ФОКУСИРОВКА ЭЛЕКТРОННОГО КОЛЬЦА В КОЛЛЕКТИВНОМ ЛИНЕЙНОМ УСКОРИТЕЛЕ ИОНОВ СИСТЕМОЙ ТИПА «БЕЛИЧЬЕ КОЛЕСО»

Г. В. ДОЛБИЛОВ, И. Н. ИВАНОВ, Э. А. ПЕРЕЛЬШТЕЙН, В. П. САРАНЦЕВ, В. Ф. ШЕВЦОВ

Объединенный институт ядерных исследований

Докладчик И. Н. Иванов

В коллективном методе ускорения ионов эффективная сила, удерживающая ионы в электронном сгустке, пропорциональна его плотности [1]. Увеличение размеров сгустка связано в основном с неполной компенсацией его заряда, поэтому возникает проблема фокусировки сгустка при ускорении.

В модели коллективного ускорителя ОИЯИ сгусток представляет собой кольцо электронов с эллиптическим поперечным сечением. Радиальный размер эллипса хорошо удерживается постоянным магнитным полем, в котором движется кольцо. В работе [2] рассматривались некоторые методы фокусировки в направлении движения кольца—продольной фокусировки. Оказывается, что металлический экран обладает фокусирующими свойствами, но для практического применения этого эффекта необходимо ослабить действие экранированного магнитного поля.

В этой работе рассмотрена фокусировка кольца при ускорении с помощью металлического цилиндра, разрезанного вдоль образующих (беличье колесо).

Рассмотрим движение в такой системе тонкого кольца с радиусом a, образованного вращающимися со скоростью v электронами. Кольцо как целое движется коаксиально с цилиндром в положительном направлении. Нас будут в основном интересовать компоненты поля E_z и H_r, определяющие силу F_z. В собственной системе они имеют вид:

$$E_z = E_z^c - \frac{\rho_0}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} dk \cdot k \cdot e^{ikz} \sum_m e^{imN\varphi} \begin{cases} a_m^{I} K_{mN\varphi}(|k|r) I_{mN}(|k|b) & r>b \\ a_m^{II} K_{mN}(|k|b) I_{mN}(|k|r) & r<b \end{cases}$$

$$H_r = H_r^c + \frac{\rho_0 V}{\pi c}\int_{-\infty}^{\infty} dk \quad k \cdot e^{ikz} \sum_m e^{imN\varphi} \begin{cases} c_m^{I} K'_{mN}(|k|r) I'_{mN}(|k|b) & r>b \\ c_m^{II} K'_{mN}(|k|b) I'_{mN}(|k|r) & r<b \end{cases} \tag{1}$$

Здесь E_z и H_r^c собственные поля кольца в свободном пространстве, $I_n(x)$ $K_n(x)$ — модифицированные функции Бесселя, штрих означает производную по полному аргументу, b — радиус цилиндра, N — число разрезов, ρ_0 — плотность заряда в собственной системе координат, коэффициенты a_m^I, a_m^{II}, c_m^I и c_m^{II} неизвестны и определяются из граничных условий. Граничные условия на ленте в собственной системе кольца совпадают с условиями Леонтовича [3] для переменных полей в лабораторной системе. На щели требуется непрерывность всех компонент поля. Вычисление коэффициентов $a_m=a_m^I=a_m^{II}$, $c_m=c_m^I=c_m^{II}$ сводится к решению систем функциональных уравнений типа:

$$\sum_m e^{im\varphi}x_m^{э,M}=0 \quad \text{при} \quad \frac{\pi q^{э,M}}{l}<|\psi|<\pi$$

$$\sum_{m\neq 0} e^{im\psi}|m|(1-\varepsilon_m^{э,M})x_m^{э,M}=-x^{э,M}(1-x_0^{э,M}) \quad \text{при}$$

$$|\psi|<\frac{\pi q^{э,M}}{l} \tag{2}$$

$$\varepsilon_m^э=1-\frac{1}{2|mN|k_{mN}(|k|b)I_{mN}(|k|b)}, \qquad \varepsilon_m^M=1+\frac{(2kb)^2 I'_{mN}(|k|b)k'_{mN}(|k|b)}{|mN|}$$

$$x^э=\frac{l}{4\pi b k_0(|k|b)I_0(|k|b)}, \qquad x^M=-\frac{2(kb)^2 I_1(|k|b)k_1(|k|b)}{N}$$

$x_m^{э,M}$ связано с a_m, c_m соотношениями;

$$a_m=\frac{\rho_0}{2\pi}\frac{I_0(|k|a)k_0(|k|b)}{I_{mN}(|k|b)k_{mN}(|k|b)}x_m^э, \qquad c_m=(-1)^{m+1}\frac{\rho_0 v}{2\pi c}\frac{I_1(|k|a)}{I_1(|k|b)}x_m^M$$

$q_э=d$ — ширина щели, $q^M=c$ — ширина ленты, $l=d+c$. Вид уравнений совпадает с полученными в работе [4], отличаясь от них лишь определениями ε_m и x. Решение этих уравнений проводилось в соответствии с методикой [4] на ЭВМ. При стремлении величин a, $b\to\infty$ при сохранении $b-a$, результаты согласуются с работой [2].

С учетом экранированных полей частица совершает колебания, которые описываются уравнениями:

$$\ddot{\xi}+\omega_0^2\left(1-\frac{4r_{кл}N_e}{\gamma_0}\cdot\frac{1}{\gamma_0^2-1}\cdot\frac{a^2}{g(g+f)}-\frac{4r_{кл}N_e}{\gamma_0}\cdot\frac{\gamma_0^2}{\gamma_0^2-1}T_r\right)\xi=0$$

$$\ddot{\zeta}+\omega_0^2\left(-\frac{4r_{кл}N_e}{\gamma_0}\frac{1}{\gamma_0^2-1}\cdot\frac{a^2}{f(g+f)}+\frac{4r_{кл}N_e}{\gamma_0}\cdot\frac{\gamma_0^2}{\gamma_0^2-1}\cdot T_z\right)\zeta=0, \tag{3}$$

где g и f — размеры малого сечения кольца, $r_{кл}$ — классический радиус электрона, $\gamma_0=\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$, N_e — линейная плотность частиц, ξ, ζ — отклонение частицы в r и z — направлениях.

$$T_{r,z}=\sum_{m} T^{r,z}_{m} e^{imN\varphi},\quad T^{r,z}_{m}=T^{r,z}_{m,э}+T^{r,z}_{mм};$$

$$T^{r}_{0э}=p^{3}\int_{0}^{\infty}dt\quad t^{2}I_{0}(pt)\left\{I_{0}(pt)-\frac{1}{pt}I_{1}(pt)\right\}\frac{k_{0}(t)}{I_{0}(t)}(x^{э}_{0}-1),$$

$$T^{r}_{0M}=-p^{3}\;\frac{v^{2}}{c^{2}}\int_{0}^{\infty}dt\cdot t^{2}k_{1}(t)\,\frac{I^{2}_{1}(pt)}{I_{1}(t)}x^{м}_{0}, \tag{4}$$

$$T^{z}_{0э}=p^{3}\int_{0}^{\infty}dt\cdot t^{2}\frac{k_{0}(t)I^{2}_{0}(pt)}{I_{0}(t)}(x^{э}_{0}-1),$$

$$T^{z}_{0м}=-p^{3}\;\frac{v^{2}}{c^{2}}\int_{0}^{\infty}dt\cdot t^{2}\cdot\frac{k_{1}(t)I^{2}_{1}(pt)}{I_{1}(t)}x^{м}_{0}$$

$$p=\frac{a}{b}.$$

Для экспериментального осуществления этого метода фокусировки нужно выбрать наиболее оптимальное значение для p, N и $q=\frac{\pi d}{l}$. Выберем p=0,8. Ясно, что с увеличением расстояния между стенкой и кольцом, фокусирующая сила падает (Табл. 1). Приближение к стенке опасно, так как может возникнуть неустойчивость кольца как целого (2).

Табл. 1

p \ $N=30$, $q=\frac{\pi}{2}$	$T^{z}_{0э}$	$T^{z}_{0м}$	T^{z}_{0}
0,8	1,84	−0,16	1,68
0,6	0,28	−0,009	0,27

Удобно сделать равными длину щелей и лент $\left(q=\frac{\pi}{2}\right)$. При $q=0$ беличье колесо переходит в сплошной цилиндр и фокусирующая сила определяется только разницей между электрической и магнитной силами, связанной с кривизной системы [2,5]. Значение $q=\pi$ соответствует кольцу в свободном пространстве. Расчеты показывают, что фокусирующая сила мало зависит от q, когда q близко к $\frac{\pi}{2}$. Число разрезов определяется зависимостью от него амплитуд гармоник с $m\gg 1$ и фокусирующей силы. Оценки показывают, что:

$$\frac{T^{z}_{(m+1)э}}{T^{z}_{mэ}}\sim(p)^{N}. \tag{5}$$

Численные расчеты подтверждают эту оценку (5).

С увеличением числа разрезов растет фокусирующая сила и уменьшается дефокусирующая. (Табл. 2).

Табл. 2

N \ $p=0{,}8$, $q=\frac{\pi}{2}$	$T^z_{оэ}$	$T^z_{ом}$	$T^z_{о}$
5	1,25	−0,38	0,87
10	1,61	−0,36	1,25
30	1,84	−0,16	1,68

Таким образом, «беличье клесо» является анизотропным экраном, который задерживает аксиальное электрическое поле и пропускает нормальное магнитное. При $q=\frac{\pi}{2}$ и малом числе разрезов расстояние между полосами довольно большое, и часть аксиального электрического поля проходит между ними наружу. При увеличении N увеличивается число силовых линий электрического поля, которое заканчивается на зарядах лент, (заряды на ребрах), а это значит, что растет поле внутри трубы.

Дефокусирующая магнитная сила в F_z связана с компонентой H_r для которой на металлической полосе должно выполняться условие $H_r = 0$. Это значит, что H_r компонента магнитного поля свободно проходит в щели между лентами, значительно искривляясь около них. Поле, связанное с искривлением магнитной силовой линии около середины ленты, в основном остается внутри системы (если $N=0$, то все магнитное поле H_r отражено). При увеличении N и сохранении $q=\frac{\pi}{2}$ все более увеличивается роль ребер лент и связанное с ними провисание магнитного поля наружу.

Итак, в модели коллективного магнитного ускорителя ионов ОИЯИ параметры фокусирующей системы выбраны следующими:

$$p=0{,}8;\; q=\frac{\pi}{2},\qquad N=30.$$

Это дает значения $T^r_0=1{,}68$, $T^r_0 = 1{,}33$ и обеспечивает те же размеры кольца при ускорении, что и в адгезаторе в конце сжатия.

Точность проведенных расчетов определяется выбором верхнего предела интегрирования в формулах, которые позволяют оборвать систему уравнений (2) на некотором значении m_{max}. В нашем случае $m_{max} = 10$, верхний предел интегрирования $t=15$, точность расчетов выше 1%.

Авторы благодарны М. Нехаевой, И. Золиной, Л. Баландиковой и Н. Филипповой за численные расчеты.

ЛИТЕРАТУРА

1. **В. И. Векслер** и др., IV Международная конференция по ускорителям, США, Кембридж, 1967.
2. **А. Г. Бонч-Осмоловский** и др., Препринт ОИЯИ Р9-4135, 1968.
3. **Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц,** «Электродинамика сплошных сред», ГИТЛ, Москва, 1957.
4. **З. С. Агранович** и др., ЖТФ, 32, 4, 1968.
5. **Symposuum ERA**, Lawrence Radiation Laboratory of the Universtiy of California, Berkeley, 1968.