

双極フェルミ気体の崩壊現象* †

西村拓史 ‡§

† お茶の水女子大学 お茶大アカデミック・プロダクション

昨年、大きな電気双極子を持つ異核2原子分子の双極フェルミ気体が実現され、注目を集めている [1]。この気体は長距離型テンソル力である双極子間力が系を支配する純粋な量子多体系であり、基礎・応用の両面で大きな潜在性を有する系である。今回の発表では、この系の崩壊現象について我々の理論研究の成果の一部を紹介した。

真空中に捕獲され、強電場中にある双極フェルミ分子の希薄気体を考えよう。この分子は異核2原子が深く束縛することで $10^{-2\sim 0}$ debye 程度の大きな電気双極子を持っており、強電場中では電場の方向 (z 軸方向と定義) に完全に偏極する。この環境設定は ^{40}K - ^{87}Rb 分子による Jin グループの実験設定と対応している [1]。このような双極フェルミ気体では、パウリ禁制効果により短距離力が抑制され、双極子間力のみが粒子間相互作用として生き残る。実際に双極子間相互作用を粒子間相対座標 r を用いて書くと、

$$V_{dd}(r) = \frac{\mathbf{d}_1 \cdot \mathbf{d}_2 - 3(\mathbf{d}_1 \cdot \mathbf{r})(\mathbf{d}_2 \cdot \mathbf{r})/r^2}{r^3} = d^2 \frac{1 - 3r_z^2/r^2}{r^3} \quad (1)$$

の長距離型テンソル力となり、パウリ禁制効果で消えないことが分かる。このようなテンソル力は様々な研究分野で普遍的に見られる力であるが、しかしながら、純粋に長距離型テンソル力によって支配される量子多体系というのは類例がなく、その点で双極フェルミ気体は新しい系である。

式(1)にみられるように、双極子間力は双極子の方向に対する分子の相対位置の向きによって斥力から引力まで大きさの変わる異方的相互作用である。この相互作用の異方性と長距離性、そしてそれらが生み出す異方的な量子相関や位相空間分布が双極フェルミ気体の特徴である [2, 3]。前回の発表では、自由膨張における位相空間分布の量子動力学について我々の研究成果の一部を紹介した [4]。その研究の中で我々は交換力が重要であることを発見し、その影響が新たなスケーリング則という形で現れることを厳密に示した。この交換力は今回の発表においても主たる役割を担う。

双極フェルミ気体と対になる系で、最近、注目されている系に双極ボース気体がある [5]。本題に入る前に余計な混同を避けるため、これらの系の相違を明確にしておこう。代表的な双極ボース気体である ^{52}Cr ボース・アインシュタイン凝縮 (BEC) は、今考えているような分子の気体ではなく、原子の気体であり、双極子も電気双極子ではなく、磁気双極子である。磁気双極子は理論的に取り扱いやすい反面、その大きさの制御には実験的制約が大きく、その双極子間力のエネルギーは全体のエネルギーの $10^{-(1\sim 2)}$ 程度にすぎない。一方で、電気双極子を有するフェルミ気体の場合に

* Collapse phenomena of a dipolar Fermi gas

† 共同研究者: 丸山智幸 (日本大学 生物資源科学部)

‡ Takushi Nishimura (Division of Advanced Sciences, Ochadai Academic Production, Ochanomizu University)

§ E-mail: nishimura.takushi@ocha.ac.jp

は、同様の基準で $10^{-(0 \sim 3)}$ 程度の幅広い制御が可能である。また量子統計性の違いとして、ボース気体では短距離力の影響が大きいのに対して、フェルミ気体ではパウリ禁制効果により、短距離力が影響しない純粋な双極気体が実現される。さらに BEC においては、運動量分布が固定されているため、双極子間力の異方性は座標空間のみで働くのに対し、フェルミ運動のあるフェルミ気体においては座標空間のみならず、運動量空間でも働く。このフェルミ多体効果による特徴的現象の一つが今回紹介する局所崩壊であり、後述するように、これは双極 BEC では起こらない。

本題に戻って、双極フェルミ気体の崩壊現象を議論する。ここで崩壊とは密度揺らぎに対する系の不安定化による圧縮性の崩壊分岐のことであり、局所的な密度揺らぎによる“局所崩壊”と全局的な密度揺らぎによる“全局的崩壊”的 2 つに分類できる。局所崩壊の例としては引力 BEC の崩壊現象(ボース・ノヴァ)が有名である。また、双極 BEC は全局的崩壊を引き起こすことが知られている[6]。ここで興味深いのは、双極フェルミ気体は両方の崩壊を引き起こしうるということである。特に局所崩壊は双極 BEC では起こらない現象であり、この崩壊の多様性は双極フェルミ気体の特徴である。これらのこととは、長距離型テンソル力による崩壊が位相空間分布の変形によっており、局所崩壊は運動量分布の変形に起因し、全局的崩壊は空間分布の変形に起因すると分けると理解しやすい。このことは最初に十河らの変分計算によって理論的に推測された[3]。我々はそれを自己無矛盾な手法で明らかにする。

ここでは双極フェルミ気体の特徴である局所崩壊を一様系で考えよう。その判定基準は

$$\frac{\delta^2 F}{\delta n^2} \leq 0 \quad (2)$$

で与えられる。ここで F は Helmholtz の自由エネルギー、 n は密度を表す。 F を計算するために自己無矛盾な Hartree-Fock 平均場近似を用いる。すなわち、

$$H \approx H_0 + H_H + H_F - \frac{1}{2} \langle H_H + H_F \rangle, \quad H_0 = \sum_{\mathbf{p}} \left(\frac{p^2}{2} \right) a_{\mathbf{p}}^\dagger a_{\mathbf{p}}, \quad (3)$$

$$H_F = \sum_{\mathbf{p}} U_F(\mathbf{p}) a_{\mathbf{p}}^\dagger a_{\mathbf{p}}, \quad U_F(\mathbf{p}) = - \int \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^3} V(\mathbf{p} - \mathbf{q}) \langle a_{\mathbf{q}}^\dagger a_{\mathbf{q}} \rangle, \quad V(\mathbf{p}) = - \frac{4\pi}{3} d^2 \frac{p^2 - 3p_z^2}{p^2}. \quad (4)$$

ここで、 $V(\mathbf{p})$ は双極子間相互作用のフーリエ変換である。今考えている系は一様系であるので、球対称境界条件をおき、 $H_H = 0$ とする。ただし、 H_H が密度揺らぎに対して不変であれば、0 でなくとも以下の結果は変わらない。また、単位系として $m = 1$ 、 $\hbar = 1$ を採用した。

結果として、ゼロ温度極限では $d^2 n^{1/3} \geq g_c = 2.43$ で局所崩壊が起こることが分かった[10]。また、有限温度では g_c は単調に増加する。このことは局所崩壊が温度を下げるにより発現することを理論的に示唆している。以上の結果は、局所密度近似に応用することで、一様系に止まらず、実際のトラップ系を解析する場合にも重要な知見となる[11]。

さらに掘り下げて解析しよう。長距離力においては密度行列展開は有効ではなく、以下の単純な相互作用展開が有効である。

$$\int \frac{d\varphi}{2\pi} V(\mathbf{p} - \mathbf{q}) = - \frac{4\pi}{3} d^2 \sum_{n=0}^{\infty} \begin{cases} a_n(\cos \theta_p, \cos \theta_q) (p/q)^n & (q > p) \\ a_n(\cos \theta_q, \cos \theta_p) (q/p)^n & (p > q) \end{cases} \quad (5)$$

これを2次まで取ると、ゼロ温度では一粒子エネルギー ε が、

$$\varepsilon = \frac{p^2}{2} + U_F = \frac{p_c^2}{2m_c^*} + \frac{p_z^2}{2m_z^*} + U_0, \quad m_z^* - 1 = -2(m_c^* - 1) > 0 \quad (6)$$

となり、有効質量描像が得られて、運動量分布が葉巻型に変形することで崩壊が起こる様子が再現できる。実際、この近似では $g_c = 2.46$ であり、定量的にもよく一致している。この描像においては、双極子間交換力の寄与は異方的有効質量として直観的に表現され、局所崩壊はその有効質量の限界値を与えることになる。ただし、有限温度においては相互作用展開は閉じず、また一粒子エネルギーの運動量展開として2次までの計算を行っても、フェルミ温度付近の振る舞いは上手く再現できない。これは有限温度の効果がフェルミ面より上の高次の効果として現れるためである。

以上、今回の発表では、双極フェルミ気体の局所崩壊を理論的に明らかにした。この局所崩壊は原子核のような量子液体の生成と関連して重要な現象である。その後の理論的進展を含めた本研究の成果は現在、論文にまとめているところである[7]。最後に、この双極分子気体の研究は、大きな枠組みでいえば、量子分子気体の研究[8, 9]の中の一つである。そもそも分子とは原子から構成される複合物であり、要素還元論的に原子を基礎的な存在とみなすなら、それらは原子の多体相関のある種の極限に対応していて、このことは量子気体系において特に明確に表現される。量子多体理論の本質が要素の統合であることを踏まえ、また、統合の理論の中のメタな構造をも含めて基礎物理と呼ぶならば、量子分子気体の物理学は基礎的で興味深い。しかしながら、双極分子気体には、それに止まらない魅力がある。それは分子云々以前に、長距離型テンソル力の支配するフェルミ多体系という物そのものに対する興味であり、特にその量子動力学は未だに謎に包まれていて興味深い。さらに将来的には分子形成や集団運動の量子制御という応用上の発展も期待できる。このような認識の下、我々は現在この系について多角的に研究を進めている。

-
- [1] J. J. Zirbel, et al., Phys. Rev. A **78**, 013416 (2008); S. Ospelkaus, et al., Nature Physics **4**, 622 (2008); K.-K. Ni, et al., Science **322** (5899), 231 (2008).
 - [2] K. Goral et al., Phys. Rev. A **63**, 033606 (2001); Phys. Rev. A **67**, 025601 (2003).
 - [3] T. Miyakawa et al., Phys. Rev. A **77**, 061603 (2008); T. Sogo et al., New J. Phys. **11**, 055017 (2009).
 - [4] T. Nishimura and T. Maruyama, arXiv:0907.1757; 西村拓史, 素粒子論研究 116巻6号, F66-68 (2009).
 - [5] 川口由紀, 齊藤弘樹, 上田正仁, 日本物理学会誌 **64**, 623 (2009).
 - [6] L. Santos et al., Phys. Rev. Lett. **90**, 250403 (2003).
 - [7] T. Nishimura, T. Maruyama, and H. Yabu, in preparation.
 - [8] T. Nishimura, A. Matsumoto, and H. Yabu, Phys. Rev. A **77**, 063612 (2008).
 - [9] 本研究会の学生講演2(柴藤亮介)と3(松田裕一)を参照。
 - [10] 十河らの変分計算[3]では、 $g_c = 3.23$ であった。
 - [11] 局所密度近似における崩壊は、大局的な密度揺らぎと運動しながらも、局所崩壊として現れる。