

ЯРОСЛАВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра теоретической физики

На правах рукописи

ПАРХОМЕНКО АЛЕКСАНДР ЯКОВЛЕВИЧ

УДК 539.125.17

**МНОГОЧАСТИЧНЫЕ РАСПАДЫ
ТЯЖЕЛЫХ КВАРКОНИЕВ И Z-БОЗОНА**

Специальность: 01.04.02 – теоретическая физика

ДИССЕРТАЦИЯ
на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук

Научный руководитель
кандидат физ.-мат. наук
доцент каф. теор. физики
СМИРНОВ А.Д.

Ярославль – 1997

Оглавление

Введение	4
Глава I. Четырехчастичные распады тяжелого ортокваркония	16
1. Введение	16
2. Амплитуда процесса $n^3S_1(\bar{Q}Q) \rightarrow \bar{q}qgg$	23
3. Дифференциальная вероятность распада	25
4. Кварковые и глюонные функции распределения	26
Глава II. Трехчастичные распады тяжелых паракваркониев	33
1. Введение	33
2. Амплитуды трехчастичных распадов	37
3. Вероятность трехглюонного распада	38
4. Вероятность кварк-глюонного распада	40
5. Энергетические и угловые функции распределений в кварк-глюонном распаде	46
6. Учет обрезания по углам разлета и энергиям частиц	52
Глава III. Дваждырадиационный распад $Z \rightarrow f\bar{f}\gamma\gamma$	56
1. Введение	56
2. Амплитуда распада $Z \rightarrow \bar{f}f\gamma\gamma$	64
3. Вероятность распада $Z \rightarrow \bar{f}f\gamma\gamma$	66
4. Анализ полученных результатов	69
Заключение	77

Приложение А	80
Приложение Б	81
Приложение В	85
Приложение Г	88
Литература	92

Введение

Создание стандартной модели элементарных частиц относится к концу 60-х – началу 70-х годов, когда произошли качественные изменения в понимании как сильных, так и слабых взаимодействий на основе принципа локальной калибровочной инвариантности. Это позволило единым образом рассмотреть слабые и электромагнитные взаимодействия и показать, что несмотря на существенное различие наблюдаемых характеристик этих взаимодействий, их можно, тем не менее, рассматривать как два разных проявления одного более фундаментального взаимодействия. В отличие от слабых сильные взаимодействия стоят несколько особняком, и пока не известно никаких экспериментальных указаний на единую природу сильных и электрослабых взаимодействий. В связи с этим установившаяся к настоящему времени стандартная модель взаимодействий элементарных частиц основана на калибровочной группе $SU_c(3) \times SU_L(2) \times U_R(1)$, где сильные взаимодействия описываются квантовой хромодинамикой, построенной на основе группы $SU_c(3)$, а электрослабые взаимодействия – единой электрослабой теорией Глешоу-Вайнберга-Салама на основе группы $SU_L(2) \times U_R(1)$.

На возможность объединения слабых и электромагнитных взаимодействий впервые указал Швингер [1] в 1957 году, отметивший их векторную природу. Глешоу предположил, что в искомой перенормируемой теории слабых взаимодействий должны одновременно рассматриваться и электромагнитные взаимодействия, предложив [2] модель с калибровочной

$SU(2) \times U(1)$ симметрией. Перенормируемость в его теории отсутствовала, так как массы промежуточных векторных бозонов вводились как дополнительные параметры. Аналогичная попытка была предпринята Саламом и Уордом [3]. Наконец, известный в настоящее время вариант единой теории электрослабых взаимодействий был предложен Вайнбергом [4] в 1967 году, а годом позднее независимо обсуждался Саламом [5]. Поэтому стандартную теорию электрослабых взаимодействий часто называют моделью Вайнберга-Салама (ВС) или моделью Глешоу-Вайнберга-Салама (ГВС). Различие между слабым и электромагнитным взаимодействиями в модели ГВС [4, 5] связывалось со спонтанным нарушением калибровочной симметрии, приводящем к “мягкому” включению массовых членов для промежуточных бозонов W^\pm и Z^0 за счет механизма Хиггса [6]. Но поскольку в 1967 году о перенормируемости подобных теорий было известно мало, возобновление необычайного внимания к модели ГВС отмечается после того, как т’Хофтом была доказана перенормируемость теорий со спонтанно нарушенной симметрией [7, 8].

Согласно теории ГВС слабое взаимодействие не является контактным, как это предполагал Ферми [9], а происходит путем обмена промежуточными векторными бозонами (W^+ , W^- , Z^0) – тяжелыми частицами со спином 1. При этом W^\pm -бозоны осуществляют взаимодействие заряженных токов, а Z^0 -бозон – нейтральных. В стандартной теории три промежуточных бозона и фотон являются квантами так называемых калибровочных векторных полей. Собственно модель ГВС описывала лишь сла-

бые взаимодействия лептонов, но плодотворность теоретических идей, лежащих в ее основе, позволила без особых затруднений включить в нее и слабые взаимодействия кварков.

Первое подтверждение модели ГВС было получено в 1973 году в связи с открытием слабых нейтральных токов в реакции упругого рассеяния мюонных нейтрино на протонах [10], а в 1976 году нейтральные слабые токи были обнаружены в чисто лептонных процессах $\nu_\mu e^- \rightarrow \nu_\mu e^-$, $\bar{\nu}_\mu e^- \rightarrow \bar{\nu}_\mu e^-$, $\bar{\nu}_e e^- \rightarrow \bar{\nu}_e e^-$ [11].

Вторым подтверждением единой теории электрослабых взаимодействий стало открытие в 1974 году первого тяжелого кварка (очарованный c -кварк) [12, 13], окончательно утвердившее в правах гражданства кварковую модель. Это открытие явилось весьма знаменательной вехой в истории физики частиц, стимулировав дальнейший существенный прогресс как теории, так и эксперимента. Важным шагом на этом пути было обнаружение в 1976 году третьего заряженного лептона τ и в 1977 году пятого типа кварков – b -кварка. Эти открытия привели к замене четырехкварковой модели Глешоу-Иллиопулоса-Майани (ГИМ) [14] шестикварковой Kobayashi-Maskawa (KM) [15], предложенной еще в 1973 году для естественного включения CP -нарушения в слабые взаимодействия кварков. Окончательное экспериментальное подтверждение шестикварковой картины стандартной модели произошло весной 1994 года после открытия шестого типа кварков – экстра тяжелого t -кварка на протон-антипротонном ускорителе в FERMILAB (Батавия, США) [16, 17, 18, 19].

С предсказаниями модели ГВС согласуется также открытое в Новосибирске несохранение четности в атомных переходах [20]. Теория получила подтверждение в экспериментах, проведенных в Станфорде (США) [21] по неупругому рассеянию электронов на дейтерии, в которых также наблюдалось несохранение четности вследствие взаимодействия нейтральных токов.

В 1979 году Глешоу, Вайнберг и Салам были удостоены Нобелевской премии по физике [22, 23, 24] за создание электрослабой теории, прекрасно описывающей всю совокупность экспериментальных данных по электрослабым процессам, задолго до открытия промежуточных W^{\pm} - и Z^0 -бозонов [25, 26, 27]. Пришедшее в 1983 году из CERN сообщение о непосредственном наблюдении переносчиков слабых взаимодействий группами UA1 [28, 29, 30] и UA2 [31, 32] на эксперименте явилось подлинным триумфом этой теории. Запуск в 1989 году новых электрон-позитронных ускорителей LEP в ЦЕРНе и SLC в Станфорде с энергиями до 92 ГэВ в системе центра масс e^+e^- пар удалось с невероятной точностью определить параметры Z -бозона в процессе его прямого рождения. Более того, впервые появилась реальная возможность прощупать влияние радиационных поправок на параметры этого бозона. Последовавшая в 1996-1997 годах модификация ускорителя LEP в ЦЕРНе (энергия сталкивающихся частиц доведена до 183 ГэВ в системе центра масс) позволит также с прецизионной точностью определить параметры заряженных W -бозонов. В частности, на данный момент экспериментальные значе-

ния масс промежуточных калибровочных W^\pm - и Z^0 -бозонов следующие: $m_W = 80.22 \pm 0.26$ ГэВ и $m_Z = 91.187 \pm 0.007$ ГэВ [33].

Стандартная модель в ее минимальном варианте с необходимостью (следствие спонтанного нарушения симметрии) требует существования тяжелого скалярного хиггсовского бозона H . К сожалению, в отличие от промежуточных бозонов, массы которых однозначно предсказывались стандартной моделью, значение массы хиггсовского бозона остается произвольным. Исходно, при задании скалярного сектора электро-слабой теории в лагранжиан вводится два параметра λ и v [34], причем масса хиггсовского бозона есть $m_H = \lambda v$. Значение параметра v четко фиксируется низкоэнергетической физикой $v = (G_F \sqrt{2})^{-1/2} \approx 246$ ГэВ. Указаний на величину безразмерного параметра λ при существующих энергиях пока не найдено. Из теории известно только, что очень маленькой λ быть не может: малое значение λ приведет к тому, что наш физический вакуум (при $|\phi| = v/\sqrt{2}$) будет нестабилен и рано или поздно спонтанно взорвется, перейдя в стабильный вакуум с $|\phi| = 0$. Исходя из этого теоретической нижней границей на массу стандартного хиггсовского бозона будет значение $m_H \geq 7.3$ ГэВ [34]. Заметим, что последние экспериментальные ограничения $m_H > 77.5$ ГэВ [35] значительно превосходят указанную выше величину.

Известные в настоящее время кварки и лептоны естественным образом группируются в три поколения:

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \\ u \\ d \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \\ c \\ s \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \\ t \\ b \end{pmatrix}$$

Глубокое понимание такой повторяющейся фермионной структуры на современном этапе пока отсутствует. Обычно эту проблему называют проблемой фермионных поколений. Принципиально новой физической особенностью, возникающей в модели с более чем одним поколением, является феномен смешивания в калибровочных взаимодействиях фермионов (см., например, [34, 36, 37]). Это связано с тем, что калибровочная инвариантность допускает, чтобы массовая матрица фермионов была недиагональной.

Электрослабая теория естественным образом включает в рассмотрение массивные кварки, но не объясняет ни спектр масс, ни подавляющее большинство распадов наблюдаемых адронов. Описание свойств адронов имеет место в теории сильных взаимодействий. Наше понимание природы сильных взаимодействий прошло путь от мезонной теории, предложенной Юкава [38] для описания взаимодействий внутри ядер, до квантовой хромодинамики (КХД), в основу которой положен калибровочный принцип, как и в электрослабой теории. Если в модели Юкавы переносчиками взаимодействий были скалярные (со спином, спином 0) массивные π -мезоны, то в КХД эту роль выполняют векторные (со спином, равным 1) безмассовые частицы – глюоны [39]. При этом оказалось, что π -мезоны нельзя отнести к бесструктурным бозонам, таким как фо-

тон и промежуточные бозоны, так как эти мезоны являются составными объектами, построенными из кварков.

Все наблюдаемые адроны, в отличие от лептонов, можно назвать элементарными частицами только с известными оговорками. Любой из многочисленных адронов действительно элементарен в том смысле, что его нельзя разбить на составные части. И вместе с тем твердо установлено, что адроны имеют внутреннюю структуру: они состоят из кварков. Кварки, подобно лептонам, на современном этапе развития науки, выглядят как бесструктурные, истинно элементарные частицы. Понятие кварков было введено в 1964 году Гелл-Манном [40] и Цвейгом [41, 42] при попытке классификации на основе ароматической $SU(3)$ -симметрии известных к тому времени адронов. Введение трех ароматов (сортов) кварков позволило адекватно описать спектр не только мезонов (сильновзаимодействующих частиц с целым спином), но и барионов (частиц с полуцелым спином). Кварки обладают парадоксальным свойством, не имеющим прецедента во всей истории физики, – конфайнментом [44, 43], то есть кварки в адронах находятся в пожизненном заключении. Согласно КХД никому и никогда не удастся выбить одиночный кварк из адрона, поскольку интенсивность сильных взаимодействий существенно возрастает по мере увеличения расстояния между образующими адрон кварками.

Однако наличия симметрии в секторе ароматов оказалось недостаточно для описания свойств адронов (в частности, барионов) на кварковом

уровне. Так в физике появилось понятие о новом свойстве, отличающем кварки от лептонов, – “цвете” [45]. Основная гипотеза современной физики элементарных частиц состоит в том, что все наблюдаемые адроны являются бесцветными состояниями [45]. В силу того, что кварки обладают дробными спином ($s = 1/2$) и зарядом ($Q_u = 2/3$ для верхних и $Q_d = -1/3$ для нижних кварков), можно показать, что из них можно построить любое адронное состояние. Введение цвета необходимо для того, чтобы избежать противоречия с принципом Паули при описании барионов [45, 46]. Волновая функция бариона строится из волновых функций трех кварков, поэтому с необходимостью надо ввести три цвета – “красный”, “синий” и “желтый”, которые присущи кваркам каждого сорта.

Математически цветовому вырождению кварков соответствует наличие цветовой $SU_c(3)$ -симметрии. Цветовой триплет кварков q^α ($\alpha = 1, 2, 3$) преобразуется по фундаментальному представлению группы $SU_c(3)$, триплет антикварков \bar{q}_α – по сопряженному представлению. Мезоны (M) и барионы (B) являются $SU_c(3)$ -синглетами:

$$M = \frac{1}{\sqrt{3}} \bar{q}_\alpha q^\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}} (\bar{q}_1 q^1 + \bar{q}_2 q^2 + \bar{q}_3 q^3),$$

$$B = \frac{1}{\sqrt{6}} \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} q^\alpha q^\beta q^\gamma,$$

где $\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}$ – полностью антисимметричный тензор. Именно из-за антисимметризации по цвету три кварка в барионе не нарушают принципа Паули и ведут себя в этом отношении как обычные фермионы.

В сильном взаимодействии цветовые заряды кварков играют ту же

роль, что и электрические заряды частиц в электромагнитном взаимодействии. Роль фотонов при этом играют электрически нейтральные векторные частицы, которые получили название глюонов [39]. Обмениваясь глюонами, кварки “склеиваются” друг с другом и образуют адроны.

Основное отличие глюонов от фотонов заключается в том, что фотон – один, и он электрически нейтрален, а глюонов – восемь, и они несут цветовые заряды. Благодаря своим цветовым зарядам глюоны сильно взаимодействуют друг с другом, испускают друг друга. Это как бы “свещающийся свет”. В результате такого нелинейного взаимодействия распространение глюонов в вакууме совершенно не похоже на распространение фотонов, а цветовые силы, приводящие к заперению кварков, кардинально отличны от электромагнитных.

Среди всего спектра мезонов M особое место занимают кварконии – системы, состоящие из тяжелых кварка и антикварка. Первое наблюдение кваркония относится к 1974 году, когда независимо группы Рихтера [12] и Тинга [13] обнаружили J/ψ -частицу с массой $m_{J/\psi} = 3096.88 \pm 0.04$ МэВ [33]. Это была первая частица из семейства чармониев – кваркониев, построенных из пары чармованных кварка и антикварка. По своим свойствам J/ψ относится к разряду ортокваркониев (суммарный спин $s = 1$) в S -состоянии (орбитальный момент $L = 0$) с наименьшим радиальным числом ($n = 1$). Позже были обнаружены другие состояния чармония [33], отличающиеся от J/ψ набором квантовых чисел n , L и s (η_c , ψ' , χ_c и т. д.). Три года спустя группой Ледермана [47] в ад-

ронных столкновениях, а год спустя – в e^+e^- -аннигиляции [48, 49] был открыт Υ -мезон с массой $m_\Upsilon = 9460.37 \pm 0.21$ МэВ [33]. Эти частицы были отождествлены с кварконием, состоящим из кварка и антикварка пятого аромата – b - и \bar{b} -кварков [50, 51]. Помимо Υ -частицы было открыто еще семь уровней боттомония – системы $b\bar{b}$ [33]. Длительное время большие надежды возлагались на топоний – кварконий, образованный из кварка шестого аромата – t -кварка, наличие которого требуется симметрией кварк-лептонного сектора электрослабой теории (см., например, [34]). Обладая большей по сравнению с b -кварком массой, образованный t -кварком топоний был бы действительно идеальным полигоном для проверки предсказаний КХД [52]. Но реальность превзошла все ожидания: обнаруженный весной 1994 года супертяжелый t -кварк с массой $m_t = 175.6 \pm 5.5$ ГэВ [53] оказался не в состоянии образовать связанное состояние со своей античастицей, поскольку время его слабого распада по каналу $t \rightarrow Wb$ существенно меньше характерного времени жизни соответствующего ему кваркония. В связи с этим, семейства чармония и боттомония так и остаются пока наилучшими кварковыми системами для получения конкретной информации о сильных взаимодействиях. Однако если предположить наличие четвертого поколения элементарных частиц (что, вообще говоря, не запрещается стандартной моделью) или некоторой дополнительной симметрии (например, суперсимметрии [54]), то возможно существование более очень тяжелых кваркониев, при этом слабые распады образующих их кварков могут быть сильно подавлены

малостью элементов матрицы смешивания [55].

Уровни кваркония можно поделить на уровни, лежащие выше и ниже порога рождения мезонов с открытым ароматом (с открытыми “чармом” в случае чармония или “прелестью” в случае боттомония). Различие между этими уровнями заключается в том, что первые распадаются, в частности, на пару D и \bar{D} мезонов в случае чармония или B и \bar{B} мезонов в случае боттомония и имеют довольно большие ширины распада, а для вторых этот распад невозможен и их ширины примерно в тысячу раз меньше и обусловлены в основном аннигиляцией пары $c\bar{c}$ или $b\bar{b}$ в глюоны.

Исследование системы тяжелых кварка (Q) и антикварка (\bar{Q}) представляет значительный интерес в связи с нерелятивистским характером движения кварков в кварконии. Например, средняя скорость v кварков в боттомонии такова, что параметр v^2/c^2 , описывающий релятивистские эффекты, оказывается порядка 0.06, поэтому осложнения, вызванные релятивизмом при рассмотрении динамики кварков, в боттомонии в значительной мере ослаблены, и эта система является уникальной “лабораторией”, позволяющей изучать сильное взаимодействие между кварком и антикварком практически в чистом виде. Следует отметить, что в чармонии этот параметр $v^2/c^2 \approx 0.20 \div 0.25$, т.е. релятивистские эффекты в этой системе более существенны. В адронах, содержащих легкие кварки, $v^2/c^2 \sim 1$, что означает, что нерелятивистское описание подобных систем физически неоправдано. Аннигиляция Q - и \bar{Q} -кварков в узких ре-

зонансах происходит на расстояниях порядка комптоновской длины волны кварка $1/m_Q$, что составляет $1/m_b \approx 0.4 \cdot 10^{-14}$ см для боттомония и $1/m_c \approx 1.2 \cdot 10^{-13}$ см для чармония. Эти расстояния лежат в области асимптотической свободы КХД, и поэтому для ряда величин, характеризующих аннигиляцию, например для относительной вероятности распада кваркония на жесткий γ -квант и адроны, можно получить очень определенные предсказания в терминах α_s константы связи КХД. Измерение этих величин на опыте является, тем самым, одним из наилучших способов экспериментального определения значения α_s . Наконец, продуктами аннигиляции кваркониев являются всевозможные адронные состояния. Поэтому изучение продуктов распада уровней кваркония представляет значительный интерес для других задач адронной физики – для поиска новых резонансов, в том числе глюоболов, различных экзотических состояний и, в целом, для изучения динамики адронов.

Настоящая диссертация посвящена анализу многочастичных распадов тяжелых кваркониев и Z^0 -бозона в рамках стандартной модели. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, четырех приложений и списка литературы.

В первой главе рассматривается четырехчастичный распад тяжелого ортокваркония $n^3S_1(Q\bar{Q}) \rightarrow q\bar{q}gg$ в кварк-антикварковую пару и два глюона в рамках квантовой хромодинамики [64, 65, 66]. При учете масс конечных кварков получены и проанализированы кварковые и глюонные функции распределения.

Вторая глава посвящена трехчастичным распадам тяжелого паракваркония в три глюона $n^1S_0(Q\bar{Q}) \rightarrow 3g$ и в кварк-антикварковую пару и глюон $n^1S_0(Q\bar{Q}) \rightarrow q\bar{q}g$ в рамках квантовой хромодинамики [67, ?, 68]. Вычислены дифференциальные вероятности распадов, а также точные выражения для полных ширин распадов с учетом обрезания по углам разлета и энергиям конечных частиц (для кварк-глюонного распада – в пределе безмассовых конечных кварков). Получено полная вероятность кварк-глюонного распада при учете масс родившихся кварков. Проводится сравнение с экспериментальными данными по распаду S -волнового парачармония – η_c -мезона.

В третьей главе изучается четырехчастичный распад Z^0 -бозона в пару фермион-антифермион и два фотона $Z^0 \rightarrow f\bar{f}\gamma\gamma$ в рамках электрослабой теории [69, 70]. Получена функция распределения по инвариантным массам фермионной и фотонной пар. Проводится сравнение теоретически рассчитанного распределения с экспериментальным распределением событий подобного типа от распада Z -бозона на LEP.

Глава I

Четырехчастичные распады тяжелого ортокваркония

1 Введение

Тяжелым кварконием называется связанная система из совпадающих по аромату кварка и антикварка. В настоящее время известны два семейства подобных систем – чармонии и боттомонии. Чармонии и боттомонии состоят из пар очарованных и прелестных кварка и антикварка соответственно и классифицируются по аналогии с позитронием, связанной электрон-позитронной парой. Каждый уровень характеризуется суммарным спином кварка и антикварка S ($\vec{S} = \vec{s}_Q + \vec{s}_{\bar{Q}}$), орбитальным моментом количества движения кварков L , полным моментом (спином резонанса) J ($\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$) и главным квантовым числом n , определяющим номер радиального возбуждения (радиальная волновая функция такого состояния имеет $n - 1$ ноль). Символ вида $n^{2S+1}L_J(\bar{Q}Q)$ представляет из себя компактную запись перечисленных выше величин для состояния кваркония, образованного из кварк-антикварковой пары аромата Q . Суммарный спин S может принимать только два значения $S = 0$ (парасостояние) и $S = 1$ (ортосостояние). Значения L и S определяют пространственную P и зарядовую C четности состояния: $P = (-1)^{L+1}$ и $C = (-1)^{L+S}$.

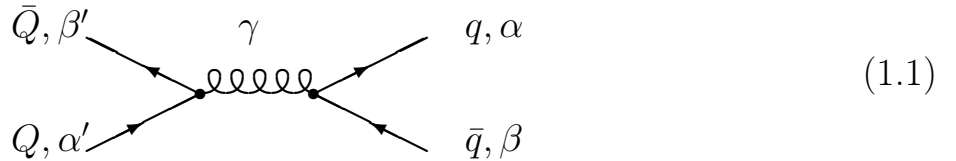
Порождаемые в e^+e^- аннигиляции через виртуальный фотон $\psi(nS)$ - и $\Upsilon(nS)$ -мезоны представляют из себя связанные состояния тяжелых c - и b -кварков, имеющие квантовые числа фотона $J^{PC} = 1^{--}$, и являются 3S_1 -состояниями – орбитально невозбужденными ($L = 0$) орточармонием и ортоботтомонием. Поэтому они непосредственно наблюдаются как резонансы в сечении e^+e^- -аннигиляции. В связи с этим, $\psi(nS)$ - и $\Upsilon(nS)$ -мезоны являются экспериментально наиболее хорошо изученными состояниями чармония и боттомония.

В 1994 г. экспериментально [16, 17, 18, 19] был обнаружен сверхтяжелый t -кварк ($m_t = 175, 6 \pm 5, 5$ ГэВ [53]). К сожалению, этот кварк не мо-

жет образовать связанного состояния со своим антипартнером – топония, поскольку из-за такой большой массы время его распада за счет слабых взаимодействий меньше времени формирования связанного состояния, что экспериментально проявляется в отсутствии резонансных пиков в сечении e^+e^- аннигиляции на пороге рождения $\bar{t}t$ пары. Как следствие, в физике частиц появилась возможность изучать распады свободного кварка. Поэтому интенсивно изучаемые с середины семидесятых годов семейства чармония и боттомония и по сей день остаются единственными известными системами кваркониев.

Изучение распадов кваркониев и процессов, в которых они рождаются, позволяет не только определить свойства этих частиц, но и выявить природу и механизмы, обуславливающие эти реакции. В данной главе рассматриваются и анализируются некоторые аннигиляционные распады тяжелых ортокваркониев.

Часть аннигиляционных распадов тяжелых кваркониев обусловлена механизмом рождения одиночного виртуального фотона в промежуточном состоянии с дальнейшим его превращением либо в лептонную пару $\ell^+\ell^-$ ($\ell = e, \mu, \tau$), либо в кварковую пару $\bar{q}q$ ($q = u, d, s$ для чармония и $q = u, d, s, c$ для боттомония). Этот процесс описывается диаграммой, изображенной на рис. (1.1).



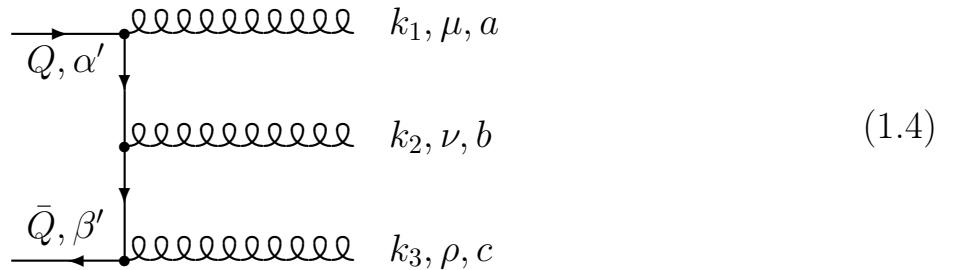
Суммарная ширина и относительная вероятность распада, обусловленные этим механизмом, составляют

$$\Gamma_{1\gamma} = \Gamma_{\mu\mu}(R + 3), \quad B_{1\gamma} = B_{\mu\mu}(R + 3), \quad (1.2)$$

$$R = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{адроны})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)}, \quad (1.3)$$

где отношение R (1.3) фактически измеряется в непосредственной близости с резонансом, т. е. при полной энергии e^+e^- пары, практически равной массе порождаемого кваркония. Экспериментальные значения относительных вероятностей однофотонной аннигиляции как для чармония, так и для боттомония равны $B_{1\gamma} \approx 17\%$. Отметим также, что все характеристики событий с таким механизмом распада кваркония идентичны характеристикам событий в континууме. В частности, образованная однофотонным механизмом адронная мода распада должна проявлять известную двухструйную структуру.

Основная доля ($\sim 80\%$) аннигиляционных распадов кваркония приходится на аннигиляцию в адроны, обусловленную взаимодействием образующих мезон тяжелых кварков с глюонами. Из-за большой массы тяжелого кварка аннигиляция происходит на малых расстояниях и может быть рассмотрена в теории возмущений КХД [71, 72, 73]. В теории возмущений состояния $\bar{Q}Q$ с квантовыми числами $J^{PC} = 1^{--}$ аннигилируют в три глюона $n^3S_1 \rightarrow 3g$, в соответствии с диаграммами, одна из которых изображена на рис. (1.4),



а пять других получаются из нее попарными перестановками глюонных линий. Для ширины такого распада имеет место формула

$$\Gamma_{3g} = \Gamma_{ee} \frac{10}{81\pi} \frac{\pi^2 - 9}{Q^2} \frac{\alpha_s^3(m_Q)}{\alpha^2}. \quad (1.5)$$

Если в диаграмме на рис. (1.4) заменить один из глюонов на фотон, то получится диаграмма, отвечающая распаду 3S_1 -состояния на жесткий фотон, часто называемый прямым фотоном, и адроны, т. е. $n^3S_1 \rightarrow \gamma gg$. Отношение ширин определяется формулой [74]

$$\Gamma_{\gamma gg} = \Gamma_{3g} \frac{36}{5} Q^2 \frac{\alpha}{\alpha_s(m_Q)}. \quad (1.6)$$

Относительный вклад этого процесса составляет не более 5% в полную ширину распада соответствующего кваркония.

Знание основных каналов распада позволяет, в частности, извлекать информацию о константе сильного взаимодействия $\alpha_s(m_Q)$ на масштабе массы тяжелого кварка m_Q . Действительно, ширина распада в три глюона $\sim \alpha_s^3$ (1.5), поэтому, зная экспериментальное значение этой величины, равное

$$\frac{\Gamma_{3g}}{\Gamma_{\mu\mu}} = \frac{1}{B_{\mu\mu}} - \left(R + 3 + \frac{\Gamma_{\gamma gg}}{\Gamma_{\mu\mu}} \right) \quad (1.7)$$

легко вычислить, используя (1.5), значение $\alpha_s(m_Q)$. Однако использование выражений для основных мод распада (1.2), (1.3), (1.5), (1.6) только в главном приближении несколько искажает значение $\alpha_s(m_Q)$, поскольку существенными оказываются вклады как радиационных поправок за счет сильных взаимодействий, так и непертурбативных эффектов.

Вклад, обусловленный радиационными поправками сильных взаимодействий к основному (трехглюонному) каналу распада, был впервые вычислен исключительно для Υ -мезона [75]. Позднее было получено и общее выражение для полной адронной вероятности распада кваркония, образованного кварками произвольного аромата [76, 62]

$$\begin{aligned} \Gamma_{had} = & \Gamma_{3g} \left(1 + \frac{\alpha_s}{\pi} (-9.46(2) C_F + 4.13(17) C_A - 1.161(2) n_f) \right) \\ & + \Gamma_{ee} R \left(1 - \frac{13}{4} \frac{\alpha_s}{\pi} C_F \right), \end{aligned} \quad (1.8)$$

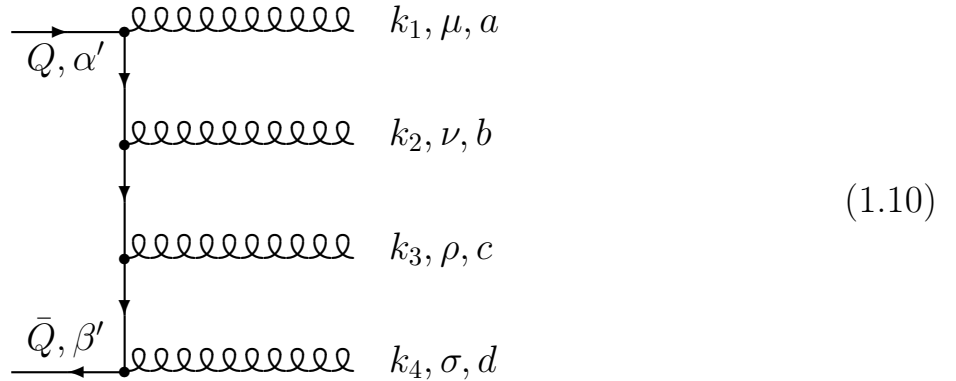
где Γ_{3g} и Γ_{ee} – значения трехглюонной и электронной ширин распада кваркония в древесном приближении, $C_F = (N_c^2 - 1)/(2N_c)$ и $C_A = N_c$ – значения оператора Казимира в фундаментальном и присоединенном представлениях цветной группы $SU(N_c)$, n_f – число ароматов родившихся кварков. Численные оценки показывают, что величина радиационных поправок более существенна для орточармония. Это связано с тем, что $\alpha_s(m_c)$ превышает $\alpha_s(m_b)$, что и определяет величину поправки. Также

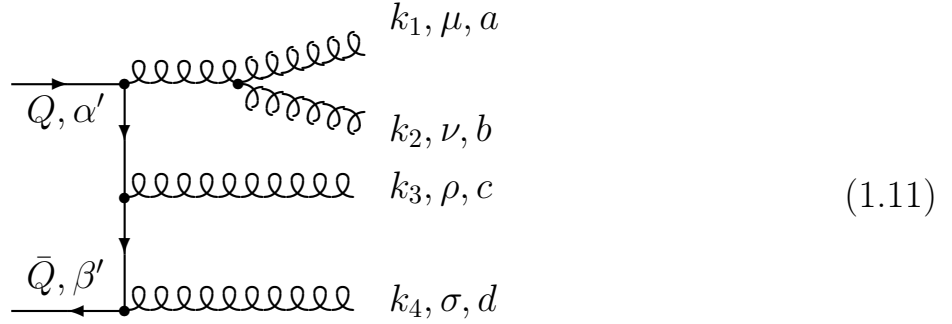
был оценен и вклад непертурбативных эффектов в вероятности распадов различных состояний кваркониев [77]. В частности, поправка к формуле (1.5) для основного 1^3S_3 -состояния выглядит следующим образом:

$$\frac{\delta(\Gamma_{3g}/\Gamma_{ee})}{\Gamma_{3g}/\Gamma_{ee}} = -4,0 \frac{\pi^2 \langle \alpha_s (F_{\mu\nu}^a)^2 \rangle}{2^9 9 (\pi^2 - 9) \alpha_s(m_Q) [(2/3) m \alpha_s(r^{-1})]^4}. \quad (1.9)$$

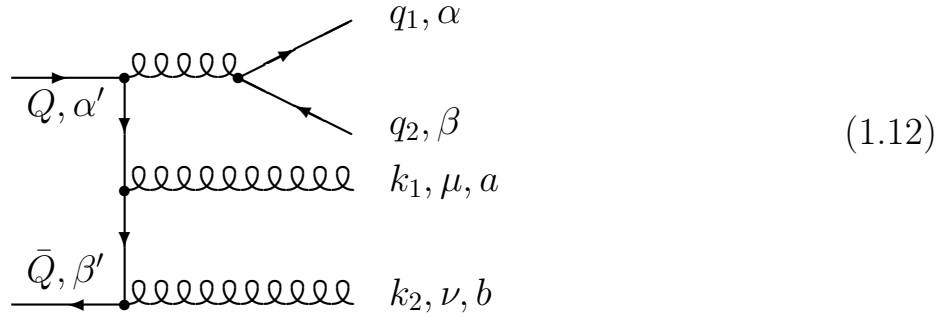
Опять же, как и в случае радиационных поправок, величина этого вклада больше для орточармония, чем для орботтомония. Учет вкладов (1.8) и (1.9) корректирует численное значение $\alpha_s(m_c)$ и $\alpha_s(m_b)$, пересчет которых согласно уравнениям ренормализационной группы на масштаб массы Z -бозона позволяет получить значение $\alpha_s(m_Z)$, близкое к непосредственно извлекаемому из экспериментов на e^+e^- пучках в области Z -резонанса [33].

Помимо определения $\alpha_s(m_Q)$ проверить предсказания стандартной модели можно посредством изучения редких распадов ортокваркониев. К их числу можно отнести четырехструйные распады, определяемые на партонном уровне распадами $n^3S_1(\bar{Q}Q) \rightarrow 4g$, диаграммы которого (без учета перестановок глюонных линий) приведены на рис. (1.10) и (1.11),





и $n^3S_1(\bar{Q}Q) \rightarrow \bar{q}qgg$, диаграмма которого (опять же без учета перестановок как виртуальной, так и реальных глюонных линий) приведена на рис. (1.12),



где под $\bar{q}q$ понимается пара легких $\bar{u}u$ - или $\bar{d}d$ -кварков. Проявление четырехструйной структуры возможно только в случае разлета родившихся частиц, каждая из которых образует струю адронов, под относительно большим углом по отношению ко всем остальным. Все остальные подобного типа события, не удовлетворяющие указанному выше условию, будут эффективно восприниматься как трехструйные события, образуя поправку к основному трехглюонному распаду. К сожалению, экспериментальное наблюдение четырехструйных событий затруднено малостью относительных энергий партонов в четырехчастичных распадах J/ψ - и Υ -мезонов. В случае рождения относительно тяжелых кварков ($q = s$

для орточармония и $q = s, c$ для ортоботтомония) возможно проявление распадов ${}^3S_1 \rightarrow \gamma^* \rightarrow \bar{q}q$ и ${}^3S_1 \rightarrow \bar{q}qgg$ в качестве малочастичных распадов с рождением мезонов, содержащих кварки с ароматом q . Изучение распадов чармония с образованием странных мезонов и боттомония с рождением странных и очарованных мезонов позволяют проверить предсказания стандартной модели для редких сильных распадов, поэтому исследование четырехчастичных сильных распадов ортокваркония представляет несомненный интерес.

Детальный анализ процессов $n^3S_1(\bar{Q}Q) \rightarrow 4g$ и $n^3S_1(\bar{Q}Q) \rightarrow \bar{q}qgg$ был произведен с использованием численных методов в работе [78]. В частности, был оценен относительный вклад каждой из этих мод распада в процесс $n^3S_1(\bar{Q}Q) \rightarrow 4$ струи, исследована важность вклада от диаграмм, содержащих трехглюонную вершину, приведены численные оценки для четырехструйной конфигурации в зависимости от параметра обрезания m_{cut} по инвариантным массам конечных частиц. Помимо полной ширины конфигурационные свойства родившихся частиц в многочастичном распаде можно характеризовать такими параметрами, как траст [79], сферичность [80], некомпланарность [81, 82, 83]. В частности, анализ некомпланарности четырехструйных событий [84] в сильных распадах тяжелого ортокваркония показал наличие существенной некомпланарности родившихся частиц за счет наличия трехглюонной вершины в КХД. Оценка для некомпланарности D [82, 83] четырехчастичных распадов ортокваркония равна $\langle D \rangle = (4.45 + 0.153 n_f) \alpha_s / \pi$ [84], где n_f – число возможных ароматов родившихся кварков, что указывает на явную некомпланарность родившихся частиц в этих процессах. Угловые корреляции четырехструйных событий по отношению к осям сталкивающихся электронных и позитронных пучков в области резонанса кваркония были исследованы в работе [85]. Во всех этих работах расчеты производились в пределе безмассовых родившихся кварков, и влияние этих масс на вероятность четырехчастичного распада ортокваркония типа $n^3S_1(\bar{Q}Q) \rightarrow \bar{q}qgg$ выяснено не было.

2 Амплитуда процесса $n^3S_1(\bar{Q}Q) \rightarrow \bar{q}qgg$.

Распад тяжелого кваркония на кварк-антикварковую пару и два глюона ${}^3S_1(Q\bar{Q}) \rightarrow q\bar{q}gg$ возникает в четвертом порядке по константе сильного взаимодействия $\sim \alpha_s^4$ в теории возмущений КХД. Амплитуда этого процесса определяется набором из шести фейнмановских диаграмм, одна из которых изображена на рис. (1.12), а пять остальных получаются посредством перестановок глюонных линий. Пренебрегая импульсом относительного движения кварка и антикварка, амплитуда процесса может быть записана в виде [64]:

$$\mathcal{M}_{\alpha\beta}^{ab}({}^3S_1 \rightarrow \bar{q}qgg) = \frac{d^{abc}(T^c)_{\alpha\beta}}{4\sqrt{N_c}} \frac{g_{st}^4 \psi(0)}{4\sqrt{\varepsilon_1 \varepsilon_2 \omega_1 \omega_2}} \frac{J_\mu j_\mu}{p^2(pk)(Pk_1)(Pk_2)}, \quad (1.13)$$

$$J_\mu = \bar{u}_Q(-P/2) \{ \hat{e}_2(-\hat{P}/2 + \hat{k}_2 + m) \gamma_\mu (\hat{P}/2 - \hat{k}_1 + m) \hat{e}_1 \\ \times ((k_1 + k_2)p) + \dots \} u_Q(P/2), \quad (1.14)$$

$$j_\mu = \bar{u}_q(p_1) \gamma_\mu u_q(-p_2), \quad (1.15)$$

где d^{abc} ($a, b, c = 1, 2, \dots, N_c^2 - 1$) – симметричная константа группы $SU(N_c)$, T^c – генераторы этой группы (алгебра группы $SU(N_c)$ приведена в Приложении А), $\psi(\vec{r})$ – нерелятивистская волновая функция кваркония в координатном представлении, g_{st} – цветовой заряд, $e_{i\mu}$ – четырехмерный вектор поляризации i -го глюона, P – четырехмерный импульс кваркония, $p_1 = (\varepsilon_1, \vec{p}_1)$ и $p_2 = (\varepsilon_2, \vec{p}_2)$ – четырехмерные импульсы конечных кварка и антикварка, $k_i = (\omega_i, \vec{k}_i)$ – четырехмерные импульсы глюонов ($i = 1, 2$), $p = p_1 + p_2$, $k = k_1 + k_2$, m – масса кварка в кварконии, u_Q, u_q – биспиноры начального и конечного кварков. Многоточие в уравнении (1.14) указывает на наличие членов, отличающихся от записанного пятью перестановками следующих пар: $(\hat{e}_1; k_1)$, $(\hat{e}_2; k_2)$, $(\gamma_\mu; p)$.

Существенно более компактное выражение для амплитуды этого процесса получается в случае физической (трехмерно поперечной) калибровки глюонов [65, 66], т. е. $e_{i0} = 0$ и $(\vec{e}_i \vec{k}_i) = 0$, в системе покоя кваркония $P_\mu = (2m, \vec{0})$, рассматриваемого в пределе статических кварков:

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}_{\alpha\beta}^{ab}(^3S_1 \rightarrow \bar{q}qgg) &= \frac{g_{st}^4 \psi(0)}{4m^2 p^2 \sqrt{16\varepsilon_1 \varepsilon_2 \omega_1 \omega_2}} \frac{d^{abc}(T^c)_{\alpha\beta}}{4\sqrt{N_c}} (w_Q^T \sigma_2 \vec{\sigma} w_Q) \\
&\times \{(\vec{f}_1^+ \vec{f}_2^+) \vec{j}^- + (\vec{f}_1^- \vec{f}_2^-) \vec{j}^+ + (\vec{f}_1^+ \vec{j}^+) \vec{f}_2^- \\
&+ (\vec{f}_1^- \vec{j}^-) \vec{f}_2^+ + (\vec{f}_2^+ \vec{j}^+) \vec{f}_1^- + (\vec{f}_2^- \vec{j}^-) \vec{f}_1^+ \\
&+ 4 \left[\left(1 + \rho \frac{p_0}{2m} \vec{j} \right) - \rho \frac{\vec{p}}{2m} j_0 \right] (\vec{e}_1 \vec{e}_2) \\
&+ i j_0 (1 + \rho) ([\vec{f}_1^+ \times \vec{f}_2^-] - [\vec{f}_1^- \times \vec{f}_2^+]) \}.
\end{aligned} \tag{1.16}$$

Здесь $\vec{f}_\ell^\pm = \vec{e}_\ell \pm i[\vec{n}_\ell \times \vec{e}_\ell]$, $\vec{n}_\ell = \vec{k}_\ell/\omega_\ell$ – единичный вектор в направлении вылета ℓ -го глюона, j_0 и \vec{j} – временная и пространственная компоненты кваркового тока (1.15), $\rho = 4m^2/(p^2 - 2mp_0)$; $\vec{j}^\pm \equiv \vec{j} \pm (i\rho/2m)[\vec{p} \times \vec{j}]$.

Записанное в виде (1.16), выражение для амплитуды легко поддается проверке. Если кварковый ток $j_\mu = (j_0, \vec{j})$ заменить на вектор поляризации глюона также в физической калибровке $e_{3\mu} = (0, \vec{e}_3)$ (содержит только поперечные к импульсу \vec{k}_3 поляризации), то с точностью до множителя $(ip^2 \sqrt{2\varepsilon_1 \varepsilon_2}/(T^c)_{\alpha\beta} g_{st} \sqrt{\omega_3})$ воспроизведется известное выражение для амплитуды основного (трехглюонного) распада ортокваркония в физической калибровке глюонов [86]:

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}^{abc}(^3S_1 \rightarrow 3g) &= \frac{ig_{st}^3 \psi(0)}{4m^2 \sqrt{8\omega_1 \omega_2 \omega_3}} \frac{d^{abc}}{4\sqrt{N_c}} (w_Q^T \sigma_2 \vec{\sigma} w_Q) \\
&\times \sum_{cicl} \{(\vec{f}_1^{+a} \vec{f}_2^{+b}) \vec{f}_3^{-c} + (\vec{f}_1^{-a} \vec{f}_2^{-b}) \vec{f}_3^{+c}\}.
\end{aligned} \tag{1.17}$$

Выражение для амплитуды трехглюонного распада кваркония (1.17) может быть получено из амплитуды трехфотонного распада ортопозитрония $^3S_1(e^+e^-) \rightarrow 3\gamma$ [87] после замены массы m_e и заряда e электрона на массу тяжелого кварка m и на цветовой заряд g_{st} , а также домножив на цветовой фактор $d^{abc}/4\sqrt{N_c}$.

Следует заметить, что распад кваркония $^3S_1(\bar{Q}Q) \rightarrow \bar{q}qgg$ имеет электромагнитный аналог, а именно, в КЭД возможен процесс аннигиляции мюония (связанной $\mu^+\mu^-$ пары) в электрон-позитронную пару и два фотона $^3S_1(\mu^+\mu^-) \rightarrow e^+e^-\gamma\gamma$, который также будет описываться набором из шести диаграмм типа (1.12).

3 Дифференциальная вероятность распада

Соответствующая (1.13)–(1.15) дифференциальная вероятность, усредненная по трем спиновым состояниям кваркония и просуммированная по поляризациям и цветам конечных частиц имеет следующий вид:

$$dW = \frac{C_F B_F}{24\pi^4} \frac{\alpha_s^4 |\psi(0)|^2 Q_{\mu\nu} G_{\mu\nu}}{[p^2(kp)(Pk_1)(Pk_2)]^2} \delta^{(4)}(P - p - k) \frac{d\vec{p}_1 d\vec{p}_2 dk_1 d\vec{k}_2}{\varepsilon_1 \varepsilon_2 \omega_1 \omega_2}, \quad (1.18)$$

где в КХД с цветной $SU(3)$ группой константы $C_F = 4/3$ и $B_F = 5/12$ в соответствии с Приложением А, $\alpha_s = g_{st}^2/4\pi$ – константа сильного взаимодействия,

$$Q_{\mu\nu} = \frac{1}{4} \sum_{pol} j_\mu j_\nu^* = p_{1\mu} p_{2\nu} + p_{1\nu} p_{2\mu} - \frac{p^2}{2} g_{\mu\nu}, \quad (1.19)$$

$$\begin{aligned} G_{\mu\nu} &= \frac{1}{8m^2} \sum_{pol} J_\mu J_\nu^* = (p^2 g_{\mu\nu} - p_\mu p_\nu) \left\{ (k_1 k_2)^2 \left[\frac{(4m^2 - k^2)^2}{8m^2} - p^2 \right] \right. \\ &+ (pk_1)(pk_2) \left[2(k_1 k_2) - \frac{(pk_1)(pk_2)}{2m^2} \right] \left. \right\} \\ &- (4m^2 - k^2) l_\mu l_\nu - (k_1 k_2)^2 (T_{\mu\nu}^{11} + T_{\mu\nu}^{22}) \\ &- \frac{1}{2} (4m^2 - k^2) \left[(k_1 k_2) + \frac{(Pk_1)(Pk_2)}{2m^2} \right] T_{\mu\nu}^{12}, \end{aligned} \quad (1.20)$$

включающий следующие четырехмерные тензора:

$$l_\mu = (pk_1)k_{2\mu} - (pk_2)k_{1\mu}, \quad (1.21)$$

$$\begin{aligned} T_{\mu\nu}^{ij} &= 2(pk_i)(pk_j)g_{\mu\nu} + p^2(k_{i\mu}k_{j\nu} + k_{j\mu}k_{i\nu}) \\ &- (pk_i)(p_\mu k_{j\nu} + p_\nu k_{j\mu}) - (pk_j)(p_\mu k_{i\nu} + p_\nu k_{i\mu}). \end{aligned} \quad (1.22)$$

Полученные выражения для $Q_{\mu\nu}$ (1.19) и $G_{\mu\nu}$ (1.20) по своей структуре совпадают с тензорами $L_{\mu\nu}$ и $H_{\mu\nu}$ из работы [88].

Приведенное выше выражение для вероятности распада (1.18) имеет явно ковариантный вид. Однако, для численного анализа выражение, записанное в таком виде не очень удобно. Квадрат матричного элемента

этого распада, пригодный для численного анализа, приводится в работе [78]:

$$\frac{1}{3} \sum_{pol,col} |\mathcal{M}|^2 = C_F B_F \frac{8|\psi(0)|^2}{D^2} \left\{ - \sum C_{jk}^i (m_{\bar{q}q}^2)^i (p_1 k_1)^j (p_2 k_2)^k \right\}, \quad (1.23)$$

где $m_{\bar{q}q}^2 = p^2 = (p_1 + p_2)^2$ – инвариантная масса кварк-антикварковой пары, C_{jk}^i – набор коэффициентов, являющихся функциями ω_1 , ω_2 и ε_1 , $D = m_{\bar{q}q}^2 \omega_1 \omega_2 (m_{\bar{q}q}^2 - 2m\varepsilon)$, где $\varepsilon = 2m - \omega_1 - \omega_2$ – суммарная энергия кварк-антикварковой пары в системе покоя кваркония. В работе [78] коэффициенты C_{jk}^i найдены в пределе безмассовых конечных кварков. Ниже приведены поправки, обусловленные массой родившихся кварков m_q :

$$\begin{aligned} \Delta C_{00}^0 &= -16m_q^2 (m - \omega_1)^2 (m - \omega_2)^2, \\ \Delta C_{00}^1 &= -4m_q^2 (m - \varepsilon) (6m^2 - 10m\varepsilon + 4\varepsilon^2 - 7\omega_1\omega_2), \\ \Delta C_{00}^2 &= -m_q^2 \left\{ 2(m - \varepsilon)(5m - 3\varepsilon) - \frac{\omega_1\omega_2}{m} (4m + \varepsilon) \right\}, \\ \Delta C_{00}^3 &= -\frac{1}{4}m_q^2 \left(6m - 4\varepsilon + \frac{\omega_1\omega_2}{m} \right), \\ \Delta C_{00}^4 &= -\frac{1}{16}m_q^2. \end{aligned} \quad (1.24)$$

Как и в случае амплитуды, критерием правильности выражения для дифференциальной вероятности (1.18) является возможность воспроизвести известное выражение для дифференциальной вероятности трехглюонного распада кваркония [71, 73, 86]. С точностью до множителя это выражение можно получить, свернув тензор $G_{\mu\nu}$ (1.20) с матрицей плотности глюона $\rho_{\mu\nu} = -g_{\mu\nu}$.

4 Кварковые и глюонные функции распределения

Интегрируя выражение (1.18) по импульсам кварка и антикварка в системе покоя кваркония, получается следующее распределение вероятностей распада по энергиям $x_i = \omega_i/m$ глюонов и углу разлета между ними ϑ_g :

$$\frac{d^3\Gamma}{dx_1 dx_2 d\cos\vartheta_g} = C_F B_F \frac{\alpha_s^4 |\psi(0)|^2}{144\pi m^2} \frac{F_g}{\eta_g \xi_g^2} \left(1 + \frac{2\mu^2}{\eta_g}\right) \sqrt{1 - \frac{4\mu^2}{\eta_g}}, \quad (1.25)$$

$$\begin{aligned} F_g &= 8x_1 x_2 [12(1 + \cos^2 \vartheta_g) - 8(x_1 + x_2)(1 - \cos \vartheta_g + \cos^2 \vartheta_g) \\ &\quad + 4(1 - \cos \vartheta_g)[2(x_1 + x_2)^2 - x_1 x_2(1 - \cos \vartheta_g - \cos^2 \vartheta_g)] \\ &\quad - 8x_1 x_2(x_1 + x_2)(1 - \cos^2 \vartheta_g) + x_1^2 x_2^2 (1 - \cos \vartheta_g)^3 (3 - \cos \vartheta_g)], \\ \eta_g &= (P - k)^2/m^2 = 4(1 - x_1 - x_2) + 2x_1 x_2(1 - \cos \vartheta_g), \\ \xi_g &= ((Pk) - k^2)/m^2 = 2(x_1 + x_2) - 2x_1 x_2(1 - \cos \vartheta_g), \end{aligned}$$

где $\mu = m_q/m$ – отношение масс конечного и начального кварков, $P = (2m, \vec{0})$ – 4-импульс кваркония в его системе покоя.

Интеграл по импульсам глюонов от выражения $G_{\mu\nu}$ (1.20) приводит к результату:

$$\begin{aligned} F_{\mu\nu} &\equiv \int \frac{G_{\mu\nu}}{(Pk_1)^2 (Pk_2)^2} \delta^{(4)}(k - k_1 - k_2) \frac{d\vec{k}_1 d\vec{k}_2}{\omega_1 \omega_2} \\ &= \frac{\pi}{2z v^4} \left\{ -f_1 \left(g_{\mu\nu} - \frac{p_\mu p_\nu}{p^2} \right) + f_2 \frac{q_\mu q_\nu}{p^2 m^4} \right\}, \end{aligned} \quad (1.26)$$

где

$$\begin{aligned} q_\mu &= p^2 P_\mu - (Pp)p_\mu, \\ f_i &= g_i + h_i \frac{1 - v^2}{2v} \ln \frac{1 + v}{1 - v}, \\ g_1 &= v^2 z [-v^8 z^4 + 4v^6 z^2 (z^2 + 1) - 2v^4 (3z^4 - 8z^3 + 14z^2 - 24z + 32) \\ &\quad + 4v^2 (x^4 - 8z^3 + 19z^2 - 24z + 32) - z(z^3 - 16z^2 + 52z - 48)], \\ h_1 &= v^2 z [-v^8 z^4 + 2v^6 z^2 (3z^2 + 2) - 4v^4 (2z^4 - 4z^3 - 3z^2 - 12z + 16) \\ &\quad + 2v^2 (z^4 - 2z^2 - 32) + z(z^3 - 16z^2 + 52z - 48)], \\ g_2 &= -v^8 z^3 + 20v^6 z + 2v^4 (3z^3 - 24z^2 + 2z - 8) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - 4v^2(2z^3 - 24z^2 + 45z - 24) + 3(z^3 - 16z^2 + 52z - 48), \\
h_2 & = -v^8z^3 + 2v^6z(z^2 + 10) - 4v^4(z^3 - 4z^2 + z + 4) \\
& + 2v^2z(3z^2 - 32z + 38) - 3(z^3 - 16z^2 + 52z - 48), \\
z & = \frac{(Pk)}{2m^2}, \quad v = \sqrt{1 - \frac{4m^2k^2}{(Pk)^2}}.
\end{aligned}$$

В этом выражении z и v – относительная энергия глюонной пары и скорость точки центра масс этой пары в системе покоя кваркония.

Используя (1.18), (1.19) и (1.26), можно получить функцию распределения вероятностей по энергиям кварков $y_i = \varepsilon_i/m$ и углу разлета между ними ϑ_q в системе покоя кваркония:

$$\frac{d^3\Gamma}{dy_1 dy_2 d \cos \vartheta_q} = C_F B_F \frac{\alpha_s^4 |\psi(0)|^2}{144\pi m^2} \frac{F_q}{\eta_q^2 \xi_q^2} \sqrt{(y_1^2 - \mu^2)(y_2^2 - \mu^2)}, \quad (1.27)$$

$$\begin{aligned}
F_q & = \frac{12}{\pi} \frac{F_{\mu\nu} Q_{\mu\nu}}{m^2} = \frac{6}{zv^4} [f_1(\eta_q + 2\mu^2) + 2f_2\eta_q(4y_1y_2 - \eta_q)], \\
\eta_q & = p^2/m^2 = 2[\mu^2 + y_1y_2 - \cos \vartheta_q \sqrt{(y_1^2 - \mu^2)(y_2^2 - \mu^2)}], \\
\xi_q & = ((Pp) - p^2)/m^2 = 2(y_1 + y_2) - \eta_q, \\
z & = 2 - y_1 - y_2, \quad v = \frac{\sqrt{(y_1 + y_2)^2 - \eta_q}}{z},
\end{aligned}$$

Для дальнейшего анализа удобно ввести нормированные функции распределения, связанные с выражениями (1.25) и (1.27) следующими соотношениями:

$$\begin{aligned}
f_g(x_1, x_2, \cos \vartheta_g) & = \frac{1}{\alpha_s \Gamma_{3g}} \frac{d^3\Gamma}{dx_1 dx_2 d \cos \vartheta_g}, \\
f_q(y_1, y_2, \cos \vartheta_q) & = \frac{1}{\alpha_s \Gamma_{3g}} \frac{d^3\Gamma}{dy_1 dy_2 d \cos \vartheta_q}, \\
\Gamma_{3g} & = C_F B_F \frac{8(\pi^2 - 9)}{9} \frac{\alpha_s^3 |\psi(0)|^2}{m^2},
\end{aligned} \quad (1.28)$$

где Γ_{3g} – вероятность трехглюонного распада ортокваркония.

Анализ кварковой функции распределения f_q показывает, что вероятность рождения легкой $\bar{q}q$ -пары и двух глюонов существенно возрастает

с уменьшением угла разлета между кварками. Этот коллинеарный эффект имеет простую природу – уменьшение знаменателя в пропагаторе виртуального глюона с уменьшением угла разлета между легкими кварками. При этом величина знаменателя существенно зависит от отношения масс конечных и начальных кварков. На рис. 1, в качестве примера, представлена функция распределения кварков f_q в зависимости от их угла разлета ϑ_q и относительной массы μ при $y_1 = y_2 = y = 0.4$. Из рисунка видно, что эффект коллинеаризации кварков становится существенным только при $\mu \leq 0.15$ и $\vartheta_q \leq 30^\circ$.

Принимая во внимание массы конечных кварков, можно сделать вывод, что эффект коллинеаризации кварков наблюдается во всех кварк-глюонных распадах орточармония. В распадах же ортоботтомония эффект коллинеаризации наблюдается только при рождении $\bar{u}u$ -, $\bar{d}d$ - и $\bar{s}s$ -пар, но отсутствует при рождении более тяжелой $\bar{c}s$ -пары из-за достаточно большого отношения масс $\mu = m_c/m_b \sim 0.3$ (на рис. 2 при малых углах наблюдается пик, а на рис. 3 он отсутствует). При $y \geq 0.6$ область малых углов становится кинематически запрещенной, и эффект коллинеаризации вообще не наблюдается.

В случае рождения жесткой ($y \geq 0.8$) $\bar{q}q$ -пары с большим углом разлета энергия двух сопутствующих глюонов – мала, и можно видеть усиление вероятности распада в этом случае (см. кварковые кривые (с) на рис. 2 и 3).

Анализ показывает, что в противоположность функции распределения кварков f_q в функции распределения глюонов не наблюдается эффекта коллинеарного усиления. Усиление есть только при рождении легких кварков, сопутствующих рождению пары жестких глюонов (см. глюонную кривую (с) на рис. 2).

Из рис. 3 видно, что наблюдение четырехструйных событий наиболее вероятно в процессе ${}^3S_1(\bar{b}b) \rightarrow \bar{c}sgg$, коллинеарное усиление в котором полностью отсутствует. Как кварковые, так и глюонные струи в этом распаде разлетаются практически изотропно во всем интервале разрешенных углов. Во всех остальных распадах кваркониев экспериментальное разрешение кварковых струй значительно затруднено малостью угла разлета между родившимися кварками (узость коллинеарных пиков на рис. 2 и 3).

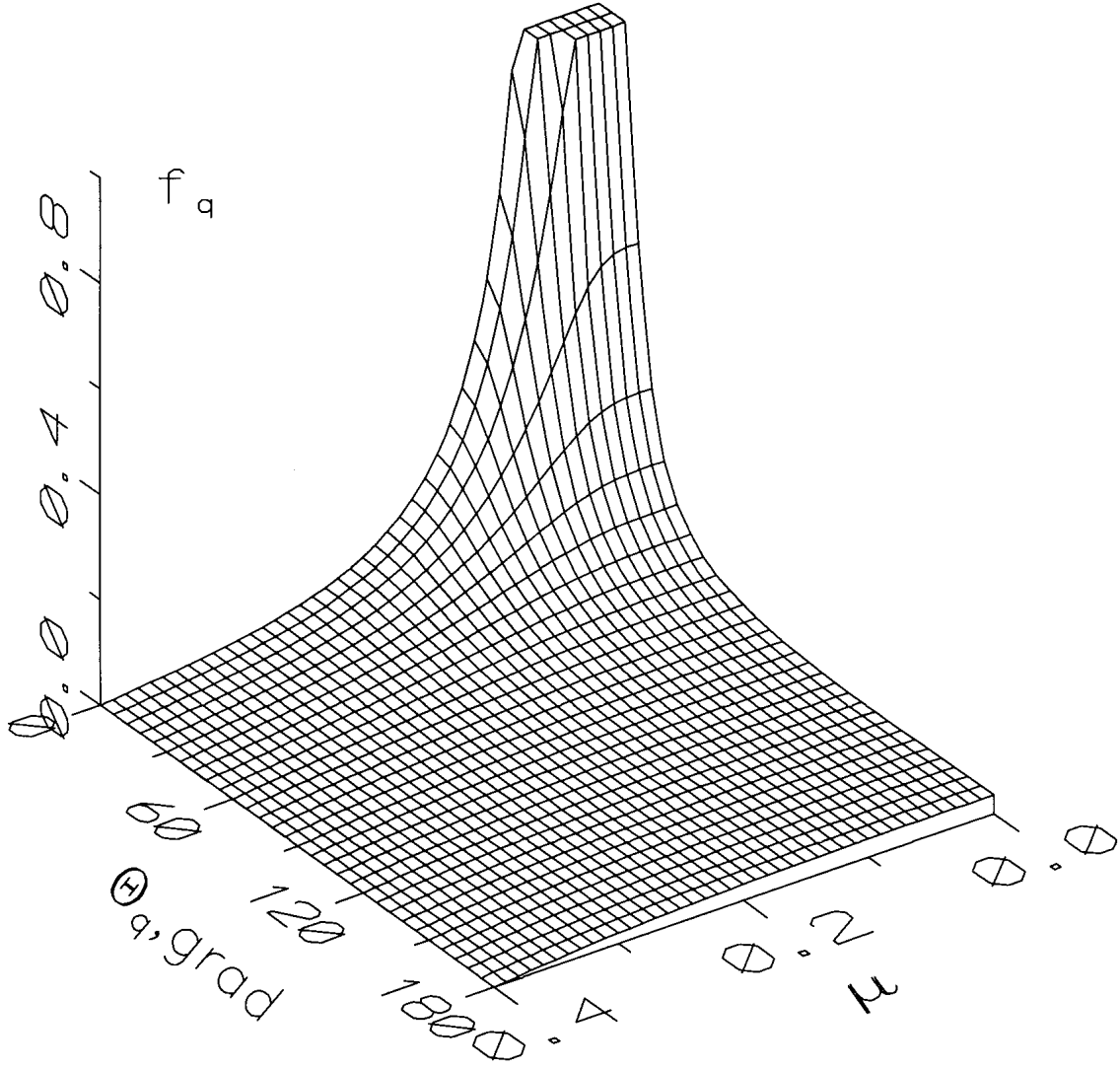


Рис. 1: Функция распределения кварков f_q как функция угла разлета кварков ϑ_q и отношения масс μ при $y_1 = y_2 = y = 0.4$.

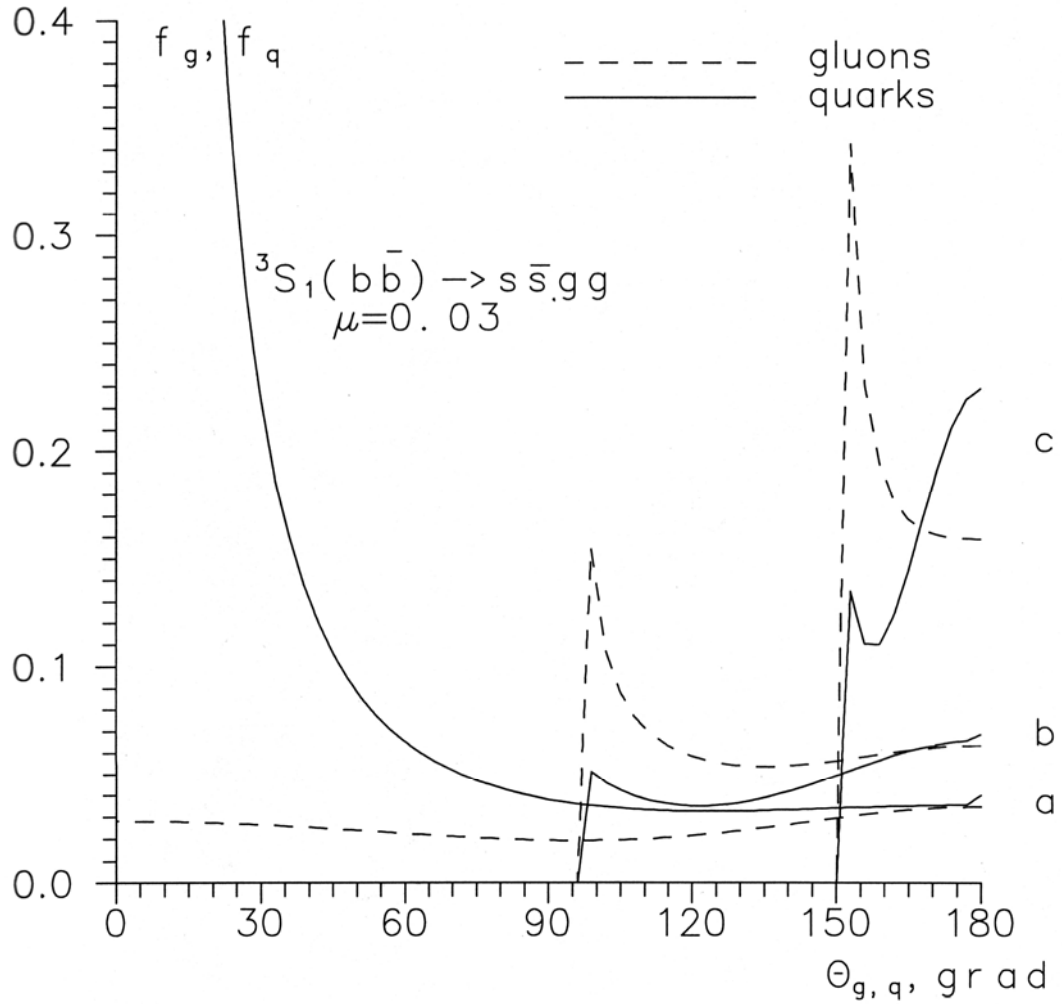


Рисунок 2: Угловые распределения глюонов при $x_1 = x_2 = x$ и кварков при $y_1 = y_2 = y$ в распаде $^3S_1(b\bar{b}) \rightarrow s\bar{s}gg$: (a) $x = 0.4$ или $y = 0.4$; (b) $x = 0.6$ или $y = 0.6$; (c) $x = 0.8$ или $y = 0.8$

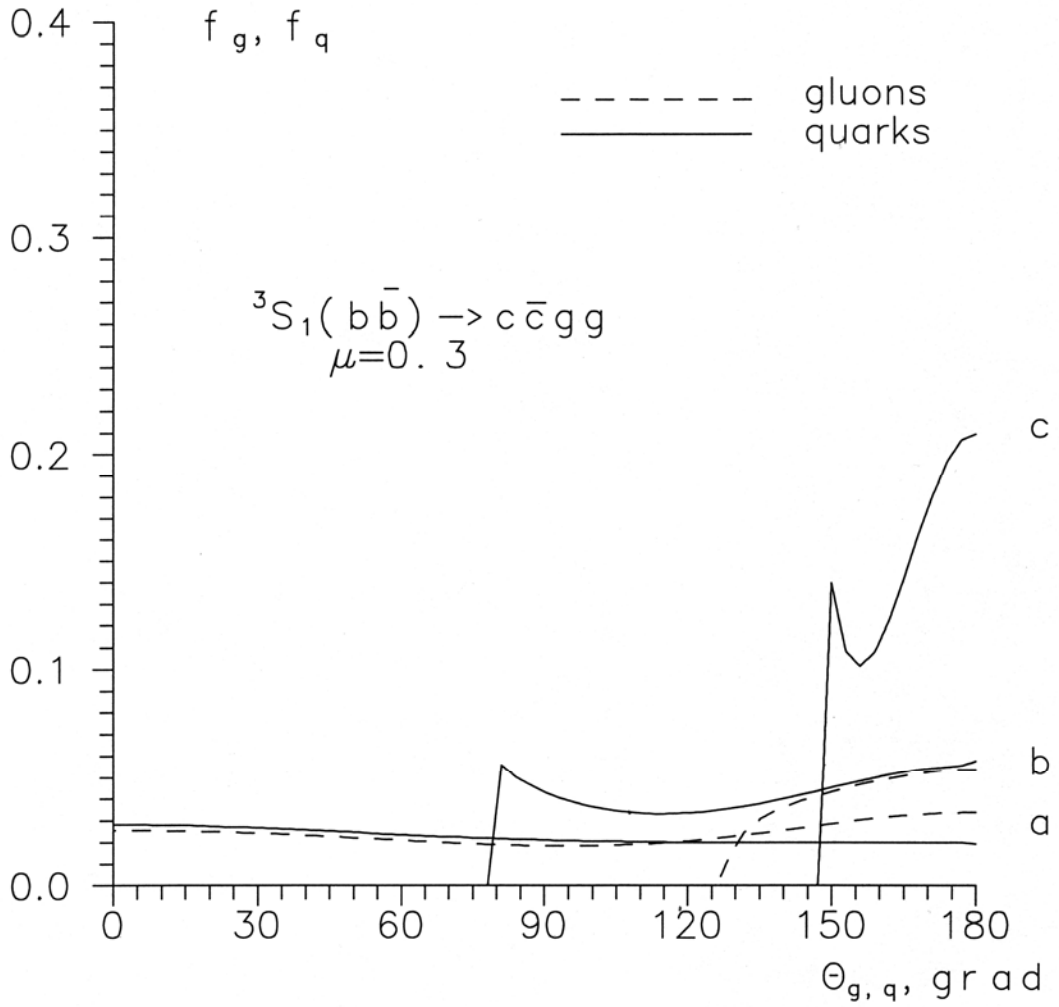


Рисунок 3: Угловые распределения глюонов при $x_1 = x_2 = x$ и кварков при $y_1 = y_2 = y$ в распаде ${}^3S_1(b\bar{b}) \rightarrow s\bar{s}gg$: (a) $x = 0.4$ или $y = 0.4$; (b) $x = 0.6$ или $y = 0.6$; (c) $y = 0.8$

Глава II

Трехчастичные распады тяжелых паракваркониев

1 Введение

В отличие от ортокваркония, напрямую порождаемого во встречных e^+e^- пучках, экспериментальное наблюдение паракваркониев в невозбужденном по орбитальному моменту ($L = 0$) состоянии затруднено малостью относительной вероятности магнитодипольных ($M1$) радиационных переходов $n^3S_1 \rightarrow n^1S_0 + \gamma$, в которых они образуются. Экспериментально в спектре чармония обнаружены два состояния паракваркония: $\eta_c(1S)$ и $\eta_c(2S)$ с массами $m_{\eta_c(1S)} = 2979.8 \pm 2.1$ МэВ [33] и $m_{\eta_c(2S)} = 3594.0 \pm 5.0$ МэВ [33]. Подобные состояния паракваркония в спектре боттомония η_b пока экспериментально не обнаружены. Как указывалось ранее, сверхтяжелый t -кварк и соответствующий ему антипартнер вообще не высвечивают спектра связанных состояний из-за малости времени жизни каждого.

Такая скудность экспериментальных данных значительно затрудняет проверку теоретических предсказаний для свойств S -волнового паракваркония. Однако теоретические расчеты распадов паракваркония намного проще расчетов распадов ортокваркония, поскольку основным сильным каналом распада паракваркония является двухчастичный, в то время как для ортокваркония – трехчастичный. На партонном уровне большинству адронных распадов паракваркония соответствует двухглюонный распад $n^1S_0 \rightarrow gg$, диаграмма которого (без учета перестановок глюонов) изображена на рис. (2.1).

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{c} \longrightarrow \\ \longleftarrow \end{array} \begin{array}{c} Q, \alpha' \\ \bar{Q}, \beta' \end{array} \begin{array}{c} \bullet \\ \bullet \end{array} \begin{array}{c} \text{gluon} \\ \text{gluon} \end{array} \\
 \begin{array}{c} k_1, \mu, a \\ k_2, \nu, b \end{array}
 \end{array} \quad (2.1)$$

Вероятность двухглюонного распада легко вычисляется и имеет следующий вид:

$$\Gamma_{2g} = C_F \frac{2\pi\alpha_s^2 |\psi(0)|^2}{m^2}, \quad (2.2)$$

где $C_F = (N_c^2 - 1)/(2N_c)$ – значение оператора Казимира в фундаментальном представлении цветовой группы $SU(N_c)$, $\psi(\vec{r})$ – нерелятивистская волновая функция кваркония в координатном представлении, m – масса составляющих кварконий кварка и антикварка. Следует заметить, что электромагнитный (двухфотонный) распад паракваркония, который изображается той же диаграммой (рис. (2.1)), что и двухглюонный, согласно теоретическим оценкам, подавлен по отношению к основному (двухглюонному) распаду для $\eta_c(1S)$ -мезона в $4 \cdot 10^{-4}$ раз и для $\eta_b(1S)$ в $3 \cdot 10^{-5}$ раз и выступает в качестве редкого распада. Экспериментально двухфотонный распад наблюдался с относительной вероятностью $Br(\eta_c(1S) \rightarrow \gamma\gamma) = (3.0 \pm 1.2) \cdot 10^{-4}$ [33], что хорошо согласуется с теоретически предсказываемым значением.

Следует отметить, что в силу достаточно большого значения константы сильных взаимодействий в распадах чармония $\alpha_s(m_c) \approx 0.22$ и боттомония $\alpha_s(m_b) \approx 0.17$ существенный вклад в вероятность двухглюонного распада дают сильные радиационные поправки. Эти поправки были вычислены в конце 70-х годов [89, 90, 91, 92] в рамках КХД в следующем за главным порядком теории возмущений в пределе $v \rightarrow 0$, где v – относительная скорость кварка в кварконии, и имеют следующий вид:

$$\Gamma_{2jets} = \Gamma_{2g} \left\{ 1 + \left[\left(\frac{\pi^2}{2v} + \frac{\pi^2}{4} - 5 \right) C_F + \left(\frac{199}{18} - \frac{13\pi^2}{24} \right) C_A - \frac{8}{9} n_f \right] \frac{\alpha_s}{\pi} \right\}, \quad (2.3)$$

где Γ_{2g} – вероятность двухглюонного распада (2.2) в древесном приближении, $C_A = N_c$ – значение оператора Казимира в присоединенном представлении цветовой группы $SU(N_c)$, n_f – число кварковых ароматов. Эти радиационные поправки включают в себя не только вклады, обусловленные однопетлевыми диаграммами, но также вклады от реальных трехчастичных распадов – трехглюонного и кварк-глюонного, изображаемых

диаграммами на рис. (2.4)-(2.6) и имеющих тот же порядок малости по константе сильного взаимодействия α_s .

$$\begin{array}{l}
 \begin{array}{c}
 \xrightarrow{Q, \alpha'} \\
 \bullet \\
 \text{-----} \\
 \bullet \\
 \xrightarrow{\bar{Q}, \beta'}
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \text{-----} \\
 \text{-----} \\
 \text{-----}
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 k_1, \mu, a \\
 k_2, \nu, b \\
 k_3, \rho, c
 \end{array}
 \end{array}
 \quad (2.4)$$

$$\begin{array}{l}
 \begin{array}{c}
 \xrightarrow{Q, \alpha'} \\
 \bullet \\
 \text{-----} \\
 \bullet \\
 \xrightarrow{\bar{Q}, \beta'}
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \text{-----} \\
 \text{-----} \\
 \text{-----}
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 k_1, \alpha, a \\
 k_2, \beta, b \\
 k_3, \rho, c
 \end{array}
 \end{array}
 \quad (2.5)$$

$$\begin{array}{l}
 \begin{array}{c}
 \xrightarrow{Q, \alpha'} \\
 \bullet \\
 \text{-----} \\
 \bullet \\
 \xrightarrow{\bar{Q}, \beta'}
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \text{-----} \\
 \text{-----} \\
 \text{-----}
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 q_1, \alpha \\
 q_2, \beta \\
 k, \mu, a
 \end{array}
 \end{array}
 \quad (2.6)$$

При определенных условиях эти процессы можно наблюдать и непосредственно на эксперименте. Возможность их наблюдения, а также их характерные свойства интенсивно изучаются. Были вычислены такие характеристики, как полная вероятность распада [93, 89, 90], сферичность и несколько первых трастовых моментов [94]. Было получено точное выражение для функций распределения по трасту [91] в трехчастичных распадах паракваркония. Функции распределения по углам разлета и

энергиям родившихся частиц в трехглюонном распаде тяжелого паракваркония были исследованы в работе [95].

Если вероятность основного (двухглюонного) распада паракваркония (2.2) является конечной, то вероятности трехчастичных распадов $^1S_0(\bar{Q}Q) \rightarrow 3g$ и $^1S_0(\bar{Q}Q) \rightarrow \bar{q}qg$, в последнем в пределе безмассовых конечных кварков $m_q \rightarrow 0$, содержат расходимости. Однако эти расходимости явно не проявляются, поскольку родившиеся частицы (кварки и глюоны) не наблюдаются в свободном состоянии, а образуют адроны – связанные кварковые состояния. Поэтому в выражения для вероятностей этих распадов необходимо ввести дополнительные параметры, эффективно учитывающие процесс адронизации и устраняющие эти расходимости. В качестве таких параметров могут выступать, например, параметры обрезания энергий родившихся частиц ε и углов разлета между ними δ [96], что представляет простейшую модель адронной струи в виде конуса с углом полураствора δ . Трехчастичные распады с рождением либо одной мягкой частицы, либо с углом разлета между какой-либо парой частиц, меньшим δ , экспериментально неотличимы от двухчастичных. Такие процессы необходимо учитывать вместе с сильными однопетлевыми поправками к двухглюонному распаду. Их совместный учет делает выражение для двухструйного распада (2.3) конечным благодаря сокращению виртуальных расходимостей реальными в соответствии с теоремой Киношity-Ли-Науенберга [97, 98].

Особый интерес представляет трехчастичный кварк-глюонный распад паракваркония $^1S_0(\bar{Q}Q) \rightarrow \bar{q}qg$. В отличие от глюонов все кварки имеют отличную от нуля массу $m_q \neq 0$, что делает вероятность трехчастичного кварк-глюонного распада паракваркония конечной. В этом случае масса родившегося кварка m_q выступает в качестве естественного параметра обрезания. Во всех работах, где этот процесс анализировался, массой родившихся кварков пренебрегали. Однако следует заметить, что, например, влияние масс родившихся c -кварков на вероятность распада ортоботтомония на $\bar{c}c$ -пару и два глюона $^3S_1(\bar{Q}Q) \rightarrow \bar{c}cgg$ оказалось существенным, полностью удалив не только коллинеарную расходимость, но и коллинеарное усиление [64, 65, 66]. Не исключена возможность столь сильного влияния масс родившихся кварков m_q и на распады паракваркония.

2 Амплитуды трехчастичных распадов паракваркония

2.1 Трехглюонный распад

Амплитуда распада $n^1S_0(\bar{Q}Q) \rightarrow 3g$ наиболее простой вид имеет в случае использования физической (трехмерно-поперечной) калибровки глюонов $e_{i0}^a = 0$ и $(\vec{k}_i \vec{e}_i^a) = 0$, где $i = 1, 2, 3$ – порядковый номер глюона и $a = 1, 2, \dots, N_c^2 - 1$ – цветовой индекс, определенный в цветовой $SU(N_c)$ -группе. В этом случае процесс $^1S_0(\bar{Q}Q) \rightarrow 3g$ описывается диаграммами, изображенными на рис. (2.4) и (2.5), а также диаграммами, получающимися из указанных выше всевозможными перестановками глюонных линий. При описании тяжелого кваркония считаем, что образующие кварконий кварк и антикварк покоятся (их относительным движением пренебрегаем), а также образуют бесцветное состояние. Тогда выражение для амплитуды имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}^{abc} &= \frac{f^{abc}}{4\sqrt{N_c}} \frac{ig_{st}^3 \psi(0)}{4m^2 \sqrt{\omega_1 \omega_2 \omega_3}} \left[\frac{m}{m - \omega_1} + \frac{m}{m - \omega_2} + \frac{m}{m - \omega_3} \right] \\ &\times \left\{ (e_1^a \cdot [e_2^b \times e_3^c]) - \sum_{cicl} \frac{m - \omega_1}{m} (e_1^a \cdot [f_2^b \times f_3^c]) \right\}, \end{aligned} \quad (2.7)$$

где f^{abc} – структурные константы цветовой группы $SU(N_c)$, g_{st} – цветовой заряд, $\psi(\vec{r})$ – нерелятивистская волновая функция кваркония в координатном представлении, m – масса кварка (или антикварка), образующего кварконий, ω_i – энергия i -го глюона, $\vec{f}_i^a = [\vec{n}_i \times \vec{e}_i^a]$, $\vec{n}_i = \vec{k}_i / \omega_i$ – единичный вектор в направлении вылета i -го глюона, \vec{e}_i^a – вектор поляризации i -го глюона со цветом a .

2.2 Кварк-глюонный распад

Распад паракваркония $n^1S_0(\bar{Q}Q) \rightarrow \bar{q}qg$ на кварк-антикварковую пару и глюон описывается диаграммой, приведенной на рис. (2.6), а также диаграммой, получающейся из указанной выше посредством перестановки линий виртуального и реального глюонов. Амплитуда распада в пределе покоящихся кварков в кварконии наиболее простой вид имеет при использовании физической (трехмерно-поперечной) калибровки глюона. В этом случае амплитуда рассматриваемого процесса следующая

$$\mathcal{M}_{\alpha\beta}^a = -\frac{(T^a)_{\alpha\beta}}{2\sqrt{N_c}} \frac{g_{st}^3 \psi(0)}{4m\sqrt{\omega\varepsilon_1\varepsilon_2}} \frac{(\vec{j}_{\alpha\beta} \vec{f}^a)}{m - \omega}, \quad (2.8)$$

где T^a – генераторы цветовой группы $SU(N_c)$, g_{st} – заряд, характеризующий сильное взаимодействие, $\psi(\vec{r})$ – нерелятивистская волновая функция паракваркония в координатном представлении, ω , ε_1 и ε_2 – энергии глюона, кварка и антикварка соответственно, $\vec{j}_{\alpha\beta}$ – пространственная часть четырехмерного тока $(j_\mu)_{\alpha\beta} = (\bar{u}_\alpha(p_1)\gamma_\mu u_\beta(-p_2))$ родившейся кварк-антикварковой пары, $\vec{f}^a = [\vec{n} \times \vec{e}^a]$, $\vec{n} = \vec{k}/\omega$ – единичный вектор в направлении вылета глюона, \vec{e}^a – вектор поляризации глюона.

Выражение для амплитуды (2.8) не является как релятивистским, так и калибровочным инвариантом, поскольку оно вычислялось в системе покоя кваркония при использовании физической калибровки глюона. Однако имеется возможность представить амплитуду распада тяжелого паракваркония $^1S_0 \rightarrow \bar{q}qg$ в явном релятивистски и калибровочно инвариантном виде:

$$\mathcal{M}_{\alpha\beta}^a = -\frac{(T^a)_{\alpha\beta}}{2\sqrt{N_c}} \frac{g_{st}^3 \psi(0)}{2m\sqrt{\omega\varepsilon_1\varepsilon_2}} \frac{(j_{\alpha\beta} \tilde{F}^a \mathcal{P})}{p^2 (\mathcal{P}k)}, \quad (2.9)$$

где $\tilde{F}_{\mu\nu}^a = \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} k_\rho e_\sigma^a$, e_μ^a и k_μ – четырехмерные вектор поляризации и волновой вектор глюона, $p = p_1 + p_2$ – суммарный четырехмерный вектор энергии-импульса кварка с 4-импульсом $p_{1\mu}$ и антикварка с 4-импульсом $p_{2\mu}$, $\mathcal{P}_\mu \approx (2m, \vec{0})$ – четырехмерный импульс паракваркония в его системе покоя.

3 Вероятность трехглюонного распада

Дифференциальная вероятность трехглюонного распада тяжелого паракваркония ${}^1S_0(\bar{Q}Q) \rightarrow 3g$, просуммированная по поляризациям и цветам глюонов в конечном состоянии, имеет следующий вид:

$$\frac{d^2\Gamma}{dx_1 dx_2} = C_A C_F \frac{2\alpha_s^3 |\psi(0)|^2}{m^2} \left(1 + \frac{(1-x_1)(1-x_2)(1-x_3)}{x_1 x_2 x_3} \right)^2 \quad (2.10)$$

$$\times \frac{1 + (1-x_1)^4 + (1-x_2)^4 + (1-x_3)^4}{(1-x_1)(1-x_2)(1-x_3)},$$

где $C_F = (N_c^2 - 1)/(2N_c)$ и $C_A = N_c$ – значения оператора Казимира в фундаментальном и присоединенном представлениях цветовой группы $SU(N_c)$, $\alpha_s = g_{st}^2/(4\pi)$ – константа сильного взаимодействия, $x_i = \omega_i/m$ – относительная энергия i -го глюона. Выражение для вероятности трехглюонного распада тяжелого паракваркония в такой же компактной и замкнутой форме было получено ранее [95], однако в отличие от (2.10) оно не содержало множителя $(1 + \sum_i (1-x_i)^4)$.

Выражение для дифференциальной вероятности как функции углов разлета между глюонами можно получить, если учесть связь между энергиями родившихся глюонов x_i и углами разлета между ними θ_{ij} (примерная конфигурация трехглюонного распада паракваркония в его системе покоя приведена на рис. (2.11)).



Исходя из графического определения углов разлета θ_{ij} в соответствии с рис. (2.11), получается следующая связь между энергиями глюонов x_i и углами разлета между ними θ_{ij} :

$$x_i = \frac{\cos(\theta_{jk}/2)}{\sin(\theta_{ki}/2) \sin(\theta_{ij}/2)}. \quad (2.12)$$

Два других уравнения получаются из (2.12) циклической перестановкой индексов. Подстановка уравнения связи (2.12) и двух других, связанных с ним, в выражение (2.10) позволяет получить искомую функцию распределения:

$$\frac{d^2\Gamma}{d\theta_{12}d\theta_{23}} = C_A C_F \frac{\alpha_s^3 |\psi(0)|^2}{m^2} \frac{(1 + \cos(\theta_{12}/2) \cos(\theta_{23}/2) \cos(\theta_{31}/2))^2}{\cos(\theta_{12}/2) \cos(\theta_{23}/2) \cos(\theta_{31}/2)} \quad (2.13)$$

$$\times \left(1 + \operatorname{ctg}^4 \frac{\theta_{12}}{2} \operatorname{ctg}^4 \frac{\theta_{23}}{2} + \operatorname{ctg}^4 \frac{\theta_{23}}{2} \operatorname{ctg}^4 \frac{\theta_{31}}{2} + \operatorname{ctg}^4 \frac{\theta_{31}}{2} \operatorname{ctg}^4 \frac{\theta_{12}}{2} \right),$$

Дальнейшее интегрирование дифференциальных вероятностей распада (2.10) или (2.13) тяжелого паракваркония по переменным x_1 и x_2 или по θ_{12} и θ_{23} дает бесконечность не только после взятия двукратного интеграла, но и после однократного интегрирования. Это связано с тем, что в каждой точке на границе области интегрирования (например, в переменных x_1 и x_2 областью интегрирования будет $0 \leq x_1 \leq 1$ и $1 - x_1 \leq x_2 \leq 1$) значение подинтегральной функции неограниченно возрастает, как следствие одновременного наличия инфракрасной и коллинеарной расходимостей.

Поведение подобного рода у дифференциальной вероятности распада паракваркония указывает на преобладание двух возможных конфигураций – 1) близкой к двухчастичной с испусканием мягкого глюона и 2) с малым углом разлета в какой-либо паре в случае достаточно энергичных всех трех глюонов.

4 Вероятность кварк-глюонного распада

4.1 Дифференциальная вероятность распада

Дифференциальная вероятность кварк-глюонного распада тяжелого паракваркония $^1S_0(\bar{Q}Q) \rightarrow \bar{q}qg$, просуммированная по поляризациям и цветам кварка, антикварка и глюона в конечном состоянии, может быть представлена в следующем релятивистски инвариантном виде:

$$d\Gamma = C_F \frac{\alpha_s^3 |\psi(0)|^2}{4\pi^2 m^2} \left[\frac{(\mathcal{P}(p_1 - p_2))^2 + (\mathcal{P}k)^2}{p^2 (\mathcal{P}k)^2} + \frac{4m^2 \mu^2}{(p^2)^2} \right] \quad (2.14)$$

$$\times \delta^{(4)}(\mathcal{P} - p_1 - p_2 - k) \frac{d\vec{p}_1 d\vec{p}_2 d\vec{k}}{\varepsilon_1 \varepsilon_2 \omega},$$

где $C_F = (N_c^2 - 1)/(2N_c)$ – значение оператора Казимира в фундаментальном представлении цветовой группы $SU(N_c)$ (в КХД $N_c = 3$ и $C_F = 4/3$), $\alpha_s = g_{st}^2/(4\pi)$ – константа связи сильных взаимодействий, $\mu = m_q/m$ – относительная масса родившегося кварка. Определение остальных величин в соответствии с (2.9).

Кинематический анализ трехчастичного распада показывает (см., например, [99]), что дифференциальная вероятность является функцией только двух независимых переменных. Наиболее простой вид выражение для дифференциальной вероятности кварк-глюонного распада паракваркония при учете масс родившихся фермионов принимает в терминах относительных энергий родившихся частиц:

$$\frac{d^2\Gamma}{dy_1 dy_2} = C_F \frac{\alpha_s^3 |\psi(0)|^2}{2m^2} \left[\frac{x^2 + (y_1 - y_2)^2}{x^2(1-x)} + \frac{\mu^2}{(1-x)^2} \right] \quad (2.15)$$

где $x = \omega/m$, $y_1 = \varepsilon_1/m$ и $y_2 = \varepsilon_2/m$ – относительные энергии глюона, кварка и антикварка соответственно, удовлетворяющие закону сохранения энергии $x + y_1 + y_2 = 2$.

По аналогии с трехглюонным распадом тяжелого паракваркония можно также получить и дифференциальную вероятность кварк-глюонного распада как функцию углов разлета между родившимися частицами, графическое определение которых дается на рис. (2.16).



$$(2.16)$$

Наиболее простой связь между энергиями родившихся частиц и углами разлета между ними будет для безмассовых конечных кварков:

$$y_1 = \frac{\cos(\phi_1/2)}{\sin(\phi_2/2) \sin(\theta/2)}, \quad y_2 = \frac{\cos(\phi_2/2)}{\sin(\phi_1/2) \sin(\theta/2)}, \quad (2.17)$$

$$x = \frac{\cos(\theta/2)}{\sin(\phi_1/2) \sin(\phi_2/2)}.$$

Подстановка уравнений связи (2.17) в выражение (2.15), взятое при нулевых массах родившихся фермионов $\mu = 0$, позволяет получить искомую функцию распределения:

$$\frac{d\Gamma}{d\phi_1 d\phi_2} = C_F \frac{\alpha_s^3 |\psi(0)|^2}{6m^2} \frac{\sin^2 \theta + (\sin \phi_1 - \sin \phi_2)^2}{\sin(\phi_1/2) \sin(\phi_2/2) \sin^3(\theta/2) \sin \theta}. \quad (2.18)$$

Выражение для дифференциальной вероятности (2.18) имеет особенность при $\theta \rightarrow 0$, что отражает наличие коллинеарной расходимости в пределе безмассовых кварков. Действительно, вероятность (2.14) содержит квадрат суммарного импульса кварка и антикварка p^2 в знаменателе, который в безмассовом пределе этих частиц выражается как $p^2 = 2\varepsilon_1\varepsilon_2(1 - \cos \theta)$, и при нулевом угле разлета в родившейся фермионной паре обнуляется. Выражение для дифференциальной вероятности (2.18) явно указывает на наличие этой особенности.

4.2 Полная вероятность кварк-глюонного распада

В отличие от трехглюонного распада $^1S_0(\bar{Q}Q) \rightarrow 3g$ тяжелого паракваркония, где дифференциальная вероятность в принципе не поддается дальнейшему интегрированию по всей области изменения переменных из-за сингулярного поведения на границе (инфракрасная и коллинеарная расходимости), в кварк-глюонном распаде $^1S_0(\bar{Q}Q) \rightarrow \bar{q}qg$ возможно не только однократное интегрирование (содержит только коллинеарную расходимость) в пределе безмассовых конечных кварков, но и при учете их масс интегрирование по всей области изменения переменных. Исходя из этого при вычислении одномерных функций распределения целесообразно удерживать массы родившихся фермионов отличными от нуля. Также для получения спектральных распределений по энергии кварка и энергии глюона удобно пользоваться дифференциальной вероятностью (2.14), записанной в релятивистски инвариантном виде, поскольку это позволяет производить релятивистски инвариантное интегрирование по фазовому пространству какой-либо пары родившихся частиц (в

соответствии с Приложением Б). В частности, интегрирование выражения (2.14) по импульсам кварка \vec{p}_1 и антикварка \vec{p}_2 позволяет получить спектральное распределение по энергии родившегося глюона

$$\frac{d\Gamma}{dx} = C_F \frac{2\alpha_s^3 |\psi(0)|^2}{3m^2} \frac{x}{1-x} \left(1 + \frac{\mu^2}{2(1-x)} \right) \sqrt{1 - \frac{\mu^2}{1-x}}. \quad (2.19)$$

Полную вероятность кварк-глюонного распада можно найти, интегрируя спектральное распределение $d\Gamma/dx$ (2.19) по энергии глюона x , что приводит к следующему результату:

$$\Gamma(^1S_0 \rightarrow \bar{q}qg) = C_F \frac{2\alpha_s^3 |\psi(0)|^2}{3m^2} \left\{ \ln \left| \frac{1+v}{1-v} \right| - \frac{2}{3} v(3+v^2) \right\}, \quad (2.20)$$

где $v = \sqrt{1 - \mu^2}$ – скорость центра масс родившейся кварк-антикварковой пары в системе покоя тяжелого паракваркония. В пределе безмассовых кварков $\mu \rightarrow 0$ ($v \rightarrow 1$) полная вероятность распада (2.20) имеет логарифмическую особенность $\sim \ln(1-v)$. Как указывалось выше, это следствие проявления коллинеарной расходимости.

Для проведения дальнейшего анализа удобно пользоваться безразмерной полной шириной распада

$$\gamma(v) \equiv \frac{\Gamma}{\alpha_s \Gamma_{2g}} = \frac{1}{3\pi} \left\{ \ln \left| \frac{1+v}{1-v} \right| - \frac{2}{3} v(3+v^2) \right\}. \quad (2.21)$$

где Γ_{2g} - вероятность распада паракваркония в два глюона (2.2). График функции $\gamma(v)$ изображен на рис. 4. Точки на кривой соответствуют распадам η_c - и η_b -мезонов в реальные кварк-глюонные состояния $\eta_c \rightarrow \bar{s}sg$, $\eta_b \rightarrow \bar{s}sg$ и $\eta_b \rightarrow \bar{c}cg$, где в качестве масс конечных кварков принимаются их токовые значения $m_s \simeq 150$ МэВ и $m_c \simeq 1,5$ ГэВ. Для получения численных оценок необходимо знать значение константы сильного взаимодействия $\alpha_s(m)$ на масштабах масс J/ψ - и Υ -мезонов. Среднее значение α_s на масштабе массы Z -бозона есть $\alpha_s(m_Z) = 0.108 \pm 0.010$ [33], которое при помощи уравнений ренормализационной группы может быть пересчитано на требуемые масштабы масс, что, в частности, дает следующие значения: $\alpha_s(m_b) \approx 0.16$ и $\alpha_s(m_c) \approx 0.21$. Используя безразмерную полную вероятность кварк-глюонного распада $\gamma(v)$ (2.21) и теоретическое

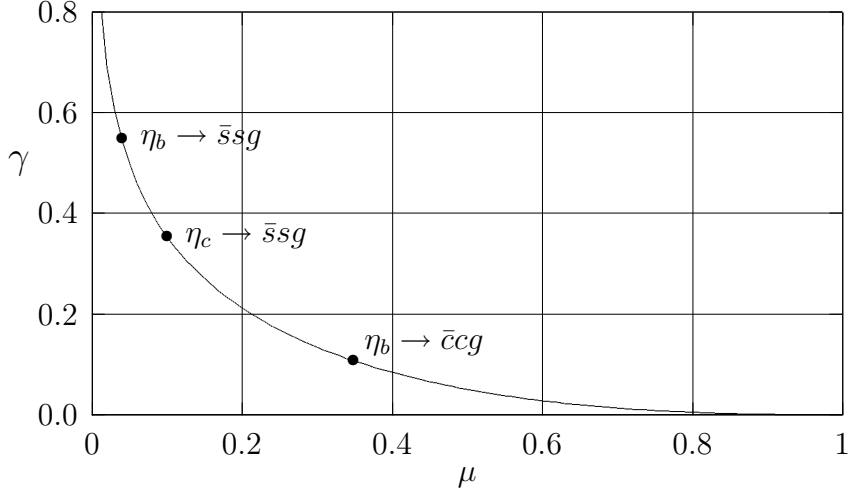


Рис. 4: Нормированная полная ширина γ кварк-глюонного распада паракваркония как функция относительной массы конечных кварков μ .

выражение для полной адронной ширины распада паракваркония (2.3) в виде [89]

$$\Gamma_{had} = \Gamma_{2g} \left(1 - C \frac{\alpha_s}{\pi} \right), \quad \text{где} \quad C = \begin{cases} 5.84 & \text{пара-charмоний} \\ 5.41 & \text{пара-боттомоний} \end{cases} \quad (2.22)$$

были вычислены относительные вероятности $Br = \Gamma/\Gamma_{had}$ кварк-глюонных распадов. Следует заметить, что при получении оценки для коэффициента C следует отбросить поправочный член в (2.3), обратно пропорциональный относительной скорости движения кварков в кварконии, который в статическом пределе кварков обращается в бесконечность. Это связано с тем, что данный член является поправкой порядка α_s к волновой функции кваркония, обусловленный наличием кулоноподобного члена в потенциале взаимодействия кварков в тяжелом кварконии. Относительные вероятности $Br = \Gamma/\Gamma_{had}$ рассматриваемого распада для парачармония η_c и паработтомония η_b приведены в таблице 1. При оцен-

Процесс	m_q (МэВ)	Br (%)
$\eta_c \rightarrow \bar{s}sg$	$150 \div 450$	$12 \div 5$
$\eta_c \rightarrow \bar{d}dg$	$7 \div 300$	$35 \div 7$
$\eta_c \rightarrow \bar{u}ug$	$4 \div 300$	$38 \div 7$
$\eta_b \rightarrow \bar{c}cg$	1500	2.5
$\eta_b \rightarrow \bar{s}sg$	$150 \div 450$	$13 \div 8$
$\eta_b \rightarrow \bar{d}dg$	$7 \div 300$	$27 \div 10$
$\eta_b \rightarrow \bar{u}ug$	$4 \div 300$	$30 \div 10$

Таблица 1: Теоретические предсказания $Br = \Gamma/\Gamma_{had}$ для относительных вероятностей распадов парачармония и паработтомония на кварк-антикварковую пару и глюон.

ке относительных вероятностей распада массы кварков в конечном состоянии изменялись от их токового значения до конституэнтного.

Представляет интерес сравнить полученные оценки для относительных вероятностей кварк-глюонных распадов S -волнового парачармония (η_c -мезона) с экспериментально измеренными значениями его мод распада. Распады с образованием легких u - и d -кварков неотличимы по составу струй родившихся частиц от трехглюонного распада. Поэтому в силу относительно малой для образования трехструйной структуры в конечном состоянии массы η_c -мезона процессы $\eta_c \rightarrow 3g, \bar{u}ug, \bar{d}dg$ дают вклад в поправку $\sim \alpha_s$ к основному двухглюонному распаду и в совокупности с ним образуют двухструйный распад. Особняком стоит процесс $\eta_c \rightarrow \bar{s}sg$, который лежит в основе процессов вида $\eta_c \rightarrow \bar{K}K + X$, где под X понимаются любые другие нестранные частицы. В таблице 2 приведены численные значения относительных вероятностей распадов с образованием странных частиц $Br(\eta_c \rightarrow \bar{K}K + X)$.

Экспериментальное значение для суммарной относительной вероятности процессов вида $\eta_c \rightarrow \bar{K}K + X$ согласно таблице 2 равно $Br(\eta_c \rightarrow \bar{K}K + X) = (9.5 \pm 2.0)\%$ без учета ограничений на распад $\eta_c \rightarrow \bar{K}K\eta$ или с его учетом $Br(\eta_c \rightarrow \bar{K}K + X) \leq 12.6\%$. Обе эти оценки хорошо согласуются с теоретическим предсказанием для относительной ширины

Мода	Br (%)
$\bar{K}K\pi$	5.5 ± 1.7
$K^{*0}K^-\pi^+ + c.c.$	2.0 ± 0.7
$K^+K^-\pi^+\pi^-$	$2.0^{+0.7}_{-0.6}$
$\bar{K}K\eta$	< 3.1

Таблица 2: Экспериментальные значения [33] относительных вероятностей распада η_c -мезона типа $\eta_c \rightarrow \bar{K}K + X$, где X – любые дополнительные нестранные частицы.

распада $Br(\eta_c \rightarrow \bar{s}sg) \approx 12\%$, вычисленного для токовых масс конечных s -кварков $m_c \simeq 150 \text{ MeV}$. Поэтому естественно считать, что на партонном уровне подавляющее большинство процессов вида $\eta_c \rightarrow \bar{K}K + X$ определяется распадом $\eta_c \rightarrow \bar{s}sg$.

Для S -волнового состояния паработтомония (η_b -мезона) также следует ожидать, что процессы $\eta_b \rightarrow \bar{s}sg$ и $\eta_b \rightarrow \bar{c}cg$ будут, в основном, определять моды распада η_b -мезона с образованием странных $\eta_b \rightarrow \bar{K}K + X$ и очарованных $\eta_b \rightarrow \bar{D}D + X$ частиц с относительными вероятностями 13% и 2.5% соответственно.

5 Энергетические и угловые функции распределений в кварк-глюонном распаде

5.1 Энергетические распределения

Как и в случае полной ширины кварк-глюонного распада паракваркония для анализа дифференциальных вероятностей рассматриваемого распада удобно ввести их безразмерные аналоги, отнормированные на вероятность (2.2) двухглюонного распада $^1S_0(\bar{Q}Q) \rightarrow 2g$ тяжелого паракваркония. Тогда функция распределения по энергиям кварка и антикварка будет иметь вид:

$$f_{y_1 y_2} \equiv \frac{1}{\alpha_s \Gamma_{2g}} \frac{d^2 \Gamma}{dy_1 dy_2} = \frac{1}{4\pi} \left[\frac{x^2 + (y_1 - y_2)^2}{x^2(1-x)} + \frac{\mu^2}{(1-x)^2} \right], \quad (2.23)$$

где x , y_1 и y_2 – относительные энергии глюона, кварка и антикварка соответственно. Выражение для функции распределения по энергии глюона легко получить из приведенного ранее спектрального энергетического распределения глюонов (2.19):

$$f_x \equiv \frac{1}{\alpha_s \Gamma_{2g}} \frac{d\Gamma}{dx} = \frac{1}{3\pi} \frac{x}{1-x} \left(1 + \frac{\mu^2}{2(1-x)} \right) \sqrt{1 - \frac{\mu^2}{1-x}}. \quad (2.24)$$

Интегрирование выражения для дифференциальной вероятности распада (2.23) по энергии антикварка y_2 позволяет получить функцию распределения по энергии кварка y_1 , которая имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} f_{y_1} &\equiv \frac{1}{\alpha_s \Gamma_{2g}} \frac{d\Gamma}{dy_1} = \frac{1}{2\pi} \left\{ 2(1-y_1) \left[2a(2-y_1) - y_1 \ln \left| \frac{1+a}{1-a} \right| \right] \right. \\ &\quad \left. + [y_1^2 + (1-y_1)^2] \ln \left| \frac{b+a}{b-a} \right| \right\}, \quad (2.25) \\ a &= \frac{\sqrt{y_1^2 - \mu^2}}{2-y_1}, \quad b = \frac{2y_1(1-y_1) + \mu^2}{2(1-y_1)(2-y_1)}. \end{aligned}$$

Графики функций распределений по энергиям глюона f_x (2.24) и кварка f_{y_1} (2.25) представлены на рисунках 5 и 6 при различных значениях относительной массы конечных кварков μ . Из рисунков видно, что обе функции распределения возрастают в конце спектра в случае малых значений относительной массы $\mu = 0.1$ и $\mu = 0.03$. Происхождение подобного поведения функции f_x связано с наличием кварк-антикваркового коллинеарного усиления вероятности распада. Возрастание функции распределения f_{y_1} обусловлено усилением за счет испускания мягкого глюона. Заметим, что коллинеарное усиление в глюонной функции распределения f_x (рис. 5) существенно более ярко выражено в сравнении с усилением мягких глюонов в кварковой функции распределения

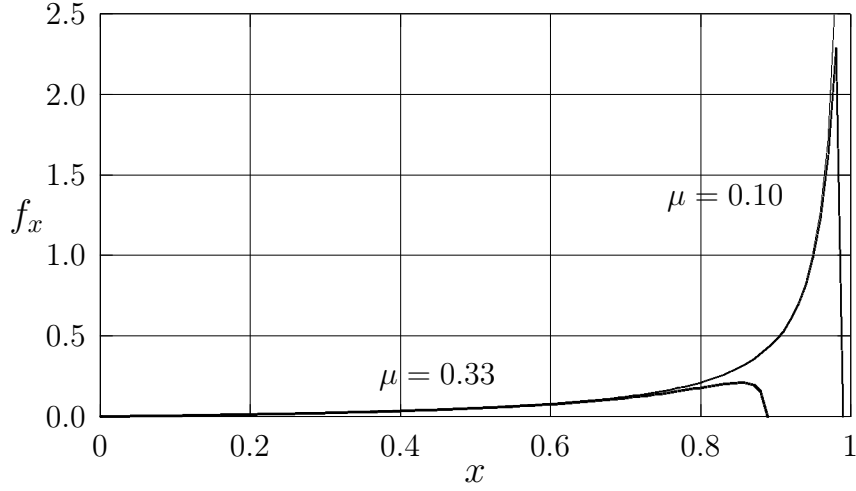


Рис. 5: Функции распределения f_x по относительной энергии глюона x при относительных массах конечных кварков, равных $\mu = 0.33$ ($\eta_b \rightarrow \bar{c}sg$) и $\mu = 0.10$ ($\eta_c \rightarrow \bar{s}sg$).

f_{y_1} (рис. 6). Для $\mu = 0.33$ (это соответствует процессу $\eta_b \rightarrow \bar{c}sg$) эти усиления полностью отсутствуют из-за достаточно большой относительной массы конечных кварков. Такое практически изотропное распределение по энергиям выделяет процесс $\eta_b \rightarrow \bar{c}sg$ из числа трехчастичных кварк-глюонных распадов η_b -мезона в качестве наиболее предпочтительного для наблюдения трехструйных событий в распадах тяжелых паракваркониев.

В пределе малой относительной массы конечных кварков $\mu \rightarrow 0$ функции распределения (2.24) и (2.25) упрощаются и принимают вид:

$$f_x = \frac{1}{3\pi} \frac{x}{1-x}, \quad (2.26)$$

$$f_{y_1} = \frac{1}{2\pi} \left\{ 2[(1-y_1)^2 + y_1^2] \ln \frac{2y_1}{\mu} + \ln(1-y_1) + 4y_1(1-y_1) \right\}. \quad (2.27)$$

Выражение для f_x (2.26) при $x = 1$ расходится, что отражает наличие коллинерной расходимости в пределе безмассовых кварков. Выражение для f_{y_1} (2.27) в безмассовом пределе вообще не существует опять же по причине наличия коллинерной расходимости, поскольку при вычислении кварковой функции распределения (2.25) был взят интеграл по всей

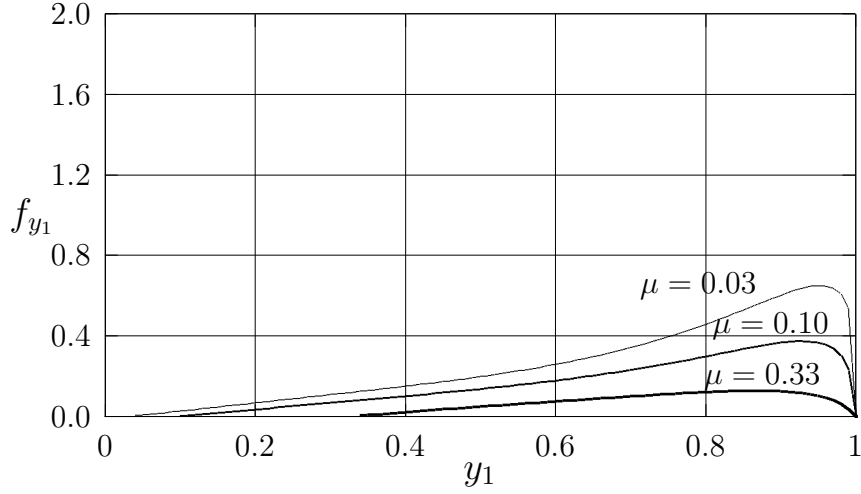


Рис. 6: Функции распределения f_{y_1} по относительной энергии кварка y_1 при относительных массах конечных кварков, равных $\mu = 0.33$ ($\eta_b \rightarrow \bar{c}sg$), $\mu = 0.10$ ($\eta_c \rightarrow \bar{s}sg$) и $\mu = 0.03$ ($\eta_b \rightarrow \bar{s}sg$).

области изменения угла θ между кварком и антикварком $0 \leq \theta \leq \pi$.

5.2 Угловые распределения

Дифференциальная вероятность кварк-глюонного распада тяжелого паракваркония как функция углов разлета между родившимися частицами может быть получена из энергетической дифференциальной вероятности, если известна связь между энергиями и углами разлета. При учете масс конечных кварков μ уравнения связи достаточно громоздки, однако они существенно упрощаются в безмассовом пределе кварка и антикварка и задаются уравнениями (2.17). Выражение для дифференциальной вероятности в зависимости от углов разлета между кварком и глюоном ϕ_1 и антикварком и глюоном ϕ_2 в безмассовом пределе образовавшейся кварковой пары приведено ранее (2.18), и из него легко получить функцию распределения по углам ϕ_1 и ϕ_2 , обезразмерив ее тем же самым образом, что и в случае энергетической функции распределения $f_{y_1 y_2}$ (2.23):

$$f_{\phi_1\phi_2} \equiv \frac{1}{\alpha_s \Gamma_{2g}} \frac{d^2\Gamma}{d\phi_1 d\phi_2} = \frac{\sin^2 \theta + (\sin \phi_1 - \sin \phi_2)^2}{12\pi \sin(\phi_1/2) \sin(\phi_2/2) \sin^3(\theta/2) \sin \theta}. \quad (2.28)$$

В пределе безмассовых кварков выражения для угловых функций распределения также упрощаются и имеют следующий вид:

$$f_{\phi_1} \equiv \frac{1}{\alpha_s \Gamma_{2g}} \frac{d\Gamma}{d\phi_1} = \frac{3 - \sin^4(\phi_1/2) + 6 \operatorname{ctg}^2(\phi_1/2) \ln \cos(\phi_1/2)}{3\pi \sin \phi_1}, \quad (2.29)$$

$$f_{\theta} \equiv \frac{1}{\alpha_s \Gamma_{2g}} \frac{d\Gamma}{d\theta} = \frac{\cos(\theta/2)}{4\pi \sin^3(\theta/2)} \left\{ \frac{\theta}{2} \operatorname{ctg} \frac{\theta}{2} - 1 - 2 \ln \cos \frac{\theta}{2} \right\}. \quad (2.30)$$

Обе эти функции распределения имеют точки сингулярности, а именно, для функции f_{ϕ_1} (2.29) таковой является точка $\phi_1 = \pi$, а для $f_{\theta} - \theta = 0$. Суть такого сингулярного поведения функций состоит в проявлении отмеченного ранее эффекта коллинеарной расходимости, а именно, в этой ситуации реализуется конфигурация, когда кварк и антикварк летят в одном направлении, а глюон – в противоположном.

Учет масс конечных кварков существенно усложняет выражения для угловых функций распределения, однако для функции распределения f_{ϕ_1} по углу разлета ϕ_1 между кварком и глюоном удалось получить аналитическое выражение:

$$\begin{aligned} f_{\phi_1} = & \frac{1}{4\pi} \left(F(x, \sin(\phi_1/2), \cos(\phi_1/2)) - F(x, \cos(\phi_1/2), \sin(\phi_1/2)) \right. \\ & + G(x, \sin(\phi_1/2), \cos(\phi_1/2)) + G(x, \cos(\phi_1/2), \sin(\phi_1/2)) \\ & \left. - G(0, \sin(\phi_1/2), \cos(\phi_1/2)) - G(0, \cos(\phi_1/2), \sin(\phi_1/2)) \right) \end{aligned} \quad (2.31)$$

с функциями F и G следующего вида:

$$\begin{aligned} F(x, u, v) = & \frac{\mu^2 \ln(1-x)}{2u^2v^4} + \frac{u^2 + \mu^2v^6(1+u^2)}{2u^2v^4} \ln(1-v^2x) \\ & + \frac{x[2u^2(u^4 + 3v^2) - 3\mu^2v^2(1+v^2)]}{12u^2v^2(1-v^2x)} \end{aligned} \quad (2.32)$$

$$\begin{aligned}
 & - \frac{x[u^2(3+u^2) + 3\mu^2uv^3]}{6v^2(1-v^2x)^2} + \frac{xu^4}{3v^2(1-v^2x)^3}, \\
 G(z, u, v) = & \frac{2(1-2u^2v^2) - \mu^2u^2v^2}{4u^4v^4} I_0 \\
 & + \frac{\mu^2[(2-\mu^2)u^2v^2 - 2\mu^2(1-4u^2v^2)]}{8u^4v^4} I_1 + \frac{\mu^4}{8u^2v^2} I_2 \\
 & - \frac{8u^4 + 8\mu^2u^2(v^2 - u^6) + 3\mu^4v^2(1-4u^2v^2)(4v^2 - 1)}{4u^4v^2} K_1 \\
 & + \frac{4u^4 - 8\mu^2u^4v^2 + \mu^4(1-4u^2v^2)(9v^2 - 4)}{8u^8v^2} aSq_1^2 R_1 \\
 & + \frac{v^2(2u^2 - \mu^2(1-2u^2))}{32u^8} a^2Sq_1^4 R_2 + \frac{2v^2}{3u^8} a^3Sq_1^6 R_3,
 \end{aligned} \tag{2.33}$$

$$I_0(z) = \frac{1}{\sqrt{4 - \mu^2 \sin^2 \phi_1}} \ln \left| \frac{1+z}{1+z_0} \frac{1-z_0}{1-z} \right|,$$

$$I_1(z) = \frac{2}{\mu \sin \phi_1} \left[\operatorname{arctg} \left(\frac{z_0}{b} \right) - \operatorname{arctg} \left(\frac{z}{b} \right) \right],$$

$$I_2(z) = \frac{(1+b^2)^2}{2\mu ab \sin \phi_1} \left[\frac{z}{b^2+z^2} - \frac{z_0}{b^2+z_0^2} \right] - \frac{1-b^4}{4ab^2} I_1(z),$$

$$K^\pm(z) = \frac{1}{2(1 \mp \cos \phi_1)} \ln \left| \frac{c_\pm + z}{c_\pm + z_0} \frac{c_\pm - z_0}{c_\pm - z} \right|,$$

$$R_1^\pm(z) = \frac{c_\pm z}{c_\pm^2 - z^2} - \frac{c_\pm z_0}{c_\pm^2 - z_0^2},$$

$$R_2^\pm(z) = \frac{c_\pm z}{(c_\pm^2 - z^2)^2} - \frac{c_\pm z_0}{(c_\pm^2 - z_0^2)^2},$$

$$R_3^\pm(z) = \frac{c_\pm^3 z^3}{(c_\pm^2 - z^2)^3} - \frac{c_\pm^3 z_0^3}{(c_\pm^2 - z_0^2)^3},$$

$$a = \frac{2\mu^2 \sqrt{1 - v^2 \cos^2 \phi_1}}{4 - \mu^2 \sin^2 \phi_1},$$

$$b^2 = \frac{a - (1 - x_0)}{a + (1 - x_0)},$$

$$x_0 = \frac{2(1 + v^2)}{4 - \mu^2 \sin^2 \phi_1},$$

$$z_0 = \frac{\sqrt{x_0^2 - a^2}}{a - x_0},$$

$$z = \frac{\sqrt{(x - x_0)^2 - a^2}}{a - (x_0 - x)},$$

$$c_{\pm}^2 = \frac{2 - (x_0 + a)(1 \pm \cos \phi_1)}{2 - (x_0 - a)(1 \pm \cos \phi_1)},$$

где $v = \sqrt{1 - \mu^2}$ – скорость кварк-антикварковой пары в системе покоя паракваркония.

6 Учет обрезания по углам разлета и энергиям частиц

Полная ширина распада $n^1S_0(\bar{Q}Q) \rightarrow \bar{q}qg$ расходитя в случае безмассовых кварков. Однако на эксперименте кварки и глюоны, как таковые, не наблюдаются, а регистрируются образованные ими струи адронов, в которые с вероятностью, близкой к единице обращаются кварки и глюоны [71, 72, 73]. Генерирующая струю частица должна быть достаточно энергичной, чтобы не только породить адроны, но и сообщить им достаточный для формирования струи импульс (адроны должны вылетать под достаточно малыми по отношению к направлению вылета исходной частицы углами). Поэтому адронную струю можно представить в виде конуса с углом раствора 2δ [96], и требование наблюдения распада $n^1S_0(\bar{Q}Q) \rightarrow \bar{q}qg$ как трехструйного состоит в том, чтобы соответствующие адронным струям конусы не пересекались. Учет использованной нами модели струи состоит в усечении фазового объема конечного состояния путем введения обрезания по углам разлета между родившимися частицами $\theta_{ij} > 2\delta$ и по их энергиям $x > \varepsilon$ и $y_i > \varepsilon$ (в приложении работы [94] подробно разбирается влияние такого обрезания на фазовый объем безмассовых родившихся частиц в трехчастичном распаде).

Использование усеченного фазового объема при вычислении полной вероятности распада $n^1S_0(\bar{Q}Q) \rightarrow \bar{q}qg$ в пределе безмассовых родившихся кварков приводит к конечному выражению и имеет следующий вид:

$$\Gamma_{\bar{q}qg} = C_F \frac{2\alpha_s^3 |\psi(0)|^2}{3m^2} \left\{ (4 + 3 \operatorname{ctg}^2 \delta) \ln \cos \delta - 2 \ln \sin \delta + \delta \operatorname{ctg}^3 \delta \right\} \quad (2.34)$$

$$- \left. \frac{2 \operatorname{ctg}^2 \delta}{1 + \cos \delta} + \frac{\cos^4 \delta}{(1 + \cos \delta)^2} + \frac{2(1 - \cos^3 \delta) \operatorname{ctg}^2(\delta/2)}{(1 + \cos \delta)^2} - f_{\bar{q}qg}(\varepsilon, \delta) \right\},$$

Вся зависимость от параметра обрезания энергий частиц ε в выражении (2.34) содержится в функции $f_{\bar{q}qg}(\varepsilon, \delta)$, причем $f_{\bar{q}qg}(0, \delta) = 0$. Явный вид функции $f_{\bar{q}qg}$ следующий:

$$\begin{aligned} f_{\bar{q}qg}(\varepsilon, \delta) &= (2 + 3 \operatorname{ctg}^2 \delta) \ln(1 - \varepsilon \sin^2 \delta) - \varepsilon[\varepsilon^2 + 3(1 - \varepsilon)^2] \ln(1 - \varepsilon) \\ &- 2\varepsilon(3 - 3\varepsilon + 2\varepsilon^2) \ln \operatorname{tg} \delta + 2 \operatorname{ctg}^3 \delta [\delta - \operatorname{arctg}((1 - \varepsilon) \operatorname{tg} \delta)] \\ &+ (1 - \varepsilon)^2(1 + 2\varepsilon) \ln(1 - \varepsilon(2 - \varepsilon) \sin^2 \delta) \\ &+ \varepsilon(4 - 2 \operatorname{ctg}^2 \delta - \varepsilon(3 - 2\varepsilon) \sin^2 \delta) \\ &+ \frac{\varepsilon \cos^2 \delta(1 - \varepsilon \sin^2 \delta(1 + \cos^2 \delta))}{(1 - \varepsilon \sin^2 \delta)^2}. \end{aligned} \quad (2.35)$$

Аналогичные вычисления для полной вероятности распада паракваркония на три глюона ${}^1S_0(\bar{Q}Q) \rightarrow 3g$ приводят к следующему результату:

$$\begin{aligned} \Gamma_{3g} &= C_{ACF} \frac{\alpha_s^3 |\psi(0)|^2}{3m^2} \left\{ 24 \ln \operatorname{tg} \delta \ln \varepsilon + 22 \ln \operatorname{tg} \delta - 45 + \frac{\pi^2}{4} \right. \\ &+ 2 \operatorname{ctg}^2 \delta (1 - \delta \operatorname{ctg} \delta) + 6 \delta \operatorname{ctg} \delta (6 + 5 \sin^2 \delta) - 31 \sin^2 \delta \\ &+ 3 \left[10 \operatorname{Li}_2(\sin^2 \delta) - 20 \operatorname{Li}_2\left(2 \sin^2 \frac{\delta}{2}\right) + 4 \operatorname{Li}_2\left(-\operatorname{tg}^2 \frac{\delta}{2}\right) \right. \\ &- 4 \operatorname{Li}_2\left(\operatorname{tg}^2 \frac{\delta}{2}\right) + 7 \operatorname{Li}_2\left(\frac{1}{4 \cos^2(\delta/2)}\right) - 7 \operatorname{Li}_2\left(\frac{\cos^2 \delta}{4 \cos^4(\delta/2)}\right) \\ &+ 14 \Re \operatorname{Li}_2\left(i \operatorname{tg} \frac{\delta}{2} e^{-i\delta}\right) - 14 \Re \operatorname{Li}_2\left(i \operatorname{tg} \frac{\delta}{2} (1 + 2 \cos \delta) e^{-i\delta}\right) \left. \right] \\ &+ 30 \ln^2 \cos \delta - 42 \ln \frac{\cos \delta}{\cos(\delta/2)} \ln \frac{\cos \delta(1 + 2 \cos \delta)}{2 \cos^3(\delta/2)} \\ &+ 2 \ln \cos \delta (1 - 12 \sin^2 \delta) - 48 \operatorname{ctg}^2 \delta \ln \cos \delta - f_{3g}(\varepsilon, \delta) \left. \right\}, \end{aligned} \quad (2.36)$$

где $\operatorname{Li}_2(z)$ – функция Спенса, и $\Re \operatorname{Li}_2(z) = (\operatorname{Li}_2(z) + \operatorname{Li}_2(z^*))/2$ – действительная часть функции Спенса комплексного аргумента. Как и в случае кварк-глюонной вероятности распада (2.34), несингулярная зависимость от параметра обрезания энергий ε содержится в функции $f_{3g}(\varepsilon, \delta)$ таким образом, что $f_{3g}(0, \delta) = 0$. Явный вид функции f_{3g} следующий:

$$\begin{aligned}
f_{3g}(\varepsilon, \delta) = & 42 \Re \text{Li}_2(i\varepsilon \sin \delta e^{-i\delta}) - 42 \Re \text{Li}_2(i(2-\varepsilon) \sin \delta e^{-i\delta}) \\
& - 21 [\text{Li}_2(\varepsilon - 1) - \text{Li}_2(-1)] - 9 \text{Li}_2(\varepsilon) + 6 \ln^2(1 - \varepsilon) \\
& - 21 \ln(1 - \varepsilon) \ln(2 - \varepsilon) + 24 \ln(1 - \varepsilon) \ln \text{tg } \delta \\
& + 4 \text{ctg } \delta \left(\text{arctg}((1 - \varepsilon) \text{tg } \delta) - \frac{\delta}{2} \right) (\text{ctg}^2 \delta - 3(6 + 5 \sin^2 \delta)) \\
& + 18 \left(\cos 2\delta + \frac{\ln(1 - \varepsilon) - \ln(1 - \varepsilon(2 - \varepsilon) \sin^2 \delta)}{\varepsilon} \right) \\
& + \ln(1 - \varepsilon) \left(4(1 - \varepsilon)^2(1 + 2\varepsilon) - 7 + 6(1 - \varepsilon) \frac{9 - 5\varepsilon}{(2 - \varepsilon)^2} \right) \quad (2.37) \\
& + 4\varepsilon \ln \text{tg } \delta (12 - 3\varepsilon + 2\varepsilon^2) - 2 \ln(1 - \varepsilon(2 - \varepsilon) \sin^2 \delta) \\
& \times \left(19 - 13\varepsilon + \varepsilon(1 - \varepsilon)(1 - 2\varepsilon) - \frac{33 - 18\varepsilon}{(2 - \varepsilon)^2} \right) \\
& + 2 \ln(1 - \varepsilon \sin^2 \delta) \left(1 - 12 \frac{1 + \cos^4 \delta}{\sin^2 \delta} \right) \\
& + \varepsilon(4 \text{ctg}^2 \delta - 71 - 24 \sin^2 \delta + 2\varepsilon(3 - 2\varepsilon) \sin^2 \delta) \\
& + \varepsilon \left(\frac{3 \cos 2\delta}{2 - \varepsilon} - 2 \cos^2 \delta \frac{1 - \varepsilon \sin^2 \delta (1 + \cos^2 \delta)}{(1 - \varepsilon \sin^2 \delta)^2} \right)
\end{aligned}$$

В пределе малых значений параметров обрезания по энергиям $\varepsilon \rightarrow 0$ и углам $\delta \rightarrow 0$ выражения (2.34) и (2.36) принимают вид:

$$\Gamma_{qqg} \approx C_F \frac{4\alpha_s^3 |\psi(0)|^2}{3m^2} \left\{ -\ln \delta + \frac{7}{12} \right\}, \quad (2.38)$$

$$\Gamma_{3g} \approx C_A C_F \frac{\alpha_s^3 |\psi(0)|^2}{3m^2} \left\{ 24 \ln \delta \ln \varepsilon + 22 \ln \delta + \frac{\pi^2}{4} + \frac{47}{3} \right\}. \quad (2.39)$$

Полученное выражение (2.38) для вероятности распада $n^1 S_0(\bar{Q}Q) \rightarrow \bar{q}qg$ в точности совпадает с вычисленным ранее в работе [94] при учете, что для группы $SU(3)$ константа $C_F = 4/3$. Однако выражение (2.39) для вероятности распада $n^1 S_0(\bar{Q}Q) \rightarrow 3g$ отличается от своего аналога, вычисленного в работе [94] и равного:

$$\Gamma_{3g} \approx C_A C_F \frac{\alpha_s^3 |\psi(0)|^2}{3m^2} \left\{ 24 \ln \delta \ln 2\varepsilon + 22 \ln \delta + \frac{\pi^2}{4} + \frac{47}{3} \right\}. \quad (2.40)$$

Предельное выражение (2.38) для вероятности кварк-глюонного распада $n^1 S_0(\bar{Q}Q) \rightarrow \bar{q}qg$ пропорционально $\sim \ln \delta$ и не зависит от ε , что явно отражает наличие коллинеарной и отсутствие инфракрасной расходимостей в пределе безмассовых кварков. Наиболее вероятной конфигурацией в данном распаде будет следующая: кварк и антикварк вылетают с малым относительным углом разлета, а глюон – в противоположную к ним сторону. В отличие от выражения (2.38) предельное выражение (2.39) для вероятности распада $n^1 S_0(\bar{Q}Q) \rightarrow 3g$ содержит как коллинеарную расходимость $\sim \ln \delta$, так и инфракрасную $\sim \ln \varepsilon$. Наличие расходящихся членов в выражениях для полных вероятностей распада паракваркония в состоянии $3g$ и $\bar{q}qg$ с безмассовыми кварками связано с тем, что полная вероятность распада кваркония на адроны при учете всех порядков теории возмущений является конечной величиной [97, 98] и реальные расходимости, вызванные эффектами коллинеаризации и испусканием мягких глюонов, будут сокращаться радиационными поправками того же порядка по константе сильного взаимодействия α_s к основному каналу распада (виртуальные расходимости).

Глава III

Дважды радиационный распад $Z \rightarrow f\bar{f}\gamma\gamma$

1 Введение

С запуском в 1989 г. новых электрон-позитронных ускорителей LEP в ЦЕРНе и SLC в Станфорде (США) с энергиями до 46 ГэВ в каждом пучке начался качественно новый этап в физике элементарных частиц. В процессе аннигиляции электрона и позитрона с такими энергиями напрямую рождается промежуточный Z -бозон с массой $m_Z = 91.187 \pm 0.007$ ГэВ [33], являющийся одним из переносчиков слабых взаимодействий. Обладая достаточно большой массой, Z -бозон является нестабильной частицей и имеет ширину распада $\Gamma = 2.490 \pm 0.007$ ГэВ [33]. Поэтому экспериментальные исследования на ускорителях LEP и SLC позволяют провести детальную проверку предсказаний стандартной теории элементарных частиц – единой электрослабой теории (на основе модели Глэшоу-Вайнберга-Салама) и теории сильных взаимодействий (на основе квантовой хромодинамики) – при изучении физики Z -бозона в e^+e^- столкновениях, поскольку при таких энергиях наблюдаются преимущественно продукты распада этого бозона.

При оценке основных параметров Z -бозона (массы, полной ширины и основных мод распада) проводится сравнение теоретически предсказываемого значения сечения аннигиляции e^+e^- пары с экспериментально измеренным, причем параметры Z -бозона подбираются таким образом, чтобы при заданных критериях фитирования согласие было наилучшим. При сканировании энергии в области массы Z -бозона сечение e^+e^- аннигиляции (учет достаточно большого $\sim 30\%$ излучения из начального состояния осуществляется посредством введения “функции излучения” $H(s, s')$ [100]) имеет вид:

$$\begin{aligned} \sigma(s) &= \int H(s, s') \sigma^0(s') ds', \\ \sigma^0(s) &= \sigma_Z^0 + \sigma_\gamma^0 + \sigma_{\gamma Z}^0, \end{aligned} \tag{3.1}$$

где σ_Z^0 и σ_γ^0 – вклады в сечение e^+e^- аннигиляции с Z -бозоном и фотоном в промежуточном состоянии, а $\sigma_{\gamma Z}^0$ – интерференционный член. В частности, при электрон-позитронной аннигиляции в пару фермионов эти составляющие сечения в древесном приближении имеют вид [33]:

$$\sigma_Z^0 = \frac{12\pi}{m_Z^2} \frac{\Gamma_e \Gamma_f}{\Gamma^2} \frac{s\Gamma^2}{(s - m_Z^2)^2 + s^2\Gamma^2/m_Z^2}, \quad (3.2)$$

$$\sigma_{\gamma Z}^0 = -\frac{2\sqrt{2}\alpha(s)}{3} (Q_f G_F N_c^f g_{Ve} g_{Vf}) \frac{(s - m_Z^2)m_Z^2}{(s - m_Z^2)^2 + s^2\Gamma^2/m_Z^2}, \quad (3.3)$$

$$\sigma_\gamma^0 = \frac{4\pi\alpha^2(s)}{3s} Q_f^2 N_c^f, \quad (3.4)$$

где $\alpha(s) = e^2(s)/(4\pi)$ – постоянная тонкой структуры, измеренная при энергии $E = \sqrt{s}$ в системе центра масс электрон-позитронной пары, G_F – постоянная Ферми, Q_f – безразмерный заряд фермиона, $N_c^f = 3$ (1) – цветовой фактор для кварков (лептонов), g_{Vf} – векторная константа связи Z -бозона с фермион-антифермионной парой $f\bar{f}$, Γ_f – ширина распада Z -бозона на пару фермионов $f\bar{f}$. Интересно выявить доминирующий вклад из набора (3.2)–(3.4) в полное сечение e^+e^- аннигиляции в резонансе Z -бозона ($\sqrt{s} = m_Z$). В этом случае интерференционный член (3.3) обнуляется, поскольку электрон и позитрон аннигилируют в конечное состояние (одионый Z -бозон), существенно отличное от производимого через виртуальный фотон. Поэтому сравнивая выражения σ_Z^0 (3.2) и σ_γ^0 (3.4) получим

$$\frac{\sigma_Z^0}{\sigma_\gamma^0} = \frac{9(\Gamma_e/\Gamma)}{\alpha^2(m_Z) \sum_f Q_f^2 N_c^f} \approx 750, \quad (3.5)$$

что указывает на то, что в области энергий, близких к массе Z -бозона, физика, в основном, определяется распадами этого бозона. Несмотря на малость полного сечения e^+e^- аннигиляции через Z -бозон в промежуточном состоянии ($\sigma \approx 4 \cdot 10^{-32}$ см² [34]) при светимости пучков $L \sim 10^{30}$ см⁻² сек⁻¹ (примерно при таком значении светимости работают ускорители LEP и SLC) будет наблюдаться примерно 10^6 событий рождения Z -бозона и его последующего распада ежегодно, что позволяет назвать современные ускорители LEP и SLC “фабриками” Z -бозонов.

Так за период эксплуатации с 1989 г. по 1996 г. на LEP наблюдалось примерно $2 \cdot 10^7$ Z -бозонов [101]. Наличие такой большой статистики распадов позволяет на масштабе m_Z с высокой точностью производить определение таких физических величин, как массы W - и Z -бозонов, угол Вайнберга θ_W , постоянные тонкой структуры α и сильного взаимодействия α_{st} , массу t -кварка, а также протестировать стандартную модель электрослабых и сильных взаимодействий не только на древесном, но и на петлевом уровне. Хотя подавляющее большинство экспериментальных данных находится в хорошем согласии с предсказаниями стандартной модели, тем не менее интенсивные поиски возможных проявлений новой физики непрерывно продолжаются. В этом направлении проводится детальное изучение редких распадов Z -бозона, в том числе и распадов типа $Z \rightarrow \bar{f}f\gamma\gamma$, где f обозначает произвольный фермион.

В работе [102] были приведены результаты экспериментального исследования реакции $e^+e^- \rightarrow \ell^+\ell^- + n\gamma$ ($\ell = e, \mu, \tau$; $n = 0, 1, 2$), и при $n = 2$ отмечена кластеризация четырех событий в распределении по инвариантной массе фотонной пары $m_{\gamma\gamma}$ в области $m_{\gamma\gamma} = 60 \pm 2,5$ ГэВ (3 события $\mu^+\mu^-\gamma\gamma$ и 1 событие $e^+e^-\gamma\gamma$). Произведенное моделирование процесса $e^+e^- \rightarrow \ell^+\ell^-\gamma\gamma$ в рамках стандартной модели методами Монте-Карло [103, 104, 105] находилось в противоречии с указанной $L3$ коллаборацией аномалией и допускало интерпретацию этих 4 событий как флуктуацию с вероятностью $\sim 10^{-3}$. Наличие подобного рода аномалии также находилось в противоречии с существовавшими к тому времени ограничениями на другие подобного рода моды распада Z -бозона – отсутствие событий типа $e^+e^- \rightarrow \nu\bar{\nu}\gamma\gamma$ с $m_{\gamma\gamma} > 10$ ГэВ [102] и $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$ + адроны с $m_{\gamma\gamma} > 40$ ГэВ [106]. Попытки понять природу аномальных $\ell^+\ell^-\gamma\gamma$ событий были предприняты в трех направлениях.

1. Объяснение $\ell^+\ell^-\gamma\gamma$ событий проявлением новой частицы в промежуточном состоянии – (псевдо)скалярного бозона с массой $m_X \approx 60$ ГэВ, распадающегося преимущественно на два фотона.

Интерпретация новой частицы в качестве стандартного хиггсовского бозона H с массой $m_H \approx 60$ ГэВ затруднена малой относительной вероятностью распада Хиггса по каналу $H \rightarrow \gamma\gamma$ [34]:

$$Br(H \rightarrow \gamma\gamma) = \frac{\Gamma(H \rightarrow \gamma\gamma)}{\Gamma(H \rightarrow \bar{f}f)} \approx \frac{\alpha^2}{8\pi^2} \frac{(4/3)F_{1/2}(\beta_t) + 2F_1(\beta_W)}{3G(\beta_b)} \approx 1.2 \cdot 10^{-4}, \quad (3.6)$$

где основной вклад в вероятность двухфотонного распада дают петли, образованные W -бозоном и t -кварком, а основной вклад в полную ширину дает распад на пару b -кварков. Учет радиационных поправок как к основному (фермионному), так и двухфотонному распадам конечно изменит численный фактор в оценке (3.6) в несколько раз [107], сохраняя при этом порядок $\sim 10^{-4}$. Полученная оценка указывает на редкость двухфотонной моды в распадах стандартного хиггсовского бозона с массой $m_H \approx 60$ ГэВ.

При оценке относительной вероятности распада $Z \rightarrow \bar{f}f\gamma\gamma$ с рождением стандартного хиггсовского бозона в промежуточном состоянии и его последующим распадом на два фотона, относительная вероятность которого $\sim 10^{-4}$ (3.6), нужно знать также вероятность Бьеркеновского процесса – распада Z -бозона на фермионную пару и хиггсовский бозон $Z \rightarrow \bar{f}fH$ [108, 109, 110]. В электрослабой теории этот процесс может идти за счет излучения хиггсовского бозона либо Z -бозоном, либо фермионами. Второй канал подавлен по отношению к первому фактором $(m_f/m_Z)^2$, где m_f – масса родившегося фермиона, что даже для пары b -кварков составляет всего $\sim 10^{-3}$. Относительная вероятность распада $Z \rightarrow Z^*H \rightarrow \bar{f}fH$ имеет следующее значение [110]:

$$Br(Z \rightarrow \bar{f}fH) \approx 4 \cdot 10^{-6}, \quad (3.7)$$

где оценка (3.7) соответствует сумме по всем конечным фермионам. Для отдельно взятого фермионного аромата эта оценка будет несколько меньше, сохранив свой порядок $\sim 10^{-6}$. Исходя из выражений для относительных вероятностей распадов $H \rightarrow \gamma\gamma$ (3.6) и $Z \rightarrow \bar{f}fH$ (3.7) оценка для распада $Z \rightarrow \bar{f}f\gamma\gamma$ будет следующей:

$$Br(Z \rightarrow \bar{f}f\gamma\gamma) \approx Br(Z \rightarrow H\bar{f}f)Br(H \rightarrow \gamma\gamma) \sim 10^{-10}. \quad (3.8)$$

Выражение (3.8) указывает на то, что набранной статистики распадов

Z -бозона $\sim 2 \cdot 10^7$ явно недостаточно для обнаружения стандартного хиггсовского бозона с массой $m_H \approx 60$ ГэВ в процессе $Z \rightarrow \bar{f}f\gamma\gamma$.

Были также предприняты попытки объяснения $\ell^+\ell^-\gamma\gamma$ аномалии проявлением не только дополнительных (псевдо)скалярных бозонов, а именно хиггсовских частиц из многодублетных расширений стандартной теории [111, 112], тяжелых аксионов [113], псевдоголдстоунов из моделей техницвета [114, 115], но и дополнительного нейтрального векторного бозона [116]. В работе [117] дается более общее рассмотрение различных вариантов объяснения указанной аномалии, а в [118, 119, 120] модельно независимый анализ всей совокупности экспериментальных данных по распадам $Z \rightarrow \bar{f}f\gamma\gamma$ и $Z \rightarrow \gamma\gamma\gamma$, на предмет их совместности при условии рождения новой скалярной частицы. Возможность усиления канала испускания дополнительного скалярного или тензорного бозона с фермионной линии была исследована в работе [121]. Даже в предположении аномальных свойств у рассматриваемых во всех этих работах дополнительных бозонов удовлетворительного объяснения указанной $\ell^+\ell^-\gamma\gamma$ аномалии дать не удалось.

2. При анализе аномальных $\ell^+\ell^-\gamma\gamma$ событий было выявлено расхождение экспериментально наблюдаемых и теоретически смоделированных распределений этих событий. В связи с этим встал вопрос о корректности теоретических расчетов в области аномалии. В частности, подобное расхождение наблюдалось в распределении по инвариантным массам фотонной и лептонной пар. На эксперименте [102] наблюдалось четыре лептонных события (рис. 8) с инвариантной массой $m_{\gamma\gamma} > 45$ ГэВ в то время, как Монте-Карло моделирование всего лишь одно (рис. 9). Используемая L3 коллаборацией программа теоретических расчетов процессов e^+e^- аннигиляции [103, 104, 122, 123, 105] на основе YFS механизма [124] для жестких фотонов, разлетающихся на большие углы, давала заниженный результат. Доработка программы [125], а также независимые численные расчеты [126, 127, 128, 129, 130], указали на отсутствие отклонений от предсказаний стандартной модели. А именно, на рис. 10 приведено теоретически рассчитанное распределение [128] событий типа $\mu^+\mu^-\gamma\gamma$ по инвариантным массам мюонной и фотонной пар, и наблюдается хорошее согласие с аналогичным экспериментальным распределением [102] (рис. 8). В работах [69, 70] было получено аналитическое выраже-

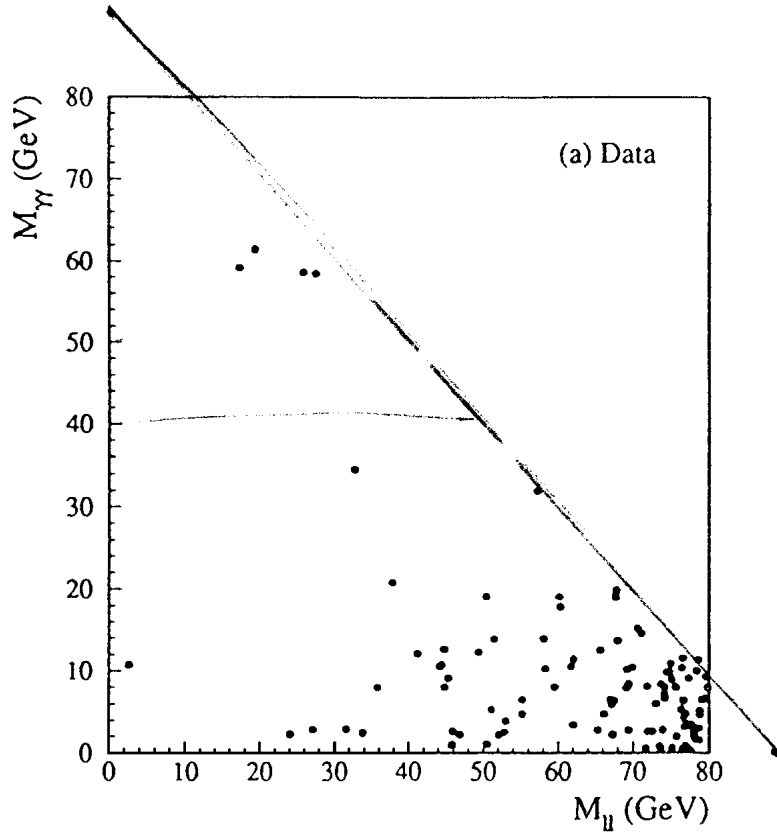


Рис. 8: Экспериментальное распределение событий $l^+l^-\gamma\gamma$ по инвариантным массам фотонной и лептонной пар, обнаруженное L3 коллаборацией [102]. Наклонная линия соответствует границе физической области изменения переменных $m_{\ell\ell} + m_{\gamma\gamma} = m_Z$.

ние для распада Z -бозона в приближении, соответствующем кинематике изучаемых распадов, которое дает хорошо согласующийся с экспериментом результат. Все эти работы не исключают флуктуационную природу наблюдаемой аномалии. Однако, подтверждение на большей статистике кластеризации событий $e^+e^- \rightarrow l^+l^-\gamma\gamma$ вблизи $m_{\gamma\gamma} \sim 60$ ГэВ с одновременным отсутствием реакций $e^+e^- \rightarrow \nu\bar{\nu}\gamma\gamma$, $\gamma\gamma$ + адроны с жесткими γ -квантами могло бы служить сигналом о новой физике.

3. При существовавшей тогда статистике (4 события $e^+e^- \rightarrow l^+l^-\gamma\gamma$ с $m_{\gamma\gamma} \sim 60$ ГэВ из 139 наблюдавшихся [102]) не исключена была возможность объяснения этих событий в рамках стандартной электрослабой

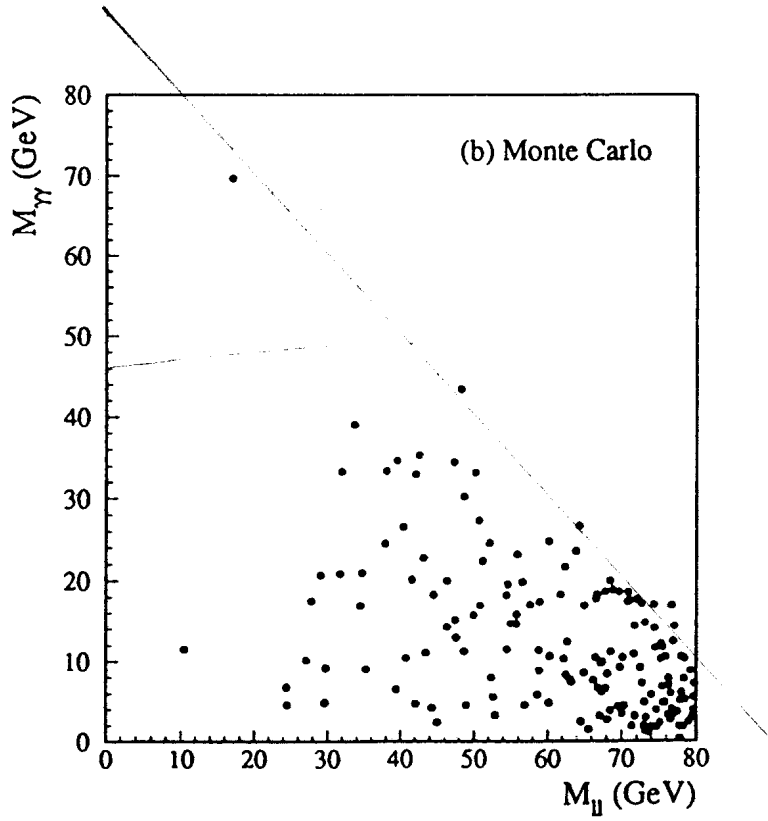


Рис. 9: Теоретически смоделированное методами Монте-Карло распределение событий $l^+l^-\gamma\gamma$ по инвариантным массам фотонной и лептонной пар [102], использованное L3 коллаборацией при сравнении с экспериментальными данными. Наклонная линия соответствует границе физической области изменения переменных $m_{\ell\ell} + m_{\gamma\gamma} = m_Z$.

теории как случайной флуктуации. Прояснить ситуацию можно было, увеличив статистику событий путем проведения дальнейших экспериментов. Три другие коллаборации на ускорителе LEP – ALEPH, DELPHI и OPAL – также обработали имеющиеся данные по редким распадам Z -бозона на предмет поиска аномалии в распределении наблюдаемых ими $\bar{f}f\gamma\gamma$ (f – произвольный фермион) событий и в указанной области значения инвариантной массы фотонной пары $m_{\gamma\gamma} \sim 60$ ГэВ указали на наличие еще нескольких подобного типа событий: трех лептонных [131], кваркового [132] и нейтринного [131]. В дальнейших экспериментах процессам $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma\gamma$ и $e^+e^- \rightarrow \bar{f}f\gamma\gamma$ также уделялось достаточное вни-

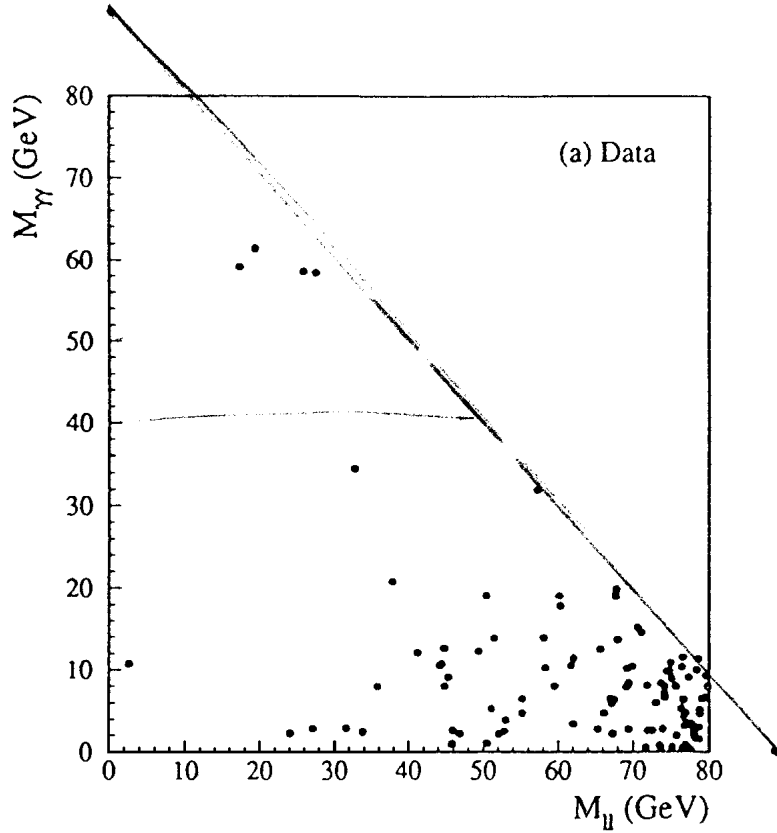


Рис. 10: Теоретически смоделированное методами Монте-Карло распределение событий $\mu^+\mu^-\gamma\gamma$ по инвариантным массам фотонной и мюонной пар [128], полученное при более аккуратных расчетах в области больших $m_{\gamma\gamma} \geq 45$ ГэВ. Наклонная линия соответствует границе физической области изменения переменных $m_{\mu\mu} + m_{\gamma\gamma} = m_Z$.

вание, однако с увеличением статистики наличие наблюдавшейся группой $L3$ аномалии в распределении по инвариантной массе пары фотонов вблизи значения $m_{\gamma\gamma} \sim 60$ ГэВ не подтвердилось [133].

В то же время на установке TRISTAN в Японии была очень тщательно просканирована область $57 \div 60$ ГэВ с целью обнаружения прямого рождения возможного (псевдо)скаляра в процессе электрон-позитронной аннигиляции. Эти эксперименты также подтвердили отсутствие новой частицы с массой $m_X \approx 60$ ГэВ [121, 134, 135, 136, 137, 138, 139].

В настоящее время достоверно установлено, что рассматриваемый распад Z -бозона не обладает никакими аномальными свойствами и хоро-

шо согласуется с теоретическими расчетами, проведенными в рамках стандартной электрослабой теории. Однако детальный анализ процесса $e^+e^- \rightarrow \bar{f}f\gamma\gamma$, спровоцированный указанной L3 коллаборацией аномалией в распределении по инвариантной массе фотонной пары, позволил выявить некоторые специфические особенности этого процесса [69, 70, 128].

2 Амплитуда распада $Z \rightarrow \bar{f}f\gamma\gamma$

Процесс e^+e^- аннигиляции на LEP и SLC при энергиях в системе центра масс ~ 90 ГэВ происходит с рождением реального Z -бозона, продукты распада которого, в основном, и наблюдаются на эксперименте. При анализе распада $Z \rightarrow \bar{f}f\gamma\gamma$ с рождением пары жестких γ -квантов, вылетающих под малым углом к направлению вылета фермионов (в соответствии с кинематикой аномальных $\ell^+\ell^-\gamma\gamma$ событий [102]), с удовлетворительной точностью применимо приближение главных логарифмов. В этом приближении и проводится анализ распада. Следует заметить, что поправки на излучение жестких γ -квантов из начального e^+e^- состояния будут пренебрежимо малы, поскольку порождаемый в этом случае Z -бозон уже будет находиться вне массовой поверхности, и в соответствии с приведенным во введении к этой главе анализом подобный вклад в вероятность будет существенно подавлен.

Распад Z -бозона $Z \rightarrow \bar{f}f\gamma\gamma$ в рамках стандартной теории электрослабых взаимодействий описывается набором из шести диаграмм, приведенных на рис. 11. Амплитуду процесса можно записать в виде:

$$\mathcal{M} = -\frac{e^3 Q_f^2}{\sin 2\vartheta_W} (J_\alpha^{(Z)}), \quad (3.9)$$

где eQ_f – заряд фермиона, ϑ_W – угол Вайнберга, экспериментальное значение которого $\sin^2 \vartheta_W = 0.2249 \pm 0.0005$ [33], $\varepsilon_\alpha^{(Z)}$ – вектор поляризации Z -бозона, J_α – вектор тока, соответствующий конечному состоянию $\bar{f}f\gamma\gamma$:

$$J_\alpha = \sum_{i=1}^3 (J_\alpha^{(i)} + \tilde{J}_\alpha^{(i)}). \quad (3.10)$$

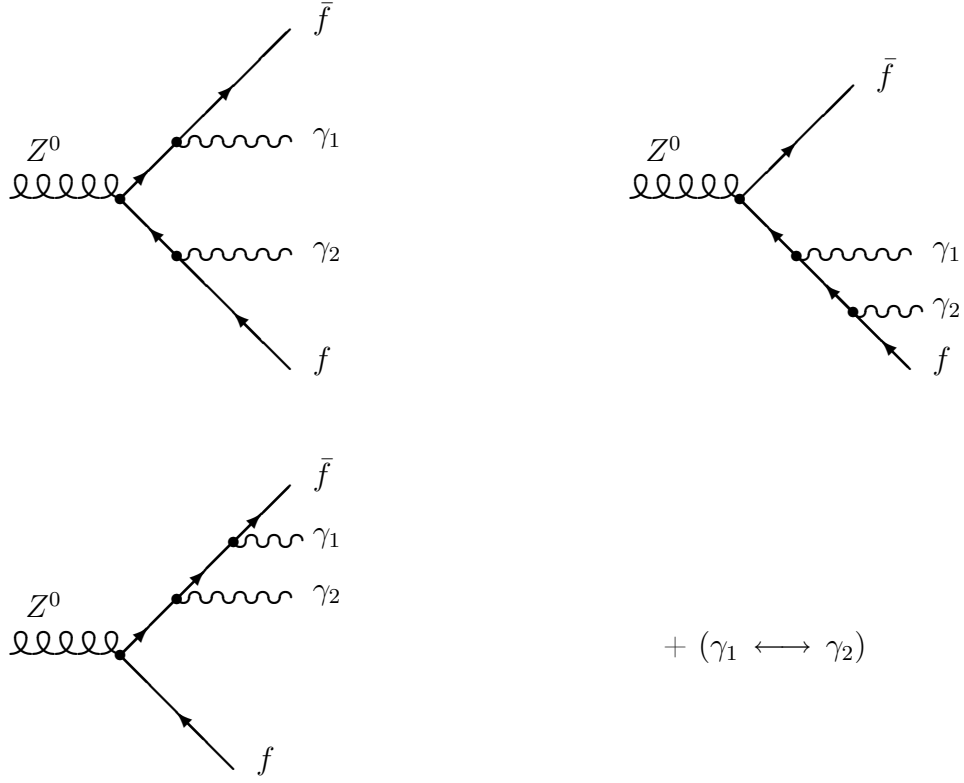


Рис. 11: Набор диаграмм, описывающих распад $Z \rightarrow f\bar{f}\gamma\gamma$

$J_\alpha^{(i)}$ и $\tilde{J}_\alpha^{(i)}$ вычисляются по стандартным правилам Фейнмана и имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}
 J_\alpha^{(1)} &= -(\bar{u}(p_1)\hat{\varepsilon}_1(\hat{p}_1 + \hat{k}_1 - m_f)^{-1}\gamma_\alpha(g_V + g_A\gamma_5) \times \\
 &\quad \times (\hat{p}_2 + \hat{k}_2 + m_f)^{-1}\hat{\varepsilon}_2 u(-p_2)), \\
 J_\alpha^{(2)} &= (\bar{u}(p_1)\hat{\varepsilon}_1(\hat{p}_1 + \hat{k}_1 - m_f)^{-1}\hat{\varepsilon}_2 \times \\
 &\quad \times (\hat{p}_1 + \hat{k}_1 + \hat{k}_2 - m_f)^{-1}\gamma_\alpha(g_V + g_A\gamma_5)u(-p_2)), \\
 J_\alpha^{(3)} &= (\bar{u}(p_1)\gamma_\alpha(g_V + g_A\gamma_5)(\hat{p}_2 + \hat{k}_1 + \hat{k}_2 - m_f)^{-1} \times \\
 &\quad \times \hat{\varepsilon}_1(\hat{p}_2 + \hat{k}_2 - m_f)^{-1}\hat{\varepsilon}_2 u(-p_2)), \\
 \tilde{J}_\alpha^{(i)} &= \tilde{J}_\alpha^{(i)} \Big|_{\substack{k_1 \leftrightarrow k_2 \\ \varepsilon_1 \leftrightarrow \varepsilon_2}},
 \end{aligned} \tag{3.11}$$

$$g_V = T_3 - 2Q_f \sin^2 \vartheta_W, \quad g_A = T_3,$$

где m_f – масса фермиона, ε_1, k_1 и ε_2, k_2 – 4-векторы поляризации и импульсов фотонов, p_1 и p_2 – 4-импульсы родившихся фермиона и антифермиона, $T_3 = \pm 1/2$ – третья компонента изотопического спина фермиона.

3 Вероятность распада $Z \rightarrow f \bar{f} \gamma \gamma$

Квадрат амплитуды (3.9), дающий основной вклад в вероятность процесса $Z \rightarrow \bar{f} f \gamma \gamma$ в приближении главных логарифмов по инвариантным массам фермион-фотонных пар ($(p_1 \cdot k_1) \ll m_Z^2$, $(p_1 \cdot k_2) \ll m_Z^2$, $(p_2 \cdot k_1) \ll m_Z^2$, $(p_2 \cdot k_2) \ll m_Z^2$), можно привести к простому виду:

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} \sum_{\lambda} |\mathcal{M}|^2 &= \frac{32\pi(4\pi\alpha)^2 Q_f^4 m_Z \Gamma_f}{(p_1 \cdot k_1)(p_2 \cdot k_2)} \frac{I^2(x, y) + (1 + y^2)^2}{x^2}, \\ \Gamma_f &\equiv \Gamma(Z \rightarrow \bar{f} f) = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \frac{m_Z^3}{6\pi} [g_V^2 + g_A^2], \\ I(x, y) &= [(1 - x - y)(1 - x + y)(1 + x - y)(1 + x + y)]^{\frac{1}{2}}, \end{aligned} \quad (3.12)$$

где Γ_f – вероятность распада Z -бозона на пару безмассовых фермионов в древесном приближении, m_Z – масса Z -бозона, x и y – безразмерные инвариантные массы пары фотонов и пары фермионов соответственно:

$$x^2 = \frac{(k_1 + k_2)^2}{m_Z^2} = \frac{m_{\gamma\gamma}^2}{m_Z^2}, \quad y^2 = \frac{(p_1 + p_2)^2}{m_Z^2} = \frac{m_{ff}^2}{m_Z^2}. \quad (3.13)$$

Для приведения квадрата амплитуды к виду (3.12) необходимо учесть симметрию фазового объема относительно замены $k_1 \leftrightarrow k_2$, $p_1 \leftrightarrow p_2$.

Интегрируя по фазовому пространству конечных частиц при фиксированных значениях переменных x и y (см. Приложение Г), получим распределение по инвариантным массам фотонной и фермионной пар, описывающее процесс $Z \rightarrow \bar{f} f \gamma \gamma$ с логарифмической точностью, в виде:

$$\frac{1}{N} \frac{d^2\Gamma}{dx dy} \equiv F(x, y) = \frac{y}{x} \frac{I^2(x, y) + (1 + y^2)^2}{I(x, y)},$$

$$\begin{aligned} N &= 2 \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^2 Q_f^4 \ln^2(r) \Gamma_f, \\ r &= \frac{\Delta m_{f\gamma}^2}{m_Z^2} \ll 1, \end{aligned} \quad (3.14)$$

где $\Delta m_{f\gamma}$ – параметр обрезания инвариантной массы фермион-фотонной пары. Полная вероятность распада в приближении больших логарифмов получается интегрированием выражения (3.14) по переменным x и y с учетом обрезания по инвариантной массе $m_{\gamma\gamma}$:

$$\begin{aligned} \Gamma &= \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^2 Q^4 \ln^2(r) \ln^2(\tilde{r}) \Gamma_f, \\ \tilde{r} &= \frac{\Delta m_{\gamma\gamma}^2}{m_Z^2} \ll 1, \end{aligned} \quad (3.15)$$

где $\Delta m_{\gamma\gamma}$ – параметр обрезания по инвариантной массе фотонной пары. Отметим, что распределение (3.14) расходится корневым образом на границе физической области $x + y = 1$, где $I(x, y)$ обращается в ноль. Поэтому при интегрировании выражения (3.12) по фазовому объему, когда $x + y \rightarrow 1$, необходимо учитывать малость функции $I(x, y) \ll 1$, что дает для распределения (см. Приложение Г):

$$F(x, y) \simeq \frac{1}{r \ln^2(r)} \frac{(1 + y^2)^2}{x^2} I(x, y), \quad (3.16)$$

Выражение (3.16) показывает, что распределение $F(x, y)$ корневым образом падает до нуля при $x + y = 1$, т. е. на границе физической области. Поведение функции распределения, задаваемое формулами (3.14) и (3.16), можно проинтерполировать простым выражением:

$$F(x, y) = \frac{y}{x} \frac{I^2(x, y) + (1 + y^2)^2}{I^2(x, y) + xy r \ln^2(r)} I(x, y), \quad (3.17)$$

Следует заметить, что точное выражение для квадрата матричного элемента (3.9) в пределе безмассовых фермионов может быть получено из формул, соответствующих процессу e^+e^- аннигиляции в кварк-глюонное конечное состояние $e^+e^- \rightarrow \bar{q}qgg$ и приведенных в Приложении А работы [140].

Точное выражение для вероятности распада $Z \rightarrow \bar{f}f\gamma\gamma$ имеет вид:

$$d\Gamma = \frac{\alpha^3 Q_f^4 (g_V^2 + g_A^2)}{768\pi m_Z \sin^2 2\theta_W} \delta(\mathcal{P} - p_1 - p_2 - k_1 - k_2) \frac{d\vec{p}_1 d\vec{p}_2 d\vec{k}_1 d\vec{k}_2}{\varepsilon_1 \varepsilon_2 \omega_1 \omega_2} \quad (3.18)$$

$$\times \sum_{k=0}^3 \sum_{l,m=0}^5 C_{lm}^k(s; x-y, t-u) \frac{m_Z^{2k} (s+x+y)^{l-2} (s+t+u)^{m-2}}{xytu},$$

где введены следующие переменные: $x = (p_1 k_1)$, $y = (p_1 k_2)$, $t = (p_2 k_1)$, $u = (p_2 k_2)$ и $s = (k_1 k_2)$. Используемые в (3.18) функции C_{lm}^k удовлетворяют соотношению:

$$C_{lm}^k(s; a, b) = C_{ml}^k(s; b, a). \quad (3.19)$$

Ниже приведены значения только нетривиальных функций C_{lm}^k :

$$\begin{aligned} C_{02}^1(s; a, b) &= -(s^2 + a^2)(s^2 - b^2), \\ C_{03}^1(s; a, b) &= 2s(s^2 + a^2), \\ C_{04}^1(s; a, b) &= -(s^2 + a^2), \\ C_{11}^0(s; a, b) &= 2s[2s^4 + 3s^2(a+b)^2 + ab(a^2 + b^2)], \\ C_{11}^1(s; a, b) &= 2[9s^4 + 2s^2(a^2 + 5ab + b^2) + a^2b^2], \\ C_{11}^2(s; a, b) &= 8s[2s^2 + ab], \\ C_{11}^3(s; a, b) &= 4s^2, \\ C_{12}^0(s; a, b) &= -2[6s^4 + 6s^2(a+b)^2 + ab(a^2 + b^2)], \\ C_{12}^1(s; a, b) &= -2s[21s^2 + 3a^2 + 12ab + 4b^2], \\ C_{12}^2(s; a, b) &= -4[7s^2 + ab], \\ C_{12}^3(s; a, b) &= -4s, \\ C_{13}^0(s; a, b) &= 2s[7s^2 + 3(a^2 + 3ab + b^2)], \\ C_{13}^1(s; a, b) &= 2[16s^2 + a^2 + 4ab], \\ C_{13}^2(s; a, b) &= 12s, \\ C_{14}^0(s; a, b) &= -2[4s^2 + 3ab], \\ C_{14}^1(s; a, b) &= -8s, \\ C_{15}^0(s; a, b) &= 2s, \end{aligned} \quad (3.20)$$

$$\begin{aligned}
C_{22}^0(s; a, b) &= 2s[14s^2 + 9a^2 + 12ab + 9b^2], \\
C_{22}^1(s; a, b) &= 86s^2 + 7a^2 + 8ab + 7b^2, \\
C_{22}^2(s; a, b) &= 48s, \\
C_{22}^3(s; a, b) &= 8, \\
C_{23}^0(s; a, b) &= -6[4s^2 + a^2 + ab + b^2], \\
C_{23}^1(s; a, b) &= -68s, \\
C_{23}^2(s; a, b) &= -28, \\
C_{24}^0(s; a, b) &= 26s, \\
C_{24}^1(s; a, b) &= 33, \\
C_{25}^0(s; a, b) &= -18, \\
C_{33}^0(s; a, b) &= 12s, \\
C_{33}^1(s; a, b) &= 50, \\
C_{34}^0(s; a, b) &= -18,
\end{aligned}$$

Значения пропущенных функций из полного набора C_{lm}^k либо равны нулю, либо могут быть получены при помощи соотношения (3.19).

4 Анализ полученных результатов

На рис. 12 - 14 приведены графики функций распределения по фотонной x и фермионной y инвариантным массам $F(x, y)$ при $\Delta m_{f\gamma} = 2$ ГэВ, 4 ГэВ и 6 ГэВ в интервале изменения x и y : $0,5 \leq x \leq 1$ и $0 \leq y \leq 0,5$, в который попадают четыре экспериментальные события, указанные в работе [102]. На всех графиках наблюдается характерный “гребень”, расположенный параллельно границе физической области $x + y = 1$, который нельзя было предугадать без конкретных аналитических вычислений. Видно, что высота и ширина “гребня” обусловлены массой обрезания $\Delta m_{f\gamma}$: например, высота “гребня” при $\Delta m_{f\gamma} = 2$ ГэВ вблизи точки $x = y = 0,5$ примерно в два раза превосходит аналогичную величину при $\Delta m_{f\gamma} = 6$ ГэВ. Таким образом, полученное нами распределение $F(x, y)$ показывает, что с увеличением статистики событий $Z \rightarrow l^+l^-\gamma\gamma$, а также с увеличением точности разрешения по углам разлета фермион-фотонных пар, события будут наблюдаться преимущественно в окрест-

ности границы физической области $x + y = 1$. Отметим, что все четыре аномальные экспериментальные точки с $m_{\gamma\gamma} \approx 60$ ГэВ, приведенные на рис. 8, действительно лежат вблизи границы физической области $x + y = 1$.

Далее оценим относительную вероятность распада $Z \rightarrow \bar{f}f\gamma\gamma$ в области с инвариантной массой $m_{\gamma\gamma} \geq xm_Z$ и вероятность случайного попадания (кластеризации) событий в интервал значений шириной $2m_Z\Delta x$ внутри этой области.

Относительная вероятность распада Z -бозона с $x \geq x_0$ определяется следующим образом:

$$Br(x_0) = \frac{N}{\Gamma_0} \int_{x_0}^1 dx \int_0^{1-x} dy F(x, y), \quad (3.21)$$

где множитель N определен в (3.14) и $\Gamma_0 = \Gamma(Z \rightarrow all)$ – полная вероятность распада Z -бозона. Например, для $x_0 \approx 0,5$ и масс обрезания $\Delta m_{f\gamma} = 2$ ГэВ; 3 ГэВ и 6 ГэВ из формулы (3.21) получается $Br(0,5) \simeq 2,8 \cdot 10^{-6}$; $2,1 \cdot 10^{-6}$ и $1,1 \cdot 10^{-6}$ соответственно. Это не противоречит на уровне статистики $\sim 10^6$ событий распадов Z -бозонов на LEP на конец 1992 г. отсутствию распадов $Z \rightarrow \tau^+\tau^-\gamma\gamma$ с $\Delta m_{\tau\gamma} \sim 6$ ГэВ и превышению процессов $Z \rightarrow \mu^+\mu^-\gamma\gamma$, имеющих $\Delta m_{\mu\gamma} \sim 2$ ГэВ, (3 события) над $Z \rightarrow e^+e^-\gamma\gamma$ с $\Delta m_{e\gamma} \sim 3$ ГэВ (1 событие) [102]. Аналогичные оценки можно получить и для кварк-фотонного распада $Z \rightarrow \bar{q}q\gamma\gamma$. Заметим, что вероятность распада в пару кварков и пару жестких γ квантов отличается от аналогичного процесса с парой заряженных лептонов фактором:

$$C_q \approx 12Q_q^4[g_V^2 + g_A^2]_q. \quad (3.22)$$

Значение фактора C_q для “верхних” и “нижних” кварков существенно различно: $C_u \approx 0.7$ и $C_d \approx 0.15$. Эта оценка указывает на то, что при прочих равных условиях преимущественно будут рождаться адроны, образованные “верхними” кварками. Далее отметим, что параметр обрезания $\Delta m_{q\gamma}$ по инвариантной массе фотона и кварка, образующего струю адронов, порядка или даже больше, чем параметр обрезания $\Delta m_{\tau\gamma}$ для τ -лептона. Исходя из этого легко из (3.21) получить верхние границы на вероятности распадов на пару “верхних” $Br_u(0.5) < 0.9 \cdot 10^{-6}$ и пару

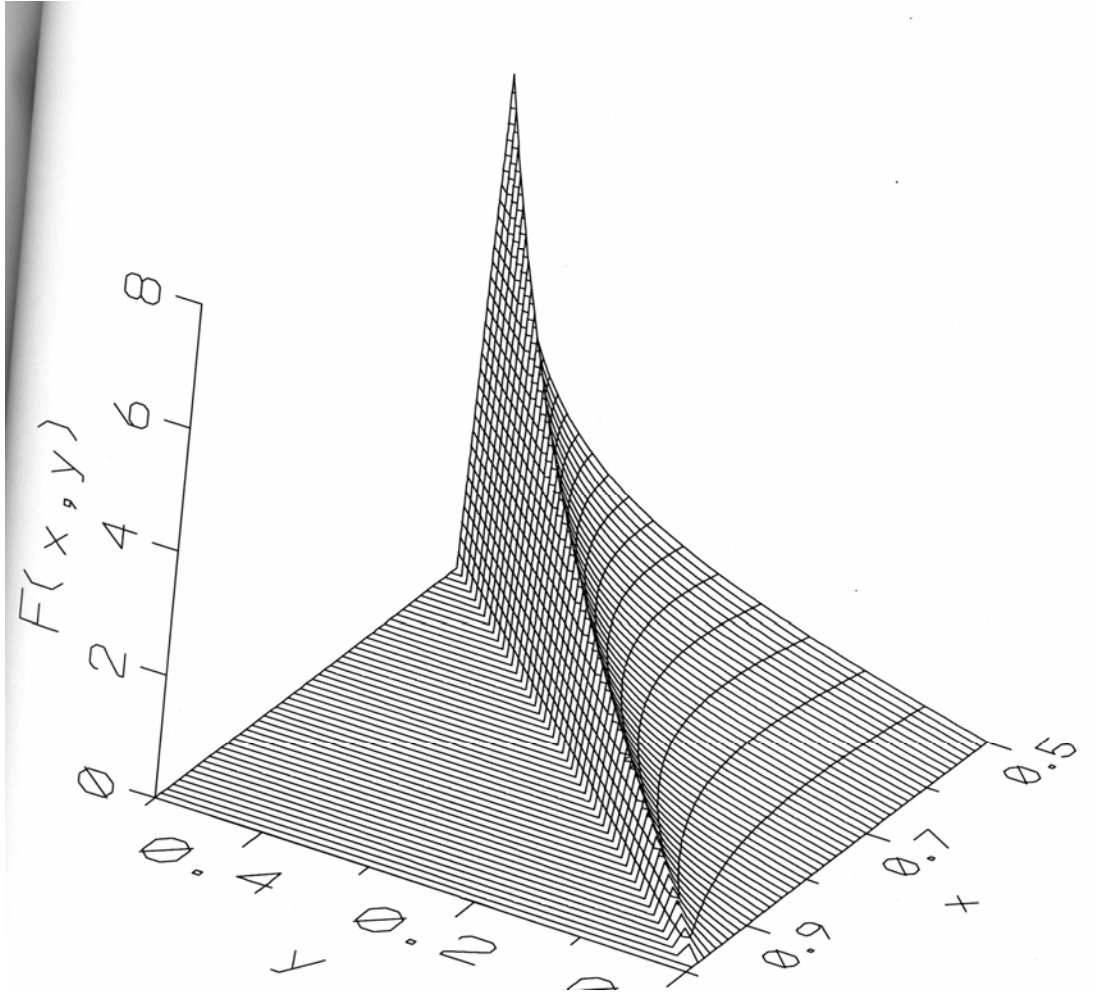


Рисунок 12: Функция распределения $F(x, y)$ по инвариантным массам фотонной x и фермионной y пар при значении параметра обрезания по инвариантной массе фермиона и фотона $\Delta m_{f_\gamma} = 2$ ГэВ.

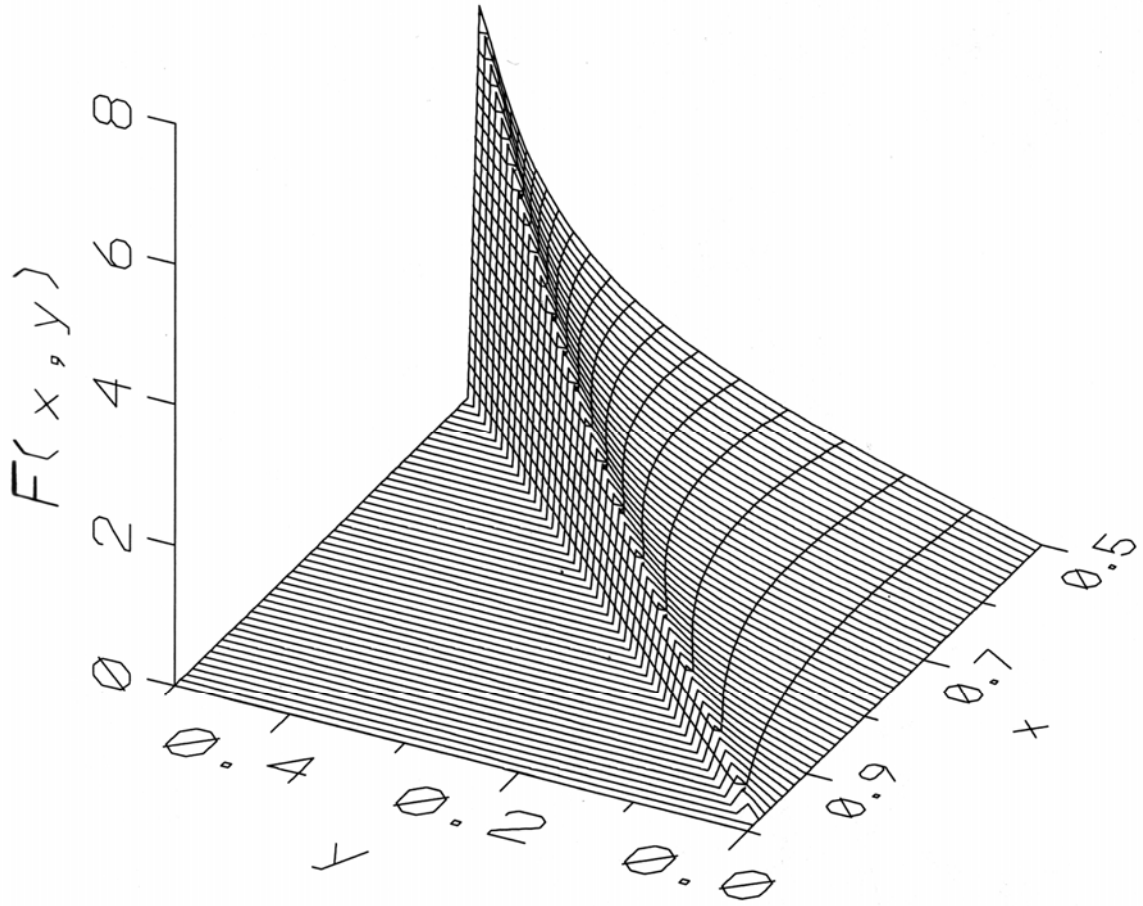


Рисунок 13: Функция распределения $F(x, y)$ по инвариантным массам фотонной x и фермионной y пар при значении параметра обрезания по инвариантной массе фермиона и фотона $\Delta m_{f_\gamma} = 4$ ГэВ.

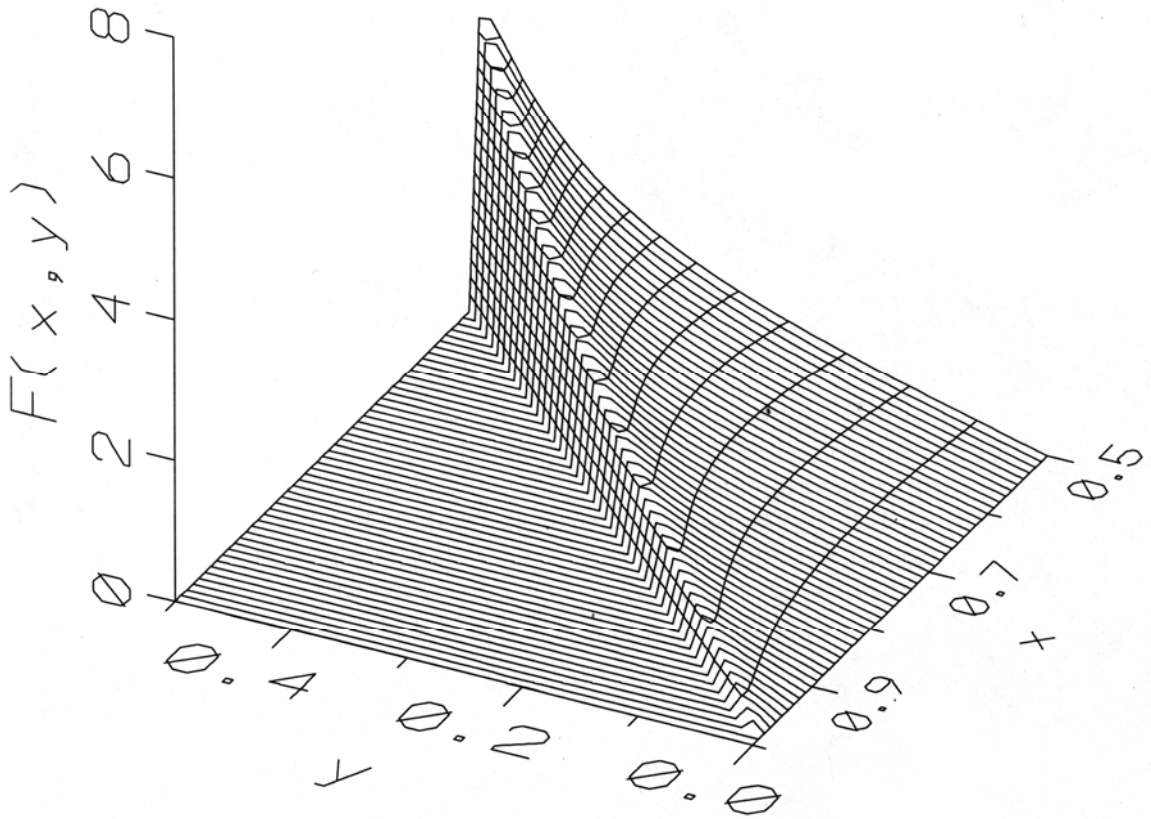


Рисунок 14: Функция распределения $F(x, y)$ по инвариантным массам фотонной x и фермионной y пар при значении параметра обрезания по инвариантной массе фермиона и фотона $\Delta m_{f\gamma} = 6$ ГэВ.

“нижних” $Br_d(0.5) < 0.2 \cdot 10^{-6}$ кварков. Суммируя все подобного типа кварковые моды распада Z -бозона, получим следующее ограничение на вероятность распада $Z \rightarrow \bar{q}q\gamma\gamma$: $Br_q(0.5) < 2.4 \cdot 10^{-6}$. Эта оценка указывает на то, что число событий $Z \rightarrow \bar{q}q\gamma\gamma$ должно быть меньше, чем $Z \rightarrow \mu^+\mu^-\gamma\gamma$, и порядка $Z \rightarrow e^+e^-\gamma\gamma$. К концу 1993 г. расклад числа событий типа $Z \rightarrow \bar{f}f\gamma\gamma$ с $57.5 \text{ ГэВ} < m_{\gamma\gamma} < 62.5 \text{ ГэВ}$ по данным всех четырех экспериментальных групп на LEP был следующий: 2 – $e^+e^-\gamma\gamma$, 5 – $\mu^+\mu^-\gamma\gamma$ и 1 – $\bar{q}q\gamma\gamma$. Эти данные находятся в удовлетворительном согласии с теоретически предсказываемыми и указывают на завышение оценки для адронных распадов примерно в два раза.

Следует отметить, что в нашем подходе вероятность распада $Z \rightarrow \bar{\nu}\nu + n\gamma$ ($n = 1, 2, \dots$) равна нулю ввиду отсутствия у нейтрино электрического заряда. Поэтому наблюдаемый группой ALEPH процесс $e^+e^- \rightarrow \bar{\nu}\nu\gamma\gamma$ в древесном приближении может происходить только за счет излучения жестких фотонов из начального e^+e^- состояния.

Оценим также вероятность кластеризации событий в некоторой области. Вероятность кластеризации n событий из области $x \geq x_0$ в интервал шириной $2\Delta x$ для всех допустимых значений y определим следующим образом:

$$W_n(x_0; \Delta x) \equiv \sum_{i=1}^L \left(\frac{P(x_i - \Delta x \leq x \leq x_i + \Delta x)}{P(x_0 \leq x \leq 1)} \right)^n, \quad (3.23)$$

$$P(a \leq x \leq b) = \int_a^b dx \int_0^{1-x} dy F(x, y),$$

где $L = x_0/(2\Delta x)$ – полное число полос шириной $2\Delta x$ в области $x \geq x_0$, $x_i = x_0 + (2i - 1)\Delta x$ ($i = 1, \dots, L$) – среднее значение переменной x в полосе. Оценка по формуле (3.23) вероятности кластеризации четырех событий с параметрами $x_0 \simeq 0,5$ и $\Delta x \simeq 0,025$ дает $W_4(0,5; 0,025) = 1,5 \cdot 10^{-2}$, что не исключает возможности описания четырех событий, приведенных в [102], в рамках стандартной модели. Дальнейшие эксперименты полностью подтвердили согласие экспериментальных данных с теоретическими расчетами, проведенными в стандартной электрослабой теории.

В заключение проверим надежность результатов, полученных в приближении главных логарифмов. С этой целью сравним расчеты для се-

Таблица 3: Численные значения сечения процесса $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-\gamma\gamma$, полученные в приближении главных логарифмов σ_{LL} и методом Монте-Карло σ_{MC} [128].

$m_{\gamma\gamma}^{cut}$, ГэВ	σ_{LL} , пкб	σ_{MC} , пкб
40	0,0862	0,0816
50	0,0400	0,0351
55	0,0265	0,0225
60	0,0171	0,0141
65	0,0104	0,0080

чения процесса $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-\gamma\gamma$ при энергиях, достигнутых на ускорителях LEP и SLC, $88,2 \text{ ГэВ} \leq E \leq 93,8 \text{ ГэВ}$ в системе центра масс аннигилирующей электрон-позитронной пары, проведенные методом Монте-Карло [128], с оценками, полученными в приближении главных логарифмов. Для вычисления этой оценки воспользуемся выражением:

$$\begin{aligned}
 \sigma_{LL} &\approx \frac{\sigma_{tot}}{\delta_1 + \delta_2} (\arctg \delta_1 + \arctg \delta_2) Br(Z \rightarrow \mu^+\mu^-\gamma\gamma), \\
 \sigma_{tot} &\approx \frac{12\pi}{m_Z^2} \frac{\Gamma_{ee}}{\Gamma} \approx 4 \cdot 10^{-32} \text{ см}^2 = 4 \cdot 10^4 \text{ пкб}, \\
 \delta_i &= \frac{2\Delta_i}{\Gamma}, \quad i = 1, 2, \quad m_Z - \Delta_1 \leq E \leq m_Z + \Delta_2,
 \end{aligned} \tag{3.24}$$

где Γ_{ee} - ширина распада Z -бозона в электрон-позитронную пару, а значение для $Br(Z \rightarrow \mu^+\mu^-\gamma\gamma)$ берется в приближении главных логарифмов [69, 70]. Численные значения этого сечения при различных значениях параметра обрезания $m_{\gamma\gamma}^{cut}$ по инвариантной массе фотонной пары приведены в таблице 3. Оценки, полученные в приближении главных логарифмов, при всех значениях $m_{\gamma\gamma}^{cut}$ дают несколько завышенные, хотя и

мало отличающиеся от численно рассчитанных, значения, то есть достаточно хорошо отражают реальную картину не только качественно, но и количественно.

Заключение

В диссертации изложены результаты теоретических исследований многочастичных распадов тяжелых кваркониев и Z -бозона в рамках стандартной теории электрослабых и сильных взаимодействий. Основные результаты и выводы работы заключаются в следующем:

1. Вычислена дифференциальная вероятность четырехчастичного сильного кварк-глюонного распада $n^3S_1(\bar{Q}Q) \rightarrow \bar{q}qgg$ тяжелого ортокваркония. Рассмотренный процесс идет в следующем по константе сильного взаимодействия α_s порядке теории возмущений по отношению к основному трехглюонному распаду $n^3S_1(\bar{Q}Q) \rightarrow 3g$. Полученное выражение представлено в явно релятивистски инвариантной форме с учетом масс конечных кварков.

2. Получены функции распределения по энергиям и углам разлета как для кварков, так и для глюонов. Эти распределения анализировались в применении к четырехструйным распадам J/ψ - и Υ -мезонов. Указывается на проявление коллинеарного усиления в кварковом распределении во всех четырехчастичных кварк-глюонных распадах за исключением одного $\Upsilon \rightarrow \bar{c}cgg$, где эффект коллинеаризации кварков полностью отсутствует как следствие влияния достаточно большой относительной массы c -кварка в этом распаде. Также указывается на наличие инфракрасного усиления как в кварковом, так и в глюонном распределениях.

3. Вычислены амплитуды и дифференциальные вероятности трехглюонного и кварк-глюонного распадов $n^1S_0(\bar{Q}Q) \rightarrow 3g, \bar{q}qg$ тяжелого паракваркония, идущих в следующем по α_s порядке теории возмущений по отношению к основному двухглюонному распаду $n^1S_0(\bar{Q}Q) \rightarrow 2g$. Полученные выражения представлены в компактной форме.

4. Анализ функций распределения трехчастичных распадов паракваркония показал, что как трехглюонное, так и кварк-глюонное (в пределе безмассовых конечных кварков) распределения содержат особенности полюсного типа, так что полные вероятности этих распадов расходятся. Это означает, что интегральная вероятность имеет физический смысл только при условии усечения фазового объема родившихся частиц, устраняющего инфракрасную и коллинеарную расходимость. Для кварков и глюонов такое усечение эквивалентно их адронизации в струи,

определяемые простейшей моделью – конусом. Вычисленная в этой модели полная вероятность трехглюонного распада имеет дважды логарифмическую расходимость, обусловленную как испусканием мягкого глюона, так и эффектом коллинеаризации глюонов. Полная вероятность кварк-глюонного распада имеет всего лишь логарифмическую расходимость за счет коллинеаризации безмассовых кварков.

5. Исследовано влияние массы родившихся кварков на кварк-глюонный распад паракваркония. Вычисленное выражение для полной вероятности использовано для получения оценок для распадов η_c - и η_b -мезонов. Показано, что процесс $\eta_c \rightarrow \bar{s}sg$, идущий на партонном уровне с относительной вероятностью 12,4%, полностью насыщает наблюдаемые на эксперименте странные распады η_c -мезона вида $\eta_c \rightarrow \bar{K}K + X$ с суммарной относительной вероятностью $< 13,1\%$. Предсказываются значения в 13,4% и 2,5% для суммарных относительных вероятностей аналогичных распадов η_b -мезона вида $\eta_b \rightarrow \bar{K}K + X$ и $\eta_b \rightarrow \bar{D}D + X$.

6. Указывается на полное отсутствие коллинеарного усиления в распаде $\eta_b \rightarrow \bar{c}sg$, обусловленное влиянием относительно большой массы s -кварка $m_c/m_b \simeq 0,3$ в конечном состоянии. В кварковых функциях распределения для всех остальных распадов η_c - и η_b -мезонов наблюдается подобное усиление. В глюонных функциях распределения наблюдается значительно более слабо выраженное инфракрасное усиление, связанное с испусканием мягкого глюона.

7. В приближении главных логарифмов вычислены дифференциальная и полная вероятности редкого четырехчастичного распада Z -бозона $Z \rightarrow \bar{f}f\gamma\gamma$. Построена функция распределения по инвариантным массам фермионной $m_{\bar{f}f}$ и фотонной $m_{\gamma\gamma}$ пар, имеющая характерное “гребнеобразное” поведение. Указывается на преимущественное распределение событий вблизи границы $m_{\bar{f}f} + m_{\gamma\gamma} = m_Z$ физической области указанных инвариантных масс, что в действительности и наблюдается в соответствующих экспериментальных распределениях от распадов Z -бозона на LEP.

Основные результаты данной диссертации содержатся в восьми публикациях [64, 65, 66, 67, ?, 68, 69, 70], а также докладывались на научных конференциях ОЯФ РАН по фундаментальным взаимодействиям элементарных частиц (Москва, апрель 1994 г., октябрь 1995 г.), VIII меж-

дународном семинаре “Кварки-94” (Владимир, май 1994 г.), IX международном семинаре “Кварки-96” (Ярославль, май 1996 г.), 5 Ломоносовской конференции по физике элементарных частиц “Элементарные частицы и внешние поля” (Ярославль, апрель 1992 г.), 6 Ломоносовской конференции по физике элементарных частиц “Космомикрофизика и калибровочные поля” (Москва, август 1993 г.), обсуждались на семинарах НИИЯФ МГУ, ПИЯФ.

В заключении выражаю благодарность моему научному руководителю доценту Александру Дмитриевичу Смирнову за научное руководство и внимание к работе.

Искреннюю признательность и благодарность хочется также выразить профессору, доктору физ.-мат. наук Николаю Владимировичу Михееву за всестороннюю помощь, плодотворную совместную деятельность и внимание к работе.

Приложение А Алгебра $SU(N_c)$ -группы

В этом приложении приводятся обозначения, используемые в алгебрах непрерывных унитарных групп $SU(N_c)$. Пусть T^a – набор генераторов группы $SU(N_c)$, для которых выполняются следующие соотношения:

$$[T^a, T^b] = if^{abc}T^c, \quad (\text{A.1})$$

$$\{T^a, T^b\} = d^{abc}T^c + \frac{\delta^{ab}}{N_c}, \quad (\text{A.2})$$

$$Sp(T^a T^b) = \frac{1}{2}\delta^{ab} \equiv T_F \delta^{ab}, \quad (\text{A.3})$$

$$\sum_a (T^a T^a)_{ij} = \frac{N_c^2 - 1}{2N_c} \delta_{ij} \equiv C_F \delta_{ij}, \quad (\text{A.4})$$

$$\sum_{cd} f^{acd} f^{bcd} = N_c \delta^{ab} \equiv C_A \delta^{ab}, \quad (\text{A.5})$$

$$\sum_{cd} d^{acd} d^{bcd} = \frac{N_c^2 - 4}{N_c} \delta^{ab} \equiv 4B_F \delta^{ab}, \quad (\text{A.6})$$

$$\sum_{abc} d^{abc} (T^a T^b T^c)_{ij} = 2C_F B_F \delta_{ij}, \quad (\text{A.7})$$

$$\sum_a (T^a)_{ij} (T^a)_{kl} = \frac{1}{2} \left(\delta_{il} \delta_{jk} - \frac{1}{N_c} \delta_{ij} \delta_{kl} \right), \quad (\text{A.8})$$

$$Sp(T^a T^b T^c) = \frac{1}{4} (d^{abc} + if^{abc}), \quad (\text{A.9})$$

$$\sum_i \delta_{ii} = N_c = C_A, \quad (\text{A.10})$$

$$\sum_a \delta^{aa} = N_c^2 - 1 = 2C_A C_F. \quad (\text{A.11})$$

В группе $SU(3)$, лежащей в основе квантовой хромодинамики, определенные выше константы принимают следующие значения:

$$T_F = \frac{1}{2}, \quad C_F = \frac{4}{3}, \quad C_A = 3, \quad B_F = \frac{5}{12}. \quad (\text{A.12})$$

Приложение Б Вычисление интегралов по двухчастичному инвариантному фазовому пространству

При вычислении вероятностей распадов и сечений процессов полезной может оказаться возможность проведения инвариантного интегрирования по фазовому пространству каких-либо двух частиц конечного состояния.

Пусть p_1 и p_2 – четырехмерные импульсы какой-либо пары частиц в конечном состоянии с массами m_1 и m_2 и энергиями $\varepsilon_1 = \sqrt{\vec{p}_1^2 + m_1^2}$ и $\varepsilon_2 = \sqrt{\vec{p}_2^2 + m_2^2}$. Двухчастичный фазовый объем этих частиц определяется релятивистски инвариантным интегралом вида:

$$\begin{aligned} \Phi^{(2)} &= \int d\Phi^{(2)} = \int \delta^{(4)}(p - p_1 - p_2) \frac{d^3 p_1}{\varepsilon_1} \frac{d^3 p_2}{\varepsilon_2} \\ &= 4 \int \delta^{(4)}(p - p_1 - p_2) \delta(p_1^2 - m_1^2) \delta(p_2^2 - m_2^2) \\ &\times \Theta(\varepsilon_1 - m_1) \Theta(\varepsilon_2 - m_2) d^4 p_1 d^4 p_2. \end{aligned} \quad (\text{Б.13})$$

В качестве введенной здесь функции $\Theta(x)$ принимается ступенчатая функция. Вычисление фазового объема $\Phi^{(2)}$ (Б.13) удобно произвести в системе центра масс рассматриваемых частиц, где суммарный четырехмерный импульс пары есть $p_\mu = (p_0, \vec{0})$, что дает

$$\begin{aligned} \Phi^{(2)} &= 2 \int \delta(p_0^2 - 2p_0\varepsilon_1 + m_1^2 - m_2^2) \frac{d^3 p_1}{\varepsilon_1} \\ &= \frac{4\pi}{p_0} \int \delta\left(\frac{p_0^2 + m_1^2 - m_2^2}{2p_0} - \varepsilon_1\right) \sqrt{\varepsilon_1^2 - m_1^2} d\varepsilon_1 \\ &= 2\pi \sqrt{\left(1 - \frac{(m_1 + m_2)^2}{p_0^2}\right) \left(1 - \frac{(m_1 - m_2)^2}{p_0^2}\right)}. \end{aligned} \quad (\text{Б.14})$$

Согласно определению (Б.13) фазовый объем $\Phi^{(2)}$ содержит только один внешний 4-вектор p_μ , и поэтому должен являться только функцией p^2 . Переход от выбранной нами системы центра масс родившихся частиц

к произвольной системе отсчета сводится к следующей замене в (Б.14) $p_0^2 \rightarrow p^2$, что позволяет представить $\Phi^{(2)}$ в релятивистски инвариантной форме:

$$\Phi^{(2)} = 2\pi I_{12}(p^2), \quad (\text{Б.15})$$

$$I_{12}(p^2) = \sqrt{\left(1 - \frac{(m_1 + m_2)^2}{p^2}\right) \left(1 - \frac{(m_1 - m_2)^2}{p^2}\right)}. \quad (\text{Б.16})$$

Помимо скалярного интеграла (Б.13) в расчетах встречаются также векторные и тензорные интегралы, которые подобно фазовому объему зависят только от одного внешнего 4-вектора p_μ . Вычисление подобного рода интегралов особого труда не составляет, и для справки приведем их значения:

$$V_\mu^{(1)} = \int p_{1\mu} d\Phi^{(2)} = \frac{\Phi^{(2)}}{2} (1 + \Delta) p_\mu, \quad (\text{Б.17})$$

$$V_\mu^{(2)} = \int p_{2\mu} d\Phi^{(2)} = \frac{\Phi^{(2)}}{2} (1 - \Delta) p_\mu, \quad (\text{Б.18})$$

$$\begin{aligned} T_{\mu\nu}^{(11)} &= \int p_{1\mu} p_{1\nu} d\Phi^{(2)} = \\ &= \frac{\Phi^{(2)}}{12} \left[3(1 + \Delta)^2 p_\mu p_\nu - I_{12}^2(p^2) g_{\mu\nu} - p_\mu p_\nu \right], \end{aligned} \quad (\text{Б.19})$$

$$\begin{aligned} T_{\mu\nu}^{(22)} &= \int p_{2\mu} p_{2\nu} d\Phi^{(2)} = \\ &= \frac{\Phi^{(2)}}{12} \left[3(1 - \Delta)^2 p_\mu p_\nu - I_{12}^2(p^2) g_{\mu\nu} - p_\mu p_\nu \right], \end{aligned} \quad (\text{Б.20})$$

$$\begin{aligned} T_{\mu\nu}^{(12)} &= \int p_{1\mu} p_{2\nu} d\Phi^{(2)} = \int p_{2\mu} p_{1\nu} d\Phi^{(2)} = \\ &= \frac{\Phi^{(2)}}{12} \left[3(1 - \Delta^2) p_\mu p_\nu + I_{12}^2(p^2) g_{\mu\nu} - p_\mu p_\nu \right], \end{aligned} \quad (\text{Б.21})$$

где $g_{\mu\nu}$ – метрический тензор, и $\Delta = (m_1^2 - m_2^2)/p^2$.

Подобная методика может быть применена к вычислению интегралов по фазовому объему с двумя внешними 4-векторами, например,

$$S_1 = \int \frac{\delta^{(4)}(p - p_1 - p_2)}{(\mathcal{P} + p_1)^2} \frac{d^3 p_1}{\varepsilon_1} \frac{d^3 p_2}{\varepsilon_2} = \int \frac{d\Phi^{(2)}}{(\mathcal{P} + p_1)^2}. \quad (\text{Б.22})$$

Как и в случае фазового объема (Б.13) вычисления удобно проводить в системе отсчета, где внешние 4-векторы p_μ и \mathcal{P}_μ имеют вид: $p_\mu = (p_0, \vec{0})$ и $\mathcal{P}_\mu = (\mathcal{P}_0, 0, 0, \mathcal{P})$. Если в качестве переменной интегрирования выбрать $u = \cos \theta$, где θ – угол между векторами \vec{p}_1 и $\vec{\mathcal{P}}$, то интеграл (Б.22) сводится:

$$\begin{aligned} S_1 &= \int_{-1}^{+1} \frac{\pi p^2 I_{12} du}{p^2(\mathcal{P}^2 + m_1^2) + (p\mathcal{P})(p^2 + m_1^2 - m_2^2) - p^2(p\mathcal{P})I_{12}Vu} \quad (\text{Б.23}) \\ &= \frac{\pi}{(p\mathcal{P})V} \ln \left| \frac{p^2(\mathcal{P}^2 + m_1^2) + (p\mathcal{P})(m_1^2 - m_2^2) + p^2(p\mathcal{P})(1 + I_{12}V)}{p^2(\mathcal{P}^2 + m_1^2) + (p\mathcal{P})(m_1^2 - m_2^2) + p^2(p\mathcal{P})(1 - I_{12}V)} \right| \\ &= \frac{\Phi^{(2)}}{2(p\mathcal{P})VI_{12}} \ln \left| \frac{1 + \Delta + \mu_1 + \rho + VI_{12}}{1 + \Delta + \mu_1 + \rho - VI_{12}} \right|, \end{aligned}$$

где использованы следующие обозначения

$$V = \sqrt{1 - \frac{p^2\mathcal{P}^2}{(p\mathcal{P})^2}}, \quad \rho = \frac{\mathcal{P}^2}{(p\mathcal{P})}, \quad \mu_i = \frac{m_i^2}{(p\mathcal{P})} \quad (i = 1, 2). \quad (\text{Б.24})$$

Аналогично вычисляются приведенные ниже интегралы:

$$S_2 = \int \frac{d\Phi^{(2)}}{[(\mathcal{P} + p_1)^2]^2} = \frac{\Phi^{(2)}}{(p\mathcal{P})^2[(1 + \Delta + \mu_1 + \rho)^2 - V^2I_{12}^2]}, \quad (\text{Б.25})$$

$$\tilde{S}_1 = \int \frac{d\Phi^{(2)}}{(\mathcal{P}p_1)} = \frac{\Phi^{(2)}}{(p\mathcal{P})VI_{12}} \ln \left| \frac{1 + \Delta + VI_{12}}{1 + \Delta - VI_{12}} \right|, \quad (\text{Б.26})$$

$$\tilde{S}_2 = \int \frac{d\Phi^{(2)}}{(\mathcal{P}p_1)^2} = \frac{4\Phi^{(2)}}{(p\mathcal{P})^2[(1 + \Delta)^2 - V^2I_{12}^2]}, \quad (\text{Б.27})$$

$$\begin{aligned} \tilde{V}_{1\mu}^{(2)} &= \int \frac{p_{2\mu} d\Phi^{(2)}}{(\mathcal{P}p_1)} = \frac{\tilde{S}_1}{2} (1 - \Delta) p_\mu \quad (\text{Б.28}) \\ &+ \frac{(1 + \Delta)(p\mathcal{P})\tilde{S}_1 - 2\Phi^{(2)}}{2V^2(p\mathcal{P})^2} [(p\mathcal{P})p_\mu - p^2\mathcal{P}_\mu], \end{aligned}$$

$$\tilde{V}_{2\mu}^{(2)} = \int \frac{p_{2\mu} d\Phi^{(2)}}{(\mathcal{P}p_1)^2} = \frac{\tilde{S}_2}{2} (1 - \Delta) p_\mu \quad (\text{Б.29})$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{(1 + \Delta)(p\mathcal{P})\tilde{S}_2 - 2\tilde{S}_1}{2V^2(p\mathcal{P})^2} [(p\mathcal{P})p_\mu - p^2\mathcal{P}_\mu], \\
\tilde{T}_{1\mu\nu}^{(22)} & = \int \frac{p_{2\mu}p_{2\nu} d\Phi^{(2)}}{(\mathcal{P}p_1)} = -\frac{p^2\Phi^{(2)}}{4(p\mathcal{P})V^4} \left\{ (1 + \Delta) \left[V^2 g_{\mu\nu} \right. \right. \\
& + \left. \left. 3(1 + V^2) \frac{p_\mu p_\nu}{p^2} + 3(1 - V^2) \frac{\mathcal{P}_\mu \mathcal{P}_\nu}{\mathcal{P}^2} - (3 + 2V^2) \frac{p_\mu \mathcal{P}_\nu + p_\nu \mathcal{P}_\mu}{(p\mathcal{P})} \right] \right. \\
& - \left. 4V^2 \Delta \left[2 \frac{p_\mu p_\nu}{p^2} - \frac{p_\mu \mathcal{P}_\nu + p_\nu \mathcal{P}_\mu}{(p\mathcal{P})} \right] \right\} \\
& + \frac{p^2 \tilde{S}_1}{8V^4} \left\{ [(1 + \Delta)^2 - V^2 I_{12}^2] V^2 g_{\mu\nu} \right. \\
& + \left. [3(1 + \Delta)^2 - V^2 I_{12}^2] \left[(1 - V^2) \left(\frac{p_\mu p_\nu}{p^2} + \frac{\mathcal{P}_\mu \mathcal{P}_\nu}{\mathcal{P}^2} \right) - \frac{p_\mu \mathcal{P}_\nu + p_\nu \mathcal{P}_\mu}{(p\mathcal{P})} \right] \right. \\
& - \left. 2V^2 \left[[(1 - V^2)(1 - \Delta)^2 - 4] \frac{p_\mu p_\nu}{p^2} + (1 - \Delta^2) \frac{p_\mu \mathcal{P}_\nu + p_\nu \mathcal{P}_\mu}{(p\mathcal{P})} \right] \right\},
\end{aligned} \tag{B.30}$$

$$\begin{aligned}
\tilde{T}_{2\mu\nu}^{(22)} & = \int \frac{p_{2\mu}p_{2\nu} d\Phi^{(2)}}{(\mathcal{P}p_1)^2} = \frac{p^2\Phi^{(2)}}{2V^4(p\mathcal{P})^2} \\
& \times \left\{ V^2 g_{\mu\nu} + (3 - V^2) \frac{p_\mu p_\nu}{p^2} + 3(1 - V^2) \frac{\mathcal{P}_\mu \mathcal{P}_\nu}{\mathcal{P}^2} - 3 \frac{p_\mu \mathcal{P}_\nu + p_\nu \mathcal{P}_\mu}{(p\mathcal{P})} \right\} \\
& - \frac{p^2 \tilde{S}_1}{2V^4(p\mathcal{P})} \left\{ (1 + \Delta) \left[V^2 g_{\mu\nu} + (3 + V^2) \frac{p_\mu p_\nu}{p^2} + 3(1 - V^2) \frac{\mathcal{P}_\mu \mathcal{P}_\nu}{\mathcal{P}^2} \right. \right. \\
& - \left. \left. (3 - V^2) \frac{p_\mu \mathcal{P}_\nu + p_\nu \mathcal{P}_\mu}{(p\mathcal{P})} \right] - 2V^2 \Delta \left[2 \frac{p_\mu p_\nu}{p^2} + \frac{p_\mu \mathcal{P}_\nu + p_\nu \mathcal{P}_\mu}{(p\mathcal{P})} \right] \right\} \\
& + \frac{p^2 \tilde{S}_2}{8V^4} \left\{ [(1 + \Delta)^2 - V^2 I_{12}^2] V^2 g_{\mu\nu} \right. \\
& + \left. [3(1 + \Delta)^2 - V^2 I_{12}^2] \left[(1 - V^2) \left(\frac{p_\mu p_\nu}{p^2} + \frac{\mathcal{P}_\mu \mathcal{P}_\nu}{\mathcal{P}^2} \right) - \frac{p_\mu \mathcal{P}_\nu + p_\nu \mathcal{P}_\mu}{(p\mathcal{P})} \right] \right. \\
& - \left. 2V^2 \left[[(1 - V^2)(1 - \Delta)^2 - 4] \frac{p_\mu p_\nu}{p^2} + (1 - \Delta^2) \frac{p_\mu \mathcal{P}_\nu + p_\nu \mathcal{P}_\mu}{(p\mathcal{P})} \right] \right\}.
\end{aligned} \tag{B.31}$$

Приложение В Дилогарифм Эйлера

При вычислениях вероятностей или сечений многочастичных распадов, а также при учете петлевых поправок могут возникнуть интегралы от логарифмов, не сводящиеся к элементарным функциям, а выражающиеся через специальные функции. В частности, дилогарифм Эйлера $\text{Li}_2(x)$ возникает в интегралах вида:

$$\int \frac{\ln(a_0 + a_1x)}{b_0 + b_1x} dx = \frac{1}{b_1} \left[\ln \frac{a_0b_1 - a_1b_0}{d} \ln(b_0 + b_1x) - \text{Li}_2 \left(-\frac{a_1(b_0 + b_1x)}{a_0b_1 - a_1b_0} \right) \right]. \quad (\text{B.32})$$

За определение дилогарифма $\text{Li}_2(x)$ принимается интеграл:

$$\text{Li}_2(x) \equiv - \int_0^1 \frac{\ln(1 - xt)}{t} dt = - \int_0^x \frac{\ln(1 - t)}{t} dt. \quad (\text{B.33})$$

Отметим, что определенный уравнением (B.33) дилогарифм $\text{Li}_2(x)$ напрямую связан с так называемой функцией Спенса $L(x)$:

$$L(x) \equiv - \int_1^x \frac{\ln(1 + t)}{t} dt = \text{Li}_2(-1) - \text{Li}_2(-x). \quad (\text{B.34})$$

Значение дилогарифма $\text{Li}_2(x)$ в точках $x = \pm 1$ выражается через дзета-функцию Римана $\zeta(n)$

$$\text{Li}_2(1) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} \equiv \zeta(2) = \frac{\pi^2}{6}, \quad (\text{B.35})$$

$$\text{Li}_2(-1) = -\frac{1}{2}\zeta(2) \quad (\text{B.36})$$

При вычислениях вероятностей, а также при получении их численных оценок могут оказаться полезными следующие функциональные соотношения:

$$\text{Li}_2(1 - x) + \text{Li}_2(x) = \zeta(2) - \ln x \ln(1 - x), \quad 0 < x < 1, \quad (\text{B.37})$$

$$\operatorname{Li}_2\left(-\frac{1}{x}\right) + \operatorname{Li}_2(-x) = -\frac{1}{2}\ln^2 x - \zeta(2), \quad x > 0, \quad (\text{B.38})$$

$$\operatorname{Li}_2\left(1 - \frac{1}{x}\right) + \operatorname{Li}_2(1 - x) = -\frac{1}{2}\ln^2 x, \quad x > 0, \quad (\text{B.39})$$

$$\operatorname{Li}_2(x^2) = 2[\operatorname{Li}_2(x) + \operatorname{Li}_2(-x)], \quad (\text{B.40})$$

$$\begin{aligned} \operatorname{Li}_2\left(\frac{1}{1+x}\right) - \operatorname{Li}_2(-x) &= \ln x \ln(1+x) \\ &\quad - \frac{1}{2}\ln^2(1+x) + \zeta(2), \end{aligned} \quad (\text{B.41})$$

$$\operatorname{Li}_2\left(\frac{x}{1+x}\right) + \operatorname{Li}_2(-x) = -\frac{1}{2}\ln^2(1+x), \quad (\text{B.42})$$

$$\begin{aligned} \operatorname{Li}_2\left(\frac{1-x}{1+x}\right) - \operatorname{Li}_2\left(-\frac{1-x}{1+x}\right) &= \operatorname{Li}_2(-x) - \operatorname{Li}_2(x) \\ &\quad - \ln x \ln(1-x) + \ln x \ln(1+x) + \frac{3}{2}\zeta(2), \end{aligned} \quad (\text{B.43})$$

$$\begin{aligned} \operatorname{Li}_2(x(1-x)) + \operatorname{Li}_2\left(-\frac{x^2}{1-x}\right) - \operatorname{Li}_2(-x^2) &= \\ &\quad -3\operatorname{Li}_2(-x) - 2\operatorname{Li}_2(x) - \frac{1}{2}\ln^2(1-x), \end{aligned} \quad (\text{B.44})$$

$$\begin{aligned} \operatorname{Li}_2\left(\frac{x}{1-x} \frac{y}{1-y}\right) &= \operatorname{Li}_2\left(\frac{x}{1-y}\right) + \operatorname{Li}_2\left(\frac{y}{1-x}\right) \\ &\quad - \operatorname{Li}_2(x) - \operatorname{Li}_2(y) - \ln(1-x) \ln(1-y), \quad x, y > 0, \end{aligned} \quad (\text{B.45})$$

Исходя из определения (B.33) видно, что дилогарифм $\operatorname{Li}_2(x)$ является вещественной функцией при $x \leq 1$. Принимая во внимание поведение логарифмической функции в области отрицательных значений ее аргумента $-\infty \leq z \leq 0$

$$\ln(z + i\varepsilon)|_{\varepsilon \rightarrow +0} = \ln|z| + i\pi\Theta(-z), \quad (\text{B.46})$$

легко заметить, что функция $\operatorname{Li}_2(x)$ становится комплексной при $x > 1$, и ее мнимая часть есть

$$\operatorname{Im} \operatorname{Li}_2(x + i\varepsilon)|_{\varepsilon \rightarrow +0} = \pi\Theta(x-1) \ln x. \quad (\text{B.47})$$

В интервале значений $0 < x < 1$ все функции, фигурирующие в соотношениях (B.37)-(B.45), – вещественны. Однако эти соотношения остаются

в силе для любых значений x при условии корректного аналитического продолжения задействованных функций. Например, при $0 < x < 1$ получим

$$\begin{aligned} \operatorname{Li}_2\left(\frac{1}{x+i\varepsilon}\right)\Big|_{\varepsilon\rightarrow+0} &= \operatorname{Li}_2\left(\frac{1}{x-i\varepsilon}\right)\Big|_{\varepsilon\rightarrow+0} = \\ &= -\operatorname{Li}_2(x) - \zeta(2) - \frac{1}{2}\ln^2(-x-i\varepsilon)\Big|_{\varepsilon\rightarrow+0} = \\ &= -\operatorname{Li}_2(x) - \frac{1}{2}\ln^2 x + 2\zeta(2) + i\pi \ln x. \end{aligned} \quad (\text{B.48})$$

В круге единичного радиуса комплексного аргумента $|z| < 1$ дилогарифм Эйлера $\operatorname{Li}_2(x)$ (B.33) определяется рядом

$$\operatorname{Li}_2(z) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{z^k}{k^2}. \quad (\text{B.49})$$

При сравнении результатов, существующих в литературе, могут оказаться полезными следующие соотношения между дилогарифмами фиксированных аргументов [93]:

$$\begin{aligned} \operatorname{Li}_2\left(\frac{1}{2}\right) &= -\frac{1}{2}\ln^2 2 + \frac{\pi^2}{12}, \\ \operatorname{Li}_2\left(\frac{1}{3}\right) &= -\frac{1}{2}\ln^2 \frac{3}{2} + b_2, \\ \operatorname{Li}_2\left(-\frac{1}{3}\right) &= \frac{1}{2}\ln^2 3 - \ln^2 \frac{3}{2} + 2b_2 - \frac{\pi^2}{6}, \\ \operatorname{Li}_2\left(\frac{2}{3}\right) &= \frac{1}{2}\ln^2 2 - \frac{1}{2}\ln^2 3 - b_2 + \frac{\pi^2}{6}, \\ \operatorname{Li}_2\left(\frac{1}{4}\right) &= -\ln^2 2 - 2b_2 + \frac{\pi^2}{6}, \\ \operatorname{Li}_2\left(\frac{3}{4}\right) &= 2\ln 2 \ln 3 - 3\ln^2 2 + 2b_2, \end{aligned} \quad (\text{B.50})$$

где $b_2 \equiv -\operatorname{Li}_2(-1/2) = 0.4484142069$.

Следует отметить, что наиболее полное исследование дилогарифма и связанных с ним функций можно найти в книге [141].

Приложение Г Вычисление функции распределения по m_{ff} и $m_{\gamma\gamma}$ в приближении главных логарифмов в распаде $Z \rightarrow \bar{f}f\gamma\gamma$

При распаде Z -бозона $Z \rightarrow \bar{f}f\gamma\gamma$ (3.12) на достаточно энергичные как фотоны, так и фермионы с малыми углами разлета между одним из фотонов и фермионом и другим фотоном и антифермионом квадрат амплитуды распада можно представить в виде:

$$\frac{1}{3} \sum_{\lambda} |\mathcal{M}|^2 \approx \frac{4f(u, v)}{m^4 ab}, \quad (\text{Г.51})$$

где m – масса Z -бозона. В выражении (Г.51) в качестве переменных интегрирования использованы безразмерные инвариантные массы родившихся частиц:

$$\begin{aligned} a &= \frac{(p_1 + k_1)^2}{m^2}, & b &= \frac{(p_2 + k_2)^2}{m^2}, \\ u &= \frac{(k_1 + k_2)^2}{m^2}, & v &= \frac{(p_1 + p_2)^2}{m^2}, \end{aligned} \quad (\text{Г.52})$$

построенные из следующего набора четырехмерных импульсов: $p_{1\mu} = (E_1, \vec{p}_1)$ и $p_{2\mu} = (E_2, \vec{p}_2)$ – 4-импульсы фермиона и антифермиона, $k_{1\mu} = (\omega_1, \vec{k}_1)$ и $k_{2\mu} = (\omega_2, \vec{k}_2)$ – 4-импульсы фотонов в соответствии с рис. 16. Переменные u и v связаны с переменными x и y , введенными в (3.13), соотношениями $u = x^2$ и $v = y^2$.

Дифференциальная вероятность четырехчастичного распада Z -бозона имеет вид:

$$d\Gamma = \frac{8}{(4\pi)^8 m} \left(\frac{1}{3} \sum_{\lambda} |\mathcal{M}|^2 \right) \delta^{(4)}(\mathcal{P} - p_1 - p_2 - k_1 - k_2) \frac{d\vec{p}_1 d\vec{p}_2 d\vec{k}_1 d\vec{k}_2}{E_1 E_2 \omega_1 \omega_2}, \quad (\text{Г.53})$$

где P_{μ} – 4-импульс Z -бозона. Переход от интегрирования по фазовому пространству конечных частиц к интегралу по введенному выше набору

инвариантных масс (Г.52) можно осуществить при помощи интегральных единиц вида:

$$\begin{aligned}
 1 &= \int \delta^{(4)}(p - p_1 - p_2) d^4p = \int \delta^{(4)}(p - p_1 - p_2) \delta(p^2 - m^2v) m^2 dv d^4p \\
 &= \int \delta^{(4)}(p - p_1 - p_2) \frac{m^2 dv d\vec{p}}{2p_0}, \\
 1 &= \int \delta^{(4)}(\mathcal{P}_1 - p_1 - k_1) d^4\mathcal{P}_1 = \int \delta^{(4)}(\mathcal{P}_1 - p_1 - k_1) \frac{m^2 da d\vec{\mathcal{P}}_1}{2\varepsilon_1}, \quad (\text{Г.54}) \\
 1 &= \int \delta^{(4)}(\mathcal{P}_2 - p_2 - k_2) d^4\mathcal{P}_2 = \int \delta^{(4)}(\mathcal{P}_1 - p_2 - k_2) \frac{m^2 db d\vec{\mathcal{P}}_2}{2\varepsilon_2}, \\
 1 &= \int \delta(k^2 - m^2u) m^2 du.
 \end{aligned}$$

Выражения (Г.54) фактически определяют следующий набор четырехмерных векторов: $k = \mathcal{P} - p$, $\mathcal{P}_2 = \mathcal{P} - \mathcal{P}_1$, $p_2 = p - p_1$, $k_1 = \mathcal{P}_1 - p_1$ и $k_2 = \mathcal{P} - p - \mathcal{P}_1 + p_1$. Подстановка введенных интегральных единиц в выражение для вероятности распада (Г.53) и взятие интегралов по четырехмерным δ -функциям приводит к следующему результату:

$$d\Gamma = \frac{m^3}{4(2\pi)^8} f(u, v) du dv \frac{da}{a} \frac{db}{b} dJ, \quad (\text{Г.55})$$

$$dJ = \delta(k^2 - m^2u) \delta(\mathcal{P}_2^2 - m^2b) \delta(p_2^2) \delta(k_1^2) \delta(k_2^2) \frac{d\vec{p}_1 d\vec{p} d\vec{\mathcal{P}}_1}{E_1 p_0 \varepsilon_1}. \quad (\text{Г.56})$$

Интегрирование по области, удаленной от границы $\sqrt{u} + \sqrt{v} = 1$

Интеграл (Г.56) удобно вычислять в системе покоя Z -бозона $\mathcal{P}_\mu = (m, 0, 0, 0)$, выбрав систему координат таким образом, чтобы вектора интегрирования приняли следующий вид:

$$\begin{aligned}
 p_{1\mu} &= (E_1, 0, 0, E_1), \\
 p_\mu &= (p_0, 0, p \sin \theta_1, p \cos \theta_1), \\
 \mathcal{P}_{1\mu} &= (\varepsilon_1, \mathcal{P}_1 \sin \theta_2 \cos \phi, \mathcal{P}_1 \sin \theta_2 \sin \phi, \mathcal{P}_1 \cos \theta_2),
 \end{aligned} \quad (\text{Г.57})$$

где $p = |\vec{p}|$ и $\mathcal{P}_1 = |\vec{\mathcal{P}}_1|$. Считая значения переменных a и b малыми и пренебрегая их зависимостью в аргументах δ -функций, интеграл (Г.56) легко вычисляется:

$$\begin{aligned}
 J &\approx \int \frac{1}{2m} \delta \left[p_0 - \frac{m}{2} (1 - u + v) \right] \frac{1}{2m} \delta \left[\varepsilon_1 - \frac{m}{2} \right] \\
 &\times \frac{1}{2E_1 p} \delta \left[\cos \theta_1 - \frac{2E_1 p_0 - m^2 v}{2e_1 p} \right] \frac{1}{2E_1 \mathcal{P}_1} \delta [\cos \theta_2 - 1] \\
 &\times \frac{E_1}{m^2 \sqrt{I}} \delta \left[E_1 - \frac{m}{4} (1 - x + y + \sqrt{I}) \right] \\
 &\times 2(2\pi)^3 E_1 dE_1 p dp_0 \mathcal{P}_1 d\varepsilon_1 d \cos \theta_1 d \cos \theta_2 \\
 &= \frac{(2\pi)^3}{16m^4 \sqrt{I}},
 \end{aligned} \tag{Г.58}$$

где $I = \sqrt{(1 + \sqrt{u} + \sqrt{v})(1 + \sqrt{u} - \sqrt{v})(1 - \sqrt{u} + \sqrt{v})(1 - \sqrt{u} - \sqrt{v})}$. Подстановка выражения (Г.58) в вероятность распада (Г.55) приводит к результату:

$$d\Gamma = \frac{f(u, v) du dv da db}{2(4\pi)^5 m \sqrt{I} a b}. \tag{Г.59}$$

Дальнейшее интегрирование по инвариантным массам фермион-фотонных пар a и b труда не представляет и дает вероятность распада $Z \rightarrow \bar{f} f \gamma \gamma$ (3.14) в приближении главных логарифмов.

Интегрирование вблизи границы физической области $\sqrt{u} + \sqrt{v} = 1$

Следует заметить, что вероятность (Г.59) имеет корневую особенность ($\sim 1/\sqrt{I}$) на границе физической области изменения инвариантных масс фотонной и фермионной пар ($\sqrt{u} + \sqrt{v} = 1$). Это указывает на непригодность полученного выражения (Г.59) вблизи границы физической области изменения этих инвариантных переменных. Для получения корректного выражения необходимо вычислять интеграл J (Г.56) при условии, что $\sqrt{u} + \sqrt{v} \approx 1$.

Введенный в (Г.57) набор переменных интегрирования остается тем же самым. Отличие от проведенного выше расчета состоит в том, что

пространственная компонента \vec{p} вектора p_μ становится пренебрежимо малой, и эффективно ее можно положить равной нулю в аргументах всех δ -функций. В этом случае пренебрегать переменными a и b в аргументе $\delta(k_2^2)$ уже нельзя. Тогда для интеграла J получим следующий результат:

$$\begin{aligned}
 J &\approx \int \frac{1}{2m} \delta \left[p_0 - \frac{m}{2} (1 - u + v) \right] \frac{1}{2m} \delta \left[\varepsilon_1 - \frac{m}{2} \right] \\
 &\times \frac{1}{2p_0} \delta \left[E_1 - \frac{p_0}{2} \right] \frac{1}{2E_1 \mathcal{P}_1} \delta [\cos \theta_2 - 1] \frac{1}{m^2 \sqrt{u}} \delta [b - a] \quad (\text{Г.60}) \\
 &\times 4(2\pi)^3 E_1 dE_1 p dp_0 \mathcal{P}_1 d\varepsilon_1 d \cos \theta_2 \\
 &= \frac{(2\pi)^3}{8m^4} \frac{\sqrt{I}}{\sqrt{uv}} \delta(b - a).
 \end{aligned}$$

При получении последнего выражения были использованы соотношения $p = m\sqrt{I}/2$ и $p_0 \approx m\sqrt{v}$. В этом случае дифференциальная вероятность распада (Г.55) примет вид:

$$d\Gamma = \frac{f(u, v) \sqrt{I} du dv da}{(4\pi)^5 m \sqrt{uv} a^2}. \quad (\text{Г.61})$$

Интеграл по инвариантной массе a фермион-фотонной пары легко берется, что дает функцию распределения по инвариантным массам фермионной и фотонной пар вблизи границе физической области их изменения (3.16). Интересно, что характер поведения вероятности распада существенно изменился по сравнению с предсказываемым выражением (Г.59) – рост дифференциальной вероятности, обусловленный наличием корневой особенности, сменился падением до нуля по корневому закону при приближении к границе $\sqrt{u} + \sqrt{v} = 1$.

Список литературы

- [1] Schwinger J. Theory of fundamental interaction // Ann. Phys. - 1957. - V. 2. - P. 407-434.
- [2] Glashow S.L. Partial-symmetries of weak interactions // Nucl. Phys. - 1961. - V. 22, N 4. - P. 579-588.
- [3] Salam A., Ward J.C. Electromagnetic and weak interactions // Phys. Lett. - 1964. - V. 13, N 2. - P. 168-171.
- [4] Weinberg S.A. A model of leptons // Phys. Rev. Lett. - 1967. - V. 19, N 21. - P. 1264-1266.
- [5] Salam A. - In Proceedings of the eighth Nobel symposium on elementary particle theory, relativistic groups and analyticity, ed. by N. Svartholm. Stockholm. 1968. - P. 367.
- [6] Higgs P.W. Broken symmetries and the masses of gauge bosons // Phys. Rev. Lett. - 1964. - V. 13. - P. 508-509.
- [7] t'Hooft G. Renormalization of massless Yang-Mills fields // Nucl. Phys. - 1971. - V. B33, N 1. - P. 173-199.
- [8] t'Hooft G. Lagrangian for massive Yang-Mills field // Nucl. Phys. - 1971. - V. B35, N 1. - P. 167-188.
- [9] Fermi E. Versuch einer theorie der β -strahlen // Z. Phys. - 1934. - V. 88, N 1,2. - S. 161-177.
- [10] Hasert F.J. et al. Search for elastic muon-neutrino electron scattering // Phys. Lett. - 1973. - V. B46, N 1. - P. 121-124.
- [11] Reines F., Gurr H.S., Sobel H.W. Detection of $\bar{\nu}_e - e$ scattering // Phys. Rev. Lett. - 1976. - V. 37, N 6. - P. 315-318.
- [12] Рихтер Б. От ψ к очарованию / Эксперименты 1975 - 1976 гг. // УФН. - 1978. - Т. 125, N 2. - С. 201-226.
- [13] Тинг С. Открытие J -частицы. Личные впечатления. // УФН. - 1978. - Т. 125, N 2. - С. 227-249.

- [14] Glashow S.L., Iliopoulos J., Maiani L. Weak interaction with lepton-hadron symmetry // Phys. Rev. - 1970. - V. D2, N 7. - P. 1285-1292.
- [15] Kobayashi M., Maskawa T. *CP*-violation in the renormalizable theory of weak interaction // Prog. Theor. Phys. - 1973. - V. 49, N 2. - P. 652-657.
- [16] Abe F. et al. (CDF Collaboration). Evidence for top quark production in $\bar{p}p$ collisions at $\sqrt{s} = 1.8 TeV$ // Phys. Rev. Lett. - 1994. - V. 73, N 2. - P. 225-231.
- [17] Abe F. et al. (CDF Collaboration). Evidence for top quark production in $\bar{p}p$ collisions at $\sqrt{s} = 1.8 TeV$ // Phys. Rev. - 1994. - V. D50, N 5. - P. 2966-3026.
- [18] Abe F. et al. (CDF Collaboration). Observation of top quark production in $\bar{p}p$ collisions with the collider detector at Fermilab // Phys. Rev. Lett. - 1995. - V. 74, N 14. - P. 2626-2631.
- [19] Abachi S. et al. (D0 Collaboration). Observation of top quark // Phys. Rev. Lett. - 1995. - V. 74, N 14. - P. 2632-2637.
- [20] Барков Л.М., Золотарев М.С., Хриплович И.Б. Наблюдение несохранения четности в атомах // УФН. - 1980. - Т. 132, N 3. - С. 409-442.
- [21] Салам А. Унификация сил. - в кн.: Фундаментальная структура материи. - М.: Мир, 1984. - С. 173-201.
- [22] Вайнберг С. Идеиные основы единой теории слабых и электромагнитных взаимодействий // УФН. - 1980. - Т. 132, N 2. - С. 201-217.
- [23] Глешоу Ш. На пути к объединенной теории - нити в гобелене // УФН. - 1980. - Т. 132, N 2. - С. 218-228.
- [24] Салам А. Калибровочное объединение фундаментальных сил // УФН. - 1980. - Т. 132, N 2. - С. 229-253.
- [25] Клайн Д.Б., Руббиа К., Ван дер Меер С. Поиски промежуточных векторных бозонов // УФН. - 1983. - Т. 139, N 1. - С. 135-152.

- [26] Rubbia C. Experimental observation of the intermediate vector bosons W^+ , W^- and Z^0 // Rev. Mod. Phys. - 1985. V. 57, N 3. - P. 699-722.
- [27] Руббиа К. Экспериментальное наблюдение промежуточных векторных бозонов W^+ , W^- и Z^0 // УФН. - 1985. - Т. 147, N 2. - С. 371-404.
- [28] Arnison G. et al. (UA1 Collaboration). Experimental observation of isolated large transverse energy electrons with associated missing energy at $\sqrt{s} = 540 \text{ GeV}$ // Phys. Lett. - 1983. - V. 122B, N 1. - P. 103-116.
- [29] Arnison G. et al. (UA1 Collaboration). Experimental observation of lepton pairs of invariant mass around $95 \text{ GeV}/c^2$ at CERN SPS collider // Phys. Lett. - 1983. - V. 126B, N 5. - P. 398-410.
- [30] Arnison G. et al. (UA1 Collaboration). Further evidence for charged intermediate vector bosons at the SPS collider // Phys. Lett. - 1983. - V. 129B, N 3,4. - P. 273-282.
- [31] Banner M. et al. (UA2 Collaboration). Observation of single isolated electrons of high transverse momentum in events with missing transverse energy at the CERN pp -collider // Phys. Lett. - 1983. - V. 122B, N 5,6. - P. 476-485.
- [32] Bagnaia P. et al. (UA2 Collaboration). Evidence for $Z^0 \rightarrow e^+e^-$ at the CERN pp -collider // Phys. Lett. - 1983. - V. 129B, N 1,2. - P. 130-140.
- [33] Barnett R.M. et. al. (Particle Data Group). Review of particle physics // Phys. Rev. - 1996. - V. D54, N 1, Part I. - P. 1.
- [34] Окунь Л.Б. Лептоны и кварки. - М.: Наука, 1990. - 346 С.
- [35] Sopczak A. Searches for Higgs bosons at LEP2 // E-preprint hep-ph/9712283; preprint ИЕКР-КА/97-14, 1997.
- [36] Комминс Ю., Буксбаум Ф. Слабые взаимодействия лептонов и кварков / Пер. с англ. - М.: Энергоатомиздат, 1987. - 440 С.
- [37] Ченг Т.-П., Ли Л.-Ф. Калибровочные теории в физике элементарных частиц / Пер. с англ. - М.: Мир, 1987. - 624 С.

- [38] Yukawa H. On the Interaction of Elementary Particles // Proc. Phys. Math. Soc. Jap. - 1935. - V. 17. - P. 48-57.
- [39] Fritzsche H., Gell-Mann M., Leutwyler H. Advantages of the Color Octet Gluon Picture // Phys. Lett. - 1973. - V. 47B. - P. 365-368.
- [40] Gell-Mann M. A schematic model of baryons and mesons // Phys. Lett. - 1964. - V. 8. - P. 214-215.
- [41] Zweig G. An $SU(3)$ model for strong interaction symmetry and its breaking // CERN preprint CERN-TH-401, 1964.
- [42] Zweig G. An $SU(3)$ model for strong interaction symmetry and its breaking. 2 // CERN preprint CERN-TH-412, 1964.
- [43] Gross D.J., Wilczek F. Ultraviolet behavior of nonabelian gauge theories // Phys. Rev. Lett. - 1973. - V. 30. - P. 1343-1346.
- [44] Politzer H.D. Reliable perturbative results for strong interactions? // Phys. Rev. Lett. - 1973. - V. 30. - P. 1346-1349.
- [45] Han M.Y., Nambu Y. Three triplet model with double $SU(3)$ symmetry // Phys. Rev. - 1965. - V. 139. - P. B1006-B1010.
- [46] Боголюбов Н.Н., Струмминский Б.В., Тавхелидзе А.Н. К вопросу о составных моделях в теории элементарных частиц // Препринт ОИЯИ Д1968, Дубна. - 1965.
- [47] Herb S.W. et al. Observation of a dimuon resonance at $9.5 GeV$ in $400 GeV$ proton-nucleus collisions // Phys. Rev. Lett. - 1977. - V. 39. - P. 252.
- [48] Berger C. et al. (PLUTO Collaboration). Observation of a narrow resonance formed in e^+e^- annihilation at $9.46 GeV$ // Phys. Lett. - 1978. - V. 76B. - P. 243-245.
- [49] Darden C.W. et al. Observation of a narrow resonance at $9.46 GeV$ in e^+e^- annihilations // Phys. Lett. - 1978. - V. 76B. - P. 246.

- [50] Ellis J., Gaillard M.K., Nanopoulos D.V., Rudaz S. The phenomenology of the next lefthanded quarks // Nucl. Phys. - 1977. - V. B131. - P. 285; Ibid. - 1978. - V. B132. - P. 541 (E).
- [51] Герштейн С.С., Лиходед А.К., Пирогов Ю.Ф. On description of $9.5 GeV$ dimuon enhancement by means of the vector meson family with hidden beauty // ЯФ - 1978. - Т. 27. - С. 194-203.
- [52] Дремин И.М. Топоний // УФН. - 1986. - Т. 150, N 2. - С. 185-217.
- [53] Raja R. (D0 and CDF Collaborations). Top quark mass measurements from the TEVATRON // E-print hep-ex/9706011; preprint FERMILAB-Conf-97/194-E, 1997.
- [54] Fayet P., Ferrara S. Supersymmetry // Phys. Rept. - 1977. - V. 32. - P. 249-334.
- [55] Hagiwara K., Kato K., Martin A.D., Ng C.-K. Properties of heavy quarkonia and related states // Nucl. Phys. - 1990. - V. B344, N 1. - P. 1-32.
- [56] Schuller G.A. Quarkonium production and decays // CERN preprint Cern-TH/ 7170-94, 1994; E-print hep-ph/ 9403387
- [57] Cester R., Rapidis P. Charmonium formations in $\bar{p}p$ annihilations // Ann. Rev. Nucl. Part. sci. - 1994. - V. 44, - P. 329-732.
- [58] Abe F. et al. (CDF Collaboration). Inclusive J/ψ , $\psi(2S)$ and b quark production in $\bar{p}p$ collisions at $\sqrt{s} = 1.8 TeV$ // Phys. Rev. Lett. - 1993. - V. 69, - P. 3704-3708.
- [59] Abe F. et al. (CDF Collaboration). Inclusive Xc and b quark production in $\bar{p}p$ collisions at $\sqrt{s} = 1.8 TeV$ // Phys. Rev. Lett. - 1993. - V. 71, - P. 2537-2541.
- [60] Bodwin G.T., Braaten E., Lepage G.P. Rigorous QCD predictions for decays of P wave quarkonia // Phys. Rev. - 1992. - V. D46. - P. 1914-1918.

- [61] Casswell W.E., Lepage G.P. Effective lagrangians for bound states problems in QED, QCD, and over feild thepries// Phys. Rev. - 1995. - V. D51. - P. 1125-1171.
- [62] Bodwin G.T., Braaten E., Lepage G.P. Rigorous QCD analysis of inclusive annihilation and production of heavy quarkonium // Phys. Rev. - 1995. - V. D51. - P. 1125-1171.
- [63] Petrelli M., Cassiari M., Greco M., Maltoni F., Mangano M.L. NLO production and decay of quarkonium // CERN preprint CERN-TH/ 97-142, 1997; E-print hep-ph/ 9707233
- [64] Parkhomenko A.Ya., Smirnov A.D. On collinearization of quarks in the quark-gluon decays of heavy orthoquarkonia // Mod. Phys. Lett. - 1994. - V. A9, N 2. - P. 115-121.
- [65] Parkhomenko A.Ya., Smirnov A.D. Quark-gluon decay of heavy orthoquarkonium // In Proceedings of 5th and 6th Lomonosov Conferences on Elementary Particale Physics, ed. by A.I. Studenikin. Accademia Nazionale dei Lincei, Rome, Italy. 1994. - P. 210-214.
- [66] Parkhomenko A.Ya., Smirnov A.D. On collinearization of quarks in the quark-gluon decays of heavy orthoquarkonia // In Proceedings of the Eighth International Seminar "Quarks-94 eds. by D.Yu. Grigoriev, V.A. Matveev, V.A. Rubakov, T.D. Son, A.N. Tavkhelidze. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., Singapore. 1995. - P. 569-573.
- [67] Пархоменко А.Я., Смирнов А.Д. Кварк-глюонный распад тяжелого паракваркония // Тезисы юбилейной конференции “Актуальные проблемы естественных и гуманитарных наук. Физика”, ред. А.В. Кузнецов. - Ярославль, 1995. - С. 16-18.
- [68] Пархоменко А.Я., Смирнов А.Д. Угловые и энергетические распределения в трехчастичных распадах тяжелого паракваркония // Сборник тезисов областной научной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых “Современные проблемы естествознания. Физика”, ред. А.В. Кузнецов. - Ярославль, 1997. - С. 12-14.

- [69] Mikheev N.V., Parkhomenko A.Ya. Double radiative decay $Z \rightarrow f\bar{f}\gamma\gamma$ in the standard model // Mod. Phys. Lett. - 1994. - V. A9, N 13. - P. 1175-1181.
- [70] Михеев Н.В., Пархоменко А.Я. Дваждырадиационный распад $Z \rightarrow \ell^+\ell^-\gamma\gamma$ в стандартной теории // ЯФ. - 1994. - Т. 57, N 2. - С. 281-284.
- [71] Appelquist T., Politzer H.D. Heavy quarks and e^+e^- annihilation // Phys. Rev. Lett. - 1975. - V. 34, N 1. - P. 43-45.
- [72] de Rujula A., Glashow S.L. Is bound charm found? // Phys. Rev. Lett. - 1975. - V. 34, N 1. - P. 46-49.
- [73] Appelquist T., Politzer H.D. Heavy quarks and long-lived hadrons // Phys. Rev. - 1975. - V. 12, N 5. - P. 1404-1414.
- [74] Chanowitz M. Comments on the decay of $\psi(3.1)$ into even G -parity states // Phys. Rev. - 1975. - V. D12. - P. 918.
- [75] Mackenzie P.B., Lepage G.P. Quantum chromodynamic corrections to the gluonic width of the Υ meson // Phys. Rev. Lett. - 1981. - V. 47, N 18. - P. 1244-1247.
- [76] Kwong W., Mackenzie P.B., Rosenfeld R., Rosner J.L. Quarkonium annihilation rates // Phys. Rev. - 1988. - V. D37. - P. 3210.
- [77] Волошин М.Б. Непертурбативные эффекты в адронной аннигиляции тяжелого кваркония // ЯФ - 1984. - Т. 40. - С. 1039-1048.
- [78] Koller K., Streng K.H., Walsh T.F., Zerwas P.M. Multijet decays of quarkonia: testing the three-gluon vertex // Nucl. Phys. - 1982. - V. B206, N 2. - P. 273-297.
- [79] Farhi E. A QCD test for jets // Phys. Rev. Lett. - 1977. - V. 39. - P. 1587.
- [80] Bjorken J.D., Brodsky S.D. Statistical model for electron-positron annihilation into hadrons // Phys. Rev. - 1970. - V. D1. - P. 1416-1430.

- [81] de Rujula A., Ellis J., Floratos E.G., Gaillard M.K. QCD predictions for hadronic final states in e^+e^- annihilation // Nucl. Phys. - 1978. - V. B138. - P. 387.
- [82] Fox G.C., Wolfram S. Observables for the analysis of event shapes in e^+e^- annihilation and other processes // Phys. Rev. Lett. - 1978. - V. 41. - P. 1581.
- [83] Fox G.C., Wolfram S. Tests for planar events in e^+e^- annihilation // Phys. Lett. - 1979. - V. 82B. - P. 134.
- [84] Muta T., Niuya T. Nonplanar 4-jets in quarkonium decays as a probe for 3-gluon coupling // Prog. Theor. Phys. - 1982. - V. 68, N 5. - P. 1735-1748.
- [85] Streng K.H. The nonabelian structure of QCD in quarkonium decays // Z. Phys. - 1985. - V. C27, N 1. - P. 107-114.
- [86] Смирнов А.Д. Введение в калибровочную теорию сильных взаимодействий - Ярославль, 1984. - 56 С.
- [87] Ициксон К., Зюбер Ж.-Б. Квантовая теория поля, Т. 1. / Пер. с англ. - М.: Мир, 1984.
- [88] Clavelli L., Cox P.H., Harms B. Prompt lepton production in upilon and t -quarkonium decays // Phys. Rev. - 1985. - V. D31, N 1. - P. 78-80.
- [89] Barbiery R., Curci G., d'Emilio E., Remiddi E. Strong radiative corrections to annihilations of quarkonia in QCD // Nucl. Phys. - 1979. - V. B154, N 4. - P. 535-546.
- [90] Hagiwara K., Kim C.B., Yoshino T. Hadronic decay rate of ground-state para-quarkonia in quantum chromodynamics // Nucl. Phys. - 1981. - V. B177, N 3. - P. 461-476.
- [91] Kamal A.N., Kodaira J., Muta T. Gluon jets from heavy paraquarkonium // Phys. Rev. - 1982. - V. D25, N 3. - P. 784-791.
- [92] Bodwin G.T., Braaten E., Lepage G.P. Rigorous QCD predictions for decays of P wave quarkonia // Phys. Rev. - 1992. - V. D46. - P. 1914-1918.

- [93] Barbieri R., Caffo M., Remiddi E. Gluon jets from quarkonia // Nucl. Phys. - 1980. - V. B162, N 1. - P. 220-236.
- [94] Barbieri R., Gatto R., Remiddi E. QCD radiative corrections to hyperfine splitting in quarkonium // Phys. Lett. - 1981. - V. 106B, N 6. - P. 497-500.
- [95] Смирнов А.Д. Угловое и энергетическое распределения глюонов в трехглюонном распаде тяжелого паракваркония // ЯФ. - 1988. - Т. 47, N 5. - С. 1380-1383.
- [96] Sterman G., Weinberg S. Jets from quantum chromodynamics // Phys. Rev. Lett. - 1977. - V. 39, N 23. - P. 1436-1439.
- [97] Kinoshita T. Mass singularities of Feynman amplitudes // J. Math. Phys. - 1962. - V. 3, N 2. - P. 650-677.
- [98] Lee T.D., Nauenberg M. Degenerate systems and mass singularities // Phys. Rev. - 1964. - V. B133, N 5. - P. 1549-1562.
- [99] Бюклинг Е., Каянти К. Кинематика элементарных частиц. / Пер. с англ. - М., "Мир" 1975.
- [100] Bardin D., Bilenkii M., Chizhov A., Sazonov A., Fedorenko O., Riemann T., Sachwitz M. Analytic approach to the complete set of QED corrections to fermion pair production in e^+e^- annihilation // Nucl. Phys. - 1991. - V. B351, N 1. - P. 1-48.
- [101] Ting S.C.C. Summary of experimental results and future opportunities // CERN preprint CERN-PPE/96-70, 1996.
- [102] Adriani O. et al. (L3 Collaboration). High mass photon pairs $\ell^+\ell^-\gamma\gamma$ events at LEP // Phys. Lett. - 1992. - V. 295B, N 1,2. - P. 337-346.
- [103] Jadach S., Ward B.F.L., Was E., Zhang H. Exact results on $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^- + 2\gamma$ in the Z^0 resonance region // Phys. Rev. - 1990. - V. D42. - P. 2977-2983.
- [104] Jadach S., Ward B.F.L. YFS2: the second order Monte Carlo for fermion pair production at LEP/SLC with the initial state radiation of

- two hard and multiple soft photons // *Comp. Phys. Comm.* - 1990. - V. 56. P. 351-384.
- [105] Stirling W.J. Z -boson decay into a fermion-antifermion pair and an arbitrary number of hard photons // *Phys. Lett.* - 1991. - V. 271B, N 1,2. - P. 261-266.
- [106] Adriani O. et al. (L3 Collaboration). A search for the neutral Higgs boson at LEP // *Phys. Lett.* - 1993. - V. 303B. - P. 391-399.
- [107] Kataev A.L., Kim V.T. The effects of the QCD corrections to $\Gamma(H^0 \rightarrow b\bar{b})$ // *Mod. Phys. Lett.* - 1994. - V. A9. - P. 1309-1326.
- [108] Bjorken J.D. Weak interaction theory and neutral currents // In *Proceedings of Summer Institute on Particle Physics on Weak Interactions at High Energy and the Productions of New Particles*, ed. by M.C. Zipf. SLAC Report No. 198, 1976. - P. 1
- [109] Иоффе Б.Л., Хозе В.А. Что можно ожидать от экспериментов со сталкивающимися e^+e^- пучками при энергии примерно в 100 ГэВ? // *ЭЧАЯ* - 1978. - Т. 9. - С. 118.
- [110] Gross E., Yepes P. SM Higgs boson hunting at LEP // *Int. J. Mod. Phys.* - 1993. - V. A8. - P. 407-454.
- [111] Barger V., Deshpande N.G., Hawett J.L., Rizzo T.G. A separate Higgs? // Argonne National Laboratory preprint ANL-HEP-PR-92-102, 1992; e-preprint hep-ph/9211234.
- [112] Cvetič G., Nowakowski M., Wu Y.-L. Multi-higgs doublet model: can it account for $\ell^+\ell^-\gamma\gamma$ events? // *Nuovo Cim.* - 1994. - V. 107A. - P. 271-278.
- [113] Kang K., Knowles I.G., White A.R. The η_6 at LEP and TRISTAN // *Mod. Phys. Lett.* - 1993. - V. A8. - P. 1611-1620.
- [114] Bando M., Maekawa N. A signal for technicolor? // *Mod. Phys. Lett.* - 1993. - V. A8. - P. 2141-2146.

- [115] Lubicz V. Production and signatures of neutral pseudogoldstone bosons at the Z^0 pole in technicolor and extended technicolor models // Nucl. Phys. - 1993. - V. 404B. - P. 559-576.
- [116] Geng C.Q., Whisnant K., Young B.-L. Right-handed neutral currents, families and the LEP $\ell^+\ell^-\gamma\gamma$ events // Iowa State University preprint IS-J 4917, 1993; e-preprint hep-ph/9302273.
- [117] Garisto R., Ng J.N. What can the L3 $\gamma\gamma\ell\ell$ events be? // Phys. Lett. - 1993. - V. 317B. - P. 462-466.
- [118] Litvin V.A., Slabospitsky S.R. Analysis of the anomalous events $e^+e^- \rightarrow \ell^+\ell^-\gamma\gamma$ // Phys. Atom. Nucl. - 1994. - V. 57. P. 822-826.
- [119] Litvin V.A., Slabospitsky S.R. LEP $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-\gamma\gamma$ events and their consequence at future e^+e^- colliders // Int. J. Mod. Phys. - 1995. - V. A10. - P. 2053-2066.
- [120] Litvin V.A., Slabospitsky S.R., Shvorob A.V. Anomalous di-photon production at LEP: possible consequences at FNAL hadron collider // Nuovo Cim. - 1995. - V. 108A. - P. 249-258; Phys. Atom. Nucl. - 1995. - V. 58. - P. 1351-1355.
- [121] Matsumoto S. $Z \rightarrow \ell\bar{\ell}\gamma\gamma$ events and TRISTAN // In Proceedings of the Workshop on TRISTAN Physics at High Luminosities, ed. by M. Yamauchi. National Laboratory for High Energy Physics, Japan. 1993. - P. 73-81.
- [122] Jadach S., Ward B.F.L. Final state multiple photon effects in fermion pair production at SLC/LEP // Phys. Lett. - 1992. - V. 274B, N 3,4. - P. 470-472.
- [123] Jadach S., Ward B.F.L., Yost S.A. Exact results on $e^+e^- \rightarrow e^+e^- + 2\gamma$ at SLC/LEP energies // Phys. Rev. - 1993. - V. D47. - P. 2682-2689.
- [124] Yennie D.R., Frautschi S.C., Suura H. The infrared divergence phenomena and high-energy processes // Ann. Phys. - 1961. - V. 13. - P. 379-452.

- [125] Jadach S., Ward B.F.L., Yost S.A. Theoretical expectations for high mass photon pairs in $\ell^+\ell^-\gamma\gamma$ events at LEP/SLC // Phys. Rev. - 1995. - V. D51. - P. 3149-3152.
- [126] Martinez M., Miquel R. Standard model predictions for high mass photon pairs in $\ell\bar{\ell}$ events at LEP // Phys. Lett. - 1993. - V. 302B, N 1. - P. 108-111.
- [127] Summers D.J. Calculation of hard photonic radiation to the process $e^+e^- \rightarrow \ell^+\ell^-$ at LEP // Phys. Lett. - 1993. - V. 302B. - P. 326-330.
- [128] Kolodziej K., Jegerlehner F., van Oldenborgh G.J. Production of two hard isolated photons in $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-\gamma\gamma$ at LEP // Z. Phys. - 1993. - V. C58. - P. 643-650.
- [129] Fujimoto K. et al. Lepton pair production with double hard photon emission // Phys. Lett. - 1993. - V. 304B. - P. 189-192.
- [130] Ballestrero A., Maina E., Moretti S. Hard photon pair production at LEP // Phys. Lett. - 1993. - V. 305B. - P. 312-315.
- [131] Buskulic D. et al. (ALEPH Collaboration). Search for high mass photon pairs in $e^+e^- \rightarrow f\bar{f}\gamma\gamma$ ($f = e, \mu, \tau, \nu, q$) at LEP // Phys. Lett. - 1993. - V. 308B, N 3,4. - P. 425-434.
- [132] Acton P.D. et al. (OPAL Collaboration). Search for anomalous production of high mass photon pairs in e^+e^- collisions at LEP // Phys. Lett. - 1993. - V. 311B, N 1-4. - P. 391-407.
- [133] Acciarri M. et al. (L3 Collaboration). Tests on QED at LEP energies using $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma(\gamma)$ and $e^+e^- \rightarrow \ell^+\ell^-\gamma\gamma$ // Phys. Lett. - 1995. - V. 353B. - P. 136-144.
- [134] Kurihara Y. Search for anomalous $\gamma\gamma$ production at TRISTAN // In Proceedings of the Workshop on TRISTAN Physics at High Luminosities, ed. by M. Yamauchi. National Laboratory for High Energy Physics, Japan. 1993. - P. 82-99.
- [135] Tsuboyama T. Limits on spinless bosons around 58 GeV by VENUS // In Proceedings of the Workshop on TRISTAN Physics at High

Luminosities, ed. by M. Yamauchi. National Laboratory for High Energy Physics, Japan. 1993. - P. 100-103.

- [136] Shimoszawa K. Energy dependence of the $\gamma\gamma$ cross section at TOPAZ // In Proceedings of the Workshop on TRISTAN Physics at High Luminosities, ed. by M. Yamauchi. National Laboratory for High Energy Physics, Japan. 1993. - P. 104-110.
- [137] Abe K. et al. (VENUS Collaboration). Search for heavy neutral spinless particles using $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ and $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$ reactions in the CM energy range between 54 and 64 GeV // Phys. Lett. - 1993. - V. 302B, N 1. - P. 119-124.
- [138] Abe K. et al. (TOPAZ Collaboration). Search for a narrow resonance in e^+e^- collisions between $E_{cm} = 58 GeV$ and $60 GeV$ // Phys. Lett. - 1993. - V. 304B. - P. 373-380.
- [139] Sterner K.L. et al. (AMY Collaboration). Search for anomalous $\gamma\gamma$ production at TRISTAN // Phys. Lett. - 1993. - V. 303B. - P. 385-390.
- [140] Ali A., Korner J.G, Kunszt Z., Pietarinen E., Kramer G., Schierholz G., Willrodt J. QCD predictions for four-jet final states in e^+e^- annihilation // Nucl. Phys. - 1980. - V. B167. - P. 454-478.
- [141] Lewin L. Dilogarithms and associated functions. - London: Macdonalds, 1958. - 353 c.