

## Search for New Physics Using High Energy Collider Data

Myeonghun PARK\*

School of Liberal Arts, Seoultech, Seoul 01811, Korea

(Received 05 January 2022 : revised 15 February 2022 : accepted 21 February 2022)

New Physics searches using a high energy collider experiment should be performed systematically, especially when interpreting a new signal with a specific new Physics model among different possibilities. A data-driven method should be used in a model-independent way to capture all scenarios. In this article, we demonstrate how one can achieve a systematic and model-independent data analysis by separating an analysis on a new Physics signature into a phase space structure and matrix amplitude of a process. For instance, we consider a process with two visible particles and dark matter candidate signal at the high energy hadron collider. Finally, we recommend a proposed method to combine with a machine learning network and an algorithm to probe the broad scope of Physics beyond the standard model efficiently.

Keywords: Models beyond the standard model, Particle Physics, High Energy Hadron Collider

## 고에너지 가속기 데이터 분석을 통한 새로운 물리학 탐색

박명훈\*

서울과학기술대학교 기초교육학부, 서울 01811, 대한민국

(2022년 1월 05일 받음, 2022년 2월 15일 수정본 받음, 2022년 2월 21일 게재 확정)

고에너지 가속기를 이용하여 입자물리학의 표준물리학을 넘어서는 새물리의 힌트를 찾는 데이터 분석 작업에서, 배경사건의 기댓값을 넘어서는 신호를 다양한 물리 이론들 중 특정 이론에 결부시키는 작업은 체계적으로 수행되어야 한다. 또한 데이터 분석을 기반으로 한 새물리학 탐색 작업은 특정 새로운 물리학 모델에 의한 편견없이 전방위적으로 이루어져야 한다. 본 논문에서는 고에너지 가속기 기반 데이터 분석 작업을 전방위적으로 수행할 수 있는 방법에 대해 논의를 한다. 특히 고에너지 충돌 및 생성과정에 관련된 입자들의 운동량으로 이루어지는 위상공간에 대한 분석과, 해당 프로세스의 전이확률에 대한 분석으로 효율적으로 나누어서 새물리 신호를, 분석할 수 있는 방법을 소개한다. 구체적인 분석 예로, 고에너지 강입자 가속기에서 두 개의 관측된 입자들과 함께 암흑물질 관련 신호를 관측하였을 때를 산정하여, 본 논문의 분석 방법을 구체적으로 기술한다. 본 논문에서 제안된 방식을 이용하면 효율적으로 몬테카를로 데이터를 사용하여 다양한 새로운 물리 모델들을 탐색할 수 있다. 향후 이를 기계학습의 네트워크와 알고리즘에 결부시키는 연구는 상당히 흥미로운 연구 주제가 될 것이다.

Keywords: 고에너지 가속기 현상론, 입자물리 비표준모형, 입자물리

\*E-mail: [parc.seoultech@seoultech.ac.kr](mailto:parc.seoultech@seoultech.ac.kr)



## I. 서 론

2012년 스위스 제네바에 위치하고 있는 CERN의 거대 강입자 가속기 (LHC: Large Hadron Collider)에서 새로운 입자를 발견함으로써, 우리는 입자물리학 표준 모형의 약한 상호작용 게이지 자발 대칭 깨짐 현상을 이해할 수 있는 위치에 올라서게 되었다. 특히 이 당시 발견된 입자의 특성, 즉 스핀, 질량, 시피 깨짐성 (CP violation) 및, 이 새로운 입자와 게이지 보손간의 상호작용에 대한 이해는, 특정 이론 모델에 대한 치우침 없이 오로지 실험 데이터들의 면밀한 분석을 통해 얻어졌다. 이렇게 실험적으로 판단된 새로운 입자의 특성들이 표준 모형의 힉스 입자와 통계적 오차안에서 일치함에 따라, 이 새로운 입자를 표준 모형의 힉스 입자로 분류한 것은 LHC 실험 그룹들의 커다란 업적이다.

이와 같이 LHC를 포함한 고에너지 가속기 충돌실험에서의 데이터 분석은 특정 모델에 집중함으로써 야기될 수 있는 이론적 편견을 배제한 채, 엄격하게 이루어지고 있다. 이와 더불어 초대칭 이론, 여분차원 이론 그리고 확장된 힉스 모델들과 같이 다양한 이론적 관점에서 동기가 부여된 새로운 물리학 모델들은 일종의 벤치마크 스테디로써 LHC 데이터 분석에 활용되고 있다. 현재까지 LHC에서 표준 모형의 배경사건을 넘어서는 새로운 신호가 관측되지 않고 있으므로, 이를 역으로 활용하여 여러 새로운 입자물리학 모델들의 매개변수들을 제한하고 있다. 이에 따라 LHC의 본격적인 가동 전에 많은 이론적 연구가 진행되어 왔던  $\mathcal{O}(1)$  TeV 에너지 영역대의 초대칭 이론의 경우, 대부분의 관련 모델들이 실험적으로 배제되었다. 특히 이들 약한 상호작용 에너지 영역대의 초대칭 모델들은 힉스 입자에 0이 아닌 진공기댓값을 자연스럽게 부여하여 게이지의 자발적인 깨짐을 유도하는데, 이러한 이론들이 LHC 실험에서 반증되면서 LHC는 힉스 입자에 의한 약한 상호작용 게이지의 자발적으로 깨짐 현상을 실험적으로 입증하는 동시에, 이러한 자발적 깨짐을 유도하는 힉스 입자의 퍼텐셜의 생성 원리에 대한 질문을 남겨두었다.

따라서, 입자물리 커뮤니티의 커다란 패러다임이었던 초대칭 이론을 대체할 수 있는 새로운 입자물리 이론 수립의 필요성이 LHC에 의해 대두됨과 동시에, LHC에서 새로운 물리학의 탐색은 이제 특정 모델에 치우침이 없이 전방위적으로 이루어지고 있다. 이를 위해 LHC 실험 커뮤니티에서는 실험 채널별로 해당 신호를 줄 수 있는 가능한 모든 모델들을 확인할 수 있는 “simplified model”이라는 bottom-up 접근방법을 도입하기 시작하였다 [1]. 이는 (1) 관측 신호를 생성할 수 있는 가능한 입자들의 생성과 붕괴 모드들을 도식화한 “event-topology”를 고려한 후, (2) 이 프로세스에 참여하는 입자들이 가질 수 있는 스핀들을 추가적으로 고려하여, (3) 관측 신호가 특정 event-topology와

관련 입자들의 스핀 할당과 어느정도 일치하는지 확인하는 과정을 일컫는다. 여기서 event-topology는 파인먼 도형과 유사하나, 각 입자들의 스핀 정보를 요구하지 않고 단순히 입자들의 생성과 붕괴 패턴을 도식화한 표식이다. 이와 같은 일련의 과정들을 통하여, 새로운 신호를 줄 수 있는 가능한 모든 경우를 고려하게 된다. 본 논문에서는 (1) 주어진 event-topology에 따라 위상공간을 분석하는 방법과 (2) 해당 입자들의 스핀 정보를 바꾸면서 데이터를 검증할 수 있는 방법을 소개한다.

## II. 입자 붕괴과정에 대한 위상공간

### 1. 위상공간의 분리와 불변질량 분포

사차원 운동량  $P$ 와 질량  $M_P$ 를 갖는 입자가  $N$ 개의 입자<sup>2</sup>로 붕괴하는 과정의 운동량에 대한 위상공간을  $\Gamma^N(M_P; m_1, m_2, \dots, m_N)$ 라 정의하면,  $N$ -body 위상공간은 아래와 같은 식을 갖는다.

$$\Gamma^N(M_P; m_1, m_2, \dots, m_N) \equiv \int \prod_{i=1}^N \frac{d^4 p_i}{(2\pi)^4} (2\pi) \delta(p_i^2 - m_i^2) (2\pi)^4 \delta^4 \left( P - \sum_i^N p_i \right). \quad (1)$$

이제 다음의 항등식들을 활용하면, 위의 위상공간을  $A$ 에서 붕괴된 입자다발들의 임의의 소집합  $\{p_1, p_2, \dots, p_m\}$ 의 위상공간과 나머지 입자들의 위상공간으로 분리할 수가 있다.

$$\begin{aligned} 1 &= \int dM_k^2 \delta(M_k^2 - k^2), \\ 1 &= \int d^4 k \delta^4(p - k). \end{aligned} \quad (2)$$

<sup>2</sup> 각 입자의 사차원 운동량은  $p_i$ 이며, 질량을  $m_i$ 로 둔다.

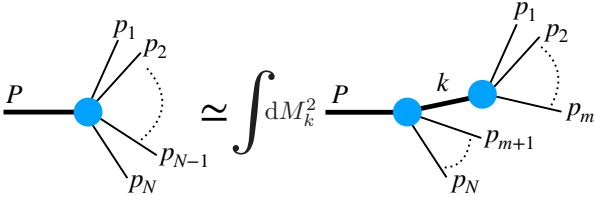


Fig. 1. (Color online) Schematic diagram of decomposing a phase space. Multibody phase space of momentums  $P \rightarrow \{p_1, p_2, \dots, p_N\}$  can be decomposed into  $P \rightarrow \{k, p_{m+1}, \dots, p_N\}$  and  $k \rightarrow \{p_1, p_2, \dots, p_m\}$ .

$p \rightarrow \sum_{i=1}^m p_i$  로 잡고 Eq.(1)에 항등식 (2)을 적용하면

$$\begin{aligned}
 & \Gamma^N(M_P; m_1, m_2, \dots, m_N) \\
 &= \int dM_k^2 \delta(M_k^2 - k^2) d^4k \delta^4 \\
 & \quad \times \left( \sum_{i=1}^m p_i - k \right) \Gamma^N(M_P; m_1, m_2, \dots, m_N) \\
 &= \frac{1}{2\pi} \int dM_k^2 \frac{d^4k}{(2\pi)^4} (2\pi) \delta(k^2 - M_k^2) (2\pi)^4 \delta^4 \\
 & \quad \times \left( k - \sum_{i=1}^m p_i \right) \Gamma^N(M_P; m_1, m_2, \dots, m_N) \\
 &= \frac{1}{2\pi} \int dM_k^2 \left[ \Gamma^m(M_k; m_1, m_2, \dots, m_m) \right] \\
 & \quad \cdot \left[ \Gamma^{N-m+1}(M_P; M_k, m_{m+1}, \dots, m_N) \right].
 \end{aligned} \quad (3)$$

Figure 1은 Eq. (3) 과정을 도식화 한 그림이다. 이와 같이 입자들의 사차원 운동량이 이루는 위상공간을 쪼개는 과정을 활용하면 위상공간을 주어진 event-topology에 따라 기술할 수 있다. 이제 어떤 입자가 가속기의 검출기에서 관측 가능한  $a$ 개의 입자와 중성미자나 암흑물질과 같이 가속기에서 검출할 수 없는  $b$ 개의 비검출 입자로 붕괴한다고 가정하자. 위의 과정에서  $N = a + b$ 이라 생각할 수 있다. 검출 가능한 입자와 비검출 입자를 구분하기 위해,  $i$ 번째 검출 가능한 입자의 질량을  $m_i$ 라 하고,  $j$ 번째 비검출 입자의 질량을  $M_{c_j}$ 라 두고, 편의상 위상공간  $\Gamma^N$ 에 검출 입자의 개수와 비검출 입자의 개수에 대한 정보를 아래와 같이 표시하도록 한다.

$$\begin{aligned}
 & \Gamma^N(M_P; m_1, \dots, m_a, M_{c_1}, M_{c_2}, \dots, M_{c_b}) \rightarrow \\
 & \Gamma^{(a,b)}(M_P; m_1, \dots, m_a, M_{c_1}, M_{c_2}, \dots, M_{c_b})
 \end{aligned} \quad (4)$$

와 같이 둘 수 있다. 이제 검출 가능한 입자들 중에서  $m$ 개를 뽑아서 ( $k = \sum_{i=1}^m p_i$ ), 이들 입자들의 불변 질량  $M_k$

을 관측하면, Eq. (3)를 활용하여

$$\begin{aligned}
 & \frac{d\Gamma^{(a,b)}}{dM_k^2} \propto \Gamma^{(m,0)}(M_k; m_1, \dots, m_m) \\
 & \quad \cdot \Gamma^{(a-m+1,b)}(M_P; M_k, m_{m+1}, \dots, m_a, M_{c_1}, \dots, M_{c_b}),
 \end{aligned} \quad (5)$$

로 표시됨을 알 수 있다. 검출되는 입자들이 경입자이거나, 에너지가 큰 QCD 제트인 경우, 즉 검출 입자의 질량을 무시할 수 있는 경우, 추가적인 붕괴입자들이 관여되지 않는 순수  $m$ -body 붕괴에 대해서는

$$\Gamma^{(m,0)}(M_k^2; m_1^2, \dots, m_m^2) \propto M_k^{2(m-2)} \quad (6)$$

임을 Eq. (3)를 활용하여 증명할 수 있다.

## 2. 관측 신호의 위상공간 파악

고에너지 가속기에서 새로운 신호를 관측하였을 때, 이 신호에 해당되는 상호작용 라그랑지안을 찾아서, 새로운 물리학의 실마리를 찾아가게 된다. 해당 라그랑지안을 찾아내는 과정은 (1) 관측된 입자들이 생성되는 과정을 기술하는 event-topology를 알아내는 것, (2) 이 신호에 관련있는 입자들의 스핀을 알아내는 것 (3) 이를 바탕으로 파인먼 도형을 재구성하고, 이에 해당되는 후보 상호작용 라그랑지안들에서, 신호를 가장 잘 기술하는 라그랑지안을 선택하는 것이다. 이 순서는 통계적으로 유의미한 선택을 하기 위해 필요한 신호의 갯수와도 연관이 있다. 즉, event-topology를 알아내는 과정은 관련 입자들의 스핀을 파악하는 것에 비해 적은 수의 신호 갯수로도 통계적으로 유의미한 결과를 도출할 수 있으며, 입자의 스핀을 알아내는 작업은 라그랑지안의 상호작용 커플링을 알아내는 일보다 작은량의 데이터를 요구한다.

본 절에서는, 두 개의 렙톤들과 동시에 암흑물질 후보 신호를 관측하였을 때를 예로 들어, 관측 신호의 위상공간을 파악하는 방법에 대해 논의를 하겠다.<sup>3</sup> 여기서, 암흑물질 후보 신호는 가속기의 빔 라인에 대해 수직방향 운동량의 불균형 정도로 나타내는  $\cancel{E}_T$  관측량의 유무로 판단할 수 있다.  $\cancel{E}_T$ 은 가속기의 검출기에서 관측되는 모든 입자들의 수직방향 운동량  $\vec{p}_T^{(i)}$ 으로 다음과 같이 나타내어 진다.

$$\sum_i \vec{p}_T^{(i)} + \vec{\cancel{E}}_T = 0 \rightarrow \cancel{E}_T = |\vec{\cancel{E}}_T| = \left| -\sum_i \vec{p}_T^{(i)} \right|. \quad (7)$$

<sup>3</sup> 여기서는 경입자 중에서, 타우렙톤을 제외한 전자 ( $e^\pm$ ) 혹은 뮤온 입자 ( $\mu^\pm$ )를 고려한다.

LHC에서 암흑물질이 아닌  $\cancel{E}_T$ 의 원인으로는 (1) 표준모형의 중성미자, (2) 관측되는 입자들의 운동량 측정에 대한 오류, (3) 검출기의 각종 오류들, (4) 검출기에서 측정된 우주선을 빔충돌에서 오는 입자로 오인하는 경우, (4) 빔해일로, 그리고 (5) 빔의 파톤의 충돌이 아닌, 빔의 잔여 입자들의 충돌들과 같은 underlying event 들로 인한  $\cancel{E}_T$  계산의 오류들이 있다. 이 중 중성미자를 제외한 다른 요인들은 상당히 정밀한 정도로 원인 및  $\cancel{E}_T$  계산에 대한 기여도가 파악이 되어,  $\cancel{E}_T$ 이 순수하게 검출기에서 검출되지 않는 입자들, 즉 암흑물질, 중성미자들로 인한 기여도만 포함되도록 엄밀하게 수정되어 진다 [2]. 이 신호에 대한 중요한 이론적 모델들로는 (1) 초대칭 입자들의 연속적 붕괴, 그리고 (2) 무거운 힉스 입자의 붕괴를 들 수가 있다. 이들의 event-topology와 해당 파인먼 도표를 Fig. 2에 도식화 하였다. 가속기의 검출기에서는 경입자  $\ell^\pm$ 들의 운동량인  $p_1$ 과  $p_2$ 를 이용하여 관측량들을 구축할 때, 가장 효과적인 관측량은 로렌츠 변환에 대해 불변량인 이들의 불변 질량인  $m_{12} \equiv \sqrt{(p_1 + p_2)^2} = \sqrt{2p_1 \cdot p_2}$ 이다. 고에너지 강입자 가속기에서는, 충돌에 관련되는 강입자 내의 파톤입자들의 빔방향 운동량이 PDF (Parton Distribution Function)에 의해 확률적으로 주어지므로, 검출기에서 관측되는 충돌에 의해 생성된 입자들의 운동량들은 우리가 필요한 새로운 입자들에 대한 정보 외에 파톤입자들의 빔방향 운동량에 대한 정보 역시 포함하고 있다. 다만 생성된 입자들 중에서 검출기에 검출되지 않는 암흑물질이나 중성미자가 있는 경우, 이 충돌 이벤트의 운동학 (kinematics)에 대한 정보를 완벽히 재구성 할 수 없기 때문에, 우리가 알지 못하는 파톤입자들의 빔방향 운동량이 관측되는 입자들의 운동량으로부터 유의미한 정보를 추출하는데 방해 요소가 된다. 이와 같은 불확실한 정보들을 제거하는 방법으로, 관측된 운동량을 활용하여, 관측 기준계들 사이의 로렌츠 변환에 불변인 관측량들로 구성하는 것이다. 충돌 파톤들의 Center of Mass (C. M.) 기준틀에서와 같은 양을 갖는 관측 입자들 사이의 불변 질량을 사용하면 우리가 알지 못하는 정보를 완벽히 제거하여 효과적으로 충돌 데이터들을 분석할 수 있다. 따라서, Fig. 2의 event-topology들에 따른 관측 입자들의 불변질량  $m_{12}$ 의 분포 모양을 알아보도록 한다.

1) 연속적 붕괴에서 나오는 입자들의 불변 질량 분포 (Cascade decay event-topology)

이 cascade decay에 해당되는 event-topology는 초대칭 이론에 대한 가속기 현상론에서 상당히 유명한 예제이다

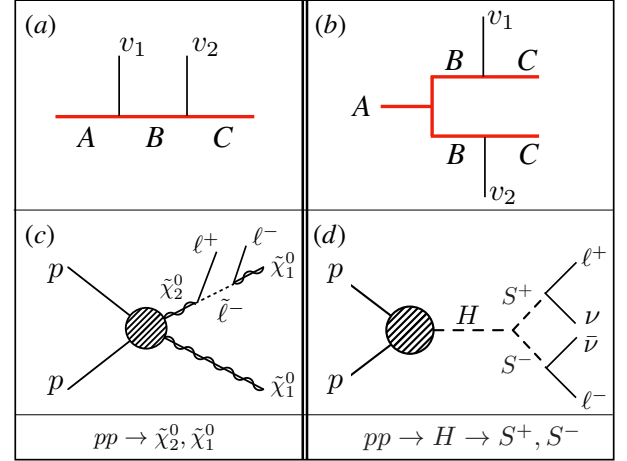


Fig. 2. (Color online) (a) Event-topology for a cascade decay, (b) event-topology for an antler topology. For (a) and (b), we represent visible particles with  $v_1, v_2$  and decaying or invisible particles as  $A, B$  and  $C$ . (c) Feynman diagram of a supersymmetric process of  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^0, \tilde{\chi}_1^0$  with the cascade decay of  $\tilde{\chi}_2^0 \rightarrow \ell^+, \tilde{\ell}^-$ ,  $\tilde{\ell}^- \rightarrow \ell^-, \tilde{\chi}_1^0$ . (d) Feynman diagram of a heavy higgs  $H$  production and its decay into charged scalar particles,  $H \rightarrow S^+, S^-$  with  $S^\pm \rightarrow \ell^\pm, \nu(\bar{\nu})$ .

[3]. Figure 2(a)와 같이  $A$ 입자가  $B$ 와 관측 입자  $v_1$ 으로 붕괴되고,  $B$ 입자는 바로  $C$ 입자와 관측 입자  $v_2$ 로 붕괴된다 하자.  $C$ 입자는 암흑물질 또는 중성미자와 같이 가속기의 검출기에서 탐지되지 않는 입자이다. 이에 따라, 편의상 입자의 on-shell 조건을  $\delta_p^{(os)} \equiv \delta(p^2 - m^2)$ 로 정의한 후, 입자들의 위상공간을 살펴보면

$$\begin{aligned} \Gamma^{(2,2)} &\propto \int dp_1 \delta_{p_1}^{(os)} dp_2 \delta_{p_2}^{(os)} dq \delta_q^{(os)} \delta^4 [P_A - (p_1 + p_2 + q)] \\ &\propto \int d^4 P_B \delta_B^{(os)} \delta^4 [P_B - p_2 - q] \\ &\quad \times dp_1 \delta_{p_1}^{(os)} dp_2 \delta_{p_2}^{(os)} dq \delta_q^{(os)} \delta^4 [P_A - p_1 - P_B], \end{aligned} \quad (8)$$

와 같이 event-topology의 구조에 대한 정보를 위상공간에 입력시킬 수 있다. 여기서  $p_i$ 는 관측 입자  $v_i$ 의 사차원 운동량이며,  $q$ 는  $C$ 의 사차원 운동량을 나타낸다. 관측 입자들의 불변 질량  $m_{12}$  분포 계산을 위해  $\delta[m_{12}^2 - (p_1 + p_2)^2]$ 를 Eq. (8)에 곱해준다.

$$\begin{aligned} \frac{d\Gamma^{(2,2)}}{dm_{12}^2} &\propto \int d^4 P_B \delta_B^{(os)} \delta^4 [P_B - p_2 - q] \\ &\quad \times dp_1 \delta_{p_1}^{(os)} dp_2 \delta_{p_2}^{(os)} dq \delta_q^{(os)} \delta^4 [P_A - p_1 - P_B] \\ &\quad \times \delta[m_{12}^2 - (p_1 + p_2)^2]. \end{aligned} \quad (9)$$

위 식에서 모든 항들은 로렌츠 불변량이기 때문에, 계산의 편의를 위해  $B$ 의 rest-frame에서 계산을 하도록 한다.



또한 이 좌표계에서  $p_1$ 의 3차원 운동량 방향을  $z$ 축으로 고정한다. 이제  $(q, p_2)$  계의 위상공간을 먼저 적분하는데,  $q$ 에 의한 적분은  $B$ 의 rest-frame에서  $C$ 의 운동량에 대한 정보를 담고 있으나, 이는  $M_B, M_C$ 의 함수인 상수항만을 준다. 반면  $p_2$ 에 의한 적분은  $\delta[m_{12}^2 - (p_1 + p_2)^2]$  항을 통하여,  $m_{12}$ 의 분포와 관련이 있기 때문에,  $p_2$ 의 적분을 살펴보면,

$$\begin{aligned} & \int d^4 p_2 \delta_{p_2}^{(os)} \delta[m_{12}^2 - (p_1 + p_2)^2] \\ & \propto \int E_2 d\Omega_2 \delta[m_{12}^2 - 2E_1 E_2 (1 - \cos \theta_2)] \quad (10) \\ & \propto \frac{1}{E_1} = \frac{2M_B}{M_A^2 - M_B^2}, \end{aligned}$$

이며, 여기서  $\theta_2$ 는  $p_2$ 의  $z$ -축에 대한 극각 (polar angle)이다.  $\delta[m_{12}^2 - 2E_1 E_2 (1 - \cos \theta_2)]$ 의 조건으로 인해,  $m_{12}$ 는 아래와 같은 범위를 갖게 된다.

$$\begin{aligned} 0 \leq 1 - \cos \theta_2 = \frac{m_{12}^2}{2E_1 E_2} \leq 2 & \Leftrightarrow m_{12} \leq m_{12}^{(\max)} \\ & \equiv M_A \sqrt{\left(1 - \frac{M_B^2}{M_A^2}\right) \left(1 - \frac{M_C^2}{M_B^2}\right)}. \quad (11) \end{aligned}$$

즉  $m_{12}^2$ 의 분포함수는 상수이며, 위 Eq. (11)와 같이 최댓값  $m_{12}^{(\max)}$ 를 갖는다. 정리하면,

$$\frac{d\Gamma^{(2,2)}}{dm_{12}^2} \propto 1 \Leftrightarrow \frac{d\Gamma^{(2,2)}}{dm_{12}} \propto m_{12}, \quad (0 < m_{12} < m_{12}^{(\max)}). \quad (12)$$

이는 초대칭 이론에서 Neutralino의 연속적인 붕괴에서 오는 삼각형 모양의 불변 질량 분포로 알려져 있으며, 초대칭 입자를 찾는 중요한 관측량이다. 실제적으로, 이 경우에 있어서 불변 질량의 분포 모양은 관측 입자들의 4차원 운동량을  $B$ 의 rest-frame에서 명시적으로 기술하면 보다 간단하게 유도할 수 있으나, 다음의 예처럼 복잡한 위상공간까지 불변 질량을 구하는 방식을 일반화 시키기 위해 앞의 (II 1)절에서 소개된 위상공간 분리 방법을 사용하였다.

2) 무거운 입자의 붕괴에서 나오는 입자들의 불변 질량 분포 (Antler event-topology)

이 event-topology에서 불변 질량의 분포를 운동량의 위상공간에서 유추해 내는 작업은 상당히 복잡하다 [5]. 본 논문에서는 이를 앞의 (II 1)절에서 소개한 위상공간의 분리 방법을 통해 단계별로 유도하겠다. 일반적으로 Fig. 2(b)와 같이  $A$  입자가  $B_1$ 과  $B_2$ 로 붕괴하고, 이 후 각각의  $B_i$

입자들이 검출기에서 관측되는 입자  $v_i$ 와 관측되지 않는 입자  $C_i$ 로 붕괴한다 하자.

$$\begin{aligned} A & \longrightarrow B_1 \xrightarrow{v_1} C_1 \\ & \longrightarrow B_2 \xrightarrow{v_2} C_2 \end{aligned} \quad (13)$$

이에 따라, 입자들의 위상공간을 살펴보면

$$\begin{aligned} \Gamma^{(2,2)} & \propto \int d^4 p_1 \delta_{p_1}^{(os)} d^4 p_2 \delta_{p_2}^{(os)} d^4 q_1 \delta_{q_1}^{(os)} d^4 q_2 \delta_{q_2}^{(os)} \delta^4 \\ & \times [P_A - (p_1 + p_2 + q_1 + q_2)] \\ & \propto \int d^4 P_{B_1} \delta_{B_1}^{(os)} \delta^4 [P_{B_1} - p_1 - q_1] d^4 P_{B_2} \quad (14) \\ & \times \delta_{B_2}^{(os)} \delta^4 [P_{B_2} - p_2 - q_2] d^4 p_1 \delta_{p_1}^{(os)} d^4 p_2 \delta_{p_2}^{(os)} \\ & \times d^4 q_1 \delta_{q_1}^{(os)} d^4 q_2 \delta_{q_2}^{(os)} \delta^4 [P_A - P_{B_1} - P_{B_2}], \end{aligned}$$

와 같이 event-topology의 구조에 대한 정보를 위상공간에 명시한다. 여기서  $p_i$ 는 관측 입자  $v_i$ 의 사차원 운동량이며,  $q_j$ 는  $C_j$ 의 사차원 운동량을 나타낸다. 관측 입자들의 불변 질량  $m_{12}$  분포 계산을 위해  $\delta[m_{12}^2 - (p_1 + p_2)^2]$ 를 Eq. (14)에 다음과 같이 곱해준다.

$$\begin{aligned} & \frac{d\Gamma^{(2,2)}}{dm_{12}^2} \\ & \propto \int d^4 P_{B_1} \delta_{B_1}^{(os)} \delta^4 [P_{B_1} - p_1 - q_1] \\ & \times d^4 P_{B_2} \delta_{B_2}^{(os)} \delta^4 [P_{B_2} - p_2 - q_2] \quad (15) \\ & \times d^4 p_1 \delta_{p_1}^{(os)} d^4 p_2 \delta_{p_2}^{(os)} d^4 q_1 \delta_{q_1}^{(os)} d^4 q_2 \delta_{q_2}^{(os)} \\ & \times \delta^4 [P_A - P_{B_1} - P_{B_2}] \\ & \times \delta[m_{12}^2 - (p_1 + p_2)^2], \end{aligned}$$

와 같다. 향후  $B_2$ 의 rest-frame에서 계산을 하는 경우  $p_1$ 의 3차원 운동량 방향을 고정시키기 위해,  $k^\mu \equiv p_1^\mu + P_{B_2}^\mu$ 를 도입하면 계산이 편리하게 된다. 즉  $p_1$ 의 3차원 운동량 방향을  $B_2$ 의 rest-frame에서의  $z$ -축으로 고정한다.

$$P_A^\mu = p_1^\mu + q_1^\mu + P_{B_2}^\mu \Leftrightarrow k^\mu \equiv P_A^\mu - q_1^\mu = p_1^\mu + P_{B_2}^\mu, \quad (16)$$

를 이용하고, Eq. (2)와 같이  $k^\mu$ 와  $M_k^2 = k^2$ 에 대한 항등식을 활용하면, Eq. (15)는 다음과 같이 변형이 된다.

$$\begin{aligned} & \frac{d\Gamma^{(2,2)}}{dm_{12}^2} \propto \int dM_k^2 d^4 k \\ & \times \delta^4 [P_A - q_1 - k] \delta(k^2 - M_k^2) \delta^4 [k - (p_1 + P_{B_2})] \\ & \times d^4 p_1 \delta_{p_1}^{(os)} d^4 q_1 \delta_{q_1}^{(os)} \delta[(p_1 + q_1)^2 - M_{B_1}^2] \quad (17) \\ & \times d^4 p_2 \delta_{p_2}^{(os)} d^4 q_2 \delta_{q_2}^{(os)} d^4 P_{B_2} \delta_{B_2}^{(os)} \\ & \times \delta^4 [P_{B_2} - (p_2 + q_2)] \delta[m_{12}^2 - (p_1 + p_2)^2]. \end{aligned}$$

$P_{B_1}$ 에 대한 적분은  $k^\mu$ 에 의한 적분과 연관이 없기 때문에, 위 식은  $B_1$ 의 rest-frame에서  $P_{B_1}$ 에 대해 적분을 수행한

결과이며  $E_{B_1} = M_{B_1}$  및  $P_{B_1}$ 의 각각도 (solid angle)들은 상수들만 주기 때문에 편의상 생략하고,  $B_1$ 의 on-shell 조건인  $\delta[(p_1 + q_1)^2 - M_{B_1}^2]$  항만을 남겨 두었다. 위 위상 공간에 대한 적분은 다양한 적분변수들이 있는데, 계산의 편의를 위해 본 연구에서 선택한 적분의 순서는 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \int d^4 q_2 \rightarrow \int d^4 p_2 \rightarrow \int d^4 P_{B_2} \\ \rightarrow \int d^4 p_1 \rightarrow \int d^4 k \rightarrow \int d^4 q_1. \end{aligned} \quad (18)$$

$B_2$ 의 rest-frame에서  $q_2$ 에 의한 적분은  $M_{B_2}$ ,  $M_{C_2}$ 로 기술되는 상수항만을 주게 되지만,  $p_2$ 에 대한 적분은  $\delta[m_{12}^2 - (p_1 + p_2)^2]$  항을 통하여 우리가 관심이 있는  $m_{12}$ 의 정보와 연관이 된다. 따라서,  $p_2$ 의 적분을 살펴보면,

$$\begin{aligned} \int d^4 p_2 \delta_p^{(os)} \delta[m_{12}^2 - (p_1 + p_2)^2] \\ \propto \int E_2 d\Omega_2 \delta[m_{12}^2 - 2E_1 E_2 (1 - \cos \theta_2)] \\ \propto \frac{1}{E_1} = \frac{2M_{B_2}}{M_k^2 - M_{B_2}^2}, \end{aligned} \quad (19)$$

의 항을 주게 된다. 여기서  $E_1$ 는  $B_2$ 의 rest-frame에서  $p_1$ 의 에너지이며,  $p_2$ 의  $z$ -축에 대한 극각인  $\cos \theta_2$ 의 범위로 인해

$$\begin{aligned} 0 \leq 1 - \cos \theta_2 = \frac{m_{12}^2}{2E_1 E_2} \leq 2 \Leftrightarrow m_{12}^2 \leq \\ M_k^2 \left(1 - \frac{M_{B_2}^2}{M_k^2}\right) \left(1 - \frac{M_{C_2}^2}{M_{B_2}^2}\right), \end{aligned} \quad (20)$$

의 제한 조건을 얻을 수 있다. 이제  $P_{B_2}$ 에 대한 적분을 수행하면,  $P_{B_1}$ 과 마찬가지로,  $B_2$ 의 on-shell 조건인  $\delta[(k - p_1)^2 - M_{B_2}^2]$ 이 남게 된다. 위상공간에서  $(p_1, q_1)$  계에 대한 적분을  $k$ 의 rest-frame에 대해 실시하면,

$$\begin{aligned} \int d^4 p_1 \delta_p^{(os)} \delta[(p_1 + q_1)^2 - M_{B_1}^2] \delta[(k - p_1)^2 - M_{B_2}^2] \\ \propto \int dE_{p_1} d\Omega_{p_1} \frac{p_1}{M_k} \delta[M_{C_1}^2 - M_{B_1}^2 + 2E_{p_1}(E_{q_1} - q_1 \cos \theta_{p_1})] \\ \propto \frac{1}{q_1(k) M_k} = \frac{2}{\lambda^{1/2}(M_A^2, M_k^2, M_{C_1}^2)}, \end{aligned} \quad (21)$$

여기서  $q_1(k)$ 은  $k$ 의 rest-frame에서  $v_2$ 의 운동량이며,  $\lambda(x, y, z)$ 함수는 다음과 같이 정의된다 [4].

$$\lambda(x, y, z) = (x - y - z)^2 - 4yz = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2yz - 2zx. \quad (22)$$

$M_k$ 의 범위는 위 식에서  $\cos \theta_{p_1}$ 에 대한 Dirac-delta 함수에 의해 정해진다. 이는  $A$ 의 rest-frame에서 고려하면 쉽게

알 수가 있다.  $M_k$ 의 최솟값은  $A$ 의 rest-frame에서  $P_{B_2}$ 의 3차원 운동량의 방향이  $p_1$ 의 3차원 운동량 방향과 나란하게 될 때이며,  $M_k$ 의 최댓값은 이와 반대인 경우, 즉  $A$ 의 rest-frame에서  $P_{B_2}$ 의 3차원 운동량의 방향이  $p_1$ 의 3차원 운동량 방향과 반대방향일 때 주어진다.

$$\begin{aligned} \min(M_k^2) &\equiv M_{k_{min}}^2 \\ &= M_{B_2}^2 + \frac{M_{B_2}}{M_{B_1}} (M_{B_1}^2 - M_{C_1}^2) e^{-(\eta_1 + \eta_2)}, \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \max(M_k^2) &\equiv M_{k_{max}}^2 \\ &= M_{B_2}^2 + \frac{M_{B_2}}{M_{B_1}} (M_{B_1}^2 - M_{C_1}^2) e^{(\eta_1 + \eta_2)}, \end{aligned} \quad (24)$$

여기서  $\eta_i$ 는  $A$ 에 의해  $B_i$ 가 boost되는 정도를 나타내는 boost factor로 아래와 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} \eta_1 &= \cosh^{-1} \left( \frac{M_A^2 + M_{B_1}^2 - M_{B_2}^2}{2M_A M_{B_1}} \right), \\ \eta_2 &= \cosh^{-1} \left( \frac{M_A^2 + M_{B_2}^2 - M_{B_1}^2}{2M_A M_{B_2}} \right). \end{aligned} \quad (25)$$

이제  $A$ 의 rest-frame에서  $(k, q_1)$  계를 적분하면, 다음과 같다.

$$\int d^4 k \delta_k^{(os)} d^4 q_1 \delta_{q_1}^{(os)} \delta^4 [P_A - q_1 - k] \propto \frac{\lambda^{1/2}(M_A^2, M_k^2, M_{C_1}^2)}{M_A^2}.$$

따라서, 최종적으로  $v_1$ 과  $v_2$ 의 불변 질량  $m_{12}$ 의 phase-space에 의한 분포는 다음으로 주어진다.

$$\begin{aligned} \frac{d\Gamma^{(2,2)}}{dm_{12}^2} &\propto \int_{M_{k_{min}}^2}^{M_{k_{max}}^2} \frac{dM_k^2}{M_k^2 - M_{B_2}^2} \\ &\Theta \left[ (M_k^2 - M_{B_2}^2) \left(1 - \frac{M_{C_2}^2}{M_{B_2}^2}\right) - m_{12}^2 \right]. \end{aligned} \quad (26)$$

위의  $m_{12}$ 에 대한 계단함수로부터, 다음의 제한조건이 걸리게 된다.

$$\begin{aligned} m_{12} &\leq \sqrt{(M_{k_{min}}^2 - M_{B_2}^2) \left(1 - \frac{M_{C_2}^2}{M_{B_2}^2}\right)} \\ &= \sqrt{\frac{(M_{B_1}^2 - M_{C_1}^2)(M_{B_2}^2 - M_{C_2}^2)}{M_{B_1} M_{B_2}}} e^{-\frac{1}{2}(\eta_1 + \eta_2)} \equiv m_{12}^{(\text{cusp})}, \end{aligned} \quad (27)$$

이는 antler 토폴로지가 갖는 위상공간의 특이점으로 cusp라 명칭되어 있다 [6]. 즉  $m_{12}$ 가  $m_{12}^{(\text{cusp})}$ 보다 작은 영역에서는 Eq. (26)에서의  $M_k^2$ 의 적분은  $m_{12}$ 와 무관한 값이 되며, 이와 반대로  $m_{12} > m_{12}^{(\text{cusp})}$ 인 경우에는 아래와 같이 주어진다.

$$\frac{d\Gamma^{(2,2)}}{dm_{12}^2} \propto \int_{m_{12}^2}^{(m_{12}^{(\text{max})})^2} \frac{dM_k^2}{M_k^2} \propto \ln \left( \frac{m_{12}^{(\text{max})}}{m_{12}} \right). \quad (28)$$

$m_{12}^{(\max)}$  는 Eq. (27) 함수에서 의해 다음과 같이 주어진다.

$$m_{12}^{(\max)} = \sqrt{\frac{(M_{B_1}^2 - M_{C_1}^2)(M_{B_2}^2 - M_{C_2}^2)}{M_{B_1}M_{B_2}}} e^{\frac{1}{2}(\eta_1 + \eta_2)}. \quad (29)$$

이에 따라,  $m_{12}$ 의 불변질량 분포는 아래와 같이 복잡한 형태로써 기술된다.

$$\frac{d\Gamma^{(2,2)}}{dm_{12}} \propto \begin{cases} (\eta_1 + \eta_2) m_{12} & \text{if } m_{12} < m_{12}^{(\text{cusp})}, \\ m_{12} \ln\left(\frac{m_{12}^{(\max)}}{m_{12}}\right) & \text{if } m_{12}^{(\text{cusp})} < m_{12} < m_{12}^{(\max)}. \end{cases} \quad (30)$$

본 절의 유도방식은 [5]에 소개된 특정 좌표계에서 입자들의 운동량을 명시하여 계산한 통상적인 방식을 따른 계산 비해 간단하며, 다양한 event-topology에 확장되어 사용될 수 있는 장점이 있다. 이에 따라, 다양한 event-topology들을 연구하는 방식에 보다 적합한 방식이라 하겠다.

### 3) Event-topology의 모양에 따른 위상공간의 차이

고에너지 가속기에서 새로운 신호가 발견될 때, 가장 먼저 확인할 해야 하는 것은 새로운 신호를 주는 event-topology를 찾아내는 것이다. 앞 절에서도 보았듯이 불변 질량의 분포의 특징, 즉 최댓값은 새로운 입자들의 질량에 의존하지만, 전체적인 모양은 event-topology에 따라 다르게 된다. 물론 각 입자의 스핀 역시 관측량의 분포 모양에 영향을 주지만, 이에 대한 효과는 event-topology에 의한 효과에 비해 작다는 것이 잘 알려져 있다 [7]. 이를 확인하기 위해, (1) Cascade decay에서 초대칭 이론의 질량들을  $(m_A, m_B, m_C) = (m_{\tilde{\chi}_2^0}, m_{\tilde{\ell}}, m_{\tilde{\chi}_1^0}) = (400, 150.2, 100)[\text{GeV}]$ 로 두고, (2) Antler topology에서 무거운 힉스 입자 붕괴에 대한 질량  $(m_A, m_B, m_C) = (m_H, m_{S^\pm}, m_\nu) = (300, 80.4, 0)[\text{GeV}]$ 으로 설정하였다. 각 경우에서 관측되는 경입자들의 불변 질량에 대한 분포는 Fig. 3과 같다. 즉 위상공간에 따른 관측량(불변 질량)의 분포가 서로 확연히 다를 수 있다. 특히 본 논문에서 예를 든 neutralino의 붕괴 과정에서는, 이 과정을 매개하는 스핀 0인 경입자의 초대칭 파트너 ( $\tilde{\ell}$ )가 전자의 특정 helicity에 대한 정보를 지우게 된다. 또한 무거운 힉스 입자의 붕괴과정에 관여되는 입자들이 스핀이 0인 입자로, 불변 질량의 분포 모양은 순수 위상공간에서 유도된 불변 질량의 분포와 그 모양이 일치하게 된다 [8]. 따라서, 관측 입자들에 따른 event-topology의 위상공간을 면밀히 살펴보는 것은, 고에너지 가속기 실험 데이터 분석에 있어

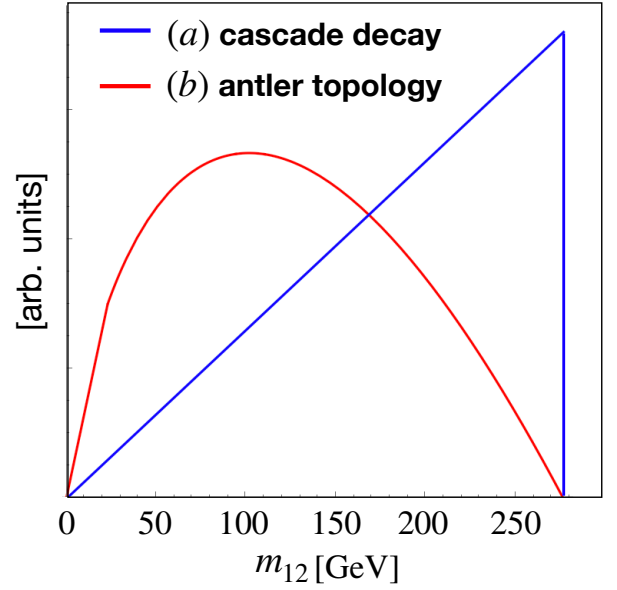


Fig. 3. (Color online) Invariant mass distribution from (a) [blue]: Event-topology of a cascade decay and (b) [red]: event-topology of an antler topology. Here we take benchmark points for each event-topology to match the endpoints of invariant mass distributions.

가장 기본적인 일이며, 상당히 중요한 일이다. 다음 절에서는 각 event-topology의 순수 위상공간을 바탕으로 생성한 Monte Carlo (MC) 데이터를 Matrix element reweighting 방식을 통해 다른 물리 모델, 즉 입자들의 스핀이 다른 경우의 분석에 활용하는 방법에 대해 논의하여 본다.

## III. 전이확률에 대한 분석

본 절에서는, 위상공간 분석을 통해 주어진 신호의 event-topology를 확인 한 후, 해당 신호의 전이확률에 대한 분석을 하는 방법에 대해 간단히 기술하도록 하겠다. 고에너지 가속기에서 특정 프로세스  $pp \rightarrow A_1, A_2, \dots, A_n$ 에 대한 과정은 다음과 같이 분해 (factorize) 된다.

$$\begin{aligned} \sigma(pp \rightarrow A_1, A_2, \dots, A_n) \\ = \int dx_1 dx_2 f_{p_1}(x_1) f_{p_2}(x_2) \\ \times \hat{\sigma}(p_1, p_2 \rightarrow A_1, A_2, \dots, A_n | x_1, x_2), \end{aligned} \quad (31)$$

여기서  $x_i$ 는 양성자의 전체 에너지에서 hard-process에 관련된 parton,  $p_i$ 가 가져가는 에너지의 비율이며,  $f_{p_i}(x_i)$ 는 Parton Distribution Function (PDF)이다. 새로운 물리학의 신호에 직접 연관이 있는 hard-process에 대한 partonic cross section인  $\hat{\sigma}(p_1, p_2 \rightarrow A_1, A_2, \dots, A_n)$ 은 다음

과 같이 분해된다.

$$\hat{\sigma}(p_1, p_2 \rightarrow A_1, A_2, \dots, A_n) = \int d\Pi_n |\mathcal{M}(p_1, p_2 \rightarrow \{A_i\})|^2. \quad (32)$$

여기서  $\Pi_n$ 은 앞절에서 기술하였던 n-body의 phase-space 위상공간이며,  $\mathcal{M}$ 은 충돌과정의 행렬 요소이다. 따라서, 앞의 방식에 의거  $\Pi_n$ 을 알아낸 후에는, 새로운 물리의 질량에 대한 정보를 보다 정확히 얻을 수 있다. 즉, 위상공간에 대한 분석은 event-topology에 대한 정보 뿐만 아니라, 신호의 kinematic 특성인 질량에 대한 정보 역시 제공해 준다 [9].

특정 신호의 운동학적 성질, 즉 event-topology와 질량들에 대한 정보를 얻은 후에는, 물리 모델의 특성들(입자들의 스핀, 상호작용 라그랑지안의 특성)에 민감한 관측량  $\{\hat{o}_i\}$ 들의 분포에 대한 밀도를 분석해야 한다. 예를 들어 불변 질량  $m_{12}$ 의 boundary, 즉 최댓값은 물리 모델의 운동학적 특성에 의존하지만, 이의 분포 모양  $\frac{d\sigma}{dm_{12}}$ 은 입자의 스핀 및 상호작용 라그랑지안의 특성을 반영한다. 간단한 물리 모델의 경우에는 분포 모양을 이론적으로 계산할 수 있지만, 일반적인 경우에 분포 모양의 이론적인 예측은 어렵다. 또한 관측량의 분포도는 가속기 검출기의 특성 및 배경사건을 배제하기 위해 사용되는 다양한 제한조건들에 영향을 받지만, 이론적인 계산은 이를 제대로 반영하지 못한다. 이에 따라 실험 데이터를 활용하여 관측량의 분포 모양을 분석하기 위해서는, 다양한 실험사항들을 수치적으로 반영할 수 있는 MC 데이터를 생성해야 한다.

MC 데이터를 생성하기 위해서는, (1) hard-process를 생성할 수 있는 Parton-level MC generator를 사용한 후, (2) QCD 입자들의 하드론화를 재현하는 특수 목적 프로그램을 활용하고, 마지막으로 (3) 관측기의 특성을 반영하는 detector-program을 사용한다.

다음과 같이 Matrix element reweighting 방식을 활용하여 다양한 스핀 경우와 모델들에 대해 분석을 할 수 있다 [10]. 이를 통하여 다양한 물리 모델에 대해 각각의 몬테카를로 데이터를 생성할 필요가 없이, 특정한 모델의 몬테카를로 데이터를 재사용하여 다른 물리 모델의 특성을 파악할 수 있다. 예를 들어, 운동학적 성질(event-topology와 관여 입자들의 질량)을 공유하는 두 개의 물리 모델  $H_1$ 와  $H_2$ 이 있다. 한 물리 모델의 성질을 파악하기 위해서는 관측량의 분포를 분석하게 된다. 물리 모델  $H_1$ 에 대한 관측량  $\hat{O}$ 의 분포를 이용하여 다른 물리 모델  $H_2$ 에 대한 관측량  $\hat{O}$ 의 분포를 다음과 같이 생성할 수 있다.

$$\frac{d\hat{\sigma}_{H_2}}{d\hat{O}} = \left( \frac{|\mathcal{M}_{H_2}|^2}{|\mathcal{M}_{H_1}|^2} \right) \times \frac{d\hat{\sigma}_{H_1}}{d\hat{O}}, \quad (33)$$

여기서  $\mathcal{M}_H$ 는 H 모델의 행렬 요소이다. 위의 충돌과정의 행렬 요소를 사건이 일어날 확률에 비추어 해석을 함으로써

얻을 수 있다. 전이확률에는 각 입자의 스핀에 대한 정보와 상호작용 라그랑지안에 대한 정보가 같이 들어가게 되므로, 이와 같은 reweighing 방법을 통하여 다양한 물리모델에 대해 각각의 몬테카를로 신호를 생성하지 않고, 효율적으로 주어진 신호를 분석할 수 있다. 이는 주어진 데이터와 몬테카를로 샘플을 가지고 컴퓨팅 자원을 효율적으로 사용할 수 있게 하기 때문에 추후 인공지능 분석 기법에도 상당히 유용하리라 기대된다. Figure 4은 Eq. (33) 과정을 통한 관측량 분포의 생성에 대한 예이다. 그림의 (a<sub>1</sub>)과 (a<sub>2</sub>)는 cascade decay topology에 대한 예이며, (b<sub>1</sub>)–(b<sub>3</sub>)는 antler topology에 대한 예이다. 여기서 관측량  $\hat{O}$ 는 전자와 양전자의 불변질량  $m_{12}$ 이다.

먼저 cascade decay topology의 경우에는 초대칭 이론( $H_1$ )과 여분차원 이론( $H_2$ )이다.  $H_1$ 에서는 neutralino( $\tilde{\chi}_2^0$ )이 스칼라 전자( $\tilde{e}$ )를 통한 연속적인 붕괴  $\tilde{\chi}_2^0 \rightarrow e^-, \tilde{e}^+ \rightarrow e^-, e^+, \tilde{\chi}_1^0$ 의 붕괴과정, 그리고  $H_2$ 에서는 여분차원 전자  $e_R^1$ 이 여분차원 벡터입자  $V_1$ 을 통한 여분차원 전자  $e_L^1$ 로 연속적인 붕괴하는  $e_R^1 \rightarrow e^-, V_1 \rightarrow e^-, e^+, e_L^1$ 이다. Figure 4의 (a<sub>1</sub>)에서는 각각의 모델에 대한 이론적 예측, 즉 각 모델에 대한 몬테카를로 데이터 생성을 통해 관측량의 분포를 도출하였다. 초대칭 이론의 경우, 중간 스칼라 전자로 인해 관측량  $m_{12}$ 의 분포가 phase-space의 결과인 Eq. (12)와 일치함을 알 수 있으며, 여분차원 모델인 경우 여분차원 전자들의 chirality와 벡터보존에 의해 복잡한 모양을 가짐을 확인할 수 있다. 이제 Matrix element reweighting을 통해  $H_1$ 의 분포를 활용하여  $H_2$ 에 대한 관측량의 분포를 얻은 결과를 다음과 같이 얻는다.

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{\sigma}_{H_2}}{dm_{12}} &= \left( \frac{|\mathcal{M}(e_R^1 \rightarrow e^-, V_1 \rightarrow e^-, e^+, e_L^1)|^2}{|\mathcal{M}(\tilde{\chi}_2^0 \rightarrow e^-, \tilde{e}^+ \rightarrow e^-, e^+, \tilde{\chi}_1^0)|^2} \right) \times \frac{d\hat{\sigma}_{H_1}}{dm_{12}} \\ &\equiv R_{12} \cdot \frac{d\hat{\sigma}_{H_1}}{dm_{12}}. \end{aligned} \quad (34)$$

위 과정을 통해 생성된 분포는 Fig. 4의 (a<sub>2</sub>)의 빨간색 분포도이며, 이는 실제  $H_2$ 의 데이터를 통해 얻은 분포도(파란색)와 일치함을 알 수 있다.

이제 antler-topology의 경우에 Matrix element reweighting의 작동여부는 Fig. 4 (b<sub>1</sub>) – (b<sub>3</sub>)을 통해 알 수 있다. 이 예에서는 세가지 물리 모델  $H_1 - H_3$ 를 사용한다.  $H_1$ 은 무거운 스칼라 입자  $H$ 가 가벼운 스칼라 입자  $S^{\pm}$ 으로 붕괴하고, 이 전하를 띤 스칼라 입자는  $S^{\pm} \rightarrow e^{\pm}, \nu(\bar{\nu})$ 로 붕괴하는 경우이다. 이 모델은 순전히 phase-space의 성질을 확인하기 위한 일종의 toy-model이라 생각하면 되겠다. 모델  $H_2$ 는 무거운 스칼라 입자  $H$ 가 표준모형  $W$  보손들로 붕괴하고,  $W$  보손이 전자와 중성미자로 붕괴하는 경우이다. 마지막으로  $H_3$ 는 무거운



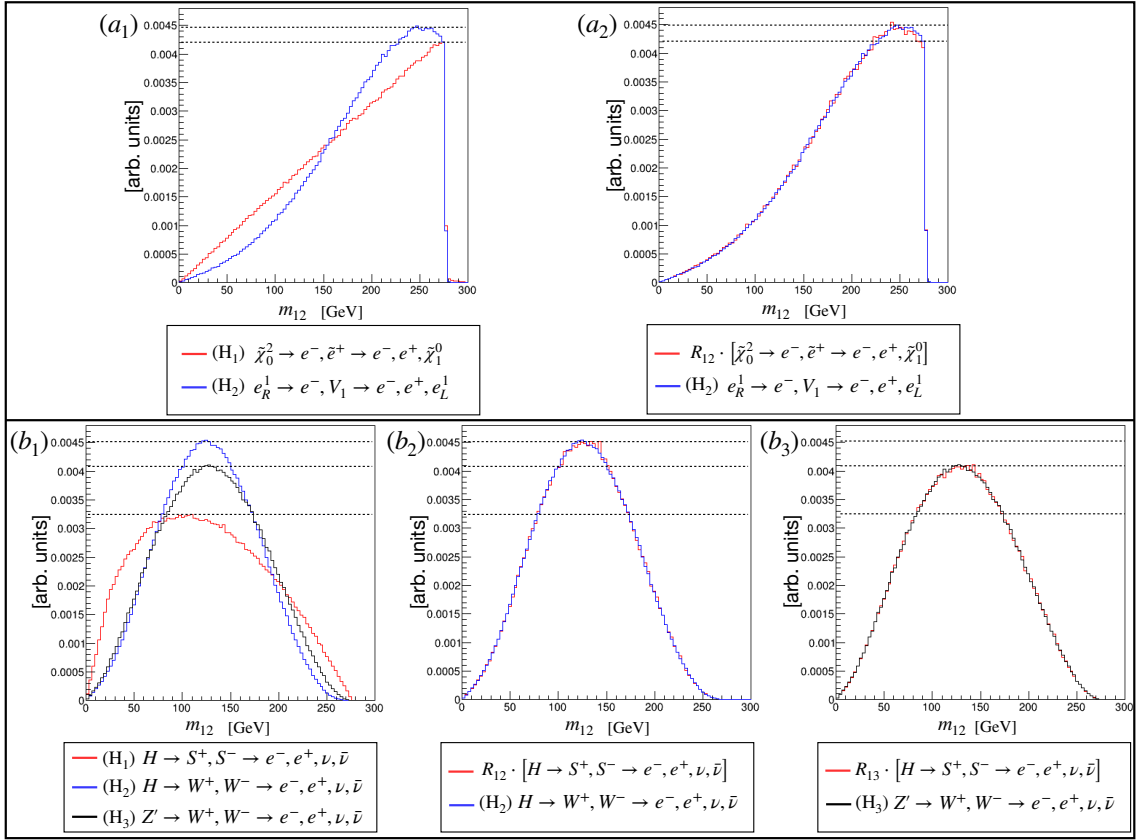


Fig. 4. (Color online) Distributions of an invariant mass ( $m_{e^-e^+}$ ) of an electron and a positron from: (a) Monte Carlo (MC) events of processes (red) (H<sub>1</sub>), (blue) (H<sub>2</sub>) and (black) (H<sub>3</sub>), (b) (red) reweighted MC events of (H<sub>1</sub>) by factor  $R_{12}$  to estimate a process (H<sub>2</sub>) Here MC samples are made using parton-level generator (Madgraph).

벡터입자  $Z'$ 이 표준모형  $W$  보손들로 붕괴하고,  $W$  보손이 전자와 중성미자로 붕괴하는 경우이다. 이제  $H_1$ 에 대한 관측량 분포를 사용한 Matrix element reweighting의 과정을 살펴보면,

$$\begin{aligned}
 \frac{d\hat{\sigma}_{H_2}}{dm_{12}} &= \left( \frac{|\mathcal{M}_{(H \rightarrow W^+, W^- \rightarrow e^-, e^+, \nu, \bar{\nu})}|^2}{|\mathcal{M}_{(H \rightarrow S^+, S^- \rightarrow e^-, e^+, \nu, \bar{\nu})}|^2} \right) \times \frac{d\hat{\sigma}_{H_1}}{dm_{12}} \\
 &\equiv R_{12} \cdot \frac{d\hat{\sigma}_{H_1}}{dm_{12}}, \\
 \frac{d\hat{\sigma}_{H_3}}{dm_{12}} &= \left( \frac{|\mathcal{M}_{(Z' \rightarrow W^+, W^- \rightarrow e^-, e^+, \nu, \bar{\nu})}|^2}{|\mathcal{M}_{(H \rightarrow S^+, S^- \rightarrow e^-, e^+, \nu, \bar{\nu})}|^2} \right) \times \frac{d\hat{\sigma}_{H_1}}{dm_{12}} \\
 &\equiv R_{13} \cdot \frac{d\hat{\sigma}_{H_1}}{dm_{12}}.
 \end{aligned} \tag{35}$$

위 과정을 통해 생성된 분포는 Fig. 4의 (b<sub>2</sub>)와 (b<sub>3</sub>)의 빨간 색 분포도이며, 이는 실제  $H_2$  데이터를 통해 얻은 분포도 (파란색), 그리고  $H_3$  데이터를 통해 얻은 분포도 (검은색)와 일치함을 알 수 있다.

이와 같이 Matrix element reweighting 방법을 사용하여, 운동학적 성질 (event-topology와 mass-parameters)을 공유하는 다양한 모델들에 대한 분석이 가능하다. Matrix

element reweighting 방식을 통해 효율적인 몬테카를로 데이터 생성에 대한 연구는 다음의 논문을 참고하면 되겠다 [11]. Matrix element reweighting 방식을 기계학습의 네트워크 구조에 결부한 다양한 모델들의 분석은 흥미로운 연구 주제가 될 것이다.

#### IV. 결 론

본 논문에서는, 고에너지 강입자 가속기에서 새로운 물리학의 신호를 발견하였을 때, 이를 효율적으로 분석할 수 있는 방법에 대해 알아보았다. 특히 다양한 event-topology들을 분석할 수 있는, 위상공간 분리 방법을 소개하였으며, 이를 활용하여 복잡한 event-topology인 무거운 힉스의 붕괴 과정을 예로 들어, 관측량의 분포를 얻을 수 있는 방법을 자세히 기술하였다. 본 논문을 통해, 입자물리 현상론과 실험을 전공하는 젊은 과학도가 가속기 현상론에 대한 통찰력을 얻기를 기대한다. 마지막으로, 몬테카를로 시뮬레이션을 반복하지 않고 효율적으로 다양한 새로운 물리 모델에

대해 신호를 분석할 수 있는 Matrix element reweighting 방식을 소개하였다.

## 감사의 글

이 연구는 서울과학기술대학교 교내 일반과제 연구비 지원(신임교수 연구정착비)으로 수행되었습니다.

## REFERENCES

- [1] D. Alves *et al.*, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **39**, 105005 (2012).
- [2] The CMS collaboration, *J. Instrum.* **6**, P09001 (2011).
- [3] F. E. Paige, 1996 DPF / DPB Summer Study On New Directions For High-Energy Physics: Proceedings, Snowmass 1996, eConf C960625, SUP114, 1996.
- [4] T. Han, *Physics in  $D \geq 4$  TASI 2004* (World Scientific, 2006), pp. 407–454.
- [5] T. Han, I-W. Kim and J. Song, *Phys. Rev. D* **87**, 035003 (2013).
- [6] T. Han, I-W. Kim and J. Song, *Phys. Lett. B* **693**, 575 (2010).
- [7] W. S. Cho, D. Kim, K. T. Matchev and M. Park, *Phys. Rev. Lett.* **112**, 211801 (2014).
- [8] L-T. Wang and I. Yavin, *Int. J. Mod. Phys. A* **23**, 4647 (2008).
- [9] A. J. Barr *et al.*, *Phys. Rev. D* **84**, 095031 (2011).
- [10] J. S. Gainer *et al.*, *J. High Energy Phys.* **10**, 078 (2014).
- [11] K. T. Matchev and P. Shyamsundar, *SciPost Phys.* **10**, 034 (2021).