

基于线性光学元件的偏振-时间超纠缠 W 态浓缩*

郭鹏亮^{1)2)4)†} 席舜¹⁾³⁾ 高成艳¹⁾²⁾⁴⁾

1) (太原师范学院物理系, 晋中 030619)

2) (太原师范学院计算与应用物理研究所, 晋中 030619)

3) (太原师范学院计算机科学与技术学院, 晋中 030619)

4) (太原师范学院, 智能优化计算与区块链技术山西省重点实验室, 晋中 030619)

(2024 年 11 月 26 日收到; 2025 年 3 月 30 日收到修改稿)

近年来, 量子通信得到快速的发展, 利用超纠缠态进行量子通信越来越广泛, 量子通信过程中大多使用的是最大超纠缠态, 而最大超纠缠态容易受到噪声的影响, 变成非最大超纠缠态, 将直接影响通信的质量. 因此, 本文提出利用线性光学元件对偏振-时间超纠缠 W 态浓缩的方案, 方案不需要借助辅助光子, 只需要用光学元件对接收的光子进行局部操作, 通过参数分裂法实现三光子偏振-时间超纠缠 W 态的浓缩, 此外方案还可以推广到 N 光子的超纠缠 W 态的浓缩. 本研究将为多方量子通信的远距离实现提供理论参考.

关键词: 超纠缠, W 态, 纠缠浓缩, 线性光学元件**PACS:** 03.67.-a, 03.67.Hk, 42.50.-p**DOI:** 10.7498/aps.74.20241642**CSTR:** 32037.14.aps.74.20241642

1 引言

超纠缠态^[1]作为量子通信与量子计算^[2,3]中的一项重要资源, 被广泛应用于量子密钥分发^[4]、量子密集编码^[5]、量子安全直接通信^[6-13]和量子隐形传态^[14-16]. 它还可以构建超并行光量子计算^[17,18], 减少处理量子信息的运算时间, 资源利用率更高. 超纠缠态相对于纠缠态, 具有携带的信息量大、通信的安全性更高^[19]等优势, 在量子通信过程中发挥着重要的作用.

然而, 超纠缠态在传输的过程中会受到外界噪声的影响, 可能变成部分超纠缠态, 导致利用超纠缠态的量子通信的可靠性下降. 因此, 需要通过纠缠浓缩^[20-28]得到最大纠缠态. 1996 年, Bennett 等^[20]提出第一个利用施密特投影的方法完成纠缠浓缩的方案. 2001 年, Zhao 等^[21]和 Yamamoto 等^[22]

分别提出利用线性光学元件偏振分束器构成宇称检测门的纠缠浓缩方案. 2008 年, Sheng 等^[23]提出一种基于交叉克尔介质非线性效应的纠缠浓缩方案, 提高了纠缠浓缩成功的概率. 随着超纠缠态在实验中产生, 使得超纠缠态在量子通信中的应用越来越广泛, 超纠缠浓缩研究的方案^[29-35]也相继被提出. 2013 年, Ren 等^[29]提出利用参数分裂方法完成了具有已知参数的偏振和空间超纠缠态的浓缩协议. 2015 年, Ren 和 Long^[30]提出利用量子交换门辅助的两步高效超纠缠浓缩协议. 2015 年, Li 和 Ghose^[31]提出分别利用施密特投影和参数分裂两种方法完成了偏振和时间自由度的双光子超纠缠浓缩方案. 2016 年, Cao 等^[32]提出一种利用光子模块系统对偏振和空间自由度的超纠缠浓缩协议. 2019 年, Li 和 Shen^[33]提出利用线性光学元件对未知参数和已知参数的偏振和轨道角动量纠缠的非对称超纠缠浓缩方案. 2020 年, Liu 等^[34]提

* 国家自然科学基金 (批准号: 12305025)、山西省基础研究计划 (批准号: 20210302124538, 202303021222218) 和山西省高等学校科技创新项目 (批准号: 2021L422, 2021L424) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: guopengliang@tynu.edu.cn

出基于交叉克尔介质非线性效应对双光子 6 qubits 的偏振和纵向动量的超纠缠浓缩方案. 2023 年, Jiang 等 [35] 提出利用光子的时间自由度和线性光学元件来浓缩未知参数的偏振和时间的超纠缠贝尔态. 尽管已有多种纠缠浓缩方案相继被提出, 但这些方法往往需要非线性装置的辅助 (NV 色心 [30,32]、交叉克尔介质 [34]) 或需要辅助粒子 [31,33,35], 但这些方法面临实验复杂度高、资源消耗大或难以扩展至多光子系统的局限性, 难以实际应用. 此外现有研究大多集中于贝尔态或 GHZ 态, 而 W 态相比 GHZ 态而言, 会显示出不同的纠缠关联特性, 同时超纠缠态可以实现多自由度并行编码, 提升信息容量. 因此本文主要关注利用线性光学元件的 W 态超纠缠浓缩.

本文提出一种不需要借助辅助光子对已知参数的偏振和时间超纠缠 W 态浓缩方案. 方案利用在 Ren 等 [29] 中引入参数劈裂的方法, 结合探测器的响应情况进行后选择就可以实现从部分超纠缠态到最大纠缠态的高效转换. 由于所提出的浓缩设备仅由线性光学元件组成, 因此在实际情况中易于实现. 此外, 方案还可以推广到 N 光子超纠缠 W 态的浓缩. 此方案对于远距离量子信息传输和量子网络的构建具有重要的意义.

2 超纠缠 W 态的浓缩

假设接收方接收到受到噪声影响的偏振-时间超纠缠的 W 态为

$$|\phi\rangle_{ABC} = (a_1 |VHH\rangle + a_2 |HVV\rangle + a_3 |HHV\rangle)_{ABC} \otimes (b_1 |LSS\rangle + b_2 |SLS\rangle + b_3 |SSL\rangle)_{ABC}. \quad (1)$$

其中参数 a_1, a_2, a_3 和 b_1, b_2, b_3 分别满足 $|a_1|^2 +$

$|a_2|^2 + |a_3|^2 = 1$ 和 $|b_1|^2 + |b_2|^2 + |b_3|^2 = 1$, 为了便于理解, 先假设参数 $|a_3|$ 和 $|b_3|$ 为最小值, 更一般的情况见补充材料 (online). $|H\rangle$ 和 $|V\rangle$ 分别表示光子的水平偏振态和垂直偏振态, $|L\rangle$ 和 $|S\rangle$ 分别表示走长路径和短路径光子的状态, 它们之间的时间间隔为 Δt , 下标 A, B 和 C 分别表示相距很远的三个接收方 Alice, Bob 和 Charlie 所持有的光子.

为了获得最大超纠缠态, 持有参数为非最小值的接收方 Alice 和 Bob 分别将接收到超纠缠态的光子通过如图 1 所示的超纠缠浓缩装置, 其中图中 ①部分为超纠缠偏振自由度的浓缩装置, ②部分为超纠缠时间自由度的浓缩装置. 首先, 接收方将接收到的光子经过偏振分束器 PBS_1 (polarization beam splitter) 后被分成两条路径, 这里偏振分束器 PBS 的作用是透射水平偏振态和反射垂直偏振态. 其中反射的垂直偏振态经过波片 $R_{\theta_{j1}}$ 和 PBS_2 , 这里波片 $R_{\theta_{j1}}$ 的作用是旋转光子的偏振态, 使得 $|V\rangle \rightarrow \cos \theta_{j1} |V\rangle + \sin \theta_{j1} |H\rangle$, 这里下标 $j = A$ 或 B , 代表接收方是 Alice 和 Bob 时波片执行的操作, 其中 $\theta_{A1} = \arccos(a_3/a_1)$, $\theta_{B1} = \arccos(a_3/a_2)$. 此时系统的状态演化为

$$|\phi_1\rangle_{ABC} = (a_3 |VHH\rangle + a_3 |HVV\rangle + a_3 |HHV\rangle + \sqrt{|a_1|^2 - |a_3|^2} |HHH\rangle + \sqrt{|a_2|^2 - |a_3|^2} |HHH\rangle)_{ABC} \otimes (b_1 |LSS\rangle + b_2 |SLS\rangle + b_3 |SSL\rangle)_{ABC}. \quad (2)$$

经过 PBS_2 后, 水平偏振态由探测器 D_{j1} 探测, Alice 和 Bob 需要将他们各自探测器 D_{A1} 和 D_{B1} 是否检测到光子的结果通过经典信道告知对方, 并决定是否继续. 若他们中任意一个检测到光子或都检测到

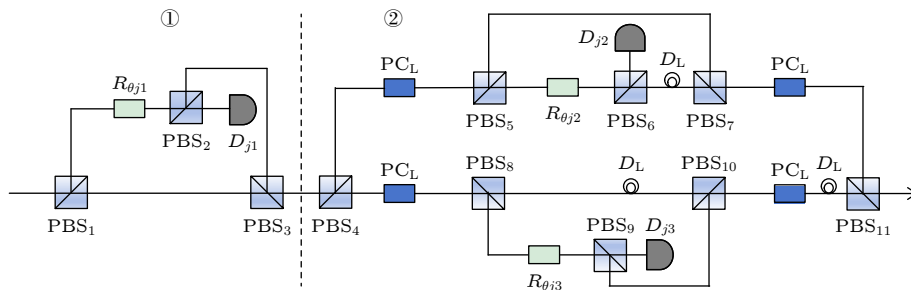


图 1 偏振-时间自由度的超纠缠 W 态的浓缩示意图 (PBS 为偏振分束器, PC_L 为普克尔斯盒, D_j 为单光子探测器, D_L 为延时装置, R_{θ_j} 为波片, 下标 $j = A$ 或 B)

Fig. 1. Schematic diagram of the concentration of hyperentangled W states in polarization and time-bin degrees of freedom (PBS is the polarization beam splitter, PC_L is the Pockels Cells, D_j is the single photon detector, D_L denotes the time-delay device, and R_{θ_j} is the wave plate, where $j = A$ or B).

光子, 则浓缩失败, 停止该过程. 反之, 则超纠缠态的偏振纠缠态浓缩成功, 接收方 Alice 和 Bob 将被 PBS₂ 反射的光子与 PBS₁ 透射的光子在 PBS₃ 汇合, 就完成了对超纠缠中偏振纠缠的浓缩. 此时系统的状态由 $|\phi_1\rangle_{ABC}$ 演化为 $|\phi_2\rangle_{ABC}$:

$$\begin{aligned} & |\phi_2\rangle_{ABC} \\ &= (a_3|VHH\rangle + a_3|HVV\rangle + a_3|HHV\rangle)_{ABC} \\ & \otimes (b_1|LSS\rangle + b_2|SLS\rangle + b_3|SSL\rangle)_{ABC}. \end{aligned} \quad (3)$$

之后, 光子经过一个等臂干涉仪, 干涉仪中的延时装置 D_L 可以使干涉仪两臂长度相同. 干涉仪由两个 PBS 构成, 干涉仪的其中一臂包含波片 R_{θ_j} , PBS 和探测装置 D_j . 其中一个干涉仪中的波片 $R_{\theta_{j2}}$ 作用是对光子的偏振态进行旋转操作, 使得 $|H\rangle \rightarrow \cos\theta_{j2}|H\rangle + \sin\theta_{j2}|V\rangle$, 这里下标 $j = A$ 或 B , 代表接收方分别是 Alice 和 Bob 时波片旋转的角度, 其中 $\theta_{A2} = \arccos(b_3/b_1)$, $\theta_{B2} = \arccos(b_3/b_2)$. 另一个干涉仪中的波片 $R_{\theta_{j3}}$ 作用也是对光子的偏振进行旋转操作, 使得 $|V\rangle \rightarrow \cos\theta_{j3}|V\rangle + \sin\theta_{j3}|H\rangle$,

由于接收方 Alice 和 Bob 所持有的超纠缠中时间自由度纠缠光子的参数不是最小值, 因此他们将超纠缠偏振纠缠浓缩完成的光子继续通过超纠缠态的时间纠缠部分浓缩装置②. 在 PBS₃ 汇合后的光子再经过 PBS₄, 经过 PBS₄ 后光子被分为两条路径, 分别通过主动控制元件普克尔斯盒 PC_L (Pockels cell), 这里 PC_L 的作用是对走长路径的光子进行偏振反转 ($|V_L\rangle \rightarrow |H_L\rangle$, $|H_L\rangle \rightarrow |V_L\rangle$). 系统的状态演化为

$$\begin{aligned} |\phi_3\rangle_{ABC} &= a_3(b_1|H_L H_S H_S\rangle_{ABC} + b_2|V_S V_L H_S\rangle_{ABC} + b_3|V_S H_S H_L\rangle_{ABC} + b_1|V_L V_S H_S\rangle_{ABC} + b_2|H_S H_L H_S\rangle_{ABC} \\ &+ b_3|H_S V_S H_L\rangle_{ABC} + b_1|V_L H_S V_S\rangle_{ABC} + b_2|H_S V_L V_S\rangle_{ABC} + b_3|H_S H_S V_L\rangle_{ABC}). \end{aligned} \quad (4)$$

这里下标 $j = A$ 或 B , 其中 $\theta_{A3} = \arccos(b_3/b_1)$, $\theta_{B3} = \arccos(b_3/b_2)$. 通过波片后, 光子分别经过 PBS₆ 和 PBS₉, 这里 PBS 功能与之前的偏振分束器相同, 其中通过 PBS₆ 被反射的垂直偏振态由探测装置 D_{j2} 探测, 通过 PBS₉ 中透射的水平偏振态由探测装置 D_{j3} 探测, 这里同样下标 $j = A$ 或 B , 分别代表 Alice 和 Bob 接收方的探测装置. 而通过 PBS₆ 和 PBS₉ 没有被探测的光子将分别与干涉仪另外一臂的光子在 PBS₇ 和 PBS₁₀ 上汇合. 通过干涉仪后, 系统的状态由 $|\phi_3\rangle_{ABC}$ 演化为 $|\phi_4\rangle_{ABC}$:

$$\begin{aligned} |\phi_4\rangle_{ABC} &= a_3(b_3|H_L H_S H_S\rangle_{ABC} + b_3|V_S V_L H_S\rangle_{ABC} + b_3|V_S H_S H_L\rangle_{ABC} + b_3|V_L V_S H_S\rangle_{ABC} \\ &+ b_3|H_S H_L H_S\rangle_{ABC} + b_3|H_S V_S H_L\rangle_{ABC} + b_3|V_L H_S V_S\rangle_{ABC} + b_3|H_S V_L V_S\rangle_{ABC} \\ &+ b_3|H_S H_S V_L\rangle_{ABC}) + \sqrt{|b_1|^2 - |b_3|^2}|V_L H_S H_S\rangle_{D_{A2}BC} + \sqrt{|b_1|^2 - |b_3|^2}|H_L V_S H_S\rangle_{D_{A3}BC} \\ &+ \sqrt{|b_1|^2 - |b_3|^2}|H_L H_S V_S\rangle_{D_{A3}BC} + \sqrt{|b_2|^2 - |b_3|^2}|V_S H_L H_S\rangle_{AD_{B3}C} \\ &+ \sqrt{|b_2|^2 - |b_3|^2}|H_S V_L H_S\rangle_{AD_{B2}C} + \sqrt{|b_2|^2 - |b_3|^2}|H_S H_L V_S\rangle_{AD_{B3}C}. \end{aligned} \quad (5)$$

最后, 经过 PBS₇ 和 PBS₁₀ 汇合的光子分别经过 PC_L, 最终在 PBS₁₁ 上汇合. 这里 PC_L 同样是对走长路径上的光子进行反转操作. 则光子系统的状态由 $|\phi_4\rangle_{ABC}$ 演化为 $|\phi_5\rangle_{ABC}$:

$$\begin{aligned} |\phi_5\rangle_{ABC} &= a_3 b_3(|VHH\rangle + |HVV\rangle + |HHV\rangle)_{ABC} \otimes (|LSS\rangle + |SLS\rangle + |SSL\rangle)_{ABC} \\ &+ \sqrt{|b_1|^2 - |b_3|^2}|V_L H_S H_S\rangle_{D_{A2}BC} + \sqrt{|b_1|^2 - |b_3|^2}|H_L V_S H_S\rangle_{D_{A3}BC} \\ &+ \sqrt{|b_1|^2 - |b_3|^2}|H_L H_S V_S\rangle_{D_{A3}BC} + \sqrt{|b_2|^2 - |b_3|^2}|V_S H_L H_S\rangle_{AD_{B3}C} \\ &+ \sqrt{|b_2|^2 - |b_3|^2}|H_S V_L H_S\rangle_{AD_{B2}C} + \sqrt{|b_2|^2 - |b_3|^2}|H_S H_L V_S\rangle_{AD_{B3}C}. \end{aligned} \quad (6)$$

(4) 式—(6) 式更详细的推导过程见补充材料 (online). 从 (6) 式可以看出, 若探测器 D_{A2} , D_{A3} , D_{B2} 和 D_{B3} 都没有响应, 接收方在最终输出端口可获得最大超纠缠态. 反之, 若任意一个探测器检测到光子存在, 则浓缩失败. 考虑到信道中若存在损耗时, 可能导致任意一个接收方在最终输出端口没有接收到光子, 需要接收方通过经典信道将各自的探测和接收情况相互告知. 若任意一个探测器发生响应或任意一个接收方没有接收到光子, 则需要重新通过图 1 的装置对光子进行浓缩, 直到所有最终接收端口都接收到光子才可以完成浓缩. 此时, 光子系统的状态由 $|\phi_5\rangle_{ABC}$ 演化为 $|\phi_6\rangle_{ABC}$:

$$|\phi_6\rangle_{ABC} = a_3 b_3 (|VHH\rangle + |HVV\rangle + |HHV\rangle)_{ABC} \otimes (|LSS\rangle + |SLS\rangle + |SSL\rangle)_{ABC}. \quad (7)$$

由 (7) 式可知, 超纠缠态浓缩方案的成功概率为 $P = 9|a_3 b_3|^2$. 由于 a_3 为最小值, $|a_1|^2 + |a_2|^2 + |a_3|^2 = 1$, 则 a_3 的最大值为 $1/\sqrt{3}$. 同理, b_3 最大值也为 $1/\sqrt{3}$. 因此, 系数 a_3 , b_3 的取值范围为 $(0, 1/\sqrt{3})$. 图 2 是浓缩的成功概率 P 随系数 a_3 , b_3 变化的示意图, 当 a_3 , b_3 分别从 0 逐渐增大时, 浓缩的成功概率也逐渐增大. 当 a_3 , b_3 增大到 $1/\sqrt{3}$ 时, 浓缩的成功概率 P 达到最大值 1.

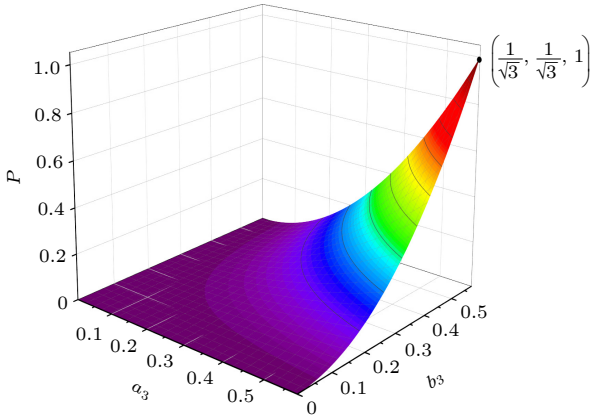


图 2 浓缩的成功概率 P 随系数 a_3 , b_3 变化的示意图
Fig. 2. Schematic diagram of success probability P of entanglement concentration versus the coefficient a_3 , b_3 .

3 N 光子超纠缠 W 态的浓缩

超纠缠浓缩方案还可以推广到 N 光子的超纠缠 W 态浓缩. 假设 N 光子的偏振和时间的超纠缠 W 态的初始状态为

$$|\phi\rangle_{ABC\dots Z} = (a_1 |VHH\dots HH\rangle + a_2 |HVV\dots HH\rangle + \dots + a_N |HHH\dots HV\rangle)_{ABC\dots YZ} \otimes (b_1 |LSS\dots SS\rangle + b_2 |SLS\dots SS\rangle + \dots + b_N |SSS\dots SL\rangle)_{ABC\dots YZ}. \quad (8)$$

式中, 下标 $A, B, C, \dots, Y$ 和 Z 分别表示相距很远的 N 个接收方 Alice, Bob, Charlie, $\dots$, Yoli 和 Zedx 所持有的光子, 系数 $a_1, a_2, \dots, a_N$ 和 $b_1, b_2, \dots, b_N$ 分别满足 $|a_1|^2 + |a_2|^2 + \dots + |a_N|^2 = 1$ 和 $|b_1|^2 + |b_2|^2 + \dots + |b_N|^2 = 1$, 这里为了简单, 假设 $|a_N|$ 和 $|b_N|$ 为最小值. 因此接收方 Zedx 不进行任何操作, 剩下的 $N-1$ 个接收方分别将持有的光子参照图 1 进行同样的操作. 当输入端分别为 $A, B, C, \dots$ 和 Y 光子时, 在偏振的浓缩过程中, $R_{\theta_{j1}}$ 的作用同样是旋转光子的偏振态, 使得 $|V\rangle \rightarrow \cos \theta_{j1} |V\rangle + \sin \theta_{j1} |H\rangle$, $\theta_{j1} = \arccos(a_N/a_i)$, 这里 j 代表分别取 $A, B, C, \dots, Y$ 时, 而相应地 i 分别取 $1, 2, 3, \dots, N-1$. 在接收方的光子分别经过 PBS_2 后, Alice, Bob, Charlie, $\dots$, Yoli 需要通过经典信道将各自的探测器 D_{j1} 是否探测到光子的结果传送给 Zedx, 然后 Zedx 将结果统计告知所有人. 如果任意一个探测器检测到光子, 那么浓缩失败, 停止该过程. 如果所有探测器都没有探测到光子, 系统的量子态就从 $|\phi\rangle_{ABC\dots Z}$ 演化为 $|\phi_1\rangle_{ABC\dots Z}$:

$$|\phi_1\rangle_{ABC\dots Z} = a_N (|VHH\dots HH\rangle + |HVV\dots HH\rangle + \dots + |HHH\dots HV\rangle)_{ABC\dots YZ} \otimes (b_1 |LSS\dots SS\rangle + b_2 |SLS\dots SS\rangle + \dots + b_N |SSS\dots SL\rangle)_{ABC\dots YZ}. \quad (9)$$

同样, 对于超纠缠时间自由度的浓缩部分, 对于系数为非最小值的每一个接收方进行的操作与三粒子超纠缠时间自由度浓缩过程相同. 其中, 波片 $R_{\theta_{j2}}$ ($R_{\theta_{j3}}$) 作用不变, 使得

$$|H\rangle \rightarrow \cos \theta_{j2} |H\rangle + \sin \theta_{j2} |V\rangle$$

$$(|V\rangle \rightarrow \cos \theta_{j3} |V\rangle + \sin \theta_{j3} |H\rangle),$$

$$\theta_{j2} = \arccos(b_N/b_i) \quad (\theta_{j3} = \arccos(b_N/b_i)).$$

这里 j 分别取 $A, B, C, \dots, Y$ 时, i 相应地取 $1, 2, 3, \dots, N-1$. 同样, 完成图 1 中的操作后, 接收方 Alice, Bob, Charlie, $\dots$, Yoli 需要通过经典信道将各自探测器 D_{j2} 和 D_{j3} 是否响应的结果传送给 Zedx, 然后 Zedx 将结果统计告知所有人. 若所有

探测器都没有响应, 则接收方在最终输出端口可获得最大超纠缠态. 反之, 若任意一个探测器检测到光子存在, 则浓缩失败. 考虑到信道中存在损耗时, 可能导致任意一个接收方在最终输出端口没有接收到光子, 需要接收方通过经典信道将各自的接收端接收情况相互告知. 若任意一个探测器检测到光子或接收方的最终输出端口没有接收到光子, 那么浓缩失败. 则需要重新通过图 1 的装置对光子进行浓缩, 直到所有探测器都没有检测到光子, 并且所有接收方的最终接收端口都接收到光子才可以完成浓缩. 此时, 量子态将演化为 $|\phi_2\rangle_{ABC\dots Z}$:

$$\begin{aligned} & |\phi_2\rangle_{ABC\dots Z} \\ &= a_N b_N (|VHH\dots HH\rangle + |HVV\dots HH\rangle \\ &+ \dots + |HHH\dots HV\rangle)_{ABC\dots YZ} \\ &\otimes (|LSS\dots SS\rangle + |SLS\dots SS\rangle \\ &+ \dots + |SSS\dots SL\rangle)_{ABC\dots YZ}. \end{aligned} \quad (10)$$

由 (10) 式可知, 对于 N 光子超纠缠浓缩, 方案的成功概率为 $P = N^2 |a_N b_N|^2$ ($N = 3, 4, 5, 6, 7, \dots$). 随着光子数 N 和参数 a_N, b_N 的增加, 成功率 P 也相应地增加. 由于 $|a_N|$ 为最小值, 并且 $|a_1|^2 + |a_2|^2 + \dots + |a_N|^2 = 1$, 所以 a_N 最大值为 $1/\sqrt{N}$. 同理, b_N 最大值为 $1/\sqrt{N}$.

4 结果与讨论

在上面成功概率的分析过程中, 假定整个过程中的元件是理想的, 效率可以达到 100%, 没有考虑光子在浓缩过程中损耗的情况, 所以计算的成功概率是基于理想情况下的. 在实际操作过程中, 光学元件的实际效率都是我们所不能忽视的. 由于在方案中使用了干涉仪和一些线性光学元件, 根据我们目前的了解, 在目前的技术下, 干涉仪的可见度和线性光学元件的效率可以达到 99.3%, 甚至接近 1^[36,37]. 此外, 普克尔盒的时间响应效率也能达到 98.8%^[38], 接近于 1. 在我们的方案中, 光子通过 4 组干涉仪和 4 个普克尔盒, 因此系统总效率可表示为 $\eta_{\text{total}} = (0.993)^4 \times (0.988)^4 \approx 92.5\%$. 计算表明, 单路纠缠光子通过图 1 浓缩装置的实际最大功率可达 90% 以上, 并且随着技术的发展, 效率还将进一步提高, 因此我们的方案原则上在实验中是可行的. 因此考虑到损耗的影响, 对于 N 粒子超纠缠浓缩方案的成功概率可以修正为 $P' = P \times \eta_{\text{total}}^{N-1}$.

图 3 为在理想条件和非理想条件下浓缩的成功概率 P 随系数 $b_N (a_N)$ 变化的示意图, 给定其中一个系数 (例如 $a_N (b_N)$) 时, 这里取 $a_N (b_N) = 1/\sqrt{N}$, 给出浓缩的成功率 P 随另外的一个系数 $b_N (a_N)$ 的变化曲线. 从图 3 中可以看出, 当 N 一定时, 成功率 P 随着系数 $b_N (a_N)$ 的增加而增加. 图 3 中红色实线, 绿色实线和蓝色实线分别表示在理想情况下, 纠缠光子数 N 分别为 3, 4, 5, $a_N (b_N)$ 的取值分别为 $\sqrt{1/3}, \sqrt{1/4}, \sqrt{1/5}$ 时, 成功率 P 随系数 $b_N (a_N)$ 变化曲线. 图 3 中的点 A, B, C 分别表示理想条件下 N 分别为 3, 4, 5 时, 当 $b_N (a_N)$ 分别取 $\sqrt{1/3}, \sqrt{1/4}, \sqrt{1/5}$ 时, 成功率 P 可以达到 1. 图 3 中红色点线, 绿色虚线和蓝色虚线分别表示在非理想情况下, 纠缠光子数 N 分别为 3, 4, 5, $a_N (b_N)$ 的取值分别为 $\sqrt{1/3}, \sqrt{1/4}, \sqrt{1/5}$ 时, 成功率 P 随系数 $b_N (a_N)$ 变化曲线. 考虑到实际光学元件的效率, 从图 3 中可以看到非理想条件下成功概率略低于理想情况下成功的概率, 图 3 中点 A', B', C' 分别是考虑光学元件的效率后, 当 N 分别为 3, 4, 5, 当 $b_N (a_N)$ 分别取 $\sqrt{1/3}, \sqrt{1/4}, \sqrt{1/5}$ 时, 所能达到的最大成功概率分别为 0.856, 0.791, 0.732. 因此随着光子数 N 的增大, 实际所能达到的最大成功概率是降低的. 图 3 中点 A 到 A', 点 B 到 B', 点 C 到 C' 之间的线段为 N 为 3, 4, 5 时实际的最大成功概率与理想最大成功概率的误差棒. 从图 3 可看出, 当 $b_N (a_N)$ 为一定值时, 随着光子数 N 的增加, 成功率 P 也随之会增加. 方案相比基于交叉克尔介质的方案^[34], 由于交叉克尔非线性效率低 (约 10^{-4}), 单次纠缠浓缩成功率较低 (约 30%), 需要多次迭代才能提高成功率, 探测

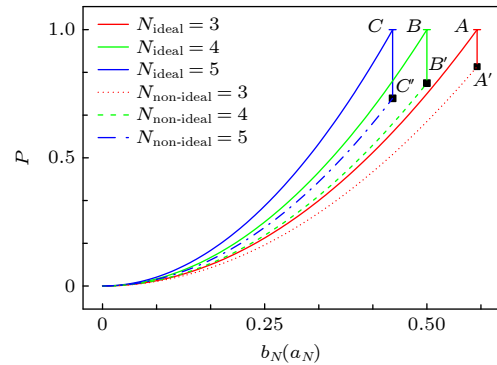


图 3 浓缩的成功概率 P 与系数 $b_N (a_N)$ 的关系示意图

Fig. 3. Schematic diagram of success probability P of entanglement concentration versus the coefficient $b_N (a_N)$.

方面还需高性能超导纳米线探测器, 对环境要求较高, 因此成本相对较高, 而我们方案由于只使用了线性光学元件, 不需要迭代, 最大成功率在理想条件下可接近于 1, 因此单次纠缠浓缩成功率高, 成本相对较低, 将为大规模量子网络中的超纠缠资源优化提供理论参考.

多粒子 W 纠缠态相比两粒子纠缠态由于通常会凸显出不同于两粒子纠缠的纠缠关联特性, 因此具有更强的抗集体噪声能力, 通常在布式量子计算和量子通信中具有优势, 可以同时连接多个节点. 例如在量子通信中, 利用多粒子纠缠态单次传输可为 $N-1$ 用户生成独立密钥, 而两粒子纠缠态需 $N-1$ 次独立传输. 因此相比两粒子纠缠态, 多粒子纠缠在抗噪性、并行性和多方量子通信上的优势是不可替代的. 在考虑损耗的情况下, 尽管多粒子纠缠态成功的概率会受到粒子数目的增多而有影响, 但随着技术的发展, 可以进一步降低信道的损耗, 从而提升 N 粒子纠缠浓缩的效率.

此外, 随着多粒子超纠缠浓缩粒子数的增加, 实际实现也面临多接收方协调、时序同步和其他技术等关键挑战. 例如, 接收方需通过经典信道交换测量结果以确定浓缩是否成功, 当接收方数量增加时, 通信延迟和协议复杂度指数级增长. 此外光子检测必须在所有接收器之间同步, 以确保纠缠态被正确测量. 检测时间的变化可能导致数据解释错误, 因此精确的时间对于量子通信至关重要, 以确保系统的所有组件和谐运行. 随着接收器数量的增加, 管理和协调它们变得更加复杂, 需要稳健的协议以确保所有方接收到正确的信息. 因此解决这些挑战需要持续的研究和技术发展, 以提高量子通信系统的鲁棒性、效率和可扩展性.

5 结 论

本文提出了已知参数的偏振-时间部分超纠缠 W 态的纠缠浓缩方案. 方案可以完成系数为任意取值的超纠缠 W 态浓缩, 而不是针对一些特定系数的部分超纠缠 W 态. 方案通过利用线性光学元件和探测器的响应情况, 可以对超纠缠 W 态中的偏振自由度和时间自由度纠缠分别进行浓缩, 并且方案可以直接推广到 N 光子 W 超纠缠态的情况. 在此方案中, 若任何一个单光子探测器检测到光子, 光子就被破坏, 则不需要进行后续的操作, 意

味着浓缩失败, 能够更直接地观察浓缩的成败. 方案超纠缠浓缩的成功概率由偏振和时间自由度超纠缠态的最小参数所决定, 当参数逐渐增大时, 浓缩的成功概率也逐渐增大, 并且随着超纠缠光子数 N 越大, 浓缩成功率 P 也越高.

参考文献

- [1] Barreiro J T, Langford N K, Peters N A, Kwiat P G 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 260501
- [2] Gisin N, Thew R 2007 *Nat. Photonics* **1** 165
- [3] Liu W Q, Wei H R, Kwek L C 2020 *Phys. Rev. Appl.* **14** 054057
- [4] Gisin N, Ribordy G, Tittel W, Zbinden H 2002 *Rev. Mod. Phys.* **74** 145
- [5] Liu X S, Long G L, Tong D M, Li F 2002 *Phys. Rev. A* **65** 022304
- [6] Long G L, Liu X S 2002 *Phys. Rev. A* **65** 032302
- [7] Zhang W, Ding D S, Sheng Y B, Zhou L, Shi B S, Guo G C 2017 *Phys. Rev. Lett.* **118** 220501
- [8] Zhu F, Zhang W, Sheng Y B, Huang Y D 2017 *Sci. Bull.* **62** 1519
- [9] Zhou L, Sheng Y B, Long G L 2020 *Sci. Bull.* **65** 12
- [10] Sheng Y B, Zhou L, Long G L 2022 *Sci. Bull.* **67** 367
- [11] Zhou L, Sheng Y B 2022 *Sci. China-Phys. Mech. Astron.* **65** 250311
- [12] Ying J W, Zhao P, Zhong W, Du M M, Li X Y, Shen S T, Zhang A L, Zhou L, Sheng Y B 2024 *Phys. Rev. Appl.* **22** 024040
- [13] Zeng H, Du M M, Zhong W, Zhou L, Sheng Y B 2024 *Fundam. Res.* **4** 851
- [14] Hu X M, Guo Y, Liu B H, Li C F, Guo G C 2023 *Nat. Rev. Phys.* **5** 339
- [15] Wang X L, Cai X D, Su Z E, Chen M C, Wu D, Li L, Liu N L, Lu C Y, Pan J W 2015 *Nature* **518** 516
- [16] Graham T M, Bernstein H J, Wei T C, Junge M, Kwiat P G 2015 *Nat. Commun.* **6** 7185
- [17] Ren B C, Wang G Y, Deng F G 2015 *Phys. Rev. A* **91** 032328
- [18] Ren B C, Wei H R, Deng F G 2013 *Laser. Phys. Lett.* **10** 095202
- [19] Ren B C, Deng F G 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 160303 (in Chinese) [任宝藏, 邓富国 2015 物理学报 **64** 160303]
- [20] Bennett C H, Bernstein H J, Popescu S, Schumacher B 1996 *Phys. Rev. A* **53** 2046
- [21] Zhao Z, Pan J W, Zhan M S 2001 *Phys. Rev. A* **64** 014301
- [22] Yamamoto T, Koashi M, Imoto N 2001 *Phys. Rev. A* **64** 012304
- [23] Sheng Y B, Deng F G, Zhou H Y 2008 *Phys. Rev. A* **77** 062325
- [24] Gu Y J, Xian L, Li W D, Ma L Z 2008 *Chin. Phys. Lett.* **25** 1191
- [25] Zhou L, Sheng Y B, Zhao S M 2013 *Chin. Phys. B* **22** 020307
- [26] Guo R, Zhou L, Gu S P, Wang X F, Sheng Y B 2016 *Chin. Phys. B* **25** 030302.
- [27] Zhao R T, Liang R S, Wang F Q 2017 *Acta Phys. Sin.* **66** 240301 (in Chinese) [赵瑞通, 梁瑞生, 王发强 2017 物理学报 **66** 240301]
- [28] Zhou L, Wang D D, Wang X F, Gu S P, Sheng Y B 2017 *Chin. Phys. B* **26** 020302
- [29] Ren B C, Du F F, Deng F G 2013 *Phys. Rev. A* **88** 012302
- [30] Ren B C, Long G L 2015 *Sci. Rep.* **5** 16444
- [31] Li X H, Ghose S 2015 *Phys. Rev. A* **91** 062302

- [32] Cao C, Wang T J, Mi S C, Zhang R, Wang C 2016 *Ann. Phys.* **369** 128
- [33] Li C Y, Shen Y 2019 *Opt. Express* **27** 13172
- [34] Liu Q, Song G Z, Qiu T H, Zhang X M, Ma H Y, Zhang M 2020 *Sci. Rep.* **10** 21444
- [35] Jiang G L, Liu W Q, Wei H R 2023 *Phys. Rev. Appl.* **19** 034044
- [36] Shi X, Lu Y, Peng N, Rottwitt K, Ou H J 2022 *J. Lightwave Technol.* **40** 7626
- [37] Passos M H M, Balthazar W F, Khoury A Z, Hor-Meyll M, Davidovich L, Huguenin J A O 2018 *Phys. Rev. A* **97** 022321
- [38] Kaneda F, Xu F, Chapman J, Kwiat P G 2017 *Optica* **4** 1034

Hyperentanglement W state concentration for polarization-time-bin photon systems with linear optics^{*}

GUO Pengliang^{1)2)4)†} XI Shun¹⁾³⁾ GAO Chengyan¹⁾²⁾⁴⁾

1) (Department of Physics, Taiyuan Normal University, Jinzhong 030619, China)

2) (Institute of Computational and Applied Physics, Taiyuan Normal University, Jinzhong 030619, China)

3) (College of Computer Science and Technology, Taiyuan Normal University, Jinzhong 030619, China)

4) (Shanxi Key Laboratory for Intelligent Optimization Computing and Blockchain Technology, Taiyuan Normal University, Jinzhong 030619, China)

(Received 26 November 2024; revised manuscript received 30 March 2025)

Abstract

In recent years, quantum communication technology has developed rapidly, and quantum communication schemes based on hyperentangled states have attracted widespread attention due to their efficiency and security. However, in practical communication, maximally hyperentangled states are highly susceptible to environmental noise, which causes them to degrade into non-maximally hyperentangled states. This degradation significantly reduces the fidelity of the quantum information and communication efficiency. In this article, we propose an efficient entanglement concentration scheme to restore degraded polarization-time hyperentangled W states, thereby enhancing the reliability and transmission distance of multiparty quantum communication. The protocol employs the parameter-splitting approach, where the receiver performs local operations on received non-maximally hyperentangled photons by using linear optical elements, achieving hyperentanglement concentration through detector responses and post-selection. This method eliminates the need for auxiliary photons, thereby reducing the use of quantum resources and maintaining operational simplicity. Moreover, the scheme can be extended to N -photon hyperentangled W states. The theoretical calculations demonstrate that the success probability of the protocol is determined by the minimal parameter of the hyperentangled state, exhibiting a monotonic increase as this parameter grows. Under ideal conditions, the maximum success probability approaches unity and the success probability improves with the number of entangled photons increasing. When considering the efficiency of practical optical components, the maximal success probabilities for hyperentangled W states with $N = 3, 4$, and 5 are found to be 0.856 , 0.791 , and 0.732 , respectively. Consequently, the proposed scheme efficiently concentrates the degraded polarization-time hyperentangled W state into the maximally hyperentangled state. This work is of significant importance for long-distance information transmission and provides theoretical references for implementing long-distance multi-party quantum communication.

Keywords: hyperentanglement, W state, entanglement concentration, linear optical elements

PACS: 03.67.-a, 03.67.Hk, 42.50.-p

DOI: 10.7498/aps.74.20241642

CSTR: 32037.14.aps.74.20241642

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 12305025), the Fundamental Research Program of Shanxi Province, China (Grant Nos. 20210302124538, 20230302122218), and the Scientific and Technological Innovation Programs of Higher Education Institutions in Shanxi Province (STIP), China (Grant Nos. 2021L422, 2021L424).

[†] Corresponding author. E-mail: guopengliang@tynu.edu.cn

基于线性光学元件的偏振-时间超纠缠W态浓缩

郭鹏亮 席舜 高成艳

Hyperentanglement W state concentration for polarization-time-bin photon systems with linear optics

GUO Pengliang XI Shun GAO Chengyan

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 74, 130302 (2025) DOI: 10.7498/aps.74.20241642

CSTR: 32037.14.aps.74.20241642

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.74.20241642>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于极化-空间模超纠缠的量子网络多跳纠缠交换方法研究

Multi-hop entanglement swapping in quantum networks based on polarization-space hyperentanglement

物理学报. 2022, 71(10): 100301 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20212173>

量子中继过程中纠缠态的选择

Selection of entanglement state in quantum repeater process

物理学报. 2021, 70(23): 230303 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20211211>

连续变量Einstein-Podolsky-Rosen纠缠态光场在光纤信道中分发时纠缠的鲁棒性

Entanglement robustness of continuous variable Einstein-Podolsky-Rosen-entangled state distributed over optical fiber channel

物理学报. 2022, 71(9): 094202 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20212380>

基于纠缠相干态的量子照明雷达

Quantum illumination radar with entangled coherent states

物理学报. 2021, 70(17): 170601 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210462>

基于超绝热技术快速制备里德伯超级原子W态

Rapid preparation of Rydberg superatom W state using superadiabatic techniques

物理学报. 2025, 74(10): 100305 <https://doi.org/10.7498/aps.74.20241694>

基于纠缠态表象的双模耦合谐振子量子特性分析

Analysis of quantum properties of two-mode coupled harmonic oscillator based on entangled state representation

物理学报. 2024, 73(23): 230302 <https://doi.org/10.7498/aps.73.20241303>