



UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PISA

Facoltà di Scienze Matematiche Fisiche e Naturali
Corso di Laurea Specialistica in Scienze Fisiche
Anno Accademico 2007-08

Tesi di Laurea Specialistica

Test di Precisione del Settore Elettrodebole del Modello Standard

Candidato
Marco Farina

Relatore
Dott. **Vyacheslav Rychkov**

Tutor dell'Università
Prof. **Alessandro Strumia**

Indice

1	Introduzione	2
2	Modello Standard	3
2.1	Dalla Teoria di Fermi	3
2.2	Modello Standard	5
2.3	Verifiche sperimentali della teoria	9
3	Misure ed osservabili di precisione	11
3.1	Apparato Sperimentale	11
3.1.1	LEP	11
3.1.2	SLC	12
3.2	Osservabili	13
3.2.1	Sezioni d'urto e larghezze	15
3.2.2	Fattori di asimmetria	17
3.2.3	Risultati Sperimentali	18
3.3	Correzioni	20
4	Fit model-independent	23
4.1	Parametrizzazione	23
4.2	Fit	25
4.2.1	Inclusione M_W	28
5	Fit del Modello Standard	31
5.1	I parametri ϵ_i nel Modello Standard	31
5.2	Processo di fit	34
6	Indicazioni per la nuova fisica	38
6.1	Scelta delle Osservabili e dei Parametri	38
6.2	Analisi su A_{FB}^b	40
6.3	Analisi su m_h	43
6.4	Nuova Fisica	43
7	Conclusioni	49

INDICE

A Propagazione degli errori	51
A.1 Fit lineare tramite minimo Chi-Quadro	51
B Costante forte	53
C Parametrizzazione tramite i coefficienti ϵ	55
D Correzioni a un loop	60
D.1 Dipendenza da m_t	60
D.1.1 ϵ_1	60
D.2 Dipendenza da m_h	62
D.2.1 ϵ_1	63
D.2.2 ϵ_3	64
E Limiti sperimentali di m_h	67
Bibliografia	67

Capitolo 1

Introduzione

La nostra conoscenza del Modello Standard è quasi completa, grazie anche al grande numero di esperimenti che ne confermano la validità. Resta però sconosciuta la massa del bosone di Higgs m_h , che non è ancora stata misurata direttamente.

Attualmente sono state effettuate delle stime usando dei test di precisione (LEP e SLD), che però presentano un'anomalia di circa 3σ in A_{FB}^b (ovvero un'osservabile di asimmetria front-backward per i quark b) tanto da compromettere e mettere in discussione la bontà del fit. Validità messa inoltre in dubbio da dei lavori [19]-[20] che mostrano come dei fit ristretti alle sole osservabili più fortemente dipendenti da m_h abbiano risultati con probabilità ancor minori.

Di fianco a quanto appena descritto esiste un limite diretto alla massa dell'Higgs, $m_h > 114.4 \text{ GeV}$ al 95%*C.L.*, misurato nello stesso ambito. Tale limite seppur in accordo con il fit ad opera del LEPEWWG [18], per il quale $m_h > 144 \text{ GeV}$, pone seri problemi se affrontato insieme ai risultati precedenti. In particolare se si esclude A_{FB}^b considerandolo frutto di un errore sistematico i valori stimati per m_h scendono a tal punto da non essere più compatibili con il limite diretto.

Ci siamo dunque proposti di esplorare la consistenza del Modello Standard nel settore di Higgs ripetendo indipendentemente e da principio l'analisi statistica di cui sopra. Per questo abbiamo ricostruito interamente uno strumento che permettesse di eseguire i fit di cui sopra, utilizzando la letteratura come fonte e strumento di verifica ma sviluppando indipendentemente da essa. In questo modo è stato possibile produrre uno strumento di indagine più profonda. Poichè si hanno varie ragioni per credere che esista della fisica oltre il Modello Standard e che si manifesti nel settore di Higgs possiamo chiederci se le inconsistenze non siano dei segnali di tale nuova fisica. Questi segnali possono anche darci un'indicazione su quale tipo di nuova fisica possa sanare tali incongruenze? Per rispondere a questo dobbiamo innanzitutto avere una buona conoscenza dei test di precisione.

Capitolo 2

Modello Standard

Il nostro lavoro sarà incentrato su verifiche di precisione del Modello Standard, in particolare sul suo settore elettro-debole. E' utile e doveroso iniziare tale lavoro illustrando le origini e gli sviluppi di questa teoria a partire dal modello di decadimento β proposto da Fermi. Di seguito sarà presentata una sintesi sulla struttura teorica del MS, dunque saranno presentate quelle relazioni fondamentali su cui in seguito baseremo l'analisi dei dati di precisione. Dovendo in seguito analizzare in dettaglio alcuni esperimenti e in particolare i dati da questi ottenuti è significativo passare in rassegna quelle tappe sperimentali fondamentali che hanno confermato la validità della teoria e che inquadrono al meglio la nostra conoscenza sul settore elettrodebole del Modello Standard. A questo è dedicata l'ultima sezione del capitolo, in modo poi da poter passare agli aspetti che più in dettagli interessano l'analisi oggetto di questo lavoro.

2.1 Dalla Teoria di Fermi...

All'inizio del secolo scorso si era in cerca di una descrizione del decadimento β nucleare, che in linguaggio moderno possiamo rappresentare come

$$n \rightarrow p + e^- + \nu_e$$

nel 1934 Fermi [1] propose una teoria che prevedeva una Lagrangiana effettiva di interazione a quattro fermioni del tipo

$$\mathcal{L}_F = \frac{G_F}{\sqrt{2}} [\bar{p}\gamma_\alpha(1 + \alpha\gamma_5)n][\bar{e}\gamma^\alpha(1 - \gamma_5)\nu] \quad (2.1)$$

dove G_F è detta costante di Fermi e α una costante adimensionale.

Tale teoria permette di calcolare la larghezza totale di decadimento del neutrone

$$\Gamma = \frac{G_F^2 \Delta^5}{60\pi^3} (1 + 3\alpha^2) \phi \quad (2.2)$$

in cui $\Delta = 1.29 MeV$ è la differenza di massa tra neutrone e protone e $\phi = 0.47$ è un fattore numerico che tiene conto della massa dell'elettrone, in caso fosse trascurabile rispetto alle altre due tale fattore sarebbe pari all'unità. Inoltre si ha la dipendenza angolare

$$\frac{d\Gamma}{d\Omega_e} \propto \left(1 + \frac{1 - \alpha^2}{1 + 3\alpha^2} v_e \cdot n \right) \quad (2.3)$$

con v_e e n i vettori velocità di elettrone e neutrino, in questo modo dalla misura di vita media e distribuzione angolare si arriva alla stima $G_F^{-1/2} \approx 250 GeV$. Attualmente la misura della costante di Fermi risulta essere

$$G_F = 1.16637 \pm 0.000001 \cdot 10^{-5} \text{ GeV}^{-2} \quad (2.4)$$

Nella prima metà del secolo fu inoltre sviluppata l'Elettrodinamica Quantistica (QED) che prevede l'interazione di fermioni carichi mediata da un bosone non massivo, il fotone, possiamo descrivere tale teoria tramite la Lagrangiana

$$\mathcal{L}_{QED} = \bar{\psi} i \gamma_\mu (D_\mu - M) \psi - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \quad (2.5)$$

dove M indica la matrice di massa, $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ il tensore del campo elettromagnetico A_μ . Notiamo che l'intera Lagrangiana è invariante sotto il gruppo di gauge $U(1)$ e che non a caso compare la derivata covariante

$$D_\mu \equiv \partial_\mu + ieA_\mu \quad (2.6)$$

che contiene quindi anche il termine di interazione $e\bar{\psi} i \gamma_\mu \psi A_\mu$, esprimibile come una interazione tra campo bosonico e corrente in forma $J_\mu A^\mu$. Per interpretare la scelta della costante di accoppiamento è utile passare all'approssimazione non relativistica del campo, in questo modo si ottiene un potenziale

$$V_C(r) = \frac{e^2}{4\pi r} \frac{1}{r} = \alpha \frac{1}{r} \quad (2.7)$$

che, come voluto, risulta essere il classico potenziale di Coulomb.

Lo stesso Fermi ipotizzò in analogia alla QED che la Lagrangiana effettiva (2.1) potesse essere il risultato dello scambio di bosoni vettori carichi massivi W_μ^\pm di massa M_W interagenti con correnti

$$J_\mu^- = \bar{p} \gamma_\mu \frac{1 + \alpha \gamma_5}{2} n + \bar{\nu} \gamma^\mu \frac{1 - \gamma_5}{2} e \quad J_\mu^+ = (J_\mu^-)^+ \quad (2.8)$$

tramite la

$$\mathcal{L} = \frac{g}{\sqrt{2}} W_\mu^+ J_\mu^- + h.c. \quad (2.9)$$

dove g è una costante di accoppiamento adimensionale. Poiché possiamo assumere Δ trascurabile rispetto a M_W tale Lagrangiana si riduce alla 2.1 ponendo

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{g^2}{8M_W^2} \quad (2.10)$$

Conoscendo che l'unico modo di includere in una teoria di campo perturbativa dei campi bosonici di interazione è la loro promozione a bosoni di gauge è naturale tentare di introdurre i W tramite un gruppo di simmetria. Notando la struttura delle correnti si potrebbe scegliere come gruppo di gauge $SU(2)$, in modo tale da assegnare a due dei tre generatori i bosoni in questione e al terzo il fotone. Sfortunatamente in questo modo è immediato verificare come non sia possibile riprodurre il settore elettromagnetico, è necessario quindi adottare un gruppo di gauge più ampio, come è illustrato di seguito.

2.2 Modello Standard

Per quanto detto prima il Modello Standard è un teoria di gauge con gruppo di simmetria $U(1) \otimes SU(2) \otimes SU(3)$, dove $U(1) \otimes SU(2)$ genera il settore elettrodebole e $SU(3)$ quello di colore (QCD). Il contenuto in particelle della teoria acquista massa tramite il meccanismo della rottura spontanea di simmetria. Per illustrare il modello è utile dividere la Lagrangiana in due parti

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{gauge} + \mathcal{L}_h \quad (2.11)$$

e per questa discussione ci limiteremo al settore elettrodebole, indicando con Y e T_A ($A = 1, 2, 3$) i relativi generatori di $U(1)$ e $SU(2)$, ricordiamo le regole di commutazione

$$[T_A, T_B] = i\epsilon_{ABC}T_A \quad (2.12)$$

con ϵ_{ABC} il tensore di Levi-Civita completamente antisimmetrico.

Distinguendo per convenienza i fermioni nelle loro componenti *left* e *right*

$$\psi_{L,R} = \frac{1 \mp \gamma_5}{2}\psi \quad (2.13)$$

possiamo scrivere il settore di gauge della lagrangiana come

$$\mathcal{L}_{gauge} = \bar{\psi}_L i\gamma_\mu D_\mu \psi_L + \bar{\psi}_R i\gamma_\mu D_\mu \psi_R - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}^A F^{A\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} \quad (2.14)$$

dove

$$B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu \quad (2.15)$$

$$F_{\mu\nu}^A = \partial_\mu W_\nu^A - \partial_\nu W_\mu^A - g\epsilon_{ABC}W_\mu^B W_\nu^C \quad (2.16)$$

sono i tensori di gauge antisimmetrici costruiti dai campi B_μ associato a $U(1)$ e W_μ^A a $SU(2)$. Inoltre g è la costante di accoppiamento associata a questo ultimo gruppo. La derivata covariante che appare nei termini fermonici è

$$D_\mu = \partial_\mu + igT_A W_\mu^A + ig'Y B_\mu \quad (2.17)$$

dove in analogia a quanto sopra g' è la costante di accoppiamento associata al gruppo $U(1)$.

Possiamo quindi specificare il contenuto in particelle fermioniche¹, in particolare vengono scelte differenti rappresentazioni dei gruppi di simmetria per le particelle *left* e *right*, nel caso dell'isospin T_3 le prime organizzate in doppietti, leptonici e di quark

$$L_L = \begin{pmatrix} \nu_l \\ l_L \end{pmatrix} \text{ con } l = e, \mu, \tau \quad (2.18)$$

$$Q_L = \begin{pmatrix} q_L \\ q'_L \end{pmatrix} \text{ con } q = u, c, t \text{ e } q' = d, s, b \quad (2.19)$$

le seconde in singoletti

$$l_R^i = (e_R, \mu_R, \tau_R), \quad u_R^i = (u_R, c_R, t_R), \quad d_R^i = (d_R, s_R, b_R) \quad (2.20)$$

indicando la carica elettrica come $Q = T_3 + Y$ imponiamo i relativi valori di ipercarica In questa configurazione i termini di massa per i fermioni, della

	l_L	ν_L	l_R^i	q_L	q'_L	u_R^i	d_R^i
Y	-1/2	-1/2	-1	1/6	1/6	2/3	-1/3

forma $\bar{\psi}_L \psi_R + h.c.$, sono proibiti dall'invarianza sotto le simmetrie della teoria. Allo scopo di includere le masse si introduce un doppietto di scalari complessi scarichi ϕ

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi_1 + i\phi_2 \\ \phi_3 + i\phi_4 \end{pmatrix} \quad (2.21)$$

con relativa lagrangiana

$$\mathcal{L}_{Higgs} = (D_\mu \phi)^\dagger (D^\mu \phi) - V(\phi^\dagger \phi) \quad (2.22)$$

dove sono stati inclusi il termine cinetico e un potenziale simmetrico sotto il gruppo di gauge della forma

$$V(\phi^\dagger \phi) = -\mu^2 \phi^\dagger \phi + \lambda (\phi^\dagger \phi)^2 \quad (2.23)$$

includiamo inoltre delle interazioni di Yukawa con i fermioni

$$\mathcal{L}_Y = -\phi (\bar{Q}_L^i \lambda_{ij}^d d_R^j + \bar{L}_L^i \lambda_{ij}^l l_R^j) - \phi_b^+ \epsilon^{ab} \bar{Q}_{La}^i \lambda_{ij}^u u_R^j + h.c. \quad (2.24)$$

dove le matrici λ sono generali matrici complesse. Nel caso leptonico è immediata la diagonalizzazione utilizzando

$$\lambda_l = U_l D_l W_l^\dagger \quad (2.25)$$

¹D'ora in avanti passeremo a particelle fondamentali e non più a p e n come nella precedente sezione

eliminando le matrici unitarie U_l e W_l con un cambio di base.

Nel caso dei quark possiamo utilizzare delle decomposizioni simili

$$\lambda_u = U_u D_u W_u^\dagger \quad (2.26)$$

$$\lambda_d = U_d D_d W_d^\dagger \quad (2.27)$$

e operando cambi di base² si arriva alla Lagrangiana

$$\mathcal{L}_Y = -\phi(\bar{Q}_L V D^d d_R + \bar{L}_L D^l l_R) - \phi_b^+ \bar{Q}_L D^u u_R^j + h.c. \quad (2.28)$$

dove notiamo la presenza di una matrice di mixing, la cosiddetta matrice di Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM), definita come

$$V = U_u^\dagger U_d \quad (2.29)$$

E' adesso possibile scegliere una particolare configurazione del vuoto in modo che si abbia rottura spontanea di simmetria

$$\langle \phi \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \quad (2.30)$$

configurazione che sfrutta le simmetrie del campo ϕ , questo lascia il solo operatore $Q = T_3 + Y$ non rotto ovvero l'elettromagnetismo mantiene il proprio bosone, il fotone, a massa nulla. Per gli altri tre la Lagrangiana di massa è

$$\mathcal{L}_M = \frac{v^2}{4}[g^2(W_\mu^1)^2 + g^2(W_\mu^2)^2 + (-gW_\mu^3 + g'B_\mu)^2] \quad (2.31)$$

da cui abbiamo i vettori carichi

$$W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 \pm iW_\mu^2) \quad (2.32)$$

di massa

$$M_W = \frac{gv}{\sqrt{2}} \quad (2.33)$$

allo stesso modo diagonalizzando i due bosoni vettori rimasti si ottengono rispettivamente il fotone e il bosone Z

$$A_\mu = sW_\mu^3 + cB_\mu \quad (2.34)$$

$$Z_\mu = cW_\mu^3 - sB_\mu \quad (2.35)$$

²Facciamo notare che questi cambi di base non alterano gli altri termini della Lagrangiana in quanto le matrici U e W sono unitarie

e con massa

$$M_Z = \frac{\sqrt{g^2 + g'^2}}{2} v \quad (2.36)$$

dove si è indicato con c e s rispettivamente il coseno ed il seno dell'angolo di Weinberg definito come

$$\theta = \arctan \frac{g'}{g} \quad (2.37)$$

notiamo poi che da quanto definito sopra vale la

$$\rho \equiv \frac{M_W^2}{M_Z^2 c^2} = 1 \quad (2.38)$$

Ricordando la forma della derivata covariante (2.17) e utilizzando le definizioni dei bosoni fisici (2.32-2.34-2.35) si arriva agli accoppiamenti di questi con i fermioni

$$D_\mu = \partial_\mu - i \frac{g}{\sqrt{2}} (T^+ W_\mu^- + T^- W_\mu^+) - i \frac{g}{c} Z_\mu (T^3 - s^2 Q) - i g s A_\mu Q \quad (2.39)$$

Possiamo ora ricavare le relazioni che legano le costanti di accoppiamento dei due gruppi di gauge con le costanti fondamentali già note e quanità definite sopra, dal confronto con la Lagrangiana della QED (2.5) è immediato che

$$4\pi\alpha = e^2 = g^2 s^2 \quad (2.40)$$

in quanto abbiamo identificato il campo A_μ con il campo fotonico e Q con la carica elettrica, in questo modo si è riprodotto il settore di interazioni elettromagnetiche noto a tutti.

In modo analogo dal confronto con quanto già presente nella teoria di Fermi (2.1) otteniamo per la costante di Fermi

$$G_F = \frac{g^2}{4\sqrt{2} M_W^2} \quad (2.41)$$

che riproduce la già citata (2.10).

In questo modello tre dei quattro bosoni scalari sono rimossi dal meccanismo di Higgs per divenire i moti longitudinali dei bosoni W^\pm e Z , il quarto è invece un bosone di Higgs fisico, che indicheremo con h , e dovrebbe dunque apparire nello spettro della teoria. A questo scopo sviluppiamo il campo intorno allo stato di vuoto

$$\phi(x) \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ v + \frac{h(x)}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (2.42)$$

che sostituito nel potenziale restituisce

$$V = \frac{1}{2} m_h^2 h^2 + \sqrt{\frac{\lambda}{2}} m_h h^3 + \frac{\lambda}{4} h^4 \quad (2.43)$$

con la massa del bosone

$$m_h = 2\sqrt{\lambda}v = \sqrt{2\mu^2} \quad (2.44)$$

Non resta che esprimere in termini di v ed h l'accoppiamento dell'Higgs con fermioni e bosoni di gauge, nel primo caso possiamo scrivere in forma compatta

$$\mathcal{L}_{hf} = -m_f \bar{f}_D f_D \left(1 + \frac{h}{\sqrt{2}v} \right) \quad (2.45)$$

dove si indica con f_D un generico campo fermionico in notazione di Dirac, da notare che grazie alla rottura di simmetria e all'interazione di Yukawa i fermioni hanno acquistato una massa $m_f = D_f v$. In modo analogo abbiamo i termini di interazione a tre o quattro bosoni

$$\mathcal{L}_{hV} = \left(M_W^2 W_\mu^+ W_\mu^- + \frac{1}{2} M_Z^2 Z_\mu Z_\mu \right) \left(1 + \frac{h}{\sqrt{2}v} \right)^2 \quad (2.46)$$

2.3 Verifiche sperimentalistiche della teoria

Prima di passare alla descrizione delle misure in esame ripercorriamo le più importanti verifiche sperimentalistiche delle teorie appena esposte. Innanzitutto nel 1948 si ebbe la prima evidenza di decadimento β di neutroni liberi da parte di Snell [2] e due anni più tardi [3]-[4] si ebbe la definitiva conferma, osservazioni fatte tramite apparati di misura di protoni e di coincidenza tra emissione di protoni e elettroni da un fascio di neutroni liberi. In seguito tramite lo studio del decadimento $O \rightarrow N$ da parte di Wu e Moszkowski [5] si arrivò ad una misura della costante di Fermi

$$G_F^{-1/2} \simeq 294.7 \text{ GeV}$$

Altro passo fondamentale è dovuto ad Hasert et al. che nel 1973 [6] osservarono per la prima volta una corrente neutra nella camera a bolle Gargamelle al LEP ottenuta da un fascio di neutrini o antineutrini tramite le $\nu/\bar{\nu} + N \rightarrow \nu/\bar{\nu} + X$. Convalidando così l'attesa previsione del Modello Standard sull'esistenza di un bosone neutro mediatore della forza debole.

Restava dunque l'osservazione diretta dei bosoni vettoriali W^\pm e Z con relative misure della loro massa, anche a questo scopo fu portato avanti il progetto di un collider $p\bar{p}$, terminato poi nel 1981 presso l'SPS a Ginevra. Nello stesso complesso furono realizzati due rivelatori, da cui presero nome le rispettive collaborazioni, il grande UA1 (Underground Area 1) e il più specifico UA2, specializzato nella rivelazione di elettroni da decadimenti dei bosoni vettoriali. La misura dei W^\pm avvenne nel 1983 tramite eventi del tipo $\bar{u}d \rightarrow W^-$ e $u\bar{d} \rightarrow W^+$ e il conseguente decadimento $W \rightarrow l\nu$, nel caso di

	Massa (MeV)
e	0.51
μ	105.69
τ	1776.90 ± 0.20

Tabella 2.1: Masse leptoniche

UA1 [7] vennero isolati per la prima volta 5 eventi e in seguito alcune decine, ottenendo la stima di massa

$$M_W = 80.9 \pm 1.5 \text{ GeV}$$

risultati analoghi furono ottenuti allo stesso tempo dall'altra collaborazione [8]. Nello stesso anno si arrivò anche all'osservazione diretta del bosone Z in eventi $p\bar{p} \rightarrow Z$ e $Z \rightarrow e^+e^-$, con una misura di massa nel caso UA1[9]

$$M_Z = 95.6 \pm 1.4 \text{ GeV}$$

anche in questo caso anche da UA2 [10] si ottengono simili risultati. I valori sperimentali per G_F e per le masse dei bosoni vettoriali sono stati misurati in seguito con un grande aumento di precisione, come riporteremo nel capitolo successivo.

Ricordiamo inoltre che ad oggi sono state osservate direttamente e misurate tutte le particelle elementari previste dal Modello Standard tranne che il bosone di Higgs. Per completezza riportiamo in Tab.2.1 le masse dei leptoni carichi.

Infine è utile ricordare la massa dei due quark più pesanti b e t in quanto saranno utilizzate nel seguito, data la sensibilità di alcuni parametri a questi valori

$$m_b = 4.20 \pm 0.07 \text{ GeV} \quad (2.47)$$

$$m_t = 172.6 \pm 1.4 \text{ GeV} \quad (2.48)$$

Capitolo 3

Misure ed osservabili di precisione

Nell’analisi oggetto di questo lavoro verranno prevalentemente utilizzati i dati accumulati tramite LEP e SLC, dai quali sono estratti i valori relativi al picco del bosone Z, prima di tutto è quindi utile descrivere anche se in modo sommario gli apparati sperimentali e le loro caratteristiche salienti. In questo caso particolare i parametri sperimentali sono definiti ed estratti in modo largamente indipendente da qualsiasi modello, quindi passeremo dalla definizione degli osservabili in esame alla loro relazione con la teoria in esame. In modo da poter, grazie alla precisione di tali misure, in seguito eseguire una comparazione, attraverso un fit, con le predizioni del Modello Standard oltre il livello di Born. Parametrizzando delle correzioni alle espressioni fondamentali presentate nel capitolo precedente sarà possibile esprimere la dipendenza da tali parametri delle osservabili appena definite. Su queste appunto sarà basato il fit, descritto in dettaglio al capitolo 4.

3.1 Apparato Sperimentale

3.1.1 LEP

LEP (Large Electron-Positron Collider), un collider elettrone-positrone, ha operato dal 1989 al 2000, e dall’inzio al 1995 il running era incentrato sulla regione del bosone Z. I suoi 27 km di anello lo hanno reso il più grande acceleratore del mondo. L’apparato presentava poi otto sezioni diritte, nelle quattro delle quali erano ammesse le collisioni tra particelle. Ognuna di queste quattro regioni dotata di un rivelatore: L3, ALEPH, OPAL e DELPHI.

Originariamente quattro gruppi di elettroni e quattro di positroni circolavano nell’anello, arrivando a un rate di collisioni di 45 kHz . La luminosità è stata

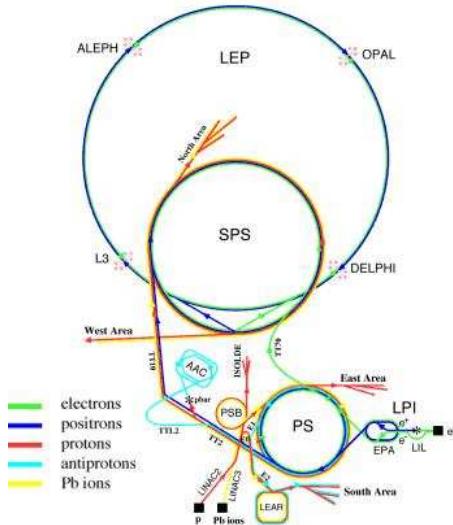


Figura 3.1: Schema del complesso LEP

poi incrementata tramite l'aumento dei gruppi, arrivando a raddoppiare il rate. Elettroni e positroni venivano accelerati a circa 20 GeV negli acceleratori PS e SPS , dai quali poi iniettati accumulati nell'anello principale del LEP. Solo al raggiungimento delle correnti desiderate i fasci venivano accelerati e portati a collidere nelle regioni apposite.

Durante il periodo di raccolta dati sulla regione dello Z , denominata usualmente LEP-I, i rivelatori accumularono circa 17 milioni di decadimenti del bosone, arrivando nell'autunno del 1995 a una luminosità di $2 \cdot 10^{31} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$. Nel corso degli anni oltre a misure sul picco per accumulo di statistica sono stati effettuati scan di energia spostando l'energia del centro di massa sopra e sotto il valore del picco. Anche per questo molto lavoro è stato effettuato per la determinazione dell'energia dei fasci, ottenendo infine una precisione di circa 2 MeV .

3.1.2 SLC

L'acceleratore SLC (Stanford Linear Collider) è stato il primo acceleratore linerare e^+e^- , messo in funzione nel 1989 solo nel 1992 si ottenne la polarizzazione longitudinale del fascio di elettroni. Da allora al 1998 il detector SLD accumulò circa 600 migliaia di decadimenti Z . Sebbene la quantità di dati sia molto più piccola rispetto a quanto ottenuto da LEP la precisione delle misure e la presenza della polarizzazione degli elettroni hanno permesso una qualità competitiva dei dati estratti.

L'apparato utilizzava l'acceleratore lineare SLAC per accelerare alternativa-

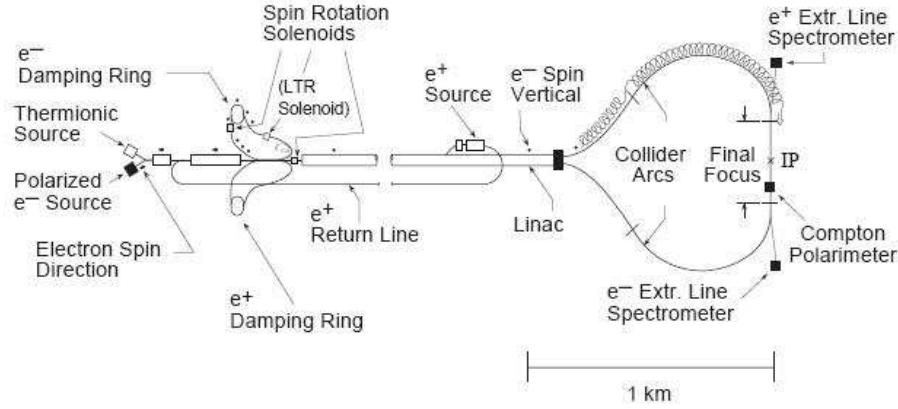


Figura 3.2: Schema dell'apparato del collider SLC

mente gruppi di elettroni e positroni, la cui grandezza e larghezza in energia venivano ridotte in anelli di accumulazione separati, guidati poi da due diversi archi verso una singola regione di interazione. Il rate di ripetizioni era di circa $120\ Hz$, molto bassa se comparata ai $45\ kHz$ o $90\ kHz$ di LEP.

La polarizzazione del fascio elettronico fu ottenuta inizialmente facendo incidere luce laser polarizzata circolarmente su foto-catodi di arseniuro di gallio alla fonte degli elettroni. In questo modo la polarizzazione ottenuta era pari al solo 22%. Poco dopo con l'introduzione di fotocatodi strained lattice si arrivò a quasi l'80%. Grande lavoro su tutto l'apparato fu investito poi per mantenere alti valori di polarizzazione lungo tutto il processo di accumulazione, accelerazione e trasferimento del fascio. A fronte di tali risultati grande importanza fu posta sui polarimetri che costituivano strumentazione aggiuntiva rispetto al principale detector di SLD.

3.2 Osservabili

Il processo in esame $e^+e^- \rightarrow f\bar{f}$, ad energie intorno della massa del bosone Z ovvero $s \simeq M_Z^2 \simeq (91 GeV)^2$ e nel caso in cui i fermioni siano carichi è facilmente distinguibile dal background. E' dunque naturale definire sperimentalmente la sezione d'urto tramite il numero di eventi osservati N_{sel} e di quelli totali N_{bg}

$$\sigma = \frac{N_{sel} - N_{bg}}{\epsilon_{sel} L} \quad (3.1)$$

dove si è normalizzato per la luminosità L e l'efficienza ϵ_{sel} . Data la misura di questo tipo di osservabile è effettuato intorno al picco di Z è possibile risalire alla larghezza totale Γ_Z e alla sua massa M_Z . Dai rapporti tra le varie sezioni d'urto è inoltre possibile risalire alle larghezze parziali per cui indicando con

Γ_{ff} la larghezza relativa ad una precisa specie fermionica possiamo definire

$$\Gamma_Z = \Gamma_{ee} + \Gamma_{\mu\mu} + \Gamma_{\tau\tau} + \Gamma_{had} + \Gamma_{inv} \quad (3.2)$$

con le prime tre relative alle generazioni leptoniche e con la larghezza adronica

$$\Gamma_{had} = \sum_{q \neq t} \Gamma_{qq} \quad (3.3)$$

Inoltre sono stati inclusi canali non visibili causati dal decadimento in neutrini con

$$\Gamma_{inv} = N_\nu \Gamma_{\nu\nu} \quad (3.4)$$

nel seguito utilizzeremo $N_\nu = 3$ come da predizioni del Modello Standard, inoltre faremo uso dell'universalità leptonica¹ per cui le larghezze leptoniche si ridurranno alla sola

$$\Gamma_{ll} \quad (3.5)$$

ricordiamo però che a causa della massa del τ la relativa quantità $\Gamma_{\tau\tau}$ è ridotta di un fattore $\delta\tau \simeq 0.23\%$.

Introduciamo inoltre i rapporti

$$R_l \equiv \frac{\Gamma_{had}}{\Gamma_{ll}} \quad (3.6)$$

$$R_q \equiv \frac{\Gamma_{qq}}{\Gamma_{had}} \quad (3.7)$$

rispettivamente per stati finali leptonicci e adronici.

Possiamo poi definire ulteriori osservabili per descrivere la dipendenza dall'angolo di scattering θ e da possibili elicità di stati iniziali e finali. In particolare definendo forward gli eventi per i quali il fermione finale si trova nella semisfera definita dalla direzione dell'elettrone, ovvero $\theta < \pi/2$, è possibile misurare il numero di eventi forward N_F e quello di eventi backward N_B . Sottraendo i due conteggi e normalizzando per il numero totale di eventi si definisce un semplice parametro di asimmetria

$$A_{FB} \equiv \frac{N_F - N_B}{N_F + N_B} \quad (3.8)$$

Nel caso di SLC sono state eseguite misure con informazione sullo stato di polarizzazione iniziale del fascio di elettroni $\langle P_e \rangle$. Assumendo il fascio di positroni non polarizzato possiamo definire in analogia al precedente parametro

$$A_{LR} \equiv \frac{N_L - N_R}{N_L + N_R} \frac{1}{\langle P_e \rangle} \quad (3.9)$$

¹In quanto confermata sperimentalmente

e

$$A_{LRFB} \equiv \frac{(N_F - N_B)_L - (N_F - N_B)_R}{(N_F + N_B)_L + (N_F + N_B)_R} \frac{1}{\langle P_e \rangle} \quad (3.10)$$

dove gli indici L e R si riferiscono ai possibili stati di elicità iniziale, *left* e *right*. Infine per quanto riguarda la polarizzazione degli stati finali negli esperimenti in questione è stato possibile determinare quella relativa a eventi con produzione di $\tau\bar{\tau}$, che indicheremo con

$$\langle P_\tau \rangle \quad (3.11)$$

3.2.1 Sezioni d'urto e larghezze

Per le sezioni d'urto al picco utilizzeremo

$$\sigma_{ff}^Z = \sigma_{ff}^{peak} \frac{s\Gamma_Z^2}{(s - M_Z^2)^2 + s^2\Gamma_Z^2/M_Z^2} \quad (3.12)$$

dove

$$\sigma_{ff}^{peak} = \frac{\sigma_{ff}^0}{R_{QED}} \quad (3.13)$$

e

$$\sigma_{ff}^0 = \frac{12\pi}{M_Z^2} \frac{\Gamma_{ee}\Gamma_{ff}}{\Gamma_Z^2} \quad (3.14)$$

con R_{QED} un termine necessario per eliminare correzioni radiative incluse nella definizione delle larghezze.

Possiamo esprimere tali osservabili a partire da parametri del Modello Standard, in generale consideriamo il termine di Lagrangiana che definisce gli accoppiamenti del bosone Z

$$V_{\psi\bar{\psi}Z} = (\sqrt{2}G_F M_Z^2)^{1/2} \bar{\psi} [g_V - g_A \gamma^5] \gamma^\mu \psi Z_\mu \quad (3.15)$$

termine che possiamo ottenere dalla (2.39) indicando con ψ un generico campo fermionico di Dirac. Da questo possiamo calcolare la larghezza bosonica

$$\Gamma_{ff} = N_c^f \frac{G_F M_Z^3}{6\sqrt{2}\pi} (g_{Af}^2 R_{Af} + g_{Vf}^2 R_{Vf}) \quad (3.16)$$

con N_c^f il numero di colori possibili nello stato finale e R_f dei valori radiativi di correzioni tramite QED e QCD ². Al primo ordine nel limite di masse nulle la correzione di QED è

$$R_{V,QED} = R_{A,QED} = 1 + \frac{3}{4} Q_f^2 \frac{\alpha(M_Z^2)}{\pi} + \dots \quad (3.17)$$

²E' importante ricordare come esistano delle altre correzioni non fattorizzabili dovute ai diagrammi a scatola. Comunque in questa trattazione alla luce del loro ordine di grandezza, in particolare rispetto agli errori su altri parametri, sono state trascurate.

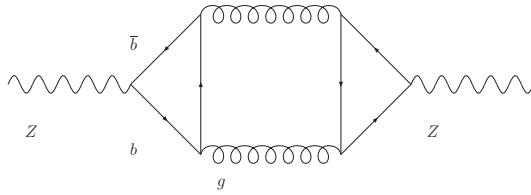


Figura 3.3: Termini influenti sulle correzioni alla largezza $Z \rightarrow b\bar{b}$

sempre nel caso di masse fermioniche nulle si ha fino al terzo ordine³ la correzione di QCD

$$R_{V,QCD} = R_{A,QCD} = 1 + \frac{\alpha_S(M_Z^2)}{\pi} + 1.40932 \frac{\alpha_S^2(M_Z^2)}{\pi^2} - 12.76706 \frac{\alpha_S^3(M_Z^2)}{\pi^3} \quad (3.18)$$

nel caso di $Z \rightarrow b\bar{b}$ è necessario includere ulteriori correzioni in quanto la massa di tale quark non è trascurabile [15], quindi

$$\begin{aligned} \Gamma_{b\bar{b}} = & \frac{G_F M_Z^3}{2\sqrt{2}\pi} ((g_A^{b2} + g_V^{b2})(1 + a + 1.40932a^2 - 12.76706a^3 + \frac{1}{12\pi}\alpha(M_Z^2)) \\ & + \frac{m_b^2}{S^2} g_A^{b2} (-6)(1 + 3.667a) \\ & + g_A^{b2} \left(\frac{1}{3}a^2 \left(-9.25 + 1.037 \frac{s}{4m_t^2} + 3\log \frac{s}{m_t^2} \right) + \right. \\ & \left. \frac{1}{3}a^3 \left(-47.963 + 11.167 \log \frac{s}{m_t^2} + 5.75 \log^2 \frac{s}{m_t^2} \right) \right) \end{aligned} \quad (3.19)$$

dove abbiamo indicato con a il rapporto α_S/π e dove nuovamente $s \simeq M_Z^2 \simeq (91 GeV)^2$, i termini correttivi tengono quindi conto principalmente delle correzioni date dalla QCD. In quest'ottica è importante notare come appaiano dei termini in cui è presente m_t , non a caso il vertice $Z \rightarrow b\bar{b}$ può contenere loop con il top, un esempio di tali correzioni è dato in figura 3.4.

E' da notare come le costanti di accoppiamento siano espresse a energia non nulla, includendo così il "running" da possibili inserimenti di loop fermionici nei propagatori. In particolare nel caso della costante di struttura fine possiamo isolare i diversi contributi rispettivamente: leptonico, del *top* e degli altri quark

$$\alpha(s) = \frac{\alpha(0)}{1 - \Delta\alpha_{e\mu\tau}(s) - \Delta\alpha_{top}(s) - \Delta\alpha_{had}(s)} \quad (3.20)$$

con $\alpha(0) = 1/137.036$.

Sono infine presenti delle correzioni ai valori degli accoppiamenti dovute a loop nei vertici, come in figura 3.4, indicando gli accoppiamenti come

³Ovvero quello usato nella seguente analisi

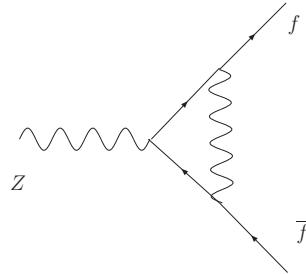


Figura 3.4: Tipica correzione a un loop di un vertice fermionario

$$g_{Af} = g_A^{f^0} + \Delta g_A^{f^0} \quad (3.21)$$

$$g_{Vf} = g_V^{f^0} + \Delta g_V^{f^0} \quad (3.22)$$

assumendo per convenzione che i vertici leptonici carichi abbiano tali correzioni nulle si hanno i seguenti fattori numerici

$$\Delta g_A^\nu = \Delta g_V^\nu = 0.000725 \quad (3.23)$$

$$\Delta g_A^q = \Delta g_V^q = 0.000175 \text{ per } q = u, c \quad (3.24)$$

$$\Delta g_A^q = \Delta g_V^q = -0.00415 \text{ per } q = d, s, b \quad (3.25)$$

3.2.2 Fattori di asimmetria

Possiamo ora passare ai fattori di asimmetria, dal termine di interazione tra Z e fermioni è possibile calcolare anche la sezione d'urto differenziale, sommando sugli stati finali di elicità e considerando non polarizzato il fascio di positroni, al contrario di quello di elettroni con polarizzazione P_e come già detto. Si ha dunque

$$\frac{d\sigma_{f\bar{f}}}{d\cos\theta} = \frac{3}{8}\sigma_{f\bar{f}}^{tot}[(1 - P_e A_e)(1 + \cos\theta^2) + 2(P_e + A_e)A_f \cos\theta] \quad (3.26)$$

dove la dipendenza dagli accoppiamenti dei fermioni è compresa all'interno dei fattori di asimmetria

$$A_f \equiv 2 \frac{g_V^f / g_A^f}{1 + (g_V^f / g_A^f)^2} \quad (3.27)$$

da cui le (3.8-3.11) possono essere espresse come

$$A_{FB}^f = \frac{3}{4} A_f A_e \quad (3.28)$$

$$A_{LR} = A_e \quad (3.29)$$

$$A_{LRFB}^f = \frac{3}{4} A_f \quad (3.30)$$

$$\langle P_\tau \rangle = -A_\tau \quad (3.31)$$

In modo simile all'asimmetria FB è possibile introdurre una ulteriore misura basata sul flusso di carica forward-backward, definito come

$$\langle Q_{FB} \rangle \equiv \langle Q_F - Q_B \rangle \quad (3.32)$$

dove Q_F e Q_B sono le quantità di carica che attraversano rispettivamente l'emisfero F e quello B. Dalle misure sui jet adronici e dalla definizione appena data è possibile risalire a un valore del seno effettivo leptonico, che in questo caso indicheremo come

$$\sin^2 \theta_{eff}^{lep}(Q_{FB}^{had}) \quad (3.33)$$

3.2.3 Risultati Sperimentali

Qui di seguito presenteremo i risultati finali per le misure[11]: ⁴

- Osservabili relative alla lineshape del bosone Z e ad asimmetrie FB leptoniche provenienti da LEP

Parametro	Valore medio	Correlazioni		
$\Gamma_z [GeV]$	2.4952 ± 0.0023	1		
$\sigma_{had} [nb]$	41.540 ± 0.037	-0.297	1	
R_l	20.767 ± 0.025	0.004	0.183	1
A_{FB}^l	0.071 ± 0.001	0.003	0.006	-0.056
	0			1

- Parametro di asimmetria leptonica misurato a SLD

$$A_l(SLD) = 0.1513 \pm 0.0021 \quad (3.34)$$

- Parametro di asimmetria da polarizzazione τ da LEP

$$A_l(P_\tau) = 0.1465 \pm 0.0032 \quad (3.35)$$

- Risultati su quark pesanti provenienti da LEP e SLD

⁴Come scritto in precedenza si è assunta l'universalità leptonica

Parametro	Valore medio	Correlazioni						
R_b	0.21629 ± 0.00066	1						
R_c	0.172 ± 0.0030	-0.18	1					
A_{FB}^b	0.0992 ± 0.0016	-0.10	0.04	1				
A_{FB}^c	0.0707 ± 0.0035	0.07	-0.06	0.15	1			
A_b	0.923 ± 0.020	-0.08	0.04	0.06	-0.02	1		
A_c	0.670 ± 0.027	0.04	-0.06	0.01	0.04	0.11	1	

- Asimmetria inclusiva di carica adronica da LEP

$$\sin^2 \theta_{eff}^{lep}(Q_{FB}^{had}) = 0.2324 \pm 0.0012 \quad (3.36)$$

E' da segnalare una correlazione tra alcune misure effettuate a SLD non trascurabile

$$C(A_l, A_b) = 0.09 \quad (3.37)$$

$$C(A_l, A_c) = 0.05 \quad (3.38)$$

Includeremo inoltre dati da esperimenti indipendenti per le costanti di accoppiamento, in particolare:

- il fattore adronico presente nel running di $\alpha(M_Z^2)$

$$\Delta \alpha_{had}(M_Z^2) = 0.02758 \pm 0.00035 \quad (3.39)$$

- la costante di accoppiamento forte alla massa dello Z⁵

$$\alpha_S(M_Z^2) = 0.11719 \pm 0.002 \quad (3.40)$$

Infine per l'elevata precisione delle misure rispetto a quelle fino ad ora riportate e delle correlazioni nulle o del tutto trascurabili considereremo come costanti le seguenti quantità, riportiamo per completezza gli errori attuali sulle misure

- la massa del bosone Z

$$M_Z = 91.1875 \text{ GeV} \pm 0.0021 \text{ GeV} \quad (3.41)$$

- la costante di Fermi

$$G_F = 1.16637 \pm 0.000001 \cdot 10^{-5} \text{ GeV}^{-2} \quad (3.42)$$

⁵Rimandiamo all'Appendice B per la determinazione di tale valore

- i fattori presenti nella costante di struttura fine all'energia della risonanza, come dall'equazione (3.20), tranne $\Delta\alpha_{had}$

$$\Delta\alpha_{e\mu\tau}(M_Z^2) = 0.03150 \quad (3.43)$$

$$\Delta\alpha_{top}(M_Z^2) = -0.00007 \quad (3.44)$$

Inoltre nelle analisi di cui ai capitoli 4,5 e 6 useremo le misure di

- la massa del bosone W, come da media mondiale [12]

$$M_W = 80.399 \text{ GeV} \pm 0.025 \text{ GeV} \quad (3.45)$$

- la massa del quark top, già riportata in precedenza [21]⁶

$$m_t = 172.6 \text{ GeV} \pm 1.4 \text{ GeV} \quad (3.46)$$

3.3 Correzioni

Siamo ora in grado di includere correzioni che possano parametrizzare variazioni delle osservabili oltre il livello albero. Ricordiamo alcune relazioni fondamentali a livello albero del Modello Standard

$$\frac{g^2}{8M_W^2} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \quad (3.47)$$

$$g^2 \sin^2 \theta = e^2 = 4\pi\alpha \quad (3.48)$$

da cui è possibile esprimere il seno dell'angolo di Weinberg come

$$\sin^2 \theta = \frac{\pi\alpha}{\sqrt{2}G_F M_W^2} \quad (3.49)$$

esiste inoltre la differente definizione

$$\sin^2 \theta = 1 - \frac{M_W^2}{M_Z^2} \quad (3.50)$$

combinando queste si ottiene la

$$\left(1 - \frac{M_W^2}{M_Z^2}\right) \frac{M_W^2}{M_Z^2} = \frac{\pi\alpha}{\sqrt{2}G_F M_Z^2} \quad (3.51)$$

⁶Durante lo svolgimento del lavoro di tesi tale valore è stato aggiornato, quindi pur utilizzando il valore valido a inizio 2008 riportiamo per completezza il valore attuale $m_t = 172.4 \pm 1.2$

Tale relazione può essere modificata tramite un semplice fattore Δr_W per tenere conto di correzioni radiative oltre il livello albero, in particolare useremo

$$\left(1 - \frac{M_W^2}{M_Z^2}\right) \frac{M_W^2}{M_Z^2} = \frac{\pi\alpha(M_Z^2)}{\sqrt{2}G_F M_Z^2} \frac{1}{1 - \Delta r_W} \quad (3.52)$$

da notare come è stata sostituito il valore di α con il suo "running coupling" alla massa di Z , grazie a questo e alla definizione delle masse dei bosoni tramite i relativi propagatori il fattore correttivo introdotto è determinato da correzioni puramente deboli.

Per tenere conto di ogni correzione debole è necessario introdurre altri due parametri, in particolare ricordiamo come $\sin^2 \theta$ appaia nel rapporto tra accoppiamento assiale e vettoriale, dunque per controllare variazioni ai vertici si definisce $\sin^2 \theta_{eff}$ tramite

$$\frac{g_V^l}{g_A^l} = 1 - 4 \sin^2 \theta_{eff} \quad (3.53)$$

ovvero viene usato il vertice leptonico (assunta l'universalità), per le altre specie sarà necessario includere le (3.23-3.25). Una definizione alternativa dell'angolo, e dunque del seno, può essere estratta dalle relazioni precedenti da cui introduciamo

$$s_0^2 c_0^2 = \frac{\pi\alpha(M_Z^2)}{\sqrt{2}G_F M_Z^2} \quad (3.54)$$

quindi abbiamo s_0 come

$$s_0^2 = \frac{1}{2} \left(1 - \left(1 - \frac{\pi\alpha(M_Z^2)}{\sqrt{2}G_F M_Z^2} \right)^{1/2} \right) \quad (3.55)$$

possiamo ora introdurre i due fattori di correzione $\Delta\rho$ e Δk come

$$\sin^2 \theta_{eff} = (1 + \Delta k) s_0^2 \quad (3.56)$$

$$g_A^{f2} = \frac{1}{4} (1 + \Delta\rho) \quad (3.57)$$

Per completare questa trattazione è necessario definire un ulteriore parametro ϵ_b che tenga conto delle correzioni date dal *top* nel vertice Zbb , per cui modificheremo gli accoppiamenti come di seguito

$$g_A^b = -\frac{1}{2} (1 + \frac{\Delta\rho}{2}) (1 + \epsilon_b) \quad (3.58)$$

$$\frac{g_V^b}{g_A^b} = \frac{1 - 4/3 \sin^2 \theta_{eff} + \epsilon_b}{1 + \epsilon_b} \quad (3.59)$$

Nell'ambito del Modello Standard ci aspettiamo che sia sufficiente un solo parametro per descrivere le correzioni a questo vertice. Questo perchè, come è facile vedere, all'interno delle correzioni al vertice solo la componente *left-handed* b_L è interagente portando a una correzione che può essere parametrizzata come

$$\Delta V_\mu(Z \rightarrow b\bar{b}) = \frac{g}{2c} \epsilon_b \gamma_\mu \frac{1 - \gamma_5}{2} \quad (3.60)$$

che giustifica infine le (3.58-3.59).

Capitolo 4

Fit model-independent

Avendo definito osservabili e le loro dipendenze dai parametri correttivi e dopo aver presentato i risultati sperimentali su cui è basato il lavoro si è quindi pronti ad eseguire il fit. Per ragioni teoriche, nell'ambito di una generalizzazione model-independent delle correzioni, sarà utile definire un nuovo set di parametri più efficaci e come questi sono legati a quelli introdotti nel precedente capitolo. Fatto questo saranno descritti procedimento e risultati del fit vero e proprio.

4.1 Parametrizzazione

E' utile definire un altro set di parametri che descrivano le correzioni che indicheremo come $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$ e lo stesso ϵ_b . Definiamo dunque i parametri rispetto ai precedenti $\Delta r_W, \Delta k, \Delta \rho$ come

$$\epsilon_1 = \Delta \rho \quad (4.1)$$

$$\epsilon_2 = c_0^2 \Delta \rho + \frac{s_0^2}{c_0^2 - s_0^2} \Delta r_W - 2s_0^2 \Delta k \quad (4.2)$$

$$\epsilon_3 = c_0^2 \Delta \rho + (c_0^2 - s_0^2) \Delta k \quad (4.3)$$

da cui invertendo

$$\Delta r_W = -\frac{c_0^2}{s_0^2} \epsilon_1 + \frac{c_0^2 - s_0^2}{s_0^2} \epsilon_2 + 2\epsilon_3 \quad (4.4)$$

$$\Delta k = -\frac{c_0^2}{c_0^2 - s_0^2} \epsilon_1 + \frac{1}{c_0^2 - s_0^2} \epsilon_3 \quad (4.5)$$

$$\Delta \rho = \epsilon_1 \quad (4.6)$$

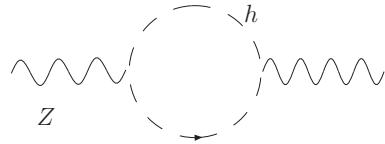


Figura 4.1: Grafico contribuente alla polarizzazione del vuoto

La giustificazione per la definizione (4.1-4.3) è data dal fatto che le (C.47-4.6) sono esatte nel caso in cui le correzioni siano concentrate nelle self-energie, le cosiddette correzioni oblique. In tal caso il nuovo set di parametri le generalizza il più possibile rimanendo consistenti con la rottura di simmetria [22]. Per illustrare come sia possibile partiamo dal termine di interazione della Lagrangiana del Modello Standard

$$V_{\psi\bar{\psi}Z} = e\bar{\psi}Q\gamma_\mu\psi A_\mu + \frac{g}{2c}\bar{\psi}[(T^3 - 2Qs^2) - T^3\gamma_5]\gamma_\mu\psi Z_\mu \quad (4.7)$$

e dal termine cinetico per i bosoni vettoriali

$$L_k = -\frac{1}{4}\vec{W}_{\mu\nu}\vec{W}^{\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} \quad (4.8)$$

è possibile introdurre la più generale Lagrangiana cinetica[14]

$$\begin{aligned} L'_k = & -\frac{1}{2}W_{\mu\nu}^+W_{\mu\nu}^- - \frac{1}{4}(1-\epsilon_2)W_{\mu\nu}^3W_{\mu\nu}^3 \\ & -\frac{1}{4}B_{\mu\nu}B_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\frac{s}{c}\epsilon_3B_{\mu\nu}W_{\mu\nu}^3 \\ & +\frac{1}{2}M^2(cW_\mu^3 - sB_\mu)^2 + M^2c^2(1+\epsilon_1)W_\mu^+W_\mu^- \end{aligned} \quad (4.9)$$

in cui si è permessa una variazione dei coefficienti in modo da tenere conto delle variazioni nelle ampiezze di polarizzazione del vuoto dei vari bosoni. I coefficienti ϵ_i sono appunto deputati alla parametrizzazione di queste variazioni, che è utile ricordare sono di natura puramente debole nel caso del Modello Standard. Possiamo ora esprimere ogni quantità fisica in termini dei soli g, s, M e ϵ_i , in particolare

$$\begin{aligned} e_{phys}^2 &= e^2(1+s^2\epsilon_2-2s^2\epsilon_3) \\ M_Z^2 &= M^2(1+c^2\epsilon_2+2s^2\epsilon_3) \\ M_W^2 &= M^2c^2(1+\epsilon_1) \end{aligned}$$

e con G_F data dalla (3.47)¹

$$G_F = \frac{\sqrt{2}g^2}{8M_W^2} \quad (4.10)$$

¹Ricordiamo che questa equazione è valida nell'approssimazione per cui le correzioni sono concentrate nelle self-energie

da qui è poi possibile riprodurre le (C.47-4.6), per il calcolo completo facciamo riferimento all'Appendice C.

In realtà esistono altre correzioni oltre quelle alle self-energie, ovvero esistono correzioni al vertice e a scatola. Nel caso di particelle dalla massa elevata ci aspettiamo che queste influiscano maggiormente nelle self-energie, inoltre come noto nel Modello Standard le correzioni a box e vertici coinvolgono i bosoni vettoriali Z e W^\pm e sono quindi calcolabili senza conoscere le masse di Higgs e top (a eccezione del vertice $Zb\bar{b}$). Per cui le definizioni (4.1-4.3) sono valide e sensate e verranno infatti utilizzate per presentare i risultati di questo capitolo. Notiamo però come per loro definizione siano utili per parametrizzare un qualsiasi modello di fisica oltre il MS che contribuisca soltanto alle correzioni oblique, tale manifestazione sarebbe più evidente nei parametri ϵ_i piuttosto che nei $\Delta r_W, \Delta k, \Delta \rho$.

Quanto appena detto per le correzioni ai vertici non è valido per il vertice $Zb\bar{b}$ dove sono presenti grandi dipendenze da m_t . Per tenere conto di queste e di altre generali correzioni a tale vertice utilizzeremo di nuovo il parametro ϵ_b come già descritto al paragrafo 3.3.

4.2 Fit

Possiamo ora illustrare il procedimento di fit partendo dai dati descritti nella Sezione 2.

A livello albero il numero di parametri del Modello Standard da determinare sperimentalmente è tre ovvero, ad esempio, g, g' e v , è però più comodo sostituire questi con altri che possano essere espressi come funzioni dei primi, per la precisione sperimentale con cui sono determinati è opportuno passare a

$$\{G_F, M_Z, \alpha\} \quad (4.11)$$

nella nostra trattazione non a caso i primi due e alcuni fattori del terzo parametro sono considerati delle costanti. Includendo i parametri correttivi di cui alla Sezione 3 otteniamo il set

$$\{\Delta\alpha_{had}(M_Z^2), \epsilon_1, \epsilon_3, \epsilon_b\} \quad (4.12)$$

dove è stato escluso ϵ_2 in quanto presente solamente nella determinazione della massa del bosone W come è possibile desumere dalle (3.52) e (C.47), tale massa non è stata considerata in fase preliminare.

Per comodità, alla luce delle definizioni, si è deciso di effettuare il fit sostituendo a ϵ_3 il parametro Δk . Inoltre a causa delle correzioni di QCD si è inclusa tra i parametri del fit la costante di accoppiamento forte. Poichè infine tutti tranne quest'ultimo ed il primo sono nulli ad ordine albero e considerata le (3.39) si è definito

$$\Delta\alpha_{had}(M_Z^2) = 0.02758 + X \quad (4.13)$$

Parametro	Valore medio	Correlazioni			
$\Gamma_z [GeV]$	2.4952 ± 0.0023	1			
$\Gamma_{ll} [GeV]$	0.08399 ± 0.00009	0.76	1		
$\Gamma_{had} [GeV]$	1.74425 ± 0.00196	0.70	0.38	1	
A_{FB}^l	0.071 ± 0.001	0.003	0.04	-0.02	1

Tabella 4.1: Osservabili risultanti dalla trasformazione (4.16)

$$\alpha_S(M_Z^2) = 0.117 + \delta\alpha_S \quad (4.14)$$

dunque il set scelto per operare il fit è

$$p = \{X, \epsilon_1, \Delta k, \epsilon_b, \delta\alpha_S\} \quad (4.15)$$

Altra operazione preliminare è stata il passaggio da alcune osservabili iniziali ad un insieme equivalente in quanto riscontrati dei problemi di calcolo relativi a differenti ordini di grandezza, in particolare causati da σ_{had} . Per cui si è operata la trasformazione

$$\begin{pmatrix} \Gamma_z \\ \sigma_{had} \\ R_l \\ A_{FB}^l \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \Gamma_z \\ \Gamma_{ll} \\ \Gamma_{had} \\ A_{FB}^l \end{pmatrix}^2 \quad (4.16)$$

ottenendo quanto riportato in Tab.4.1, per la determinazione dei relativi errori e correlazioni si è usato il metodo della propagazione degli errori come da Appendice A. Le osservabili sono dunque

$$O = \{\Delta\alpha, \Gamma_z, \Gamma_{ll}, \Gamma_{had}, A_{FB}^l, A_l(SLD), A_l(P_\tau), R_b, R_c,$$

$$A_{FB}^b, A_{FB}^c, A_b, A_c, \sin^2 \theta_{eff}^{lep}(Q_{FB}^{had}), \alpha_S\} \quad (4.17)$$

e si è quindi proceduto ad effettuare il fit vero e proprio, come descritto in appendice A.1, in particolare si è calcolata la funzione linearizzata di passaggio H e quindi la matrice associata tale che $O = Hp$, riportiamo

²Si è qui indicato solo i parametri con correlazione non nulla e quindi attivamente coinvolti nella trasformazione

Parametro	Valore medio	Correlazioni					
$\Delta\alpha_{had}(M_Z^2)$	0.02758 ± 0.00035	1					
ϵ_1	0.0055 ± 0.0010	0	1				
ϵ_3	0.0055 ± 0.0009	-0.31	0.86	1			
ϵ_b	-0.0048 ± 0.0013	0	-0.24	-0.16	1		
$\alpha_S(M_Z^2)$	0.1173 ± 0.0018	0	-0.18	-0.13	-0.34	1	

Tabella 4.2: Risultati del fit completi di errori e matrice di correlazione

quanto ottenuto

$$\begin{aligned}
 \Delta\alpha_{had} &= X + 0.02758 \\
 \Gamma_z &= -0.926X + 0.555\delta\alpha_S - 0.611\Delta k + 2.487\epsilon_1 + 0.867\epsilon_b + 2.4878 \\
 \Gamma_{ll} &= -0.017X - 0.01\Delta k + 0.08\epsilon_1 + 0.0836 \\
 \Gamma_{had} &= -0.874X + 0.55\delta\alpha_S - 0.58\Delta k + 1.74\epsilon_1 + 0.87\epsilon_b + 1.738 \\
 A_{FB}^l &= -0.626X - 0.412\Delta k + 0.017 \\
 A_l(SLD) &= -2.758X - 1.816\Delta k + 0.151 \\
 A_l(P_\tau) &= -2.758X - 1.816\Delta k + 0.151 \\
 R_b &= 0.013X - 0.002\delta\alpha_S + 0.009\Delta k + 0.3904\epsilon_b + 0.218 \\
 R_c &= -0.021X - 0.0139\Delta k - 0.0853\epsilon_b + 0.1708 \\
 A_{FB}^b &= -1.961X - 1.291\Delta k + 0.017\epsilon_b + 0.106 \\
 A_{FB}^c &= -1.522X - 1.002\Delta k + 0.0760 \\
 A_b &= -0.22318X - 0.1469\Delta k + 0.147\epsilon_b + 0.936 \\
 A_c &= -1.2104X - 0.7969\Delta k + 0.6697 \\
 \sin^2\theta_{eff}^{lep}(Q_{FB}^{had}) &= 0.351X + 0.2311\Delta k + 0.231 \\
 \alpha_S &= \delta\alpha_S + 0.117
 \end{aligned}$$

I valori dei parametri sono stati ricavati tramite la (A.14) ovvero

$$\bar{p} = (M^T COV^{-1} M)^{-1} M^T COV^{-1} (O - f_0) \quad (4.18)$$

con f_0 la funzione linearizzata valutata nello zero, si è infine utilizzato nuovamente il metodo di propagazione degli errori con la

$$\epsilon_3 = c_0^2\epsilon_1 + (c_0^2 - s_0^2)\Delta k \quad (4.19)$$

In Tab.4.2 riportiamo i risultati del processo di fit, dal quale inoltre si è calcolato il valore minimo del Chi-Quadro ottenendo

$$\chi^2 = 15.60 \quad (15 - 5 = 10 \text{d.o.f}) \quad (4.20)$$

corrispondente ad una probabilità del 11.15%.

Immediatamente tali risultati ci mostrano come le misure indichino la presenza di deviazioni dal livello albero. Ai fini dell'analisi dei risultati è utile calcolare i pull, definiti come

$$pull_i \equiv \frac{O_i - f_{0i}}{\sigma_{exp_i}} \quad (4.21)$$

Parametro	Pull
$\Delta\alpha$	0
Γ_z	0.425
Γ_{ll}	0.334
Γ_{had}	-0.901
A_{FB}^l	-0.888
$A_l(SLD)$	-2.007
$A_l(P_\tau)$	0.183
R_b	-0.167
R_c	-0.284
A_{FB}^b	2.441
A_{FB}^c	0.847
A_b	0.584
A_c	-0.081
$\sin^2 \theta_{eff}^{lep}(Q_{FB}^{had})$	-0.738
α_S	0.069

Tabella 4.3: Valori numerici dei pull

che nel caso in esame produce i valori riportati in Tab.4.2 e nell'istogramma in Fig.4.2. Si nota immediatamente come le due misure di asimmetria nel settore leptonico e in quello dei quark b siano i meno compatibili tra loro e come influenzino largamente l'intero fit, in particolare della probabilità della sua bontà data la grandezza delle deviazioni dalla media di A_{FB}^b da un lato e di A_l dall'altro.

4.2.1 Inclusione M_W

Come detto prima in fase preliminare è stata esclusa la misura della massa del bosone W e di conseguenza il parametro ϵ_2 che appare solamente nella parametrizzazione di tale osservabile, è quindi evidente come M_W influenzerà solamente tale parametro. Di seguito vengono illustrati i risultati del fit, operato in modo del tutto analogo al precedente, dopo aver inserito come ulteriore osservabile

$$M_W = 80.398 \pm 0.025 \text{ GeV} \quad (4.22)$$

come da ultime stime, inoltre tale quantità è stata considerata non correlata a nessuna delle altre osservabili in quanto determinata come media da un vasto numero di esperimenti di diversa natura. I risultati del fit sono sotto riportati in Tab.4.2.1, con tali valori si è calcolato il Chi-Quadro ottenendo

$$\chi^2 = 15.61 \quad (16 - 6 = 10 \text{ d.o.f}) \quad (4.23)$$

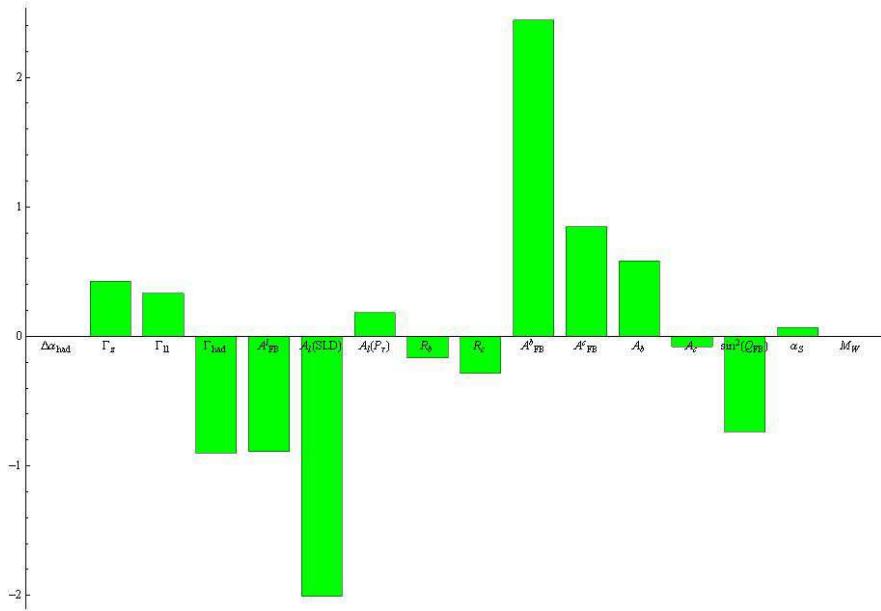


Figura 4.2: Istogramma dei pull

corrispondente ad una probabilità del 11.15%. Riportiamo infine i pull. E' subito evidente quanto detto sopra, il pull di M_W è nullo in quanto ϵ_2 non ha altri vincoli e può assumere il valore che renda esatta la predizione sulla massa del bosone W.

Anche in questo caso poi, come prevedibile, si è mantenuta la discrepanza tra variabili adroniche e leptoniche, in particolar modo si è mantenuta inalterata la deviazione di quasi 3σ del parametro A_{FB}^b , cosa che analizzeremo nel dettaglio nei capitoli successivi.

Parametro	Valore medio	Correlazioni						
$\Delta\alpha_{had}(M_Z^2)$	0.02758 ± 0.00035	1						
ϵ_1	0.0055 ± 0.0010	0	1					
ϵ_2	-0.0076 ± 0.0010	0.08	0.70	1				
ϵ_3	0.0055 ± 0.0009	-0.31	0.86	0.44	1			
ϵ_b	-0.0048 ± 0.0013	0	-0.24	-0.21	-0.16	1		
$\alpha_S(M_Z^2)$	0.1173 ± 0.0018	0	-0.18	-0.14	-0.13	-0.34	1	

Tabella 4.4: Risultati del fit includente la misura di M_W

Capitolo 5

Fit del Modello Standard

Nel precedente capitolo abbiamo operato una prima analisi dei dati basandoci su dei parametri relativamente model-independent che ci ha forniti di un quadro generale della situazione. In seguito ci specializzeremo invece sulle predizioni dell'attuale teoria in vigore, ovvero effettueremo un fit sui parametri del Modello Standard.

5.1 I parametri ϵ_i nel Modello Standard

In precedenza abbiamo introdotto i parametri ϵ_i allo scopo di tenere conto delle piccole correzioni oltre il livello albero alle osservabili misurate. Per inquadrare il problema all'interno del Modello Standard dobbiamo ora essere in grado di esprimere tali parametri in funzione di variabili presenti nel modello. Questo è possibile ricorrendo alle definizioni stesse dei parametri di precisione e eseguendo dei calcoli di rinormalizzazione nel contesto della teoria. Innanzitutto possiamo ricavare gli andamenti principali dipendenti dalle masse del quark top e del bosone di Higgs¹

$$\epsilon_1 = \frac{3G_F m_t^2}{8\sqrt{2}\pi^2} - \frac{3G_F M_W^2 s_0^2}{4\sqrt{2}\pi^2} \frac{m_h}{c_0^2} \ln \frac{m_h}{M_Z} + \dots \quad (5.1)$$

$$\epsilon_2 = -\frac{G_F M_W^2}{2\sqrt{2}\pi^2} \ln \frac{m_t}{M_Z} + \dots \quad (5.2)$$

$$\epsilon_3 = \frac{G_F M_W^2}{12\sqrt{2}\pi^2} \ln \frac{m_h}{M_Z} - \frac{G_F M_W^2}{6\sqrt{2}\pi^2} \ln \frac{m_t}{M_Z} + \dots \quad (5.3)$$

$$\epsilon_b = -\frac{G_F m_t^2}{4\sqrt{2}\pi^2} + \dots \quad (5.4)$$

E' importante notare come m_h appaia solo in argomento di termini logaritmici al contrario di m_t , ricordando come queste siano le uniche dipendenze

¹Per un calcolo di alcuni di questi termini fondamentali rimandiamo all'Appendice D

da m_h all'interno delle osservabili in oggetto è intuitivo che le predizioni sulla massa del bosone saranno molto meno sensibili rispetto alle altre.²

Appare ora evidente un'ulteriore vantaggio nella scelta dei parametri in quanto la dipendenza quadratica da m_t è presente in uno solo di questi a differenza di Δr_W , Δk e $\Delta \rho$.

Ovviamente per le analisi successive delle osservabili di precisione si è fatto uso di espressioni complete, comprendenti calcoli a ordini superiori a un loop. Seguendo quanto utilizzato dal programma LEPTOP [16] è possibile esprimere in forma generale i parametri di precisione $f_i = \{\Delta \rho, \Delta k, \Delta r_W\}$ come

$$f_i = T_i(t) + H_i(h) + C_i + \delta V_i(h, t) \quad (5.5)$$

con $h = (m_h/M_Z)^2$ e $t = (m_t/M_Z)^2$. E dove la funzione $T_i(t)$ rappresenta i contributi del doppietto (t, b) alle self-energie dei bosoni vettori, $H_i(h)$ i contributi dovuti a loop bosonici e le costanti C_i includono contributi dei fermioni leggeri a self-energie, vertici e diagrammi a scatola, infine il termine $\delta V_i(h, t)$ tiene conto di altre piccole correzioni. Non va dimenticato che tali espressioni dipendono anche da altre variabili presenti nel Modello Standard, possiamo comunque ridurre la dipendenza a quattro parametri liberi $p = (\Delta \alpha_{had}, \alpha_S, m_t, m_h)$ ovvero in generale varranno espressioni del tipo

$$f_i = f_i(\Delta \alpha_{had}, \alpha_S, m_t, m_h) \quad (5.6)$$

Considerando la precisione con cui sono conosciuti sperimentalmente tre di questi quattro parametri, ovvero $\Delta \alpha_{had}$, α_S e m_t , per motivi pratici è possibile ridurre le equazioni in oggetto. In questo caso si è utilizzato lo sviluppo delle equazioni (5.5) al primo ordine per queste tre variabili intorno al punto centrale sperimentale ($\Delta \alpha_{had0}$, α_{S0} e m_{t0}), si sono poi usate le (C.47-4.6) per esprimere nello stesso modo i parametri ϵ_i ottenendo delle funzioni del tipo

$$\epsilon_i = H'_i(h) + c_{ti}(m_t - m_{t0}) + c_{Si}(\alpha_S - \alpha_{S0}) + c_i \quad (5.7)$$

con le c_i costanti numeriche. La validità di tali equazioni è stata testata innanzitutto verificando come i termini di ordine superiore (e dunque anche quelli misti) fossero trascurabili rispetto a quelli di primo ordine, da qui notiamo poi come la dipendenza da $\Delta \alpha_{had}$ sia del tutto trascurabile all'interno dei parametri di precisione. Si è poi verificato che riproducessero esattamente risultati presenti in letteratura e gli andamenti asintotici (5.1-5.3), riscontrando in quest'ultimo frangente un problema legato al parametro ϵ_3 , in particolare all'espressione per Δk . Si è quindi corretto il problema introducendo una differente equazione ottenuta per interpolazione presente nel manuale di ZFITTER [17]. Infine si è operata una linearizzazione anche per il parametro ϵ_b , ricordiamo che in questo caso non sono presenti termini dipendenti da m_h . In fig.5.1 sono riportati gli andamenti delle equazioni così

²C'è inoltre da tenere presente come questo fatto sia accentuato dall'assenza di misure dirette della massa in questione

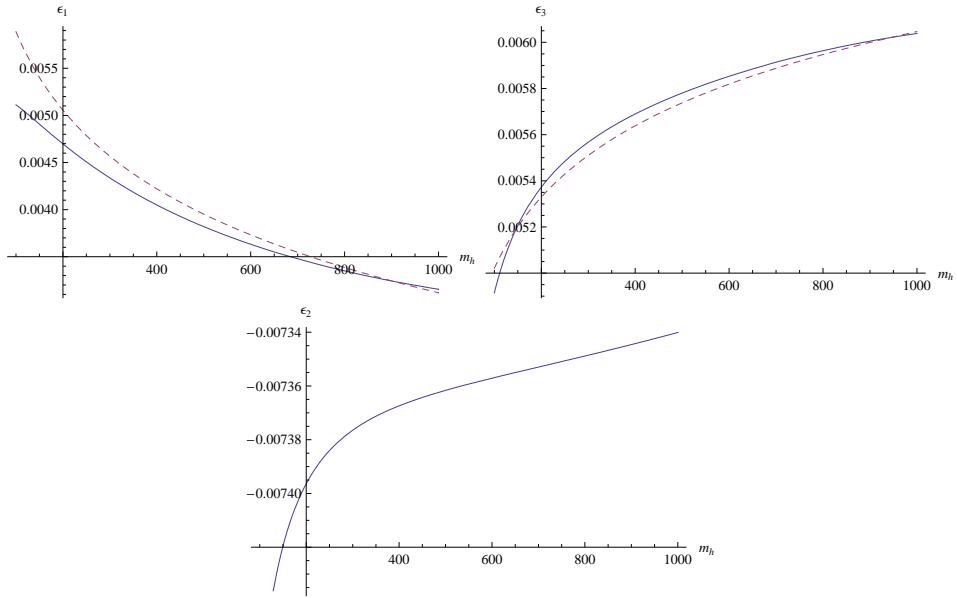


Figura 5.1: Linea continua: andamenti dei parametri ϵ_i per $100GeV \leq m_h \leq 1000GeV$. Linea tratteggiata nei casi 1 e 3: andamenti delle dipendenze logaritmiche da m_h in equazioni (5.1) e (5.3). Le altre variabili sono fissate al loro valore medio sperimentale.

ottenute, nei casi di ϵ_1 e ϵ_3 è inoltre presente un confronto con gli andamenti asintotici, ovvero le parti dipendenti da m_h presenti nelle equazioni (5.1) e (5.3). Per le equazioni complete e in particolare quelle legate alla dipendenza dalla massa del bosone di Higgs $H_i(h)$ rimandiamo a una (possibile) appendice.

Siamo fin da ora in grado di eseguire un'analisi preliminare sui valori preferiti dalla teoria per le masse di top e Higgs utilizzando i dati del fit riportato nel precedente capitolo. Tale analisi è sintetizzata in Fig.5.1 dove sono riportati due plot sul piano (ϵ_1, ϵ_3) . Il primo plot non è altro che l'ellissoide che dal precedente fit (al capitolo 4.2.1) delimita lo spazio in cui sono stimati essere presenti i due parametri al 68% di confidence level, il secondo plot è invece la rappresentazione dell'andamento di tali parametri per il range sperimentale della massa del top $m_t = 172.6 \pm 1.4 GeV$ e per l'intervallo $m_h = (100 GeV, 1000 GeV)$.

Notiamo subito che sono preferiti valori relativamente bassi della massa del bosone di Higgs, anche se è possibile compensare un aumento di questa tramite un aumento della massa del quark t.

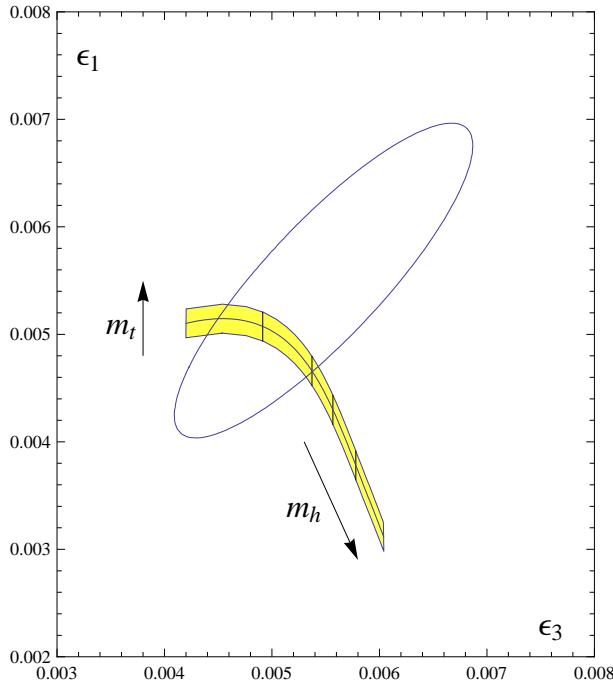


Figura 5.2: Ellissoide al 68%CL ed andamento dei parametri ϵ_1 e ϵ_3 per valori di $m_t = 172.6 \pm 1.4 \text{GeV}$ e $45 \text{ GeV} \leq m_h \leq 1000 \text{ GeV}$. La linea centrale indica l'andamento per il valore medio della massa del top e le linee verticali indicano i particolari valori $m_h = \{100, 200, 300, 500\}$

5.2 Processo di fit

Siamo adesso in grado di operare un'analisi più accurata tramite un fit sui quattro parametri $p = \{\Delta\alpha_{had}, \alpha_S, m_t, m_h\}$ di cui sopra. I valori sperimentali su cui basare il fit saranno gli stessi descritti in precedenza (4.17), con l'aggiunta della misura sperimentale della massa del quark top, che come abbiamo già notato riveste grande importanza in questo caso.

A causa della complessità delle equazioni utilizzate si è reso necessario l'utilizzo di un procedimento di fit alternativo, poiché non è possibile calcolare³ una espressione esatta per la funzione $\chi^2(p)$, inoltre una linearizzazione come nel caso precedente non sarebbe attuabile per non perdere la precisione raggiunta dalle equazioni. Si deve dunque ricorrere ad una valutazione numerica della funzione $\chi^2(p)$ su una griglia di valori discreti dei quattro parametri da cui ricavare l'andamento in un intorno di tali valori tramite il comando di interpolazione del programma di calcolo utilizzato. Da questo è infine possibile determinare il punto di minimo locale.

³Con le risorse di calcolo a disposizione

Parametro	Valore medio	Correlazioni				
$\Delta\alpha_{had}(M_Z^2)$	0.02768 ± 0.00033	1				
$\alpha_S(M_Z^2)$	0.1177 ± 0.0016	0	1			
m_t	172.8 ± 1.4	-0.01	0.02	1		
x	1.94 ± 0.15	-0.55	0.05	0.33	1	
m_h	$87^{+36}_{-26} \text{ GeV}$	-0.55	0.05	0.33	1	

Tabella 5.1: Risultati del fit per i parametri del Modello Standard

In particolare poichè come detto prima la dipendenza dalla massa del bosone di Higgs è solamente logaritmica si è passa a una variabile x equivalente definendo $m_h = 10^x$. La griglia è costituita da 5^4 punti scegliendo per le tre variabili determinate sperimentalmente un intervallo centrato sul valore misurato, per la variabile x invece si è scelto l'intervallo più probabile dato dall'analisi della fig.5.1 ovvero $x = \{1.5, 2.5\}$ circa.

Si è innanzitutto verificato come il metodo producesse dei risultati, dati gli stessi valori delle osservabili, in ottimo accordo con quanto presente nell'ultima analisi ad opera di LEPEWWG [18]. Potendo poi passare al calcolo con i dati in analisi si sono ottenuti i risultati presentati in Tab.5.2 con un valore

$$\chi^2 = 17.46 \quad (17 - 4 = 13 \text{ d.o.f})$$

relativamente alto corrispondente ad un p-value di

$$p = 17.91\%$$

Relativamente a m_h notiamo innanzitutto come questa stima non sia molto precisa come anticipato dalla sola dipendenza logaritmica. Pur avendo un range di 1σ piuttosto grande risulta che la probabilità di avere $m_h > 114.4 \text{ GeV}$ è del 21.6%, valore da confrontare con il limite al 95% C.L. (vedi appendice D) dovuto alla ricerca diretta effettuata a LEP-II. In fig.5.2 sono presenti le regioni dove è stimato essere presenti m_h e m_t con diversi livelli di confidenza. E' utile riportare, come nei fit precedenti, i pull per le varie osservabili presentati in Tab.5.2 e Fig.5.2.

Alla luce di questi ultimi, nell'analisi corrente è ancora più evidente la discrepanza tra variabili adroniche e leptoniche. In particolare c'è da segnalare come al contrario delle variabili leptoniche che hanno pull massimo di circa 1.5, da cui si ha un miglioramento rispetto al fit con i parametri ϵ_i , la situazione per la variabile A_{FB}^b è pressochè invariata presentando un pull quasi pari a 3.

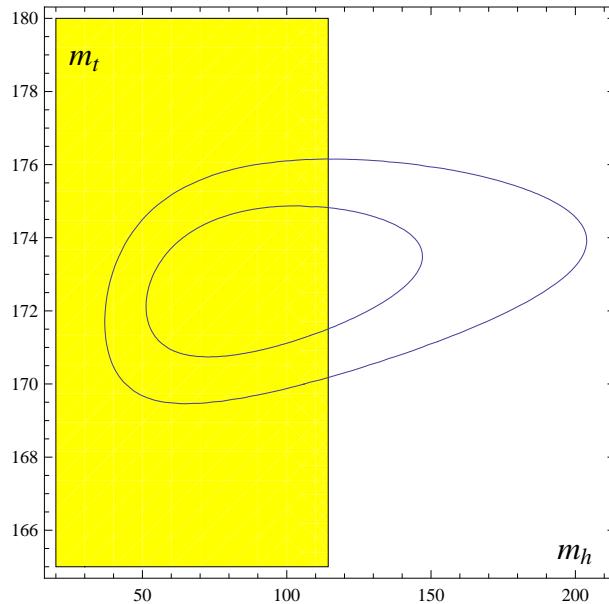


Figura 5.3: Curve sul piano (m_h, m_t) al 68%CL e 95%CL, la particolare forma di queste regioni è data dalla dipendenza logaritmica di m_h presente nelle parametrizzazioni. La regione evidenziata rappresenta il limite sperimentale $m_h > 114.4\text{GeV}$ al 95%CL.

Parametro	Pull
$\Delta\alpha$	0.298
Γ_z	0.053
Γ_{ll}	0.074
Γ_{had}	-1.213
A_{FB}^l	-0.646
$A_l(SLD)$	-1.516
$A_l(P_\tau)$	0.505
R_b	-0.533
R_c	-0.264
A_{FB}^b	2.893
A_{FB}^c	1.010
A_b	0.583
A_c	-0.064
$\sin^2 \theta_{eff}^{lep}(Q_{FB}^{had})$	-0.848
M_W	-0.909
m_t	0.149
α_S	0.253

Tabella 5.2: Pull risultanti dal fit dei parametri del Modello Standard

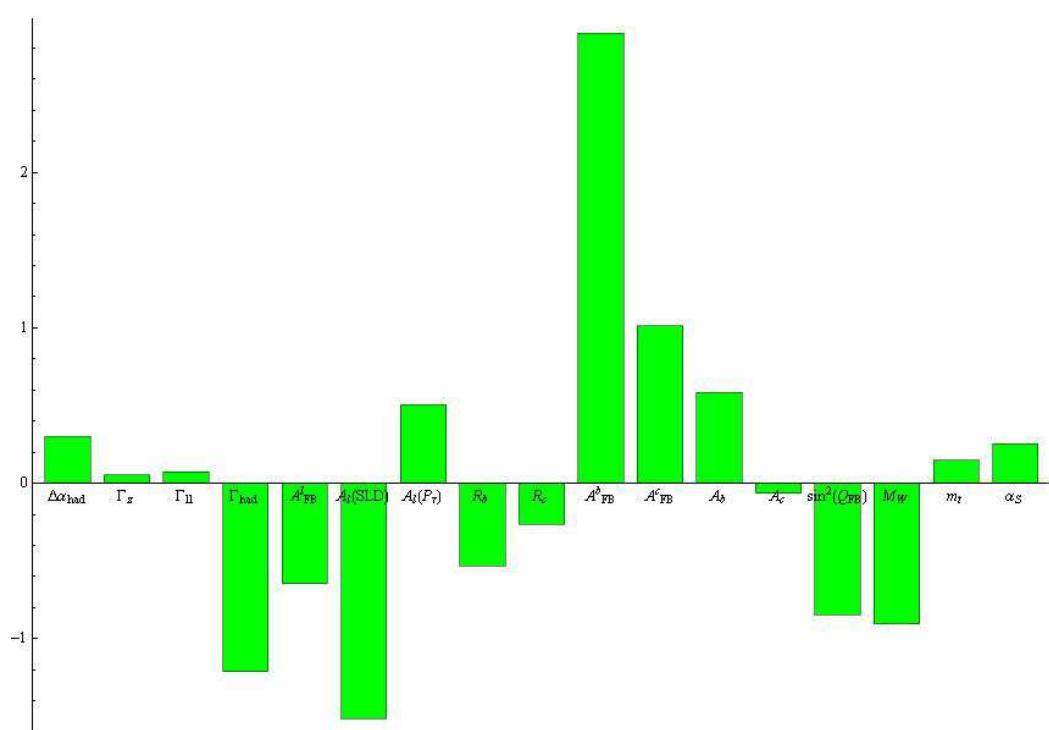


Figura 5.4: Istogramma dei pull

Capitolo 6

Indicazioni per la nuova fisica

Nei capitoli precedenti si è presentata una situazione non comune principalmente manifestata dalla deviazione di alcune osservabili, in particolare A_{FB}^b , dalla predizione risultante dai fit tanto da compromettere le probabilità di bontà dei test correlate a questi. Inoltre si è resa esplicita la differenza tra m_h e gli altri parametri utilizzati, su tutti l'assenza di un valore sperimentale di riferimento e la debole dipendenza delle osservabili, entrambi riflessi nella scarsa precisione con cui è stato stimato come riportato al Cap.5. In questo capitolo opereremo quindi una analisi finalizzata principalmente a indagare più a fondo queste problematiche.

6.1 Scelta delle Osservabili e dei Parametri

I test fino ad esso effettuati sono corrisposti alla metodologia adottata da LEPEWWG. Pur non producendo risultati troppo cattivi, sia come probabilità del fit sia come consistenza con il limite diretto, non siamo soddisfatti con quanto ottenuto. Questo perché sono state incluse tra le osservabili da fissare anche alcune variabili dalla sensibilità bassa o nulla rispetto m_h , parametro su cui vogliamo focalizzarci. E' chiaro che l'inclusione di questi valori è giustificata dalla presenza di altri parametri da fissare, non di meno l'aggiunta di punti in accordo con le previsioni perché poco sensibili non fa che produrre una stima poco affidabile. Infatti così facendo si aumentano i gradi di libertà lasciando pressochè invariato il valore minimo della funzione χ^2 che è dovuto in gran parte alle fluttuazioni di cui abbiamo già discusso, in particolare da quella di A_{FB}^b . Questo porta chiaramente a una sovrastima della goodness-of-fit.

Dal nostro punto di vista se si vuole capire davvero il significato di tale fluttuazione e dei risultati che produce è necessaria una scelta differente delle osservabili sperimentali. Volendo esplorare lo stato attuale del Modello Standard e cosa le misure ci indicano saremo portati a scegliere quei parametri maggiormente influenzati da m_h e che isolino le fluttuazioni, tanto da poterci

chiedere se non vi siano indicazioni di nuova fisica oltre il MS. Al contrario il punto di vista degli sperimentalisti, in un certo senso più conservativo, tende a includere nel fit tutte le misure effettuate durante il lavoro lasciando però così coperti alcuni problemi.

Alla luce di quanto appena esposto vogliamo innanzitutto definire un criterio di scelta delle osservabili e dei parametri da utilizzare per una nuova stima. Tale definizione deve risultare applicabile a priori, indipendentemente dai valori medi sperimentalisti delle variabili. In quest'ottica possiamo utilizzare prevalentemente le informazioni date dagli errori sperimentalisti¹ e dalle equazioni che legano i parametri alle osservabili.

Come primo passo possiamo decidere quali variabili tra $p = (\Delta\alpha_{had}, \alpha_S, m_t, m_h)$ possano essere considerate come costanti e quali invece libere, a tal fine possiamo confrontare la larghezza sperimentale $l_{exp} = 2\sigma_i$ di una osservabile O_i con la larghezza teorica data da

$$l_{th} = f_i(p_j + \sigma_j) - f_i(p_j - \sigma_j) \quad (6.1)$$

con p_j il valore centrale di una delle variabili e considerate le altre tre fisse, e con σ_j il relativo valore sperimentale, e con f_i la funzione teorica che descrive l' i -esima osservabile. Possiamo applicare tale confronto per tutte le variabili tranne m_h osservando che in ogni caso vale $l_{th} < l_{exp}$, quindi per una prima stima esplorativa possiamo porre costanti e pari al loro valore sperimentale

$$\alpha_S = 0.1172$$

$$\Delta\alpha_{had} = 0.02758$$

$$m_t = 172.6 GeV$$

Al contrario nel caso della massa del bosone di Higgs non essendo presenti misurazioni dirette dovremo ridefinire la larghezza teorica come

$$l_i^h = f_i(m_h = 1000 GeV) - f_i(m_h = 45 GeV) \quad (6.2)$$

avendo considerato l'intervallo di valori (45 GeV, 1000 GeV)² dove è stimato essere certamente presente la massa di un eventuale Higgs. In questo caso alcune osservabili presentano $l_i^h > l_i^{exp}$, siamo dunque portati a considerare m_h come parametro libero, come era facile da aspettarsi.

Possiamo quindi scegliere un sottoinsieme delle osservabili O che dipenda sufficientemente da tale parametro, a questo scopo possiamo utilizzare di nuovo

¹Che assumiamo essere conosciuti con una certa precisione prima e indipendentemente dalle misure

²La massa di Higgs è limitata verso il basso a 45 GeV poiché se fosse inferiore a metà della massa del bosone Z contribuirebbe alla sua larghezza. Non può essere superiore ai 1000 GeV altrimenti si avrebbe un polo di Landau per il termine quartico di Higgs tanto vicino da rendere non sensato lo sviluppo perturbativo del Modello Standard.

il confronto tra larghezze, isolando le sole osservabili per le quali $l_i^h > l_i^{exp}$. Arriviamo così a 8 osservabili

$$O' = \begin{pmatrix} \Gamma_z \\ \Gamma_{ll} \\ \Gamma_{had} \\ A_{FB}^l \\ A_l(SLD) \\ A_l(P_\tau) \\ A_{FB}^b \\ M_W \end{pmatrix} \quad (6.3)$$

E' importante notare come tale criterio sia stato applicato solamente ai parametri e alle osservabili già definite dall'inizio del lavoro come in capitolo 3. Innanzitutto i parametri sono già stati ridotti con argomenti simili come nel caso di G_F e M_Z considerati da sempre come costanti alla luce della precisione sperimentale con cui sono determinati.

Per le osservabili in linea di principio il criterio appena descritto dovrebbe essere usato su qualsiasi osservabile (misurata negli esperimenti in esame e che è interessata dalle correzioni elettrodeboli e da m_h), per esempio la sezione d'urto totale del processo $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ determinata con precisione da LEP-II ad alte energie ($90 - 200 \text{ GeV}$). E' chiaro come sia presente una dipendenza da m_h e come questa sia completamente trascurabile, non a caso tale osservabile non è stata inclusa da LEPEWWG nel fit sul MS. Infine dal nostro punto di vista non presenta grandi differenze da altre osservabili già prese in considerazione come per esempio R_c . Come illustrato da questo esempio possiamo essere sicuri che l'applicazione del metodo al gruppo di osservabili influenti già selezionate da principio restituisca tutte le osservabili che soddisfano quanto da noi richiesto.

In fig.6.4 sono riportati i fit per ogni osservabile, sono visibili sia la banda sperimentale centrata sul valore medio sia il valore teorico calcolato per masse di top e Higgs variabili, tale rappresentazione rende evidente il criterio di scelta appena illustrato. Possiamo inoltre notare, facendo riferimento anche ai valori medi sperimentali, come tutte le osservabili preferiscano piccoli valori di massa tranne due adroniche. In particolare sia le variabili leptoniche che M_W indicano $m_h \sim 50 \text{ GeV}$, al contrario A_{FB}^b punta su $m_h \sim 500 \text{ GeV}$.

6.2 Analisi su A_{FB}^b

Siamo ora in grado di effettuare un fit ridotto e porre una stima sulla massa del bosone di Higgs. Utilizzando le 8 osservabili O' si ottiene un valore

$$m_h = 88_{-21}^{+27} \text{ GeV} \quad (6.4)$$

con un valore del Chi-Quadro $\chi^2 = 16.02$ ($8 - 1 = 7$ d.o.f) e un p-value³

$$p_8(m_h = 88) = 2.5\% \quad (6.5)$$

come anticipato il valore della funzione chi-quadro è rimasto molto vicino a quello del fit del capitolo precedente ma la riduzione dei gradi di libertà (sono state escluse più osservabili che parametri) ha portato a questo abbassamento di probabilità.

Come in precedenza riportiamo i pull (Fig.6.1), che ben illustrano come il criterio adottato abbia isolato i problemi descritti sopra, di nuovo A_{FB}^b ha un pull di 3σ mentre le altre osservabili sono piuttosto compatibili con la stima del fit. Inoltre ricordiamo che in questa occasione tale osservabile sia l'unica che favorisce una massa piuttosto elevata del bosone.

Di fronte a questo risultato possiamo chiederci cosa significhi questa deviazione, sono ipotizzabili tre possibilità. La prima è che semplicemente tale comportamento sia dovuto a una fluttuazione statistica e quindi il test può essere considerato corretto. La seconda ipotesi è che nel settore adronico sia presente un errore sistematico, al contrario delle misure leptoniche, queste sono condizionate da diverse questioni di natura sia sperimentale che teorica principalmente legate alla QCD, dove è possibile che qualcosa sia stato mal compreso o calcolato. Un'altra possibilità legata a errore sistematico potrebbe trovarsi nella errata valutazione di qualche correlazione.

Infine la terza ipotesi basata sull'accuratezza con cui tali misure sono state effettuate prende in considerazione la possibilità che sia presente nel vertice $Zb\bar{b}$ della nuova fisica, non è comunque una ipotesi di facile gestione in quanto un altro termine legato a tale vertice R_b è in buon accordo con le predizioni. Comunque a differenza dei due casi precedenti non è possibile effettuare considerazioni su m_h prima di conoscere tale nuova fisica. Limitandoci all'ipotesi che il Modello Standard sia corretto ed escludendo quindi l'ultima ipotesi non rimane che da sondare la prima, ovvero la possibilità di una fluttuazione statistica. In questo caso la stima $m_h = 88\text{GeV}$ deve essere considerata corretta e il basso valore del p-value una mera conseguenza di tale fluttuazione. Considerata la grandezza della deviazione (ovvero circa 3σ) possiamo chiederci quanto sia probabile una tale configurazione, allo scopo è possibile introdurre una nuova quantità prodotto di alcuni fattori probabilistici. Per questo calcoliamo il chi-quadro e il relativo p-value ristretto a 7 osservabili, ovvero escludendo A_{FB}^b , ma mantenendo la massa di Higgs stimata, poichè presa per corretta

$$p_7(m_h = 88\text{GeV}) = 31.44\% \quad (6.6)$$

possiamo poi utilizzare come stima abbondante la probabilità che una misura con distribuzione normale abbia una deviazione in una direzione di 2.99σ o

³Utilizziremo questa notazione espansa per praticità nelle analisi successive

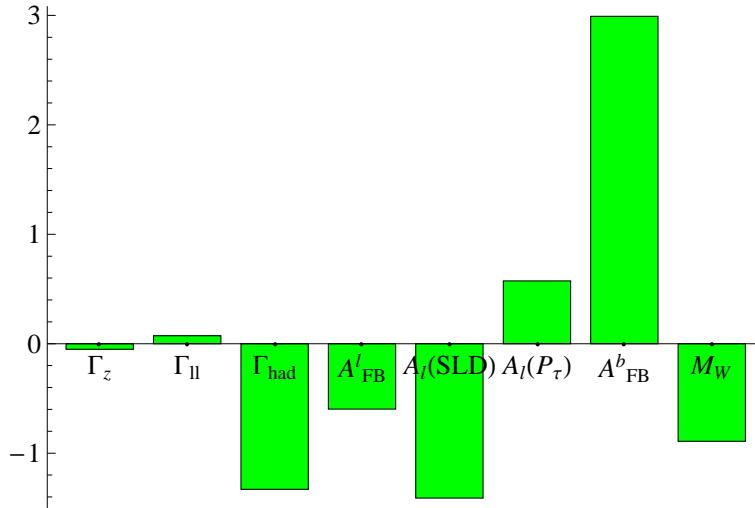


Figura 6.1: Istogramma dei pull determinati dal fit ridotto a 8 osservabili

oltre, ovvero

$$p_\sigma = 0.14\% \quad (6.7)$$

Poichè in questo caso le probabilità in gioco sono basse, dovute ad una grande fluttuazione, possiamo introdurre una sorta di probabilità legata al caso in cui tra le nostre osservabili una abbia tale grande fluttuazione. Utilizziamo dunque l'espressione⁴

$$p_{fluct} = 8p_\sigma p_7(m_h = 88GeV) \quad (6.8)$$

dove il termine moltiplicativo 8 è stato introdotto considerando possibile la fluttuazione di un termine qualsiasi e non di uno specifico. Da quanto detto abbiamo il confronto tra la (6.5) e la (6.8) che riportiamo

$$p_8 = 2.5\% \quad (6.9)$$

$$p_{fluct} = 0.35\% \quad (6.10)$$

di fronte a una differenza del genere e a dei valori così piccoli per l'ultima quantità calcolata possiamo escludere tra le ipotesi valide quella dovuta a una fluttuazione statistica. Possiamo quindi aperturarci che a meno di un errore sistematico sia possibile la presenza di nuova fisica nel vertice interessato che risolva in modo naturale tale apparente problema con A_{FB}^b .

⁴Facciamo notare che tale espressione è legata alla presenza di una grande fluttuazione e quindi nel caso in cui sia possibile dividere senza ambiguità le osservabili due, 7+1

6.3 Analisi su m_h

In definitiva di fronte ai risultati presentati nell'ultimo paragrafo nel caso di correttezza del Modello Standard possiamo non prendere in considerazione A_{FB}^b considerandola una misura non affidabile.

In ultima battuta possiamo quindi calcolare un fit con le sette osservabili rimaste ottenendo una nuova migliore stima per la massa di Higgs, così facendo si ottiene il valore

$$m_h = 53^{+23}_{-16} GeV \quad (6.11)$$

con un deciso aumento della probabilità

$$p_7(m_h = 53 GeV) = 57.2\% \quad (6.12)$$

come previsto dall'analisi precedente. Dobbiamo però affrontare il fatto che la migliore stima di una massa minore per il bosone di Higgs entra maggiormente in conflitto con il limite osservativo per il quale $m_h > 114.4 GeV$ al 95% (rimandiamo all'appendice E), in particolare in questo caso abbiamo una probabilità

$$p_7(m_h > 114.4 GeV) = 1.5\% \quad (6.13)$$

contro la probabilità data dal fit precedente

$$p_8(m_h > 114.4 GeV) = 16.5\% \quad (6.14)$$

Quindi nel caso dell'errore sistematico se da un lato si fa più probabile il MS dall'altro invece si fa meno probabile, viceversa nel caso di 8 osservabili.

Per completezza riportiamo i risultati di un fit effettuato con tutte le osservabili utilizzate nei capitoli precedenti esclusione fatta per A_{FB}^b , e lasciando liberi i quattro parametri standard. Si ottiene un stima con probabilità di goodness of fit

$$p = 75.3\% \quad (6.15)$$

ma con una poco rassicurante stima di

$$m_h = 60^{+31}_{-20} GeV \quad (6.16)$$

e $m_h > 114.4 GeV$ al 6% che conferma la trattazione appena fatta.

6.4 Nuova Fisica

Possiamo infine esplorare alcuni aspetti del tipo di nuova fisica che ci aspettiamo sia emersa dai risultati prodotti nell'ultimo capitolo.

Prendiamo prima in considerazione il caso in cui la misura di A_{FB}^b sia corretta, in questo caso è evidente aspettare la presenza di nuova fisica nel vertice

$Zb\bar{b}$, ma è noto come non sia facile spiegare un simile comportamento. Infatti ricordiamo come gli altri due parametri legati alla fisica dei bottom A_b e R_b siano in buon accordo con le previsioni. E' utile descrivere il problema in termini degli accoppiamenti *left* e *right-handed* g_L^b e g_R^b , dalle definizioni abbiamo che

$$R_b \propto g_L^b{}^2 + g_R^b{}^2 \quad (6.17)$$

mentre

$$A_{FB}^b, A_b \propto \frac{g_L^b{}^2 - g_R^b{}^2}{g_L^b{}^2 + g_R^b{}^2} \quad (6.18)$$

quest'ultima dipendenza unita al piccolo valore di g_R^b rispetto all'accoppiamento left-handed mostra come le due osservabili siano meno sensibili a tale parametro, infatti

$$A_{FB}^b, A_b \propto 1 - \frac{2g_R^b{}^2}{g_L^b{}^2 + g_R^b{}^2} \quad (6.19)$$

e allora

$$\Delta A_{FB}^b, \Delta A_b \propto g_R^b \Delta g_R^b \quad (6.20)$$

Tenendo gli accoppiamenti come parametri liberi e ponendo pari alle misure sperimentali gli altri, con $m_h = 60 \text{ GeV}$ come da nostra ultima stima, possiamo eseguire un fit che quantifichi l'entità di eventuali correzioni date da nuova fisica. Quanto fatto è mostrato in fig.6.2 da cui è immediato come solo g_R^b debba essere corretto in modo significativo, circa del 20 – 30%, per ridurre la discrepanza. Tuttavia è nota la difficoltà affrontata nell'introdurre un modello che possa correggere solamente g_R^b , pur non escludendo l'ipotesi è quindi improbabile l'esistenza di nuova fisica che riesca a riprodurre questa situazione. Riportiamo per completezza che sono state comunque proposte alcune soluzioni di questo tipo come in [23].

Non resta che prendere in considerazione i risultati ottenuti escludendo A_{FB}^b dal fit. In questo caso eseguendo un nuovo test si è arrivati a una buona probabilità $p = 57.2\%$ ma ci si è scontrati con le evidenze sperimentali. Nel test effettuato la stima per la massa di Higgs passa da $m_h = 88 \text{ GeV}$ a $m_h = 53 \text{ GeV}$, e con questo si ha al 1.5%CL $m_h > 114.4 \text{ GeV}$, essendo questo a il limite diretto sperimentale di LEP-II al 95%CL.

Migliorando la bontà del fit si entra maggiormente in conflitto con altre risultati sperimentali, possiamo interpretare questo come il segnale di nuova fisica? In questo caso dovremmo ipotizzare ad esempio la presenza di qualche meccanismo tale da aggiungere un offset al valore di ϵ_1 e ϵ_3 lasciando invariato il resto, questo porterebbe ad una naturale aumento di m_h e alla risoluzione del conflitto [19]. Quanto detto è illustrato in fig.6.3.

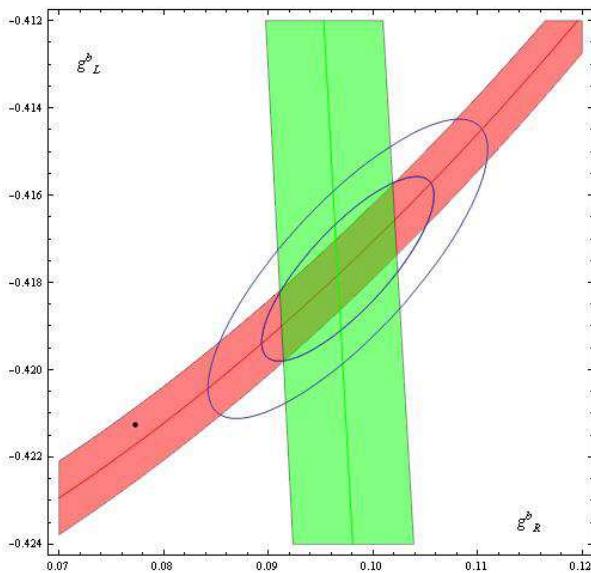


Figura 6.2: Plot nel piano (g_L^b, g_R^b) degli ellissoidi al 68% e 95% CL ottenuti da un fit sui valori delle osservabili A_{FB}^b , A_b e R_b . Sono inoltre riportate le bande che limitano i parametri dati i valori sperimentali delle osservabili: rosso (più scuro) per R_b e verde (più chiaro) per la media tra A_{FB}^b e A_b . Infine è presente il punto corrispondente al valore predetto dal Modello Standard

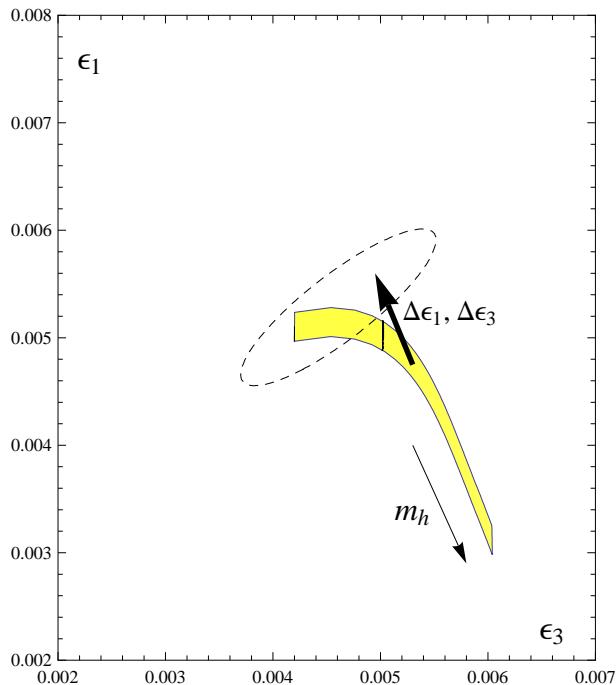
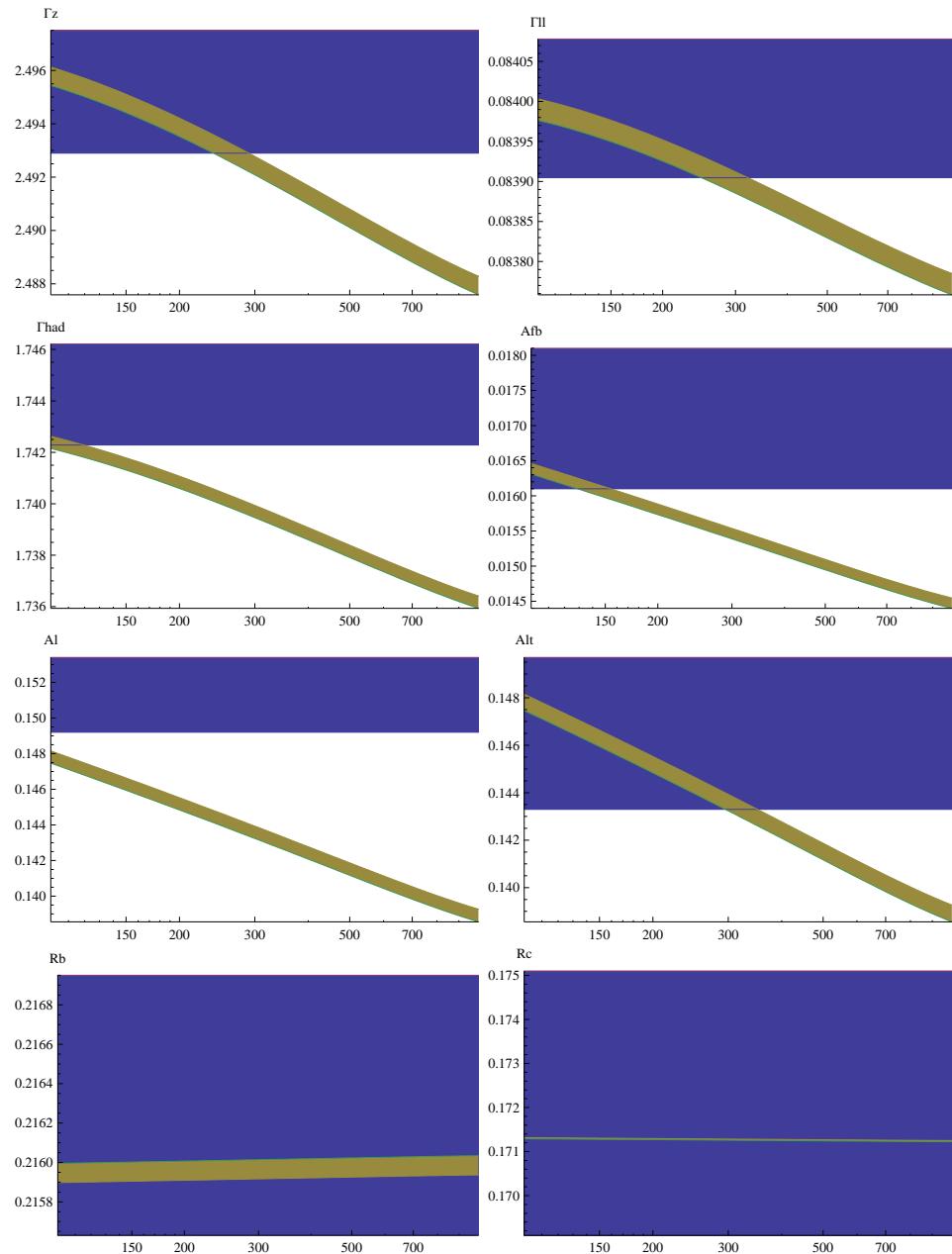


Figura 6.3: Plot dell'ellissoide al 68% CL (1 d.o.f.) dei parametri ϵ_1 e ϵ_3 . Questo ottenuto da un fit su m_h escludendo A_{FB}^b dalle osservabili e ponendo costante $\epsilon_2 = -0.00074$, come giustificato dalla trascurabile dipendenza da m_h . Inoltre è presente la banda prevista per valori di m_t nell'intervallo sperimentale e con $45 \text{ GeV} < m_h < 1000 \text{ GeV}$ e con in linea spessa la predizione per il limite sperimentale diretto $m_h = 114.4 \text{ GeV}$



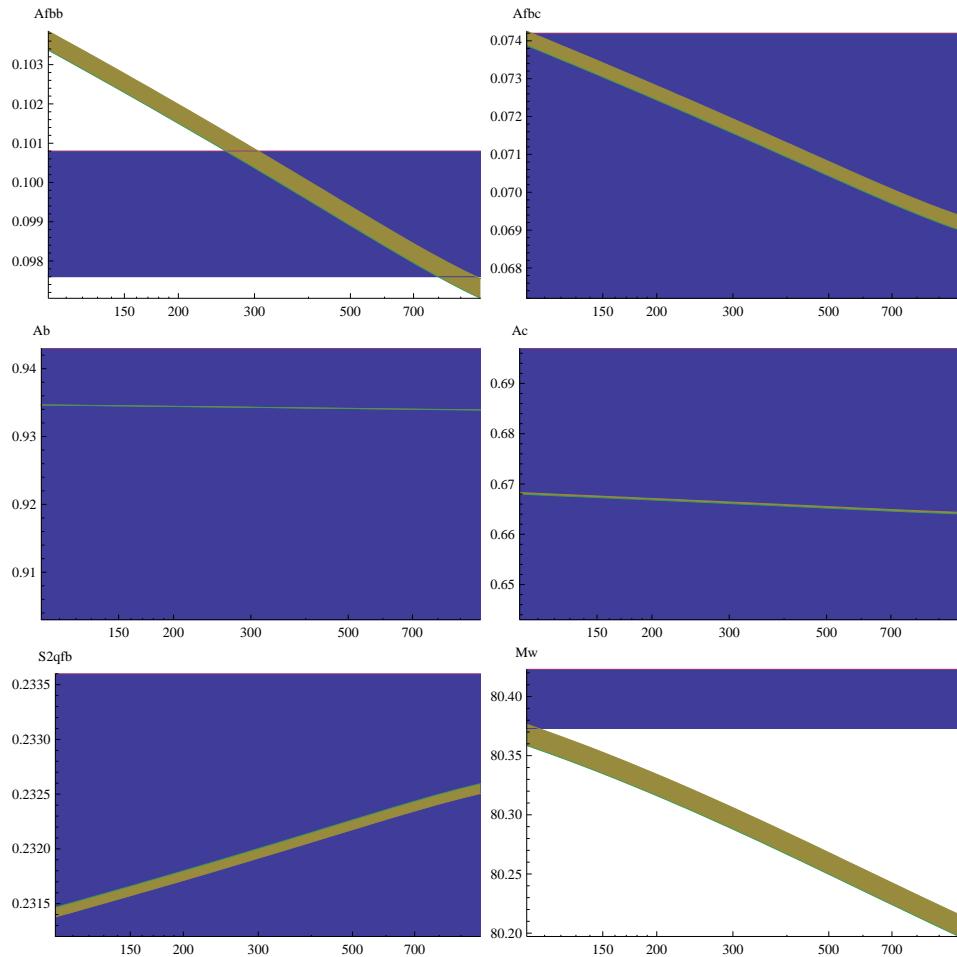


Figura 6.4: Plot degli andamenti delle osservabili in esame in dipendenza della massa del bosone di Higgs, nell’intervallo $45 \text{ GeV} < m_h < 1000 \text{ GeV}$, e di m_t nell’intervallo sperimentale, cosa che determina la larghezza della banda. Sono poi riportati per confronto i valori teorici nell’intervallo sperimentale di un σ .

Capitolo 7

Conclusioni

Negli ultimi anni alcuni problemi, primo su tutti il problema della naturalezza, hanno posto dubbi sulla validità del Modello Standard. Con l'aumentare della qualità sperimentale si è dunque resa necessaria un'attenta analisi dei test di precisione del Modello Standard, e in particolare sulle predizioni di esso oltre il livello albero.

In questa tesi si sono analizzati in dettaglio i test di precisione derivanti dai dati ottenuti da LEP e SLC. Dopo un'iniziale introduzione su MS e sulle sue più importanti predizioni si è passati a una descrizione delle osservabili di precisione e dei parametri utilizzati per descrivere le correzioni oltre il livello albero.

Introducendo i parametri ϵ_i basati su una descrizione model-independent delle correzioni oblique si è effettuato un primo test che ha rivelato principalmente l'assoluta presenza di fenomeni oltre il livello albero e alcune problematiche, in particolare una bassa probabilità della bontà del fit 11.15% e alcune fluttuazioni delle osservabili dalle predizioni.

Specializzandoci al Modello Standard si sono espressi gli ϵ_i come funzione dei parametri $\{\Delta\alpha_{had}, \alpha_S, m_t, m_h\}$ della teoria, arrivando quindi a un fit degli stessi. Di nuovo la probabilità di bontà del test si è rivelata essere piuttosto bassa (17.91%) e in questo caso si è fatto più evidente il problema legato alla fluttuazione di quasi 3σ dal valore predetto per il parametro A_{FB}^b . Volendo sondare più a fondo il settore meno conosciuto della teoria, ovvero il settore di Higgs, e cercando di analizzare meglio il problema appena evidenziato si sono eseguiti dei test ulteriori restringendo l'analisi alle sole osservabili sensibili a m_h .

Riducendoci a un set di 8 osservabili si è isolato innanzitutto il problema della fluttuazione di A_{FB}^b che porta la probabilità di goodness-of-fit al valore molto basso del 2.5%. Questo pone davanti a tre possibilità: la presenza di un errore sistematico nella misura, una semplice fluttuazione statistica o un segnale di nuova fisica. Limitandoci all'ipotesi di validità del MS si è mostrato come la possibilità che si tratti di una fluttuazione è assai remota

$p_{fluct} = 0.35\%$.

Non potendo esplorare la prima possibilità possiamo chiederci quanto è probabile che questo segnali nuova fisica. Ci si potrebbe quindi aspettare tale presenza nel vertice $Zb\bar{b}$ considerando corretta la misura di A_{FB}^b , abbiamo però mostrato come tale proposta sia di difficile attuazione dovendo correggere esclusivamente la parte *right-handed* dell'accoppiamento del vertice.

Infine avendo escluso la possibilità di una fluttuazione statistica o considerando la presenza di un errore sistematico siamo arrivati alla conclusione che A_{FB}^b sia da escludere dal set di osservabili. Eseguendo un test sotto questa condizione si è ottenuta una buona probabilità di goodness-of-fit ($p = 57.2\%$), aggiustando però la stima di $m_h = 53\text{GeV}$ verso il basso e portandoci quindi in conflitto con il limite diretto sperimentale di LEP-II al 95%CL per $m_h > 114.4\text{GeV}$.

In quest'ottica dovremmo aspettarci l'introduzione di un modello che sposti in modo consistente i due parametri ϵ_1 ed ϵ_3 dove la dipendenza da m_h è maggiore.

Appendice A

Propagazione degli errori

Siamo interessati a passare da un set di variabili ad un altro $\vec{x} \rightarrow \vec{y}$ conservando le informazioni relative ad errori e correlazioni. Prese le variabili

$$\vec{x} = \{x_i\} \quad (\text{A.1})$$

con associata una matrice di covarianza

$$Cov_{ij} \quad (\text{A.2})$$

e definendo le altre nella forma

$$\vec{y} = \{y_a(x_1, \dots, x_n)\} \quad (\text{A.3})$$

sviluppando al primo ordine in serie di Taylor si ottiene la matrice di covarianza associata tramite

$$Cov'_{ab} = \sum_m \sum_n \frac{\partial y_a}{\partial x_m} \frac{\partial y_b}{\partial x_n} Cov_{mn} \quad (\text{A.4})$$

Ricordando come gli errori siano

$$\sigma_a(\vec{y}) = \sqrt{Cov'_{aa}} \quad (\text{A.5})$$

si arriva alla matrice di correlazione

$$Cor_{aa} = \frac{Cov'_{ab}}{\sigma_a \sigma_b} \quad (\text{A.6})$$

A.1 Fit lineare tramite minimo Chi-Quadro

Consideriamo un set di variabili, ad esempio delle osservabili,

$$\vec{y} = \{y_a\} \quad (\text{A.7})$$

con associata una matrice di covarianza

$$COV_{ab} \quad (\text{A.8})$$

e tali che preso un set di parametri

$$\vec{x} = \{x_i\} \quad (\text{A.9})$$

si possa esprimere il primo insieme come funzione dei parametri

$$\vec{y} = F(\vec{x}) \quad (\text{A.10})$$

si vuole stimare quali siano i valori dei parametri che meglio descrivono le misure ottenute.

A questo scopo si introduce la funzione Chi-Quadro

$$\chi^2(\vec{x}) = (\vec{y} - F(\vec{x}))^T COV^{-1}(\vec{y} - F(\vec{x})) \quad (\text{A.11})$$

la quale presenta un minimo per i valori cercati. E' possibile per piccoli valori di \vec{y} linearizzare la funzione tramite uno sviluppo di Taylor in modo da avere

$$F(\vec{x}) = M \vec{x} \quad (\text{A.12})$$

con M la matrice

$$M_{ai} = \frac{\partial F_a}{\partial x_i} \quad (\text{A.13})$$

Allora si ottiene minimizzando la funzione Chi-Quadro la stima

$$\hat{x} = (M^T COV^{-1} M)^{-1} M^T COV^{-1} \vec{y} \quad (\text{A.14})$$

per la determinazione degli errori generalizziamo la definizione dell'errore a una variabile stimata per cui

$$COV'_{ij} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \chi^2}{\partial x_i \partial x_j} |_{x=\hat{x}} = M_{ai} COV_{ab}^{-1} M_{bj} \quad (\text{A.15})$$

allora

$$COV' = (M^T COV^{-1} M)^{-1} \quad (\text{A.16})$$

errori e matrice di correlazione come da equazioni (A.5) e (A.6).

E' possibile inoltre stimare il livello di accordo tra i dati sperimentali e i parametri ottenuti dal fit senza fare riferimento a ipotesi alternative. Per questo scopo si utilizza la statistica goodness-of-fit, in particolare è possibile definire il p-valore come

$$p = \int_{\chi^2}^{\infty} f(z, n_d) dz \quad (\text{A.17})$$

con χ^2 il particolare valore ottenuto nel fit e $f(z, n_d)$ la p.d.f del χ^2 con n_d gradi di libertà.

Ipotizzando corretti i valori dei parametri ottenuti nel fit, tramite questa definizione il p-valore indica la probabilità che si ottengano dei dati ugualmente o più incompatibili di quelli attualmente osservati.

Appendice B

Costante forte

Si è determinata la costante di accoppiamento forte alla massa del bosone Z tramite un fit con i migliori risultati sperimentali attualmente disponibili. Possiamo riassumerli in:

- Misura di CDF su jets con grandi momenti trasversi prodotti in collisioniadrone-adrone
- Produzioni adroniche in collisioni e^+e^- a LEP e SLC
- Fotoproduzione di due o più jets osservata da HERA nei processi $\gamma g \rightarrow q\bar{q}$
- Misure della funzione di frammentazione a SLC nella produzione di π, K, p e \bar{p}
- Rapporto del numero di jets prodotti in eventi ep
- Misure di asimmetrie nelle polarizzazioni derivanti da eventi di Deep Inelastic Scattering (DIS) in collisioni leptone-adrone
- Funzioni di struttura ricavate dai dati di DIS
- Branching ratio semi leptoniche per il decadimento del τ , $\tau \rightarrow \nu_\tau + \text{adroni}$
- Misure di spettroscopia determinate da calcoli di Lattice QCD
- Decadimenti di risonanze $q\bar{q}$ pesanti, come Y

i valori finali utilizzati sono

con tali valori si è calcolato il valore medio della costante di accoppiamento forte all'energia richiesta utilizzando un semplice fit come illustrato in Appendice 2 arrivando al risultato

$$\alpha_S(M_Z^2) = 0.11719 \pm 0.001 \quad (\text{B.1})$$

Esperimento	Valore
Jet Adronici	0.118 ± 0.011
e^+e^-	0.1202 ± 0.005
Fotoproduzione	0.1224 ± 0.007
Frammentazione	0.1201 ± 0.006
Eventi ep	0.1178 ± 0.007
DIS polarizzato	0.120 ± 0.009
DIS	0.1167 ± 0.004
Decadimenti τ	0.120 ± 0.003
Spettroscopia	0.1170 ± 0.0012
Decadimenti Y	0.109 ± 0.004

con un Chi-Quadro

$$\chi^2 = 6.3722 \quad (\text{B.2})$$

corrispondente ad una probabilità del 70.2%, il quale mostra un buon accordo tra i dati sperimentalisti. Essendo stati considerati come non correlati tra di loro è possibile che l'errore calcolato sia sottostimato. In particolare quasi tutti gli errori delle misure riportate sono dominati dalla parte teorica rispetto a quella sistematica, da cui è prudente considerare l'errore più grande, da cui utilizzeremo

$$\alpha_S(M_Z^2) = 0.11719 \pm 0.002 \quad (\text{B.3})$$

Appendice C

Parametrizzazione tramite i coefficienti ϵ

Partiamo dalla Lagrangiana científica generale

$$\begin{aligned}\mathcal{L}'_k = & -\frac{1}{2}W_{\mu\nu}^+W_{\mu\nu}^- - \frac{1}{4}(1-\epsilon_2)W_{\mu\nu}^3W_{\mu\nu}^3 \\ & -\frac{1}{4}B_{\mu\nu}B_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\frac{s}{c}\epsilon_3B_{\mu\nu}W_{\mu\nu}^3 \\ & +\frac{1}{2}M^2(cW_\mu^3-sB_\mu)^2 + M^2c^2(1+\epsilon_1)W_\mu^+W_\mu^-\end{aligned}\tag{C.1}$$

dobbiamo inoltre ricordare la parte di accoppiamento dei bosoni W_μ^3 e B_μ ai fermioni in modo da eliminare qualsiasi possibile ambiguità

$$V_{\psi\bar{\psi}W-B} = \bar{\psi}(gT^3W_\mu^3 + g'YB_\mu)\gamma_\mu\psi\tag{C.2}$$

Possiamo ora porci nella classica base dei campi A_μ e Z_μ , definiti a livello albero dalle combinazioni lineari

$$A_\mu = sW_\mu^3 + cB_\mu\tag{C.3}$$

$$Z_\mu = cW_\mu^3 - sB_\mu\tag{C.4}$$

La parte che interessa questi è

$$\begin{aligned}\mathcal{L}' = & -\frac{1}{4}A_{\mu\nu}A_{\mu\nu}(1-s^2\epsilon_2+2s^2\epsilon_3) - \frac{1}{4}Z_{\mu\nu}Z_{\mu\nu}(1-c^2\epsilon_2-2s^2\epsilon_3) \\ & +\frac{1}{2}Z_{\mu\nu}A_{\mu\nu}\left[sce_2 - \frac{s}{c}(c^2-s^2)\epsilon_3\right]\end{aligned}\tag{C.5}$$

e ponendo

$$\phi = \begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix}\tag{C.6}$$

la Lagrangiana in trasformata di Fourier assume la forma

$$\mathcal{L}' = p^2 \phi^T F \phi + \phi \begin{pmatrix} M^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \phi \quad (\text{C.7})$$

con

$$F = 1 + f \quad (\text{C.8})$$

e

$$f = \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{12} & f_{22} \end{pmatrix} \quad (\text{C.9})$$

$$f_{11} = -c^2 \epsilon_2 - 2s^2 \epsilon_3 \quad (\text{C.10})$$

$$f_{22} = -s^2 \epsilon_2 + 2s^2 \epsilon_3 \quad (\text{C.11})$$

$$f_{12} = \left[sc\epsilon_2 - \frac{s}{c}(c^2 - s^2)\epsilon_3 \right] \quad (\text{C.12})$$

e vogliamo diagonalizzare la matrice F per eliminare il termine di mixing dalla parte cinetica della Lagrangiana, usiamo allora lo sviluppo al primo ordine

$$F^{1/2} = 1 + \frac{1}{2}f \quad (\text{C.13})$$

ponendo

$$\tilde{\phi} = F^{1/2} \phi \quad (\text{C.14})$$

la Lagrangiana diviene

$$\mathcal{L}' = p^2 \tilde{\phi}^T \tilde{\phi} + \tilde{\phi} F^{-1/2} \begin{pmatrix} M^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} F^{-1/2} \tilde{\phi} \quad (\text{C.15})$$

da questa è interessante passare ad una nuova base, che chiameremo fisica in cui anche la matrice di massa è diagonalizzata, in modo che la Lagrangiana assuma la forma

$$\mathcal{L}' = p^2 \phi_{phys}^T \phi_{phys} + \phi_{phys}^T m' \phi_{phys} \quad (\text{C.16})$$

dai calcoli abbiamo che

$$m' = M^2 \begin{pmatrix} 1 - f_{11} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} F^{-1/2} \quad (\text{C.17})$$

Indicando con R la matrice di rotazione che porta $\tilde{\phi}$ in ϕ_{phys} possiamo calcolare la matrice generale di cambio di base

$$\phi_{phys} = R \tilde{\phi} = RF^{1/2} \begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix} \quad (\text{C.18})$$

che risulta essere

$$RF^{1/2} = \begin{pmatrix} 1 + \frac{f_{11}}{2} & 0 \\ f_{12} & 1 + \frac{f_{22}}{2} \end{pmatrix} \quad (\text{C.19})$$

per cui la base fisica sarà

$$Z_{\mu \text{ phys}} = \left[1 + \frac{f_{11}}{2} \right] Z_\mu \quad (\text{C.20})$$

$$A_{\mu \text{ phys}} = \left[1 + \frac{f_{22}}{2} \right] A_\mu + f_{12} Z_\mu \quad (\text{C.21})$$

che restituisce la correzione alla massa del bosone Z

$$M_Z^2 = M^2(1 + c^2\epsilon_2 + 2s^2\epsilon_3) \quad (\text{C.22})$$

direttamente dalla Lagrangiana è invece possibile notare la correzione alla massa dei bosoni W

$$M_W^2 = M^2c^2(1 + \epsilon_1) \quad (\text{C.23})$$

Riprendiamo adesso in considerazione il termine di interazione dei campi presente nella Lagrangiana (C.2) nella forma

$$V_{\psi\bar{\psi}Z} = e\bar{\psi}Q\gamma_\mu\psi A_\mu + \frac{g}{2c}\bar{\psi}[g_V - g_A\gamma_5]\gamma_\mu\psi Z_\mu \quad (\text{C.24})$$

con

$$g_V = T_3 - 2Qs^2 \quad (\text{C.25})$$

$$g_A = T_3 \quad (\text{C.26})$$

invertendo le (C.20-C.21) e sostituendole in questo ultimo termine otteniamo

$$V_{\psi\bar{\psi}Z} = e \left[1 - \frac{f_{22}}{2} \right] \bar{\psi}Q\gamma_\mu\psi A_{\mu \text{ phys}} + \frac{g}{2c}\bar{\psi}[g'_V - g'_A\gamma_5]\gamma_\mu\psi Z_{\mu \text{ phys}} \quad (\text{C.27})$$

con

$$g'_V = \left[1 - \frac{f_{11}}{2} \right] T_3 - 2Q \left[s^2 \left(1 - \frac{f_{11}}{2} \right) + \frac{e}{g}cf_{12} \right] \quad (\text{C.28})$$

$$g'_A = \left[1 - \frac{f_{11}}{2} \right] T_3 \quad (\text{C.29})$$

possiamo calcolare nel caso leptónico ($T_3 = -1/2$ e $Q = -1$) il rapporto

$$\frac{g'_V}{g'_A} = 1 - 4[s^2 + scf_{12}] \quad (\text{C.30})$$

dove è stato utilizzata la $e/g = s^2$

E' importante ora notare come nell'analisi in oggetto in questo lavoro il

valore della costante di Fermi è misurato tramite la vita media del muone, per questo dobbiamo definire tale osservabile come segue

$$G_\mu = G_F + \frac{\delta G}{G} \quad (\text{C.31})$$

dove G_F è la definizione a livello albero usata fino ad ora

$$G_F = \frac{\sqrt{2}g^2}{8M_W^2} \quad (\text{C.32})$$

e con δG un fattore che tiene conto di correzioni a più loop alla vita media in questione.

Dalla C.30 è possibile calcolare $\Delta\rho$ a partire dalla definizione

$$g_A^2 = \frac{1}{4}(1 + \Delta\rho) \quad (\text{C.33})$$

e da un'ulteriore riespressione dell'accoppiamento

$$V_{\psi\bar{\psi}Z} = e \left[1 - \frac{f_{22}}{2} \right] \bar{\psi} Q \gamma_\mu \psi A_{phys\mu} + (\sqrt{2}G_\mu M_Z^2)^{1/2} \bar{\psi} [g_V'' - g_A'' \gamma_5] \gamma_\mu \psi Z_{phys\mu} \quad (\text{C.34})$$

per cui

$$g_A'' = -\frac{g}{4c} \left[1 - \frac{f_{11}}{2} \right] (\sqrt{2}G_\mu M_Z^2)^{-1/2} \quad (\text{C.35})$$

che utilizzando le equazioni precedenti porta a

$$g_A''^2 = \frac{1}{4}(1 + \epsilon_1) \quad (\text{C.36})$$

e quindi infine

$$\Delta\rho = \epsilon_1 - \frac{\delta G}{G} \quad (\text{C.37})$$

Passando a Δk utilizziamo le due

$$s_{eff}^2 = (1 + \Delta k)s_0^2 \quad (\text{C.38})$$

$$s_0^2 c_0^2 = \frac{\pi\alpha}{\sqrt{2}G_\mu M_Z^2} \quad (\text{C.39})$$

dove intendiamo le masse ed α (e quindi e^2) corrette e con s_{eff}^2 il seno corretto come da C.30. Grazie alla C.39 possiamo scrivere

$$s_0^2 = \frac{1}{2} \left(1 - \left(1 - \frac{4\pi\alpha}{\sqrt{2}G_\mu M_Z^2} \right)^{\frac{1}{2}} \right) \quad (\text{C.40})$$

da cui

$$1 - \Delta k = \frac{s_0^2}{s_{eff}^2} \quad (C.41)$$

utilizzando le variazioni

$$\Delta k = \frac{\delta s_{eff}^2}{s_{eff}^2} - \frac{\delta s_0^2}{s_0^2} \quad (C.42)$$

e dalla (C.40)

$$\frac{\delta s_0^2}{s_0^2} = \frac{c_0^2}{\cos 2\theta_0} \left[\frac{\delta M_W^2}{M_W^2} - \frac{\delta M_Z^2}{M_Z^2} - \frac{\delta G}{G} + \frac{\delta e^2}{e^2} \right] \quad (C.43)$$

e infine tramite le (C.30)

$$\Delta k = -\frac{c_0^2}{c_0^2 - s_0^2} \epsilon_1 + \frac{1}{c_0^2 - s_0^2} \epsilon_3 - \frac{c_0^2}{c_0^2 - s_0^2} \frac{\delta G}{G} \quad (C.44)$$

Passiamo infine all'ultimo parametro, da definizione

$$1 + \Delta r_W = \left(1 - \left(\frac{M_W}{M_Z} \right)^2 \right) \frac{M_W^2}{M_Z^2} \frac{1}{s_0^2 c_0^2} \quad (C.45)$$

da cui

$$\Delta r_W = \frac{1}{s^2} \left(-\frac{\delta M_W^2}{M_W^2} + \frac{\delta M_Z^2}{M_Z^2} \right) - \frac{\delta s_0^2}{s_0^2} + \frac{\delta s_0^2}{c_0^2} \quad (C.46)$$

e alla fine

$$\Delta r_W = -\frac{c_0^2}{s_0^2} \epsilon_1 + \frac{c_0^2 - s_0^2}{s_0^2} \epsilon_2 + 2\epsilon_3 - \frac{\delta G}{G} \quad (C.47)$$

Appendice D

Correzioni a un loop

Siamo interessati a calcolare le dipendenze dalla massa del top m_t e dalla massa del Higgs m_h dei parametri ϵ_i tramite dei calcoli ad un loop. Per questo ricordiamo innanzitutto le espressioni per i parametri

$$\epsilon_1 = \frac{A_{33}(0) - A_{WW}(0)}{M_W^2} \quad (\text{D.1})$$

$$\epsilon_2 = F_{WW}(M_W^2) - F_{33}(M_Z^2) \quad (\text{D.2})$$

$$\epsilon_3 = \frac{c_0}{s_0} F_{30}(M_Z^2) \quad (\text{D.3})$$

dove si è utilizzato le funzioni F e A definite dalle ampiezze di polarizzazione del vuoto dei bosoni W, Z e γ sviluppate al primo ordine

$$\Pi_{\mu\nu}^{ij}(q) = -ig_{\mu\nu}[A^{ij}(0) + q^2 F^{ij}(q^2)] + \dots \quad (\text{D.4})$$

Studieremo separatamente le dipendenze dalle due masse, come riportato di seguito.

D.1 Dipendenza da m_t

Alla luce delle espressioni iniziali è utile riportare la Lagrangiana di interazione tra il doppietto $\psi = (t, b)$ e i bosoni di gauge nei campi non fisici B e W^3 , in questo modo

$$\mathcal{L}_\psi = \bar{\psi}[igT_A W_\mu^A + ig' Y B_\mu]\psi \quad (\text{D.5})$$

D.1.1 ϵ_1

Per quanto riguarda la dipendenza di ϵ_1 i grafici che dipendono dalla massa del top sono riportati in Fig.1 Per praticità semplifichiamo innanzitutto un

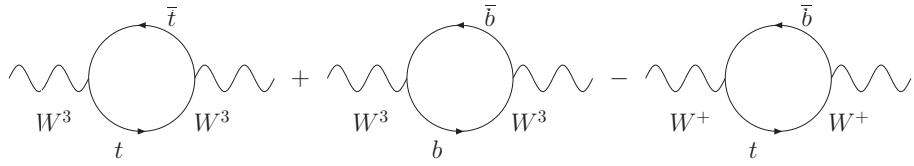


Figura D.1: Grafico contribuente al parametro ϵ_1 , dovrei cambiare la figura perchè manca un grafico ma esce dalla pagina

loop generico con due fermioni di massa m_1 e m_2 e senza considerare eventuali costanti di accoppiamento. Ricordando che solo i campi fermionici *left* sono interessati dalle interazioni abbiamo

$$L(m_1, m_2, q^2) = (-1) \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \text{tr} \left[\gamma_\mu \left(\frac{1 - \gamma_5}{2} \right) \frac{k' + m_1}{(k^2 - m_1^2)} \gamma_\nu \left(\frac{1 - \gamma_5}{2} \right) \frac{k' + m}{(k'^2 - m_2^2)} \right] \quad (\text{D.6})$$

con $k' = k + q$ e con q il momento esterno. Usando dell'algebra e le proprietà delle matrici γ si ha

$$\begin{aligned} & \text{tr} \left[\gamma_\mu \left(\frac{1 - \gamma_5}{2} \right) (k' + m_1) \gamma_\nu \left(\frac{1 - \gamma_5}{2} \right) (k' + m_2) \right] \\ &= 2(k_\mu k'_\nu + k'_\mu k_\nu - g_{\mu\nu} k \cdot k' - i\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} k^\rho k'^\sigma) \end{aligned} \quad (\text{D.7})$$

Nel caso in esame possiamo porre fin da ora q nullo e inoltre, in virtù di questo possiamo utilizzare la sostituzione valida all'interno dell'integrale

$$k_\mu k_\nu = \frac{1}{4} k^2 g_{\mu\nu} \quad (\text{D.8})$$

per cui il numeratore diviene

$$-\frac{1}{2} k^2 g_{\mu\nu} \quad (\text{D.9})$$

notiamo dunque che il numeratore dell'integrando è indipendente dalle masse dei fermioni, comunque di seguito useremo l'approssimazione di massa nulla per il bottom $m_b = 0$. Dunque possiamo ora indicare il parametro in questione come

$$\epsilon_{1t} = -\frac{3}{2i} \frac{g^2}{M_W^2} [L(m_t, m_t, 0) + L(0, 0, 0) - 2L(m_t, 0, 0)] \quad (\text{D.10})$$

dove si è utilizzato le definizioni (D.1) e (D.4) e ovviamente sono state incluse anche le costanti di accoppiamento e si è tenuto conto del fattore 3 di colore. Isolando i denominatoriabbiamo

$$\frac{1}{(k^2 - m_t^2)^2} + \frac{1}{k^4} - \frac{2}{k^2(k^2 - m_t^2)} = \left(\frac{1}{k^2 - m_t^2} - \frac{1}{k^2} \right)^2 \quad (\text{D.11})$$

Possiamo ora operare una rotazione di Wick $k \rightarrow k_E$ con la quale

$$k^2 = -k_E^2 \quad (\text{D.12})$$

e

$$\int d^4k \rightarrow i \int d^4k_E = i \int d\Omega_4 \int dk_E k_E^3 = 2\pi^2 i \int dk_E k_E^3 \quad (\text{D.13})$$

per cui otteniamo dai passaggi precedenti

$$\epsilon_{1t} = -\frac{3}{4} \frac{g^2}{M_W^2} \frac{2\pi^2}{(2\pi)^4} m_t^4 \int_0^\infty dk_E \frac{k_E}{(k_E^2 + m_t^2)^2} \quad (\text{D.14})$$

e quindi

$$\epsilon_{1t} = \frac{3}{4} \frac{g^2}{M_W^2} \frac{2\pi^2}{(2\pi)^4} m_t^4 \frac{1}{2m_t^2} \quad (\text{D.15})$$

Utilizziamo infine la relazione

$$g^2 = \frac{8G_F M_W^2}{\sqrt{2}} \quad (\text{D.16})$$

da cui

$$\epsilon_{1t} = \frac{3G_F m_t^2}{8\pi^2 \sqrt{2}} \quad (\text{D.17})$$

D.2 Dipendenza da m_h

Siamo ora interessati a calcolare la forma delle dipendenze principali dalla massa del bosone di Higgs presenti in alcuni dei parametri ϵ_i . Partiamo innanzitutto dagli accoppiamenti tra i bosoni di gauge e il campo h dati dalla Lagrangiana

$$\mathcal{L}_{hV} = \left(M_W^2 W_\mu^+ W_\mu^- + \frac{1}{2} M_Z^2 Z_\mu Z_\mu \right) \left(1 + \frac{h}{\sqrt{2}v} \right)^2 \quad (\text{D.18})$$

in particolare siamo interessati alle interazioni a tre bosoni, riportiamo il termine direttamente con i campi non fisici B e W^3 per praticità

$$\mathcal{L}'_{hV} = \frac{\sqrt{2}M_W^2}{v} \left(W_\mu^+ W_\mu^- + \frac{1}{2} \frac{s_0^2}{c_0^2} B_\mu B_\mu - \frac{s_0}{c_0} W_\mu^3 B_\mu + \frac{1}{2} W_\mu^3 W_\mu^3 \right) h \quad (\text{D.19})$$

notiamo subito che l'accoppiamento dei bosoni W^i è uguale per tutti e tre, come assicurato dalla simmetria custodiale.

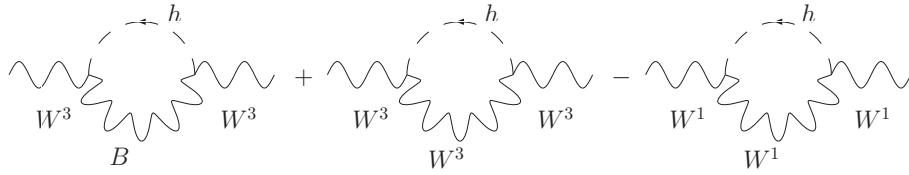


Figura D.2: Grafico contribuente a ϵ_1

D.2.1 ϵ_1

Per quanto riguarda ϵ_1 siamo interessati a calcolare il contributo dei tre grafici in Fig.2. Da quanto detto prima, a causa della simmetria custodale, possiamo intuire come il secondo e terzo grafico si cancellino tra loro riducendo il tutto alla valutazione del primo. Si pone il problema di stabilire in quale gauge lavorare e dunque quale sia il propagatore per il campo B non fisico. La simmetria custodale torna a essere utile in quanto, in una generica gauge, dovremmo considerare anche grafici che presentino bosoni di Goldstone. Con un argomento simile al precedente possiamo considerare nulli tali contributi se la simmetria custodale non è rotta dai campi. L'unico caso in cui questo si verifica è dato dall'adozione della gauge di Landau, da cui si ha per il propagatore del B

$$\frac{-i}{k^2} \left(g_{\mu\nu} - \frac{k_\mu k_\nu}{k^2} \right) \quad (\text{D.20})$$

da cui dobbiamo calcolare il loop a impulso trasferito nullo $q = 0$

$$L_{\mu\nu}(q=0) = -\frac{s_0^2}{c_0^2} \frac{2M_W^4}{v^2} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{k^2 - m_h^2} \frac{1}{k^2} \left(g_{\mu\nu} - \frac{k_\mu k_\nu}{k^2} \right) \quad (\text{D.21})$$

possiamo utilizzare di nuovo la relazione (D.8) ottenendo

$$L_{\mu\nu}(0) = -\frac{3}{4} \frac{s_0^2}{c_0^2} \frac{2M_W^4}{v^2} g_{\mu\nu} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{k^2 - m_h^2} \frac{1}{k^2} \quad (\text{D.22})$$

ripetendo poi i passaggi come al punto precedente, ovvero operando una rotazione di Wick e utilizzando la (D.13)

$$L_{\mu\nu}(0) = -\frac{3i}{4} g_{\mu\nu} \frac{s_0^2}{c_0^2} \frac{2M_W^4}{v^2} \frac{2\pi^2}{(2\pi)^4} \int_0^\infty dk_E \frac{k_E}{k_E^2 + m_h^2} \quad (\text{D.23})$$

Introduciamo quindi un cut-off $\Lambda >> m_h$ per ovviare alla divergenza ultravioletta

$$L_{\mu\nu}(0) = -\frac{3i}{4} g_{\mu\nu} \frac{s_0^2}{c_0^2} \frac{2M_W^4}{v^2} \frac{2\pi^2}{(2\pi)^4} \ln \frac{\Lambda}{m_h} \quad (\text{D.24})$$

ricordando la (D.16) e la relazione valida a livello albero

$$M_W = g \frac{v}{\sqrt{2}} \quad (\text{D.25})$$

dalle definizioni (D.1) e (D.4) si arriva a

$$\epsilon_{1h} = -\frac{3G_F M_W^2}{4\sqrt{2}\pi^2} \frac{s_0^2}{c_0^2} \ln \frac{m_h}{\Lambda} \quad (\text{D.26})$$

D.2.2 ϵ_3

Siamo infine interessati alla dipendenza principale dalla massa dell'Higgs presente nel parametro ϵ_3 , prendiamo quindi di nuovo in considerazione la lagrangiana D.19. Siamo interessati ai diagrammi a un loop che rappresentano la polarizzazione $\Pi_{\mu\nu}^{30}(q)$ da cui è immediato come siano presenti 4 diagrammi, in particolare avremo

$$\Pi_{\mu\nu}^{30}(q) = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{-i}{(k+q)^2 - m_h^2} P_{\mu\nu}(q) \quad (\text{D.27})$$

con

$$P_{\mu\nu}(q) = -\frac{2M_W^4}{v^2} \left(\frac{s}{c} P_{\mu\nu}^{00}(q) + \frac{s^3}{c^3} P_{\mu\nu}^{33}(q) - 2\frac{s^2}{c^2} P_{\mu\nu}^{30}(q) \right) \quad (\text{D.28})$$

ovvero la somma dei propagatori dei campi non fisici ognuno moltiplicato per i relativi fattori di vertice calcolati tramite la Lagrangiana di cui sopra. Ricordando che

$$Z_\mu = c_0 W_\mu^3 - s_0 B_\mu \quad (\text{D.29})$$

il relativo propagatore può allora essere espresso come

$$P_{\mu\nu}^Z(q) = c_0^2 P_{\mu\nu}^{33}(q) + s_0^2 P_{\mu\nu}^{00}(q) - 2s_0 c_0 P_{\mu\nu}^{30}(q) \quad (\text{D.30})$$

ovvero

$$P_{\mu\nu}(q) = \frac{2M_W^4}{v^2} \frac{s}{c^3} P_{\mu\nu}^Z(q) = -\alpha P_{\mu\nu}^Z(q) \quad (\text{D.31})$$

possiamo quindi ridurre il nostro calcolo alla valutazione del solo diagramma riportato in Fig.3. Notiamo che essendo presente nel loop il bosone Z fisico non avremo problemi nella definizione del propagatore e potremo usare l'usuale espressione. Dunque dovremmo calcolare

$$-\alpha \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{1}{k'^2 - m_h^2} \frac{1}{k^2 - M_Z^2} \left(g_{\mu\nu} - \frac{k_\mu k_\nu}{M_Z^2} \right) \quad (\text{D.32})$$

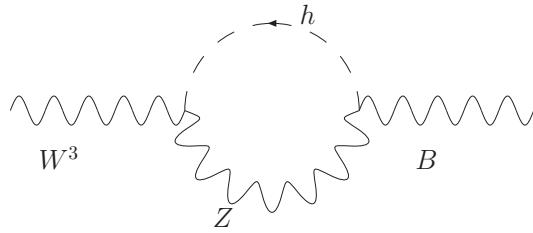


Figura D.3: Grafico contribuente al valore di ϵ_3

Per semplificare il calcolo sviluppiamo il propagatore del bosone di Higgs rispetto al momento trasmesso q come

$$\frac{1}{k'^2 - m_h^2} \simeq \frac{1}{k^2 - m_h^2} - (2k \cdot q + q^2) \frac{1}{(k^2 - m_h^2)^2} + 4q_\rho q_\sigma \frac{k_\rho k_\sigma}{(k^2 - m_h^2)^3} \quad (\text{D.33})$$

sostituendo nell'espressione precedente otteniamo

$$\begin{aligned} & -\alpha \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{k^2 - m_h^2} \frac{1}{k^2 - M_Z^2} \left(g_{\mu\nu} - \frac{k_\mu k_\nu}{M_Z^2} \right) \\ & + \alpha(2k \cdot q + q^2) \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{(k^2 - m_h^2)^2} \frac{1}{k^2 - M_Z^2} \left(g_{\mu\nu} - \frac{k_\mu k_\nu}{M_Z^2} \right) \\ & - 4\alpha q_\rho q_\sigma \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{(k^2 - m_h^2)^3} \frac{1}{k^2 - M_Z^2} k_\rho k_\sigma \left(g_{\mu\nu} - \frac{k_\mu k_\nu}{M_Z^2} \right) \end{aligned} \quad (\text{D.34})$$

ricordando che siamo interessati da definizione di ϵ_3 ai soli termini dipendenti da q^2 e prendendo in considerazione solo quelli con divergenza logaritmica rimangono da calcolare solo due termini¹

$$A = -\frac{q^2 g_{\mu\nu}}{4M_Z^2} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{(k^2 - m_h^2)^2} \frac{k^2}{k^2 - M_Z^2} \quad (\text{D.35})$$

$$B = \frac{4q_\rho q_\sigma}{M_Z^2} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{(k^2 - m_h^2)^3} \frac{k_\mu k_\nu k_\rho k_\sigma}{k^2 - M_Z^2} \quad (\text{D.36})$$

nel primo dei quali abbiamo fatto uso dell'equazione (D.8). Rimanendo su A possiamo ora operare una rotazione di Wick arrivando a

$$A = -\frac{i q^2 g_{\mu\nu}}{4M_Z^2} \frac{2\pi^2}{(2\pi)^4} \int dk_E \frac{k_E^5}{(k_E^2 + M_Z^2)(k_E^2 + m_h^2)^2} \quad (\text{D.37})$$

inoltre ricordando che siamo interessati all'andamento asintotico ovvero $k_E \gg M_Z$ approssimiamo a

$$A = -\frac{i q^2 g_{\mu\nu}}{4M_Z^2} \frac{2\pi^2}{(2\pi)^4} \int dk_E \frac{k_E^3}{(k_E^2 + m_h^2)^2} \quad (\text{D.38})$$

¹Non scriviamo per semplicità il termine moltiplicativo α

Passando a B possiamo parametrizzarlo osservando le simmetrie per scambio di indice come

$$B = \frac{4q_\rho q_\sigma}{M_Z^2} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{k_\mu k_\nu k_\rho k_\sigma}{D} = \frac{4q_\rho q_\sigma}{M_Z^2} I(g_{\mu\nu}g_{\rho\sigma} + g_{\mu\rho}g_{\nu\sigma} + g_{\mu\sigma}g_{\nu\rho}) \quad (\text{D.39})$$

dove D indica il denominatore e I un fattore numerico. Contraendo i k con $g_{\rho\sigma}$ si ha

$$\int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{k_\mu k_\nu k^2}{D} = 6I g_{\mu\nu} \quad (\text{D.40})$$

e di nuovo dalla (D.8) si arriva a

$$I = \frac{1}{24} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{k^4}{D} \quad (\text{D.41})$$

Sostituendo questa espressione in B e ricordando che non siamo interessati ai termini dipendenti da $q_\mu q_\nu$ si arriva a

$$B' = \frac{q^2 g_{\mu\nu}}{6M_Z^2} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{k^4}{(k^2 - m_h^2)^3(k^2 - M_Z^2)} \quad (\text{D.42})$$

adesso come fatto per A è possibile operare una rotazione di Wick, porci nel limite asintotico e quindi calcolare la somma dei due fattori

$$A + B' = \frac{iq^2 g_{\mu\nu}}{8\pi^2 M_Z^2} \int dk_E \frac{k_E^3 (-k_E^2 - 3m_h^2)}{12(k_E^2 + m_h^2)^3} \quad (\text{D.43})$$

Calcolato tale integrale prendiamo in considerazione soltanto la parte contenente una divergenza logaritmica nella massa del bosone di Higgs, ovvero

$$-\frac{1}{24} \frac{iq^2 g_{\mu\nu}}{8\pi^2 M_Z^2} \ln(k_E^2 + m_h^2) \Big|_0^\Lambda \quad (\text{D.44})$$

dove abbiamo introdotto un cutoff $\Lambda \gg m_h$ per ovviare alla divergenza ultravioletta. Si arriva dunque a

$$-\frac{1}{12} \frac{iq^2 g_{\mu\nu}}{8\pi^2 M_Z^2} \ln \frac{\Lambda}{m_h} \quad (\text{D.45})$$

e dalle definizioni (D.3) e (D.4) arriviamo a

$$\epsilon_{3h} = -\frac{c_0}{s_0} \alpha \frac{1}{6} \frac{1}{8\pi^2 M_Z^2} \ln \frac{m_h}{\Lambda} \quad (\text{D.46})$$

e infine

$$\epsilon_{3h} = \frac{G_F M_W^2}{12\sqrt{2}\pi^2} \ln \frac{m_h}{\Lambda} \quad (\text{D.47})$$

Appendice E

Limiti sperimentali di m_h

E' possibile analizzare alcuni processi sperimentali in modo da ottenere stime sui limiti inferiori di m_h . A LEP-II in particolare sono stati presi in considerazione eventi di Higgs-strahlung $e^+e^- \rightarrow Zh$ con conseguente decadimento del bosone scalare $h \rightarrow X$. Riportiamo qui i risultati più importanti di tale analisi, ricordando che come usuale sono riportati i limiti al 95%*C.L.*:

- Decadimenti model-independent- In questo caso non si fanno assunzioni sui prodotti di decadimento dell'Higgs e si cercano solamente elettroni e muoni che ricostruiscono il bosone Z. In questo caso si ottiene che $m_h > 82 \text{ GeV}$ (questo studio è stato condotto solamente da OPAL).
- Decadimenti da Modello Standard- solitamente si cercano i decadimenti di Higgs nelle particelle più massive permesse ovvero i canali $h \rightarrow b\bar{b}, \tau\bar{\tau}$. Tale analisi risulta nel famoso limite $m_h > 114.4 \text{ GeV}$.
- Altri Decadimenti- gli studi di altri tipi di decadimenti per esempio in due fotoni o in una coppia di altri scalari, riportano generalmente limiti $m_h \gtrsim 110 \text{ GeV}$.

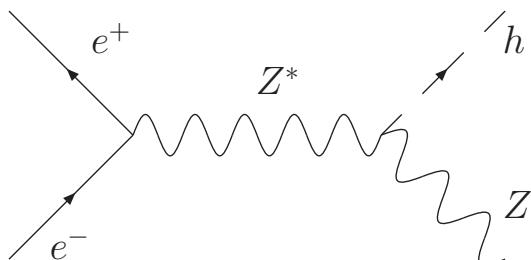


Figura E.1: Grafico del generico processo di Higgs-strahlung

Bibliografia

- [1] E. Fermi. *Versuch einer Theorie der b-Strahlen.I / Towards the Theory of b-Rays.* Z. Phys. 88 (1934) 161; Nuovo Cim. 11 (1934) 1;
- [2] A.H. Snell, L.C. Miller *On the Decay of the Neutron.* Phys. Rev. 74 (1948) 1217;
- [3] A.H. Snell, F. Pleasonton, R.V. McCord. *Radioactive Decay of the Neutron.* Phys. Rev. 78 (1950) 310;
- [4] J.M. Robson. *Radioactive Decay of the Neutron.* Phys. Rev. 78 (1950) 311;
- [5] C.S. Wu, A.S. Moszkowski. *Beta Decay,* Monographs and Text in Physics ans Astronomy, Vol.16 Interscience Publishers, New York (1966);
- [6] F.J. Hasert et al. (Gargamelle) *Observation of neutrino-like interactions without muon or electron in the Gargamelle neutrino experiment.* Phys. Lett. B 46 (1973) 138-140;
- [7] UA1 Collaboration; G. Arnison et al. Phys. Lett. B 122 (1983) 103;
- [8] UA2 Collaboration; M. Banner et al. *Observation of Single Isolated Electrons of High Transverse Momentum in Events with Missing Transverse Energy at the CERN anti-p p Collider.* Phys. Lett. B 122 (1983) 476;
- [9] UA1 Collaboration; G. Arnison et al. *Experimental Observation of Lepton Pairs of Invariant Mass Around 95 GeV at the CERN SPS Collider.* Phys. Lett. B 126 (1983) 398;
- [10] UA2 Collaboration; M. Banner et al. *Experimental Observation of Lepton Pairs of Invariant Mass Around 95 GeV at the CERN SPS Collider.* Phys. Lett. 122B (1983) 476;
- [11] LEPEWWG. *Precisione Electroweak Measurements on the Z Resonance.* hep-ex/0509008;

BIBLIOGRAFIA

- [12] LEPEWWG site. <http://lepewwg.web.cern.ch/LEPEWWG/>
- [13] G. Altarelli. *The Standard Model of Electroweak Interactions.* arXiv:hep-ph/0406270v1;
- [14] R. Barbieri. *Electroweak Precision Tests: What Do We Learn?* CERN-TH.6396/92, 1992;
- [15] K.G. Chetyrkin, J.H. Kühn, A. Kwiatkowski. *QCD corrections to the e^+e^- cross-section and the Z boson decay rate: concepts and results.* Physics Reports 277 (1996), 189-281;
- [16] V. Novikov, L. Okun, A. Rozanov, M. Vysotsky. *LEPTOP* ITEP/19-95;
- [17] A. B. Arbuzov *et al.*, *ZFITTER: A semi-analytical program for fermion pair production in $e^+ e^-$ annihilation, from version 6.21 to version 6.42* Comput. Phys. Commun. 174, 728 (2006) [arXiv:hep-ph/0507146].
- [18] J. Alcaraz *et al.* [LEP Collaborations and ALEPH Collaboration and DELPHI Collaboration an], *Precision Electroweak Measurements and Constraints on the Standard Model*, arXiv:0712.0929 [hep-ex].
- [19] M. S. Chanowitz, *A Z' Boson and the Higgs Boson Mass*, arXiv:0806.0890 [hep-ph].
- [20] P. Gambino, *EW precision tests before the LHC* HEP 2007 Manchester.
- [21] Tevatron Electroweak Working Group, Top Subgroup <http://tevewwwg.fnal.gov/top/>
- [22] G. Altarelli, R. Barbieri *Vacuum polarization effects of new physics on electroweak processes* Phys. Lett. B 253 (1991) 161;
- [23] D. Choudhury, T. M. P. Tait and C. E. M. Wagner, *Beautiful mirrors and precision electroweak data*, Phys. Rev. D 65, 053002 (2002) [arXiv:hep-ph/0109097].