

Erkenntnisse über Vektormesonen aus der elektromagnetischen

Struktur der Nukleonen

von

M. E. Mayer und H. Pietschmann

Institut für Theoretische Physik der Universität Wien
(Vortragender : M. E. Mayer)

1.) Einleitung.

Die ersten genaueren Einsichten über die in den letzten Jahren experimentell festgestellten Vektormesonen (oder Resonanzen) stammen aus Versuchen, die elektromagnetische Struktur der Nukleonen theoretisch zu beschreiben.

Schon viel früher (in der Mitte der 30er Jahre) wurde versucht, die Theorie der Kernkräfte in Analogie zur Elektrodynamik durch Einführung von „schweren Photonen“¹⁾ (Yukawa, 1935; Proca, 1936) aufzubauen.

Die „erste Periode“ der Theorie der Vektorfelder schließt mit Stueckelbergs Arbeiten (1938) über die Zerlegung des Vektorfeldes.

Die experimentellen Daten über die damals entdeckten Mesonen sprachen jedoch für Spin 0 oder $1/2$, so daß das theoretische Interesse an Vektorfeldern während der 40er Jahre stark absank. Erst im Zusammenhang mit der allgemeinen Theorie der Renormierung wurde auch das Vektorfeld wieder behandelt.

Die neueste Periode der Theorie der Vektormesonen beginnt um 1957 im Zusammenhang mit der Entdeckung der erhaltenen Vektorströme in den schwachen Wechselwirkungen²⁾.

Die Bedeutung von Vektorresonanzen (oder -Teilchen) für

die elektromagnetische Struktur der Nukleonen wurde zuerst von Nambu³⁾ erkannt und etwas später von Chew, Frazer und Fulco⁴⁾ im Rahmen der Dispersionstheorie verwendet.

Diese Fragen werden ausführlicher in Kap. 3 erläutert werden, nachdem in Kap. 2 eine Übersicht über die Definitionen und empirischen Daten über die Formfaktoren der Nukleonen gegeben wird.

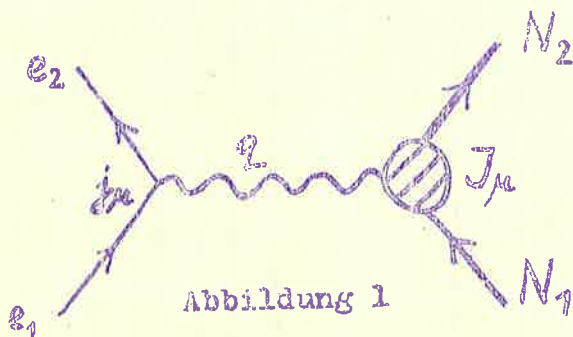
Der Vollständigkeit halber sei noch erwähnt, daß in den letzten Jahren die sogenannte Eichtheorie der starken Wechselwirkungen sehr intensiv erforscht worden ist⁵⁾.

Für näheres über diesen Fragenkreis verweisen wir auf den Vortrag von Dr. P.G.O. Freund.

2.) Phänomenologische Beschreibung der Elektron-Nukleon-Streuung durch Formfaktoren.

Um die Bedeutung der Vektorteilchen für die elektromagnetische Struktur der Nukleonen verständlich zu machen, ist es zweckmäßig, die grundlegenden Tatsachen der Phänomenologie der Elektron-Nukleon-Streuung zusammenzufassen. Daß für die Beschreibung der Elektron-Nukleon Wechselwirkung außer der elektromagnetischen Kopplung auch die starke Kopplung zwischen Nukleonen und Mesonen ausschlaggebend sein muß, zeigen schon die großen Werte der anomalen magnetischen Momente des Protons und Neutrons.

$$(2.1) \quad \mu_p = 1,79 \frac{e}{2M} \quad ; \quad \mu_N = -1,91 \frac{e}{2M}$$



Für die elektromagnetische Wechselwirkung kann zumindest bei niedriger Energie E_0 des einfallenden Elektrons die 1. Bornsche Näherung (Ein-Photon-Austausch) angenommen werden. In dieser Näherung wird die Elektron-Nukleon-Streuamplitude durch den Graphen (Abb. 1) dargestellt, wobei für den Elektronenvertex

$$(2,2) \quad \langle e_1 | j_\mu(0) | e_2 \rangle = e \bar{u}_{e_2} \gamma_\mu u_{e_1}$$

gilt.

(Zur Extraktion der Formfaktoren aus Elektron-Nukleon-Streuexperimenten ist dies eine notwendige Annahme). Am Photon-Nukleon Vertex kann der gesamte Beitrag der starken Wechselwirkungen durch 2 Formfaktoren beschrieben werden, da aus Q_ν und f_ν im wesentlichen nur die Vektoren f_ν und $\sigma_{\mu\nu} Q_\nu$ gebildet werden können, wenn Lorentz-Invarianz, Eichinvarianz und Parität nicht verletzt werden sollen. Hierbei ist $(q^2 = q_0^2 - \vec{q}^2)$

$$(2,3) \quad q^2 = -t = (N_2 - N_1)^2 = (e_1 - e_2)^2$$

das Quadrat des raumartigen Energie-Impuls-Übertragungs-Vierervektors. Es gilt also

$$(2,4) \quad \langle N_1 | J_\mu(0) | N_2 \rangle = i \bar{v}_2 [G_1(t) f_\mu + G_2(t) \sigma_{\mu\nu} Q_\nu] v_1$$

Aus dem Matrixelement

$$(2,5) \quad \frac{e}{q^2} \langle e_1 | j_\mu(0) | e_2 \rangle \langle N_1 | J_\mu(0) | N_2 \rangle$$

folgt nach den üblichen Regeln der differentiellen Wirkungsquerschnitt (Rosenbluth-Formel⁶⁾).

$$(2,6) \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\sigma_0}{d\Omega} \cdot \frac{1}{e^2} \left\{ G_1^2(t) + \frac{t}{2M^2} [G_1(t) + 2MG_2(t)]^2 t g^2 \frac{1}{2} + \right. \\ \left. + 4M^2 G_2^2(t) \right\}$$

wobei $\frac{d\sigma_p}{d\Omega}$ der Streuquerschnitt für ein punktförmiges Nukleon ist,

$$(2,7) \quad \frac{d\sigma_p}{d\Omega} = \frac{e^2}{4(4\pi)^2 E_0^2} \frac{\cos^2 \frac{\Omega}{2}}{\sin^4 \frac{\Omega}{2}} \frac{1}{1 + \frac{2E_0^2}{M} \sin^2 \frac{\Omega}{2}}$$

und

$$Q^2 = -t = -\frac{4E_0^2 \sin^2 \frac{\Omega}{2}}{1 + \frac{2E_0^2}{M} \sin^2 \frac{\Omega}{2}}$$

(Dabei wurde die Elektronenmasse 0 gesetzt). E_0 und Ω sind Energie des Elektrons und Streuwinkel im L-System. Zum Vergleich mit dem Experiment müssen noch strahlungstheoretische Korrekturen hinzugefügt werden⁷⁾. Je nachdem, ob die Streuung an Protonen oder an Neutronen erfolgt, unterscheidet man 4 Formfaktoren: Proton-Ladungsformfaktor G_1^P , den Protonformfaktor für das magnetische Moment G_2^P und entsprechend für das Neutron G_1^N und G_2^N . Da für sehr kleine Impulsübertragungen die Elektronen fast garnicht in die „ausgeschmierten“ Nukleonen eindringen (und diese daher wie Punktteilchen wirken), gilt

$$(2,8) \quad G_1^P(0) = e \quad G_2^P(0) = \mu_p \quad G_1^N(0) = 0 \quad G_2^N(0) = \mu_N$$

Häufig werden auch normierte Formfaktoren definiert durch

$$(2,9) \quad \begin{aligned} G_1^P(t) &= e F_1^P(t) & G_2^P(t) &= \mu_p F_2^P(t) \\ G_1^N(t) &= F_1^N(t) & G_2^N(t) &= \mu_N F_2^N(t) \end{aligned}$$

Aus Streuexperimenten können die Formfaktoren nur für raumartiges Q_μ bestimmt werden ($t \geq 0$), doch können sie prinzipiell (durch analytische Fortsetzung) auch für zeitartige Q_μ ($t < 0$)

aus Elektron-Proton-Paarvernichtung gewonnen werden. Die Nukleon-Formfaktoren erhält man dabei aus dem Prozeß

$$e^+ + e^- \rightarrow \bar{N} + N$$

und aus

$$e^+ + e^- \rightarrow \pi^+ + \pi^-$$

könnte überdies der Pion-Formfaktor gemessen werden.

Theoretisch interessieren vor allem die Formfaktoren in obiger Gestalt als Funktionen von t . Um jedoch zu einer anschaulichen Darstellung der dreidimensionalen Ladungsverteilung (bzw. Verteilung des magnetischen Momentes) zu gelangen, kann eine Fourier-Transformation in den Koordinatenraum ausgeführt werden. Dies ist dreidimensional nur im Schwerpunktsystem der Elektron-Nukleon-Streuung möglich, in dem $q_0 = 0$ wird. Es gilt dann

$$\begin{aligned} \rho_{P,N}(r) &= \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3\vec{q} \, G_{1,P,N}(-\vec{q}^2) e^{-i\vec{q}\vec{r}} \\ \mu_{P,N} &= \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3\vec{q} \, G_{2,P,N}(-\vec{q}^2) e^{-i\vec{q}\vec{r}} \end{aligned} \quad (2,10)$$

Da dies jedoch nicht die Dichteverteilungen im Ruhesystem des Nukleons sind, werden sie die tatsächliche Verteilung nur qualitativ wiedergeben; eine unmittelbare physikalische Interpretation ist daher nicht möglich, die Verteilungskurven sind jedoch sehr anschaulich. Ferner ist die Definition eines mittleren quadratischen Radius der Verteilung sehr nützlich:

$$\langle r^2 \rangle = \frac{\int r^2 \rho(r) d^3r}{\int \rho(r) d^3r} \quad (2,11)$$

Aus der Reihenentwicklung nach q^2 findet man nun leicht (für die normierten Formfaktoren):

$$(2,12) \quad F_{1,2} = 1 + \frac{1}{6} q^2 \langle r^2 \rangle_{1,2} + \dots$$

Während experimentell die Proton- und Neutronformfaktoren getrennt bestimmbar sind, ist es für die theoretische Interpretation günstiger, Proton und Neutron in einem gemeinsamen Nukleon-Isospinor zu vereinigen und den Nukleonstrom durch zwei Formfaktoren zu beschreiben. Diese setzen sich dann ihrerseits je aus einem isoskalaren Anteil G_1^S und der dritten Komponente eines iso-Vektors G_1^V zusammen.

$$(2,13) \quad \begin{aligned} \langle N_1 | J_\mu | N_2 \rangle &= \langle N_1 | J_\mu^S + \tau_3 J_\mu^V | N_2 \rangle = \\ &= i \bar{v}_2 \left\{ (G_1^S + \tau_3 G_1^V) \delta_{\mu 0} + \sigma_{\mu\nu} q_\nu (G_2^S + \tau_3 G_2^V) \right\} v_1 \end{aligned}$$

Im wesentlichen entspricht dies einer Aufspaltung in einen für Proton und Neutron gleichen Anteil und einen Anteil der für Proton und Neutron entgegengesetztes Vorzeichen hat ($\tau_3 v_1 = v_1$ für Protonen und $\tau_3 v_1 = -v_1$ für Neutronen). Genauer wird auf die theoretischen Vorteile dieser Aufspaltung im nächsten Punkt eingegangen. Es sei noch festgehalten, daß

$$(2,14) \quad \begin{aligned} G_i^P &= G_i^S + G_i^V \\ G_i^N &= G_i^S - G_i^V \end{aligned}$$

und, daß

$$(2,15) \quad \begin{aligned} G_1^S(0) &= \frac{e}{2} \\ G_1^V(0) &= \frac{e}{2} \\ G_2^S(0) &= \frac{\mu_p + \mu_n}{2} = -0,06 \frac{e}{2M} \approx g_s \frac{e}{2M} \\ G_2^V(0) &= \frac{\mu_p - \mu_n}{2} = 1,85 \frac{e}{2M} \approx g_v \frac{e}{2M} \end{aligned}$$

Zur experimentellen Bestimmung der Formfaktoren wurden bis jetzt folgende Experimente herangezogen.

a) Elastische Elektron-Proton-Streuung.

Diese Experimente sind die genauesten der bis jetzt durchgeführten. Messungen die in Stanford⁸⁾ und Cornell⁹⁾ durchgeführt worden sind, geben die Formfaktoren für das Proton bei Impulsübertragungen bis zu $t = 32 \times 10^{26} \text{ cm}^{-2}$ ($\beta = c = 1$) mit einer Genauigkeit von weniger als 10 %.

Dabei wird die Streuung schneller Elektronen in Polyäthylen bei verschiedenen Winkeln und Energien gemessen, davon die Streuung auf gleichwertigen Graphit-Targets abgesogen und aus dem Vergleich mit der korrigierten Rosenbluth-Formel, die Formfaktoren bestimmt¹⁰⁾.

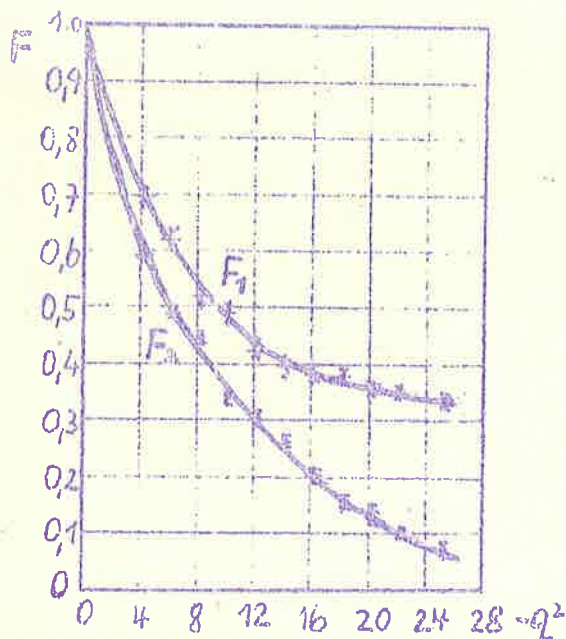


Abb. 2 :

Formfaktoren des Protons
(nach Ref. 8).

Im Gegensatz zu älteren Annahmen hat es sich im letzten Jahr herausgestellt, daß $F_1^P \neq F_2^P$. Dieser Unterschied der Formfaktoren wächst mit der Impulsübertragung und ist erst für $t \gtrsim 20 \times 10^{26} \text{ cm}^{-2}$ von Bedeutung.

Die Experimente zur Bestimmung der Neutronformfaktoren sind viel ungenauer und daher beschränken wir uns auf eine kurze Zusammen-

stellung und verweisen für genauere Einzelheiten auf die Literatur.¹¹⁾

b) Neutron-Elektron Wechselwirkung.

Die Wechselwirkung von Neutronen mit gebundenen Elektronen, welche durch Streuung von Neutronen an Atomen und Kristallgittern gemessen wird, ergab schon 1947¹²⁾, daß der mittlere quadratische Radius der Ladungsverteilung des Neutrons sehr klein ist und zwar

$$(2,16) \quad \langle r^2 \rangle_{n,N} = (0 \pm 0,006) 10^{-26} \text{ cm}^2$$

Daraus folgt zunächst, daß

$$(2,17) \quad G_1^N(0) = 0$$

so daß es naheliegend ist, wenigstens für kleine t den Ansatz

$$G_1^N(t) = 0$$

zu machen, welcher aber nicht zwingend ist.

c) Unelastische Elektron-Deuteron-Streuung.

Die Untersuchung des Wirkungsquerschnittes des unelastischen Prozesses



würde, wenn 1.) eine genaue relativistische Theorie des Deuterons vorhanden wäre und 2.) gewisse kinematische Bedingungen experimentell realisierbar wären, so daß das Proton im Streuprozess als „Zuschauer“ nur sehr schwach mitwirkt, erlauben die Neutronformfaktoren eindeutig zu bestimmen.

Leider sind beide Bedingungen nicht erfüllbar, so daß alle Daten über die Neutronformfaktoren mit großen Unbestimmtheiten behaftet sind.

Es scheint aber, daß der oben gemachte Ansatz

$$(2,18) \quad G_N^V(t) = 0$$

den neuesten Experimentaldaten nicht widerspricht¹³⁾.

d) Elastische Elektron-Deuteron-Streuung.

Dieser Prozeß liefert nur Informationen über den isoskalaren Anteil des Neutronformfaktors.

e) Pionerzeugung durch Elektronen¹⁴⁾ erlaubt im Prinzip die Messung des Pion- und Nukleonformfaktors; leider ist die Genauigkeit der Experimente noch gering.

3.) Theoretische Interpretation der Formfaktoren durch Vektormesonen.

Der theoretischen Interpretation der Formfaktoren werden immer die (iso-) skalaren und vektoriellen Formfaktoren zugrundegelegt. Um dies einzusehen, muß an die sogenannte G-Parität erinnert werden; die G-Paritäts-Operation ist das Produkt aus Ladungskonjugation C und Drehung um 180° um die 2. Achse im Isospin-Raum

$$(3,1) \quad G = C e^{i\pi T_2}$$

Alle 3 π -Mesonen sind Eigenzustände der G-Parität mit Eigenwert -1. Eine einfache Überlegung zeigt nun, daß die Aufspaltung des Nukleonenstromes J^μ in isoskalaren und isovektoriellen Anteil gerade eine Trennung in G-Eigenzustände zu den Eigenwerten -1 bzw. +1 ist. Dies bedeutet, daß ein „isoskalarer Strom“ nur an einer ungeraden Zahl von Pionen gekoppelt sein kann (dabei ist ein einziges π -Meson wegen Drehimpulserhaltung ausgeschlossen).

Zum skalaren Formfaktor tragen daher nur die 3,5,7 .. usw. Pionenzustände bei. Analog kann ein „isovektorieller Strom“ nur an einer geraden Zahl von Pionen gekoppelt sein und der vektorielle Formfaktor setzt sich aus 2,4,6 usw. Pionenbeiträgen zusammen.

Man kann nun in der Störungstheorie folgende Dispersionsbeziehung für die Formfaktoren beweisen.

$$(3,2) \quad G(t) = \frac{1}{\pi} \int_{M^2}^{\infty} \frac{g(t')}{t' - t} dt'$$

M^2 ist dabei die niedrigste mögliche Masse eines Zwischenzustandes. $M^2 = 4 m_\pi^2$ für den vektoriellen Fall und $M^2 = 9 m_\pi^2$ für den skalaren Fall. (Qualitativ gesprochen sind die Zwischenzustände die Mesonen-Wolken des Nukleons, die ja für die ausgeschmierte „Form“ der Nukleonen verantwortlich sind und vom virtuellen Photon bei der Streuung „ausgetestet“ werden).

Unabhängig von der Störungstheorie ist ein Beweis dieser Relation bisher nicht möglich¹⁵⁾.

Obige „Spektraldarstellung“ der Formfaktoren gilt nur (wenn überhaupt) unter der Voraussetzung, daß $g(t)$ im Unendlichen genügend schnell verschwindet. Strebt $g(t)$ mit $t \rightarrow \infty$ gegen eine Konstante, so muß die subtrahierte Form gelten

$$(3,3) \quad G(t) = G(0) + \frac{t}{\pi} \int_{M^2}^{\infty} \frac{g(t')}{t'(t' - t)} dt'$$

Man könnte $g(t)$ anschaulich als Gewicht der Zwischenzustände mit „Masse \sqrt{t} “ interpretieren¹⁶⁾.

Wenn die Pionen in der Wolke nicht korreliert sind, d.h. wenn keine starke Wechselwirkung zwischen ihnen existiert, wird $g(t)$ eine langsam veränderliche Funktion von t sein, wie es etwa in Abb. 3 dargestellt ist.

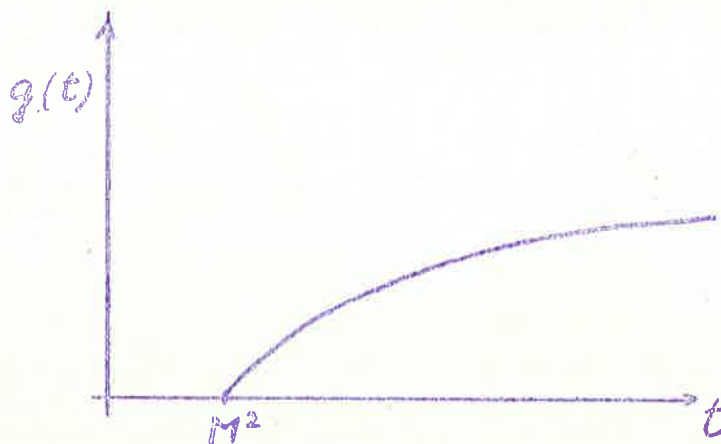


Abbildung 3

Schematischer Verlauf der Gewichtsfunktion für unkorrelierte Pionen.

Mit anderen Worten tragen alle Zwischenzustände mit nicht wesentlich verschiedenen Gewichten zum Formfaktor bei. Mit Gewichtsfunktionen dieser Art konnte keine Übereinstimmung mit den experimentellen Formfaktoren gefunden werden¹⁷⁾.

Die wesentliche Idee von Chew, Frazer und Fulco war nun, daß starke Wechselwirkungen zwischen den Pionen für die Formfaktoren ausschlaggebend sein sollen. Die Gewichtsfunktion $g(t)$ soll also bei einer bestimmten Energie $\sqrt{t_r}$ (Resonanzenergie) ein Maximum durchlaufen. Das bedeutet, daß Zustände dieser Energie mit größerer Wahrscheinlichkeit in der Mesonenwolke des Nukleons auftreten als andere. Der schematische Verlauf einer Gewichtsfunktion mit einer derartigen Resonanz ist in Abb. 4 dargestellt.

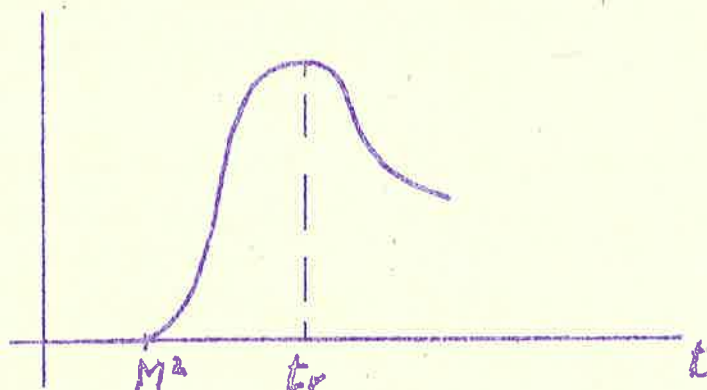


Abbildung 4

Schematischer Verlauf der Gewichtsfunktion für Pionen mit starker Wechselwirkung (Resonanz bei t_r).

Frazer, Fulco und Chew haben eine gute Anpassung der Formfaktoren mit nur einer 2 Pionen-Resonanz im Zustand $T = 1, J = 1$ bei t zwischen $12 m_\pi^2$ und $16 m_\pi^2$ gefunden. Dieser Wert wurde später von Bowcock, Cottingham und Lurie¹⁸⁾ auf ca. $22 m_\pi^2$ erhöht, um auch Übereinstimmung mit der π -N-Streuung zu erreichen.

Die neuesten Experimentaldaten (Aufspaltung der zwei Proton-Formfaktoren bei höherem t) zeigen, daß eine Resonanz (bzw. ein Vektorteilchen) zur Beschreibung der Formfaktoren nicht ausreicht, und daß die Masse der $T = 1, J = 1$ Resonanz noch höher liegen muß.

Eine einfache Art, den Resonanzcharakter der Formfaktoren darzustellen, ist die von Clementel und Villi¹⁹⁾ angegebene Form.

$$(3,4) \quad F(t) = 1 - \alpha + \frac{\alpha}{1 - \frac{t}{t_r}}$$

Man kann diese Form zum Beispiel aus einer subtrahierten Spektraldarstellung

$$(3,5) \quad F(t) = 1 + \frac{t}{\pi M^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(t')}{t'(t'-t)} dt'$$

erhalten, wenn man für $f(t')$ eine δ -artige Resonanz bei t_r mit dem Gewicht $\pi \alpha t_r$ einsetzt:

$$(3,6) \quad f(t) = \pi \alpha t_r \delta(t - t_r)$$

Bergia, Stanghellini, Fubini und Villi²⁰⁾ haben vorgeschlagen, die Formfaktoren mittels einer isoskalaren und einer isovektoriellen Resonanz (entsprechend dem Teilchen ω und ρ , siehe den nachfolgenden Vortrag von D. Flamm) zu beschreiben und zwar wurden für die 4 Formfaktoren die folgenden Clementel-Villi-Formen angesetzt:

$$(3,8) \quad G_1^V = \frac{e}{2} F_1^V = \frac{e}{2} \left\{ 1 - a_v + \frac{a_v}{1 - t/t_v} \right\}$$

$$G_1^s = \frac{e}{2} \left\{ 1 - a_s + \frac{a_s}{1 - t/t_s} \right\}$$

$$G_2^v = \frac{e g_v}{2M} \left\{ 1 - b_v + \frac{b_v}{1 - t/t_v} \right\}$$

$$G_2^s = \frac{e g_s}{2M} \left\{ 1 - b_s + \frac{b_s}{1 - t/t_s} \right\}$$

Von den 6 Parametern t_v , t_s , a_v , a_s , b_v , b_s kann einer ausgeschlossen werden, wenn man in Betracht zieht, daß der mittlere quadratische Radius des Neutron (2,16) und (2,17) verschwindet. Bergia und Stanghellini haben eine gute Anpassung an die experimentellen Daten gefunden, wenn $t_v \approx 25 m_\pi^2$ und $t_s \approx 6 m_\pi^2$. Der letzte Wert ist offensichtlich in Widerspruch mit der experimentellen Masse des ω -Teilchens (ca. 780 MeV). Daher hat Sakurai²¹⁾ eine Anpassung der Formfaktoren an die Experimentaldaten vorgeschlagen, in der 2 isoskalare Teilchen und ein isovectorielles Teilchen vorkommen, wobei das 2. isoskalare Teilchen dem experimentellen η -Meson entsprechen soll. Sakurai sieht in der Tatsache, daß diese 3 Teilchen zur Beschreibung der Formfaktoren ausreichen (wobei F_1^N nun nicht identisch verschwinden kann) eine Bestätigung seiner Eichtheorie, in der 5 Vektorfelder vorkommen müssen. (Siehe Vortrag von P.G.O. Freund). Wenn man auch die Existenz des ξ -Mesons als Vektorteilchen zuläßt, so kann man eine besonders einfache Anpassung mit dem Ansatz

$$(3,9) \quad \begin{aligned} F_1^s &= \frac{\alpha_\eta m_\eta^2}{m_\eta^2 - t} + \frac{\alpha_\omega m_\omega^2}{m_\omega^2 - t} + (1 - \alpha_\eta - \alpha_\omega) \\ F_1^v &= \frac{\alpha_\rho m_\rho^2}{m_\rho^2 - t} + \frac{\alpha_\xi m_\xi^2}{m_\xi^2 - t} + (1 - \alpha_\rho - \alpha_\xi) \end{aligned}$$

$$F_2^S, F_2^V \quad \text{analog.}$$

erhalten. Mit $m_\pi^2 = m_\eta^2 \approx 16m_\rho^2$ und $m_\eta^2 = m_\omega^2 \approx 30m_\rho^2$ könnte man $F_1^N \equiv 0$ erreichen, wenn $\alpha_\omega = \alpha_\rho$, $\alpha_\eta = \alpha_\rho$. Eine numerische Anpassung der Formfaktoren unter diesen Voraussetzungen wurde unter anderem von Glendenning (private Mitteilung an Kramer; siehe Diskussion) gemacht und ergibt dank der großen Anzahl der Parameter eine gute Übereinstimmung mit dem Experiment.

Abschließend sei noch auf eine Arbeit von Gell-Mann und Zachariasen²²⁾ hingewiesen, in der gezeigt wird, daß die in den Formfaktoren auftretenden Vektorteilchen ohne wesentliche Unterschiede als Elementarteilchen (CDD-Pole) oder dynamische Resonanzen in Pionen-Systemen aufgefaßt werden können.

Referenzen:

- 1) Man sollte nicht vergessen, daß das Photon bzw. das Vektorpotential des elektromagnetischen Feldes das älteste "Vektorteilchen" ist. Eine ausführliche Darstellung der Theorie des Vektorfeldes findet man z.B. bei G. Wentzel "Einführung in die Quantentheorie der Wellenfelder", Wien, Franz Deuticke-Verlag, 1943.
- 2) Vgl. z.B. J. Schwinger, Annals of Physics 2, 407, (1957) und viele darauffolgende Arbeiten.
- 3) Nambu, Proceedings of 7th Annual Rochester Conference, I-26, 1957;
Nambu, Phys. Rev. 106, 1366, (1957)
- 4) W.R. Frazer, J.R. Fulco, Phys. Rev. Letters 2, 365, (1959);
Phys. Rev. 117, 1609, (1960);
G.F. Chew, Phys. Rev. Letters 4, 142, (1960)

- 5) Vgl. z.B. J.J. Sakurai, Annals of Physics 11, 1, (1960);
A. Salam u. J.C. Ward, Nuovo Cimento XX/6, 1228, (1961);
und viele andere dort zitierte Arbeiten.
- 6) M.N. Rosenbluth, Phys. Rev. 79, 615, (1950)
- 7) Vgl. J. Schwinger, Phys. Rev. 76, 790, (1949)
Y.S. Tsai, Phys. Rev. 120, 269, (1960)
- 8) Siehe z.B. R. Hofstadter et al., Phys. Rev. 124, 1623, (1961)
und weitere dort zitierte Literatur. Siehe auch The Aix-en-
Provence International Conference on Elementary Particles (1961)
- 9) R. Wilson et al., Phys. Rev. Letters 6, 286, (1961). Siehe
auch The Aix-en-Provence International Conference on Elementary
Particles (1961).
- 10) Wie aus (2,6) ersichtlich, ist der Wirkungsquerschnitt eine
positiv definite quadratische Form der zwei Formfaktoren. In
der $G_1 - G_2$ -Ebene ergibt sich dann für festes E_0 und λ eine
Ellipse, wobei ja verschiedenen E_0 und λ dasselbe t entspre-
chen kann. Die Schnittpunkte solcher Ellipsen im ersten Quadran-
ten für gleiches t geben G_1 und G_2 .
- 11) Vgl. z.B. S.D. Drell and F. Zachariasen: The Electromagnetic
Structure of Nucleons, Oxford Univ. Press, (1961) und Aix-en-
Provence-Proceedings, (1961).
- 12) E. Fermi und L. Marshall, Phys. Rev. 72, 1139, (1947);
Havens, Rabi u. Rainwater, Phys. Rev. 72, 634, (1947);
Hughes, Harvey, Goldberg, Stafne, Phys. Rev. 90, 497, (1953).
Vergleiche auch die zusammenfassende Arbeit von L.L. Foldy,
Rev. Mod. Phys. 30, 471, (1958).
- 13) N.K. Glendenning und G. Kramer, Phys. Rev. Letters 7/12, 471,
(1961) und Mitteilung von G. Kramer während der Tagung. (Siehe
Diskussion).
- 14)
$$\begin{array}{l} e + p \rightarrow e + p + \pi^0 \\ \quad \searrow \\ \quad e + n + \pi^+ \end{array}$$

- 15) Es gibt sogar ein Gegenbeispiel von R. Jost, das aber nicht alle vorausgesetzten Axiome der Feldtheorie benutzt.
R. Jost, Helvetica Physica Acta 31, 263, (1958)
- 16) Dies wird besonders deutlich im unsubtrahierten Fall (3,2), da $\frac{1}{t'^2 + \vec{q}^2}$ die Fouriertransformierte eines Yukawa-Potentials darstellt und mit $\frac{1}{t' - t}$ im Schwerpunktsystem ($q_0 = 0$) übereinstimmt.
- 17) Chew, Karplus, Gasiorowicz und Zachariasen, Phys.Rev. 110, 265, (1958)
Federbush, Goldberger und Treiman, Phys. Rev. 112, 642, (1958).
- 18) Bowcock, Cottingham u. Lurié, Phys. Rev. Lett. 5, 386, (1960).
- 19) Clementel u. Villi, Nuovo Cimento IV, 1207, (1956)
- 20) Bergia, Stanghellini, Fubini und Villi, Phys. Rev. Letters 6, 367, (1961). Siehe auch Bergia u. Stanghellini, Nuovo Cimento XXI, 155, (1961)
- 21) J.J. Sakurai, Phys.Rev. Letters 7, 355, (1961)
- 22) M. Gell-Mann und F. Zachariasen, Phys. Rev. 124, 953, (1961).