

极端相对论性重离子碰撞横能分布的 Glauber 理论*

王正行^{1), 2)} 赵强 汤平

(北京大学技术物理系 北京 100871)

1995-03-22 收稿

摘 要

提出了一个极端相对论性重离子碰撞横能分布的几何模型, 并表明它可以从高能碰撞过程的 Glauber 理论推出. 对于 60 和 200A GeV $^{16}\text{O} + ^{197}\text{Au}$ 的横能分布 $d\sigma/dE_T$ 计算的结果与 CERN NA35 组的测量符合得很好. 还简单地讨论了与其它几何模型的关系.

关键词 极端相对论性重离子碰撞, 横能分布, Glauber 理论.

极端相对论性重离子碰撞实验的主要目的, 是探寻在大于 $2\text{GeV}/\text{fm}^3$ 的极高能量密度区域形成夸克-胶子等离子体(QGP)的信号, 以及在极端条件下真空的物理结构和激发. 1986 年秋, 美国 Brookhaven 国家实验室(BNL)的交变梯度同步加速器 AGS 把 ^{16}O 和 ^{28}Si 加速到 14.5A GeV, 欧洲粒子物理实验室(CERN)的超级质子同步加速器 SPS 把 ^{16}O 和 ^{32}S 加速到 60 和 200A GeV, 相继开展了这一领域的实验研究, 至今已有 8 年多, 积累了一大批实验数据. 美国 BNL 的相对论性重离子对撞机 RHIC 于 1999 年建成后, 将进一步实现 200A GeV ^{238}U 的对撞, 从而把这一研究推向更高的能区.

在高能重离子碰撞中, 将产生大量 π 介子和其它强作用粒子. 这些粒子的多重数分布 $d\sigma/dm$, 横能分布 $d\sigma/dE_T$ 和零度能分布 $d\sigma/dE_{\text{ZDC}}$, 通常称为高能重离子碰撞的整体观测量(global observables), 是极端相对论性重离子碰撞实验的重要本底. 理解这些整体观测量的产生机制、性质和规律, 是从极端相对论性重离子碰撞实验中发现新的现象和物理的前提和基础. 1987 年以来, 已陆续提出了一些唯象模型和理论^[1-10], 主要讨论横能分布 $d\sigma/dE_T$, 都能给出与实验相符的结果, 但都或多或少地用到了一些唯象模型假设或实验测量结果. 本文的目的, 是尽量减少唯象模型假设, 力图在更基本的理论层次给出极端相对论性横能分布的分析和处理.

我们从核子-核子(N-N)碰撞的层次出发, 把一次 N-N 碰撞产生的遍举横能在 $\varepsilon_T \rightarrow \varepsilon_T + d\varepsilon_T$ 的微分截面记为 $d\sigma_{\text{NN}}$, 其分布为 $d\sigma_{\text{NN}}/d\varepsilon_T$,

* 国家自然科学基金资助.

1) 中国高等科学技术中心(世界实验室)成员.

2) 中国科学院理论物理研究所客座研究人员.

$$d\sigma_{NN} = d\epsilon_T \frac{d\sigma_{NN}}{d\epsilon_T}, \quad (1)$$

则 N-N 非弹截面可以表示为

$$\sigma_{NN} = \int d\epsilon_T \frac{d\sigma_{NN}}{d\epsilon_T}. \quad (2)$$

在核-核碰撞 B+A 中, 以碰撞参数 \mathbf{b} 碰撞时, 平均 N-N 碰撞次数为

$$\bar{N} = \bar{N}(\mathbf{b}) = \sigma_{NN} D_{BA}(\mathbf{b}), \quad (3)$$

其中 $D_{BA}(\mathbf{b})$ 为 B+A 核-核重叠截面密度分布,

$$D_{BA}(\mathbf{b}) = \int d^2s D_B(s) D_A(\mathbf{b}+s), \quad (4)$$

$D_A(\mathbf{b})$ 与 $D_B(s)$ 为核 A 与 B 的截面密度分布,

$$D_A(\mathbf{b}) = \int dz_A n_A(\mathbf{b}, z_A), \quad (5)$$

$$D_B(s) = \int dz_B n_B(s, z_B), \quad (6)$$

$n_A(\mathbf{r}_A)$, $n_B(\mathbf{r}_B)$ 为核 A, B 的核子数密度分布, $\mathbf{r}_A = \mathbf{r}_A(\mathbf{b}, z_A)$, $\mathbf{r}_B = \mathbf{r}_B(s, z_B)$ 为以核 A, B 的中心为原点的矢径, z 轴在入射束方向, \mathbf{b} 和 s 与之垂直,

$$A = \int d^3r_A n_A(\mathbf{r}_A) = \int d^2\mathbf{b} D_A(\mathbf{b}), \quad (7)$$

$$B = \int d^3r_B n_B(\mathbf{r}_B) = \int d^2s D_B(s), \quad (8)$$

$$BA = \int d^2\mathbf{b} \int d^2s D_B(s) D_A(\mathbf{b}+s) = \int d^2\mathbf{b} D_{BA}(\mathbf{b}), \quad (9)$$

B 和 A 分别为入射核和靶核的核子数. 在写出(3)式时, 采用了碰撞无关假设: 在核-核碰撞中, 产生横能的核子-核子碰撞彼此无关. 在能量足够高时, 核子波长比核子间距小得多, 这个假设成立. 此外, 当核 A, B 足够大时, 可以忽略核的表面层效应, 认为 N-N 微分截面 $d\sigma_{NN} / d\epsilon_T$ 与核-核碰撞参数 \mathbf{b} 无关, 这相当于忽略 EMC 效应.

碰撞参数为 \mathbf{b} 的 B+A 碰撞中发生 N-N 非弹碰撞的几率 $P(\mathbf{b})$ 可以定义为

$$P = P(\mathbf{b}) = \frac{\bar{N}(\mathbf{b})}{BA}. \quad (10)$$

假设在这个核-核碰撞中发生 n 次 N-N 非弹碰撞的几率 $P(n, \mathbf{b})$ 取二项式分布,

$$P(n, \mathbf{b}) = \binom{BA}{n} p^n (1-p)^{BA-n}. \quad (11)$$

当 $BA \gg n$ 和 $p \ll 1$ 时, 上式成为 Poisson 分布,

$$P(n, \mathbf{b}) = \frac{(\bar{N})^n}{n!} e^{-\bar{N}}. \quad (12)$$

将(2)式代入 \bar{N} 中的 σ_{NN} , 则得 n 次N-N非弹碰撞对B+A非弹截面的贡献为

$$\sigma_n = \int d^2 \mathbf{b} P(n, \mathbf{b}) = \int d^2 \mathbf{b} e^{-\int_{\mathbf{d}\mathbf{e}_T} \frac{d\sigma_{NN}}{d\mathbf{e}_T} D_{BA}(\mathbf{b})} \frac{1}{n!} \prod_{i=1}^n \int d\mathbf{e}_{T_i} \frac{d\sigma_{NN}}{d\mathbf{e}_{T_i}} D_{BA}(\mathbf{b}). \quad (13)$$

另一方面, 设参数为 \mathbf{b} 的B+A碰撞中 n 次N-N非弹横能分别在 $\varepsilon_{T_1}, \varepsilon_{T_2}, \dots, \varepsilon_{T_n}$ 的几率密度为 $P(n, \mathbf{b}, \varepsilon_{T_1}, \dots, \varepsilon_{T_n})$, 则有

$$\sigma_n = \int d^2 \mathbf{b} \int d\varepsilon_{T_1} \dots \int d\varepsilon_{T_n} P(n, \mathbf{b}, \varepsilon_{T_1}, \dots, \varepsilon_{T_n}). \quad (14)$$

比较(13)和(14)式, 有

$$P(n, \mathbf{b}, \varepsilon_{T_1}, \dots, \varepsilon_{T_n}) = \frac{1}{n!} e^{-\int_{\mathbf{d}\mathbf{e}_T} \frac{d\sigma_{NN}}{d\mathbf{e}_T} D_{BA}(\mathbf{b})} \prod_{i=1}^n \frac{d\sigma_{NN}}{d\mathbf{e}_{T_i}} D_{BA}(\mathbf{b}). \quad (15)$$

于是, 这 n 次N-N非弹碰撞产生总横能为

$$E_T = \varepsilon_{T_1} + \varepsilon_{T_2} + \dots + \varepsilon_{T_n}. \quad (16)$$

的微分截面为

$$\frac{d\sigma_n}{dE_T} = \int d^2 \mathbf{b} \int d\varepsilon_{T_1} \dots \int d\varepsilon_{T_n} P(n, \mathbf{b}, \varepsilon_{T_1}, \dots, \varepsilon_{T_n}) \delta(E_T - \varepsilon_{T_1} - \dots - \varepsilon_{T_n}), \quad (17)$$

而总的横能分布为

$$\frac{d\sigma}{dE_T} = \sum_{n=1}^{n_{\max}} \frac{d\sigma_n}{dE_T}, \quad (18)$$

其中 n_{\max} 为B+A核-核碰撞中的最高N-N碰撞次数. 代入 $P(n, \mathbf{b}, \varepsilon_{T_1}, \dots, \varepsilon_{T_n})$ 的表达式(15)和

$$\delta(E_T - \varepsilon_{T_1} - \dots - \varepsilon_{T_n}) = \frac{1}{2\pi} \int d\tau e^{i(E_T - \varepsilon_{T_1} - \dots - \varepsilon_{T_n})\tau}, \quad (19)$$

并取极限 $n_{\max} \rightarrow \infty$, 就可以得到

$$\frac{d\sigma}{dE_T} = \int d^2 \mathbf{b} \frac{1}{2\pi} \int d\tau e^{iE_T\tau} \int_{\mathbf{d}\mathbf{e}_T} \frac{d\sigma_{NN}}{d\mathbf{e}_T} D_{BA}(\mathbf{b}) (e^{-i\mathbf{e}_T\tau} - 1). \quad (20)$$

由于每次核子-核子碰撞产生的横能 ε_T 很小, 作近似

$$e^{-i\varepsilon_T\tau} \approx 1 - i\varepsilon_T\tau - \frac{1}{2} \varepsilon_T^2 \tau^2, \quad (21)$$

最后可以推出

$$\frac{d\sigma}{dE_T} \approx \int d^2 \mathbf{b} \frac{d^2 \mathbf{b}}{dE_T} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \Delta(\mathbf{b})} e^{-1/2 \Delta(\mathbf{b})^2 / 2\Delta(\mathbf{b})}, \quad (22)$$

其中 $\bar{E}_T = \bar{E}_T(\mathbf{b})$ 是核-核碰撞产生的平均横能,

$$\bar{E}_T(\mathbf{b}) = \int d\varepsilon_T \cdot \varepsilon_T \frac{d\sigma_{NN}}{d\varepsilon_T} D_{BA}(\mathbf{b}) = \bar{\varepsilon}_T \bar{N}(\mathbf{b}), \quad (23)$$

而 $\Delta(\mathbf{b})$ 是测得横能 E_T 围绕平均值 $\bar{E}_T(\mathbf{b})$ 的 Gauss 分布宽度,

$$\Delta^2(\mathbf{b}) = \int d\varepsilon_T \cdot \varepsilon_T^2 \frac{d\sigma_{NN}}{d\varepsilon_T} D_{BA}(\mathbf{b}) = \bar{\varepsilon}_T^2 \bar{N}(\mathbf{b}), \quad (24)$$

其中 $\bar{\varepsilon}_T$ 和 $\bar{\varepsilon}_T^2$ 分别是核子-核子碰撞横能 ε_T 在分布 $d\sigma_{NN}/d\varepsilon_T$ 上的一次矩和二次矩,

$$\bar{\varepsilon}_T = \frac{1}{\sigma_{NN}} \int d\varepsilon_T \cdot \varepsilon_T \frac{d\sigma_{NN}}{d\varepsilon_T}, \quad (25)$$

$$\bar{\varepsilon}_T^2 = \frac{1}{\sigma_{NN}} \int d\varepsilon_T \cdot \varepsilon_T^2 \frac{d\sigma_{NN}}{d\varepsilon_T}. \quad (26)$$

(22) — (26) 式就是我们得到的横能分布公式. 可以看出, 这个结果的物理含义十分清楚: 实验测量的横能分布 $d\sigma/dE_T$, 是由核-核碰撞几何决定的平均横能分布 $d^2b/d\bar{E}_T$ 按一 Gauss 分布展宽的结果, 与我们以前的唯象假设^[9]一致, 所不同的是这里的 Gauss 分布宽度 $\Delta(\mathbf{b})$ 与碰撞参数 \mathbf{b} 有关. 考虑到这一点, 用公式(22) — (26) 做与文献[9]类似的计算, 对于 60 和 200 A GeV $^{16}\text{O} + ^{197}\text{Au}$ 的结果表明, 与 CERN NA35 组的测量符合得很好, 特别是在低能端比文献[9]有明显的改进, 如图 1 与图 2 所示, 其中 $(\bar{\varepsilon}_T, \bar{\varepsilon}_T^2)$ 分别为 $(0.0578\text{GeV}, 0.0906\text{GeV}^2)$ 和 $(0.0863\text{GeV}, 0.155\text{GeV}^2)$, 而取 $\sigma_{NN} = 32\text{mb}$.

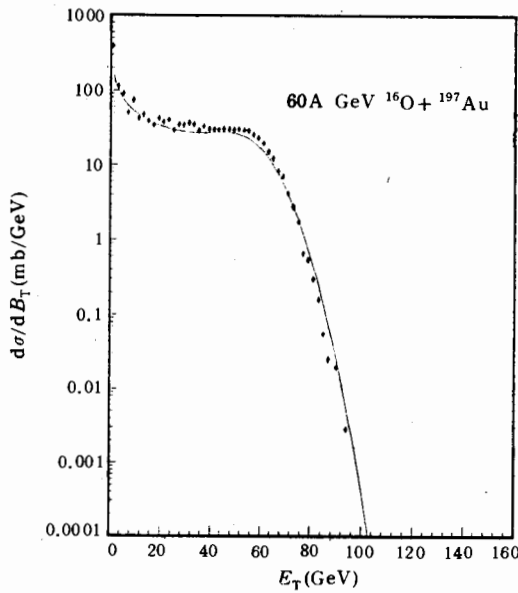


图 1

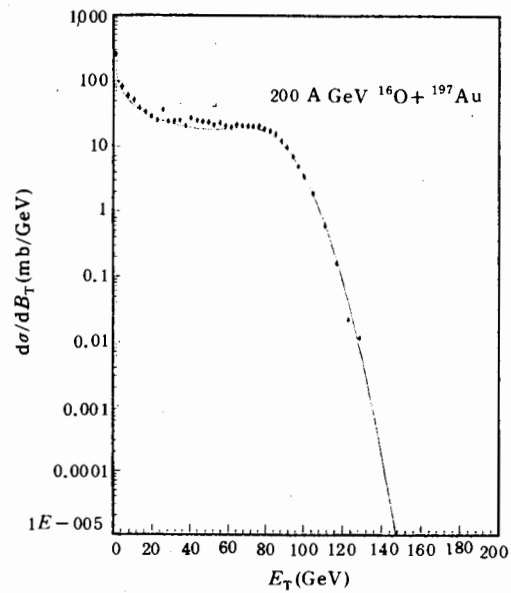


图 2

此外还可以看出, 只要把上述公式中的横能 ε_T 和 E_T 换成相应的粒子多重数 m 和 M , 就可以得到多重数分布 $d\sigma / M$ 的公式.

值得指出的是, 我们的结果与核子-核子碰撞横能分布 $d\sigma_{NN} / d\varepsilon_T$ 的具体行为无关, 而只与它的一次矩 $\bar{\varepsilon}_T$ 和二次矩 $\overline{\varepsilon_T^2}$ 有关.

注意公式(13)正是 Glauber 理论的结果^[11,12], 所以本工作实质上是关于高能重离子碰撞横能分布的 Glauber 理论. 在极高能极限下, 经典图景适用, 核-核重叠截面密度分布 $D_{BA}(b)$ 起关键性作用, 使得这种类型的理论实质上都是唯象的几何模型理论, 如文献[1—10]. 在其它几何模型中, 大都采用了核子-核子碰撞横能分布 $d\sigma_{NN} / d\varepsilon_T$ 的实验拟合曲线

$$\frac{d\sigma_{NN}}{d\varepsilon_T} = \frac{1}{\bar{\varepsilon}_T} e^{-\varepsilon_T / \bar{\varepsilon}_T}, \quad (27)$$

而在本理论中, 它出现在 $\bar{E}_T(b)$ 和 $\Delta(b)$ 的积分表达式中, 这表明它们在总的横能分布 $d\sigma/dE_T$ 中只表现为积分效应 $\bar{\varepsilon}_T$ 和 $\overline{\varepsilon_T^2}$, 对最后的结果并不敏感.

最后, 本工作比其它几何模型大为简化的关键, 在于取 $BA \gg n$ 和 $p \ll 1$ 的 Poisson 极限(12), 对(18)式取极限 $n_{\max} \rightarrow \infty$, 和近似(21)式. 这相当于 $BA \rightarrow \infty$ 的极限和极高能情形. 数值计算结果表明, 这在 CERN SPS 能区是成立的.

作者感谢与赵维勤教授和刘波教授的有益讨论.

参 考 文 献

- [1] J. Ftáčnik, K. Kajantie, N. Pištová *et al.*, *Phys. Lett.*, **B188** (1987) 279.
- [2] Gordon Baym, Peter Braun-Munzinger, Vesa Ruuskanen, *Phys. Lett.*, **B190** (1987) 29.
- [3] A. D. Jackson, H. Bøggild, *Nucl. Phys.*, **A470** (1987) 669.
- [4] M. Kutschera, J. Hüfner, K. Werner, *Phys. Lett.*, **B192** (1987) 283.
- [5] K. Werner, *Z. Phys.*, **C38** (1988) 193.
- [6] A. J. Baltz, *Phys. Rev.*, **C43** (1991) 1420; *Nucl. Phys.*, **A525** (1991) 639c.
- [7] R. Shanta, S.K. Gupta, *Z. Phys.*, **A338** (1991) 183.
- [8] Denzhi Zhang, Chengshing Wang, *Phys. Rev.*, **C45** (1992) 1356.
- [9] Chengshing Wang, Kanzhu Guo, *Phys. Rev.*, **C48** (1993) 329.
- [10] B. Shiva Kumar, S. V. Greene, J. T. Mitchell, *Phys. Rev.*, **C50** (1994) 2152.
- [11] R. J. Glauber, in *Lectures in theoretical physics*, ed. W.E. Brittin *et al.*, Interscience Publishers, New York, 1959, Vol. I, p. 315.
- [12] R. J. Glauber, in *High-energy physics and nuclear structure*, Proc. of the 2nd Int. Conf., Rehovoth, 1967, ed. G. Alexander, North-Holland, Amsterdam, 1967, p.311.

Glauber Theory on Transverse Energy Distributions in Ultra-Relativistic Heavy Ion Collisions

Wang Zhengxing Zhao Qiang Tang Ping

(Department of Technical Physics, Beijing University, Beijing 100871)

Received 22 March 1995

Abstract

A geometrical model is proposed for the transverse energy distributions in ultra-relativistic heavy ion collisions based on the Glauber theory. The calculated distributions $d\sigma/dE_T$ for 60 and 200A GeV $^{16}\text{O} + ^{197}\text{Au}$ are in agreement with the data of CERN NA35 Collaboration pretty well. The relation with other geometrical models is discussed briefly.

Key words Ultra-relativistic heavy ion collisions, transverse energy distributions, Glauber theory.