

Ímãs Elementares em Busca de Nova Física

Elementary Magnets in Search of New Physics

Adriano M.D. Santos^{*1}, Leonardo P.R. Ospedal², José A. Helayël-Neto²

¹Universidade Federal do Maranhão, Programa de Pós-graduação em Física, 65080-805, São Luís, MA, Brasil.

²Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas, 22290-180, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

Recebido em 25 de outubro de 2024. Aceito em 13 de dezembro de 2024.

Nesta contribuição, abordamos os momentos de dipolos elétricos e magnéticos dos léptons (elétron, múon e tau). Apresentamos uma descrição histórica dos desenvolvimentos tanto das previsões teóricas quanto das medidas experimentais, bem como suas precisões. Inicialmente, discutimos o caso do elétron, mostrando a evolução dos conceitos e resultados quando incorporamos a Mecânica Quântica Relativística e os efeitos das interações fundamentais descritas no âmbito da Teoria Quântica de Campos. Em seguida, discutimos as propriedades do múon, destacando a importância de sua investigação na busca de novas físicas além do Modelo Padrão. Por último, apresentamos os resultados referente ao tau, apontando os desafios experimentais e a perspectiva de que este lépton também possa ser uma futura janela para analisarmos as extensões do Modelo Padrão.

Palavras-chave: Momentos de dipolos, razão giromagnética, anomalias, léptons.

In this contribution, we address the electric and magnetic dipole moments of leptons (electron, muon and tau). We present a historical description of the developments of both theoretical predictions and experimental measurements as well as their precisions. Initially, we discuss the case of the electron, showing the evolution of concepts and results when we incorporate Relativistic Quantum Mechanics and the effects of fundamental interactions described in the context of Quantum Field Theory. After that, we discuss the properties of the muon, highlighting the importance of its investigation in the search for new physics beyond the Standard Model. Finally, we present the results related to tau, pointing out the experimental challenges and the perspective that this lepton may also be a future window for analysing extensions of the Standard Model.

Keywords: Dipole moments, gyromagnetic ratio, anomalies; leptons.

1. Introdução

A origem desta discussão remonta a 1921 com a divulgação do influente trabalho *The Magnetic Electron* pelo renomado físico norte-americano Arthur Holly Compton. No seu artigo seminal [1], Compton apresentou uma concepção inovadora para a época: a ideia de que a quantização da rotação do elétron era responsável pelo seu magnetismo. Vale ressaltar que, naquela época, já se reconhecia a existência do magnetismo no elétron, mas o mérito de Compton estava na proposição de um modelo. Esse modelo foi posteriormente revisado por Uhlenbeck e Goudsmit em 1925, consolidando-se mais tarde. A proposta inicial de Compton é, de certa forma, pictórica: o elétron não gira com o objetivo de gerar um momento magnético, mas intrinsecamente, o próprio momento magnético é uma manifestação do seu spin. No entanto, o modelo delineado por ele representou um esforço significativo para compreender a origem do magnetismo do elétron, embora não tenha abordado diretamente o conceito de spin, que foi posteriormente

incorporado e solidificado nos estudos de Uhlenbeck e Goudsmit [2].

O que nos ensina essa ideia, iniciada em 1921, no contexto do processo científico? Entre outras lições, ela revela a persistência de discussões científicas ao longo de séculos. São cem anos de diligente trabalho na busca por compreender o magnetismo do elétron, e, posteriormente, com a descoberta do Múon, novas considerações foram incorporadas à esfera do método científico, especialmente no que concerne ao magnetismo dessa outra partícula elementar. Este percurso evidencia a refinada e meticulosa natureza do método científico, com suas múltiplas ferramentas investigativas.

Persiste a mesma indagação: qual é a origem do magnetismo do elétron? Será exclusivamente devido ao seu eletromagnetismo, ou outras interações podem ser igualmente responsáveis? Ao longo deste texto, convidamos o leitor a uma centenária jornada em busca destas respostas. Neste momento, é crucial não negligenciar a oportunidade de refletir, especialmente em um período histórico em que as aplicações são frequentemente priorizadas, sobre a importância da chamada ciência fundamental.

Provocativamente, surge a pergunta: qual é a utilidade do trabalho de Compton? Por que dedicar cem anos ao

*Endereço de correspondência:
adrianomuniz01physics@gmail.com
Editor-Chefe: Marcello Ferreira

desenvolvimento de uma ideia? O que se ganha com isso? A emergência de disciplinas tecnológicas como a Spintrônica, também conhecida como Magnetoeletrônica, já apresenta argumentos para confrontar tais questionamentos. Aquilo que hoje parece insignificante pode se revelar a solução de amanhã. A exploração científica não está comprometida exclusivamente com aplicações imediatas; estas podem surgir, porém, sua existência não é o motor do desenvolvimento investigativo.

A ciência se embasa em uma incessante busca por significado, onde a resolução de um problema reflete a importância temporal deste. Em algumas circunstâncias, as amarras do tempo não são suficientes para romper estruturas fundamentais da existência humana, como a compreensão de nossa essência, constituição e origens. Compreender os pilares da matéria e suas nuances constitui, também, uma busca por nossa própria essência. Dessa maneira, a ciência, como um legado da humanidade, não pode ser subjugada a meros objetivos utilitaristas. Para aprofundamento sobre este tema, recomenda-se a obra do filósofo italiano Nuccio Ordine, que discorre sobre a utilidade do inútil [3].

Retornando à obra de Compton [1], é essencial destacar que ela inaugurou uma extensa série de investigações voltadas para uma das medidas mais precisas da Física. Atualmente, a medição do magnetismo do elétron alcança uma precisão incomparável, na ordem dos trilionésimos. A discrepância entre o valor teórico e o valor experimental é ínfima, situando-se em torno de uma parte em um trilhão. Essa medida, juntamente com a constante de estrutura fina, é considerada uma das mais precisas da Física, apresentando uma precisão de 12 casas decimais.

Nos trabalhos de 1925 e 1926 de Uhlenbeck e Goudsmit [2, 4], o foco recai sobre o spin do elétron, concebendo um modelo para esta propriedade. Ao investigarem o espectro atômico de átomos de Hidrogênio e Hélio, utilizaram o conceito de spin do elétron, representando-o como um giro em torno de um eixo. Contudo, é relevante ressaltar que essa representação é figurativa, uma vez que o elétron não necessita realizar um giro rígido em torno de seu eixo para possuir momento angular interno, uma vez que não é um corpo rígido. O spin do elétron é uma propriedade intrínseca, decorrente de sua existência no espaço-tempo, resultante da combinação entre a geometria desse espaço-tempo e os princípios quânticos.

Assim, o spin emerge como uma combinação da propriedade geométrica associada ao grupo de rotações $SO(3)$ e, no caso do elétron relativístico, ao grupo de Lorentz $SO(1,3)$, aliado aos princípios da Mecânica Quântica (MQ). A geometria do espaço-tempo confere ao elétron um spin de $\frac{1}{2}$, enquanto a MQ adiciona o fator \hbar , a constante de Planck (h) dividida por 2π , com unidades de momento angular. Desse modo, \hbar é uma contribuição da MQ, ao passo que $\frac{1}{2}$ é derivado da geometria do espaço-tempo de Minkowski [5, 6].

O presente trabalho organiza-se da seguinte forma: nas Seções 2, 3 e 4, apresentamos uma análise histórica do desenvolvimento cronológico das ideias inicialmente propostas por Compton e reformuladas por Uhlenbeck e Goudsmit. Essas ideias são discutidas à luz de contribuições significativas de figuras como Pauli, Dirac e Anderson, incorporando uma abordagem mais robusta sob os aspectos matemático, teórico e experimental. Na Seção 5, o leitor será introduzido ao múon, um dos personagens principais desta discussão, no que tange ao seu nascimento, identificação e caracterização no contexto do Modelo Padrão. As Seções 6 e 7 apresentam conceitos e grandezas fundamentais necessários para compreender a discussão subsequente, incluindo a razão giromagnética e a anomalia magnética. Estas seções também fornecem um panorama sobre o desenvolvimento de teorias como a Mecânica Quântica Relativística e a Teoria Quântica de Campos, ambas influenciadas pelos trabalhos de Dirac, que introduziu uma nova perspectiva ao considerar campos que permeiam o espaço-tempo e a equação relativística para o elétron. Partindo dessa concepção, na Seção 8, o leitor encontrará o horizonte de ganhos, em razão das contribuições de Dirac, bem como o surgimento da Eletrodinâmica Quântica e suas nuances delineadas pelos trabalhos de Schwinger, Feynman e Dyson. Na Seção 9, discutimos o papel e a importância da massa, para a anomalia magnética dos léptons, sobretudo no que tange a sensibilidade do fator giromagnético aos efeitos de propostas de novas físicas além do Modelo Padrão. Na Seção 10, discutimos o resultado de 70 anos dos cálculos da anomalia magnética do elétron, cujos níveis de precisão são absolutamente notáveis. Na Seção 11 tratamos do múon, no que concerne ao seu magnetismo intrínseco, sua trajetória de experimentos e cálculos teóricos, bem como a análise dos dados combinados do *Brookhaven National Laboratory*, de 1997 até 2006 e do *Fermilab* de 2017 até 2020. Sequencialmente, na Seção 12, trazemos o terceiro (e não menos importante) lépton. Trata-se do tau, suas peculiaridades, desafios e possibilidades frente aos sinais de uma nova Física. Finalmente, na Seção 13, apresentamos as considerações finais e algumas perspectivas diante do que temos de concreto e do que poderemos ter em um futuro, possivelmente, não tão distante.

2. O Magnetismo do Elétron na Equação de Pauli

A evolução da ideia iniciada por Compton em 1921 adquire robustez e relevância ao longo dos anos subsequentes. Em 1926, uma segunda publicação na revista *Nature*, por meio do trabalho de L. H. Thomas [7], reforça a percepção de que o tema estava ganhando cada vez mais destaque e reconhecimento na comunidade científica. Paralelamente, no contexto da emergente MQ, entre 1925 e 1926, os estudos de Heisenberg e Dirac

representam um marco significativo. Dirac, em particular, propõe uma reformulação da mecânica matricial de Heisenberg, introduzindo a ideia de grandezas não-comutativas, que descrevem a não comutação entre a posição e o momento linear das partículas. Essa nova perspectiva da MQ, fundamentada em grandezas não-comutativas, culmina na formulação da Equação de Schrödinger em 1926 [8] marcando um ponto definitivo na compreensão da MQ.

É exatamente nesse contexto que Wolfgang Pauli, em setembro do ano seguinte, apresenta um trabalho [9] sobre a MQ dos elétrons magnéticos. Pauli introduz a chamada interação magnética, ou interação de spin, na Equação de Schrödinger, proporcionando uma descrição mais abrangente do comportamento dos elétrons em campos magnéticos externos. Sabemos que a equação de Schrödinger descreve o comportamento da função de onda de uma partícula em um campo potencial. Quando se trata de partículas que possuem um momento angular intrínseco, como elétrons, prótons ou nêutrons, é necessário incorporar o termo de Pauli na equação para descrever seu comportamento de maneira mais precisa. O termo de Pauli leva em consideração o spin das partículas, uma propriedade quântica intrínseca associada a uma partícula e que pode ser descrita por um número quântico denominado spin.

3. O Magnetismo do Elétron na Equação de Dirac

Em 1928, por meio de dois trabalhos fundamentais [10, 11], Dirac ampliou a abordagem da Equação de Pauli, que faz parte da descrição não relativística da MQ, desenvolvida por Schrödinger. Nestes trabalhos, Dirac utilizou os princípios da Relatividade Restrita (RR) na formulação da MQ, propondo uma equação mais abrangente: a conhecida Equação de Dirac. Essencialmente, Dirac substituiu a Equação de Schrödinger por uma formulação quântico-relativística para o elétron, originando a mencionada equação.

A Equação de Dirac, por sua natureza relativística, emerge da união entre a MQ e a relatividade, sendo uma expressão mais abrangente e precisa. Nesses trabalhos, a Equação de Pauli, que descreve o magnetismo do elétron em um contexto não-relativístico, surge como um subproduto quando se consideram situações em que a velocidade do elétron (v) é significativamente menor que a velocidade da luz (c), ou seja, no regime não relativístico. Nestas circunstâncias, onde a energia cinética do elétron é substancialmente menor que sua energia de repouso, expressa pela razão $v/c \ll 1$, a Equação de Dirac converge para a Equação de Pauli.

Dessa maneira, a Equação de Dirac¹ representa uma descrição mais completa do magnetismo do elétron,

incorporando os princípios da RR. Enquanto a Equação de Pauli oferece uma descrição válida em situações não-relativísticas, a formulação de Dirac abarca tanto o aspecto magnético quanto a RR, evidenciando a plenitude do spin quando considerado no contexto da relatividade, uma vez que o spin é um número quântico associado ao grupo de Lorentz.

3.1. A construção de ideias: uma reflexão de Paul Dirac

A construção de ideias ao longo do tempo é uma característica marcante na trajetória de muitos cientistas, refletindo o dinamismo do pensamento científico e a evolução das teorias. Um exemplo notável é o físico Paul Dirac, cujas reflexões sobre o momento magnético e elétrico do elétron demonstram essa mudança de perspectiva ao longo de sua carreira. Em 1928, com dois trabalhos brilhantes [10, 11], Dirac apresentou uma visão inicial sobre o elétron, afirmando que o seu momento magnético era aquele assumido no modelo do elétron giratório. Além disso, ele considerava o momento elétrico como sendo puramente imaginário, sugerindo que não esperava que ele aparecesse no modelo. Dirac expressa sua dúvida sobre se o momento elétrico teria algum significado físico. No parágrafo final da Seção 4 do primeiro artigo [10], Dirac escreve: *The magnetic moment is just that assumed in the spinning electron model. The electric moment, being a pure imaginary, we should not expect to appear in the model. It is doubtful whether the electric moment has any physical meaning.*

No entanto, é interessante observar que, décadas depois, entre 1970 e início da década de 1980, Dirac revisita suas posições anteriores. Nesse período, ele altera radicalmente sua visão, argumentando de forma assertiva que o elétron deve ter um momento de dipolo elétrico. Essa mudança de perspectiva ilustra a natureza dinâmica da ciência e como as ideias podem evoluir com o tempo à medida que novas evidências e concepções teóricas se desenvolvem. A capacidade de revisar posições e abraçar novas ideias é uma característica fundamental do método científico, destacando a natureza progressiva e autocrítica da busca pelo entendimento. Essas mudanças de perspectiva não apenas enriquecem o conhecimento científico, mas também ressaltam a importância da flexibilidade intelectual na investigação das complexidades da natureza.

4. Dirac e Anderson: A Descoberta da Anti-matéria e os Monopolos Magnéticos

Em 1931, Paul Dirac publicou um artigo seminal no qual aprofundou sua equação anteriormente mencionada, explorando o contexto das simetrias, especificamente a simetria de conjugação de carga [13]. Nesta análise, ele investigou as possíveis singularidades do campo

¹ A fim de oferecer uma visão mais detalhada, que inclui a introdução da equação de Dirac, convidamos o leitor a consultar a referência [12].

eletromagnético na descrição do elétron baseada em sua equação. Neste trabalho, Dirac realizou previsões de três resultados significantes: (I) anteviu a existência do pósitron, a antipartícula do elétron; (II) prognosticou a presença de monopolos magnéticos, originando o termo *Quantised singularities* no título de seu artigo; e por último, (III) partindo da existência de ao menos um monopolo magnético, alcançou uma compreensão acerca da quantização da carga elétrica, elucidando por que as partículas possuem cargas elétricas múltiplas de uma unidade fundamental, que é a carga elementar $e = 1,6 \times 10^{-19}C$.

Essa contribuição notável rendeu a Dirac o Prêmio Nobel de 1933 pela descoberta de novas manifestações da matéria atômica. Essas novas formas de matéria foram identificadas como a antimatéria e o monopolo magnético. O estudo pioneiro de Dirac abriu caminho para uma compreensão mais profunda e ampliada do panorama da física de partículas. Um ano após o trabalho de Dirac, ou seja, em 1932, C. D. Anderson fez uma descoberta monumental ao identificar a existência do elétron positivo, conhecido como pósitron, a antipartícula correspondente ao elétron [14, 15]. Esta descoberta representou um avanço significativo na compreensão da simetria na física de partículas e lhe conferiu o Prêmio Nobel em 1936.

Por outro lado, o monopolo magnético ainda não foi detectado, mas continua sendo tema de intensa investigação teórica e procura experimental [16].

5. O Nascimento do Múon

Em 1933, o panorama das partículas elementares consideradas na época incluía cinco elementos pensados como fundamentais: o elétron (1827), o próton (1919), o fóton (1923), o pósitron e o nêutron, descobertos em 1932 por Anderson e Chadwick, respectivamente. Contudo, o múon (μ), embora tenha sido identificado nesse mesmo ano por P. Kunze [17], permaneceu como uma entidade de natureza incerta até ser definitivamente individualizado em 1937, quando S. H. Neddermeyer e C. D. Anderson publicaram um artigo sobre a detecção de muons em raios cósmicos [18]. Nessa fase inicial, ainda não se tinha o conhecimento de que o múon era proveniente do decaimento do méson π . A saber, nos decaimentos de $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$ e $\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$, onde ν_μ e $\bar{\nu}_\mu$ representam o neutrino e anti-neutrino do múon, respectivamente. Os mésons π foram previstos teoricamente por Hideki Yukawa e Igor Yevgenyich Tamm em 1934 e 1935, mas somente foram descobertos experimentalmente em 1947.

Neste momento, é importante fazermos uma breve caracterização do múon no contexto do Modelo Padrão (MP). Tal partícula elementar faz parte da segunda geração de léptons carregados (l), agrupados em dubletes $\{l, \nu_l\}$ com $l = e, \mu, \tau$. O elétron, com seu neutrino correspondente, representa a primeira geração, enquanto o múon, com seu próprio neutrino, constitui a segunda.

A terceira geração é composta pelo tau (τ), também acompanhado de seu neutrino associado. O tau só foi descoberto no final da década de 1970, pela equipe liderada por Martin Lewis Perl. Comparativamente, a massa do múon é aproximadamente 207 vezes maior que a do elétron, enquanto a massa do tau é cerca de 3600 vezes superior à do elétron, tornando-se, portanto, um lépton substancialmente mais pesado. Essas características marcantes e a descoberta sequencial dessas partículas revelaram uma progressão na compreensão das gerações de léptons e sua diversidade de massas no contexto da física de partículas. Os neutrinos, originalmente previstos por Pauli em 1930, permaneceram como partículas hipotéticas até suas descobertas subsequentes: o neutrino do elétron em 1956, o neutrino do múon em 1962 e, por fim, o neutrino do tau em 2000. Essa sequência representa a família completa dos léptons carregados e seus respectivos neutrinos.

O múon, com uma massa $m_\mu \approx 207 m_e$, possui um tempo de vida de aproximadamente $\tau_\mu \approx 2.2 \times 10^{-6}$ segundos, *i.e.*, na escala de microsegundos, e é gerado nos decaimentos dos mésons π . Os mésons π , por sua vez, ao serem estáveis, decaem predominantemente em múons e nos seus neutrinos correspondentes. Os múons, embora sejam produzidos nesse processo, são intrinsecamente instáveis, decaindo em elétrons, anti-neutrinos do elétron e neutrinos do múon: $\mu \rightarrow e + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$, ou para o anti-múon $\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$. Da mesma forma, o tau, outro lépton carregado, pode decair em múons, anti-neutrinos do múon e neutrinos do tau. Além disso, o tau possui outras possibilidades de decaimentos envolvendo pions, elétrons e (anti-)neutrinos. Portanto, há uma sucessão de decaimentos entre esses léptons carregados.

Esses processos constituem uma cadeia sequencial de decaimentos em múons, que posteriormente decaem em elétrons. Vale mencionar que o tau, por sua vez, decai muito rapidamente, em cerca de 10^{-13} segundos, uma diferença significativa em relação ao tempo de vida do múon, que é da ordem de 10^{-6} segundos. Essa discrepância de sete ordens de grandeza indica a grande disparidade nos tempos de vida entre essas partículas.

6. O Momento Magnético e a Razão Giromagnética

O magnetismo associado às partículas elementares carregadas é descrito pela grandeza conhecida como Magneton de Bohr², representado por $(\mu_B)_p$, onde o índice p refere-se à partícula em questão. Esse valor é a unidade de momento magnético da partícula, também chamado de unidade de dipolo magnético, expresso por $q \hbar / 2m_p$, sendo q a carga da partícula, \hbar a constante de Planck reduzida ($\hbar/2\pi$) proveniente do spin da MQ, e m_p a massa da partícula.

² Em 1911, Stefan Procopiu descobriu a fórmula para o momento magnético do elétron, também conhecido na literatura científica romena como "magneton de Bohr-Procopiu".

Para o elétron, o Magneton de Bohr é aproximadamente igual a $(\mu_B)_e \approx -5.78 \times 10^{-5} \text{ eV/T}$, sendo essa unidade expressa em energia por campo magnético, *i.e.*, em elétron-volt (eV) por Tesla (T). A energia descrita em eV é comumente utilizada no contexto de Física de Partículas, onde temos que 1eV é a quantidade de energia cinética ganha por um único elétron quando acelerado no vácuo por uma diferença de potencial elétrico de um volt (V). O momento de dipolo magnético de uma partícula é determinado pelo fator $(\mu_B)_p = g_p (\mu_B)_e \mathbf{s}_p$, onde g_p é o fator giromagnético e \mathbf{s}_p denota o spin da partícula. Na MQ não-relativística, essa razão giromagnética é um fator empírico.

Quando Dirac incorporou a RE à MQ em sua proposta de equação, um dos resultados notáveis foi que sua equação naturalmente reproduz a razão giromagnética do elétron como sendo igual a 2. Essa razão giromagnética é um resultado intrínseco da Mecânica Quântica Relativística (MQR), onde apenas elementos como o spin e a massa estão em jogo. Há que se ressaltar que $g_p = 2$ é o valor natural para qualquer outra partícula de spin não-nulo [19].

A anomalia magnética³, expressa como $a_p = \frac{g_p - 2}{2}$, está intimamente ligada às flutuações dos campos quânticos. Essa relação é fundamental para entender a conexão entre $g_p - 2$ e novos graus de liberdade físicos. Ao invés de considerar as partículas como pontos materiais fixos, avançamos para uma visão onde essas partículas são representadas por campos que flutuam no espaço-tempo. A interação entre esses campos é essencial, pois possibilita que novas partículas introduzam efeitos quânticos que influenciam a anomalia magnética de outras partículas.

Mais precisamente, a anomalia magnética a_p de uma partícula p é afetada pelas flutuações quânticas dos campos que interagem com o campo correspondente à partícula p . Nesse contexto, o conceito de campo se torna fundamental. Assim, dentro da Teoria Quântica de Campos (TQC), o fator g_p sofre influência das flutuações quânticas.

7. Da Partícula Quântica ao Campo Quântico

A discrepância na razão giromagnética, um desvio do valor teórico de 2 encontrado experimentalmente, indica uma lacuna significativa entre a Relatividade Especial (RE) e a MQ, revelando aspectos não plenamente compreendidos por essas teorias. Para elucidar essa divergência, é crucial transcender a visão convencional de partícula. Na MQ, a partícula é considerada um ponto material, mas essa perspectiva precisa evoluir para a representação da partícula por meio de campos quânticos.

³ As primeiras observações experimentais da anomalia magnética do elétron foram realizadas em 1947 pelo grupo de Rabi [21] e por Breit [22].

Desde a introdução da noção de campo quântico por Dirac em 1927 [20], percebe-se a necessidade de migrar da MQR para uma outra teoria, a TQC, buscando precisão teórica congruente com as observações experimentais.

Assim, a compreensão da anomalia magnética exige uma mudança paradigmática, afastando-se do conceito clássico de partícula e adotando-se a descrição das partículas por seus campos quânticos. Essa transição da MQR para a TQC é fundamental para descrever a interação entre partículas, um domínio explorado pela EDQ. É a EDQ, não mais a MQR, que nos dará o valor a_p da anomalia magnética. Enquanto a MQR prevê a anomalia magnética como nula, a TQC antevê uma pequena, porém não insignificante, anomalia. Hoje, a anomalia magnética do elétron é calculada e medida com uma precisão extraordinária de uma parte em um trilhão por meio da TQC. A interação entre os campos quânticos das partículas é o cerne para compreender a anomalia magnética. Os campos quânticos, como os do elétron, interagem com outros campos, como o do fóton e de outras partículas, gerando essa anomalia. É a TQC que oferece correções precisas sobre a anomalia magnética do elétron e múon.

Ao transitar da MQ para a TQC, abandona-se a visão tradicional das partículas como pontos materiais fixos e adota-se a concepção de campos que permeiam o espaço-tempo. Enquanto a partícula possui um comprimento de onda de Compton ($\lambda_p = h/m_p c$) associado a ela, representando sua região de concentração, o campo quântico se estende além desse limite. Essa compreensão ressalta a eficácia da TQC na interpretação de dados experimentais complexos, mostrando-se bem-sucedida ao oferecer um arcabouço teórico que explica fenômenos magnéticos e a interação entre partículas de forma mais abrangente e precisa.

8. A Teoria Quântica de Campos e a Anomalia Magnética

Schwinger introduziu uma ideia fundamental que permeia a compreensão de interações quânticas, e que mais tarde ficou conhecida como representação gráfica de Feynman (ou diagramas de Feynman), um exemplo importante é o da Figura 1. Nesse esquema, o elétron é representado por uma linha sólida, enquanto o fóton está associado com uma linha ondulada (denotado por γ). Aqui, o fóton está acoplado ao elétron, simbolizando a interação eletromagnética entre eles. No livro do Peskin e do Schroeder [23], há uma derivação do momento magnético anômalo do elétron relacionado ao diagrama abaixo.

Nota-se também a presença de um fóton virtual, um elemento crucial nessa descrição (linha ondulada entre as duas sólidas). Durante a interação, o elétron é conectado por esse fóton virtual, que não se trata de uma partícula física. Partículas virtuais podem ser criadas no vácuo por um curto período de tempo, relacionado

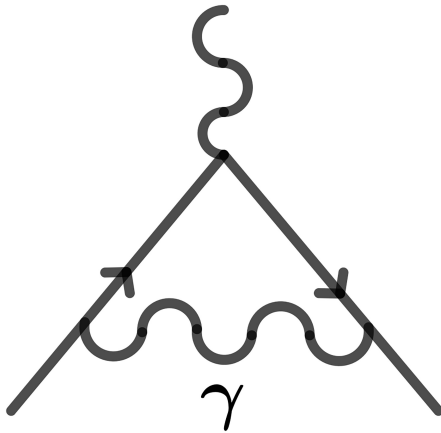


Figura 1: Diagrama de Feynman do momento magnético anômalo do elétron.

ao princípio da incerteza $\Delta E \Delta t \geq \hbar/2$. Elas não possuem necessariamente a mesma massa da partícula ordinária, mas sempre conservam energia e momentum. A flutuação do campo do fóton, i.e., o fóton virtual é responsável por um fenômeno quântico específico que resulta no pequeno desvio $a_e \approx 0,001$ em relação ao valor teórico previsto como $g_e = 2$ pela MQR. Neste sentido, a Figura 1 representa a correção de primeira ordem (1-loop) na EDQ. Retornaremos a discussão de correções superiores nas próximas seções.

Portanto, esta contribuição do fóton virtual, baseada na TQC, destaca que são as flutuações dos campos ou partículas virtuais que promovem essas correções nas interações fundamentais. Importante mencionar que um fóton virtual corresponde à flutuação quântica do campo de Maxwell, sendo a dinâmica desse campo responsável por tais correções.

8.1. O primeiro resultado teórico para a anomalia

Em 1948, por meio do cálculo perturbativo na EDQ, Schwinger obteve a primeira correção para a anomalia magnética do elétron, representada por $a_e = \alpha/2\pi \approx 0.00116$, ou seja, $g_e = 2 + \alpha/\pi$ [24], onde α representa a constante de estrutura fina, que possui o valor aproximado de $1/137$. No sistema internacional de unidades (SI), temos que $\alpha = e^2/4\pi\epsilon_0\hbar c$, com ϵ_0 sendo a permissividade elétrica do vácuo. Para realizar esse cálculo, ele utilizou as regras de Feynman, uma abordagem gráfica que permite visualizar e calcular as interações entre partículas, como já mencionamos. Voltemo-nos novamente ao diagrama anterior e notemos o seguinte: cada vértice corresponde a uma carga elétrica, o que implica em uma contribuição específica para o resultado final. Em condições sem correção, i.e., sem considerar essas flutuações quânticas, o vértice teria apenas uma contribuição de carga elétrica. No entanto, ao incluir essas flutuações, ocorre uma alteração que introduz um

fator de terceira potência na carga. Logo, a correção se apresenta na ordem de e^2 na anomalia.

Notavelmente, esse resultado teórico foi compatível com os dados experimentais disponíveis naquela época, que apontavam $g_e \neq 2$, mesmo considerando que a precisão experimental era limitada, chegando apenas até a terceira casa decimal [25, 26]. É crucial ressaltar que, com o avanço da tecnologia e das técnicas experimentais, os dados atuais de medição permitem uma precisão muito mais elevada, alcançando a décima terceira casa decimal, o que confirma e amplia a precisão das previsões teóricas obtidas pela EDQ, evidenciando a robustez e acurácia dessa teoria para explicar fenômenos complexos como a anomalia magnética do elétron.

8.2. A estrutura quântica da corrente eletromagnética

Na descrição das interações eletromagnéticas em níveis subatômicos, tanto na MQR quanto na TQC, é essencial expressar a corrente eletromagnética. Classicamente, a corrente eletromagnética é concebida como a densidade de cargas multiplicada pela velocidade. Contudo, na TQC, essa corrente é compreendida de forma mais refinada, refletindo uma estrutura complexa, descrita pelos fatores de forma, que são parâmetros fundamentais na análise de interações entre partículas subatômicas. Por exemplo, nos experimentos de espalhamento de elétrons por núcleos atômicos, os padrões de dispersão revelam a estrutura interna do núcleo, proporcionando detalhes sobre suas cargas e distribuição espacial. Os fatores de forma elétrico e magnético descrevem essa interação, traduzindo dados experimentais em informações sobre a distribuição de cargas no núcleo.

Esses fatores de forma são cruciais na compreensão da estrutura interna de prótons e nêutrons, caracterizando a distribuição de suas cargas elétricas e magnéticas e determinando suas propriedades eletromagnéticas. Outro ponto relevante é a decomposição de Gordon da corrente eletromagnética, uma técnica matemática usada para descrever essa corrente em sistemas nucleares. Esta decomposição divide a corrente total em diferentes componentes, como a corrente vetorial e a corrente axial-vetorial. A corrente vetorial está ligada à interação eletromagnética comum, enquanto a corrente axial-vetorial relaciona-se à interação fraca, uma das forças fundamentais.

No âmbito da TQC, a corrente eletromagnética é mais detalhada, composta pela corrente convencional, que descreve as correções a carga e pelos momentos de dipolo elétrico, magnético e toroidal. Essa abordagem detalhada oferece valiosas informações sobre a estrutura das partículas e as diferentes interações que influenciam as propriedades nucleares e experimentos de espalhamento e colisão de partículas.

Abaixo, apresentamos a decomposição de Gordon da corrente eletromagnética (interação de dois férmions

com um fóton), na formulação com espinores e quadri-vetores da RE [27, 28],

$$\begin{aligned} \langle p_f | j_{em}^\mu | p_i \rangle = & \bar{u}(p_f) \left\{ F_1(q^2) \gamma^\mu + \frac{i}{2m} \Sigma^{\mu\nu} q_\nu F_2(q^2) \right. \\ & + \frac{i}{4m} \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \Sigma_{\alpha\beta} q_\nu F_3(q^2) \\ & \left. + \frac{1}{2m} \left(q^\mu - \frac{q^2}{2m} \gamma^\mu \right) \gamma_5 F_4(q^2) \right\} u(p_i) \end{aligned} \quad (1)$$

onde $\Sigma^{\mu\nu} = i[\gamma^\mu, \gamma^\nu]/2$ e $q^\mu = p_f^\mu - p_i^\mu$ denota o momentum transferido.

Os fatores de forma, representados por F_1 , F_2 , F_3 e F_4 , acima, são fundamentais na análise detalhada da estrutura eletromagnética das partículas. Eles encapsulam elementos-chave da corrente eletromagnética, indo além da simples medição da carga da partícula. Dentro dessa corrente, observamos diferentes contribuições, contemplando correções para carga, dipolos magnéticos e elétricos, além do momento toroidal. A interpretação física fica mais evidente no limite de baixas energias, a saber quando $q^2 \rightarrow 0$, obtemos a anomalia magnética e o momento de dipolo elétrico, $a_p = F_2(0)$ e $d_p = -F_3(0)/2m$, respectivamente. A carga elétrica fica dada por $F_1(0)$, enquanto o momento toroidal (ou anapolo) desaparece, $F_4(0) \rightarrow 0$, sendo relevante apenas em altas energias.

Além disso, o elétron intriga os cientistas há décadas, especialmente em relação ao dipolo elétrico. Ainda não há consenso se a carga elétrica do elétron é uniformemente distribuída ou existe alguma assimetria em sua distribuição. Surgem questionamentos: Será que sua carga está desigualmente concentrada em diferentes polos? Existe uma possível assimetria de distribuição de carga em relação ao seu spin? Questões como essas levam a debates sobre a natureza da carga elétrica do elétron e se ela apresenta alguma forma desigual. Atualmente, há um consenso de que o momento de dipolo elétrico do elétron deve ser menor do que $10^{-29} e \cdot cm$ (carga elétrica vezes centímetro) [29]. No entanto, sua origem exata permanece incerta. Mesmo após um século de estudos intensivos, ainda não temos uma compreensão definitiva do dipolo elétrico do elétron, o que ilustra a complexidade e o desafio que envolve tanto a teoria quanto a experimentação nessa área. Neste contexto, o momento toroidal, conhecido como anapolo, parece não ser uma característica presente no elétron. Essa diversidade de incertezas e descobertas não só destaca a complexidade intrínseca do elétron, mas também realça a necessidade contínua de aprimoramento nas teoria e experimentação para desvendar as nuances de uma das partículas mais fundamentais da física subatômica. Para maiores detalhes sobre o momento de dipolo elétrico, destacamos os trabalhos de revisão [30, 31].

Por outro lado, o momento de dipolo magnético está mais bem estabelecido. Os diagramas contidos na

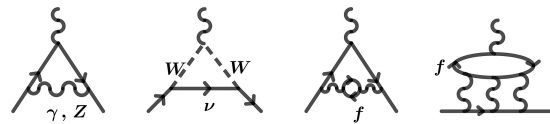


Figura 2: Alguns diagramas de Feynman para o momento magnético anômalo de léptons.

Figura 2, representam algumas contribuições fundamentais para a compreensão do momento de dipolo magnético do elétron e do múon. Eles estão associados não apenas à EDQ, mas também à Teoria Eletrofraca, a física de partículas que une as interações eletromagnéticas com as interações nucleares fracas. Nesses diagramas, há representações visuais das interações fundamentais entre partículas, como o fóton, os bósons intermediadores das interações nucleares fracas (W^\pm e Z^0) e os neutrinos, bem como contribuições de *loops* envolvendo férmions (f). Esses gráficos oferecem uma representação matemática das diversas maneiras pelas quais as partículas interagem entre si, incluindo *loops* de quarks, elementos essenciais na física das interações nucleares fortes (ou física hadrônica), que estuda partículas compostas como prótons e nêutrons.

As siglas seguem a ordem dos diagramas (da esquerda para a direita) na figura acima e estão normalmente presentes na literatura, respectivamente, como QED (*Quantum Electrodynamics*), EW (*Electroweak*), HVP (*Hadronic Vacuum Polarization*) e HLbL (*Hadronic Light-by-Light Scattering*), representando diferentes contribuições para a anomalia magnética do elétron. A QED⁴ é a teoria quântica que descreve a interação eletromagnética, enquanto a EW une as interações eletromagnéticas com as fracas. A HVP refere-se à polarização do vácuo hadrônico, e a HLbL é a dispersão hadrônica luz-por-luz.

Essas contribuições não são independentes, mas sim interligadas. Elas são calculadas através de diagramas de Feynman. O estudo desses gráficos e cálculos envolve uma análise minuciosa das interações fundamentais entre partículas subatômicas, fornecendo informações valiosas sobre as propriedades magnéticas e comportamento das partículas, contribuindo para a compreensão detalhada das teorias fundamentais da física de partículas, bem como das propostas além do MP (*Beyond Standard Model*, denotada pela sigla em inglês BSM).

8.3. A série de Dyson da anomalia na QED

Neste contexto, a série de Dyson, também conhecida como a série da anomalia na Eletrodinâmica Quântica, desempenha um papel crucial no cálculo da anomalia magnética. Dyson em seu trabalho de 1949 [32], propõe a seguinte série para descrever a anomalia magnética

⁴ Note que ao longo do texto utilizamos tanto QED quanto EDQ (Eletrodinâmica Quântica), exatamente a mesma teoria, apenas representada, ora pela sigla mais famosa, ora pela nomenclatura e sigla em português.

na QED:

$$a_p = C_1 \left(\frac{\alpha}{\pi}\right) + C_2 \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 + C_3 \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^3 + C_4 \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^4 + C_5 \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^5 + \dots \quad (2)$$

onde α representa a constante de estrutura fina, como anteriormente mencionamos, e os coeficientes C_1, C_2, C_3, \dots , são determinados por meio dos gráficos de Feynman. É importante destacarmos que existem três formulações distintas da Eletrodinâmica Quântica, propostas por Tomonaga, Schwinger e Feynman, todas convergindo para a mesma teoria [33].

À medida que avançamos na série, observamos um aumento na potência de α , ou seja, aparece a constante de estrutura fina elevada ao quadrado, à terceira potência e assim por diante. No entanto, é importante notar que, atualmente, temos conhecimento da série apenas até seu quinto termo. Este último termo representa o estado mais recente sobre os momentos magnéticos, tanto do elétron quanto do múon.

Schwinger, em seu trabalho clássico de 1948 [24], obteve $a_e = \alpha/2\pi$ de modo que $C_1 = 1/2$. Conforme as décadas avançam, os coeficientes subsequentes C_2, C_3, \dots , foram calculados progressivamente (falaremos mais disso adiante). Notavelmente, para obter os coeficientes C_4 e C_5 , foi necessário o uso de computadores, uma vez que esses cálculos tornaram-se intratáveis de forma analítica. Isso ressalta a complexidade envolvida na compreensão e cálculo desses coeficientes à medida que a teoria avança.

9. O Magnetismo Intrínseco e o Papel da Massa na Anomalia Magnética

O magnetismo intrínseco das partículas subatômicas, como elétrons (e), múons (μ), e taus (τ), desempenha um papel crucial na compreensão da física de partículas e na investigação de teorias além do MP (BSM). A escolha atual do múon em vez do elétron como objeto de estudo para a anomalia magnética é motivada pela massa significativamente maior do múon em comparação com o elétron, tornando-o 4×10^4 vezes mais sensível a efeitos de partículas massivas associadas a novas físicas. Embora o tau seja o mais massivo, o tempo de vida dele é bem menor que os demais, tornando a medida experimental mais difícil e ainda sem precisão significativa.

A razão $(m_\mu/m_e)^2$ destaca a importância da massa na anomalia magnética, sendo evidente na expressão para o fator giromagnético (g_μ). Esse fator recebe contribuições das flutuações quânticas dos campos que interagem com a partícula. Tanto em experimentos no domínio real da MQR quanto em cenários virtuais da TQC, as flutuações quânticas desempenham um papel crucial, tornando a razão giromagnética sensível a efeitos BSM.

A anomalia magnética do múon pode ser utilizada para restringir modelos de nova física, oferecendo

restrições valiosas sobre a Partícula Supersimétrica Mais Leve (LSP) como candidata a constituinte da matéria escura. Além disso, é possível investigarmos outras propostas de novas físicas, incluindo Grandes Teorias Unificadas (GUTs), Supersimetria (SUSY), e dimensões extras, destacando a importância dessas medições para a compreensão mais profunda do universo subatômico.

A importância da TQC é ressaltada ao discutirmos a razão giromagnética de uma partícula. Na MQR, o valor de $g_p = 2$ refere-se à parte real da partícula, enquanto as flutuações adicionais de $2,01[\dots]$, originam-se da TQC, medindo virtualidade no mundo real. Essa transição da partícula para o campo quântico destaca a relevância do campo, permitindo a obtenção teórica da anomalia magnética.

Portanto, essa anomalia é uma medida no mundo real de processos virtuais, revelando a importância das partículas virtuais associadas aos campos. A razão giromagnética representa o desvio do valor 2, retirando toda contribuição da partícula e transferindo para a anomalia magnética toda contribuição da virtualidade associada ao campo quântico daquela partícula. A busca por novidades além do MP continua e os resultados experimentais podem representar um atalho para essa jornada, destacando a necessidade contínua de aprimoramento na compreensão do magnetismo das partículas fundamentais.

10. Os Coeficientes C_i para a Anomalia Magnética do Elétron

Os coeficientes C_i ($i \in \mathbb{N}$) calculados para a anomalia magnética do elétron representam um marco de precisão e dedicação na pesquisa científica. Ao longo de 70 anos, avançamos desde C_1 até C_5 , e essa contribuição alcançou uma ordem notável de precisão, na casa dos bilionésimos (10^{-12}), o que equivale a 12 casas decimais. Esta medida representa um feito impressionante em termos de precisão experimental.

A série em potências em α/π para os coeficientes C_i apresenta valores significativos e correções notáveis. Inicialmente, em 1948, Schwinger estabeleceu C_1 , marcando o início dessa jornada. Nove anos depois, em 1957, Petermann [34] e Sommerfeld [35] obtiveram independentemente o valor para C_2 , elevando a precisão do resultado. A evolução continuou e, em 1995 e 1996, o grupo de Kinoshita [36], Laporta e Remiddi [37] calcularam C_3 , representando a terceira potência em α .

Em 2012, T. Aoyama *et al.* alcançaram C_4 e C_5 [38], envolvendo impressionantes 891 e 12.671 diagramas de Feynman, respectivamente. Importante mencionarmos que, em 2017, o grupo de Laporta contribuiu com cálculos a 4-loops [39]. O valor teórico mais recente da anomalia a_e , incluindo o coeficiente C_5 , foi apresentado por T. Aoyama, T. Kinoshita e M. Nio em 2018 [40]. Comparando os resultados teóricos com as medições experimentais, a melhor medida da anomalia

Tabela 1: Contribuições para a_e no Modelo Padrão.

Contribuição	Valor
a_e QED	$1159652180.31(72) \times 10^{-12}$
a_e EW	$0.03053(23) \times 10^{-12}$
a_e HVP	$1.849(10) \times 10^{-12}$
a_e LbL	$0.037(5) \times 10^{-12}$
a_e H	$1.693(12) \times 10^{-12}$
a_e MP	$1159652182.037(720) \times 10^{-12}$

magnética do elétron foi realizada entre 2008 e 2011 por um grupo de Harvard [41, 42], resultando em $a_e^{\text{exp}} = 1159652180.73(28) \times 10^{-12}$.

Analisando as contribuições específicas no MP, observamos que a anomalia magnética do elétron devido à QED domina sobre as demais contribuições ($a_e^{\text{QED}} = 1159652180.31(72) \times 10^{-12}$), com correções já na 3ª casa decimal. As outras contribuições, como as provenientes da interação eletrofraca (a_e^{EW}), polarização do vácuo hadrônico (a_e^{HVP}), espalhamento luz-por-luz hadrônico (a_e^{LbL}), e demais contribuições hadrônicas (a_e^{H}) são muito menores, como podemos ver na Tabela 1, obtendo correções entre 12ª e 14ª casas decimais.

De acordo com a ref. [43], ao compararmos teoria e experimento, notamos uma excelente concordância entre a anomalia magnética do elétron teórica ($a_e^{\text{MP}} = 0.00115965218203$) e experimental ($a_e^{\text{exp}} = 0.00115965218073$), com uma diferença (Δa_e) da ordem de 1.31×10^{-12} , ou seja, aproximadamente uma parte em um trilhão (1 ppt). Esses resultados destacam a extraordinária precisão alcançada na descrição teórica da anomalia magnética do elétron, reforçando a robustez das previsões do MP ($a_e^{\text{MP}} = 1159652182.037(720) \times 10^{-12}$) nesse contexto.

Há que se ressaltar que esses valores referem-se ao elétron livre. No caso de um elétron em estado ligado a átomos ou íons, teríamos outras contribuições para a razão giromagnética. Além disso, vale a pena destacarmos que existem investigações sobre a razão giromagnética do pósitron (anti-partícula do elétron), com desvios apenas na 12ª casa decimal em comparação com o elétron, $g_e/g_{e^+} = 1 + (0.5 \pm 2.1) \times 10^{-12}$. Para maiores detalhes, convidamos o leitor para consultar a ref. [44].

Agora, com as bases sólidas estabelecidas, voltamos nossa atenção ao múon, buscando entender o magnetismo intrínseco dessa partícula e suas implicações na busca por nova Física.

11. A Anomalia Magnética do Múon

O estudo do momento magnético anômalo ($g - 2$) do múon é um campo fascinante que abrange décadas de pesquisas e experimentos. Começando em 1957, o trabalho pioneiro de Garwin e seus colaboradores [45] levou à observação da falha na conservação de paridade e conjugação de carga em decaimentos de mésons, resultando na medição do momento magnético do múon.

Esta descoberta foi aprimorada por Lederman [46] e sua equipe, que realizaram uma medição mais precisa do momento magnético do múon até então, em 1958.

Na década de 1950, J. M. Cassels *et al.* [47] e R. L. Garwin *et al.* [48] continuaram a aprimorar as medidas do momento magnético do múon, levando a uma determinação mais precisa do a_μ . Mais tarde, em 1962, Charpak *et al.* [49] realizaram uma nova medição do momento magnético anômalo do múon, avançando ainda mais na compreensão dessa propriedade. A busca por precisão na medição do $g - 2$ do múon continuou nas décadas seguintes.

Em 1968, J. Bailey *et al.* [50], apresentaram uma medição precisa do momento magnético anômalo do múon, marcando um avanço significativo nesse campo. Em 1979, Bailey e seu grupo relataram os resultados finais do experimento do anel de estocagem de múons no CERN, que se tornou uma referência na área [51]. Muitos anos depois, em 2006, G. W. Bennett e seu grupo [52] também contribuíram significativamente com uma medição final da anomalia do múon no *Brookhaven National Laboratory* (BNL). Destaca-se também o artigo de revisão teórica e experimental de Miller *et al.* [53]. O momento magnético anômalo do múon não é apenas uma conquista experimental; os cálculos teóricos são igualmente essenciais. Kinoshita e seu grupo, realizaram em 2012 [54], cálculos precisos até a décima ordem na QED. Além disso, em 2018, Blum *et al.* calcularam a contribuição da polarização hadrônica no vácuo [55].

Em um trabalho de revisão de 2020 [56], Ayoma *et al.* apresentaram uma análise abrangente do momento magnético anômalo do múon no contexto do MP. Esse trabalho oferece uma visão atualizada e consolidada do estado da arte nessa área de pesquisa.

Na Tabela 2, resumimos as contribuições de cada interação (QED, EW e hádrons), bem como o resultado final do MP [57]. A QED tem correções até ordem α^5 , com a primeira contribuição já na 3ª casa decimal (correção de Schwinger é igual para todos os léptons). Novamente, como no caso do elétron, o setor hadrônico possui correções maiores que da teoria eletrofraca, aqui na ordem de 10^{-8} e 10^{-9} , respectivamente.

Logo, o estudo da anomalia do múon segue uma trajetória semelhante ao do elétron, com experimentos e cálculos teóricos complementares. Ambos compartilham a importância da precisão nas medições e cálculos de alta ordem para testar a consistência do MP e procurar sinais de física além desse modelo estabelecido. A evolução

Tabela 2: Contribuições para a_μ no Modelo Padrão.

Contribuição	Valor
a_μ QED	$116584718.931(104) \times 10^{-11}$
a_μ EW	$153.6(1.0) \times 10^{-11}$
a_μ HVP	$6845(40) \times 10^{-11}$
a_μ HLbL	$92(18) \times 10^{-11}$
a_μ MP	$116591810(43) \times 10^{-11}$

ao longo das décadas destaca não apenas o progresso contínuo na compreensão do $g-2$, mas também a busca por uma janela para novos fenômenos e partículas no universo subatômico.

11.1. Os resultados combinados de BNL (1997–2006) e FNAL (2017–2020)

Os resultados combinados provenientes do *Brookhaven National Laboratory* (BNL) e do *Fermilab* (FNAL) representam um marco significativo na busca por sinais de física além do MP. Publicado em abril de 2021, o resultado da medida do momento magnético anômalo do múon (a_μ) no FNAL, apresentado por B. Abi *et al.* [58], trouxe uma precisão notável de 0.46 partes por milhão (ou 0.46 ppm). Este resultado, $a_\mu(\text{FNAL}) = 116592040(54) \times 10^{-11}$, surpreendentemente supera a previsão do MP e está em excelente concordância com a medida E821 do BNL.

A média experimental combinada entre as medidas do BNL e FNAL, representada por $a_\mu(\text{exp})$, foi calculada como $116592061(41) \times 10^{-11}$ (0.35 ppm). Comparando esses resultados com o valor teórico do MP, $a_\mu(\text{MP}) = 116591810(43) \times 10^{-11}$, alcançamos uma significância de 4.2σ . Recordando que, em Física de Partículas, $\sigma = 5$ (ou 5σ) denota que a probabilidade da medida estar correta é de 99.99994%, ou seja, pode ser considerada exata ou uma descoberta. A progressão dessas medidas, publicada em 2023 [59] (ou mais detalhadamente em 2024 [60]) intensifica ainda mais a acuidade dessas descobertas. Uma análise meticulosa dos dados coletados em 2019 e 2020 resulta em uma medida refinada do momento magnético anômalo do múon positivo: $a_\mu(\text{FNAL}) = 116592055(24) \times 10^{-11}$ (0,20 ppm). A nova média experimental global, $a_\mu(\text{exp}) = 116592059(22) \times 10^{-11}$ (0,19 ppm), conferindo ainda mais precisão sobre as discrepâncias observadas em relação ao momento magnético preditivo.

A diferença entre a medida experimental e a previsão do MP, $a_\mu(\text{exp}) - a_\mu(\text{MP})$, com um desvio de $(251 \pm 59) \times 10^{-11}$, atinge um nível de 4.2σ . Essa significância indica a possibilidade de estarmos nos aproximando de uma nova era na física de partículas, além do Modelo Padrão. Esse resultado estimula fortemente a busca por novos cenários, especialmente aqueles que envolvem setores extras de léptons. Há esforços em andamento para esclarecer a situação teórica atual [57].

A busca por resultados experimentais que apontem desvios do Modelo Padrão é essencial para investigar nova física. A precisão na medida das constantes fundamentais, como a constante de estrutura fina (α), desempenha um papel crucial nesse processo. A medida mais recente de α com uma precisão de 81 partes por trilhão (81 ppt), publicada por L. Morel *et al.* [61] em 2020, destaca a importância de alcançar a máxima precisão nas constantes fundamentais.

Ao reunir os resultados sobre a constante de estrutura fina α e os momentos magnéticos anômalos do múon e

do elétron, discutidos no livro de Jegerlehner [28] e no artigo de Ayoama *et al.* [43], respectivamente, obtemos uma síntese de 70 anos de estudos nesses campos. Esses resultados fornecem uma visão abrangente da evolução na precisão das medidas experimentais e teóricas, destacando a importância dessas investigações na busca por novas fronteiras na física de partículas.

12. A Anomalia Magnética do Tau

Vamos agora discutir as anomalias do lépton tau (τ). Como a vida média do tau é muito pequena, na ordem de 10^{-13} s, isso acaba sendo um obstáculo para medidas experimentais precisas e diretas dos momentos de dipolo magnético e elétrico envolvendo precessão de spin ou espectroscopia. Essencialmente, as anomalias do tau tem sido fixadas por experimentos em colisores de partículas. Em 1975, o tau foi observado experimentalmente em colisões de elétron-pósitron no acelerador de *Stanford* (SLAC) pelo grupo liderado por Perl [62], que foi premiado pela descoberta com o Nobel de 1995. No entanto, apenas a partir de 1997, as primeiras medidas experimentais para a_τ foram obtidas no colisor de elétron-pósitron do LEP. Estas foram aprimoradas até 2004, onde na colaboração DELPHI obteve-se o resultado adotado atualmente de $-0.052 < a_\tau < 0.013$ (95% *CL*) [63], onde *CL* refere-se ao nível de confiança da medida.

Quase duas décadas depois, novos resultados para a anomalia do tau tem sido apresentados no colisor de hádrons do LHC, devido a realização experimental de colisões ultra-periféricas de chumbo-chumbo. A saber, as colaborações do ATLAS e CMS obtiveram $a_\tau \in [-0.057, 0.024]$ (95% *CL*) e $a_\tau = 0.001^{+0.055}_{-0.089}$ (68% *CL*), respectivamente [64, 65]. Além disso, em um trabalho recentemente publicado do CMS em colisões próton-próton, obteve-se $a_\tau = 0.0009^{+0.0032}_{-0.0031}$ (95% *CL*) [66]. Vale a pena ressaltar ainda que essas colaborações do LHC estão com a política de gravação, armazenamento e disponibilização dos dados coletados. Logo, espera-se que os dados atuais possam ser aprimorados no futuro, a medida que novos experimentos forem realizados e com a melhoria da análise estatística.

Com relação ao momento de dipolo elétrico do τ , o valor experimental fica $|d_\tau| \lesssim 10^{-17} e \cdot \text{cm}$, que é bem menos restritivo que do elétron ($|d_e| \lesssim 10^{-29} e \cdot \text{cm}$) [29]. A contribuição do MP aparece apenas em correções quânticas pequenas (3-loops), assim existem perspectivas que extensões do MP com violação da simetria *CP* (*C* de conjugação de carga e *P* de paridade) ou novos acoplamentos dos léptons com o fóton possam ser limitados ou restringidos com esses valores.

Neste momento, passemos a discussão da parte teórica. A correção de primeira ordem da QED, obtida por Schwinger em 1948, é independente da massa e vale para todos os léptons, $a_l = \alpha/2\pi \approx 0.00116$ ($l = e, \mu, \tau$). No entanto, para a maioria das correções superiores

Tabela 3: Contribuições para a_τ no Modelo Padrão.

Contribuição	Valor
a_τ QED	$117324 (2) \times 10^{-8}$
a_τ EW	$47.4 (5) \times 10^{-8}$
a_τ HLO	$337.5 (3.7) \times 10^{-8}$
a_τ HVP	$7.6 (2) \times 10^{-8}$
a_τ HLbL	$5 (3) \times 10^{-8}$
a_τ MP	$117721 (5) \times 10^{-8}$

e dominantes, seja no Modelo Padrão ou em algumas de suas extensões, temos que a variação da anomalia $\delta a_l \sim m_l^2$. Deste modo, acredita-se que o momento de dipolo magnético do tau seja mais sensível a uma nova física do que nos casos do elétron e múon, já que $m_\tau^2/m_e^2 \approx 1,1 \times 10^7$ e $m_\tau^2/m_\mu^2 \approx 282$. Embora, no momento atual, as medidas experimentais referente ao tau careçam de precisão para comparação com os valores teóricos.

Na Tabela 3, apresentamos os valores para a anomalia do tau, com as correspondentes contribuições da QED, forças nuclear fraca (EW) e forte [67]. Em 2007, Passera obtém as contribuições da QED até 3-loops [68]. As contribuições da EW até 2-loops foram obtidas em 1996 por Czarnecki, Krause e Marciano [69]. As correções da força nuclear forte foram iniciadas por Narison em 1978 [70] e são revistas por vários autores ao longo de três décadas, dividindo-se em contribuições de digramas da QED com hádrons (HLO), polarização do vácuo hadrônico (VP) e espalhamento luz-luz hadrônico (HLbL). Em 2007, os resultados são atualizados por Eidelman e Passera [67], culminando no valor teórico do Modelo Padrão adotado atualmente $a_\tau^{MP} = 0.00117721(5)$, ou seja, $a_\tau^{MP} = 117721(5) \times 10^{-8}$. Comparando com as Tabelas 1 e 2, constatamos que este valor é superior aos obtidos para o elétron e múon, que possuem correções aproximadas de 115965×10^{-8} e 116592×10^{-8} , respectivamente.

Nesta parte é preciso esclarecermos alguns pontos envolvendo o lépton tau. Além do tempo de vida dele ser muito curto, temos várias possibilidades de decaimentos. Por exemplo, sabemos que essencialmente quase 100% dos múons decaem em elétron, anti-neutrino do elétron e neutrino do tau ($\mu \rightarrow e + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$). Por outro lado, nos decaimentos do tau, observa-se que aproximadamente 64,79% decaem em estados hadrônicos envolvendo píons ($\pi^- \nu_\tau, \pi^- \pi^0 \nu_\tau, \dots$), outros 17,39% decaem em $\mu + \bar{\nu}_\mu + \nu_\tau$ e os demais 17,82% decaem em $e + \bar{\nu}_e + \nu_\tau$, tornando a análise bem mais complexa. Portanto, fica claro que o lépton tau deverá ser uma futura janela para investigarmos novas físicas além do Modelo Padrão, mas existem necessidades de avanços na parte experimental e precisões das medidas.

13. Considerações Finais

Ao longo deste trabalho, pudemos constatar os esforços de décadas de investigações teóricas e avanços

experimentais para compreensão das anomalias magnéticas e elétricas do elétron, múon e tau. Alguns pontos merecem destaque nesta parte final. Primeiro, no caso do elétron, temos a consolidação de algumas teorias, como a importante contribuição de Dirac ao incorporar a Relatividade Especial na Mecânica Quântica, resultando na equação relativística para o elétron, bem como a introdução dos conceitos de vácuo e campos quânticos. Com isso, Dirac consegue explicar o valor $g = 2$ para o momento de dipolo magnético do elétron e abrir caminhos para contribuições da Teoria Quântica de Campos. Posteriormente, com o estabelecimento da QED, mostra-se que as flutuações de campos quânticos geram novas contribuições, estas descritas em termos da anomalia magnética $a = (g - 2)/2$. Em 1948, Schwinger obteve a correção de primeira ordem $a_e = \alpha/2\pi$, dando início ao estudo de correções quânticas para a anomalia do elétron. Incorporando-se as contribuições do Modelo Padrão, obtém-se um valor incrível com precisão e acordo experimental na casa dos bilionésimos, i.e., com 12 casas decimais (valores na ordem de 10^{-12}). Não existe outra teoria na Física com tamanha precisão. No entanto, apesar da propriedade magnética do elétron estar bem consolidada, o momento de dipolo elétrico ainda necessita de algumas explicações, desde a sua origem até a compreensão do pequeno valor ($d_e \leq 10^{-29} e \cdot cm$). Além disso, no contexto da QED, somos naturalmente introduzidos a constante de estrutura fina $\alpha \approx 1/137$, uma grandeza adimensional cuja origem ou explicação não é conhecida. Em outras palavras, ainda não sabemos explicar a razão pela natureza ter escolhido este número $1/137$. Isso intrigou inúmeros cientistas e continua até os dias atuais. Por exemplo, Dirac fez algumas hipóteses de que esta e outras constantes fundamentais poderiam variar com o tempo, mas ele reconheceu que a constante de estrutura fina ainda permanece um mistério, em suas próprias palavras: *this 137 is still a complete mystery* [71].

Como já destacado, algumas correções de ordens superiores para a anomalia magnética depende da massa da partícula, i.e., com variação $\delta a_p \sim m_p^2$. Logo, como a massa do múon é maior que a do elétron ($m_\mu^2/m_e^2 \approx 4 \times 10^4$), temos que o múon é mais sensível a uma nova física além do MP. Isso fica claro ao compararmos as previsões teóricas do MP para as anomalias do elétron e múon, com aproximações obtemos 115965×10^{-8} e 116592×10^{-8} , respectivamente. Logo, a anomalia do múon também fica superior a do elétron. Além disso, o desvio com relação ao resultado experimental do múon, $\Delta a_\mu \equiv a_\mu(\text{exp}) - a_\mu(\text{MP}) = (251 \pm 59) \times 10^{-11}$, mostra que a anomalia do múon atualmente é a melhor janela para investigarmos e restringirmos extensões do MP. A precisão da medida atingiu uma significância de 4.2σ e ainda existem esforços para melhorar isso e alcançar o desejado 5σ . Caso os resultados experimentais revelem uma discrepância notável em relação às previsões teóricas, teremos pelo menos duas interpretações possíveis.

Tabela 4: Algumas limitações do Modelo Padrão.

Ponto Crítico	Descrição
1. Excesso de Parâmetros	A complexidade do MP é evidenciada pelo elevado número de parâmetros, com 19 relacionados as partículas, contradizendo a expectativa de uma teoria fundamental, que deveria ter um número mínimo de parâmetros, permitindo a máxima previsibilidade.
2. Massa do Higgs	O campo de Higgs é responsável pela geração de massa de algumas partículas do MP (via mecanismo de Higgs), mas a sua própria massa é um parâmetro sem explicação.
3. Violação de CP no setor de Interação Nuclear Forte	A violação de CP (conjugação e carga), evidenciada pelo baixo momento de dipolo elétrico do nêutron, destaca uma lacuna conceitual no Modelo Padrão, que não oferece uma explicação satisfatória para esse fenômeno.
4. Massa dos Neutrinos	O MP trata os neutrinos como partículas de massa nula, enquanto as observações experimentais indicam que os neutrinos são massivos.
5. Matéria e Energia Escuras	A origem da matéria e energia escuras, que constituem a maior parte do Universo, não são explicadas pelo MP. Sendo este um dos maiores enigmas da Cosmologia Contemporânea.
6. Interação Gravitacional	A gravidade não está incorporada no MP, evidenciando a falta de uma descrição completa da Gravitação no âmbito das Interações Fundamentais e Teoria Quântica de Campos.
7. Assimetria entre matéria e anti-matéria (Bariogênese)	A incapacidade do MP de explicar a razão pelo qual foi produzida mais matéria do que anti-matéria no Universo Primordial.

A primeira, levanta a hipótese de que podem existir erros, sejam nas previsões teóricas ou até mesmo nas medições e suas componentes, desafiando, assim, as bases do atual escopo ferramental. Os cálculos teóricos são desafiadores, pois envolvem muitos diagramas de Feynman e grande parte computacional. Por outro lado, as medidas experimentais precisam ser refeitas e confrontadas por diferentes colaborações. A segunda, a nosso ver, mais instigante, sugere a existência de uma nova física, seja através de novas interações entre os campos do MP ou até mesmo a existência de outras partículas e simetrias.

Recordando que $m_\tau^2/m_\mu^2 \approx 282$, o leitor poderia naturalmente questionar a razão da escolha do múon em vez dos demais léptons. Não seria o tau, em lugar do múon e elétron, o lépton ideal para investigarmos extensões do MP via anomalia magnética? De fato, a previsão teórica do MP é superior aos demais, dada por $a_\tau(\text{MP}) = 117721(5) \times 10^{-8}$. No entanto, existe um obstáculo não trivial a ser enfrentado: o curto tempo de vida média do tau, na ordem dos 10^{-13} s, tornando as medições extremamente desafiadoras, resultando ainda em um baixo nível de precisão. Contornar essa situação posicionaria o tau, juntamente com o múon, como uma janela promissora na busca por física além do MP. Neste momento, vale a pena também lembrarmos algumas publicações de recentes avanços experimentais para a anomalia do tau. Em 2023, as colaborações do LHC, através de colisões ultraperiféricas de chumbo-chumbo, em energia na faixa do 5 TeV (1 TeV = 10^{12} elétrons-volt), conseguiram aperfeiçoar as medidas experimentais [64, 65]. Lembrando que o LHC tem capacidade para atingir energias até 14 TeV. Em 2024, com colisões de próton-próton próximo de 13 TeV, foi possível melhorar uma ordem de grandeza [66], mas ainda um pouco distante do valor teórico. Certamente, esses experimentos

serão reavaliados e refinados. Além disso, devemos mencionar a perspectiva do Futuro Colisor Circular (FCC), provável sucessor do LHC daqui três ou quatro décadas, que promete alcançar energias de até 100 TeV. Com isso, espera-se que os resultados para as anomalias magnética e elétrica dos léptons sejam melhorados.

Por último, mas não menos importante, gostaríamos de ressaltar que as investigações sobre as anomalias magnéticas e elétricas não estão isoladas na busca por propostas além do Modelo Padrão. Outros pontos críticos, apresentados na Tabela 4 abaixo, evidenciam algumas limitações do mesmo, reforçando a necessidade de uma teoria mais abrangente e unificada. Para maiores detalhes, apontamos os trabalhos de revisão [72, 73].

Como podemos ver, a busca por uma extensão do Modelo Padrão é, portanto, mais do que uma simples ambição científica; trata-se de uma necessidade para uma compreensão mais rica e integrada das leis que regem o Universo e das Interações Fundamentais. Essa jornada além do arco-íris do MP promete abrir novas perspectivas e desencadear descobertas que moldarão o futuro da Física de Partículas Elementares.

Agradecimentos

LPRO agradece o apoio da FAPERJ pela bolsa de pós-doutorado recebida quando uma parte deste trabalho foi realizada. AMDS agradece à CAPES pelo apoio financeiro proporcionado através da Bolsa de Pós-Graduação em vigor.

Referências

[1] A. Compton, Jour. Franklin Inst. **192**, 145 (1921).
[2] S. Goudsmit e G.E. Uhlenbeck, Physica **5**, 226 (1925).

- [3] N. Ordine, *A utilidade do inútil: um manifesto* (Zahar, São Paulo, 2016).
- [4] G.E. Uhlenbeck e S. Goudsmit, *Nature* **117**, 264 (1926).
- [5] J. Furtado e J.A. Heläyél-Neto, *Rev. Bras. Ensino de Fís.* **43**, e20200338 (2021).
- [6] H.J.W. Müller-Kirsten e A. Wiedemann, *Supersymmetry* (World Scientific, Teaneck 1987).
- [7] L.H. Thomas, *Nature* **117**, 514 (1926).
- [8] E. Schrödinger, *Phys. Rev.* **28**, 1049 (1926).
- [9] W. Pauli, *Zeit. f. Phys.* **43**, 601 (1927).
- [10] P.A.M. Dirac, *Proc. Roy. Soc. London A* **117**, 610 (1928).
- [11] P.A.M. Dirac, *Proc. Roy. Soc. London A* **118**, 351 (1928).
- [12] J. Furtado e J.A. Heläyél-Neto, *Rev. Bras. Ensino de Fís.* **44**, e20220045 (2022).
- [13] P.A.M. Dirac, *Proc. Roy. Soc. London A* **133**, 60 (1931).
- [14] C.D. Anderson, *Science* **76**, 238 (1932).
- [15] C.D. Anderson, *Phys. Rev.* **43**, 491 (1933).
- [16] N.E. Mavromatos e V.A. Mitsou, *Int. J. Mod. Phys. A* **35**, 2030012 (2020).
- [17] P. Kunze, *Zeit. f. Phys.* **83**, 1 (1933).
- [18] S.H. Neddermeyer e C.D. Anderson, *Phys. Rev.* **51**, 884 (1937).
- [19] B.R. Holstein, *Am. J. Phys.* **74**, 1104 (2006).
- [20] P.A.M. Dirac, *Proc. Roy. Soc. London A* **114**, 243 (1927).
- [21] J.E. Nafe, E.B. Nelson e I.I. Rabi, *Phys. Rev.* **71**, 914 (1947).
- [22] G. Breit, *Phys. Rev.* **72**, 984 (1947).
- [23] M.E. Peskin e D.V. Schroeder, *An Introduction to Quantum Field Theory* (Addison-Wesley, 1995).
- [24] J. Schwinger, *Phys. Rev.* **73**, 416 (1948).
- [25] P. Kusch e H.M. Foley, *Phys. Rev.* **72**, 1256 (1947).
- [26] P. Kusch e H.M. Foley, *Phys. Rev.* **74**, 250 (1948).
- [27] M. Nowakowski, E.A. Paschos e J.M. Rodriguez, *Eur. J. Phys.* **26**, 545 (2005).
- [28] F. Jegerlehner, *The Anomalous Magnetic Moment of the Muon* (Springer, Berlin, 2017), 2nd ed.
- [29] P.A. Zyla, R.M. Barnett, J. Beringer, O. Dahl, D.A. Dwyer, D.E. Groom, C.J. Lin, K.S. Lugovsky, E. Pianori, D.J. Robinson et al., *Prog. Theor. Exp. Phys.* **2020**, 083C1 (2020).
- [30] M. Pospelov e A. Ritz, *Ann. Phys.* **318**, 119 (2005).
- [31] T. Chupp, P. Fierlinger, M.J. Ramsey-Musolf e J.T. Singh, *Rev. Mod. Phys.* **91**, 015001 (2019).
- [32] F.J. Dyson, *Phys. Rev.* **75**, 486 (1949).
- [33] S.S. Schweber, *QED and the Men Who Made It: Dyson, Feynman, Schwinger, and Tomonaga* (Princeton University Press, Princeton, 1994).
- [34] A. Petermann, *Helv. Phys. Acta* **30**, 407–408 (1957).
- [35] C.M. Sommerfield, *Phys. Rev.* **107**, 328 (1957).
- [36] T. Kinoshita, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 4728 (1995).
- [37] S. Laporta e E. Remiddi, *Phys. Lett. B* **379**, 283 (1996).
- [38] T. Aoyama, M. Hayakawa, T. Kinoshita e M. Nio, *Phys. Rev. Lett.* **109**, 111807 (2012).
- [39] S. Laporta, *Phys. Lett. B* **772**, 232 (2017).
- [40] T. Aoyama, T. Kinoshita e M. Nio, *Phys. Rev. D* **97**, 036001 (2018).
- [41] D. Hanneke, S. Fogwell e G. Gabrielse, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 120801 (2008).
- [42] D. Hanneke, S. Fogwell e G. Gabrielse, *Phys. Rev. A* **83**, 052122 (2011).
- [43] T. Aoyama, T. Kinoshita e M. Nio, *Atoms* **7**, 28 (2019).
- [44] M. Vogel, *Contemporary Phys.* **50**, 437 (2009).
- [45] R.L. Garwin, L.M. Lederman e M. Weinrich, *Phys. Rev.* **105**, 1415 (1957).
- [46] T. Coffin, R.L. Garwin, S. Penman, L.M. Lederman e A.M. Sachs, *Phys. Rev.* **109**, 973 (1958).
- [47] J.M. Cassels, W. O’Keeffe, M. Rigby, A.M. Wetherell e J.R. Wormald, *Proc. Roy. Soc. London A* **70**, (543) (1957).
- [48] R.L. Garwin, D.P. Hutchinson, S. Penman e G. Shapiro, *Phys. Rev.* **118**, 271 (1960).
- [49] G. Charpak, F.J.M. Farley, R.L. Garwin, T. Muller, J.C. Sens e A. Zichichi, *Phys. Lett.* **1**, 16 (1962).
- [50] J. Bailey W. Bartl, G. Von Bochmann, R.C.A. Brown, F.J.M. Farley, H. Jöstlein, E. Picasso e R.W. Williams, *Phys. Lett. B* **28**, 287 (1968).
- [51] J. Bailey, K. Borer, F. Combley, H. Drumm, C. Eck, F.J.M. Farley, J.H. Field, W. Flegel, P.M. Hattersley, F. Krienen et al., *Nucl. Phys. B* **150**, 1 (1979).
- [52] G.W. Bennett, B. Bousquet, H.N. Brown, G. Bunce, R.M. Carey, P. Cushman, G.T. Danby, P.T. Debevec, M. Deile, H. Deng et al., *Phys. Rev. D* **73**, 072003 (2006).
- [53] J.P. Miller, E. de Rafael e B.L. Roberts, *Rep. Prog. Phys.* **70**, 795 (2007).
- [54] T. Aoyama, M. Hayakawa, T. Kinoshita e M. Nio, *Phys. Rev. Lett.* **109**, 111808 (2012).
- [55] T. Blum, P.A. Boyle, V. Gülpers, T. Izubuchi, L. Jin, C. Jung, A. Jüttner, C. Lehner, A. Portelli e J.T. Tsang, *Phys. Rev. Lett.* **121**, 022003 (2018).
- [56] T. Aoyama, N. Asmussen, M. Benayoun, J. Bijnens, T. Blum, M. Bruno, I. Caprini, C.M. Carloni Calame, M. Cè, G. Colangelo et al. *Phys. Rep.* **887**, 1 (2020).
- [57] G. Colangelo, M. Davier, A.X. El-Khadra, M. Hoferichter, C. Lehner, L. Lellouch, T. Mibe, B.L. Roberts, T. Teubner, H. Wittig et al., *arXiv:2203.15810* (2022).
- [58] B. Abi, T. Albahri, S. Al-Kilani, D. Allspach, L.P. Alonzi, A. Anastasi, A. Anisenkov, F. Azfar, K. Badgley, S. Baeßler et al., *Phys. Rev. Lett.* **126**, 141801 (2021).
- [59] D.P. Aguillard, T. Albahri, D. Allspach, A. Anisenkov, K. Badgley, S. Baeßler, I. Bailey, L. Bailey, V.A. Baranov, E. Barlas-Yucel et al., *Phys. Rev. Lett.* **131**, 161802 (2023).
- [60] D.P. Aguillard, T. Albahri, D. Allspach, A. Anisenkov, K. Badgley, S. Baeßler, I. Bailey, L. Bailey, V.A. Baranov, E. Barlas-Yucel et al., *Phys. Rev. D* **110**, 032009 (2024).
- [61] L. Morel, Z. Yao, P. Cladé e S. Guellati-Khélifa, *Nature* **588**, 61 (2020).
- [62] M.L. Perl, G.S. Abrams, A.M. Boyarski, M. Breidenbach, D.D. Briggs, F. Bulos, W. Chinowsky, J.T. Dakin, G.J. Feldman, C.E. Friedberg et al., *Phys. Rev. Lett.* **35**, 1489 (1975).
- [63] J. Abdallah, P. Abreu, W. Adam, P. Adzic, T. Albrecht, T. Alderweireld, R. Alemany-Fernandez, T. Allmendinger, P.P. Allport, U. Amaldi et al., *Eur. Phys. J. C* **35**, 159 (2004).

- [64] G. Aad, B. Abbott, D.C. Abbott, K. Abeling, S.H. Abidi, A. Aboulhorma, H. Abramowicz, H. Abreu, Y. Abulaiti, A.C. Abusleme Hoffman, Phys. Rev. Lett. **131**, 151802 (2023).
- [65] A. Tumasyan, W. Adam, J.W. Andrejkovic, T. Bergauer, S. Chatterjee, K. Damanakis, M. Dragicevic, A. Escalante Del Valle, P.S. Hussain, M. Jeitler et al. Phys. Rev. Lett. **131**, 151803 (2023).
- [66] CMS Collaboration, Rep. Prog. Phys. **87** 107801 (2024).
- [67] S. Eidelman e M. Passera, Mod. Phys. Lett. A **22** 159 (2007).
- [68] M. Passera, Phys. Rev. D **75**, 013002 (2007).
- [69] A. Czarnecki, B. Krause e W.J. Marciano, Phys. Rev. Lett. **76**, 3267 (1996).
- [70] S. Narison, J. Phys. G **4**, 1849 (1978).
- [71] P.A.M. Dirac, *Directions in Physics* (John Wiley & Sons), 1978.
- [72] J.L. Rosner, Am. J. Phys. **71**, 302 (2003).
- [73] D.I. Kazakov, Phys. Usp. **62**, 364 (2019).