} - \frac{1}{x^2} \right) + 6 \mathcal{L}_v \left(2x - 2 + \frac{1}{x} \right) \right] , \quad (4.74)$$

$$\rho_{D^*D^*}^{(\bar{q}Gq)}(s) = \frac{3m_c^3 \langle \bar{q}Gq \rangle}{128\pi^4} \left(\frac{v}{x} - 2\mathcal{L}_v \right) , \quad (4.75)$$

$$\rho_{D^*D^*}^{(\bar{q}q)^2}(s) = \frac{m_c^2 \rho \langle \bar{q}q \rangle^2}{4\pi^2} v , \quad (4.76)$$

$$\rho_{D^*D^*}^{gG}(s) = \frac{m_c^2 g G G}{3 \cdot 2^{12} \pi^6} \left[v \left(6 - \frac{25}{x} + \frac{1}{x^2} \right) + 6 \mathcal{L}_v \left(2x + 2 + \frac{1}{x} \right) \right] , \quad (4.77)$$

$$\rho_{D^*D^*}^{(8)}(s) = -\frac{\langle \bar{q}q \rangle \langle \bar{q}Gq \rangle}{8\pi^2} v \left(\frac{m_c^4/M_B^4}{x} \right) . \quad (4.78)$$

Finalmente, para o termo de mistura, $\rho_{mix}(s)$, temos

$$\begin{aligned} \rho_{mix}^{(\bar{q}q)}(s) &= \frac{m_c^2 \langle \bar{q}q \rangle}{4\pi^2} v \left(4 - \frac{1}{x} \right) , \\ \rho_{mix}^{(\bar{q}Gq)}(s) &= 0 . \end{aligned} \quad (4.79)$$

Nas expressões acima, usamos as seguintes definições abaixo

$$x = m_c^2/s \quad (4.80)$$

$$v = \sqrt{1 - 4x} \quad (4.81)$$

$$\mathcal{L}_v = \text{Log} \left(\frac{1+v}{1-v} \right) \quad (4.82)$$

$$\mathcal{L}_+ = \text{Li}_2 \left(\frac{1+v}{2} \right) - \text{Li}_2 \left(\frac{1-v}{2} \right) . \quad (4.83)$$

Usando a parametrização $\langle 0|j|Y \rangle = \lambda$ na Eq. (2.38), obtemos o Lado Fenomenológico, isto é,

$$\Pi^{fen}(q) = \frac{\lambda_Y^2}{M_Y^2 - q^2} + \int_{s_0}^{\infty} ds \frac{\rho^{cont}(s)}{s - q^2} . \quad (4.84)$$

Uma vez calculada a OPE e o Lado Fenomenológico, podemos agora usar a Eq. (2.47) para determinarmos a massa da mistura.

Análise Numérica

Na Fig. 4.8 mostramos os plots para cada um dos termos da OPE. Essas contribuições foram obtidas para o ângulo de mistura no intervalo $71.0^0 \leq \theta \leq 81.0^0$. Fora desse intervalo a convergência da OPE não pode ser mais garantida. O critério definido pela Eq. (2.48) é satisfeito para valores de M_B^2 acima de 2.40 GeV^2 , e por isso, fixamos esse valor como o mínimo da Janela de Borel, isto é, $M_{B\min}^2 = 2.40 \text{ GeV}^2$.

Na Fig. 4.9 mostramos as curvas associadas com as contribuições do pólo e do contínuo. Note que, tais contribuições se tornam iguais quando $M_B^2 = 2.70 \text{ GeV}^2$, logo, esse valor será o máximo da Janela de Borel.

Obtida a Janela de Borel, podemos agora determinar a massa da mistura $\chi_{c0} - D^* \bar{D}^*$. Na Fig. 4.10, mostramos as curvas para a massa da mistura $\chi_{c0} - D^* \bar{D}^*$ como função da massa de Borel para três valores de s_0 no intervalo $4.30 \leq s_0 \leq 4.50$, onde os parênteses em cada curva indicam a Janela de Borel em cada caso. Portanto,

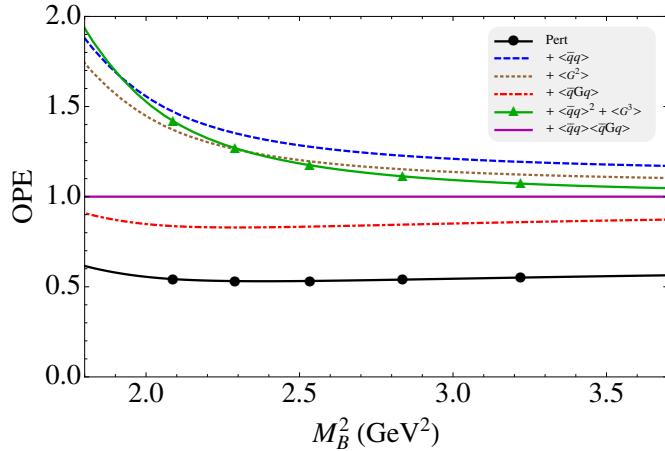


Figura 4.8: Convergência da OPE na região $1.7 \leq M_B^2 \leq 3.8 \text{ GeV}^2$ para $\sqrt{s_0} = 4.40 \text{ GeV}$ and $\theta = 76.0^\circ$. Estão plotadas as contribuições relativas iniciando com a contribuição perturbativa (linhas com círculos), e cada uma das outras linhas representam as contribuições relativas após a adição de um condensado a mais na expansão: $+\langle\bar{q}q\rangle$ (linha tracejada), $+\langle G^2 \rangle$ (linha pontilhada), $+\langle\bar{q}Gq\rangle$ (linha ponto-tracejada), $+\langle\bar{q}q\rangle^2 + \langle G^3 \rangle$ (linha com triângulos) and $\langle\bar{q}q\rangle \cdot \langle\bar{q}Gq\rangle$ (linha sólida).

considerando as incertezas apontadas na Tabela 4.1, obtemos

$$M_Y = (3.95 \pm 0.11) \text{ GeV} . \quad (4.85)$$

Essa valor é compatível com a massa experimental da estrutura $Y(3940)$ observada pela Colaboração BELLE em [87]. Portanto, do ponto de vista das RSQCD, o estado escalar formado pela mistura $\chi_{c0} - D^* \bar{D}^*$ é um bom candidato para explicar o estado $Y(3940)$. Uma vez obtida a massa, podemos usar esse resultado para estimar o valor de λ cujo valor é

$$\lambda_Y = (2.1 \pm 0.6) \times 10^{-2} \text{ GeV}^5. \quad (4.86)$$

Dado que a corrente definida na Eq. (4.63) descreve a massa do estado $Y(3940)$, podemos testar se, com a mesma corrente, podemos determinar a largura de decaimento desse estado.

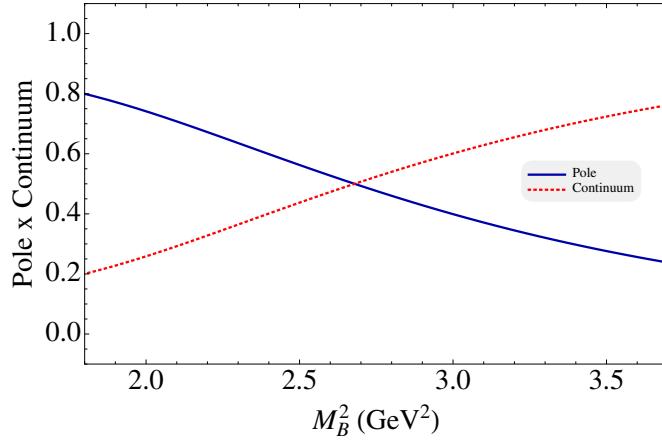


Figura 4.9: A curva sólida está associada com a contribuição do pólo, enquanto a linha pontilhada representa a contribuição do contínuo. Em ambas as curvas foram usados os seguintes valores para s_0 e θ : $\sqrt{s_0} = 4.40$ GeV and $\theta = 76.0^\circ$.

4.5 Largura de decaimento do $Y(3940)$

O estado $Y(3940)$ decai nos seguintes canais:

$$\begin{aligned} Y(3940) &\rightarrow J/\psi \omega, \\ Y(3940) &\rightarrow D \bar{D}, \\ Y(3940) &\rightarrow \gamma \gamma. \end{aligned} \tag{4.87}$$

Nas próximas subseções, vamos calcular os acoplamentos da corrente de mistura Eq. (4.63) com os mésons acima, de modo a estimar a largura total e comparar com o valor experimental da largura do estado $Y(3940)$. Vamos iniciar esse estudo pelo canal $Y \rightarrow J/\psi \omega$.

4.5.1 Estimando a Largura do canal $Y \rightarrow J/\psi \omega$

A função de três pontos para o vértice $Y \rightarrow J/\psi \omega$, com os quadrimomentos definidos de acordo com a Fig. 4.11, é definida como

$$\Pi_{\mu\nu}(p, p', q) = \int d^4x \int d^4y e^{ip' \cdot x} e^{iq \cdot y} \left(\Pi_{\mu\nu}^{\chi_{c0}\omega\psi}(x, y) + \Pi_{\mu\nu}^{D^*D^*\omega\psi}(x, y) \right), \tag{4.88}$$

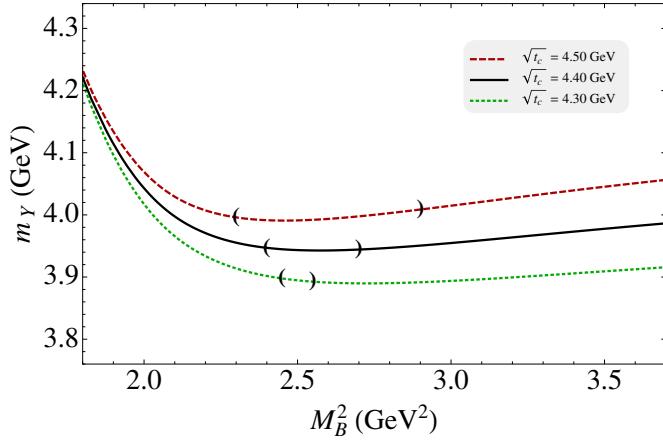


Figura 4.10: Massa como função de M_B^2 para $\sqrt{s_0} = 4.30$ GeV (linha pontilhada), $\sqrt{s_0} = 4.40$ GeV (linha sólida) e $\sqrt{s_0} = 4.50$ GeV (linha tracejada). Os parênteses indicados em cada curva representam a Janela de Borel.

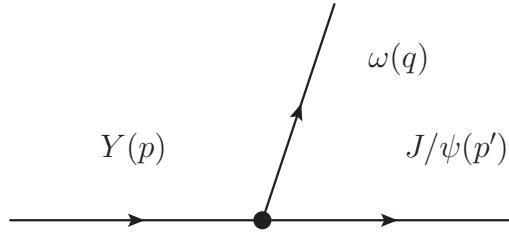


Figura 4.11: Vértice $Y \rightarrow J/\psi \omega$.

onde $\Pi_{\mu\nu}^{\chi_{c0}\omega\psi}(x, y)$ é a contribuição para a Eq. (4.88) associada com o acoplamento entre os mésons χ_{c0} , J/ψ e ω ,

$$\Pi_{\mu\nu}^{\chi_{c0}\omega\psi}(x, y) = \langle 0 | T \{ j_\mu^\psi(x) j_\nu^\omega(y) j_{\chi_{c0}}^\dagger(0) \} | 0 \rangle. \quad (4.89)$$

Essa contribuição surge da componente $a \cos \theta j_{\chi_{c0}}(x)$ da corrente definida pela Eq. (4.63). Na Eq. (4.89), $j_\nu^\omega(y)$ é a corrente interpolante associada ao méson ω , definida como

$$j_\nu^\omega(y) = \frac{1}{6} \left(\bar{u}_b(y) u_b(y) + \bar{d}_c(y) d_c(y) \right). \quad (4.90)$$

As correntes interpolantes associadas ao mésons J/ψ e ω já foram definidas pelas Eqs. (4.1) e (4.65), respectivamente. Analogamente ao caso da Seção 4.3, a componente $\Pi_{\mu\nu}^{\chi_c 0 \omega \psi}(x, y)$ da função de três pontos dada pela Eq. (4.88) não contribui com diagramas conectados. Somente a componente associada com o acoplamento da molécula $D^* \bar{D}^*$ com os mésons J/ψ e ω , isto é, o termo $\Pi_{\mu\nu}^{D^* D^* \omega \psi}(x, y)$ contribui para a Eq. (4.88). Explicitamente, ele é dado por

$$\Pi_{\mu\nu}^{D^* D^* \omega \psi}(x, y) = \langle 0 | T\{j_\mu^\psi(x) j_\nu^\omega(y) j_{D^* D^*}^\dagger(0)\} | 0 \rangle, \quad (4.91)$$

onde $j_{D^* D^*}(x)$ já foi definida pela Eq. (4.65). Portanto, substituindo as correntes definidas pelas Eqs. (4.1), (4.65) e (4.90) na Eq. (4.88), obtemos

$$\Pi_{\mu\nu}(p, p', q) = - \int d^4x \int d^4y e^{ip' \cdot x} e^{iq \cdot y} \text{Tr}[S_{b'a}^c(-x) \gamma_\mu S_{ae}^c(x) \gamma^\alpha S_{ea'}^q(-y) \gamma_\nu S_{a'b'}^q(y) \gamma_\alpha], \quad (4.92)$$

onde $S_{ab}^c(x)$ é o propagador do quark charm e, como dissemos anteriormente, ele é escrito no espaço dos momentos, assim, a equação acima assume a forma

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\nu}(p, p', q) &= - \int d^4x \int d^4y \int \frac{d^4p_1}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4p_2}{(2\pi)^4} e^{ip' \cdot x} e^{iq \cdot y} e^{i(p' - p_1 - p_2) \cdot x} \\ &\times \text{Tr}[S_{b'a}^c(p_2) \gamma_\mu S_{ae}^c(p_1) \gamma^\alpha S_{ea'}^q(-y) \gamma_\nu S_{a'b'}^q(y) \gamma_\alpha]. \end{aligned} \quad (4.93)$$

Integrando em x , obtemos $\delta(p' - p_1 - p_2)$, que após nova integração, desta vez em p_2 e definindo $p_1 \equiv k$, simplificamos a Eq. (4.93), dada agora por

$$\Pi_{\mu\nu}(p, p', q) = - \frac{1}{(2\pi)^4} \int d^4y \int d^4k e^{iq \cdot y} \text{Tr}[S_{b'a}^c(p_2) \gamma_\mu S_{ae}^c(p_1) \gamma^\alpha S_{ea'}^q(-y) \gamma_\nu S_{a'b'}^q(y) \gamma_\alpha]. \quad (4.94)$$

Assim, de posse da Eq. (4.94), podemos calcular a OPE até dimensão sete, isto

é,

$$\rho(s, Q^2) = \rho^{pert}(s, Q^2) + \rho^{\langle\bar{q}q\rangle}(s, Q^2) + \rho^{\langle G^2 \rangle}(s, Q^2) + \rho^{\langle\bar{q}Gq\rangle}(s, Q^2) + \rho^{\langle\bar{q}q\rangle\langle G^2 \rangle}(s, Q^2), \quad (4.95)$$

com

$$\rho^{pert}(s, Q^2) = \rho^{\langle\bar{q}q\rangle}(s, Q^2) = 0, \quad (4.96)$$

$$\begin{aligned} \rho^{\langle G^2 \rangle}(s, Q^2) &= -\frac{\langle g_s^2 G^2 \rangle}{3^2 \cdot 2^{10} \pi^4} \int_0^1 d\alpha \delta\left[s - \frac{m_c^2}{\alpha(1-\alpha)}\right] \\ &\times (3 - 3\alpha + \alpha^2), \end{aligned} \quad (4.97)$$

$$\begin{aligned} \rho^{\langle\bar{q}Gq\rangle}(s, Q^2) &= \frac{m_c \langle\bar{q}Gq\rangle}{72\pi^2 Q^2} \int_0^1 d\alpha \delta\left[s - \frac{m_c^2}{\alpha(1-\alpha)}\right], \\ \rho^{\langle\bar{q}q\rangle\langle G^2 \rangle}(s, Q^2) &= \frac{m_c \langle\bar{q}q\rangle \langle g_s^2 G^2 \rangle}{3^3 \cdot 2^5 \pi^2 Q^4} \int_0^1 d\alpha \delta\left[s - \frac{m_c^2}{\alpha(1-\alpha)}\right] \\ &\times \frac{(1 - 3\alpha(1 - \alpha))}{\alpha(1 - \alpha)}. \end{aligned} \quad (4.98)$$

Portanto, após aplicarmos a Transformada de Borel, o Lado da OPE da Eq. (4.88) será

$$\Pi^{OPE}(M_B^2, Q^2) = \sin \theta \int_{4m_c^2}^{+\infty} ds e^{-s/M_B^2} \rho(s, Q^2), \quad (4.99)$$

com $\rho(s, Q^2)$ dado pela Eq. (4.95).

Usando as parametrizações abaixo,

$$\begin{aligned} \langle 0 | j_\mu^\psi | J/\psi(p') \rangle &= M_\psi f_\psi \epsilon_\mu(p'), \\ \langle 0 | j_\nu^\omega | \omega(q) \rangle &= M_\omega f_\omega \epsilon_\nu(q), \\ \langle Y(p) | j_{D^* D^*} | 0 \rangle &= \lambda_Y, \end{aligned} \quad (4.100)$$

onde M_ψ , M_ω , f_ψ , f_ω , $\epsilon_\mu(p')$ e $\epsilon_\nu(q)$ são, respectivamente, as massas, as constantes de decaimento e os vetores de polarização dos mésons J/ψ e ω , o Lado Fenomenológico fica

$$\Pi_{\mu\nu}^{fen}(p, p', q) = \frac{\lambda_Y M_\psi f_\psi M_\omega f_\omega \epsilon_\mu(p') \epsilon_\nu(q)}{(p^2 - M_Y^2)(p'^2 - M_\psi^2)(q^2 - M_\omega^2)} \langle \omega(q) J/\psi(p') | Y(p) \rangle. \quad (4.101)$$

Para calcularmos o elemento de matriz $\langle \omega(q) J/\psi(p') | Y(p) \rangle$, considere a densidade de Lagrangiana $\mathcal{L}_{Y\omega\psi}$ descrevendo a interação entre Y e os mésons J/ψ e ω ,

$$\mathcal{L}_{Y\omega\psi} = i g_{Y\omega\psi} Y V_{\alpha\beta} \psi^{\alpha\beta}, \quad (4.102)$$

onde $V_{\alpha\beta} = \partial_\alpha V_\beta - \partial_\beta V_\alpha$ e $\psi^{\alpha\beta} = \partial^\alpha \psi^\beta - \partial^\beta \psi^\alpha$. Assim, o elemento de matriz será

$$\langle \omega(q) J/\psi(p') | Y(p) \rangle = g_{Y\omega\psi} \left\{ [p' \cdot \epsilon^*(q)][q \cdot \epsilon^*(p')] - (p' \cdot q)[\epsilon^*(p') \cdot \epsilon^*(q)] \right\}. \quad (4.103)$$

Substituindo esse resultado na Eq. (4.101), e sabendo que

$$\begin{aligned} \sum_{pol.} \epsilon_\mu(p') \epsilon_\nu^*(p') &= -g_{\mu\nu} + \frac{p'_\mu p'_\nu}{M_\psi^2}, \\ \sum_{pol.} \epsilon_\mu(q) \epsilon_\nu^*(q) &= -g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{M_\omega^2}, \end{aligned} \quad (4.104)$$

o Lado Fenomenológico finalmente pode ser reescrito como

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\nu}^{fen}(p, p', q) &= \frac{\lambda_Y M_\psi f_\psi M_\omega f_\omega g_{Y\omega\psi}(q^2)}{(p^2 - M_Y^2)(p'^2 - M_\psi^2)(q^2 - M_\omega^2)} \\ &\times \left[q_\mu p'_\nu - (p' \cdot q) g_{\mu\nu} \right] + \dots \end{aligned} \quad (4.105)$$

Portanto, na estrutura $p'_\nu q_\mu$, após aplicarmos uma Transformada de Borel, obtemos

a seguinte Regra de Soma,

$$\frac{\lambda_Y M_\omega f_\omega M_\psi f_\psi g_{Y\psi\omega}(Q^2)}{(M_Y^2 - M_\psi^2)(Q^2 + M_\omega^2)} \left(e^{-M_Y^2/M_B^2} - e^{-M_\psi^2/M_B^2} \right) + H(Q^2) e^{-s_0/M_B^2} = \Pi^{OPE}(M_B^2, Q^2), \quad (4.106)$$

onde $Q^2 = -q^2$, e a função $H(Q^2)$ representa as transições pólo-contínuo [52, 35, 75]. Seguindo a estratégia realizada na Seção 4.3, podemos derivar uma equação para $g_{Y\psi\omega}(Q^2)$ como a Eq. (4.48) e, com isso, estudar a dependência de $g_{Y\psi\omega}(Q^2)$ com Q^2 numericamente.

Na análise numérica usamos os valores experimentais das massas dos mésons e constantes de decaimento: $M_\psi = 3.10 \text{ GeV}$, $f_\psi = 0.405 \text{ GeV}$, $M_\omega = 0.782 \text{ GeV}$, $f_\omega = 0.046 \text{ GeV}$. Para a massa do $Y(3940)$ também usamos o valor experimental medido pela Colaboração Belle [87], enquanto o valor de λ_Y usado é dado pela Eq. (4.86).

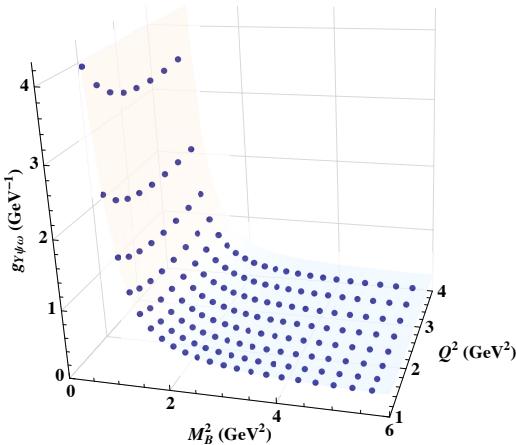


Figura 4.12: Fator de forma $g_{Y\psi\omega}(Q^2)$ como função do momento Q^2 bem como da massa de Borel M_B^2 .

Na Fig. 4.12 podemos ver o comportamento de $g_{Y\psi\omega}(Q^2)$ em função do momento Q^2 e também da massa de Borel M_B^2 . Devemos selecionar uma região em M_B^2 na qual o fator de forma seja o mais independente possível da massa de Borel, e pela

figura, isso ocorre no intervalo $1.8 \text{ GeV}^2 \leq M_B^2 \leq 4.0 \text{ GeV}^2$. Portanto, esse é o intervalo no qual podemos garantir a confiabilidade da Regra de Soma dada pela Eq. (4.106) bem como a dependência de $g_{Y\psi\omega}(Q^2)$ somente com o momento Q^2 .

Na Fig. 4.13 está plotada a dependência de $g_{Y\psi\omega}(Q^2)$ como função somente do momento Q^2 . A exemplo do que foi feito para o caso do $Y(4260)$, parametrizamos os pontos representando a dependência do fator de forma com Q^2 na Fig. 4.13 por uma lei de função, de modo a extrapolarmos o seu valor no pólo da massa do méson ω , pois dessa forma obtemos a constante de acoplamento. Usando a parametrização monopolar, temos

$$g_{Y\psi\omega}(Q^2) = \frac{g_1}{g_2 + Q^2}, \quad (4.107)$$

cujo fit para as constantes g_1 e g_2 resulta nos seguintes valores:

$$g_1 = (4.0 \pm 1.0) \text{ GeV};$$

$$g_2 = (7.4 \pm 0.2) \text{ GeV}^2. \quad (4.108)$$

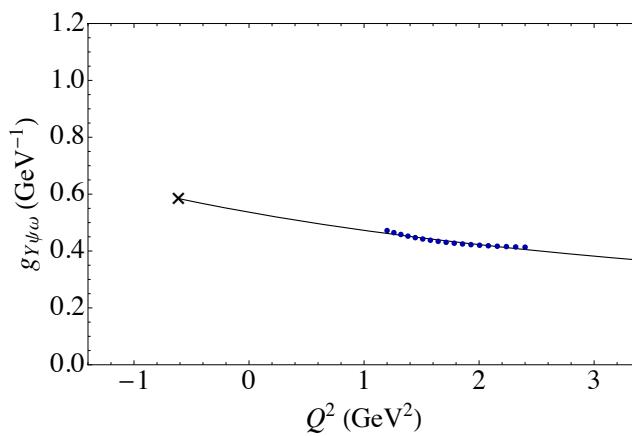


Figura 4.13: Dependência de $g_{Y\psi\omega}(Q^2)$, com Q^2 para $\sqrt{s_0} = 4.40 \text{ GeV}$ (pontos). A curva representada pela linha sólida é a parametrização dessa dependência através da Eq. (4.107).

Portanto, o valor da constante de acoplamento $g_{Y\psi\omega}$ será

$$g_{Y\psi\omega} = g_{Y\psi\omega}(-M_\omega^2) = (0.58 \pm 0.14) \text{ GeV}^{-1}. \quad (4.109)$$

Obtido o valor da constante de acoplamento, podemos estimar o valor da largura de decaimento para o processo $Y \rightarrow J/\psi\omega$, isto é, $\Gamma(Y \rightarrow J/\psi\omega)$, dada pela equação

$$\begin{aligned} \Gamma_{Y(3940) \rightarrow J/\psi\omega} &= \frac{g_{Y\psi\omega}^2}{3} \frac{p(M_Y, M_\omega, M_\psi)}{8\pi M_Y^2} \\ &\times \left(M_\psi^2 M_\omega^2 + \frac{1}{2}(M_Y^2 - M_\psi^2 - M_\omega^2)^2 \right), \end{aligned} \quad (4.110)$$

onde

$$p(a, b, c) \equiv \frac{\sqrt{a^4 + b^4 + c^4 - 2a^2b^2 - 2a^2c^2 - 2b^2c^2}}{2a}. \quad (4.111)$$

Substituindo o valor de $g_{Y\psi\omega}$ na Eq. (4.110), obtemos

$$\Gamma_{Y(3940) \rightarrow J/\psi\omega} = (1.7 \pm 0.6) \text{ MeV}. \quad (4.112)$$

Esse resultado é menor do que a largura total experimental do estado $Y(3940)$, porém, é consistente com o limite inferior estabelecido para o processo estabelecido nas Refs. [87, 88, 89]: $\Gamma > 1$ MeV. Tal valor também é da mesma ordem dos valores obtidos para o mesmo processo nas Refs. [90, 91].

4.5.2 Estimando a Largura do canal $Y \rightarrow D\bar{D}$

Como discutido no fim da Seção 4.3.3, o principal decaimento de uma corrente mista possuindo uma componente de Charmônio seria num par de mésons D 's. Entretanto, como enfatizamos várias vezes no Capítulo 2, a técnica das RSQCD nos permite extrair somente informações a respeito do estado fundamental, isto é, no caso atual, informações a respeito do méson χ_{c0} , que está abaixo do limiar energético para decair num par de mésons D . Por outro lado, a componente associada com a molécula $D^*\bar{D}^*$ também não permite o decaimento no par $D\bar{D}$.

4.5.3 Estimando a Largura do canal $Y \rightarrow \gamma\gamma$

A função de três pontos neste caso é definida como

$$\Pi_{\mu\nu}(p, p', q) = \int d^4x \int d^4y e^{ip' \cdot x} e^{iq \cdot y} \langle 0 | T\{j_\mu^\gamma(x) j_\nu^\gamma(y) j^\dagger(0)\} | 0 \rangle, \quad (4.113)$$

onde $j_\mu^\gamma(x)$ é a corrente interpolante para o fóton cuja expressão é igual a

$$j_\mu^\gamma = \frac{2}{3}e \left(\bar{u}_a \gamma_\mu u_a + \bar{c}_a \gamma_\mu c_a \right) - \frac{1}{3}e \left(\bar{d}_a \gamma_\mu d_a + \bar{s}_a \gamma_\mu s_a \right). \quad (4.114)$$

Substituindo a Eq. (4.114) e a Eq. (4.63) na Eq. (4.113), o Lado da OPE pode ser escrito como

$$\Pi^{OPE}(M_B^2, Q^2) = \frac{8}{3}e^2 \left[\Pi_{J/\psi\omega}^{OPE}(M_B^2, Q^2) + \Pi_{\gamma\gamma}^{OPE}(M_B^2, Q^2) \right], \quad (4.115)$$

onde $\Pi_{J/\psi\omega}^{OPE}(M_B^2, Q^2)$ é a expressão obtida para a OPE na seção anterior dada pela Eq. (4.99), enquanto a expressão para $\Pi_{\gamma\gamma}^{OPE}(M_B^2, Q^2)$ até dimensão sete nos condensados possui a seguinte forma

$$\begin{aligned} \Pi_{\gamma\gamma}^{OPE}(M_B^2, Q^2) &= \sin \theta \left(\Pi_{\gamma\gamma}^{pert}(M_B^2, Q^2) + \Pi_{\gamma\gamma}^{\langle\bar{q}q\rangle}(M_B^2, Q^2) + \Pi_{\gamma\gamma}^{\langle G^2 \rangle}(M_B^2, Q^2) \right. \\ &\quad \left. + \Pi_{\gamma\gamma}^{\langle\bar{q}Gq\rangle}(M_B^2, Q^2) + \Pi_{\gamma\gamma}^{\langle\bar{q}q\rangle\langle G^2 \rangle}(M_B^2, Q^2) \right), \end{aligned} \quad (4.116)$$

com

$$\begin{aligned}
\Pi_{\gamma\gamma}^{pert}(M_B^2, Q^2) &= \Pi_{\gamma\gamma}^{\langle\bar{q}q\rangle}(M_B^2, Q^2) = 0, \\
\Pi_{\gamma\gamma}^{\langle G^2 \rangle}(M_B^2, Q^2) &= -\frac{\langle g_s^2 G^2 \rangle}{3^2 \cdot 2^{10} \pi^4} \left[1 - \frac{2m_c^2/Q^2}{v_Q} \text{Log} \left(\frac{v_Q+1}{v_Q-1} \right) \right] \\
\Pi_{\gamma\gamma}^{\langle\bar{q}Gq\rangle}(M_B^2, Q^2) &= \frac{m_c \langle\bar{q}Gq\rangle}{72\pi^2 Q^2} \left[1 - \frac{2m_c^2/Q^2}{v_Q} \text{Log} \left(\frac{v_Q+1}{v_Q-1} \right) \right] \\
\Pi_{\gamma\gamma}^{\langle\bar{q}q\rangle\langle G^2 \rangle}(M_B^2, Q^2) &= -\frac{m_c \langle\bar{q}q\rangle \langle g_s^2 G^2 \rangle}{3^3 \cdot 2^5 \pi^2 M_B^2 Q^2} \left[3 - 2 \left(v_Q - \frac{m_c^2/Q^2}{v_Q} \right) \right. \\
&\quad \times \left. \text{Log} \left(\frac{v_Q+1}{v_Q-1} \right) \right]
\end{aligned} \tag{4.117}$$

onde $v_Q = \sqrt{1 + 4m_c^2/Q^2}$.

O Lado Fenomenológico será

$$\begin{aligned}
\Pi_{\mu\nu}^{fen}(p, p', q) &= -\frac{e^2 \lambda_Y g_{Y\gamma\gamma}(q^2)}{(p^2 - M_Y^2)} \\
&\quad \times \left[q_\mu p'_\nu - (p' \cdot q) g_{\mu\nu} \right] + \dots,
\end{aligned} \tag{4.118}$$

onde os momentos p' e q estão associados com os dois fôtons no vértice. Portanto, na estrutura tensorial $p'_\nu q_\mu$, obtemos a seguinte Regra de Soma

$$e^2 \lambda_Y g_{Y\gamma\gamma}(Q^2) e^{-M_Y^2/M_B^2} + F(Q^2) e^{-s_0/M_B^2} = \Pi^{OPE}(M_B^2, Q^2), \tag{4.119}$$

onde, a exemplo do caso anterior, definimos a função $F(Q^2)$ para lidar com as transições pólo-contínuo. Novamente para estudarmos o comportamento de $g_{Y\gamma\gamma}(Q^2)$, temos de resolver a Eq. (4.119) numericamente.

A Fig. 4.14 mostra a dependência de $g_{Y\psi\omega}(Q^2)$ com o momento Q^2 e com a massa de Borel M_B^2 . Note que, uma boa estabilidade com a massa de Borel é obtida para o fator de forma no intervalo $4.0 \text{ GeV}^2 \leq M_B^2 \leq 7.0 \text{ GeV}^2$ e, portanto, é nessa região que devemos estudar o comportamento de $g_{Y\psi\omega}(Q^2)$ como função do momento. Para

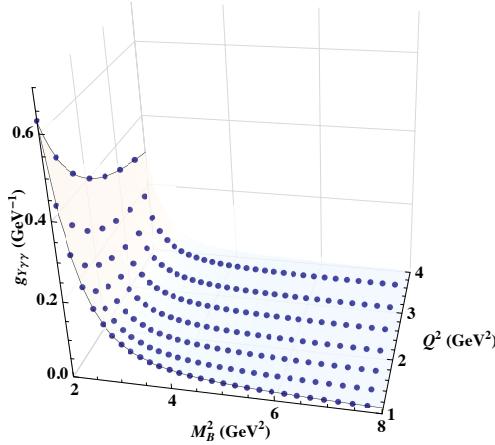


Figura 4.14: Fator de forma $g_{Y\gamma\gamma}(Q^2)$ como função do momento Q^2 e da massa de Borel M_B^2 .

isso, utilizamos novamente uma parametrização monopolar, Eq. (4.107), dos pontos da Fig. 4.15, onde neste caso, os valores de g_1 e g_2 são: $g_1 = (0.08 \pm 0.05) \text{ GeV}$ e $g_2 = (3.13 \pm 0.22) \text{ GeV}^2$. O resultado da extrapolação da curva representada pela linha sólida para $Q^2 = 0$ está indicada pelo símbolo “ \times ” na Fig. 4.15, e neste ponto o fator de forma $g_{Y\psi\omega}(Q^2 = 0)$ dá o seguinte valor para a constante de acoplamento

$$g_{Y\gamma\gamma} = (0.025 \pm 0.010) \text{ GeV}^{-1}. \quad (4.120)$$

A largura de decaimento para o processo $Y \rightarrow \gamma\gamma$ é dada por [92]:

$$\Gamma_{Y(3940) \rightarrow \gamma\gamma} = \frac{\pi}{4} \alpha_{em}^2 M_Y^3 g_{Y\gamma\gamma}^2, \quad (4.121)$$

onde $\alpha_{em} \simeq 1/137$ é a constante de estrutura fina. Substituindo o valor da constante de acoplamento obtido acima na Eq. (4.121), obtemos a largura de decaimento do processo $Y \rightarrow \gamma\gamma$,

$$\Gamma_{Y(3940) \rightarrow \gamma\gamma} = (1.6 \pm 1.3) \text{ KeV}. \quad (4.122)$$

Tomando o produto entre os valores das larguras dadas pelas Eq. (4.112) e (4.122), isto é, $\Gamma_{Y \rightarrow \gamma\gamma} \times \Gamma_{Y \rightarrow J/\psi\omega}$, podemos comparar com os valores experimentais divulgados

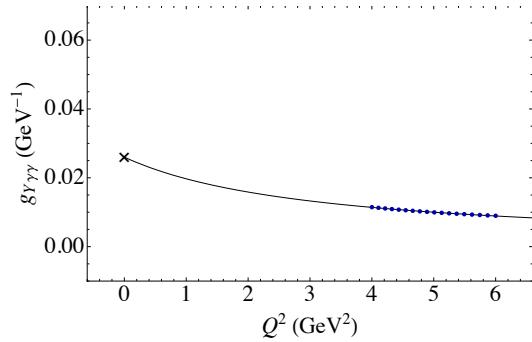


Figura 4.15: Dependência de $g_{Y\gamma\gamma}(Q^2)$ com Q^2 para $\sqrt{s_0} = 4.40$ GeV (pontos). Novamente, a linha sólida representa o fit dos pontos da Regra de Soma obtidos resolvendo numericamente a Eq. (4.119). O valor do acoplamento em $Q^2 = 0$ está indicado na figura pelo símbolo \times .

pelas Colaborações BABAR [93] e Belle [94],

$$\Gamma_{Y(3940) \rightarrow \gamma\gamma} \times \Gamma_{Y \rightarrow J/\psi \omega} \sim \mathcal{O}(10^3) \text{ KeV}^2 . \quad (4.123)$$

Esse resultado é consistente em magnitude com os valores medidos pelas Colaborações citadas acima. Com isso, dado que com a corrente mista Eq. (4.63), obtemos para o ângulo de mistura igual a $\theta = (76.0 \pm 5.0)^0$, um valor de massa consistente com o experimental para a estrutura $Y(3940)$, podemos afirmar que o estado em questão pode ser explicado, sob a perspectiva das RSQCD, como sendo uma mistura entre os estados $\chi_{c0} - D^* \bar{D}^*$.

CAPÍTULO 5

CONCLUSÃO

Nesta Parte I da tese, apresentamos a técnica das Regras de Soma da QCD (RSQCD), discutindo em detalhes seus principais aspectos. Em particular, mostramos como utilizá-la para extrair propriedades de sistemas hadrônicos tais como massa, constantes de decaimento e acoplamento. Com a informação desta última, podemos obter também a largura de decaimento. Com essa finalidade, aplicamos as RSQCD para investigar alguns estados observados pelas Colaborações BESIII, Belle e BaBar. Embora esses estados estejam situados na região de massa do Charmônio, a maioria deles não pode ser entendida como simples estados $c\bar{c}$, desafiando nosso entendimento do espectro da QCD. Esses estados são chamados XYZ e são fortes candidatos a estados exóticos. Particularmente, calculamos a massa, as constantes de decaimento e acoplamento além da largura de decaimento dos estados $Z_c^+(3900)$, $Z_{cs}^+(3970)$, $Y(4260)$ e $Y(3940)$ em seus possíveis canais.

Para o estado carregado $Z_c^+(3900)$ usamos um modelo de Tetraquark. Como mencionado no Capítulo 2, para sistemas cujo conteúdo de quarks e números quânticos J^P sejam os mesmos, isto é, sistemas descritos pela mesma corrente interpolante, os cálculos das RSQCD fornecerão os mesmos resultados para as densidades especiais e, portanto, a mesma regra de soma. Como consideramos o estado $Z_c^+(3900)$ o parceiro de isospin do $X(3872)$, ambos possuem o mesmo conjunto J^P , logo, a regra de soma do $X(3872)$ é a mesma para o $Z_c^+(3900)$. Dessa forma, para testarmos

se o modelo Tetraquarks, que fornece um resultado para a massa, compatível com o experimento, calculamos a largura de decaimento dessa estrutura nos possíveis canais de decaimento: $Z_c^+ \rightarrow J/\psi\pi^+$, $Z_c^+ \rightarrow \eta_c\rho^+$ e $Z_c^+ \rightarrow D^+\bar{D}^*$. Para isso, no Lado da OPE para a regra de soma em todos esses canais, consideramos somente contribuição dos diagramas como os da Fig. 3.4, chamados de diagramas conectados por cor. Dessa forma, garantimos que o estado de Tetraquark descrito pela corrente interpolante esteja associado a um Tetraquark genuíno. Como resultado, obtivemos uma largura total de decaimento igual a $\Gamma_{Z_c} = (63.0 \pm 18.0)$ MeV. Este valor é compatível com os valores de largura do Z_c^+ observados pelas Colaborações BESIII e Belle cujos valores medidos são, respectivamente, iguais a $\Gamma_{Z_c}^{BESIII} = (46 \pm 22)$ MeV [16] e $\Gamma_{Z_c}^{Belle} = (63 \pm 35)$ MeV [25].

Além do estado $Z_c^+(3900)$ baseado na predição da Ref. [56], onde os autores afirmam que deve haver o parceiro estranho do Z_c^+ , chamado de Z_{cs}^+ , calculamos a possível largura de decaimento desse estado descrito também por uma corrente tipo Tetraquarks de modo a predizermos seu valor em futuras buscas experimentais. Analogamente ao caso do Z_c^+ , no Lado da OPE, levamos em conta somente diagramas conectados por cor. Com isso, as larguras de decaimento nos seguintes canais foram calculadas: $Z_{cs}^+ \rightarrow J/\psi K^+$, $Z_{cs}^+ \rightarrow \eta_c K^{*+}$ e $Z_{cs}^+ \rightarrow D_s^+ \bar{D}^*$. Assim, a largura total de decaimento desse estado, obtida dentro das RSQCD, é igual a $\Gamma_{Z_{cs}} = 24.9 \pm 12.6$ MeV. Este valor é menor que a largura do Z_c^+ , devido ao valor do condensado de quarks estranhos ($\langle \bar{s}s \rangle$) ser menor que o condensado de quarks leves $\langle \bar{q}q \rangle$.

Além de usarmos uma corrente Tetraquarks para descrever a massa e a largura desses estados, usamos também um modelo que leva em conta a ideia de mistura entre as componentes de Charmônio com Tetraquarks e também com Moléculas. Dessa forma, através de uma corrente que mistura Charmônio com Tetraquarks, determinamos a massa e a largura da estrutura $Y(4260)$. Em particular, observamos que para um ângulo de mistura dentro do intervalo $52.5^\circ \leq \theta \leq 53.5^\circ$ conseguimos garantir a convergência da OPE e assim, garantimos também a confiabilidade da regra de soma para a massa cujo valor $M_{Y(4260)} = (4.26 \pm 0.13)$ MeV está em bom acordo

com o valor experimental desse estado. Calculamos sua largura de decaimento em $J/\psi\pi\pi$ considerando que os píons venham dos mésons σ e $f_0(980)$. A largura obtida nos permite afirmar que a corrente interpolante suporta a interpretação do $Y(4260)$ como uma mistura Charmônio-Tetraquarks.

Ainda usando a idéia de mistura, investigamos também a massa e a largura do estado $Y(3940)$ com uma corrente misturando componentes do estado do Charmônio η_c com a molécula $D^*\bar{D}^*$. Para a massa, obtemos o valor $M_{Y(3940)} = (3.95 \pm 0.11)$ MeV, em ótimo acordo com o valor experimental. Esse valor é obtido para valores do ângulo de mistura no intervalo $71.0^0 - 81.0^0$. Fora deste intervalo não é possível garantirmos a convergência da OPE. Calculamos a largura nos canais $Y \rightarrow \gamma\gamma$ cujos valores foram: $\Gamma_{\gamma\gamma} = (1.6 \pm 1.3)$ KeV e $\Gamma_{J/\psi\omega} = (1.7 \pm 0.6)$ MeV. O resultado obtido para o produto $\Gamma_{J/\psi\omega} \times \Gamma_{\gamma\gamma} \approx \mathcal{O}(10^3)$ KeV² está em razoável acordo com dados experimentais. Com isso, podemos dizer que a corrente de mistura $\eta_c - D^*\bar{D}^*$ suporta a interpretação desse estado como tal.

CAPÍTULO 6

PARTE II: APLICANDO TEORIAS EFETIVAS

6.1 Introdução

Nos capítulos anteriores, mencionamos a aplicação das Regras de Soma da QCD como um dos ferramentais técnicos utilizados para abordar os sistemas ditos exóticos na região de massa do Charmônio. Por outro lado, mencionamos também no Capítulo 1, a técnica de Teorias Efetivas atualmente muito usada para investigar os estados na região de massa do Charmônio. O emprego dessas técnicas para estudar interações entre mésons, bárions e mésons com bárions vêm muito antes do surgimento dos estados XYZ . Em muitos dos sistemas nos quais tais técnicas foram utilizadas foi possível observar que a interação entre os hadrons são suficientemente fortes e atrativas para a geração de estados ligados e ressonâncias. Estados formados mediante essas interações são ditos dinamicamente gerados. O uso de Lagrangianas Quirais combinadas com técnicas de unitariedade aplicada em canais acoplados levam à chamada abordagem Quiral Unitária. Como resultado, um relativo sucesso foi obtido na descrição de interações entre hadrons e muitas das previsões para ressonâncias e estados ligados foram verificadas experimentalmente (na Ref. [95] podemos encontrar uma revisão mais detalhada a respeito disso).

Em particular, muitas moléculas de mésons no setor charmoso foram estudadas [96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 104, 105]. Especificamente, um dos elementos

que tem permitido esse progresso principalmente no setor de quarks pesados é a Simetria de Spin do Quark Pesado, da sigla em inglês HQSS. A QCD prediz que todos os tipos de interações de spin podem ser desprezadas para quarks infinitamente massivos e assim, para quarks pesados, a dinâmica é invariante sobre transformações arbitrárias em seus spins. Essa independência no spin do quark pesado é a essência do HQSS, e leva a muitas previsões no que diz respeito as propriedades de partículas com conteúdo de quarks pesados. Entretanto, a HQSS não determina a interação, ela simplesmente impõe vínculos, de modo que somos levados a utilizar informações experimentais ou usar modelos para determinarmos a interação.

O uso de modelos dinâmicos se apresenta como abordagem alternativa, permitindo o uso de dados empíricos para vincularmos a interação. Neste sentido, o uso de Lagrangianas Quirais tem se tornado comum na investigação de propriedades de sistemas com quarks leves. Contudo, sua extração para o setor de quarks pesados se torna complicada bem como a incorporação de mésons vetoriais. Por outro lado, as Lagrangianas obtidas da abordagem chamada Simetria Oculta de Calibre Local (do inglês local Hidden Gauge Symmetry HGS), aparece como uma ótima alternativa para lidarmos com sistemas no setor de quarks pesados. Ela introduz explicitamente no modelo interações de mésons vetoriais pesados. A informação extraída dessas Lagrangianas é a mesma das Lagrangianas Quirais até a ordem seguinte à dominante sobre a premissa da Dominância do Méson Vetorial (Vector Meson Dominance) [106]. Essa característica é muito bem vindas quando trabalhamos no setor de quarks pesados, por que a independência de spin do quark pesado (HQSS) coloca no mesmo nível, por exemplo, os mésons D e D^* bem como o B e B^* , e dessa forma, podemos lidar com eles simultaneamente. Um outro bônus do uso da HGS segue do fato da Lagragiana Quiral em ordem dominante poder ser obtida pela troca de mésons vetoriais entre as partículas interagentes. No setor de $SU(3)$, esses mésons são o ρ , ω , ϕ e K^* . No setor do charme ou beleza, os mésons D e B contém um quark leve e na interação são esses quarks leves que são as partículas trocadas com número quânticos de mésons vetoriais, e a analogia com a interação no setor leve se torna aparente.

Além disso, o fato da HGS respeitar a HQSS é bastante relevante, em virtude dela se tornar um método mais preditivo mesmo que alguma fenomenologia adicional seja ainda necessária para regularizar os loops da teoria. A interação pela abordagem HGS permite atacarmos muitos problemas onde a fenomenologia é escassa, como é o caso para o setor de beleza.

Uma das previsões do uso combinado dessas técnicas, HGS e HQSS, foi a existência do estado $D\bar{D}$ em [107]. Esse estado foi chamado de $X(3700)$ e suporte experimental pode ser encontrado na reação $e^+e^- \rightarrow J/\psi D\bar{D}$ [108]. Através da HQSS, podemos imediatamente especular a existência de um estado análogo para o $B\bar{B}$. Similarmente, as degenerescências do B e B^* bem como do D e D^* de acordo com a HQSS, indicam que os estados $B\bar{B}^*$, $B^*\bar{B}^*$, $D\bar{D}^*$ e $D^*\bar{D}^*$ possam existir. Portanto, no que concerne a isso, combinamos as Lagrangianas da Simetria Oculta de Calibre Local com as técnicas da Simetria de Spin do Quark pesado para investigarmos possíveis ressonâncias dinamicamente geradas nessas interações e, com isso, tentar relacioná-las com os estados do tipo do Charmônio $Z_c(3900)$, $Z_c(3885)$ e $Z_c(4025)$ além dos estados $Z_b(10610)$ e $Z_c(10650)$ no setor do bottom. Assim, nos próximos capítulos vamos descrever alguns resultados obtidos para esses sistemas.

Esses estudos foram realizados durante o estágio de doutorado sanduíche do autor no Instituto de Física Corpuscular, IFIC, na Universidade de Valência, UV, Espanha, ES.

CAPÍTULO 7

ESTUDO DAS INTERAÇÕES $D\bar{D}^*$ E $D^*\bar{D}^*$

As interações entre mésons pseudo-escalares e vetoriais, envolvendo quarks pesados, podem ser estudadas através das Lagrangianas da abordagem chamada simetria oculta de calibre HGS. A interação $D\bar{D}^*$ é um exemplo. Além disso, devido à presença de quarks pesados, segundo a Simetria de Spin de Quark pesado (Heavy Quark Spin Symmetry), no limite $m_Q \rightarrow \infty$, onde m_Q representa a massa do quark pesado, a interação se torna independente do spin bem como do sabor. Por conta disso, temos uma relação direta entre os sistemas $D\bar{D}^*$ ($D^*\bar{D}^*$) e $B\bar{B}^*$ ($B^*\bar{B}^*$) de tal modo que as amplitudes obtidas para o sistema $D\bar{D}^*$ ($D^*\bar{D}^*$) podem ser extrapoladas para o caso $B\bar{B}^*$ ($B^*\bar{B}^*$), simplesmente trocando a massa do méson pseudo-escalar (vetorial) nas expressões das amplitudes.

Neste capítulo vamos mostrar em detalhes os resultados obtidos nos trabalhos [109, 110], nos quais estudamos as interações $D\bar{D}^*$ e $D^*\bar{D}^*$, usando as Lagrangianas da abordagem HGS de modo a obter as amplitudes para todos os processos relevantes. A idéia básica é usar as amplitudes obtidas através das Lagrangianas HGS como kernel da equação de Bethe-Salpeter, e procurar por estados ligados ou ressonâncias de modo a relacioná-los com os estados carregados com charm oculto $Z_c(3900)$, $Z_c(3885)$, $Z_c(4025)$, recentemente descobertos pelas Colaborações BESIII, BaBar, D0 e CLEO-c.

7.1 As Lagrangianas da simetria oculta de calibre local

As Lagrangianas HGS são obtidas do formalismo que é internamente consistente e útil para lidar com sistemas de mésons vetoriais [111]. Nesse formalismo os mésons vetoriais são os bósons de calibre dinâmicos de uma simetria oculta local que transformam-se, no calibre unitário, de acordo com a realização não-linear da simetria quiral [112]. O formalismo possui a vantagem de reproduzir naturalmente as propriedades do méson ρ bem como universalidade, a relação de KSFR (Kawarabayashi-Suzuki-Fayyazuddin-Riazuddin), o teorema Weinberg-Tomozawa a respeito do espalhamento $\pi - \rho$ [113, 112] e a dominância do méson vetorial.

Nesse formalismo, a Lagrangiana é

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}^{(1)} + \mathcal{L}^{(2)}, \quad (7.1)$$

onde $\mathcal{L}^{(1)}$ é dada por

$$\mathcal{L}^{(1)} = \frac{1}{4} f_\pi^2 \langle D_\mu U D^\mu U^\dagger + \chi U^\dagger + \chi^\dagger U \rangle, \quad (7.2)$$

enquanto $\mathcal{L}^{(2)}$ é escrita como

$$\mathcal{L}^{(2)} = -\frac{1}{4} \langle V_{\mu\nu} V^{\mu\nu} \rangle + \frac{1}{2} M_V^2 \langle (V_\mu - \frac{i}{g} \Gamma_\mu)^2 \rangle, \quad (7.3)$$

onde $\langle \dots \rangle$ representa o traço sobre as matrizes $SU(3)$, e χ é a matriz de massa. A derivada covariante, D_μ , é definida como

$$D_\mu U = \partial_\mu U - ieQ A_\mu U + ieU Q A_\mu, \quad (7.4)$$

com $Q = diag(2, -1, -1)/3$, enquanto $e = -|e|$, é a carga do elétron, e A_μ o campo do fóton. U representa a matriz quiral,

$$U = e^{i\sqrt{2}P/f_\pi}, \quad (7.5)$$

onde f_π está associado com a constante de decaimento do píon: $f_\pi = 93$ MeV. P e V_μ são as matrizes $SU(3)$ para os mésons pseudo-escalares e vetoriais, respectivamente, dadas por

$$V_\mu = \begin{pmatrix} \frac{\omega}{\sqrt{2}} + \frac{\rho^0}{\sqrt{2}} & \rho^+ & K^{*+} \\ \rho^- & \frac{\omega}{\sqrt{2}} - \frac{\rho^0}{\sqrt{2}} & K^{*0} \\ K^{*-} & \bar{K}^{*0} & \phi \end{pmatrix}_\mu , \quad (7.6)$$

$$P = \begin{pmatrix} \frac{\eta}{\sqrt{3}} + \frac{\eta'}{\sqrt{6}} + \frac{\pi^0}{\sqrt{2}} & \pi^+ & K^+ \\ \pi^- & \frac{\eta}{\sqrt{3}} + \frac{\eta'}{\sqrt{6}} - \frac{\pi^0}{\sqrt{2}} & K^0 \\ K^- & \bar{K}^0 & -\frac{\eta}{\sqrt{3}} + \sqrt{\frac{2}{3}}\eta' \end{pmatrix} . \quad (7.7)$$

Para mostrar a consistência do formalismo, vamos partir da Lagrangiana $\mathcal{L}^{(1)}$ na Eq. (7.1), e extrair a Lagrangiana para os mésons pseudo-escalares. Para isso, temos que expandir a matriz quiral U na ordem mais baixa e substituí-la em $\mathcal{L}^{(1)}$ para obter

$$\tilde{\mathcal{L}}^{(1)} = \frac{1}{12f_\pi^2} \langle [P, \partial_\mu P]^2 + MP^4 \rangle , \quad (7.8)$$

onde $M = \text{diag}(m_\pi^2, m_\pi^2, 2M_K^2 - m_\pi^2)$. Note que a Eq. (7.8) é a bem conhecida Lagrangiana quiral para os mésons pseudo-escalares na ordem mais baixa. Como um outro exemplo, seguindo os mesmos passos anteriores, podemos extrair da $\mathcal{L}^{(1)}$, a Lagrangiana que representa o acoplamento entre dois mésons pseudo-escalares e o fóton,

$$\mathcal{L}_{\gamma PP} = -ieA_\mu \langle Q[P, \partial_\mu P] \rangle , \quad (7.9)$$

que no formalismo em questão será cancelada com o termo extra vindo da \mathcal{L}^2 , de tal modo que o fóton acopla-se com os pseudo-escalares via troca de méson vetorial, que é característico da VMD (do inglês Vector Meson Dominance). Em \mathcal{L}^2 , a Eq. (7.1), $V_{\mu\nu}$ está definida como

$$V_{\mu\nu} = \partial_\mu V_\nu - \partial_\nu V_\mu + ig[V_\mu, V_\nu] , \quad (7.10)$$

com

$$\Gamma_\mu = \frac{1}{2}[u^\dagger(\partial_\mu - ieQA_\mu)u + u(\partial_\mu - ieQA_\mu)u^\dagger], \quad (7.11)$$

onde $u^2 = U$. A constante de acoplamento g aparecendo na Eq. (7.10) está relacionada à f_π e à massa dos mésons vetoriais, M_V , através da igualdade $g = M_V/f_\pi$, que é uma das formas da relação KSFR. Após a expansão do termo $[V_\mu - \frac{i}{g}\Gamma_\mu]^2$ até dois mésons pseudo-escalares, encontramos

$$\begin{aligned} \left[V_\mu - \frac{i}{g}\Gamma_\mu\right]^2 &= \left(V_\mu - \frac{e}{g}QA_\mu - \frac{e}{2gf_\pi^2}PQA_\mu P + \frac{e}{4gf_\pi^2}P^2QA_\mu\right. \\ &\quad \left.+ \frac{e}{4gf_\pi^2}QA_\mu P^2 - \frac{i}{4gf_\pi^2}[P, \partial_\mu P]\right)^2, \end{aligned} \quad (7.12)$$

de onde obtemos as Lagrangianas de interação entre os mésons pseudo-escalares (P), vetoriais (V) e o fóton (γ):

$$\mathcal{L}_{V\gamma} = -M_V^2 \frac{e}{g} A_\mu \langle V^\mu Q \rangle \quad (7.13)$$

$$\mathcal{L}_{V\gamma PP} = \frac{eM_V^2}{4gf_\pi^2} A_\mu \langle V^\mu (QP^2 + P^2Q - 2PQP) \rangle, \quad (7.14)$$

$$\mathcal{L}_{VPP} = -i \frac{M_V^2}{4gf_\pi^2} \langle V^\mu [P, \partial_\mu P] \rangle, \quad (7.15)$$

$$\mathcal{L}_{\gamma PP} = ieA_\mu \langle Q[P, \partial_\mu P] \rangle, \quad (7.16)$$

$$\mathcal{L}_{PPP} = -\frac{1}{8f_\pi^2} \langle [P, \partial_\mu P] \rangle. \quad (7.17)$$

O termo na Eq. (7.16) cancela exatamente o termo na Eq. (7.9), como dito acima. Por outro lado, o termo da Eq. (7.17) tem a mesma estrutura que o termo que contém as derivadas na Eq. (7.8), e é um termo que adicionado ao termos $\tilde{\mathcal{L}}^{(1)}$ da Eq. (7.8), tem como consequência a quebra da simetria quiral na Lagrangiana quiral. No entanto, esse termo é cancelado pela troca de mésons vetoriais entre os mésons pseudo-escalares que resulta da Lagrangiana Eq. (7.15), \mathcal{L}_{VPP} , no limite $q^2/M_V^2 \rightarrow 0$, onde q é o momento do méson vetorial trocado. Isso já foi observado na Ref. [112]. Do termo $\langle V_{\mu\nu}V^{\mu\nu} \rangle$ na Lagrangiana \mathcal{L}^2 , obtemos o acoplamento entre

três mésons vetoriais que será muito útil nos cálculos a serem detalhados mais tarde. Tal Lagrangiana é dada por

$$\mathcal{L}_{3V} = ig \langle (V^\mu \partial_\nu V_\mu - \partial_\nu V_\mu V^\mu) V^\nu \rangle. \quad (7.18)$$

7.2 Lagrangianas da HGS e as interações $D^*\bar{D}^*$ e $D\bar{D}^*$

Após a discussão sobre as Lagrangianas HGS, vamos usá-las para calcular as interações $D^*\bar{D}^*$ e $D\bar{D}^*$ devido à troca de mésons na combinação de isospin $I = 1$. Para esse propósito, as Lagrangianas HGS que serão úteis para descrever essas interações são \mathcal{L}_{VPP} , dada pela Eq. (7.15), a \mathcal{L}_{3V} , Eq. (7.18), e as Lagrangianas associadas às interações de quatro mésons (termo de contato). O objetivo ao calcular as interações $D^*\bar{D}^*$ e $D\bar{D}^*$ devido à troca de mésons, é determinar a fonte dessas interações.

Os esforços para explicar com precisão a dinâmica permitindo uma interação com isospin $I = 1$ entre mésons, tanto para sistemas com charm oculto bem como bottom oculto, é realmente desafiador. Para explicar o porquê, vamos considerar a interação $D^+\bar{D}^{*0}$ que está representada na Fig. 7.1. Dessa figura, podemos ver que

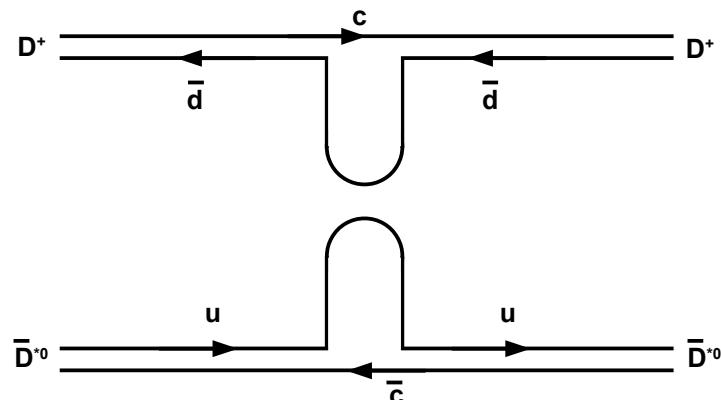


Figura 7.1: Diagrama de Feynman ilustrando a troca de um par $q\bar{q}$. Um par $d\bar{d}$ do vértice superior da figura é forçado a se converter num par $u\bar{u}$ no vértice inferior, evidenciando um mecanismo proibido pela Regra de OZI.

a troca de méson leve é proibido pela Regra de OZI (Okubo-Zweig-Iizuka), desde que troca de um par $d\bar{d}$ é forçado a ser convertido num estado $u\bar{u}$. Em virtude disso, pode-se trocar um par $c\bar{c}$, porém, pagamos um preço neste mecanismo que é o fato do propagador de um méson vetorial pesado ser muito suprimido. Isso torna a interação mais fraca bem como diminui as possibilidades do sistema ser atrativo. A mesma situação se passa com a troca de mésons pseudo-escalares e, pode-se mostrar que no limite de massas iguais para os mésons pseudo-escalares, a contribuição dos mésons π , η , η' pode ser desprezada. No caso em que tomamos as massas como sendo diferentes teremos um cancelamento parcial, porém, o mecanismo é muito suprimido.

Está claro que devemos superar a restrição imposta pela Regra de OZI. Uma possibilidade para essa finalidade seria forçar a troca de objetos com mais de dois quarks. A troca de um σ ou $f_0(500)$ seria uma opção que na Teoria Unitária Quiral aparecem como um estados moleculares $\pi\pi$ and $K\bar{K}$ [114, 115, 116, 117], respectivamente, tendo portanto, dois quarks e dois anti-quarks. A troca de um méson σ tem sido comum no estudo de potenciais fenomenológicos para a interação nucleon-nucleon [118], mas uma nova perspectiva do ponto de vista teórico é oferecido quando considera-se a troca de dois píons correlacionados, isto é, interagindo entre si [119].

7.2.1 Contribuição devido a troca de um méson vetorial

Neste caso, os canais de interesse são aqueles com os números quânticos de charme, $C = 0$, estranheza, $S = 0$ e isospin $I = 1$. No caso da interação $D^*\bar{D}^*$, os canais relevantes são: $D^*\bar{D}^*$ e $\rho J/\psi$. No caso $D\bar{D}^*$, estamos interessados nos canais com paridade G positiva, a saber: $(D\bar{D}^* + cc)/\sqrt{2}$, $\eta_c \rho$ e $\pi J/\psi$.

O caso $D^*\bar{D}^*$

Na descrição dessa interação, a Lagrangiana a ser utilizada será aquela dada pelo primeiro termo da Eq. (7.3) que descreve a interação entre os mésons vetoriais. Dois tipos diferentes de interação podem ser derivados dessa Lagrangiana: um associado

^{“cc”} significa o complexo conjugado.

à interação de contato, vindo do termo $[V_\mu, V_\nu]$,

$$\mathcal{L}^{(c)} = \frac{g^2}{2} \langle V_\mu V_\nu V^\mu V^\nu - V_\nu V_\mu V^\mu V^\nu \rangle , \quad (7.19)$$

e o que descreve o vértice envolvendo três mésons vetoriais, que é dada Eq. (7.18). A lagrangiana $\mathcal{L}_{(3V)}$ produz a interação $VV \rightarrow VV$ por meio da troca de um méson vetorial. Somente consideramos o caso com $J = 2$, desde que esse é o único canal de spin onde a interação está associada a um potencial atrativo para o canal $D^*\bar{D}^* \rightarrow D^*\bar{D}^*$.

Na Ref. [120], além do canal $\rho J/\psi$, que é o mais importante após o $D^*\bar{D}^*$, os canais $\rho\omega$ e $\rho\phi$ foram também considerados. No entanto, os limiares de energia desses canais estão situados em energias muito menores do que a massa do estado que estamos tentando descrever de modo que, caso fossem incluídos, não afetaria os resultados de forma significativa.

As expressões desses potenciais são dadas pelas equações abaixo incluindo os termos de contato e de troca de méson vetorial [109],

$$t_{D^*\bar{D}^* \rightarrow D^*\bar{D}^*} = -g_D^2 + g_D^2 \frac{(2m_\omega^2 m_\rho^2 + m_{J/\psi}^2 (-m_\omega^2 + m_\rho^2))(4m_{D^*}^2 - 3s)}{4m_{J/\psi}^2 m_\omega^2 m_\rho^2} , \quad (7.20)$$

$$t_{D^*\bar{D}^* \rightarrow \rho J/\psi} = -2gg_D + gg_D \frac{2m_{D^*}^2 + m_{J/\psi}^2 + m_\rho^2 - 3s}{m_{D^*}^2} , \quad (7.21)$$

onde m_ρ , m_ω e $m_{J/\psi}$ são as massas dos mésons ρ , ω e J/ψ , respectivamente. A constante $g_D = m_{D^*}/(2f_D)$, usada na Ref. [120], é análoga à constante de acoplamento g para mésons leves, com $f_D = 206/\sqrt{2} = 145.66$ MeV. No entanto, como discutiremos abaixo, podemos usar os vínculos impostos pela simetria de spin de quark pesado para fornecer um acoplamento mais adequado.

Na Ref. [121], os autores relacionaram o vértice $D^*D\pi$ com o $K^*K\pi$ também para o termo de Weinberg-Tomozawa, que estamos considerando agora, baseado na troca de mésons vetoriais. A transição $D^*\bar{D}^* \rightarrow D^*\bar{D}^*$ é agora mediada pela troca do méson J/ψ ($c\bar{c}$) em analogia com a troca do ϕ em $K^*\bar{K}^* \rightarrow K^*\bar{K}^*$. As regras da HQSS [122], podem ser obtidas da aproximação de impulso (impulse approximation)

a nível de quarks assumindo os quarks s e c como espectadores. Assim, dado o fator de normalização $(2\omega)^{-1/2}$ dos campos a nível de mésons, existe um fator $\omega_{D^*}/\omega_{K^*}$ entre o vértices D^*D^*J/ψ e $K^*K^*\phi$. Como o vértice $K^*K^*\phi$ é proporcional a ω_{K^*} , segue que o vértice D^*D^*J/ψ terá o mesmo coeficiente de proporcionalidade multiplicado por ω_{D^*} , que é o resultado da aplicação de $SU(4)$ nesse caso. Note que o termo associado à troca de méson vetorial na Eq. (7.20) no limiar $D^*\bar{D}^*$, por simplicidade, resulta em $g_D^2 \frac{m_{D^*}^2}{m_{J/\psi}^2}$, com $m_\omega = m_\rho$. Por consistência, também levamos em conta o termo de contato no potencial de transição dado pela Eq. (7.21), que é menor do que o termo correspondente ao J/ψ . O uso do novo acoplamento terá como consequência a redução da energia de ligação do estado com $I = 1$ em relação ao encontrado na Ref. [120].

Os dois potenciais estão plotados nas Figs. 7.2 e 7.3 como funções da energia do centro de massa \sqrt{s} .

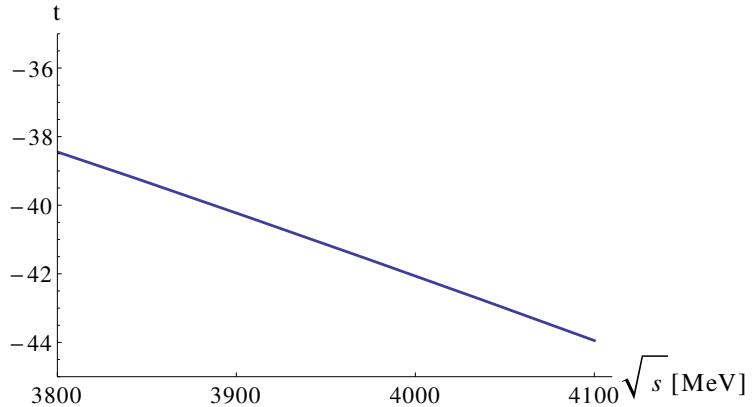


Figura 7.2: Potencial $t_{D^*\bar{D}^* \rightarrow D^*\bar{D}^*}$ como função da energia do centro de massa \sqrt{s} .

O caso $D\bar{D}^*$

Nesse caso, as Lagrangianas definidas pelas Eq. (7.15) e (7.18) podem também serem usadas para calcularmos os vértices da interação $PV \rightarrow PV$ através da troca de méson vetorial. As amplitudes relevantes a essa transição já foram calculadas pelos autores das Refs. [100, 123]. Em particular, os autores estavam interessados com ressonâncias axial-vetorial dinamicamente geradas. Aqui, realizamos a extensão

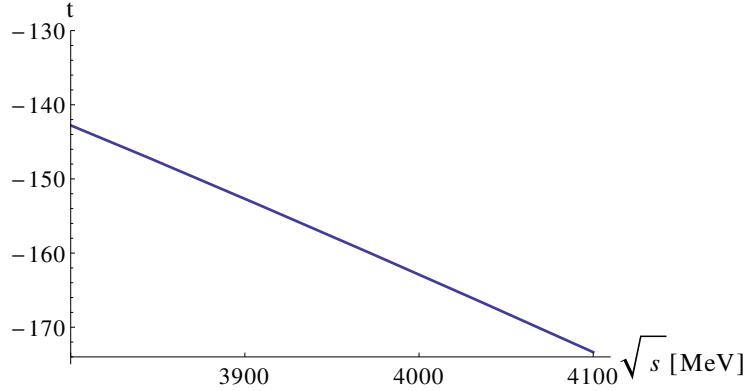


Figura 7.3: Potencial $t_{D^*\bar{D}^* \rightarrow \rho J/\psi}$ como função da energia do centro de massa \sqrt{s} .

dessas amplitudes para a interação $D\bar{D}^*$ no canal de isospin $I = 1$, com o resultado projetado em onda- s . Explicitamente, temos [123]

$$V_{ij}(s) = -\frac{\vec{\epsilon} \vec{\epsilon}'}{8f_\pi^2} \mathcal{C}_{ij} \left[3s - (M^2 + m^2 + M'^2 + m'^2) - \frac{1}{s}(M^2 - m^2)(M'^2 - m'^2) \right], \quad (7.22)$$

onde as massas M (M') e m (m') na Eq. (7.22) correspondem ao méson vetorial incial (final) e ao méson pseudo-escalar incial (final), respectivamente. Os índices i e j representam o canais PV incial e final, a saber: $(D\bar{D}^* + cc)/\sqrt{2}$, $\eta_c \rho$ e $\pi J/\psi$. No caso de paridade G positiva, teremos uma matriz 3×3 para os coeficientes \mathcal{C}_{ij} ,

$$\mathcal{C}_{ij} = \begin{pmatrix} -\psi & 2\sqrt{\frac{2}{3}}\gamma & 2\sqrt{\frac{2}{3}}\gamma \\ 2\sqrt{\frac{2}{3}}\gamma & 0 & 0 \\ 2\sqrt{\frac{2}{3}}\gamma & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (7.23)$$

com $\gamma = \left(\frac{m_L}{m_H}\right)^2$ e $\psi = -\frac{1}{3} + \frac{4}{3}\left(\frac{m_L}{m'_H}\right)^2$. Os parâmetros m_L , m_H e m'_H são escolhidos para terem a mesma ordem de magnitude das massas do méson leve, do mésons vetorial charmoso e do J/ψ . Portanto, escolhemos $m_L = 800$, $m_H = 2050$ MeV, e $m'_H = 3000$ MeV, os mesmos valores usados na Ref. [100]. Os fatores γ e ψ levam em conta a supressão devida à troca de um méson vetorial pesado. No caso de paridade G negativa, somente um canal está presente cujo coeficiente na Eq. (7.22) é $\mathcal{C} = -\psi$. Na linguagem da troca de mésons vetoriais isso implica que um J/ψ

é trocado. O potencial dado pela Eq. (7.22) segue da expressão $(p_1 + p'_1)(p_2 + p'_2)$, que é aproximadamente igual a $(p_1^0 + p'_1^0)(p_2^0 + p'_2^0)$. Em [121], os autores mostraram que essa interação, de Weinberg-Tomozawa, deve implementar o fator $(p_1^0/m_{K^*})(p_2^0/m_{K^*})$ multiplicando o valor de $SU(3)$, que origina-se da implementação da HQSS. A interação usada automaticamente incorpora esse fator, assim nenhuma mudança é necessária em relação ao que foi feito em [100].

Os potenciais de transição V_{ij} são mostrados nas Figs. 7.4, 7.5 e 7.6.

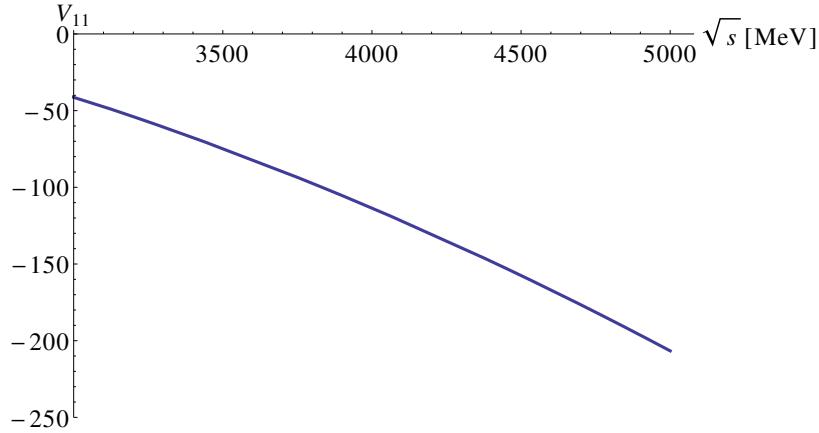


Figura 7.4: Potencial $V_{D\bar{D}^*\rightarrow D\bar{D}^*}$ como função da energia do centro de massa \sqrt{s} .

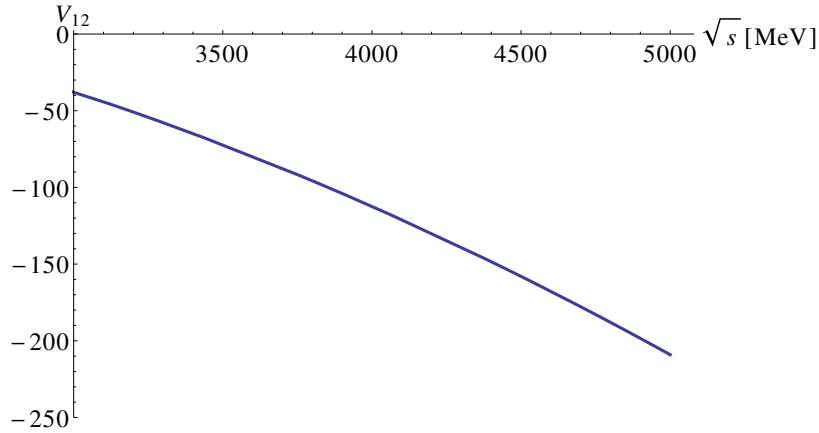


Figura 7.5: Potencial $V_{D\bar{D}^*\rightarrow \eta_C\rho}$ como função da energia do centro de massa \sqrt{s} .

A Eq. (7.22) define o potencial V que deve ser usado no kernel da equação de Bethe-Salpeter em canais acoplados. Como já mencionado, o objetivo é procurar por pólos (ressonâncias ou estados ligados) na matriz de transição T , que resultam dinamicamente da interação $D\bar{D}^*$.

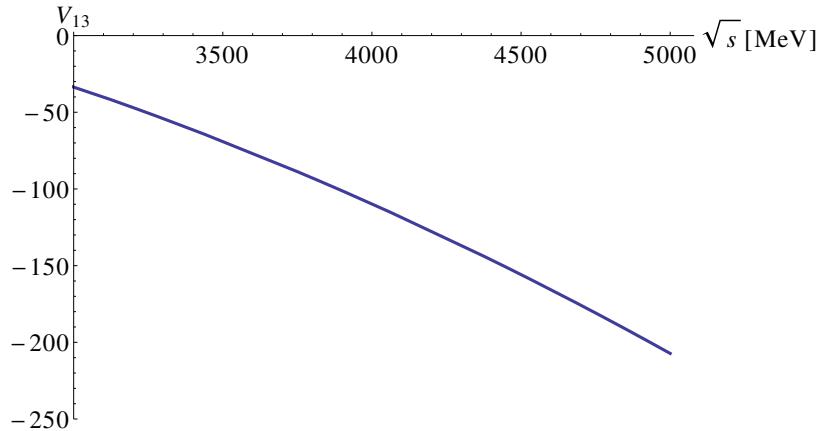


Figura 7.6: Potencial $V_{D\bar{D}^* \rightarrow \pi J/\psi}$ como função da energia do centro de massa \sqrt{s} .

7.2.2 A Matriz T

As amplitudes discutidas na seção anterior fornecem o potencial ou kernel a ser usado na equação de Bethe-Salpeter em canais acoplados,

$$T = (1 - VG)^{-1}V , \quad (7.24)$$

onde V representa o potencial, que no caso $D^*\bar{D}^*$ é uma matriz 2×2 cujos elementos são as amplitudes definidas pelas Eq. (7.20) e (7.21), respectivamente, associadas com os canais $D^*\bar{D}^*$ and $\rho J/\psi$. Por outro lado, no caso $D\bar{D}^*$, V é uma matriz 3×3 e seus elementos são as amplitudes dadas pela Eq. (7.22) com C_{ij} definido pela Eq. (7.23), associada com os canais $D\bar{D}^*$, $\eta_c \rho$ e $\pi J/\psi$.

Na Eq. (7.24), G é uma matrix diagonal com elementos dados pela função de loop de dois mésons G_l , para cada canal l :

$$G_l = i \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \frac{1}{q^2 - m^2 + i\epsilon} \frac{1}{(q - P)^2 - M^2 + i\epsilon} , \quad (7.25)$$

onde m é a massa do méson pseudo-escalar (no caso da interação $D\bar{D}^*$) ou do vetorial (no caso $D^*\bar{D}^*$), enquanto M é a massa do méson vetorial envolvido no loop no canal l . Na Eq. (7.25), P representa o quadrimomento total dos mésons. A integral da Eq. (7.25) possui uma divergência logarítmica e deve ser regularizada com um cutoff no espaço dos momentos ou usando regularização dimensional. Usando o método

com cutoff, temos

$$G_l = \int_0^{q_{max}} \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} \frac{\omega_1 + \omega_2}{2\omega_1\omega_2} \frac{1}{(P^0)^2 - (\omega_1 + \omega_2)^2 + i\epsilon}, \quad (7.26)$$

onde $\omega_1 = \sqrt{m^2 + \vec{q}^2}$ and $\omega_2 = \sqrt{M^2 + \vec{q}^2}$ e q_{max} é um parâmetro livre. Ao utilizarmos o método de regularização dimensional, existe uma escala μ e uma constante de subtração α_l atuando como parâmetros livres. Explicitamente,

$$\begin{aligned} G_l = & \frac{1}{16\pi^2} \left(\alpha_l + \log \frac{m^2}{\mu^2} + \frac{M^2 - m^2 + s}{2s} \log \frac{M^2}{m^2} + \frac{p}{\sqrt{s}} \left(\log \frac{s - M^2 + m^2 + 2p\sqrt{s}}{-s + M^2 - m^2 + 2p\sqrt{s}} \right. \right. \\ & \left. \left. + \log \frac{s + M^2 - m^2 + 2p\sqrt{s}}{-s - M^2 + m^2 + 2p\sqrt{s}} \right) \right). \end{aligned} \quad (7.27)$$

com $p = |\vec{p}|$ representando o tri-momento dos mésons no sistema de referência do laboratório.

Por questão de comparação dos diferentes potenciais obtidos, é interessante lembrarmos que a Eq. (7.24) regularizada através do cutoff na Eq. (7.26), pode ser obtida da equação de Lippman-Schwinger usando um potencial no espaço dos momentos [124]

$$V(\vec{q}, \vec{q}') = V\theta(q_{max} - |\vec{q}|)\theta(q_{max} - |\vec{q}'|). \quad (7.28)$$

Assim, tomando $\vec{q} \approx 0$ para uma partícula externa, \vec{q}' assume o papel do momento transferido nos diagramas de loop, e então V , como uma função de \vec{q}' , permanece contante até o valor assumido por \vec{q}_{max} , onde vai a zero acima deste valor.

O resultado associado com a solução da equação de Bethe-Salpeter com as Eq. (7.20), (7.21) e (7.22) usadas como kernel, será discutido em detalhes mais adiante.

7.2.3 Troca de dois píons correlacionados

Troca de dois píons correlacionados na interação $D^*\bar{D}^*$

Para calcularmos a contribuição para a interação $D^*\bar{D}^*$ devido à troca de dois píons, ou σ , devemos levar em conta todos os diagramas ilustrados na Fig. 7.7. Cada

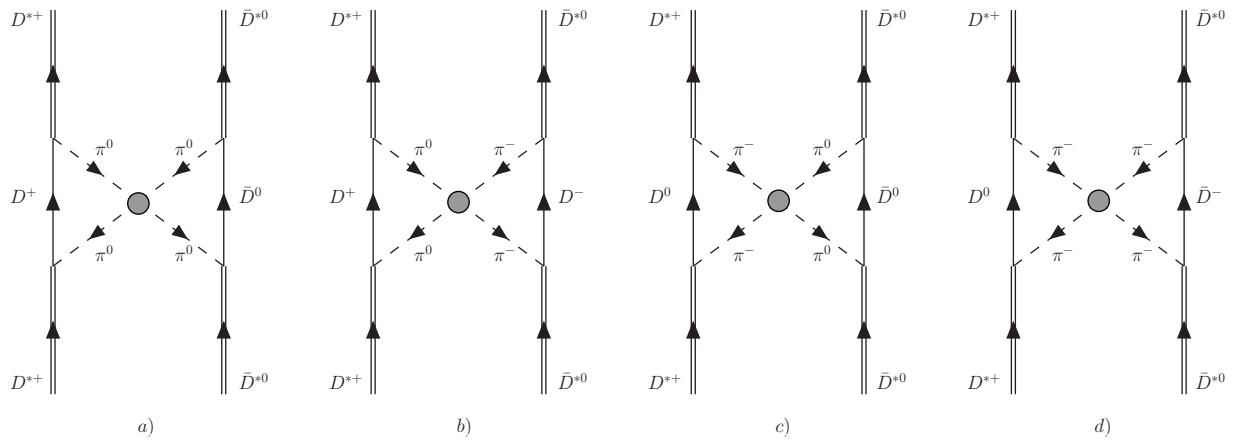


Figura 7.7: A interação $\pi\pi$ em ordem mais baixa no canal de isospin $I = 1$ para $D^*\bar{D}^* \rightarrow D^*\bar{D}^*$.

diagrama na Fig. 7.7 contém quatro vértices PPV envolvendo um méson vetorial D^* (\bar{D}^*) e dois pseudo-escalares, isto é, o píon e o méson D (\bar{D}). O cálculo desses vértices é facilmente realizado com as Lagrangianas da HGS já discutidas na Seção 7.1, e dadas pela Eq. (7.15). O círculo cinza no cruzamento das linhas representando os píons indicam a amplitude de espalhamento $\pi\pi$. Usando a Lagrangiana da Eq. (7.15) podemos escrever os vértices da seguinte maneira

$$-it_{PPV} = -ig C(p_D + p_\pi)_\mu \epsilon_V^\mu , \quad (7.29)$$

onde p_D e p_π são os quadrimomentos dos mésions D e do píon, respectivamente, enquanto ϵ_V é o vetor de polarização do méson D^* no vértice. A amplitude do processo pode ser escrita como

$$-it_\sigma = -i V^2 \frac{3}{2} t_{\pi\pi \rightarrow \pi\pi}^{I=0} , \quad (7.30)$$

onde V é a contribuição para o diagrama dos loops triangulares. Os detalhes passo a passo da derivação dessa equação pode ser encontrada nas Refs. [109, 110]. A expressão para $t_{\pi\pi \rightarrow \pi\pi}^{I=0}$ aparecendo no lado direito da Eq. (7.30) é dada por [119]

$$t_{\pi\pi \rightarrow \pi\pi}^{I=0} = -\frac{1}{f^2} \frac{s - \frac{m_\pi^2}{2}}{1 + \frac{1}{f^2}(s - \frac{m_\pi^2}{2})G(s)}, \quad (7.31)$$

onde $G(s)$ é a função de dois loops, convenientemente regularizada [119],

$$G(s) = i \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \frac{1}{q^2 - m_\pi^2 + i\epsilon} \frac{1}{(P - q)^2 - m_\pi^2 + i\epsilon}, \quad (7.32)$$

com P igual ao momento do sistema composto pelos dois píons e $P^2 = s$.

Temos que calcular o fator V que surge na Eq. (7.30) relacionada, como já mencionamos anteriormente, ao loop triangular, ilustrado na Fig. 7.8. Por simplicidade,

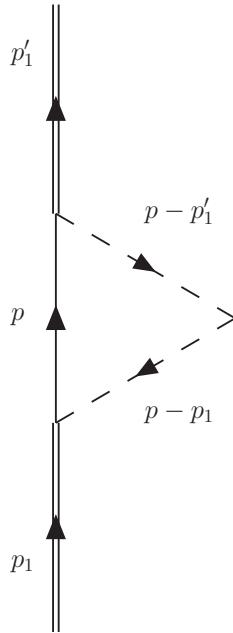


Figura 7.8: Vértice triangular da troca de dois píons.

usamos um sistema de referência de Breit. Logo, temos

$$\begin{aligned} p_1 &\equiv (p_1^0, \vec{q}/2) , \\ p'_1 &\equiv (p'_1{}^0, -\vec{q}/2) , \\ p &\equiv (p^0, \vec{p}) , \end{aligned} \quad (7.33)$$

onde \vec{q} é o tri-momento transferido no processo. Desde que não existe troca de energia, $s = -\vec{q}^2$. É também útil definir a variável $q \equiv (0, \vec{q})$. Assim, por meio da Eq. (7.29) tendo em mente que já fatorizamos de V o coeficiente C , podemos escrever a expressão de V como

$$\begin{aligned} V &= i\tilde{g}^2 \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \epsilon_\mu (2p - p_1)^\mu \epsilon'_\nu (2p - p'_1)^\nu \frac{1}{p^2 - m_D^2 + i\epsilon} \\ &\times \frac{1}{(p - p_1)^2 - m_\pi^2 + i\epsilon} \frac{1}{(p - p'_1)^2 - m_\pi^2 + i\epsilon} , \end{aligned} \quad (7.34)$$

com m_D a massa do méson D . A integral na Eq. (7.34) possui divergência logarítmica. Como na Ref. [119], a regularização é feita por meio de um cutoff no espaço intermediário de estados ($\vec{p}_{max} = 2$ GeV) bem como pelo uso de um fator de forma. De modo a manter a integração em p_0 simples, usamos o produto de fatores de forma da seguinte maneira

$$F = F_1(\vec{p} + \frac{\vec{q}}{2}) F_2(\vec{p} - \frac{\vec{q}}{2}) = \frac{\Lambda^2}{\Lambda^2 + (\vec{p} + \frac{\vec{q}}{2})^2} \frac{\Lambda^2}{\Lambda^2 + (\vec{p} - \frac{\vec{q}}{2})^2} , \quad (7.35)$$

com $\Lambda = 1$ GeV.

Desde que $\epsilon_\mu p_1^\mu = 0$ e $\epsilon'_\nu p'_1{}^\nu = 0$, a Eq. (7.34) pode ser reescrita como

$$V = 4i\tilde{g}^2 \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \epsilon_\mu p^\mu \epsilon'_\nu p^\nu \frac{1}{p^2 - m_D^2 + i\epsilon} \frac{1}{(p - p_1)^2 - m_\pi^2 + i\epsilon} \frac{F}{(p - p'_1)^2 - m_\pi^2 + i\epsilon} . \quad (7.36)$$

A integral na Eq. (7.36) é simétrica com respeito a p_1 e p'_1 , logo, nos permite derivar

a estrutura do resultado da integração, que será do tipo

$$V = \epsilon_\mu \epsilon'_\nu (ag^{\mu\nu} + b(p_1^\mu p_1^\nu + p_1'^\mu p_1'^\nu) + c(p_1^\mu p_1'^\nu + p_1'^\mu p_1^\nu)) . \quad (7.37)$$

Na última expressão, devido à condição de Lorentz ($\epsilon_\mu p_1^\mu$ e $\epsilon'_\nu p_1'^\nu$), somente termos $ag^{\mu\nu}$ e $cp_1'^\mu p_1'^\nu$ sobrevivem. Todavia, para calculá-los, devemos manter toda a estrutura. Tomando o traço da Eq. (7.36) e multiplicando a equação por $(p_{1\mu}p_{1\nu} + p_{1\mu}'p_{1\nu}')$ e $(p_{1\mu}p_{1\nu}' + p_{1\mu}'p_{1\nu})$, obtemos um sistema de três equações. Resolvendo esse sistema, encontramos as expressões dos três coeficientes na Eq. (7.37), todavia, como já dissemos, estamos interessados somente em

$$\begin{aligned} a &= \frac{-Ym_{D^*}^2 + Z(p_1 p_1') + X(m_{D^*}^4 - (p_1 p_1')^2)}{2(m_{D^*}^4 - (p_1 p_1')^2)} , \\ c &= \frac{-3Ym_{D^*}^2(p_1 p_1') + X(m_{D^*}^4 - (p_1 p_1')^2) + Z(m_{D^*}^4 + 2(p_1 p_1')^2)}{2(m_{D^*}^4 - (p_1 p_1')^2)^2} , \end{aligned} \quad (7.38)$$

onde

$$\begin{aligned} X &= 4\tilde{g}^2 I_1 + 4\tilde{g}^2 m_D^2 I_2 , \\ Y &= 8\tilde{g}^2 p_1^{02} I_1 + 8\tilde{g}^2 I_3 , \\ Z &= 8\tilde{g}^2 p_1^{02} I_1 + 8\tilde{g}^2 I_4 . \end{aligned} \quad (7.39)$$

As quatro integrais nas equações acima, I_1 , I_2 , I_3 e I_4 , correspondem às seguintes expressões abaixo:

$$\begin{aligned} I_1 &= \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \frac{1}{(p - p_1)^2 - m_\pi^2 + i\epsilon} \frac{1}{(p - p_1')^2 - m_\pi^2 + i\epsilon} F , \\ I_2 &= \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \frac{1}{p^2 - m_D^2 + i\epsilon} \frac{1}{(p - p_1)^2 - m_\pi^2 + i\epsilon} \frac{1}{(p - p_1')^2 - m_\pi^2 + i\epsilon} F , \\ I_3 &= \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \frac{(\vec{p}^2 + m_D^2)p_1^{02} + (\vec{p}\vec{q}_2^2)}{p^2 - m_D^2 + i\epsilon} \frac{1}{(p - p_1)^2 - m_\pi^2 + i\epsilon} \frac{1}{(p - p_1')^2 - m_\pi^2 + i\epsilon} F , \\ I_4 &= \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \frac{(\vec{p}^2 + m_D^2)p_1^{02} - (\vec{p}\vec{q}_2^2)}{p^2 - m_D^2 + i\epsilon} \frac{1}{(p - p_1)^2 - m_\pi^2 + i\epsilon} \frac{1}{(p - p_1')^2 - m_\pi^2 + i\epsilon} F . \end{aligned} \quad (7.40)$$

Após integrarmos em dp^0 , que pode ser feita usando o Teorema de Cauchy, obtemos

$$\begin{aligned} I_1 &= \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{\omega_1 + \omega_2}{2\omega_1\omega_2} \frac{1}{-\vec{q}^2 - (\omega_1 + \omega_2)^2} F , \\ I_2 &= \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E_D} \frac{1}{2\omega_1} \frac{1}{\omega_2} \frac{1}{\omega_1 + \omega_2} \frac{\omega_1 + \omega_2 + E_D - m_{D^*}}{E_D + \omega_1 - m_{D^*} - i\epsilon} \frac{1}{E_D + \omega_2 - m_{D^*} - i\epsilon} F , \\ I_3 &= \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E_D} \frac{1}{2\omega_1} \frac{1}{\omega_2} \frac{1}{\omega_1 + \omega_2} \frac{\omega_1 + \omega_2 + E_D - m_{D^*}}{E_D + \omega_1 - m_{D^*} - i\epsilon} \frac{(\vec{p}^2 + m_D^2)p_1^{02} + (\vec{p}\vec{q})^2}{E_D + \omega_2 - m_{D^*} - i\epsilon} F , \\ I_4 &= \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E_D} \frac{1}{2\omega_1} \frac{1}{\omega_2} \frac{1}{\omega_1 + \omega_2} \frac{\omega_1 + \omega_2 + E_D - m_{D^*}}{E_D + \omega_1 - m_{D^*} - i\epsilon} \frac{(\vec{p}^2 + m_D^2)p_1^{02} - (\vec{p}\vec{q})^2}{E_D + \omega_2 - m_{D^*} - i\epsilon} F , \end{aligned} \quad (7.41)$$

onde $\omega_1 = \sqrt{(\vec{p} + \vec{q}/2)^2 + m_\pi^2}$, $\omega_2 = \sqrt{(\vec{p} - \vec{q}/2)^2 + m_\pi^2}$ e $E_D = \sqrt{\vec{p}^2 + m_D^2}$ são as energias dos dois píons e do méson D participantes do loop, respectivamente, enquanto m_{D^*} é a massa do méson vetorial D^* . Desde que a massa do méson D é grande, tomamos a componente de energia positiva do propagador $[(p^0 - E_D)2E_D]^{-1}$, simplificando a integração.

Podemos agora voltar ao potencial $D^*\bar{D}^*$ no espaço dos momentos, cuja expressão final, de acordo com as Eq. (7.30) e Eq. (7.31), é dada por

$$t_\sigma(\vec{q}) = V^2 \frac{3}{2} \frac{1}{f^2} \frac{\vec{q}^2 + \frac{m_\pi^2}{2}}{1 - G(-\vec{q}^2) \frac{1}{f^2} (\vec{q}^2 + \frac{m_\pi^2}{2})} , \quad (7.42)$$

com

$$V = \epsilon_\mu \epsilon'_\nu (ag^{\mu\nu} + cp_1^\mu p_1^\nu) , \quad (7.43)$$

e a e c derivados usando as Eqs. (7.38), (7.39) e (7.41).

Desde que estamos assumindo os momentos inciais \vec{p}_1 e \vec{p}_1' pequenos, se comparados com suas massas, podemos tomar $\epsilon^0 \equiv 0$ e somente a combinação $a\epsilon\epsilon'$ permanece. O outro vértice possuirá uma estrutura semelhante. Assim, temos a combinação

$$\epsilon_i^{(1)} \epsilon_j^{(2)} \epsilon_i^{(3)} \epsilon_j^{(4)} , \quad (7.44)$$

com $1 + 2 \rightarrow 3 + 4$.

$$\epsilon_i^{(1)} \epsilon_j^{(2)} \epsilon_i^{(3)} \epsilon_j^{(4)} \equiv \mathcal{P}^{(0)} + \mathcal{P}^{(1)} + \mathcal{P}^{(2)} , \quad (7.45)$$

onde $\mathcal{P}^{(0)}$, $\mathcal{P}^{(1)}$ e $\mathcal{P}^{(2)}$ são os operadores de projeção de spin definidos abaixo como [125]

$$\begin{aligned}\mathcal{P}^{(0)} &= \frac{1}{3}\epsilon_i\epsilon_i\epsilon_j\epsilon_j , \\ \mathcal{P}^{(1)} &= \frac{1}{2}(\epsilon_i\epsilon_j\epsilon_i\epsilon_j - \epsilon_i\epsilon_j\epsilon_j\epsilon_i) , \\ \mathcal{P}^{(2)} &= \frac{1}{2}(\epsilon_i\epsilon_j\epsilon_i\epsilon_j + \epsilon_i\epsilon_j\epsilon_j\epsilon_i) - \frac{1}{3}\epsilon_i\epsilon_i\epsilon_j\epsilon_j .\end{aligned}\quad (7.46)$$

A intensidade de $t_\sigma(\vec{q})$, removendo $g^{\mu\nu}\epsilon_\mu\epsilon_\nu$, fornece a intensidade do potencial com troca de píons para o spin $J = 2$. O potencial t_σ como função do momento transferido \vec{q} está plotado na Fig. 7.9. É essa contribuição que será comparada com as contribuições devido à troca de mésons vetoriais pesados e de dois píons não correlacionados, esta última discutida na próxima seção. Desta comparação determinamos qual delas é a principal fonte da interação $D^*\bar{D}^*$.

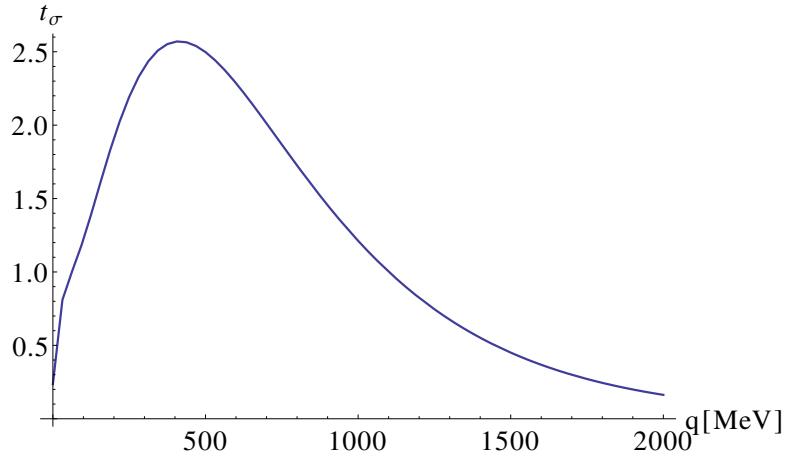


Figura 7.9: Potencial t_σ como função do momento transferido no processo.

Troca de píons correlacionados na interação $D\bar{D}^*$

Os diagramas contribuindo para esse processo estão mostrados na Fig. 7.10. Neste caso, o procedimento para o cálculo da amplitude é análogo ao caso $D^*\bar{D}^*$, todavia, o loop triangular será diferente agora por conta do caráter pseudo-escalar do méson D e, por essa razão, temos dois fatores V , que chamaremos de V_A e V_B ,

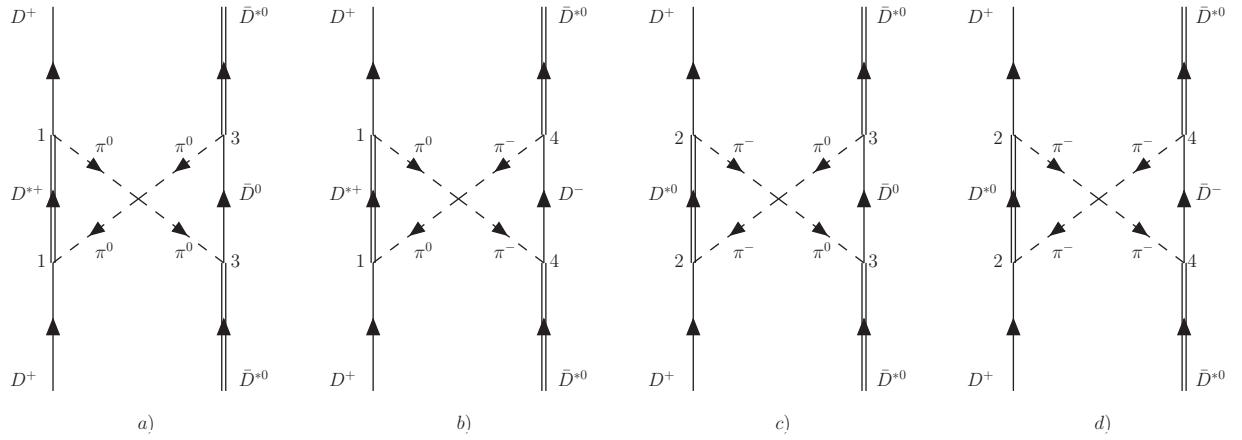


Figura 7.10: Interação $\pi\pi$ na ordem mais baixa no canal $I = 1$ para $D\bar{D}^* \rightarrow D\bar{D}^*$.

um para cada loop na amplitude. Dessa forma, a amplitude é escrita como

$$-it_\sigma = -i V_A V_B \frac{3}{2} t_{\pi\pi \rightarrow \pi\pi}^{I=0}, \quad (7.47)$$

onde $t_{\pi\pi \rightarrow \pi\pi}^{I=0}$, foi dada na Eq. (7.31). Os loops triangulares V_A e V_B estão ilustrados na Fig. 7.11. Para calcularmos V_A e V_B , adotamos novamente o sistema de referência

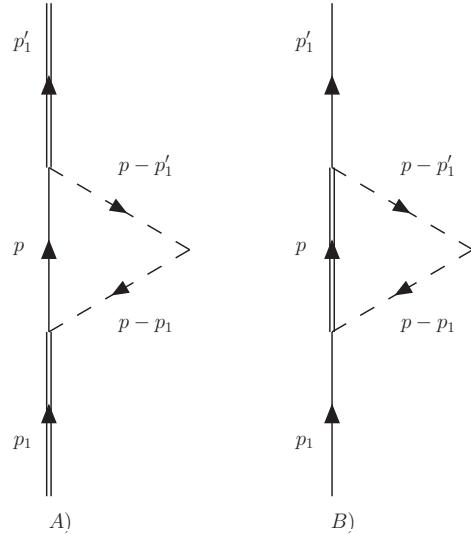


Figura 7.11: Vértices triangulares para a troca de dois píons, V_A in Fig. A) e V_B na Fig. B).

de Breit, onde obtemos

$$\begin{aligned} V_A &= ig^2 \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \epsilon_\mu (2p - p_1)^\mu \epsilon'_\nu (2p - p'_1)^\nu \frac{1}{p^2 - m_D^2 + i\epsilon} \\ &\times \frac{1}{(p - p_1)^2 - m_\pi^2 + i\epsilon} \frac{F}{(p - p'_1)^2 - m_\pi^2 + i\epsilon} \end{aligned} \quad (7.48)$$

e

$$\begin{aligned} V_B &= ig^2 \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \epsilon_\mu (p - 2p_1)^\mu \epsilon'_\nu (p - 2p'_1)^\nu \frac{1}{p^2 - m_{D^*}^2 + i\epsilon} \\ &\times \frac{1}{(p - p_1)^2 - m_\pi^2 + i\epsilon} \frac{F}{(p - p'_1)^2 - m_\pi^2 + i\epsilon} , \end{aligned} \quad (7.49)$$

com m_D e m_{D^*} , as massas do mésons D e D^* , respectivamente. Similarmente ao caso anterior, usamos o fator de forma definido na Eq. (7.35), com $\Lambda = 1$ GeV, e um cutoff no espaço de estados intermediários ($\vec{p}_{max} = 2$ GeV), para regularizar as integrais nas Eq. (7.48) e (7.49) que são logaritmicamente divergentes.

Usando as condições de Lorentz $\epsilon_\mu p_1^\mu = 0$ e $\epsilon'_\nu p_1'^\nu = 0$, a expressão final para V_A possui a seguinte forma

$$V_A = \epsilon_\mu \epsilon'_\nu (ag^{\mu\nu} + cp_1'^\mu p_1^\nu) , \quad (7.50)$$

onde a e c são as mesmas expressões como no caso da interação $D^*\bar{D}^*$ com as mudanças triviais nas massas.

No caso de V_B , obtemos

$$\begin{aligned} V_B &= g^2 I_1 + g^2 \left[2(m_D^2 - m_\pi^2) - 4p_1 p'_1 - \frac{(m_D^2 - m_\pi^2)^2}{m_{D^*}^2} + m_{D^*}^2 \right] I_5 \\ &- 2g^2 \left[1 + \frac{m_D^2 - m_\pi^2}{m_{D^*}^2} \right] I_6 + g^2 \frac{1}{m_{D^*}^2} I_7 , \end{aligned} \quad (7.51)$$

onde

$$\begin{aligned} I_5 &= \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E_V} \frac{1}{2\omega_1} \frac{1}{\omega_2} \frac{1}{\omega_1 + \omega_2} \frac{\omega_1 + \omega_2 + E_V - m_D}{E_V + \omega_1 - m_D} \frac{F}{E_V + \omega_2 - m_D} , \\ I_6 &= \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E_V} \frac{F}{\omega_1} \frac{\omega_1 + E_V}{p_1^{02} - (\omega_1 + E_V)^2} , \\ I_7 &= \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{F}{2E_V} , \end{aligned} \quad (7.52)$$

com $E_V = \sqrt{\vec{p}^2 + m_{D^*}^2}$.

O potencial $t_{D\bar{D}^*}^\sigma$ da Eq. (7.47) como função do momento transferido \vec{q} está plotado na Fig. 7.12

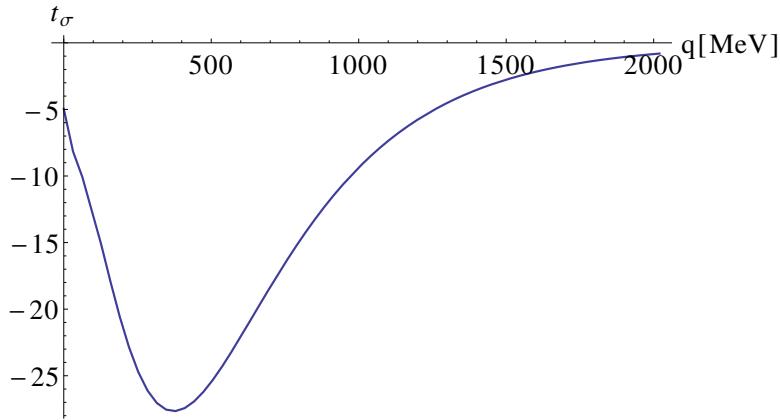


Figura 7.12: Potencial $t_{D\bar{D}^*}^\sigma$ como função do momento transferido no processo.

7.2.4 Troca de dois píons não correlacionados

O caso $D^*\bar{D}^*$

Os únicos diagramas da Fig. 7.7 que contribuem para esse caso são *a*) e *d*). O cálculo da amplitude é completamente análogo ao caso da interação via troca de dois píons correlacionados discutido anteriormente. Usando as expressões para os vértices dados pela Eq. (7.29), podemos diretamente escrever a amplitude do processo como sendo igual a

$$\begin{aligned}
 t &= \frac{5}{4} \tilde{g}^4 \frac{1}{15} \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \left(4\vec{p}^2 - \frac{\vec{q}^2}{4}\right)^2 (\epsilon_i \epsilon_l \epsilon_i \epsilon_l + \epsilon_i \epsilon_i \epsilon_l \epsilon_l + \epsilon_i \epsilon_l \epsilon_l \epsilon_i) F^2 \frac{1}{\omega_1 + \omega_2} \frac{1}{2\omega_1 \omega_2} \\
 &\times \frac{1}{E_D^2} \left(1 + \frac{E_D + \omega_1 + \omega_2 - p_1^0}{p_1^0 - \omega_1 - E_D + i\epsilon} + \frac{E_D + \omega_1 + \omega_2 - p_1^0}{p_1^0 - \omega_2 - E_D + i\epsilon}\right) \frac{1}{p_1^0 - \omega_1 - E_D + i\epsilon} \\
 &\times \frac{1}{p_1^0 - \omega_2 - E_D + i\epsilon}.
 \end{aligned} \tag{7.53}$$

A combinação dos vetores de polarização aparecendo na Eq. (7.53) pode ser reescrita em termos dos operadores de projeção do spin definidos na Eq. (7.46) como

$$\epsilon_i \epsilon_l \epsilon_i \epsilon_l + \epsilon_i \epsilon_i \epsilon_l \epsilon_l + \epsilon_i \epsilon_l \epsilon_l \epsilon_i = 5\mathcal{P}^{(0)} + 2\mathcal{P}^{(2)}. \quad (7.54)$$

Assim, a expressão final da amplitude é dada por

$$t = \frac{5}{4} \tilde{g}^4 \frac{A}{15} \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} (4\vec{p}^2 - \frac{\vec{q}^2}{4})^2 F^2 \frac{1}{\omega_1 + \omega_2} \frac{1}{2\omega_1 \omega_2} \frac{1}{4E_D^2} \frac{1}{p_1^0 - \omega_1 - E_D + i\epsilon} \\ \times \frac{1}{p_1^0 - \omega_2 - E_D + i\epsilon} \left(1 + \frac{E_D + \omega_1 + \omega_2 - p_1^0}{p_1^0 - \omega_1 - E_D + i\epsilon} + \frac{E_D + \omega_1 + \omega_2 - p_1^0}{p_1^0 - \omega_2 - E_D + i\epsilon} \right), \quad (7.55)$$

onde $A = 0$ para o caso $J = 0$ e $A = 2$ para o caso de $J = 2$. A amplitude t nos dois casos é mostrada nas Figs. 7.13 e 7.14.

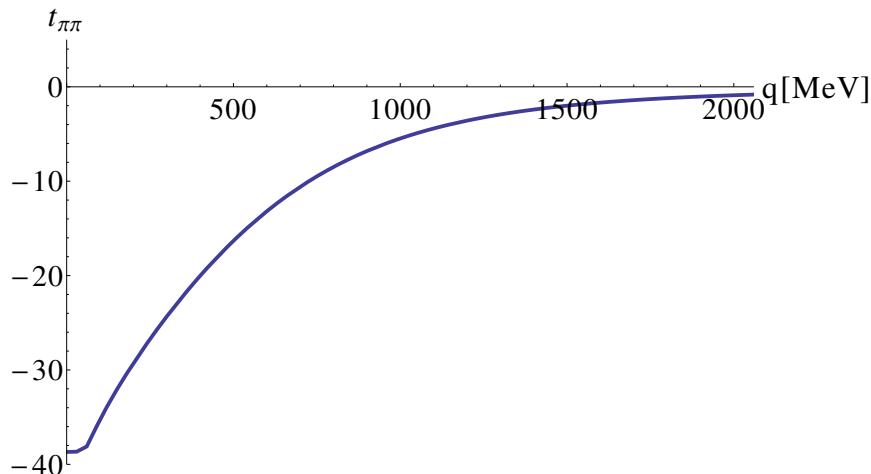


Figura 7.13: Potencial $t^{\pi\pi}$ para a troca de píons não interagentes no caso $J = 0$.

O caso $D\bar{D}^*$

Finalmente, vamos considerar a contribuição para a interação $D\bar{D}^*$ resultante da troca de dois píons não interagentes entre si. Somente os diagramas *a*) e *d*) da Fig. 7.10 contribuem para o processo. O cálculo da amplitude é semelhante ao caso anterior, todavia, lembramos agora que temos um propagador para o méson D e um outro para o D^* . Assim, com os momentos definidos na Fig. 7.15, obtemos a

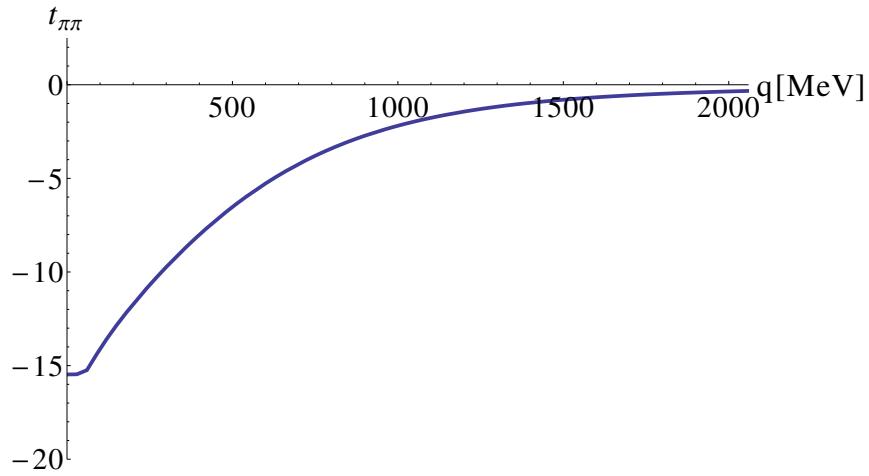


Figura 7.14: para a troca de píons não interagentes no caso $J = 2$.

seguinte expressão para a amplitude

$$t = \frac{5}{4}ig^4 \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \epsilon_\mu(2p_1 - p)^\mu \epsilon_\nu(2p'_1 - p)^\nu \epsilon'_\alpha(2p - 2p'_1 + p_2)^\alpha \epsilon''_\beta(2p - p'_1 - p_1 + p_2)^\beta \\ \times \frac{F^2}{p^2 - m_{D^*}^2 + i\epsilon} \frac{1}{(p - p'_1 + p_2)^2 - m_D^2 + i\epsilon} \frac{1}{(p - p_1)^2 - m_\pi^2 + i\epsilon} \frac{1}{(p - p'_1)^2 - m_\pi^2 + i\epsilon}, \quad (7.56)$$

onde ϵ é o vetor de polarização associado ao méson vetorial participante no loop triangular, enquanto ϵ' e ϵ'' correspondem aos dos mésons vetoriais nas pernas externas dos diagramas. Novamente, levamos em conta a parte positiva dos propagadores dos

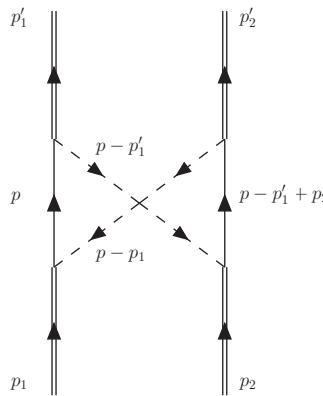


Figura 7.15: Momentos na troca de dois píons na transição $D\bar{D}^* \rightarrow D\bar{D}^*$.

mésons D e D^* , enquanto para os vetores externos assumimos que o tri-momento

é pequeno, assim $\epsilon^0 \equiv 0$. Também estamos assumindo que $4\vec{p}^2 \gg \vec{q}^2/4$. Assim, aplicando a condição de completeza para o vetor de polarização, podemos reescrever a Eq. (7.56) como

$$\begin{aligned} t = & \frac{5}{4}ig^4 \frac{1}{2} \vec{\epsilon}' \vec{\epsilon}'' \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} (\vec{p}^2 - \vec{q}^2) \left[(4\vec{p}^2 - \frac{\vec{q}^2}{4}) - \frac{1}{\vec{q}^2} \left[(2\vec{p}\vec{q})^2 - \frac{\vec{q}^4}{4} \right] \right] F^2 \\ & \times \frac{1}{p^2 - m_{D^*}^2 + i\epsilon} \frac{1}{(p - p'_1 + p_2)^2 - m_D^2 + i\epsilon} \frac{1}{(p - p_1)^2 - m_\pi^2 + i\epsilon} \\ & \times \frac{1}{(p - p'_1)^2 - m_\pi^2 + i\epsilon}. \end{aligned} \quad (7.57)$$

Integrando em dp^0 , obtemos

$$\begin{aligned} t = & -\frac{5}{4}g^4 \frac{1}{2} \vec{\epsilon}' \vec{\epsilon}'' \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} (\vec{p}^2 - \vec{q}^2) \left[(4\vec{p}^2 - \frac{\vec{q}^2}{4}) - \frac{1}{\vec{q}^2} \left[(2\vec{p}\vec{q})^2 - \frac{\vec{q}^4}{4} \right] \right] \frac{F^2}{\omega_1 + \omega_2} \frac{1}{2\omega_1\omega_2} \\ & \times \frac{1}{2E_D} \frac{1}{2E_V} [\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_1\omega_2 - (\omega_1 + \omega_2)(2p_1^0 - E_V - E_D) + (p_1^0 - E_V)(p_1^0 - E_D)] \\ & \times \frac{1}{p_1^0 - \omega_1 - E_V + i\epsilon} \frac{1}{p_1^0 - \omega_1 - E_D + i\epsilon} \frac{1}{p_1^0 - \omega_2 - E_V + i\epsilon} \frac{1}{p_1^0 - \omega_2 - E_D + i\epsilon}. \end{aligned} \quad (7.58)$$

O potencial t está plotado na Fig. 8.10 como função do momento trocado.

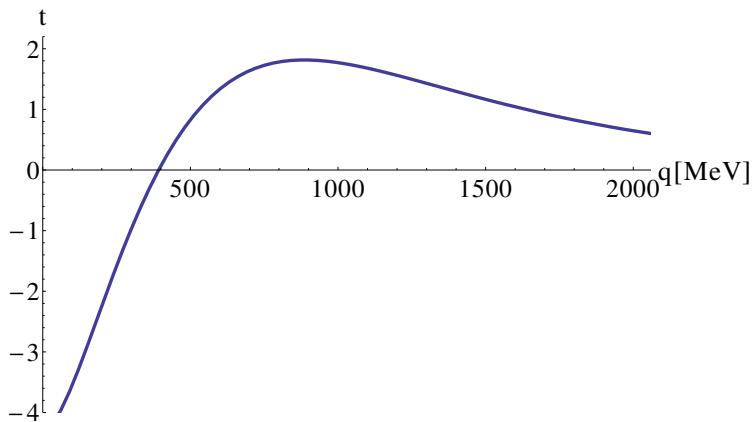


Figura 7.16: Potencial t para a troca de píons não interagentes como função do momento transferido no processo.

7.3 Geração dinâmica de ressonâncias nos sistemas

$D^*\bar{D}^*$ e $D\bar{D}^*$

Após obtermos as amplitudes para todos os processos contribuindo para as interações $D^*\bar{D}^*$ e $D\bar{D}^*$, vamos estimar a intensidade de cada potencial. A razão para isso é tornar possível uma comparação entre os potenciais devido às trocas de dois píons interagindo e não interagindo entre si, e de mésons vetoriais, para investigarmos qual desses potenciais contribui mais para as interações em questão. Especificamente, a comparação é feita calculando a intensidade de todos os potenciais através da integral

$$\int V(q) d^3q, \quad (7.59)$$

onde V representa as amplitudes obtidas nas seções anteriores. Uma vez determinada qual delas é a principal fonte da interação, vamos utilizá-las como kernel da equação de Bethe-Salpeter. A finalidade disso, é calcular a matriz de transição para todos os canais relevantes. Para isso, em todos os casos usamos a fórmula resultante da regularização dimensional para a função de loop G , dada pela Eq. (7.27), com as constantes de subtração para cada canal. Para obtermos valores razoáveis para as constantes de subtração em cada canal considerado, procedemos da seguinte maneira: tomamos um valor para o cutoff \vec{q}_{max} , em seguida encontramos a constante de subtração que fornece, no limiar de massa, a mesma função G obtida com o método do cutoff.

7.3.1 A interação $D^*\bar{D}^*$ e o estado do tipo do charmônio

$Z_c(4025)$

Vamos comparar as intensidades dos potenciais usando a Eq. (7.59). Podemos ver que a intensidade da transição $D^*\bar{D}^* \rightarrow \rho J/\psi$ devido à troca de mésons vetoriais pesados é muito maior que a intensidade obtida para o potencial da troca de píons em todo o intervalo de momento. Se integrarmos $\int d^3q V(\vec{q})$ até $|\vec{q}| = 100$ MeV

em ambos os casos, encontramos a integral dez vezes maior no caso da transição $D^*\bar{D}^* \rightarrow \rho J/\psi$, e assim, concluímos que o potencial devido à troca mésons vetoriais é a principal fonte da interação $D^*\bar{D}^*$.

Agora, vamos investigar a matriz de transição T para os dois canais para valores de \sqrt{s} no entorno de 4000 MeV. A Fig. 7.17, mostra $|T_{11}|^2$, onde o subscrito 11 indica que estamos considerando a transição do canal $D^*\bar{D}^*$ nele mesmo, como função da energia do centro de massa. Usamos a regularização dimensional para a função G (Eq. (7.27)), escolhendo $\alpha_1 = -2.3$ e $\alpha_2 = -2.6$ como constantes de subtração e $\mu = 1000$ MeV. Isso é equivalente a usarmos um cutoff igual a $|\vec{q}_{max}| = 960$ MeV. Com essa escolha dos parâmetros, obtemos um pico ao redor do valor $\sqrt{s} = 3998$ MeV, com uma largura $\Gamma \simeq 90$ MeV. Esse valor está 19 MeV abaixo do limiar de massa dos mésons $D^*\bar{D}^*$. A energia de ligação é menor do que a obtida em [120]. Isso ocorre por que usamos g para o acoplamento, no lugar de g_D , como justificado na Ref. [121].

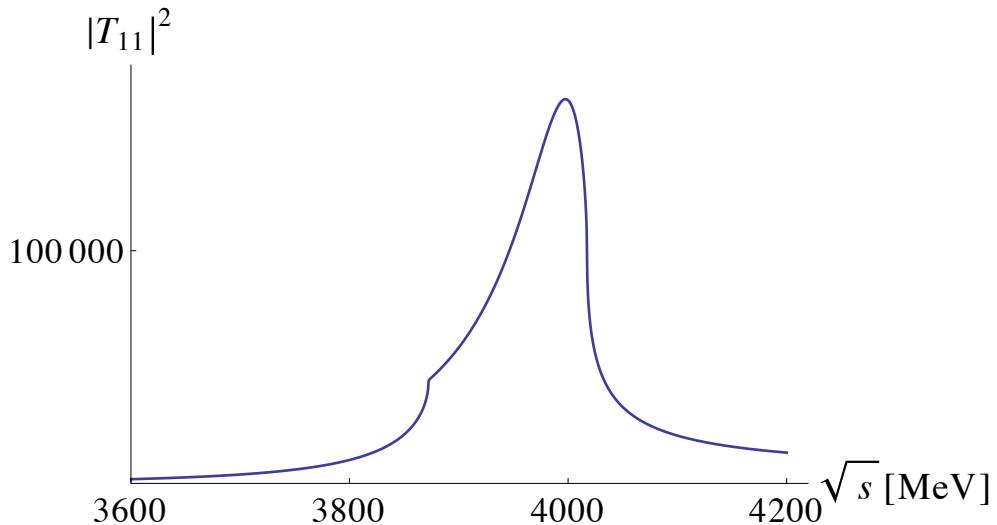


Figura 7.17: $|T_{11}|^2$ como função de \sqrt{s} .

Os valores das constantes de subtração α_i , ou o cutoff usados foram obtidos da análise dos resultados na Ref. [126]. É interessante analisar o que acontece quando o valor do cutoff diminui. Na Fig. 7.18, mostramos $|T_{11}|^2$ para diferentes valores do cutoff. Note que quando $|\vec{q}_{max}|$ diminui, o pico em $|T_{11}|^2$ se move em direção ao limiar e, com isso, sua intensidade também diminui. Para $|\vec{q}_{max}| = 700$ MeV,

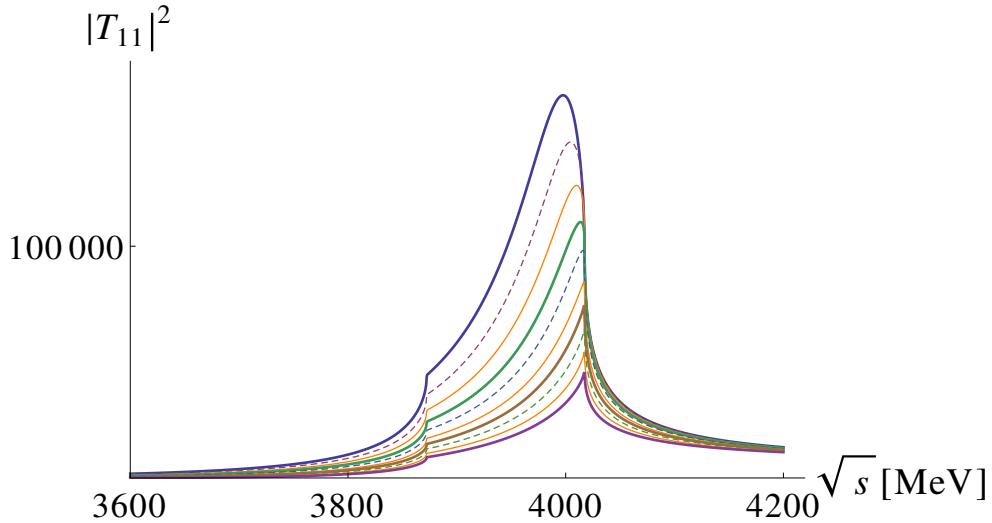


Figura 7.18: $|T_{11}|^2$ como função de \sqrt{s} , para diferentes valores do cut off $|\vec{q}_{max}|$. De cima para baixo temos, $q_{max} = 960, 900, 850, 800, 750, 700, 650, 600, 550, 500$ MeV.

podemos observar um cusp, que permanece mesmo quando $|\vec{q}_{max}|$ assume valores menores que 700 MeV. Entretanto, a intensidade de $|T_{11}|^2$ no pico é fraca e, com isso, já não é possível a produção de um aumento na distribuição de massa invariante do par $D^*\bar{D}^*$, como foi observado pela Colaboração BESIII em [127]. Note também que para valores $|\vec{q}_{max}| \simeq 800$ MeV, como na Ref. [128, 129], ainda encontramos um estado ligado de poucos MeV's. Por outro lado, valores maiores de $|\vec{q}_{max}|$ deveriam produzir uma ligação tão grande a ponto de contradizer os resultados da análise feita na Ref. [126]. Assim, considerando as incertezas em nosso modelo, podemos afirmar que estamos obtendo um estado ligado de $D^*\bar{D}^*$, ou mesmo um estado virtual, no intervalo $3990 - 4000$ MeV (decaindo em J/ψ), com largura de decaimento da ordem de 100 MeV. Cabe ainda observar que mesmo quando o pólo na região do estado ligado se aproxima do limiar e desaparece, ele se converte em um estado virtual com um pico característico de um cusp. Numa análise experimental, isso pode ser visualizado como um pico próximo ao limiar de massa.

O estudo descrito acima, complementa o da Ref. [126], onde o pico observado no espectro de $D^*\bar{D}^*$, na reação $e^+e^- \rightarrow (D^*\bar{D}^*)^\pm\pi^\pm$ que levou a Colaboração experimental a reportar a existência do estado com $J^P = 1^+$ chamado $Z_c(4025)$, foi reinterpretado como um possível estado ligado $D^*\bar{D}^*$ com 2^+ e isospin $I =$

1. Tanto a massa quanto a largura que obtivemos usando o modelo acima, são compatíveis com os resultados da Ref. [126]. Assim, podemos afirmar que o estado que encontramos em nossa abordagem pode fornecer uma explicação natural dos resultados experimentais da Colaboração BESIII na Ref. [127].

7.3.2 A interação $D\bar{D}^*$ e os estados $Z_c(3900)$ e $Z_c(3885)$

Similarmente ao caso anterior, devemos comparar a intensidade dos potenciais que contribuem para a interação em questão. Somando as contribuições devido à troca de dois píons, interagentes e não interagentes, obtemos o valor $\int V(\vec{q})d^3q \simeq -112 \text{ GeV}^3$. Para o caso devido a troca de mésons vetoriais, a intensidade é igual a $\int V(\vec{q})d^3q \simeq -433 \text{ GeV}^3$. Portanto, comparando esses valores, concluímos que a principal fonte para a interação $D\bar{D}^*$ segue do potencial devido à troca de mésons vetoriais.

Investigamos a forma da matriz T usando o potencial de troca de mésons vetoriais para valores de \sqrt{s} ao redor de 3900 MeV. Na Fig. 7.19, podemos observar o comportamento de $|T_{11}|^2$ (onde o subscrito 11 indica a transição $D\bar{D}^* \rightarrow D\bar{D}^*$) como função da energia do centro de massa, para o caso $1^+(1^{+-})$. Para calcularmos a função G , usamos a expressão obtida da regularização dimensional, Eq. (7.27), com os seguintes valores para as constantes de subtração: $\alpha_1 = -1.28$, $\alpha_2 = -1.57$ e $\alpha_3 = -1.86$. Para μ usamos o valor 1500 MeV, sugerido na Ref. [124]. Essa escolha equivale a usarmos um cutoff igual a $|\vec{q}_{max}| = 770 \text{ MeV}$. Da Fig. 7.19, podemos notar um pico bem pronunciado em $\sqrt{s} = 3872 \text{ MeV}$, com uma largura aproximadamente igual a $\Gamma \simeq 40 \text{ MeV}$.

Na Fig. 7.20, mostramos a dependência da posição do pico com o cutoff. $|T_{11}|^2$ está plotada como função de \sqrt{s} para valores da constante de subtração correspondentes aos cutoffs 700, 750, 770, 800 and 850 MeV. Os correspondentes valores do pico podem ser visualizados na Tab. 7.1. Dela concluímos que para valores mais altos do cutoff, obtemos uma energia de ligação maior para o estado associado ao pico. A largura varia no intervalo 40 – 50 MeV.

Levamos também em conta não somente a variação no cutoff, mas a variação

do parâmetro Λ no fator de forma no intervalo 700 – 1200 MeV. Essas variações, tanto no cutoff como no valor de Λ , são equivalentes a multiplicarmos o potencial, usado como kernel na Bethe-Salpeter, por um fator dentro do intervalo de 0.6 a 1.4. Os cálculos foram feitos usando os valores médios das massas dos mésons D e \bar{D}^* . É interessante notar que as energias obtidas estão todas no entorno do limiar de massa igual a 3076 MeV. A seguir, discutimos se existem pólos associados aos picos observados na Fig. 7.20.

Para buscarmos pólos na matriz T , movemos para o plano complexo extrapolando a amplitude para valores complexos da energia. Para isso, nos canais que estão abertos, necessitamos da expressão para a função de loop na segunda superfície de Riemann, dada por [123]

$$G_i^{II}(\sqrt{s}) = G_i^I(\sqrt{s}) + i \frac{p}{4\pi\sqrt{s}} \quad Im(p) > 0 , \quad (7.60)$$

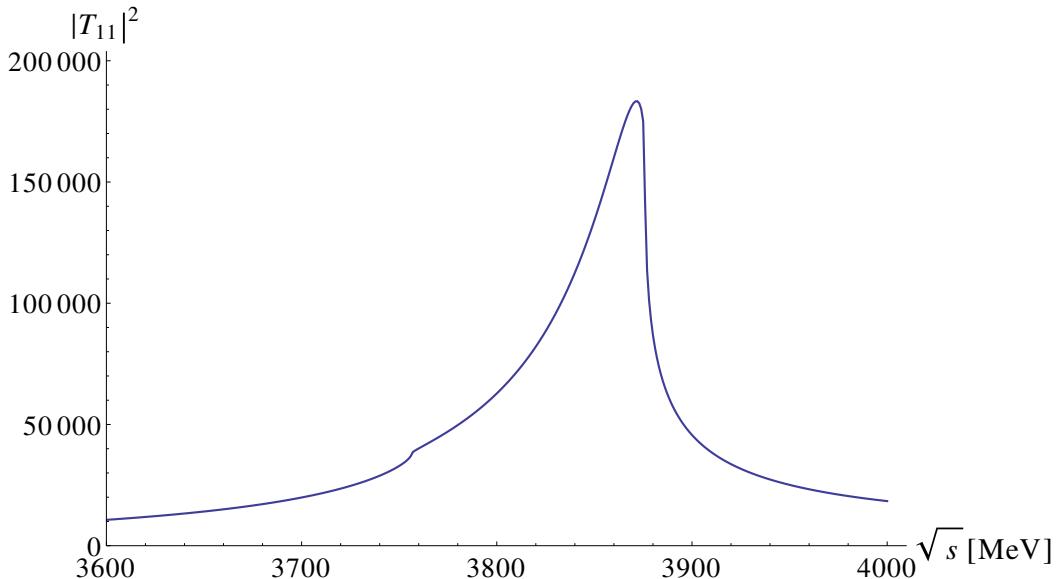
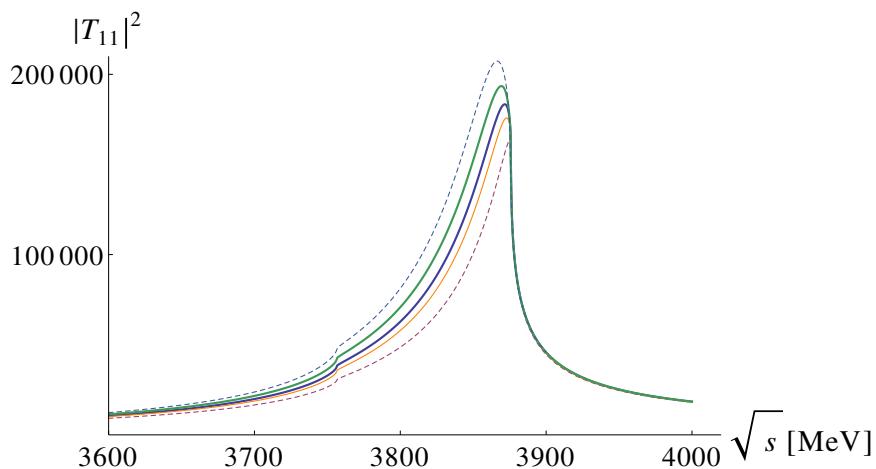
onde $G_i^I(\sqrt{s})$ é dada pela Eq. (7.27). Na Fig. 7.21, mostramos a figura para $|T_{11}|^2$ na segunda superfície de Riemann, no valor do cutoff igual a $|\vec{q}_{max}| = 770$ MeV. Um pôlo, correspondendo a um estado com $(\sqrt{s} + i\Gamma/2) = (3878 + i23)$ é perfeitamente visível.

Baixando o valor do cutoff de modo a ainda obtermos pólos no plano complexo, mas para valores de $|\vec{q}_{max}| < 700$ MeV, os pólos desparecem embora ainda se possa obter um efeito de cusp na amplitude, com consequências experimentais nas seções de choque. À essa situação é que referimos como a obtenção de pôlo virtual.

Observamos que em todos os casos os estados que obtemos produzem picos no entorno do limiar de massa do $D\bar{D}^*$ igual a 3876 MeV.

q_{max} MeV	\sqrt{s} MeV
700	3875
750	3873
770	3872
800	3869
850	3867

Tabela 7.1: Posição do pico de $|T|^2$ correspondentes aos diferentes valores de $|\vec{q}_{max}|$.

Figura 7.19: $|T|^2$ como função de \sqrt{s} .Figura 7.20: $|T|^2$ como função de \sqrt{s} para valores de cut off $|\vec{q}_{max}|$ iguais a 850, 800, 770, 750 e 700 MeV. O pico se move para a esquerda do gráfico à medida que o valor do cut off aumenta.

Portanto, podemos afirmar que de acordo com nossa abordagem, encontramos um estado com massa no intervalo 3869 – 3875 MeV e largura de 40 MeV no canal de isospin $I = 1$ e paridade G positiva. Esse estado é um parceiro de isospin do $X(3872)$. Assim, desse estudo mostramos que os dados da Colaboração BESIII em [27] são compatíveis, com uma pequeno desvio na massa, com os do estado obtido teoricamente da interação $D\bar{D}^*$. Assim, os resultados aqui descritos oferecem uma boa explicação para o estado observado em [27], em termos de um estado fracamente

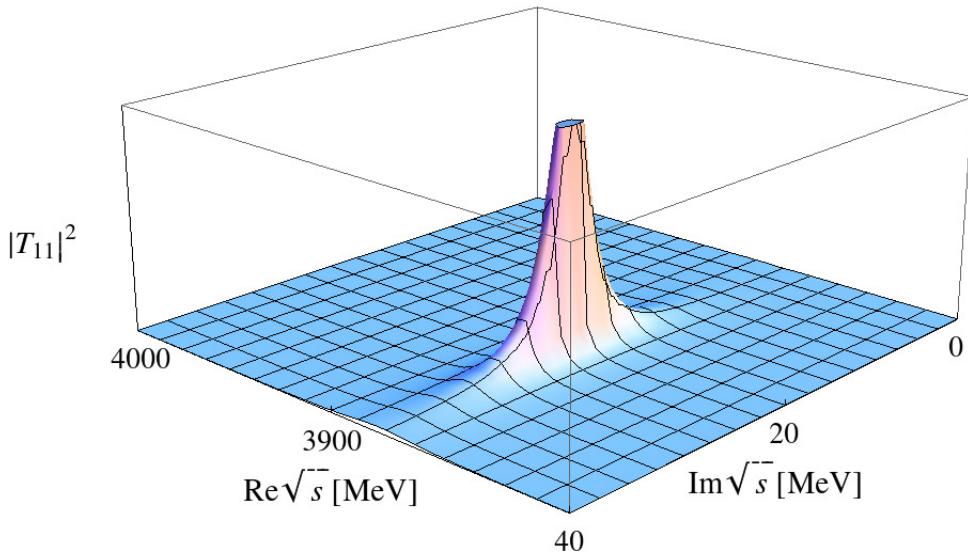


Figura 7.21: $|T|^2$ na segunda superfície de Riemann para a transição $D\bar{D}^* \rightarrow D\bar{D}^*$ com $I^G(J^{PC}) = 1^+(1^{+-})$.

ligado $D\bar{D}^*(\bar{D}D^*)$ decaindo nos canais $\eta_c\rho$ e $\pi J/\psi$.

A questão que permanece agora é se esse estado reconfirmedo pela nossa abordagem deve ser o mesmo estado observado pela Colaboração BESIII [130] chamado de $Z_c(3900)$, ou o $Z_c(3894)$ observado pela Colaboração Belle [131] ou ainda, o $Z_c(3886)$ medido pela CLEO [132]. Dadas as incertezas tanto nas massas como nas larguras em todos esses experimentos, é bastante provável que essas colaborações estejam observando o mesmo estado, embora outras opções não sejam descartadas até o momento. Em qualquer caso podemos afirmar que dado um único canal $D\bar{D}^*$ com um potencial independente da energia, não podemos produzir uma ressonância acima do limiar igual a 3875.87 MeV [133]. Um estado com massa igual a 3900 MeV não poderia ser facilmente interpretado como um estado molecular $D\bar{D}^*(\bar{D}D^*)$. Como discutido anteriormente, o estado mais natural seria aquele com massa mais baixa.

CAPÍTULO 8

ESTUDO DAS INTERAÇÕES $B\bar{B}^*$ E $B^*\bar{B}^*$

Para estudarmos os estados $B\bar{B}^*$ and $B^*\bar{B}^*$, seguimos a mesma abordagem do capítulo anterior. Para isso, temos que extender os cálculos para o setor do bottom. Isso é feito simplesmente trocando as massas dos mésons D e D^* por B e B^* , respectivamente, em todas as expressões para as amplitudes calculadas no Capítulo 7. Nesse setor, as interações $B\bar{B}^*$ e $B^*\bar{B}^*$ para $I = 1$ via troca de mésons leves também são proibidas pela regra de OZI (Okubo-Zweig-Iizuka). Na Fig. 8.1, mostramos um diagrama ilustrando a interação $B^+\bar{B}^{*0}$. Para que essa interação possa ocorrer via troca de mésons leves, um estado $d\bar{d}$ deve ser convertido em um estado $u\bar{u}$ e isso não é permitido pela regra de OZI.

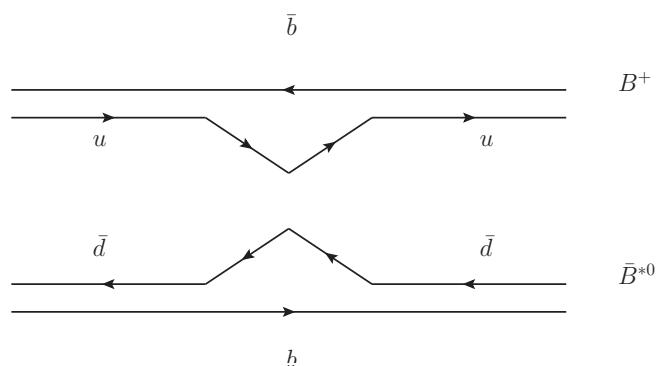


Figura 8.1: Diagrama representando o processo $B^+\bar{B}^{*0} \rightarrow B^+\bar{B}^{*0}$ através da troca de um méson $q\bar{q}$.

Por conta disso, consideraremos processos permitidos pela regra de OZI para $I = 1$. Analogamente ao que fizemos no capítulo anterior, calculamos as interações em questão considerando que elas também ocorram via troca de píons e pela troca de mésons vetoriais. Como dito anteriormente, podemos usar as expressões para as amplitudes já calculadas fazendo as mudanças apropriadas nas massas.

8.1 As interações $B\bar{B}^*$ e $B^*\bar{B}^*$ via troca de mésons vetoriais pesados

Os canais de interesse são aqueles com $B = 0$, $S = 0$ e isospin $I = 1$. No caso $B^*\bar{B}^*$, eles são:

- $B^*\bar{B}^*$;
- $\rho \Upsilon$.

Por outro lado, para o caso $B\bar{B}^*$, estamos interessados na combinação com paridade G positiva. Assim, os canais para esse caso são:

- $(B\bar{B}^* + cc)/\sqrt{2}$;
- $\eta_b \rho$;
- $\pi \Upsilon$.

8.1.1 O caso $B^*\bar{B}^*$

Considere a reação $B^*\bar{B}^* \rightarrow B^*\bar{B}^*$. Seguimos os mesmos passos descritos na Ref. [120], onde os autores estavam interessados no sistema $D^*\bar{D}^*$. Em nosso caso, os diagramas com as devidas substituições da massa do méson D^* pela do méson B^* , estão ilustrados na Fig. 8.2. Com isso, a amplitude obtida na combinação de isospin $I = 1$ é dada por

$$t_{B^*\bar{B}^* \rightarrow B^*\bar{B}^*}^{I=1} = g^2 \left[\frac{2M_\rho^2 M_\omega^2 + M_\Upsilon^2 (-M_\omega^2 + M_\rho^2)}{2M_\Upsilon^2 M_\omega^2 M_\omega^2} \right] (k_1 + k_3) \cdot (k_2 + k_4) \epsilon_{1i} \epsilon_{2j} \epsilon_3^i \epsilon_4^j. \quad (8.1)$$

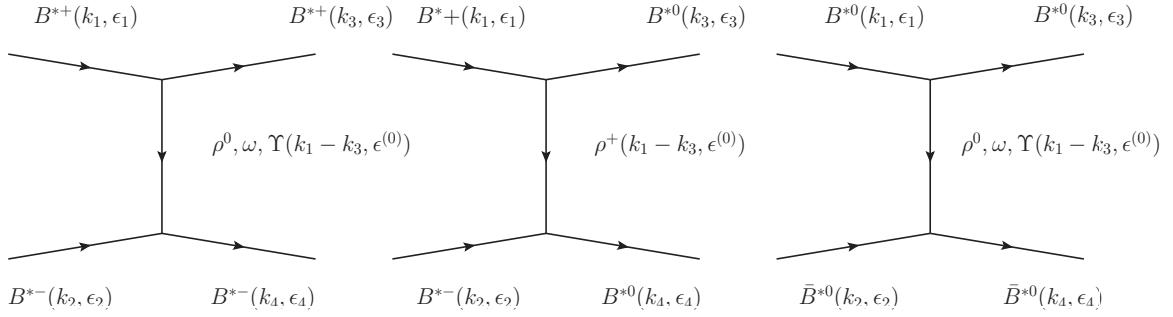


Figura 8.2: Diagramas que contribuem para o processo $B^*\bar{B}^* \rightarrow B^*\bar{B}^*$ devido à troca de mésons vetoriais.

onde M_Υ , M_ρ e M_ω são as massas dos mésons Υ , ρ e ω , respectivamente. Para que possamos escrever a amplitude acima em termos de suas componentes de spin 0, 1 e 2, devemos usar os projetores $\mathcal{P}^{(0)}$, $\mathcal{P}^{(1)}$ e $\mathcal{P}^{(2)}$, definidos na Eq. (7.46). Em termos desses projetores, a combinação dos vetores de polarização aparecendo na Eq. (8.1) é igual a

$$\epsilon_{1\mu}\epsilon_{2\nu}\epsilon_3^\mu\epsilon_4^\nu = \mathcal{P}^{(0)} + \mathcal{P}^{(1)} + \mathcal{P}^{(2)}. \quad (8.2)$$

Portanto, substituindo a Eq. (8.2) na Eq. (8.1), obtemos a seguinte expressão para a amplitude projetada em onda- s ,

$$t_{B^*\bar{B}^* \rightarrow B^*\bar{B}^*}^{I=1,S=0,1,2} = -g^2 + g^2 \left[\frac{2M_\rho^2 M_\omega^2 + M_\Upsilon^2 (-M_\omega^2 + M_\rho^2)}{4M_\Upsilon^2 M_\omega^2 M_\rho^2} \right] (4M_{B^*}^2 - 3s), \quad (8.3)$$

onde s está associado à energia do centro de massa do sistema $B^*\bar{B}^*$. Na Eq. (8.3) incluímos também o termo de contato calculado na Ref. [120].

Considere agora o canal $B^*\bar{B}^* \rightarrow \rho\Upsilon$. Os diagramas contribuindo para essa interação via troca de mésons vetoriais estão ilustrados na Fig. 8.3. A amplitude na base de isospin $I = 1$ para as componentes de spin $S = 0, 2$ em onda- s , correspondendo aos diagramas da Fig. 8.3 além do termo de contato é escrita como

$$t_{B^*\bar{B}^* \rightarrow \rho\Upsilon}^{I=1,S=0,2} = -2g^2 + g^2 \left[\frac{2M_{B^*}^2 + M_\Upsilon^2 + M_\rho^2 - 3s}{M_{B^*}^2} \right]. \quad (8.4)$$

A componente de spin $S = 1$ é nula em consequência do cancelamento das contribuições dos termos onde os mésons ρ^0 e Υ são intercambiados nos diagramas. A

transição diagonal é nula em nossa abordagem além de não ser permitida pela regra de OZI.

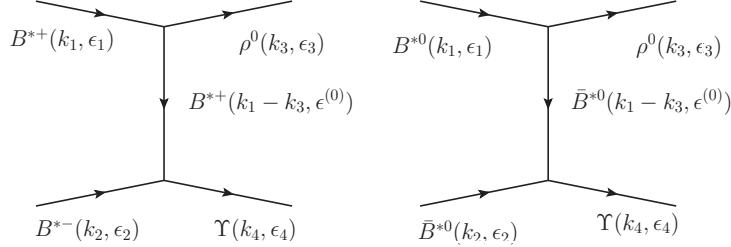


Figura 8.3: Diagramas contribuindo para o canal $B^*\bar{B}^* \rightarrow \rho \Upsilon$.

As Eq. (8.3) e (8.4) serão utilizadas como kernel da equação de Bethe-Salpeter.

8.1.2 O caso $B\bar{B}^*$

Nesse caso, a amplitude definida pela Eq. (7.22) também é válida para os mésons B , com as massas associadas aos mésons dos canais de interesse para o sistema $B\bar{B}^*$. Isto é,

$$V_{ij}(s) = -\frac{\vec{\epsilon} \vec{\epsilon}'}{8f_\pi^2} \mathcal{C}_{ij} \left[3s - (M^2 + m^2 + M'^2 + m'^2) - \frac{1}{s}(M^2 - m^2)(M'^2 - m'^2) \right],$$

onde os índices i e j representam os canais VP inicial e final, que nesse caso agora são $(B\bar{B}^* + cc)/\sqrt{2}$, $\eta_b \rho$ e $\pi \Upsilon$.

Os elementos de matriz \mathcal{C}_{ij} são dados por uma matriz 3×3 , que na combinação $B\bar{B}^*$ de paridade G positiva, é definida como

$$\mathcal{C}_{ij} = \begin{pmatrix} -\psi & \sqrt{2}\gamma & \sqrt{2}\gamma \\ \sqrt{2}\gamma & 0 & 0 \\ \sqrt{2}\gamma & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (8.5)$$

onde $\gamma = \left(\frac{m_L}{m_H}\right)^2$ e $\psi = \left(\frac{m_L}{m_{H'}}\right)^2$. Estes fatores são definidos de modo a levar em conta a supressão devida à troca de mésons vetoriais pesados. No que diz respeito aos parâmetros m_L , m_H and $m_{H'}$, a exemplo do capítulo anterior, seus valores são escolhidos para terem a mesma ordem de magnitude das massas dos mésons vetoriais

leves e pesado: $m_L = 800$, $m_H = 5000$ MeV e $m_{H'} = 9000$ MeV. Note que, neste caso, os elementos ψ e γ da matriz C_{ij} são diferentes daqueles do caso $D\bar{D}^*$.

8.1.3 A contribuição da troca de píons para as interações $B\bar{B}^*$ e $B^*\bar{B}^*$

O potencial devido à troca de píons correlacionados em alguns casos fornece uma contribuição importante para a interação. Seguindo a mesma idéia aplicada para as interações $D\bar{D}^*$ e $D^*\bar{D}^*$, substituímos as massas dos mésons D e D^* pelas massas dos mésons B e B^* , respectivamente. Como resultado disso, obtemos

$$-it_{B^*\bar{B}^*}^\sigma = -i V^2 \frac{3}{2} t_{\pi\pi \rightarrow \pi\pi}^{I=0}, \quad (8.6)$$

onde $t_{\pi\pi \rightarrow \pi\pi}^{I=0}$ é a amplitude isoescalar para a interação $\pi\pi$ já definida anteriormente na Eq. (7.31). Novamente, na Eq. (8.6), V é o fator que leva em conta as contri-

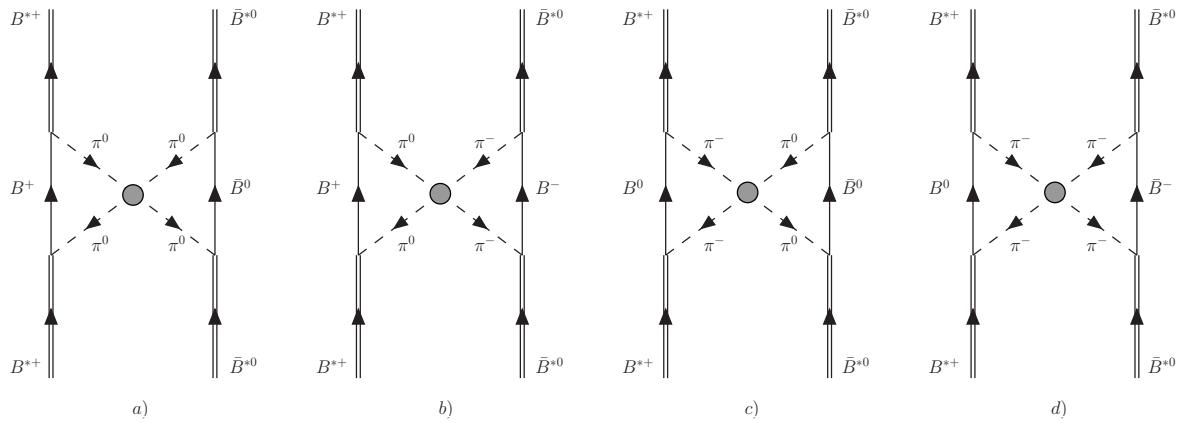


Figura 8.4: Diagramas contribuindo para a interação de dois píons na combinação $I = 1$ para o processo $B^*\bar{B}^* \rightarrow B^*\bar{B}^*$.

buições provenientes dos loops triangulares dos diagramas. Detalhes da derivação desse fator foram mencionados no capítulo anterior. A amplitude associada com a troca de píons interagentes para esse caso é:

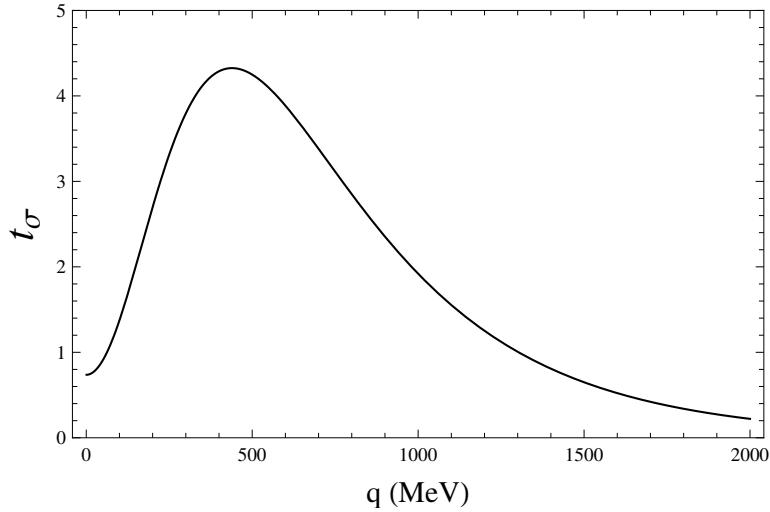


Figura 8.5: Potencial $t_{B^*\bar{B}^*}^{\sigma}$ como função do momento transferido no processo.

$$t_{B^*\bar{B}^*}^{\sigma}(\vec{q}) = a^2 \frac{3}{2} \left[\frac{1}{f^2} \frac{\vec{q}^2 + \frac{m_{\pi}^2}{2}}{1 - G(-\vec{q}^2) \frac{1}{f^2} (\vec{q}^2 + \frac{m_{\pi}^2}{2})} \right] (\mathcal{P}^{(0)} + \mathcal{P}^{(1)} + \mathcal{P}^{(2)}). \quad (8.7)$$

Na Fig. 8.5, podemos ver o gráfico do potencial $t_{B^*\bar{B}^*}^{\sigma}$, Eq. (8.7), como função do momento transferido \vec{q} .

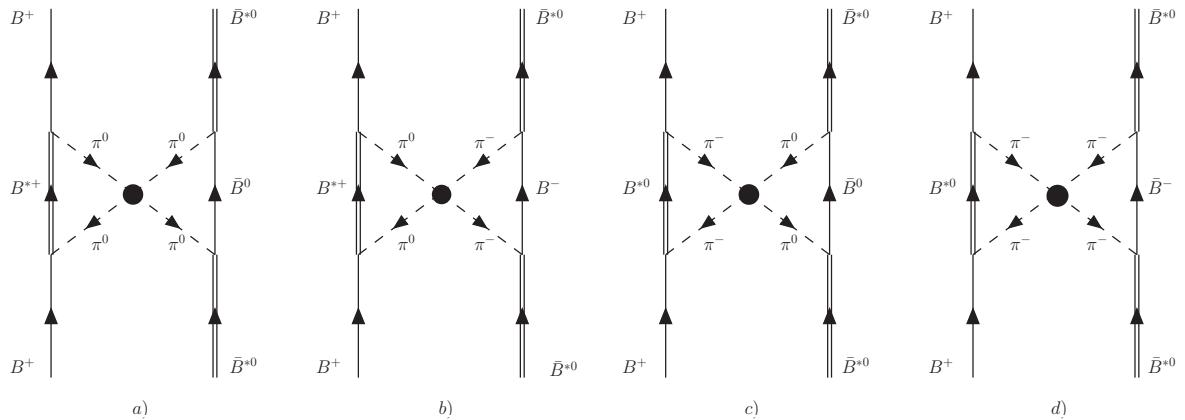


Figura 8.6: Diagramas contribuindo para a interação via troca de dois píons interagentes, para o processo $B\bar{B}^* \rightarrow B\bar{B}^*$ com $I = 1$.

A seguir, vamos considerar o mesmo mecanismo agora para o caso $B\bar{B}^*$. O

potencial $t_{B\bar{B}^*}^\sigma$ é dado por

$$-it_{B\bar{B}^*}^\sigma = -i V \bar{V} \frac{3}{2} t_{\pi\pi \rightarrow \pi\pi}^{I=0}, \quad (8.8)$$

onde \bar{V} é a mesma expressão dada pela Eq. (7.51) com as devidas mudanças nas massas. O gráfico do potencial $t_{B\bar{B}^*}^\sigma$ é dado na Fig. 8.7.

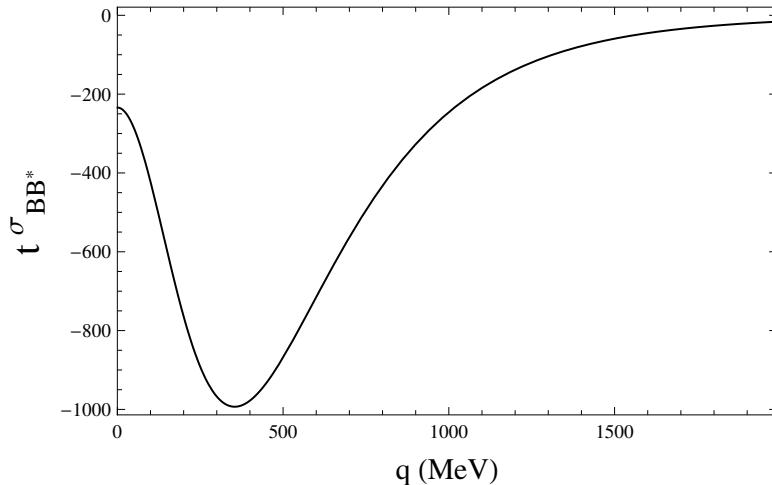


Figura 8.7: Potencial $t_{B\bar{B}^*}^\sigma$ como função do momento transferido no processo.

8.1.4 A troca de dois píons não correlacionados

Os píons para esse caso não interagem entre si, logo, somente os diagramas *a*) e *b*) das Figs. 8.4 e 8.6 contribuem para as interações $B^*\bar{B}^*$ e $B\bar{B}^*$. A amplitude pode ser reescrita em termos de suas componentes de spin como

$$\begin{aligned} t_{\pi\pi}^{B^*\bar{B}^*} &= \frac{5}{4} g_B^4 \frac{A}{15} \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \left(4\vec{p}^2 - \frac{\vec{q}^2}{4}\right)^2 F^2 \frac{1}{\omega_1 + \omega_2} \frac{1}{2\omega_1\omega_2} \frac{1}{4E_B^2} \frac{1}{p_1^0 - \omega_1 - E_B + i\epsilon} \\ &\times \frac{1}{p_1^0 - \omega_2 - E_B + i\epsilon} \left(1 + \frac{E_B + \omega_1 + \omega_2 - p_1^0}{p_1^0 - \omega_1 - E_B + i\epsilon} + \frac{E_B + \omega_1 + \omega_2 - p_1^0}{p_1^0 - \omega_2 - E_B + i\epsilon}\right), \end{aligned} \quad (8.9)$$

onde $A = 5$ está associado com o spin $J = 0$, enquanto $A = 2$ está relacionado à componente $J = 2$. $\omega_1 = \sqrt{(\vec{p} + \vec{q}/2)^2 + m_\pi^2}$, $\omega_2 = \sqrt{(\vec{p} - \vec{q}/2)^2 + m_\pi^2}$ são as energias dos píons, e $E_B(\vec{p}) = \sqrt{\vec{p}^2 + m_B^2}$ é a energia do méson B .

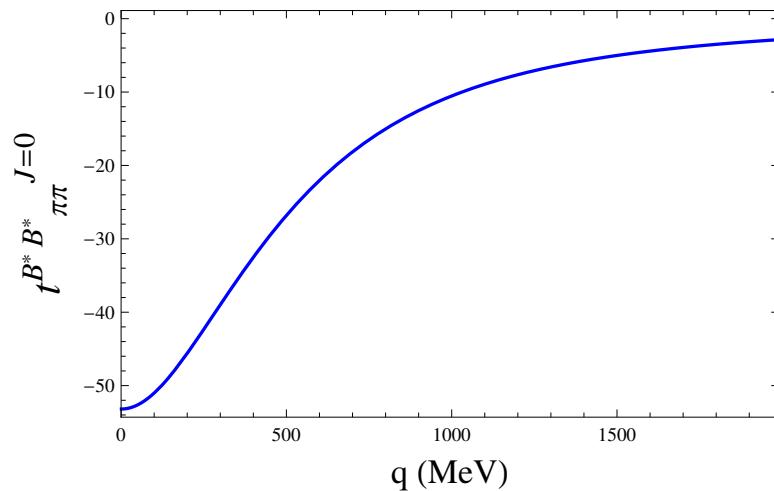


Figura 8.8: Potencial $t_{\pi\pi}^{B^* \bar{B}^*}$ para a troca de píons não interagentes no caso $J = 0$.

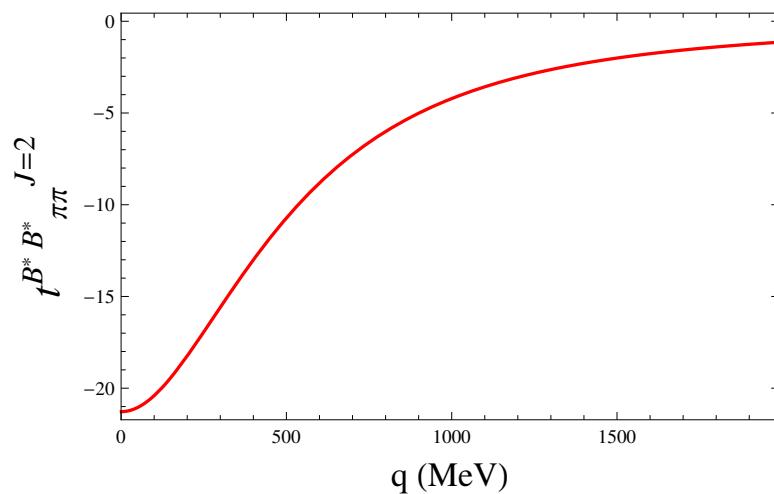


Figura 8.9: Potencial $t_{\pi\pi}^{B^* \bar{B}^*}$ para a troca de píons não interagentes no caso $J = 2$ (linha tracejada).

Nas Figs. 8.8 e 8.9, podemos ver a amplitude para os dois casos de spin como função do momento transferido.

Para os caso $B\bar{B}^*$, encontrarmos

$$\begin{aligned}
 t_{\pi\pi}^{B\bar{B}^*} = & -\frac{5}{4}g_B^4 \frac{1}{2} \vec{\epsilon}' \vec{\epsilon}'' \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} (\vec{p}^2 - \vec{q}^2) \left[(4\vec{p}^2 - \frac{\vec{q}^2}{4}) - \frac{1}{\vec{q}^2} \left[(2\vec{p}\vec{q})^2 - \frac{\vec{q}^4}{4} \right] \right] \\
 & \times \frac{F^2}{\omega_1 + \omega_2} \frac{1}{2\omega_1\omega_2} \frac{1}{2E_B} \frac{1}{2E_V} [\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_1\omega_2 - (\omega_1 + \omega_2)(2p_1^0 - E_{B^*} - E_B) \\
 & + (p_1^0 - E_{B^*})(p_1^0 - E_B)] \frac{1}{p_1^0 - \omega_1 - E_{B^*} + i\epsilon} \frac{1}{p_1^0 - \omega_1 - E_B + i\epsilon} \\
 & \times \frac{1}{p_1^0 - \omega_2 - E_{B^*} + i\epsilon} \frac{1}{p_1^0 - \omega_2 - E_B + i\epsilon},
 \end{aligned} \tag{8.10}$$

onde $E_{B^*}(\vec{p}) = \sqrt{\vec{p}^2 + m_{B^*}^2}$ é a energia do méson B^* . O gráfico da amplitude $t_{B\bar{B}^*}^{\pi\pi}$ como função do momento transferido pode ser visto na Fig. 8.10.

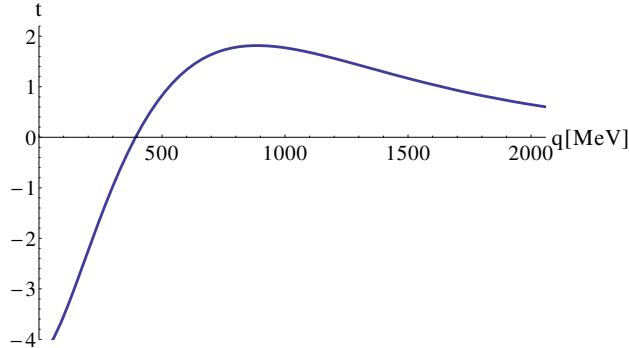


Figura 8.10: Potencial $t_{B\bar{B}^*}^{\pi\pi}$ para a troca de píons não interagentes como função do momento transferido no processo.

8.2 Resultados

Discutimos no capítulo anterior a comparação entre as contribuições associadas com a troca de píons, interagentes e não interagentes, com a da troca de méson vetorial, calculando a integral dada pela Eq. (7.59). Aqui, seguiremos uma estratégia um pouco diferente de modo a levarmos em conta os diferentes potenciais. Calcularemos a intensidade para todos os potenciais e em seguida, somamos todos eles.

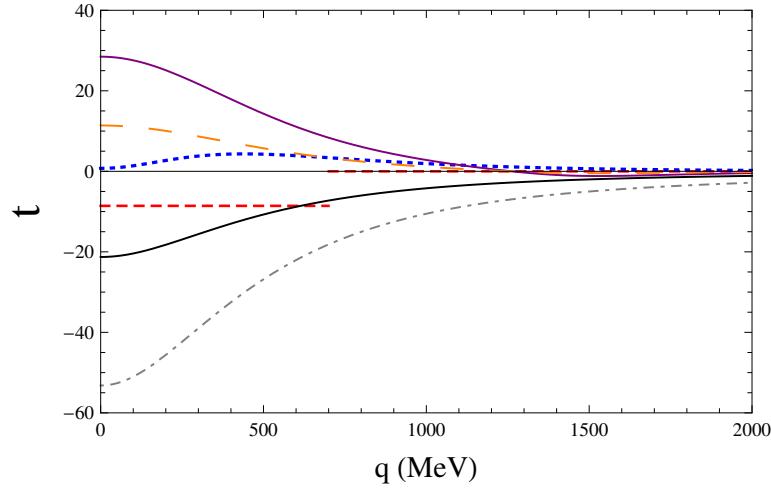


Figura 8.11: Comparação entre os potenciais $t_{B^*\bar{B}^* \rightarrow B^*\bar{B}^*}$ (linha tracejada pequena, Eq. (8.3), troca de méson vetorial), $t_{B^*\bar{B}^*}^{\sigma(\pi\pi)}$ (linha pontilhada, Eq. (8.7)), $t_{\pi\pi}^{B^*\bar{B}^*}$ para $J = 0$ (linha ponto-tracejada, Eq. (8.9)) e $J = 2$ (linha sólida), como funções do momento transferido no processo.

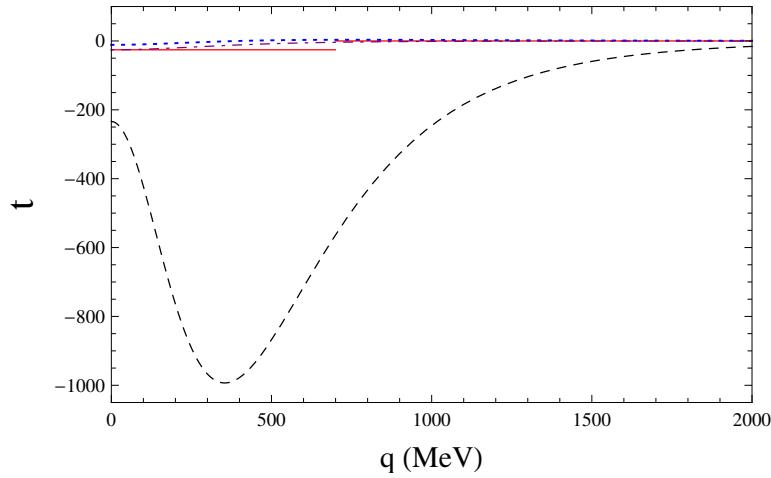


Figura 8.12: Comparação entre os potenciais $t_{B\bar{B}^* \rightarrow B\bar{B}^*}$ (linha sólida, Eq. (7.22)), $t_{B\bar{B}^*}^{\sigma(\pi\pi)}$ (linha tracejada, Eq. (7.47)), $t_{\pi\pi}^{B\bar{B}^*}$ (linha pontilhada, Eq. (8.10)) como funções do momento transferido no processo.

Então, convertemos a soma em um potencial efetivo semelhante ao potencial devido à troca de mésons vetoriais do tipo

$$V_{eff}\theta(q_{max} - |\vec{q}|)\theta(|\vec{q}_{max}| - |\vec{q}'|), \quad (8.11)$$

onde $|\vec{q}_{max}|$ é o máximo momento transferido usado nos loops na Eq. (7.26) (ver Eq. (7.28)) com ω_1 e ω_2 funções apropriadas para o caso com bottom, tal que $\int_{q < q_{max}} d^3q V_{eff}$ é igual à soma $\int d^3q V_i(q)$. Assim, o potencial será esse potencial efetivo adicionado ao potencial da troca de mésons vetoriais. Ambos são do tipo definido pela Eq. (7.28) e podem ser usados na equação de Bethe-Salpeter com a mesma função G regularizada com o cutoff $|\vec{q}_{max}|$.

Por outro lado, o valor da intensidade depende do valor do limite superior da integral $\int d^3q V(q)$. Por essa razão, calculamos o potencial efetivo V_{ef} usando valores desse limite para o potencial da troca de méson leve variando de 700 até 1100 MeV para ambas interações $B^*\bar{B}^*$ e $B\bar{B}^*$. Ao mudarmos o limite superior na $\int d^3q V_i(q)$, introduzimos uma incerteza grande no potencial efetivo. A intensidade do potencial, somando V_{ef} com o potencial da troca de méson vetorial, pode resultar em um fator de 2.4 a 14.5 vezes o potencial da troca de méson vetorial para o caso $B^*\bar{B}^*$ com $J = 0$, enquanto para $J = 2$ encontramos um fator 1.2 – 5.2. Para o caso $B\bar{B}$ o fator varia entre 30 e 64.

A seguir estudamos a forma do elemento $|T_{11}|^2$ da matriz T para ambos os casos, isto é, para $B^*\bar{B}^*$ e $B\bar{B}^*$. Como veremos, ambos os casos apresentam um pico pronunciado e as grandes incertezas no potencial não afetam drasticamente sua posição.

8.2.1 O caso $B\bar{B}^*$

Nesse caso, estudamos a matriz T para os canais: $B\bar{B}^*$, $\eta_b\rho$ e $\pi\Upsilon$. Calculamos a matriz de transição entre esses canais para os valores de \sqrt{s} no entorno de 10600 MeV. Para fazermos isso, usamos a fórmula da regularização dimensional para a função de loop G , dada pela Eq. (7.27), com $|\vec{q}_{max}| = 700$ MeV, para o qual obtemos

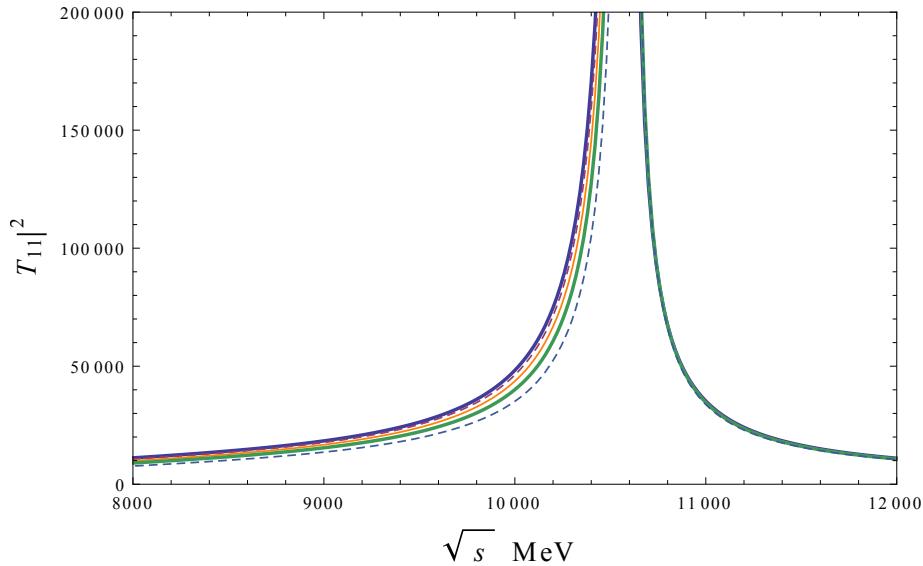


Figura 8.13: $|T_{11}|^2$ como função da energia do centro de massa \sqrt{s} para o caso $B\bar{B}^*$. Cada curva está associada à um limite de integração: 700 MeV, 800 MeV, 900 MeV, 1000 MeV, 1100 MeV. O pico é deslocado da direita para a esquerda quando o limite de integração aumenta.

os seguintes valores das constantes de subtração $\alpha_{B\bar{B}^*} = -2.79$, $\alpha_{\eta_b\rho} = -3.56$ e $\alpha_{\pi\Upsilon} = -3.78$.

Ao contrário do que fizemos no capítulo anterior, onde as variações do pico da matriz T resultavam das mudanças no valor de $|\vec{q}_{max}|$, no caso atual variamos o valor do limite superior da integral $\int d^3q V(\vec{q})$ usada para estimarmos o potencial efetivo V_{ef} . A razão disso segue da pequena influência que a mudança em $|\vec{q}_{max}|$ exerce na posição do pico, quando comparada com o mesmo efeito variando o limite superior da integral. Na Fig. 8.13 mostramos a curva de $|T_{11}|^2$, que é elemento da matriz T que descreve a transição $B\bar{B}^* \rightarrow B\bar{B}^*$, para diferentes valores do limite de integração. Como podemos ver, a posição do pico move-se na direção de energias mais altas dentro do intervalo 10587 – 10601 MeV, quando o valor do limite de integração diminui. Esses valores da posição do pico estão muito próximos daqueles observados pela Colaboração Belle: $M_{Z_b(10610)} = (10608.4 \pm 2.0)$ MeV. Vale notar também que ambos os canais $\eta_b\rho$ e $\pi\Upsilon$ estão abertos, o que indica a largura entre 1.6 e 3 MeV. Neste caso, o valor observado pela Colaboração Belle é igual a $\Gamma_{Z_b(10610)} = (15.6 \pm 2.5)$ MeV.

8.2.2 O caso $B^*\bar{B}^*$

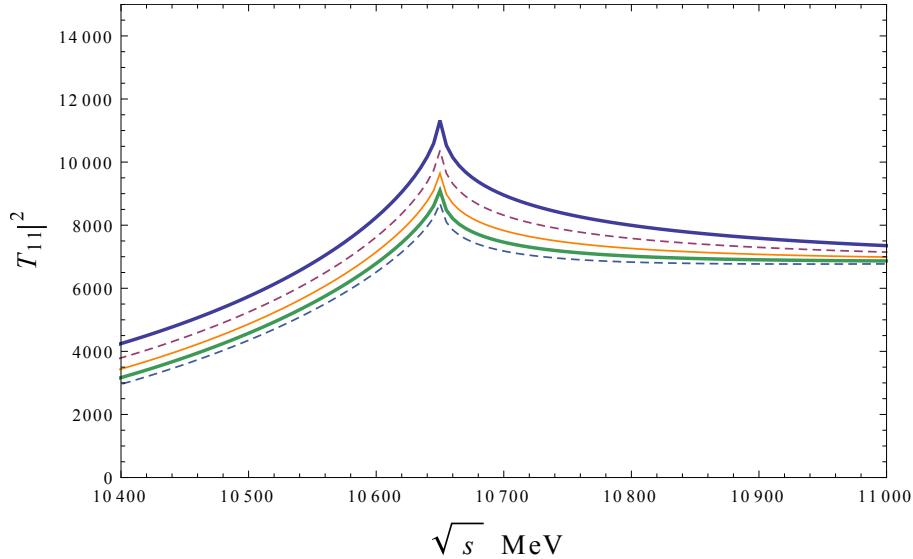


Figura 8.14: $|T_{11}|^2$ como função da energia do centro de massa \sqrt{s} para o caso $B^*\bar{B}^*$ ($J = 0$). Cada curva está associada à um limite de integração: 700 MeV, 800 MeV, 900 MeV, 1000 MeV, 1100 MeV. O pico é deslocado de baixo para cima quando o valor do cut off cresce.

Aqui temos dois canais: $B^*\bar{B}^*$ e $\rho\Upsilon$. Novamente, para a função de loop G usamos a fórmula de regularização dimensional com $\mu = 1500$ MeV. Os valores das constantes de subtração são $\alpha_{B^*\bar{B}^*} = -2.79$ e $\alpha_{\rho\Upsilon} = -3.56$. Estes valores equivalem a um cutoff igual a $|\vec{q}_{max}| = 700$ MeV.

A Fig. 8.14 mostra a forma da transição diagonal $B^*\bar{B}^*$ como função da energia do centro de massa \sqrt{s} para diferentes valores do limite de integração. O pico corresponde a um estado com spin $J = 0$. O caso com $J = 2$ pode ser visto na Fig. 8.15. Vale ressaltar que, de acordo com a Eq. (8.4), não existe contribuição na matriz T na transição $B^*\bar{B}^* \rightarrow \rho\Upsilon$ para $J = 1$. Assim, nesse caso, $B^*\bar{B}^*$ segue com um único canal.

Dessas figuras podemos observar que as variações no limite de integração não causam efeitos na posição do pico, como já havíamos notado para o caso $B\bar{B}^*$. É interessante observar que embora estarmos admitindo uma grande incerteza no potencial, sempre encontramos uma estrutura para o pico em $|T_{11}|^2$, correspondendo claramente a um cusp. Chamar isso de um estado ressonante ou não é uma questão

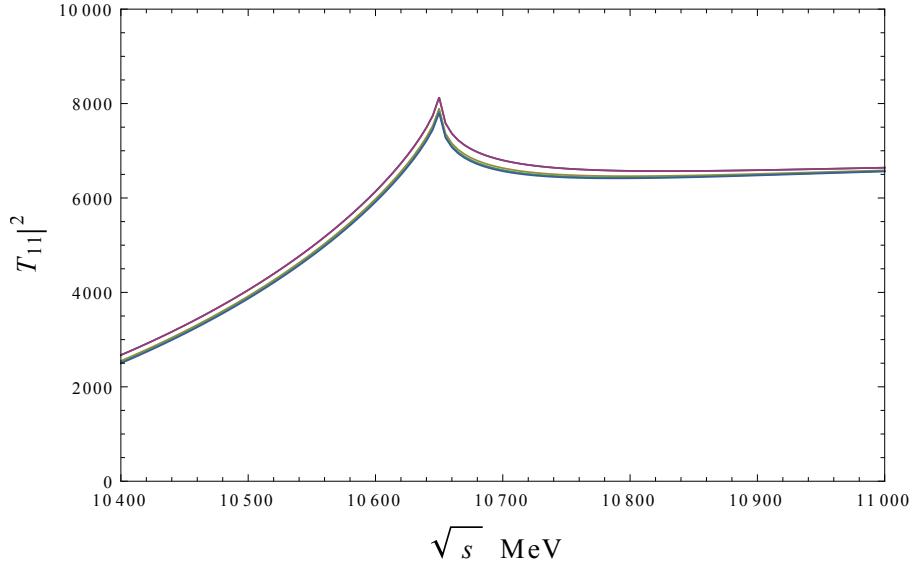


Figura 8.15: $|T_{11}|^2$ como função da energia do centro de massa \sqrt{s} para o caso $B^*\bar{B}^*$ ($J = 2$). Cada curva está associada à um valor do limite de integração, a saber: 700 MeV, 800 MeV, 900 MeV, 1000 MeV, 1100 MeV.

de critério. Vale dizer que o estado $a_0(980)$ aparece nos experimentos (ou em teorias) [134, 135] como um cusp e ainda assim é considerado como uma ressonância. De nossos resultados, obter um cusp em $|T_{11}|^2$ nesse caso, corrobora com trabalhos anteriores [136, 137].

Por uma questão de completeza, repetimos o cálculo considerando o caso para o spin igual a $J = 1$. Neste caso, temos um único canal, isto é,

$$T_{11} = \frac{\tilde{t}_{B^*\bar{B}^* \rightarrow B^*\bar{B}^*}}{1 - \tilde{t}_{B^*\bar{B}^* \rightarrow B^*\bar{B}^*} G_{B^*\bar{B}^*}}, \quad (8.12)$$

onde $G_{B^*\bar{B}^*}$ é a função de loop, Eq. (7.27), para o canal $B^*\bar{B}^*$, enquanto $\tilde{t}_{B^*\bar{B}^* \rightarrow B^*\bar{B}^*}$ é potencial de troca de mésons vetoriais $B^*\bar{B}^* \rightarrow B^*\bar{B}^*$ já definido pela Eq. (8.3) mais a contribuição de V_{ef} devido à troca de dois píons interagentes.

Na Fig. 8.16, mostramos a curva para $|T_{11}|^2$ como função da energia do centro de massa do sistema. Observe que, temos um pico em 10650 MeV, que é o limiar de massa do par $B^*\bar{B}^*$. Novamente, obtemos um cusp na amplitude que não corresponde a um estado ligado. Situação semelhante acontece se aumentarmos o valor de $\tilde{t}_{B^*\bar{B}^* \rightarrow B^*\bar{B}^*}$ por um fator de 1.5 para levarmos em conta as incertezas. O valor

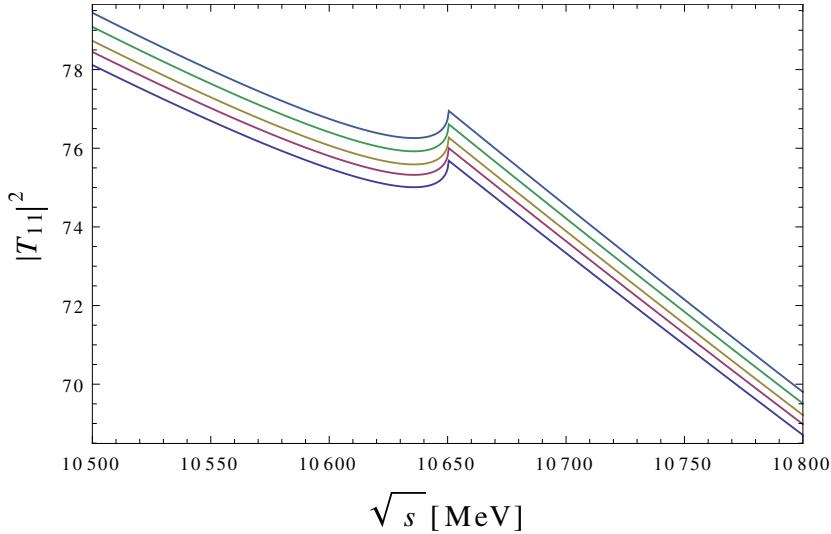


Figura 8.16: $|T_{11}|^2$ como função da energia do centro de massa \sqrt{s} quando somente o canal $B^*\bar{B}^*$ é considerado ($J = 1$). Cada curva está associada aos seguintes valores do cut off q_{max} : 700, 800, 900, 1000 e 1100 MeV. O pico é deslocado de baixo para cima quando o valor do cut off cresce.

de $|T_{11}|^2$ cresce porém o cusp permanece como se pode ver na Fig. 8.16.

Como conclusão podemos dizer que encontramos um estado ligado $B\bar{B}^*$, nos casos de spin $J = 0$ e $J = 2$, com massa no intervalo $10587 - 10601$ MeV muito próxima da massa experimental do estado $Z_b(10610)$ que é igual a 10608 MeV. Por outro lado, o caso do spin $J = 1$ somente pode ser considerado como um problema de canal único sem levarmos em conta o canal $\rho\Upsilon$. Como resultado, encontramos um cusp ao redor do valor 10650 MeV como pode ser visto na Fig. 8.16 corroborando com as Refs. [136, 137].

CAPÍTULO 9

CONCLUSÃO

Na Parte II desta tese, usamos as Lagrangianas da Simetria Oculta de Calibre Local (HGS) bem como as regras da Simetria de Spin do Quark Pesado (HQSS) para investigarmos as interações PV ($D\bar{D}^*$) entre mésons pseudo-escalares (P) e vetoriais (V) além de interações VV ($D^*\bar{D}^*$) entre mésons vetoriais. Em particular, essas interações foram investigadas via trocas de mésons vetoriais pesados e dois píons correlacionados e não correlacionados entre si. Isso por que interações via troca de mésons vetoriais e pseudo-escalares leves não são permitidas pela Regra de Okubo-Zweig-Iizuka (OZI) para isospin $I = 1$. Determinamos as amplitudes de transições em canais acoplados para determinarmos o potencial da interação. Usamos esse potencial na equação de Bethe-Salpeter para calcularmos a matriz T unitarizada, usando a função de loop G dimensionalmente regularizada com uma constante de subtração para cada canal. A finalidade disso é procurar pólos na matriz T de modo a associá-los a ressonâncias ou estados ligados e atribuí-los como interpretações aos estados exóticos do Charmônio, em particular, aos estados $Z_c^+(3900)$, $Z_c^+(4025)$ no setor de massa do Charmônio além dos estados $Z_b^+(10610)$ e $Z_b^+(10650)$ no setor do bottom.

No caso das interações $D\bar{D}^*$ e $D^*\bar{D}^*$, embora a contribuição devido à troca de mésons vetoriais pesados seja pequena, ela ainda é maior que a contribuição da troca de píons, e suficientemente grande para gerar dinamicamente estruturas

moleculares próximas aos limiares de massa $D\bar{D}^*$ e $D^*\bar{D}^*$. Dos nossos resultados podemos afirmar que a interação $D\bar{D}^*$, com paridade G positiva, gera um estado com massa no intervalo $3869 - 3875$ MeV e largura igual a 40 MeV. Esse estado, em nosso formalismo, é um parceiro de isospin do $X(3872)$, corroborando com o estudo da Parte I, no qual usamos as RSQCD, onde a corrente interpolante possuía $J^P = 1^+$, para descrevê-lo como um estado Tetraquarks. Por outro lado, da interação $D^*\bar{D}^*$ encontramos um estado com massa $3990 - 4000$ MeV e largura 100 MeV com números quânticos $I^G = 1^-$ e $J^{PC} = 2^{++}$. Acreditamos que esse estado forneça uma explicação para o estado $Z_c(4025)$ observado pela Colaboração BESIII em [138].

Aplicamos o mesmo formalismo para as interações $B\bar{B}^*$ e $B^*\bar{B}^*$ no setor do bottom. Como resultado, encontramos um estado com massa $10587 - 10601$ MeV muito próxima do valor experimental do estado $Z_b(10610)$, observado pela Colaboração Belle. A interação $B^*\bar{B}^*$ sempre fornece um cusp, independentemente do valor de spin considerado, no limiar de massa.

APÊNDICE A

PROPAGADORES

A.1 Propagadores associados com quarks leves

Os diagramas abaixo estão associados com os propagadores de quark leve ($q = u, d$ e s). Os três últimos diagramas (não-fatoráveis) devem ser tratados com cuidado, pois devem sempre aparecer associados a um termo perturbativo de glúons em outro propagador, no qual devemos omitir $g_s G_{ab}^n(0)$.

$$\frac{i \not{x} \delta_{ab}}{2\pi^2 x^4} \quad (\text{A.1})$$

$$-\frac{m_q \delta_{ab}}{4\pi^2 x^2} \quad (\text{A.2})$$

$$-\frac{\delta_{ab}}{12} \langle \bar{q}q \rangle \quad (\text{A.3})$$

$$\frac{i \not{x} \delta_{ab}}{48} m_q \langle \bar{q}q \rangle \quad (\text{A.4})$$

$$-\frac{x^2 \delta_{ab}}{3 \cdot 2^6} \langle \bar{q}g_s \sigma G q \rangle \quad (\text{A.5})$$

$$\frac{ix^2 \not{x} \delta_{ab}}{3^2 \cdot 2^7} m_q \langle \bar{q}g_s \sigma G q \rangle \quad (\text{A.6})$$

$$-\frac{i(\not{x}\sigma_{\mu\nu} + \sigma_{\mu\nu}\not{x}) t_{ab}^n}{3 \cdot 2^9 \pi^2 x^2} \langle g_s^2 G^2 \rangle \quad (\text{A.7})$$

$$-\frac{\sigma_{\mu\nu} t_{ab}^n}{3 \cdot 2^6} \langle \bar{q}g_s \sigma G q \rangle \quad (\text{A.8})$$

$$\frac{i(\not{x}\sigma_{\mu\nu} + \sigma_{\mu\nu}\not{x}) t_{ab}^n}{3 \cdot 2^8} m_q \langle \bar{q}g_s \sigma G q \rangle \quad (\text{A.9})$$

A.2 Propagadores associados com quarks pesados

Os diagramas a seguir estão associados com os propagadores de quarks pesados.

$$\frac{i(\not{p} + m_c) \delta_{ab}}{p^2 - m_c^2} \quad (\text{A.10})$$

$$-\frac{i t_{ab}^n g_s G_{\mu\nu}^n(0)}{4} \left[\frac{\not{p}\sigma^{\mu\nu} + \sigma^{\mu\nu}\not{p} + 2m_c\sigma^{\mu\nu}}{(p^2 - m_c^2)^2} \right] \quad (\text{A.11})$$

$$\frac{i \delta_{ab}}{12} \left[\frac{p^2 + m_c \not{p}}{(p^2 - m_c^2)^4} \right] m_c \langle g_s^2 G^2 \rangle \quad (\text{A.12})$$

APÊNDICE B

ALGUMAS RELAÇÕES USADAS EM REGRAS DE SOMA

B.1 Calculando os Traços

No cálculo da função de correlação pelo Lado da OPE, calculamos alguns traços envolvendo matrizes de Dirac. Abaixo segue uma lista das relações que facilitam o cálculo dos traços que surgem no cálculo da função de correlação.

$$Tr\{\hat{1}\} = 4 \quad (B.1)$$

$$Tr\{\gamma_\mu \gamma_\nu\} = 4g_{\mu\nu} \quad (B.2)$$

$$Tr\{\gamma_5\} = 0 \quad (B.3)$$

$$Tr\{\gamma_\mu \gamma_\nu \gamma_5\} = 0 \quad (B.4)$$

$$Tr\{\gamma_\mu \gamma_\nu \gamma_\rho \gamma_\sigma\} = 4(g_{\mu\nu}g_{\rho\sigma} - g_{\mu\rho}g_{\nu\sigma} + g_{\mu\sigma}g_{\nu\rho}) \quad (B.5)$$

$$\text{Tr}\{\sigma_{\mu\nu}\} = 0 \quad (\text{B.6})$$

$$\text{Traço de número ímpar de matrizes de Dirac} = 0. \quad (\text{B.7})$$

B.2 Transformadas de Fourier

$$\int d^4p \frac{\not{p}e^{-ipx}}{p^2 + i\epsilon} = \not{x} \frac{8\pi^2}{x^4}, \quad (\text{B.8})$$

$$\int d^4p \frac{e^{-ipx}}{p^2 + i\epsilon} = i \frac{4\pi^2}{x^2}, \quad (\text{B.9})$$

$$\int d^4p \frac{\not{p}e^{-ipx}}{(p^2 + i\epsilon)^2} = \not{x} \frac{2\pi^2}{x^2}, \quad (\text{B.10})$$

$$\int d^4p \frac{e^{-ipx}}{(p^2 + i\epsilon)^2} = -i\pi^2 \ln(-x^2), \quad (\text{B.11})$$

B.3 Álgebra das Matrizes de Dirac

As matrizes de Dirac na representação de Pauli são:

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} \hat{1} & 0 \\ 0 & -\hat{1} \end{pmatrix}, \quad \gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ -\sigma^i & 0 \end{pmatrix},$$

onde σ^i são as matrizes de Pauli. As matrizes de Dirac satisfazem as seguintes propriedades:

$$\{\gamma_\mu, \gamma_\nu\} = 2g_{\mu\nu} \quad (\text{B.12})$$

$$\gamma^0 = \gamma^{0T} = \gamma^{0\dagger} \quad (\text{B.13})$$

$$\gamma^0 \gamma^\mu \gamma^{0\dagger} = \gamma^{\mu\dagger}. \quad (\text{B.14})$$

$$\gamma_\mu \gamma^\mu = 4 \quad (\text{B.15})$$

De acordo com as definições abaixo:

$$C = i\gamma_2\gamma^0 \quad (\text{B.16})$$

$$\sigma_{\mu\nu} = \frac{i}{2}[\gamma_\mu, \gamma_\nu] \quad (\text{B.17})$$

$$\gamma_5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 \quad (\text{B.18})$$

$$K_{\mu\nu}(x) = \not{x}\sigma_{\mu\nu} + \sigma_{\mu\nu}\not{x} \quad (\text{B.19})$$

obtemos as seguintes relações

$$C^{-1} = C^T = C^\dagger = -C \quad (\text{B.20})$$

$$C\gamma_\mu^T C^{-1} = -\gamma_\mu \quad (\text{B.21})$$

$$C\sigma_{\mu\nu}^T C^{-1} = -\sigma_{\mu\nu} \quad (\text{B.22})$$

$$CK_{\mu\nu}^T(x)C^{-1} = K_{\mu\nu}(x) \quad (\text{B.23})$$

$$K_{\mu\nu}(x)K^{\mu\nu}(x) = 24x^2 \quad (\text{B.24})$$

$$\{\gamma_\mu, \gamma_5\} = 0 \quad (\text{B.25})$$

$$\sigma_{\mu\nu}\gamma^\alpha\sigma^{\mu\nu} = 0 \quad (\text{B.26})$$

$$\sigma_{\mu\nu}\sigma^{\mu\nu} = 12 \quad (\text{B.27})$$

B.4 Parametrização de Schwinger (γ)

$$\frac{1}{(m^2 - p^2)^n} = \frac{1}{\Gamma(n)} \int_0^\infty d\gamma \gamma^{n-1} e^{-\gamma((m^2 - p^2))} \quad (\text{B.28})$$

APÊNDICE C

INTEGRAIS

C.1 Integrais no Momento

As integrais no momento a serem resolvidas são:

$$\int d^4 p \frac{e^{-ipx}}{(p^2 - m^2)^n}; \quad (\text{C.1})$$

$$\int d^4 p \frac{p_\mu e^{-ipx}}{(p^2 - m^2)^n}. \quad (\text{C.2})$$

Usando (B.28) a (C.1) é reescrita como

$$\int d^4 p \frac{e^{-ipx}}{(p^2 - m^2)^n} = (-1)^n \int d^4 p e^{-ipx} \int d\alpha \frac{\alpha^{n-1}}{\Gamma(n)} e^{-\alpha(m^2 - p^2)}. \quad (\text{C.3})$$

Passando para o espaço euclidiano por meio de uma rotação de Wick, temos

$$\begin{aligned}
\int d^4 p \frac{e^{-ipx}}{(p^2 - m^2)^n} &= \frac{(-1)^n i}{\Gamma(n)} \int_0^\infty d\alpha \alpha^{n-1} e^{-\alpha m^2} \int d^4 p_e e^{-\alpha p_e^2 + x p_e} \\
&= \frac{(-1)^n i \pi^2}{\Gamma(n)} \int_0^\infty \frac{d\alpha}{\alpha^{3-n}} e^{-\alpha m^2 + \frac{x^2}{4\alpha}}.
\end{aligned} \tag{C.4}$$

Agora vamos resolver a integral dada por (C.2). Novamente, aqui usamos (B.28), com isso obtemos:

$$\int d^4 p \frac{p_\mu e^{-ipx}}{(p^2 - m^2)^n} = (-1)^n \int d^4 p p_\mu e^{-ipx} \int_0^\infty d\beta \frac{\beta^{n-1}}{\Gamma(n)} e^{-\beta(m^2 - p^2)}. \tag{C.5}$$

Podemos reescrever a integral em p em termos de uma derivada, da seguinte maneira:

$$\int d^4 p \frac{p_\mu e^{-ipx}}{(p^2 - m^2)^n} = \frac{(-1)^n i}{\Gamma(n)} \int_0^\infty d\beta \beta^{n-1} e^{-\beta m^2} \frac{\partial}{\partial x_\mu} \left[\int d^4 p e^{\beta p^2 - ipx} \right]. \tag{C.6}$$

Podemos transformá-la numa integral gaussiana aplicando uma rotação de Wick, deste modo obtemos

$$\begin{aligned}
\int d^4 p \frac{p_\mu e^{-ipx}}{(p^2 - m^2)^n} &= \frac{(-1)^{n+1}}{\Gamma(n)} \int_0^\infty d\beta \beta^{n-1} e^{-\beta m^2} \frac{\partial}{\partial x_\mu} \left[\int d^4 p e^{-\beta p_e^2 + p_e x} \right] \\
&= \frac{(-1)^{n+1} \pi^2}{2\Gamma(n)} \int_0^\infty \frac{d\beta}{\beta^{3-n}} e^{-\beta m^2} \frac{\partial}{\partial x_\mu} \left[e^{x^2/4\beta} \right].
\end{aligned} \tag{C.7}$$

Portanto,

$$\int d^4 p \frac{p_\mu e^{-ipx}}{(p^2 - m^2)^n} = \frac{(-1)^{n+1} \pi^2}{2\Gamma(n)} \int_0^\infty \frac{d\beta}{\beta^{4-n}} x_\mu e^{-\beta m^2 + x^2/4\beta}. \tag{C.8}$$

C.2 A Integral I_n

I_n é uma integral do tipo

$$\int d^4x \frac{e^{iqx + \frac{x^2(\alpha+\beta)}{4\alpha\beta}}}{(x^2)^n}. \quad (\text{C.9})$$

Indo para o espaço euclidiano via rotação de Wick, obtemos

$$\int d^4x \frac{e^{iqx + \frac{x^2(\alpha+\beta)}{4\alpha\beta}}}{(x^2)^n} = -i \int d^4x_e \frac{e^{-iq_ex_e + \frac{x_e^2(\alpha+\beta)}{4\alpha\beta}}}{(-1)^n(x^2)^n}. \quad (\text{C.10})$$

O denominador da equação acima $(x^2)^n$ pode ser reescrito em termo de uma integral do tipo

$$\frac{1}{(x^2)^n} = \frac{1}{(n-1)!} \int_0^\infty d\delta e^{-\delta x^2} \delta^{n-1}. \quad (\text{C.11})$$

Assim, substituindo-o no segundo membro de (C.10) segue

$$I_n = \frac{(-1)^{n-1}i}{(n-1)!} \int_0^\infty d\delta \delta^{n-1} e^{-\delta x_e^2} \int d^4x_e e^{-iq_ex_e - \frac{x_e^2(\alpha+\beta)}{4\alpha\beta}}. \quad (\text{C.12})$$

Vamos definir a variável ω como sendo igual a $\omega = \delta + \frac{1}{4\alpha} + \frac{1}{4\beta}$. Completando o quadrado obtemos uma integral gaussiana. Logo,

$$\begin{aligned} I_n &= \frac{(-1)^{n-1}i}{(n-1)!} \int_0^\infty d\delta \delta^{n-1} e^{-\frac{q_e^2}{4\omega}} \underbrace{\int d^4x_e e^{-b(x_e + \frac{iq_e}{2b})^2}}_{integral\ gaussiana} \\ &= \frac{(-1)^{n-1}i\pi^2}{(n-1)!} \int_0^\infty d\delta \frac{\delta^{n-1}}{\omega^2} e^{-\frac{q_e^2}{4\omega}}. \end{aligned} \quad (\text{C.13})$$

Finalmente fazendo a seguinte mudança de variável: $\delta = \frac{1}{4\gamma}$, obtemos

$$I_n = \frac{(-1)^{n-1} i\pi^2}{4^{n-2}(n-1)!} \int_0^\infty \frac{d\gamma}{\gamma^{n-1}} \frac{\alpha^2 \beta^2}{(\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha)^2} e^{-\frac{\alpha\beta\gamma q_e^2}{\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha}}. \quad (\text{C.14})$$

C.3 A Integral I_{nmkl}

A integral I_{nmkl} é dada por

$$I_{nmkl} = \int_0^\infty \frac{d\alpha d\beta d\gamma}{\alpha^n \beta^m \gamma^k} \frac{e^{-m_c^2(\alpha+\beta) - \frac{\alpha\beta\gamma q_e^2}{\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha}}}{(\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha)^l}. \quad (\text{C.15})$$

Podemos reescrevê-la da seguinte maneira:

$$I_{nmkl} = \int_0^\infty \frac{d\alpha d\beta d\gamma}{\alpha^n \beta^m \gamma^{k+l}} \frac{e^{-m_c^2(\alpha+\beta) - \frac{\alpha\beta\gamma q_e^2}{\alpha\beta/\gamma + \beta + \alpha}}}{(\alpha\beta/\gamma + \beta + \alpha)^l}. \quad (\text{C.16})$$

Fazendo a mudança de variáveis: $\alpha = \alpha'$, $\beta = \beta'$ e $\frac{\alpha\beta}{\gamma} = \gamma'$, temos:

$$I_{nmkl} = \int_0^\infty \frac{d\alpha' d\beta' d\gamma'}{\alpha'^{n+k+l-1} \beta'^{m+k+l-1}} \frac{\gamma'^{l+k-2}}{(\alpha' + \beta' + \gamma')^l} e^{-m_c^2(\alpha' + \beta') - \frac{\alpha' \beta' \gamma' q_e^2}{\alpha' + \beta' + \gamma'}}. \quad (\text{C.17})$$

Inserindo a identidade

$$1 = \int_0^\infty d\lambda \delta[\lambda - (\alpha' + \beta' + \gamma')], \quad (\text{C.18})$$

obtemos

$$I_{nmkl} = \int_0^\infty \frac{d\alpha' d\beta' d\gamma'}{\alpha'^{n+k+l-1} \beta'^{m+k+l-1}} \frac{\gamma'^{l+k-2}}{(\alpha' + \beta' + \gamma')^l} e^{-m_c^2(\alpha' + \beta') - \frac{\alpha' \beta' \gamma' q_e^2}{\alpha' + \beta' + \gamma'}} \int_0^\infty d\lambda \delta[\lambda - (\alpha' + \beta' + \gamma')].$$

Vamos fazer uma mudança de escala do tipo abaixo, omitindo o símbolo nas variáveis: $\alpha = \lambda\alpha$, $\beta = \lambda\beta$ e $\gamma = \lambda\gamma$, assim, resulta que

$$I_{nmkl} = \int_0^\infty \frac{d\alpha d\beta d\gamma d\lambda \delta[1 - (\alpha + \beta + \gamma)]}{\alpha^{n+k+l-1} \beta^{m+k+l-1} \lambda^{n+m+k+2l-2}} \frac{\gamma^{l+k-2}}{(\alpha + \beta + \gamma)^l} e^{-m_c^2(\alpha+\beta) - \frac{\alpha\beta\gamma q_e^2}{\alpha+\beta+\gamma}}. \quad (\text{C.19})$$

Integrando na variável γ por meio da delta, chegamos ao resultado abaixo

$$I_{nmkl} = \int_0^1 \frac{d\alpha d\beta \theta(1 - \alpha - \beta)}{\alpha^{n+k+l-1} \beta^{m+k+l-1}} (1 - \alpha - \beta)^{l+k-2} \int_0^\infty d\lambda \frac{e^{-\lambda[m_c^2(\alpha+\beta) + \alpha\beta q_e]}}{\lambda^{n+m+k+2l-2}}. \quad (\text{C.20})$$

C.4 A Integral I_λ^n

A integral I_λ^n é uma integral do tipo

$$I_\lambda^n = \int \frac{d\lambda}{\lambda^n} e^{-\lambda f}, \quad (\text{C.21})$$

onde f é uma função positiva. Considere inicialmente a integral

$$I_\lambda^0 = \int_0^\infty d\lambda e^{-\lambda f} = \frac{1}{f}. \quad (\text{C.22})$$

Podemos reescrevê-la da seguinte maneira

$$\int_0^\infty d\lambda e^{-\lambda f} = -\frac{\partial}{\partial f} \int_0^\infty \frac{d\lambda}{\lambda} e^{-\lambda f}. \quad (\text{C.23})$$

Desse modo, ao integrarmos em f ambos os membros, obtemos

$$\begin{aligned} I_\lambda^1 &= \int_0^\infty \frac{d\lambda}{\lambda} e^{-\lambda f} = - \int df \int_0^\infty d\lambda e^{-\lambda f} \\ &= - \int \frac{df}{f} \\ &= -\ln f + c. \end{aligned} \quad (\text{C.24})$$

Que é o resultado para a integral (C.21) para $n = 1$. Note que a divergência está na constante c . Entretanto, nas Regras de Soma da QCD estamos interessado na parte imaginária das integrais. Seguindo o raciocínio, encontramos o resultado para $n = 2$

$$\begin{aligned} I_\lambda^2 &= \int_0^\infty \frac{d\lambda}{\lambda^2} e^{-\lambda f} = \int df \ln f \\ &= f \ln f - f + cte. \end{aligned} \quad (\text{C.25})$$

Novamente, estamos interessados na parte $f \ln f$ visto que somente ela pode ter parte imaginária. Prosseguindo agora para $n = 3$, $n = 4$ e $n = 5$, temos

$$I_\lambda^3 = \int_0^\infty \frac{d\lambda}{\lambda^3} e^{-\lambda f} = -\frac{f^2 \ln f}{2} + \dots \quad (\text{C.26})$$

$$I_\lambda^4 = \int_0^\infty \frac{d\lambda}{\lambda^4} e^{-\lambda f} = \frac{f^3 \ln f}{3!} + \dots \quad (\text{C.27})$$

$$I_\lambda^5 = \int_0^\infty \frac{d\lambda}{\lambda^5} e^{-\lambda f} = -\frac{f^4 \ln f}{4!} + \dots \quad (\text{C.28})$$

Com isso, por indução chegamos ao resultado abaixo

$$I_\lambda^n = \int_0^\infty \frac{d\lambda}{\lambda^n} e^{-\lambda f} = \frac{(-1)^n}{(n-1)!} f^{n-1} \ln f + O(f^n). \quad (\text{C.29})$$

Com as integrais acima, podemos usá-las para integrar as demais que surgem

nas RSQCD. Abaixo, apresentamos um resumo delas

$$\begin{aligned} \int \frac{d^4x d^4p_1 d^4p_2 e^{i(q-p_1-p_2)\cdot x}}{(p_1^2 - m_c^2)^n (p_2^2 - m_c^2)^m} &= \frac{-2^4 \pi^6 i}{(n-1)!(m-1)!(3-n-m)!} \\ &\times \int_0^1 \frac{d\alpha H^{2-n-m}(\alpha)}{\alpha^{1-n}(1-\alpha)^{1-m}} \log H(\alpha). \end{aligned} \quad (\text{C.30})$$

$$\begin{aligned} \int \frac{d^4x d^4p_1 d^4p_2 e^{i(q-p_1-p_2)\cdot x}}{(p_1^2 - m_c^2)^n (p_2^2 - m_c^2)^m} (p_1 \cdot p_2) &= \frac{2^4 i \pi^6 (-1)^{n+m}}{(n-1)!(m-1)!} \int_0^1 \frac{d\alpha H^{2-n-m}}{\alpha^{1-n}(1-\alpha)^{1-m}} \log H(\alpha) \\ &\times \left(\frac{2H(\alpha)(-1)^{4-n-m}}{(3-n-m)!} + \frac{\alpha(1-\alpha)Q^2(-1)^{-n-m}}{(3-n-m)!} \right), \end{aligned} \quad (\text{C.31})$$

$$\begin{aligned} \int \frac{d^4x d^4p_1 d^4p_2 e^{i(q-p_1-p_2)\cdot x}}{(p_1^2 - m_c^2)^n (p_2^2 - m_c^2)^m} (p_{1\mu} p_{2\nu}) &= \frac{2^3 i \pi^6}{(n-1)!(m-1)!(3-n-m)!} \\ &\times \int_0^1 \frac{d\alpha}{\alpha^{1-n}(1-\alpha)^{1-m}} H^{3-n-m}(\alpha) \log H(\alpha). \end{aligned} \quad (\text{C.32})$$

$$\int \frac{d^4y e^{iq\cdot y} y_\mu}{(y^2)^n} = \frac{(-1)^n 2^{5-2n} \pi^2}{(n-1)!(n-2)!} (q^2)^{n-3} q_\mu [1 + (n-2)\log(-q^2)], \quad (\text{C.33})$$

$$\begin{aligned} \int d^4k \frac{1}{(k^2 - m_c^2)^m [(k-p')^2 - m_c^2]^k} &= \frac{-i\pi^2}{(m-1)!(k-1)!(2-m-k)!} \\ &\times \int_0^1 \frac{d\alpha H'^{2-m-k}(\alpha)}{\alpha^{1-m}(1-\alpha)^{1-k}} \log(H'(\alpha)). \end{aligned} \quad (\text{C.34})$$

C.5 Exemplo do cálculo de Diagramas

Vamos mostrar como utilizamos as integrais acima para obtermos as densidades espectrais no Lado da OPE. Como exemplo consideraremos a densidade espectral

dada pela Eq. (4.13). Para isso, substituímos as Eq. (A.3) e Eq. (A.10) na Eq. (4.8), obtendo

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\nu}^{24} &= \frac{-\langle\bar{q}q\rangle}{12\sqrt{2}(2\pi)^8} \int d^4x d^4p_1 d^4p_2 \frac{e^{iqx-i(p_1+p_2)x}}{(p_1^2 - m_c^2)(p_2^2 - m_c^2)} \text{Tr}[(p_1 + m_c)\gamma_\nu(p_2 - m_c)\gamma_\mu] \\ &\times \epsilon_{abc}\epsilon_{dec}\delta_{fd}\delta_{be}\delta_{af}, \end{aligned} \quad (\text{C.35})$$

Resolvendo o traço podemos reescrever a equação acima como

$$\Pi_{\mu\nu}^{24} = \frac{-4\langle\bar{q}q\rangle}{\sqrt{2}(2\pi)^8} \int d^4x d^4p_1 d^4p_2 \frac{e^{iqx-i(p_1+p_2)x}}{(p_1^2 - m_c^2)(p_2^2 - m_c^2)} \left(2p_{1\mu}p_{2\nu} - g_{\mu\nu}(m_c^2 + p_1 \cdot p_2) \right). \quad (\text{C.36})$$

Portanto, usando as Eq. (C.30), (C.31) e (C.32), obtemos na estrutura $g_{\mu\nu}$ a seguinte expressão

$$\Pi^{24} = -\frac{\langle\bar{q}q\rangle}{2^2\pi^2} \int_0^1 d\alpha \alpha(1-\alpha) Q^2 \log H(\alpha). \quad (\text{C.37})$$

A densidade espectral $\rho^{24}(s)$ é obtida da parte imaginária da Eq. (C.37), logo,

$$\rho^{24}(s) = \frac{\langle\bar{q}q\rangle}{2^2\pi^2} \int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} d\alpha \alpha(1-\alpha) Q^2. \quad (\text{C.38})$$

que após a integração em $d\alpha$, é escrita como

$$\rho^{24}(s) = -\frac{\langle\bar{q}q\rangle}{2^3\pi^2} s \left(1 + 2m_c^2/s \right) \sqrt{1 - \frac{4m_c^2}{s}}. \quad (\text{C.39})$$

Como exemplo de cálculo de diagramas correspondente à função de três pontos, vamos calcular a Eq. (3.21). A integral a ser calculada é dada por

$$\frac{m_c \langle\bar{q}Gq\rangle}{96\sqrt{2}\pi^6} \int d^4y \frac{e^{iq \cdot y}}{(y^2)^2} \int d^4k \frac{p'_\mu}{(k^2 - m_c^2)((k - p')^2 - m_c^2)^2}. \quad (\text{C.40})$$

Usando a Eq. (??) fazendo $n = 2$, resolvemos a integral em y enquanto para a

integral em k , usamos a Eq. (C.34) tomado $m = 1$ e $k = 2$, resultando em

$$\begin{aligned} \frac{m_c \langle \bar{q}Gq \rangle}{96\sqrt{2}\pi^6} \int d^4y \frac{e^{iq \cdot y}}{(y^2)^2} \int d^4k \frac{p'_\mu}{(k^2 - m_c^2)((k - p')^2 - m_c^2)^2} &= -\frac{imc \langle \bar{q}Gq \rangle}{48\sqrt{2}\pi^2} \frac{1}{q^2} \\ &\times \int_0^1 d\alpha \frac{1}{m_c^2 - \alpha(1 - \alpha)p'^2}. \end{aligned} \quad (\text{C.41})$$

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Murray Gell-Mann. A Schematic Model of Baryons and Mesons. *Phys.Lett.*, 8:214–215, 1964.
- [2] G. Zweig. An $SU(3)$ model for strong interaction symmetry and its breaking. *CERN-TH-401*, 1964.
- [3] S. Godfrey and Nathan Isgur. Mesons in a Relativized Quark Model with Chromodynamics. *Phys.Rev.*, D32:189–231, 1985.
- [4] Stephen Godfrey and Stephen L. Olsen. The Exotic XYZ Charmonium-like Mesons. page 28, 2008.
- [5] D. M. Asner et al. Observation of eta-prime(c) production in gamma gamma fusion at CLEO. *Phys. Rev. Lett.*, 92:142001, 2004.
- [6] S. K. Choi et al. Bounds on the width, mass difference and other properties of $X(3872) \rightarrow pi^+pi^-J/\psi$ decays. *Phys. Rev.*, D84:052004, 2011.
- [7] Bernard Aubert et al. A Study of $B \rightarrow X(3872)K$, with $X(3872) \rightarrow J/\Psi\pi^+\pi^-$. *Phys. Rev.*, D77:111101, 2008.
- [8] T. Aaltonen et al. Evidence for a Narrow Near-Threshold Structure in the $J/\psi\phi$ Mass Spectrum in $B^+ \rightarrow J/\psi\phi K^+$ Decays. *Phys. Rev. Lett.*, 102:242002, 2009.

- [9] Kazuo Abe et al. Observation of a near-threshold omega J/psi mass enhancement in exclusive $B \rightarrow K \omega J/\psi$ decays. *Phys. Rev. Lett.*, 94:182002, 2005.
- [10] Bernard Aubert et al. Evidence of a broad structure at an invariant mass of $4.32 \text{ GeV}/c^2$ in the reaction $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\psi(2S)$ measured at BaBar. *Phys. Rev. Lett.*, 98:212001, 2007.
- [11] X. L. Wang et al. Observation of Two Resonant Structures in $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\psi(2S)$ via Initial State Radiation at Belle. *Phys. Rev. Lett.*, 99:142002, 2007.
- [12] Bernard Aubert et al. Observation of $Y(3940) \rightarrow J/\psi\omega$ in $B \rightarrow J/\psi\omega K$ at BABAR. *Phys. Rev. Lett.*, 101:082001, 2008.
- [13] P. Pakhlov et al. Production of New Charmoniumlike States in $e^+e^- \rightarrow J/\psi D(*)\bar{D}^*$ at $s^{**}(1/2) = 10 \text{ GeV}$. *Phys. Rev. Lett.*, 100:202001, 2008.
- [14] S. Uehara et al. Observation of a chi-prime(c2) candidate in gamma gamma $\rightarrow D\bar{D}$ production at BELLE. *Phys. Rev. Lett.*, 96:082003, 2006.
- [15] P. Pakhlov et al. Production of New Charmoniumlike States in $e^+e^- \rightarrow J/\psi D^*\bar{D}^*$ at $\sqrt{s} = 10 \text{ GeV}$. *Phys. Rev. Lett.*, 100:202001, 2008.
- [16] M. et al. Ablikim. Observation of a charged charmoniumlike structure in $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-j/\psi$ at $\sqrt{s} = 4.26 \text{ GeV}$. *Phys. Rev. Lett.*, 110:252001, Jun 2013.
- [17] L. Maiani, F. Piccinini, A. D. Polosa, and V. Riquer. Diquark-antidiquark states with hidden or open charm and the nature of $x(3872)$. *Phys. Rev. D*, 71:014028, Jan 2005.
- [18] Nils A. Tornqvist. Isospin breaking of the narrow charmonium state of Belle at 3872-MeV as a deuson. *Phys. Lett.*, B590:209–215, 2004.
- [19] Frank E. Close and Philip R. Page. The D^*0 anti- $D0$ threshold resonance. *Phys. Lett.*, B578:119–123, 2004.

- [20] Eric S. Swanson. Diagnostic decays of the X(3872). *Phys. Lett.*, B598:197–202, 2004.
- [21] S. Dubynskiy and M. B. Voloshin. Hadro-Charmonium. *Phys. Lett.*, B666:344–346, 2008.
- [22] Xiang-Qian Luo and Yan Liu. Gluonic excitation of non-exotic hybrid charmonium from lattice QCD. *Phys. Rev.*, D74:034502, 2006. [Erratum: Phys. Rev.D74,039902(2006)].
- [23] S.K. Choi et al. Observation of a resonance-like structure in the $\pi^{+-}\psi'$ mass distribution in exclusive $B \rightarrow K\pi^{+-}\psi'$ decays. *Phys.Rev.Lett.*, 100:142001, 2008.
- [24] R. Mizuk et al. Observation of two resonance-like structures in the $pi^+\chi_{c1}$ mass distribution in exclusive $\bar{B}^0 K^- \pi^+ \chi_{c1}$ decays. *Phys.Rev.*, D78:072004, 2008.
- [25] Z. Q. Liu. Study of $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^- j/\psi$ and observation of a charged charmoniumlike state at belle. *Phys. Rev. Lett.*, 110:252002, Jun 2013.
- [26] T. Xiao, S. Dobbs, A. Tomaradze, and Kamal K. Seth. Observation of the charged hadron and evidence for the neutral in at. *Physics Letters B*, 727(4–5):366 – 370, 2013.
- [27] M. Ablikim et al. Observation of a charged $(D\bar{D}^*)^\pm$ mass peak in $e^+e^- \rightarrow \pi D\bar{D}^*$ at $\sqrt{s} = 4.26$ GeV. *Phys. Rev. Lett.*, 112(2):022001, 2014.
- [28] Mikhail A. Shifman, A.I. Vainshtein, and Valentin I. Zakharov. QCD and Resonance Physics. Sum Rules. *Nucl.Phys.*, B147:385–447, 1979.
- [29] B.L. Ioffe. Calculation of Baryon Masses in Quantum Chromodynamics. *Nucl.Phys.*, B188:317–341, 1981.
- [30] Philipp Gubler and Makoto Oka. A Bayesian approach to QCD sum rules. *Prog.Theor.Phys.*, 124:995–1018, 2010.

- [31] B.L. Ioffe, V.S. Fadin, and L.N. Lipatov. *Quantum Chromodynamics: Perturbative and Nonperturbative Aspects.* Cambridge Monographs on Particle Physics, Nuclear Physics and Cosmology. Cambridge University Press, 2010.
- [32] P. Pascual and R. Tarrach. *QCD: renormalization for the practitioner.* Lecture notes in physics. Springer-Verlag, 1984.
- [33] Stephan Narison. QCD spectral sum rules. *World Sci.Lect.Notes Phys.*, 26:1–527, 1989.
- [34] L.J. Reinders, H. Rubinstei, and S. Yazaki. Hadron Properties from QCD Sum Rules. *Phys.Rept.*, 127:1, 1985.
- [35] B.L. Ioffe and Andrei V. Smilga. Nucleon Magnetic Moments and Magnetic Properties of Vacuum in QCD. *Nucl.Phys.*, B232:109, 1984.
- [36] Ronny Thomas. In-Medium QCD Sum Rules for omega Meson, Nucleon and D Meson.
- [37] T.D. Cohen. Baryons in nuclear matter: A QCD sum rule approach. 1992.
- [38] Stephan Narison. QCD spectral sum rules for heavy flavors. *Acta Phys.Polon.*, B26:687–710, 1995.
- [39] Alexander Khodjamirian. Applications of QCD Sum Rules to Heavy Quark Physics. pages 109–138, 2014.
- [40] Marina Nielsen, Fernando S. Navarra, and Su Houng Lee. New Charmonium States in QCD Sum Rules: A Concise Review. *Phys.Rept.*, 497:41–83, 2010.
- [41] M.E. Bracco, M. Chiapparini, F.S. Navarra, and M. Nielsen. Charm couplings and form factors in QCD sum rules. *Prog.Part.Nucl.Phys.*, 67:1019–1052, 2012.
- [42] Derek B. Leinweber. QCD sum rules for skeptics. *Annals Phys.*, 254:328–396, 1997.

- [43] Kenneth G. Wilson. Non-lagrangian models of current algebra. *Phys. Rev.*, 179:1499–1512, Mar 1969.
- [44] V. M. Belyaev, V. M. Braun, A. Khodjamirian, and R. Rückl. $d^*d\pi$ and $b^*b\pi$ couplings in qcd. *Phys. Rev. D*, 51:6177–6195, Jun 1995.
- [45] In-Medium QCD Sum Rules for ω Meson , Nucleon and D Meson. 2008.
- [46] M Nielsen. Estados Exóticos do Charmonium. pages 1–30, 2012.
- [47] Romulo Rodrigues Da Silva. Constantes de Acoplamento a partir das Regras de Soma da QCD R $^{\wedge}$. pages 1–112.
- [48] Jorgivan Moraes Dias. Aplicação das regras de soma da QCD no estudo de possíveis estados moleculares. 2011.
- [49] Bernhard Langwallner. Improved QCD Sum Rules for the Nucleon Diploma Thesis by. 39(September), 2005.
- [50] Ricardo D Elia Matheus. Partículas Exóticas em Regras de Soma da QCD, tese de doutorado, instituto de física, universidade de são paulo.
- [51] Pietro Colangelo and Alexander Khodjamirian. QCD sum rules, a modern perspective. 2000.
- [52] R. D. Matheus, F. S. Navarra, M. Nielsen, and C. M. Zanetti. Qcd sum rules for the $x(3872)$ as a mixed molecule-charmonium state. *Phys. Rev. D*, 80:056002, Sep 2009.
- [53] R. L. Jaffe. Perhaps a stable dihyperon. *Phys. Rev. Lett.*, 38:195–198, Jan 1977.
- [54] M.B. Voloshin and L.B. Okun. Hadron Molecules and Charmonium Atom. *JETP Lett.*, 23:333–336, 1976.
- [55] Dian-Yong Chen, Xiang Liu, and Takayuki Matsuki. Predictions of charged charmoniumlike structures with hidden-charm and open-strange channels. *Phys. Rev. Lett.*, 110:232001, Jun 2013.

- [56] Dian-Yong Chen and Xiang Liu. Predicted charged charmoniumlike structures in the hidden-charm dipion decay of higher charmonia. *Phys. Rev. D*, 84:034032, Aug 2011.
- [57] Fernando S. Navarra, Marina Nielsen, and Jean-Marc Richard. Exotic Charmonium and Bottomonium-like Resonances. *J.Phys.Conf.Ser.*, 348:012007, 2012.
- [58] R. D. Matheus, S. Narison, M. Nielsen, and J.-M. Richard. Can the $x(3872)$ be a 1^{++} four-quark state? *Phys. Rev. D*, 75:014005, Jan 2007.
- [59] J.M. Dias, F.S. Navarra, M. Nielsen, and C.M. Zanetti. $Z_c^+(3900)$ decay width in QCD sum rules. *Phys.Rev.*, D88(1):016004, 2013.
- [60] L. Maiani, V. Riquer, R. Faccini, F. Piccinini, A. Pilloni, and A. D. Polosa. $J^{PG}=1^{++}$ charged resonance in the $\Upsilon(4260) \rightarrow \pi^+ \pi^- j/\psi$ decay? *Phys. Rev. D*, 87:111102, Jun 2013.
- [61] J. *et al.* Beringer. Review of particle physics*. *Phys. Rev. D*, 86:010001, Jul 2012.
- [62] V.A. Novikov, L.B. Okun, Mikhail A. Shifman, A.I. Vainshtein, M.B. Voloshin, et al. Charmonium and Gluons: Basic Experimental Facts and Theoretical Introduction. *Phys.Rept.*, 41:1–133, 1978.
- [63] Su Houn Lee, Marina Nielsen, and Ulrich Wiedner. $D(s)D^*$ molecule as an axial meson. *J.Korean Phys.Soc.*, 55:424, 2009.
- [64] J. Sugiyama, T. Nakamura, N. Ishii, T. Nishikawa, and M. Oka. Mixings of four-quark components in light nonsinglet scalar mesons in qcd sum rules. *Phys. Rev. D*, 76:114010, Dec 2007.
- [65] Stephan Narison. QCD as a theory of hadrons from partons to confinement. *Camb.Monogr.Part.Phys.Nucl.Phys.Cosmol.*, 17:1, 2002.

- [66] Stephan Narison. Chiral Symmetry Breaking and the Light Meson Systems. *Riv.Nuovo Cim.*, 10N2:1–43, 1987.
- [67] Raphael M. Albuquerque, Marina Nielsen, and Rômulo Rodrigues da Silva. Exotic 1^{--} states in qcd sum rules. *Phys. Rev. D*, 84:116004, Dec 2011.
- [68] Stephan Narison. On the strange quark mass from e^+e^- and τ decay data, and test of the SU(2) isospin symmetry. *Phys.Lett.*, B466:345–354, 1999.
- [69] Stephan Narison. QCD tests from $e^+e^- \rightarrow I = 1$ hadrons data and implication on the value of α_s from tau decays. *Phys.Lett.*, B361:121–130, 1995.
- [70] Stephan Narison. Heavy quarkonia mass splittings in QCD: Gluon condensate, α_s and $1/m$ expansion. *Phys.Lett.*, B387:162–172, 1996.
- [71] Stephan Narison. V-A hadronic τ decays: A Laboratory for the QCD vacuum. *Phys.Lett.*, B624:223–232, 2005.
- [72] Sasa Prelovsek, Terrence Draper, Christian B. Lang, Markus Limmer, Keh-Fei Liu, et al. Lattice study of light scalar tetraquarks with $I = 0, 2, 1/2, 3/2$: Are σ and κ tetraquarks? *Phys.Rev.*, D82:094507, 2010.
- [73] Robert L. Jaffe. Multi-Quark Hadrons. 1. The Phenomenology of (2 Quark 2 anti-Quark) Mesons. *Phys.Rev.*, D15:267, 1977.
- [74] R. D. Matheus, F. S. Navarra, M. Nielsen, and R. Rodrigues da Silva. Do the qcd sum rules support four-quark states? *Phys. Rev. D*, 76:056005, Sep 2007.
- [75] F.S. Navarra and M. Nielsen. $X(3872) \rightarrow J/\psi p i^+ p i^-$ and $X(3872) \rightarrow J/\psi p i^+ p i^- p i^0$ decay widths from QCD sum rules. *Phys.Lett.*, B639:272–277, 2006.
- [76] Marina Nielsen. $D_{(sJ)}^+(2317) \rightarrow D_{(s)}^+ \pi^0$ decay width. *Phys.Lett.*, B634:35–38, 2006.
- [77] E. M. et al. Aitala. Experimental evidence for a light and broad scalar resonance in $d^+ \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^+$ decay. *Phys. Rev. Lett.*, 86:770–774, Jan 2001.

- [78] H. G. Dosch, E. M. Ferreira, F. S. Navarra, and M. Nielsen. Semileptonic d decay into scalar mesons: A qcd sum rule approach. *Phys. Rev. D*, 65:114002, May 2002.
- [79] V.V. Anisovich, L.G Dakhno, and V.A. Nikonov. $D_{(s)}^+ \rightarrow \pi^+\pi^+\pi^-$ decay: The $1^3P_0 s\bar{s}$ component in scalar isoscalar mesons. *Phys.Atom.Nucl.*, 67:1571–1579, 2004.
- [80] Hai-Yang Cheng. Hadronic D decays involving scalar mesons. *Phys.Rev.*, D67:034024, 2003.
- [81] Ignacio Bediaga, Fernando S. Navarra, and Marina Nielsen. The Structure of $f_0(980)$ from charmed mesons decays. *Phys.Lett.*, B579:59–66, 2004.
- [82] N. Brambilla, S. Eidelman, B.K. Heltsley, R. Vogt, G.T. Bodwin, et al. Heavy quarkonium: progress, puzzles, and opportunities. *Eur.Phys.J.*, C71:1534, 2011.
- [83] Q. He et al. Confirmation of the $Y(4260)$ resonance production in ISR. *Phys.Rev.*, D74:091104, 2006.
- [84] Bernard Aubert et al. Exclusive Initial-State-Radiation Production of the $D\bar{D}$, $D^*\bar{D}^*$, and $D^*\bar{D}^*$ Systems. *Phys.Rev.*, D79:092001, 2009.
- [85] D. Cronin-Hennessy et al. Measurement of Charm Production Cross Sections in e^+e^- Annihilation at Energies between 3.97 and 4.26-GeV. *Phys.Rev.*, D80:072001, 2009.
- [86] Raphael M. Albuquerque, Mirian E. Bracco, and Marina Nielsen. A QCD sum rule calculation for the $Y(4140)$ narrow structure. *Phys.Lett.*, B678:186–190, 2009.
- [87] K. Abe et al. Observation of a near-threshold omega J/psi mass enhancement in exclusive $B \rightarrow K \omega J/\psi$ decays. *Phys.Rev.Lett.*, 94:182002, 2005.

- [88] Bernard Aubert et al. Observation of $Y(3940) \rightarrow J/\psi\omega$ in $B \rightarrow J/\psi\omega K$ at BABAR. *Phys.Rev.Lett.*, 101:082001, 2008.
- [89] Estia Eichten, Stephen Godfrey, Hanna Mahlke, and Jonathan L. Rosner. Quarkonia and their transitions. *Rev.Mod.Phys.*, 80:1161–1193, 2008.
- [90] Tanja Branz, Thomas Gutsche, and Valery E. Lyubovitskij. Hadronic molecule structure of the $y(3940)$ and $y(4140)$. *Phys. Rev. D*, 80:054019, Sep 2009.
- [91] Tanja Branz, Raquel Molina, and Eulogio Oset. Radiative decays of the $y(3940)$, $z(3930)$, and the $x(4160)$ as dynamically generated resonances. *Phys. Rev. D*, 83:114015, Jun 2011.
- [92] Amand Faessler, Th. Gutsche, M. A. Ivanov, V. E. Lyubovitskij, and P. Wang. Pion and sigma meson properties in a relativistic quark model. *Phys. Rev. D*, 68:014011, Jul 2003.
- [93] J.P. Lees et al. Study of $X(3915) \rightarrow J/\psi\omega$ in two-photon collisions. *Phys.Rev.*, D86:072002, 2012.
- [94] S. Uehara et al. Observation of a charmonium-like enhancement in the gamma gamma —> omega J/psi process. *Phys.Rev.Lett.*, 104:092001, 2010.
- [95] J. A. Oller, E. Oset, and A. Ramos. Chiral unitary approach to meson meson and meson - baryon interactions and nuclear applications. *Prog. Part. Nucl. Phys.*, 45:157–242, 2000.
- [96] E. E. Kolomeitsev and M. F. M. Lutz. On Heavy light meson resonances and chiral symmetry. *Phys. Lett.*, B582:39–48, 2004.
- [97] J. Hofmann and M. F. M. Lutz. Open charm meson resonances with negative strangeness. *Nucl. Phys.*, A733:142–152, 2004.
- [98] Feng-Kun Guo, Peng-Nian Shen, Huan-Ching Chiang, Rong-Gang Ping, and Bing-Song Zou. Dynamically generated $0+$ heavy mesons in a heavy chiral unitary approach. *Phys. Lett.*, B641:278–285, 2006.

- [99] D. Gamermann, E. Oset, D. Strottman, and M. J. Vicente Vacas. Dynamically generated open and hidden charm meson systems. *Phys. Rev.*, D76:074016, 2007.
- [100] D. Gamermann and E. Oset. Axial resonances in the open and hidden charm sectors. *Eur. Phys. J.*, A33:119–131, 2007.
- [101] Tanja Branz, Thomas Gutsche, and Valery E. Lyubovitskij. Hadronic molecule structure of the Y(3940) and Y(4140). *Phys. Rev.*, D80:054019, 2009.
- [102] Amand Faessler, Thomas Gutsche, Valery E. Lyubovitskij, and Yong-Liang Ma. Strong and radiative decays of the D(s0)^{*}(2317) meson in the DK-molecule picture. *Phys. Rev.*, D76:014005, 2007.
- [103] J. Segovia, A. M. Yasser, D. R. Entem, and F. Fernandez. JPC=1– hidden charm resonances. *Phys. Rev.*, D78:114033, 2008.
- [104] T. Fernandez-Carames, A. Valcarce, and J. Vijande. Charmonium spectroscopy above thresholds. *Phys. Rev. Lett.*, 103:222001, 2009.
- [105] Thomas Gutsche and Valery E. Lyubovitskij. Heavy hadron molecules. *AIP Conf. Proc.*, 1257:385–389, 2010.
- [106] J.J. Sakurai. *Currents and Mesons*. Chicago Lectures in Physics. University of Chicago Press, 1969.
- [107] C.W. Xiao and E. Oset. Hidden beauty baryon states in the local hidden gauge approach with heavy quark spin symmetry. *Eur.Phys.J.*, A49:139, 2013.
- [108] D. Gamermann and E. Oset. Hidden charm dynamically generated resonances and the e+ e- → J / psi D anti-D, J / psi D anti-D* reactions. *Eur. Phys. J.*, A36:189–194, 2008.
- [109] Francesca Aceti, Melahat Bayar, Jorgivan Morais Dias, and Eulogio Oset. Prediction of a $Z_c(4000)$ $D^*\bar{D}^*$ state and relationship to the claimed $Z_c(4025)$. *Eur. Phys. J.*, A50:103, 2014.

- [110] F. Aceti, M. Bayar, E. Oset, A. Martinez Torres, K. P. Khemchandani, Jorgi-van Morais Dias, F. S. Navarra, and M. Nielsen. Prediction of an $I = 1$ $D\bar{D}^*$ state and relationship to the claimed $Z_c(3900)$, $Z_c(3885)$. *Phys. Rev.*, D90(1):016003, 2014.
- [111] M. Bando, T. Kugo, S. Uehara, K. Yamawaki, and T. Yanagida. Is rho Meson a Dynamical Gauge Boson of Hidden Local Symmetry? *Phys. Rev. Lett.*, 54:1215, 1985.
- [112] Steven Weinberg. Nonlinear realizations of chiral symmetry. *Phys. Rev.*, 166:1568–1577, 1968.
- [113] Masako Bando, Taichiro Kugo, and Koichi Yamawaki. Nonlinear Realization and Hidden Local Symmetries. *Phys. Rept.*, 164:217–314, 1988.
- [114] J. A. Oller and E. Oset. Chiral symmetry amplitudes in the S wave isoscalar and isovector channels and the sigma, $f_0(980)$, $a_0(980)$ scalar mesons. *Nucl. Phys.*, A620:438–456, 1997. [Erratum: Nucl. Phys.A652,407(1999)].
- [115] J. A. Oller, E. Oset, and J. R. Pelaez. Meson meson interaction in a nonperturbative chiral approach. *Phys. Rev.*, D59:074001, 1999. [Erratum: Phys. Rev.D75,099903(2007)].
- [116] J. R. Pelaez and G. Rios. Nature of the $f_0(600)$ from its $N(c)$ dependence at two loops in unitarized Chiral Perturbation Theory. *Phys. Rev. Lett.*, 97:242002, 2006.
- [117] J. Nieves and E. Ruiz Arriola. Properties of the rho and sigma Mesons from Unitary Chiral Dynamics. *Phys. Rev.*, D80:045023, 2009.
- [118] R. Machleidt, K. Holinde, and C. Elster. The Bonn Meson Exchange Model for the Nucleon Nucleon Interaction. *Phys. Rept.*, 149:1–89, 1987.
- [119] E. Oset, H. Toki, M. Mizobe, and Toru T. Takahashi. sigma exchange in the NN interaction within the chiral unitary approach. *Prog. Theor. Phys.*, 103:351–365, 2000.

- [120] R. Molina and E. Oset. The Y(3940), Z(3930) and the X(4160) as dynamically generated resonances from the vector-vector interaction. *Phys. Rev.*, D80:114013, 2009.
- [121] W. H. Liang, C. W. Xiao, and E. Oset. Baryon states with open beauty in the extended local hidden gauge approach. *Phys. Rev.*, D89(5):054023, 2014.
- [122] Mark B. Wise. Chiral perturbation theory for hadrons containing a heavy quark. *Phys. Rev.*, D45:2188–2191, 1992.
- [123] L. Roca, E. Oset, and J. Singh. Low lying axial-vector mesons as dynamically generated resonances. *Phys. Rev.*, D72:014002, 2005.
- [124] D. Gamermann, J. Nieves, E. Oset, and E. Ruiz Arriola. Couplings in coupled channels versus wave functions: application to the X(3872) resonance. *Phys. Rev.*, D81:014029, 2010.
- [125] R. Molina, D. Nicmorus, and E. Oset. The rho rho interaction in the hidden gauge formalism and the f(0)(1370) and f(2)(1270) resonances. *Phys. Rev.*, D78:114018, 2008.
- [126] A. Martinez Torres, K. P. Khemchandani, F. S. Navarra, M. Nielsen, and E. Oset. Reanalysis of the $e^+e^- \rightarrow (D^*\bar{D}^*)^\pm\pi^\mp$ reaction and the claim for the $Z_c(4025)$ resonance. *Phys. Rev.*, D89(1):014025, 2014.
- [127] M. Ablikim et al. Observation of a charged charmoniumlike structure in $e^+e^- \rightarrow (D^*\bar{D}^*)^\pm\pi^\mp$ at $\sqrt{s} = 4.26\text{GeV}$. *Phys. Rev. Lett.*, 112(13):132001, 2014.
- [128] Jia-Jun Wu and B. S. Zou. Prediction of super-heavy N^* and Λ^* resonances with hidden beauty. *Phys. Lett.*, B709:70–76, 2012.
- [129] Jia-Jun Wu, R. Molina, E. Oset, and B. S. Zou. Prediction of narrow N^* and Λ^* resonances with hidden charm above 4 GeV. *Phys. Rev. Lett.*, 105:232001, 2010.

- [130] M. Ablikim et al. Observation of a Charged Charmoniumlike Structure in $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-J/\psi$ at $\sqrt{s} = 4.26$ GeV. *Phys.Rev.Lett.*, 110:252001, 2013.
- [131] Z.Q. Liu et al. Study of $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-J/\psi$ and Observation of a Charged Charmoniumlike State at Belle. *Phys.Rev.Lett.*, 110:252002, 2013.
- [132] T. Xiao, S. Dobbs, A. Tomaradze, and Kamal K. Seth. Observation of the Charged Hadron $Z_c^\pm(3900)$ and Evidence for the Neutral $Z_c^0(3900)$ in $e^+e^- \rightarrow \pi\pi J/\psi$ at $\sqrt{s} = 4170$ MeV. *Phys.Lett.*, B727:366–370, 2013.
- [133] J. Yamagata-Sekihara, J. Nieves, and E. Oset. Couplings in coupled channels versus wave functions in the case of resonances: application to the two $\Lambda(1405)$ states. *Phys. Rev.*, D83:014003, 2011.
- [134] P. Rubin et al. First observation and Dalitz analysis of the $D0 \rightarrow K0(S)$ eta pi0 decay. *Phys. Rev. Lett.*, 93:111801, 2004.
- [135] J. A. Oller, E. Oset, and J. R. Pelaez. Meson meson interaction in a nonperturbative chiral approach. *Phys. Rev.*, D59:074001, 1999. [Erratum: *Phys. Rev.* D75,099903(2007)].
- [136] D. V. Bugg. An Explanation of Belle states $Z_b(10610)$ and $Z_b(10650)$. *Europhys. Lett.*, 96:11002, 2011.
- [137] E.S. Swanson. Z_b and Z_c Exotic States as Coupled Channel Cusps. *Phys. Rev.*, D91(3):034009, 2015.
- [138] M. Ablikim et al. Observation of a charged charmoniumlike structure in $e^+e^- \rightarrow (D^*\bar{D}^*)^\pm\pi^\mp$ at $\sqrt{s} = 4.26$ GeV. *Phys.Rev.Lett.*, 112(13):132001, 2014.