



通过基矢光前量子化方法对 π 介子的研究

赵恒飞 蓝江山 赵行波

A Study of the Pion from the Basis Light-Front Quantization Approach

ZHAO Hengfei, LAN Jiangshan, ZHAO Xingbo

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.37.2020016>

引用格式:

赵恒飞, 蓝江山, 赵行波. 通过基矢光前量子化方法对 π 介子的研究[J]. 原子核物理评论, 2020, 37(1):1–10. doi: 10.11804/NuclPhysRev.37.2020016

ZHAO Hengfei, LAN Jiangshan, ZHAO Xingbo. A Study of the Pion from the Basis Light-Front Quantization Approach[J]. Nuclear Physics Review, 2020, 37(1):1–10. doi: 10.11804/NuclPhysRev.37.2020016

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

利用光前量子化方法计算电子的广义横向动量分布函数

Investigation of the General Transverse Momentum Distribution Function in Light-front Wave Function Method

原子核物理评论. 2017, 34(4): 724–729 <https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.34.04.724>

D 介子衰变中的奇异轴矢介子(英文)

Strange Axial-vector Mesons in D Meson Decays

原子核物理评论. 2019, 36(2): 125–134 <https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.36.02.125>

Hartree-Fock基矢下第一性原理的多体微扰理论计算

Ab initio Many-body Perturbation Calculations with Chiral N^3 LO Interaction

原子核物理评论. 2017, 34(3): 344–350 <https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.34.03.344>

闪烁体探测器中光的衰减通式(英文)

A Universal Formula for Light Attenuation of Scintillator Detector

原子核物理评论. 2019, 36(1): 78–84 <https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.36.01.078>

强子物质中的介子-介子散射(英文)

Meson-meson Scattering in Hadronic Matter

原子核物理评论. 2017, 34(3): 563–568 <https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.34.03.563>

文章编号: 1007-4627(2020)01-0001-10

通过基矢光前量子化方法对 π 介子的研究

赵恒飞^{1,2}, 蓝江山^{1,2,3,†}, 赵行波^{1,2}

(1. 中国科学院近代物理研究所, 兰州 730000;
2. 中国科学院大学核科学与技术学院, 北京 100049;
3. 兰州大学, 兰州 730000)

摘要: 为研究 π 介子的性质, 通过基矢光前量子化方法获得 π 介子的光前波函数。基矢光前量子化是一种在哈密顿量体系下基于量子场论的非微扰方法。在哈密顿量中我们考虑了动能项、基于全息色动力学的横向禁闭势、与横向禁闭势互补的纵向禁闭势和基于 QCD 的夸克-胶子相互作用。我们的基矢空间包括最低阶的两个 Fock 空间, 即领头阶 $|q\bar{q}\rangle$ 与次领头阶 $|q\bar{q}g\rangle$ 。根据所得的光前波函数我们计算了 π 介子衰变常数以及(基于领头 Fock 空间的)电磁半径, 这些结果与粒子数据手册(PDG)上的结果相近。此外, 我们计算了(基于领头 Fock 空间的) π 介子部分子分布, QCD 演化后, 与原先的结果相近(蓝江山等, Phys Rev Lett, 2019, 122:172001.), 能够很好地描述费米国家实验室(FNAL)与欧洲核子中心(CERN)的实验数据。

关键词: π 介子; 基矢光前量子化; 部分子分布; QCD 演化

中图分类号: O572.24⁺3

文献标志码: A

DOI: 10.11804/NuclPhysRev.37.2020016

1 引言

π 介子是最轻最常见的介子, 在粒子物理实验中容易产生, 在原子核中常被作为一种传递核力的媒介, 一般认为 π 介子的组分是一个夸克和一个反夸克, 即所谓组分夸克模型。实际上, 根据量子色动力学(QCD) π 介子的组成不仅有一个夸克和一个反夸克(称之为价夸克), 还有其它的夸克(称之为海夸克)和胶子。部分子分布函数(PDF)描述强子的内部结构, 它表示在强子中发现一个携带强子纵向动量分数为 x 的部分子(夸克或胶子)的概率密度分布。在国际上, 已有众多理论与实验致力于用部分子分布来研究强子的非微扰结构^[1-31], 然而, π 介子价夸克分布在大 x 区的行为还存在着很大的争论^[12, 22, 32-41]。从对 Drell-Yan 过程的实验数据的分析来看, π 介子的价夸克分布在大 x 区大致为线性或者稍微更陡一点地下降^[1-5]。而从对 Drell-Yan 过程的实验数据的重新分析来看, 在大 x 区发现价夸克的概率应该更小些^[8, 10, 21, 42-48]。

最近, 我们采用基矢光前量子化(BLFQ)方法, 通过考虑包含 NJL 有效相互作用的光前哈密顿量, 求解了基于领头 Fock 空间的 π 介子薛定谔方程, 从其光前波函数计算了 π 介子的初始部分子分布, 借助 QCD 演

化, 得到了在实验能标下的部分子分布^[49-50]。为进一步深入研究 π 介子的结构与性质, 在本工作中我们将考虑到次领头阶 Fock 空间, 并用更基本的夸克-胶子相互作用代替 NJL 有效相互作用, 对 π 介子进行研究。

BLFQ 方法^[51-54]是一套通过光前动力学^[55]非微扰求解相对论性多体束缚态的理论框架, 有望从第一性原理求解强子结构。该方法已被广泛应用于研究量子场的含时演化^[56]、电子反常磁矩^[57]、电子偶素系统^[52]、重夸克偶素系统^[58-60]、 B_c 介子^[61]和轻介子系统^[49-50, 62]等。最近, 该方法不但在求解质子^[63-65]、重介子(部分子分布)^[66]和重轻介子^[67]等强子系统的内部结构中有所突破, 还在求解电子在外电磁场中的含时演化^[68]中取得进展。其中, 在轻介子系统中, 借助 BLFQ 方法并考虑有效 NJL 相互作用^[62]研究轻介子部分子分布的工作取得了重大进展^[49-50], 该工作首次利用 BLFQ 方法计算轻介子的部分子分布, 并用 QCD 演化将低能标下 BLFQ 的计算结果与实验能标结果相连系。而在质子系统中, 首次利用 BLFQ 方法并考虑单胶子交换相互作用, 对质子内部结构的研究^[64]也取得了一些的突破。下面, 我们将在第二节对 BLFQ 进行简要介绍; 数值计算结果将在第三节进行展示, 包括第一小节的质量与衰变常数和电磁半径及电磁形状因子、第二小节的

收稿日期: 2019-12-31; 修改日期: 2020-02-20

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(11850410436); 中国科学院近代物理研究所和中国科学院前沿科学研究启动金(ZDBS-LY-7020)

作者简介: 赵恒飞(1995-), 男, 河南漯河人, 硕士研究生, 从事粒子物理与原子核物理研究; E-mail: zhaohengfei@impcas.ac.cn

† 通信作者: 蓝江山, E-mail: jiangshanlan@impcas.ac.cn.

部分子分布以及第三小节的 Drell-Yan 微分散射截面；第四节是总结和展望。

2 BLFQ

2.1 基矢和截断

在 BLFQ 中，我们通过求解定态薛定谔方程^[69]得到相对论性束缚态的可观测量，

$$P^\mu P_\mu |\Psi\rangle = M^2 |\Psi\rangle, \quad (1)$$

其中： P^μ 是光前坐标系下能量动量算符，表示为 $P^\mu = (P^+, P^\perp, P^-)$ ^[69]，这里 $P^+ = P^0 + P^3$ 、 $P^- = \frac{(P^\perp)^2 + M^2}{P^+}$ 和 $P^\perp$ 分别表示纵向动量、光前哈密顿量和横向动量。

由于 QCD 的相互作用，物理介子可以看作是正反夸克与胶子云的集合体，介子的波函数可以在 Fock 空间表示为以下展开形式，

$$|\text{meson}\rangle = a|q\bar{q}\rangle + b|q\bar{q}g\rangle + c|q\bar{q}gg\rangle + \dots, \quad (2)$$

其中，不同 Fock 空间的粒子数不同，但动量守恒，并且总角动量在纵向的投影守恒。由于计算资源有限，在本文中我们将 Fock 空间截断至前两阶 $|q\bar{q}\rangle + |q\bar{q}g\rangle$ ，在后续工作中，我们可以将其扩展至更高阶。

2.1.1 纵向基矢

我们将波函数用给定的基矢展开，其纵向我们采用了平面波 $e^{-i\frac{1}{2}p_i^+x^-}$ ^[52]，并采用箱归一化：

$$p_i^+ = \frac{2\pi k_i}{L}, \quad \begin{cases} k_i = 1, 2, 3 \dots (\text{玻色子}), \\ k_i = 1/2, 3/2 \dots (\text{费米子}), \end{cases}$$

其中，纵向总动量为 $P^+ = 2\pi K/L$ ， L 为箱归一化中箱子的长度，由纵向动量守恒有 $K = \sum_i k_i$ ，下标 i 为粒子标号，这里，玻色子采用周期性边界条件对应 k 的值为整数（忽略零模 $k_i = 0$ ），而费米子采用半周期性边界条件对应 k 的值为半整数，规定粒子的纵向动量分数为 $x_i \equiv k_i/K$ （ x_1 、 x_2 和 x_3 分别表示夸克、反夸克和胶子的纵向动量分数）。显然，当纵向截断参数 K 趋于无穷时，纵向动量将趋于连续。

2.1.2 横向基矢

我们采用了单粒子坐标系^[52]下二维谐振子的波函数作为横向基矢，通过求解如下二维谐振子动量空间的薛定谔方程，可以得到二维谐振子波函数^[52]，

$$P_\Omega^- = \frac{\Omega}{2} \left(\frac{p_\perp^2}{p_i^+ \Omega} + p_i^+ \Omega r_\perp^2 \right), \\ E = (2n + |m| + 1)\Omega,$$

$$\phi_{nm}(b' = \sqrt{x_i}b, \mathbf{p}_\perp) = \frac{1}{b'} \sqrt{\frac{4\pi n!}{(n + |m|)!}} \times \\ \left(\frac{p_\perp}{b'} \right)^{|m|} e^{-\frac{p_\perp^2}{2b'^2}} L_n^{|m|} \left(\frac{p_\perp^2}{b'^2} \right) e^{im\theta}, \quad (3)$$

其中：第一行为二维谐振子的哈密顿量；第二行和第三行分别对应二维谐振子的能量本征值和波函数。这里 b 是特征动量标度，取为 $b = \sqrt{P^+ \Omega}$ ， Ω 为二维谐振子的振动频率，二维谐振子波函数记作 $\phi_{nm}(\sqrt{x_i}b, \mathbf{p}_\perp)$ ， n 和 m 分别是径向量子数和角向量子数，而 $p_\perp$ 和 θ 分别对应 $p_\perp = |\mathbf{p}_\perp|$ 和 $\theta = \arg(\mathbf{p}_\perp)$ ， $L_n^{|m|}(z)$ 是拉盖尔多项式。以 $n = 5$ 为例，不同 m 取值下的二维谐振子波函数 $\phi_{nm}(b' = 1, \mathbf{p}_\perp)$ 如图 1 所示。

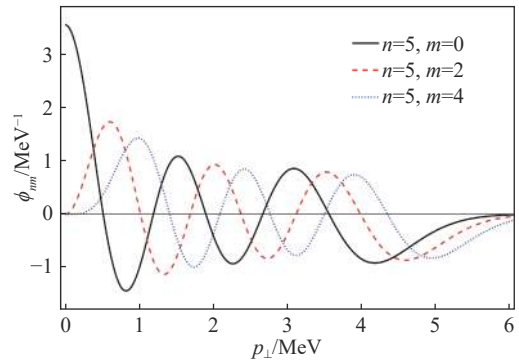


图 1 (在线彩图) 二维谐振子示意图

横坐标为横向动量 $p_\perp = |\mathbf{p}_\perp|$ ，纵坐标为二维谐振子的实部。实线、短虚线和点虚线分别对应 m 取 0, 2 和 4 的二维谐振子函数。

在本文中，我们选取 x_i 依赖的特征动量标度，对应的横向基矢记作 $\phi_{nm}(\sqrt{x_i}b, \mathbf{p}_\perp)$ 。同样地，由于计算资源有限，我们对横向基矢进行能量截断 $\sum_i (2n_i + |m_i| + 1) \leq N_{\max}$ （ i 为粒子标号）。理论上，随着横向截断参数 $N_{\max}$ 趋于无穷，横向基矢趋于完备。

2.1.3 角动量

在 BLFQ 中，由于基矢空间被截断，总角动量算符 J 与哈密顿量算符 P^- 不对易，空间旋转对称性只是近似满足。因此，总角动量量子数 J 不是我们基矢中的好量子数，但总角动量在纵向的投影 M_J 是基矢的好量子数，满足：

$$M_J = \sum_i m_i + s_i, \quad (4)$$

其中： m_i 为横向基矢的角向量子数； s_i 为粒子的自旋量子数^[52]。

在颜色空间我们选取色单态的基矢。因为在 $|q\bar{q}\rangle$ 与 $|q\bar{q}g\rangle$ Fock 空间中各只包含有一个色单态^[53]，我们省略

基矢的颜色量子数。综上，我们采用四个量子数 k, n, m, s 对基矢粒子进行表述，其中， k 为纵向量子数， n 和 m 为横向量子数， s 为自旋量子数。这些量子数满足以下对称性与截断条件：

$$\begin{cases} K = \sum_i k_i, \\ N_{\max} \geq \sum_i (2n_i + |m_i| + 1), \\ M_J = \sum_i (m_i + s_i), \end{cases}$$

其中：对于领头 Fock 空间； i 取 1 和 2，对应于夸克和反夸克；而对于次领头 Fock 空间， i 分别对应于夸克与反夸克，还包括胶子。

2.2 哈密顿量

2.2.1 光前哈密顿量

我们的光前哈密顿量 $P^- = P_{\text{QCD}}^- + P_C^-$ ，由 QCD 哈密顿量 P_{QCD}^- 与唯象禁闭势 P_C^- 两部分构成，其中， P_{QCD}^- 可由 QCD 拉氏量通过勒让德变换并考虑 Fock 空间的截断得到^[69]：

$$\begin{aligned} P_{\text{QCD}}^- = & \int d^2x^\perp dx^- \frac{1}{2} \bar{\Psi} \gamma^+ \frac{m_{q0}^2 + (i\partial^\perp)^2}{i\partial^+} \Psi - \\ & \frac{1}{2} A_a^i (i\partial^\perp)^2 A_a^i + g \bar{\Psi} \gamma_\mu T^a A_a^\mu \Psi + \\ & \frac{1}{2} g^2 \bar{\Psi} \gamma^+ T^a \Psi \frac{1}{(i\partial^+)^2} \bar{\Psi} \gamma^+ T^a \Psi, \end{aligned} \quad (5)$$

这里， P_{QCD}^- 中前两项对应着哈密顿量的动能部分，分别是夸克和胶子动能项，后两项是相互作用部分记作 P_{int}^- ，包括矢量顶点相互作用和瞬时胶子交换相互作用。其中， m_{q0} 为夸克的裸质量， $x^\perp$ 和 x^- 为横向平面和纵向坐标， $\gamma^+ = \gamma^0 + \gamma^3$ ^[52]， g 为强相互作用常数， T^a 为 $SU(3)$ 规范群的八个伴随矩阵， Ψ 和 A 分别为夸克场和胶子场。

2.2.2 禁闭势

考虑到夸克禁闭，我们在纵向和横向唯象地引入禁闭势 P_C^- ^[58] 为

$$P_C^- P^+ = \kappa_T^4 \xi_\perp^2 - \frac{\kappa_L^4}{(m_q + m_{\bar{q}})^2} \partial_{x_1} (x_1(1-x_1) \partial_{x_1}), \quad (6)$$

其中，第一项为横向禁闭势，用 κ_T 描述横向禁闭势的强弱，而 $\xi_\perp \equiv \sqrt{x_1(1-x_1)} \mathbf{r}_\perp$ 是 Brodsky 和 de Téramond 提出的全息变量^[69] (其中 $\mathbf{r}_\perp = \mathbf{r}_{1\perp} - \mathbf{r}_{2\perp}$ 为相对坐标， $\mathbf{r}_1$ 和 $\mathbf{r}_2$ 为单粒子坐标系下正反夸克的坐标)；第二项为纵向禁闭势，用 κ_L 描述纵向禁闭势的强度，这里我们取 $\kappa_T = \kappa_L = \kappa$ ，而 m_q 和 $m_{\bar{q}}$ 分别为夸克和反夸克的物理质量。

为简单起见，这里的禁闭势 P_C^- 只作用在领头 Fock 空间。而对于次领头 Fock 空间，其哈密顿量我们目

前只考虑了夸克-胶子相互作用，我们将在以后的工作中考虑次领头 Fock 空间中的禁闭相互作用。

2.3 质心哈密顿量

在单粒子坐标系中，通过引入质心哈密顿量，我们将波函数中的质心运动与相对运动因子化：

$$P'^- P^+ = P^- P^+ + \lambda (P_{\text{cm}}^- P^+ - 2b^2 I), \quad (7)$$

其中，质心哈密顿量 P_{cm}^- 为^[52]，

$$P_{\text{cm}}^- P^+ = P_\perp^2 + b^4 \mathbf{R}_\perp^2 = \left(\sum_i \mathbf{p}_{\perp i} \right)^2 + b^4 \left(\sum_i x_i \mathbf{r}_{\perp i} \right)^2. \quad (8)$$

这里，我们选择一个足够大的拉格朗日乘子 λ 将质心激发的能谱移到高激发态，从而在低能级部分得到不含质心激发的能谱。

2.4 重整化与正规化

已知光前 QCD 哈密顿量为 P_{QCD}^- ，将其作用在给定的 BLFQ 基矢上，可得对应的哈密顿矩阵。这里，QCD 哈密顿量中夸克-胶子相互作用 P_{int}^- (对应式 (5) 右边的后两项) 的形式如图 2 所示。

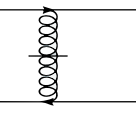
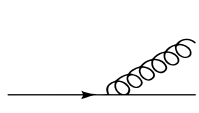
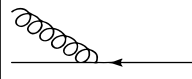
P_{int}^-	$ q\bar{q}\rangle$	$ q\bar{q}g\rangle$
$\langle q\bar{q} $		
$\langle q\bar{q}g $		0

图 2 相互作用部分哈密顿量示意图

左上费曼图为领头 Fock 空间的瞬时胶子交换相互作用，对应哈密顿矩阵中的对角部分；右上费曼图为领头 Fock 空间与次领头 Fock 空间交叉作用部分，具体为夸克到夸克-胶子的矢量顶点相互作用，对应哈密顿矩阵中的上角部分；同样地，左下费曼图为相应夸克-胶子到夸克的矢量顶点相互作用，对应哈密顿矩阵中的下角部分；右下费曼图为 0，是由于根据“规范原理”^[70] 其相互作用涉及到 $|q\bar{q}gg\rangle$ Fock 空间，而我们的基矢空间只包括领头阶与次领头阶 Fock 展开。

为应对求解束缚态过程中遇到的发散，我们考虑了如下的重整化与正规化手续：

(1) 夸克(反夸克)质量重整化。在 BLFQ 的基矢中，动力学胶子不仅会贡献夸克-反夸克间的相互作用，它也会对单个夸克(反夸克)产生自能修正，如图 3 所示。因此，我们参照 Karmanov 等^[71] 提出的“Fock 空间依赖的重整化方案”，在领头 Fock 空间中密顿量的动能部

分, 引入了质量抵消项 $\delta m_{q(\bar{q})} = m_{q(\bar{q})0} - m_{q(\bar{q})}$ 来重整化夸克(反夸克)的自能发散。其具体操作与 BLFQ 在物理电子^[72-73]和电子偶素^[52, 74]的重整化类似。

(2) 其它发散的正规化。为使瞬时胶子交换相互作用中瞬时胶子的截断与基矢空间中动力学胶子的截断一致, 我们在瞬时胶子交换相互作用中, 引入了一个宽度可调的高斯函数 ($e^{-p_\perp^2/b_{\text{inst}}^2}$) 对瞬时胶子相互作用的横向动量进行软截断^[74]。此外, 参照单胶子交换相互作用的有效模型^[52, 58], 我们在次领头 Fock 空间的胶子动能项中引入了一个胶子质量 m_g 来消除交换小动量胶子引起的红外发散。

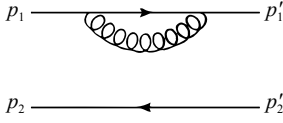


图 3 夸克的自能修正示意图

p_1 和 p_1' 分别为夸克的初态和末态动量, 而 p_2 和 p_2' 分别为反夸克的初态和末态动量。这里, 我们给出夸克的自能修正图, 反夸克的自能修正图与之类似。

3 数值计算结果

3.1 波函数

在 Fock 空间中, π 介子的光前波函数可表示为

$$\begin{aligned} |\Psi_\pi(P)\rangle = & \sum_{s_1 s_2} \int [d^3 p_1][d^3 p_2] \Psi_2^{s_1 s_2}(p_1, p_2) \times \\ & b_{s_1}^\dagger(p_1) d_{s_2}^\dagger(p_2) |0\rangle + \\ & \sum_{s_1 s_2 s_3} \int [d^3 p_1][d^3 p_2][d^3 p_3] \Psi_3^{s_1 s_2 s_3}(p_1, p_2, p_3) \times \\ & b_{s_1}^\dagger(p_1) d_{s_2}^\dagger(p_2) a_{s_3}^\dagger(p_3) |0\rangle, \end{aligned} \quad (9)$$

通过对角化哈密顿量矩阵, 可以得到 π 介子领头阶与次领头阶 Fock 空间的波函数, 记作 $\Psi_2^{s_1 s_2}(p_1, p_2)$ 和 $\Psi_3^{s_1 s_2 s_3}(p_1, p_2, p_3)$ 。约定 $[d^3 p_i] \equiv \frac{d^3 x_i d^2 p_{i\perp}}{(2\pi)^3}$, $p_i \equiv (x_i, \mathbf{p}_{i\perp})$, $b^\dagger$ 、 $d^\dagger$ 和 $a^\dagger$ 分别为夸克、反夸克和胶子的产生算符, $|0\rangle$ 为真空态。

3.1.1 衰变常数

从强子到真空的矩阵元与其对应的衰变常数为

$$\langle 0 | \bar{\Psi}(0) \gamma^+ \gamma_5 \Psi(0) | \Psi_\pi(P) \rangle = i P^+ f_P, \quad (10)$$

$$\frac{f_P}{2\sqrt{2N_C}} = \int [d^3 p_1][d^3 p_2] \Psi_2^{\uparrow\downarrow-\uparrow\uparrow}(p_1, p_2), \quad (11)$$

其中, 式 (10) 左边 $\Psi(0)$ 表示在 $r = 0$ 处的夸克场算符; 而式 (11) 左边 f_P 为衰变常数^[75], 它来自于 $\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu$

($\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}$) 的弱衰变, 等式右边是对领头 Fock 空间中波函数的动量积分。约定 $\Psi_2^{\uparrow\downarrow-\uparrow\uparrow}(p_1, p_2) \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} [\Psi_2^{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}(p_1, p_2) - \Psi_2^{\frac{-1}{2}-\frac{1}{2}}(p_1, p_2)]$, 色因子 $N_C = 3$ 。

3.1.2 形状因子和电磁半径

π 介子的形状因子 (FFs) 定义为^[76]

$$I_{0,0}(Q^2) \triangleq \frac{1}{2P^+} \langle \Psi_\pi^*(P') | j^+(0) | \Psi_\pi(P) \rangle, \quad (12)$$

这里, J 为对应的总角动量对于 π 介子 $J = 0$, P 和 P' 分别为对应 π 介子的初态和末态动量, 而 $\Delta = P' - P$ 为动量转移, $Q^2 = -\Delta^2$, 其 $j^+(0) = \bar{\Psi}(0) \gamma^+ \Psi(0)$ 来自于矢量流 $j^\mu(0)$ 。

在本工作中基于领头 Fock 空间的波函数 $\Psi_2^{s_1 s_2}(p_1, p_2)$, 我们计算了电磁形状因子 (FF) 与电磁半径, 它们的表达式分别为^[76]

$$F(Q^2) = \frac{1}{N_{q\bar{q}}} I_{0,0}(Q^2), \quad (13)$$

$$\langle r_c^2 \rangle = -6 \lim_{Q^2 \rightarrow 0} \frac{d}{dQ^2} F(Q^2), \quad (14)$$

其中, 领头 Fock 空间所占的概率为 $N_{q\bar{q}} = \sum_{s_1 s_2} \int [d^3 p_1][d^3 p_2] \Psi_2^{s_1 s_2*}(p_1, p_2) \Psi_2^{s_1 s_2}(p_1, p_2)$, 电磁半径与电磁形状因子在 $Q^2 = 0$ 处的导数相关。

我们通过调禁闭势强度、强相互作用耦合常数、夸克质量、胶子质量、特征动量标度和正规化参数等参数, 使得 π 介子的质量、衰变常数和电磁半径等物理量尽量与粒子物理数据手册上的值^[77]匹配。这里, π 介子的物理量 (质量、衰变常数和电磁半径) 是输入参数, 所调参数 (禁闭势强度、强相互作用耦合常数、夸克质量、胶子质量、特征动量标度和正规化参数) 是在经验值^[62]周围遍历的。

在横向截断为 $N_{\text{max}} = 8$ 、纵向截断 $K = 9$ 和 $M_J = 0$ 时, 所调的参数取值: 禁闭势强度均为 $\kappa = 0.643 \text{ GeV}$, 强相互作用耦合常数 $g = 1.82$, $u(\bar{d})$ 夸克质量取 $m_{q(\bar{q})} = 0.2 \text{ GeV}$, 胶子质量 $m_g = 0.01 \text{ GeV}$, 特征动量标度 $b = 0.4 \text{ GeV}$, 正规化参数 $b_{\text{inst}} = 9.8 \text{ GeV}$; 得到的输入参数如表 1 所列, 包括 π 介子的质量、衰变常数和电磁半径。

π 介子的质量、衰变常数和 (基于领头 Fock 空间的) 电磁半径的数值计算结果 (见表 1), 与粒子数据手

表 1 π 介子的质量、衰变常数以及电磁半径

来源	m_{π^+}/MeV	f_{π^+}/MeV	$\sqrt{\langle r_c^2 \rangle}[\pi^+]/\text{fm}$
本工作	139.57	206.1	0.643
PDG ^[77]	775.26	130.2 ± 1.7	0.672 ± 0.008

册(PDG)的结果^[77]相比,本结果在一定程度上描述了 π 介子的基本性质。本工作通过匹配输入量(π 介子的质量、衰变常数和电磁半径),得到了 π 介子的波函数,该波函数可以计算很多可观测量,通过该波函数计算的可观测量是我们的输出结果,本工作给出了两个输出结果,一个是部分子分布函数(见下一小节),另一个是电磁形状因子。

电磁形状因子的数值计算结果,如图 4 所示,在小 Q^2 区域与实验数据^[78-83]接近,在大 Q^2 区域我们的结果相比于实验数据有一定程度的偏离。在我们的计算中,我们考虑了 π 介子的领头阶 $|\bar{q}q\rangle$ 和次领头阶 $|\bar{q}qg\rangle$,其中领头阶 Fock 空间占的概率为 $N_{q\bar{q}} = 0.887$,由于领头阶占主导地位,在本工作中我们根据领头阶所占概率对波函数重新进行归一,并根据归一后的波函数计算电磁形状因子和部分子分布函数,对于次领头阶的贡献我们将在今后的工作中研究。

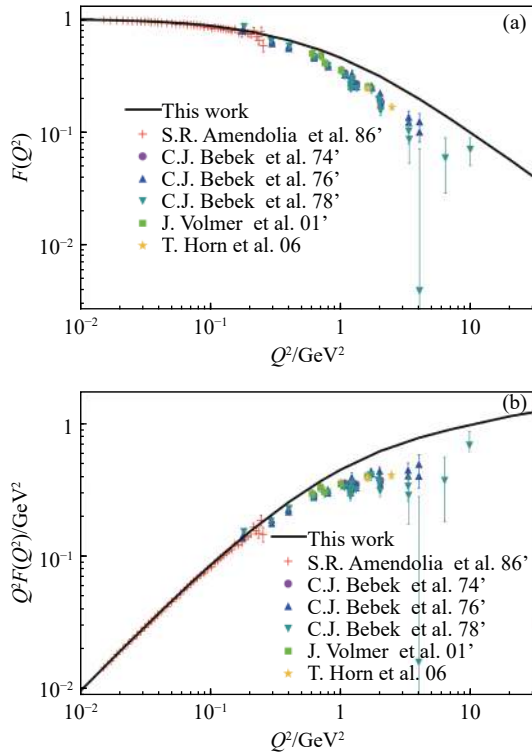


图 4 (在线彩图) π 介子的电磁形状因子, 横坐标为 Q^2 , (a)(b) 纵坐标为 $FF(Q^2 \text{ 乘以 } FF)$

实验数据^[78-83]分别对应为图中的十字、圆、正三角、倒三角、方块和五角星数据点。实线为目前基于领头 Fock 空间的数值计算结果。

3.2 部分子分布

3.2.1 初始部分子分布

部分子分布函数(PDF)是强子中发现一个携带纵向动量分数为 x 的部分子(夸克或胶子)的概率密度分

布。由于领头阶的贡献达到 88.7%, 为方便与之前的结果^[49-50]进行对比, 在本工作中, 我们只计算领头 Fock 空间贡献的部分子分布, 并根据领头阶所占概率对波函数重新进行了归一化处理, 我们将在以后的工作中考虑次领头 Fock 空间的贡献。参考文献^[58], 领头 Fock 空间的部分子分布计算为:

$$f(x) = \frac{1}{N_{q\bar{q}}} \sum_{s_1 s_2} \int [d^2 p_{1\perp}] [d^2 p_{2\perp}] \times \Psi_2^{s_1 s_2*}(p_1, p_2) \Psi_2^{s_1 s_2}(p_1, p_2), \quad (15)$$

其中: $N_{q\bar{q}}$ 为领头 Fock 空间所占的概率。我们对波函数的模平方横向动量进行积分自旋部分求和并归一, 即可得到基于领头 Fock 空间的初始部分子分布。约定 $[d^2 p_{i\perp}] = \frac{d^2 p_{i\perp}}{(2\pi)^2}$ 。

如图 5 所示我们发现, 在一定程度上目前的部分子分布比之前的结果宽。为进一步深入地对比, 我们在下面引入了 QCD 演化方程, 对初始部分子分布进行动力学演化。

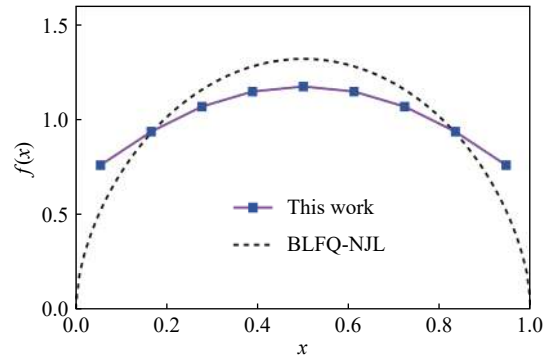


图 5 (在线彩图) π 介子的初始部分子分布对比图, 横坐标为纵向动量分数 x , 纵坐标为 PDF 蓝色方块(紫色实线)为数值计算结果, 黑色虚线为 BLFQ-NJL 模型的结果^[49-50]。

3.2.2 QCD 演化后的部分子分布

在 QCD 中, 夸克可以辐射出胶子, 而胶子既可以辐射出胶子, 也可以湮灭产生正反夸克对。因此, 知道初始部分子分布后, 可以通过 QCD 演化得到实验能标下的部分子分布情况。该 QCD 演化由 Dokshitzer^[84]、Gribov 等^[85]、Altarelli 等^[86]提出, 简称 DGLAP 演化,

$$\frac{\partial}{\partial \ln \mu^2} \begin{pmatrix} q(x, \mu^2) \\ g(x, \mu^2) \end{pmatrix} = \frac{\alpha_s(\mu^2)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \begin{pmatrix} P_{qq}(\frac{x}{y}) & P_{qg}(\frac{x}{y}) \\ P_{gq}(\frac{x}{y}) & P_{gg}(\frac{x}{y}) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} q(y, \mu^2) \\ g(y, \mu^2) \end{pmatrix}, \quad (16)$$

其中: $P_{qq}(z)$, $P_{qg}(z)$, $P_{gq}(z)$ 和 $P_{gg}(z)$ 为演化核, 也称劈裂函数, $q(x, \mu^2)$ 和 $g(x, \mu^2)$ 分别是夸克和胶子的部分子分布, 而 $\alpha_s(\mu^2)$ 是强相互作用中的跑动耦合函数, 对应的能标由 μ^2 表示。为与之前的工作^[49–50]一致, 这里采用高阶微扰部分子演化包 (HOPPET)^[87] 来数值求解上式 DGLAP 演化方程, 其阶数也考虑到次次领头阶 (NNLO)。

将领头 Fock 空间里的 (归一化后的) 初始部分子分布作为输入 ($q(x, \mu_0^2) = f(x)$), 由于其初始价夸克携带全部纵向动量, 选择起始能标为 $\mu_0^2 = 0.24 \text{ GeV}^2$ ^[49–50], 演化至实验能标 $\mu^2 = 16 \text{ GeV}^2$, 如图 6 所示, 紫色实线是目前的结果, 其它部分可参考之前的文章^[49–50]。我们发现, 演化后胶子和海夸克的部分子分布与原先结果接近, 而价夸克分布相比原先结果对 E-0615 的实验结果^[6]符合得更好。在实验能标下, 价夸克的部分子分布在大 x 区的下降趋势为 $(1-x)^{1.3}$, 相比原先结果 $(1-x)^{1.44}$ 更倾向于支持线性下降^[1–5]。

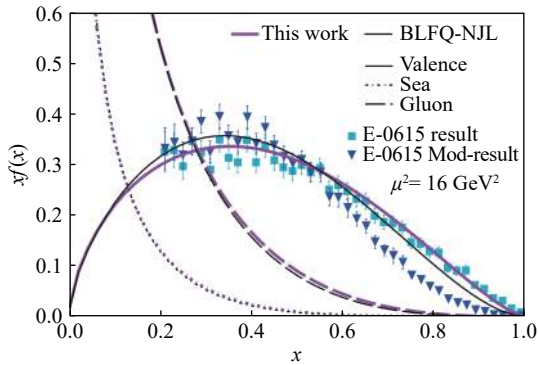


图 6 (在线彩图) 实验能标下的部分子分布, 横坐标为纵向动量分数 x , 纵坐标为 x 乘以 PDF

浅蓝色方块为 E-0615 实验的结果^[6], 而深蓝色三角为对 E-0615 实验重新分析的结果^[29], 紫色粗实线、长虚线和短虚线分别为本工作中 π 介子价夸克、胶子和海夸克的部分子分布, 而黑色细实线、长虚线和短虚线分别对应着 BLFQ-NJL 模型中 π 介子部分子分布的价夸克、胶子和海夸克部分。

基于演化后的部分子分布, 我们可以计算 Drell-Yan 过程 $\pi^- N \rightarrow \mu^+ \mu^- X$ 的微分散射截面。

3.3 Drell-Yan 微分散射截面

在强子与强子的碰撞中, 湮灭一对分别来自两个强子的夸克与反夸克对并产生一对轻子的过程, 称为 Drell-Yan 过程, 如图 7 所示, 该过程是量子色动力学中最基本的过程之一。

在该过程中, $p_{1,2}$ 和 $l_{1,2}$ 分别是入射强子和出射轻子的四动量, 进而该过程可由如下物理量描述^[22, 88–93]:

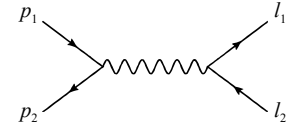


图 7 Drell-Yan 过程示意图

$$\begin{aligned} s &= (p_1 + p_2)^2, & q &= l_1 + l_2, \\ m^2 &= q^2, & Y &= \frac{1}{2} \ln \frac{q_0 + q_3}{q_0 - q_3}, \\ x_F &= x_1 - x_2, & \tau &= \frac{m^2}{s}, \\ z &= \frac{m^2}{\hat{s}} = \frac{\tau}{x_1 x_2}, & y &= \frac{\frac{x_1}{x_2} e^{-2Y} - z}{(1-z)(1 + \frac{x_1}{x_2} e^{-2Y})}, \end{aligned}$$

其中: $\sqrt{s}$ 为质心系能量; q 为虚光子的四动量; m 为轻子对的不变质量; Y 为虚光子的快度; x_F 为费曼变量; $\sqrt{\tau}$ 为轻子对不变质量与质心系能量之比; $\sqrt{\hat{s}}$ 是湮灭的夸克对的质心系能量; 而 z 则是轻子对不变质量与湮灭的夸克对质心系能量之比; y 是描述该过程引入的一个辅助变量。那么, 湮灭的强子对的纵向动量可表示为

$$\begin{aligned} x_1 &= \sqrt{\frac{\tau}{z} \frac{1 - (1-y)(1-z)}{1 - y(1-z)}} e^Y, \\ x_2 &= \sqrt{\frac{\tau}{z} \frac{1 - y(1-z)}{1 - (1-y)(1-z)}} e^{-Y}. \end{aligned}$$

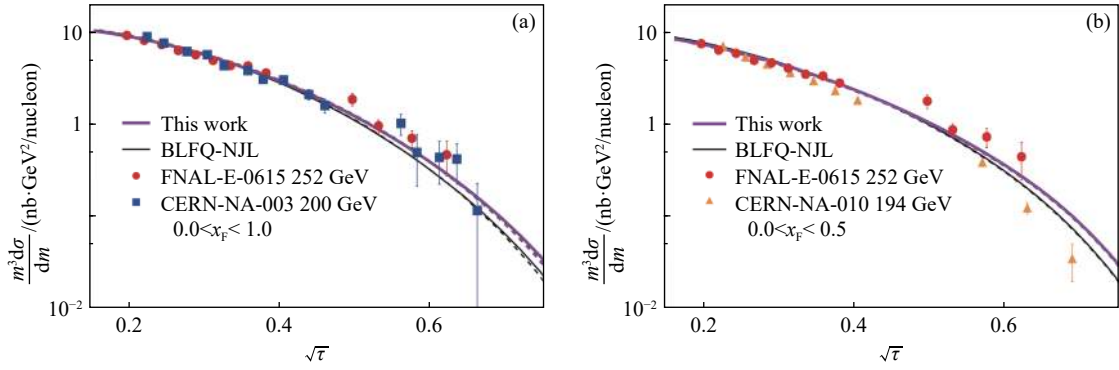
因此, 我们可以定义固定阶数的 Drell-Yan 微分散射截面计算公式为^[22, 90–92]:

$$\begin{aligned} \frac{m^3 d^2\sigma}{dm dY} &= \frac{8\pi\alpha^2}{9} \frac{m^2}{s} \sum_{ij} \int dx_1 dx_2 \tilde{C}_{ij}(x_1, x_2, m^2, \mu^2) \times \\ &f_{i/\pi}(x_1, \mu^2) f_{j/N}(x_2, \mu^2), \end{aligned} \quad (17)$$

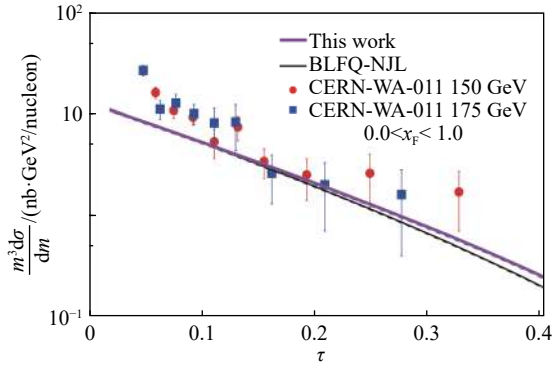
其中: α 为电磁相互作用中的耦合常数; $f_{i/\pi}$ 和 $f_{j/N}$ 分别为 π 介子的部分子分布和对应原子核的部分子分布; $\tilde{C}_{ij}$ 则是相应能标下的微扰系数^[90–92]。这里我们计算到次领头阶, 与原先计算同阶^[50], 求和 ij 包括 $q\bar{q}$ 、 $\bar{q}q$ 、 qg 、 gq 、 $\bar{q}g$ 和 $g\bar{q}$, 其详细表达式可参考上篇文章的附录^[50]。同样地, 我们采用了 2015 年的 nCTEQ 原子核部分子分布^[94] 作为对应靶核部分子分布的输入。

在图 8~10 中, 紫色实线为目前的结果, 黑色虚线为 BLFQ-NJL 模型的计算结果^[50], 实验数据包括: 费米国家实验室 (FNAL) 的 E-0615 实验数据^[6]、E-0326 实验数据^[95] 和 E-0444 实验数据^[96], 欧洲核子中心 (CERN) 的 NA-003 实验数据^[7]、NA-010 实验数据^[97]、

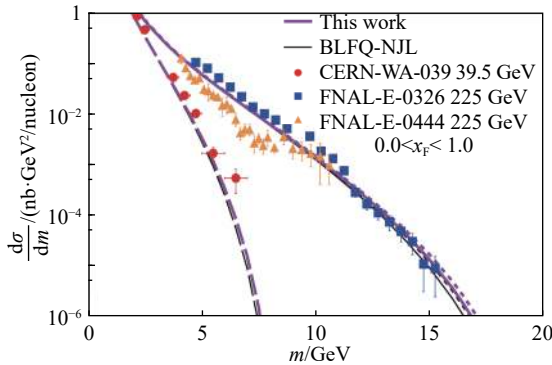
*蓝江山硕士论文中 Drell-Yan 微分散射截面的计算结果在最新的文章^[50]中已更新。

图 8 (在线彩图)Drell-Yan 微分散射截面, 描述为 $m^3 d\sigma/dm$ 随 $\sqrt{\tau}$ 的函数

红色圆数据来自于 E-0615 实验^[6], 蓝色方块数据来自于 NA-003 实验^[7], 橙色三角数据来自于 NA-010 实验^[97], 紫色粗线为本工作的计算结果, 而黑色细线为原先工作的结果^[50], 在图(a)中, x_F 的取值范围是 $0 < x_F < 1$, 在图(b)中, x_F 的取值范围是 $0 < x_F < 0.5$ 。

图 9 (在线彩图)Drell-Yan 微分散射截面, 描述为 $m^3 d\sigma/dm$ 随 τ 的函数

红色圆和蓝色方块数据来自于 WA-011 实验^[98] 的不同 π 束流能量的结果, 紫色粗线为本工作的计算结果, 而黑色细线为原先工作的结果^[50], x_F 的取值范围是 $0 < x_F < 1$ 。

图 10 (在线彩图)Drell-Yan 微分散射截面, 描述为 $d\sigma/dm$ 随 m 的函数

红色圆数据来自于 WA-039 实验^[99], 蓝色方块数据来自于 E-0326 实验^[95], 橙色三角数据来自于 E-0444 实验^[96], 紫色粗线为本工作的计算结果, 而黑色细线为原先工作的结果^[50], x_F 的取值范围是 $0 < x_F < 1$ 。

WA-011 实验数据^[98] 和 WA-039 实验数据^[99], 实验数据对应的 π^- 束流能量、靶核和质心系能量 $\sqrt{s}$ 见表 2。

进行初步的对比, 我们发现, 目前的结果与 BLFQ-

表 2 $\pi^- N \rightarrow \mu^+ \mu^- X$ 的实验数据信息表

实验名称	π^- 的束流能量/GeV	靶核	质心系能量 $\sqrt{s}$ /GeV
E-0615 ^[6]	252	W	21.7
E-0326 ^[95]	225	W	20.5
E-0444 ^[96]	225	C	20.5
NA-003 ^[7]	200	Pt	19.4
NA-010 ^[97]	194	W	19.1
WA-011 ^[98]	150	Be	16.8
WA-011 ^[98]	175	Be	18.1
WA-039 ^[99]	39.5	W	8.6

NJL 模型的结果^[50] 相近, 都能很好地描述实验数据。进行更详细的对比, 我们发现, 在较大轻子对不变质量 ($\sqrt{\tau}$ 、 τ 和 m) 区, 目前的结果比原结果有一定程度的增大, 并且与 E-0615、NA-003、WA-011 和 WA-039 实验数据更接近, 但与 NA-010、E-0326 和 E-0444 实验数据偏离稍大。

4 总结与展望

我们通过 BLFQ 方法计算了 π 介子的光前波函数以及一些常见可观测量, 所用的基矢空间包括领头和次领头 Fock 空间 ($|q\bar{q}\rangle$ 和 $|q\bar{q}g\rangle$), 哈密顿量包括动能项、横向与纵向禁闭势和夸克-胶子相互作用。目前我们的数值计算结果显示, 该哈密顿量在一定程度上描述了 π 介子的基本性质 (电磁形状因子、质量、衰变常数和电磁半径) 的前提下, 所得基于领头阶 Fock 空间的部分子分布能够很好地描述实验数据^[6-7, 95-99], 在实验能标下大 x 区部分子分布的下降行为是 $(1-x)^{1.3}$, 相比于原先结果^[49-50] 更倾向于支持线性下降^[1-5]。

我们希望在后续研究中能够计算次领头 Fock 空间的贡献, 并检查结果关于截断参数的收敛性。我们也希望将来能将类似的方法应用于研究其它介子的结构。

致谢 作者感谢付开宇、徐思琦、李阳、C. Mondal 和 J. P. Vary 的讨论与合作。

参考文献:

- [1] BORDALO P, BUSSON P, KLUBERG L, et al. *Phys Lett B*, 1987, 193: 368.
- [2] FREUDENREICH K. *Int J Mod Phys A*, 1990, 5: 3643.
- [3] SUTTON P J, MARTIN A D, ROBERTS R G. *Phys Rev D*, 1992, 45: 2349.
- [4] GLUCK M, REYA E, SCHIENBEIN I. *Eur Phys J C*, 1999, 10: 313.
- [5] WIJESOORIYA K, REIMER P E, HOLT R J. *Phys Rev C*, 2005, 72: 065203.
- [6] CONWAY J S, ADOLPHSEN C E, ALEXANDER J P, et al. *Phys Rev D*, 1989, 39: 92.
- [7] BADIER J, BOUCROT J, BOUROTTE J, et al. *Z Phys C*, 1983, 18: 281.
- [8] AICHER M, SCHAFER A, VOGELSANG W. *Phys Rev Lett*, 2010, 105: 252003.
- [9] WATANABE A, SANWADA T, KAO C W. *Phys Rev D*, 2018, 97: 074015.
- [10] HECHT M B, ROBERTS C D, SCHMIDT S M. *Phys Rev C*, 2001, 63: 025213.
- [11] NAM S I. *Phys Rev D*, 2012, 86: 074005.
- [12] DETMOLD W, MELNITCHOUK W, THOMAS A W. *Phys Rev D*, 2003, 68: 034025.
- [13] HOLT R J, ROBERTS C D. *Rev Mod Phys*, 2010, 82: 2991.
- [14] PUMPLIN J, STUMP D R, HUSTON J, et al. *JHEP*, 2002, 0207: 012.
- [15] BALL R D, BERTONE V, CARRAZZA S, et al. *Eur Phys J C*, 2017, 77: 663.
- [16] ALEKHIN S, BLUMLEIN J, MOCH S, et al. *Phys Rev D*, 2017, 96: 014011.
- [17] DULATS, HOUT J, GAO J, et al. *Phys Rev D*, 2016, 93: 033006.
- [18] HARLAND-LANG L A, MARTIN A D, MOTYLINSKI P, et al. *Eur Phys J C*, 2015, 75: 204.
- [19] BEDNAR K D, CLOET I C, TANDY P C. arXiv: 1811.12310[nucl-th].
- [20] AGUILAR A C, AHMED Z, AIDALA C, et al. *Eur Phys J A*, 2019, 55: 190.
- [21] DING M, RAYA K, BINOSI D, et al. arXiv: 1905.05208[nucl-th].
- [22] BARRY P C, SATO N, MELNITCHOUK W, et al. *Phys Rev Lett*, 2018, 121: 152001.
- [23] DAVIDSON R M, RUIZ ARRIOLA E. *Acta Phys Polon B*, 2002, 33: 1791.
- [24] NGUYEN T, BASHIR A, ROBERTS C D, et al. *Phys Rev C*, 2011, 83: 062201.
- [25] RANDYUSHKIN A V. *Phys Rev D*, 2017, 95: 056020.
- [26] BRONIOWSKI W, RUIZ ARRIOLA E. *Phys Lett B*, 2017, 773: 385.
- [27] XU S S, CHANG L, ROBERTS C D, et al. *Phys Rev D*, 2018, 97: 094014.
- [28] HUTAURUK P T P, CLOET I C, THOMAS A W. *Phys Rev C*, 2016, 94: 035201.
- [29] CHEN C, CHANG L, ROBERTS C D, et al. *Phys Rev D*, 2016, 93: 074021.
- [30] SHI C, MEZRAG C, ZONG H S. *Phys Rev D*, 2018, 98(5): 054029.
- [31] LIN H W, NOCERA E R, OLNES F, et al. *Prog Part Nucl Phys*, 2018, 100: 107.
- [32] BRONIOWSKI W, RUIZ A E, GOLEC-BIERNAT K. *Phys Rev D*, 2008, 77: 034023.
- [33] GUTSCHE T, LYUBOVITSKIJ V E, SCHMIDT I, et al. *J Phys G*, 2015, 42: 095005.
- [34] GUTSCHE T, LYUBOVITSKIJ V E, SCHMIDT I, et al. *Phys Rev D*, 2014, 89: 054033. Erratum: [*Phys Rev D*, 2015, 92: 019902].
- [35] DE TERAMOND F G, LIU T, SUFIAN R S, et al. [HLFHS Collaboration]. *Phys Rev Lett*, 2018, 120: 182001.
- [36] BROMMEL D, DIEHL M, GOCKELER M, et al. *PoS LATTICE*, 2007, 2007: 140.
- [37] MARTINELLI G, SACHRAJDA C T. *Nucl Phys B*, 1988, 306: 865.
- [38] ABDEL-REHIM A, ALEXANDROU C, CONSTANTINOU M, et al. *Phys Rev D*, 2015, 92: 114513. Erratum: [*Phys Rev D*, 2016, 93: 039904].
- [39] SUFIAN R S, KARPIE J, EHERER C, et al. *Phys Rev D*, 2019, 99: 074507.
- [40] AHMADY M, MONDAL C, SANDAPEN R. *Phys Rev D*, 2018, 98: 034010.
- [41] OEHM M, ALEXANDROU C, CONSTANTINOU M, et al. *Phys Rev D*, 2019, 99: 014508.
- [42] FREDERICO T, MILLER A G. *Phys Rev D*, 1994, 50: 210.
- [43] SHIGETANI T, SUZUKI K, TOKI H. *Phys Lett B*, 1993, 308: 383.
- [44] YUAN F. *Phys Rev D*, 2004, 69: 051501.
- [45] BRODSKY S J, YUAN F. *Phys Rev D*, 2006, 74: 094018.
- [46] BERGER E L, BRODSKY S J. *Phys Rev Lett*, 1979, 42: 940.
- [47] FARRAR G R, JACKSON D R. *Phys Rev Lett*, 1979, 43: 246.
- [48] MELNITCHOUK W. *Eur Phys J A*, 2003, 17: 223.
- [49] LAN J, MONDAL C, JIA S, et al. *Phys Rev Lett*, 2019, 122: 172001.
- [50] LAN J, MONDAL C, JIA S, et al. *Phys Rev D*, 2020, 101: 034024.
- [51] VARY J P, HONKANEN H, LI J, et al. *Phys Rev C*, 2010, 81: 035205.
- [52] WIECKI P, LI Y, ZHAO X, et al. *Phys Rev D*, 2015, 91: 105009.
- [53] LI J. Light front Hamiltonian and Its Application in QCD[D]. Iowa: Iowa State University, 2009. <https://lib.dr.iastate.edu/etd/11067>
- [54] LI Y, MARIS P, ZHAO X, et al. *Phys Lett B*, 2016, 758: 118.
- [55] BRODSKY S J, PAULI H C, PINSKY S S. *Phys Rept*, 1998, 301: 299.
- [56] ZHAO X, ILDEBERTON A, MARIS P, et al. *Phys Lett B*, 2013, 726: 856.
- [57] ZHAO X, HONKANEN H, MARIS P, et al. *Phys Lett B*, 2014, 737: 65.
- [58] LI Y, MARRIS P, VARY J P. *Phys Rev D*, 2017, 96: 016022.

- [59] LEITAO S, LI Y, MARIS P, et al. *Eur Phys J C*, 2017, 77: 696.
- [60] LI M, LI Y, MARIS P, et al. *Phys Rev D*, 2018, 98: 034024.
- [61] TANG S, LI Y, MARIS P, et al. *Phys Rev D*, 2018, 98: 114038.
- [62] JIA S, VARY J P. *Phys Rev C*, 2019, 99: 035206.
- [63] MONDAL C, XU S, LAN J, et al. *PoS DIS*, 2019, 2019: 190.
- [64] MONDAL C, XU S, LAN J, et al. arXiv: 1911.10913[hep-ph].
- [65] DU W, LI Y, ZHAO X, et al. arXiv: 1911.10762[nucl-th].
- [66] LAN J, MONDAL C, LI M, et al. arXiv: 1911.11676[nucl-th].
- [67] TANG S, LI Y, MARRIS P, et al. arXiv: 1912.02088[nucl-th].
- [68] HU B, ILBERTON A, ZHAO X. arXiv: 1911.12307[nucl-th].
- [69] BRODSKY S J, DE TERAMOND G F, ERLICH J, et al. *Phys Rept*, 2015, 584: 1.
- [70] TANG A C, BRODSKY S J, PAULI H C. *Phys Rev D*, 1991, 44: 1842.
- [71] LI Y, KARMANOV V A, MARRIS P, et al. *Phys Lett B*, 2015, 748: 278.
- [72] ZHAO X, HONKANEN H, MARRIS P, et al. *Few Body Syst*, 2012, 52: 339.
- [73] WIECKI P, LI Y, ZHAO X, et al. *Few Body Syst*, 2015, 56: 489.
- [74] FU K, ZHAO H, ZHAO X, et al. Manuscript in Preparation, 2020.
- [75] LEPAGE G P, BRODSKY S J. *Phys Rev D*, 1980, 22: 2157.
- [76] ADHIKARI L, LI Y, ZHAO X, et al. *Phys Rev C*, 2016, 93: 055202.
- [77] TANABASHI M, HAGIWARA K, HIKASA K, et al. *Phys Rev D*, 2018, 98: 030001.
- [78] AMENDOLIA S R, ARIK M, BADELEK B, et al. *Nucl Phys B*, 1986, 277: 168.
- [79] BEBEK C J, BROWN C N, HERZLINGER M, et al. *Phys Rev D*, 1974, 9: 1229.
- [80] BEBEK C J, BROWN C N, HERZLINGER M, et al. *Phys Rev D*, 1976, 13: 25.
- [81] BEBEK C J, BROWN C N, HOLMES S D, et al. *Phys Rev D*, 1978, 17: 1693.
- [82] VOLMER J, ABBOTT D, ANKLIN H, et al. *Phys Rev Lett*, 2001, 86: 1713.
- [83] HORN T, ANIOL K, ARRINGTON J, et al. *Phys Rev Lett*, 2006, 97: 192001.
- [84] DOKSHITZER Y L. *Sov Phys JETP*, 1997, 46: 641. Erratum: [*Zh Eksp Teor Fiz* 1977, 73: 1216]. <http://inspirehep.net/record/126153>.
- [85] GRIBOV V N, LIPATOV L N. *Sov J Nucl Phys*, 1972, 15: 438. <http://inspirehep.net/record/73449>.
- [86] ALTARELLI G. *PARISI G Nucl Phys B*, 1977, 126: 298.
- [87] SALAM G P, ROJO J. *Comput Phys Commun*, 2009, 180: 120.
- [88] DRELL S D, YAN T M. *Phys Rev Lett*, 1970, 25: 316. Erratum: [*Phys Rev Lett* 1970, 25: 902]. doi: 10.1103/PhysRevLett.25.316, 10.1103/PhysRevLett.25.902.2.
- [89] MCGAUGHEY P L, MOSS J M, ALDE D M, et al. *Phys Rev D*, 1994, 50: 3038. Erratum: [*Phys Rev D*, 1999, 60: 119903]. doi: 10.1103/PhysRevD.50.3038, 10.1103/PhysRevD.60.119903.
- [90] ANASTASIOU C, DIXON L J, MELNIKOV K, et al. *Phys Rev Lett*, 2003, 91: 182002.
- [91] ANASTASIOU C, DIXON L J, MELNIKOV K, et al. *Phys Rev D*, 2004, 69: 094008.
- [92] BECHER T, NEUBERT M, XU G. *JHEP*, 2008, 0807: 030.
- [93] PASQUINIB, SCHWEITZER P. *Phys Rev D*, 2014, 90: 014050.
- [94] KOVARIK K, KUSINA A, JEZO T, et al. *Phys Rev D*, 2016, 93: 085037.
- [95] GREENLEE H B, FRISCH H J, JOHNSON K F, et al. *Phys Rev Lett*, 1985, 55: 1555.
- [96] ANDERSON K J, COLEMAN R N, HOGAN G E, et al. *Phys Rev Lett*, 1979, 42: 944.
- [97] BETEV B, BLAISING J J, BORDALO P, et al. [NA10 Collaboration]. *Z Phys C*, 1985, 28: 9.
- [98] BARATE R, BAREYRE P, BONAMY P, et al. *Phys Rev Lett*, 1979, 43: 1541.
- [99] CORDEN M, DOWELL J D, GARVEY J, et al. *Phys Lett*, 1980, 96B: 417.

A Study of the Pion from the Basis Light-Front Quantization Approach

ZHAO Hengfei^{1,2}, LAN Jiangshan^{1,2,3,†}, ZHAO Xingbo^{1,2}

(1. Institute of Modern Physics, Chinese Academy of Sciences, Lanzhou 730000, China;

2. School of Nuclear Science and Technology, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China;

3. Lanzhou University, Lanzhou 730000, China)

Abstract: We study the properties of the pion through the light-front wave function (LFWF) obtained from the basis light-front quantization (BLFQ) approach. BLFQ is a nonperturbative approach to quantum field theory based on the Hamiltonian formalism. Our Hamiltonian contains the kinetic energy terms, a transverse confining potential motivated by holographic quantum chromodynamics (QCD), a complementary longitudinal confining potential, and the quark-gluon interactions based on QCD. Our basis space includes the lowest two Fock sectors, namely $|q\bar{q}\rangle$ and $|q\bar{q}g\rangle$. The obtained pion decay constant and electromagnetic radius (at the leading order Fock sector) are comparable to those from the particle data group (PDG). Next, we calculate the parton distribution function (PDF) of the pion based on the leading Fock sector LFWF. After QCD evolution, the resulting PDF is similar to the previous result (Lan *et al.*, Phys Rev Lett, 2019, 122: 172001.), and agrees with the experimental data from the Fermi National Accelerator Laboratory (FNAL), as well as those from the European Organization for Nuclear Research (CERN).

Key words: pion; basis light-front quantization; parton distribution function; QCD evolution

Received date: 31 Dec. 2019; **Revised date:** 20 Feb. 2020

Foundation item: National Natural Science Foundation of China (11850410436); New Faculty Startup Funding by Institute of Modern Physics, Chinese Academy of Sciences(ZDBS-LY-7020)

† Corresponding author: LAN Jiangshan, E-mail: jiangshanlan@impcas.ac.cn.