

THESE de DOCTORAT de l'UNIVERSITE PARIS VI

Spécialité :

PHYSIQUE ET TECHNOLOGIE DES GRANDS INSTRUMENTS

présentée par

Fabienne ORSINI

pour obtenir le grade de DOCTEUR de l'UNIVERSITE PARIS VI
(arrêté du 30 Mars 1992)

Sujet de la thèse :

**PHENOMENES D'INSTABILITES ET DE RESONANCES
CREES PAR UN SYSTEME H.F. DANS UN ANNEAU**

soutenue le 15 Octobre 1999

devant le jury composé de :

MM. J. L. BOBIN	Président
D. BOUSSARD	Rapporteur
J. HAISSINSKI	
J. L. LACLARE	Rapporteur
A. MOSNIER	
J. M. ORTEGA	

Remerciements

Le présent travail a été réalisé dans le Service d'Etudes des Accélérateurs (D.A.P.N.I.A / S.E.A) du CEA de Saclay, en collaboration avec le Groupe Projet Soleil du CNRS d'Ile de France.

Je souhaite avant toute chose remercier chaleureusement l'ensemble de mes collègues du Service d'Etudes des Accélérateurs de Saclay, qui m'ont toujours soutenue au cours de ces deux années, et dont j'ai pu apprécier la bonne humeur et les compétences. Leur gentillesse et leur disponibilité ont réellement permis ma bonne intégration au sein du service.

Je remercie monsieur Bernard Aune, chef de service, de m'avoir accueillie au S.E.A, de m'avoir donné tous les moyens pour mener à bien mes recherches et de m'avoir permis de présenter mes travaux en conférences internationales.

Je suis très reconnaissante envers mon responsable de thèse, monsieur Alban Mosnier, physicien-ingénieur, qui m'a fait découvrir la Physique des Accélérateurs. Je reste touchée de la confiance qu'il m'a porté pendant mon séjour dans ce service, et des responsabilités et de la liberté de décision qu'il m'a donné. Je lui suis très reconnaissante de nos nombreuses discussions et des conseils toujours extrêmement précieux qu'il m'a donné. Je souhaite sincèrement avoir à nouveau l'occasion de retravailler avec lui. J'ai également énormément appris pendant ces deux ans, et je suis très satisfaite du travail que l'on a élaboré ensemble.

Je voudrais exprimer ma plus grande gratitude à mon directeur de thèse, monsieur Jacques Haïssinski, professeur à Orsay, qui s'est toujours montré extrêmement disponible à mon égard. De plus, ses conseils m'ont toujours permis d'approfondir mon travail. Son expérience professionnelle m'a beaucoup aidée pour mes prises de décisions lors de ma thèse mais aussi pour ma future orientation professionnelle. Pour tout cela, je l'en remercie.

J'aimerais remercier également tous les autres membres du jury qui ont accepté spontanément d'en faire partie :

Monsieur Jean-Louis Bobin, professeur à Paris VI, et monsieur Jean-Michel Ortega, directeur de recherche au LURE, qui m'ont fait l'honneur d'être dans mon jury et pour l'intérêt qu'ils portent à mon travail de thèse ainsi que pour les commentaires qu'ils m'ont suggéré.

Monsieur Daniel Boussard, que j'ai eu le plaisir de rencontrer en conférence et qui s'est déplacé depuis le CERN, je le remercie particulièrement pour le travail minutieux qu'il a fourni en tant que rapporteur.

Monsieur Jean-Louis Laclare, avec qui j'ai eu le plaisir de travailler au sein du Groupe projet SOLEIL. Je le remercie également pour le temps consacré à la lecture et au rapport de cette thèse.

Je voudrais remercier tout spécialement Stéphane Chel et Dominique Roudier, avec qui j'ai eu beaucoup de plaisir à travailler lors des expériences effectuées sur le prototype des cavités de Soleil, ainsi que Michel Juillard et Pierre Bosland avec qui j'ai beaucoup appris lors de la conception du cryomodule de Soleil.

Enfin je tiens à remercier également mes collègues du LURE qui travaillent sur la machine SuperAco, sans qui je n'aurais pas pu mener à bien les expériences effectuées sur la durée de vie du faisceau.

Table des matières

Introduction	21
1 Instabilités multi-paquets	29
1.1 Instabilités dues aux cavités supraconductrices	30
1.1.1 Rappels théoriques	30
1.1.2 Optimisation de la cavité supraconductrice et analyse de ses modes supérieurs	32
1.1.3 Optimisation des coupleurs HOMs et de leur position sur la cavité .	38
1.1.4 Mesures de l’amortissement des modes d’ordres supérieurs	50
1.1.5 Modes d’ordres supérieurs en propagation dans les tubes situés aux extrémités des cavités	53
1.1.6 Conception finale du système : cryomodule de SOLEIL	54
1.1.7 Conclusion	59
1.2 Instabilités dues à la paroi résistive de la chambre à vide	61
1.2.1 Paquets rigides	62
1.2.2 Instabilités «tête-queue»	64
1.2.3 Conclusion	69
Annexe	71
2 Instabilité du mode fondamental accélérateur	77
2.1 Analyse de l’interaction faisceau-cavité dans le domaine fréquentiel	79
2.1.1 Instabilité Robinson	79
2.1.2 Critère de stabilité	85
2.1.3 Taux d’amortissement Robinson	92
2.2 Résultats de simulations	92
2.2.1 Sans système de contre-réaction	94
2.2.2 Système de contre-réaction H.F. direct	95

2.2.3	Système de contre-réaction en amplitude et en phase	96
2.3	Etude du système de contre-réaction en présence de perturbations externes	97
2.3.1	Présence d'un espace sans paquets dans le faisceau	98
2.3.2	Injection du faisceau	100
2.3.3	Vibrations microphoniques	100
2.4	Erreurs de calibration dans la reconstruction du signal de sortie	104
2.5	Schéma du système de contre-réaction en phase et en amplitude adopté pour Soleil	106
2.6	Conclusion	106

3 Augmentation de la durée de vie du faisceau par excitation de résonances paramétriques impaires : modulation de phase H.F. 109

3.1	Rappel sur la durée de vie du faisceau	110
3.2	Hamiltonien d'une particule chargée soumise à une modulation de phase H.F.	112
3.2.1	Rappel de l'Hamiltonien non perturbé d'une particule en variables d'angle et d'action	112
3.2.2	Hamiltonien linéarisé en variables d'angle et d'action d'une particule soumise à une modulation de phase	113
3.2.3	Hamiltonien en variables d'angle et d'action d'une particule soumise à une modulation de phase	114
3.3	Résonance entière	115
3.3.1	Hamiltonien de la résonance entière et points fixes	115
3.3.2	Les trois régimes de la résonance entière	117
3.4	Résonance $1/3$	118
3.4.1	Hamiltonien de la résonance $1/3$	118
3.4.2	Points Fixes	120
3.4.3	Largeur d'îlot	121
3.4.4	Critère de Chirikov : limite du mouvement chaotique	124
3.4.5	Optimisation des paramètres de modulation de phase H.F.	126
3.5	Effet du rayonnement synchrotron	128
3.5.1	Traitement des équations par Fokker-Planck	130
3.5.2	Critère de formation des îlots	132
3.5.3	Simulations de la formation ou de la destruction des îlots	133
3.6	Modulation adiabatique à la résonance $1/3$	138
3.7	Conclusion	142

4	Augmentation de la durée de vie du faisceau par excitation de résonances paramétriques paires : modulation d'amplitude H.F.	145
4.1	Hamiltonien d'une particule chargée soumise à une modulation d'amplitude H.F.	146
4.2	Résonance 1/2	149
4.2.1	Hamiltonien de la résonance 1/2	149
4.2.2	Points Fixes	150
4.2.3	Largeur d'îlot	154
4.2.4	Résultats des simulations	155
4.2.5	Observation d'un phénomène d'hystérésis	164
4.2.6	Conclusion	170
4.3	Comparaison des deux types de modulations H.F. sur l'allongement des paquets	171
5	Etude expérimentale de la modulation H.F. sur SuperACO	175
5.1	Simulations de paquets en présence de modulations et de l'impédance de SuperACO	176
5.1.1	Modèle du résonateur large-bande	176
5.1.2	Résultats des simulations avec la résonance 1/3	178
5.1.3	Résultats des simulations avec la résonance 1/2	179
5.2	Protocole expérimental	184
5.3	Principe des mesures temporelles	187
5.4	Evolution de la distribution longitudinale des particules en présence de la résonance 1/2	189
5.4.1	Observations du profil du paquet à faible courant	189
5.4.2	Observations du profil du paquet à fort courant	195
5.5	Conclusion et perspectives	200
	Conclusion	205
	Bibliographie	209

Table des figures

1	Evolution de la brillance au cours des années, depuis les tubes à rayons X jusqu'aux sources de rayonnement synchrotron de troisième génération . . .	22
2	Brillance des faisceaux «ondulateurs» sur les anneaux de troisième génération [1]	23
3	Effet de l'instabilité multi-paquet sur la cinquième harmonique du spectre de l'onduleur (mesures effectuées à Elettra, par M. Svandrlirk, extrait de la réunion «SOLEIL RF Meeting 1995»)	24
4	Schéma des cavités supraconductrices avec coupleurs de modes supérieurs de SOLEIL	25
1.1	Principe de la structure résonante à deux cellules	33
1.2	Impédance la plus élevée des modes dipolaires (a) et monopolaires (b) en fonction de la demi-longueur du tube central et pour différents rayons . . .	34
1.3	Impédance géométrique des 300 premiers modes dipolaires et monopolaires en fonction de leur fréquence	36
1.4	Champs magnétiques H_z des modes dipolaires à forte impédance	37
1.5	Champs magnétiques H_ϕ des modes monopolaires à forte impédance	37
1.6	Prototype des cavités SOLEIL en Cuivre	38
1.7	Coupleur dipolaire : principe du coupleur et son schéma équivalent	39
1.8	Installation du coupleur dipolaire sur le tube de la cavité, la boucle est perpendiculaire à l'axe faisceau	40
1.9	Exemple d'optimisation de deux éléments du coupleur dipolaire à partir de son schéma équivalent	41
1.10	Comparaison des fonctions de transfert du coupleur dipolaire pour trois valeurs de l'espace capacitif	41
1.11	Principe du coupleur monopolaire TM	43
1.12	Installation du coupleur monopolaire sur le tube de la cavité, la boucle est parallèle à l'axe faisceau	43

1.13	Exemple d'optimisation de deux éléments du coupleur monopolaire à partir de son schéma équivalent	44
1.14	Comparaison des fonctions de transfert du coupleur monopolaire pour plusieurs valeurs de l'espace capacitif	44
1.15	Vue des champs E_R et E_Z du mode fondamental dans un quart du tube interne de la cavité	46
1.16	Modélisation par code H.F. des paramètres du filtre réjecteur du coupleur dipolaire	46
1.17	Mesures sur analyseur de réseau de l'efficacité du filtre réjecteur du coupleur monopolaire sur le mode fondamental	47
1.18	Amortissements des modes dipolaires les plus dangereux pour différentes longueurs de tube (résultats issus de mesures directes sur la cavité)	49
1.19	Mesures avec l'analyseur de réseau de l'amortissement des deux polarisations des modes dipolaires 404 MHz et 493 MHz sur la cavité	49
1.20	Taux d'amortissement (cercles vides) et d'excitation (cercles pleins) des instabilités multipaquets transverses dues aux modes dipolaires	52
1.21	Taux d'amortissement (cercles vides) et d'excitation (cercles pleins) des instabilités multipaquets longitudinales dues aux modes monopolaires	52
1.22	Carte des champs d'un mode supérieur longitudinal en propagation (mode supérieur 1298 MHz)	54
1.23	Impédances des modes supérieurs monopolaires (haut) et dipolaires (bas), amorties par les coupleurs HOMs	54
1.24	Taux d'amortissement (cercles vides) et d'excitation (cercles pleins) des modes supérieurs dipolaires (gauche) et monopolaires (droite) de fréquences supérieures à la fréquence de coupure du tube central	55
1.25	Schéma du cryostat de SOLEIL	55
1.26	Vue en perspective du cryomodule complet	56
1.27	Cavités niobium sur cuivre «nues» et cavités habillées par les enceintes hélium	57
1.28	Performances des cellules accélératrices $Q_0 - E_{acc.}$ d'après les tests en cryostat vertical effectués au CERN	58
1.29	Système d'accord en fréquence (non monté) posé dans la direction et le sens de sa position finale	58
1.30	Schéma de la chambre à vide et représentation de son impédance transverse	61
1.31	Taux d'excitation des instabilités multipaquets transverses dues à la paroi résistive de la chambre à vide	63

1.32	Temps de croissance (ms) du mode le plus instable en fonction de la chromaticité pour $m=0, 1, 2$ et 3 dans le cas d'une impédance résistive de la chambre à vide seule	66
1.33	Temps de croissance (ms) du mode le plus instable (a) et nombre de modes instables (b) en fonction de la chromaticité pour $m=0, 1, 2$ et 3 dans le cas de l'impédance de la paroi résistive seule	67
1.34	Temps de croissance (ms) du mode le plus instable (a) et nombre de modes instables (b) en fonction de la chromaticité pour $m=0, 1, 2$ et 3 dans le cas d'une impédance de paroi résistive et d'un résonateur large-bande centré à 30 GHz	67
1.35	Temps de croissance (ms) du mode le plus instable (a) et nombre de modes instables (b) en fonction de la chromaticité pour $m=0, 1, 2$ et 3 dans le cas d'une impédance de paroi résistive et d'un résonateur large-bande centré à 10 GHz	68
2.1	Diagramme vectoriel des courants et schéma équivalent du système cavité-faisceau, la cavité est un résonateur représenté par un circuit RLC	78
2.2	Diagramme de stabilité de Soleil (les zones hachurées sont stables)	84
2.3	Schéma du système de contre-réaction direct	87
2.4	Schéma des boucles rapides de phase et d'amplitude du système de contre-réaction	89
2.5	Taux d'amortissement Robinson du système faisceau-cavité avec les paramètres du système H.F. de Soleil	93
2.6	Faisceau de 500 mA dans l'espace des phases longitudinal ($\Delta E - \delta\phi_b$) sans système de contre-réaction	95
2.7	Faisceau dans l'espace des phases longitudinal ($\Delta E - \delta\phi_b$) en présence du système de contre-réaction H.F. direct	96
2.8	Faisceau dans l'espace des phases longitudinal ($\Delta E - \delta\phi_b$), en présence du système de contre-réaction en amplitude et en phase	97
2.9	Fluctuations de la phase du faisceau au cours du temps, dues à un remplissage partiel de l'anneau en paquets d'électrons	99
2.10	Fluctuations de la phase faisceau, en présence d'oscillations mécaniques de fréquence 1 kHz, et provoquant une modulation de la phase cavité de $\pm 20^\circ$ sans et avec la contre-réaction	101
2.11	Oscillations de la phase et de l'énergie du faisceau en présence d'oscillations mécaniques de fréquence 1 kHz sans et avec la contre-réaction	102

2.12	Oscillations de la phase et de l'énergie du faisceau en présence d'oscillations mécaniques de fréquence 100 Hz sans et avec la contre-réaction	102
2.13	Amplitude des oscillations de phase du faisceau en fonction des gains de boucle du système de contre-réaction, en présence de vibrations microphoniques de fréquence 1 kHz	103
2.14	Oscillations de la phase et de l'énergie du faisceau (l'anneau est partiellement rempli) en présence d'oscillations mécaniques de fréquence 1 kHz et avec la contre-réaction	103
2.15	Fluctuations de la tension réelle et mesurée de la cavité en présence d'une erreur de calibration lors de la reconstruction du signal de sortie	105
2.16	Fluctuation de la valeur RMS de la phase en fonction de l'erreur de calibration sur la phase de la cavité	105
2.17	Schéma des boucles rapides de phase et d'amplitude du système de contre-réaction	107
3.1	Paquet dans l'espace des phases longitudinal normalisé où la troisième dimension verticale indique la densité de particules	111
3.2	Evolution de l'amplitude des points fixes en fonction du coefficient $(1 - \omega_m/\omega_s)$ de la résonance entière	117
3.3	Particules dans l'espace des phases normalisé (ϕ, δ) en présence de modulation de phase H.F. à la résonance entière	118
3.4	Bessy I : particules soumises à la modulation de phase à la résonance entière. Le faisceau se déplace dans l'espace des phases et peut sortir de l'acceptance H.F.	119
3.5	Soleil : évolution de l'amplitude δ_σ des points fixes stables en fonction de $(1 - \omega_m/3\omega_s)$, distance à la résonance 1/3	122
3.6	Contours à K^1 -constant dans l'espace des phases normalisé $(\phi_\sigma, \delta_\sigma)$ avec les paramètres de Soleil (les courbes qui entourent les points fixes stables sont en traits pleins et celles qui entourent les points fixes instables sont en pointillés)	123
3.7	Largeur d'îlot $\Delta\delta_\sigma$ en fonction de $(1 - \omega_m/3\omega_s)$, distance à la résonance 1/3	123
3.8	Superposition de simulations tour par tour d'un paquet dans l'espace des phases normalisé $(\phi_\sigma, \delta_\sigma)$. Les points sombres représentent l'effet de la résonance 1/3, les points clairs celui de la résonance 1/5	125

3.9	Esrif : simulation tour par tour d'un paquet dans l'espace des phases normalisé $(\phi_\sigma, \delta_\sigma)$, le mouvement chaotique entraîne la perte d'un grand nombre de particules, puis du faisceau	125
3.10	Optimisation des paramètres de modulation de phase pour Soleil : simulation à amplitude A_m constante et variations de ω_m , dans l'espace des phases normalisé	127
3.11	Séparatrices et contours à K^1 -constant dans l'espace des phases normalisé $(\phi_\sigma, \delta_\sigma)$ avec la modulation de phase H.F. à la résonance 1/3	129
3.12	Esrif : cliché de 10^5 particules dans l'espace des phases normalisé $(\phi_\sigma, \delta_\sigma)$ avec la destruction des îlots (a) et la formation prévue des îlots (b), mais perte du faisceau due à un mouvement chaotique important	135
3.13	Bessy I : cliché de 10^5 particules dans l'espace des phases normalisé $(\phi_\sigma, \delta_\sigma)$ avec la destruction des îlots (a) et la formation des îlots (b)	135
3.14	Soleil : cliché de 10^5 particules dans l'espace des phases normalisé $(\phi_\sigma, \delta_\sigma)$ avec la destruction des îlots (a) et la formation des îlots (b)	136
3.15	SuperAco : cliché de 10^5 particules dans l'espace des phases normalisé $(\phi_\sigma, \delta_\sigma)$ avec la destruction des îlots (a) et la formation des îlots (b)	136
3.16	Soleil : profil d'un paquet de 10^5 particules dans une situation où les îlots se forment, mais sont diffusés à cause du mouvement chaotique	137
3.17	Bessy I : profil d'un paquet de 10^5 particules dans une situation où les îlots sont formés	137
3.18	SuperAco : profil d'un paquet de 10^5 particules dans une situation où les îlots sont formés	138
3.19	Bessy I : paquet de particules 10^5 dans l'espace des phases normalisé (ϕ, δ) en présence de la modulation adiabatique à la résonance 1/3 (ω_m varie au cours du temps)	139
3.20	Bessy I : profils d'un paquet de 10^5 particules en présence de la modulation adiabatique à la résonance 1/3 (ω_m varie au cours du temps)	140
3.21	Différence entre la densité de particules d'un paquet perturbé par la résonance 1/3 et la densité de particules d'un paquet non perturbé, dans l'espace des phases normalisé	141
4.1	Paquet dans l'espace des phases normalisé où l'axe vertical indique la densité de particules	146

4.2	Limites supérieures de l'existence des points fixes stables (ligne rouge) et des points fixes instables (ligne noire), en fonction des paramètres de modulation d'amplitude H.F.	151
4.3	Évolution de l'écart en énergie des points fixes en fonction du coefficient (ω_m/ω_s) de la résonance 1/2 et pour les amplitudes de modulation $A_m = 5\%$, 10% et 20% (courbes de gauche à droite)	151
4.4	Particules dans l'espace des phases normalisé (ϕ, δ) en présence de modulation de phase H.F. à la résonance 1/2 pour la machine SuperAco et pour divers paramètres de modulation	153
4.5	Largeur d'îlot $\Delta \delta_\sigma$ en fonction du rapport de la fréquence de modulation à la fréquence synchrotron ($\omega_m/2\omega_s$)	155
4.6	SuperAco : particules dans l'espace des phases normalisé (ϕ, δ) pour divers paramètres de la résonance 1/2	157
4.7	SuperAco : profils d'un paquet de 10^5 particules pour divers paramètres de la résonance 1/2	158
4.8	Bessy I : particules dans l'espace des phases normalisé (ϕ, δ) pour divers paramètres de la résonance 1/2	160
4.9	Bessy I : profils d'un paquet de 10^5 particules pour divers paramètres de la résonance 1/2	161
4.10	Esrif : particules dans l'espace des phases normalisé (ϕ, δ) pour divers paramètres de la résonance 1/2	162
4.11	Esrif : profils d'un paquet de 10^5 particules pour divers paramètres de la résonance 1/2	163
4.12	Soleil : particules dans l'espace des phases normalisé (ϕ, δ) pour divers paramètres de la résonance 1/2	165
4.13	Soleil : profils d'un paquet de 10^5 particules pour divers paramètres de la résonance 1/2	166
4.14	SuperAco : traversée de la résonance 1/2 par des particules dans l'espace des phases normalisé (ϕ, δ) pour une fréquence de modulation croissante . .	168
4.15	SuperAco : traversée de la résonance 1/2 par des particules dans l'espace des phases normalisé (ϕ, δ) pour une fréquence de modulation décroissante	169
4.16	Phénomène d'hystérésis de la résonance 1/2 : l'extension maximale en phase du paquet est représentée en fonction d'une fréquence de modulation croissante et décroissante au cours du temps	170

5.1	Courbe expérimentale d'allongement σ_s du paquet de SuperAco en fonction du courant I	177
5.2	Courbes d'allongement σ_s du paquet de SuperAco en fonction du courant pour les deux modèles de résonateurs qui encadrent le mieux les points expérimentaux	177
5.3	Paquet soumis à la modulation de phase à la résonance 1/3 ($\omega_m/\omega_s = 2,965$ et $A_m = 9,72^\circ$) et en présence du résonateur large-bande centré à 10 GHz .	179
5.4	Paquet de 10 mA soumis à la modulation d'amplitude à la résonance 1/2 ($\omega_m/\omega_s = 1,95$ et $A_m = 10\%$) et en présence du résonateur large-bande centré à 10 GHz	180
5.5	Paquet de 40 mA soumis à la modulation d'amplitude à la résonance 1/2 ($\omega_m/\omega_s = 1,90$ et $A_m = 10\%$) et en présence du résonateur large-bande centré à 10 GHz	180
5.6	SuperAco : traversée de la résonance 1/2 par un paquet de 10 mA dans l'espace des phases normalisé (ϕ, δ) pour une fréquence de modulation croissante et en présence de l'impédance de l'anneau	181
5.7	SuperAco : traversée de la résonance 1/2 par un paquet de 10 mA dans l'espace des phases normalisé (ϕ, δ) pour une fréquence de modulation décroissante et en présence de l'impédance de l'anneau	182
5.8	Phénomène d'hystérésis de la résonance 1/2 en présence du résonateur de SuperAco : extension maximale en phase du paquet en fonction d'une fréquence de modulation croissante ou décroissante au cours du temps	183
5.9	Schéma de l'anneau SUPERACO	185
5.10	Schéma du système H.F. de l'anneau SuperAco	186
5.11	Schéma du principe de la caméra à double balayage de fente	188
5.12	Spectre fréquentiel du paquet à un courant de 14 mA : pic principal à la fréquence de la H.F. et pics de l'oscillation dipolaire à 15 kHz	190
5.13	Image et profil longitudinal du paquet de 14 mA sans modulation	190
5.14	Image et profil longitudinal du paquet initial de 14 mA : observation d'oscillations dipolaires de deux paquets	192
5.15	Image et profil longitudinal du paquet de 14 mA : observation de l'oscillation dipolaire d'un seul paquet	193
5.16	Image et profil longitudinal initial du paquet de 14 mA : observation de larges oscillations dipolaires de deux paquets	194
5.17	Spectre fréquentiel du paquet à un courant de 46 mA : pic principal de la H.F. et pics des oscillations dipolaires et quadripolaires	196

5.18	Image et profil longitudinal du paquet de 46 mA sans modulation : existence des oscillations quadripolaires	196
5.19	Image et profil longitudinal du paquet initial de 40 mA : observation de très larges oscillations dipolaires de trois paquets	197
5.20	Image et profil longitudinal du paquet initial de 40 mA : observation d'oscillations dipolaires du paquet «central» et du paquet «inférieur»	198
5.21	Image du paquet initial de 40 mA : observation d'oscillations dipolaires du paquet «central» et du paquet «supérieur»	199

Liste des tableaux

1.1	Fréquences, R/Q , Q_{ex} calculés pour les modes dipolaires (gauche) et monopolaires (droite) en dessous de la fréquence de coupure du tube externe . . .	35
1.2	Amortissement des modes dipolaires avec coupleurs TE optimisés	50
1.3	Amortissement des modes monopolaires avec coupleurs TM optimisés . . .	53
2.1	Paramètres du système H.F. de Soleil	83
3.1	Principaux paramètres des sources de lumière	128
3.2	Optimisation finale des paramètres de modulation de phase H.F. à la résonance 1/3 et caractéristiques des îlots pour chaque machine	130
3.3	Paramètre σ_ϵ de formation des îlots ou d'absence des îlots due à une force d'amortissement importante	134
4.1	Récapitulatif des barycentres (bar.) des micro-paquets ou de l'extension maximale (ex.) d'un paquet élargi, en unités σ , en fonction des paramètres de la résonance 1/2 et pour quatre sources de lumière synchrotron	171
4.2	Comparaison des principales propriétés et différences qui caractérisent la modulation de phase H.F. et la modulation d'amplitude H.F.	172
5.1	Récapitulatif des caractéristiques d'un paquet de 10 mA en présence de la résonance 1/2	201
5.2	Récapitulatif des caractéristiques d'un paquet de 40 mA en présence de la résonance 1/2	201

Introduction

Depuis le début du siècle et tout particulièrement à la suite de la découverte de la dualité onde-corpuscule et du développement de la mécanique quantique, on comprend comment les vibrations des ondes lumineuses sont modifiées par absorption, diffraction ou diffusion lorsqu'elles interagissent avec un objet, qu'il soit macroscopique ou microscopique. Leurs modifications nous renseignent sur la structure de celui-ci. C'est l'émergence d'une nouvelle physique : l'interaction matière-rayonnement. L'invention du laser (1958) a permis d'effectuer de très nombreuses expériences jusque-là impossibles. On réalise que la qualité d'une source de lumière se mesure en fonction du nombre de photons émis et également en fonction de la cohérence de la lumière produite. Les lasers sont d'excellentes sources cohérentes, mais des longueurs d'ondes beaucoup plus courtes que celles produites par les lasers sont nécessaires pour les expériences réclamant une bonne résolution spatiale jusqu'aux échelles moléculaire et atomique.

Depuis les années 70, l'utilisation du rayonnement synchrotron a bouleversé l'ensemble des techniques expérimentales basées sur l'interaction matière-rayonnement. Contrairement aux sources de laboratoires (tubes à rayons X, lasers) qui émettent à des longueurs d'onde bien déterminées, le rayonnement synchrotron couvre continûment tout le spectre, de l'infrarouge aux rayons X. Ce choix de longueur d'onde a permis de travailler dans des régions spectrales inexplorées et de sonder les structures et pratiquement tous les niveaux électroniques de tous les atomes. Le domaine d'application est très vaste, on peut citer : la physique et la chimie des solides, des surfaces, des molécules et des atomes, la photochimie, la radiocristallographie, la biologie, etc... Actuellement, on compte pratiquement 70 installations de sources de rayonnement synchrotron en exploitation ou en projet dans le monde.

La brillance

La qualité essentielle de la lumière émise est la brillance. Elle indique la densité de

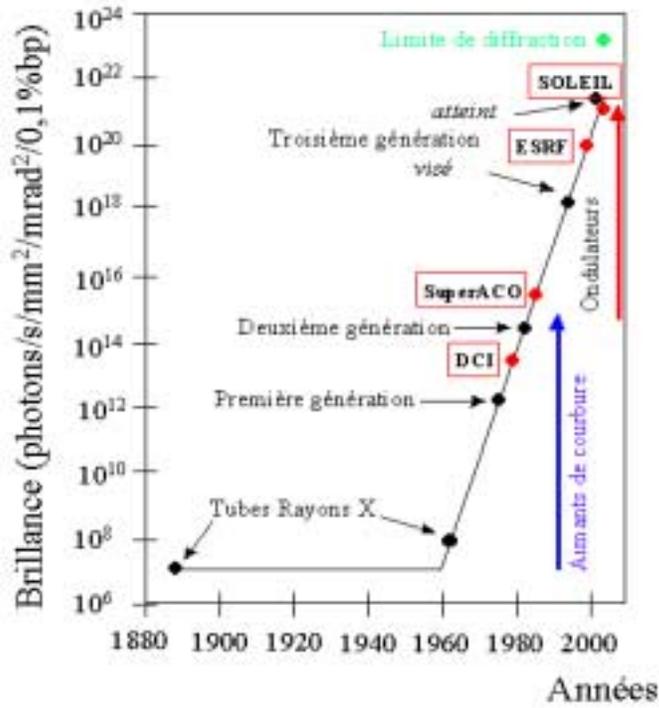


FIG. 1 – Evolution de la brillance au cours des années, depuis les tubes à rayons X jusqu'aux sources de rayonnement synchrotron de troisième génération

photons émis par unité de temps, par unité de surface, par unité d'angle solide, dans une largeur de bande spectrale de 0,1%. Les premières générations de machines étaient conçues pour les collisions et le rayonnement synchrotron représentait un mode «parasite» sur celles-ci. Petit à petit, ce fonctionnement s'impose et la recherche d'une très grande brillance devient un enjeu majeur. Les machines de 2^{ème} génération sont dédiées au rayonnement synchrotron et la brillance est celle qui résulte de l'émission des photons dans les aimants de courbure. Un gain supplémentaire est obtenu sur la brillance en diminuant de plus en plus l'émittance des faisceaux d'électrons. Enfin, dans le but d'accroître la brillance des sources de troisième génération, on réalise de toutes petites émittances transverses qui permettent l'utilisation optimale des éléments d'insertion (onduleurs et wigglers), disposés dans les sections droites (cf. figure 1). En effet, ces éléments d'insertion permettent d'amplifier le flux de rayonnement synchrotron émis (le gain en brillance est égal à $2N$ et N^2 , où N est le nombre de périodes respectif des wigglers et onduleurs). Notamment, dans le domaine des rayons X, la brillance du rayonnement synchrotron est 10^{12} fois plus forte que celle des tubes à rayons X. En résumé, on obtient une brillance élevée en diminuant les émittances transverses du faisceau d'électrons et en optimisant l'utilisation des onduleurs.

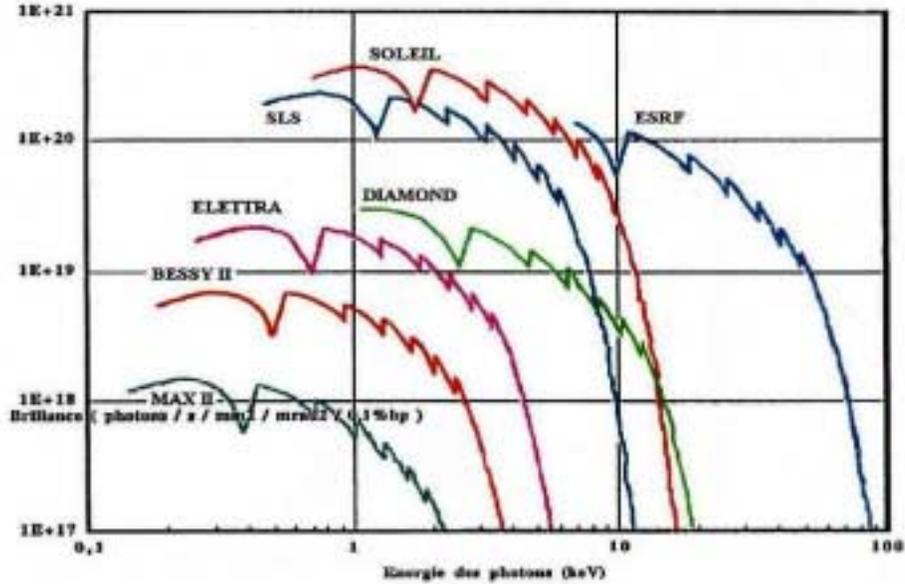


FIG. 2 – Brillance des faisceaux «onduleurs» sur les anneaux de troisième génération [1]

Toutefois, la brillance, inversement proportionnelle à la taille du faisceau de photons, est bornée par la limite de diffraction. En effet, l'émittance du faisceau de photons ne peut pas être plus petite que celle produite par un seul électron (distribution du faisceau alors minimale). Aujourd'hui, la limite de diffraction peut être atteinte dans le plan vertical avec une émittance très faible ($\varepsilon_V = 1 \cdot 10^{-11}$ mrad) (on rappelle que la dispersion est négligeable dans le plan vertical). Toutefois, il reste encore un facteur 30 (rayons X) ou 300 (rayons X durs) à gagner sur l'émittance horizontale ε_H . Pour cela, on envisage la dispersion répartie, où l'émittance est non nulle dans les sections droites, ce qui permet de gagner un facteur 2 à 3 sur l'émittance horizontale. Malheureusement, au stade actuel, nous savons que chaque effort pour réduire cette émittance est en général très coûteux : on peut envisager la structure de Chasman-Green (maille focalisante achromatique la plus simple : deux dipôles avec un quadripôle focalisant au centre) avec des dipôles divisés en deux, ce qui double le nombre des dipôles, ainsi que la circonférence de l'anneau, pour un gain de 8 sur l'émittance, etc... De plus, du fait des phénomènes de collisions multiples internes au paquet d'électrons (I.B.S), les limites de diffraction sont difficiles à atteindre. Par conséquent, on prédit une saturation de la brillance vers 10^{22} photons/s/mm²/mrad²/0,1% $\delta\lambda/\lambda$ [2].

De plus, il existe un certain nombre d'effets qui vont dégrader la brillance. Les sources de détérioration sont les instabilités multi-paquets longitudinales, produites par les modes supérieurs des cavités H.F. et les instabilités micro-ondes (ces dernières se manifestent surtout quand l'anneau est rempli avec quelques paquets très intenses pour exploiter la

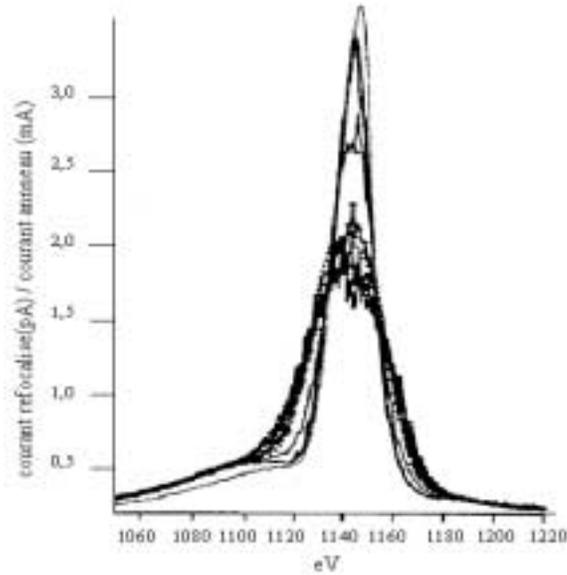


FIG. 3 – Effet de l’instabilité multi-paquet sur la cinquième harmonique du spectre de l’onduleur (mesures effectuées à Elettra, par M. Svandrlirk, extrait de la réunion «*SOLEIL RF Meeting 1995*»)

structure pulsée, on parle alors de fonctionnement en structure temporelle). Il existe également des instabilités multi-paquets dans le plan transverse, induites par la paroi résistive de la chambre à vide et par les modes supérieurs dipolaires des cavités H.F. La figure 3 illustre, d’un point de vue qualitatif, les effets des instabilités multi-paquets longitudinales sur la brillance : suivant l’amplitude de l’oscillation de paquets couplés, l’intensité des photons sur la cinquième harmonique d’un onduleur peut diminuer très fortement et son spectre s’élargir rapidement.

Pour combattre ces instabilités, il existe un certain nombre de solutions, plus ou moins efficaces [3]. L’une d’elles consiste à provoquer un déplacement des fréquences des modes supérieurs afin qu’elles ne coïncident pas avec les fréquences des modes de paquets couplés ; ceci est réalisable par ajustement de la température de la cavité, ou en ajoutant des plongeurs (ESRF, ELETTRA). Une autre méthode, fondée sur l’amortissement Landau, consiste à introduire une dispersion des fréquences synchrotrons sur le faisceau. Celle-ci peut être générée par une modulation de la tension H.F. à l’aide d’un remplissage partiel de l’anneau (ESRF). Une solution plus élaborée consiste à attaquer le problème à la base, en supprimant les modes induits dans les cavités par des coupleurs de modes supérieurs. Avec des cavités en cuivre, les coupleurs sont montés directement sur les parois de celles-ci,

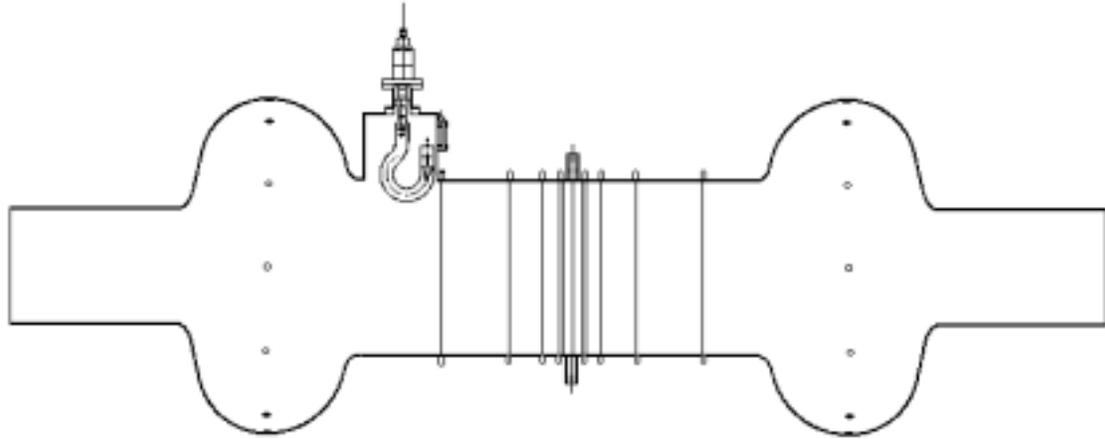


FIG. 4 – Schéma des cavités supraconductrices avec coupleurs de modes supérieurs de SOLEIL

à l'endroit où le couplage est maximum ; la puissance extraite est évacuée et dissipée dans des charges externes (DAΦNE). De plus, l'amortissement obtenu est, en général, insuffisant et un système actif de contre-réaction est nécessaire (SLAC, KEK, DAΦNE). Cependant, la solution idéale est l'obtention de cavités sans modes d'ordres supérieurs. Pour cela, on envisage des cavités supraconductrices (CORNELL, Usines à B, SOLEIL, etc...). Grâce à cette technologie, on peut fabriquer des cavités pratiquement mono-mode avec de larges ouvertures des tubes faisceaux, en gardant une impédance *shunt* du mode fondamental très élevée, et les modes supérieurs peuvent alors se propager à l'extérieur où ils seront amortis. Les impédances résiduelles de ces modes sont éliminées, soit par des ferrites, à fort taux de pertes H.F., disposées à la surface interne des tubes (CESR, KEK-B), soit par des coupleurs hyper-fréquence, que l'on monte sur les tubes faisceaux (figure 1.1) (SOLEIL, LHC).

La durée de vie

La qualité d'une source dépend également de la durée de vie du faisceau d'électrons : elle est déterminée par le temps $\tau_{1/e}$ durant lequel le courant faisceau décroît de $1/e$. Les mécanismes de pertes sont les fluctuations quantiques du rayonnement synchrotron, auxquelles on associe la durée de vie quantique, les collisions avec les autres particules du faisceau : l'effet Touschek à grand angle ou l'effet de diffusions multiples à petits angles (I.B.S) et enfin les collisions avec le gaz résiduel, où la diffusion dépend de la composition du gaz et de sa pression.

L'effet Touschek est l'effet limitant pour les machines de troisième génération dans le

fonctionnement à haute brillance. Cet effet est d'autant plus important que la densité de particules dans le paquet est grande. Par conséquent, l'obtention d'une très grande brillance se fait aux dépens d'une très bonne durée de vie.

Les collisions emmènent les particules en dehors de l'acceptance dynamique de la machine. Cette acceptance est elle-même limitée par l'acceptance en énergie, déterminée par le système radio-fréquence dans le plan longitudinal. On peut donc augmenter la durée de vie avec une plus grande acceptance en énergie, mais celle-ci est très difficile à obtenir (on arrive à $\pm 6\%$ pour SLS et SOLEIL). La durée de vie liée au gaz résiduel s'améliore par un vide extrêmement poussé. D'autres solutions sont possibles pour améliorer la durée de vie Touschek : l'allongement des paquets, dans le sens longitudinal, soit par excitation de résonances paramétriques, soit par l'intermédiaire d'une cavité harmonique. Enfin, la technique de l'injection quasi-permanente résoudrait évidemment les problèmes liés à la durée de vie : il n'y a alors aucune interruption dans le remplissage et on compense périodiquement la baisse d'intensité. Cependant, cette solution sollicite une très grande fiabilité de l'injecteur et crée quelques problèmes liés à la sécurité, du fait que les occulteurs restent ouverts pendant l'injection.

Le travail de cette thèse consiste, d'une part, à traiter les sources de dégradation de la brillance induites par le système H.F. et la paroi résistive de l'anneau, et, d'autre part, à étudier puis tester une des façons d'améliorer la durée de vie Touschek, au moyen du système H.F. Les paramètres utilisés pour la majeure partie sont ceux du projet SOLEIL.

Dans le premier chapitre, on s'intéresse à la stabilité du faisceau, dans l'espace longitudinal. Les instabilités sont créées par les interactions électromagnétiques entre les paquets d'électrons intenses du faisceau et leur environnement. Le système H.F est la principale source de ces instabilités, dues à l'excitation des modes d'ordres supérieurs de la cavité, au passage du faisceau. L'étude théorique et quantitative des ces instabilités est présentée dans ce chapitre. L'optimisation de la forme des cavités supraconductrices est présentée. Les coupleurs hyper-fréquence, optimisés, sont testés expérimentalement sur un prototype de cavités en cuivre ; ils permettent d'amortir suffisamment la totalité des modes supérieurs dipolaires et monopolaires.

Cependant, les cavités accélératrices ne sont pas les seules causes d'instabilités multi-paquets. En effet, dans le plan transverse, l'interaction du faisceau avec la paroi résistive de la chambre à vide de l'anneau produit également des oscillations instables. Cette interaction est analysée et simulée ; un choix judicieux de la chromaticité et un système de contre-réaction transverse associé vont permettre d'amortir suffisamment les oscillations transverses.

Dans le deuxième chapitre, l'instabilité du mode fondamental de la cavité supraconductrice est analysée. L'interaction faisceau-cavité se traduit, dans ce cas, par un échange d'énergie, conduisant à des oscillations basses fréquences qui, sous certaines conditions, peuvent devenir instables. Un système de contre-réaction est alors analysé pour contenir ces oscillations. Afin de tester l'efficacité de ce système, on procède à de nombreuses simulations en présence de perturbations extérieures qui génèrent des effets transitoires à l'ensemble du système : l'effet d'un trou dans un train de paquets (l'anneau est partiellement rempli), l'injection et les vibrations microphoniques.

Le but du troisième chapitre et des suivants est de démontrer que l'excitation d'une résonance paramétrique peut induire une augmentation de la durée de vie Touschek. Après un bref rappel des phénomènes physiques qui déterminent la durée de vie des faisceaux, on envisage l'excitation d'une résonance paramétrique impaire : c'est la modulation de phase H.F. Ce problème est analysé à l'aide de la mécanique Hamiltonienne et les caractéristiques de ce type de résonances sont calculées analytiquement, à la fois dans l'espace des phases classique et dans celui d'un référentiel tournant (ce dernier est plus adapté aux calculs). On constatera que la résonance entière est peu appropriée, et que seule la résonance $1/3$ peut apporter les résultats espérés. Cette dernière est simulée sur plusieurs machines, et on relève notamment l'existence d'un comportement chaotique pour certaines. D'autre part, l'effet du rayonnement synchrotron peut, dans certains cas, détruire les îlots de la résonance $1/3$; un critère de «survie» des îlots est alors établi. Enfin, une méthode de modulation adiabatique est simulée.

Le quatrième chapitre propose l'analyse des résonances paires par modulation d'amplitude H.F. Toutes les caractéristiques de ces résonances sont calculées analytiquement dans les deux espaces des phases. On constatera que le faisceau a un comportement tout à fait différent de celui observé en présence de modulation de phase à la résonance $1/3$; les nombreuses simulations laissent espérer une très nette augmentation de la durée de vie. D'autre part, on dénote, au passage de la résonance $1/2$, un phénomène de bifurcation surprenant.

Enfin le dernier chapitre décrit les expériences effectuées sur la source de deuxième génération SUPERACO, qui ont permis de montrer l'efficacité de la méthode des résonances. On soulignera des effets tout à fait surprenants observés sur le faisceau, ainsi que l'augmentation de la durée de vie attendue. Enfin, les résultats expérimentaux permettront de valider les simulations des chapitres précédents, notamment un modèle d'impédance de l'anneau, qui a été estimé et simulé, semble tout à fait approprié.

Chapitre 1

Instabilités multi-paquets

Les sources de rayonnement synchrotron de troisième génération possèdent des faisceaux de forte intensité, stockés en un grand nombre de paquets rapprochés, dans le fonctionnement haute brillance. Une des principales limitations des performances provient des instabilités multi-paquets qui se manifestent par des oscillations, en énergie ou transverses, des paquets couplés entre eux par les champs de sillage que les paquets induisent dans la chambre à vide. L'interaction du faisceau avec son environnement se manifeste, d'une part dans le plan longitudinal, sous forme de forces longitudinales perturbatrices qui vont créer les oscillations collectives synchrotron et, d'autre part dans le plan transverse, sous forme de forces défectrices perturbatrices qui vont créer les oscillations bêta-trons.

De manière générale, la cavité accélératrice est la source dominante d'impédance suffisamment élevée pour conduire à des instabilités multi-paquets dans le plan longitudinal (les autres sources d'impédances sont négligeables dans ce plan). En effet, les champs induits dans la cavité par un paquet d'électrons, oscillent relativement longtemps et créent un effet de «mémoire» dans l'intervalle de temps entre les passages des paquets. Par contre, dans les plans transverses, les sources d'instabilités sont plus nombreuses : la cavité accélératrice et la paroi résistive de la chambre à vide. Après un bref rappel théorique sur les instabilités, une première section 1.1 détaille les instabilités multi-paquets dues aux cavités supraconductrices dans le cadre du projet SOLEIL. Une large partie de cette section est consacrée au traitement expérimental des modes supérieurs de la cavité qui, par leurs amortissements, vise la suppression des instabilités longitudinales et transverses. La deuxième section 1.2, basée sur des simulations, traite les instabilités multi-paquets transverses dues à la paroi résistive de la chambre à vide et en tenant compte du résonateur large-bande et également des modes «tête-queue».

1.1 Instabilités dues aux cavités supraconductrices

1.1.1 Rappels théoriques

Les oscillations des paquets couplés sont causées par les modes résonants des cavités accélératrices, pour lesquels les champs de sillage persistent d'un paquet à l'autre, voire même sur plusieurs tours. Toutes les raies du spectre du faisceau, interagissant avec l'impédance de ces modes, ont pour effet d'exciter ou au contraire d'amortir les instabilités. On cherche à connaître l'interaction entre toutes ces raies et la tension de sillage, induite par celui-ci, qui dépend de l'environnement traversé [4] et [5]. Ainsi, on peut calculer les déplacements des fréquences synchrotron et bêtatron, et calculer les taux de croissance des instabilités multi-paquets d'indice de couplage n . Les instabilités ont été abondamment traitées dans la littérature. Citons, entre autres, [6], [7] et [8].

Instabilités dans le plan longitudinal

On considère le cas d'un paquet rigide (pas de mouvement interne), sujet à l'oscillation synchrotron dipolaire. L'indice du mode synchrotron est $m = 1$. Dans l'espace des phases longitudinal, le paquet se trouve à la position : $\tau = \tau_o + \Delta\tau \cdot e^{j\Omega t} = \tau_o + \tau_1$, où τ_1 représente le déplacement du paquet par rapport à la position de référence τ_o .

Le couplage entre paquets est caractérisé par l'indice n , indiquant le déphasage $\Delta\phi$ de l'oscillation entre deux paquets consécutifs : $\Delta\phi = 2\pi n/M$, où M est le nombre total de paquets circulants. D'autre part, le spectre de raies du faisceau contient les raies de fréquence $\omega_{pn} = (pM + n + Q_s)\omega_o$ avec p entier $\in] - \infty, +\infty[$, Q_s le nombre d'onde synchrotron et ω_o la fréquence angulaire de révolution.

D'après les équations du mouvement en dynamique longitudinale, on écrit l'équation différentielle du second ordre suivante pour un paquet :

$$\ddot{\tau} + \omega_s^2 \cdot \tau = \frac{\alpha \cdot \omega_o}{2\pi E/e} \cdot V_{ind}(t) \quad (1.1)$$

où V_{ind} , la tension induite par le passage d'un paquet, s'écrit :

$$V_{ind}(t) = j \frac{2\pi}{T_o} \sum_p (p\omega_o + \Omega) Z(p\omega_o + \Omega) \cdot \tilde{I}_b(p\omega_o + \Omega) \times \tau_1$$

En reportant l'expression de V_{ind} dans l'équation du mouvement (1.1), on en déduit le

déplacement en fréquence $\Delta\omega_{\parallel}$:

$$\Delta\omega_{\parallel} = -j \frac{\alpha \omega_o}{4\pi\omega_s E/e} \cdot \sum_p (p\omega_o + \Omega) Z_{\parallel}(p\omega_o + \Omega) \cdot \tilde{I}_b(p\omega_o + \Omega) \omega_o$$

Le taux d'instabilité est donné par la partie imaginaire de $\Delta\omega_{\parallel}$ et en considérant un paquet gaussien, on obtient :

$$\frac{1}{\tau_{\parallel}} = \frac{I_o \alpha}{4\pi Q_s E/e} \sum_p (p\omega_o + \omega_s) \cdot \Re[Z_{\parallel}(p\omega_o + \omega_s)] \cdot e^{-\omega_p^2 \sigma_{\tau}^2}$$

Lorsqu'on généralise aux instabilités multi-paquets (M paquets couplés), le taux de croissance s'écrit :

$$\frac{1}{\tau_{\parallel n}} = \frac{I_o \alpha}{4\pi Q_s E/e} \sum_{p=-\infty}^{+\infty} \omega_{pn} \cdot e^{-(\omega_{pn} \sigma_{\tau})^2} \cdot \Re[Z_{\parallel}(\omega_{pn})] \quad (1.2)$$

$$\text{avec } \omega_{pn} = (pM + n + Q_s) \omega_o,$$

où α est le facteur d'allongement (« momentum compaction »), I_o le courant total, E/e l'énergie en eV, σ_{τ} la durée des paquets, M le nombre total de paquets, ω_o la fréquence angulaire de révolution, Q_s le nombre d'onde synchrotron et $\Re[Z_{\parallel}]$ la partie réelle de l'impédance longitudinale.

Instabilités dans le plan transverse

On considère le cas d'oscillations transverses de paquets rigides, et l'indice du mode synchrotron est $m=0$ dans le plan transverse. On se ramène à une analyse similaire à celle établie dans le plan longitudinal. Soit y la position transverse du faisceau, on écrit l'équation du mouvement dans ce plan :

$$\ddot{y} + \omega_{\beta}^2 y = (R\omega_o)^2 \cdot \frac{F_{\perp}}{\beta^2 E} \quad (1.3)$$

où F_{\perp} , la force défectrice dipolaire qui dépend de l'impédance transverse du milieu traversé, s'écrit :

$$\frac{2\pi R}{e} F_{\perp}(t) = -j \frac{2\pi}{T_o} \sum_p Z_{\perp}(p\omega_o + \Omega) \tilde{I}_b(p\omega_o + \Omega) \cdot y(t)$$

En reportant l'expression de la force défectrice dans l'équation du mouvement (1.3), on obtient le déplacement en fréquence $\Delta\omega_{\perp}$:

$$\Delta\omega_{\perp} = j \frac{R\omega_o^2}{4\pi\omega_{\beta} E/e} \cdot \sum_p Z_{\perp}(p\omega_o + \Omega) \cdot \tilde{I}_b(p\omega_o + \Omega) \omega_o$$

Le taux d'instabilité est donné par la partie imaginaire de $\Delta\omega_{\perp}$ et en considérant un paquet gaussien, on obtient :

$$\frac{1}{\tau_{\perp}} = -\frac{I_o \omega_o R}{4\pi Q_{\beta} E/e} \sum_p \Re[Z_{\perp}(p\omega_o + \omega_{\beta})] \cdot e^{-\omega_p^2 \sigma_{\tau}^2}$$

On fait l'approximation de focalisation douce, de sorte que la fonction β_{\perp} à l'emplacement des cavités peut être supposée constante : $\beta_{\perp} = R/Q_{\beta}$. Lorsqu'on généralise aux instabilités multi-paquets (M paquets couplés), on a :

$$\frac{1}{\tau_{\perp n}} = -\frac{f_o I_o}{2 E/e} \beta_{\perp} \sum_{p=-\infty}^{+\infty} e^{-(\omega_{pn} \sigma_{\tau})^2} \cdot \Re[Z_{\perp}(\omega_{pn})] \quad (1.4)$$

$$\text{avec } \omega_{pn} = (pM + n + Q_{\perp})\omega_o,$$

où Q_{\perp} est le nombre d'onde bêatron et $\Re[Z_{\perp}]$ la partie réelle de l'impédance transverse.

Les instabilités multi-paquets étant principalement causées par l'excitation des modes d'ordres supérieurs des cavités, un système H.F supraconducteur a été choisi pour SOLEIL. Contrairement aux cavités en cuivre, dont les tubes faisceaux sont généralement plus petits pour ne pas pénaliser l'impédance *shunt*, ceux des cavités supraconductrices ont la particularité d'être assez larges, tout en conservant une très grande impédance *shunt* avec un très grand facteur de qualité et l'impédance totale est alors plus faible.

1.1.2 Optimisation de la cavité supraconductrice et analyse de ses modes supérieurs

Les deux cavités 352 MHz prévues pour SOLEIL sont reliées par un tube central de grand diamètre (400 mm), ce qui permet un couplage important pour les modes supérieurs, tout en maintenant un couplage très faible pour le mode fondamental (figure 1.1). Ainsi, les champs des modes supérieurs monopolaires et dipolaires vont pouvoir être extraits par des coupleurs de modes supérieurs adaptés (on utilise le terme de coupleurs HOMs dans toute la suite). La liaison des cavités avec la chambre à vide s'effectue par des tubes externes de diamètre plus faible (260 mm) terminés par des transitions coniques (dites *tapers*). Dans le but de minimiser les instabilités transverses, les cavités sont installées dans les section droites courtes ($\beta_{\perp} \approx 5$ m).

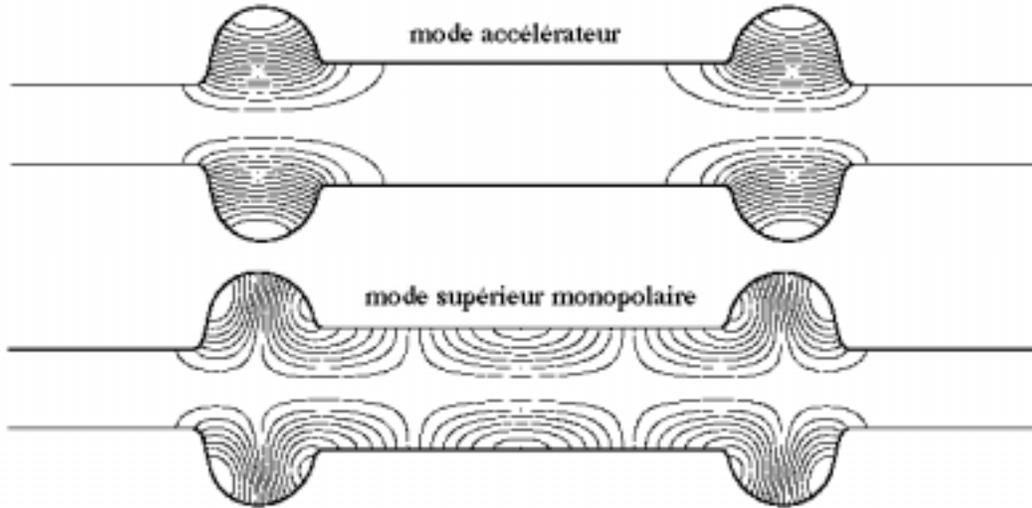


FIG. 1.1 – Principe de la structure résonante à deux cellules

Optimisation de la structure

Le but est de déterminer la meilleure géométrie possible de la structure H.F. La meilleure structure est celle qui va minimiser l'impédance des modes supérieurs, caractérisée par :

$$R = R/Q \times Q_{ex} \quad \text{avec} \quad Q_{ex} = \omega W/P_{ex}$$

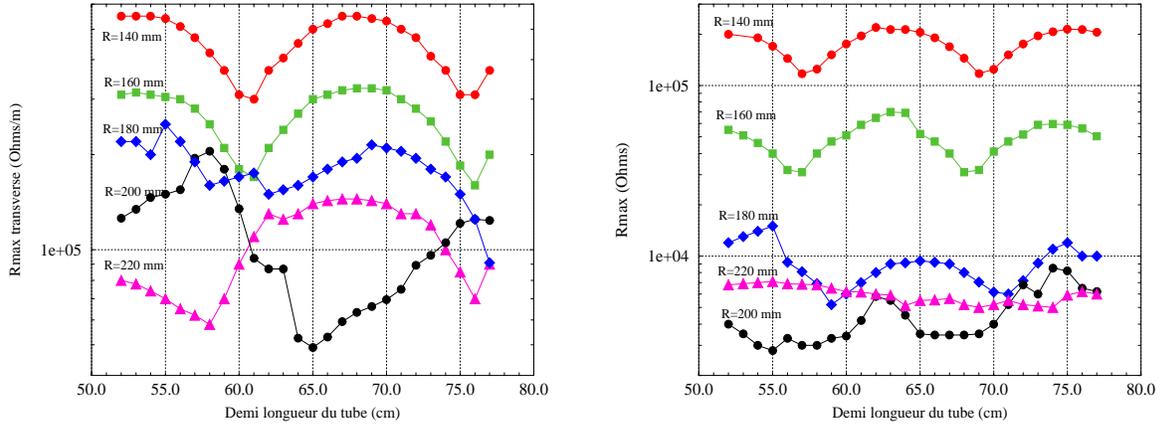
où R/Q est l'impédance géométrique du mode, calculée à partir des champs, Q_{ex} est le facteur de qualité dû au coupleur seul, W est l'énergie stockée et P_{ex} est la puissance extraite par le coupleur, calculée à partir du champ localisé à l'endroit du coupleur.

Ce travail ayant déjà été exposé dans [9] et [10], on rappelle succinctement la démarche qui a permis l'optimisation de l'ensemble des cavités. Le code de simulation est fondé sur les procédures d'URMEL : pour chaque géométrie de structure proposée, on peut faire varier les rayons des tubes intérieurs et extérieurs, la distance inter-cavités et le profil des cellules, et le code propose :

- l'ajustement du rayon de l'équateur de façon à retrouver la fréquence du mode fondamental (352 MHz),
- le calcul des modes supérieurs : fréquence, carte de champs et impédance géométrique R/Q pour chacun des modes,
- la recherche de la position optimale des coupleurs HOMs qui minimise l'impédance R , donnée précédemment, par un balayage le long du tube central pour la longueur

proposée.

A partir de l'ensemble de ces résultats, il est possible de connaître les impédances maximales des modes supérieurs. La figure 1.2 montre le résultat de l'impédance la plus élevée $R_{max} = \text{Max}\{R/Q_i \times Q_{ex_i}\}$, en fonction de la demi-longueur du tube central et pour différents rayons du tube.



(a) Modes dipolaires

(b) Modes monopolaires

FIG. 1.2 – Impédance la plus élevée des modes dipolaires (a) et monopolaires (b) en fonction de la demi-longueur du tube central et pour différents rayons

Le rayon optimal du tube interne choisi pour la fabrication des cavités est donc de 200 mm, comme indiqué par les cercles noirs sur la figure 1.2 (le rayon du petit tube externe est de 130 mm), et la longueur optimale pour les deux types de modes supérieurs est de 650×2 mm. Les caractéristiques du mode fondamental calculées sont :

- rayon de l'équateur $R_{eq} = 383$ mm
- fréquence du mode fondamental $TM_{010} = 352$ MHz
- impédance géométrique $R/Q = 45 \Omega/\text{cavité}$,
- champ électrique de surface max. $E_p/E_{acc.} = 2$,
- champ magnétique de surface max. $H_p/E_{acc.} = 4,2 \text{ mT}/(\text{MV}/\text{m})$.

Fréquence [MHz]	R/Q [Ω/m]	Q_{ex} [10^3]	Fréquence [MHz]	R/Q [Ω]	Q_{ex} [10^3]
403	8,92	0,86	579	0,12	0,16
404	47,48	0,99	594	3,82	1,06
455	0,20	0,43	611	10,34	0,33
483	61,89	0,28	633	0,05	0,39
493	17,12	8,32	665	7,78	0,41
505	89,37	0,38	701	7,98	0,23
543	1,10	0,23	725	1,32	2,56
590	3,71	4,08	749	0,29	0,19
640	17,00	0,58	793	0,77	28,38
674	0,11	1,59	850	0,31	1,10

TAB. 1.1 – Fréquences, R/Q , Q_{ex} calculés pour les modes dipolaires (gauche) et monopolaires (droite) en dessous de la fréquence de coupure du tube externe

Spécifications portant sur les modes supérieurs

A partir de la géométrie fixée précédemment, la simulation utilisée donne toutes les caractéristiques intéressantes des champs des modes supérieurs. Notamment, la simulation de l'impédance des 300 premiers modes supérieurs monopolaires et dipolaires en fonction de leur fréquence est présentée sur la figure 1.3. Seuls les modes ayant des fréquences inférieures à la fréquence de coupure du tube sont importants car ils se trouvent piégés dans la cavité. La fréquence de coupure du tube externe est de 676 MHz pour les modes dipolaires et de 883 MHz pour les modes monopolaires. Les modes piégés concernés sont donc les 20 premiers modes supérieurs (10 dipolaires et 10 monopolaires). D'autre part, les modes de fréquences plus élevées, naturellement moins dangereux, sont en propagation dans les petits tubes extérieurs aux cellules et peuvent éventuellement être amortis par des éléments externes au cryostat. Les paramètres importants des 20 modes piégés sont résumés dans le tableau 1.1.

A partir des équations (1.2) et (1.4), et afin d'obtenir l'ordre de grandeur du niveau d'amortissement requis et de repérer les modes supérieurs les plus dangereux, on fait l'hypothèse pessimiste de coïncidence exacte d'une raie d'excitation du faisceau avec la fréquence de résonance d'un des modes supérieurs des cavités. Le courant seuil est atteint quand le taux de croissance de l'instabilité est égal au taux d'amortissement synchrotron. Les spé-

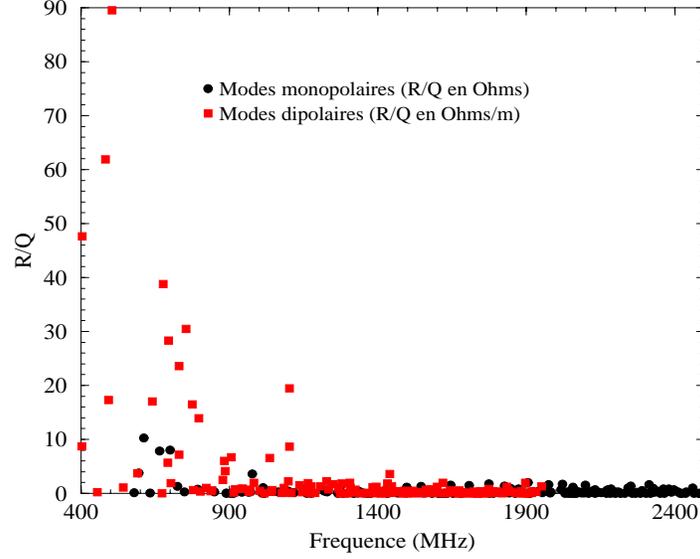


FIG. 1.3 – Impédance géométrique des 300 premiers modes dipolaires et monopolaires en fonction de leur fréquence

cifications des modes longitudinaux (monopolaires) et transverses (dipolaires) sont alors données par :

$$f_r R_{\parallel} < \frac{2 Q_s E/e}{\alpha I_o \tau_s} \approx 30 \text{ k}\Omega \cdot \text{GHz} \quad (1.5)$$

$$R_{\perp} < \frac{2 E/e}{f_o I_o \beta_{\perp} \tau_{\perp}} \approx 250 \text{ k}\Omega/\text{m} \quad (1.6)$$

A partir de (1.5) et (1.6), on connaît à présent le seuil d’instabilité et donc la valeur limite de l’amortissement à viser dans nos expériences. On peut encore exprimer ce seuil d’une manière différente : en effet, les impédances géométriques les plus élevées étant de l’ordre de 10Ω pour les modes monopolaires et de $100 \Omega/\text{m}$ pour les modes dipolaires par cavité, les modes doivent être amortis de telle sorte que les facteurs de qualité Q_{ex} associés ne doivent pas dépasser 3000 pour les monopolaires et 1250 pour les dipolaires. Pour des raisons de seuils, certains modes sont d’ores et déjà signalés comme probablement nuisibles :

- pour les dipolaires : les modes de fréquence 404 MHz et 493 MHz,
- pour les monopolaires : les modes de fréquence 611 MHz et 701 MHz.

Sur le tableau 1.1, on constate que l’on doit être capable d’amortir suffisamment les

modes monopolaires, mais que l'on doit s'attendre à des difficultés quant à l'amortissement des modes dipolaires, car leurs impédances R/Q sont beaucoup plus élevées. Une petite réserve est à faire sur la fiabilité des valeurs de Q_{ex} données par la simulation. En effet, le coupleur est placé dans une position optimale pour minimiser les impédances, mais celui-ci est simulé selon une géométrie relativement simplifiée, donc seule l'expérience sur la cavité peut certifier des véritables valeurs de Q_{ex} . Les figures suivantes (figures 1.4 et 1.5) montrent la carte des champs magnétiques H_z et H_ϕ des modes à risque cités. Ces cartes de champs sont très instructives pour le futur emplacement des coupleurs. En effet, pour les modes dipolaires nuisibles, on remarque que le maximum du champ du mode 404 MHz est localisé là où le champ est quasi minimum pour le mode 493 MHz et vice versa. Le meilleur compromis est sans doute de placer les coupleurs dipolaires le plus près possible de l'iris, où les deux modes ont des champs à peu près équivalents, mais ceci pose un problème car la puissance à extraire près de l'iris est très importante. Par contre, pour les modes monopolaires, l'emplacement idéal est moins critique car les maxima de ces champs, probablement nuisibles, semblent avoir le même sens de variation le long du tube interne.

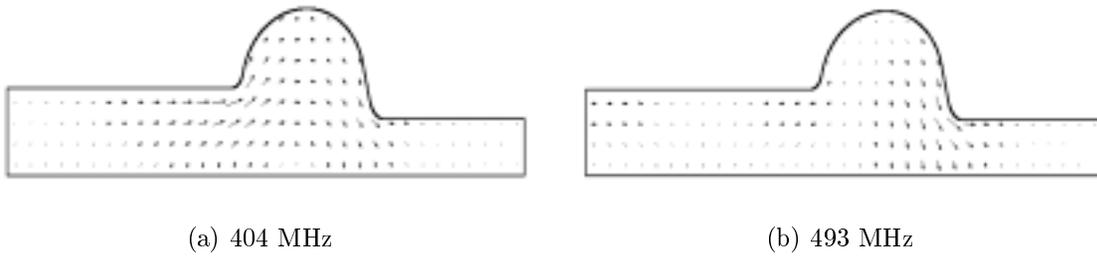


FIG. 1.4 – Champs magnétiques H_z des modes dipolaires à forte impédance

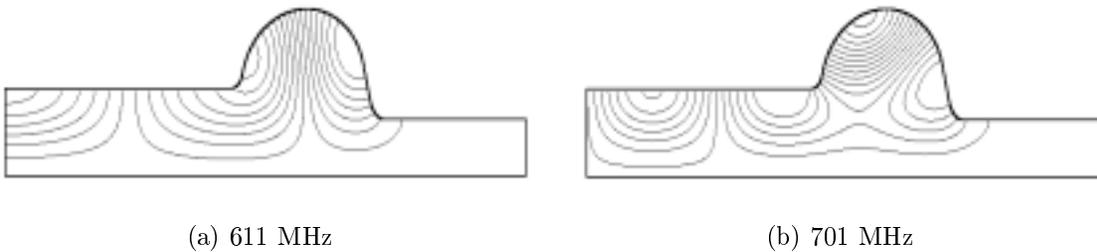


FIG. 1.5 – Champs magnétiques H_ϕ des modes monopolaires à forte impédance

1.1.3 Optimisation des coupleurs HOMs et de leur position sur la cavité

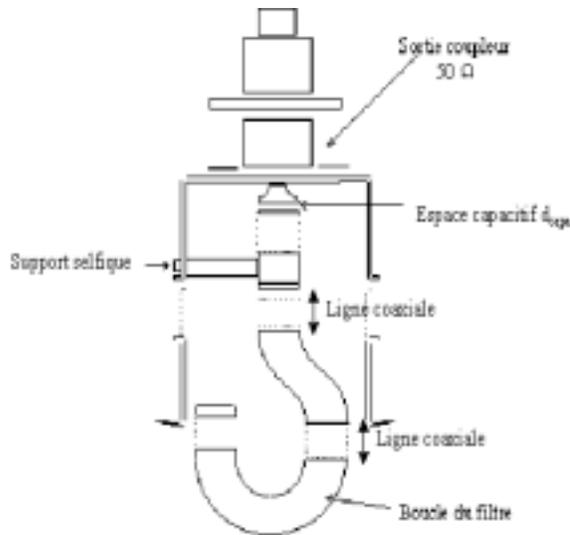
Pour valider les résultats précédents, obtenus par simulations, et afin de poursuivre l'optimisation des coupleurs HOMs, un prototype en cuivre a été réalisé (figure 1.6). Il se compose de deux cellules accélératrices, d'un tube interne dont la longueur est variable et sur lequel il est possible de déplacer les ports de couplage, et de coupleurs HOMs monopolaires et dipolaires réglables.



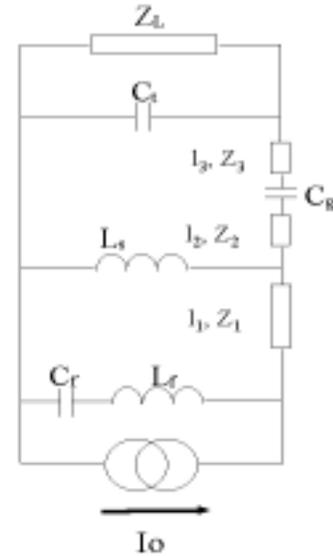
FIG. 1.6 – Prototype des cavités SOLEIL en Cuivre

Bien que les résultats (figure 1.2), obtenus pour un rayon du tube interne de 200 mm montrent clairement un minimum pour une longueur de 650×2 mm, la longueur de 635×2 est retenue (voir l'ensemble de la section 1.1.3). Cela assure une distance entre les équateurs des cavités de $2\lambda_0$ optimale du point de vue de l'accélération et celles-ci sont non couplées sur le mode fondamental.

D'autre part, deux types de coupleurs sont nécessaires à l'amortissement des modes : l'un est dédié à l'amortissement des modes dipolaires grâce à un couplage fort avec la composante H_z , l'autre est dédié à l'amortissement des modes monopolaires par un couplage avec la composante H_ϕ . C'est à partir de cet ensemble modulable cavité-coupleurs que les résultats ultérieurs sont obtenus sur les modes dipolaires et monopolaires.



(a) Principe du coupleur dipolaire TE



(b) Schéma équivalent du coupleur dipolaire en éléments discrets

FIG. 1.7 – Coupleur dipolaire : principe du coupleur et son schéma équivalent

Les coupleurs ont tout d'abord été montés sur un seul tube, de même diamètre que le tube faisceau de liaison entre les cavités. A partir des courbes de transmission mesurées par un analyseur de réseau, une première optimisation des éléments des coupleurs est effectuée et présentée dans le paragraphe suivant. Dans un deuxième temps, les coupleurs, suffisamment optimisés, sont placés sur la cavité et leur position sur celle-ci est également optimisée en mesurant leur efficacité en ce qui concerne l'amortissement des modes.

Les coupleurs HOMs dipolaires

La géométrie des coupleurs dipolaires est comparable à celle adoptée pour les cavités de LEP [11] et de TTF [12]. Le couplage s'effectue grâce à une boucle (figure 1.7) située dans le plan perpendiculaire à l'axe faisceau et qui se termine par un filtre assurant la réjection du mode fondamental (l'optimisation du filtre est détaillée ultérieurement). Les éléments inductifs et capacitifs permettent, quant à eux, d'améliorer la réponse du coupleur sur certains modes. Cette géométrie fournit un amortissement bien meilleur que celle fondée sur des coupleurs à antenne : en effet, la surface offerte par la boucle permet un couplage plus important.



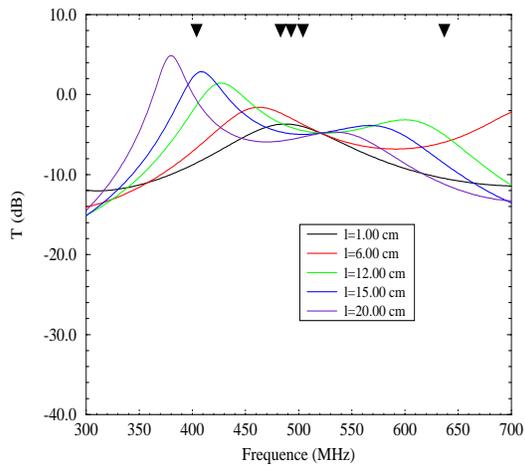
FIG. 1.8 – Installation du coupler dipolaire sur le tube de la cavité, la boucle est perpendiculaire à l’axe faisceau

Les figures 1.7 et 1.8 montrent le schéma de principe du coupler dipolaire, son schéma équivalent, ainsi que son installation sur le tube interne de la cavité.

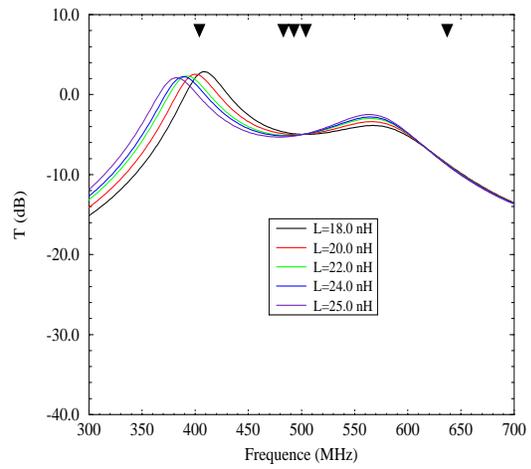
La fonction de transfert de ces coupleurs a, dans un premier temps, été simulée et optimisée à partir de son schéma équivalent en éléments discrets. Bien que ce modèle ne prenne pas en compte l’influence réciproque de certains éléments ou de leurs orientations, il fournit toutefois le sens de variation des courbes de réponse du coupler, ce qui permet de détailler le rôle de chaque élément.

A titre d’exemple et afin de comprendre la procédure d’optimisation des coupleurs, la figure 1.9 montre la fonction de transfert du coupler simulée en fonction de deux éléments de son schéma équivalent : la ligne de longueur variable l_1 simulée par une impédance Z_1 et le support selfique de diamètre variable simulé par une self L_r .

La figure 1.9-(a) montre que l’augmentation de la longueur de ligne (la ligne en question donne une impédance Z_1 de 100Ω) entraîne le pic de la fonction de transfert vers des fréquences plus basses et ce pic est d’autant plus prononcé que la ligne est plus longue. La figure 1.9-(b) montre que les variations de la valeur de la self sont faibles $18,0 \text{ nH}$ à $25,0 \text{ nH}$ et n’entraînent que peu de variations sur la fonction de transfert. Ce type de courbes est utilisé pour chaque élément du coupler, mais il est très difficile d’en faire une synthèse tant le nombre de paramètres est élevé. Cependant, grâce à ces courbes, les sens

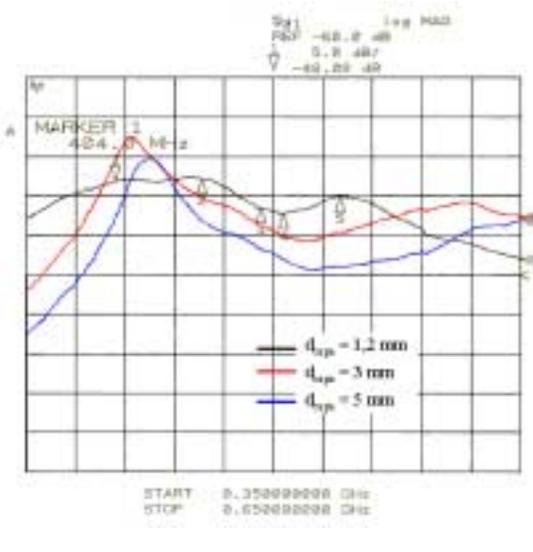


(a) optimisation de la ligne coaxiale l_1

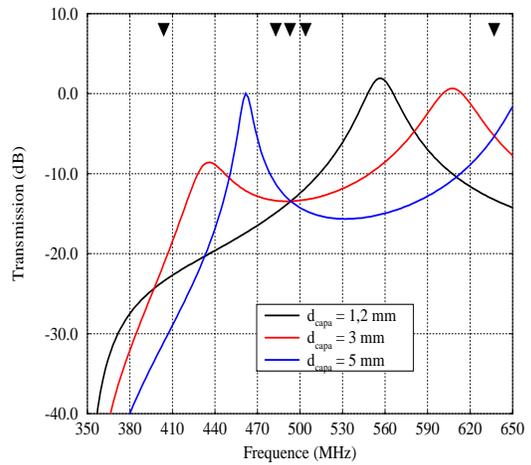


(b) optimisation de la self L_r du support

FIG. 1.9 – Exemple d'optimisation de deux éléments du coupleur dipolaire à partir de son schéma équivalent



(a) mesures à l'analyseur de réseau



(b) simulations

FIG. 1.10 – Comparaison des fonctions de transfert du coupleur dipolaire pour trois valeurs de l'espace capacitif

de variation sont connus à l'avance et il est alors possible d'optimiser plus rapidement dans un second temps les éléments du coupleur sur la cavité.

L'exemple suivant (figure 1.10) montre un des éléments les plus sensibles du coupleur dipolaire : la capacité formée par l'espace situé entre l'extrémité de la boucle du coupleur et la paroi, appelé aussi d_{capa} . En effet, l'augmentation légère de l'intervalle capacitif déplace beaucoup les pics en fréquence. Cela permet ainsi de se caler sur les fréquences des modes dipolaires les plus dangereux signalés ici par les marqueurs triangulaires. On note qu'avec un espace capacitif de 1,2 mm, la réponse du coupleur est bien équilibrée pour toutes les fréquences sous la coupure du tube externe (courbe noire de l'analyseur) ; on note que le mode dipolaire 493 MHz (marqueur 3) est optimisé.

Les coupleurs HOMs monopolaires

Les coupleurs monopolaires sont caractérisés par une boucle située dans un plan parallèle à l'axe faisceau et par la présence d'un filtre réjecteur indépendant qui est orienté de façon à minimiser le couplage avec la composante H_ϕ du mode fondamental, c'est-à-dire à 90° du plan de la boucle du coupleur. Comme pour les coupleurs dipolaires, divers éléments réactifs permettent d'améliorer le couplage avec les modes longitudinaux les plus dangereux.

Les figures 1.11 et 1.12 montrent le schéma de principe des coupleurs monopolaires, qui est un peu plus complexe que celui du coupleur dipolaire, ainsi que son installation sur le tube central de la cavité. Le schéma équivalent du coupleur monopolaire est pratiquement le même que celui du coupleur dipolaire ; la différence vient du filtre de la boucle qui est un filtre LC en parallèle (au lieu d'être en série pour le dipolaire) et d'un filtre réjecteur supplémentaire ajouté sous le support selfique.

La figure 1.13 montre deux exemples de fonctions de transfert simulées pour le coupleur monopolaire, en faisant varier deux longueurs de ligne l_1 et l_2 d'impédance équivalente Z_1 et Z_2 de 100Ω pour un diamètre de ligne de 30 mm. Sur cette figure, les marqueurs rouges indiquent les cinq modes monopolaires les plus dangereux. Dans les deux exemples, lorsque la longueur de ligne croît, les fonctions de transfert se décalent vers des fréquences plus basses.

D'autre part, une optimisation plus fine du coupleur monopolaire, au niveau de l'espace capacitif, est effectuée simultanément à l'aide de mesures directes sur le banc d'essai et du code HFSS (code de Hewlett-Packard). Bien que les conditions d'excitation des modes dans

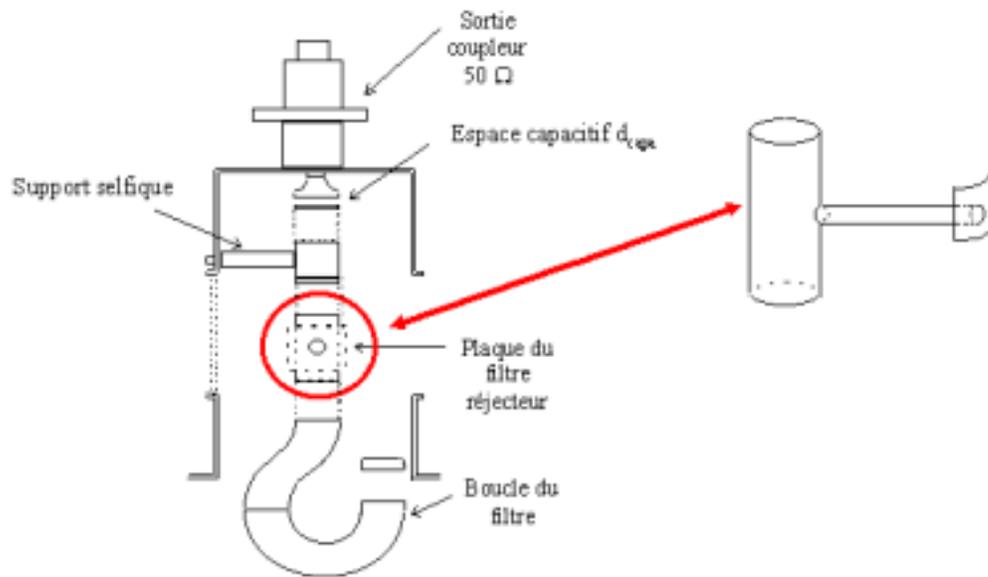
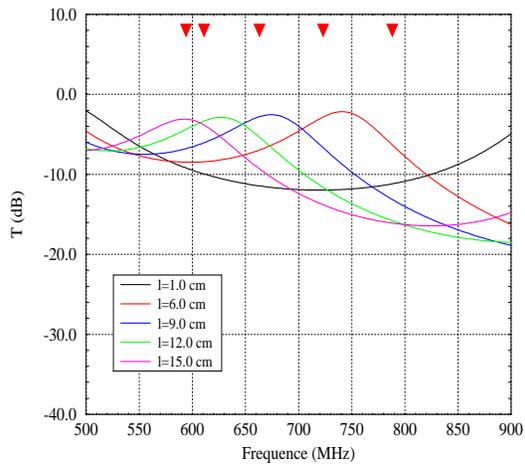


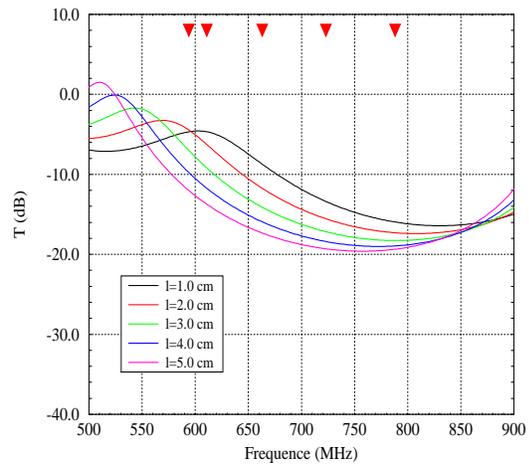
FIG. 1.11 – Principe du coupleur monopolaire TM



FIG. 1.12 – Installation du coupleur monopolaire sur le tube de la cavité, la boucle est parallèle à l'axe faisceau

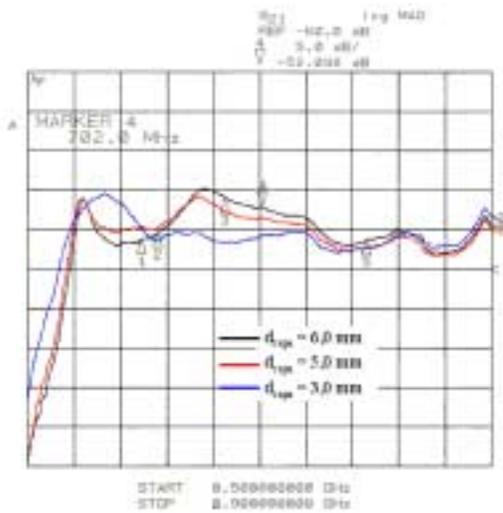


(a) optimisation de la ligne coaxiale l_1

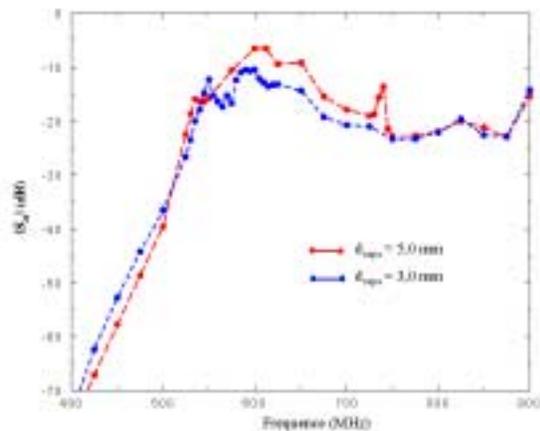


(b) optimisation de la ligne coaxiale l_2

FIG. 1.13 – Exemple d’optimisation de deux éléments du coupleur monopolaire à partir de son schéma équivalent



(a) mesures à l’analyseur de réseau



(b) simulations

FIG. 1.14 – Comparaison des fonctions de transfert du coupleur monopolaire pour plusieurs valeurs de l’espace capacitif

les deux cas soient différentes, ce qui explique entre autre les différences de comportement sous la fréquence de coupure des monopolaires (570) MHz, les sens de variations ainsi que les pics de résonances sont en relativement bon accord (figure 1.14).

Filtres réjecteurs du mode fondamental

Les coupleurs dipolaires ou monopolaires se trouvant enfoncés de 70 mm dans le tube interne de la cavité, ont une influence sur les champs \vec{E}_R et \vec{H}_ϕ du mode fondamental proches de la paroi. Pour cette raison, des filtres réjecteurs doivent être mis en place et la carte des champs du mode fondamental doit être très bien connue. On rappelle que les champs des modes TM_{nmp} sont de la forme suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} H_Z = 0 \\ E_Z = J_n\left(\frac{p_{nm} r}{a}\right) \times e^{-j \beta_{nm} z} \times \cos n\phi \\ H_R = -\frac{E_\phi}{\beta_{nm} Z_o} k_o \\ E_R = -j \frac{\beta_{nm} a}{p_{nm}} J'_n\left(\frac{p_{nm} r}{a}\right) \times e^{-j \beta_{nm} z} \times \cos n\phi \\ H_\phi = \frac{E_R}{\beta_{nm} Z_o} k_o \\ E_\phi = -j \frac{n \beta_{nm} a^2}{r p_{nm}^2} J_n\left(\frac{p_{nm} r}{a}\right) \times e^{-j \beta_{nm} z} \times (-\sin n\phi) \end{array} \right.$$

Le mode fondamental est un transverse magnétique TM_{010} , c'est-à-dire que le champ électrique \vec{E}_Z s'annule aux bords du tube cylindrique quand $r = a$ et le champ électrique \vec{E}_R est nul sur l'axe du faisceau quand $r = 0$.

La figure 1.15 montre les champs \vec{E}_Z et \vec{E}_R du fondamental, symbolisés par des flèches et les couleurs indiquent l'amplitude des champs (l'amplitude de E_Z est évidemment maximale sur l'axe du faisceau).

Le coupleur dipolaire a sa boucle perpendiculaire à l'axe faisceau ; il n'y a donc pas de couplage au champ H_ϕ du mode fondamental. Par contre, l'effet d'antenne de la boucle, donnant un couplage au champ E_R , nécessite l'addition d'un filtre réjecteur. Celui-ci est réalisé par un filtre LC en série, formé par l'inductance de la boucle et la capacité existant entre l'extrémité de celle-ci et la paroi de la cavité. Ce filtre réjecteur est optimisé par le code H.F. : HFSS. La figure 1.16 montre les paramètres L et d qui permettent d'ajuster le filtre pour la réjection du mode fondamental à 352 MHz.

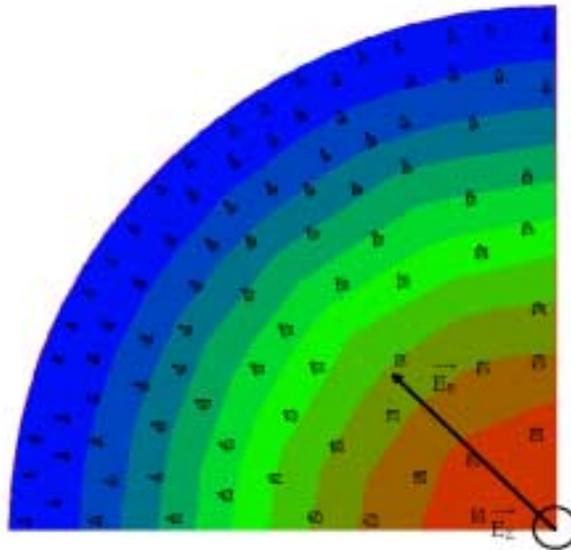


FIG. 1.15 – Vue des champs E_R et E_Z du mode fondamental dans un quart du tube interne de la cavité

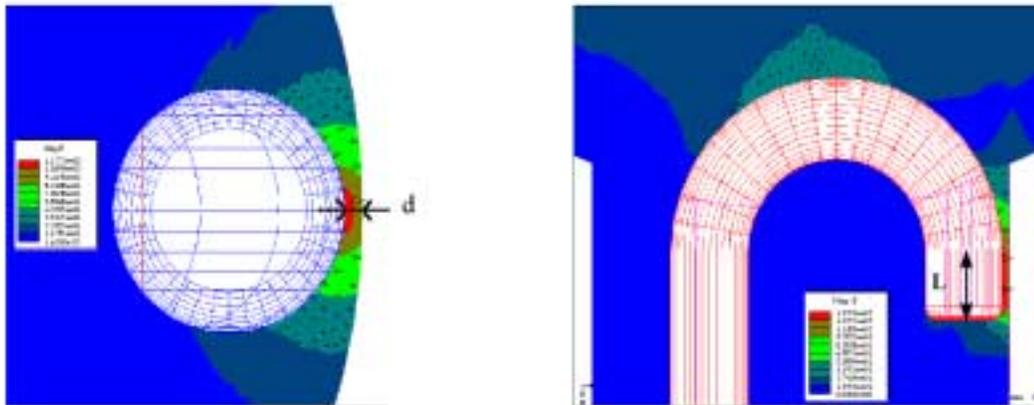


FIG. 1.16 – Modélisation par code H.F. des paramètres du filtre réjecteur du coupleur dipolaire

L'efficacité du filtre du dipolaire est mesurée sur la cavité et on arrive à obtenir une transmission du mode fondamental quasi-nulle pour une distance d égale à 2,25 mm et une longueur L égale à 25 mm.

D'autre part, le coupleur monopolaire a sa boucle dans un plan parallèle à l'axe de propagation du faisceau, sa boucle se couple donc fortement avec le champ H_ϕ du mode fondamental. Son filtre est de type LC indépendant qui est orienté perpendiculairement au plan de la boucle (voir figures 1.11 et 1.12). Ce filtre étant difficile à simuler avec le code H.F., l'optimisation de la fréquence du filtre se fait directement sur la cavité. La variation de la distance entre la plaque capacitive et le corps du coupleur, qui permet aussi son réglage « in situ », est effectuée de sorte que la réjection de la puissance couplée à chacune des deux cavités soit efficace (figure 1.17).

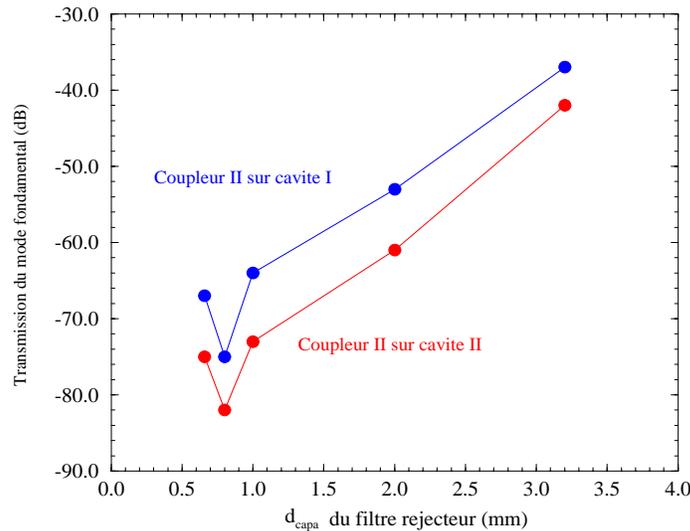


FIG. 1.17 – Mesures sur analyseur de réseau de l'efficacité du filtre rejecteur du coupleur monopolaire sur le mode fondamental

A l'optimum (espace capacitif, formé par la distance entre la plaque et la paroi, égal à 0,8 mm), la réjection du mode fondamental de chaque cavité correspond à un $Q_{HOM} > 5.10^{11}$. Toutefois, la sensibilité (≈ 10 dB/0,2 mm) exige la possibilité d'un réglage fin du filtre. De plus, les mesures montrent que le filtre est d'autant plus efficace que le coupleur est proche de la cavité (courbe rouge de la figure 1.17).

Optimisation de la position des coupleurs sur la cavité

Comme les modes dipolaires ont deux plans de polarisation orthogonaux, deux coupleurs dipolaires (TE) faisant un angle de 90° (en réalité 115° pour le couplage éventuel aux modes quadripolaires) sont nécessaires. Pour des raisons de symétrie et de puissance à évacuer, deux coupleurs monopolaires (TM) sont aussi montés sur la cavité, portant ainsi le nombre de coupleurs à deux par cavité (un dipolaire et un monopolaire).

Les mesures des amortissements des modes supérieurs sont obtenues de la manière suivante sur l'analyseur de réseau : on se cale sur le mode que l'on veut amortir, on place les coupleurs et grâce à une mesure en transmission d'une cavité à l'autre, on mesure la largeur en fréquence Δf du pic à 3 dB, puis on calcule le facteur de qualité du mode que l'on a amorti, par la formule simple : $Q_{ex} = f_{mode}/\Delta f$.

L'optimisation de la position des coupleurs est faite simultanément par simulations et par mesures sur la cavité. Pour chaque longueur du tube central, pour un emplacement optimal donné par la simulation, la géométrie des coupleurs est réoptimisée à chaque fois de manière à obtenir les meilleurs amortissements. La figure 1.18 illustre le compromis qu'il est inévitable de réaliser : une position du coupleur qui donne le meilleur amortissement pour un mode, peut être très mauvaise pour un autre mode (c'est le cas des modes 404 MHz et 493 MHz). Par exemple, la figure 1.19 montre le bon amortissement obtenu sur les deux polarisations du mode 404 MHz, avec une configuration des coupleurs donnée, mais l'inefficacité de celle-ci sur les polarisations du mode 493 MHz. On recherche donc une configuration «moyenne» qui permet d'amortir les modes les plus dangereux.

A partir des résultats précédents, la solution retenue est une longueur totale de tube de 1700 mm équateur-équateur, ce qui correspond à une longueur iris-iris de 635×2 mm. D'autre part, l'emplacement des coupleurs dipolaires est à présent fixé pour une distance iris-coupleur égale à 220 mm. Enfin, la simulation et les tests sur cavité ont permis de définir l'emplacement des coupleurs monopolaires pour une distance iris-coupleur égale à 500 mm. Les résultats complets sur les amortissements des modes supérieurs sont donnés dans le paragraphe suivant, ainsi que l'implication de ces résultats sur les instabilités multi-paquets.

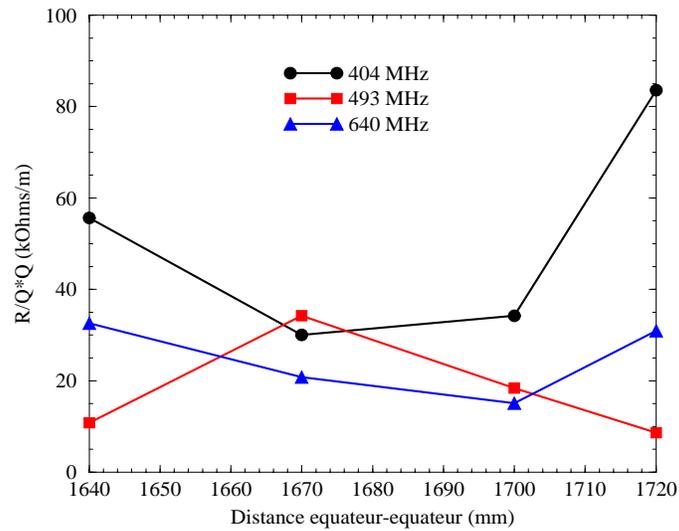
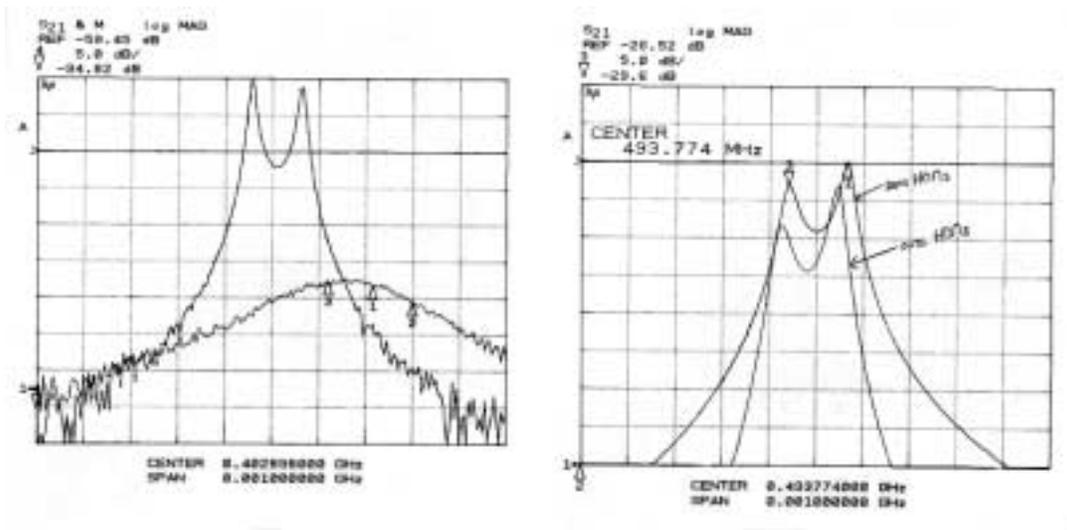


FIG. 1.18 – Amortissements des modes dipolaires les plus dangereux pour différentes longueurs de tube (résultats issus de mesures directes sur la cavité)



(a) Pics du mode 404 MHz avec et sans coupleurs

(b) Pics du mode 493 MHz avec et sans coupleurs

FIG. 1.19 – Mesures avec l'analyseur de réseau de l'amortissement des deux polarisations des modes dipolaires 404 MHz et 493 MHz sur la cavité

Fréq. HOM [MHz]	R/Q [Ω/m]	Δf [kHz]	Q_{ex} [10^3]	$R/Q \times Q_{ex}$ [10^3]
398	8,9	∞	0,00	0,00
		∞	0,00	0,00
404	47,5	500	0,80	38,0
		500	0,80	38,0
457	0,2	∞	0,00	0,00
		∞	0,00	0,00
486	61,9	∞	0,00	0,00
		∞	0,00	0,00
493	17,2	240	2,05	35,33
		250	2,05	35,33
506	89,4	5000	1,02	9,12
		5000	1,02	9,12
546	1,1	∞	0,00	0,00
		∞	0,00	0,00
590	3,7	450	1,31	4,85
		450	1,31	4,85
640	17,0	750	0,85	14,50
		750	0,85	14,50
674	0,1	-	-	-
		-	-	-

TAB. 1.2 – Amortissement des modes dipolaires avec coupleurs TE optimisés

1.1.4 Mesures de l'amortissement des modes d'ordres supérieurs

Mesures des amortissements des modes dipolaires et conséquences sur les instabilités multi-paquets transverses

Les mesures des amortissements (tableau 1.2) pour chaque polarisation des modes dipolaires, en présence de deux coupleurs séparés par un angle de 115° , montrent que l'optimisation des coupleurs a permis de réduire notablement l'effet des modes les plus néfastes (à 404 MHz et 493 MHz en particulier). Le dernier mode dipolaire à 674 MHz est à la limite de la fréquence de coupure du tube ($f_c = 676$ MHz pour les dipolaires) et n'a jamais

été observé.

En résumé, la géométrie retenue pour les coupleurs dipolaires est caractérisée par :

- un espace capacitif égal à 1,2 mm,
- une hauteur de support selfique (depuis l'axe faisceau) égale à 318,75 mm,
- un diamètre du support selfique égal à 30 mm,
- un filtre réjecteur (352 MHz) assuré par l'inductance de la boucle et une ligne capacitive,
- une distance iris-coupleur égale à 220 mm,
- un angle entre les deux coupleurs égal à 115° .

A partir de ces résultats expérimentaux, on peut simuler le taux d'excitation des instabilités multi-paquets en fonction du mode d'oscillation de paquets couplés n à partir des formules (1.2) et (1.4). Comme on pouvait s'y attendre, on obtient un résultat tout à fait satisfaisant (figure 1.20) avec un facteur de sécurité de 6 par rapport au seuil donné par le rayonnement synchrotron.

Mesures des amortissements des modes monopolaires et conséquences sur les instabilités multi-paquets longitudinales

Les résultats obtenus à partir des mesures sur les cavités sont résumés dans le tableau 1.3.

En définitive, l'optimisation des coupleurs sur les différents modes monopolaires a conduit à retenir les paramètres suivants :

- un espace capacitif égal à 6,0 mm,
- une hauteur de support selfique (depuis l'axe faisceau) égale à 376,75 mm,
- un diamètre du support selfique égal à 20 mm,
- une distance iris-coupleur égale à 500 mm,
- un angle entre les deux coupleurs égal à 115° .

De même que pour les modes dipolaires, on simule le taux d'amortissement ou d'excitation des instabilités multi-paquets en comparaison avec le seuil d'excitation donné par le taux d'amortissement dû au rayonnement synchrotron. On constate sur la figure 1.21 que l'on est bien en dessous du seuil critique donné par l'amortissement par radiation avec un facteur de sécurité égal à 10.

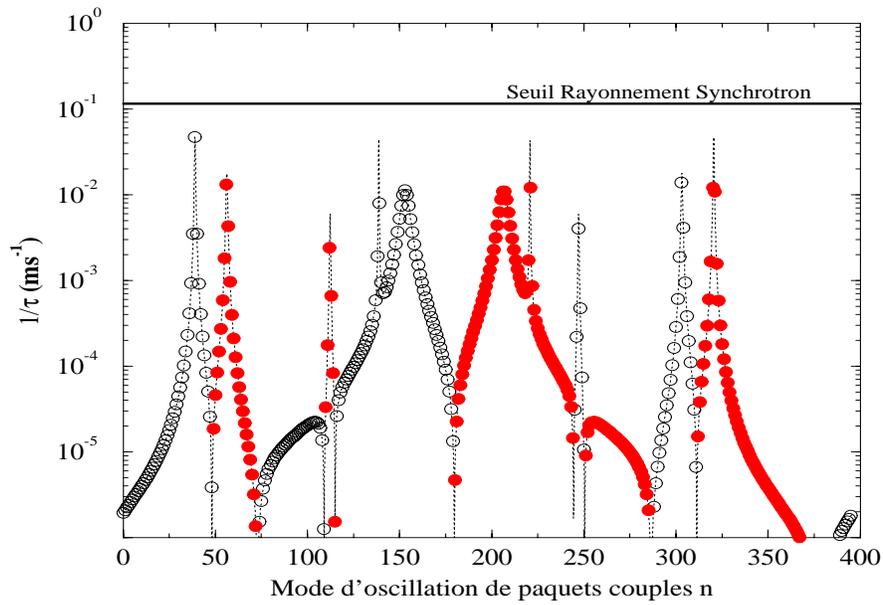


FIG. 1.20 – Taux d’amortissement (cercles vides) et d’excitation (cercles pleins) des instabilités multipaquets transverses dues aux modes dipolaires

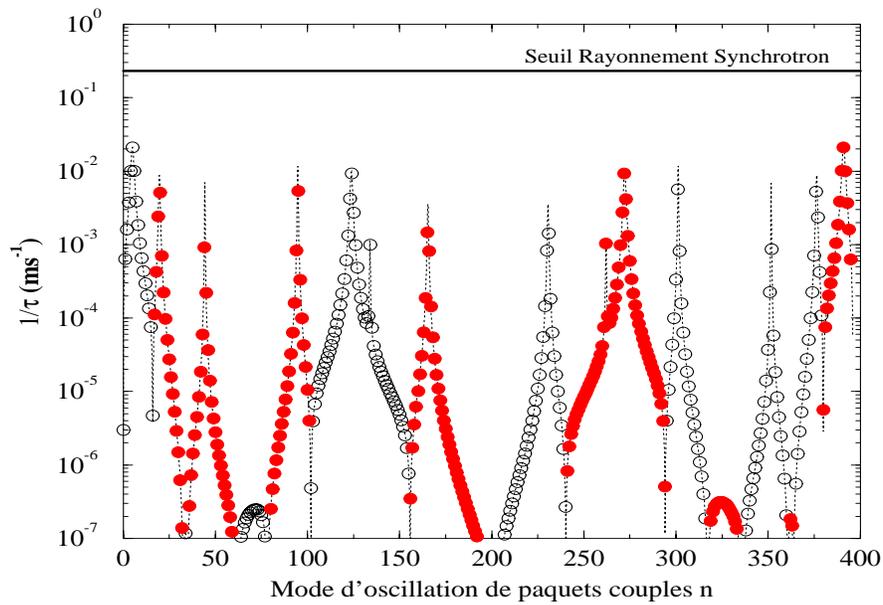


FIG. 1.21 – Taux d’amortissement (cercles vides) et d’excitation (cercles pleins) des instabilités multipaquets longitudinales dues aux modes monopolaires

Fréq. HOM [MHz]	R/Q [Ω/m]	Δf [kHz]	Q_{ex} [10^3]	$R/Q \times Q_{ex}$ [10^3]
587	1,12	350	1,67	0,20
596	3,82	1300	0,46	1,75
611	10,34	∞	0,00	0,00
637	0,05	∞	0,00	0,00
669	7,78	∞	0,00	0,00
702	7,98	1725	0,41	3,24
724	1,32	720	1,00	1,33
746	0,30	217	3,44	1,03
791	0,77	375	2,11	1,62
854	0,31	590	1,45	0,45

TAB. 1.3 – Amortissement des modes monopolaires avec coupleurs TM optimisés

1.1.5 Modes d'ordres supérieurs en propagation dans les tubes situés aux extrémités des cavités

Les tubes aux extrémités des cavités ont un rayon de 130 mm et sont terminés par des transitions coniques à pente douce pour venir se raccorder à la chambre à vide elliptique (de petit rayon vertical 12,5 mm et de rayon horizontal 35,0 mm). Afin de garantir une totale dissipation des modes en propagation en dehors de la cavité à température ambiante, on cherche des matériaux à forte résistivité, car la puissance dissipée dans les parois est : $P_{diss} = 1/2 \iint_s R_s H^2 ds$. Des mesures sur cavité TE_{011} , à fond démontable, ont permis de comparer l'Inox classique et l'Inox 430 ; on trouve les valeurs de résistances *shunt* suivantes : $R_{s\text{Inox } 430} = 544\text{ m}\Omega$ et $R_{s\text{Inox}} = 107\text{ m}\Omega$ à 4 GHz. Par conséquent, on opte pour des transitions coniques (appelées *tapers*) en acier Inox 430, dont la longueur est fixée à environ 500 mm.

Deux ports, localisés en dehors du cryostat, sont prévus et peuvent être équipés avec des coupleurs HOMs à température ambiante dans le but d'amortir, si nécessaire, les éventuels modes en propagation qui peuvent être excités par le faisceau. La figure 1.22 donne les cartes de champ d'un de ces nombreux modes qui vont se propager en dehors de la cavité.

Dans la section 1.1.2, l'impédance des 300 premiers modes dipolaires et monopolaires est représentée (figure 1.3). Bien que les modes en propagation soient beaucoup moins

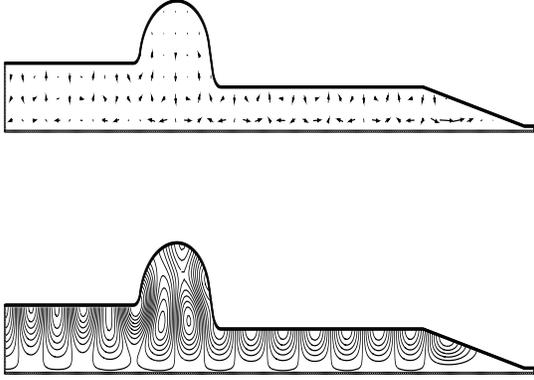


FIG. 1.22 – Carte des champs d’un mode supérieur longitudinal en propagation (mode supérieur 1298 MHz)

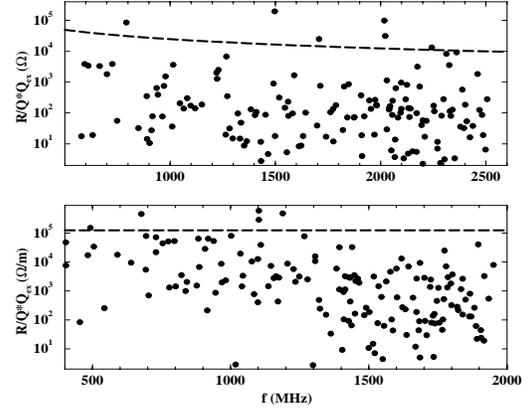


FIG. 1.23 – Impédances des modes supérieurs monopolaires (haut) et dipolaires (bas), amorties par les coupleurs HOMs

nuisibles que ceux piégés dans la cavité, du fait de leur faible impédance géométrique R/Q , on vérifie tout de même l’efficacité des *tapers* et des coupleurs HOMs de la cavité sur les 300 premiers modes dipolaires et monopolaires (figure 1.23).

Les lignes en pointillés indiquent les seuils donnés par les relations 1.5 et 1.6. Les résultats montrent que les deux paires de coupleurs HOMs dipolaires et monopolaires, montées sur le tube interne de la cavité pour amortir les modes supérieurs piégés, et les *tapers* fournissent également un très bon amortissement pour les modes supérieurs en propagation. Une simulation complète des taux de croissance d’instabilités multi-paquets en fonction du mode d’oscillation de paquets couplés n , en présence de ces modes supérieurs haute fréquence, montre un facteur de sécurité assez confortable (figure 1.24).

1.1.6 Conception finale du système : cryomodule de SOLEIL

Toutes ces études doivent être intégrées dans la conception du cryostat. Ce cryostat inclut les transitions coniques et un système de pompage qui doivent s’adapter dans une section droite courte de l’anneau. Les détails du cryostat sont exposés dans [1] et [20]. Les figures 1.25 et 1.26 montrent une vue schématique du cryostat et une vue en trois dimensions du cryomodule (qui ne comprend pas les *tapers*).

Le cryomodule est constitué des éléments suivants :

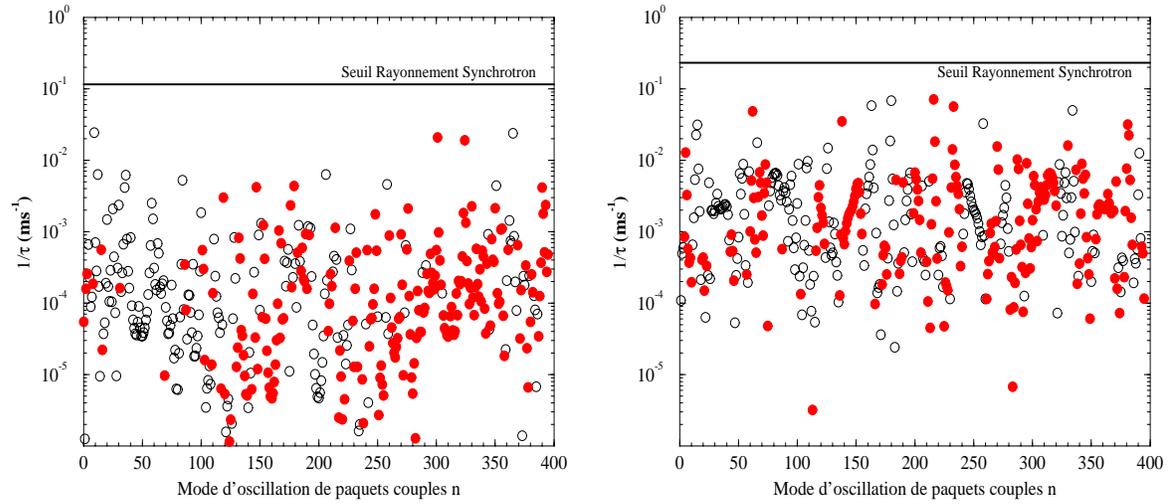


FIG. 1.24 – Taux d’amortissement (cercles vides) et d’excitation (cercles pleins) des modes supérieurs dipolaires (gauche) et monopolaires (droite) de fréquences supérieures à la fréquence de coupure du tube central

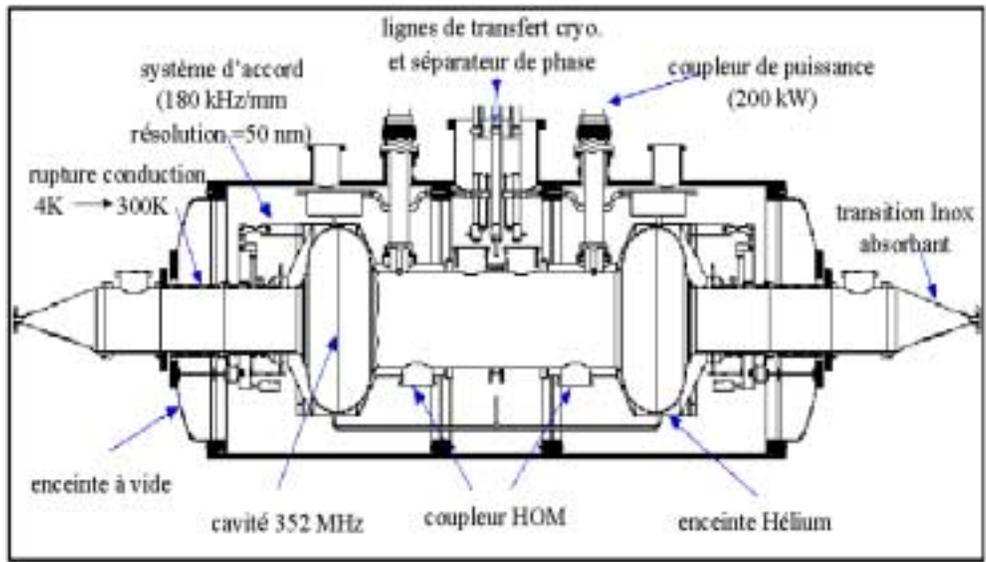


FIG. 1.25 – Schéma du cryostat de SOLEIL

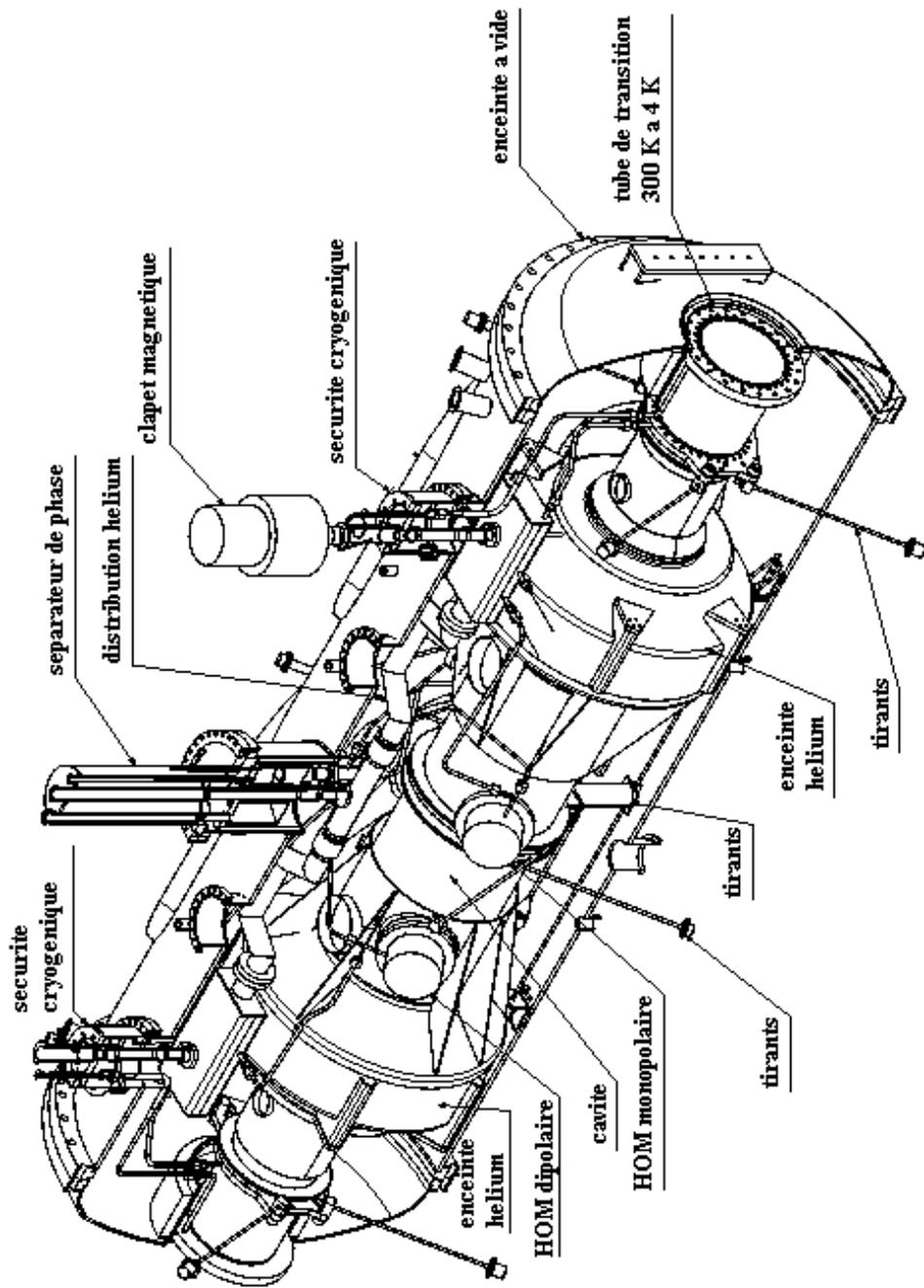


FIG. 1.26 – Vue en perspective du cryomodule complet

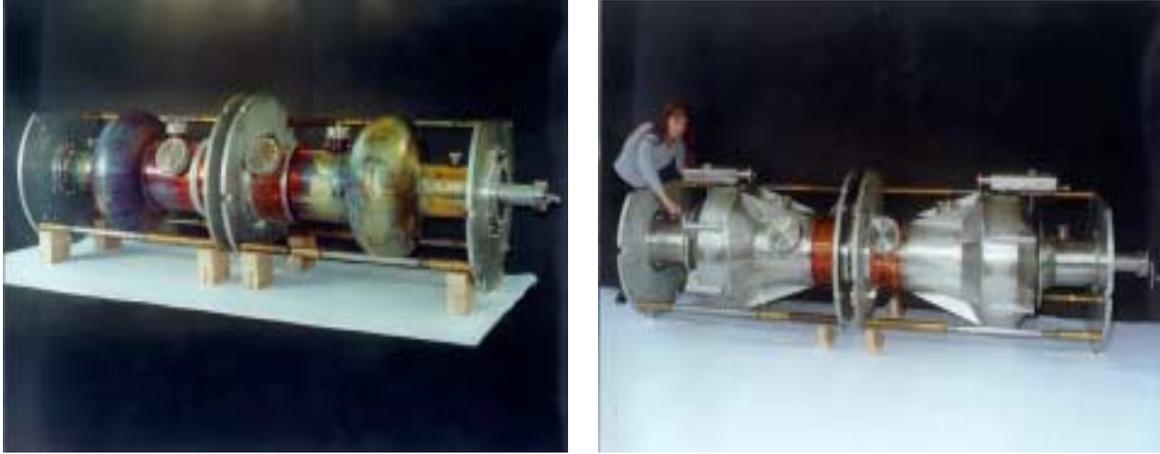


FIG. 1.27 – Cavités niobium sur cuivre «nues» et cavités habillées par les enceintes hélium

– Cavités et leurs enceintes hélium :

les deux cavités sont en niobium (épaisseur $2 \mu\text{m}$) sur cuivre (épaisseur $3,3 \text{ mm}$). Elles sont refroidies sous des enceintes hélium à $4,5 \text{ K}$, soudées sur les cavités (voir photos des cavités «nues» et avec leurs enceintes hélium figure 1.27). Il est important de noter que les cellules de la cavité ont de très bonnes performances en terme de facteur de qualité Q_0 en fonction du champ accélérateur E_{acc} . (voir les résultats des tests du CERN sur les cellules accélératrices en cryostat vertical figure 1.28).

– Coupleurs HOMs :

les coupleurs dipolaires, après optimisation, étant proches des iris des cellules, les champs au niveau du filtre réjecteur sont importants (on estime une puissance d'un peu moins de 1 kW). Ceci nécessite un refroidissement par circulation d'hélium à 4 K dans la boucle afin d'assurer la stabilité thermique du coupleur. Par contre, du fait de l'éloignement des coupleurs monopolaires par rapport à la cavité, la puissance du mode fondamental à rejeter est faible. Un refroidissement par conduction est suffisant pour garantir leur stabilité thermique.

– Coupleurs de puissance H.F. :

les coupleurs de puissance, aussi appelés coupleurs principaux, assurent la transmission de la puissance H.F. (200 kW) d'un guide d'onde à la pression atmosphérique et température ambiante à une ligne coaxiale sous ultra-vide à 4 K . Les coupleurs de puissance de SOLEIL sont décrits en [1]. Dans les expériences de test du cryomodule, les coupleurs de puissance sont ceux du CERN [21]. Le couplage optimal à la cavité

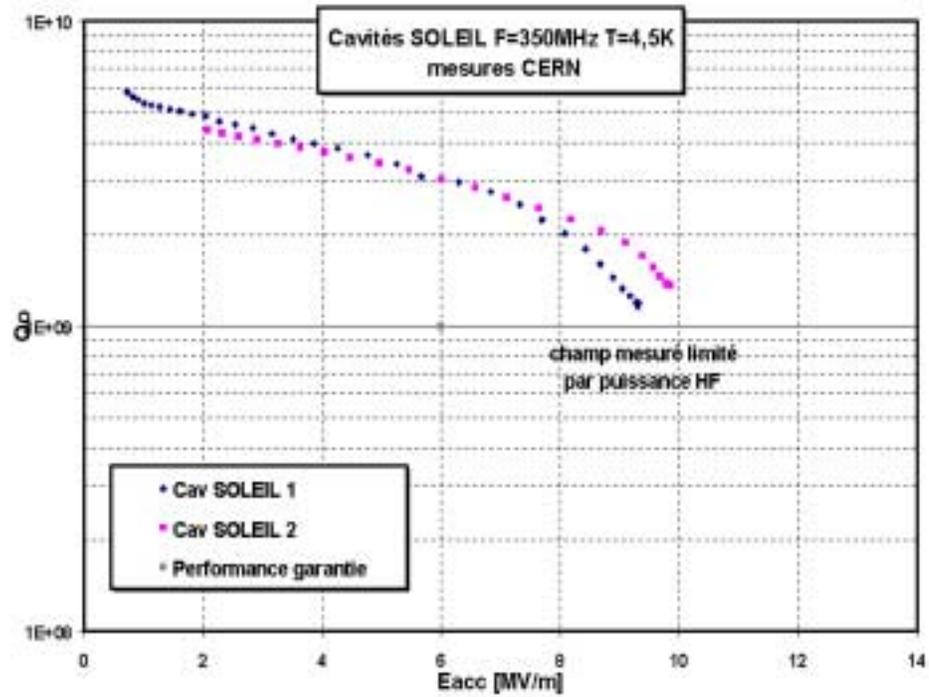


FIG. 1.28 – Performances des cellules accélératrices $Q_0 - E_{acc}$. d'après les tests en cryostat vertical effectués au CERN

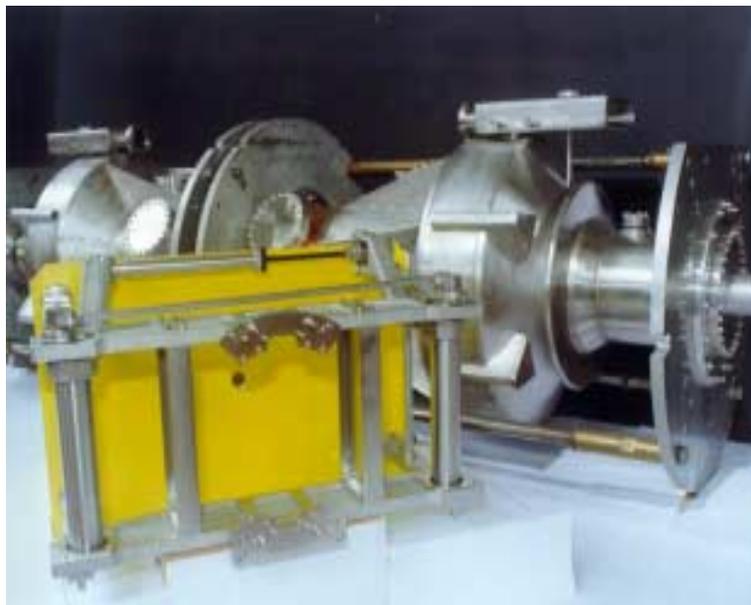


FIG. 1.29 – Système d'accord en fréquence (non monté) posé dans la direction et le sens de sa position finale

est fixé à $Q_{ex} = \frac{V^2}{2R/QP_b} = 2.10^5$ pour une tension de 1,9 MV/m par cavité.

– Système d'accord en fréquence (S.A.F) :

la fréquence des cavités est ajustée par déformation axiale de celles-ci. Le mécanisme est constitué d'un moteur pas-à-pas, d'un réducteur, d'un système vis-écrou et d'un ensemble levier-excentrique-plateau (voir photo du S.A.F figure 1.29). L'accord s'exerce toujours par traction de façon à réduire les jeux mécaniques. La sensibilité de l'accord est de 180 kHz/mm et la plage de déplacement de ± 3 mm. La force à exercer est de 17 kN/mm et la résolution est meilleure que 10 Hz, ce qui est plus que nécessaire pour les réglages H.F.

– Tubes de rupture de conduction :

un tube faisceau de longueur 400 mm, qui prolonge la cavité, assure la rupture de conduction entre celle-ci et l'enceinte à vide. Ce tube est réalisé en Inox avec dépôt interne de cuivre (épaisseur 10 mm). Il doit être aussi capable d'évacuer la puissance des modes supérieurs de la cavité. Il est refroidi par circulation d'hélium gazeux en chicane dans une chemise entourant le tube faisceau.

– Enceinte à vide :

l'enceinte à vide est constituée d'une structure rigide en acier Inox de diamètre 1200 mm, sur laquelle on dispose de larges ouvertures ou douves démontables. La longueur totale de l'ensemble est d'environ 3650 mm.

Pour finir, la distribution cryogénique est prévue de la manière suivante : les circuits d'hélium liquide viennent refroidir les cavités et les coupleurs HOM ; l'hélium gazeux est récupéré pour refroidir par circulation les coupleurs de puissance et les tubes de rupture de conduction. Le cahier des charges de la cryogénie est donné en [1].

1.1.7 Conclusion

Les instabilités multi-paquets provoquées par les modes supérieurs des cavités supraconductrices constituent un problème commun à toutes les machines circulaires et ces instabilités détériorent beaucoup la brillance des machines de troisième génération. Contrecarrer ce phénomène est d'un des principaux enjeux de ces machines. Dans le cas de SOLEIL, les simulations effectuées et la campagne de mesures, assez longue, sur le prototype en cuivre de la cavité, nous ont permis d'éliminer cette contrainte. En effet, l'optimisation des cou-

pleurs de modes supérieurs a permis d'obtenir les amortissements souhaités pour les modes monopolaires et les modes dipolaires avec une grande marge de sécurité (un facteur 6 pour les dipolaires et 10 pour les monopolaires). Cette étude a montré que les codes de calculs utilisés sont assez bien adaptés pour l'optimisation de telles géométries, les résultats étant en accord avec les mesures effectuées sur le banc d'essai.

Toutefois, la prise en compte d'éventuels couplages entre les éléments du coupleur HOM étant quasi impossible par des simulations, les mesures sur un prototype en cuivre ont été réalisées avant le lancement de construction définitive.

1.2 Instabilités dues à la paroi résistive de la chambre à vide

L'interaction du faisceau avec la chambre à vide d'un accélérateur se traduit par l'apparition d'un courant dans la paroi résistive de l'anneau de sens opposé à celui du faisceau (loi de Lenz). Les champs de sillage, induits par le passage du faisceau, vont se propager dans la chambre à vide dans une certaine profondeur de peau δ , fonction de la conductivité électrique σ du matériau employé. L'effet de ces champs est pris en compte par les impédances de surface longitudinales et transverses. La chambre à vide est de forme elliptique et les conditions aux limites, que sa géométrie impose, rendent les impédances plus difficiles à déterminer. Les impédances de la chambre à vide [22], [23] sont données par les formules suivantes et illustrées par la figure 1.30 :

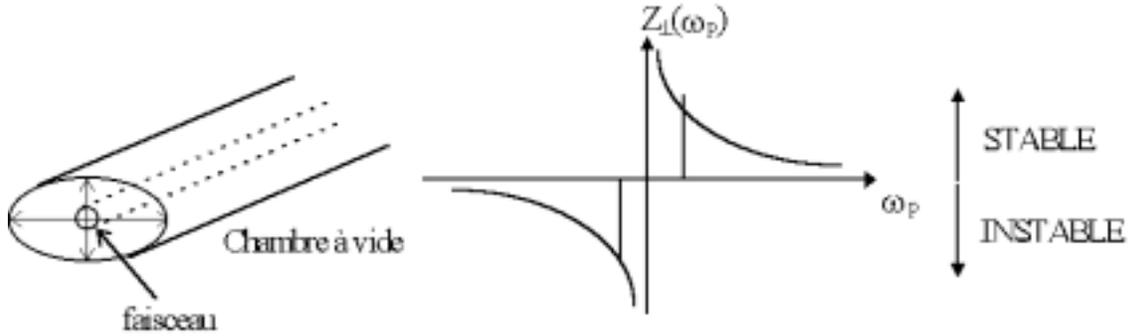


FIG. 1.30 – Schéma de la chambre à vide et représentation de son impédance transverse

$$\begin{cases} Z_{\parallel}(\omega) = \frac{(\text{sign}(\omega) + i)}{2\pi b} \cdot \sqrt{|\omega|} \cdot \sqrt{\frac{\mu_o}{2\sigma}} \times F_o(a, b) \\ Z_{\perp}(\omega) = \frac{(\text{sign}(\omega) + i)}{\sqrt{|\omega|}} \cdot \frac{Z_o L}{2\pi b^3} \cdot \sqrt{\frac{2}{\sigma \mu_o}} \times F_1(a, b) \end{cases} \quad (1.7)$$

L est la longueur de la chambre à vide, b le petit rayon de la chambre, a le grand rayon de la chambre, σ la conductivité électrique du matériau, μ_o la perméabilité du vide égale à $4\pi \cdot 10^{-7} \Omega \cdot s \cdot m^{-1}$, Z_o l'impédance dans le vide égale à $377,0 \Omega$ et $F_o(a, b)$ et $F_1(a, b)$ des facteurs de forme qui dépendent de la section de la chambre elliptique, avec $F_o(a, b) = 0,95$ et $F_1(a, b) = 0,93$ pour $2a = 70 \text{ mm}$ et $2b = 25 \text{ mm}$.

On constate que l'impédance transverse est d'autant plus grande que la résistivité du matériau est grande et que le rayon du tube est petit. Pour cette raison, dans le cas de l'anneau Soleil, la chambre en acier Inox (meilleure tenue mécanique et $\sigma = 1,33 \cdot 10^6 \Omega^{-1} m^{-1}$) sera recouverte d'une couche de cuivre dans les insertions de section beaucoup plus petite.

D'autre part, le critère de Robinson permet de déterminer les zones de stabilité et d'instabilité. Pour l'impédance transverse, les raies du faisceau de fréquence $\omega_p > 0$ interagissent avec l'impédance transverse de la chambre pour donner des oscillations stables. Inversement, les raies de fréquences $\omega_p < 0$ conduisent à des oscillations instables (voir schéma figure 1.30).

1.2.1 Paquets rigides

Dans le plan longitudinal, l'impédance $Z_{||}$ est négligeable à basse fréquence. Le calcul analytique, pour la machine Soleil, donne un taux d'instabilité longitudinale maximum égal à $1/\tau_{||max} \approx 10^{-5} \text{ ms}^{-1}$, soit un temps d'excitation de $\tau_{||max} \approx 10^4 \text{ ms}$. Ce temps est largement supérieur au temps d'amortissement longitudinal dû au rayonnement synchrotron.

L'impédance transverse de la paroi résistive de la chambre à vide varie en $\omega^{-1/2}$ et tend vers l'infini à l'origine. Si l'une des raies en fréquence du spectre du faisceau (avec $\omega_p < 0$) se trouve très proche de l'origine, alors l'instabilité résultante sera destructrice pour le faisceau. La chambre elliptique ayant un rayon plus petit selon l'axe transverse vertical, la suite des calculs est effectuée en considérant l'impédance résistive dans ce plan.

D'après la sous-section 1.1.1, le spectre du faisceau est constitué des raies de fréquences $\omega_{pn} = (pM+n+Q_{\perp})\omega_o$ avec $Q_{\perp} = N \pm \Delta Q$. Le nombre d'onde est choisi de préférence juste au-dessus d'un entier N, avec $0 < \Delta Q < 1/2$, de manière à éloigner la raie d'excitation du spectre la plus proche de l'origine, dans la partie instable.

Le taux d'instabilité maximal est donné par la raie négative la plus proche de l'origine ($p = -1$) et le mode d'oscillation de paquets couplés le plus instable est :

$$n = \frac{\omega_p}{\omega_o} + M - Q_{\perp}$$

Avec les paramètres de l'anneau Soleil, on trouve le mode :

$$n = \frac{\omega_p}{\omega_o} + 396 + 0,62 - 9 = 387.$$

La fréquence de la raie correspondante est égale à $\omega_{-1/387} = -0,551$ MHz. La raie suivante ($p = -2$) se trouve à une fréquence bien plus éloignée égale à $\omega_{-2/387} = -353,785$ MHz. Les contributions de cette raie et des raies suivantes aux instabilités multi-paquets transverses sont négligeables, par rapport à la contribution de la raie $\omega_{-1/387}$. Dans l'approximation des paquets rigides, et à chromaticité nulle, la figure 1.31 donne le taux de décroissance de l'ensemble des modes, calculés à partir de l'équation 1.4 (on a supposé que $F(a, b) \approx 1$). Le temps de croissance maximum est égal à 0,29 ms pour le mode le plus instable $n = 387$. D'autre part, le résultat de la simulation indique que 130 modes sont instables, c'est-à-dire que leur taux de croissance est supérieur au taux d'amortissement synchrotron égal à 8,66 ms dans le plan transverse vertical.

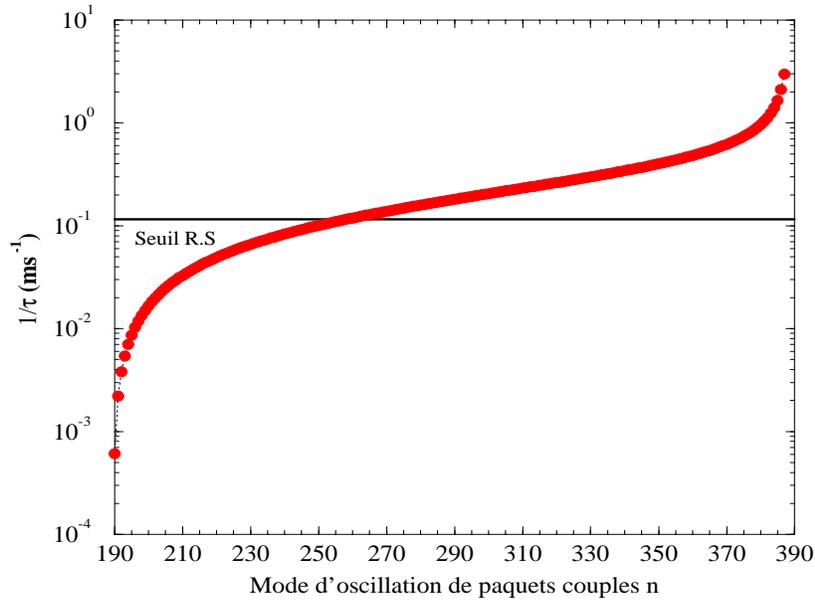


FIG. 1.31 – Taux d'excitation des instabilités multipaquets transverses dues à la paroi résistive de la chambre à vide

Les 130 modes instables s'étalent sur une large bande en fréquence :

$$\Delta\omega_{BP} = \omega_{-1/387} - \omega_{-1/257} = 116,51 \text{ MHz.}$$

L'amortissement de tous les modes instables, par un système de contre-réaction transverse, exigerait une bande passante $\Delta\omega_{BP}$ supérieure à 100 MHz très difficile à réaliser. C'est pourquoi, on introduit habituellement une chromaticité positive afin de décaler le

spectre du faisceau vers les fréquences positives et de diminuer le nombre de modes n instables. On sort de l'approximation des paquets rigides et il est nécessaire d'introduire un formalisme plus complet que celui donné par l'équation 1.4.

1.2.2 Instabilités «tête-queue»

Nous avons étudié précédemment le comportement des instabilités multi-paquets avec la chambre à vide dans l'approximation de paquets rigides (pas de mouvement interne au paquet). Cependant, le nombre de modes n instables étant trop important pour qu'un système de contre-réaction classique puisse agir sur une aussi large gamme de fréquence, on introduit une chromaticité de signe positif, qui, en couplant les modes bêatron et synchrotron, va créer une modulation chromatique de la phase bêatron et déplacer le spectre des modes de la fréquence $\omega_\xi = Q_\perp \omega_o \xi / \alpha$. La théorie complète qui prend en compte la chromaticité est alors nécessaire.

Les instabilités transversales internes au paquet nécessitent une méthode de résolution de modes propres, développée par Sacherer. Les grandes lignes sont rappelées en annexe (1.2.3); cette méthode est déjà maintes fois détaillée dans les références suivantes : [16], [17], [18] et [19]. Cette méthode revient à résoudre l'équation de Vlasov linéarisée, qui, après un traitement mathématique, est ramenée sous la forme de l'équation intégrale de Sacherer. Cette équation intégrale permet le calcul des taux de croissance des instabilités, en prenant en compte les modes azimutaux ou «tête-queue» $m \neq 0$ ainsi que les modes radiaux d'ordres supérieurs, par la résolution d'un système de valeurs propres, avec $\Delta \omega_{mq}$ la $q^{\text{ième}}$ valeur propre pour un mode donné m :

$$\Delta \omega_{mq} \times a_q = \sum_{q'} M_{q q'} \times a_{q'} \quad (1.8)$$

où $M_{q q'}$, appelée la matrice d'interaction, s'exprime de la manière suivante :

$$M_{q q'} = j \frac{\omega_o I_b \beta_\perp}{2 E / e} \sum_p Z_\perp(\omega_p) \times g_{mq}(\omega_p - \omega_\xi) \times g_{mq'}(\omega_p - \omega_\xi)$$

avec $g_{mq}(\omega) = \int_0^\infty g_0(r) f_q(r) J_m(\omega r) r dr$ et pour un paquet gaussien, on a $g_0(r) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-r^2/2\sigma^2}$. Pour les fonctions orthonormales f_q , on utilise les polynômes de Laguerre de la façon suivante :

$$f_q(r) = \left[\frac{2\pi q!}{(m+q)!} \right]^{1/2} \times \left(\frac{r}{\sqrt{2}\sigma} \right)^m \times L_q^{(m)} \left(\frac{r^2}{2\sigma^2} \right)$$

Alors g_{mq} s'exprime de la manière suivante :

$$g_{mq} = \frac{1}{[2\pi q!(m+q)!]^{1/2}} \times \left(\frac{\omega \sigma_t}{\sqrt{2}}\right)^{m+2q} \times e^{-\frac{\omega^2 \sigma_t}{2}}$$

La matrice d'interaction, ainsi développée, s'écrit :

$$M_{qq'} = j \frac{\omega_o I_b \beta_{\perp}}{4\pi E/e} \frac{1}{[q!q!(m+q)!(m+q')!]^{1/2}} \sum_p Z_{\perp}(\omega_p) \left[\frac{(\omega_p - \omega_{\xi})^2 \sigma_t^2}{2} \right]^{m+q+q'} \cdot e^{(\omega_p - \omega_{\xi})^2 \sigma_t^2} \quad (1.9)$$

Les taux de croissance des éventuelles instabilités sont donc donnés par la partie imaginaire des valeurs propres $\Delta\omega_{mq} : 1/\tau_{mq} = -\Im[\Delta\omega_{mq}]$.

Pour résoudre ce système, un code de simulation effectue la recherche des valeurs propres en tronquant la matrice d'interaction. On rappelle qu'il y a une infinité de solutions et donc de modes radiaux. Cependant, on garde une matrice dont les dimensions restent grandes par rapport au rapport fréquence de résonance du mode sur M fois la fréquence de révolution. Ce code permet de simuler l'impédance de l'anneau : impédance résistive de la chambre à vide et impédance large bande qui tient compte de toutes les discontinuités de la chambre à vide de l'anneau.

On devine que pour l'interaction avec l'impédance large-bande seule, les raies d'excitation et d'amortissement s'annulent. Par contre, nous savons que l'interaction avec la paroi résistive de la chambre à vide entraîne l'excitation très forte de la raie $n=387$ pour le mode azimutal $m=0$ (cf. figure 1.31). Ces nouvelles simulations permettent de connaître le comportement des autres modes azimutaux ainsi que le nombre de modes instables de paquets couplés n en fonction de la chromaticité. D'autre part, pour une chromaticité donnée et pour un mode azimutal donné ($m=0,1,2$ ou 3), le code calcule la matrice d'interaction M_{mq} , puis résout le système aux valeurs propres, qui vont donner les décalages en fréquence dus à l'impédance et donc les taux de croissance $1/\tau_{mq}$.

Dans les résultats des taux de croissance présentés ci-dessous, on a gardé uniquement le taux d'excitation maximal (en général, c'est $1/\tau_{m0}$ ou $1/\tau_{m1}$), c'est le taux qui donne le temps de croissance le plus rapide de l'instabilité considérée.

On donne quelques caractéristiques de la paroi de la chambre à vide :

- le petit rayon de l'axe vertical est égal à 12,5 mm,
- la longueur de la chambre est égale à 337,073 m,

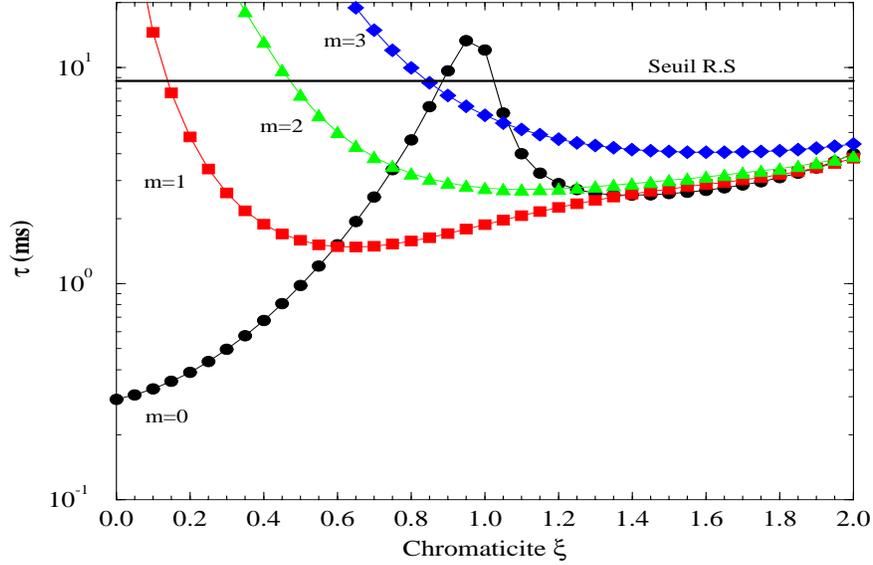


FIG. 1.32 – Temps de croissance (ms) du mode le plus instable en fonction de la chromaticité pour $m=0, 1, 2$ et 3 dans le cas d’une impédance résistive de la chambre à vide seule

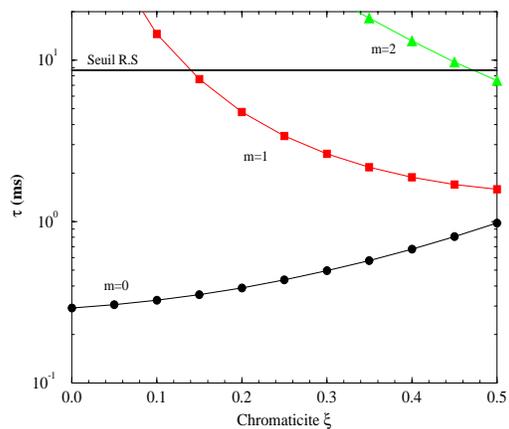
- la conductivité électrique est égale à $1,33 \cdot 10^6 \Omega^{-1} m^{-1}$.

Pour les simulations, on a testé deux résonateurs large-bande :

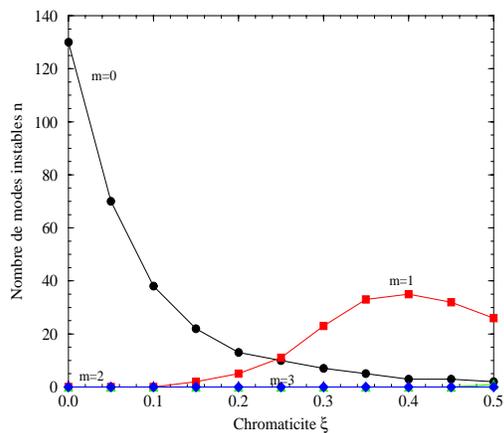
- résonateur de fréquence 10 GHz, de résistance *shunt* $R_s=0,5 M\Omega/m$ et $Q \approx 1$,
- résonateur de fréquence 30 GHz, de résistance *shunt* $R_s=0,5 M\Omega/m$ et $Q \approx 1$.

Dans le cas de Soleil, l’impédance *shunt* est évaluée à $0,5 M\Omega/m$, par extrapolation de l’impédance connue de l’ESRF. La figure 1.32 donne les temps de croissance des instabilités pour les modes $m = 0, 1, 2$ et 3 en fonction de la chromaticité ξ avec l’impédance de la paroi résistive seule. Bien qu’en pratique la chromaticité ne dépasse généralement pas l’unité (ω_ξ équivaut alors à $17568 \omega_o$), les courbes de la figure 1.32 sont tracées pour des valeurs allant jusqu’à 2, permettant de faire les remarques suivantes :

- le mode rigide ($m = 0$) se stabilise au fur et à mesure que la chromaticité ξ augmente, mais un mode radial apparaît au-delà de $\xi = 1$, le rendant instable à nouveau,
- les modes «tête-queue» ($m \neq 0$) apparaissent dès que la chromaticité est non nulle, et leur temps de croissance devient successivement inférieur au temps d’amortissement synchrotron (au-delà d’une chromaticité égale à 0,15, le mode azimutal $m = 1$ est instable).

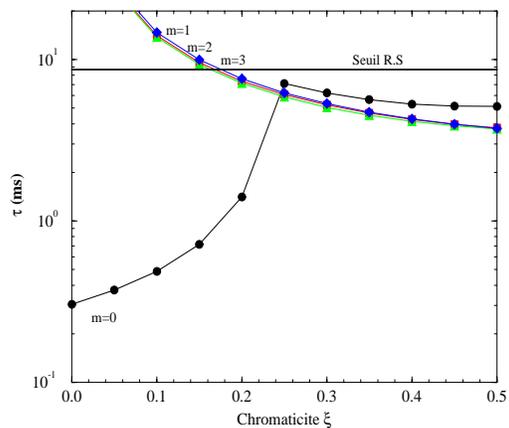


(a)

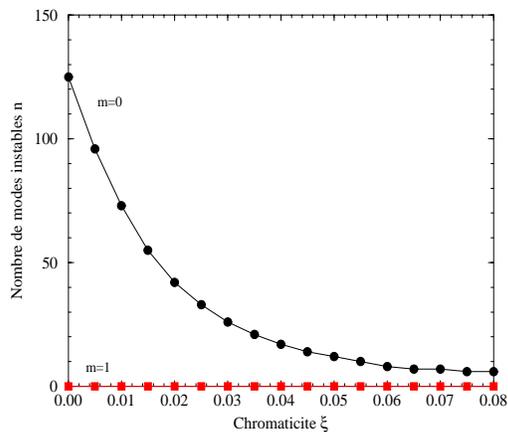


(b)

FIG. 1.33 – Temps de croissance (ms) du mode le plus instable (a) et nombre de modes instables (b) en fonction de la chromaticité pour $m=0, 1, 2$ et 3 dans le cas de l'impédance de la paroi résistive seule



(a)



(b)

FIG. 1.34 – Temps de croissance (ms) du mode le plus instable (a) et nombre de modes instables (b) en fonction de la chromaticité pour $m=0, 1, 2$ et 3 dans le cas d'une impédance de paroi résistive et d'un résonateur large-bande centré à 30 GHz

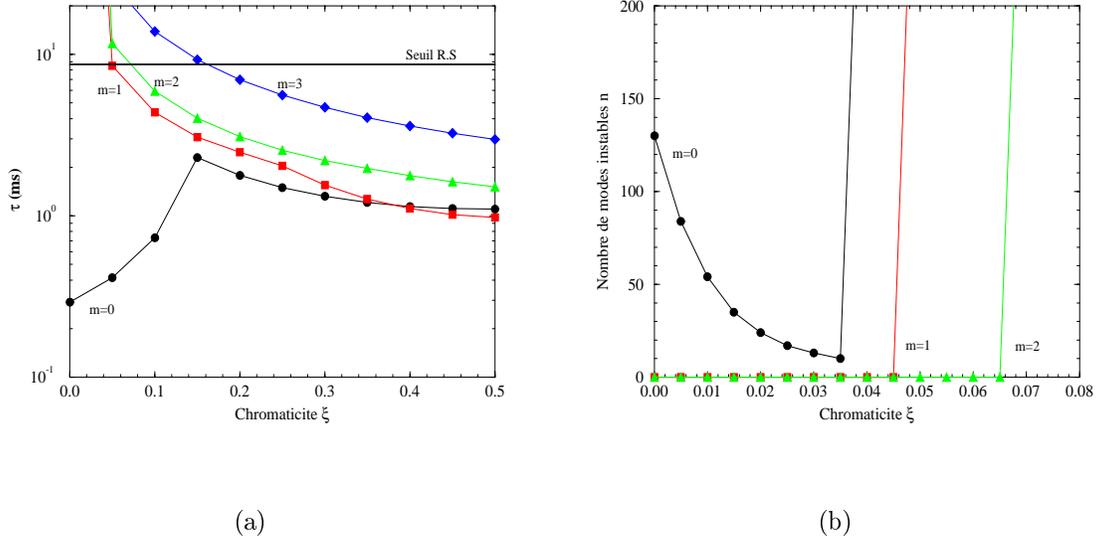


FIG. 1.35 – Temps de croissance (ms) du mode le plus instable (a) et nombre de modes instables (b) en fonction de la chromaticité pour $m=0, 1, 2$ et 3 dans le cas d’une impédance de paroi résistive et d’un résonateur large-bande centré à 10 GHz

La figure 1.33, tracée pour une chromaticité maximale égale à 0,5, donne une vue agrandie du temps de croissance des modes azimutaux, ainsi que du nombre de modes instables. On constate que la chromaticité ne devrait pas dépasser 0,15 afin de ne pas rendre le mode azimutal $m = 1$ instable; le nombre de modes $m = 0$ correspondant est alors légèrement supérieur à 20. En prenant en compte l’impédance supplémentaire d’un résonateur large-bande, la situation s’améliore si la fréquence centrale du résonateur est élevée (30 GHz) (figure 1.34), par contre elle se dégrade quand la fréquence centrale est inférieure ou de l’ordre de 10 GHz car les pics des spectres «tête-queue» se trouvent à haute fréquence pour des paquets courts (figure 1.35). Pour Soleil, il semble que le résonateur qui simule le mieux les discontinuités de la chambre soit le résonateur centré à 10 GHz, avec une impédance *shunt* de $0,5 M\Omega/m$. Dans ce dernier cas (figure 1.35), on constate que des modes radiaux (indice q) supérieurs sont devenus instables pour $m = 0$, à partir d’une valeur très faible de la chromaticité ($\xi \approx 0,04$). Pour la valeur optimale de la chromaticité qui minimise le nombre de modes $m = 0$, c’est-à-dire ξ inférieure à 0,040, tout en évitant l’excitation de modes «tête-queue», le nombre de modes instables reste toutefois inférieur à 20.

1.2.3 Conclusion

On sait que le mode d'oscillation de paquets couplés le plus instable est $n = 387$. D'après l'analyse précédente, en présence des impédances de la paroi résistive et du résonateur 10 GHz, l'analyse des modes «tête-queue» donne à peu près 20 modes instables $m = 0$ pour une chromaticité $\xi \approx 0,35$. Les autres modes azimutaux ne sont pas excités. Alors la bande en fréquence, que doit pouvoir couvrir le système de contre-réaction transverse, est :

$$\Delta \omega_{BP} = \omega_{-1/387} - \omega_{-1/367} = 17,78 \text{ MHz}$$

Un système de contre-réaction, de bande passante de l'ordre de 20 MHz, capable de stabiliser une vingtaine de modes, ne devrait pas poser de difficulté majeure.

En conclusion, on voit que quelle que soit l'impédance large-bande, on arrivera toujours à ajuster la chromaticité de la machine de façon telle que le nombre de modes rigides ($m = 0$) instables reste inférieur à 20, tout en évitant l'excitation des modes «tête-queue».

Annexe

Les instabilités transversales internes au paquet nécessitent une méthode de résolution de modes propres, développée par Sacherer. Cette méthode revient à résoudre l'équation de Vlasov linéarisée, qui, après un certain traitement mathématique, est ramenée sous la forme de l'équation intégrale de Sacherer. Cette équation intégrale permet le calcul du taux de croissance des instabilités, en prenant en compte les modes azimutaux ou «tête-queue» $m \neq 0$ ainsi que les modes radiaux d'ordres supérieurs, par la résolution d'un système de valeurs propres.

La fonction de distribution Ψ du paquet, pour décrire le mouvement transverse et les oscillations synchrotrons, est fonction des quatre coordonnées (y, \dot{y}) pour le plan transverse et $(\phi, \dot{\phi})$ pour le plan longitudinal. L'équation de Vlasov s'écrit :

$$\frac{d\Psi}{dt} = \frac{\partial \Psi}{\partial t} + \dot{y} \frac{\partial \Psi}{\partial y} + \ddot{y} \frac{\partial \Psi}{\partial \dot{y}} + \dot{\phi} \frac{\partial \Psi}{\partial \phi} + \ddot{\phi} \frac{\partial \Psi}{\partial \dot{\phi}} = 0 \quad (1.10)$$

Le passage en coordonnées polaires dans des plans de phases normalisés permet d'écrire l'équation de Vlasov de manière plus adaptée au problème (avec $\phi = r_l \cos \theta_l$, $\dot{\phi}/\omega_s = r_l \sin \theta_l$ pour le plan longitudinal et $y = r_t \cos \theta_t$, $\dot{y}/Q\omega_o = r_t \sin \theta_t$ pour le plan transverse).

La partie se rapportant au mouvement synchrotron s'écrit :

$$\dot{\phi} \frac{\partial \Psi}{\partial \phi} + \ddot{\phi} \frac{\partial \Psi}{\partial \dot{\phi}} = -\omega_s \frac{\partial \Psi}{\partial \theta_l}$$

La partie se rapportant au mouvement bêatron s'écrit :

$$\dot{y} \frac{\partial \Psi}{\partial y} + \ddot{y} \frac{\partial \Psi}{\partial \dot{y}} = F_{\perp} \frac{\partial \Psi}{\partial \dot{y}} - Q\omega_o \frac{\partial \Psi}{\partial \theta_t}$$

où F_{\perp} est la force défléctrice.

L'équation de Vlasov se simplifie (on pose $\omega_{\beta} = Q_{\perp} \omega_o$) :

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} + F_{\perp} \frac{\partial \Psi}{\partial \dot{y}} - \omega_{\beta} \frac{\partial \Psi}{\partial \theta_t} - \omega_s \frac{\partial \Psi}{\partial \theta_l} = 0 \quad (1.11)$$

Or la fréquence bêatron ω_{β} dépend de l'énergie et donc de la chromaticité ξ :

$$\xi = \frac{\Delta Q_{\perp}/Q_{\perp}}{\delta p/p} \quad \text{et la fréquence chromatique est :} \quad \omega_{\xi} = \frac{\xi \omega_o Q_{\perp}}{\alpha}$$

Il en résulte une modulation de la phase bêatron due à l'effet chromatique :

$$\omega_{\beta} = \omega_{\beta o} + \omega_o \xi \Delta E/E$$

Alors l'équation (1.11) devient :

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} + F_{\perp} \frac{\partial \Psi}{\partial y} - (\omega_{\beta o} + \xi \omega_o \Delta E/E) \frac{\partial \Psi}{\partial \theta_t} - \omega_s \frac{\partial \Psi}{\partial \theta_l} = 0 \quad (1.12)$$

La fonction de distribution peut être représentée par la somme d'une fonction stationnaire et d'une perturbation :

$$\Psi = f_0(r_t) g_0(r_t) + f_1(r_t, \theta_t) g_1(r_t, \theta_t) \times e^{j\omega_1 t}$$

En ne retenant que les termes du premier ordre, l'équation (1.12) s'écrit à présent :

$$[j\omega_1 f_1 g_1 - (\omega_{\beta o} + \xi \omega_o \Delta E/E) \frac{\partial f_1}{\partial \theta_t} g_1 - \omega_s \frac{\partial g_1}{\partial \theta_l} f_1] e^{j\omega_1 t} + g_0 \frac{F_{\perp}}{\omega_{\beta}} \sin \theta_t \frac{d f_0}{d r_t} = 0 \quad (1.13)$$

L'expression de la force défectrice dipolaire, d'après la définition de l'impédance de couplage transverse, est :

$$F_{\perp} = -j \frac{\omega_o I_b \beta_{\perp}}{2 E/e} \sum_p Z_{\perp}(\omega_p) \sigma_m(\omega_p) e^{\omega_p \tau} e^{j\omega_1 t}$$

où Z_{\perp} est l'impédance transverse et σ_m l'amplitude du signal induit par la perturbation à la fréquence ω_p .

On substitue dans l'équation de Vlasov (1.13) l'expression de la force défectrice, et on trouve :

$$j(\omega_1 - \omega_{\beta o} - \xi \omega_o \Delta E/E) g_1 - \omega_s \frac{\partial g_1}{\partial \theta_l} = \frac{\omega_o I_b \beta_{\perp}}{2 E/e} g_0 \sum_p Z_{\perp}(\omega_p) \sigma_m(\omega_p) e^{\xi \omega_o \tau / \alpha} \quad (1.14)$$

On développe g_1 en fonction de θ_l avec un déphasage chromatique $\xi \omega_o \tau / \alpha$ afin de supprimer le terme chromatique du premier membre :

$$g_1(r_t, \theta_l) = \sum_m R_m(r_t) e^{j m \theta_l} e^{\xi \omega_o \tau / \alpha}$$

Le premier membre de l'équation devient égal à $j[\omega_1 - (m\omega_s + \omega_{\beta o})] g_1$. On abandonne les indices l dans la suite. En développant g_1 avec les fonctions de Bessel et en simplifiant l'équation de Vlasov (1.14) par $e^{j m \theta} e^{\xi \omega_o \tau / \alpha}$, il reste :

$$(\Omega - \omega_{\beta} - m\omega_s) R_m(r) = j \frac{\omega_o I_b \beta_{\perp}}{2 E/e} j^m g_0(r) \sum_p Z_{\perp}(\omega_p) \sigma_m(\omega_p) J_m[(\omega_p - \omega_{\xi}) r] \quad (1.15)$$

où R_m est appelée la fonction radiale et m est l'indice des modes azimutaux. m est l'indice qui détermine l'allure des oscillations cohérentes ($m=1$ pour les oscillations dipolaires, $m=2$ pour les oscillations quadripolaires, etc...). D'autre part, pour chaque mode azimutal m , il existe une infinité de solutions, donc de modes radiaux. Le couplage éventuel de modes est ignoré, hypothèse justifiée par le fait que la charge par paquet est relativement basse dans le mode de fonctionnement multi-paquets. La fréquence ω_p est la même que dans la section 1.1 ($\omega_p = (n + pM)\omega_o + \omega_\beta + m\omega_s$). Pour résoudre un tel système, il faut se ramener à un problème de valeurs propres en remarquant que la fonction radiale R_m est reliée à la composante de Fourier σ_m par la relation :

$$\sigma_m = j^{-m} \int_0^\infty R_m J_m(\omega r) r dr$$

Alors l'équation (1.15) développée s'écrit :

$$\begin{aligned} (\Omega - \omega_\beta - m\omega_s) R_m(r) &= j \frac{\omega_o I_b \beta_\perp}{2 E/e} g_0(r) \\ &\times \sum_p \int_0^\infty R_m(r') J_m[(\omega_p - \omega_\xi) r'] \times Z_\perp(\omega_p) J_m[(\omega_p - \omega_\xi) r] r' dr' \end{aligned} \quad (1.16)$$

Soit $G_m(r, r')$ le noyau de l'intégrale :

$$G_m(r, r') = j \frac{\omega_o I_b \beta_\perp}{2 E/e} \sum_p Z_\perp(\omega_p) J_m[(\omega_p - \omega_\xi) r'] J_m[(\omega_p - \omega_\xi) r]$$

On obtient alors l'équation intégrale de Sacherer que l'on peut résoudre et qui permet de calculer le taux de croissance des instabilités :

$$(\Omega - \omega_\beta - m\omega_s) R_m(r) = g_0(r) \int_0^\infty R_m(r') G_m(r, r') r' dr' \quad (1.17)$$

Par l'introduction d'un jeu complet de fonctions orthogonales $f_q(r)$ qui remplissent les conditions de relation de fermeture (relation d'orthonormalisation), on décompose R_m en : $R_m = g_0(r) \sum_{q=0}^\infty a_q f_q(r)$. Ce terme est réinjecté dans l'équation (1.17), on a alors :

$$(\Omega - \omega_\beta - m\omega_s) g_0(r) \sum_{q=0}^\infty a_q f_q(r) = g_0(r) \int_0^\infty g_0(r') \sum_{q'=0}^\infty a_{q'} f_{q'}(r') G_m(r, r') r' dr'$$

En multipliant par $f_q(r) r dr$ et en intégrant sur r (on utilise les propriétés d'orthogonalité des fonctions f_q), on a alors :

$$(\Omega - \omega_\beta - m\omega_s) a_q = \sum_{q'} \int_0^\infty g_0(r) f_q(r) \left[\int_0^\infty g_0(r') f_{q'}(r') G_m(r, r') r' dr' \right] r dr \times a_{q'}$$

Le système à résoudre est donc un système aux valeurs propres : avec $\Delta \omega_{mq}$ la $q^{\text{ième}}$ valeur propre pour un mode donné m :

$$\Delta \omega_{mq} \times a_q = \sum_{q'} M_{q q'} \times a_{q'} \quad (1.18)$$

où $M_{q q'}$ est appelée la matrice d'interaction s'exprime de la manière suivante :

$$M_{q q'} = j \frac{\omega_o I_b \beta_{\perp}}{2 E/e} \sum_p Z_{\perp}(\omega_p) \times g_{mq}(\omega_p - \omega_{\xi}) \times g_{mq'}(\omega_p - \omega_{\xi})$$

avec $g_{mq}(\omega) = \int_0^{\infty} g_0(r) f_q(r) J_m(\omega r) r dr$ et pour un paquet gaussien, on a $g_0(r) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-r^2/2\sigma^2}$. Pour les fonctions orthonormales f_q , on utilise les polynômes de Laguerre de la façon suivante :

$$f_q(r) = \left[\frac{2\pi q!}{(m+q)!} \right]^{1/2} \times \left(\frac{r}{\sqrt{2}\sigma} \right)^m \times L_q^{(m)} \left(\frac{r^2}{2\sigma^2} \right)$$

alors g_{mq} s'exprime de la manière suivante :

$$g_{mq} = \frac{1}{[2\pi q! (m+q)!]^{1/2}} \times \left(\frac{\omega \sigma_t}{\sqrt{2}} \right)^{m+2q} \times e^{-\frac{\omega^2 \sigma_t}{2}}$$

La matrice d'interaction, ainsi développée, s'écrit :

$$M_{q q'} = j \frac{\omega_o I_b \beta_{\perp}}{4\pi E/e} \frac{1}{[q!q!(m+q)!(m+q')!]^{1/2}} \sum_p Z_{\perp}(\omega_p) \left[\frac{(\omega_p - \omega_{\xi})^2 \sigma_t^2}{2} \right]^{m+q+q'} \cdot e^{(\omega_p - \omega_{\xi})^2 \sigma_t^2} \quad (1.19)$$

Les taux de croissance des éventuelles instabilités sont donc donnés par la partie imaginaire des valeurs propres $\Delta \omega_{mq} : 1/\tau_{mq} = -\Im [\Delta \omega_{mq}]$.

Chapitre 2

Instabilité du mode fondamental accélérateur

Éliminer les instabilités multi-paquets est un des principaux enjeux des sources de rayonnement synchrotron de troisième génération. Ces instabilités, provoquées par les modes d'ordres supérieurs des cavités accélératrices supraconductrices, sont éliminées grâce à un amortissement total des modes par des coupleurs (chapitre 1). Cependant, le mode fondamental accélérateur peut être également responsable d'une instabilité multi-paquet appelée instabilité Robinson. Or, les systèmes H.F. supraconducteurs, fonctionnant dans leurs conditions optimales, sont à la limite de cette instabilité. L'étude de l'interaction faisceau-cavité démontre qu'une source de lumière de 3^{ème} génération, du type du projet Soleil, se situe dans une région instable, définie par les critères de Robinson. Pour combattre cette instabilité, on adopte un système de deux boucles rapides de régulation en phase et en amplitude sur la tension de la cavité, dont le comportement dynamique est similaire à une contre-réaction H.F. directe, décrite dans [26].

On étudie le comportement du faisceau avec et sans système de contre-réaction, par une analyse fréquentielle, et les critères de stabilité sont calculés. Les simulations confirment ces analyses et permettent de comprendre l'action concrète du système de contre-réaction. Enfin, ce système est soumis à un certain nombre de perturbations externes simulées : la présence d'un «trou» dans le train de paquet, l'injection du faisceau et les vibrations microphoniques. Ces dernières représentent l'un des problèmes majeurs dans un système supraconducteur qui, du fait d'un facteur de qualité très élevé, est particulièrement sensible à ces effets transitoires. L'ensemble de ces résultats constitue un test sur l'efficacité du système de contre-réaction avec les paramètres de la machine Soleil.

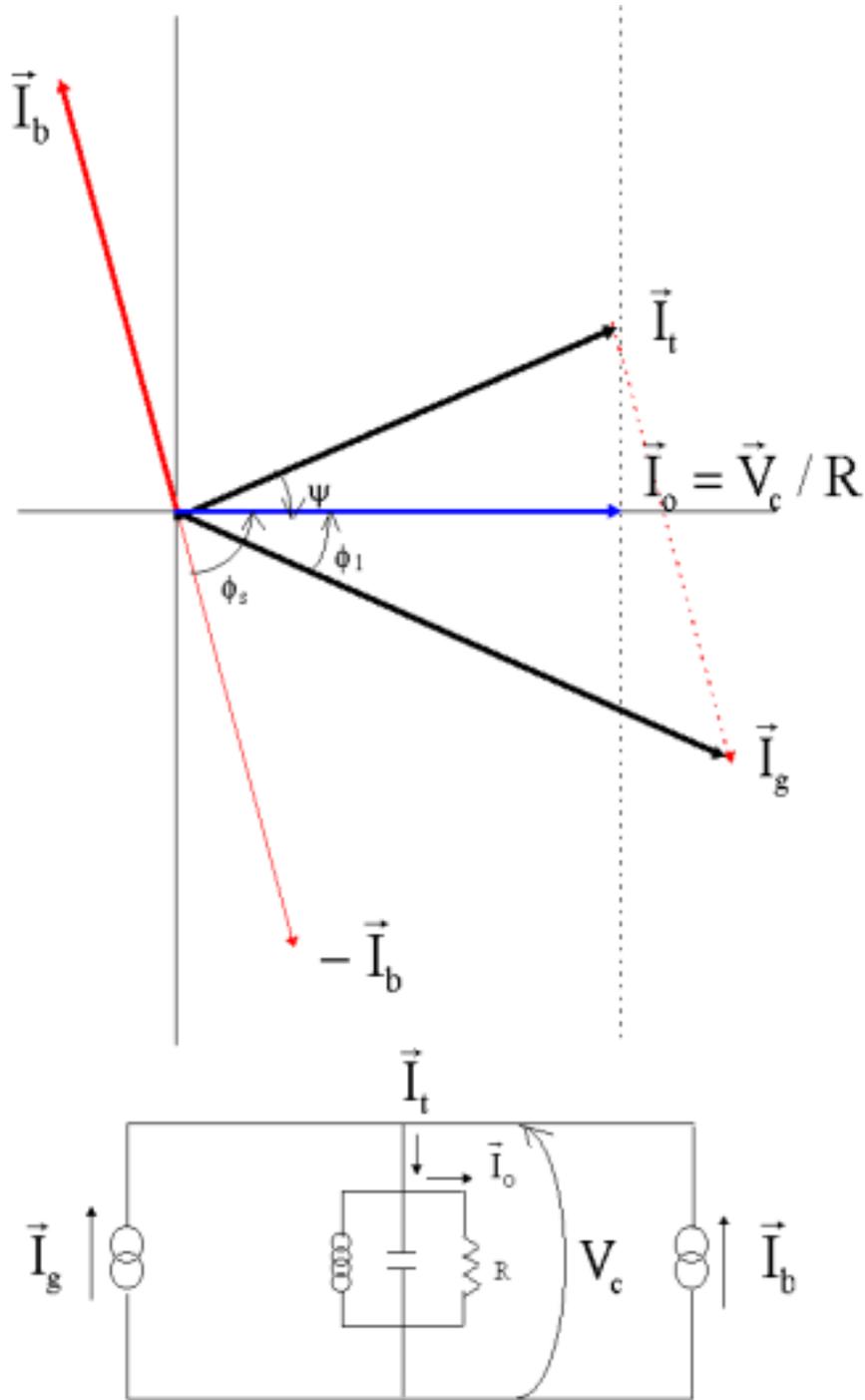


FIG. 2.1 – Diagramme vectoriel des courants et schéma équivalent du système cavité-faisceau, la cavité est un résonateur représenté par un circuit RLC

2.1 Analyse de l'interaction faisceau-cavité dans le domaine fréquentiel

2.1.1 Instabilité Robinson

Mise en équations du couplage faisceau-mode fondamental d'une cavité

L'interaction faisceau-cavité se traduit par l'échange d'énergie entre les deux systèmes et conduit à des oscillations basses fréquences qui sont instables sous certaines conditions, données par les critères de Robinson [27]. Mais tout d'abord, on rappelle les équations du couplage du mouvement synchrotron des paquets avec le mode fondamental de la cavité. On a pour habitude de travailler avec le diagramme vectoriel des courants qui correspond au schéma équivalent de la cavité [28] (figure 2.1) (on utilise des notations différentes dans ce texte).

La cavité est alimentée par un générateur de fréquence ω avec le couplage β_m . L'admittance de la cavité est $G_o = 1/R_o$ et celle du générateur est $\beta_m G_o$, avec $R_o = \frac{V_c^2}{2P_d}$ l'impédance *shunt* de la cavité (P_d est la puissance dissipée); de plus, on a la relation $1/R = 1/R_o + \beta_m/R_o = (1 + \beta_m)/R_o$. L'admittance totale de la cavité chargée est donc :

$$Y_L = Y_{cav} + Y_g = G_o [(1 + \beta_m) + j Q_o \Omega] = G (1 + j Q \Omega)$$

avec $G = G_o(1 + \beta_m) = \frac{1 + \beta_m}{R_o}$, $Q = \frac{Q_o}{1 + \beta_m}$ et $\Omega = \frac{\omega}{\omega_r} - \frac{\omega_r}{\omega}$, où ω_r est la fréquence de résonance du résonateur constitué par la cavité.

Le courant total est la somme du courant générateur i_g et du courant faisceau i_b :

$$\tilde{i}_t = \tilde{i}_g + \tilde{i}_b = \tilde{i}_o + \tilde{i}_c$$

avec \tilde{i}_o le courant qui passe dans la charge G , donc $\tilde{i}_o = \tilde{V}_c G$, et \tilde{i}_b le courant H.F., à la fréquence ω , égal à 2 fois le courant moyen pour des paquets très courts.

Pour le diagramme vectoriel en courant, on choisit comme référence l'axe réel pour la tension cavité \tilde{V}_c , par conséquent \tilde{i}_o est réel pur et \tilde{i}_c (courant passant dans la partie réactive du schéma équivalent) est imaginaire pur : $\tilde{i}_c = j \tilde{V}_c \Omega / (R/Q)$. A partir de \tilde{i}_c et \tilde{i}_o , on établit le vecteur \tilde{i}_t .

Il reste à construire \tilde{i}_b et avec la relation en \tilde{i}_t , on peut ensuite en déduire \tilde{i}_g . Le courant faisceau étant décélérateur, la tension accélératrice V_a , vue par le faisceau, est la projection de la tension cavité V_c sur l'axe opposé à \tilde{i}_b . Le déphasage de la tension par rapport à l'axe $-\tilde{i}_b$ est la phase synchrone ϕ_s ($V_a = V_c \cos \phi_s$). Maintenant, on connaît \tilde{i}_b , donc on peut déduire \tilde{i}_g . Tous les vecteurs du diagramme sont à présent construits. On appelle ϕ_l l'angle qui représente le déphasage entre le courant générateur et la tension cavité et ψ l'angle de désaccord de la cavité (c'est le déphasage de la tension par rapport au courant total). Ce déphasage s'exprime de la façon suivante :

$$\tan \psi = -Q \Omega \approx -2Q \frac{\omega - \omega_r}{\omega_r}$$

On peut maintenant établir les équations du système faisceau-cavité. Dans le domaine temporel, l'équation qui régit la tension et le courant total du résonateur est :

$$\frac{d^2 \mathcal{V}_c}{dt^2} + \frac{\omega_r}{Q} \cdot \frac{d \mathcal{V}_c}{dt} + \omega_r^2 \mathcal{V}_c = \frac{\omega_r R}{Q} \cdot \frac{d \mathcal{I}_t}{dt} \quad (2.1)$$

On considère une modulation en phase et en amplitude des signaux H.F qui se mettent sous la forme : $\mathcal{V}_c = \tilde{V}_c(t) e^{j\omega t}$ et $\mathcal{I}_t = \tilde{I}_t(t) e^{j\omega t}$. En remplaçant ces expressions dans l'équation (2.2) et en négligeant les termes du second ordre, on obtient :

$$\frac{d \tilde{V}_c}{dt} + \left(\frac{\omega_r R}{2Q} + j \frac{\omega^2 - \omega_r^2}{2\omega} \right) \tilde{V}_c = \frac{\omega_r R}{2Q} \tilde{I}_t$$

Le temps de remplissage de la cavité est : $\tau = \frac{2Q}{\omega_r}$, et en posant $y = -\tan \psi$, l'équation de la tension et du courant total de la cavité s'écrit :

$$\tau \frac{d \tilde{V}_c}{dt} + (1 + j y) \tilde{V}_c(t) = R \tilde{I}_t(t) \quad (2.2)$$

La transformée de Laplace nous permet de passer dans le domaine fréquentiel, on a alors :

$$(1 + \tau p + j y) \tilde{V}_c(p) = R \tilde{I}_t(p) \quad (2.3)$$

On considère des petites fluctuations de l'amplitude V_c et de la phase ϕ_c de la tension cavité : $\frac{\delta \tilde{V}_c}{V_c} = \frac{\delta V_c}{V_c} + j \delta \phi_c$. En l'absence de système de contre-réaction extérieur, la variation du courant total est égale à la variation du courant faisceau, qui subit une petite variation de phase et d'amplitude : $\frac{\delta \tilde{I}_t}{I_t} = \frac{\delta I_t}{I_t} + j \delta \phi_t$.

En remplaçant $\delta\tilde{V}_c$ et $\delta\tilde{I}_t$ dans l'équation (2.3), et en séparant les parties réelles et imaginaires, on écrit l'équation de la tension cavité :

$$\begin{cases} (1 + \tau p) \frac{\delta V_c}{V_c} - y \delta\phi_c = \frac{\delta I_t}{I_t} - y \delta\phi_t \\ y \frac{\delta V_c}{V_c} + (1 + \tau p) \delta\phi_c = y \frac{\delta I_t}{I_t} + \delta\phi_t \end{cases} \quad (2.4)$$

Afin d'obtenir les fonctions de transfert des modulations de tension cavité en fonction des modulations de I_t , il faut projeter I_b et I_g sur I_t (en utilisant la relation $I_t = I_g + I_b$). Après un long développement, on en déduit les variations d'amplitude et de phase de la tension cavité en fonction d'une variation de phase et d'amplitude du faisceau, on a alors les fonctions de transfert suivantes :

$$\begin{cases} \frac{\delta V_c}{V_c} = -Y \left[\frac{(1 + \tau p) \cos \phi_s - y \sin \phi_s}{(1 + \tau p)^2 + y^2} \right] \frac{\delta V_b}{V_b} - Y \left[\frac{(1 + \tau p) \sin \phi_s + y \cos \phi_s}{(1 + \tau p)^2 + y^2} \right] \delta\phi_b \\ \delta\phi_c = -Y \left[\frac{-(1 + \tau p) \sin \phi_s - y \cos \phi_s}{(1 + \tau p)^2 + y^2} \right] \frac{\delta V_b}{V_b} - Y \left[\frac{(1 + \tau p) \cos \phi_s - y \sin \phi_s}{(1 + \tau p)^2 + y^2} \right] \delta\phi_b \end{cases} \quad (2.5)$$

où $Y = \frac{i_b}{G V_c} = \frac{R i_b}{V_c}$ est le paramètre de charge du faisceau.

Il reste à mettre en équation le mouvement du faisceau (on ne considère que des oscillations dipolaires). Comme précédemment, on considère des petites variations d'amplitude δV_c et des petites avances de phase $\delta\phi_c$ de la tension cavité, et $\delta\phi_b$ du paquet, par rapport à la phase synchrone. La tension d'accélération reçue par le paquet est :

$$V_{acc.} = (V_c + \delta V_c) \cdot \cos(\phi_s + \delta\phi_c - \delta\phi_b)$$

Le nouvel accroissement d'énergie par tour est :

$$\Delta E/e = (V_c + \delta V_c) \cdot \cos(\phi_s + \delta\phi_c - \delta\phi_b) - V_c \cos \phi_s$$

Les petites variations permettent de linéariser le gain d'énergie et il peut alors se mettre sous la forme suivante (avec ω_o la fréquence angulaire de révolution) :

$$\frac{d \Delta E}{dt} = \frac{\omega_o}{2\pi} e V_c \cdot \left(\frac{\delta V_c}{V_c} \cos \phi_s - \delta\phi_c \sin \phi_s + \delta\phi_b \sin \phi_s \right) \quad (2.6)$$

L'avance de phase sur un tour du paquet est :

$$\delta\phi_b = -\omega_{RF} \Delta T = -\frac{h\omega_o\alpha}{\beta^2} T_o \frac{\Delta E}{E}$$

où la fréquence H.F est à l'harmonique h de la fréquence de révolution, β est égal à 1 pour des électrons ultrarelativistes et α est le «momentum compaction». De même, l'avance de phase due à un écart en énergie ΔE , peut se mettre sous la forme :

$$\frac{d^2 \delta\phi_b}{dt^2} + \omega_{so}^2 \delta\phi_b = \omega_{so}^2 \left(\delta\phi_c - \frac{1}{\tan \phi_s} \frac{\delta V_c}{V_c} \right) \quad (2.7)$$

où ω_{so} est la fréquence synchrotron non perturbée. Elle est donnée par :

$$\omega_{so}^2 = \frac{h\alpha V_c \sin \phi_s}{2\pi\beta^2 E/e} \omega_o^2$$

En l'absence de perturbation, on retrouve le mouvement synchrotron oscillant autour de la particule synchrone. Le mouvement est stable pour une phase synchrone positive. La transformée de Laplace de l'expression (2.7) fournit la réponse en phase du faisceau à une modulation en phase et en amplitude de la cavité :

$$\frac{p^2 + \omega_{so}^2}{\omega_{so}^2} \delta\phi_b(p) = \delta\phi_c(p) - \frac{1}{\tan \phi_s} \frac{\delta V_c}{V_c}(p) \quad (2.8)$$

En résumé : une modulation de phase et d'amplitude du faisceau induit une modulation en phase et en amplitude de la tension cavité qui, en retour, vont induire une modulation de phase du faisceau. Ce système est donc bouclé par les équations (2.5) et (2.8).

Critères de Robinson

Dans cette étude, nous utilisons les paramètres du système H.F. de Soleil, résumés dans le tableau 2.1. Ce système doit compenser les pertes par rayonnement synchrotron et fournir la focalisation longitudinale adéquate. La cavité bi-cellule supraconductrice à 352 MHz est alimentée par un seul klystron qui transfère 200 kW par cellule accélératrice au faisceau pour un courant nominal de 500 mA.

Le critère de Robinson est connu sous la double inégalité suivante :

$$\tan \psi < 0 \quad \text{et} \quad Y < \frac{1}{\cos \phi_s} \quad (2.9)$$

Fréquence cavité (MHz)	352,2
Désaccord en fréquence Δf (kHz)	4,3
Nombre d'harmoniques h	396
Energie nominale E_o (GeV)	2,5
Energie perdue par tour U_o (keV)	800
Tension H.F. totale (MV)	4
Puissance totale faisceau (MW)	400
Impédance géométrique (Ω)	45
Q en charge	$2,2 \cdot 10^5$
Paramètre de charge du faisceau Y	5
Phase synchrone de la cavité ϕ_s (degrés)	78,5
Angle de désaccord de la cavité ψ (degrés)	-78,5

TAB. 2.1 – Paramètres du système H.F. de Soleil

La première inégalité (condition dynamique) stipule que le l'angle de désaccord doit être négatif, c'est-à-dire que la cavité doit être accordée en dessous de la fréquence H.F. du générateur. Cette condition est immédiatement satisfaite par la compensation de la puissance réactive. En effet, la phase synchrone étant non nulle, le faisceau impose un courant générateur, déphasé par rapport à la tension cavité. Afin d'éviter cette consommation de puissance, la cavité est légèrement désaccordée de façon à rétablir le générateur et la tension de la cavité en phase.

La deuxième condition est une condition statique, car l'instabilité se produit à fréquence nulle. Lorsque l'on adapte le système des cavités supraconductrices à la charge du faisceau, une deuxième condition est requise : le couplage doit être optimal. Dans ce cas, on a la relation : $\beta_m = 1 + \frac{P_b}{P_d}$ où P_b représente la puissance du faisceau et P_d la puissance dissipée dans la cavité. On a donc :

$$\beta_m = 1 + \frac{R_o i_b \cos \phi_s}{V_c}$$

Or les cavités supraconductrices possèdent des facteurs de qualité Q_o très élevés (R_o est proportionnelle à Q_o), on a alors :

$$\beta_m \approx \frac{R_o i_b \cos \phi_s}{V_c}$$

soit

$$i_b \cos \phi_s = \frac{\beta_m V_c}{R_o} = G V_c = i_o$$

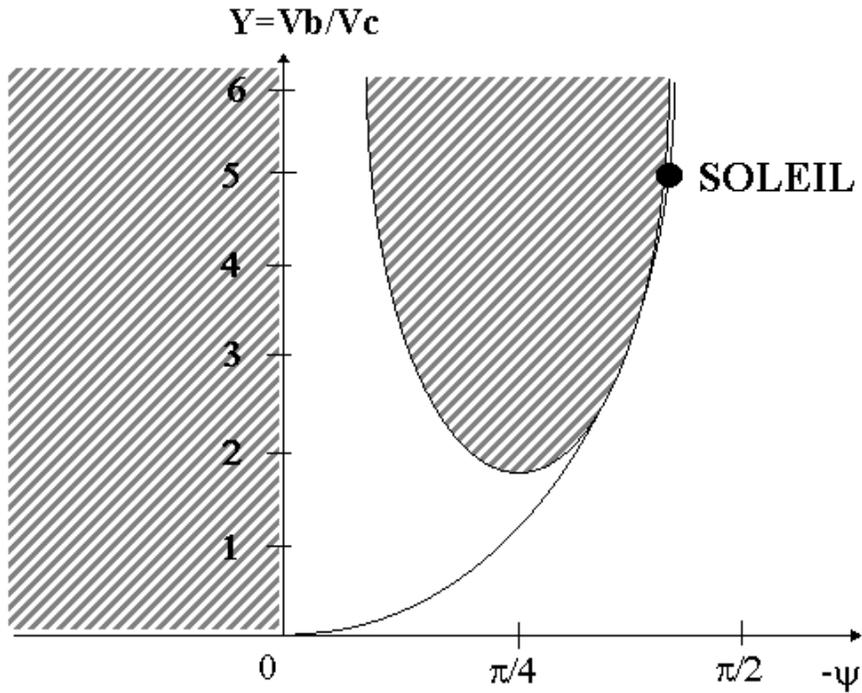


FIG. 2.2 – Diagramme de stabilité de Soleil (les zones hachurées sont stables)

par conséquent, le paramètre de charge s'écrit :

$$Y = \frac{i_b}{i_o} = \frac{1}{\cos \phi_s}$$

Dans ce cas, on est à la limite du critère de stabilité de Robinson. La figure 2.2 montre les zones de stabilité (zones hachurées), définies par les inégalités (2.9). Le point marque le point de fonctionnement de Soleil dans ce diagramme. Un système de contre-réaction est donc nécessaire pour essayer de repousser les limites de la zone de stabilité. Différents types de systèmes sont connus [29] et on propose l'étude de deux systèmes : l'un régule directement la tension cavité et l'autre possède deux boucles de régulation rapides en amplitude et en phase.

2.1.2 Critère de stabilité

Dans le but d'étudier la stabilité du système H.F. avec et sans système de contre-réaction, il est préférable d'écrire les équations (2.5) et (2.8), qui régissent le système faisceau-cavité, sous forme matricielle. On écrit les fonctions de transfert suivantes :

– Fonction de transfert faisceau \longrightarrow cavité :

$$\begin{pmatrix} \frac{\delta V_c}{V_c} \\ \delta \phi_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_{aa} & G_{a\phi} \\ G_{\phi a} & G_{\phi\phi} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \frac{\delta V_b}{V_b} \\ \delta \phi_b \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

– Fonction de transfert cavité \longrightarrow faisceau (on ne considère que le mode d'oscillation dipolaire) :

$$\delta \phi_b = F_{\phi a} \frac{\delta V_c}{V_c} + F_{\phi\phi} \delta \phi_c \quad (2.11)$$

avec

$$\begin{cases} G_{aa}(p) = G_{\phi\phi}(p) = G_1(p) \cos \phi_s + G_2(p) \sin \phi_s \\ G_{a\phi}(p) = -G_{\phi a}(p) = G_1(p) \sin \phi_s - G_2(p) \cos \phi_s \\ F_{\phi a}(p) = -\frac{1}{\tan \phi_s} \times \frac{\omega_s^2}{p^2 + \omega_s^2} \\ F_{\phi\phi}(p) = \frac{\omega_s^2}{p^2 + \omega_s^2} \end{cases}$$

Les fonctions G_1 et G_2 dépendent de la présence ou non d'un système de contre-réaction, et du type de ce système.

Le système étant bouclé, on détermine la stabilité de celui-ci par la position des pôles de la fonction de transfert en boucle fermée, qui doit être dans le demi-plan de partie réelle négative. Les pôles sont les racines de l'équation caractéristique $1 + H(p)$, où $H(p)$ est la fonction de transfert en boucle ouverte. Par la suite, on applique le critère de Routh par exemple. Les critères de stabilité sont calculés à partir de cette équation caractéristique. On s'intéresse particulièrement à la condition portant sur le paramètre de charge du faisceau Y , car la condition sur l'angle de désaccord ψ est résolue, en supposant la compensation de la puissance réactive.

Sans système de contre-réaction extérieure

Sans système de contre-réaction, on a les fonctions de transfert données par les équations (2.10) et (2.11), avec :

$$\begin{cases} G_1(p) = -Y \times \frac{1 + \tau p}{(1 + \tau p)^2 + \tan^2 \psi} \\ G_2(p) = -Y \times \frac{\tan \psi}{(1 + \tau p)^2 + \tan^2 \psi} \end{cases} \quad (2.12)$$

La fonction de transfert en boucle ouverte est donnée par :

$$H(p) = -\frac{\delta \phi_{be}}{\delta \phi_{bs}} = -\frac{\omega_s^2}{p^2 + \omega_s^2} \times \left[G_{aa} + \frac{1}{\tan \phi_s} G_{\phi a} \right]$$

On en déduit alors l'équation caractéristique $1 + H(p) = 0$:

$$\frac{p^2 + \omega_s^2}{\omega_s^2} - G_{\phi\phi} + \frac{G_{a\phi}}{\tan \phi_s} = 0$$

En développant tous les termes de cette équation, on obtient une expression longue, dans laquelle on factorise les termes en puissance de p, et on obtient le polynôme caractéristique du 4^{ème} degré suivant :

$$a_4 p^4 + a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p^1 + a_0 = 0$$

avec

$$\begin{cases} a_4 = 1 \\ a_3 = \frac{2}{\tau} \\ a_2 = \frac{1}{\tau^2} \left[1 + \tan^2 \psi \right] + \omega_s^2 \\ a_1 = \frac{2\omega_s^2}{\tau} \\ a_0 = \frac{\omega_s^2}{\tau^2} \left[1 + \tan^2 \psi \right] + \frac{\omega_s^2}{\tau^2} \left[\frac{Y \tan \psi}{\sin \phi_s} \right] \end{cases} \quad (2.13)$$

Le critère de Routh implique les inégalités suivantes :

- a_4 et a_3 doivent être positifs,

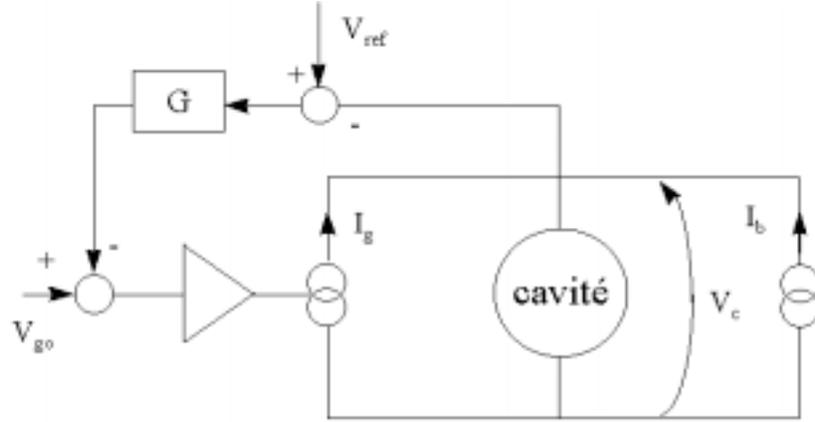


FIG. 2.3 – Schéma du système de contre-réaction direct

- $a_2 \times a_3 - a_1$ doit être positif,
- $a_1 a_2 a_3 - a_1^2 - a_0 a_3^2$ doit être positif.

Si on calcule ces inégalités, on retrouve les critères de Robinson (2.9) sur Y et ψ :

$$Y < \frac{2 \sin \phi_s}{-\sin 2\psi}$$

et $\tan \psi < 0$

L'inégalité ci-dessus sur le paramètre de charge Y définit l'existence d'un courant seuil qui est atteint lorsque le faisceau se trouve à la tension crête du générateur, ceci conduit alors à l'annulation de la focalisation longitudinale du mode dipolaire. Le remède, qui permet d'augmenter la valeur du courant seuil, consiste à réduire l'impédance vue par le faisceau, au moyen d'un système de contre-réaction H.F.

Système de contre-réaction H.F. direct

Le principe de ce système est de diminuer l'impédance du mode fondamental, en réinjectant le signal H.F., provenant d'une sonde de mesure de la cavité, à l'entrée de l'amplificateur de puissance [26]. Le schéma de principe du système est présenté par la figure 2.3. On appelle G le gain d'amplification de la boucle d'asservissement et le facteur de qualité apparent du résonateur, vu par le faisceau, est maintenant divisé par le facteur $(1 + G)$. On propose une légère variante du système direct original, afin de pouvoir mieux le comparer au système du paragraphe suivant. La tension à l'entrée de la cavité est corrigée (par rapport à une tension référence $V_r \tilde{\varphi}$) par la contre-réaction, et elle s'écrit :

$$\tilde{V}_g = \tilde{V}_{g0} + G (V_r \tilde{\varphi} - \tilde{V}_c)$$

La tension d'entrée \tilde{V}_{go} est alors constante. La boucle du système de contre-réaction modifie l'équation de la cavité (2.2), de sorte que l'on obtient une nouvelle expression :

$$\tau \frac{d\tilde{V}_c}{dt} + (1 + j y) \tilde{V}_c(t) = \tilde{V}_{go} + G (V_r \tilde{e}_q - \tilde{V}_c) + \tilde{V}_b \quad (2.14)$$

On en déduit les fonctions de transfert (2.10) et (2.11), avec les fonctions G_1 et G_2 suivantes :

$$\begin{cases} G_1(p) = -Y \times \frac{1 + G + \tau p}{(1 + G + \tau p)^2 + \tan^2 \psi} \\ G_2(p) = -Y \times \frac{\tan \psi}{(1 + G + \tau p)^2 + \tan^2 \psi} \end{cases} \quad (2.15)$$

On calcule à nouveau l'équation caractéristique avec les termes G_1 et G_2 . Le développement obtenu permet d'écrire les coefficients du polynôme du 4^{ème} degré. On trouve alors :

$$\begin{cases} a_4 = 1 \\ a_3 = \frac{2}{\tau} (1 + G) \\ a_2 = \frac{1}{\tau^2} \left[(1 + G)^2 + \tan^2 \psi \right] + \omega_s^2 \\ a_1 = \frac{2\omega_s^2}{\tau} (1 + G) \\ a_0 = \frac{\omega_s^2}{\tau^2} \left[(1 + G)^2 + \tan^2 \psi \right] + \frac{\omega_s^2}{\tau^2} \left[\frac{Y \tan \psi}{\sin \phi_s} \right] \end{cases} \quad (2.16)$$

L'application du critère de Routh donne dans le cas présent les inégalités suivantes :

$$Y < \frac{(1 + G)^2 + \tan^2 \psi}{-\tan \psi} \times \sin \phi_s$$

et $\tan \psi < 0$

La limite sur l'angle de désaccord ψ est identique au cas sans contre-réaction. En supposant que le gain G reste constant sur la largeur de bande concernée, la deuxième limite de Robinson sur le paramètre Y est repoussée d'un facteur $[(1 + G)^2 + \tan^2 \psi] \times \cos^2 \psi$ par rapport au cas précédent. Par exemple, dans le cas de Soleil, un tel système repousse le seuil sur Y de 5,0 à 29,0 avec un gain de boucle modeste égal à 10.

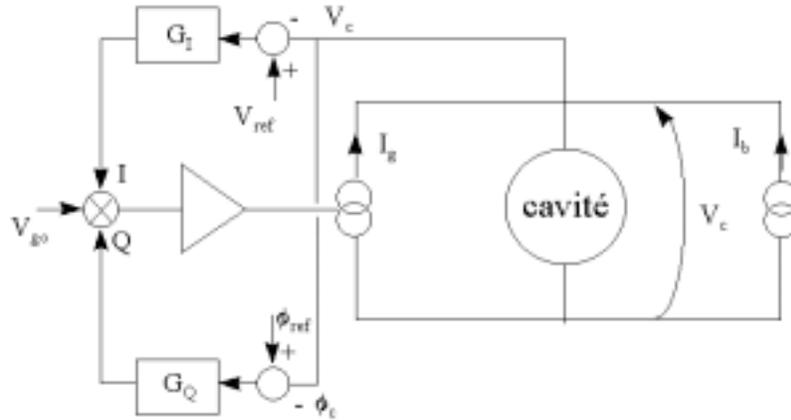


FIG. 2.4 – Schéma des boucles rapides de phase et d’amplitude du système de contre-réaction

En supposant la compensation de la puissance réactive, par désaccord de la cavité, cela revient à avoir $\phi_l = 0$. On en déduit alors l’égalité $\tan \psi + Y \sin \phi_s = 0$, et la deuxième limite de Robinson s’écrit :

$$Y < \frac{1 + G}{\cos \phi_s}$$

Cependant, on ne peut pas réduire l’impédance indéfiniment, le gain maximum est limité par le retard total de la boucle du système, du klystron et des câbles. Afin d’assurer une stabilité du système même sans faisceau, la limite sur le gain est donnée par [26] (avec une marge de phase de 45°) :

$$G < \frac{\pi \tau}{4T}$$

où T est le retard total. Pour Soleil, le temps de remplissage de la cavité est égal à $200 \mu\text{s}$; si l’on suppose un gain de 100, le retard ne doit alors pas excéder $1,57 \mu\text{s}$. Le temps de remplissage d’une cavité supraconductrice est bien plus long que les retards usuels et les performances du système de contre-réaction sont généralement limitées par d’autres effets que celui-ci.

Système de contre-réaction en amplitude et en phase

Dans le cadre du projet Soleil, afin de répondre aux performances demandées, à savoir une excellente stabilité temporelle du flux de photons de l’ordre de 1 ps , une contre-réaction rapide de phase est de toute façon nécessaire. Le système de contre-réaction mis en oeuvre

consiste donc à réguler la cavité avec deux boucles rapides en amplitude et en phase. Le principe de ce système est illustré par la figure 2.4. Le signal nominal H.F. est modulé par des quantités proportionnelles à l'erreur sur l'amplitude de la cavité (modulation en phase) et à l'erreur sur la phase de la cavité (modulation en quadrature de phase), au moyen d'un modulateur I/Q . Les gains des boucles sur l'amplitude et sur la phase sont respectivement G_I et G_Q . Cette fois-ci, la tension \tilde{V}_{go} n'est pas constante et fournit la tension nécessaire à la cavité et au faisceau. La tension, corrigée par ce système, à l'entrée de la cavité, s'écrit :

$$\tilde{V}_g = \tilde{V}_{go} \cdot \left[1 + G_I (\tilde{V}_{réf} - \tilde{V}_c) / \tilde{V}_{réf} + j G_Q (\phi_{réf} - \phi_c) \right]$$

L'équation de la cavité (2.2) est modifiée par l'introduction des termes de correction :

$$\tau \frac{d\tilde{V}_c}{dt} + (1 + j y) \tilde{V}_c(t) = \tilde{V}_{go} \cdot \left[1 + G_I (\tilde{V}_{réf} - \tilde{V}_c) / \tilde{V}_{réf} + j G_Q (\phi_{réf} - \phi_c) \right] + \tilde{V}_b \quad (2.17)$$

On calcule les nouvelles fonctions de transfert (équations (2.10) et (2.11)), associées à ce système, avec :

$$\begin{cases} G_1(p) = -Y \times \frac{1 + G(1 + Y \cos \phi_s) + \tau p}{D} \\ G_2(p) = -Y \times \frac{\tan \psi + G(\tan \psi + Y \sin \phi_s)}{D} \end{cases} \quad (2.18)$$

avec :

$$D = [1 + G_I(1 + Y \cos \phi_s) + \tau p][1 + G_Q(1 + Y \cos \phi_s) + \tau p] + [\tan \psi + G_I(\tan \psi + Y \sin \phi_s)][\tan \psi + G_Q(\tan \psi + Y \sin \phi_s)]$$

Pour simplifier, on suppose que les gains des boucles sont égaux $G_I = G_Q = G$. Dans ces conditions, on a :

$$\begin{cases} G_1(p) = -Y \times \frac{1 + G(1 + Y \cos \phi_s) + \tau p}{(1 + G(1 + Y \cos \phi_s) + \tau p)^2 + (\tan \psi + G(\tan \psi + Y \sin \phi_s))^2} \\ G_2(p) = -Y \times \frac{\tan \psi + G(\tan \psi + Y \sin \phi_s)}{(1 + G(1 + Y \cos \phi_s) + \tau p)^2 + (\tan \psi + G(\tan \psi + Y \sin \phi_s))^2} \end{cases} \quad (2.19)$$

On suppose que l'on a compensé la puissance réactive du faisceau par un désaccord de la cavité, de façon à rétablir le générateur et la tension cavité en phase. Dans le diagramme

vectorel des courants (figure 2.1), cela revient à avoir $\phi_l = 0$. On en déduit l'égalité $\tan \psi + Y \sin \phi_s = 0$. Ainsi, on peut réécrire les fonctions G_1 et G_2 de la manière suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} G_1(p) = -Y \times \frac{1 + G(1 + Y \cos \phi_s) + \tau p}{(1 + G(1 + Y \cos \phi_s) + \tau p)^2 + \tan^2 \psi} \\ G_2(p) = -Y \times \frac{\tan \psi + G(\tan \psi + Y \sin \phi_s)}{(1 + G(1 + Y \cos \phi_s) + \tau p)^2 + \tan^2 \psi} \end{array} \right. \quad (2.20)$$

On remarque que les fonctions (2.20) sont identiques à celles du cas du système H.F. direct (2.15), en considérant un gain effectif G_{eff} égal à $G(1 + Y \cos \phi_s)$. On en déduit directement la deuxième limite de Robinson, précédemment écrite pour le système de contre-réaction direct :

$$Y > -\frac{G+1}{G-1} \times \frac{1}{\cos \phi_s}$$

et $\tan \psi < 0$

\tilde{V}_{go} augmente avec la valeur du courant du faisceau, et lorsque les gains des boucles sont identiques, le comportement dynamique du système est similaire au cas du système de contre-réaction directe précédent avec un gain effectif $G_{eff} = G(1 + Y \cos \phi_s)$, qui augmente automatiquement avec le courant du faisceau. Il suffit que les gains des boucles rapides en phase et en amplitude soient supérieurs à 1 et le système est indéfiniment stable quelle que soit la valeur de Y et donc du courant faisceau.

Le système est stable, et même avec des gains de 100, le retard total ne dépasse pas 1,57 μs (valeur plutôt pessimiste). Comme le facteur de qualité Q_o de la cavité supraconductrice est élevé, le temps de remplissage de la cavité est assez long et la limitation du gain, due au retard dans les boucles, n'est pas très sévère.

2.1.3 Taux d'amortissement Robinson

Une propriété intéressante de l'interaction faisceau-cavité apparaît dans l'analyse des taux d'amortissement Robinson. Ces amortissements sont donnés par les parties réelles des pôles de la fonction de transfert en boucle fermée, c'est-à-dire les racines de l'équation caractéristique du 4^{ème} degré. La fonction de transfert en boucle fermée \mathcal{H} est :

$$\mathcal{H}(p) = \frac{1}{1 + H(p)}$$

avec H la fonction de transfert en boucle ouverte.

Dans le cas du système de contre-réaction en phase et en amplitude, l'équation caractéristique, définie par $H(p) + 1 = 0$, s'écrit :

$$1 + \frac{\omega_s^2}{p^2 + \omega_s^2} \times \frac{Y \tan \psi}{\sin \phi_s} \times \frac{1}{[1 + G(1 + Y \cos \phi_s) + \tau p]^2 + \tan^2 \psi} = 0$$

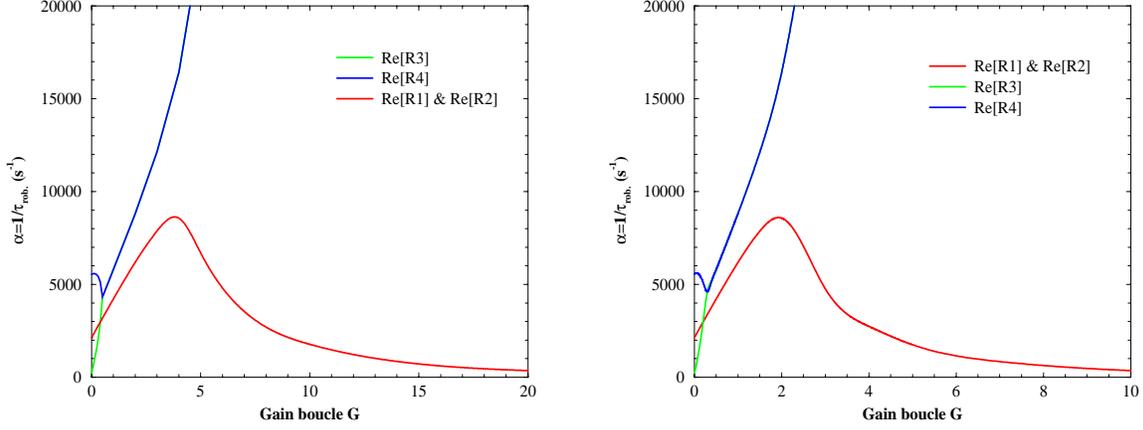
Les 4 racines sont complexes conjuguées deux à deux, avec un gain G supérieur à zéro, et les parties réelles sont toutes négatives pour un gain positif.

La figure 2.5 montre l'évolution des taux d'amortissements, c'est-à-dire les parties réelles (elles sont représentées sur la figure avec le signe opposé), en fonction du gain G , pour le système de contre-réaction direct (figure 2.5-(a)), et du gain des boucles d'amplitude et de phase, avec les paramètres de Soleil. On peut remarquer que l'amortissement le plus important est donné pour un gain très modeste dans les deux cas ($G=4$ pour le premier système et $G=2$ pour le second).

Pour des gains importants, la partie réelle, qui donne l'amortissement Robinson, tend alors rapidement vers zéro, comme attendu car la cavité devient transparente pour le faisceau. Finalement, seul le rayonnement synchrotron est efficace pour l'amortissement des oscillations du faisceau (la tension cavité est alors pratiquement constante et la dynamique longitudinale du faisceau est découplée).

2.2 Résultats de simulations

Un code numérique a été écrit [30] pour simuler l'interaction faisceau-cavité et les boucles du système de contre-réaction, soumises à diverses perturbations, exposées dans la



(a) système de contre-réaction direct

(b) système de contre-réaction à deux boucles en amplitude et en phase

FIG. 2.5 – Taux d’amortissement Robinson du système faisceau-cavité avec les paramètres du système H.F. de Soleil

section 2.3. Le principe du code est le suivant :

- à chaque passage d’un paquet dans la cavité, la tension de celle-ci est influencée par le champ induit par le paquet :

$$\begin{cases} V_{cr} = V_c \cos \phi_c + V_{br} \\ V_{ci} = V_c \sin \phi_c + V_{bi} \end{cases} \quad (2.21)$$

où V_{cr} et V_{ci} sont la tension réelle et imaginaire de la tension cavité, et comme le paquet «voit» la moitié de sa propre tension induite, on a les expressions suivantes pour la tension du paquet :

$$\begin{cases} V_{br} = -\frac{1}{2} \cdot V_{bo} \cos \phi_b \\ V_{bi} = -\frac{1}{2} \cdot V_{bo} \sin \phi_b \end{cases} \quad (2.22)$$

avec $V_{bo} = \frac{\omega_r}{2} \cdot R/Q \cdot Q_b$, la tension pour un seul paquet de charge Q_b et de phase ϕ_b .

- l'énergie et la phase de chacun des paquets i sont changées à chaque tour n (en accord avec la dynamique longitudinale du faisceau) :

$$\begin{cases} \left(\frac{\Delta E}{E}\right)_i^{n+1} = \left(\frac{\Delta E}{E}\right)_i^n + \frac{V_c}{E_o} \cdot \cos(\phi_c - (\phi_b)_i^n) - \frac{U_o}{E_o} \\ (\delta\phi_b)_i^{n+1} = (\delta\phi_b)_i^n - \frac{2\pi f_{RF} \alpha}{f_o} \cdot \left(\frac{\Delta E}{E}\right)_i^n \end{cases} \quad (2.23)$$

- entre deux passages successifs de paquets, où l'on tient compte de la tension totale induite par le paquet ($2Vbr$ et $2Vbi$). La tension cavité évolue de nouveau et est calculée par intégration des équations différentielles de celle-ci (on utilise pour cela la méthode de Runge-Kutta). Ces équations sont modifiées selon le cas avec ou sans système de contre-réaction et sont données ci-dessous.

2.2.1 Sans système de contre-réaction

Sans système de contre-réaction, et en tenant compte de la compensation de la puissance réactive, l'équation de la cavité, entre deux passages de paquets, s'écrit :

$$\begin{cases} \frac{dV_c}{dt} = \frac{1}{\tau} \times [V_g \cos(\phi_g - \phi_c) - V_c] \\ \frac{d\phi_c}{dt} = \frac{1}{\tau} \times \left[\frac{V_g}{V_c} \sin(\phi_g - \phi_c) + \tan\psi \right] \end{cases} \quad (2.24)$$

où V_g et ϕ_g représentent la tension du générateur, ajustée pour l'intensité totale du faisceau.

Afin de prendre en compte d'éventuelles erreurs à l'injection dans l'anneau, on simule un faisceau injecté avec une phase initiale de 10 degrés. Dans un premier temps, on retrouve les résultats prédits par la théorie exposée précédemment, sans tenir compte d'aucune perturbation. La figure 2.6 montre que les oscillations dipolaires du faisceau, représenté dans l'espace des phases longitudinal, sont instables, en l'absence de régulation de la tension de la cavité et pour tout courant, lorsque le désaccord et le couplage β_m sont à leurs valeurs optimales.

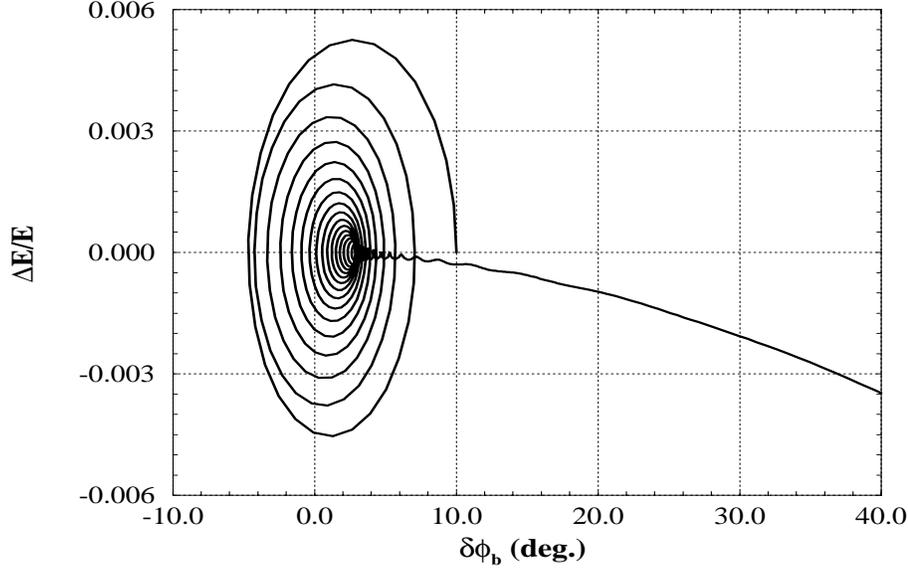


FIG. 2.6 – Faisceau de 500 mA dans l’espace des phases longitudinal ($\Delta E - \delta\phi_b$) sans système de contre-réaction

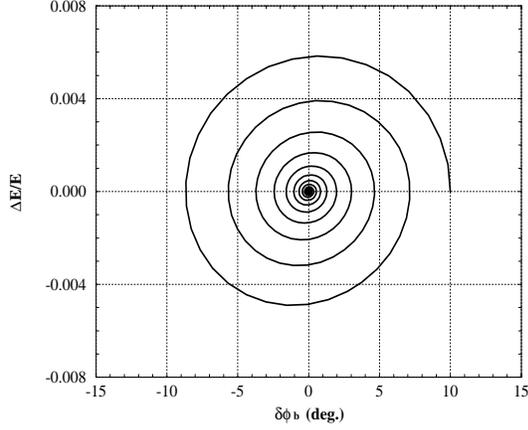
2.2.2 Système de contre-réaction H.F. direct

Avec un système de contre-réaction direct, et en tenant compte de la compensation de la puissance réactive, l’équation de la cavité, entre deux passages de paquets, est modifiée par les corrections apportées par le système, dont le gain de boucle est G :

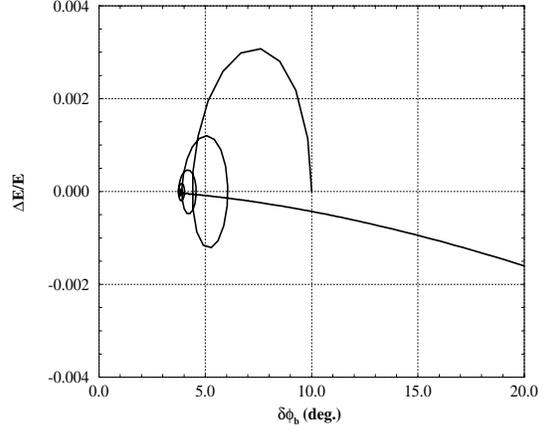
$$\begin{cases} \frac{dV_c}{dt} = \frac{1}{\tau} \times [V_g \cos(\phi_g - \phi_c) - V_c + G \cdot (V_{réf} \cos(\phi_{réf} - \phi_c) - V_c)] \\ \frac{d\phi_c}{dt} = \frac{1}{\tau} \times \left[\frac{V_g}{V_c} \sin(\phi_g - \phi_c) + \tan \psi + G \cdot \frac{V_{réf}}{V_c} \sin(\phi_{réf} - \phi_c) \right] \end{cases} \quad (2.25)$$

où $V_{réf}$ et $\phi_{réf}$ représentent les valeurs de référence de la tension cavité.

A nouveau, on injecte le faisceau avec une erreur en phase de 10 degrés et les simulations utilisent les paramètres de Soleil. La mise en place de ce système (avec un gain de 10) permet au faisceau de 500 mA de rester stable en phase et en énergie (figure 2.7-(a)). Par contre, un faisceau d’intensité 1,35 A n’est pas stabilisé par ce système (figure 2.7-(b)) si l’on considère un gain égal à 2 : le critère de Robinson fixe alors la limite sur le courant nominal à 0,67 A.



(a) I= 500 mA et G=10



(b) I= 1,35 A et G=2

FIG. 2.7 – Faisceau dans l'espace des phases longitudinal ($\Delta E - \delta\phi_b$) en présence du système de contre-réaction H.F. direct

2.2.3 Système de contre-réaction en amplitude et en phase

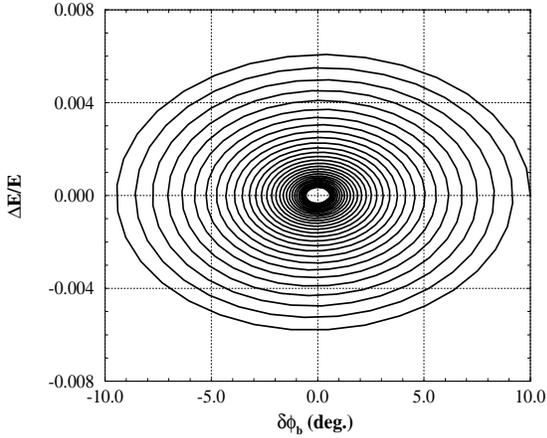
Enfin avec un système de contre-réaction en amplitude et en phase, en tenant compte de la compensation de la puissance réactive, l'équation de la cavité, entre deux passages de paquets, est modifiée par les deux boucles en phase et en amplitude de gains respectifs G_Q et G_I :

$$\begin{cases} \frac{dV_c}{dt} = \frac{1}{\tau} \times [V_g \cos(\phi_g - \phi_c) - V_c + V_{gr} \cos(\phi_g - \phi_c) - V_{gi} \sin(\phi_g - \phi_c)] \\ \frac{d\phi_c}{dt} = \frac{1}{\tau} \times \left[\frac{V_g}{V_c} \sin(\phi_g - \phi_c) + \tan \psi + \frac{V_{gr}}{V_c} \sin(\phi_g - \phi_c) + \frac{V_{gi}}{V_c} \cos(\phi_g - \phi_c) \right] \end{cases} \quad (2.26)$$

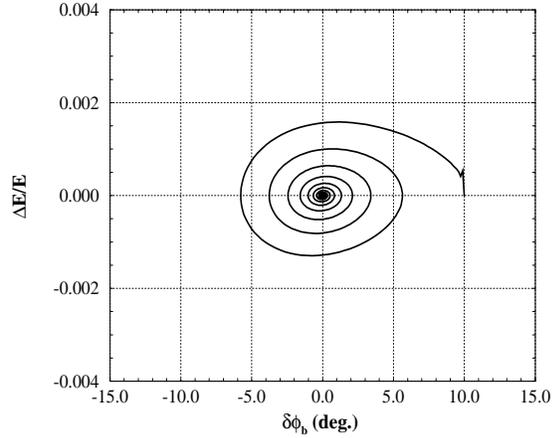
avec

$$\begin{cases} V_{gr} = G_I \cdot \frac{V_{réf} - V_c}{V_{réf}} \cdot V_g \\ V_{gi} = G_Q \cdot (\phi_{réf} - \phi_c) \cdot V_g \end{cases}$$

On simule l'erreur d'injection comme dans les cas précédents, et on constate que le système à deux boucles rapides est capable de stabiliser un faisceau de n'importe quelle intensité, pourvu que les gains des boucles soient supérieurs à 1 (figure 2.8-(a) et (b)). Par



(a) $I=500$ mA et $G=10$



(b) $I=10$ A et $G=2$

FIG. 2.8 – Faisceau dans l'espace des phases longitudinal ($\Delta E - \delta\phi_b$), en présence du système de contre-réaction en amplitude et en phase

contre, du fait d'une valeur de gain effectif supérieure à celle du gain du système direct, le temps d'amortissement des oscillations se trouve rallongé.

2.3 Etude du système de contre-réaction en présence de perturbations externes

Le système de contre-réaction à deux boucles est adopté pour Soleil. Il stabilise sans aucune difficulté le faisceau de 500 mA de cette machine. Cependant, un certain nombre de phénomènes extérieurs constituent des perturbations pour ce système. Celles-ci peuvent entraîner des modifications dans le comportement du faisceau et nous devons tester l'efficacité de notre système en leur présence. La qualité de sa réponse, face à ces perturbations, permet de déterminer la valeur finale des gains de boucle. Les spécifications sur la phase est la suivante : on veut restreindre, autant que possible, les modulations de phase à environ 1 ps, ce qui correspond à une fluctuation de 0,14 degrés, vue par les utilisateurs. Par contre, il n'y a pas de contrainte sévère sur l'amplitude, à partir du moment où l'acceptance en énergie par le système H.F. reste de l'ordre de 6%.

2.3.1 Présence d'un espace sans paquets dans le faisceau

Dans le cas d'électrons circulant dans l'anneau, des molécules de gaz résiduel sont ionisées et peuvent être piégées par le faisceau circulant, causant des instabilités transverses multi-paquets. Il existe un remède qui consiste à introduire dans le faisceau un espace sans paquets (remplissage partiel de l'anneau) : ce mécanisme stoppe l'effet de focalisation périodique des ions et contribue à l'expulsion de tous les ions. Ce remplissage partiel est envisagé dans le cas de Soleil, et provoque un phénomène transitoire.

La figure 2.9 montre que la présence du «trou» entraîne une modulation de la phase du faisceau. Dans cette simulation, le système de contre-réaction est actif et on tient compte également de l'amortissement par rayonnement synchrotron.

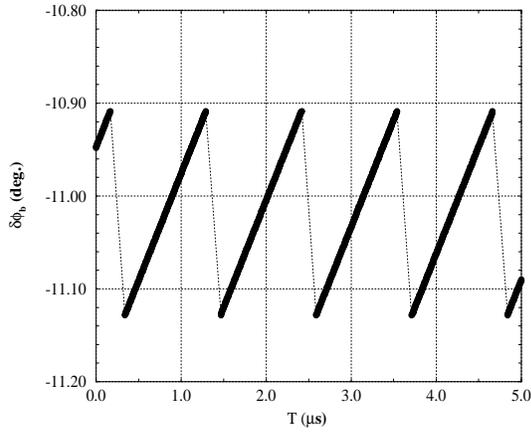
En régime stationnaire, la phase de chacun des paquets du train est fixée par l'amortissement par rayonnement synchrotron et l'amplitude de la modulation de phase est déterminée par la taille du «trou» dans le train de paquets (figure 2.9-(b),(c) et (d)). Par ailleurs, on constate que l'effet de la contre-réaction est quasi-nul (figure 2.9-(a)). En effet, les fluctuations sont bien trop rapides pour être compensées par le système. Ce type de perturbations est transparente pour le système de contre-réaction, même avec des gains de boucles élevés de l'ordre de 100.

D'autre part, on remarque que la modulation de phase est quasi-linéaire. Une autre méthode très rapide permet d'obtenir l'amplitude de la modulation de phase du faisceau, sans passer par la simulation [31] : on utilise les fonctions de transfert et la réponse à un effet transitoire, tel qu'un «trou» dans le train de paquet, est donnée par les parties imaginaires des pôles. La modulation de phase est approximativement donnée par [32] :

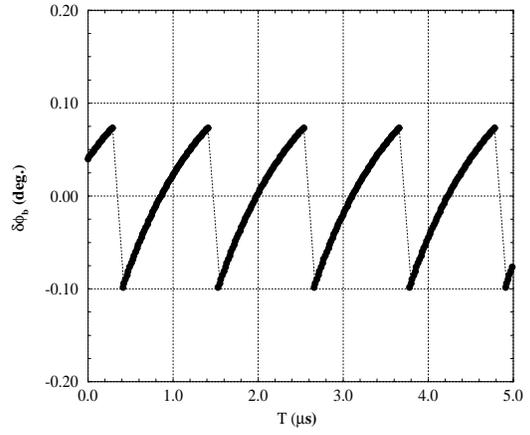
$$\delta\phi_b = \pm \frac{\omega_{RF}}{2V_c} \cdot \frac{R}{Q} \cdot I \cdot \Delta t \quad (2.27)$$

où Δt est la taille du trou en secondes et $\delta\phi_b$ est en radians.

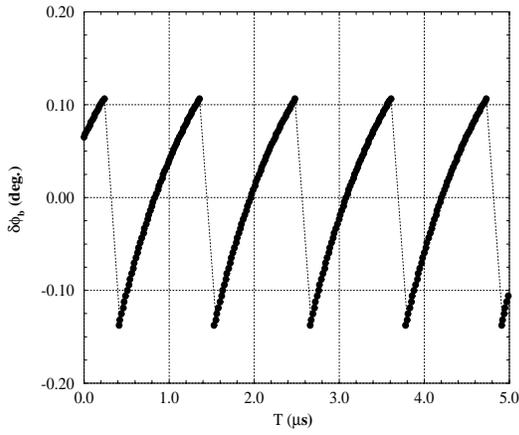
Avec des cavités supraconductrices, ce type d'effets transitoires est amoindri, du fait d'une tension accélératrice plus élevée et d'une impédance *shunt* R/Q petite. Afin de respecter les spécifications données pour Soleil, le «trou» maximum permis dans le train de paquets est environ 15%, ce qui donne une modulation de phase de $\pm 0,12^\circ$ et une modulation de la tension cavité d'environ $\pm 0,05\%$ (cette dernière est négligeable).



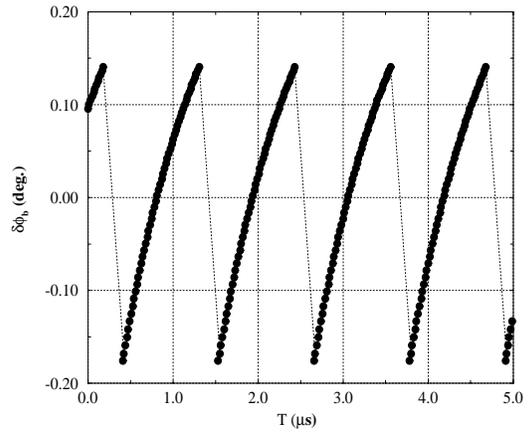
(a) remplissage de l'anneau à 85% sans la contre-réaction



(b) remplissage de l'anneau à 90% avec la contre-réaction



(c) remplissage de l'anneau à 85% avec la contre-réaction



(d) remplissage de l'anneau à 80% avec la contre-réaction

FIG. 2.9 – Fluctuations de la phase du faisceau au cours du temps, dues à un remplissage partiel de l'anneau en paquets d'électrons

2.3.2 Injection du faisceau

Dans un anneau de stockage, l'injection du faisceau se fait typiquement pendant 1 minute en remplissant les paquets en charge progressivement jusqu'à l'obtention du courant nominal de 500 mA. Cette injection est très lente et ne constitue pas réellement un phénomène transitoire. Une éventuelle erreur de phase à l'injection a le temps d'être compensée par le rayonnement synchrotron et par le système de contre-réaction.

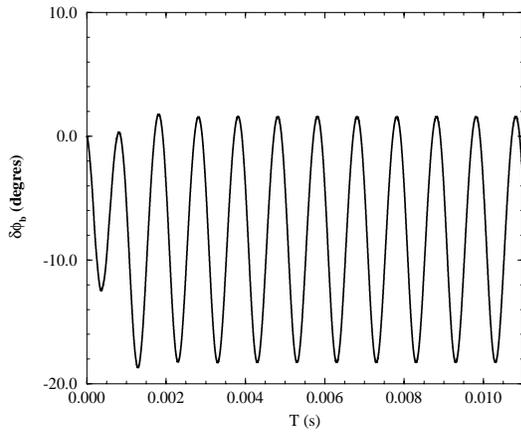
Pour des raisons pratiques et mécaniques d'utilisation du moteur pas-à-pas lors du désaccord de la cavité, on choisit de régler celle-ci à l'avance à la fréquence $352,2 \text{ MHz} - \Delta f$ (Δf , égal à 4,3 kHz, est le désaccord en fréquence nécessaire à la compensation de la puissance réactive pour le courant nominal).

2.3.3 Vibrations microphoniques

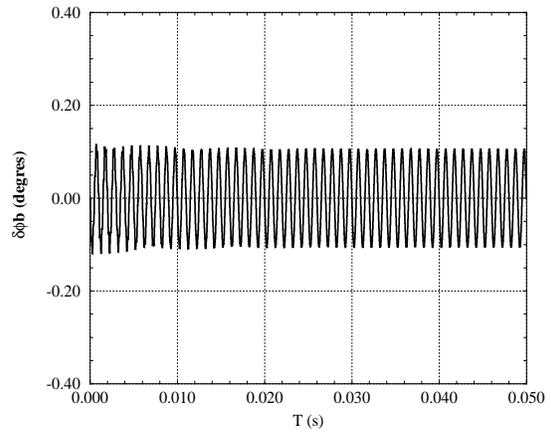
Le bruit microphonique est l'une des perturbations les plus néfastes pour les cavités supraconductrices, du fait de leur largeur de bande très étroite et de la faible rigidité de leur structure mécanique. En effet, des modes mécaniques peuvent être excités par des perturbations externes comme, par exemple, le système cryogénique.

Dans différents laboratoires, on a relevé des fréquences de vibrations lentes ne dépassant pas quelques centaines de Hz, avec un déphasage de la phase cavité pouvant aller jusqu'à 20 degrés. Des simulations sont effectuées avec différentes fréquences de résonance de modes mécaniques (on tient toujours compte du rayonnement synchrotron) et pour plus de lisibilité des courbes, on ne suit qu'un seul paquet. On teste des fréquences de vibration très rapides allant jusqu'à 1 kHz, afin d'éprouver au maximum notre système de contre-réaction. De plus, on ajuste l'amplitude de modulation des vibrations microphoniques, de manière à avoir un déphasage de la phase de la cavité $\delta\phi_c$ de l'ordre de 20 degrés. Dans cette étude, le faisceau est à présent initialement centré.

La figure 2.10 montre l'exemple des fluctuations de la phase du faisceau dues aux oscillations mécaniques rapides de fréquence 1 kHz. Sans système de contre-réaction, la phase du faisceau ainsi que celle de la cavité oscillent à plus de 20° (figure 2.10-(a)). Sur cette figure, le niveau des oscillations, légèrement décalé de l'origine, vient du fait que pour garder le système stable, on a injecté un faisceau avec un courant inférieur au courant seuil de Robinson ; par conséquent, le faisceau est décalé sur la pente de la tension sinusoïdale, par



(a) sans la contre-réaction



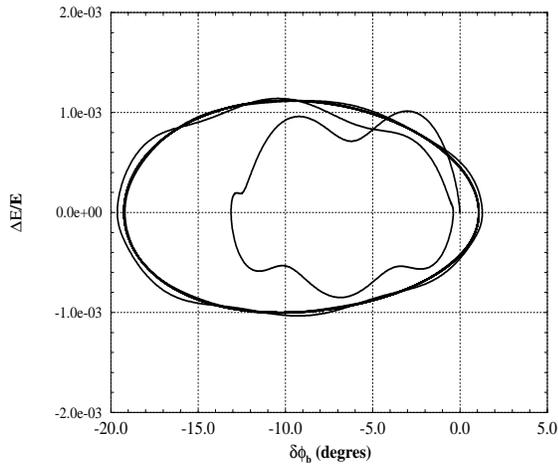
(b) avec la contre-réaction

FIG. 2.10 – Fluctuations de la phase faisceau, en présence d’oscillations mécaniques de fréquence 1 kHz, et provoquant une modulation de la phase cavité de $\pm 20^\circ$ sans et avec la contre-réaction

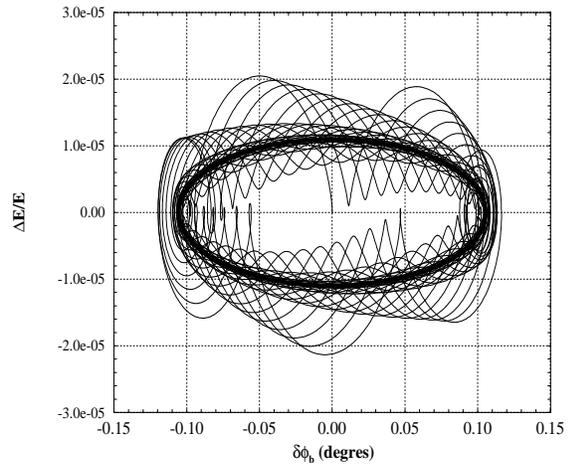
rapport à sa position au courant optimal. Lorsque le système de contre-réaction est actif, avec un gain égal à 100, la bande passante du système est de l’ordre de 1 kHz. Comme on pouvait s’y attendre, il est alors adapté pour amortir de telles oscillations jusqu’à une valeur minimale de $\pm 0,1^\circ$.

La figure 2.11 montre le comportement du faisceau, dans l’espace des phases longitudinal, dans les mêmes conditions (on ne suit qu’un seul paquet). Avec la contre-réaction, on constate des sauts de phase sur les 10000 premiers tours, ensuite le faisceau finit par se stabiliser en énergie et en phase dont la modulation reste définitivement égale à $\pm 0,1^\circ$. Ces oscillations résiduelles sont uniquement dues aux vibrations mécaniques de la cavité. En augmentant progressivement le gain, on réduit d’autant plus l’amplitude des oscillations (figure 2.13). Des gains de boucles de 100 paraissent une bonne solution pour un système de contre-réaction efficace, en présence de ces vibrations.

De plus, la figure 2.12 montre un autre exemple de comportement du faisceau dans l’espace des phases pour une vibration microphonique plus lente : la fréquence de modulation est égale à 100 Hz. Aucune amélioration n’est observée sur la phase, et on remarque simplement une différence d’un facteur 10 en énergie qui vient du fait que $\Delta E/E$ est la dérivée de la phase faisceau, donc lorsque celle-ci est modulée plus lentement, la modulation en énergie diminue dans les mêmes proportions.

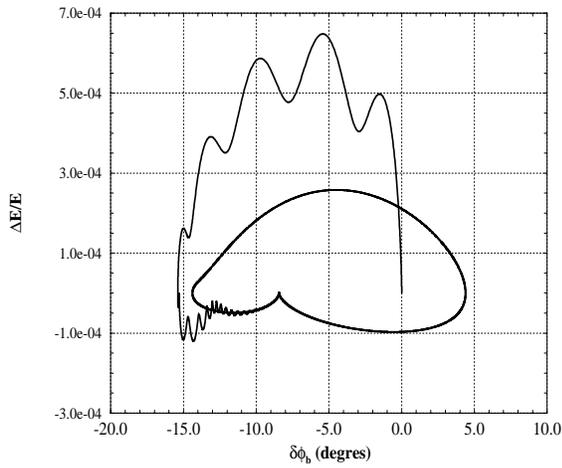


(a) sans la contre-réaction

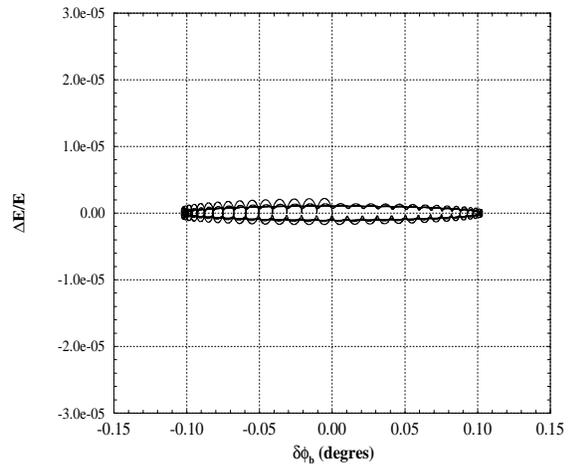


(b) avec la contre-réaction

FIG. 2.11 – Oscillations de la phase et de l'énergie du faisceau en présence d'oscillations mécaniques de fréquence 1 kHz sans et avec la contre-réaction



(a) sans la contre-réaction



(b) avec la contre-réaction

FIG. 2.12 – Oscillations de la phase et de l'énergie du faisceau en présence d'oscillations mécaniques de fréquence 100 Hz sans et avec la contre-réaction

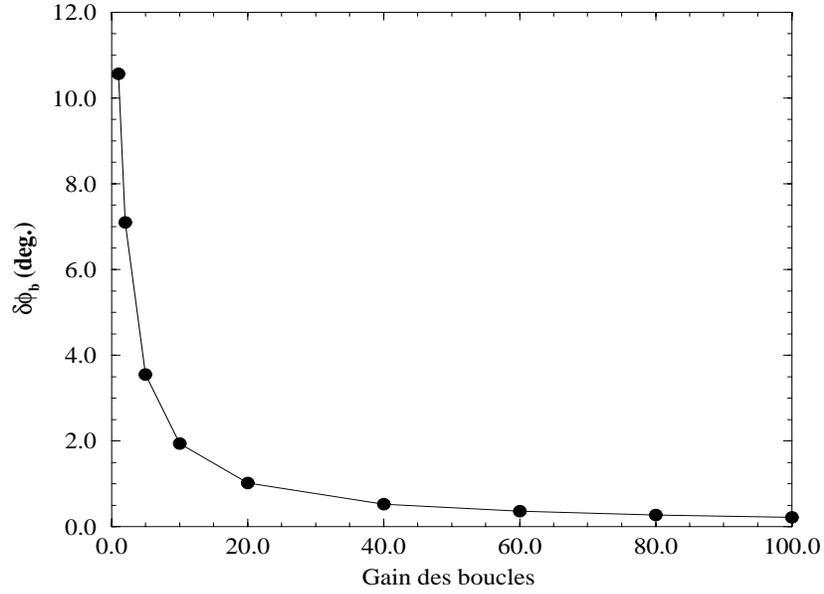


FIG. 2.13 – Amplitude des oscillations de phase du faisceau en fonction des gains de boucle du système de contre-réaction, en présence de vibrations microphoniques de fréquence 1 kHz

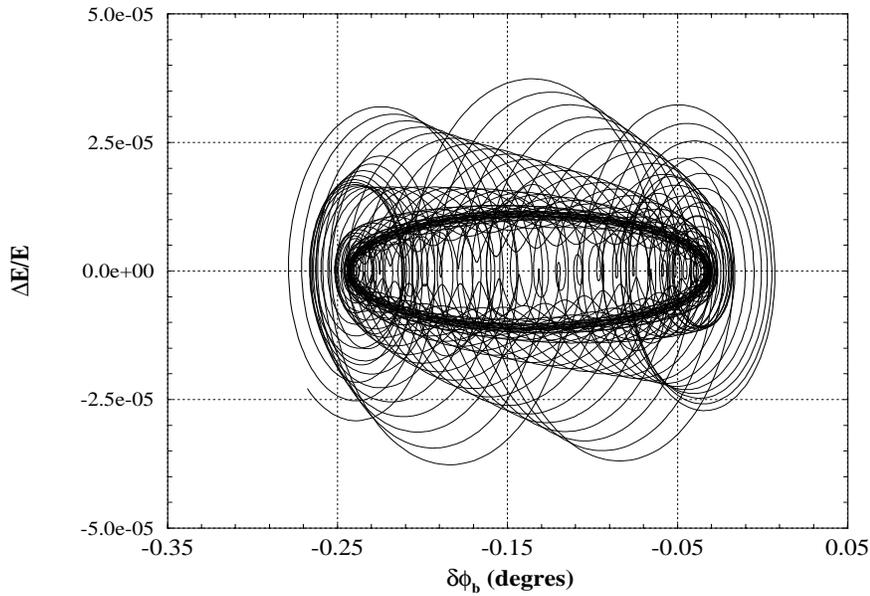


FIG. 2.14 – Oscillations de la phase et de l'énergie du faisceau (l'anneau est partiellement rempli) en présence d'oscillations mécaniques de fréquence 1 kHz et avec la contre-réaction

Si l'on rajoute au cas précédent l'effet dû à une machine partiellement remplie (75% des paquets), alors on constate que la modulation de phase ne change pas et reste de l'ordre de $\pm 0,1^\circ$ (figure 2.14). L'ensemble de ces simulations ont permis de tester l'efficacité du système de contre-réaction à deux boucles rapides et le gain de chacune des boucles est désormais fixé à 100, soit 40 dB.

2.4 Erreurs de calibration dans la reconstruction du signal de sortie

Dans le système H.F. de Soleil, un seul klystron alimente deux cavités ; la calibration en phase et en amplitude dans la reconstruction du vecteur somme en sortie de celles-ci, est un point d'autant plus crucial que c'est la seule quantité que l'on peut contrôler. Toute perturbation périodique, telles que les vibrations microphoniques précédentes par exemple, vont induire une fluctuation de la tension totale réelle, même si l'on suppose que le système de contre-réaction est parfait.

A titre d'exemple, on simule une erreur de calibration variable en phase et en amplitude (environ 10%) sur une seule des cavités et pour des variations aléatoires de l'angle de désaccord de la cavité ψ de $\pm 10^\circ$, dues aux vibrations microphoniques. Les points rouges de la figure 2.15 représentent les valeurs mesurées de la tension cavité V_c et les points noirs les valeurs réelles de V_c . On distingue parfaitement, avec cet exemple, que l'erreur de calibration entraîne une fluctuation en phase de la tension réelle ; cet effet est d'autant plus important que deux cavités seulement sont impliquées. Avec un grand nombre de cavités, cet effet a tendance à s'annuler en moyenne.

La figure 2.16 montre l'évolution de la valeur RMS de la fluctuation en phase de la cavité en fonction de l'erreur de calibration en phase, en supposant toujours des fluctuations périodiques de l'angle de désaccord de la cavité. En pratique, il est difficile de calibrer la phase avec une erreur bien en dessous de 10 degrés, ce qui correspond à une valeur RMS importante de la phase cavité égale à 4 degrés. Toutefois, la calibration de la phase pourra être ajustée finement avec le faisceau par un réglage manuel.

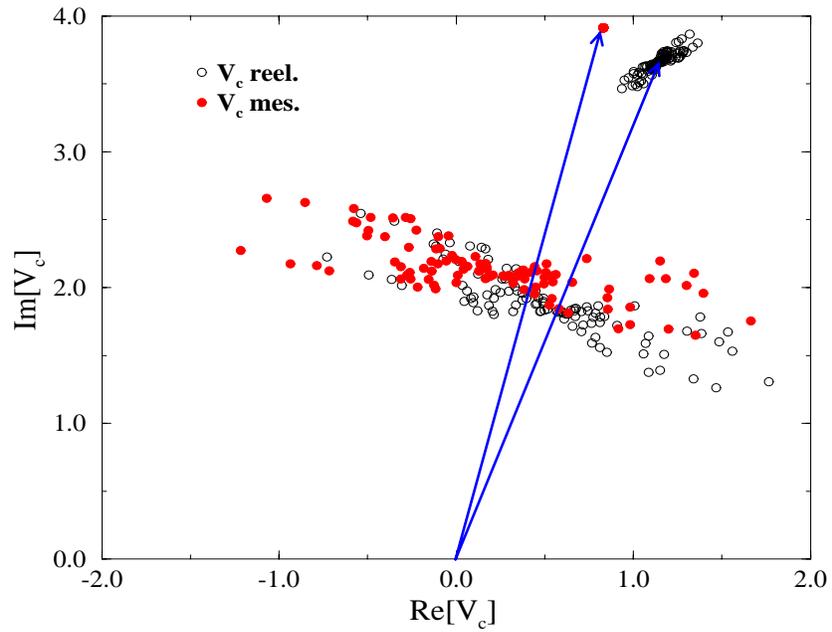


FIG. 2.15 – Fluctuations de la tension réelle et mesurée de la cavité en présence d’une erreur de calibration lors de la reconstruction du signal de sortie

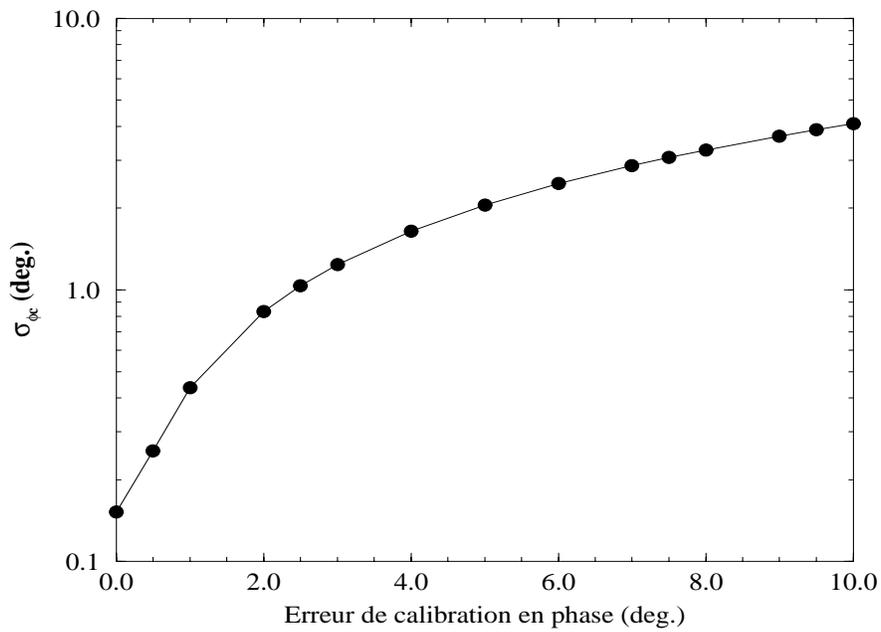


FIG. 2.16 – Fluctuation de la valeur RMS de la phase en fonction de l’erreur de calibration sur la phase de la cavité

2.5 Schéma du système de contre-réaction en phase et en amplitude adopté pour Soleil

Les simulations ont montré que le système de contre-réaction en phase et en amplitude donne des résultats très satisfaisants, du point de vue de son efficacité en présence de vibrations microphoniques ; c'est le système qui a été choisi dans le cadre du projet Soleil. La figure 2.17 donne le schéma de principe des asservissements. Des boucles individuelles contrôlent l'angle de désaccord des cavités. La somme vectorielle des tensions cavité est obtenue à partir des deux signaux issus des antennes de mesure. Le signal H.F. d'entrée est modulé par des signaux en phase et en quadrature de phase, respectivement proportionnels aux erreurs d'amplitude et de phase au moyen d'un modulateur I/Q .

Une boucle additionnelle rapide permet de compenser les glissements de phase du klystron causés principalement par les fluctuations de l'alimentation H.T. et les changements de puissance H.F. Par ailleurs, afin d'obtenir le rendement maximum du klystron quel que soit le niveau de puissance à fournir au faisceau, une boucle lente permet d'ajuster automatiquement sa tension d'anode de modulation.

2.6 Conclusion

Le système de contre-réaction à deux boucles rapides en phase et en amplitude répond de manière très satisfaisante aux exigences requises par la source de lumière Soleil. Un tel système est capable de maintenir la stabilité d'un faisceau de n'importe quelle intensité, en agissant sur la phase et l'amplitude de la cavité et ce, même en présence de perturbations extérieures telles que les vibrations microphoniques.

Les sources de troisième génération actuelles, fondées sur des systèmes H.F. supraconducteurs, doivent installer un système de contre-réaction pour remédier à l'instabilité Robinson. On recommande le type de contre-réaction étudié dans ce chapitre pour garantir la meilleure stabilité temporelle possible.

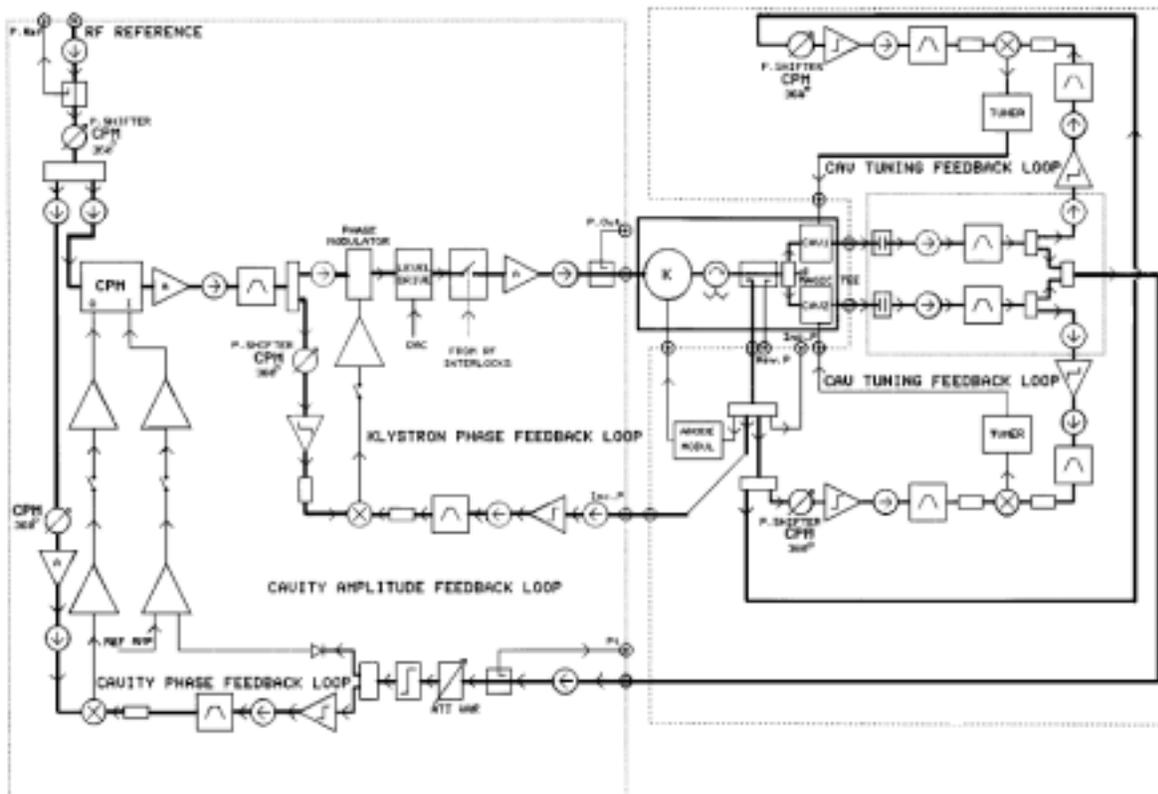


FIG. 2.17 – Schéma des boucles rapides de phase et d'amplitude du système de contre-réaction

Chapitre 3

Augmentation de la durée de vie du faisceau par excitation de résonances paramétriques impaires : modulation de phase H.F.

Dans le but d'atteindre de très grandes brillances, les sources de rayonnement synchrotron réclament des paquets intenses avec de très petites émittances transverses et longitudinales. Cependant, la forte densité des électrons augmente l'effet Touschek (collisions à grand angle e^-, e^-) et donc réduit la durée de vie globale du faisceau. Dans le but de réduire la densité d'électrons, le paquet est intentionnellement allongé, soit par une cavité harmonique (système coûteux), soit par l'excitation d'une résonance paramétrique (un câble coaxial suffit). Cette dernière méthode consiste à introduire une modulation H.F. qui accroît la longueur apparente du paquet mais aussi la dispersion en énergie du faisceau, au détriment de la brillance. L'impact sur la brillance, n'est pas étudiée dans ce manuscrit et nécessite une étude plus spécifique. La résonance appliquée est contrôlée par deux paramètres, la fréquence de modulation ω_m et l'amplitude de modulation A_m , qui doivent être judicieusement choisies. Après un bref rappel sur les mécanismes qui limitent la durée de vie dans un anneau de stockage, ce chapitre décrit plus spécialement la méthode de modulation de phase H.F., principalement en excitant la résonance paramétrique 1/3, qui est plus appropriée que la résonance paramétrique entière. Le chapitre suivant sera consacré à la modulation d'amplitude H.F.

Les expressions analytiques des points fixes et des largeurs d'îlot sont calculées pour effectuer l'optimisation des paramètres de la modulation de phase. Pour illustration, quatre

sources de lumière synchrotron sont comparées : l’Esrf, Bessy I, Soleil et SuperAco. Enfin, l’effet combiné du rayonnement synchrotron et de la résonance paramétrique est estimé. En effet, les îlots créés par la modulation de phase ont tendance à disparaître lorsque l’amortissement par rayonnement synchrotron est introduit. Un critère, qui garantit la formation des îlots est alors déduit directement des équations de Fokker-Planck [33]. Finalement ce critère est validé pour chacune des quatre machines.

3.1 Rappel sur la durée de vie du faisceau

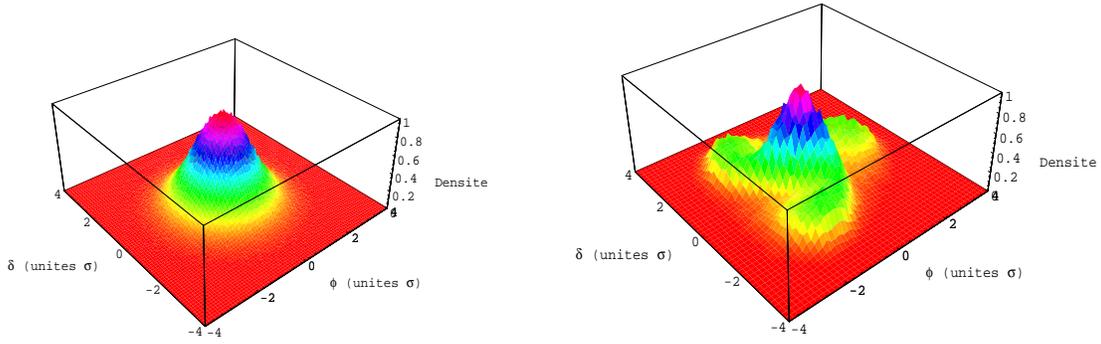
Dans un anneau de stockage, du fait des différents mécanismes de pertes, le faisceau a une durée de vie finie, déterminée par le temps $\tau_{1/e}$ durant lequel le courant faisceau décroît de $1/e$. Un électron peut être perdu à cause des fluctuations quantiques dues au rayonnement synchrotron, des collisions avec les autres particules du faisceau, ou encore avec le gaz résiduel, qui l’amènent en dehors de l’acceptance dynamique de la machine. Selon les cas, cette acceptance est limitée soit par les dimensions de la chambre à vide, soit par l’ouverture dynamique dans le plan transverse, soit par l’acceptance en énergie, elle-même déterminée par le système radio-fréquence dans le plan longitudinal. On distingue la durée de vie quantique τ_q , la durée de vie Touschek τ_T , l’effet de diffusions multiples entre les électrons et la durée de vie liée au gaz résiduel τ_V .

La durée de vie quantique est déterminée par l’acceptance du système radio-fréquence :

$$\tau_q = \tau_s \frac{e^{r_s}}{r_s}$$

avec $r_s = \frac{1}{2} \left(\frac{\epsilon_{RF}}{\sigma_\epsilon} \right)^2$, où τ_s est le temps d’amortissement synchrotron dans le plan longitudinal, ϵ_{RF} est l’acceptance en énergie, due à la tension H.F., et σ_ϵ est la dispersion en énergie du faisceau. Dans le cas de Soleil, comme pour la plupart des machines de troisième génération, l’acceptance H.F. est bien supérieure à la dispersion en énergie, par conséquent, la durée de vie quantique est très grande. Ce n’est donc pas cet effet qui va limiter la durée de vie totale.

La diffusion multiple (chocs multiples entre électrons à petits angles) provoque des petits changements spontanés d’énergie et excite les oscillations bétatron et synchrotron, mais ne conduit pas à la perte de particules. Cet effet, étant inversement proportionnel à l’énergie des électrons, est insignifiant par exemple pour l’énergie nominale de Soleil à 2,5 GeV.



(a) sans modulation

(b) avec modulation à la résonance 1/3

FIG. 3.1 – Paquet dans l’espace des phases longitudinal normalisé où la troisième dimension verticale indique la densité de particules

La limitation de la durée de vie, due au gaz résiduel résulte de pertes par collisions. La diffusion dépend de la composition du gaz résiduel et de sa pression. Par exemple dans le cas de Soleil, cette durée de vie, limitée par divers mécanismes de diffusion, est de l’ordre 30 heures pour le fonctionnement dit de haute brillance [1].

L’effet Touschek est l’effet dominant pour les machines de troisième génération dans le fonctionnement à haute brillance. Cet effet est d’autant plus important que la densité des particules dans le paquet est grande. Du fait des oscillations bétatrons, les collisions entre deux électrons transfèrent une partie de leurs moments transverses en moments longitudinaux, l’un d’eux est accéléré tandis que l’autre est décéléré. Si ces transferts sont plus grands que l’acceptance en énergie, les électrons sont perdus après la collision. La durée de vie Touschek s’exprime de la manière suivante [34] :

$$\frac{1}{\tau_T} = \frac{\sqrt{\pi} r_0^2 c N}{\delta p_x (\Delta p_{HF}) h V_p} \cdot C(\epsilon) \quad (3.1)$$

où r_0 est le rayon classique de l’électron, c la vitesse de la lumière, N le nombre total des particules dans le faisceau, δp_x l’écart type des impulsions radiales, Δp_{HF} l’acceptance centrale de la H.F, h le nombre harmonique, V_p le volume du paquet, $\epsilon = (\Delta p_{HF}/\delta p_x)^2$ et

$C(\epsilon)$ une fonction donnée par $C(\epsilon) = \ln \frac{1}{1,78\epsilon} - \frac{3}{2}$. Dans le cas d'un paquet gaussien, d'écart-types σ_x , σ_y et σ_s selon les trois axes transverses vertical, horizontal et longitudinal, le volume du paquet est :

$$V_p \approx \sigma_x \times \sigma_y \times \sigma_s$$

Cette durée de vie Touschek reste limitée par l'ouverture physique de la chambre à vide et l'acceptance H.F du système. Une solution possible pour faire progresser la durée de vie consiste à augmenter la taille du paquet dans le plan longitudinal par des modulations de phase (contenu du chapitre 3) ou des modulations d'amplitude H.F. (contenu du chapitre 4). On essaye alors d'affecter le paramètre σ_s de la gaussienne pure en excitant des résonances adéquates. Un exemple de ce que l'on peut obtenir par la modulation de phase est montré par la figure 3.1. Les sections suivantes exposent la théorie des résonances impaires appliquées et les effets des déformations qu'elles induisent sur les paquets d'électrons.

3.2 Hamiltonien d'une particule chargée soumise à une modulation de phase H.F.

Les propriétés de l'Hamiltonien du mouvement synchrotron avec et sans modulation de phase sont brièvement discutées. On passe dans un nouvel espace des phases $(\tilde{J}, \tilde{\psi})$, par une transformation canonique, dans lequel l'Hamiltonien est écrit en fonction des variables d'angle et d'action. On explique pourquoi les résonances impaires sont les seules considérées. Enfin l'Hamiltonien complet du mouvement synchrotron perturbé par la modulation est calculé. Les coordonnées des points fixes et les largeurs d'îlot sont décrites dans les deux repères (ϕ, δ) et $(\tilde{J}, \tilde{\psi})$ et en fonction des paramètres machine.

3.2.1 Rappel de l'Hamiltonien non perturbé d'une particule en variables d'angle et d'action

Par convention, dans toute la suite, on utilise : $\overline{\phi_s} = \pi - \phi_s$, où ϕ_s est la phase synchrone d'une particule. Les équations du mouvement synchrotron pour une particule s'écrivent :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\phi}{dt} = \omega_s \times \delta \\ \frac{d\delta}{dt} = -\frac{\omega_s}{\cos \overline{\phi_s}} (\sin(\overline{\phi_s} + \phi) - \sin \overline{\phi_s}) = -\omega_s \times \phi \end{array} \right.$$

ϕ est la phase de la particule, δ est la déviation en énergie correspondante et ω_s est la fréquence synchrotron.

L'Hamiltonien du mouvement est déduit des équations différentielles. Les coefficients de l'Hamiltonien sont constants, les solutions du problème sont donc celles de l'oscillateur harmonique classique. L'Hamiltonien H_o non perturbé est égal à :

$$H_o(\phi, \delta) = \frac{\omega_s}{2} \delta^2 + \frac{\omega_s}{2} \phi^2$$

Une transformation canonique est appliquée à H_o , par la fonction génératrice du premier type F_1 :

$$F_1(\phi, \psi) = -\frac{\phi^2}{2} \tan \psi$$

L'Hamiltonien peut alors s'exprimer en coordonnées d'angle et d'action (J, ψ) . Dans l'approximation de l'oscillateur harmonique pour des petites oscillations, on a :

$$\delta = -\sqrt{2J} \sin \psi \quad \text{et} \quad \phi = \sqrt{2J} \cos \psi$$

La nouvelle variable J est appelée variable d'action (unité d'une action), tandis que la nouvelle coordonnée ψ est une variable d'angle. Le nouvel Hamiltonien s'écrit alors :

$$H_o(J) = \omega_s J \tag{3.2}$$

H_0 est l'hamiltonien classique d'un système non perturbé qui décrit la dynamique longitudinale en présence d'oscillations synchrotrons.

3.2.2 Hamiltonien linéarisé en variables d'angle et d'action d'une particule soumise à une modulation de phase

On applique la modulation de phase H.F. au terme de phase de la particule.

$$\begin{cases} \frac{d\phi}{dt} = \omega_s \times \delta \\ \frac{d\delta}{dt} = -\frac{\omega_s}{\cos \phi_s} (\sin(\overline{\phi_s} + (\phi + A_m \sin \omega_m t)) - \sin \overline{\phi_s}) \approx -\omega_s (\phi + A_m \sin \omega_m t) \end{cases}$$

Dans un premier temps, on propose de linéariser le terme de phase dans l'équation différentielle précédente et l'Hamiltonien linéarisé perturbé s'écrit :

$$H_o(\phi, \delta) = \frac{\omega_s}{2} \delta^2 + \frac{\omega_s}{2} \phi^2 + A_m \omega_s \phi \sin \omega_m t$$

Ce nouvel Hamiltonien dépend du temps, donc les solutions seront assez différentes de celles de l'oscillateur harmonique. La transformation canonique en variables d'angle et d'action (J, ψ) est appliquée comme précédemment, et le nouvel Hamiltonien est donné par :

$$H_0(J, \psi) = \omega_s J + \omega_s A_m \frac{\sqrt{2J}}{2} [\sin(\omega_m t + \psi) + \sin(\omega_m t - \psi)] \quad (3.3)$$

On remarque que H_0 s'écrit avec une partie non perturbée (3.2), plus un terme de perturbation, introduit par la modulation de phase, qui dépend des paramètres A_m et ω_m de modulation. $\sin(\omega_m t + \psi)$ est un terme d'oscillation et $\sin(\omega_m t - \psi)$ est le terme résonant pour $\omega_m \simeq \omega_s$, sachant que $\psi \simeq \omega_s t$. Cet Hamiltonien a été linéarisé, et l'on constate qu'il ne contient que la résonance paramétrique entière. Pour la suite de l'étude, il est nécessaire de garder tous les termes dans les équations du mouvement afin de faire apparaître les ordres supérieurs des résonances. Par ailleurs, on peut d'ores et déjà prédire que pour des paquets très courts, comparés à la longueur d'onde H.F. (ce qui nous a permis de linéariser le terme de phase), il sera très difficile d'exciter des résonances au-delà de la résonance entière.

3.2.3 Hamiltonien en variables d'angle et d'action d'une particule soumise à une modulation de phase

$$\begin{cases} \frac{d\phi}{dt} = \omega_s \times \delta \\ \frac{d\delta}{dt} = -\frac{\omega_s}{\cos \bar{\phi}_s} (\sin(\bar{\phi}_s + (\phi + A_m \sin \omega_m t)) - \sin \bar{\phi}_s) \end{cases}$$

On ne linéarise pas le terme de phase dans l'équation du mouvement afin de conserver tous les termes des résonances au-delà de la résonance entière. L'Hamiltonien complet du problème, en coordonnées (ϕ, δ) , s'écrit :

$$H_1(\phi, \delta) = \frac{\omega_s}{2} \delta^2 + \omega_s \tan \bar{\phi}_s (\sin \phi \cos(A_m \sin \omega_m t) + \cos \phi \sin(A_m \sin \omega_m t)) - \omega_s \cos \phi \cos(A_m \sin \omega_m t) + \omega_s \sin \phi \sin(A_m \sin \omega_m t) - \omega_s \phi \tan \bar{\phi}_s \quad (3.4)$$

La première transformation canonique donne le nouvel Hamiltonien en variables (J, ψ) :

$$H_1(J, \psi) = \omega_s J \sin \psi^2 + \omega_s \tan \bar{\phi}_s [\sin(\sqrt{2J} \cos \psi + A_m \sin(\omega_m t))] - \omega_s [\cos(\sqrt{2J} \cos \psi + A_m \sin \omega_m t)] - \omega_s \tan \bar{\phi}_s (\sqrt{2J} \cos \psi) \quad (3.5)$$

L'expression de l'Hamiltonien perturbé (3.5) est bien plus compliquée et le terme de perturbation n'est pas clairement défini. On développe l'Hamiltonien H_1 avec les fonctions de Bessel :

$$\begin{aligned}
H_1(J, \psi) = & \omega_s J \sin \psi^2 - \omega_s J_0(\sqrt{2J}) - 2\omega_s \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \cdot J_{2k}(\sqrt{2J}) \cdot \cos(2k\psi) \\
& - \omega_s \tan \overline{\phi}_s \sqrt{2J} \cdot \cos \psi + \omega_s \tan \overline{\phi}_s A_m \sin(\omega_m t) \cdot J_0(\sqrt{2J}) \\
& + 2\omega_s \tan \overline{\phi}_s \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \cdot J_{2k+1}(\sqrt{2J}) \cdot \cos((2k+1)\psi) \\
& + \omega_s A_m \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \cdot J_{2k+1}(\sqrt{2J}) \cdot \underbrace{[\sin(\omega_m t \pm (2k+1)\psi)]}_{\text{résonances impaires}} \\
& + \omega_s \tan \overline{\phi}_s A_m \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \cdot J_{2k}(\sqrt{2J}) \cdot \underbrace{[\sin(\omega_m t \pm 2k\psi)]}_{\text{résonances paires}}
\end{aligned} \tag{3.6}$$

Toutes les résonances apparaissent : les résonances impaires avec les termes $\sin(\omega_m t - (2k+1)\psi)$ et les résonances paires avec les termes $\sin(\omega_m t - 2k\psi)$. Ces mêmes sinus, contenant le signe positif, sont des termes oscillants non-résonants. De plus, les anneaux de stockage, ayant une grande acceptance H.F., ont une phase synchrone $\overline{\phi}_s$ très petite ; par conséquent, tous les termes contenant $\tan \overline{\phi}_s$ sont négligeables dans toute la suite. Pour cette raison, les résonances paires sont négligeables devant celles impaires. C'est pourquoi, la modulation de phase H.F. n'entraîne que les résonances paramétriques impaires.

3.3 Résonance entière

3.3.1 Hamiltonien de la résonance entière et points fixes

La résonance entière a été abondamment traitée dans [35]. On rappelle ses principales caractéristiques : l'Hamiltonien du mouvement et les points fixes. En supposant que l'on se place près de la résonance entière ($k=0$), on peut alors négliger le terme non-résonant $\sin(\omega_m t + \psi)$ et l'Hamiltonien du problème, H_1^0 , se réduit à :

$$H_1^0 = \omega_s J - \frac{\omega_s J^2}{16} - \omega_s - \frac{\omega_s J}{2} \cos 2\psi - 2\omega_s J_0(\sqrt{2J}) + \frac{\omega_s A_m \sqrt{2J}}{2} \sin(\omega_m t - \psi) \tag{3.7}$$

H_1^0 dépend explicitement du temps. Une nouvelle transformation canonique dans un référentiel tournant dans l'espace des phases permet d'éliminer cette dépendance. Pour cela, on utilise la fonction génératrice du deuxième type F_2 :

$$F_2(\tilde{J}, \tilde{\psi}) = (\psi - \omega_m t - \frac{\pi}{2}) \times \tilde{J}$$

avec $\tilde{J} = J$ et $\tilde{\psi} = \psi - \omega_m t - \pi/2$.

Le nouvel Hamiltonien K^0 est indépendant du temps et, par conséquent, est une constante du mouvement ; il s'écrit :

$$K^0 = H_1^0 + \frac{\partial F_2}{\partial t} = H_1^0 + (-\omega_m) \tilde{J}$$

Dans le référentiel tournant, les trajectoires des particules sont décrites par l'Hamiltonien, moyenné sur le temps :

$$\langle K^0 \rangle_t = (\omega_s - \omega_m) \tilde{J} - \frac{\omega_s \tilde{J}^2}{16} - \frac{\omega_s A_m (2\tilde{J})^{1/2}}{2} \cos \tilde{\psi} - \omega_s \quad (3.8)$$

Les termes de l'Hamiltonien qui ne sont pas fonction de \tilde{J} et de $\tilde{\psi}$ n'affectent pas les équations différentielles en \tilde{J} et $\tilde{\psi}$ et donc peuvent être ignorés dans la suite des calculs (par conséquent, on ignore ω_s).

Les points fixes sont obtenus à partir des conditions suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\tilde{J}}{dt} = -\frac{\partial K^0}{\partial \tilde{\psi}} = 0 \\ \frac{d\tilde{\psi}}{dt} = \frac{\partial K^0}{\partial \tilde{J}} = 0 \end{array} \right. \quad (3.9)$$

Les équations 3.9 amènent à résoudre une équation du 3^{ème} degré en \tilde{J} pour $\tilde{\psi} = 0$ et π . La résolution de (3.9) entraîne l'existence de trois points fixes (deux sont stables et le dernier est instable) et le mouvement d'une particule peut être caractérisé par trois régimes différents selon la valeur de la fréquence de modulation ω_m par rapport à la fréquence de bifurcation ω_c donnée par :

$$\omega_c = \omega_s [1 - \frac{3}{16} (4 A_m)^{2/3}]$$

où A_m est l'amplitude de modulation de la résonance entière.

Les trois régimes sont simulés et explicités dans le paragraphe 3.3.2 avec l'exemple de la source de lumière Soleil.

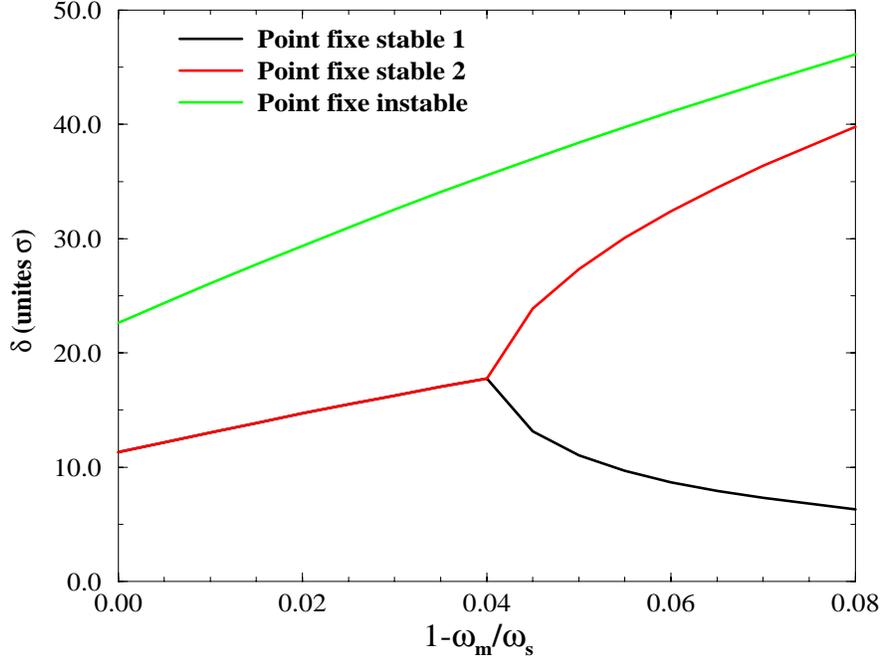
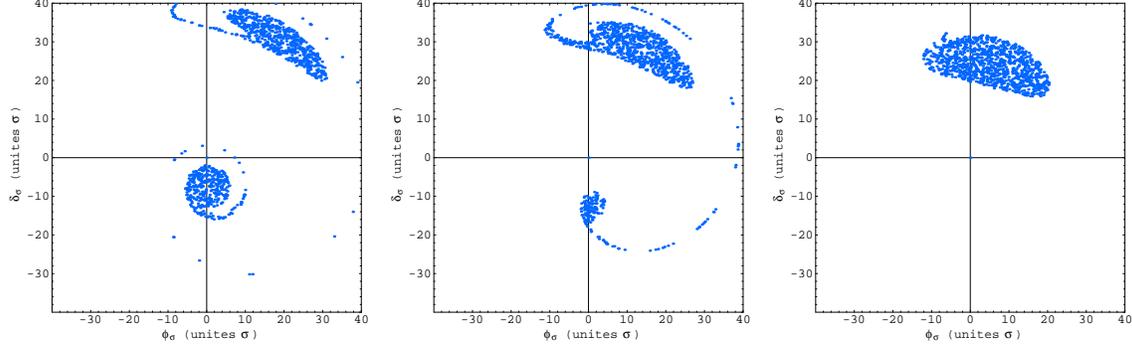


FIG. 3.2 – Evolution de l’amplitude des points fixes en fonction du coefficient $(1 - \omega_m / \omega_s)$ de la résonance entière

3.3.2 Les trois régimes de la résonance entière

L’évolution de chacun des points fixes de la résonance entière est illustrée par la figure 3.2 où l’on constate que lorsque l’on se rapproche de la résonance, les deux points fixes stables se confondent, puis un seul d’entre eux subsiste jusqu’à la résonance. Lorsque ω_m est égale à ω_s , le seul point fixe stable est localisé à une amplitude importante (égale à 11σ , en unité de longueur du paquet, pour les paramètres de Soleil). Plus précisément, bien en dessous de la fréquence de bifurcation ω_c , les deux points fixes stables définissent deux domaines, bien séparés, que les particules remplissent à peu près dans les mêmes proportions. Au-delà de ω_c , il ne reste seulement que le point fixe stable le plus éloigné et les particules sont diffusées vers cet îlot très décentré.

Les trois régimes de la résonance entière sont simulés avec les paramètres de l’anneau de stockage Soleil. Par exemple, la figure 3.3 montre, un ensemble de particules, uniformément distribuées dans l’espace des phases à l’état initial et à présent réparties dans les îlots, au bout d’un temps d’amortissement nécessaire et suffisant et pour différentes valeurs de la



(a) bien en dessous de la fréquence de bifurcation (b) juste à la fréquence de bifurcation (c) au-delà de la fréquence de bifurcation

FIG. 3.3 – Particules dans l’espace des phases normalisé (ϕ, δ) en présence de modulation de phase H.F. à la résonance entière

fréquence de modulation. Dès que l’amplitude de modulation est suffisante pour que le phénomène de résonance ait lieu, des oscillations dipolaires de large amplitude sont créées par l’îlot supérieur, quel que soit le régime établi. Les effets de la résonance paramétrique entière sont bien trop forts et conduisent même à la perte du paquet d’électrons (figure 3.4). Par conséquent, la modulation de phase à la résonance entière ne représente pas une méthode appropriée pour augmenter la durée de vie Touschek des sources de lumière de 3^{ème} génération.

3.4 Résonance 1/3

3.4.1 Hamiltonien de la résonance 1/3

Cette fois-ci, on considère une modulation avec une fréquence très proche de trois fois la fréquence synchrotron (on excite ainsi la résonance paramétrique 1/3).

On se place dans le cas où $k=1$ dans l’équation (3.6), on peut négliger le terme non-résonant $\sin(\omega_m t + 3\psi)$ avec $\omega_m \simeq 3\omega_s$ et $\psi \simeq \omega_s t$, et l’Hamiltonien du problème, H_1^1 , se réduit à :

$$H_1^1 = \omega_s J - \frac{\omega_s J^2}{16} - \frac{\omega_s J}{2} \cos 2\psi + 2\omega_s J_2(\sqrt{2J}) \cdot \cos(2\psi) - \omega_s A_m \cdot J_3(\sqrt{2J}) \cdot \sin(\omega_m t - 3\psi) \quad (3.10)$$

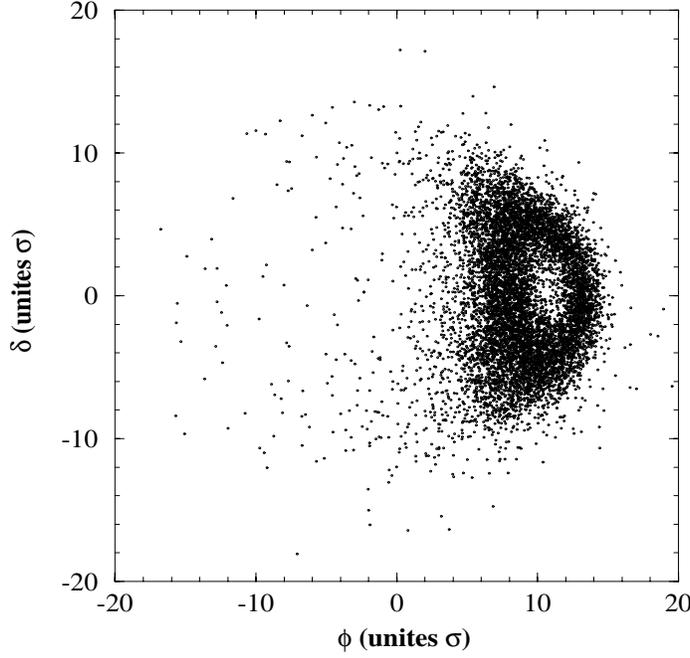


FIG. 3.4 – Bessy I : particules soumises à la modulation de phase à la résonance entière. Le faisceau se déplace dans l'espace des phases et peut sortir de l'acceptance H.F

H_1^1 dépend du temps. La transformation canonique utilisant la fonction génératrice F_2 permet de se placer dans le référentiel tournant de l'espace des phases et ainsi d'éliminer la contrainte temporelle :

$$F_2(\tilde{J}, \tilde{\psi}) = \left(\psi - \frac{\omega_m t}{3} - \frac{\pi}{2}\right) \times \tilde{J}$$

avec $\tilde{J} = J$ et $\tilde{\psi} = \psi - \omega_m t/3 - \pi/2$.

Le nouvel Hamiltonien K^1 , moyenné sur le temps, indépendant du temps, est par conséquent une constante du mouvement. Il s'écrit :

$$\langle K^1 \rangle_t = \left(\omega_s - \frac{\omega_m}{3}\right) \tilde{J} - \frac{\omega_s \tilde{J}^2}{16} - \frac{\omega_s A_m (2\tilde{J})^{3/2}}{48} \cos 3\tilde{\psi} \quad (3.11)$$

En plus du premier terme linéaire de la résonance 1/3, l'Hamiltonien du mouvement contient des fonctions de \tilde{J} d'ordres supérieurs. Le terme en cosinus fournit une période en $\tilde{\psi}$ de $2\pi/3$. Dans ce nouvel espace des phases $(\tilde{J}, \tilde{\psi})$, les trajectoires stationnaires sont données par les contours à Hamiltonien constant. Les positions et largeurs des trois îlots formés, qui permettent de déterminer l'occupation de l'espace des phases par le faisceau, sont contrôlées par les paramètres de modulation et doivent être judicieusement ajustées.

3.4.2 Points Fixes

Les points fixes sont calculés à partir des équations suivantes :

$$\begin{cases} \frac{d\tilde{J}}{dt} = -\frac{\partial K_1}{\partial \tilde{\psi}} = 0 \\ \frac{d\tilde{\psi}}{dt} = \frac{\partial K_1}{\partial \tilde{J}} = 0 \end{cases} \quad (3.12)$$

A partir de ces équations (3.12), on trouve six points fixes pour lesquels le signe de $\cos 3\tilde{\psi}$ détermine leur stabilité ou leur instabilité, on a :

- 3 points fixes stables (appelés aussi SFP) pour $\tilde{\psi}$ égal à $0, \frac{2\pi}{3}$ et $\frac{4\pi}{3}$. Ils sont stables car le terme $\cos 3\tilde{\psi}$ est positif, alors le potentiel, décrit dans l'Hamiltonien, a un minimum.
- 3 points fixes instables (appelés aussi UFP) pour $\tilde{\psi}$ égal à $\frac{\pi}{3}, \pi$ et $\frac{5\pi}{3}$. Ils sont instables car le terme $\cos 3\tilde{\psi}$ est négatif, le potentiel a alors un maximum.

Les trajectoires qui entourent les points fixes stables sont fermées et forment des îlots de stabilité pour les particules, alors que les trajectoires qui entourent les points fixes instables sont des hyperboles (ou séparatrices) qui forment les frontières des îlots stables.

Les coordonnées $(\phi_\sigma, \delta_\sigma)$ des trois points fixes stables, en fonction des paramètres machine et des paramètres de modulation, sont :

$$\begin{cases} \delta_{\sigma(\tilde{\psi}=0)} = \frac{a_m}{2}[1 + R_{FP}] \\ \phi_{\sigma(\tilde{\psi}=0)} = 0 \\ \delta_{\sigma(\tilde{\psi}=\frac{2\pi}{3})} = -\frac{a_m}{4}[1 + R_{FP}] \\ \phi_{\sigma(\tilde{\psi}=\frac{2\pi}{3})} = \sqrt{3} \cdot \frac{a_m}{4}[1 + R_{FP}] \\ \delta_{\sigma(\tilde{\psi}=\frac{4\pi}{3})} = -\frac{a_m}{4}[1 + R_{FP}] \\ \phi_{\sigma(\tilde{\psi}=\frac{4\pi}{3})} = -\sqrt{3} \cdot \frac{a_m}{4}[1 + R_{FP}] \end{cases} \quad (3.13)$$

Les coordonnées $(\phi_\sigma, \delta_\sigma)$ des trois points fixes instables, en fonction des paramètres

machine et des paramètres de modulation, sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta_{\sigma(\tilde{\psi}=\pi)} = -\frac{a_m}{2}[1 - R_{FP}] \\ \phi_{\sigma(\tilde{\psi}=\pi)} = 0 \\ \delta_{\sigma(\tilde{\psi}=\frac{\pi}{3})} = -\frac{a_m}{4}[1 - R_{FP}] \\ \phi_{\sigma(\tilde{\psi}=\frac{\pi}{3})} = \sqrt{3} \cdot \frac{a_m}{4}[1 - R_{FP}] \\ \delta_{\sigma(\tilde{\psi}=\frac{5\pi}{3})} = -\frac{a_m}{4}[1 - R_{FP}] \\ \phi_{\sigma(\tilde{\psi}=\frac{5\pi}{3})} = -\sqrt{3} \cdot \frac{a_m}{4}[1 - R_{FP}] \end{array} \right. \quad (3.14)$$

où $R_{FP} = \sqrt{1 + \frac{64 Q_s^2}{a_m^2 (\sigma_\epsilon h \alpha)^2} \cdot (1 - \frac{\omega_m}{3\omega_s})}$, et a_m est l'amplitude de modulation normalisée par rapport au σ du paquet (a_m est un entier), Q_s le nombre d'onde synchrotron, σ_ϵ la dispersion naturelle en énergie, α le «momentum compaction» et h le nombre harmonique.

La position des points fixes dépend à la fois des paramètres de la machine et des paramètres de modulation de phase. Dans le but de dépeupler le centre du paquet, les îlots doivent être, d'une part, le plus étendu possible et d'autre part, ils doivent être placés près du coeur du paquet. Cependant, l'équation précédente (3.12) montre que les points fixes stables ne peuvent jamais atteindre l'origine, même en se rapprochant de la résonance ($1 - \omega_m/3\omega_s$) et ils sont bornés par la limite inférieure a_m . La figure 3.5 illustre cette limite.

3.4.3 Largeur d'îlot

La largeur d'îlot $\Delta\tilde{J}$ est donnée par la distance entre la séparatrice, courbe qui joint les points fixes instables, et les points fixes stables pour lesquels l'Hamiltonien est maximum [36]. La séparatrice est définie de la manière suivante : $K(\tilde{J}, \tilde{\psi}) = K(\tilde{J}_{UFP}, \tilde{\psi}_{UFP})$, où \tilde{J}_{UFP} est l'action au point fixe instable. A partir de cette relation, on peut en tirer la distance au carré suivante :

$$(\tilde{J} - \tilde{J}_{UFP})^2 \simeq \frac{A_m (16 (1 - \omega_m/3\omega_s))^{3/2} (1 + \cos 3\tilde{\psi})}{3} \quad (3.15)$$

Par définition de la largeur d'îlot, on peut en déduire $\Delta\tilde{J}$ (on prend le point fixe stable

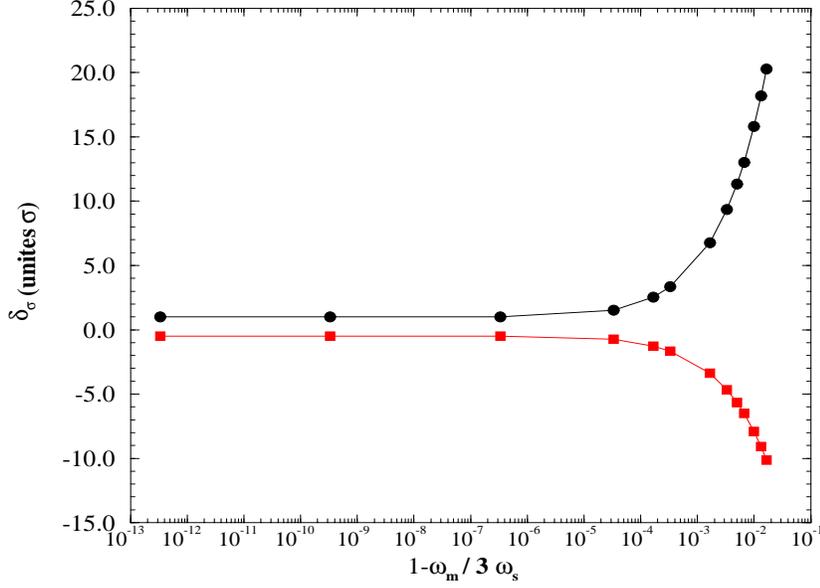


FIG. 3.5 – Soleil : évolution de l’amplitude δ_σ des points fixes stables en fonction de $(1 - \omega_m/3\omega_s)$, distance à la résonance 1/3

pour lequel le calcul est le plus simple, c’est-à-dire pour $\tilde{\psi} = 0$), on a alors :

$$\Delta\tilde{J} = \pm 8 \sqrt{\frac{A_m \cdot 2(1 - \omega_m/3\omega_s)^{3/2}}{3}} \quad (3.16)$$

De plus, on peut exprimer $\Delta\tilde{J}$ de la manière suivante :

$$\Delta\tilde{J} = (\tilde{J}_{SFP} - \tilde{J}_{UFP}) = \frac{(\delta_{SFP}^2 - \delta_{UFP}^2)}{2}$$

et $\delta_{SFP}^2 - \delta_{UFP}^2 = (\delta_{SFP} - \delta_{UFP})(\delta_{SFP} + \delta_{UFP}) = \Delta\delta \times (\delta_{SFP} + \delta_{UFP})$, alors la largeur d’îlot, dans les coordonnées classiques de l’espace des phases, s’écrit :

$$\Delta\delta = \pm 16 \sqrt{\frac{A_m \cdot 2(1 - \omega_m/3\omega_s)^{3/2}}{3}} \times \frac{1}{\delta_{SFP} + \delta_{UFP}}$$

La largeur du paquet, normalisée en unités σ et exprimée avec les paramètres des anneaux de stockage, est donnée par :

$$\Delta\delta_\sigma = \pm 16 \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \left(\frac{Q_s}{\alpha \sigma_\epsilon h}\right)^{3/2} \cdot (1 - \omega_m/3\omega_s)^{3/4} \times \frac{1}{\sqrt{a_m} \cdot R_{FP}} \quad (3.17)$$

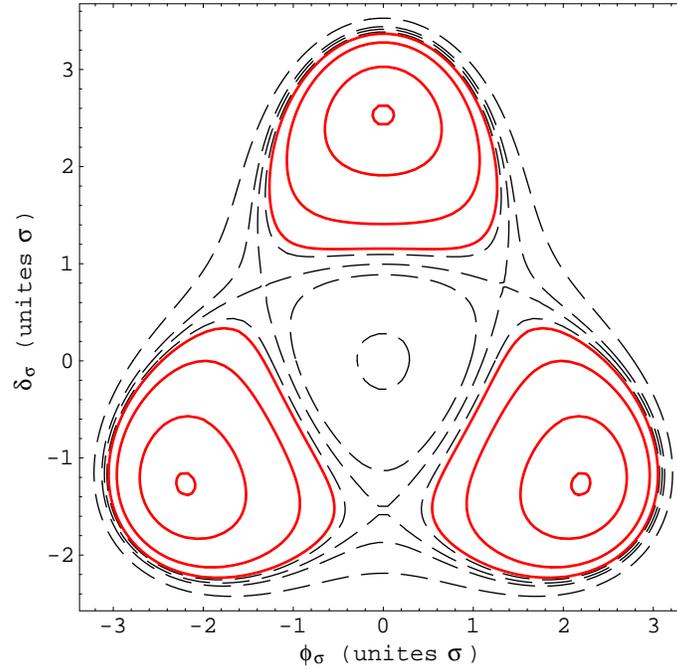


FIG. 3.6 – Contours à K^1 -constant dans l'espace des phases normalisé $(\phi_\sigma, \delta_\sigma)$ avec les paramètres de Soleil (les courbes qui entourent les points fixes stables sont en traits pleins et celles qui entourent les points fixes instables sont en pointillés)

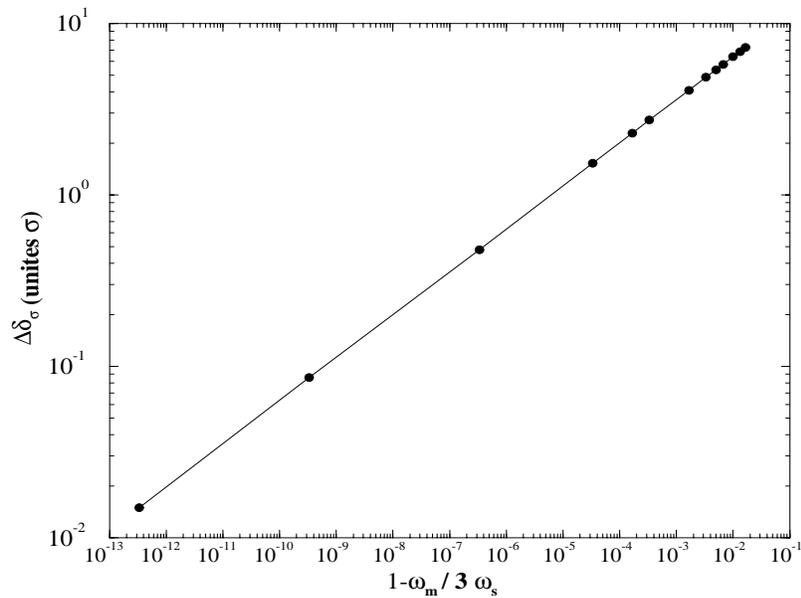


FIG. 3.7 – Largeur d'îlot $\Delta \delta_\sigma$ en fonction de $(1 - \omega_m/3\omega_s)$, distance à la résonance $1/3$

Les contours à K^1 -constant, calculés avec les paramètres de Soleil, sont montrés sur la figure 3.6. Pour de petites amplitudes, le mouvement n'est pratiquement pas affecté par la résonance (les contours restent des cercles). Par contre, lorsque l'on s'éloigne de l'origine, les cercles se distordent de plus en plus, jusqu'à la formation des îlots. L'expression (3.17) révèle que plus ω_m tend vers $3\omega_s$, plus la largeur d'îlot se trouve réduite. La largeur est illustrée par la figure 3.7 (échelle logarithmique) en fonction de la distance à la résonance et montre une pente qui équivaut à la puissance $1/4$. ***Il y a donc un compromis à faire entre la position des îlots (ω_m doit être très proche de $3\omega_s$) et la largeur d'îlot (ω_m ne doit pas être trop proche de $3\omega_s$).***

3.4.4 Critère de Chirikov : limite du mouvement chaotique

Le critère de Chirikov est utilisé afin d'estimer l'instabilité de diffusion stochastique. En particulier, des comportements chaotiques peuvent apparaître quand les îlots de deux résonances paramétriques d'ordres successifs sont très proches et le recouvrement des résonances commence lorsque les séparatrices sont en contact. Comme nous le verrons ultérieurement, ce mouvement chaotique est observé dans quelques simulations avec les paramètres des machines Soleil et Esrf.

Le critère de Chirikov est donné par [37] :

$$\Delta\tilde{J}_1 + \Delta\tilde{J}_2 \ll \delta\tilde{J} \quad (3.18)$$

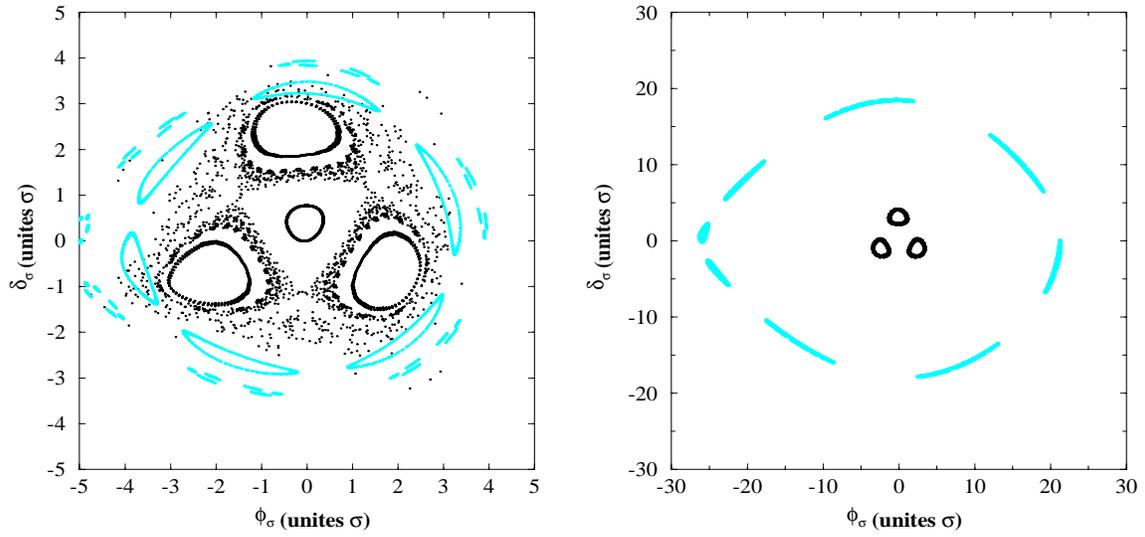
où $\Delta\tilde{J}_1$ et $\Delta\tilde{J}_2$ sont les largeurs d'îlot respectives des résonances $1/3$ et $1/5$, et $\delta\tilde{J}$ est la distance en amplitude entre les îlots. Dans le cas de la modulation de phase H.F. et de l'interaction éventuelle entre les résonances $1/3$ et $1/5$, le critère devient :

$$\left(\frac{A_m}{6}\right)^{1/2} \times \left(1 - \frac{\omega_m}{3\omega_s}\right)^{3/4} \ll \frac{\Delta\omega_s}{\omega_s}$$

avec $\Delta\omega_s/\omega_s = 1/6 m^2$ et $m = 3$ pour la résonance $1/3$.

En exprimant ce critère avec le terme d'amplitude de modulation, normalisé au σ du paquet, on en déduit une condition sur la fréquence de modulation pour assurer un comportement non chaotique :

$$\frac{\omega_m}{\omega_s} \gg 3 \times \left[1 - \left[\frac{1}{54} \left(\frac{6\omega_s}{\omega_{RF} \alpha \sigma_\epsilon a_m} \right)^{1/2} \right]^{4/3} \right] \quad (3.19)$$



(a) Soleil : comportement chaotique

(b) Bessy I : comportement non chaotique

FIG. 3.8 – Superposition de simulations tour par tour d’un paquet dans l’espace des phases normalisé $(\phi_\sigma, \delta_\sigma)$. Les points sombres représentent l’effet de la résonance $1/3$, les points clairs celui de la résonance $1/5$

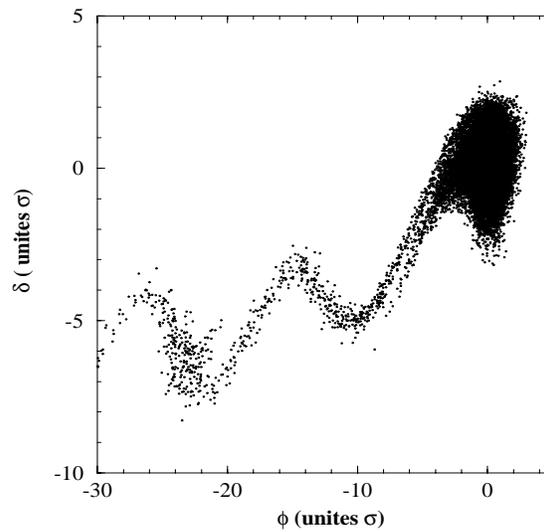


FIG. 3.9 – Esrf : simulation tour par tour d’un paquet dans l’espace des phases normalisé $(\phi_\sigma, \delta_\sigma)$, le mouvement chaotique entraîne la perte d’un grand nombre de particules, puis du faisceau

Les figures 3.8 et 3.9 montrent les résultats de trois simulations : un comportement chaotique (Soleil et Esrf) et un comportement non chaotique (Bessy I). Dans un comportement non chaotique, la résonance $1/5$ a des îlots très éloignés de ceux de la résonance $1/3$; ils sont au-delà de 15σ (figure 3.8-b). La largeur d'un de ces îlots est très faible par rapport à la distance entre celui-ci et les îlots de la résonance inférieure. Les particules subissent alors les deux résonances indépendamment. Inversement, dans le cas du comportement chaotique, les îlots de la résonance $1/5$ viennent toucher les séparatrices des îlots de la résonance $1/3$ (figure 3.8-a). Les particules, dans une telle situation, sont alors diffusées des îlots d'une résonance ($1/3$) à ceux de la résonance suivante ($1/5$) et l'ensemble du phénomène conduit à un glissement du faisceau et donc à la perte des particules.

3.4.5 Optimisation des paramètres de modulation de phase H.F.

Les paramètres de la modulation de phase, la fréquence ω_m et l'amplitude A_m , doivent être, dans un premier temps, optimisés ensemble à partir des expressions analytiques (3.13) et (3.17) pour chacune des différentes machines à rayonnement synchrotron [38]. Le tableau 3.1 résume les paramètres principaux de quatre sources de lumière, utilisés pour les simulations. On propose l'étude de l'Esrf, Bessy I, Soleil et SuperAco.

Afin d'illustrer la difficulté d'optimisation des paramètres de modulation, on prend l'exemple de l'anneau de stockage Soleil. La figure 3.10 donne les trajectoires à Hamiltonien constant et résume les divers paramètres testés pour l'optimisation. Le but est de rapprocher le plus possible les îlots près du coeur du paquet tout en leur conservant une largeur de 2 ou 3 σ . On procède ainsi pour chaque machine étudiée et les deux paramètres de modulation, A_m et ω_m , optimisés sont donnés dans le tableau 3.2.

Les trajectoires stationnaires, correspondant à ces optimisations, sont illustrées figure 3.11. Il est important de remarquer que la valeur de l'amplitude a_m (amplitude normalisée en unités σ du paquet) est modérée afin d'empêcher tout mouvement cohérent dipolaire de l'ensemble du paquet, et ω_m est ajustée afin que les points fixes soient assez proches du coeur du paquet, tout en conservant une largeur d'îlot satisfaisante.

Lorsque le paquet est court, comparé à la longueur d'onde H.F., et spécialement dans le

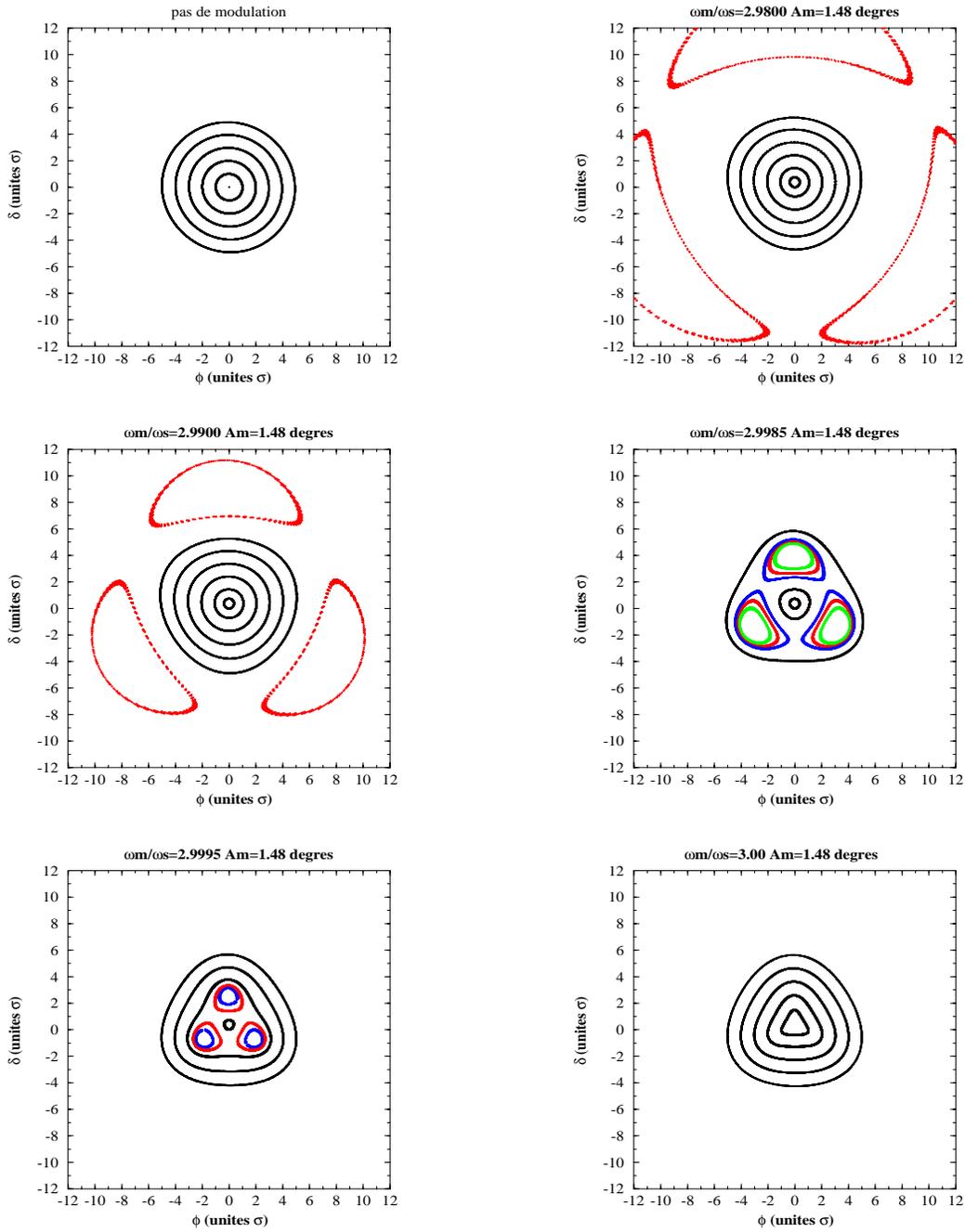


FIG. 3.10 – Optimisation des paramètres de modulation de phase pour Soleil : simulation à amplitude A_m constante et variations de ω_m , dans l'espace des phases normalisé

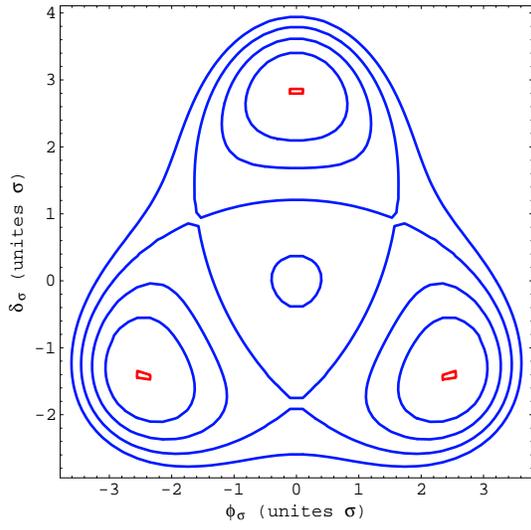
	ESRF	SOLEIL	BESSY I	SuperACO
Fréquence (MHz)	352,2	352,2	499,2	100,0
Nombre d'harmonique	992	396	104	24
Momentum Compaction	$1,86 \cdot 10^{-4}$	$4,77 \cdot 10^{-4}$	$1,5 \cdot 10^{-2}$	$1,48 \cdot 10^{-2}$
Energie nominale (MeV)	6040	2500	800	800
Energie perdue par tour (keV)	4900	800	20	21,3
Tension totale H.F. (MV)	12,0	3,8	0,2	0,17
Temps d'amortissement longitudinal (ms)	3,50	4,33	10,0	8,5
Dispersion en énergie naturelle	$10,60 \cdot 10^{-4}$	$9,24 \cdot 10^{-4}$	$5,0 \cdot 10^{-4}$	$5,5 \cdot 10^{-4}$
longueur-paquet/longueur-onde : $\sigma_L/\lambda_{H.F}$ (%)	2,1	2,0	7,9	4,5

TAB. 3.1 – Principaux paramètres des sources de lumière

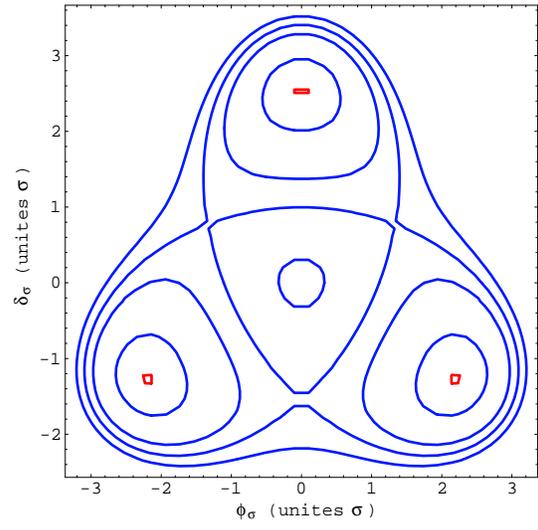
cas de machines telles que Soleil et l'Esrf, la fréquence de modulation doit être extrêmement proche de $3\omega_s$ pour arriver à amener les points fixes stables le plus près de l'origine. On remarque que l'optimisation des paramètres de la modulation a permis d'amener des particules, initialement localisées en 1σ , jusqu'à pratiquement 3σ et ce pour les quatre machines. Un allongement significatif est alors attendu.

3.5 Effet du rayonnement synchrotron

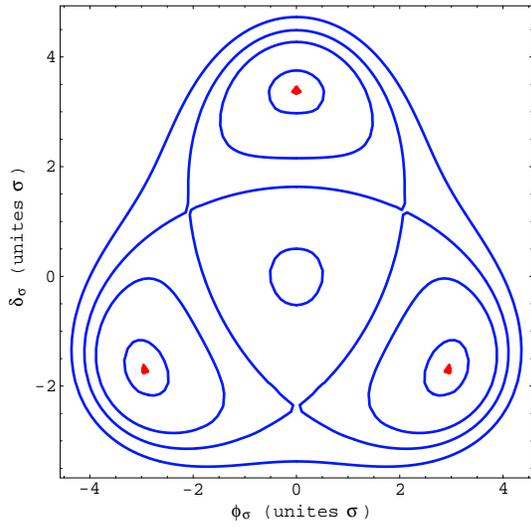
Dans le traitement analytique précédent, l'effet du rayonnement synchrotron, qui inclut l'amortissement par les radiations et l'excitation quantique, n'a pas été pris en compte. Cependant, cet effet ne peut plus être négligé dans les anneaux de stockage, où ces termes peuvent être comparables aux termes des résonances paramétriques. Pour cela, nous envisageons un traitement mathématique différent du précédent, basé sur l'équation de Fokker-Planck.



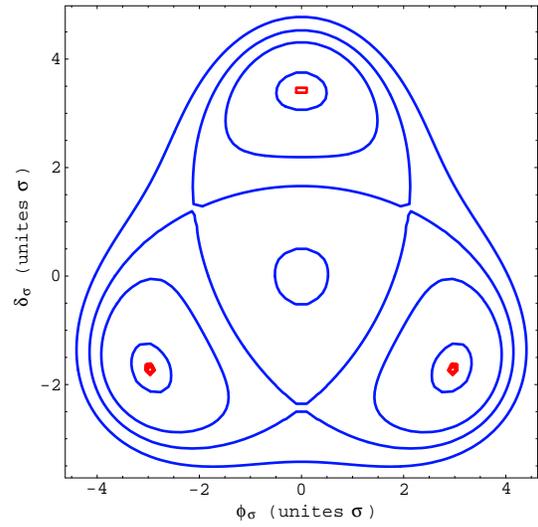
(a) ESRF



(b) SOLEIL



(c) BESSY I



(d) SUPERACO

FIG. 3.11 – Séparatrices et contours à K^1 -constant dans l'espace des phases normalisé $(\phi_\sigma, \delta_\sigma)$ avec la modulation de phase H.F. à la résonance $1/3$

	ESRF	SOLEIL	BESSY I	SuperACO
ω_m/ω_s	2,9993	2,9995	2,9850	2,9950
A_m (degrés)	1,535	1,48	5,68	3,24
Coordonnées des SFP ($\phi_\sigma, \delta_\sigma$)	(0; +2, 30) (+1, 99; -1, 15) (-1, 99; -1, 15)	(0; +2, 54) (+2, 20; -1, 27) (-2, 20; -1, 27)	(0; +3, 39) (+2, 94; -1, 69) (-2, 4; , -1, 69)	(0; +3, 43) (+2, 97; -1, 71) (-2, 97; -1, 71)
Largeur d'îlot (unités σ)	2,06	2,29	2,71	2,77

TAB. 3.2 – Optimisation finale des paramètres de modulation de phase H.F. à la résonance 1/3 et caractéristiques des îlots pour chaque machine

3.5.1 Traitement des équations par Fokker-Planck

A cause de la nature dissipative du système, le traitement Hamiltonien précédent ne peut être appliqué directement en présence de rayonnement synchrotron. L'analyse repose sur l'équation de Vlasov avec le terme de collision de Fokker-Planck :

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \{K, F\} = R \quad (3.20)$$

où $F(\phi, \delta, t)$ est la fonction de distribution des particules dans le paquet, $R = \frac{\partial}{\partial \delta}(\gamma_d F \delta + \kappa \frac{\partial F}{\partial \delta})$ le terme de collision qui décrit l'effet du rayonnement synchrotron et $\{\dots\}$ le crochet de Poisson. K est l'Hamiltonien perturbé, $\gamma_d = 1/T_{rad}$ le taux d'amortissement par rayonnement et κ le facteur de diffusion quantique, relié à γ_d , par $\sigma_\epsilon = \sqrt{\frac{\kappa}{\gamma_d}}$.

On passe du référentiel (ϕ, δ) au référentiel $(\tilde{J}, \tilde{\psi})$ avec l'aide des dérivées partielles suivantes :

$$\frac{\partial \tilde{J}}{\partial \delta} = -\sqrt{2\tilde{J}} \cos \tilde{\psi}, \quad \frac{\partial \tilde{J}}{\partial \phi} = -\sqrt{2\tilde{J}} \sin \tilde{\psi}, \quad \frac{\partial \tilde{\psi}}{\partial \delta} = -\frac{\sin \tilde{\psi}}{\sqrt{2\tilde{J}}}, \quad \frac{\partial \tilde{\psi}}{\partial \phi} = -\frac{\cos \tilde{\psi}}{\sqrt{2\tilde{J}}}$$

La nouvelle équation de Fokker-Planck, exprimée alors en fonction des variables $(\tilde{J}, \tilde{\psi})$, s'écrit :

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial \tilde{\psi}} \frac{\partial K}{\partial \tilde{J}} - \frac{\partial F}{\partial \tilde{J}} \frac{\partial K}{\partial \tilde{\psi}} = 2 \frac{\partial}{\partial \tilde{J}} [\gamma_d \tilde{J} F + \kappa \tilde{J} \frac{\partial F}{\partial \tilde{J}}] \quad (3.21)$$

On remplace dans l'équation (3.21) K par son expression (3.11) en fonction des variables $(\tilde{J}, \tilde{\psi})$. Ce système possède une solution stationnaire ($\partial F/\partial t = 0$), dont le calcul se réduit

à la résolution de l'équation :

$$\begin{aligned} & \frac{\partial F}{\partial \tilde{\psi}} \times [(\omega_s - \omega_m/3) - \frac{\omega_s \tilde{J}}{8} - \frac{\omega_s A_m \cos 3\tilde{\psi}}{16} (2\tilde{J})^{1/2}] \\ & = 2\kappa \tilde{J} \frac{\partial^2 F}{\partial \tilde{J}^2} + \frac{\partial F}{\partial \tilde{J}} \times [\frac{\omega_s A_m (2\tilde{J})^{3/2}}{16} \sin 3\tilde{\psi} + 2\gamma_d \tilde{J} + 2\kappa] + 2\gamma_d F \end{aligned} \quad (3.22)$$

Avec ce type d'équation, la séparation en variables \tilde{J} et $\tilde{\psi}$ est impossible. Mais la comparaison entre les effets de la résonance 1/3 et le rayonnement synchrotron est contenue dans cette équation qui détermine la distribution stationnaire du faisceau perturbé. On s'intéresse particulièrement à la partie de l'équation (3.22) qui contient les dérivées partielles en $\frac{\partial}{\partial \tilde{J}}$. La distribution en \tilde{J} $\tilde{\psi}$ du système possède une symétrie de révolution dans le référentiel tournant de sorte que l'on peut poser $F(\tilde{J}, \tilde{\psi}) = g(\tilde{\psi}) \times h(\tilde{J})$. Si l'on fixe une valeur $\tilde{\psi}_1$ de $\tilde{\psi}$ dans ce référentiel, l'étude de la distribution des particules en \tilde{J} est alors possible. On peut utiliser la méthode classique de la séparation des variables, alors l'équation précédente (3.22) peut se mettre sous la forme :

$$a(\tilde{J}) \frac{\partial^2 h}{\partial \tilde{J}^2} + b(\tilde{J}) \frac{\partial h}{\partial \tilde{J}} + c(\tilde{J}) h = 0 \quad (3.23)$$

avec

$$\begin{cases} a(\tilde{J}) &= 2\kappa \tilde{J} \\ b(\tilde{J}) &= 2[\frac{\omega_s A_m (2\tilde{J})^{3/2}}{32} \sin 3\tilde{\psi}_1 + \gamma_d \tilde{J} + \kappa] \\ c(\tilde{J}) &= 2\gamma_d \end{cases}$$

On remarque que si l'amplitude de modulation de la résonance 1/3 est nulle, alors le terme $b(\tilde{J})$ se simplifie en : $b(\tilde{J}) = 2[\gamma_d \tilde{J} + \kappa]$. On retrouve la solution bien connue d'Haissinski, où $h(\tilde{J})$ décrit un paquet gaussien :

$$h(\tilde{J}) = \frac{\gamma_d}{\kappa} e^{-\frac{\gamma_d}{\kappa} \tilde{J}} \text{ ou } h(\phi, \delta) = \frac{\gamma_d}{\kappa} e^{-\frac{\gamma_d}{\kappa} (\frac{\phi^2 + \delta^2}{2})}$$

Une telle équation différentielle (3.23), avec ce type de coefficients, ne peut se résoudre que numériquement. Cependant, la forme de la distribution du paquet sera de la forme : $A(\tilde{J}) \times e^{-\frac{b(\tilde{J})}{a(\tilde{J})}}$ (où $A(\tilde{J})$ est un terme d'amplitude provenant de la résolution de (3.23), que l'on ne cherche pas à calculer).

Il est clair que le terme $b(\tilde{J})$, qui contient la perturbation de la résonance 1/3 et l'effet du rayonnement synchrotron, détermine si le paquet conserve une forme gaussienne (paquet non perturbé) ou une forme perturbée par la formation d'îlots. La modulation de phase H.F. est efficace à partir du moment où l'amplitude du premier coefficient dans $b(\tilde{J})$ est plus grande que celle des deux coefficients suivants provenant du rayonnement synchrotron.

3.5.2 Critère de formation des îlots

Les trois coefficients du terme $b(\tilde{J})$ de l'équation (3.23) précédente sont :

$$C_1 = \frac{\omega_s A_m (2\tilde{J})^{3/2}}{32} \sin 3\tilde{\psi}_1 \quad , \quad C_2 = \gamma_d \tilde{J} \quad , \quad C_3 = \kappa$$

Le dernier terme C_3 est, en général, bien plus petit que C_1 et C_2 et peut donc être négligé. Dans le cas particulier où les paramètres de modulation sont optimisés pour atteindre la grande majorité des particules, il est intéressant de pouvoir estimer si ces particules localisées au coeur du paquet (à 1σ) sont attirées dans les îlots de la résonance 1/3 ou si elles restent amorties sur leur position initiale.

Dans l'hypothèse où l'on ne s'intéresse qu'aux particules du coeur, les coefficients s'écrivent avec les variables de l'espace des phases physique (ϕ, δ) :

$$C_1 = \frac{\omega_s A_m}{16} \left(\frac{\alpha h \sigma_\epsilon}{Q_s} \right)^3 \quad C_2 = \frac{1}{T_{rad}} \left(\frac{\alpha h \sigma_\epsilon}{Q_s} \right)^2 \quad (3.24)$$

En exprimant l'amplitude A_m en unités σ du paquet, c'est-à-dire $A_m = a_m \sigma_\phi$ et a_m est un entier, on trouve une valeur limite sur le temps d'amortissement du rayonnement synchrotron pour la formation des îlots [33] :

$$T_{rad} > \frac{16 Q_s}{\omega_{RF} \alpha^2 h a_m} \times \frac{1}{\sigma_\epsilon^2} \quad (3.25)$$

Chaque fois que le temps d'amortissement sera supérieur à cette limite définie par l'inégalité (3.25), alors la résonance 1/3 sera dominante et les îlots seront formés. Le paragraphe suivant démontre la validité de ce critère de formation des îlots.

3.5.3 Simulations de la formation ou de la destruction des îlots

La validité du critère de survie des îlots est testée pour plusieurs paramètres des quatre machines étudiées précédemment. On utilise un code de simulation de suivi des particules tour après tour [39]. Ce code simule le mouvement des particules en présence de modulation de phase H.F., d'amortissement par rayonnement synchrotron et d'excitation quantique. L'algorithme s'appuie sur les équations récurrentes suivantes tour après tour :

$$\begin{aligned}
 \bullet \phi_{n+1} &= \phi_n + 2\pi Q_s \times \delta_n \\
 \bullet \delta_{n+1} &= \left(1 - \frac{2}{T_{rad} F_0}\right) \cdot \delta_n + \frac{2}{\sqrt{T_{rad} f_0}} \sigma_\epsilon R_I \\
 &\quad - \frac{2\pi Q_s}{\cos \phi_s} (\sin(\overline{\phi_s} + (\phi_{n+1} + A_m \sin \omega_m t)) - \sin \overline{\phi_s})
 \end{aligned} \tag{3.26}$$

où n est la $n^{\text{ième}}$ particule du paquet, R_I un nombre aléatoire pour l'initialisation de la distribution gaussienne et f_o la fréquence de révolution.

Pour chaque calcul, les paramètres de la modulation de phase H.F. (ω_m, a_m) sont tout d'abord optimisés afin d'avoir des îlots de forme correcte (voir les détails de l'optimisation section 3.4.5). D'autre part, si on utilise le critère (3.25) tel quel, avec pour paramètre principal T_{rad} , la simulation complète dans certains cas oblige à travailler avec 2 millions de tours!!. Donc, dans le but de réduire la durée de la simulation tour par tour nécessaire à la vérification du critère, il est préférable de réécrire celui-ci en utilisant comme paramètre principal la dispersion en énergie, plutôt que T_{rad} . Le critère s'écrit alors sous la forme :

$$\sigma_\epsilon > \sqrt{\frac{1}{T_{rad}} \times \frac{16 Q_s}{\omega_{RF} \alpha^2 h a_m}} \tag{3.27}$$

Pour chaque machine, on recherche dans un cas la formation d'îlots et dans l'autre cas la destruction de ceux-ci par le rayonnement synchrotron. Dans ce but, deux valeurs de dispersion en énergie sont testées : la valeur naturelle et une valeur fictive qui conduit à la situation inverse de celle donnée par la valeur naturelle.

Les figures 3.12, 3.14, 3.13 et 3.15 donnent la répartition des particules dans l'espace des phases. Elles montrent la destruction des îlots pour l'Esrf (figure 3.12-(a)), Soleil (figure 3.14-(a)), SuperAco (figure 3.15-(a)) et la formation des îlots pour Bessy I (figure 3.13-(b)) avec leur valeur naturelle de dispersion en énergie σ_ϵ . Le tableau 3.3 résume les valeurs de dispersion en énergie testées, aussi bien que les valeurs limites définies par le critère pour chaque machine (**les valeurs naturelles σ_ϵ sont indiquées en gras**). La dispersion en

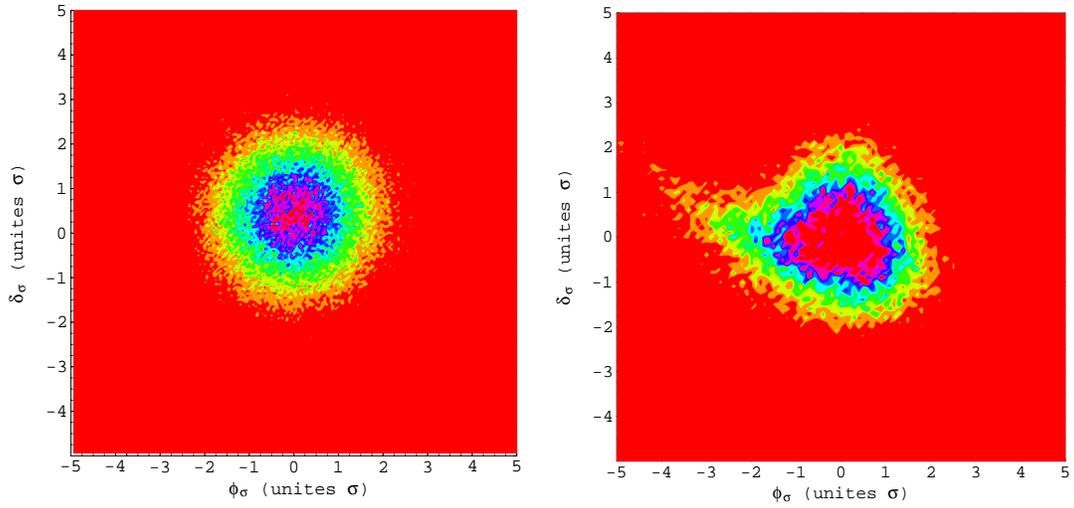
	ESRF	SOLEIL	BESSY I	SuperACO
$\sigma_{\epsilon lim}$	$20,95 \cdot 10^{-3}$	$11,13 \cdot 10^{-3}$	$4,14 \cdot 10^{-4}$	$14,02 \cdot 10^{-4}$
Formation d'îlots	$\sigma_{\epsilon} = 22,0 \cdot 10^{-3}$	$\sigma_{\epsilon} = 15,0 \cdot 10^{-3}$	$\sigma_{\epsilon} = \mathbf{5,0 \cdot 10^{-4}}$	$\sigma_{\epsilon} = 18,33 \cdot 10^{-4}$
$\omega_{m chaos}/\omega_{m modul}$	1,08	1,05	0,93	0,96
Pas d'îlots	$\sigma_{\epsilon} = \mathbf{10,60 \cdot 10^{-4}}$	$\sigma_{\epsilon} = \mathbf{9,24 \cdot 10^{-4}}$	$\sigma_{\epsilon} = 2,3 \cdot 10^{-4}$	$\sigma_{\epsilon} = \mathbf{5,5 \cdot 10^{-4}}$
$\omega_{m chaos}/\omega_{m modul}$	0,85	0,81	0,89	0,89

TAB. 3.3 – Paramètre σ_{ϵ} de formation des îlots ou d'absence des îlots due à une force d'amortissement importante

énergie de SuperAco, qui est choisie pour la formation d'îlots, est plus grande que la dispersion naturelle, mais correspond néanmoins à une situation réelle où le faisceau est à courant non nul dans un régime turbulent.

Il est important de remarquer que la dispersion en énergie σ_{ϵ} , nécessaire pour la formation des îlots, doit être bien plus grande dans le cas de Soleil et de l'Esrif que pour les autres machines. Ceci est dû, en partie, à leur petite valeur du facteur de compression des moments ou «momentum compaction», qui intervient au carré dans l'expression du critère de «survie» : α_{Soleil} est égal à $4,77 \cdot 10^{-4}$ et α_{Esrif} égal à $1,86 \cdot 10^{-4}$. De plus, en supposant une dispersion en énergie plus grande que la valeur limite, on peut observer un mouvement chaotique et la perte des particules au bout d'un nombre relativement faible de tours (figure 3.12-(b) et figure 3.14-(b)). Ce mouvement chaotique était prévisible d'après le critère de Chirikov (tableau 3.3 et critère 3.19 car on a : $\omega_{m chaos}/\omega_{m modul} > 1$).

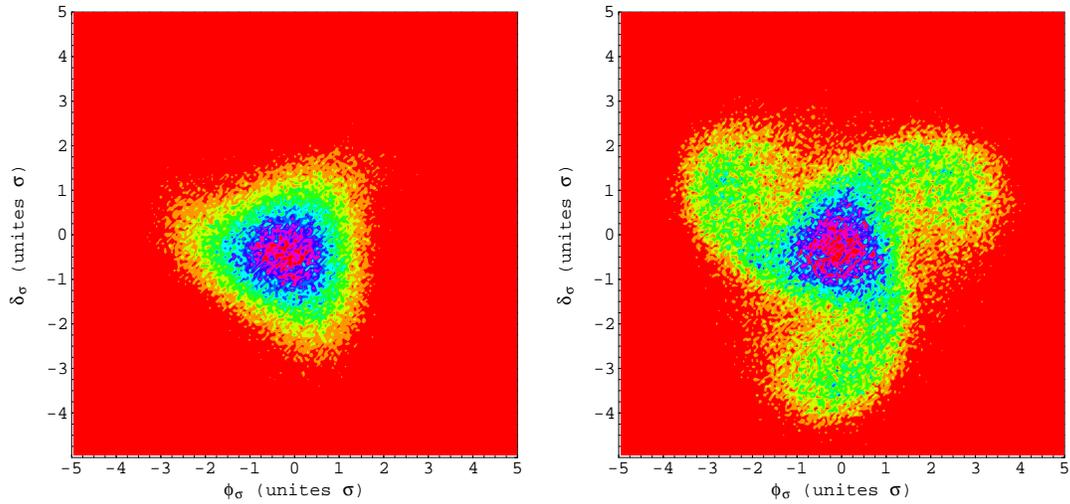
Enfin, les figures 3.16, 3.17 et 3.18 donnent les profils des distributions en phase du paquet (quand la résonance 1/3 est dominante) à différents instants pour Soleil, Bessy I et SuperAco, ainsi que la distribution gaussienne initiale (courbe noire) pour permettre la comparaison. Excepté pour Soleil et l'Esrif, la longueur des paquets est augmentée par un facteur compris entre 2 et 3, mais en contre partie, cela se traduit aussi par une augmentation de la dispersion en énergie, puisque les îlots tournent dans l'espace des phases à la fréquence de modulation ω_m .



(a) valeur naturelle de $\sigma_\epsilon = 10,60 \cdot 10^{-4}$

(b) $\sigma_\epsilon = 22,0 \cdot 10^{-3}$ modifiée pour la formation d'îlots en accord avec le critère

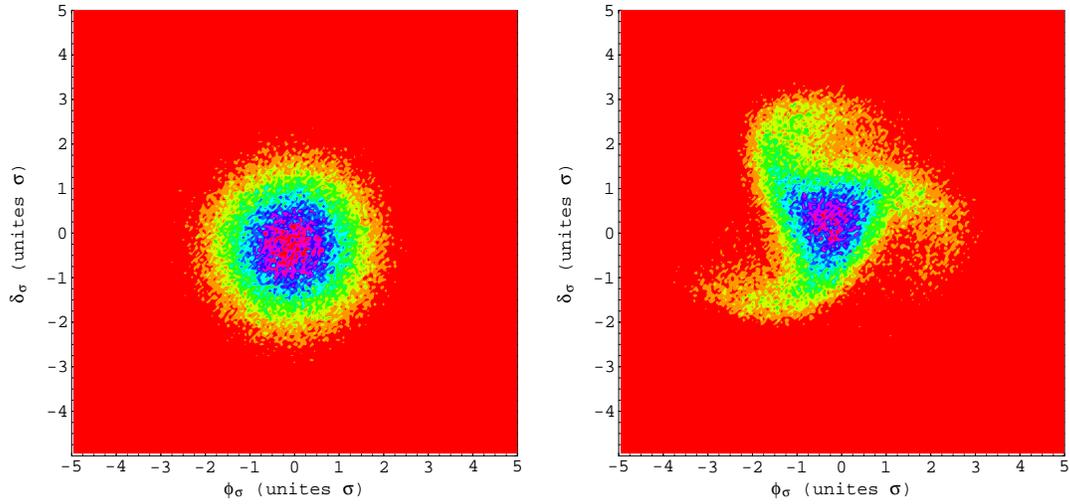
FIG. 3.12 – ESRF : cliché de 10^5 particules dans l'espace des phases normalisé $(\phi_\sigma, \delta_\sigma)$ avec la destruction des îlots (a) et la formation prévue des îlots (b), mais perte du faisceau due à un mouvement chaotique important



(a) $\sigma_\epsilon = 2,3 \cdot 10^{-4}$ modifiée pour la formation d'îlots en accord avec le critère

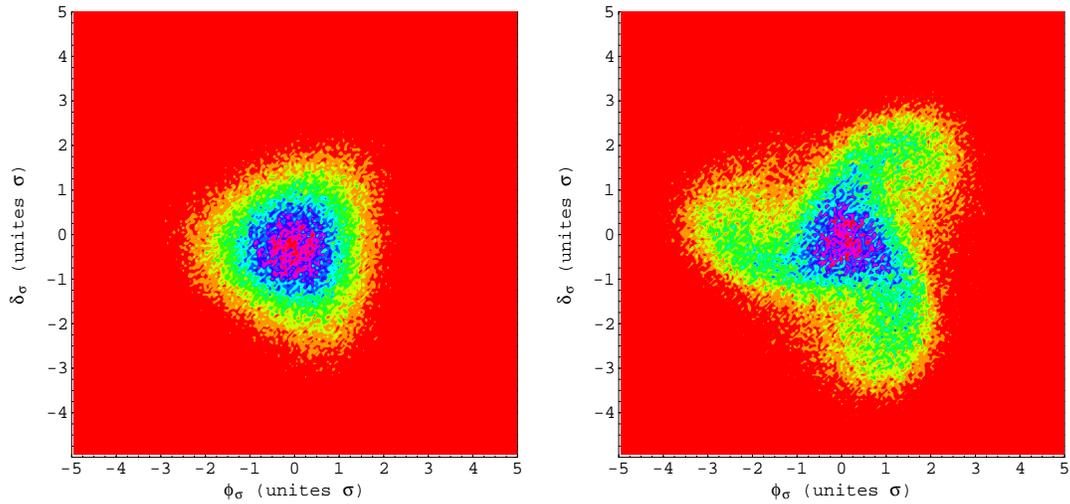
(b) valeur naturelle de $\sigma_\epsilon = 5,0 \cdot 10^{-4}$.

FIG. 3.13 – Bessy I : cliché de 10^5 particules dans l'espace des phases normalisé $(\phi_\sigma, \delta_\sigma)$ avec la destruction des îlots (a) et la formation des îlots (b)



(a) valeur naturelle de $\sigma_\epsilon = 9,24 \cdot 10^{-4}$ (b) $\sigma_\epsilon = 15,0 \cdot 10^{-3}$ modifiée pour la formation d'îlots en accord avec le critère

FIG. 3.14 – Soleil : cliché de 10^5 particules dans l'espace des phases normalisé $(\phi_\sigma, \delta_\sigma)$ avec la destruction des îlots (a) et la formation des îlots (b)



(a) valeur naturelle de $\sigma_\epsilon = 5,5 \cdot 10^{-4}$ pour un paquet à courant nul, il y a destruction des îlots en accord avec la limite donné par le critère (b) valeur naturelle de $\sigma_\epsilon = 18,33 \cdot 10^{-4}$ pour un paquet dont le courant est 60 mA, il y a formation des îlots en accord avec la limite donné par le critère

FIG. 3.15 – SuperAco : cliché de 10^5 particules dans l'espace des phases normalisé $(\phi_\sigma, \delta_\sigma)$ avec la destruction des îlots (a) et la formation des îlots (b)

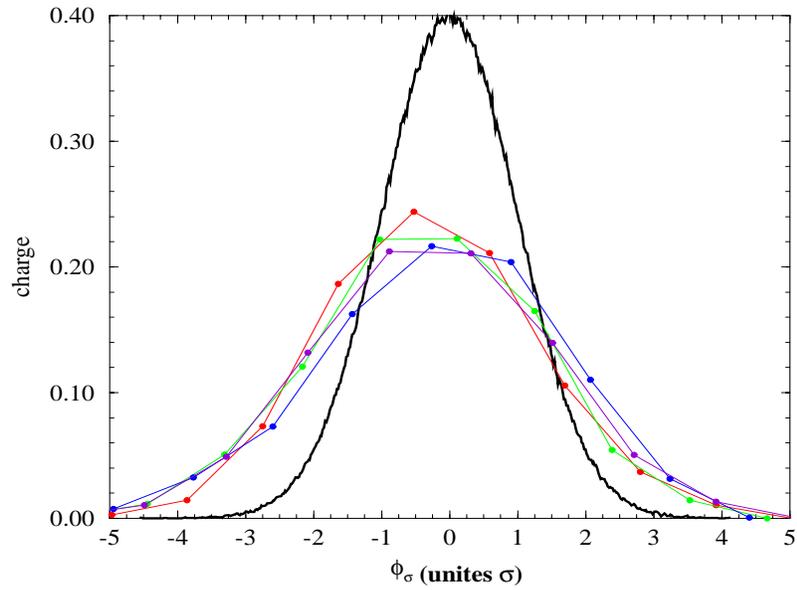


FIG. 3.16 – Soleil : profil d'un paquet de 10^5 particules dans une situation où les îlots se forment, mais sont diffusés à cause du mouvement chaotique

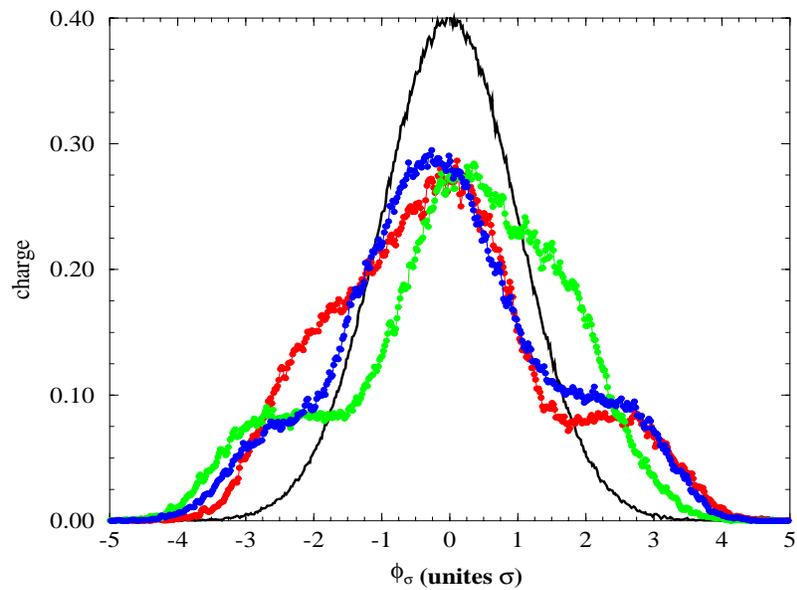


FIG. 3.17 – Bessy I : profil d'un paquet de 10^5 particules dans une situation où les îlots sont formés

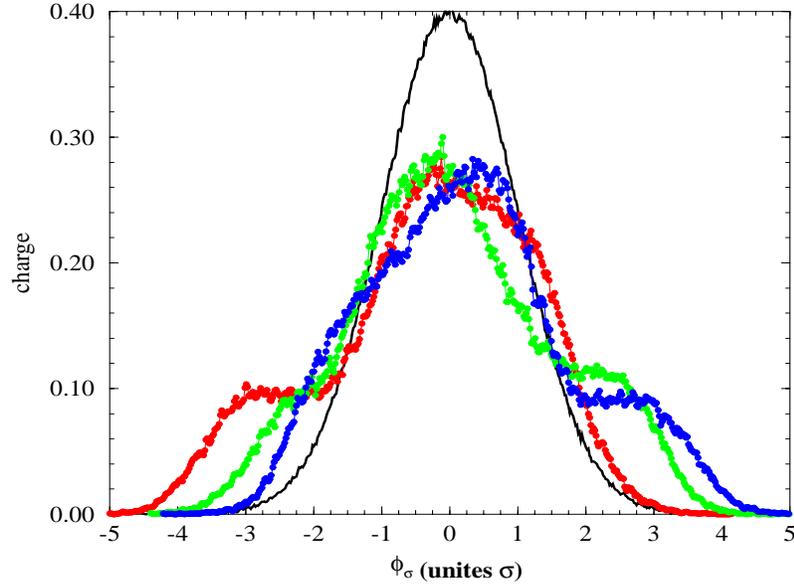


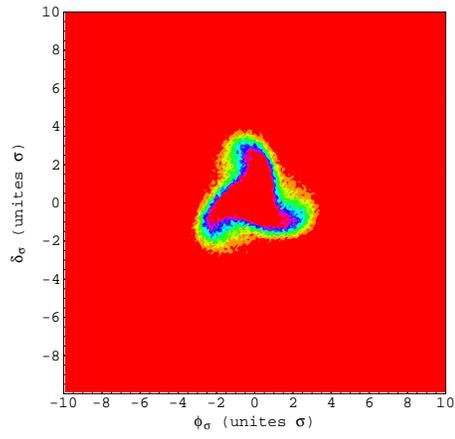
FIG. 3.18 – SuperAco : profil d’un paquet de 10^5 particules dans une situation où les îlots sont formés

3.6 Modulation adiabatique à la résonance $1/3$

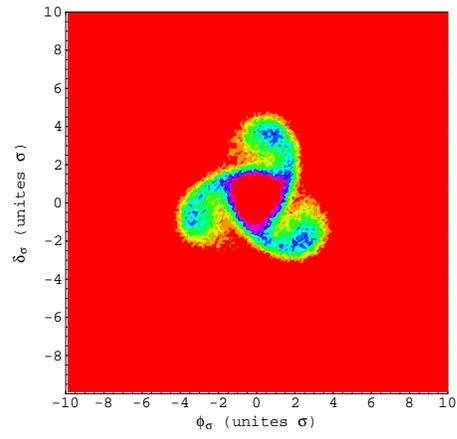
Jusqu’à présent la fréquence de modulation était fixée à une valeur constante, optimisée pour chaque machine afin de former des îlots de stabilité. L’amplitude de modulation est fixée à 1σ du paquet et on ajuste la fréquence de modulation de manière à rapprocher les points fixes stables près du coeur du paquet (pour capter le plus de particules possible), mais ceci au détriment des largeurs des îlots (celles-ci diminuent lorsqu’on se rapproche du centre du paquet).

Dans le but d’optimiser encore plus la modulation de phase à la résonance $1/3$, on peut penser à une modulation de phase adiabatique à la résonance $1/3$: on fait varier linéairement et très lentement ω_m au cours du temps. Cette manipulation des îlots est testée sur Bessy I et SuperAco.

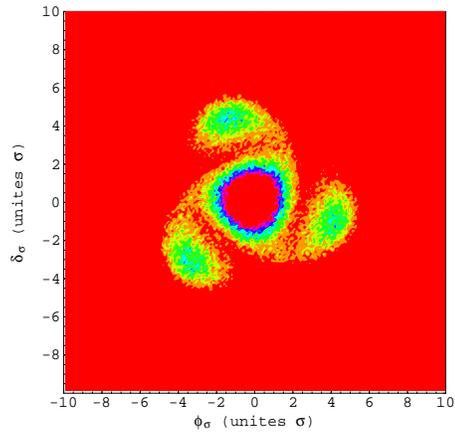
Tout en préservant l’amplitude de modulation égale au σ du paquet étudié, on a donc



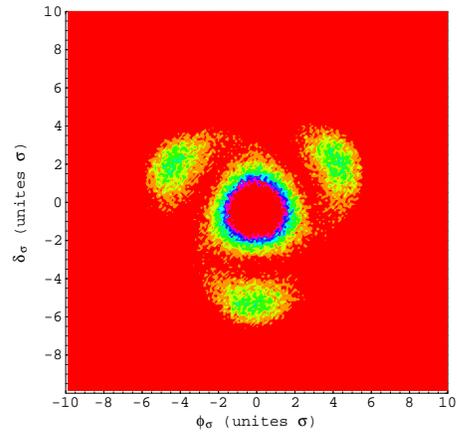
(a) $\omega_m/\omega_s = 2,99625$



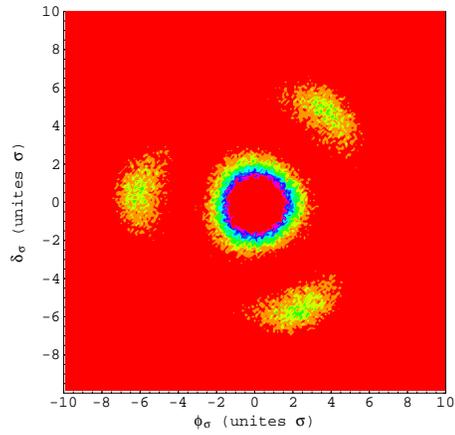
(b) $\omega_m/\omega_s = 2,9925$



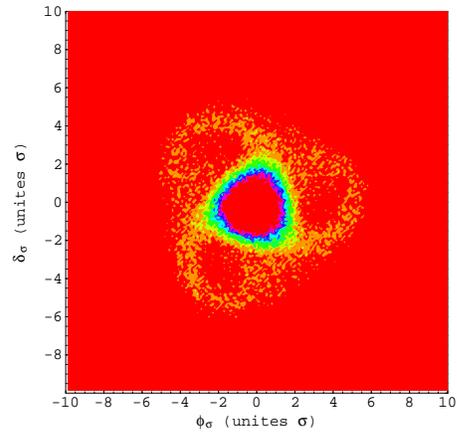
(c) $\omega_m/\omega_s = 2,985$



(d) $\omega_m/\omega_s = 2,98125$

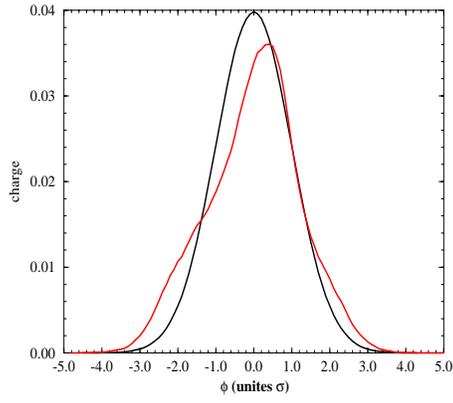


(e) $\omega_m/\omega_s = 2,97$

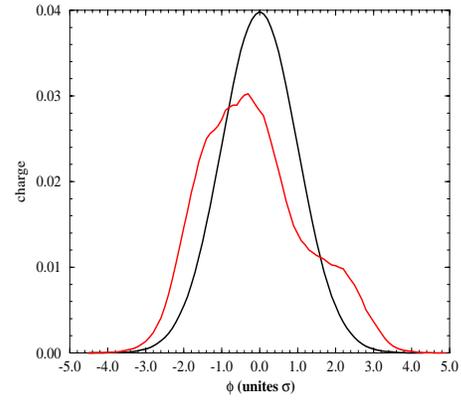


(f) $\omega_m/\omega_s = 2,97$

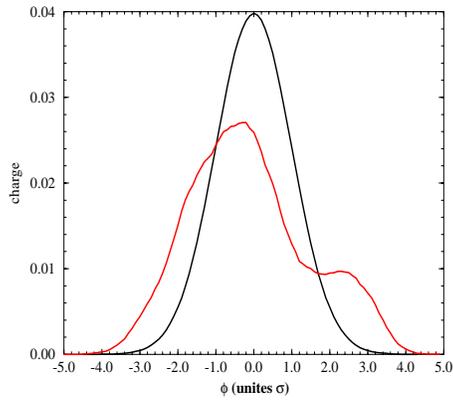
FIG. 3.19 – Bessy I : paquet de particules 10^5 dans l'espace des phases normalisé (ϕ, δ) en présence de la modulation adiabatique à la résonance $1/3$ (ω_m varie au cours du temps)



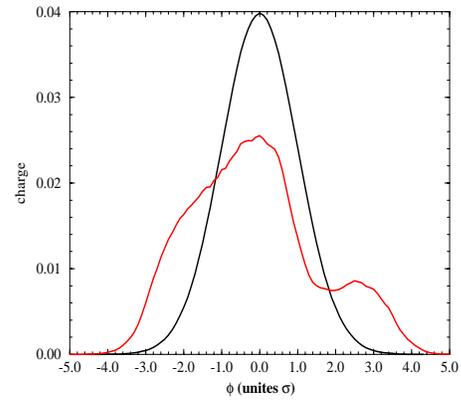
(a) $\omega_m/\omega_s = 2,99625$



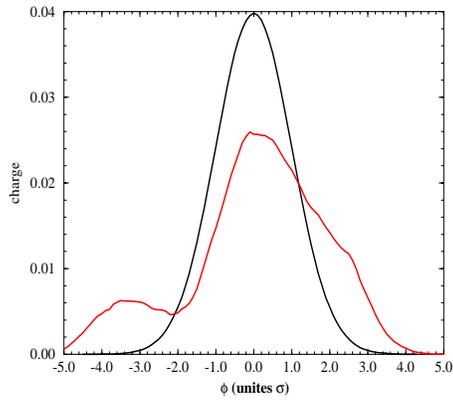
(b) $\omega_m/\omega_s = 2,9925$



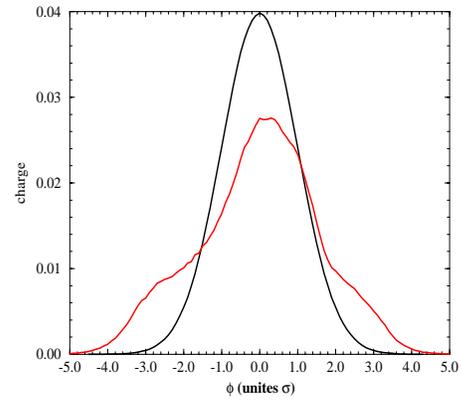
(c) $\omega_m/\omega_s = 2,985$



(d) $\omega_m/\omega_s = 2,98125$



(e) $\omega_m/\omega_s = 2,97$



(f) $\omega_m/\omega_s = 2,97$

FIG. 3.20 – Bessy I : profils d'un paquet de 10^5 particules en présence de la modulation adiabatique à la résonance $1/3$ (ω_m varie au cours du temps)

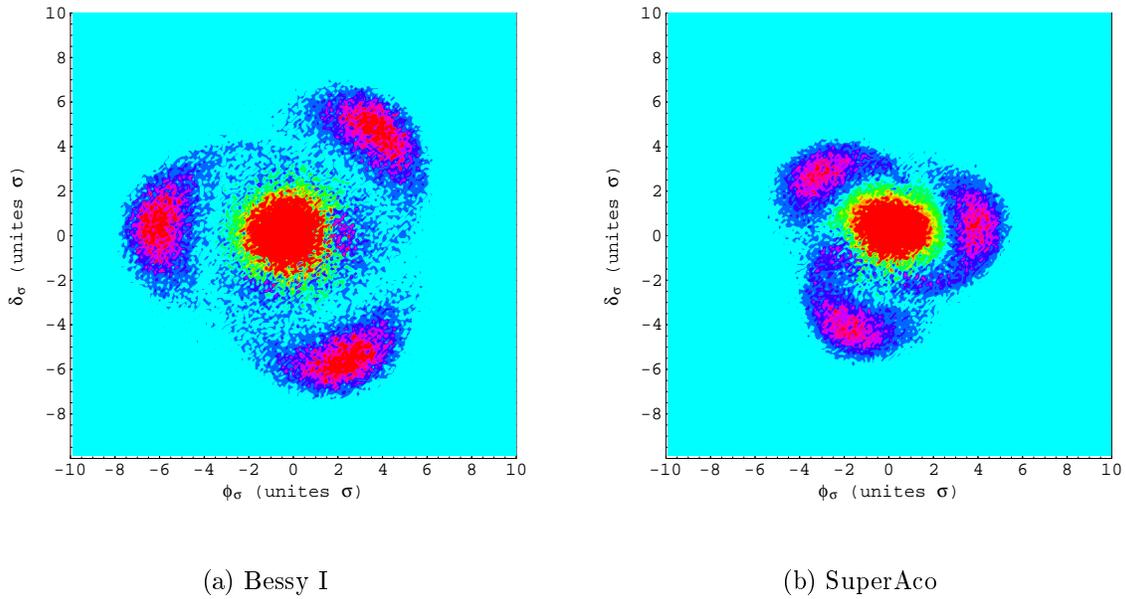


FIG. 3.21 – Différence entre la densité de particules d’un paquet perturbé par la résonance 1/3 et la densité de particules d’un paquet non perturbé, dans l’espace des phases normalisé

appliqué la fréquence de modulation suivante dans le cas de Bessy I et de SuperAco :

$$\begin{cases} \omega_m/\omega_s(t) = 3,00 - a \times t & \text{pour } t \in [0, 33 \text{ ms}] \\ \omega_m/\omega_s(t) = 3,00 \times [1 - T_{rad}] & \text{pour } t > 33 \text{ ms} \end{cases}$$

avec a le coefficient de décroissance de la fréquence de modulation. Dans le cas de simulations idéales, a doit être le plus petit possible pour reproduire une descente très lente. Dans les simulations présentées, a est égal à 0,9, de telle sorte qu’en un tour, le décrément de la fréquence de modulation par rapport à la fréquence synchrotron est inférieur à la période de révolution.

L’évolution des îlots dans l’espace des phases est présentée sur la figure 3.19. La figure 3.20 présente les profils des distributions longitudinales associées (courbe rouge distordue). Tous les profils sont en permanence comparés à la distribution de la gaussienne initiale (courbe noire).

En effet, en fixant une amplitude de modulation A_m optimisée et en partant dès $t = 0$ avec ω_m égale à $3\omega_s$, on place les points fixes directement dans le coeur du paquet avec des largeurs d’îlots très petites (figure 3.19-(a)). Puis on fait décroître très lentement ω_m vers une valeur beaucoup plus basse (par exemple $2,950\omega_s$), et au fur et à mesure qu’on

abaisse cette fréquence, on écarte les îlots que l'on a bien remplis au départ (figure 3.19-(b)(c)(d)(e)). Par cette méthode, on peut les écarter jusqu'à la position désirée. Par conséquent, non seulement on décroche les îlots du paquet central, mais en plus ils possèdent une largeur idéale. Par contre, dès que l'on stabilise la situation à une fréquence de modulation donnée, plus basse que la fréquence de modulation optimisée dans la sous-section 3.5.3 (car on ne peut pas continuer à décroître ω_m indéfiniment), alors les îlots reviennent sur le paquet central. Si on attend encore, les îlots peuvent disparaître complètement (figure 3.19-(f)).

Enfin, la figure 3.21 représente la densité de particules obtenues avec la résonance 1/3, dont a été soustraite celle du paquet initial, faisant ressortir l'effet de la résonance pour Bessy I et SuperAco.

3.7 Conclusion

Avec les paramètres adéquats, la méthode de modulation de phase H.F. permet d'élargir l'espace des phases occupé par le faisceau. Cependant, la dispersion en énergie est amplifiée par le même facteur que celui qui accroît la longueur du paquet. La durée de vie Touschek peut alors être augmentée, mais au dépend de la qualité du faisceau, en affectant en particulier la brillance des sources de rayonnement synchrotron. Toutefois, les utilisateurs de plusieurs sources européennes de rayonnement synchrotron semblent satisfaits du résultat apporté par la modulation de phase [40] et [41].

Par ailleurs, l'effet du rayonnement synchrotron peut empêcher la formation d'îlots dans certains cas et ceci peut être prédit par un critère sur le minimum de temps d'amortissement (ou de dispersion en énergie) requis.

D'autre part, la modulation adiabatique (la fréquence de modulation varie en fonction du temps) permet d'accrocher davantage de particules dans les îlots, tout en les éloignant sensiblement du coeur du faisceau. Par conséquent, un gain supplémentaire peut probablement être obtenu sur la durée de vie Touschek.

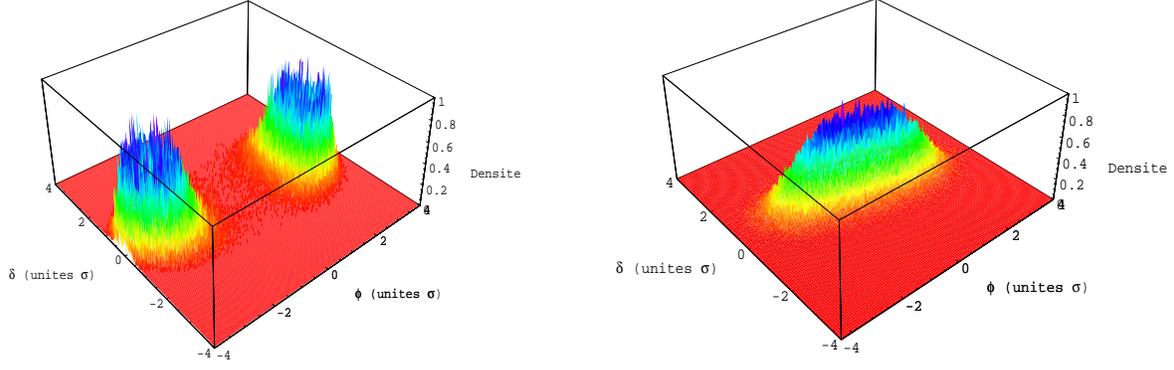
Chapitre 4

Augmentation de la durée de vie du faisceau par excitation de résonances paramétriques paires : modulation d'amplitude H.F.

Le chapitre 3 décrit une des approches, la modulation de phase H.F. à la résonance $1/3$, pour tenter d'augmenter la durée de vie Touschek. Dans ce chapitre, on se propose d'étudier une autre approche, la modulation d'amplitude H.F. Cette dernière s'appuie sur la résonance $1/2$ [42], qui permet d'allonger le paquet d'électrons et conduit même à la formation de deux micro-paquets. Ce type de modulation a déjà été appliqué expérimentalement sur anneau (exemple SRRC Taïwan [43]) mais dans un but différent, pour amortir les oscillations cohérentes du faisceau afin de le rendre plus stable pour les utilisateurs.

La modulation d'amplitude H.F. est contrôlée de nouveau par deux paramètres, la fréquence de modulation ω_m et l'amplitude de modulation A_m , relative à la tension cavité (exprimée en %). Ces paramètres vont permettre de faire varier les différentes possibilités d'allongement des paquets d'électrons et doivent donc être optimisés. Les deux exemples présentés sous forme de courbes de densité sur la figure 4.1 montrent les effets possibles de la résonance $1/2$.

Les expressions analytiques des points fixes et des largeurs «d'îlots» (bien que dans ce cas, il ne s'agisse plus vraiment d'îlots) sont calculées pour permettre l'optimisation des paramètres de la modulation d'amplitude. Pour illustration, les quatre sources de lu-



(a) possibilité de séparation d'un paquet en deux par la modulation à la résonance $1/2$ sous certaines conditions

(b) possibilité d'élargissement d'un paquet par la modulation à la résonance $1/2$ sous certaines conditions

FIG. 4.1 – Paquet dans l'espace des phases normalisé où l'axe vertical indique la densité de particules

mière synchrotron précédentes (BESSY I, ESRF, SOLEIL et SUPERACO) sont soumises à la résonance $1/2$ et les résultats sont comparés. Enfin, l'effet combiné du rayonnement synchrotron et de la résonance paramétrique $1/2$ est mis en valeur par les résultats assez différents obtenus selon les machines testées.

4.1 Hamiltonien d'une particule chargée soumise à une modulation d'amplitude H.F.

Les propriétés de l'Hamiltonien du mouvement synchrotron avec une modulation d'amplitude H.F. sont brièvement discutées. On passe dans un nouvel espace des phases, par une transformation canonique, dans lequel l'Hamiltonien est écrit en fonction des variables d'angle et d'action. On explique pourquoi les résonances paires sont les seules considérées dans le cas de la modulation d'amplitude. Enfin l'Hamiltonien complet du mouvement synchrotron perturbé par la modulation est calculé. Les coordonnées des points fixes sont calculées dans les deux repères (ϕ, δ) et $(\tilde{J}, \tilde{\psi})$, ainsi que la largeur des micro-paquets ou îlots lorsqu'ils existent, en fonction des paramètres des différentes machines étudiées.

Par convention, dans toute la suite, on utilise : $\overline{\phi}_s = \pi - \phi_s$, où ϕ_s est la phase synchrone d'une particule. Les équations du mouvement synchrotron pour une particule en présence d'une modulation d'amplitude s'écrivent :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\phi}{dt} = \omega_s \times \delta \\ \frac{d\delta}{dt} = -\frac{\omega_s}{\cos \phi_s} \left[(1 + A_m \sin \omega_m t) \times (\sin(\overline{\phi}_s + \phi)) - \sin \overline{\phi}_s \right] \end{array} \right.$$

où ϕ est la phase de la particule, δ est la déviation en énergie de cette même particule (ϕ et δ sont des variables indépendantes) et ω_s est la fréquence synchrotron.

L'Hamiltonien complet du problème, en coordonnées (ϕ, δ) , s'écrit :

$$H_1(\phi, \delta) = \frac{\omega_s}{2} \delta^2 + \omega_s \tan \overline{\phi}_s \sin \phi - \omega_s \cos \phi - \omega_s \phi \tan \overline{\phi}_s + \omega_s \tan \overline{\phi}_s A_m \sin \omega_m t \sin \phi - \omega_s A_m \sin \omega_m t \cos \phi \quad (4.1)$$

Le raisonnement mathématique est analogue à celui du chapitre précédent. On passe en variables d'angle et d'action (J, ψ) plus adaptées à ce système. On utilise la fonction génératrice du premier type F_1 :

$$F_1(\phi, \psi) = -\frac{\phi^2}{2} \tan \psi$$

L'Hamiltonien peut alors s'exprimer en coordonnées d'angle et d'action (J, ψ) avec $\delta = -\sqrt{2J} \sin \psi$ et $\phi = \sqrt{2J} \cos \psi$:

$$H_1(J, \psi) = \omega_s J \sin^2 \psi + \omega_s \tan \overline{\phi}_s \cdot \sin(\sqrt{2J} \cos \psi) - \omega_s \cos(\sqrt{2J} \cos \psi) - \omega_s \tan \overline{\phi}_s (\sqrt{2J} \cos \psi) + \omega_s A_m \sin \omega_m t \cdot \tan \overline{\phi}_s \sin(\sqrt{2J} \cos \psi) - \omega_s A_m \sin \omega_m t \cdot \cos(\sqrt{2J} \cos \psi) \quad (4.2)$$

L'expression de l'Hamiltonien perturbé (4.2) est assez complexe. On développe l'Hamiltonien H_1 avec les fonctions de Bessel, ainsi on obtient l'Hamiltonien H_1 suivant :

$$\begin{aligned}
H_1(J, \psi) = & \omega_s J \sin^2 \psi - \omega_s J_o(\sqrt{2J}) - 2\omega_s \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \cdot J_{2k}(\sqrt{2J}) \cdot \cos(2k\psi) \\
& - \omega_s \tan \overline{\phi}_s \sqrt{2J} \cdot \cos \psi - \omega_s A_m \sin(\omega_m t) \cdot J_o(\sqrt{2J}) \\
& + 2\omega_s \tan \overline{\phi}_s \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \cdot J_{2k+1}(\sqrt{2J}) \cdot \cos((2k+1)\psi) \\
& + \omega_s \tan \overline{\phi}_s A_m \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \cdot J_{2k+1}(\sqrt{2J}) \cdot \underbrace{[\sin(\omega_m t \pm (2k+1)\psi)]}_{\text{résonances impaires}} \\
& - \omega_s A_m \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \cdot J_{2k}(\sqrt{2J}) \cdot \underbrace{[\sin(\omega_m t \pm 2k\psi)]}_{\text{résonances paires}}
\end{aligned} \tag{4.3}$$

Toutes les résonances apparaissent : les résonances impaires avec les termes $\sin(\omega_m t - (2k+1)\psi)$ et les résonances paires avec les termes $\sin(\omega_m t - 2k\psi)$. Ces mêmes sinus, contenant le signe positif, sont des termes oscillants non-résonants. De plus, dans les anneaux de stockage, l'acceptance H.F doit être maximale, par conséquent, la phase synchrone $\overline{\phi}_s$ est généralement très petite (et tend vers zéro), donc tous les termes, contenant $\tan \overline{\phi}_s$, sont négligeables dans toute la suite par rapport aux autres termes. Pour cette raison, les résonances impaires sont négligeables devant les résonances paires. C'est pourquoi, la modulation d'amplitude H.F. n'entraîne que des résonances paramétriques paires. L'Hamiltonien s'écrit alors :

$$\begin{aligned}
H_1(J, \psi) = & \omega_s J \sin^2 \psi - \omega_s J_o(\sqrt{2J}) - 2\omega_s \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \cdot J_{2k}(\sqrt{2J}) \cdot \cos(2k\psi) \\
& - \omega_s A_m \sin(\omega_m t) \cdot J_o(\sqrt{2J}) \\
& - \omega_s A_m \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \cdot J_{2k}(\sqrt{2J}) \cdot \sin(\omega_m t \pm 2k\psi)
\end{aligned} \tag{4.4}$$

La première résonance, dans l'ordre d'apparition, est la résonance 1/2 qui, contrairement à la résonance entière dans le cas de la modulation de phase, apporte des propriétés de déformation des paquets intéressantes. Nous n'étudierons que cette résonance dans ce chapitre, la résonance 1/4 suivante étant trop faible pour avoir des applications en vue de l'augmentation de la durée de vie Touschek.

4.2 Résonance 1/2

4.2.1 Hamiltonien de la résonance 1/2

On considère donc une modulation avec une fréquence très proche du double de la fréquence synchrotron. Ne retenant que le cas $k=1$, dans l'équation (4.4), on peut négliger le terme non-résonant $\sin(\omega_m t + 2\psi)$, qui oscille très rapidement, avec $\omega_m \simeq 2\omega_s$ et $\psi \simeq \omega_s t$, et l'Hamiltonien, H_1^1 , se réduit à :

$$H_1^1 = \omega_s J - \frac{\omega_s J^2}{16} - \frac{\omega_s J}{2} \cos 2\psi + 2\omega_s J_2(\sqrt{2J}) \cdot \cos(2\psi) - \omega_s A_m \sin \omega_m t \cdot \left(1 - \frac{J}{2} + \frac{J^2}{16}\right) + \omega_s A_m J_2(\sqrt{2J}) \cdot \sin(\omega_m t - 2\psi) \quad (4.5)$$

H_1^1 dépend explicitement du temps. La transformation canonique, utilisant la fonction génératrice F_2 permet de se placer dans le référentiel tournant dans l'espace des phases et ainsi d'éliminer cette dépendance temporelle :

$$F_2(\tilde{J}, \tilde{\psi}) = \left(\psi - \frac{\omega_m t}{2} - \frac{\pi}{2}\right) \times \tilde{J}$$

avec $\tilde{J} = J$ et $\tilde{\psi} = \psi - \omega_m t/2 - \pi/2$.

Le nouvel Hamiltonien K^1 , moyenné sur le temps, donc indépendant du temps, est une constante du mouvement. Il s'écrit :

$$\langle K^1 \rangle_t = \left(\omega_s - \frac{\omega_m}{2}\right) \tilde{J} - \frac{\omega_s \tilde{J}^2}{16} + \frac{\omega_s A_m \tilde{J}}{4} \sin 2\tilde{\psi} \quad (4.6)$$

Cet Hamiltonien est plus simple que celui de la résonance 1/3, et le calcul des points fixes est donc facilité. Le terme en sinus fournit une période en $\tilde{\psi}$ de π . Dans ce nouvel espace des phases $(\tilde{J}, \tilde{\psi})$, les trajectoires stationnaires sont données par les courbes $K_1 = \text{const.}$ Les positions et largeurs des paquets formés, qui permettent de déterminer l'occupation de l'espace des phases par le faisceau, sont contrôlées par les paramètres de la modulation et sont judicieusement ajustées. Nous allons voir que certaines valeurs des paramètres entraînent l'existence ou non de points fixes.

4.2.2 Points Fixes

Les points fixes sont calculés à partir des équations suivantes :

$$\begin{cases} \frac{d\tilde{J}}{dt} = -\frac{\partial K_1}{\partial \tilde{\psi}} = 0 \\ \frac{d\tilde{\psi}}{dt} = \frac{\partial K_1}{\partial \tilde{J}} = 0 \end{cases} \quad (4.7)$$

Ces équations permettent de calculer les points fixes de la résonance 1/2 et on trouve deux points fixes stables (SFPs) et deux points fixes instables (UFPs). Les trajectoires qui entourent les points fixes stables sont fermées et forment des îlots de stabilité pour les particules, alors que les trajectoires qui entourent les points fixes instables sont des hyperboles (ou séparatrices) qui forment les frontières des îlots stables.

Les coordonnées $(\phi_\sigma, \delta_\sigma)$ d'un des deux points fixes stables, exprimées en fonction des paramètres de la résonance 1/2 et des paramètres de la machine, sont :

$$\begin{cases} \delta_{\sigma(\tilde{\psi}=\frac{\pi}{4})} = -K_{RF} \times \sqrt{8 \left(1 - \frac{\omega_m}{2\omega_s}\right) + 2A_m} \\ \phi_{\sigma(\tilde{\psi}=\frac{\pi}{4})} = -K_{RF} \times \sqrt{8 \left(1 - \frac{\omega_m}{2\omega_s}\right) + 2A_m} \end{cases} \quad (4.8)$$

Les coordonnées de l'autre point fixe stable sont égales à l'opposé des coordonnées ci-dessus,

avec le facteur $K_{RF} = \frac{Q_s}{\sigma_\epsilon \alpha h}$, et A_m est l'amplitude de la modulation (A_m est en % par rapport à l'amplitude H.F.), Q_s est le nombre d'onde synchrotron, σ_ϵ est la dispersion naturelle en énergie, α est le «momentum compaction» et h est le nombre harmonique.

Il existe une condition forte sur l'existence des points fixes stables. Du fait de la racine carrée, il faut que la fréquence de modulation satisfasse la condition suivante :

$$\omega_m < 2\omega_s (1 + A_m/4)$$

Les coordonnées $(\phi_\sigma, \delta_\sigma)$ d'un des deux points fixes instables, en fonction des paramètres de la résonance 1/2 et des paramètres de la machine, sont :

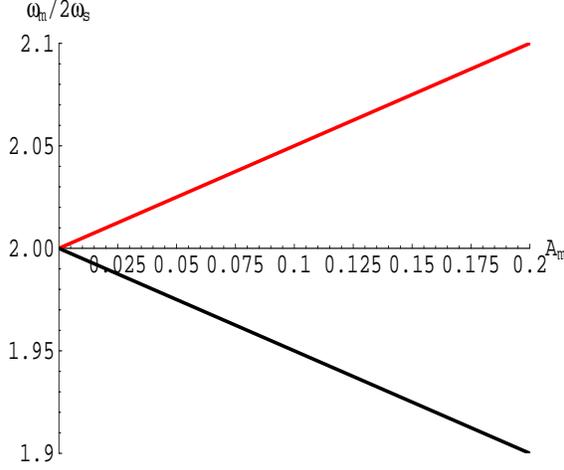


FIG. 4.2 – Limites supérieures de l'existence des points fixes stables (ligne rouge) et des points fixes instables (ligne noire), en fonction des paramètres de modulation d'amplitude H.F.

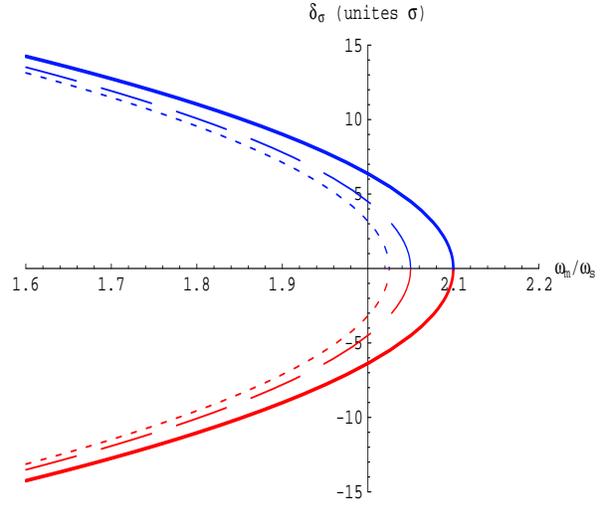


FIG. 4.3 – Evolution de l'écart en énergie des points fixes en fonction du coefficient (ω_m/ω_s) de la résonance 1/2 et pour les amplitudes de modulation $A_m = 5\%$, 10% et 20% (courbes de gauche à droite)

$$\begin{cases} \delta_{\sigma(\tilde{\psi}=\frac{3\pi}{4})} = +K_{RF} \times \sqrt{8 \left(1 - \frac{\omega_m}{2\omega_s}\right) - 2A_m} \\ \phi_{\sigma(\tilde{\psi}=\frac{3\pi}{4})} = -K_{RF} \times \sqrt{8 \left(1 - \frac{\omega_m}{2\omega_s}\right) - 2A_m} \end{cases} \quad (4.9)$$

Les coordonnées de l'autre point fixe instable, sont égales à l'opposé des coordonnées ci-dessus.

Il existe également une condition forte sur l'existence des points fixes instables. Du fait de la racine carrée, il faut que la fréquence de modulation satisfasse la condition suivante :

$$\omega_m < 2\omega_s (1 - A_m/4)$$

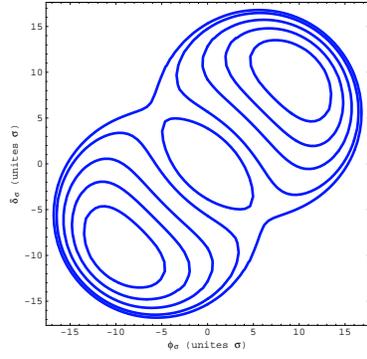
La position des points fixes et leur existence dépendent des paramètres de modulation d'amplitude et des paramètres machines. Du fait de la contrainte portant sur la fréquence de modulation, le choix des paramètres pour l'optimisation est assez restreint. La figure 4.2 montre les lignes supérieures qui délimitent les régions d'existence des points fixes stables (ligne rouge) et instables (ligne noire). Par conséquent, pour former des îlots de stabilité (ou micro-paquets), on choisit les paramètres de modulation pour se placer, de préférence,

dans la région d'existence de tous les points fixes (sous la droite noire); par contre, pour former un paquet plutôt allongé, on choisit les paramètres qui permettent de se placer au-delà de la région des points fixes stables (au-dessus de la droite rouge).

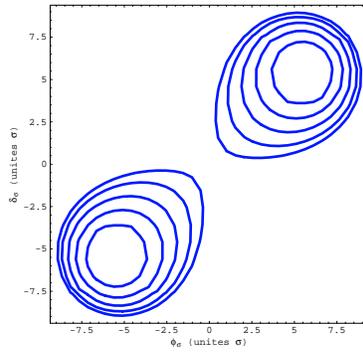
La figure 4.3 montre l'écart en énergie δ des deux points fixes stables produits par la résonance 1/2 (courbes bleues et rouges), en fonction de la fréquence de modulation ω_m et pour plusieurs amplitudes de modulation : les courbes en pointillés correspondent à A_m égale à 5%, celles en pointillés plus longs à A_m égale à 10% et celles en traits pleins à A_m égale à 20%. Cette dernière figure utilise les paramètres de la machine Bessy I, donnés dans le tableau 3.1 du chapitre 3. On remarque que plus l'amplitude de modulation augmente, plus on repousse le seuil d'anéantissement des points fixes stables, ce qui permet l'exploration d'une zone un peu plus importante pour l'optimisation des paramètres. D'autre part, la figure 4.3 montre une propriété intéressante : en effet, pour une fréquence de modulation ω_m très inférieure à la fréquence de résonance (c'est-à-dire pour $\omega_m/\omega_s \approx 1,60$), la position des points fixes augmente relativement peu en énergie quand A_m croît. Inversement, la variation de la position est plus importante pour une fréquence de modulation plus importante, près de la limite définie précédemment sur ω_m .

Les contours à K^1 -constant, calculés avec les paramètres de SuperAco, sont montrés sur les figure 4.4-(a) à figure 4.4-(j). De gauche à droite, on fait croître la fréquence de modulation ω_m et de haut en bas, on fait croître l'amplitude de modulation A_m . Les paramètres sont volontairement choisis pour illustrer les différentes situations, selon les trois régions qui définissent l'existence des points fixes de la figure 4.2. On constate que dès les petites amplitudes de modulation, le mouvement est affecté par la résonance 1/2 et il n'y a pas qu'une seule optimisation possible avec cette résonance, mais plusieurs situations intéressantes à exploiter dans le but d'élargir les paquets. On appelle $R_{1/2}$ le rapport ω_m/ω_s de la résonance 1/2.

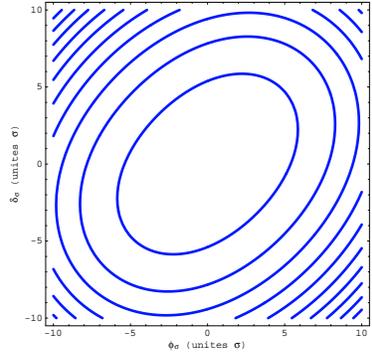
Les figures de la colonne de gauche (figures 4.4-(a),(d),(g)) illustrent une situation où l'on a les points fixes stables et instables, ce qui se traduit par la formation de deux micro-paquets, dont les barycentres se trouvent à une distance importante (jusqu'à 20σ quand A_m atteint 20%). Les figures de la colonne de droite (figures 4.4-(c),(f),(j)) illustrent une situation dans laquelle il n'y a plus aucun point fixe. On remarque qu'il est alors possible d'obtenir des paquets plus ou moins allongés. Enfin, les figures intermédiaires illustrent le cas où ne subsistent que les points fixes stables, ce qui permet d'avoir des micro-paquets séparés par une distance acceptable entre 5σ et 8σ .



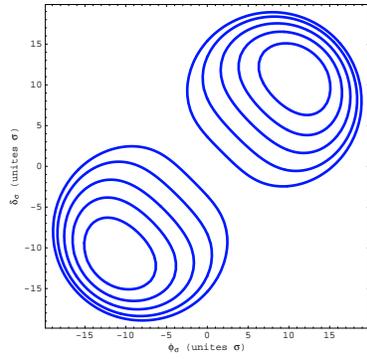
(a) $R_{1/2} = 1,95, A_m = 5\%$



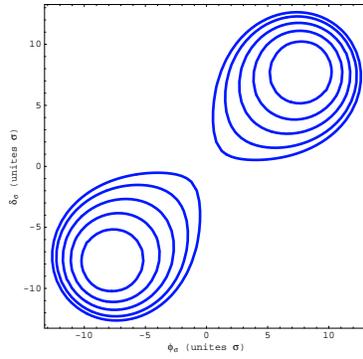
(b) $R_{1/2} = 2,00, A_m = 5\%$



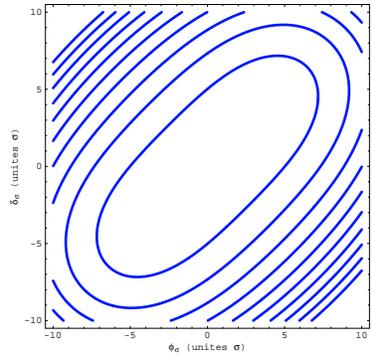
(c) $R_{1/2} = 2,05, A_m = 5\%$



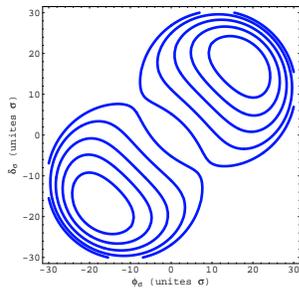
(d) $R_{1/2} = 1,95, A_m = 10\%$



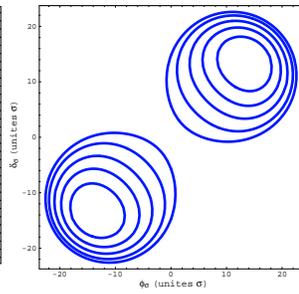
(e) $R_{1/2} = 2,00, A_m = 10\%$



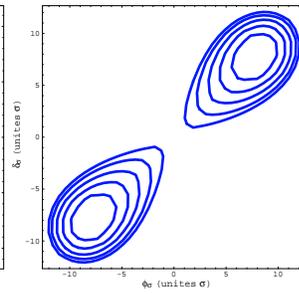
(f) $R_{1/2} = 2,05, A_m = 10\%$



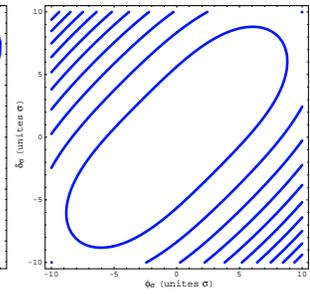
(g) $R_{1/2} = 1,85, A_m = 20\%$



(h) $R_{1/2} = 1,95, A_m = 20\%$



(i) $R_{1/2} = 2,05, A_m = 20\%$



(j) $R_{1/2} = 2,10, A_m = 20\%$

FIG. 4.4 – Particules dans l'espace des phases normalisé (ϕ, δ) en présence de modulation de phase H.F. à la résonance $1/2$ pour la machine SuperAco et pour divers paramètres de modulation

Remarque : en pratique, une amplitude de modulation de 20% est trop importante, et le système H.F. d'un anneau de stockage est, en général, peu adapté à une augmentation d'amplitude de cette importance. On se contente plutôt d'une variation de A_m de 5% à 10%.

4.2.3 Largeur d'îlot

La largeur d'îlot $\Delta\tilde{J}$ est donnée par la distance entre la séparatrice, courbe qui joint les points fixes instables, et les points fixes stables pour lesquels l'Hamiltonien est maximum [36]. La séparatrice est définie de la manière suivante : $K(\tilde{J}, \tilde{\psi}) = K(\tilde{J}_{UFP}, \tilde{\psi}_{UFP})$, où \tilde{J}_{UFP} est l'action au point fixe instable. A partir de cette relation, on en déduit la valeur suivante du carré de la distance :

$$(\tilde{J} - \tilde{J}_{UFP})^2 \simeq 32 A_m \cdot (1 - \omega_m/2\omega_s) (1 + \sin 2\tilde{\psi}) \quad (4.10)$$

Par définition de la largeur d'îlot, on peut en déduire $\Delta\tilde{J}$ (on prend le point fixe stable pour lequel le $\tilde{\psi} = \pi/4$) :

$$\Delta\tilde{J} = \pm 8 \sqrt{A_m \cdot (1 - \omega_m/2\omega_s)} \quad (4.11)$$

$\Delta\tilde{J}$ s'exprime aussi de la manière suivante :

$$\Delta\tilde{J} = (\tilde{J}_{SFP} - \tilde{J}_{UFP}) = (\delta_{SFP}^2 - \delta_{UFP}^2)$$

et $\delta_{SFP}^2 - \delta_{UFP}^2 = (\delta_{SFP} - \delta_{UFP})(\delta_{SFP} + \delta_{UFP}) = \Delta\delta \times (\delta_{SFP} + \delta_{UFP})$, il s'ensuit que la largeur d'îlot, dans les coordonnées classiques de l'espace des phases, s'écrit :

$$\Delta\delta = \pm 8 \sqrt{A_m \cdot (1 - \omega_m/2\omega_s)} \times \frac{1}{\delta_{SFP} + \delta_{UFP}}$$

Ainsi la largeur normalisée (en unités σ du paquet), et exprimée avec les paramètres des anneaux de stockage, est donnée par :

$$\begin{aligned} \Delta\delta_\sigma &= \pm 8 \sqrt{A_m \cdot (1 - \omega_m/2\omega_s)} \times K_{RF} \\ &\times \frac{1}{\sqrt{8(1 - \omega_m/2\omega_s) + 2A_m} + \sqrt{8(1 - \omega_m/\omega_s) - 2A_m}} \end{aligned} \quad (4.12)$$

L'expression (4.12) révèle que plus ω_m tend vers $2\omega_s$, plus la largeur d'îlot croît. Cette largeur est illustrée sur la figure 4.5 en fonction du rapport des fréquences à la résonance et

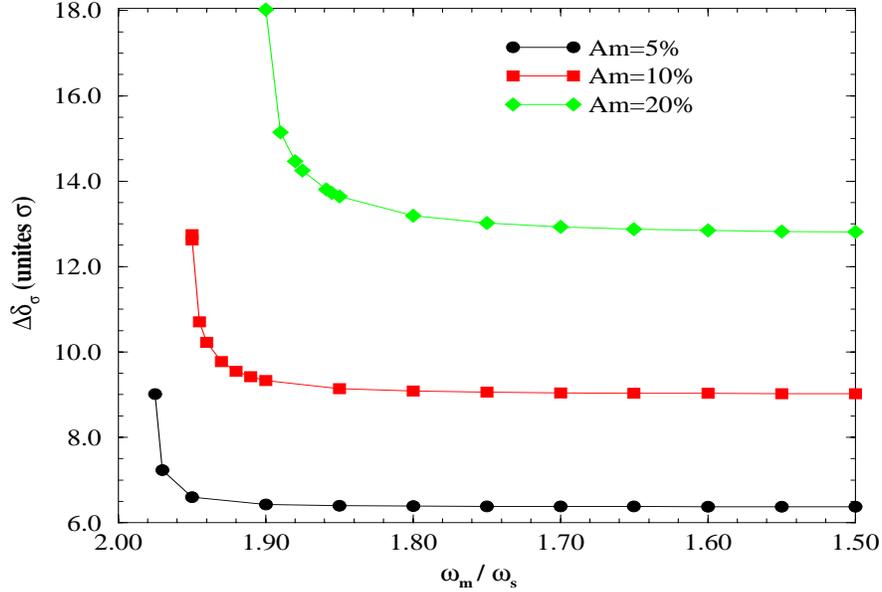


FIG. 4.5 – Largeur d’îlot $\Delta \delta_\sigma$ en fonction du rapport de la fréquence de modulation à la fréquence synchrotron ($\omega_m/2\omega_s$)

pour les amplitudes de modulation de 5%, 10% et 20%. Cependant, les variations de cette largeur sont peu importantes. Dès l’instant où les points fixes instables n’existent plus, on ne peut plus calculer de largeur d’îlots. C’est pourquoi, les courbes de la figure 4.5 ont une asymptote verticale pour les valeurs de ω_m/ω_s égales à $2(1 - A_m/4)$. On remarque que lorsque A_m est égale à 5% : $\Delta \delta_\sigma(max - min)$ vaut environ 2σ , quand A_m est égale à 10% : $\Delta \delta_\sigma(max - min)$ vaut environ 4σ et enfin quand A_m est égale à 20% : $\Delta \delta_\sigma(max - min)$ vaut environ 5σ . Dans le cas de la résonance $1/3$, ω_m ne doit pas être trop proche de $3\omega_s$, car la largeur d’îlot $\Delta \delta_{\sigma 1/3}$ tend alors vers zéro. Inversement, dans le cas de la résonance $1/2$, ω_m doit être assez proche de $2\omega_s$ pour avoir une largeur maximale des micro-paquets formés.

4.2.4 Résultats des simulations

Dans le cas de la résonance $1/3$, du fait de l’existence permanente des trois îlots stables, quels que soient les paramètres de la modulation, on pouvait développer une stratégie d’optimisation fine de ces paramètres, adaptée pour chaque machine étudiée. Par contre dans le cas de la résonance $1/2$, on voit que l’existence des points fixes, et par conséquent des

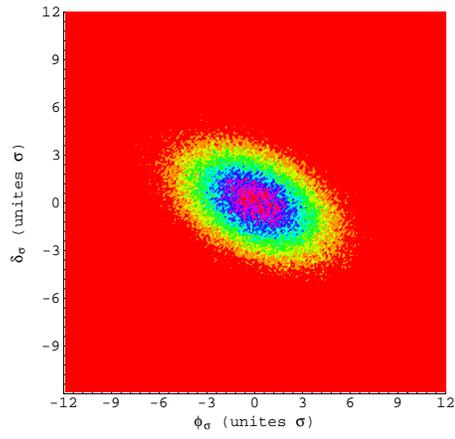
micro-paquets, est intimement liée aux valeurs de ces paramètres, de sorte que l'on s'attend à des situations très différentes selon les paramètres de modulation choisis. Les différences de comportement découlent directement de l'existence des fréquences limites qui définissent l'évolution des points fixes stables et instables. Pour cette raison, il est impossible de fixer une optimisation pour l'augmentation de la durée de vie Touschek ; un certain nombre de situations semblent intéressantes et seule l'expérience peut permettre de trancher en vue de la meilleure configuration.

On procède à de nombreuses simulations pour chaque machine, afin d'étudier l'évolution d'un paquet de 10^5 particules, dans l'espace des phases normalisé, en fonction des paramètres de modulation d'amplitude. On rappelle que $R_{1/2}$ est égal au rapport ω_m/ω_s . Les principaux paramètres des sources de lumière sont donnés dans le tableau 3.1.

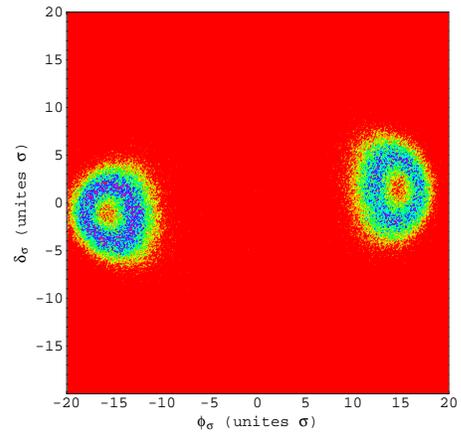
SuperAco

La figure 4.6 présente un paquet de SuperAco, dans l'espace des phases normalisé, pour le jeu de paramètres de la résonance 1/2 suivant : A_m est égale à 5% puis 10%, ω_m/ω_s varie de 1,95 à 2,05, de manière à couvrir les trois régions de la figure 4.2. On constate l'existence d'un seuil à faible amplitude (5%), car les deux micro-paquets se forment à $\pm 8\sigma$ quand la fréquence de modulation atteint $2,00\omega_s$. Par contre, il n'y a pas de seuil lorsque A_m atteint les 10%, pour les mêmes valeurs de fréquence de modulation, et les micro-paquets s'éloignent jusqu'à $\pm 16\sigma$ pour ω_m/ω_s égal à 1,95. On peut remarquer que les deux paquets ne sont plus gaussiens, mais forment des sortes d'anneaux dans l'espace des phases (figure 4.6-(b)). Au-delà de l'existence des points fixes stables, on peut obtenir des paquets plus ou moins allongés (figures 4.6-(e) et (f)).

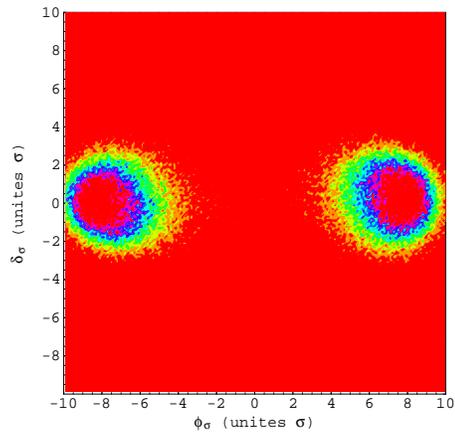
La figure 4.7 présente les projections du paquet sur l'axe des phases. La courbe noire représente, dans chacun des cas, la distribution de la gaussienne initiale non perturbée. Les courbes en couleur représentent les distributions pendant une période synchrotron. Les positions des micro-paquets, pour ω_m/ω_s égal à 1,95 et A_m égale à 10% (figure 4.7-(b)), sont trop éloignées pour être appliquées réellement à SuperAco. Par contre, les situations où ω_m/ω_s atteint 2,00 et A_m varie entre 5% et 10% (figure 4.7-(c) et (d)) semblent plus appropriées pour le résultat que l'on souhaite obtenir. De plus, même lorsque les deux points fixes stables n'existent plus (figure 4.7-(f)), on arrive à obtenir un paquet en moyenne très aplati. Par conséquent, cette dernière solution peut être retenue également en vue de l'augmentation la durée de vie de SuperAco.



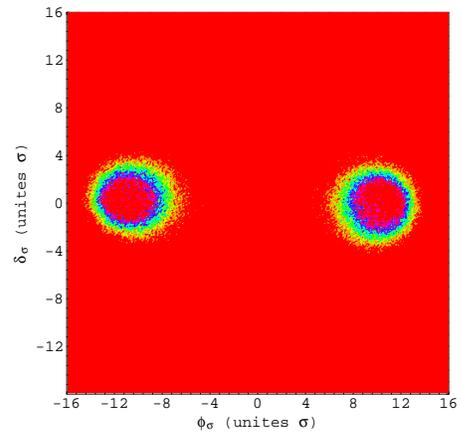
(a) $R_{1/2} = 1,95, A_m = 5\%$



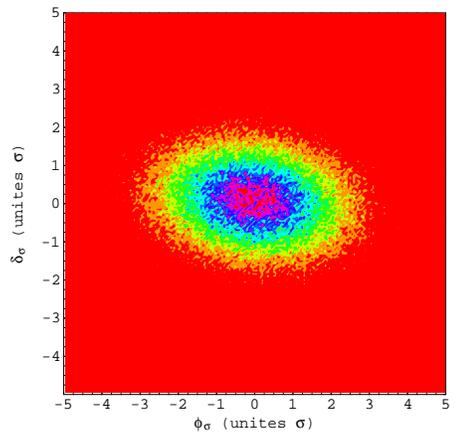
(b) $R_{1/2} = 1,95, A_m = 10\%$



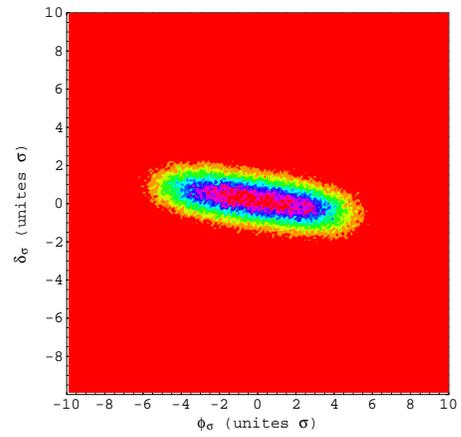
(c) $R_{1/2} = 2,00, A_m = 5\%$



(d) $R_{1/2} = 2,00, A_m = 10\%$

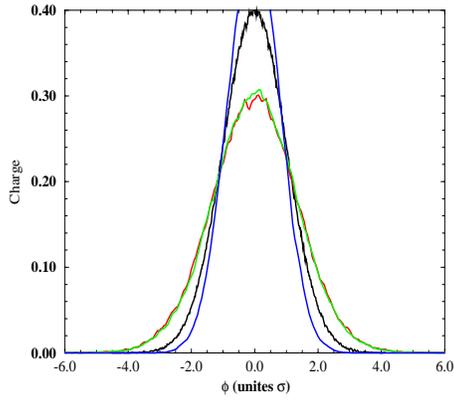


(e) $R_{1/2} = 2,05, A_m = 5\%$

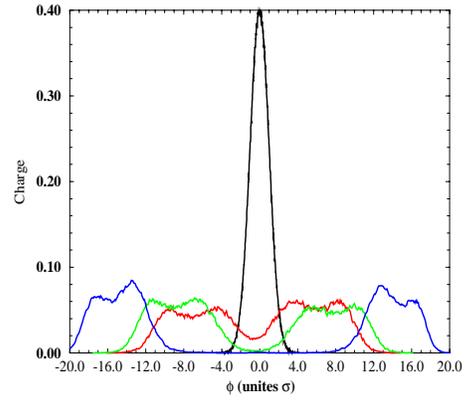


(f) $R_{1/2} = 2,05, A_m = 10\%$

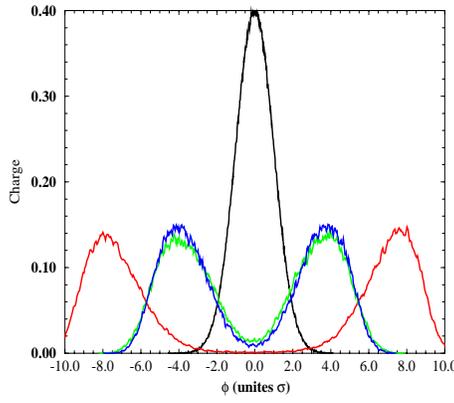
FIG. 4.6 – SuperAco : particules dans l'espace des phases normalisé (ϕ, δ) pour divers paramètres de la résonance $1/2$



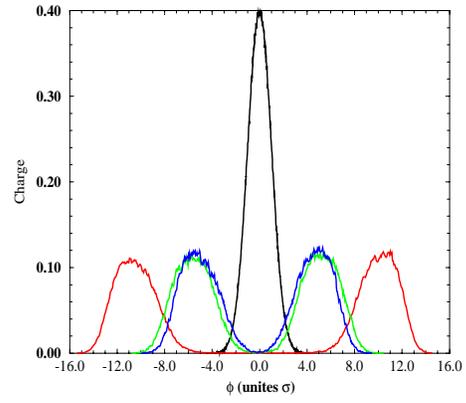
(a) $R_{1/2} = 1,95, A_m = 5\%$



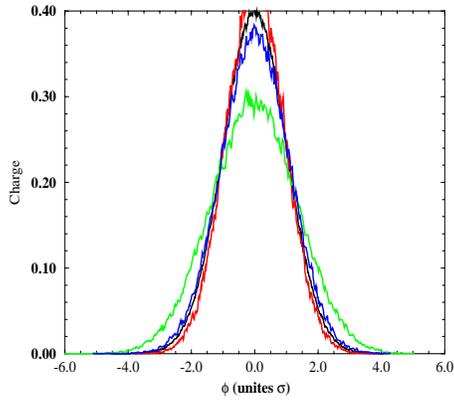
(b) $R_{1/2} = 1,95, A_m = 10\%$



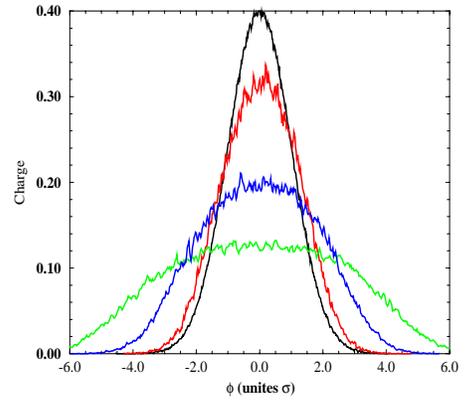
(c) $R_{1/2} = 2,00, A_m = 5\%$



(d) $R_{1/2} = 2,00, A_m = 10\%$



(e) $R_{1/2} = 2,05, A_m = 5\%$



(f) $R_{1/2} = 2,05, A_m = 10\%$

FIG. 4.7 – SuperAco : profils d'un paquet de 10^5 particules pour divers paramètres de la résonance $1/2$

Bessy I

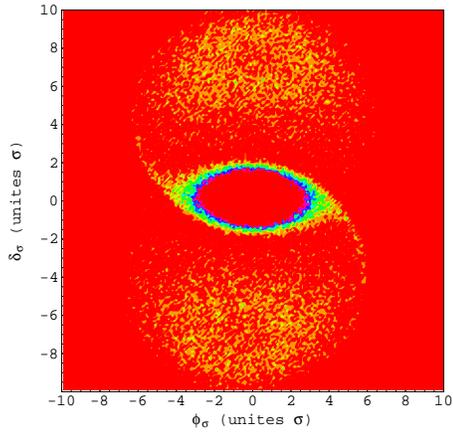
La figure 4.8 présente un paquet de Bessy I, dans l'espace des phases normalisé, où A_m varie de 5% à 10% et ω_m/ω_s varie de 1,95 à 2,05. A 5%, deux micro-paquets se forment, à $\pm 5\sigma$, dès que la fréquence de modulation atteint $2,00\omega_s$ (figure 4.8-(c)). Lorsque A_m atteint 10%, les micro-paquets s'éloignent jusqu'à $\pm 9\sigma$ pour ω_m/ω_s égal à 1,95 (figure 4.8-(b)) et on peut remarquer que les deux paquets ne sont pas gaussiens, mais forment des anneaux dans l'espace des phases. Le comportement des paquets de Bessy I est similaire à ceux de SuperAco, en présence de la résonance 1/2.

La figure 4.9 présente les projections du paquet sur l'axe des phases. La courbe noire représente, dans chacun des cas, la distribution de la gaussienne initiale non perturbée. Les positions des micro-paquets, pour ω_m/ω_s égal à 1,95 et A_m égale à 10% (figure 4.7-(b)), ne sont pas trop éloignées et peuvent être appliquées à Bessy I (contrairement à Superaco dans les mêmes conditions). Par contre, les situations où ω_m/ω_s est égal à 2,00 et A_m varie entre 5% et 10% (figure 4.9-(c) et (d)) semblent aussi appropriées pour le résultat que l'on souhaite obtenir. Enfin, même lorsque les deux points fixes stables n'existent plus (figure 4.9-(f)), on arrive à obtenir un paquet en moyenne assez aplati. Par conséquent, cette dernière solution peut être retenue également en vue d'augmenter la durée de vie de Bessy I.

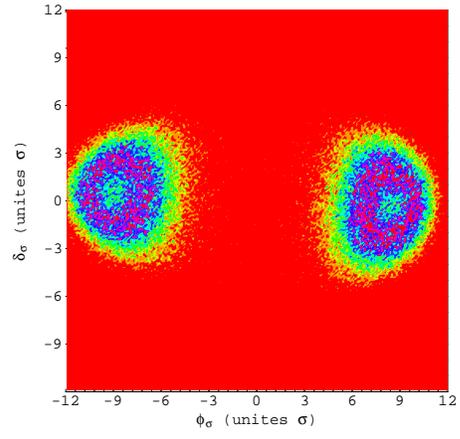
Esrif

La figure 4.10 présente un paquet de l'Esrif, dans l'espace des phases normalisé, où A_m varie de 5% à 10% et ω_m/ω_s varie de 1,95 à 2,05. Comme dans le cas de la modulation de phase à la résonance 1/3, où aucun effet de déformation de paquet n'était observé, ici aussi, aucun micro-paquet ne peut être formé en appliquant la résonance 1/2. On arrive tout juste à aplatir le paquet avec une extension maximale de $\pm 9\sigma$ (figure 4.10-(d)).

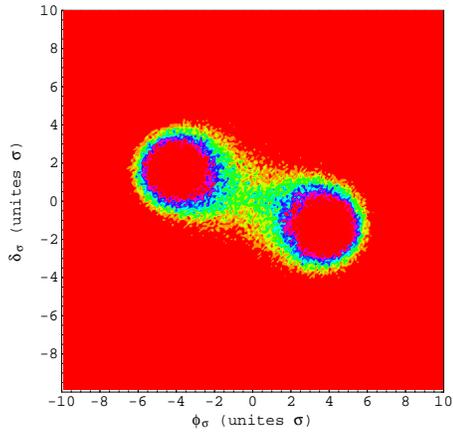
La figure 4.11 présente les projections du paquet sur l'axe des phases. La courbe noire représente, la distribution de la gaussienne initiale non perturbée. On constate que les distributions sont décentrées faiblement d'une valeur à peu près égale à l'amplitude de modulation appliquée, ce qui se traduit par une légère oscillation dipolaire cohérente du faisceau. Pour cette machine, la modulation d'amplitude à la résonance 1/2 ne permet pas de créer de micro-paquets et ceci semble dû au rayonnement synchrotron. Ce n'est donc pas une méthode efficace pour augmenter la durée de vie.



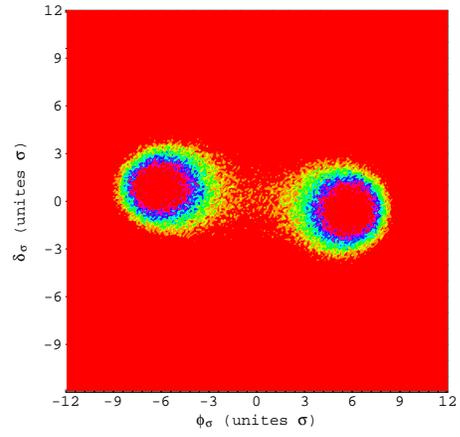
(a) $R_{1/2} = 1,95, A_m = 5\%$



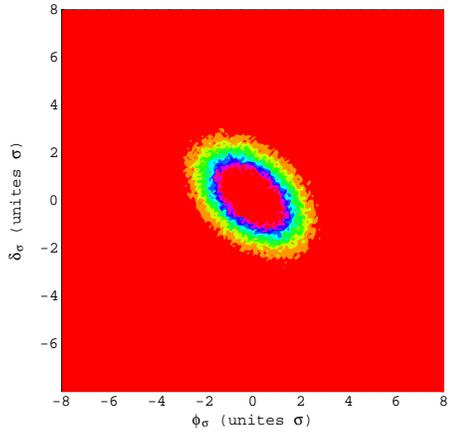
(b) $R_{1/2} = 1,95, A_m = 10\%$



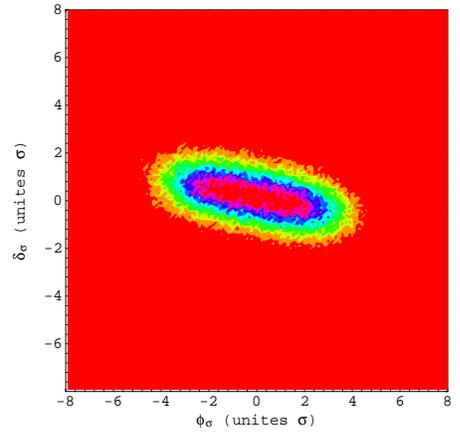
(c) $R_{1/2} = 2,00, A_m = 5\%$



(d) $R_{1/2} = 2,00, A_m = 10\%$

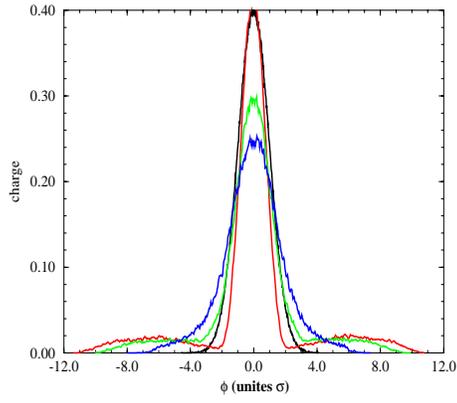


(e) $R_{1/2} = 2,05, A_m = 5\%$

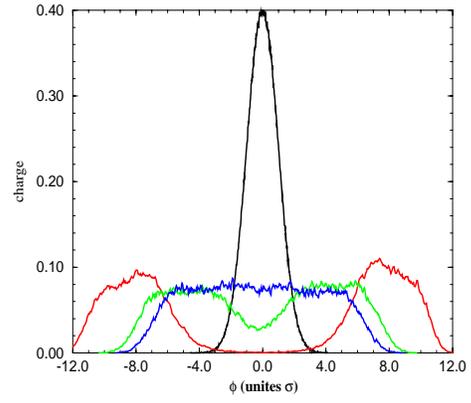


(f) $R_{1/2} = 2,05, A_m = 10\%$

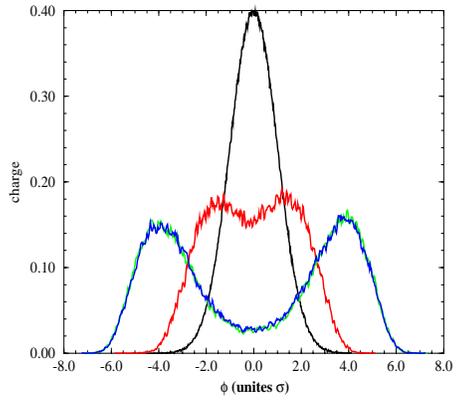
FIG. 4.8 – Bessy I : particules dans l'espace des phases normalisé (ϕ, δ) pour divers paramètres de la résonance $1/2$



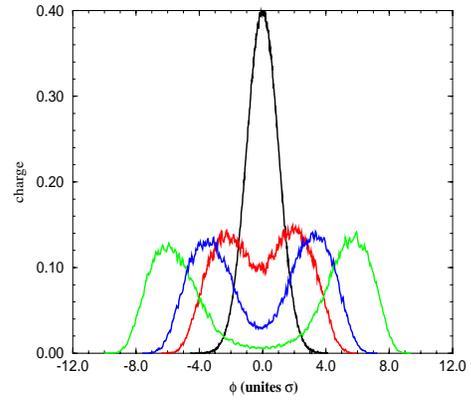
(a) $R_{1/2} = 1,95, A_m = 5\%$



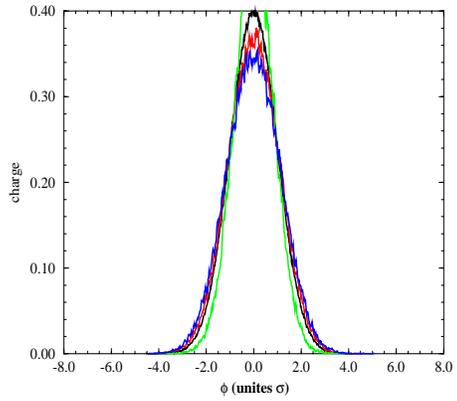
(b) $R_{1/2} = 1,95, A_m = 10\%$



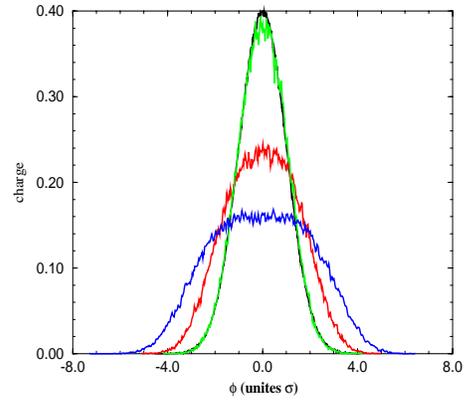
(c) $R_{1/2} = 2,00, A_m = 5\%$



(d) $R_{1/2} = 2,00, A_m = 10\%$

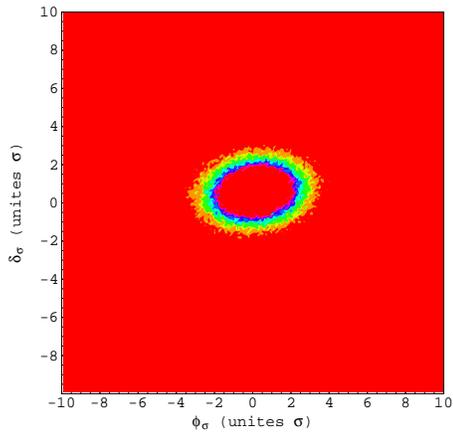


(e) $R_{1/2} = 2,05, A_m = 5\%$

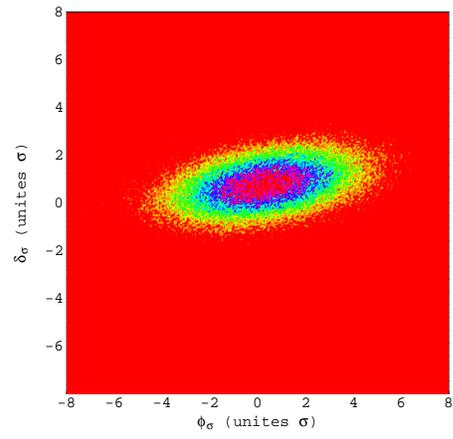


(f) $R_{1/2} = 2,05, A_m = 10\%$

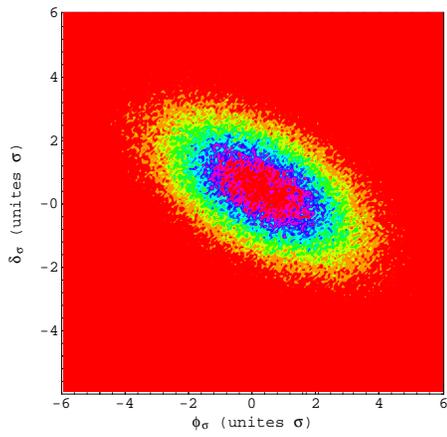
FIG. 4.9 – Bessy I : profils d'un paquet de 10^5 particules pour divers paramètres de la résonance $1/2$



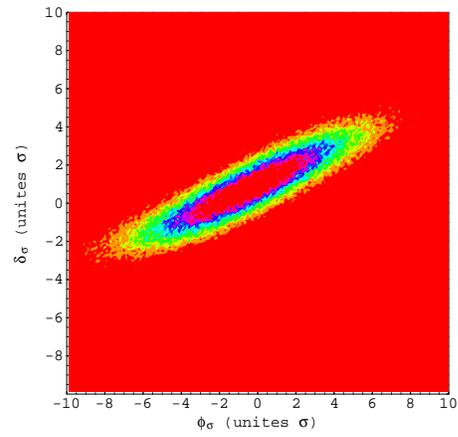
(a) $R_{1/2} = 1,95, A_m = 5\%$



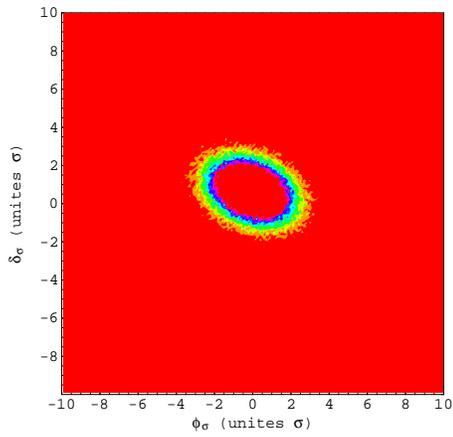
(b) $R_{1/2} = 1,95, A_m = 10\%$



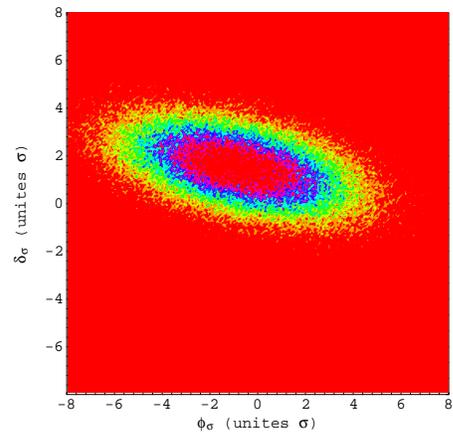
(c) $R_{1/2} = 2,00, A_m = 5\%$



(d) $R_{1/2} = 2,00, A_m = 10\%$

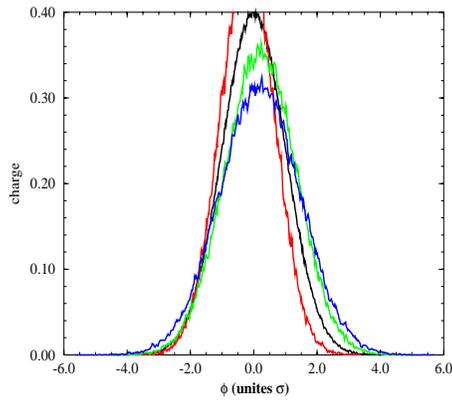


(e) $R_{1/2} = 2,05, A_m = 5\%$

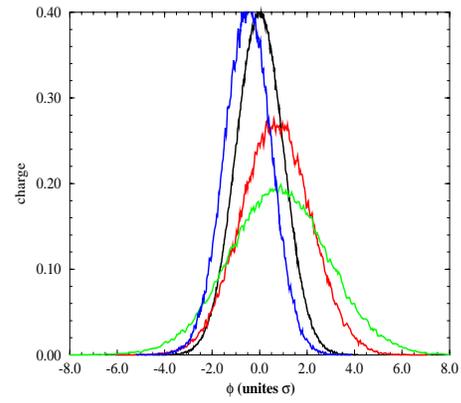


(f) $R_{1/2} = 2,05, A_m = 10\%$

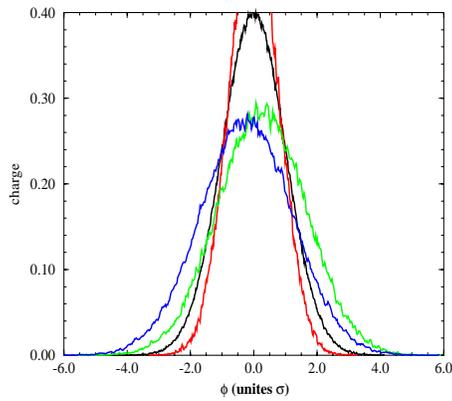
FIG. 4.10 – Esrf : particules dans l'espace des phases normalisé (ϕ, δ) pour divers paramètres de la résonance $1/2$



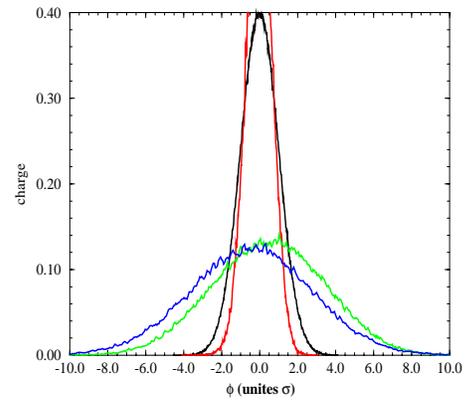
(a) $R_{1/2} = 1,95, A_m = 5\%$



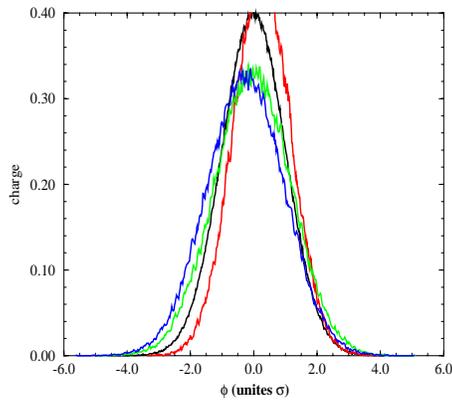
(b) $R_{1/2} = 1,95, A_m = 10\%$



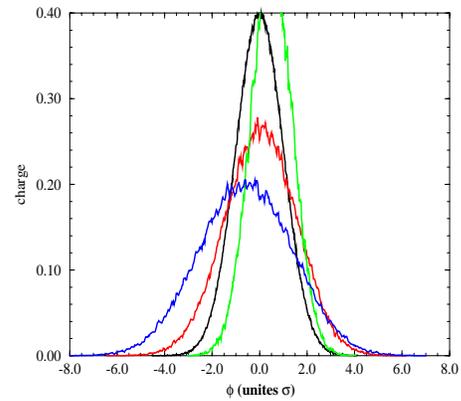
(c) $R_{1/2} = 2,00, A_m = 5\%$



(d) $R_{1/2} = 2,00, A_m = 10\%$



(e) $R_{1/2} = 2,05, A_m = 5\%$



(f) $R_{1/2} = 2,05, A_m = 10\%$

FIG. 4.11 – Eurf : profils d'un paquet de 10^5 particules pour divers paramètres de la résonance $1/2$

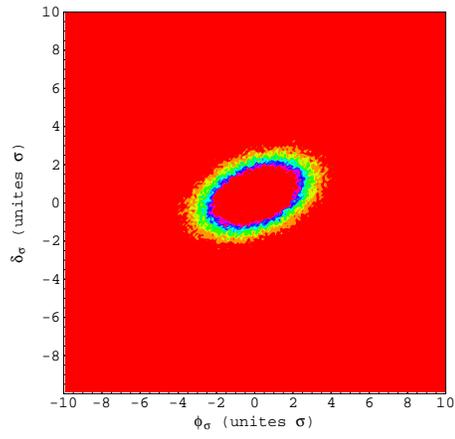
Soleil

La figure 4.12 présente un paquet de Soleil, dans l'espace des phases normalisé, pour le jeu de paramètres de la résonance $1/2$ suivant : A_m est égale à 5% puis 10%, ω_m/ω_s varie de 1,95 à 2,05. Deux micro-paquets sont formés à faible amplitude (5%), à $\pm 14\sigma$, dès que la fréquence de modulation atteint $2,00\omega_s$ (figure 4.12-(c)). Deux micro-paquets sont en cours de remplissage à $\pm 40\sigma$ quand l'amplitude de modulation atteint les 10% pour ω_m/ω_s égal à 1,95 (figure 4.12-(b)). Lorsque A_m est égale à 10%, les micro-paquets (chacun de largeur 10σ) sont très éloignés l'un de l'autre et exécutent des oscillations dipolaires cohérentes. Cependant une telle extension entre ces paquets ne paraît pas raisonnable en pratique, même si le gain sur le paramètre σ_s de la gaussienne est évident.

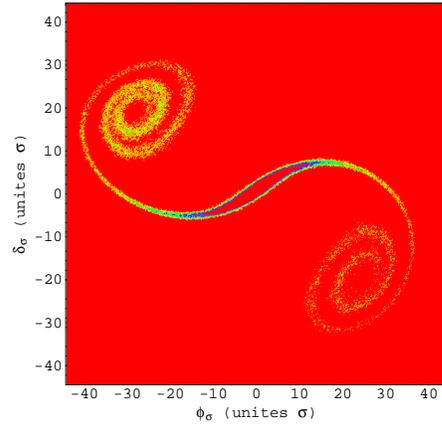
La figure 4.13 présente les projections du paquet sur l'axe des phases. La courbe noire représente la distribution de la gaussienne initiale non perturbée. Les situations, où ω_m/ω_s est égal à 2,00 et A_m varie entre 5% et 10% (figure 4.13-(c) et (d)), semblent peu appropriées au résultat que l'on souhaite obtenir, du fait des positions trop éloignées des micro-paquets. Par contre, la situation où l'on aboutit à un faisceau très allongé, d'extension $\pm 9\sigma$, est particulièrement intéressante (figure 4.12-(f) et figure 4.13-(f)). Par conséquent, cette dernière solution paraît être la seule acceptable en vue d'augmenter la durée de vie de Soleil, sans trop perturber la dynamique longitudinale. Bien que le jeu de paramètres appliqués soit le même que dans les cas précédents, on note sur cette machine un comportement du paquet d'électrons différent de celui des autres machines. En effet, les micro-paquets formés ont tendance à s'éloigner beaucoup plus, avec des intensités plus fortes (ils sont donc moins allongés). Dans l'ensemble, cette machine semble très sensible aux effets de la résonance $1/2$.

4.2.5 Observation d'un phénomène d'hystérésis

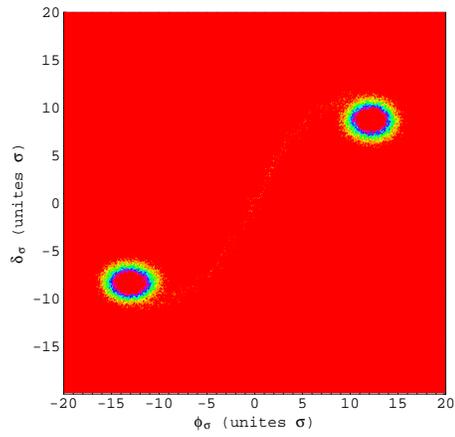
Par définition, on parle de phénomène d'hystérésis lorsque un système physique, soumis à des contraintes extérieures, évolue de façon telle que son état final dépend du sens de variation des paramètres (croissant ou décroissant). Les courbes d'hystérésis convergent parfois vers une courbe limite. Habituellement étudiées en matière condensée, les courbes d'hystérésis sont étudiées dans notre cas pour la transition imposée par la résonance $1/2$. On peut citer d'autres phénomènes faisant intervenir le phénomène d'hystérésis dont le comportement parfois non-linéaire des oscillations bétatrons [44].



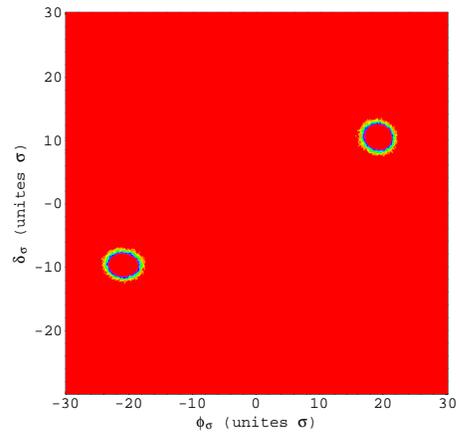
(a) $R_{1/2} = 1,95, A_m = 5\%$



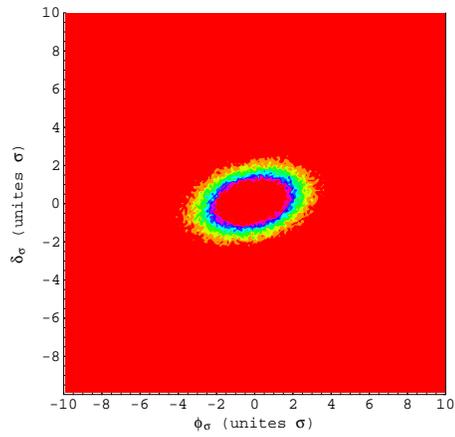
(b) $R_{1/2} = 1,95, A_m = 10\%$



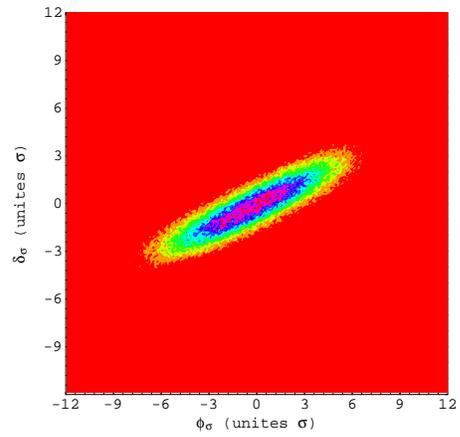
(c) $R_{1/2} = 2,00, A_m = 5\%$



(d) $R_{1/2} = 2,00, A_m = 10\%$

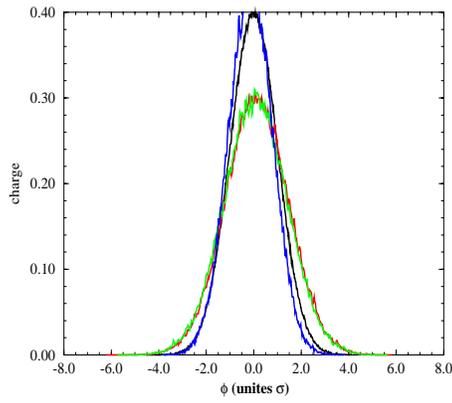


(e) $R_{1/2} = 2,05, A_m = 5\%$

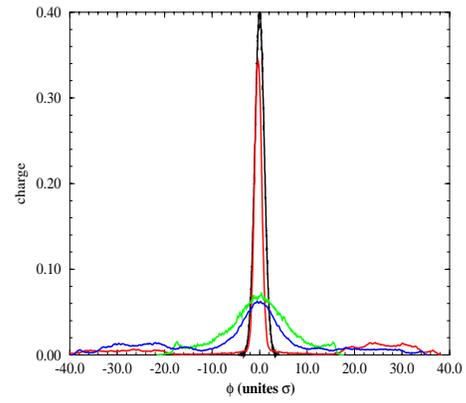


(f) $R_{1/2} = 2,05, A_m = 10\%$

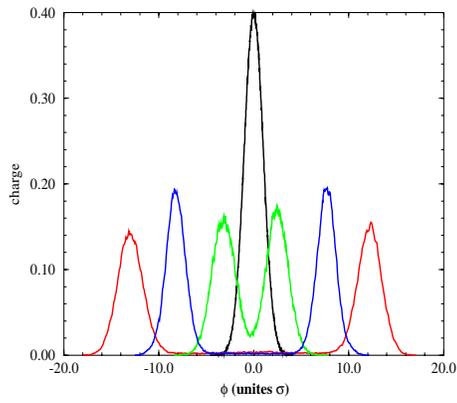
FIG. 4.12 – Soleil : particules dans l'espace des phases normalisé (ϕ, δ) pour divers paramètres de la résonance $1/2$



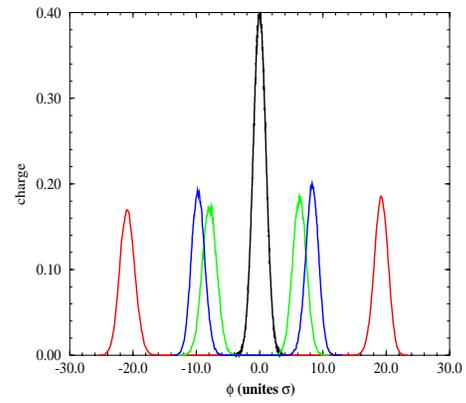
(a) $R_{1/2} = 1,95, A_m = 5\%$



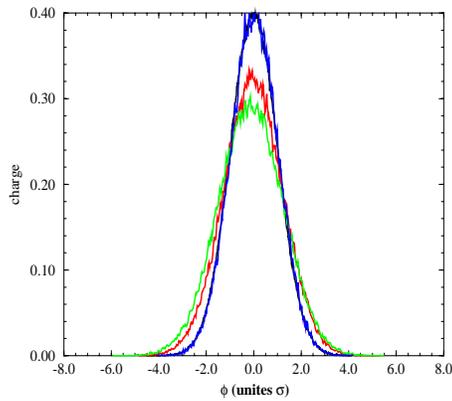
(b) $R_{1/2} = 1,95, A_m = 10\%$



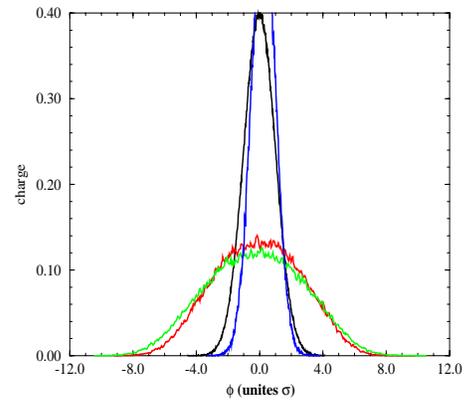
(c) $R_{1/2} = 2,00, A_m = 5\%$



(d) $R_{1/2} = 2,00, A_m = 10\%$



(e) $R_{1/2} = 2,05, A_m = 5\%$



(f) $R_{1/2} = 2,05, A_m = 10\%$

FIG. 4.13 – Soleil : profils d'un paquet de 10^5 particules pour divers paramètres de la résonance $1/2$

On se propose de faire traverser la résonance $1/2$ à un paquet très chargé, pour Super-Aco, en faisant évoluer la fréquence de modulation au cours du temps. Pour A_m fixée à 10%, la traversée de la transition s'effectue :

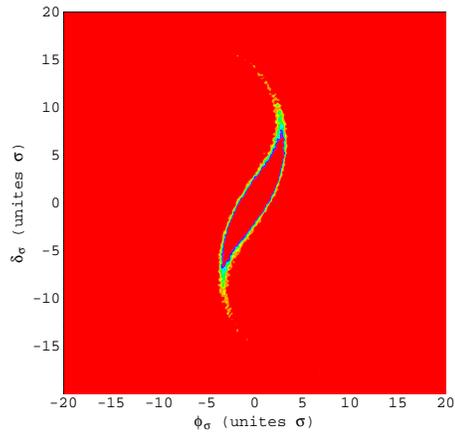
- soit dans le sens ω_m croissant : au départ, la fréquence de modulation est égale à $1,80\omega_s$, puis on la fait croître progressivement jusqu'à $2,05\omega_s$,
- soit dans le sens ω_m décroissant : au départ, la fréquence de modulation est égale à $2,05\omega_s$, puis on la fait décroître progressivement jusqu'à $1,80\omega_s$.

On visualise l'évolution du paquet au cours du temps dans l'espace des phases normalisé. Un résumé des résultats est présenté par la figure 4.14 pour la traversée dans le sens montant et par la figure 4.15 dans le sens descendant. Un nombre important de tours est effectué entre chaque pas d'évolution de ω_m , de manière à ce que le paquet ait le temps de se stabiliser suffisamment.

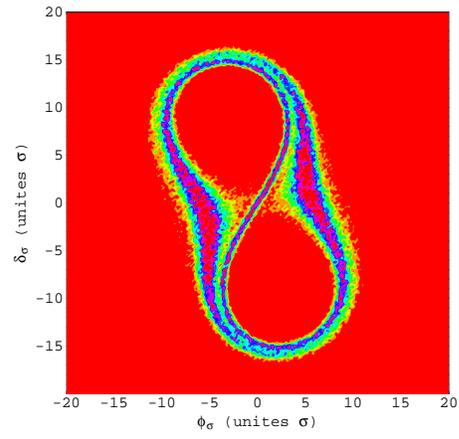
La figure 4.14 montre que le paquet atteint des extensions en phase assez importantes. Au moment du passage sur la résonance $1/2$, qui se situe pour une valeur de ω_m comprise entre $1,85\omega_s$ et $1,875\omega_s$, l'élargissement du paquet est alors maximal et égal à 40σ (figure 4.14-(b)). Le paquet ne se sépare pas, contrairement au cas où la fréquence de modulation était statique (section 4.2.4), mais il se forme un anneau dans l'espace des phases (figure 4.14-(c)). Puis l'extension en phase diminue lorsque ω_m continue à croître et enfin on retrouve le paquet allongé de la figure 4.6-(f) quand cette fréquence atteint $2,05\omega_s$ (figure 4.14-(f)).

Par contre, lorsque l'on fait décroître ω_m (figure 4.15), le comportement du paquet est totalement différent de ce qui précède : le paquet éclate en deux micro-paquets (figure 4.15-(c)). De plus, l'extension de 40σ est atteinte dès que ω_m est égale à $2,025\omega_s$. L'effet de la résonance démarre donc beaucoup plus tôt dans ce cas, d'où le phénomène d'hystérésis. De plus, lorsque ω_m continue de décroître, les micro-paquets s'éloignent de plus en plus et on perd le faisceau quand ω_m atteint $1,925\omega_s$ figure 4.15-(f).

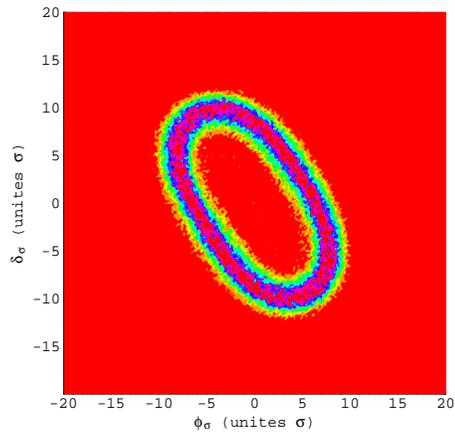
Enfin, la figure 4.16 présente les extensions maximales en phase $\Delta\phi$ du ou des paquets en fonction de l'évolution de ω_m . Le phénomène d'hystérésis est clairement visible. Par contre, cela n'explique pas pourquoi dans notre cas, l'hystérésis n'est pas bornée dans le sens décroissant de la fréquence de modulation.



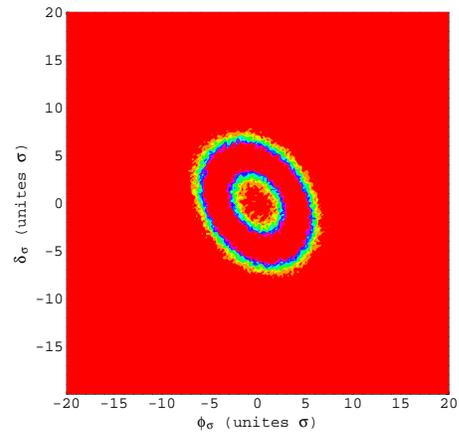
(a) $R_{1/2} = 1,85, A_m = 10\%$



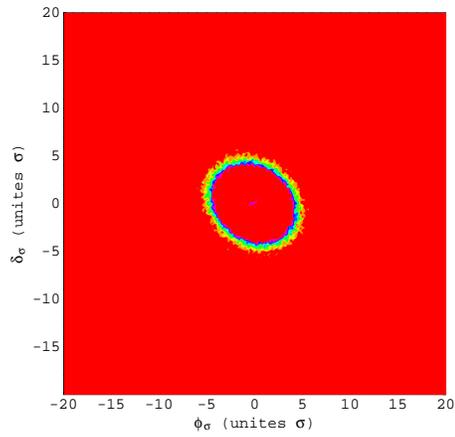
(b) $R_{1/2} = 1,875, A_m = 10\%$



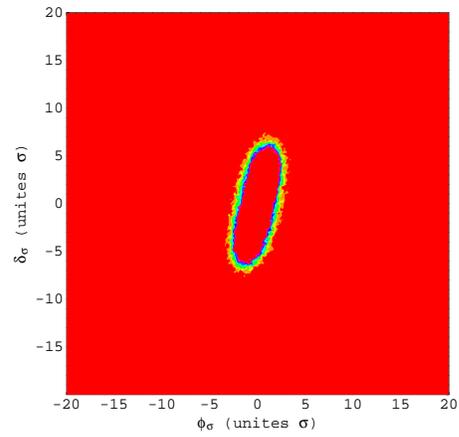
(c) $R_{1/2} = 1,90, A_m = 10\%$



(d) $R_{1/2} = 1,95, A_m = 10\%$

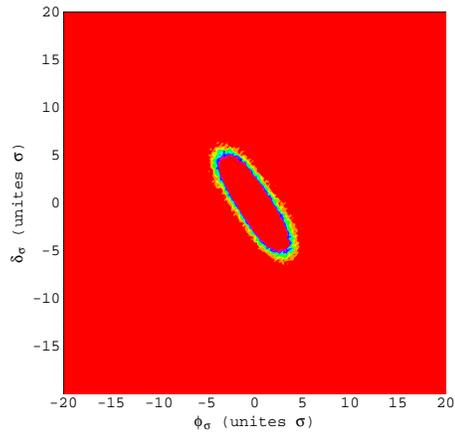


(e) $R_{1/2} = 2,00, A_m = 10\%$

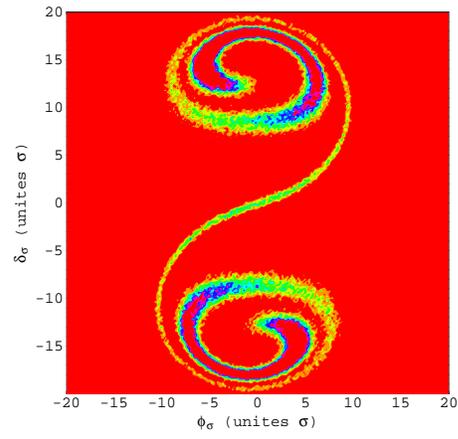


(f) $R_{1/2} = 2,05, A_m = 10\%$

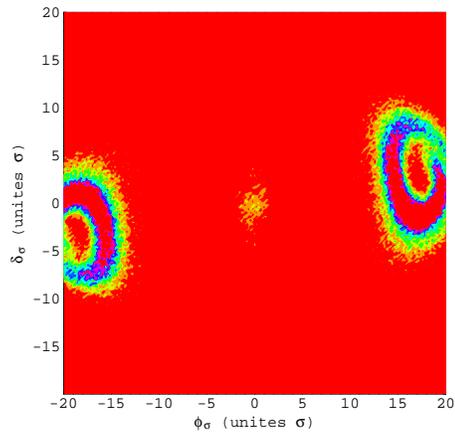
FIG. 4.14 – SuperAco : traversée de la résonance 1/2 par des particules dans l'espace des phases normalisé (ϕ, δ) pour une fréquence de modulation croissante



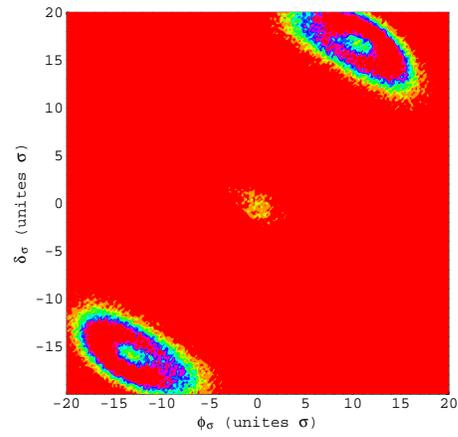
(a) $R_{1/2} = 2,05, A_m = 10\%$



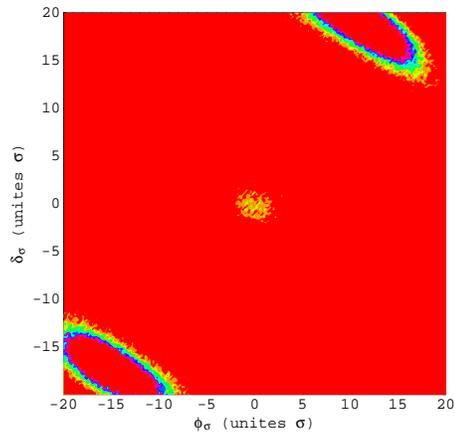
(b) $R_{1/2} = 2,025, A_m = 10\%$



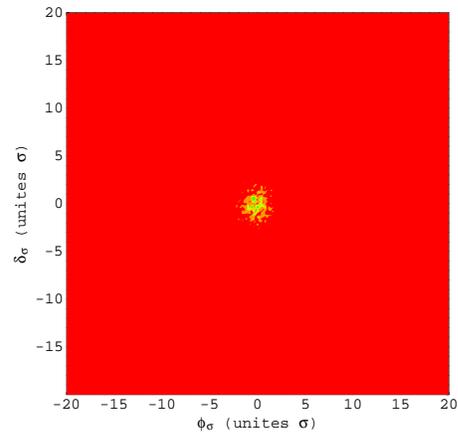
(c) $R_{1/2} = 2,00, A_m = 10\%$



(d) $R_{1/2} = 1,975, A_m = 10\%$



(e) $R_{1/2} = 1,95, A_m = 10\%$



(f) $R_{1/2} = 1,925, A_m = 10\%$

FIG. 4.15 – SuperAco : traversée de la résonance 1/2 par des particules dans l'espace des phases normalisé (ϕ, δ) pour une fréquence de modulation décroissante

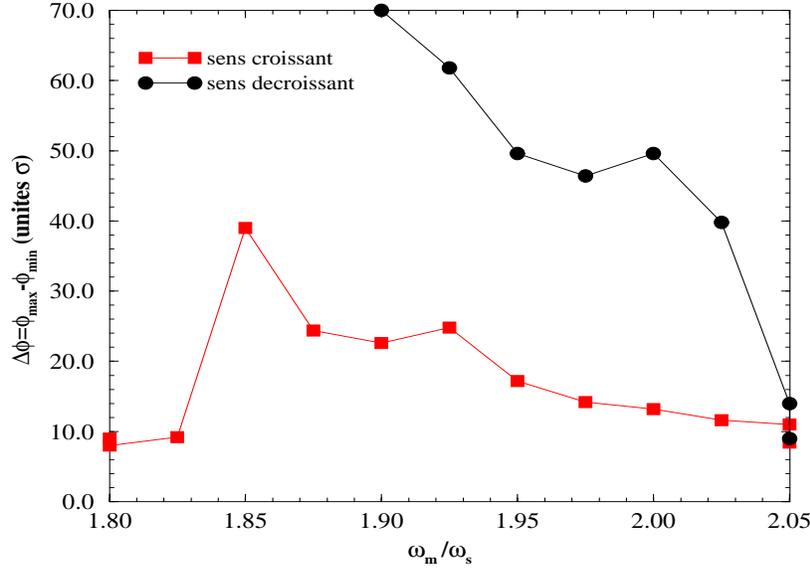


FIG. 4.16 – Phénomène d’hystérésis de la résonance $1/2$: l’extension maximale en phase du paquet est représentée en fonction d’une fréquence de modulation croissante et décroissante au cours du temps

4.2.6 Conclusion

Le tableau 4.1 récapitule l’essentiel des résultats des simulations : la position des barocentres des micro-paquets et l’extension maximale d’un paquet allongé en unités σ du paquet initial. Les chiffres du tableau, indiqués **en gras**, représentent les meilleurs résultats obtenus sur chaque machine au cours des simulations.

Avec les paramètres adéquats, la modulation d’amplitude H.F. offre plus de possibilités de diminution de densité de particules dans un paquet que la modulation de phase H.F. (chapitre 3). Toutefois, l’effet du rayonnement synchrotron peut empêcher la formation de micro-paquets dans certains cas (par exemple pour l’Esrif) à faible amplitude de modulation. D’autre part, n’oublions pas que la dispersion en énergie est accrue par le même facteur que celui qui accroît la longueur du paquet. La durée de vie Touschek peut alors être bien augmentée, mais aux dépens de la qualité du faisceau, en affectant en particulier la brillance des sources de rayonnement synchrotron.

	ESRF	SOLEIL	BESSY I	SuperACO
$A_m = 5\%$ $\omega_m/\omega_s = 1,95$	$ex = \pm 4\sigma$	$ex = \pm 5\sigma$	$ex = \pm 7\sigma$	$ex = \pm 5\sigma$
$A_m = 5\%$ $\omega_m/\omega_s = 2,00$	$ex = \pm 5\sigma$	$bar = \pm 14\sigma$	$bar = \pm 5\sigma$	$bar = \pm 8\sigma$
$A_m = 5\%$ $\omega_m/\omega_s = 2,05$	$ex = \pm 4\sigma$	$ex = \pm 5\sigma$	$ex = \pm 4\sigma$	$ex = \pm 5\sigma$
$A_m = 10\%$ $\omega_m/\omega_s = 1,95$	$ex = \pm 6\sigma$	$bar = \pm 40\sigma$	$bar = \pm 9\sigma$	$bar = \pm 16\sigma$
$A_m = 10\%$ $\omega_m/\omega_s = 2,00$	$ex = \pm 9\sigma$	$bar = \pm 21\sigma$	$bar = \pm 7\sigma$	$bar = \pm 10\sigma$
$A_m = 10\%$ $\omega_m/\omega_s = 2,05$	$ex = \pm 6\sigma$	$ex = \pm 9\sigma$	$ex = \pm 6\sigma$	$ex = \pm 7\sigma$

TAB. 4.1 – Récapitulatif des barycentres (bar.) des micro-paquets ou de l’extension maximale (ex.) d’un paquet élargi, en unités σ , en fonction des paramètres de la résonance 1/2 et pour quatre sources de lumière synchrotron

Des expériences concernant la modulation d’amplitude H.F. font l’objet du chapitre suivant. L’impact de la résonance 1/2 sur la durée de vie Touschek est effectivement observé sur la machine SuperAco.

4.3 Comparaison des deux types de modulations H.F. sur l’allongement des paquets

Le tableau 4.2 récapitule les principales propriétés et différences qui caractérisent la modulation de phase à la résonance 1/3 et la modulation d’amplitude à la résonance 1/2. Jusqu’à ce jour et à ma connaissance, aucune comparaison de ce type n’a été simulée ou étudiée expérimentalement.

	Résonance 1/3	Résonance 1/2
Existence des îlots	3 îlots permanents	2 micro-paquets pour ω_m inférieure à une certaine fréquence de bifurcation
Amplitude δ_σ des îlots	diminue quand $\omega_m \rightarrow 3\omega_s$	diminue quand $\omega_m \rightarrow 2\omega_s$
Largeur $\Delta \delta_\sigma$ des îlots	diminue quand $\omega_m \rightarrow 3\omega_s$	augmente quand $\omega_m \rightarrow 2\omega_s$
Facteur d'accroissement de la durée de vie	2 ou 3	> 3 selon la situation : micro-paquets ou paquet aplati

TAB. 4.2 – Comparaison des principales propriétés et différences qui caractérisent la modulation de phase H.F. et la modulation d'amplitude H.F.

Chapitre 5

Etude expérimentale de la modulation H.F. sur SuperACO

Précédemment, on a étudié la possibilité d'augmenter la durée de vie Touschek du faisceau d'un anneau de stockage soit par une modulation de phase H.F., appliquée au voisinage de la résonance $1/3$ (chapitre 3), soit par une modulation d'amplitude H.F., qui fait intervenir la résonance $1/2$ (chapitre 4). Les résultats antérieurs, issus des calculs et des simulations, laissent espérer une nette augmentation de cette durée de vie et ce principalement par la modulation d'amplitude, qui élargit davantage la distribution longitudinale du faisceau en réduisant fortement la densité locale des particules.

La modulation d'amplitude H.F. est testée sur l'anneau de stockage SuperAco. Par contre, la modulation de phase n'a pas pu être étudiée expérimentalement pour des questions d'électronique. Les dispositifs mis en place pour effectuer les mesures reposent principalement sur une caméra à double balayage de fente, utilisée pour la visualisation des paquets d'électrons, et qui permet également d'obtenir les profils du faisceau dans le plan longitudinal.

L'ensemble des résultats expérimentaux est présenté dans ce chapitre ainsi que les modifications apportées aux simulations afin de prendre en compte l'impédance de la chambre à vide de SuperAco. On constate que les résultats obtenus expérimentalement sont en accord avec les nouvelles simulations, et qu'ils semblent prometteurs pour ce type de machine.

5.1 Simulations de paquets en présence de modulations et de l'impédance de SuperACO

5.1.1 Modèle du résonateur large-bande

Précédemment, les simulations des chapitres 3 et 4 prennent en compte uniquement les principaux paramètres H.F. des anneaux de stockage étudiés, ainsi que les paramètres de la modulation appliquée. Cependant, un tel modèle d'anneau n'est pas suffisant pour pouvoir ensuite confronter les simulations aux expériences. Afin de comprendre les comportements du faisceau, il est nécessaire de tenir compte de l'impédance de la chambre à vide de SuperAco (cette impédance doit inclure les effets dus aux discontinuités de la chambre). L'impédance de la chambre à vide a pour effet d'allonger les paquets d'électrons, de diminuer la fréquence synchrotron et introduit un seuil de turbulences, ce qui provoque une augmentation de la dispersion en énergie σ_e . En effet, sur SuperAco, nous savons que cette impédance est responsable de plusieurs seuils d'oscillation, en fonction du courant par paquet [45], on distingue :

- les oscillations dipolaires à partir de 5 mA,
- les oscillations quadripolaires à partir de 25 mA,
- les oscillations hexapolaires à partir de 50 mA.

Le modèle le plus simple pour simuler l'impédance de la chambre à vide, et qui en général est largement suffisant, est le résonateur large-bande centré à une fréquence f_{res} , de résistance shunt R_s et de facteur de qualité Q . L'impédance de la chambre à vide se modélise alors de la façon suivante :

$$Z(\omega) = \frac{R_s}{1 + iQ(\omega/\omega_{res} - \omega_{res}/\omega)}$$

Si l'on fixe le facteur de qualité à 1, l'étude de l'impédance Z consiste à déterminer les deux paramètres restants du résonateur. Pour cela, on s'appuie sur une courbe expérimentale [46], illustrée par la figure 5.1, qui donne l'allongement σ_s d'un paquet d'électrons de SuperAco en fonction du courant I . Le principe de la comparaison est le suivant : on simule un paquet de 10^5 particules dans lequel on augmente la charge progressivement, en prenant en compte le résonateur large-bande à tester ; on compare l'allongement obtenu en fonction du courant par paquet avec la courbe expérimentale. On répète cette opération avec divers paramètres du résonateur jusqu'à l'obtention d'un résonateur adéquat.

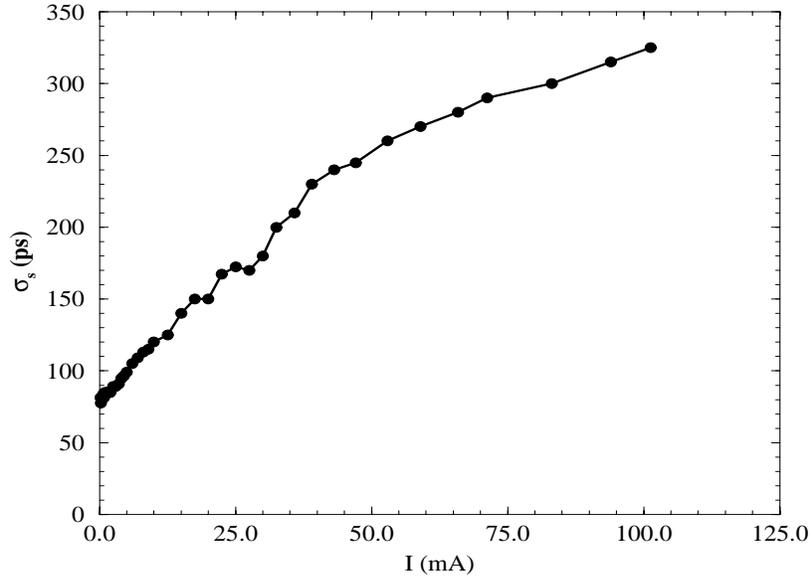


FIG. 5.1 – Courbe expérimentale d’allongement σ_s du paquet de SuperAco en fonction du courant I

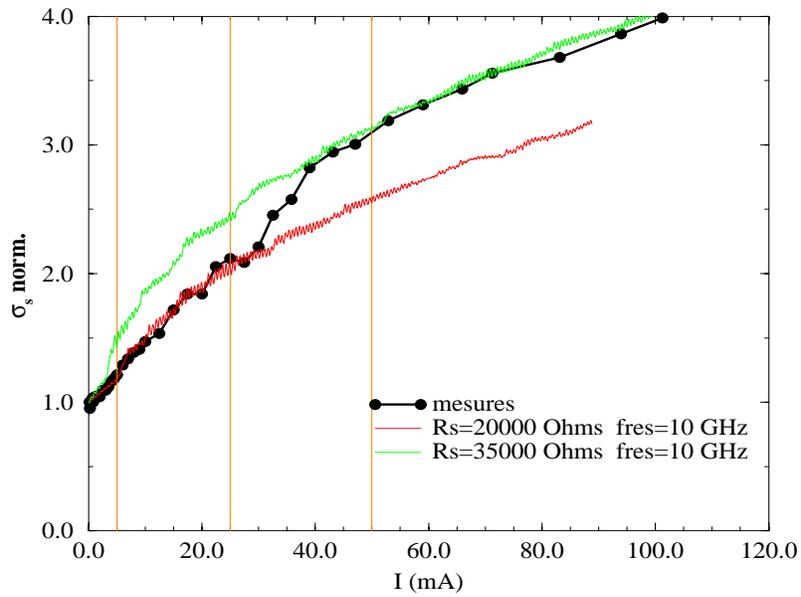


FIG. 5.2 – Courbes d’allongement σ_s du paquet de SuperAco en fonction du courant pour les deux modèles de résonateurs qui encadrent le mieux les points expérimentaux

Deux résonateurs large-bande, centrés à 10 GHz permettent de reproduire fidèlement cette courbe d’allongement des paquets :

- le premier, dont la résistance shunt est égale à $20\text{ k}\Omega$, est celui qui traduit le mieux la première moitié de la courbe expérimentale à bas courant (de 0 à 30 mA),
- le second, dont la résistance shunt est égale à $35\text{ k}\Omega$, est le plus adéquat pour reproduire la deuxième moitié de la courbe expérimentale (de 30 mA à 100mA).

Cependant, du fait de l’existence d’un régime très turbulent à partir de 60 mA, on décide de travailler bien en dessous de ce courant et de ne pas dépasser un courant de 40 mA par paquet. Pour cette raison, le modèle retenu pour simuler l’impédance de SuperAco est le résonateur large-bande, centré à la fréquence 10 GHz, de résistance $R_s = 20\text{ k}\Omega$ et de facteur de qualité $Q=1$, illustré sur la figure 5.2 (courbe rouge).

5.1.2 Résultats des simulations avec la résonance 1/3

Nous avons démontré dans la section 3.5 que la modulation de phase à la résonance 1/3 est efficace sur SuperAco à partir d’une longueur de paquet σ_L au moins égale à 68,8 mm, ce qui correspond à σ_s égale à 230 ps (avec une dispersion en énergie σ_ϵ égale à $14,02 \cdot 10^{-4}$).

Les simulations sont effectuées avec une longueur de paquet de 270 ps afin d’avoir une bonne marge de manoeuvre, ce qui correspond à un courant par paquet de 60 mA, d’après la figure 5.1. On utilise le résonateur optimisé dans la sous-section 5.1.1, ainsi que les paramètres de modulation optimisés obtenus en 3.5.3. Les résultats sont présentés sur la figure 5.3.

On constate que la résonance 1/3 est malheureusement inefficace en présence de l’impédance de SuperAco. Le résonateur est suffisamment influent pour affaiblir la modulation de phase et provoque une asymétrie en phase du paquet. La figure 5.3-(b) montre la distribution initiale sans modulation (courbe noire), puis avec la modulation à la résonance 1/3 à différents instants (autres courbes). Elle apporte un léger allongement du paquet, mais en aucun cas on ne retrouve les îlots de la troisième résonance (figure 5.3-(a)).

A priori, du point de vue de l’expérience, on ne s’attend pas à visualiser un effet important autour de la résonance 1/3.

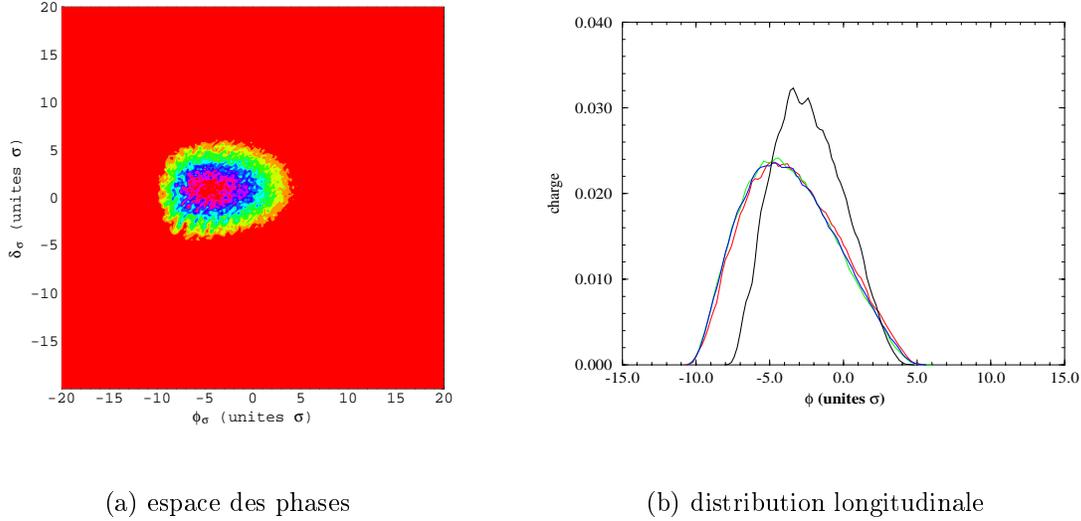


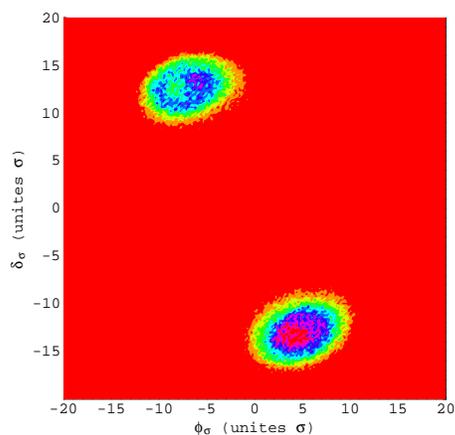
FIG. 5.3 – Paquet soumis à la modulation de phase à la résonance $1/3$ ($\omega_m/\omega_s = 2,965$ et $A_m = 9,72^\circ$) et en présence du résonateur large-bande centré à 10 GHz

Remarque : des simulations sont faites également à plus fort courant (100 mA pour un paquet de longueur 320 ps) et aucune création d’îlots n’a été observée. D’autres résonateurs sont également testés avec la résonance $1/3$, pour un paquet de 60 mA, sans succès.

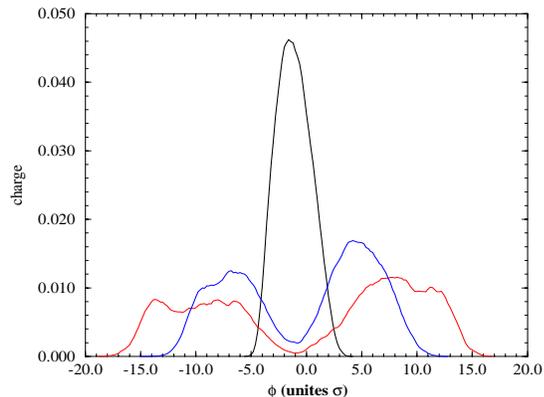
5.1.3 Résultats des simulations avec la résonance $1/2$

Pour la modulation d’amplitude à la résonance $1/2$, nous avons vu au chapitre 4 que les micro-paquets se forment même pour un paquet initial pris à courant nul. Nous décidons donc de tester un paquet à faible et à fort courant, principalement à 10 mA et 40 mA, de manière à se placer d’une part, sous le seuil des oscillations quadripolaires (25 mA), et d’autre part, sous celui des oscillations hexapolaires (50 mA). Nous ne présentons pas tous les résultats de simulations pour cette résonance, ils sont nombreux et la plupart des cas intermédiaires ont été simulés.

L’introduction du résonateur a pour effet de diminuer la valeur de la fréquence synchrotron. Par conséquent, il faut envisager une correction sur ω_s et pour un rapport ω_m/ω_{so} donné (ω_{so} est la fréquence synchrotron théorique), en réalité on devra exciter le faisceau avec un rapport plus élevé. Dans la suite du texte, on raisonne toujours en utilisant la fréquence synchrotron théorique. Contrairement au chapitre 4, dans lequel on démontre

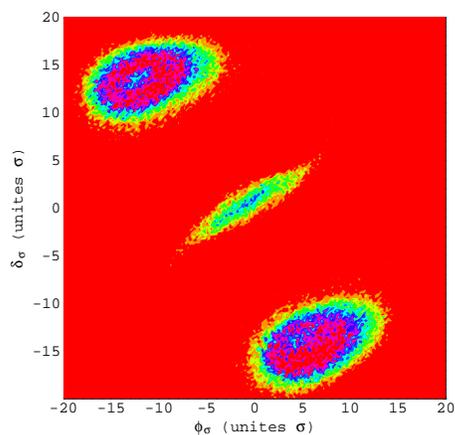


(a) espace des phases

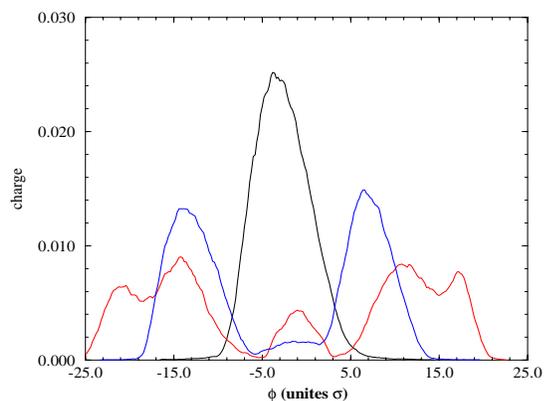


(b) distribution longitudinale

FIG. 5.4 – Paquet de 10 mA soumis à la modulation d’amplitude à la résonance $1/2$ ($\omega_m/\omega_s = 1,95$ et $A_m = 10\%$) et en présence du résonateur large-bande centré à 10 GHz

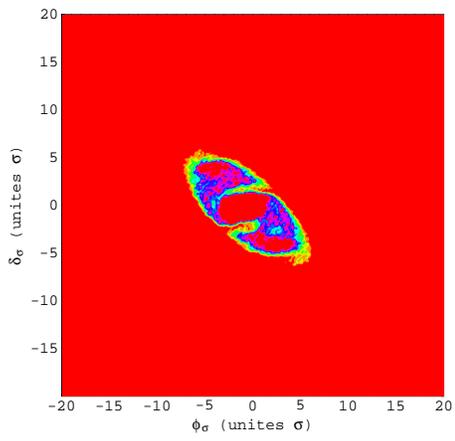


(a) espace des phases

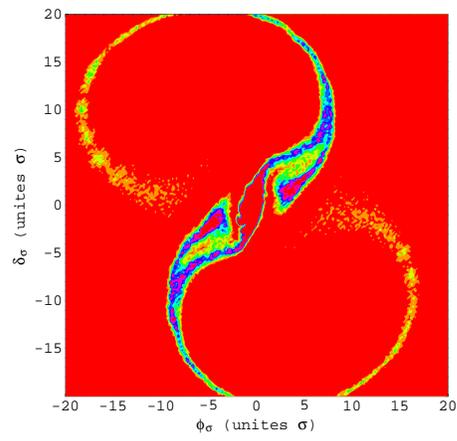


(b) distribution longitudinale

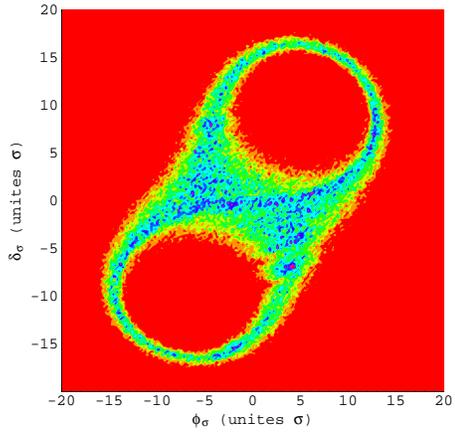
FIG. 5.5 – Paquet de 40 mA soumis à la modulation d’amplitude à la résonance $1/2$ ($\omega_m/\omega_s = 1,90$ et $A_m = 10\%$) et en présence du résonateur large-bande centré à 10 GHz



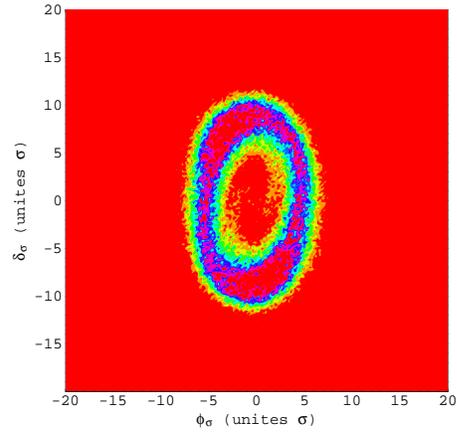
(a) $R_{1/2} = 1,825$; $A_m = 10\%$



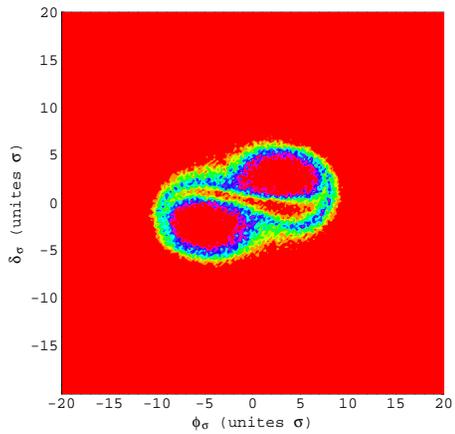
(b) $R_{1/2} = 1,850$; $A_m = 10\%$



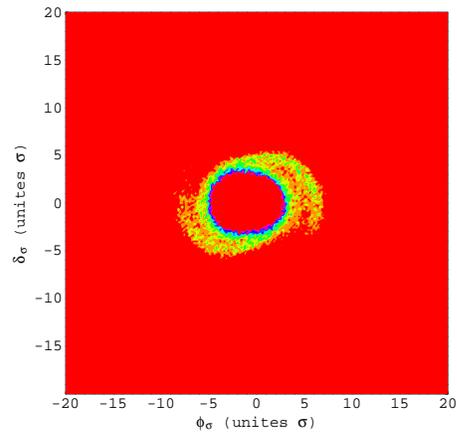
(c) $R_{1/2} = 1,875$; $A_m = 10\%$



(d) $R_{1/2} = 1,925$; $A_m = 10\%$

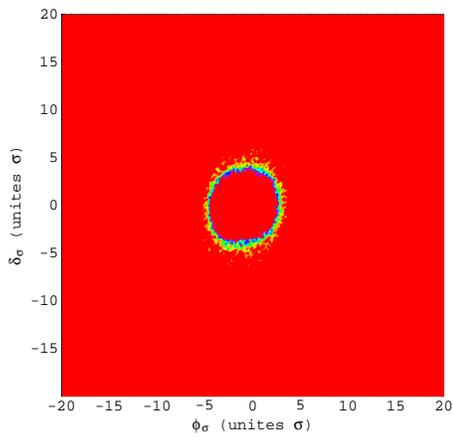


(e) $R_{1/2} = 1.950$; $A_m = 10\%$

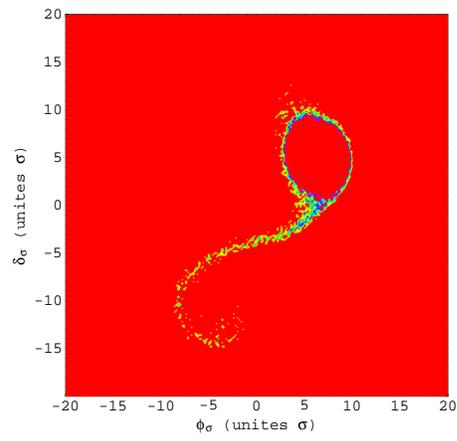


(f) $R_{1/2} = 2,025$; $A_m = 10\%$

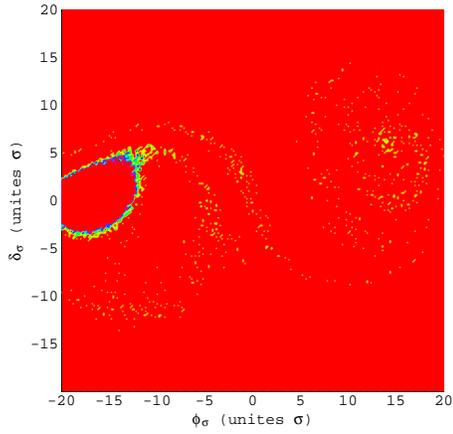
FIG. 5.6 – SuperAco : traversée de la résonance $1/2$ par un paquet de 10 mA dans l'espace des phases normalisé (ϕ, δ) pour une fréquence de modulation croissante et en présence de l'impédance de l'anneau



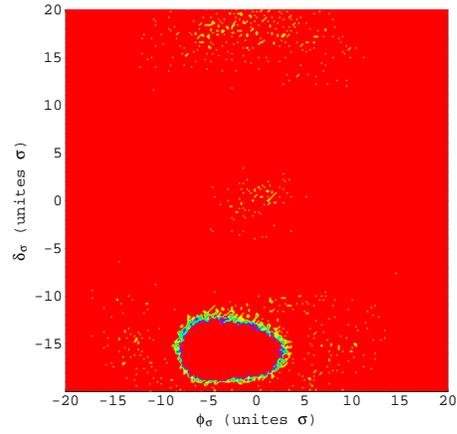
(a) $R_{1/2} = 2,05 ; A_m = 10\%$



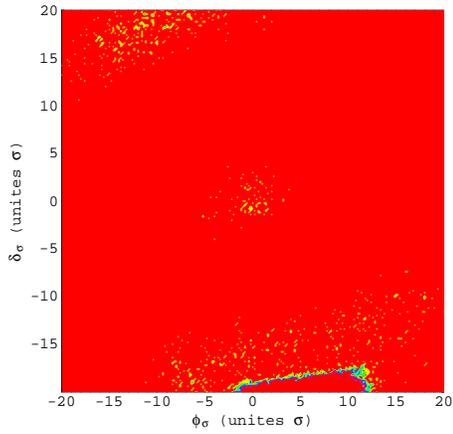
(b) $R_{1/2} = 2,025 ; A_m = 10\%$



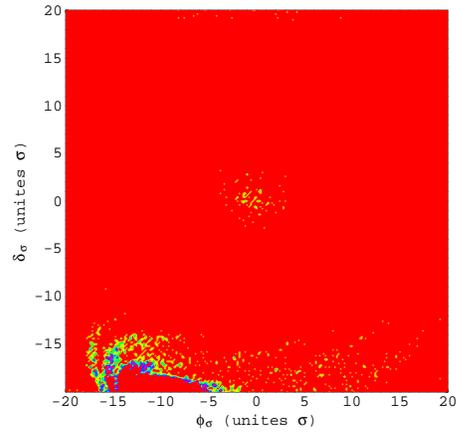
(c) $R_{1/2} = 2,00 ; A_m = 10\%$



(d) $R_{1/2} = 1,975 ; A_m = 10\%$

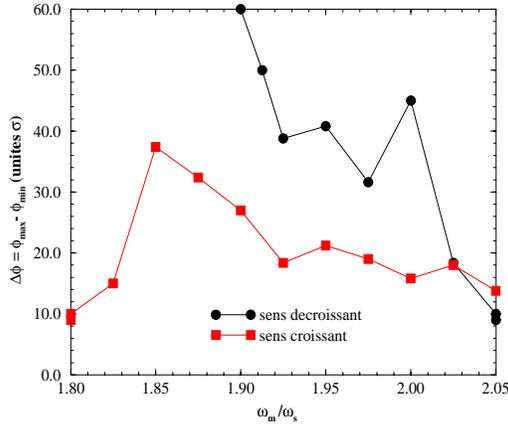


(e) $R_{1/2} = 1,95 ; A_m = 10\%$

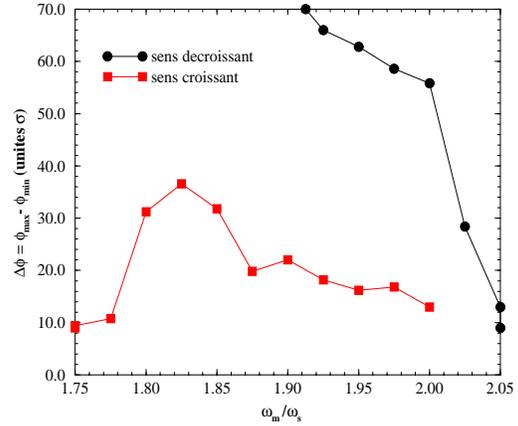


(f) $R_{1/2} = 1,925 ; A_m = 10\%$

FIG. 5.7 – SuperAco : traversée de la résonance $1/2$ par un paquet de 10 mA dans l'espace des phases normalisé (ϕ, δ) pour une fréquence de modulation décroissante et en présence de l'impédance de l'anneau



(a) courant de 10 mA par paquet



(b) courant de 40 mA par paquet

FIG. 5.8 – Phénomène d’hystérésis de la résonance 1/2 en présence du résonateur de Super-Aco : extension maximale en phase du paquet en fonction d’une fréquence de modulation croissante ou décroissante au cours du temps

que pour A_m égale à 5% et ω_m/ω_s égal à 1,95, on observe une séparation en deux micro-paquets, la présence du résonateur large-bande repousse le seuil de formation de ceux-ci à une amplitude plus élevée. La séparation en deux ou trois micro-paquets est observée uniquement à partir d’une amplitude de modulation égale à 10%. En effet, des essais à 5% ne montrent que très peu d’influence de la résonance 1/2 sur le paquet d’électrons quelle que soit la fréquence de modulation.

Pour un courant de 10 mA, on observe la formation de deux micro-paquets, sur la figure 5.4-(a), qui oscillent dipolairement en opposition de phase pour les paramètres de modulation suivants : A_m égale à 10% et ω_m/ω_s égal à 1,95. Les profils des distributions en phase sont illustrés sur la figure 5.4-(b). Pour un courant de 40 mA, on observe la formation de trois micro-paquets, sur la figure 5.5-(a), pour les paramètres de modulation suivants : A_m égale à 10% et ω_m/ω_s égal à 1,90. Les profils sont illustrés sur la figure 5.5-(b). Un des paquets reste centré et les deux autres paquets effectuent des oscillations dipolaires de large amplitude dans l’espace des phases.

D’autre part, pour les deux courants étudiés, 10 mA et 40 mA, on teste une variation de la fréquence de modulation au cours du temps. On retrouve le phénomène d’hystérésis

décrit dans la section 4.2.5. Les résultats, pour un paquet de 10 mA, sont montrés par la figure 5.6 pour une fréquence de modulation croissante et par la figure 5.7 pour celle décroissante. On a exactement le même type de comportement pour un paquet à 40 mA. L'ensemble des extensions maximales en phase $\Delta\phi$, en fonction de la fréquence de modulation, est illustré sur la figure 5.8-(a) pour un courant de 10 mA et sur la figure 5.8-(b) pour celui de 40 mA. Lorsque le courant par paquet augmente, les effets dus à la résonance prennent naissance plus rapidement quelque soit le sens de variation de ω_m .

5.2 Protocole expérimental

La modulation d'amplitude est appliquée directement sur la cavité 100 MHz de SuperAco, au moyen d'un générateur de modulations, connecté sur les entrées du système H.F. (voir le schéma du système H.F. figure 5.10). On calibre tout d'abord la H.F., sans faisceau, en appliquant les modulations de phase et d'amplitude. Bien que le générateur affiche l'amplitude et la fréquence de modulation, on préfère contrôler le niveau de tension appliqué à la H.F. sur un analyseur de réseau. Pour connaître le lien entre l'amplitude de modulation en % et celle lue sur l'analyseur en dB, on procède au petit calcul suivant : dans le cas de la modulation d'amplitude, on applique à la cavité une tension totale V_{tot} égale à :

$$V_{tot} = V_{RF} \cdot (1 + A_m \cdot \sin \omega_m t) \cdot [\sin \omega_{RF} t]$$

On a d'une part la tension cavité, $V_{RF} \sin \omega_m t$, et d'autre part l'addition de la modulation d'amplitude, $V_{RF} A_m \sin \omega_m t \cdot \sin \omega_{RF} t = \frac{A_m}{2} \cdot [\cos(\omega_m - \omega_{RF}) t - \cos(\omega_m + \omega_{RF}) t]$. Au total, on lit sur l'analyseur un signal qui équivaut à $[A_m/2]$. La conversion s'écrit alors :

$$A_m [dB] = 20 \times \log \left[\frac{A_m [\%]}{2} \right] \quad (5.1)$$

On donne quelques exemples de conversion de A_m en % à A_m en dB :

- pour avoir A_m égale à 3%, on doit lire à l'analyseur un niveau de -36,47 dB,
- pour avoir A_m égale à 5%, on doit lire à l'analyseur un niveau de -32,04 dB,
- pour avoir A_m égale à 10%, on doit lire à l'analyseur un niveau de -26,02 dB.

Il faut donc pouvoir atteindre ces amplitudes au cours des expériences avec une fréquence de modulation autour de $2\omega_s$ pour simuler la résonance 1/2.

D'autre part, le même raisonnement est appliqué pour la modulation de phase H.F. à la résonance 1/3 et on trouve la même relation de conversion (relation 5.1). Les tests H.F.

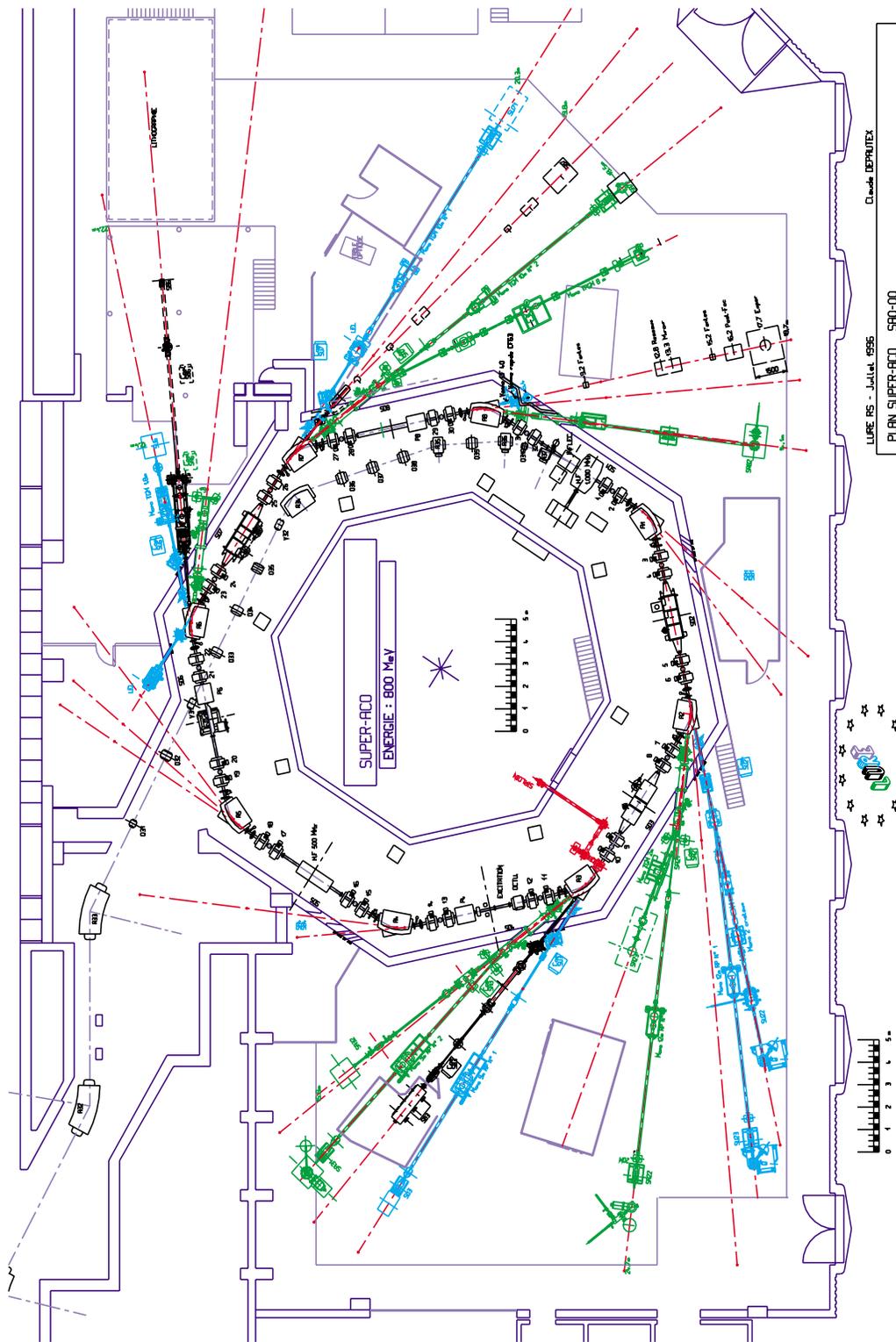


FIG. 5.9 – Schéma de l’anneau SUPERACO

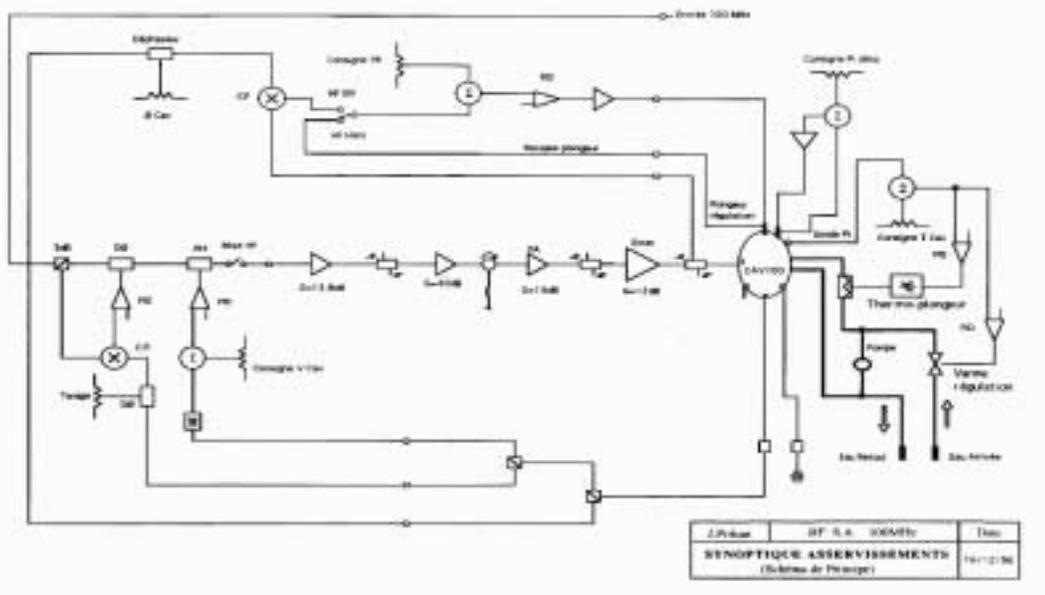


FIG. 5.10 – Schéma du système H.F. de l'anneau SuperAco

sans faisceaux ont malheureusement démontré qu'on ne peut pas monter l'amplitude de modulation de la H.F. suffisamment pour atteindre le niveau requis pour cette résonance : A_m doit être au moins égale à $9,72^\circ$, ce qui équivaut à $-15,39$ dB sur l'analyseur de réseau pour une fréquence de modulation de l'ordre de $3\omega_s$. L'alimentation ne tient pas une telle amplitude à cette fréquence, les dispositifs de sécurité coupent l'alimentation générale de la cavité à un niveau bien plus bas à environ -29 dB, ce qui équivaut à 2° . Ceci étant nettement insuffisant, nous ne pouvons donc pas tester cette résonance expérimentalement.

Par ailleurs, afin de mesurer l'effet de la résonance $1/2$ sur un faisceau, il est préférable, expérimentalement, de commencer en appliquant la modulation d'amplitude H.F. sur un seul paquet. De plus, pour simplifier les expériences, un paquet plat est demandé au moment de l'injection. Ce type de paquet possède une assez mauvaise durée de vie, contrairement à un paquet rond, et par conséquent, il est idéal pour l'application des modulations d'amplitude. L'augmentation de la durée de vie sera ainsi nettement plus perceptible.

Au cours des expériences, plusieurs systèmes sont mis en place afin de suivre l'évolution du paquet en présence de la résonance $1/2$, pour chaque type d'excitation qui lui est imposée :

- on mesure sa distribution longitudinale par la caméra à double balayage de fente,
- on évalue directement la durée de vie du paquet, fournie par la salle de contrôle,

- on visualise la réponse fréquentielle de la cavité, donnée par un analyseur de réseau, pour contrôler l'excitation appliquée.

La valeur de la distribution longitudinale du paquet d'électrons de SuperAco consiste à mesurer la durée de l'impulsion lumineuse émise par le paquet, dans un aimant de courbure, et transportée par miroirs jusqu'à la caméra. La figure 5.9 présente le schéma complet de l'anneau SuperAco. Le principe de cette caméra est expliqué dans la section suivante 5.3 (elle est située dans la cabane du LEL en sortie de l'aimant).

5.3 Principe des mesures temporelles

Pour des études de dynamique, une caméra à double balayage de fente s'impose. Une caméra de ce type est installée sur SuperAco ; c'est une caméra Hamamatsu C5680. L'impulsion de lumière incidente est focalisée sur un trou d'entrée dont le diamètre peut être choisi parmi trois tailles différentes : 10 μm , 30 μm et 100 μm . Une photo-cathode, en MgF_2 , convertit la lumière en une densité électronique proportionnelle à son intensité. Le paquet d'électrons est ensuite dévié verticalement par une paire d'électrodes portées à un haut voltage à la fréquence H.F. de 100 MHz. La distribution verticale est amplifiée par un passage dans des galettes de micro-canaux, puis elle frappe un écran au phosphore qui la convertit en impulsion lumineuse. Son image est ensuite mesurée par une caméra CCD.

Une seconde paire d'électrodes fournit une rampe de balayage lent qui décale les impulsions successivement sur l'écran de la CCD, dans la direction perpendiculaire au balayage rapide. Par conséquent, la caméra peut enregistrer l'évolution de la distribution longitudinale d'une impulsion très courte, en fonction du temps choisi parmi les durées d'acquisitions disponibles (entre 100 ns et 1 s). Quant au balayage rapide, quatre durées d'acquisition sont disponibles : 125 ps, 800 ps, 1,2 ns et 1,7 ns. Pour nos expériences, nous utilisons un balayage rapide à 1,7 ns et un balayage lent à 200 μs .

Le balayage rapide est calé sur la sinusoïde 100 MHz et la synchronisation avec le paquet est assurée en retardant le signal grâce à une boîte à retard. Le balayage lent doit être aussi synchronisé, car les impulsions sont mesurées individuellement. Pour cette synchronisation, un signal à la fréquence de révolution du paquet est utilisé. Un retard est introduit entre le signal de déclenchement du balayage de la caméra et l'acquisition par ordinateur. Le pilotage de la caméra et l'acquisition des images se font grâce à un logiciel

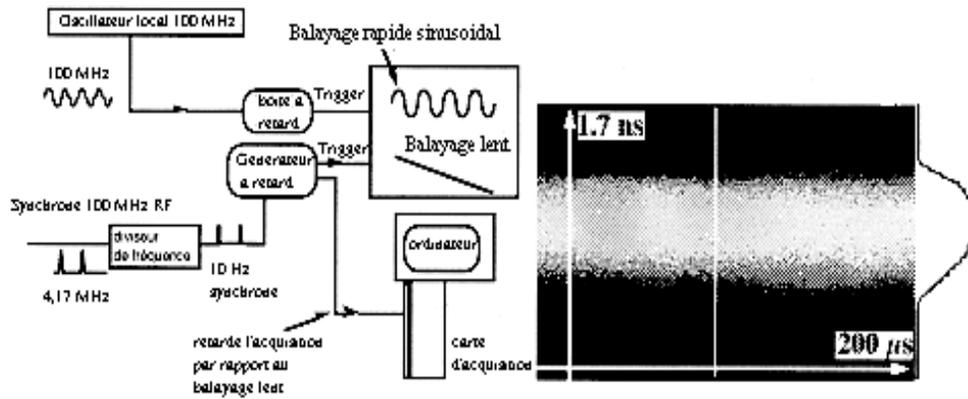
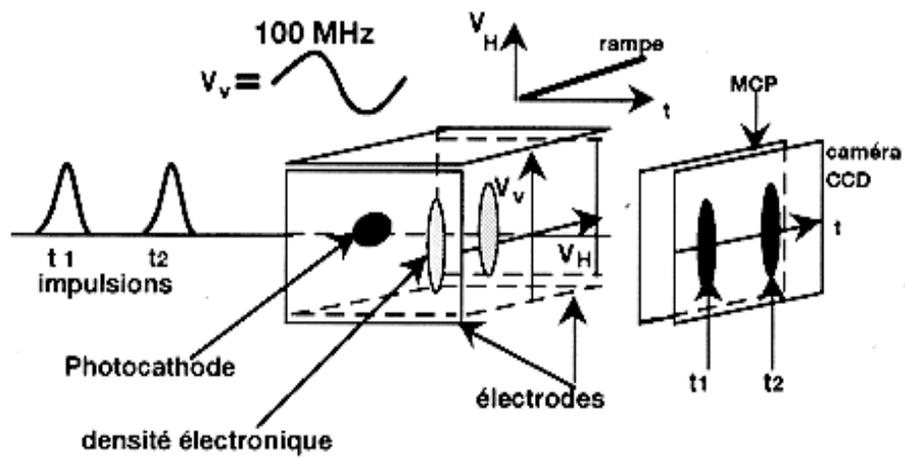


FIG. 5.11 – Schéma du principe de la caméra à double balayage de fente

fourni avec la caméra. Les images sont enregistrées une à une en statique (position photo), mais il est possible aussi de visualiser le paquet en dynamique (position film). Le logiciel affiche le profil longitudinal du paquet. L'intensité du paquet est donnée par une gamme de couleurs allant du bleu foncé pour les parties les moins denses au orangé-rouge pour les parties les plus denses. Le schéma de l'ensemble du dispositif, caméra et acquisition, est montré sur la figure 5.11.

La résolution de la caméra est de 2 ps alors que la longueur du paquet de SuperAco, à courant nul, est de 81,5 ps. La résolution est négligeable par rapport à la taille du paquet et on considère que les acquisitions ultérieures seront très fiables.

5.4 Evolution de la distribution longitudinale des particules en présence de la résonance 1/2

5.4.1 Observations du profil du paquet à faible courant

Dans cette première étude expérimentale, on injecte un paquet à faible courant : on choisit 14 mA. Le spectre fréquentiel de ce paquet, observé sur une électrode type bouton autour de la douzième harmonique de la fréquence H.F., est donné par l'analyseur de réseau (figure 5.12). On distingue le pic principal de la H.F. ainsi que les deux pics d'oscillation dipolaire à la fréquence de ± 15 MHz. L'image du paquet, sans modulation, et sa distribution longitudinale sont présentées figure 5.13. A cette valeur de courant, le paquet se trouve sous le seuil des oscillations quadripolaires, donc il subit uniquement les oscillations dipolaires. Ces dernières ne sont pas visibles sur cette image, car elles ont une amplitude trop faible pour que l'on puisse distinguer un déplacement du barycentre du paquet. Sans modulation, on mesure un paquet de «longueur totale» égale à 600 ps, de largeur à mi-hauteur σ_s égale à 130,7 ps et la durée de vie τ_T , donnée en salle de contrôle, est égale à 3,8 h. On remarque que le paquet est assymétrique du fait de l'impédance large-bande.

On applique maintenant la modulation d'amplitude H.F. à la résonance 1/2. On cherche tout d'abord l'amplitude de modulation seuil qui va permettre de déclencher l'excitation de la résonance. On détermine une amplitude A_m égale à 2,4%. On fixe à présent A_m et on fait croître lentement la fréquence de modulation ω_m de 28 kHz jusqu'à la valeur approximative de $2\omega_s$ avec ω_s égale à environ 15,0 kHz. Quand ω_m atteint 29,560 kHz, on constate une séparation en deux paquets bien distincts qui effectuent chacun une oscillation dipolaire. D'après l'image de la figure 5.14 : les deux paquets oscillent et les croisements des paquets se font à des positions différentes, car les micro-paquets ne sont pas symétriques par rapport au centre dans l'espace des phases. A ce moment de l'expérience, on note une durée de vie τ_T comprise entre 4h et 5h.

Lorsque les paquets se croisent, l'image à la caméra CCD est marquée par une tache beaucoup plus lumineuse. Le croisement s'effectue à une position de 550 ps puis à une position de 900 ps (figure 5.14). D'autre part, la distance maximale entre les deux barycentres est de 700 ps environ. La largeur totale à mi-hauteur est égale à 330 ps, soit plus de deux fois la largeur du paquet initial sans modulation. La longueur totale des deux paquets, lorsqu'ils sont séparés au maximum, est de 1250 ps.

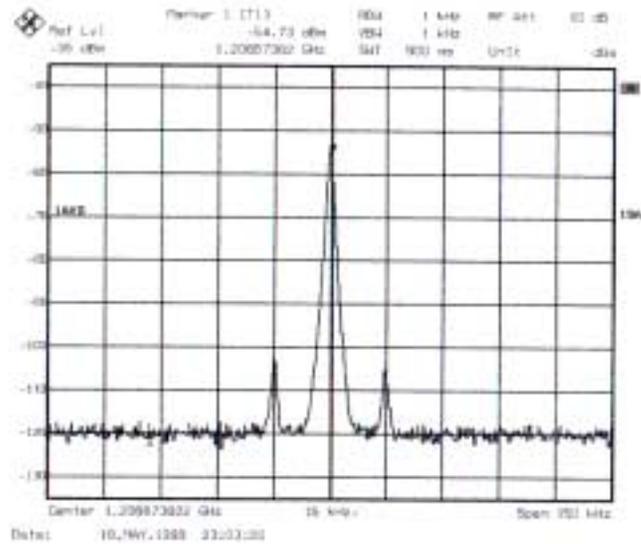
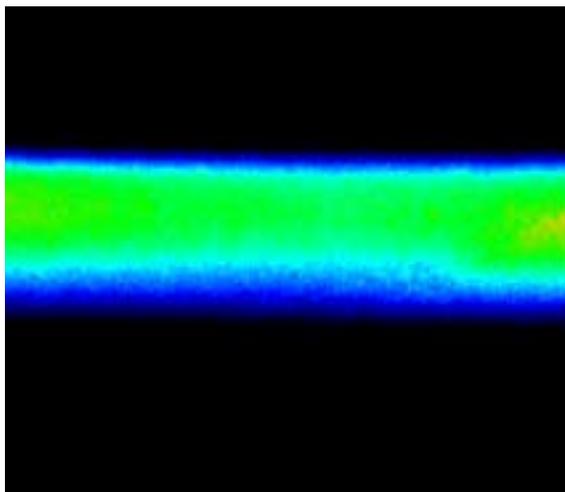
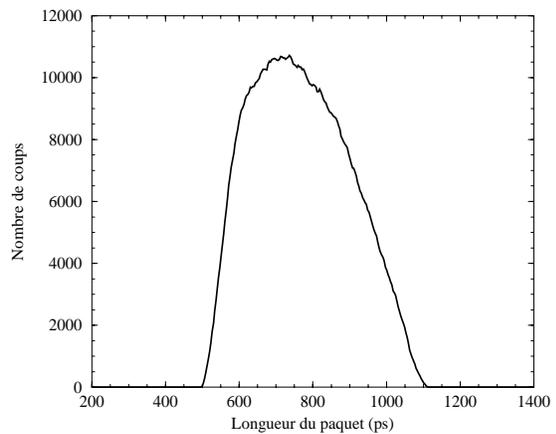


FIG. 5.12 – Spectre fréquentiel du paquet à un courant de 14 mA : pic principal à la fréquence de la H.F. et pics de l'oscillation dipolaire à 15 kHz



(a) image de la caméra CCD



(b) profil longitudinal

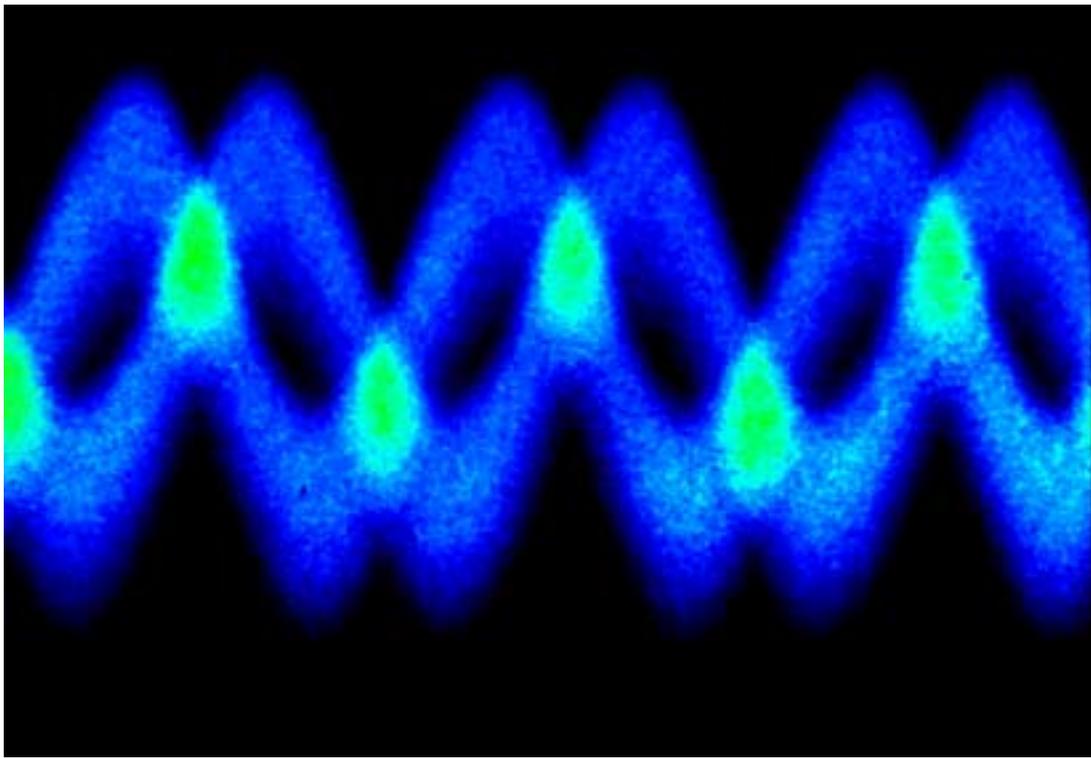
FIG. 5.13 – Image et profil longitudinal du paquet de 14 mA sans modulation

Lorsque la fréquence de modulation continue à croître au-delà de 29,560 kHz, les oscillations diminuent et les deux paquets se rapprochent du centre de l'image pour n'en former à nouveau plus qu'un avec ω_m égale à 29,63 kHz (figure 5.15). On distingue alors parfaitement une oscillation dipolaire du barycentre du paquet unique : celle-ci a une amplitude de 150 ps. La largeur à mi-hauteur du paquet formé est alors de 150 ps (à peu près le σ_s du paquet initial) et sa longueur totale de 600 ps. On retrouve donc bien les caractéristiques du paquet non perturbé, mais qui effectue des oscillations dipolaires faibles du fait de l'excitation au-delà de la résonance 1/2. Au passage de la résonance, on a noté un doublement de la durée de vie, qui passe de 8h à 9h.

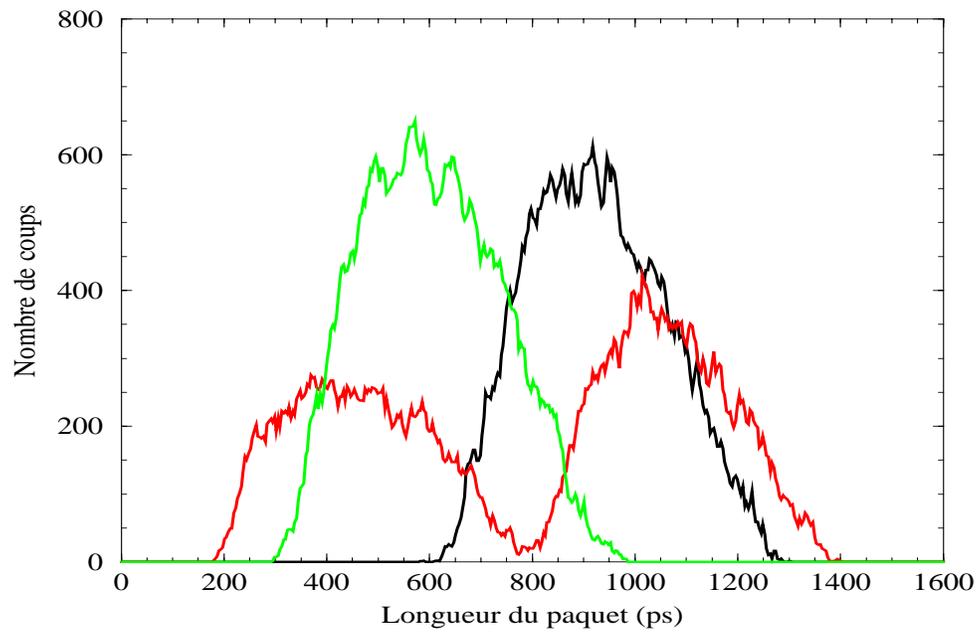
Par contre, lorsque l'on effectue l'expérience dans l'autre sens, en faisant décroître la fréquence d'excitation (avec A_m égale à 2%), on constate que les deux paquets se reforment aux environs de 29,340 kHz avec une amplitude d'oscillation un peu plus grande que celle créée par les valeurs de ω_m croissantes (figure 5.16-(a)). On constate que les paquets oscillent pratiquement en opposition de phase. Cette fois-ci, l'excursion maximale des barycentres des deux paquets est de 1160 ps et la longueur totale d'environ 1650 ps (figure 5.16-(b)). La largeur à mi-hauteur est supérieure à 570 ps. On note une durée de vie très importante qui atteint 12,3h, soit un gain d'un facteur pratiquement égal à 4.

Si on continue à diminuer la fréquence d'excitation, les amplitudes d'oscillation des paquets ne diminuent pas et on ne récupère plus le paquet dans son état initial. La durée de vie diminue pour se stabiliser vers 8h ou 9h. Le seul moyen de stopper ces oscillations est d'annuler totalement l'amplitude de modulation A_m . On repère donc un phénomène d'hystérésis tout à fait intéressant, d'autant plus que ce phénomène a été prédit par les simulations de la sous-section 5.1.3.

En conclusion, on estime que situation la plus intéressante, pour les utilisateurs, est celle obtenue pour une excitation proche de 29,63 kHz, dans laquelle on pourrait n'avoir pratiquement qu'une oscillation dipolaire d'un paquet allongé et on pourrait alors s'attendre, au moins, à un doublement de la durée de vie.

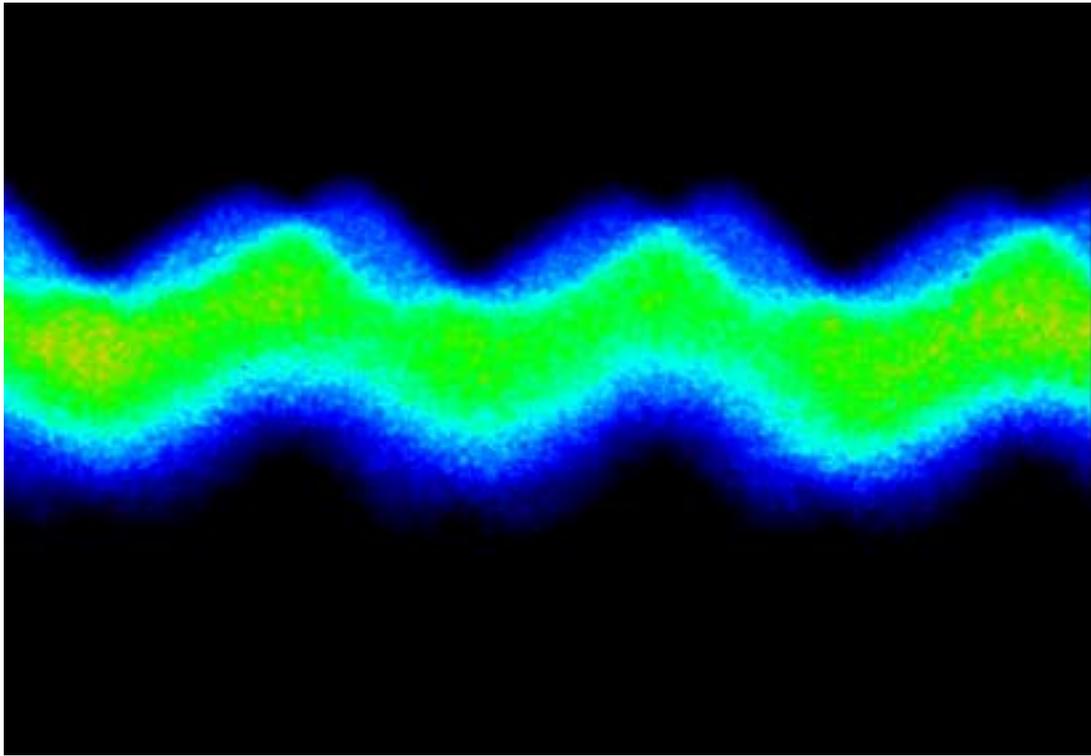


(a) image de la caméra CCD

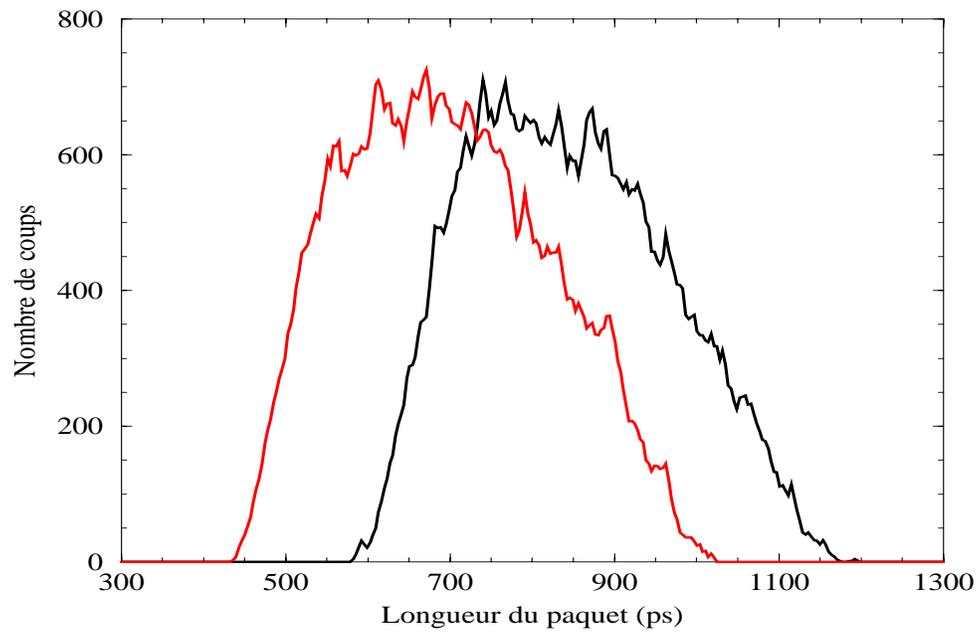


(b) profil longitudinal

FIG. 5.14 – Image et profil longitudinal du paquet initial de 14 mA : observation d'oscillations dipolaires de deux paquets

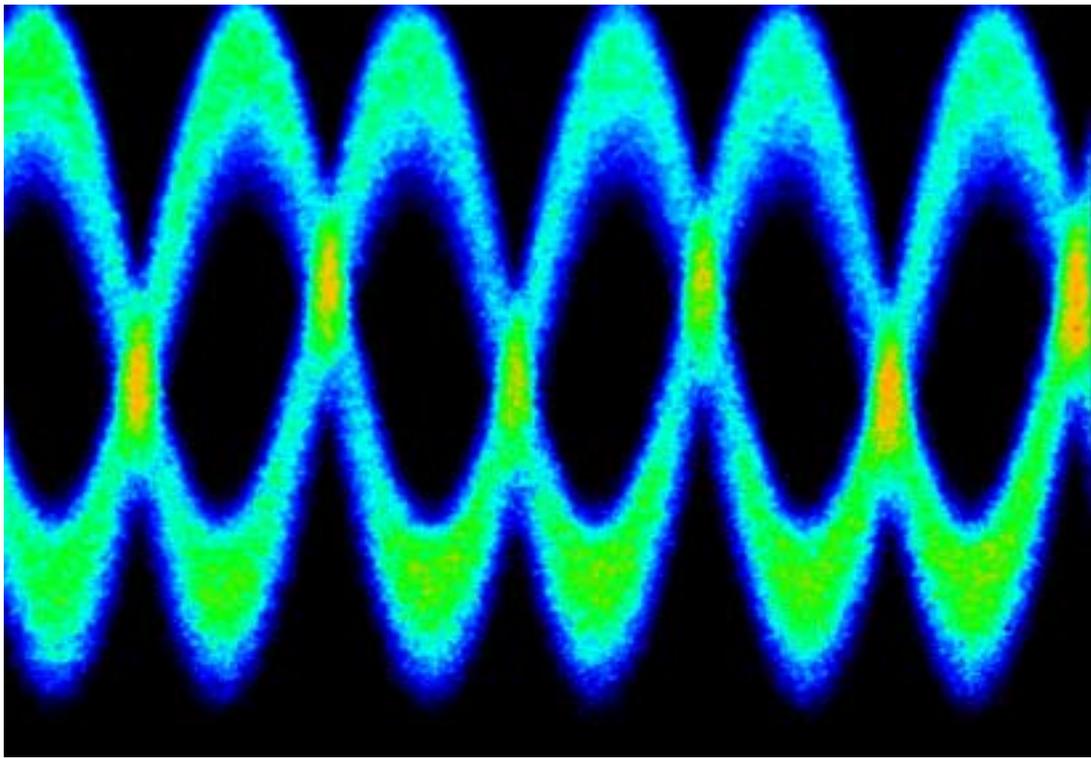


(a) image de la caméra CCD

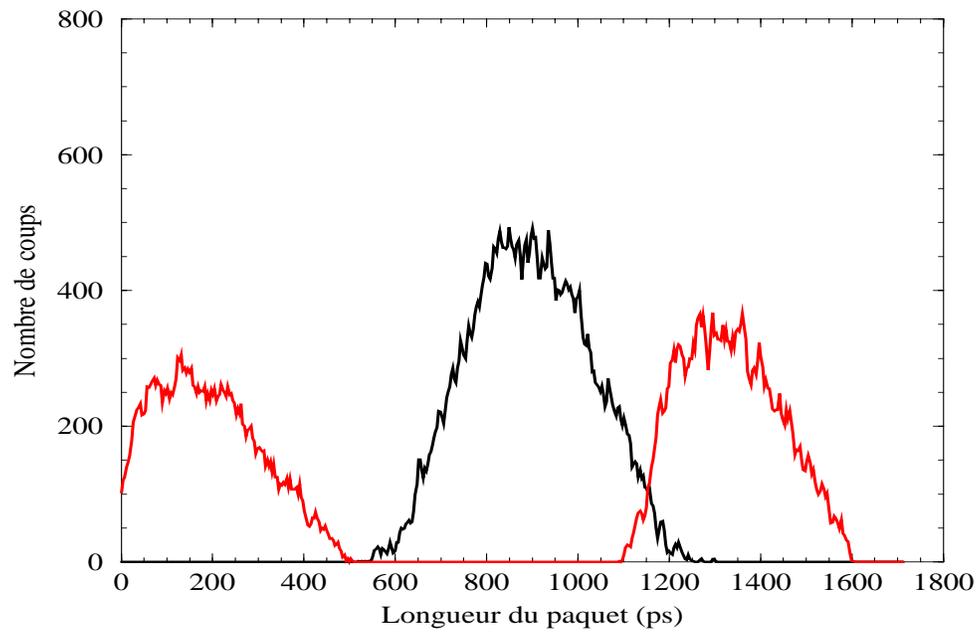


(b) profil longitudinal

FIG. 5.15 – Image et profil longitudinal du paquet de 14 mA : observation de l'oscillation dipolaire d'un seul paquet



(a) image de la caméra CCD



(b) profil longitudinal

FIG. 5.16 – Image et profil longitudinal initial du paquet de 14 mA : observation de larges oscillations dipolaires de deux paquets

5.4.2 Observations du profil du paquet à fort courant

On demande cette fois-ci un courant à l'injection de 48,2 mA, afin de pouvoir étudier le comportement du paquet plus fortement chargé en présence de la résonance 1/2. Nous savons que pour un tel courant, sans modulation, le paquet subit des oscillations quadripolaires, dont le seuil est à 25 mA. Le spectre fréquentiel de la figure 5.17 nous montre de nombreux pics d'oscillations dont principalement les dipolaires à 15 kHz et les quadripolaires à 27,45 kHz. L'image de la caméra CCD, (figure 5.18-(a)), montre l'effet typique d'une oscillation quadripolaire avec la variation de l'enveloppe du paquet au cours du temps. Ceci est encore plus évident sur l'image du profil du paquet montré par la figure 5.18-(b). Au cours de cette oscillation, la largeur à mi-hauteur du paquet passe de 177 ps à 220 ps et la longueur totale du paquet subit une variation de 850 ps à 1025 ps. La durée de vie τ_T est égale à 2,7 h.

Comme dans l'expérience précédente, on commence à faire croître la fréquence de modulation progressivement avec une amplitude de modulation fixée à 2%. Lorsque ω_m atteint 28,17 kHz, on constate une séparation en trois paquets (la fréquence de séparation des paquets est, dans ce cas présent, plus faible que celle à bas courant). Les figures 5.19, 5.20 et 5.21 représentent les images de ce phénomène vu à la caméra CCD ainsi que les profils longitudinaux associés. Les oscillations sont tellement amples que l'on a séparé les images de trois manières : la partie centrale du phénomène à trois paquets (figure 5.19), la partie inférieure (figure 5.20) et la partie supérieure (figure 5.21). La durée de vie passe à 9 heures, ce qui est supérieur d'un facteur 3, par rapport à la durée de vie initiale.

On constate sur la figure 5.19, que le paquet central effectue une oscillation dipolaire de faible amplitude tandis que les deux autres paquets subissent une oscillation dipolaire de très large amplitude, qui sort du cadre des 1,7 ns de la caméra. Le barycentre du paquet centré est à 900 ps avec une largeur à mi-hauteur σ égale à 368 ps (courbe en noir de la figure 5.19 -(b)). Les deux autres profils débutent à peine sur cette figure. De plus, la courbe rouge représente le profil à l'instant du croisement des trois paquets : on visualise une forme plutôt confuse sur laquelle on distingue vaguement les trois paquets sur le point de se croiser.

La figure 5.20 permet l'étude plus précise du phénomène, car elle se concentre exclusivement sur la partie basse de l'image où l'on distingue les paquets central et inférieur. La

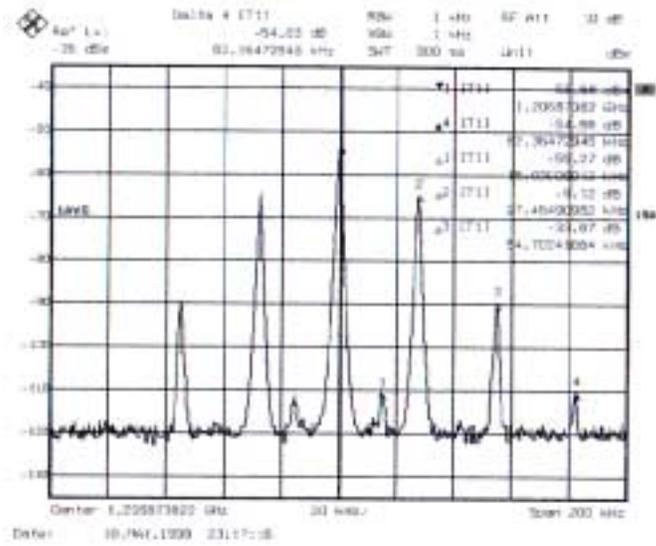
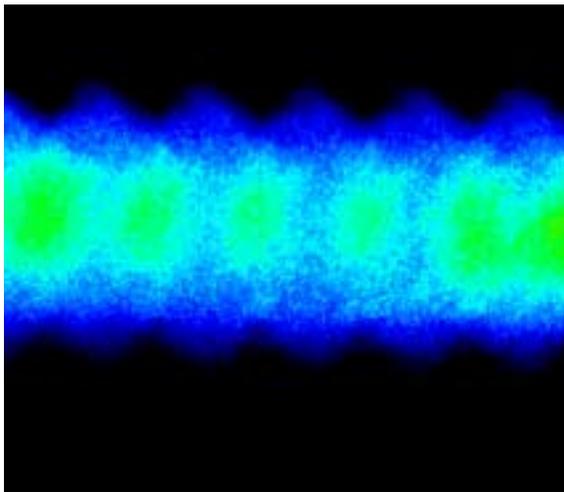
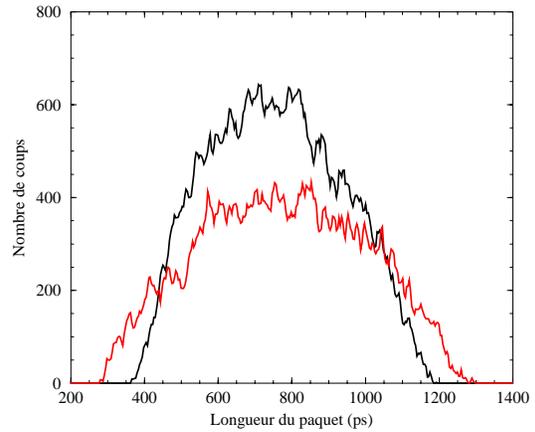


FIG. 5.17 – Spectre fréquentiel du paquet à un courant de 46 mA : pic principal de la H.F. et pics des oscillations dipolaires et quadripolaires

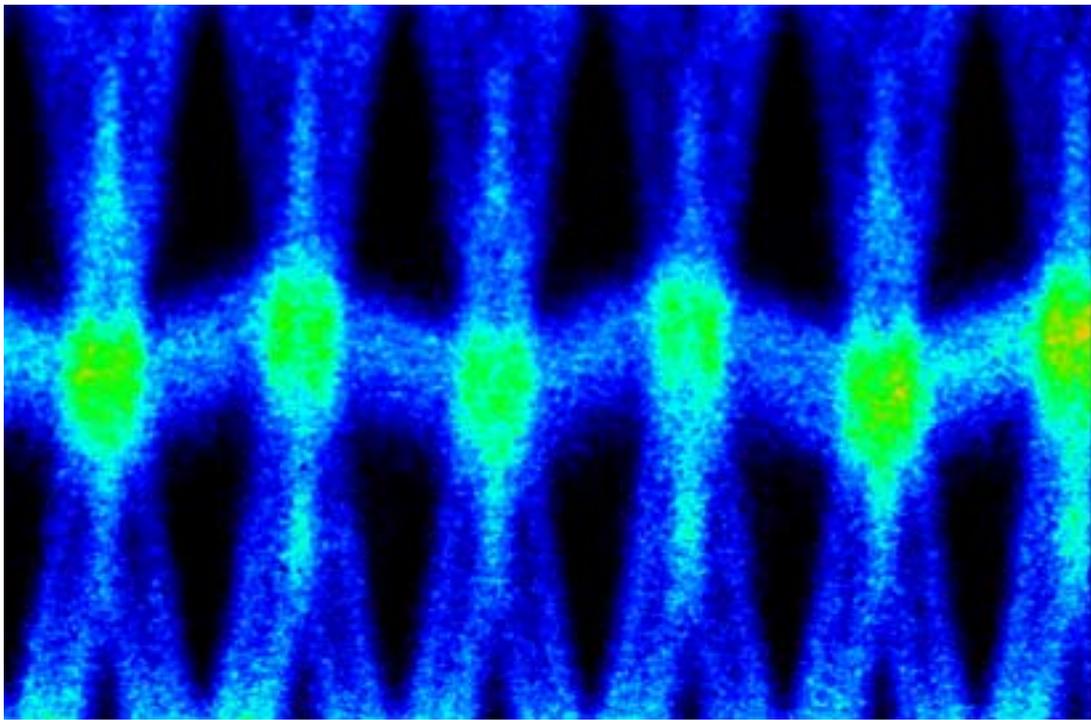


(a) image de la caméra CCD

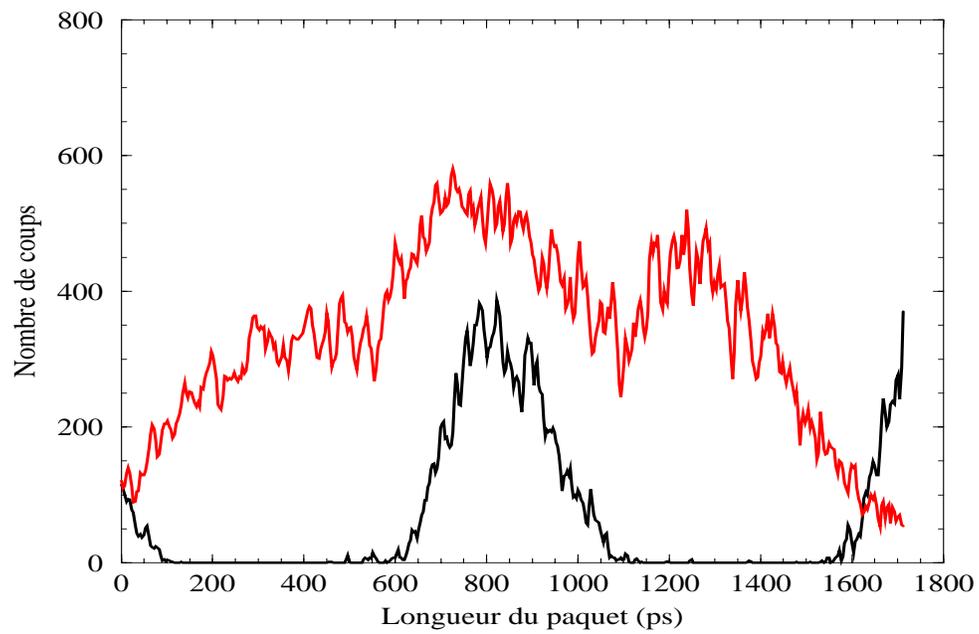


(b) profil longitudinal

FIG. 5.18 – Image et profil longitudinal du paquet de 46 mA sans modulation : existence des oscillations quadripolaires

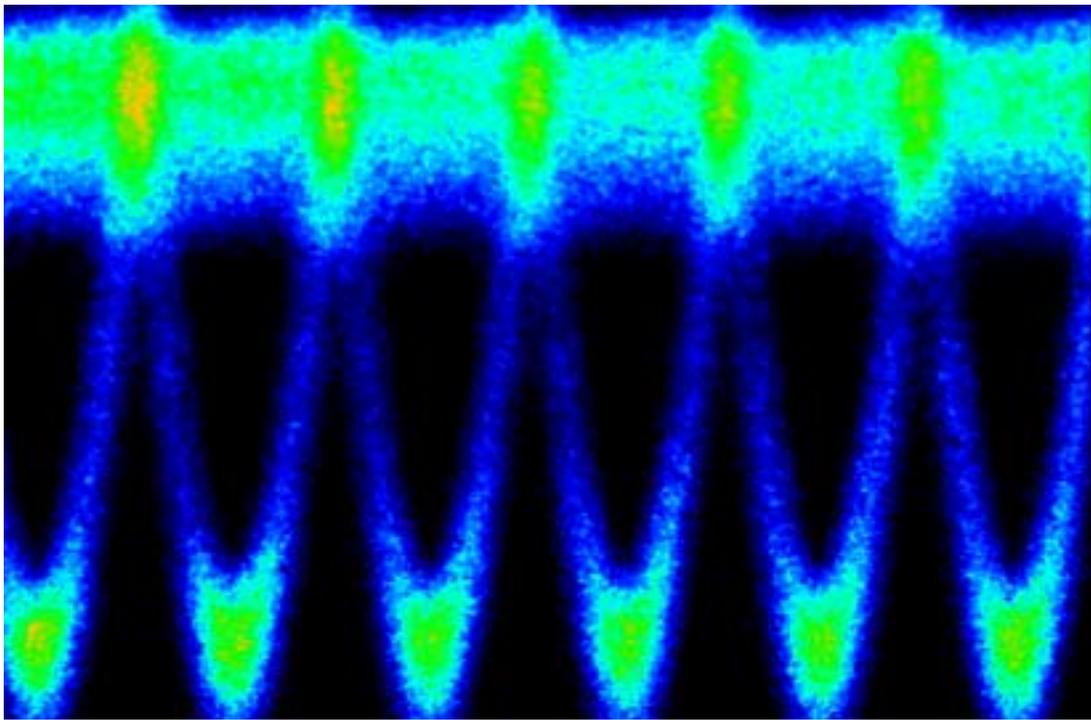


(a) image de la caméra CCD

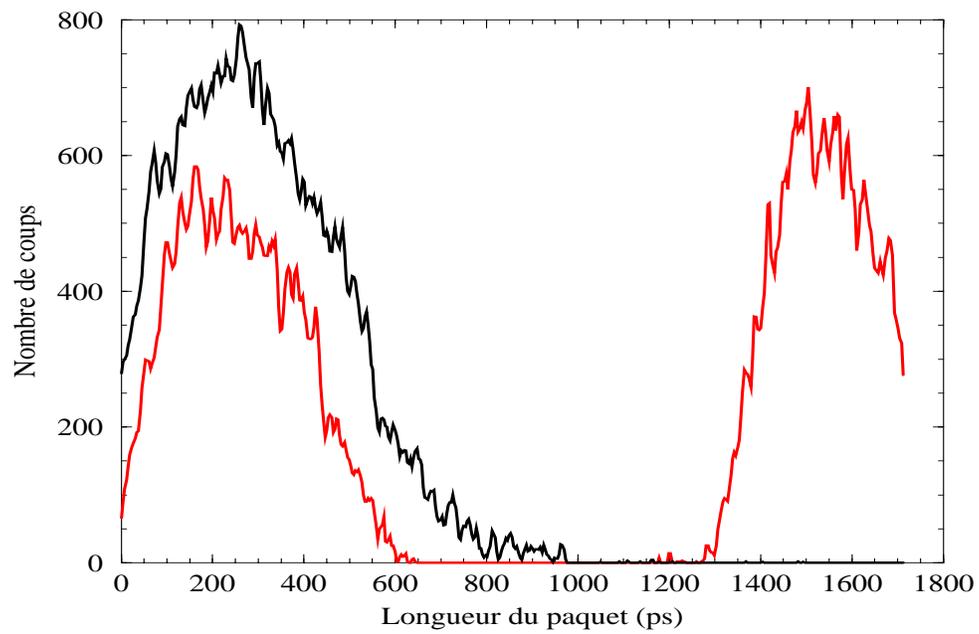


(b) profil longitudinal

FIG. 5.19 – Image et profil longitudinal du paquet initial de 40 mA : observation de très larges oscillations dipolaires de trois paquets



(a) image de la caméra CCD



(b) profil longitudinal

FIG. 5.20 – Image et profil longitudinal du paquet initial de 40 mA : observation d'oscillations dipolaires du paquet «central» et du paquet «inférieur»

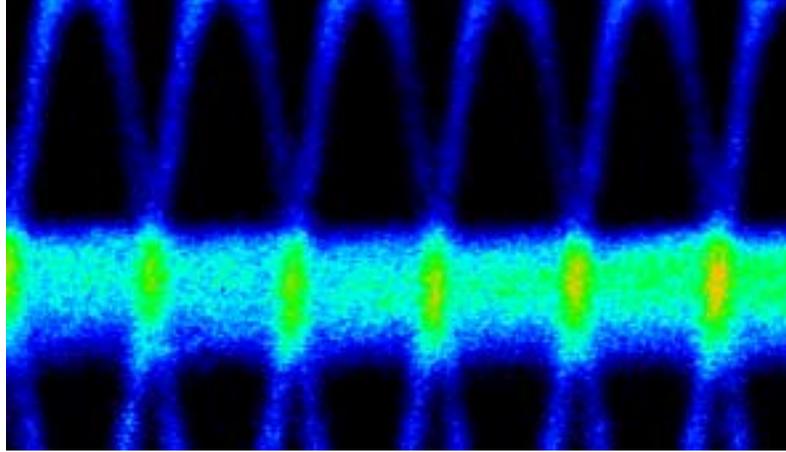


FIG. 5.21 – Image du paquet initial de 40 mA : observation d’oscillations dipolaires du paquet «central» et du paquet «supérieur»

figure 5.20-(b) montre le profil de ces deux paquets bien distincts (courbe rouge) et les deux paquets superposés au moment du croisement (courbe noire). On localise les barycentres des paquets à 250 ps et à 1550 ps, ce qui représente une séparation de 1300 ps entre les centres de ces deux paquets. De plus, la longueur totale est de 1700 ps (toute la largeur de l’image). Si on ajoute à cela la partie supérieure avec le troisième paquet, on trouve une longueur totale d’environ 2800 ps, ce qui représente un facteur supérieur à 3 sur la longueur par rapport au paquet à l’état initial. La largeur à mi-hauteur σ_s n’a pas pu être calculée dans cette situation, mais une estimation donne σ_s supérieure à 900 ps, alors qu’elle n’était que de 220 ps sans modulation, on a donc un gain de pratiquement 5 sur σ_s .

Le phénomène d’hystérésis, observé à bas courant, est également observé à fort courant. En effet, lorsque l’on continue d’augmenter la fréquence de modulation au-delà de 29,0 kHz, les oscillations de large amplitude diminuent et on retrouve le paquet initial non perturbé avec ses oscillations quadripolaires. Par contre, lorsqu’on fait décroître la fréquence d’excitation, la structure en trois micro-paquets réapparaît dès 28,39 kHz et rien ne peut faire diminuer leurs larges oscillations. On a même observé une image où l’on ne distinguait plus que le paquet central, les croisements et les traces des oscillations dipolaires des deux autres étaient à peine visibles. On a donc un phénomène divergent qui conduit à la perte du faisceau, ce qui était exactement prédit par les simulations de la sous-section 5.1.3.

Mais, finalement, cette excitation à fort courant est trop perturbatrice pour être appliquée en condition habituelle de fonctionnement.

5.5 Conclusion et perspectives

Les résultats des mesures faites sur SuperAco, ainsi que ceux issus de simulations sont récapitulés dans le tableau 5.1, pour le paquet à faible courant, et dans le tableau 5.2, pour celui à fort courant. On constate que malgré des différences notables sur les valeurs des paramètres de modulation, tous les effets marquants, mis à jour en simulation, ont été observés expérimentalement :

- l’existence d’un seuil sur l’amplitude de modulation pour le déclenchement de la résonance 1/2 sur le paquet, quel que soit le courant (10% en simulation et 2% expérimentalement),
- la séparation en deux micro-paquets à faible courant,
- la séparation en trois micro-paquets à fort courant,
- le phénomène d’hystérésis quel que soit le courant,
- dans le but d’obtenir la séparation en micro-paquets, pour une même amplitude de modulation, la fréquence de modulation doit diminuer quand le courant par paquet augmente ; on a ω_m/ω_s égal à 1,90 à fort courant, et ω_m/ω_s égal à 1,95 à faible courant (valeurs des rapports obtenus en simulations).

Dans l’ensemble, on peut dire que le résonateur large-bande, optimisé section 5.1.1, reproduit fidèlement les conditions d’impédance expérimentale de l’anneau. Les mesures sont en bon accord avec les simulations grâce à ce modèle. D’autres résonateurs modifient les propriétés discutées précédemment, mais ne permettent pas de se rapprocher davantage des paramètres de modulation expérimentaux.

Maintenant que les effets de la résonance 1/2 sont bien compris sur SuperAco avec un seul paquet, on envisage bien évidemment de reproduire cette expérience dans les conditions de fonctionnement haute brillance, demandée par les utilisateurs. En particulier, il serait souhaitable de rechercher l’allongement sans formation de micro-paquets (ou à défaut, des micro-paquets allongés peu éloignés). Dans ce cas, les simulations restent identiques à celles présentées dans les sous-sections 5.1.2 et 5.1.3, car elles ne donnent de résultats que pour un seul paquet de l’anneau. Par contre on s’attend expérimentalement à un comportement un peu différent, mais on espère avant tout un gain important sur la durée de vie du faisceau. Avec un seul paquet, on est parvenu à un gain de 3 ou 4 sur cette durée de vie, quel que soit le courant étudié.

	mesures sans modulation	mesures $A_m = 2\%$ $\omega_m/\omega_s = 2,055$	simulations $A_m = 10\%$ $\omega_m/\omega_s = 1,95$
Position des barycentres (ps)	768	150, 1350	150, 1700
Largeur à mi-hauteur (ps) σ	130	570	890
Extension totale des paquets (ps)	600	1650	2770
durée de vie (h.) τ_T	3,8	12	—
Hystérésis	—	oui	oui

TAB. 5.1 – Récapitulatif des caractéristiques d'un paquet de 10 mA en présence de la résonance 1/2

	mesures sans modulation	mesures $A_m = 2\%$ $\omega_m/\omega_s = 1,958$	simulations $A_m = 10\%$ $\omega_m/\omega_s = 1,90$
Position des barycentres (ps)	760	250, 1550, 2400	250, 1720, 2700
Largeur à mi-hauteur (ps) σ	220	> 650	1140
Extension totale des paquets (ps)	1025	≈ 2800	3750
durée de vie (h.) τ_T	2,7	9	—
Hystérésis	—	oui	oui

TAB. 5.2 – Récapitulatif des caractéristiques d'un paquet de 40 mA en présence de la résonance 1/2

D'autre part, au cours des expériences à fort courant, il semble que les oscillations dipolaires des trois paquets aient provoqué une augmentation de la taille verticale σ_z , de 155 μm sans modulation à 324 μm à la résonance. Ceci provoque sans aucun doute une augmentation de la durée de vie (l'accroissement de σ_z s'accompagne d'une diminution de la densité), et donc forcément une perte en brillance. C'est une question importante qui doit être réexaminer. Une autre expérience est donc nécessaire à l'étude de ce comportement, s'il se confirme. Des systèmes de mesures sur l'axe vertical doivent être mis en place, pour une prochaine expérience, afin de contrôler ce phénomène qui paraît lié à l'application de la résonance 1/2 sur un paquet fortement chargé.

Conclusion

Une longue campagne d'expériences et de nombreuses simulations, effectuées sur le prototype des cavités de SOLEIL, ont permis, d'une part, d'optimiser l'ensemble formé par les cavités, les tubes-faisceaux, les coupleurs dipolaires et monopolaires et, d'autre part, d'atteindre des amortissements des modes perturbateurs très confortables (avec un facteur de sécurité de 6 et 10 sur l'amortissement respectif des modes supérieurs dipolaires et monopolaires). On a atteint l'objectif qui était de diminuer au maximum les impédances des modes supérieurs, sources d'instabilités multi-paquets. Les cavités supraconductrices finales, dont le montage est en cours au CERN, vont être mesurées en puissance très prochainement.

D'autre part, les calculs, effectués sur des paquets non rigides, révèlent l'existence de plusieurs modes azimutaux instables, ainsi qu'un grand nombre de modes d'oscillation de paquets couplés. Cependant, l'ajustement de la chromaticité de la machine à une valeur légèrement positive devrait supprimer l'excitation des modes «tête-queue». Enfin, on estime qu'un système de contre-réaction transverse est indispensable sur ce genre de machine. Il devrait être capable d'amortir les modes instables restants, avec une bande-passante raisonnable de l'ordre de 20 MHz. Les instabilités multi-paquets (dans l'approximation de paquets rigides ou non) sont à présent quasiment toutes éliminées.

L'instabilité du type Robinson sur le mode fondamental est caractéristique des cavités supraconductrices. L'analyse fréquentielle de l'interaction faisceau-cavité a permis de comprendre les variations des zones de stabilité avec et sans système de contre-réaction. On propose pour Soleil, ou pour tout autre machine de troisième génération, un système de stabilisation à deux boucles rapides en phase et en amplitude sur la cavité. Ce système a été testé, par simulation, en présence de fluctuations importantes dues à des perturbations extérieures comme un trou dans le train des paquets, l'injection et les vibrations microphoniques. Dans le cas d'une source alimentant plusieurs cavités, le seul point délicat d'un tel système réside dans la calibration en phase et en amplitude pour la reconstruction

du vecteur somme en sortie des cavités. Un réglage final avec faisceau est par conséquent indispensable.

Dans le but d'atteindre une très grande brillance, avec une excellente durée de vie, les sources de rayonnement synchrotron fonctionnent avec des paquets de plus en plus intenses et de très faibles émittances. Cependant, une forte densité locale de particules dans un paquet a tendance à augmenter l'effet Touschek (collisions e^-, e^-) et par conséquent, la durée de vie diminue. Un remède intéressant consiste à créer une résonance paire ou impaire de manière à déformer le paquet d'électrons dans l'espace longitudinal, réduisant ainsi la densité locale et donc la probabilité de collisions internes.

Une des possibilités est de provoquer une modulation de phase H.F. qui fait intervenir les résonances impaires. Une analyse complète et minutieuse des caractéristiques de ce type de résonances a permis de bien comprendre leurs effets sur le faisceau. Avec les paramètres adéquats, la méthode de modulation de phase H.F. permet d'élargir l'espace des phases par la création d'îlots (dans le cas de la résonance 1/3). Cependant, la dispersion en énergie est amplifiée par le même facteur que celui qui accroît la longueur des paquets. Par ailleurs, l'effet combiné de la résonance 1/3 et du rayonnement synchrotron est étudié pour la première fois ; on démontre que le rayonnement synchrotron peut empêcher la formation d'îlots dans certains cas et ceci est prédit par un critère portant sur le minimum de temps d'amortissement requis. De plus, la modulation adiabatique proposée semble prometteuse en vue d'un gain supplémentaire en ce qui concerne la durée de vie. Il faut ajouter enfin que cette méthode est très simple à mettre en place (un câble coaxial et un générateur pour induire la modulation), et peu coûteuse, comparée à l'installation d'une cavité harmonique sur un anneau.

L'autre possibilité, en vue d'augmenter la durée de vie Touschek, est l'excitation de la résonance paire 1/2, par modulation d'amplitude H.F. Le faisceau peut alors avoir des comportements très différents selon les paramètres de modulation : on peut former des micro-paquets en forme d'anneaux ou pleins dans l'espace des phases, ou bien créer un faisceau plat. Les nombreuses simulations laissent espérer un bon facteur sur la durée de vie, malheureusement au détriment de la dispersion en énergie. De plus, un phénomène de bifurcation divergent est mis en évidence, ce qui est tout à fait nouveau avec ce type de résonances.

Les expériences sur SuperAco ont permis de valider le traitement des résonances paires. En effet, les simulations, adaptées à cette machine avec l'apport d'un modèle très optimisé

d'impédance, a permis de confirmer les observations du faisceau, faites avec la caméra à double balayage de fente. On a montré que, d'une part, les simulations sont fiables et que, d'autre part, la résonance $1/2$ permet d'augmenter considérablement la durée de vie (un facteur 4 a été atteint à faible courant par paquet). Cependant, on sait que le gain sur l'allongement des paquets se fait au détriment de la dispersion en énergie ; on s'attend à une diminution de la brillance, mais l'étude expérimentale de cet effet n'est pas encore faite.

En résumé, les résultats obtenus sur l'amortissement des instabilités multi-paquets apparaissent très satisfaisants. La démarche et les analyses effectuées sont applicables à n'importe quelle source de rayonnement synchrotron de troisième génération ainsi qu'aux anneaux de collisions utilisant un système H.F. supraconducteur.

De plus, l'excitation de résonances par le système H.F. semble intéressante pour l'augmentation de la durée de vie, mais aux dépens de la dispersion en énergie du faisceau, ce qui affecte malheureusement la brillance. Les premières expériences sur SuperAco sont prometteuses et nous espérons pouvoir les étendre dans les conditions de fonctionnement multi-paquets pour les utilisateurs.

Bibliographie

- [1] Groupe de projet SOLEIL, *Rapport d'avant projet détaillé de SOLEIL*, Juin 1999.
- [2] J.L. Laclare, *Light source performance achievements*, Proc. of the European Particle Accelerator Conf., Stockholm, Suède (1998).
- [3] A. Mosnier, *Cures of coupled-bunch instabilities*, SOLEIL Report 99-3 (1999).
- [4] L. Palumbo, *Wakefields and Impedances*, Proceeding of CAS Rhodes, CERN 95-06 vol.I (1995), p.331.
- [5] P.B. Wilson, *Introduction to Wakefields and Wake Potentiels*, SLAC-PUB 4547, Stanford University California 94309 (1989).
- [6] A. Hoffmann, *Beam Instabilities*, Proceeding of CAS Rhodes, CERN 95-06 vol.I (1995), p.307.
- [7] F. Pedersen, *Multi-bunch Instabilities in Factories with $e+e-$ rings*, Lecture Notes in Physics, 425 Springer Verlag (1994), p.269.
- [8] J.M. Byrd, *Study of Coupled Bunch Collective Effects in the ALS*, LBL Berkeley, CA 94720 USA (1994).
- [9] A. Mosnier and al., *Design of a Heavily Damped Superconducting Cavity for SOLEIL*, Proc. of the Particle Accelerator Conference, Vancouver, Canada (1997).
- [10] F. Orsini, *Etude des instabilités multi-paquets dans l'anneau SOLEIL*, Rapport de stage de DEA, DAPNIA/SEA-97-11, France (1997).
- [11] Ph. Bernard et al., *Demontable E/H field HOM couplers for the Nb-Sputtered four-cells LEP Cavity*, Proc. of the 5th SRF Workshop, Hambourg, Allemagne (1991).
- [12] S. Chel et al., *Thermal tests of HOM couplers for SC cavities*, Proc. of the European Particle Accelerator Conf., Londres, Royaume-Uni (1995).
- [13] A. Mosnier, F. Orsini and al., *HOM Damping in SOLEIL Superconducting Cavity*, Proc. of the European Particle Accelerator Conf., Stockholm, Suède (1998).

- [14] F.J. Sacherer, *A longitudinal Stability Criterion for Bunched Beams*, Proc. of the 1977 Particle Accelerator Conf., IEEE NS 20-3 (1973), p.825.
- [15] B. Zotter, *Single Beam Collective Phenomena - Coasting Beams*, Proceeding of CAS Erice, Cern 77-13 (1977), p.175.
- [16] F. Sacherer, *Single Beam Collective Phenomena - Bunched Beams*, Proceeding of CAS Erice, Cern 77-13 (1977), p.198.
- [17] B. Zotter, *Longitudinal Stability of Bunched Beams*, CERN preprints, CERN SPS/81-18/19/20 (1981).
- [18] J.L. Laclare, *Bunched Beam coherent Instabilities*, Proceeding of CAS Oxford, CERN 87-03 vol.I (1987), p.264.
- [19] A. Mosnier, *Effets Collectifs dans l'anneau ALS II*, DPhN/AL 85-271, AM/lg vol.I et II (1985).
- [20] A. Mosnier and al., *General Layout of the SOLEIL SRF Unit*, Proc. of the 8th workshop on RF Superconductivity, Padova, Italy (1997).
- [21] J. Tückmantel et al., *Improvements to power couplers for the LEP2 SC Cavities*, Proc. of the Particle Accelerator Conf., Dallas, USA (1995).
- [22] J.L. Laclare, *Coasting beam longitudinal and transverse coherent instabilities*, Proceeding of CAS Jyväskylä, CERN 94-01 vol.I (1992), p.349.
- [23] R.L. Gluckstern, *Coupling Impedance in a elliptical beam pipe*, Physics Dept, University of Maryland, MD 20742 (1992).
- [24] E. Haebel, *Superconducting Cavity Matching and the Robinson Instability Limit*, CERN/EF/RF 89-02 (1989).
- [25] J.L. Laclare and al., *Status of the SOLEIL project*, Proc. of the Particle Accelerator Conf., Vancouver, Canada (1997).
- [26] D. Boussard, *Control of cavities with high beam loading*, IEEE Trans. Nucl. Sci. NS-32 (1985), p.1852.
- [27] K.W. Robinson, *Stability of beams in radiofrequency systems*, CEAL-100, Feb. (1964).
- [28] F. Pedersen, *Beam loading effects in the CERN PS Booster*, IEEE Trans. Nucl. Sci. NS-32, (1985).
- [29] D. Boussard, *Design of a ring RF system*, Proceeding of CAS Oxford, CERN 92-03 vol.I (1992), p.474.
- [30] A. Mosnier, F. Orsini and B. Phung, *Analysis of the Heavily beam-loaded Soleil RF System*, Proc. of the European Particle Accelerator Conf., Stockholm, Suède (1998).

- [31] K. Akai and E. Ezura, *Simulation of influence of a bunch gap in Tristan II*, KEK Preprint 94-55, (1994).
- [32] D. Boussard, *RF power requirements for a high intensity proton collider*, Particle Accelerator Conference, San Francisco, USA (1991), p.2447.
- [33] F. Orsini and A. Mosnier, *Practicality of RF Phase Modulation for increasing bunch length in electrons storage rings*, Submitted to Phys. Rev. E, March (1999).
- [34] H. Bruck, *Accélérateurs circulaires de particules*, Bibliothèque des Sciences et Techniques Nucléaires, PUF (1966), p.303.
- [35] H. Huang and al., *Experimental determination of the Hamiltonian for Synchrotron motion with RF phase modulation*, Phys. Rev. E, Vol.48, N6, Dec. (1993).
- [36] R.D. Ruth, *Single-particle dynamics and nonlinear resonances in circular accelerators*, Lecture Notes in Physics, Vol.247, Springer Verlag, Proceedings Sardinia (1985).
- [37] B.V. Chirikov, *A universal instability of many-dimensional oscillators systems*, Phys. Report 52, (1979).
- [38] P. Kuske, Yu. Senichev, M.P Level, J. Jacob, Private communications (1999).
- [39] F. Orsini and A. Mosnier, *Effect of RF phase modulation near a parametric resonance on the longitudinal emittance*, Particle Accelerator Conference, New York, USA (1999).
- [40] P. Kuske, *Emittance manipulations at Bessy I*, Proc. of the European Particle Accelerator Conf., Stockholm, Suède (1998).
- [41] Yu. Senichev and al., *Increasing the life time o SR Sources by RF phase modulation*, Proc. of the European Particle Accelerator Conf., Stockholm, Suède (1998).
- [42] S.Y. Lee, *Accelerator Physics*, World Scientific Publishing, USA, (1999), p.262 .
- [43] M.H. Wang and al., *Experiment of RF voltage modulation at SRRC*, Particle Accelerator Conference, New York, USA (1999).
- [44] T. Ieiri and al., *Observation and simulation of nonlinear behaviour of betatron oscillations during the beam-beam collision*, Proc. of the 1989 Particle Accelerator Conf., IEEE 89CH2669-0 (1989), p.926.
- [45] G. Flynn, Private communications : Experiments on SuperACO (1999).
- [46] G. Flynn and al., *Beam Dynamics in SuperAco with a new 500 MHz fifth harmonic RF system*, Proc. of the European Particle Accelerator Conf., Stockholm, Suède (1998).

RESUME

PHENOMENES D'INSTABILITES ET DE RESONANCES CREES PAR UN SYSTEME H.F. DANS UN ANNEAU

Dans le but d'améliorer les qualités essentielles des sources de rayonnement synchrotron de troisième génération, on cherche, d'une part, à accroître la brillance des sources jusqu'à la limite de diffraction, et, d'autre part, à obtenir la meilleure durée de vie possible. Le travail de cette thèse consiste à éliminer les sources de dégradation de la brillance, induites par le système H.F. et la paroi résistive de l'anneau, et à tester l'action de résonances paramétriques, excitées par le système H.F., dans le but d'améliorer la durée de vie Touschek.

Les instabilités du système H.F. sont éliminées grâce à l'élaboration d'un ensemble de cavités supraconductrices et de coupleurs de modes supérieurs dipolaires et monopolaires, optimisés à cet effet. Les instabilités de la paroi résistive sont éliminées par un ajustement judicieux de la chromaticité de la machine, et par un système de contre-réaction transverse. L'instabilité du mode fondamental est maîtrisée par l'élaboration d'un système de contre-réaction à deux boucles rapides en phase et en amplitude. L'efficacité de ce dernier est testée, avec succès, en présence de diverses perturbations extérieures.

Enfin, l'excitation de résonances paramétriques paires ou impaires, par modulation d'amplitude H.F. ou de phase H.F., permet de modifier la distribution longitudinale des paquets d'électrons. Une analyse analytique minutieuse des caractéristiques de chacune des résonances est présentée ainsi que leurs effets sur le dépeuplement du centre des paquets d'électrons, par la création d'îlots (résonance $1/3$) ou de micro-paquets (résonance $1/2$). Les résultats sont appliqués pour diverses sources de rayonnement synchrotron. Enfin, les expériences sur SuperAco ont permis de valider les raisonnements et simulations ; on apporte un gain important sur la durée de vie par la méthode de modulation d'amplitude H.F. à la résonance $1/2$.

MOTS CLES

Anneaux de stockage — Instabilités multi-paquets — Systèmes H.F. — Cavités supraconductrices — Instabilité Robinson — Systèmes de contre-réaction — Rayonnement synchrotron — Durée de vie Touschek — Résonances paramétriques — Îlots, micro-paquets