



## Density and Temperature Evolutions in $^{132}\text{Sn} + ^{208}\text{Pb}$ and $^{140}\text{Xe} + ^{208}\text{Pb}$ Collisions

Myungkuk KIM\* · Young-Min KIM · Yujeong LEE · Chang-Hwan LEE<sup>†</sup>

Department of Physics, Pusan National University, Busan 46241, Korea

(Received 11 June 2016 : revised 25 October 2016 : accepted 4 November 2016)

The new rare isotope accelerator RAON, which is under construction in Korea, will provide opportunities to perform heavy-ion collision experiments.  $^{132}\text{Sn}$  and  $^{140}\text{Xe}$  are among the major sources of projectiles at RAON. These isotopes are important sources for investigating nucleosynthesis in the Universe and the nuclear symmetry energy. In this work, we did a computer simulation of  $^{132}\text{Sn} + ^{208}\text{Pb}$  and  $^{140}\text{Xe} + ^{208}\text{Pb}$  collision experiments with a given beam energy at  $E_{\text{lab}} = 200$  MeV/u. In the computer simulation, we use relativistic mean field theory to describe the dense nuclear matter and RBUU (Relativistic Boltzmann-Uehling-Uhlenbeck) transport model to describe the nuclear collisions. We found that the temperature at the center of the colliding system reached  $\sim 30$  MeV, and study the possibilities of various low-energy nuclear matter phase transitions.

PACS numbers: 81.05.Ea, 85.30.Tv

Keywords: Rare isotope, Phase transition, Dense nuclear matter, Relativistic mean field theory

## $^{132}\text{Sn} + ^{208}\text{Pb}$ 와 $^{140}\text{Xe} + ^{208}\text{Pb}$ 충돌에서 밀도 및 온도 변화

김명국\* · 김영민 · 이유정 · 이창환<sup>†</sup>

부산대학교 물리학과, 부산 46241, 대한민국

(2016년 6월 11일 받음, 2016년 10월 25일 수정본 받음, 2016년 11월 4일 게재 확정)

국내에 건설 중인 중이온가속기 라온(RAON)에서는 다양한 종류의 중이온 충돌 실험이 진행될 예정이다.  $^{132}\text{Sn}$ 과  $^{140}\text{Xe}$  도 라온에서 실험이 가능한 원소로서 천체 핵합성 과정 규명 및 대칭에너지를 연구하는데 중요한 원소이다. 본 연구에서는 충돌 범에너지  $E_{\text{lab}} = 200$  MeV/u에서  $^{132}\text{Sn} + ^{208}\text{Pb}$ 와  $^{140}\text{Xe} + ^{208}\text{Pb}$  충돌 실험 수치모사를 통하여 충돌 중심부의 밀도 및 온도 변화를 연구하였다. 수치모사에는 고밀도 핵물질 상태를 기술하기 위한 상대론적 평균장 이론과 핵자들의 충돌을 기술하기 위한 RBUU (Relativistic Boltzmann-Uehling-Uhlenbeck) 수송 모델을 사용하였다. 연구 결과 밀도가 최대가 되는 시점에서 충돌 중심부 온도는 약 30 MeV에 다다름을 확인하였고, 이 온도에서 가능한 다양한 저에너지 핵물질 상전이 현상의 가능성을 연구하였다.

PACS numbers: 81.05.Ea, 85.30.Tv

Keywords: 중이온, 상전이, 고밀도 핵물질, 상대론적 평균장 이론

\*E-mail: [myung.k.kim@pusan.ac.kr](mailto:myung.k.kim@pusan.ac.kr)

<sup>†</sup>E-mail: [clee@pusan.ac.kr](mailto:clee@pusan.ac.kr)

This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

## I. 중이온 충돌 실험과 상전이 현상

중성자별의 중심부와 같은 고밀도 상태는 보통핵밀도 ( $\rho_0 = 0.16 \text{ fm}^{-3} \sim 2.04 \times 10^{14} \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$ )의 수 배에 달하는 고밀도 상태가 형성될 것으로 추정된다. 중성자별 형성 초기에는 중심부 온도는 20 MeV ( $\sim 2.3 \times 10^{11} \text{ K}$ ) 이상이 될 것으로 추정되며, 이후 중성미자를 방출하면서 수분 이내에 온도가 1 MeV 이하로 떨어질 것으로 예측된다 [1,2]. 이러한 고온·고밀도 상태를 지상의 실험실에서 구현하기 위한 중이온실험이 진행되고 있으며, 국내에서도 중이온 가속기 라온(RAON) 건설이 진행 중에 있다 [3,4]. 이번 연구에 선행하여  $^{197}\text{Au} + ^{197}\text{Au}$  (빔에너지 200 MeV/u) 및  $^{132}\text{Sn} + ^{64}\text{Ni}$  (빔에너지 250 MeV/u)의 충돌에서 형성되는 고밀도 물질에 대한 연구가 국내에서 수행되었다 [6]. 이 연구에서는 상대론적 평균장 이론을 RBUU (Relativistic Boltzmann-Uehling-Uhlenbeck) [8–14] 수송모델에 적용하였다. 연구 결과 충돌 중심부 밀도는 최대  $2\rho_0$ 에 이르렀고, 최대가 되는 시간의 온도는 25 ~ 40 MeV에 이르는 것으로 예측되었고, 이 온도 영역에서 가능한 상전이 현상에 대한 연구도 이루어졌다. 현재 많은 연구가 진행되고 있는 다양한 수송모델 수치 계산 프로그램 및 결과 비교는 참고문헌 [15]에 정리가 되어 있다.

쿼크, 글루온 및 핵자들 사이의 강상호작용으로 인하여 양자색소역학(Quantum chromodynamics, QCD)에서 출발하여 핵자의 상호작용을 기술하는 것은 현실적으로 불가능하므로 다양한 상대론적 평균장 이론 모델이 도입되었다 [16]. 상대론적 평균장 이론에는 핵자들 간의 상호작용을 매개하는 변수들이 도입되는데, 이 변수들은 양자색소역학을 이용한 이론적 계산이 불가능하므로, 보통핵자들의 밀도, 대칭에너지 등을 이용하여 실험적으로 결정된다. 변수 결정에 사용되는 대부분의 실험이 보통핵밀도와 비슷하거나 낮은 밀도에서 이루어지므로, 중성자별 내부와 같은 고밀도 상태를 예측하는데는 한계가 있다. 라온에서는 중이온충돌을 통하여 보통 핵자보다 높은 고밀도 상태가 구현될 예정이므로 상대론적 평균장 이론을 검증할 수 있는 가능성이 제시되고 있다.

본 연구에서는  $^{132}\text{Sn} + ^{208}\text{Pb}$  와  $^{140}\text{Xe} + ^{208}\text{Pb}$  충돌에서 형성되는 고온 고밀도 상태를 연구하였다 [3,4]. 참고문헌 [5]에 의하면 본 연구에서 빔으로 사용된 두 동위원소의 생성량은  $10^4 \sim 10^8 \text{ pps}$ 로 예상되고 있다. 또한, 두 동위원소는 각각의 반감기가 39.7초( $^{132}\text{Sn}$ )와 13.6초( $^{140}\text{Xe}$ )이기 때문에 안정한  $^{208}\text{Pb}$ 을 타겟으로 하였다. 이를 핵종은 중성자 마법수 126 근처의 핵구조 및 겹질구조 변화연구에

Table 1. Parameters used in the simulation.

Parameter	Values
$g_\sigma^2/m_\sigma^2$	$10.33 \text{ fm}^2$
$g_\omega^2/m_\omega^2$	$5.42 \text{ fm}^2$
$g_\rho^2/m_\rho^2$	$0.95 \text{ fm}^2$
$a/g_\sigma^3$	$0.033 \text{ fm}^{-1}$
$B$	-0.0048

매우 중요한 원소이며 중성자별 구조 연구에도 중요한 역할을 할 것으로 예상된다. 또한, 고밀도 물질 연구에서는 대칭에너지, 중이온충돌에서의 집단흐름(Collective flow) 등을 규명하는데 중요한 역할을 할 것으로 예상된다. 본 연구에서는 라온에서 생성가능한 최대 밀도 및 온도를 규명하는 것이 목적이이다. 우라늄(U)의 경우 최대 빔에너지는 200 MeV/u이며 주석(Sn)과 제논(Xe)은 약 250 MeV/u가 최대 빔에너지만이지만 본 연구에서는 충돌 빔에너지를  $E_{\text{lab}} = 200 \text{ MeV/u}$ 로 고정하고 수치계산을 수행하였다 [3].

본 논문의 구성은 아래와 같다. Sec. II에서는 중이온충돌 전산 모사에 사용된 RBUU 수송모델과 상대론적 평균장 이론을 소개한다. Sec. III에서는 본 연구의 계산결과로 얻어진 충돌 중심부의 밀도 및 온도 변화를 요약하였다. 이 결과를 이용하여 다양한 상전이 가능성에 대해 논의하였다. 마지막으로 Sec. IV에서 결론 및 향후 전망에 대해 논의하였다.

## II. 고밀도 상대론적 평균장 이론 및 수송모델

본 연구에 사용된 상대론적 평균장 이론과 수송모델은 기존 연구를 바탕으로 하고 있으므로 [6,16], 이 장에서는 상대론적 평균장 이론 및 RBUU 수송모델의 주요 사항만을 정리하였다.

고밀도 물질 연구는 평균장 이론을 통해 [6,16] 근사적으로 이해할 수 있다. 유한한 크기의 핵자에서부터 중성자별 내부와 같은 고밀도 물질 연구에 상대론적 평균장 이론이 적용되고 있다. 본 연구에서는 아래와 같이  $\sigma, \omega, \rho$  메존을 포함하는 유효장 근사 이론을 적용하였다.

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \bar{\psi} [i\partial - (m_N - g_\sigma\sigma) - g_\omega\omega - g_\rho\vec{\rho} \cdot \vec{\rho}] \psi \\ & + \frac{1}{2} (\partial_\mu\sigma\partial^\mu\sigma - m_\sigma^2\sigma^2) - \frac{1}{3}a\sigma^3 + \frac{1}{4}b\sigma^4 \\ & + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_\mu\omega^\mu - \frac{1}{4}(\partial_\mu\omega_\nu - \partial_\nu\omega_\mu)(\partial^\mu\omega^\nu - \partial^\nu\omega^\mu) \\ & + \frac{1}{2}m_\rho^2\vec{\rho}_\mu \cdot \vec{\rho}^\mu - \frac{1}{4}(\partial_\mu\vec{\rho}_\nu - \partial_\nu\vec{\rho}_\mu) \cdot (\partial^\mu\vec{\rho}^\nu - \partial^\nu\vec{\rho}^\mu). \end{aligned}$$

위 식에서  $m_{N,\sigma,\omega,\rho}$ 는 핵자와  $\sigma, \omega, \rho$  메존의 질량이다. 메존과 핵자의 상호 작용 변수  $g_\sigma, g_\omega, g_\rho$  및  $\sigma$  메존의 자체 상

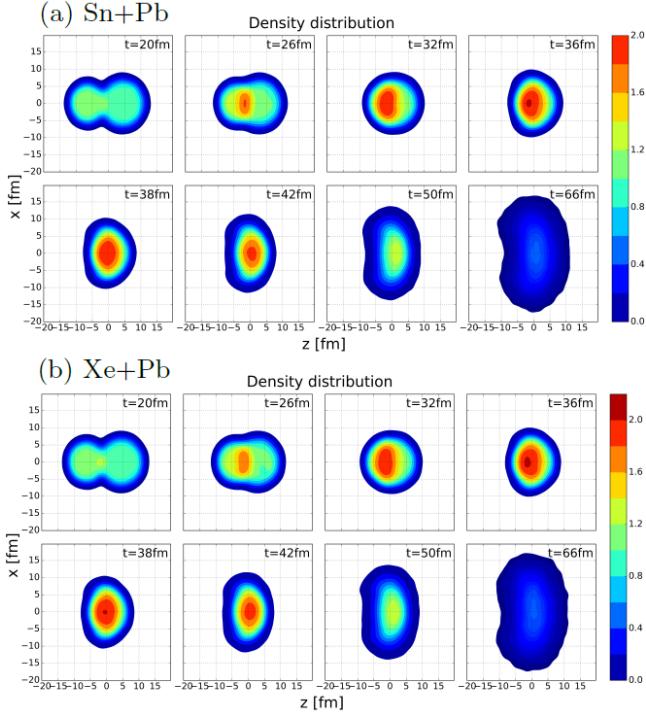


Fig. 1. (Color online) Density distribution of two colliding systems at different times. Note that two colliding nuclei are moving along z-direction.

호작용 변수  $a, b$ 는 Table 1에 정리가 되어있으며, 참고문헌 [6]에 사용된 같은 변수 값을 사용하였다.

핵자들의 충돌 수치모사를 위해서는 아래에 주어진 RBUU 방정식을 이용하였다.

$$\begin{aligned} & \left[ \tilde{k} \cdot \partial^{(x)} + \left( \tilde{k}_\nu F^{\mu\nu} + m^* \partial^\mu m^* \right) \partial_\mu^{(\tilde{k})} \right] f(x, \tilde{k}) |_{\tilde{k}=k_1+\Sigma} \\ &= \frac{1}{2} \int \mathcal{D}_{k_2, k_3, k_4} W(k_1 k_2 | k_3 k_4) \delta^4(k_1 + k_2 - k_3 - k_4) \\ & \quad \times [f_3 f_4 (1 - f_1)(1 - f_2) - f_1 f_2 (1 - f_3)(1 - f_4)]. \quad (1) \end{aligned}$$

위 식에서  $W(k_1, k_2 | k_3, k_4)$ 는 초기 운동량  $k_1$ 과  $k_2$ 를 가지는 두 입자가 충돌하여  $k_3$ 과  $k_4$ 의 운동량을 가진 입자로 산란하는 비율을 나타내며,  $F^{\mu\nu} = \partial_{(x)}^\mu \Sigma^\nu - \partial_{(x)}^\nu \Sigma^\mu$ , 핵자의 유효질량은  $m^* = m_N + \Sigma_s$ 이고,  $\Sigma_s$ 와  $\Sigma_\mu$ 는 핵자의 스칼라 및 벡터 자체에너지 (self-energy) 항이다. 운동량 적분은 아래와 같고

$$\mathcal{D}_{k_2, k_3, k_4} = (2\pi)^4 \frac{d^3 k_2}{(2\pi)^3 E_2^*} \frac{d^3 k_3}{(2\pi)^3 E_3^*} \frac{d^4 k_4}{(2\pi)^3 E_4^*}, \quad (2)$$

$(1 - f_i)$ 는  $i$  번째 페르미온 입자에 적용되는 파울리 배타 원리를 나타낸다. 충돌 과정에서 각 핵자의 양자역학적 효과를 고려하기 위하여 초기 핵자의 분포는 테스트 입자 방법을 사용하여 계산을 하였다 [8,17].

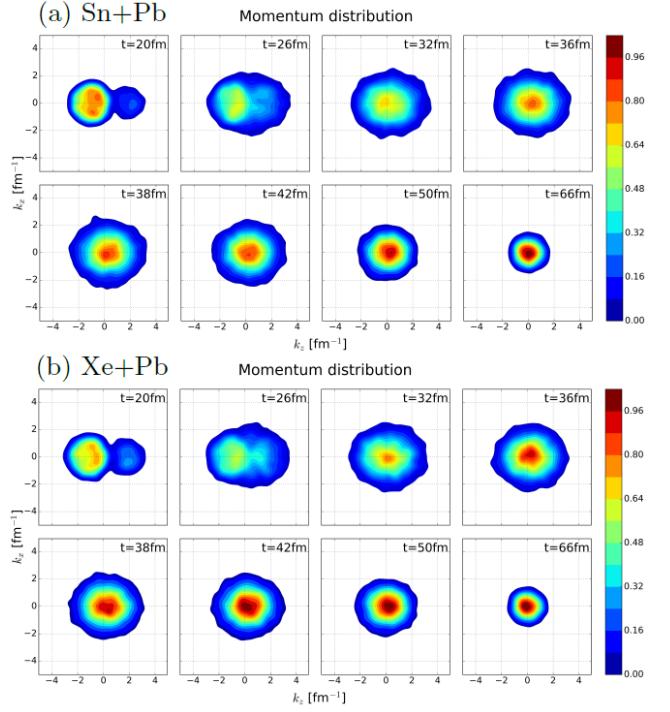


Fig. 2. (Color online) Momentum distribution of two colliding system at different times.

### III. 충돌 중심부 밀도 및 온도 변화

Fig. 1에는 두 시스템의 충돌 과정에서의 밀도 변화가 요약되어 있다. 이 결과는 테스트입자 150개를 바탕으로 10번의 수치모사를 평균한 밀도 분포이다. 이 그림에서 핵자들의 질량에너지에 비해 충돌 에너지가 작아서 입자 진행 방향의 로렌츠 수축 (Lorentz Contraction) 효과는 작음을 확인할 수 있다. 중심부 밀도가 최대가 되는 시간은  $t = 36 \sim 38$  fm/c이고 이 때 밀도는  $2\rho_0$ 에 도달한다. 이후 입자들의 분포는 충돌방향에 수직인 면으로 커지는 것을 확인할 수 있다. 결과적으로, 충돌 후 완벽한 3차원 평형을 이루지 않으므로, 국소적 3차원 평형을 가정한 온도 추정에서 근본적인 오차를 피할 수는 없다. 다만, 뒤에서 보이는 중심부 온도에 대한 추정은 국소평형을 가정한 미소부피를 이용하였다. Fig. 2에는 두 시스템의 충돌 과정에서 운동량 분포 변화가 요약되어 있다. 밀도가 최대가 되는  $t \sim 38$  fm/c에서 상대적으로 평균 운동량이 커짐을 확인할 수 있고 이는 온도의 증가로 이어짐을 예측할 수 있다. 운동량 분포는 완벽하지는 않지만 근사적으로 3차원 구대칭에 가까워짐을 확인할 수 있다.

Fig. 3에는 충돌 과정에서 중심부의 밀도 및 아이소스핀 비대칭 (중성자와 양성자의 밀도 비율) 변화가 요약되어 있다. 본 계산에서는  $\delta$ -메존을 포함하지 않았으므로, 밀도에

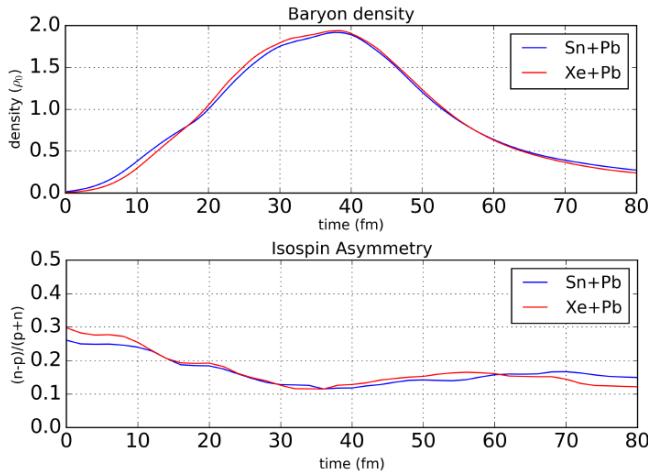


Fig. 3. (Color online) Baryon density and isospin asymmetry evolution at the central part during the collision.

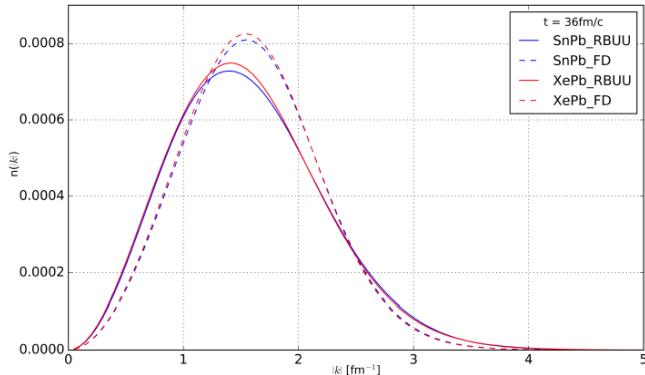


Fig. 4. (Color online) Density distributions for RBUU simulation Fermi-Dirac thermal equilibrium at the time of maximum central density.

거의 비례하는 대칭에너지가 사용되었다 [16],

$$E_{\text{sym}} \approx 30 \text{ MeV} \times (\rho / \rho_0). \quad (3)$$

$\delta$ -메존이 포함된 모델의 경우, 본 계산에서 도달한 최대밀도  $2\rho_0$  영역에서 대칭에너지가 약 20% 증가하므로 [16], 보다 빠른 시간에 아이소스핀 비대칭성이 감소할 것으로 기대된다.

Fig. 4에는  $t = 36 \text{ fm}/c$ 에서 RBUU 수치모사의 결과를 입체각 (solid angle)에 대해 평균한 운동량 분포와 페르미-디락 평형분포 (Fermi-Dirac Distribution)를 가정한 운동량 분포가 요약되어 있다. 수치모사 결과와 이상적인 페르미-디락 평형분포의 차이는 Fig. 4 및 Table 2에서 확인할 수 있다. Table 2에는 수치모사의 분포와 이상적인 페르미-디락의 분포 면적의 차이를 최소화 할 때 예상되는 온도 및 화학 퍼텐셜변화가 요약되어 있다. 온도 추정에는 수치계산과정에서 테스트 입자들의 운동량 및 위치 분포에 의한

Table 2. Density and Temperature evolution at the central part of the colliding system

System	$t$ [ fm/c ]	$\rho$ [ $\rho_0$ ]	$T$ [ MeV ]	$\mu_B$ [ MeV ]
Sn-Pb	36	1.91	27.1	721.7
	40	1.86	24.1	744.2
	50	1.14	15.4	830.2
	60	0.6	9.1	895.9
Xe-Pb	36	1.93	27.8	706.3
	40	1.87	25.9	706.7
	50	1.17	16.9	809.4
	60	0.6	9.0	882.7

인위적인 온도 증가 효과에 대한 보정이 포함되었다 [6].<sup>1</sup> 유한한 핵 충돌 실험에서는 충돌 시간이 짧고 시스템이 지속적으로 변화하므로, 인위적인 온도 증가 효과를 고려 하더라도, 완벽한 국소 열평형 상태에 도달하지는 않는다. 따라서, 본 연구에서 계산 결과 얻어진 온도는 유효 온도 (effective temperature)이다.<sup>2</sup>

#### IV. 결론 및 전망

본 연구에서는 국내에 건설 예정인 중이온가속기 라온에서 실험이 예상되는 주요 핵종  $^{132}\text{Sn}$  및  $^{140}\text{Xe}$ 의  $^{208}\text{Pb}$  와의 충돌 실험 수치 모사를 수행하였다. 연구 결과 충돌 중심부의 밀도가 최대가 될 때 페르미-디락 통계를 바탕으로 추정한 온도는 약 30 MeV에 도달하였다. 이 온도에서는 쿼크 상태로의 상전이는 어렵지만 다양한 저에너지 핵물질 상전이 현상 가능성은 남아 있다. 본 연구에서는 평균장 근사 유효 모델을 사용하였는데 [6], 보다 명확한 결론에 도달하기 위해서는 다양한 모델에 따른 온도 변화 연구가 필요하다.

중성자별 내부 상태방정식 연구는 태양 질량의 2배 질량을 가진 중성자별의 발견과 [18,19] 최근 중력파의 발견으로 새로운 전기를 맞이하고 있다 [20–22]. 중성자별의 최대 질량은 아이소스핀 비대칭 정도, 즉 중성자와 양성자 밀도비에 크게 의존하는데, 대칭에너지 (symmetry energy)는 중성자별 내부 아이소스핀 비대칭을 결정하는데 중요한 역할을

<sup>1</sup> RBUU 수치모사에서는 충돌전 초기 상태에 테스트 입자를 도입하면서 운동량 및 공간 분포를 가우시안으로 가정하고, 인위적인 가우시안 폭을 도입하였다 [6]. 이 때 가우시안 폭은 최소 불확정성 원리를 만족하도록 도입이 되었다. 충돌 후 산정된 유효 온도는 초기 가우시안 분포에 의해 도입된 인위적인 온도 상승 효과를 보정한 값이다.

<sup>2</sup> 최대 밀도 도달 이전에는, Fig. 2에서 확인할 수 있듯이, 초기에 핵이 가지고 있던 운동량에 기인하는 높은 운동량을 가지고 있으므로 유효 온도가 큰 값이 나올 수 있다. 하지만 운동량 분포가 구 대칭에서 많이 벗어나 있으므로, 페르미-디락 평형분포를 바탕으로 한 온도 계산은 큰 의미를 가지지 않는다.

한다. 라온 실험의 주요 목표 중에 대칭에너지 연구가 포함되어 있다 [7]. 본 연구에서 사용된 시스템의 중심부 고밀도 ( $\sim 2\rho_0$ ) 상태에서의 대칭에너지 연구는 중성자별의 내부 상태 연구로 응용될 수 있다. 반면, 중성자별은 현재 지상의 중력파 관측소에서 검출이 가능한 주요한 중력파원이다 [23]. 중성자별의 형성과정과 반대로 중성자별이 병합하여 블랙홀이 형성되는 과정에서 중성자별의 내부 상태에 대한 정보가 중력파를 통해 전달이 될 수 있다. 따라서, 라온에서의 고밀도 상태 연구는 중성자별 관련 연구에 매우 중요한 역할을 할 것으로 기대된다.

앞으로 다양한 핵종의 충돌 모사 연구를 통하여 아이소스핀 및 에너지에 따른 밀도 및 온도 변화를 예측하고 상전이 가능성에 대한 연구를 지속적으로 수행할 예정이며, 이러한 연구 결과는 2020년대 초반 정상적인 가동이 예상되는 라온의 실험 데이터 및 이론 모델을 검증하는데 주요한 자료가 될 것으로 예상된다.

## ACKNOWLEDGEMENTS

This work was supported by a 2-Year Research Grant of Pusan National University. We would like to thank Y. Kim (RISP, IBS, Korea) and T. Gaitanos (Aristotle University of Thessaloniki, Greece) for providing us RBUU code and the helpful discussion.

## REFERENCES

- [1] J. M. Lattimer and M. Prakash, *Phys. Rep.* **442**, 109 (2007).
- [2] M. Prakash, in *Proceedings of 8th International Workshop on Critical Point and Onset of Deconfinement* (2013), arXiv:1307.0397.
- [3] J. K. Ahn, S. I. Bak, Y. Blumenfeld, J.-S. Chai and B.-G. Cheon *et al.*, *Few-Body Syst.* **54**, 197 (2013).
- [4] Y. K. Kwon, *Few-Body Syst.* **54**, 961 (2013).
- [5] H. J. Woo, B. H. Kang, K. Tshoo, C. S. Seo and W. Hwang *et al.*, *J. Korean Phys. Soc.* **66**, 443 (2015).
- [6] Y. Lee, C.-H. Lee, T. Gaitanos and Y. Kim, *J. Korean Phys. Soc.* **69**, 1430 (2016).
- [7] B. Hong, J. K. Ahn, Y. Go, G. Jhang and E. Joo *et al.*, *Eur. Phys. J. A* **50**, 49 (2014).
- [8] C. Fuchs and H. H. Wolter, *Nucl. Phys. A* **589**, 732 (1995).
- [9] T. Gaitanos, C. Fuchs, and H. H. Wolter, *Nucl. Phys. A* **650**, 97 (1999).
- [10] T. Gaitanos, C. Fuchs, H. H. Wolter, and A. Faessler, *Eur. Phys. J. A* **12**, 421 (2001).
- [11] T. Gaitanos, M. Di Toro, S. Typel, V. Barana and C. Fuchs *et al.*, *Nucl. Phys. A* **732**, 24 (2004).
- [12] G. Ferini, M. Colonna, T. Gaitanos, and M. Di Toro, *Nucl. Phys. A* **762**, 147 (2005).
- [13] G. Ferini, T. Gaitanos, M. Colonna, and M. Di Toro, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 202301 (2006).
- [14] V. Prassa, T. Gaitanos, G. Ferini, M. Di Toro and G. A. Lalazissis *et al.*, *Nucl. Phys. A* **832**, 88 (2010).
- [15] J. Xu *et al.*, *Phys. Rev. C* **93**, 044609 (2016).
- [16] B. Liu, V. Greco, V. Baran, M. Colonna, M. Di Toro, *Phys. Rev. C* **65**, 045201 (2002).
- [17] C.-Y. Wong, *Phys. Rev. C* **25**, 1460 (1982).
- [18] P. B. Demorest, T. Pennucci, S. M. Ransom, M. S. E. Roberts and J. W. T. Hessels *Nature* **467**, 1081 (2010).
- [19] J. Antoniadis, P. C. C. Freire, N. Wex, T. M. Tauris and R. S. Lynch *et al.*, *Science* **340**, 448, (2013).
- [20] B. P. Abbott *et al.* (LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **116**, 061102 (2016).
- [21] B. P. Abbott *et al.* (LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **116**, 131102 (2016).
- [22] B. P. Abbott *et al.* (LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **116**, 131103 (2016).
- [23] C. Kim, H. S. Cho, H. W. Lee, C.-H. Lee and H. K. Lee *et al.*, *New Phys.: Sae Mulli* **66**, 293 (2016).