

文章编号: 1007-4627(2019)01-0001-36

## 致密物质状态方程: 中子星与奇异星

李昂<sup>1</sup>, 胡金牛<sup>2</sup>, 鲍世绍<sup>2</sup>, 申虹<sup>2</sup>, 徐仁新<sup>3</sup>

- (1. 厦门大学物理科学与技术学院, 福建 厦门 361005;
2. 南开大学物理科学学院, 天津 300071;
3. 北京大学物理学院, 北京 100871)

**摘要:** 中子星结构一直是核物理、粒子物理和天体物理共同关注的热点难题, 双中子星并合事件GW170817的发现更是掀起这一研究的高潮。致密物质的状态方程是决定中子星结构的关键输入量, 但是到目前为止, 高密度的核物质状态方程行为依然很难确定。如今国内外已有许多运行或规划的大型核实验装置和天文观测设备, 有望帮助我们很快解开致密物质状态方程的谜团。本文系统地阐述了基于微观多体理论和唯象模型对脉冲星类天体状态方程的研究现状, 也讨论了奇异相变和奇异物质。结合理论计算和核物理实验及天文观测数据, 致密物质状态方程的研究已取得相当多进展, 但是也面临不少挑战, 比如从实验和观测数据提取状态方程信息时的模型依赖, 中子星各部分模型的不自洽以及各种依赖热密物质复杂动力学性质的实验和观测量。随着LIGO即将再运行而发现更多双中子星甚至中子星-黑洞等并合事件, 多信使天文观测可望最终揭开中子星结构之谜。

**关键词:** 状态方程; 致密核物质; 中子星; 奇异星; 核天体物理

**中图分类号:** O572; P145.6 **文献标志码:** A **DOI:** 10.11804/NuclPhysRev.36.01.001

### 1 引言

中子星(neutron star, NS)是宇宙中最致密的可观天体, 是核物理和量子色动力学(Quantum Chromodynamics, QCD)研究极端条件下物质状态极好的天然实验室, 特别是其数倍于核物质饱和和密度( $\sim 2 \times 10^{14} \text{ g/cm}^3$ )的核心部分。中子星的研究对核物理、粒子物理、天体物理都具有关键意义<sup>[1]</sup>。“在超高温高密下是否存在新的物质状态?” (Are there new states of matter at ultrahigh temperatures and densities?) 是美国国家科学委员会2002年在《发现》杂志上提出的本世纪待解决11个重大物理问题中的第7个<sup>[2]</sup>。

中子星结构和状态方程(equation of state, EOS)是现在或未来国内外众多大型核实验装置(FAIR, FRIB, HIAF, NICA, RHIC, LHC等)和地面或空间观测设备(FAST, HXMT, NICER, SKA, eXTP, LIGO/VIRGO等)的核心科学目标之一。增强型X射线时变与偏振(eXTP)已发布了致密物质工作组白皮书<sup>[3]</sup>。2017年秋季观测到的第一例双中子星并合事件GW170817更是把中子星的研究带入引力波多信

使时代<sup>[4]</sup>。LIGO/VIRGO引力波天文台和Fermi卫星等分别观测到了GW170817的引力波信号和电磁波信号<sup>[5]</sup>。我国的硬X射线调制望远镜(HXMT)<sup>[6]</sup>和南极光学巡天望远镜(AST3-2)<sup>[7]</sup>也参与了此次GW170817电磁对应体的国际联测。许多研究组基于这一例并合事件的引力波信号和电磁波信号对中子星EOS进行了讨论<sup>[4, 8-21]</sup>。

EOS描述了处于热力学平衡态的致密物质压强如何依赖所处的密度和温度 $P=P(\rho, T)$ 。我们在第2节和第3节中还重点讨论了核物质系统(对某一密度 $\rho = \rho_n + \rho_p$ )压强对同位旋非对称度 $\delta = (\rho_n - \rho_p)/\rho$ 的依赖(这里下标n, p分别指中子和质子)。对老于 $\sim 100 \text{ s}$ 的冷中子星, 温度( $< 1 \text{ MeV}$ )远低于核子费米能( $\sim 400 \text{ MeV}$ ), 因此可以忽略结构对温度的依赖。但温度效应对新生中子星(protonneutron star)、核塌缩超新星爆发(core-collapse supernovae)、双星并合等不应忽略。中子超流出现的典型温度大约是 $10^8 \sim 10^{10} \text{ K}$ , 所以超流会出现在几分钟到几千年寿命的中子星内部, 虽不对压强-密度关系有大的改变, 但可以剧烈改变中子星物质的比热(specific heat)和中微子发射率(neutrino

收稿日期: 2018-09-10; 修改日期: 2019-01-27

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(11873040, 11775119, 11673002, 11675083, 11805115); 国家重点研发计划项目(2017YFA0402602)

作者简介: 李昂(1981-), 女, 河南南阳人, 博士生导师, 理论物理博士, 教授, 从事致密星体物理研究; E-mail: liang@xmu.edu.cn

emissivity), 进而影响中子星的热演化及一些动力学演化过程(详见第 4 节中子星的天文观测部分)。相比重离子碰撞 (heavy-ion collision, HIC) 产生的短暂热密物质, 中子星提供了由引力束缚稳定存在的冷的致密物质, 密度更高且有较高的同位旋不对称度 (asymmetry) 和奇异数 (strangeness)。因此通过中子星 EOS 可以了解核力的短程性质和多体核力等 (特别是对于同位旋不对称情形), 甚至对低能强相互作用的非微扰行为进行研究。另外, 双中子星和中子星-黑洞系统是主要的引力波源以及可能的短伽玛暴 (short gamma-ray burst, SGRB) 的中心引擎和快中子俘获 (r-过程) 核合成 (nucleosynthesis) 主要的天体场所<sup>[22-28]</sup>, 而 EOS 对这些过程的研究都极其重要<sup>[29-33]</sup>。对理解这些过程重要的还有脉冲星类天体携带的强磁场  $10^{10} \sim 10^{15}$  G (详见第 4.2 节双星并合部分)。

需要注意的是, EOS 只有在系统处于热力学平衡态时才有意义, 即达到热平衡、力学平衡和化学平衡。天体核合成系统一般没有化学平衡, 需要考虑各成分间反应的截面进行网络计算。在核塌缩超新星爆发和黑洞的中微子主导吸积盘 (neutrino-dominated accretion flow, NDAF) 等天体环境中, 电子俘获反应这些弱相互作用过程可能也不是平衡态, 需要考虑中微子不透明度的影响做输运方程计算<sup>[34-35]</sup>。

星体 EOS 由于非微扰 QCD 的复杂性不能做第一性原理的理论计算, 需借助微观或唯象核多体模型 (见第 2 节), 结合地面核实验 (原子核质量和半径、巨偶极共振、偶极极化率, 重核的中子皮厚度、重离子碰撞等) 和天文观测对星体性质 (质量、半径、冷却、转动、振荡模式、引力波辐射等) 的限制进行研究。中子星理论和观测研究分别详见第 3 节和第 4 节。

## 2 致密物质状态方程

致密物质性质基本由强相互作用决定, 特别是其短程的排斥芯。核子之间的相互作用可以基于介子交换图像、手征微扰方法或者直接基于夸克胶子交换构建。

1935 年, Yukawa<sup>[36]</sup> 首先提出核子之间相互作用是通过交换  $\pi$  介子实现的。随着核子-核子数据的大量积累, 20 世纪 50 年代, Taketani 等<sup>[37]</sup> 提出, 核子-核子间的势能可以被划分为 3 个区域: 单  $\pi$  介子交换模型只适用于长程相互作用, 而两  $\pi$  介子交换方法则适用于中程核力 (两核子间的距离在  $1 \sim 2$  fm 的区间), 多  $\pi$  介子交换作用则适用于短程相互作用。在发现重质量介子后, 单玻色子交换模型比较成功地解释了核子-核子散射数据, 同时重介子 (如  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$  介子) 的单玻色子交换也能

有效地把多  $\pi$  介子交换作用参数化<sup>[38]</sup>。单玻色子交换势能模型如 Bonn 势和 Nijmegen93 势<sup>[39]</sup>, 能够利用较少的参数 (10 到 20 个参数) 实现对两体核子散射数据的定量化描述。同时, 基于坐标系空间中核子相互作用的自旋-同位旋算符结构, Argonne 组建立一系列唯象的势能模型<sup>[40]</sup>。20 世纪 90 年代, 电荷依赖的高精度核子-核子势能模型 (如 Reid93 和 Nijmegen I, II, AV18 以及 CD Bonn 势<sup>[41]</sup>) 的建立, 能够对实验室系下碰撞能量低于  $\sim 300$  MeV 的质子-质子和中子-质子弹性散射数据达到理论与实验值的偏差为  $\chi^2/\text{datum} \sim 1$  的高精度描述。Nijmegen 研究组也发展了核子-超子势和超子-超子势<sup>[42-43]</sup>。

虽然上述高精度核势模型在核物理的理论研究中取得了十分巨大的成功, 但它们都没有与强相互作用的基础理论——量子色动力学 (QCD) 建立清晰的联系。考虑核子的夸克结构和手征对称性破缺, Weinberg 在手征有效场论 (Effective Field Theory, EFT) 的框架下, 基于与 QCD 对称性相符合的手征有效拉格朗日量, 提出了核子-核子相互作用模型。在手征有效场论中, 核力由不同层级的  $\pi$  介子交换费曼图以及核子的接触项组成, 这些费曼图按对  $q/M$  的依赖阶数排序 (这里  $q$  是相互作用费曼图的交换动量,  $M$  为核子质量)。每阶算符的参数由两体核子散射相移和氘核 (deuteron) 等少体核系统实验数据确定。这种利用手征微扰展开 (Chiral Perturbation Expansion, ChPT) 方法<sup>[44-45]</sup> 构建的核力自动引入与两体力自洽的三体等多体力, 详见文献<sup>[46-47]</sup>。基于 Kaiser 提出的  $\pi$  介子交换贡献的方法, Bonn-Bochum 研究组和 Idaho 研究组计算到了次次次领头 ( $N^3\text{LO}$ ) 阶<sup>[48-49]</sup>。最近 Entem 等<sup>[50]</sup> 计算了包含  $N^4\text{LO}$  阶的核力, 而 Epelbaum 等<sup>[51]</sup> 则使用坐标空间中局域截断因子计算了  $N^4\text{LO}$  阶手征核力。这些手征核力的计算结果证实了手征微扰论在描述两体核子-核子散射数据时体现出良好的展开收敛性, 与 Nijmegen 相移的精确描述相吻合。另外, 为实现直接基于 QCD 拉氏量对核系统的计算, 人们也发展了基于格点 QCD 构建的核力<sup>[52-53]</sup>。虽然目前的计算都采用了较大的夸克质量, 但是有望在将来得到更加高精度的计算结果, 特别是帮助我们了解实验数据还很匮乏的超子力。

基于核力对致密物质系统进行量子多体计算在理论上是很大的挑战, 到目前为止还没有办法对于这样的系统进行精确的求解。如果原子核的核子数目不是太多, 可以通过一些少体方法进行比较精确的求解, 比如说高斯基展开法 (Gaussian expansion method) 和无核壳模型 (no core shell model) 等。更重的原子核系统则必须

需要采用一些多体近似方法。这些近似方法可以将多体问题近似为两体问题。

核多体模型大致分为两类: 微观 (microscopic) 方法和唯象 (phenomenological) 方法。处理均匀核物质的各种多体计算方法对致密物质 EOS 的计算详见第 2.2 节。

微观方法的基本输入是现实 (realistic) 核力, 核力的参数由符合核子两体散射相移和少体束缚系统的实验值确定。微观模型有 Green 函数方法、(非) 相对论 Brueckner Hartree-Fock 方法、变分 (variational) 法、自洽 Green 函数法、Monte Carlo 方法等。前面提到的手征微扰展开方法<sup>[44-45]</sup> 构建的核力提供了联系强相互作用有效 QCD 理论与低能核物理的有效途径。近年来各种微观理论被广泛用于对核物质进行研究, 比如 Brueckner-Hartree-Fock 模型<sup>[54-56]</sup>、自洽 Green 函数方法<sup>[57]</sup>、多体微扰理论<sup>[58-61]</sup>、手征微扰理论<sup>[62]</sup>等。

唯象方法基于参数依赖的有效 (effective) 相互作用做平均场 (mean-field) 计算。平均场计算基于 (非) 相对论的核能量密度泛函 (nuclear energy-density functional), 将多个核子间的两两相互作用转换为单个核子在其他核子形成的平均势场中运动, 从而大大简化了计算过程<sup>[63]</sup>, 被广泛用于各种原子核系统和天文系统。在这些方法中, 系统能量被写作数密度、动能密度和自旋流 (spin-current) 密度的函数, 通过自洽迭代过程得到系统的能量最低态。唯象方法的泛函形式可基于相对论拉氏量求得, 也可由非相对论 Skyrme<sup>[64]</sup> 或 Gogny 型<sup>[65]</sup> 的有效核力求得, 一般称为 (相对论) Hartree-Fock 方法<sup>[66-67]</sup>。考虑核子对力后模型扩展为 Hartree-Fock+BCS 或 Hartree-Fock-Bogoliubov 模型。唯象方法的参数由拟合已知原子核和核物质的性质以及微观方法的结果确定。不同研究组可能选取不同的数据进行拟合来进行感兴趣的课题研究, 再加上拟合过程的不唯一, 造成密度外推时不同唯象方法之间的分歧较大, 这是把唯象方法用于中子星研究需要注意的问题。

处理不均匀 (inhomogeneous) 核物质 (原子核或原子核集团) 一般基于唯象方法, 但是 (非) 相对论的量子计算依然非常耗时耗力, 所以更唯象的方法更常用, 例如经典的液滴 (liquid-drop) 模型和 (非) 相对论的 Thomas-Fermi 模型。不均匀核物质的计算以及在中子星壳层的应用分别见第 2.1 节和第 3.1 节。

需要在这里提到的是, 虽然如引言所述理论模型对 EOS 的计算可通过核实验和天文观测进行限制, 但是这种限制往往不是直接基于原始数据, 而是需要通过理

论模型对实验数据进行处理后进行推断, 特别是需要从有核实验数据约束的物理条件经模型在密度、温度、不对称度等依赖上进行外推, 计算中涉及的多个自由度 (从低密低温时的原子核和核子到高密高温时可能的超子、夸克等) 使问题更加复杂。

## 2.1 不均匀核物质

一般认为, 核力由非常短程的排斥作用和中长程的吸引作用两部分组成。这种特点的核力与作用于分子介质的 van der Waals 力很相似, 会导致均匀核物质压强随密度非单调增加<sup>[68-70]</sup>。从而, 在核物质的亚饱和和密度范围内和温度不超过  $\sim 20$  MeV 的低温低密条件下, 原子核液相与核子气相共存构成的不均匀核物质可以稳定地存在。这种原子核液气混合相以及原子核液气相变现象可能会在重离子碰撞和超新星爆发等天体演化过程中出现<sup>[68]</sup>。自 1984 年 Panagiotou 等<sup>[71]</sup> 在重离子碰撞实验中观察到了原子核发生液气相变的可能证据以来, 这一现象已经引起了众多研究者的兴趣<sup>[72-74]</sup>。此外, 研究表明中子星壳层中也可能包含原子核与自由核子共存的不均匀核物质。因此, 中子星也成为研究不均匀核物质性质的理想天然实验室<sup>[75]</sup>。

由于不均匀核物质性质在重离子碰撞和天体物理研究中的重要作用, 近几十年来, 研究者已采用 Skyrme 相互作用和相对论平均场理论等模型对不均匀核物质的状态方程进行了大量研究<sup>[72, 76-78]</sup>。在物质密度或系统温度比较高时, 不均匀核物质的液气共存相不再稳定, 会发生液气相变成为均匀物质相。早期的研究者认为导致不均匀核物质发生液气相变的不稳定因素可以分为与重子密度 (同位旋标量) 涨落相关的力学不稳定和与质子分支比 (同位旋矢量) 相关的化学不稳定<sup>[79]</sup>。2003 年, Margueron 和 Chomaz 指出非对称不均匀核物质的 spinodal 不稳定性可以由自由能随密度变化曲率来决定<sup>[80]</sup>。近年来研究者已大量采用分析自由能曲率性质的方法对不均匀核物质的不稳定性进行研究<sup>[81-82]</sup>。目前人们对不均匀核物质的液气共存和液气相变等性质已经有了比较清楚的认识。

Wigner-Seitz 近似是研究者经常采用的一种描述不均匀核物质的单核近似方法, 即假设在一个 Wigner-Seitz 原胞内只包含一个原子核, 原子核液相与其周围的自由核子气相共存。中子星壳层物质可以看作是 Wigner-Seitz 原胞的周期性重复。在中子星等天体环境中 Wigner-Seitz 原胞内还应该包含自由电子气体, 满足总体电中性条件

$$N_p = N_e, \quad (1)$$

其中  $N_p$ ,  $N_e$  分别是总质子数和总电子数。Wigner-Seitz 原胞内的电子分布与质子分布相关, 一般呈非均匀分布, 需要自洽求解。2005 年, Maruyama 等<sup>[83]</sup> 的研究结果表明, 由于电子在 Wigner-Seitz 原胞内非均匀分布产生的电荷屏蔽效应对原胞内的不均匀核物质性质造成的影响很小。因此, 在一些研究中会把 Wigner-Seitz 原胞内的电子当作均匀气体, 而不考虑电子的非均匀分布, 这并不会对原胞性质产生显著影响。但是, 对 Wigner-Seitz 原胞内核子的不同处理方式却会对不均匀核物质的计算结果产生明显的差异。

文献中常采用的模型方法有 Thomas-Fermi 近似、共存相 (coexisting phases, CP) 方法和可压缩液滴模型 (compressible liquid drop, CLD) 模型等方法。最近, 量子模拟和分子动力学模拟等多核近似方法也被用于研究中子星等天体环境中包含非球形原子核的不均匀核物质计算<sup>[84-85]</sup>。下面我们球形原子核为例简单介绍以下方法在中子星壳层内不均匀核物质的应用:

- Thomas-Fermi 近似方法,
- 共存相方法,
- 可压缩液滴模型。

### 2.1.1 Thomas-Fermi 模型

在 Thomas-Fermi 近似方法中, 单个原胞的总能量可以写为

$$E_{\text{cell}} = \int_{\text{cell}} \varepsilon(r) d^3r + \varepsilon_e V_{\text{cell}}, \quad (2)$$

其中:  $\varepsilon_e$  是电子动能密度;  $\varepsilon(r)$  是径向位置  $r$  处的局域能量密度。

我们注意到化学势在整个 Wigner-Seitz 原胞内是一个常数, 而像密度和平均场等量则依赖于径向位置  $r$ 。在中子星壳层的 Wigner-Seitz 原胞中,  $\beta$  平衡和电中性条件需要满足, 提出了如下限制:

$$\begin{aligned} \mu_n &= \mu_p + \mu_e, \\ N_e &= N_p = \int_{\text{cell}} n_p(r) d^3r. \end{aligned} \quad (3)$$

给定平均的重子数密度  $\rho$ , 通过改变原胞半径  $r_{\text{ws}}$  使总的能量密度取极小值。实际上在 Thomas-Fermi 模型中有两种方法可以确定核子分布, 其中一种是假设 Wigner-Seitz 原胞中的核子分布满足如下形式

$$n_i(r) = \begin{cases} (n_i^{\text{in}} - n_i^{\text{out}}) \left[ 1 - \left( \frac{r}{R_i} \right)^{t_i} \right]^3 + n_i^{\text{out}}, & 0 \leq r \leq R_i, \\ n_i^{\text{out}}, & R_i \leq r \leq r_{\text{ws}}, \end{cases} \quad (4)$$

其中  $r$  代表距离原子核中心的距离。  $r_{\text{ws}}$  是 Wigner-Seitz 原胞的半径。密度参数  $n_i^{\text{in}}$  以及  $n_i^{\text{out}}$  分别表示  $r = 0$  和  $r \geq R_i$  时的密度。参数  $R_i$  与  $t_i$  决定了原子核的边界以及表面的相对厚度。这些参数可以通过给定温度对系统的自由能求极小值获得, 这就是所谓的参数化 Thomas-Fermi 近似<sup>[86]</sup>。

另一方面, 可以通过自洽的方法求解核子分布。比如采用相对论平均场拉氏量 (详见 2.2.6) 来描述一个由质子、中子、电子构成的系统, 即核子间通过交换各种介子 ( $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$ ) 发生相互作用, 电子和质子通过电磁场  $A^\mu$  发生作用。为了计算固定  $r_{\text{ws}}$  和  $\rho$  下原胞内的总能量, 需要在方程 (3) 的限制下求解介子场和电磁场的耦合方程组。在实际计算中, 首先给定平均场  $\sigma(r)$ ,  $\omega(r)$ ,  $\rho(r)$ ,  $A(r)$  的初始猜测, 然后通过方程 (3) 和给定的平均重子数密度  $\rho = (N_p + N_n) / V_{\text{cell}}$  的限制确定化学势  $\mu_n$ ,  $\mu_p$ ,  $\mu_e$ 。一旦得到化学势, 便可以计算各种密度并通过解介子场和电磁场的耦合方程组得到新的平均场。上述过程进行重复迭代直到最后收敛。

### 2.1.2 共存相方法

在共存相方法中, Wigner-Seitz 原胞内的物质被近似分为两个具有明显界面的均匀相, 密度较高的  $L$  相 (原子核) 和密度较低的  $G$  相 (核子气, 在零温下一般只有中子气存在, 在有限温度下质子气才会出现)。两相稳定共存需要满足 Gibbs 平衡条件, 即两相具有相同的压强和化学势:

$$\begin{aligned} P^L &= P^G, \\ \mu_n^L &= \mu_n^G. \end{aligned} \quad (5)$$

电子的化学势由下列  $\beta$  平衡条件决定:

$$\mu_e = \mu_n^L - \mu_p^L, \quad (6)$$

给定 Wigner-Seitz 原胞内的平均重子数密度  $\rho$ , 在总体电中性条件 (1)、 $\beta$  平衡条件 (6) 和 Gibbs 平衡条件的限制下, 可以得到处于原胞中心的原子核液相和其周围的核子气相的重子数密度、质子分支比以及原子核液相在 Wigner-Seitz 原胞中所占的体积比  $f$ , 从而可以求得原胞内的总能量密度

$$\varepsilon = f \varepsilon^L + (1-f) \varepsilon^G + \varepsilon_e + \varepsilon_{\text{surf}} + \varepsilon_{\text{Coul}}, \quad (7)$$

其中:  $\varepsilon^i$  是相  $i$  ( $i = L, G$ ) 中均匀核物质的能量密度,  $\varepsilon_e$ ,  $\varepsilon_{\text{surf}}$ ,  $\varepsilon_{\text{Coul}}$  分别是电子能量密度, 表面能密度以及库仑能密度。球形原子核的表面能密度可以写成

$$\varepsilon_{\text{surf}} = \frac{3\pi f}{r}, \quad (8)$$

其中  $r$  为原子核半径, 表面张力  $\tau$  可以在一个半无限大核物质系统中采用 Thomas-Fermi 方法计算得到<sup>[87-88]</sup>。库仑能密度的表达式为

$$\varepsilon_{\text{Coul}} = \frac{e^2}{5} \left( \rho^L Y_p^L r \right)^2 f D(f), \quad (9)$$

其中:  $e = \sqrt{4\pi/137}$  是电磁耦合常数,  $\rho^L$  和  $Y_p^L$  分别为原子核液相的重子数密度和质子分支比,

$$D(f) = 1 - \frac{3}{2} f^{1/3} + \frac{1}{2} f. \quad (10)$$

在零温近似下, 核子气相中一般只包含中子气, 因此方程(9)中没有考虑质子气的贡献。通过使表面能和库仑能密度之和,  $\varepsilon_{\text{surf}} + \varepsilon_{\text{Coul}}$ , 对原子核半径  $r$  作极小化, 我们可以得到系统能量最低时的原子核半径  $r$  和 Wigner-Seitz 原胞半径  $r_{\text{ws}}$ , 从而研究 Wigner-Seitz 原胞内处于平衡态的不均匀物质性质。表面能和库仑能导致的有限体积效应在共存相方法中是当作微扰处理的, 相平衡由不考虑有限体积效应的体平衡条件决定。而在可压缩液滴模型中, 系统处于稳态的平衡条件是通过包含表面能和库仑能的总能量密度取极小值得到。

### 2.1.3 可压缩液滴模型

可压缩液滴模型与共存相方法相比有更好的理论自洽性。Wigner-Seitz 原胞的能量密度一般可以表示成以下 6 个变量的函数: 原子核的体积分数和半径 ( $f$  和  $r$ ), 原子核内的重子数密度和质子分支比 ( $\rho^L$  和  $Y_p^L$ ), 中子和电子气密度 ( $\rho^G$  和  $\rho_e$ )。原胞的总能量密度可以写为

$$\varepsilon = f \varepsilon(\rho^L, Y_p^L) + (1-f) \varepsilon(\rho^G, 0) + \varepsilon_e(\rho_e) + \varepsilon_{\text{surf}}(f, r, \tau) + \varepsilon_{\text{Coul}}(f, r, \rho^L, Y_p^L). \quad (11)$$

表面能和库仑能密度项分别由方程(8)和(9)给出。给定平均重子数密度  $\rho$ , 在电中性条件(1)的限制下, 只有 4 个独立变量, 可以选取为  $f$ ,  $r$ ,  $\rho^L$  和  $Y_p^L$ 。因此,  $\rho_e$  和  $\rho^G$  可以用独立变量分别表示为

$$\rho_e = f \rho^L Y_p^L, \quad (12)$$

$$\rho^G = \frac{\rho - f \rho^L}{1-f}. \quad (13)$$

通过使总能量密度分别对四个独立变量取极小值, 可以得到以下平衡方程:

$$r = \left[ \frac{15\tau}{2e^2 (\rho^L Y_p^L)^2 D(f)} \right]^{1/3}, \quad (14)$$

$$\mu_e = \mu_n^L - \mu_p^L - \frac{2e^2}{5} \rho^L Y_p^L r^2 D(f), \quad (15)$$

$$\mu_n^L = \mu_n^G, \quad (16)$$

$$P^L = P^G + \frac{e^2}{5} \left( \rho^L Y_p^L r \right)^2 (1 - 2f^{1/3} + f). \quad (17)$$

由于表面张力  $\tau$  可能依赖于  $\rho^L$ ,  $Y_p^L$  和原子核半径  $r$  等多个物理量, 而目前对于  $\tau$  对这些变量的依赖性还很不清楚, 尤其是在一个丰中子系统中<sup>[89]</sup>。因此, 在推导这些平衡时涉及到表面张力导数的项被忽略了。

通过比较方程(6)和(15)可以看到, 由于在极小化过程中考虑了有限尺度效应从而使  $\beta$  平衡条件发生了改变。方程(15)的最后一项来自于库仑能的贡献, 使新的平衡条件偏向于支持更小的电子化学势。因此, 在保持体平衡的共存相方法中电子分支比(等于平均质子分支比)被过高地估计了。同样地, 比较方程(5)和(17)会发现有限尺度效应的引入也影响了力学平衡条件。方程(17)的最后一项来自于表面能和库仑能之和的贡献。总体而言, 由于表面能和库仑能的贡献, 原子核内的体压强大于其外部的核子气压强, 这会导致原子核内的密度更高。

研究表明, 在共存相方法和可压缩液滴模型中表面张力  $\tau$  对计算结果的影响比较明显<sup>[83, 87]</sup>, 因此需要采用恰当的方法计算表面张力。在共存相方法和可压缩液滴模型中人为假定各自均匀的原子核液相与核子气相共存, 而且两者之间有明确的边界。在自洽 Thomas-Fermi 近似方法中, Wigner-Seitz 原胞内的不均匀物质通过自洽求解得到, 具有更好的理论自洽性。一般所得到的核子分布呈连续分布, 因而原子核与其周围的核子气之间并没有明确的边界, 需要采用恰当的定义来描述原子核尺度和表面能的贡献。固定平均的重子数密度  $\rho$  和 Wigner-Seitz 原胞半径  $r_{\text{ws}}$ , 在电中性条件和  $\beta$  平衡条件的限制下可以通过自洽求解得到原胞内的核子和电子分布, 从而可以得到系统的能量密度。改变原胞半径  $r_{\text{ws}}$  重新计算使总的能量密度取极小值, 最终得到处于稳定态的不均匀核物质分布。与共存相方法和可压缩液滴模型相比, 自洽 Thomas-Fermi 近似计算得到的不均匀物质能量较低, 更接近真实稳定态, 液气两相共存的密度范围也更大。自洽 Thomas-Fermi 近似方法在自洽求解核子分布时计算量较大, 为了节省运算时间研究者也采用参数化 Thomas-Fermi 近似, 即给定恰当的核子分布形式进行迭代计算。参数化 Thomas-Fermi 近似方法已经成功地用于构建适用于超新星模拟

的状态方程和中子星计算<sup>[86, 90]</sup>。

在图 1 中我们给出了分别采用自洽 Thomas-Fermi 模型, 共存相方法以及可压缩液滴模型计算得到的中子星物质每核子结合能  $E/A = \varepsilon/\rho - M$  随平均重子数密度  $\rho$  的变化。为了方便比较, 同时我们也给出了均匀物质的计算结果。三种不同的方法在密度比较高的区域都得到了相似的  $E/A$ , 但是在低密度区域却存在明显的差异。而且可以看到在中子滴出密度附近, 共存相方法不能用来描述非均匀物质因为它预测的  $E/A$  高于

均匀物质的能量。共存相方法的曲线在密度  $\rho < 10^{-3} \text{ fm}^{-3}$  附近的转折对应于中子滴出点。共存相方法的失效可能是由于对表面能和库仑能的处理不当造成的。这意味着由于表面能和库仑能引起的有限尺度效应在低密度区域比较大而不能被当成微扰处理。通过比较可压缩液滴模型和共存相方法的结果, 可以看到可压缩液滴模型中包含有限尺度效应以后得到明显的改善。而且, 可压缩液滴模型和自洽 Thomas-Fermi 近似方法的计算结果非常接近。

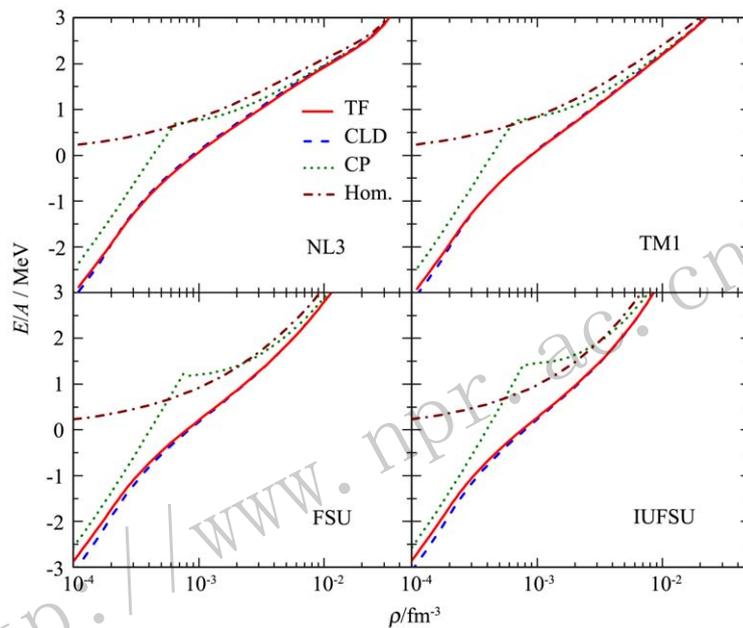


图 1 (在线彩图) 每核子能量随密度的变化(Hom. 表示均匀物质)<sup>[91]</sup>

计算采用 3 种模型方法: Thomas-Fermi(TF)模型、共存相(CP)方法、可压缩液滴(CLD)模型和 4 种核子相互作用(NL3, TM1, FSU, IUFSU, 详见第 2.2.6 节)。

## 2.2 无限大均匀核物质

无限大均匀核物质在自然界中是不存在的, 人们为了研究原子核的一些基本性质, 假设存在一种由核子构成的无限大没有边界的均匀物质。在该系统中, 平移不变性、时间反演不变性严格保证。此外在有限原子核中, 尤其是重核中起着十分重要作用的库仑力并没有在无限大核物质考虑。因为库仑相互作用是一种长程力, 一个无限大的系统中库仑相互作用的贡献是无穷的。尽管无限大核物质并不存在, 但是我们可以根据有限核的性质提取出核物质的一些基本信息。

无限大核物质中的核子数  $A$  与体积  $V$  都是无限大, 但是为了研究, 我们认为核子的粒子数密度  $\rho = A/V$  是一个有限值, 此外每个核子的能量  $E/A$  也是有限值。根据泡利原理, 可以区别质子与中子的同位旋自由度也会影响系统的能量。因此人们发现无限大核物质的每核

子结合能与核物质的密度  $\rho = \rho_n + \rho_p$  以及同位旋非对称度  $\delta = (\rho_n - \rho_p)/(\rho_n + \rho_p)$  有关。我们把相同数量的质子与中子构成的核物质称之为对称核物质 (symmetric nuclear matter, SNM), 完全由中子构成的物质称为纯中子物质 (pure neutron matter), 其他情况则可以叫做非对称核物质。

对称核物质在密度比较低的时候是处于束缚状态的, 随着密度的增加, 束缚减弱, 最后变成不束缚的状态。在这个过程中, 存在一个每核子能量最低的密度, 称之为饱和密度。饱和密度以及饱和点处的每核子结合能可以通过提取有限核的实验数据获得<sup>[92-94]</sup>:

$$E/A = (-16 \pm 1) \text{ MeV}, \rho_0 = (0.16 \pm 0.01) \text{ fm}^{-3}. \quad (18)$$

核物质也可以看成是一个完美的热力学系统, 在零温时, 粒子数密度还可以与系统的费米面联系起来:

$$\rho = \lambda \sum_{i=n,p} \frac{k_F^3}{6\pi^2}. \quad (19)$$

$\lambda = 2$  表示自旋可以有两个自由度。系统的压强也可以定义为

$$P = - \left. \frac{\partial E}{\partial V} \right|_A = \rho^2 \left. \frac{\partial E/A(\rho)}{\partial \rho} \right|_A, \quad (20)$$

因此可以发现在饱和密度  $\rho_0$  时，压强应为零。为了表示核物质的可压缩性，还可以定义不可压缩系数  $K$ ，

$$K = 9 \frac{\partial P}{\partial \rho} = \frac{18P}{\rho} + 9\rho^2 \frac{\partial^2 E/A(\rho)}{\partial \rho^2}. \quad (21)$$

利用饱和点处压强的性质，对称核物质饱和点处的不可压缩系数能够简化为

$$K = 9\rho_0^2 \left. \frac{\partial^2 E/A(\rho)}{\partial \rho^2} \right|_{\rho=\rho_0} = k_F^2 \frac{\partial^2 E/A(k_F)}{\partial k_F^2}. \quad (22)$$

对称核物质的不可压缩系数可以通过提取原子核同位旋标量单偶极巨共振 (isoscalar giant monopole resonance) 的实验信息间接获得 (在密度  $0.1 \text{ fm}^{-3}$ )，因此有一定的模型依赖性： $K = (240 \pm 20) \text{ MeV}$  [95–96]。对称核物质 EOS 的平均场计算 [8] 和各微观方法的理论结果 [97–102] 和重离子碰撞 HIC 的实验范围 [103] 如图 2 所示。

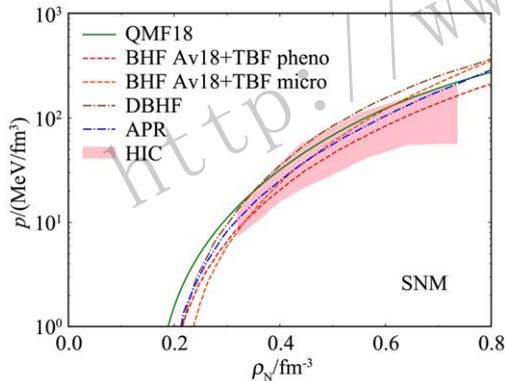


图 2 (在线彩图) 对称核物质 EOS，重离子碰撞 HIC 的实验范围也由阴影区标出  
改自文献 [8]。

为了讨论中子与质子对于系统能量的影响，我们可以将非对称核物质的每核子能量在对称核物质附近展开 (取至  $\delta$  的二阶近似，高于二阶的研究可参考文献 [105, 245])：

$$\frac{E}{A}(\rho, \delta) = \frac{E}{A}(\rho, 0) + E_{\text{sym}}(\rho) \delta^2 + O(\delta^4). \quad (23)$$

$E_{\text{sym}}(\rho)$  被称为对称能系数，通过对每核子结合能关于非对称度求二阶偏导获得：

$$E_{\text{sym}}(\rho) = \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 E/A(\rho, \delta)}{\partial \delta^2} \right|_{\delta=0}. \quad (24)$$

另一方面，我们可以通过对称核物质以及纯中子核物质的结合能近似获取对称能：

$$E_{\text{sym}}(\rho) \approx \frac{E}{A}(\rho, 1) - \frac{E}{A}(\rho, 0), \quad (25)$$

对称能可展开为

$$E_{\text{sym}}(\rho) \approx J + \frac{L}{3} \left( \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \right) + \frac{K_{\text{sym}}}{18} \left( \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \right)^2. \quad (26)$$

$J$ ,  $L$ ,  $K_{\text{sym}}$  分别代表饱和点处的对称能、对称能斜率参数以及对称能曲率。对称能参数对中子星研究有特殊的重要性，会影响中子滴线及中子星壳层结构、壳层核心转换和质量-半径关系等。实验上可通过重离子碰撞、核质量、同位旋相似态 (Isobaric Analog State, IAS) 等研究得到饱和点处的对称能  $J$ ，范围在  $(31.6 \pm 2.66) \text{ MeV}$  [106]。不同  $L$  时对称能的平均场计算 (详见第 2.2.8 节) [8] 和各微观方法的结果 (详见第 2.2.1~2.2.3 节) [97, 102, 107–108] 如图 3 所示，各实验范围 [109–111] 也用彩色区域标出。

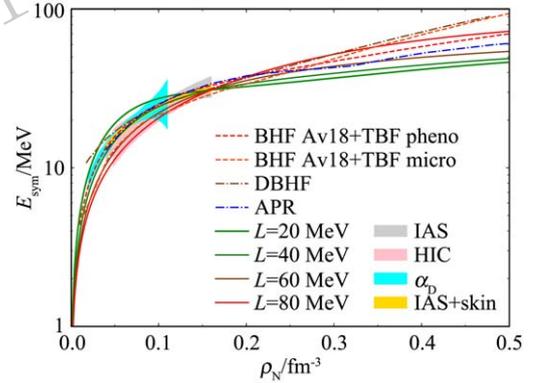


图 3 (在线彩图) 对称能的密度依赖，各实验范围也由阴影区标出  
改自文献 [8]。

饱和点附近的  $L$  可通过偶极共振 (dipole resonances)、电偶极极化率 (electric dipole polarizability,  $\alpha_D$ )、中子皮厚度 (neutron skin thickness) 等实验研究得到，目前不确定性较大： $20 \sim 170 \text{ MeV}$  [112–113]。一个最近的结果是  $(58.7 \pm 28.1) \text{ MeV}$  [114]。图 4 展示了饱和点  $L$  取值对中子星半径的决定作用 (且几乎不影响中子星质量)。计算采用相同的  $(\rho_0, E/A, K, J, M^*)$  饱和点性质，只在实验范围改变  $L$  的取值。

双星并合的引力波信号观测也有可能对很不确定的  $L$  进行限制 (双星并合的讨论详见第 4.2 节)，图 4 中除了中子星质量和半径的信息，还用数字标出了  $1.4 M_\odot$  星体无量纲形变参数  $\Lambda$  的结果。可以发现  $\Lambda$  并不

随  $L$  单调变化。图 5 直接给出无量纲潮汐形变参数  $\Lambda(1.4)$  和  $\tilde{\Lambda}$  对饱和点  $L$  取值的依赖。1.4 指  $1.4 M_{\odot}$  中子星,  $\tilde{\Lambda}$  指无量纲组合形变参数。图 4 和图 5 所示  $\Lambda$  与  $L$  的不单调关系是因为中子星壳层的影响, 但对较大的  $L$ ,  $\Lambda$  基本随  $L$  增加而增加。问题的详细讨论还有赖于中子星各部分更自洽统一的精确 EOS 输入<sup>[8, 115]</sup>。

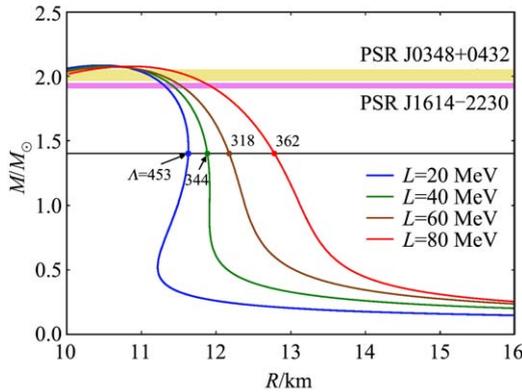


图 4 (在线彩图) 中子星半径对饱和点  $L$  取值的依赖  
取自文献<sup>[8]</sup>。

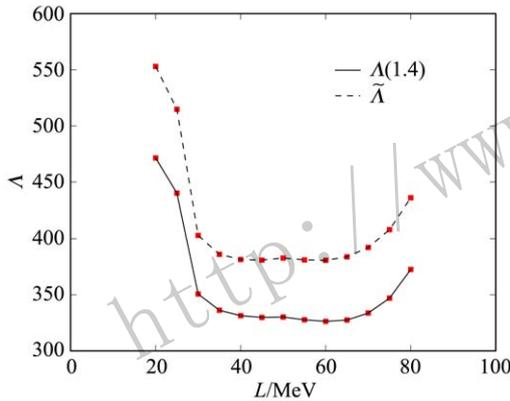


图 5 (在线彩图) 双星并合的潮汐形变参数对饱和点  $L$  取值的依赖  
取自文献<sup>[8]</sup>。

对称能参数的确定及其为什么很难被确定的原因是目前研究的热点<sup>[116-128]</sup>, 特别高密对称能与核力很不清楚的短程性质(张量力和和质子中子关联等)<sup>[129-130]</sup>直接相关(比如图 6 就显示了不同的张量力  $r < 0.7$  fm 短程行为会很大程度地影响对称能的势能贡献部分  $V_{\text{sym}}$ ), 这造成了理论上对对称能的精确计算非常困难, 需要结合核实验进一步了解核子关联、短程张量力以及三体核力的自旋-同位旋性质等。另一方面, 将来有望从重离子碰撞实验中获得对对称能密度依赖的更好的限制, 反过来探究核力的短程行为, 排除一些理论方法和 EOS 模型。

下面简单介绍常用的几种处理无限大核物质系统的核多体模型。

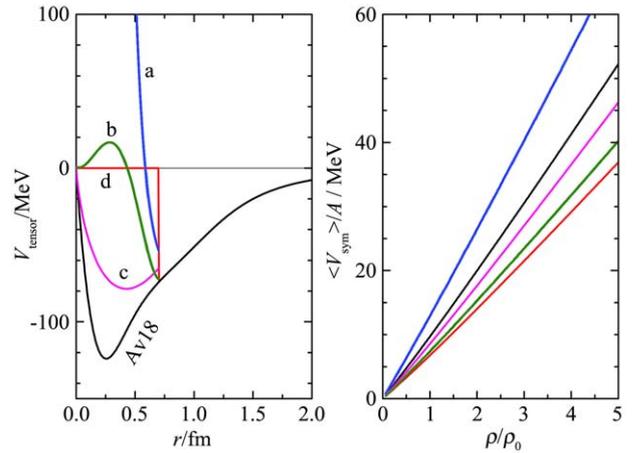


图 6 (在线彩图) 高密对称能对短程张量力的敏感依赖  
取自文献<sup>[116]</sup>。

首先是微观方法:

- Brueckner-Hartree-Fock模型,
- Dirac-Brueckner-Hartree-Fock模型,
- 变分方法;

然后介绍唯象模型:

- Skyrme-Hartree-Fock模型,
- Gogny-Hartree-Fock模型,
- Relativistic mean-field模型,
- Relativistic Hartree-Fock模型,
- Quark mean-field模型。

### 2.2.1 Brueckner-Hartree-Fock模型

核子-核子相互作用在短程部分的强排斥性造成我们在处理原子核多体问题时无法采用量子力学的微扰理论进行求解。为了解决这个问题, 一种方案就是先将核力进行软化, 再将软化之后的核力代入到微扰论中, 逐阶进行计算。核力的软化有很多方法, 包括 Bethe-Brueckner-Goldstone(BBG) 方法、Suzuki-Lee 方法、么正算符方法、相似重整化方法以及低动量方法等。在此以 BBG 方法(或称  $G$  矩阵方法)为例简要介绍。

20 世纪 50 年代, Brueckner 发展了 Brueckner-Hartree-Fock(BHF) 模型利用介质中的核子-核子散射梯形图求和的方法软化现实核力。介质中的所有核子-核子散射梯形图求和之后将缩并成 Bethe-Goldstone 方程<sup>[131]</sup>:

$$G[\omega, \rho] = V + \sum_{a,b} V \frac{\bar{n}_a \bar{n}_b}{\omega - e_a - e_b + i\epsilon} G[\omega, \rho], \quad (27)$$

$\omega$  是起点能量。Bethe-Goldstone 方程形式上与散射过程的 Lippmann-Schwinger 方程相似, 区别在于 Bethe-Goldstone 方程的中间态只能处于费米面以上, 这是由于泡利不相容原理限制的, 而 Lippmann-Schwinger 方

程的中间态则没有此限制。在 BHF 模型中, 核子的单粒子能量写为

$$e(k) = e(k; \rho) = \frac{k^2}{2m} + U(k, \rho)。 \quad (28)$$

$U(k, \rho)$  是单粒子势场, 在 BHF 模型中有两种处理方式, 一种是间隙选择, 另外一种是连续选择。间隙选择认为核子的单粒子势场在费米面之上为零, 而连续选择则认为核子的单粒子势场写为

$$U(k; \rho) = \Re \sum_{k' < k_F} \langle kk' | G[e(k) + e(k'); \rho] | kk' \rangle_a, \quad (29)$$

此处的下标  $a$  代表全反对称态。这些方程最后可以自治地求解出  $G$  矩阵。核物质的每核子能量即可写为

$$\frac{E}{A} = \frac{3}{5} \frac{k_F^2}{2m} + \frac{1}{2\rho} \Re \sum_{i,j} n_i n_j \langle ij | G[e_i + e_j; \rho] | ij \rangle_a。 \quad (30)$$

为了符合核物质饱和点性质, 在非相对论多体方法中需要引入三体力 (three-body force, TBF)。三体核力一般通过对第三个粒子坐标 (位矢、自旋、同位旋) 求平均简化为一个密度依赖的两体力。一个有名的三体力模型是 Urbana 唯象三体核力, 通过交换 (比如) 核子的激发态  $\Delta$  产生  $2\pi$  吸引部分<sup>[132]</sup>, 排斥部分唯象地基于轻核性质进行参数化得到<sup>[133-135]</sup>, 优化三体力参数即可实现核物质饱和点的描述<sup>[98, 101, 139]</sup>。为了建立所采用的三体力和两体力的关联<sup>[136-137]</sup>, 基于同样的介子交换参数, 对应 Argonne  $v_{18}$ , Bonn B 和 Nijmegen 93 势<sup>[138-139]</sup> 的微观三体力已被构建。其他还有基于手征三体力的计算<sup>[140-141]</sup>。另外, 最近的研究发现, 如果两体力由夸克层次建立<sup>[142]</sup>, 三体力的必要性大大降低, 即无需三体核力便可解释核物质和少核子系统的基本性质<sup>[54]</sup>。一些唯象 (pheno) 和微观 (micro) 三体力的 Brueckner-Hartree-Fock 计算结果如图 2 和图 3 所示。

## 2.2.2 Dirac-Brueckner-Hartree-Fock 模型

Brockmann 与 Machleidt 等<sup>[143]</sup> 在 Brueckner-Hartree-Fock 模型的基础上, 发展了 Dirac-Brueckner-Hartree-Fock (DBHF) 模型, 其中的系统波函数不再是非相对论的平面波, 而是旋量形式。而且核子-核子相互作用中的核子质量会受到介质效应的影响, 由  $M$  变成  $M^*$ , 现在的 Bethe-Goldstone 方程写为

$$G_{ij}(\mathbf{P}; \mathbf{k}, \mathbf{k}') = V_{ij}^*(\mathbf{k}, \mathbf{k}') + \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} V_{ij}^*(\mathbf{k}, \mathbf{q}) \times \frac{Q_{ij}(\mathbf{q}, \mathbf{P}) G_{ij}(\mathbf{P}; \mathbf{q}, \mathbf{k}')}{2E^*(\mathbf{P}/2 + \mathbf{k}') - 2E^*(\mathbf{P}/2 + \mathbf{q})}, \quad (31)$$

其中:  $\mathbf{P}$  是质心系中的总动量;  $\mathbf{k}, \mathbf{q}, \mathbf{k}'$  分别表示两个粒子在核介质中的初态、中间态以及末态的相对动量。 $Q$  是非占据态上的泡利算符项。  $E^*$  为核子的单粒子有效能量。在相对论多体框架下, 核子态  $|p\rangle$  满足如下的 Dirac 方程:

$$(\not{p}_i - m_i - \Sigma_i(p)) u_i(\mathbf{p}, s) = 0, \quad (32)$$

其中  $i$  代表中子或者质子, 自能  $\Sigma_i(p)$  在无限大核物质中有如下的洛仑兹结构:

$$\Sigma_i(p) = \Sigma_{S,i}(p) + \gamma_0 \Sigma_{V,i}^0(p) - \boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{p} \Sigma_{V,i}(p), \quad (33)$$

Brockmann 等发现矢量场部分  $\Sigma_{V,i}(p)$  远远小于  $\Sigma_{S,i}(p)$  以及  $\Sigma_{V,i}^0(p)$ , 而且动量依赖性十分微弱, 假设

$$\Sigma_i(p) \approx \Sigma_{S,i}(p) + \gamma_0 \Sigma_{V,i}^0(p)。 \quad (34)$$

因此, 核物质中的 Dirac 方程解可以表示为

$$u_i(\mathbf{p}, s) = \left( \frac{M_i^* + E_i^*(p)}{2M_i^*} \right)^{1/2} \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}}{M_i^* + E_i^*(p)} \end{bmatrix} \chi(s), \quad (35)$$

这里面的有效质量以及有效能量写为

$$\begin{aligned} M_i^*(p) &= M_i + \Sigma_{S,i}(p), \\ E_i^*(p) &= (M_i^{*2} + \mathbf{p}_i^2)^{1/2}。 \end{aligned} \quad (36)$$

另外一方面, 根据 Dirac 方程, 单粒子势场可以与自能联系起来:

$$U_i(p) = \frac{M_i^*}{E_i^*} \langle p | \Sigma_{S,i} + \gamma^0 \Sigma_{V,i}^0 | p \rangle, \quad (37)$$

将单粒子波函数的旋量形式代入上式, 可以简化为

$$U_i(p) = \frac{M_i^*}{E_i^*(p)} \Sigma_{S,i} + \Sigma_{V,i}^0。 \quad (38)$$

此外根据平均场近似, 单粒子势场可通过  $G$  矩阵获得,

$$U_i(p) = \langle p | U_i | p \rangle = \Re \left[ \sum_q \langle pq | G_{iq} | pq \rangle_a \right], \quad (39)$$

上面两个方程联立起来可以自治地提取出  $\Sigma_{S,i}, \Sigma_{V,i}^0$ , 从而获得系统的总能量。详细的计算可参考 Dirac-Brueckner-Hartree-Fock 的综述文献, 比如文献<sup>[38]</sup>。简单来说, 基于 Dirac-Brueckner-Hartree-Fock 得到的 EOS 比 BHF+TBF 的结果要硬些, 两种理论方法在多处类似<sup>[139]</sup>。目前 Dirac-Brueckner-Hartree-Fock 模型还在发展中,  $G$  矩阵协变结构对模型结果有明显影响, 最近的一些计算结果也收集在图 2 和图 3 中。

### 2.2.3 变分模型

变分模型的出发点基于 Ritz-Raleigh 变分原理, 首先假设一个含有变分参数的试探波函数  $|\Psi_T\rangle$ , 基于该试探波函数算出的能量期待值总是不小于系统真正的基态能量  $E_0$ <sup>[97]</sup>:

$$E_V = \frac{\langle \Psi_T | H | \Psi_T \rangle}{\langle \Psi_T | \Psi_T \rangle} \geq E_0, \quad (40)$$

因此我们只需要寻找合适的变分参数对  $E_V$  求极小值, 那么就有可能找到系统真正的基态能量。由于变分参数的数目通常较大, 为了寻求  $E_V$  的极小值, 人们发展了一系列的变分方法, 包括量子 Monte Carlo 方法、Green 函数 Monte Carlo 方法以及辅助场量子 Monte Carlo 方法<sup>[144]</sup>等。除了寻找极值之外, 试探波函数形式的选取也是至关重要的。它的一个重要作用就是将现实核力的短程强排斥部分有效地进行截断。在核物理中试探波函数的形式一般选取为

$$|\Psi_T\rangle = \mathcal{F}|\Phi\rangle. \quad (41)$$

$|\Phi\rangle$  通常选取为 Hartree-Fock 波函数,  $\mathcal{F}$  是有着复杂的自旋-同位旋结构, 同时包含有短程高动量截断的关联函数,

$$\mathcal{F} = \left( \mathcal{S} \prod_{i < j < k} (1 + F_{ijk}) \right) \left( \mathcal{S} \prod_{i < j} F_{ij} \right), \quad (42)$$

其中:  $\mathcal{S}$  是对称算符,  $F_{ij}$ ,  $F_{ijk}$  分别是两体以及三体关联算符。两体关联算符除了包含有自旋-同位旋算符, 还有一个坐标依赖的 Jastrow 函数

$$F_{ij} = \sum_p f^p(\mathbf{r}_{ij}) O_{ij}^p. \quad (43)$$

$O_{ij}^p$  分为

$$O_{ij}^p = 1, \sigma_1 \cdot \sigma_2, \tau_1 \cdot \tau_2, (\sigma_1 \cdot \sigma_2)(\tau_1 \cdot \tau_2), S_{ij}, S_{ij} \tau_1 \cdot \tau_2, \quad (44)$$

$S_{ij}$  是张量算符。  $f^p$  可以通过求解含有变分参数的类薛定谔方程获得。至于三体关联算符则通常选取与三体核力相同的形式。详细的模型和对核物质的计算可参考综述文献, 比如文献<sup>[145–146]</sup>。文献<sup>[147]</sup>讨论了变分法与 Bethe-Brueckner-Goldstone 展开的联系。最出名的变分模型 APR (Akmal, Pandharipande, and Ravenhall) 的结果如图 2 和图 3 所示。

### 2.2.4 Skyrme-Hartree-Fock 模型

Skyrme 核子-核子相互作用最早是 20 世纪 50 年代由 Skyrme 提出<sup>[148–149]</sup>, 70 年代由 Vautherin 与 Brink

发展到原子核结构的研究中<sup>[64]</sup>。这是第一种被广泛应用于原子核结构研究的密度泛函理论。目前已经提出了数百组相关参数<sup>[150]</sup>。它的标准形式可以写为<sup>[151]</sup>

$$\begin{aligned} V_S(\mathbf{r}) = & t_0(1 + x_0 P_\sigma) \delta(\mathbf{r}) + \\ & \frac{1}{2} t_1(1 + x_1 P_\sigma) [\mathbf{k}'^2 \delta(\mathbf{r}) + \delta(\mathbf{r}) \mathbf{k}^2] + \\ & t_2(1 + x_2 P_\sigma) \mathbf{k}' \cdot \delta(\mathbf{r}) \mathbf{k} + \frac{1}{6} t_3(1 + x_3 P_\sigma) \rho^\sigma(\mathbf{R}) \delta(\mathbf{r}) + \\ & i W_0(\boldsymbol{\sigma}_1 + \boldsymbol{\sigma}_2) [\mathbf{k}' \times \delta(\mathbf{r}) \mathbf{k}]. \end{aligned} \quad (45)$$

其中:  $P_\sigma = (1 + \boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2)/2$  代表自旋交换算符。  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$  是两个核子之间的相对距离;  $\mathbf{R} = (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)/2$  是质心坐标中心。  $\mathbf{k}$  是相对动量,

$$\mathbf{k} = \frac{1}{2i} (\nabla_1 - \nabla_2), \quad (46)$$

而  $\mathbf{k}'$  为  $\mathbf{k}$  的共轭动量, 作用在左矢方向。

由此可见, Skyrme 相互作用中核子之间是通过  $\delta(\mathbf{r})$  零程相互作用, 这对于计算相互作用矩阵元或者能量密度时能够大大简化, 尤其是 Fock 项的贡献也是局域的。将 Skyrme 核力代入到 Hartree-Fock 近似中, 我们可以获得非对称核物质的单核子能量:

$$\begin{aligned} \frac{E}{A}(\rho, \delta) = & \frac{3\hbar^2}{10M} \left( \frac{3\pi^2}{2} \right)^{2/3} \rho^{2/3} F_{5/3} + \\ & \frac{1}{8} t_0 \rho [2(x_0 + 2) - (2x_0 + 1) F_2] + \\ & \frac{1}{48} t_3 \rho^{\sigma+1} [2(x_3 + 2) - (2x_3 + 1) F_2] + \\ & \frac{3}{40} \left( \frac{3\pi^2}{2} \right)^{2/3} \rho^{5/3} \left\{ [t_1(x_1 + 2) + \right. \\ & \left. t_2(x_2 + 2)] F_{5/3} + \frac{1}{2} [t_2(2x_2 + 1) - \right. \\ & \left. t_1(2x_1 + 1)] F_{8/3} \right\}. \end{aligned} \quad (47)$$

该式中的非对称因子定义为:

$$F_m(\delta) = \frac{1}{2} [(1 + \delta)^m + (1 - \delta)^m]. \quad (48)$$

因此可以得到压强:

$$\begin{aligned} P(\rho, \delta) = & \frac{\hbar^2}{5M} \left( \frac{3\pi^2}{2} \right)^{2/3} \rho^{5/3} F_{5/3} + \\ & \frac{1}{8} t_0 \rho^2 [2(x_0 + 2) - (2x_0 + 1) F_2] + \\ & \frac{1}{48} t_3 (\sigma + 1) \rho^{\sigma+2} [2(x_3 + 2) - (2x_3 + 1) F_2] + \\ & \frac{1}{8} \left( \frac{3\pi^2}{2} \right)^{2/3} \rho^{8/3} \left\{ [t_1(x_1 + 2) + t_2(x_2 + 2)] F_{5/3} + \right. \\ & \left. \frac{1}{2} [t_2(2x_2 + 1) - t_1(2x_1 + 1)] F_{8/3} \right\}. \end{aligned} \quad (49)$$

近年来基于 Skyrme-Hartree-Fock 模型对有限核实验性质的描述已相当精确<sup>[152-156]</sup>, 可查阅 Brussels-Montreal 组最新的 BSk 系列 EOS 模型<sup>[157-158]</sup>。文献<sup>[150]</sup>把多组 Skyrme 参数的结果与核实验限制作比较, 从而可以实现排除部分参数组<sup>[159]</sup>(特别是基于对称能参数的结果<sup>[160]</sup>)。

### 2.2.5 Gogny-Hartree-Fock 模型

Gogny 有效核子-核子相互作用主要包括两部分, 一部分是中心力, 另外一部分是自旋-轨道力。中心力由高斯函数表示的有限力程以及密度依赖的零程相互作用构成<sup>[65]</sup>。有限力程部分包含有自旋-同位旋交换项, 而零程相互作用的引入则是为了再现对称核物质的饱和性质。自旋-轨道力在无限大均匀系统中没有贡献:

$$V_G(\mathbf{r}) = \sum_{i=1,2} (W_i + B_i P_\sigma - H_i P_\tau - M_i P_\sigma P_\tau) e^{-r^2/\mu_i^2} + t_3(1 + x_3 P_\sigma) \rho^\alpha(\mathbf{R}) \delta(\mathbf{r}) + i W_0 (\boldsymbol{\sigma}_1 + \boldsymbol{\sigma}_2) \times [\mathbf{k}' \times \delta(\mathbf{r}) \mathbf{k}]. \quad (50)$$

其中:  $P_\sigma = (1 + \boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2)/2$  以及  $P_\tau = (1 + \boldsymbol{\tau}_1 \cdot \boldsymbol{\tau}_2)/2$  分别代表自旋与同位旋的交换算符。系数  $t_3, x_3, W_0, W_i, B_i, H_i, M_i$  ( $i = 1, 2$ ) 是相互作用中的拟合参数通过有限核的性质来确定。力程参数  $\mu_i$  与密度依赖项的指数  $\alpha$  虽然也是参数, 但是在拟合其他参数的过程中通常都是确定的。

利用 Hartree-Fock 近似, Gogny 两体相互作用可以给出确定重子数密度以及同位旋非对称度下无限大核物质的每核子结合能,

$$\frac{E}{A}(\rho, \delta) = \left(\frac{E}{A}\right)^{\text{kin}}(\rho, \delta) + \left(\frac{E}{A}\right)^{\text{zr}}(\rho, \delta) + \left(\frac{E}{A}\right)^{\text{dir}}(\rho, \delta) + \left(\frac{E}{A}\right)^{\text{exch}}(\rho, \delta), \quad (51)$$

这些项分别表示非相对论动能、零程相互作用、有限力程相互作用的直接项以及交换项提供的贡献。其中

$$\begin{aligned} \left(\frac{E}{A}\right)^{\text{kin}} &= \frac{3\hbar^2}{10M} \left(\frac{3\pi^2}{2}\right)^{2/3} \rho^{2/3} F_{5/3}, \\ \left(\frac{E}{A}\right)^{\text{zr}} &= \frac{1}{8} t_3 \rho^{\alpha+1} [3 - (2x_3 + 1)\delta^2], \\ \left(\frac{E}{A}\right)^{\text{dir}} &= \frac{1}{2} \sum_{i=1,2} \mu_i^3 \pi^{3/2} \rho [A_i + B_i \delta^2], \\ \left(\frac{E}{A}\right)^{\text{exch}} &= - \sum_{i=1,2} \frac{1}{2k_{\text{F}i}^3 \mu_i^3} \left\{ C_i [E(k_{\text{F}n} \mu_i) + E(k_{\text{F}p} \mu_i)] - D_i \bar{E}(k_{\text{F}n} \mu_i, k_{\text{F}p} \mu_i) \right\}, \end{aligned} \quad (52)$$

$E$  以及  $\bar{E}$  与误差函数  $\text{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$  有关:

$$\begin{aligned} E(\eta) &= \frac{\sqrt{\pi}}{2} \eta^3 \text{erf}(\eta) + \left(\frac{\eta^2}{2} - 1\right) e^{-\eta^2} - \frac{3\eta^2}{2} + 1 \\ \bar{E}(\eta_1, \eta_2) &= \sum_{s=\pm 1} s \left[ \sqrt{\pi} 2(\eta_1 + s\eta_2)(\eta_1^2 + \eta_2^2 - s\eta_1 \eta_2) \times \text{erf}\left(\frac{\eta_1 + s\eta_2}{2}\right) + (\eta_1^2 + \eta_2^2 - s\eta_1 \eta_2 - 2) \times e^{-(\eta_1 + s\eta_2)^2/4} \right]. \end{aligned} \quad (53)$$

中子与质子的费米动量可以用总的重子数密度以及同位旋非对称度表示:

$$\begin{aligned} k_{\text{F}} &= \left(\frac{3\pi^2 \rho}{2}\right)^{1/3}, \\ k_{\text{F}n} &= k_{\text{F}}(1 + \delta)^{1/3}, \\ k_{\text{F}p} &= k_{\text{F}}(1 - \delta)^{1/3}. \end{aligned} \quad (54)$$

有限力程贡献中的  $A_i, B_i, C_i, D_i$ , 表示为

$$\begin{aligned} A_i &= \frac{1}{4}(4W_i + 2B_i - 2H_i - M_i), \\ B_i &= -\frac{1}{4}(2H_i + M_i), \\ C_i &= \frac{1}{\sqrt{\pi}}(W_i + 2B_i - H_i - 2M_i), \\ D_i &= \frac{1}{\sqrt{\pi}}(H_i + 2M_i). \end{aligned} \quad (55)$$

在考虑中子星物质时, 除了能量之外, 化学势以及压强也是重要的物理量。它们可以利用无限大核物质的系统总能量以及单核子能量求得。在非相对论体系中, 总能量可以表示为

$$E(\rho, \delta) = \rho \frac{E}{A}(\rho, \delta) + \rho M, \quad (56)$$

其中  $M$  是核子的静止质量。化学势可利用热力学关系获得:

$$\mu_n = \frac{\partial E}{\partial \rho_n}, \quad \mu_p = \frac{\partial E}{\partial \rho_p}. \quad (57)$$

因此核子的化学势最终可以写为

$$\begin{aligned} \mu_\tau &= \frac{\hbar^2}{2m} (3\pi^2 \rho_\tau)^{2/3} + \frac{t_3}{8} \rho^{\alpha+1} [3(\alpha+2) - 2\tau(2x_3+1)\delta - \alpha(2x_3+1)\delta^2] + \sum_{i=1,2} \mu_i^3 \pi^{3/2} \rho [A_i + \tau B_i \delta] - \sum_{i=1,2} [C_i \bar{W}(k_{\text{F}}^\tau \mu_i, k_{\text{F}}^\tau \mu_i) - D_i \bar{W}(k_{\text{F}}^\tau \mu_i, k_{\text{F}}^{-\tau} \mu_i)], \end{aligned} \quad (58)$$

当  $\tau=1$  时, 表示中子;  $\tau=-1$  时, 则为质子。  $\bar{W}(\eta_1, \eta_2)$  是一个无量纲函数:

$$\begin{aligned} & \bar{W}(\eta_1, \eta_2) \\ &= \sum_{s=\pm 1} s \left[ \frac{\sqrt{\pi}}{2} \operatorname{erf} \left( \frac{\eta_1 + s\eta_2}{2} \right) + \frac{1}{\eta_1} e^{-(\eta_1 + s\eta_2)^2/4} \right]. \end{aligned} \quad (59)$$

系统的压强是

$$\begin{aligned} P(\rho, \delta) &= \frac{\hbar^2}{5M} \left( \frac{3\pi^2}{2} \right)^{2/3} \rho^{5/3} F_{5/3} + \\ & \frac{\alpha+1}{8} t_3 \rho^{\alpha+2} [3 - (2x_3 + 1)\delta^2] + \\ & \frac{\rho^2}{2} \sum_{i=1,2} \mu_i^3 \pi^{3/2} (\mathcal{A}_i + \mathcal{B}_i \delta^2) - \\ & \frac{\rho}{2} \sum_{i=1,2} \{ \mathcal{C}_i [(1+\delta)Q(k_{\text{Fn}}\mu_i) + \\ & (1-\delta)Q(k_{\text{Fp}}\mu_i)] - \mathcal{D}_i \bar{Q}(k_{\text{Fn}}\mu_i, k_{\text{Fp}}\mu_i) \}. \end{aligned} \quad (60)$$

$Q(\eta)$ 与 $\bar{Q}(\eta_1, \eta_2)$ 则是

$$\begin{aligned} Q(\eta) &= -\frac{1}{\eta^3} + \frac{1}{2\eta} + \left( \frac{1}{\eta^3} + \frac{1}{2\eta} \right) e^{-\eta^2}, \\ \bar{Q}(\eta_1, \eta_2) &= \frac{2}{\eta_1^3 + \eta_2^3} \sum_{s=\pm 1} (\eta_1 \eta_2 + 2s) e^{-(\eta_1 + s\eta_2)^2/4}. \end{aligned} \quad (61)$$

Gogny 力由于计算上稍显复杂<sup>[161-163]</sup>, 所以不及 Skyrme 力在天体问题上的应用广泛, 可参考文献<sup>[164-165]</sup>. 文献<sup>[166]</sup>比较并分析了不同 Gogny 力对核物质性质的结果。

## 2.2.6 Relativistic Mean-Field模型

相对论平均场 (Relativistic mean-field, RMF) 模型从核力的单玻色子交换模型出发, 构建满足基本对称性的相对论拉氏量, 在多体问题中将介子场作平均场近似, 在描述中重质量原子核的基态以及激发态性质方面取得了十分巨大的成功。

相对论平均场模型的雏形早在 20 世纪 50 年代即被提出<sup>[167]</sup>, 因为重整化的问题直到 70 年代才被 Walecka<sup>[168]</sup>引入到解决原子核多体问题。最初的 Walecka 模型只考虑了核力间通过  $\sigma$  和  $\omega$  介子交换实现相互作用, 尽管可以合理地描述核物质的饱和性质, 但是在饱和点处核物质的对称能以及不可压缩系数与经验值偏差比较大, 随后 Boguta 等<sup>[169]</sup>分别引入了  $\sigma$  介子的非线性项以及  $\rho$  介子成功解决了上述问题。为了描述远离  $\beta$  稳定线的不稳定核以及无限大核物质的高密行为, Sugahara 等<sup>[170]</sup>又引入了  $\omega$  介子的非线性项。在此基础上一系列的相对论平均场模型参

数通过拟合有限核以及无限大核物质的基本性质获得, 如 TM1<sup>[170]</sup>, NL3<sup>[171]</sup>, PK1<sup>[172]</sup>, FSUGold<sup>[173-174]</sup> 等。不同模型参数的比较可参考文献<sup>[175-176]</sup>。除了介子的非线性项, 还可以通过介子-核子耦合常数的密度依赖来引入高阶的多体力效应。密度依赖的形式可以通过实验数据或微观方法(比如 Dirac-Brueckner-Hartree-Fock)的结果确定<sup>[172, 177-181]</sup>。

相对论平均场模型中参与核子之间相互作用的介子主要有同位旋标量-标量介子 ( $\sigma$ ), 同位旋标量-矢量介子 ( $\omega$ ) 以及同位旋矢量-矢量介子 ( $\rho$ )。作为在核力长程部分起着至关重要作用同位旋矢量-赝标介子 ( $\pi$ ) 在平均场近似中贡献为零。电子和质子通过电磁场  $A^\mu$  发生作用。系统的拉氏密度可以写为

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \sum_{i=p,n} \bar{\psi}_i \{ i\gamma_\mu \partial^\mu - (M + g_\sigma \sigma) - \\ & \gamma_\mu \left[ g_\omega \omega^\mu + \frac{g_\rho}{2} \tau_a \rho^{a\mu} + \frac{e}{2} (1 + \tau_3) A^\mu \right] \} \psi_i + \\ & \bar{\psi}_e [i\gamma_\mu \partial^\mu - m_e + e\gamma_\mu A^\mu] \psi_e + \\ & \frac{1}{2} \partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2 - \frac{1}{3} g_2 \sigma^3 - \frac{1}{4} g_3 \sigma^4 - \\ & \frac{1}{4} W_{\mu\nu} W^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu + \frac{1}{4} c_3 (\omega_\mu \omega^\mu)^2 - \\ & \frac{1}{4} R_{\mu\nu}^a R^{a\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\rho^2 \rho_\mu^a \rho^{a\mu} - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}, \end{aligned} \quad (62)$$

其中:  $\psi$  是核子场;  $F^{\mu\nu}$  为电磁场  $A^\mu$  的反对称场张量; 与  $\omega$  以及  $\rho$  介子相关的全反对称张量定义为

$$\begin{aligned} W_{\mu\nu} &= \partial_\mu \omega_\nu - \partial_\nu \omega_\mu, \\ R_{\mu\nu}^a &= \partial_\mu \rho_\nu^a - \partial_\nu \rho_\mu^a. \end{aligned} \quad (63)$$

$\rho$  介子的上标  $a$  代表同位旋分量。

利用欧拉-拉格朗日公式,

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} - \partial^\mu \left[ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial^\mu \phi)} \right] = 0, \quad (64)$$

选取不同的场算符  $\phi$ , 我们可以获得各平均场的运动方程

$$\begin{aligned} [i\gamma_\mu \partial^\mu - (M + g_\sigma \sigma) - g_\omega \gamma_\mu \omega^\mu - g_\rho \tau^a \gamma_\mu \rho^{a\mu}] \psi &= 0, \\ (\partial^\mu \partial_\mu + m_\sigma^2) \sigma + g_2 \sigma^2 + g_3 \sigma^3 &= -g_\sigma \bar{\psi} \psi, \\ \partial^\mu W_{\mu\nu} + m_\omega^2 \omega_\nu + c_3 (\omega_\mu \omega^\mu) \omega_\nu &= g_\omega \bar{\psi} \gamma_\nu \psi, \\ \partial^\mu R_{\mu\nu}^a + m_\rho^2 \rho_\nu^a &= g_\rho \bar{\psi} \gamma_\nu \tau^a \psi. \end{aligned} \quad (65)$$

其中核子场满足 Dirac 方程,  $\sigma$  介子场满足 Klein-Gordon 方程, 而  $\omega$  介子与  $\rho$  介子场则是 Proca 方程。如果考虑核子场满足的连续性条件:

$$\partial^\nu (\bar{\psi} \gamma_\nu \psi) = 0, \quad (66)$$

则Proca方程也将约化为Klein-Gordan方程:

$$\begin{aligned} (\partial^\mu \partial_\mu + m_\omega^2) \omega_\nu + c_3 (\omega_\mu \omega^\mu) \omega_\nu &= g_\omega \bar{\psi} \gamma_\nu \psi, \\ (\partial^\mu \partial_\mu + m_\rho^2) \rho_\nu^a &= g_\rho \bar{\psi} \gamma_\nu \tau^a \psi. \end{aligned} \quad (67)$$

电磁场方程为

$$\partial^\mu \partial_\mu A^\nu = \bar{\psi} \gamma_\nu \frac{e}{2} (1 + \tau_3) \psi, \quad (68)$$

在无限大核物质中, 考虑电磁场将会产生发散项贡献, 所以一般都不会考虑电磁场的能量贡献。因为库仑相互作用是长程力, 在无限大系统中, 总能量将会是无限大。

在原子核多体问题中, 哈密顿量比拉氏量更为方便, 通过勒让德变换, 相对论平均场的哈密顿量可以写为

$$\begin{aligned} \mathcal{H} = & \bar{\psi} [-i\boldsymbol{\sigma} \cdot \nabla + M^*(\sigma) + g_\omega \gamma_\mu \omega^\mu + g_\rho \tau^a \gamma_\mu \rho^{a\mu}] \psi + \\ & \frac{1}{2} (\nabla \sigma)^2 + \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2 + \frac{1}{3} g_2 \sigma^3 + \frac{1}{4} g_3 \sigma^4 - \\ & \frac{1}{2} [\nabla \omega_\mu \nabla \omega^\mu + (\nabla \cdot \boldsymbol{\omega})^2 + m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu] - \frac{1}{4} c_3 (\omega_\mu \omega^\mu)^2 - \\ & \frac{1}{2} [\nabla \rho_\mu^a \nabla \rho^{a\mu} + (\nabla \cdot \boldsymbol{\rho}^a)^2 + m_\rho^2 \rho_\mu^a \rho^{a\mu}] - \\ & \frac{1}{2} \nabla A_\mu \nabla A^\mu, \end{aligned} \quad (69)$$

核子的有效质量定义为

$$M^*(\sigma) = M + g_\sigma \sigma. \quad (70)$$

在此我们已经使用了静态近似, 也就是哈密顿量是时间无关的。现在介子场仍然是量子场。但是在多体问题中, 方程(65)是无法精确求解的。因此我们采用平均场近似将介子场的量子涨落部分移除, 从而使介子场变成一个经典场,

$$\phi_i \rightarrow \langle \phi_i \rangle. \quad (71)$$

核子场算符可以展开为了一个完备的单粒子能级展开:

$$\psi(\mathbf{x}) = \sum_a \varphi_a(\mathbf{x}) \hat{c}_a, \quad (72)$$

$\hat{c}_a$  是核子在态  $a$  上的湮灭算符,  $\varphi_a(\mathbf{x})$  是对应的单粒子波函数。在核物质中它就是满足自由 Dirac 方程的平面波

$$\varphi_a(\mathbf{x}) = u(\mathbf{k}, s) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}}. \quad (73)$$

旋量  $u(\mathbf{k}, s)$  满足如下的 Dirac 方程,

$$\begin{aligned} (\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{k} + \beta M + g_\sigma \sigma) u(\mathbf{k}, s) \\ = [\varepsilon(\mathbf{k}) - g_\omega \omega^0 - g_\rho \rho^{30} \tau_3] u(\mathbf{k}, s) \\ = E^*(k) u(\mathbf{k}, s), \end{aligned} \quad (74)$$

可以获得旋量的解析表达式

$$u(\mathbf{k}, s) = \left( \frac{M^* + E^*(k)}{2E^*(k)} \right)^{1/2} \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{k}}{M^* + E^*(k)} \end{bmatrix} \chi(s). \quad (75)$$

Pauli 旋量  $\chi(s)$  代表自旋波函数。  $E^*(k)$  是核子的有效能量  $E^*(k) = \sqrt{M^{*2} + k^2}$ 。整个多体系统的波函数在单粒子态只考虑正能态即无海近似时可以构建成:

$$|\Psi\rangle = \prod_{i=1}^A \hat{c}_i^\dagger |0\rangle, \quad (76)$$

其中  $|0\rangle$  是物理真空态。因此在平均场近似中, 无限大核物质中哈密顿量的期待值可以获得:

$$\begin{aligned} E = \langle \Psi | \mathcal{H} | \Psi \rangle \\ = \sum_{i=n,p} \frac{2}{(2\pi)^3} \int_{|\mathbf{k}| < k_F} d^3 \mathbf{k} \sqrt{k^2 + M^{*2}} + \\ g_\omega \omega \sum_{i=n,p} \rho^i + g_\rho \rho (\rho_p - \rho_n) + \\ \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2 + \frac{1}{3} g_2 \sigma^3 + \frac{1}{4} g_3 \sigma^4 - \\ \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega^2 - \frac{1}{4} c_3 \omega^4 - \frac{1}{2} m_\rho^2 \rho^2 \end{aligned} \quad (77)$$

因为我们现在讨论的是无限大核物质, 所以忽略了电磁相互作用。而对于处于中子星壳层部分的非均匀核物质而言, 电磁相互作用就显得非常重要, 会极大地影响非均匀物质的具体结构。此外, 无限大核物质中物质均匀分布, 所以关于空间部分的微分项就会消失, 另一方面, 如果考虑时间反演不变性则  $\omega$  介子与  $\rho$  介子的空间部分贡献为 0, 只剩下时间分量。为了描述方便它们的上标都忽略了。重子数密度与费米动量有关:

$$\rho = \langle \Psi | \bar{\psi} \psi | \Psi \rangle = \sum_{i=n,p} \frac{2}{(2\pi)^3} \int_0^{k_F^i} d^3 \mathbf{k} = \sum_{i=n,p} \frac{1}{3\pi^2} k_F^{i3}. \quad (78)$$

此外还有标量密度  $\rho_S$  定义为

$$\rho_S = \langle \Psi | \psi^\dagger \psi | \Psi \rangle = \sum_{i=n,p} \frac{2}{(2\pi)^3} \int_0^{k_F^i} d^3 \mathbf{k} \frac{M^*}{E^*(k)}. \quad (79)$$

同时我们也可以定义来自于  $\sigma$ ,  $\omega$  介子的核子标量自能以及零分量自能:

$$\Sigma_S = g_\sigma \sigma, \quad \Sigma_0^i = g_\omega + \tau_3 g_\rho \rho. \quad (80)$$

在相对论体系中，能量与压强可以用能动量张量来表示：

$$T_{\mu\nu} = i\bar{\psi}\gamma_\mu\partial_\nu\psi + \left[ \frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma^2 + \frac{1}{3}g_2\sigma^3 + \frac{1}{4}g_3\sigma^4 - \frac{1}{2}m_\omega^2\omega^2 - \frac{1}{4}c_3\omega^4 - \frac{1}{2}m_\rho^2\rho^2 \right] g_{\mu\nu}. \quad (81)$$

压强可以通过对能动量张量的空间部分求迹获得：

$$P = \frac{1}{3}\langle T_{ii} \rangle, \quad (82)$$

因此非线性 RMF 中，TM1 参数给出的无限大核物质压强表示为

$$P = \sum_{i=n,p} \frac{2}{3(2\pi)^3} \int_{|\mathbf{k}| < k_F^i} \frac{k^2 d^3\mathbf{k}}{\sqrt{k^2 + M^{*2}}} - \frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma^2 - \frac{1}{3}g_2\sigma^3 - \frac{1}{4}g_3\sigma^4 + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega^2 + \frac{1}{4}c_3\omega^4 + \frac{1}{2}m_\rho^2\rho^2 \quad (83)$$

核子的化学势可以写为：

$$\mu_i = \sqrt{k_F^2 + M^{*2}} + g_\omega\omega + g_\rho\tau_3\rho \quad (84)$$

更详细的计算可参考 RMF 模型的综述文献[182]。在文献[183]中，作者发展了多个 Skyrme 模型和 RMF 模型的中子星 EOS 为统一 (unified) EOS，即用同一个核力计算得到中子星的壳层和核心以及壳层核心转换性质[183, 279]。

## 2.2.7 Relativistic Hartree-Fock 模型

相对论平均场模型中平均场近似只考虑了 Hartree 项的贡献，Fock 项的贡献并没有考虑，此外  $\pi$  介子也没有出现。为了进一步考虑 Fock 项在原子核结构中的作用，20 世纪 70 年代后期开始，人们在相对论平均场的基础上进一步发展了 Relativistic Hartree-Fock (RHF) 模型[67, 184] 以及密度依赖的 RHF 模型[185-187]。在原子核结构性质的研究中发现这些模型的 Fock 项对于原子核的单粒子能级有着十分重要的作用。随后密度依赖的 RHF 模型还被用于中子星性质的研究[216-217]。2010 年左右核子的大小开始通过形状因子的形式考虑进 RHF 模型中，从而可以利用现实单玻色子交换模型研究核物质的基本性质[188]。最近我们也在 RHF 模型的框架内讨论了  $\Delta$  共振态在中子星中存在的可能性[189]。

本文中，我们考虑含有两种同位旋标量介子 ( $\sigma$ ,  $\omega$ ) 以及两种同位旋矢量介子 ( $\pi$ ,  $\rho$ ) 交换的核子-核子相互

作用：

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \bar{\psi}(i\gamma_\mu\partial^\mu - M - g_\sigma\sigma - \frac{f_\pi}{m_\pi}\gamma_5\gamma_\mu\tau^a\partial^\mu\pi^a - \\ & g_\omega\gamma_\mu\omega^\mu - g_\rho\tau^a\gamma_\mu\rho^{a\mu} + \frac{f_\rho}{2M_N}\sigma_{\mu\nu}\partial^\nu\rho^{a\mu}\tau^a)\psi + \\ & \frac{1}{2}\partial_\mu\sigma\partial^\mu\sigma - \frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma^2 + \\ & \frac{1}{2}\partial_\mu\pi^a\partial^\mu\pi^a - \frac{1}{2}m_\pi^2\pi^{a2} - \\ & \frac{1}{4}W_{\mu\nu}W^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_\mu\omega^\mu - \\ & \frac{1}{4}R_{\mu\nu}^a R^{a\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\rho^2\rho_\mu^a\rho^{a\mu}, \end{aligned} \quad (85)$$

该拉氏量中并没有包含  $\sigma$  以及  $\omega$  介子的非线性项，因为到目前为止还没有一种能在 RHF 模型中自洽地处理非线性的方法。 $\pi$  介子与核子的耦合方式选取的是赝矢耦合，如果是赝标耦合的话，将会产生一个很强的吸引贡献。此外  $\rho$  介子与核子的张量耦合也考虑其中，而  $\omega$  介子与核子的张量耦合相对较小，所以没有包含。

采用与 RMF 类似的处理方法，可以将上述拉氏量密度变换为哈密顿量密度：

$$\begin{aligned} \mathcal{H} = & \bar{\psi}[-i\boldsymbol{\gamma}\cdot\nabla + M^*(\sigma) + g_\omega\gamma_\mu\omega^\mu + \\ & \frac{f_\pi}{m_\pi}\gamma_5\boldsymbol{\gamma}\tau^a\nabla\pi^a + g_\rho\tau^a\gamma_\mu\rho^{a\mu} - \\ & \frac{f_\rho}{2M}\sigma_{\mu i}\partial^i\rho^{a\mu}\tau^a]\psi + \\ & \frac{1}{2}(\nabla\sigma)^2 + \frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma^2 + \frac{1}{2}(\nabla\pi^a)^2 + \frac{1}{2}m_\pi^2(\pi^a)^2 - \\ & \frac{1}{2}\left[\nabla\omega_\mu\nabla\omega^\mu + (\nabla\cdot\boldsymbol{\omega})^2 + m_\omega^2\omega_\mu\omega^\mu\right] - \\ & \frac{1}{2}\left[\nabla\rho_\mu^a\nabla\rho^{a\mu} + (\nabla\cdot\rho^a)^2 + m_\rho^2\rho_\mu^a\rho^{a\mu}\right]. \end{aligned} \quad (86)$$

同样我们在此利用静态近似，将哈密顿量中的时间部分略去。为了获得 Fock 项的贡献，作为量子化的介子场将近似为两部分构成：

$$\phi_i = \langle\phi_i\rangle + \delta\phi_i, \quad (87)$$

$\langle\phi_i\rangle$  表示介子场的期待值， $\delta\phi_i$  则表示介子场的涨落，相对于期待值而言，它是一个小量。将该式代入到哈密顿密度中利用介子场的运动方程，在核物质可以得到

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_N = & \bar{\psi}(-i\boldsymbol{\gamma}\cdot\nabla + M^*(\sigma) + g_\omega\gamma_0\omega + g_\rho\tau^3\gamma_0\rho^3)\psi + \\ & \frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma^2 - \frac{1}{2}m_\omega^2\omega^2 - \frac{1}{2}m_\rho^2(\rho^3)^2 + \\ & \frac{1}{2}g_\sigma\delta\sigma(\bar{\psi}\psi - \langle\bar{\psi}\psi\rangle) + \frac{f_\pi}{2m_\pi}\delta\pi^a\nabla\cdot\bar{\psi}\gamma_5\boldsymbol{\gamma}\tau^a\psi + \\ & \frac{1}{2}g_\omega\delta\omega_\mu(\bar{\psi}\gamma^\mu\psi - \langle\bar{\psi}\gamma^\mu\psi\rangle) + \\ & \frac{1}{2}\delta\rho_\mu^a[g_\rho(\bar{\psi}\gamma^\mu\tau^a\psi - \langle\bar{\psi}\gamma^\mu\tau^a\psi\rangle) + \\ & \frac{f_\rho}{2M}(\partial_i(\bar{\psi}\sigma^{\mu i}\tau^a\psi) - \partial_i\langle\bar{\psi}\sigma^{\mu i}\tau^a\psi\rangle)], \end{aligned} \quad (88)$$

此式中我们已经利用  $\sigma, \omega, \rho^3$  代替了相应介子场的平均值  $\bar{\sigma}, \bar{\omega}, \bar{\rho}^3$ 。系统在单位体积中的总能量可以写为

$$E = \langle \Psi | \int d^3x_1 \mathcal{H}_N | \Psi \rangle / V, \quad (89)$$

$|\Psi\rangle$  表示核子系统的基态波函数。最终总能量写为

$$\begin{aligned} E = & \sum_{i=n,p} \frac{1}{\pi^2} \int^{k_F^i} k^2 dk (k\hat{K} + M\hat{M}) - \\ & \frac{g_\sigma^2}{2m_\sigma^2} \rho_S^2 + \frac{g_\omega^2}{2m_\omega^2} \rho^2 + \frac{g_\rho^2}{2m_\rho^2} \rho_3^2 + \\ & \sum_{i=n,p} \frac{1}{2(2\pi)^4} \int k k' dk dk' \left[ \sum_i A_i(k, k') + \right. \\ & \hat{M}(k)\hat{M}(k') \sum_i B_i(k, k') + \\ & \hat{K}(k)\hat{K}(k') \sum_i C_i(k, k') + \\ & \left. \hat{K}(k)\hat{M}(k')D(k, k') \right] \theta(k_F^i - k)\theta(k_F^i - k') + \\ & \frac{2}{(2\pi)^4} \int k k' dk dk' \left[ \sum_i A_i(k, k') + \right. \\ & \hat{M}(k)\hat{M}(k') \sum_i B_i(k, k') + \\ & \hat{K}(k)\hat{K}(k') \sum_i C_i(k, k') + \\ & \left. \hat{K}(k)\hat{M}(k')D(k, k') \right] \theta(k_F^i - k)\theta(k_F^n - k'), \quad (90) \end{aligned}$$

其中我们引入了两个与动量以及质量相关的无量纲系数:

$$\begin{aligned} \hat{K}(k) &= \frac{k^*(k)}{E^*(k)}, \\ \hat{M}(k) &= \frac{M^*(k)}{E^*(k)}. \quad (91) \end{aligned}$$

$k^*, M^*, E^*$  分别代表有效动量、有效质量以及有效能量, 它们与核子的自能有关系:

$$\begin{aligned} k^*(k) &= k + \hat{k}\Sigma_V(k), \\ M^*(k) &= M + \Sigma_S(k), \\ E^*(k) &= \sqrt{M^{*2} + k^{*2}}. \quad (92) \end{aligned}$$

核子的自能可以根据对称性在无限大核物质分解为标量部分、矢量部分以及零分量部分, 它们可以通过对总能量关于旋量  $u(\mathbf{k}, s)$  求偏微分获得, 下面给出了质子的自能各个分量的表达式

$$\begin{aligned} \Sigma_S^p(k) &= -\frac{g_\sigma^2}{m_\sigma^2} \rho_S + \int^{k_F^p} \frac{k' dk'}{(4\pi)^2 k} \times \\ & \left[ \hat{M}(k') \sum_{i=\sigma, \omega, \pi, \rho} B_i(k, k') + \frac{1}{2} \hat{K}(k') D(k', k) \right] + \\ & \frac{2}{(4\pi)^2 k} \int^{k_F^p} k' dk' \left[ \hat{M}(k') \sum_{i=\pi, \rho} B_i(k, k') + \right. \\ & \left. \frac{1}{2} \hat{K}(k') D(k', k) \right], \\ \Sigma_0^p(k) &= \frac{g_\omega^2}{m_\omega^2} \rho_B + \frac{1}{(4\pi)^2 k} \left[ \int^{k_F^p} k' dk' \sum_{i=\sigma, \omega, \pi, \rho} A_i(k, k') + \right. \\ & \left. 2 \int^{k_F^p} k' dk' \sum_{i=\pi, \rho} A_i(k, k') \right], \\ \Sigma_V^p(k) &= \frac{1}{(4\pi)^2 k} \int^{k_F^p} k' dk' \left[ \hat{K}(k') \sum_{i=\sigma, \omega, \pi, \rho} C_i(k, k') + \right. \\ & \left. \frac{1}{2} \hat{M}(k') D(k, k') \right] + \\ & \frac{2}{(4\pi)^2 k} \int^{k_F^p} k' dk' \left[ \hat{K}(k') \sum_{i=\pi, \rho} C_i(k, k') + \right. \\ & \left. \frac{1}{2} \hat{M}(k') D(k, k') \right]. \quad (93) \end{aligned}$$

中子自能项只需要将  $k_F^p$  与  $k_F^n$  互换即可。而函数  $A_i, B_i, C_i, D_i$  列在表 1 中, 其中的  $\theta_i$  与  $\phi_i$  函数来源于角度部分的积分:

$$\begin{aligned} \theta(m, k, k') &= \ln \left[ \frac{m^2 + (k+k')^2}{m^2 + (k-k')^2} \right], \\ \phi(m, k, k') &= \frac{k^2 + k'^2 + m^2}{4kk'} \theta(m, k, k') - 1. \quad (94) \end{aligned}$$

压强可通过对能量关于密度求数值微分获得。核子的化学势写为

$$\mu_i = E^*(k_F^i) + \Sigma_0(k_F^i). \quad (95)$$

表 1 相对论Hartree-Fock模型中的  $A_i, B_i, C_i, D_i$  函数

$i$	$A_i$	$B_i$	$C_i$
$\sigma$	$g_\sigma^2 \theta_\sigma$	$g_\sigma^2 \theta_\sigma$	$-2g_\sigma^2 \phi_\sigma$
$\omega$	$2g_\omega^2 \theta_\omega$	$-4g_\omega^2 \theta_\omega$	$-4g_\omega^2 \phi_\omega$
$\rho_V$	$2g_\rho^2 \theta_\rho$	$-4g_\rho^2 \theta_\rho$	$-4g_\rho^2 \phi_\rho$
$\pi$	$\left[ \frac{f_\pi}{m_\pi} \right]^2 (m_\pi^2 \theta_\pi - 4kk')$	$\left[ \frac{f_\pi}{m_\pi} \right]^2 (m_\pi^2 \theta_\pi - 4kk')$	$2 \left[ \frac{f_\pi}{m_\pi} \right]^2 [(k^2 + k'^2) \phi_\pi - kk' \theta_\pi]$
$\rho_T$	$\left[ \frac{f_\rho}{2M} \right]^2 (m_\rho^2 \theta_\rho - 4kk')$	$3 \left[ \frac{f_\rho}{2M} \right]^2 (m_\rho^2 \theta_\rho - 4kk')$	$4 \left[ \frac{f_\rho}{2M} \right]^2 [(k^2 + k'^2 - m_\rho^2/2) \phi_\rho - kk' \theta_\rho]$
$\rho_{VT}$		$D = 12 \frac{f_\rho g_\rho}{2M} (k\theta_\rho - 2k'\phi_\rho)$	

### 2.2.8 Quark Mean-Field模型

上述这些模型中核子都被当作点粒子来处理的,实际上核子是有内部结构的,包含有夸克以及传递夸克之间相互作用的胶子。核子的内部结构将会导致核子的性质随着密度的改变发生变化,最为著名的就是EMC(European Muon Collaboration)效应。为了在原子核多体系统中考虑核子的内部结构,Guichon提出了夸克介子耦合(quark-meson coupling, QMC)模型:流夸克被禁闭在一个口袋中(MIT袋模型),而不同核子的相互作用则通过夸克交换 $\sigma$ 介子和 $\omega$ 介子来实现。

Toki等<sup>[190]</sup>提出了夸克平均场(quark mean-field, QMF)模型:组分夸克束缚在一个中心势场中。核子间依然通过交换介子相互作用。Hu等<sup>[191-192]</sup>、Shen等<sup>[193-194]</sup>将其应用于有限核与超核的研究中。最

近Hu等<sup>[195]</sup>又在夸克层次上考虑了手征对称性以及胶子修正对核子质量的影响。这些修正可以进一步提高夸克平均场对原子核多体系统基本性质的描述<sup>[196]</sup>,对于 $\Lambda$ 超核、 $\Xi$ 超核以及含有奇异自由度的致密中子星也能给出合理的描述<sup>[197-199]</sup>。此外Zhu等<sup>[200]</sup>还提出了包含有口袋禁闭的QMF模型,夸克除了受到禁闭势的影响之外,还受到口袋模型的限制,这可以看作是夸克介子耦合模型与夸QMF模型的混合形式。

特别地,由于QMF模型可以自洽考虑单核子和核多体系统性质,在文献<sup>[199]</sup>中,作者考察了裸核子半径在实验范围变化是否对中子星质量-半径关系产生影响,结果如图7所示。文章计算了不同对称能参数( $J, L$ )下的结果,发现了与前人相反的结果:在0.80~1.00 fm范围改变核子半径对中子星质量和半径的影响都很小。

在QMF模型中,禁闭势一般选取为谐振子形式:

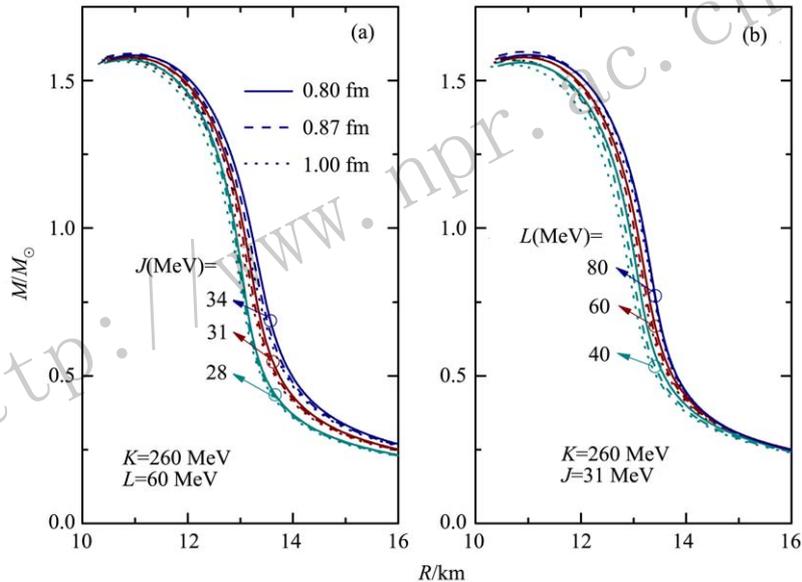


图 7 (在线彩图) 核子半径对中子星质量-半径关系的影响  
取自文献<sup>[199]</sup>。

$$U(r) = \frac{1}{2}(1 + \gamma^0)(ar^2 + V_0), \quad (96)$$

该式中的 $a$ 和 $V_0$ 是夸克禁闭势场参数,它们由自由核子的质量和半径确定。在核介质中夸克场满足狄拉克方程:

$$[\gamma^0(\epsilon_q - g_\omega^q \omega - \tau_{3q} g_\rho^q \rho) - \boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{p} - (m_q - g_\sigma^q \sigma) - U(r)] \times \psi_q(\mathbf{r}) = 0, \quad (97)$$

其中 $\sigma$ 、 $\omega$ 和 $\rho$ 代表介子场强度, $g_\sigma^q$ 、 $g_\omega^q$ 和 $g_\rho^q$ 则是夸克和介子的耦合常数。狄拉克方程(97)可以解析求解,此时介质中核子质量可以表示为

$$E_N^{*0} = \sum_q \epsilon_q^*, \quad (98)$$

此外我们还需要在核子质量中考虑:

(1) 质心修正

$$\epsilon_{c.m.} = \langle N | \mathcal{H}_{c.m.} | N \rangle, \quad (99)$$

其中 $\mathcal{H}_{c.m.}$ 是3个夸克质心运动的哈密顿量密度, $|N\rangle$ 则是核子态的波函数。

(2)  $\pi$ 介子修正

$$\delta M_N^\pi = -\frac{171}{25} I_\pi f_{N\pi}^2, \quad (100)$$

其中 $I_\pi = \frac{1}{\pi m_\pi^2} \int_0^\infty dk \frac{k^4 u^2(k)}{w_k^2}$ ,轴矢核子形式因子,

$$u(k) = \left[ 1 - \frac{3}{2} \frac{k^2}{\lambda_q(5\epsilon'_q + 7m'_q)} \right] e^{-\frac{1}{4} r_{0q}^2 k^2}, \quad (101)$$

$f_{NN\pi}$  可以从 Goldberg-Triemann 关系中求得。

(3) 胶子修正

$$(\Delta E_B)_g = (\Delta E_B)_g^E + (\Delta E_B)_g^M \quad (102)$$

其中:  $(\Delta E_B)_g^E$  是色电部分而  $(\Delta E_B)_g^M$  是色磁部分, 这两部分的表达式如下:

$$\begin{aligned} (\Delta E_B)_g^E &= \frac{1}{8\pi} \sum_{i,j} \sum_{a=1}^8 \int \frac{d^3 r_i d^3 r_j}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|} \langle B | J_i^{0a}(\mathbf{r}_i) J_j^{0a}(\mathbf{r}_j) | B \rangle, \\ (\Delta E_B)_g^M &= -\frac{1}{8\pi} \sum_{i,j} \sum_{a=1}^8 \int \frac{d^3 r_i d^3 r_j}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|} \langle B | \mathbf{J}_i^a(\mathbf{r}_i) \cdot \mathbf{J}_j^a(\mathbf{r}_j) | B \rangle, \end{aligned} \quad (103)$$

最终核子的有效质量可以写为

$$M_N^* = E_N^{*0} - \epsilon_{c.m.} + \delta M_N^\pi + (\Delta E_N)_g^E + (\Delta E_N)_g^M. \quad (104)$$

将核子的有效质量代入到 RMF 的拉氏量密度, 在平均场框架下自洽求解核子场与介子场的运动方程即可计算原子核多体系统的基本性质。文献[8]综合考虑了单核子、核物质、脉冲星和双星并合的实验和观测限制, 基于 QMF 模型引入了夸克层次的新中子星 EOS 模型——QMF18, 其对对称核物质和对称能的计算结果也收集在图 2 和图 3 中。

### 3 中子星的理论研究

如图 8 所示, 中子星可以划分为四个主要部分: 外壳层、内壳层、外核及内核。人们对中子星大气层 (atmosphere) 的性质了解不多, 这使得利用 X 射线双星的辐射推定中子星的半径困难不少[205-208]。

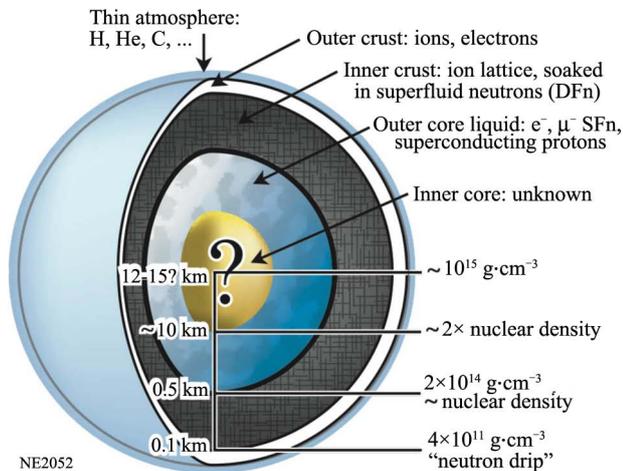


图 8 (在线彩图) 中子星典型结构[202]

中子星外壳 (outer crust) 由丰中子核和自由电子组成, 密度在  $10^4 \text{ g/cm}^3$  (原子已完全电离) 和  $4 \times 10^{11} \text{ g/cm}^3$  (中子开始从原子核中滴出) 之间, 厚度可达数百米。原子核处于固态的库仑晶格结构: 表面是  $^{56}\text{Fe}$  (每重子束缚能  $E/A \sim 930.4 \text{ MeV}$ ), 越深入外壳随着密度的增加电子费米能也增加, 导致电子捕获发生从而原子核变得越丰中子。处于外壳的离子可当作 Boltzmann 气体, 电子是非简并的。

密度增至中子滴线 (neutron drip) 密度, 星体内壳 (inner crust) 部分开始出现, 厚度一般在几百米至一公里之间。内壳层物质是由丰中子原子核、电子气及中子气构成的。自由中子所占的比例随物质密度的增加而增加。在内壳靠近核心 (core) 的底部, 通常的球形原子核 (droplet) 也变得不再稳定, 其它形状, 例如柱形 (rod)、片形 (slab)、管形 (tube)、甚至泡形 (bubble) 的原子核可能会在内壳层中出现, 一般称为“原子核意大利面” (nuclear pasta)。壳层的不均匀结构和 EOS 计算分别见第 2.1 节和 3.1 节。常用的外壳和内壳的 EOS 分别为 BPS 方程[203] 和 NV 方程[204]。

液态的外核 (outer core) 大约开始于 1/2 饱和密度, 由处于  $p+e^- \leftrightarrow n+\nu_e$  弱相互作用平衡的核物质组成。外核部分是低质量中子星的主体, 其厚度接近中子星半径。对于冷中子星, 中微子已逸出, 轻子数由电中性条件和化学势平衡决定。高于  $\sim 2\rho_0$  属星体的内核 (inner core), 可能出现各种奇异态, 例如超子 (hyperon)[209-215, 217-226]、奇异介子 (Kaon)[227-230]、退禁闭夸克 (quark)[20-21, 231-242]、 $\Delta(1232)$ [189, 243-248] 等。中子星的壳层结构见第 3.1 节, 中子星、超子星和混杂星的结构分别见第 3.2 节和 3.3 节。中子星有可能整体上就是奇异星 (strange star)[249-252]: 三味 (上 u、下 d、奇异 s) 夸克由强相互作用自束缚稳定存在, 那里的夸克或者是自由的、或者是成团的[253-263], 详见第 3.4 节。

#### 3.1 中子星的壳层结构

虽然中子星的壳层区域在星体总质量和半径中所占的比例较小, 但是该区域的结构性质, 尤其是内壳层的结构性质对中子星的冷却、自转周期突变、引力波辐射等天文观测起着十分重要的作用[264-265]。同时, 这些天文观测也可以对壳层结构性质提出一定的限制, 进而促进原子核理论模型的改进。由于中子星内壳层微观结构性质在原子核理论和天文观测中的重要作用, 中子星内壳层结构性质研究已经成为中子星物理中的一个热点课题。三十多年来研究者投入了大量精力研究中子

星内壳层的微观结构以及壳核相变等性质。

1983年, Ravenhall等<sup>[266]</sup>采用可压缩液滴模型研究了核物质亚饱和密度下的不均匀物质结构, 发现由于库仑能和表面能的竞争效应, 非球形的原子核 pasta 结构可能会在中子星内壳层中出现。1993年, Oyamatsu<sup>[267]</sup>在零温近似下采用参数化 Thomas-Fermi 近似方法计算了中子星内壳层中的原子核 pasta 结构, 发现随着重子数密度的增加, 非球形原子核可能会在壳核相变前出现。在重子密度确定时, 不同形状原子核的每核子能量相差很小, 在 keV 量级。因此, 对原子核 pasta 结构的准确预言需要恰当的理论模型和计算方法。目前研究者已经利用相对论平均场理论和 Skyrme 模型等核多体理论, 并采用液滴模型、自洽 Thomas-Fermi 近似、分子动力学模拟等不同方法, 在零温和有限温度下对中子星内壳层中的原子核 pasta 结构、原子核半径、质子分支比、壳核相变等性质进行了研究<sup>[84, 268–271]</sup>。

当考虑包括球形、柱形、片形、管形、泡形在内的 pasta 组分之后, 对应于不同组分的 Wigner-Seitz 原胞体积可以写为

$$V_{\text{cell}} = \begin{cases} \frac{4}{3}\pi r_{\text{ws}}^3 & (\text{球形和泡形}), \\ l\pi r_{\text{ws}}^2 & (\text{柱形和管形}), \\ 2r_{\text{ws}}l^2 & (\text{片形}), \end{cases} \quad (105)$$

其中对于球形或泡形组分  $r_{\text{ws}}$  是原胞半径, 对于柱形和管形组分  $r_{\text{ws}}$  是其横切面半径,  $l$  是圆柱体高度, 对于片形组分  $l$  是横切面边长,  $2r_{\text{ws}}$  是片体厚度。圆柱体高度和片形的边长  $l$  在一定程度上可以随意选择, 因为它们不会对系统的能量密度产生影响。

给定平均重子数密度  $\rho$ , 对每一种 pasta 组分, 通过改变原胞尺度  $r_{\text{ws}}$  使其总的能量密度取极小值, 然后比较不同组分的能量密度从而得到最稳定的形状即具有最低能量密度的组分。而且, 还要用最稳定 pasta 组分的能量密度和相同密度  $\rho$  下均匀物质相的能量密度作比较。壳核相变发生在均匀相能量密度开始低于 pasta 相能量密度处。为了计算在固定  $r_{\text{ws}}$  和  $\rho$  时原胞总能量, 需要在  $\beta$  平衡条件, 电中性条件, 以及重子数守恒条件 [方程 (106~108)] 的限制下求解。

$$\mu_n = \mu_p + \mu_e, \quad (106)$$

$$N_e = N_p = \int_{\text{cell}} n_p(\mathbf{r}) d\mathbf{r}, \quad (107)$$

$$\rho V_{\text{cell}} = \int_{\text{cell}} [n_p(\mathbf{r}) + n_n(\mathbf{r})] d\mathbf{r}. \quad (108)$$

研究发现核物质对称能及其随密度变化的斜率参数对原子核 pasta 结构、原子核性质、壳核相变密度等性质起着非常重要的作用。当对称能斜率参数较小时, 中子滴线密度较小而壳核相变密度较大, 即内壳层具有较大的密度范围从而可以包含多种非球形原子核。反之当对称能斜率参数较大时, 壳核相变密度较小, 内壳层所包含的非球形 pasta 结构种类变少, 甚至在壳核相变前非球形原子核 pasta 结构不会出现。

在图 9 中给出了利用基于 IUFSU (左) 和 TM1 (右) 模型生成的参数并采用自洽 Thomas-Fermi 近似方法计算得到的各种 pasta 相的密度范围。为了研究对称能斜率参数对于内壳层结构性质的影响, 我们固定 IUFSU 以及 TM1 拉矢量中的同位旋标量参数, 通过调节与  $\rho$  介子相关的同位旋矢量参数, 拟合对称能在亚饱和点的

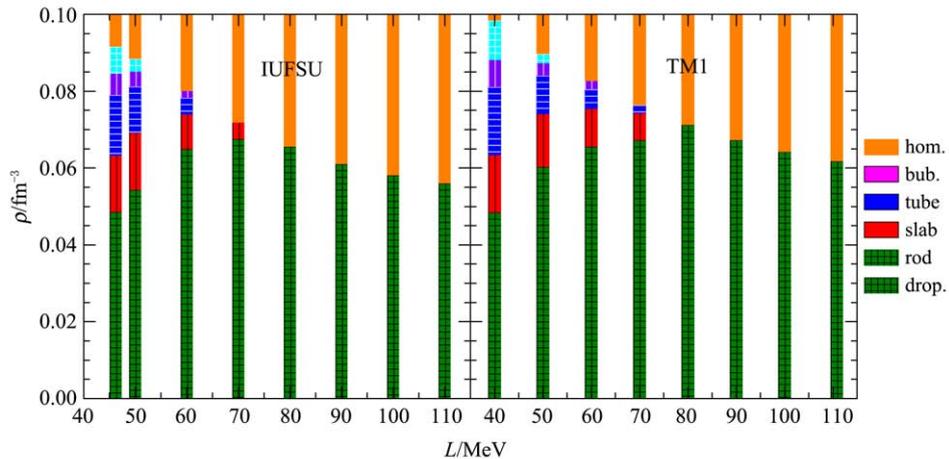


图 9 (在线彩图) 采用 IUFSU (左) 和 TM1 (右) 模型生成的不同对称能斜率  $L$  参数组, 利用自洽 Thomas-Fermi 方法计算得到的中子星内壳层结构随密度变化的趋势。非均匀结构随着密度的增加依次从球形过度到柱形、片形、管形、泡形, 最后变成均匀物质<sup>[91]</sup>。

值, 获得了一系列对应不同  $L$  取值的参数。当对称能斜率参数  $L \geq 80$  MeV 时, 在壳核相变之前只有球形组分出现。而对于比较小的  $L$  (例如  $L=50$  MeV), pasta 相的形状可能会从球形变到柱形、片形、管形, 再到泡形。在图 9 中可以看到, 在  $L$  值比较小的区域 ( $L \leq 70$  MeV), 非球形原子核的起始密度, 即从球形核到柱形核的相变密度, 明显随  $L$  的减小而减小。

图 10 给出了同种模型方法下 Wigner-Seitz 原胞半径  $r_{ws}$  和原胞中心部分 (原子核或洞) 半径  $r_d$  随平均重子数密度  $\rho$  的变化。计算采用 TM1 (上) 和 IUFSU (下) 参数组中两个极端  $L$  值的模型参数。可以看到, 采用最小  $L$  值参数计算得到了内壳层中非常复杂的相结构, 而在最大  $L$  值情况下只有球形相出现。我们发现  $r_{ws}$  和  $r_d$  在不同 pasta 形状的相变点出现了明显的跳跃, 这表明不同 pasta 相之间是一阶相变。同时也可以发现在  $\rho$  比较小时,  $r_{ws}$  随  $\rho$  的增加而减小, 然而在小  $L$  情况下壳核相变之前  $r_{ws}$  却随  $\rho$  迅速增加。

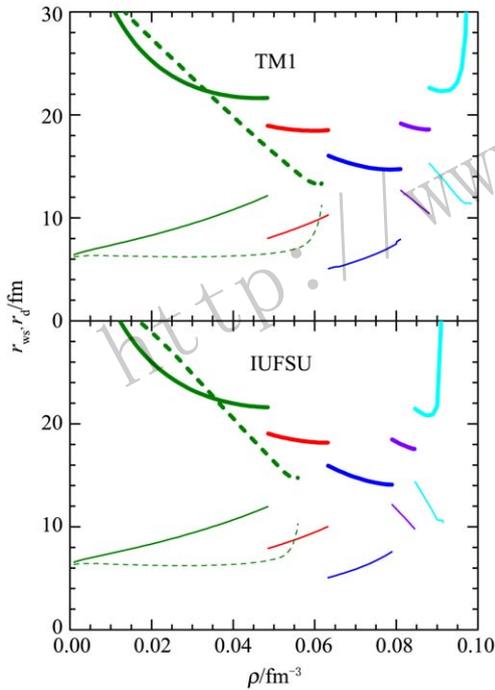


图 10 (在线彩图) 采用 Thomas-Fermi 近似方法计算得到的 Wigner-Seitz 原胞半径  $r_{ws}$  (粗线) 和原胞中心部分半径  $r_d$  (细线) 随密度  $\rho$  的变化<sup>[91]</sup>。采用 TM1 和 IUFSU 参数组中最小  $L$  值参数计算得到的结果由实线表示; 而对应的最大  $L$  值参数计算结果用虚线表示。曲线之间的跳跃点代表着 pasta 相发生相变的密度。

在图 11 中我们给出了利用基于 TM1 和 IUFSU 模型生成的两组参数进行自洽 Thomas-Fermi (TF) 计算得到的壳核相变密度  $\rho_t$  随  $L$  的变化。可以看到,  $L$  和  $\rho_t$  之间存在明显的关联, 即  $\rho_t$  随  $L$  的增加而单调减小。

实际上这也与其他工作的结论是一致的。比如 Xu 等<sup>[272-273]</sup> 利用动力学以及热力学自洽方法计算了大量 Skyrme 相互作用以及动量依赖相互作用的壳核相变密度, 发现  $\rho_t$  也是随着  $L$  增大而减小的。此外最近的工作也指出壳核相变密度对于对称能曲率  $K_{sym}$  的依赖更加明显<sup>[274]</sup>。

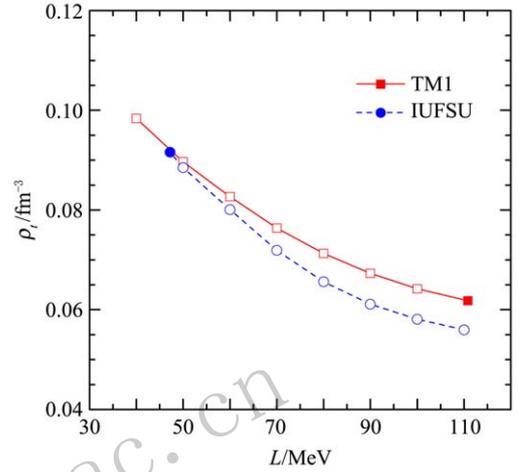


图 11 (在线彩图) 利用基于 TM1 (红线) 和 IUFSU (蓝线) 模型生成的两组参数进行自洽 TF 计算得到的壳核相变密度  $\rho_t$  随  $L$  的变化<sup>[91]</sup>。

尽管不同形状的原子核出现的起始密度和壳核相变密度等物理量对研究中采用的模型和方法比较敏感, 但这些变化趋势是一致的。我们注意到, 目前对中子星内壳层微观结构性质的研究是多在零磁场条件下进行的, 而大部分中子星表面和内部都具有很强的磁场, 强磁场对内壳层结构性质的影响还有待进一步研究<sup>[275-278]</sup>。

### 3.2 中子星

把致密物质 EOS, 即  $P(\epsilon)$ , 代入星体结构方程, 即可求得中子星的质量-半径关系等性质。无磁场的静态中子星结构可通过求解 Tolman-Oppenheimer-Volkoff (TOV) 方程得到 (本文仅限于考虑广义相对论描述的引力场):

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{Gm\epsilon}{r^2} \frac{(1+P/\epsilon)(1+4\pi r^3 P/m)}{1-2Gm/r}, \quad (109)$$

其中  $m(r)$  满足边界条件  $m(0)=0$  和方程  $dm/dr = 4\pi r^2 \epsilon$ 。由  $P(R)=0$  定义星体的半径  $R$ , 星体引力质量 (gravitational mass) 即为  $M = m(R)$ 。

图 12 收集了二十几个常用 EOS 模型, 通过求解上述 TOV 方程, 画出了典型  $1.4 M_\odot$  和  $2.0 M_\odot$  星体自中心到表面的密度变化。图中的 EOS 模型都可以符合目前最重  $\sim 2.0 M_\odot$  脉冲星的质量限制和 GW170817 引力波信号的半径限制。各 EOS 计算得到星体的中心密度

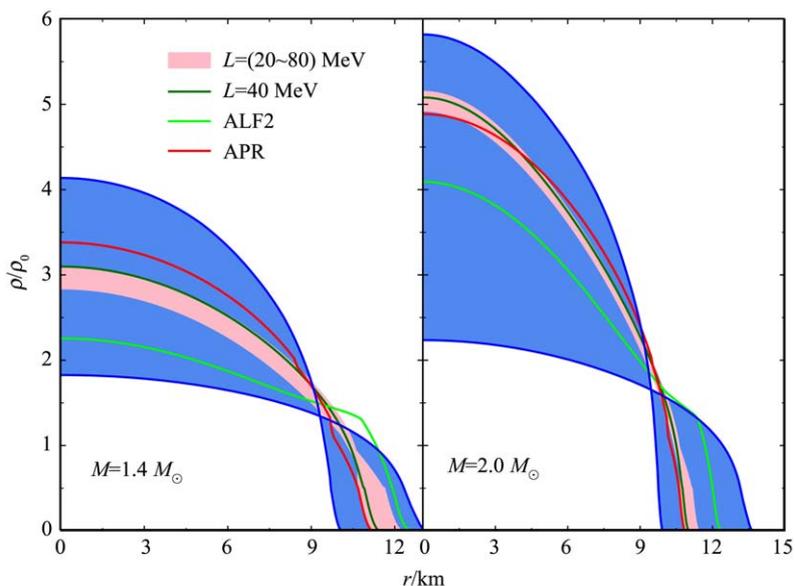


图 12 (在线彩图) 典型  $1.4 M_{\odot}$ (左)和  $2.0 M_{\odot}$ (右)的中子星密度分布

和半径差别较大。  $1.4 M_{\odot}$  中子星的中心密度范围约  $2\sim 4\rho_0$ ，重的  $2.0 M_{\odot}$  中子星范围更大： $2\sim 6\rho_0$ 。EOS 越硬，即同密度时压强越大，得到的中心密度越小。两种典型质量中子星的半径范围都在  $10\sim 13.5$  km。图中还展示了对称能斜率参数  $L$  在实验区间变化对结果的影响(以 QMF18 模型<sup>[8]</sup>为例)。如果星体高密核心发生了奇异相变，结果得到的 EOS 会比核子 EOS 更软，对星体结构的影响可参考图中 ALF2 与 APR 的对比。ALF2 是一个混杂星 EOS，由低密的核物质 EOS(APR)和高密的夸克物质 EOS 构造而成。奇异相变和混杂星的讨论详见第 3.3 节。图 12 大部分 EOS 数据表格可由 Özel&Freire 2016 查阅(见附录 A.2)。大部分文献中的 EOS 都不是统一的，即用不同的模型处

理星体的不同层然后拼接成一个星体 EOS。而把统一 EOS<sup>[183, 279]</sup>应用于天文观测的计算时可以得到更自洽的结果，特别是涉及到动力学过程时。

脉冲星类天体一般都在转动<sup>[280-281]</sup>，大部分自转很慢(目前观测到最快是 716 Hz)，远小于其 Kepler 极限频率  $\sim 2$  kHz，可以用慢速 Hartle-Thorne 近似。表 2 给出了周期为 89.33 ms 的船帆座脉冲星 (PSR B0833-45) 对应不同质量时的各层质量和厚度。虽然船帆座脉冲星有从射电到伽玛的丰富观测，但它是少数孤立脉冲星之一，质量很难确定。表格中的计算采用 BSk20 统一 EOS。BSk20 低密符合了高精度核质量数据，高密符合了 APR 微观模型的结果。BSk 系列 EOS 详见附件 A.2。

表 2 船帆座脉冲星 (PSR B0833-45) 结构的理论预测，取自文献<sup>[327]</sup>

质量/ $M_{\odot}$	中心密度/ $\text{fm}^{-3}$	质量/ $M_{\odot}$			半径/km			转动惯量/ $(10^{45} \text{ g}\cdot\text{cm}^2)$		
		核心	内壳	外壳 $\times 10^5$	总	核心	内壳	外壳	总	壳层百分比
1.0	0.403	0.97	0.026	4.59	11.79	10.33	0.81	0.64	0.894	5.33
1.1	0.427	1.08	0.024	4.15	11.80	10.50	0.73	0.57	1.029	4.51
1.2	0.452	1.18	0.022	3.72	11.80	10.64	0.66	0.51	1.170	3.84
1.3	0.480	1.28	0.020	3.37	11.79	10.75	0.59	0.45	1.318	3.29
1.4	0.508	1.38	0.019	3.05	11.78	10.84	0.53	0.41	1.474	2.82
1.5	0.536	1.48	0.017	2.73	11.76	10.92	0.48	0.36	1.638	2.41
1.6	0.567	1.58	0.016	2.46	11.73	10.97	0.43	0.32	1.809	2.06
1.7	0.602	1.69	0.014	2.18	11.67	10.99	0.39	0.29	1.987	1.76
1.8	0.643	1.79	0.013	1.94	11.58	10.98	0.35	0.26	2.170	1.49
1.9	0.696	1.89	0.011	1.67	11.45	10.92	0.31	0.22	2.358	1.24
2.0	0.764	1.99	0.0093	1.39	11.26	10.81	0.26	0.19	2.552	1.00

对于接近 Kepler 频率快速转动的星体，其平衡构型需要严格求解相对论星体的广义相对论方程得到：有公开的程序比如 RNS 和 LORENE (见附录 A.2)。文献[115]的计算表明：即使星体以最快的 Kepler 频率自转，星体的壳层 EOS 对其质量-半径关系的影响也很

有限。图 13 给出典型中子星 (NS) 和奇异星 (QS, 详见第 3.4 节) 的引力质量在不同均匀转速下随中心密度和赤道半径的变化。从图中可以看出奇异星质量比中子星质量随频率增加的更快：在 Kepler 频率时，前者可以增加  $\sim 40\%$ ，后者增加  $\sim 20\%$ 。

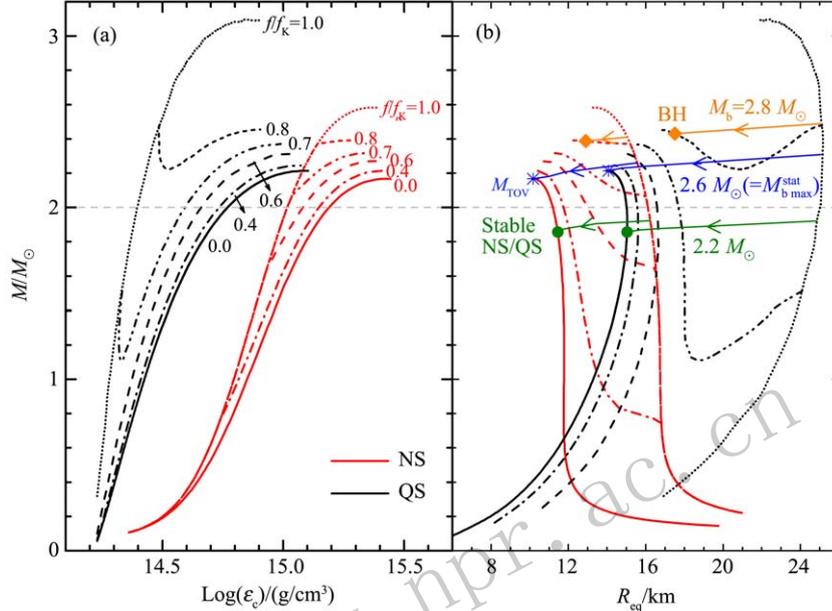


图 13 (在线彩图) 不同均匀转速下的中子星质量对中心密度(a)和赤道半径(b)的依赖( $f_K$  指 Kepler 频率) 取自文献[285]。

图 13 还用箭头标出了不同初始重子质量 (baryonic mass,  $M_b$ ) 中子星的演化。如果中子星的初始重子质量小于最大静态质量  $M_{TOV}$  对应的重子质量  $M_{bmax}^{stat}$  (对图中采用的 EOS 模型  $M_{bmax}^{stat} = 2.6 M_\odot$ )，它因为能量辐射而自转减慢 (spin down)，沿类似绿色的路径演化(图中画出了  $M_b = 2.2 M_\odot$  的情形)，最终形成一个长时间稳定存在的星体；如果中子星的初始重子质量大于最大静态质量  $M_{TOV}$  对应的重子质量  $M_{bmax}^{stat}$ ，它沿类似橙色的路径演化(图中画出了  $M_b = 2.8 M_\odot$  的情形)，在转动减慢到一定频率时，因为没有相应的静态构型而塌缩为黑洞。这种自转减慢引起的塌缩可以解释具有某些特征 X 波段余辉的短伽玛暴<sup>[282-285]</sup>(详见第 4.2 节)，而且目前的统计分析似乎更支持奇异星模型<sup>[285-286]</sup>。

### 3.3 混杂星和超子星

随着核物质趋于高温高密，禁闭在核子中的夸克之间的禁闭势强度减弱，核物质也被压缩到核子之间不再有空隙，只有趋于渐进自由状态的夸克，即强子物质会发生退禁闭相变；夸克可能配对发生色超导 (color superconduction) 相变；系统手征对称性的破缺也可能恢复，即发生手征相变。另外，中子星表面的典型磁场

是  $10^{12}$  G (磁星可达  $10^{15}$  G)，内部磁场更高，而夸克均带电且质量远小于核子，磁场会对夸克物质 EOS 和输运性质有很大影响。这些问题都是核物理和高能物理研究的前沿热点<sup>[287-288]</sup>，且紧密关系着脉冲星类天体的观测研究。

如果强子物质发生退禁闭相变，需要考虑核物质 ( $N$ ) 与夸克物质 ( $q$ ) 两相之间的平衡：

$$\begin{aligned} P_N &= P_q \text{ (力学平衡),} \\ \mu_N &= \mu_q \text{ (化学平衡),} \\ T_N &= T_q \equiv T \text{ (热平衡),} \end{aligned}$$

以及整体电中性条件：

$$0 = (1 - \chi)Q_N + \chi Q_q$$

其中： $\chi = V_q/V$  为夸克物质所占的体积比； $\rho$  表示核物质密度； $n$  表示夸克物质密度；总重子数密度即为  $\rho_t = (1 - \chi)\rho + \chi n$ 。化学平衡条件可进一步写为  $\mu_n = \mu_\mu + 2\mu_d$  和  $\mu_p = 2\mu_\mu + \mu_d$ ，或  $\mu_\mu = (2\mu_p - \mu_n)/3$  和  $\mu_d = (2\mu_n - \mu_p)/3$ 。其他化学势都可以用两个独立的化学势表示  $(\mu_\mu, \mu_d)/(\mu_n, \mu_p)$ ，即  $\mu_s = \mu_d$ ， $\mu_e = \mu_d - \mu_\mu = \mu_n - \mu_p$ 。

目前还没有一个统一的理论模型可以同时处理强子相和夸克相，所以两相压强的计算需要分别借助不同模型并根据两相平衡条件来构造EOS。图 14 给出零温时混杂星物质的每重子能量、压强及密度随总密度的变化规律。 $D^{1/2} = 180$  MeV,  $m_{s0} = 95$  MeV 是夸克物质 EOS 模型的一组典型参数。核物质 EOS 的计算采用无可调参数的微观模型，详见文献[231]。不同的研究组可能对两相采用不同的理论模型，数值结果因而存在差异。温度一般会使相变比零温时稍微提前发生。

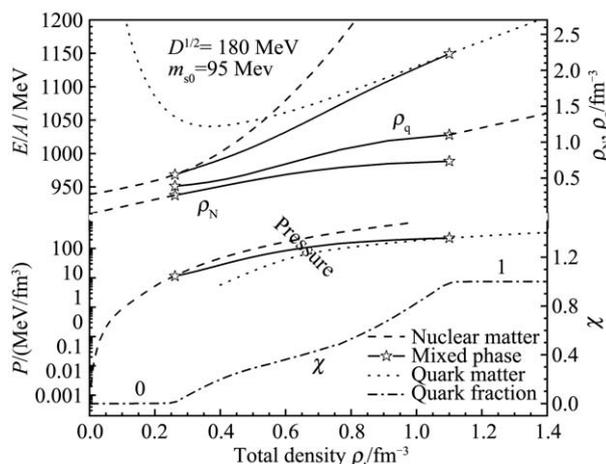


图 14 强子夸克混杂相的Gibbs构造和混杂星EOS  
取自文献[231]。

模型计算发现：低密度时系统处于核物质相 ( $E/A$  较小)，夸克退禁闭相变可能在  $\rho_t$  低至  $\sim 2 \rho_0$  时即出现(混杂相  $E/A$  比核物质小)，软化 EOS。夸克物质所占比例随密度增加，直到  $\sim 6 \rho_0$  时系统转化为纯夸克物质 (即  $\chi=1$ )。如果中子星最大质量对应的密度大于这个密度，那么中子星具有一个纯夸克核；如果中子星最大质量对应的密度小于这个密度，中子星就有一个混

杂核。这两种情形下的中子星都可称为混杂星。

退禁闭相变可能由星震 (stellar quake)、脉冲星自转减慢、夸克滴成核化 (nucleation) 等过程触发发生。星体从一个强子星转化为具有相同重子质量和较小引力质量和半径的混杂星或奇异星。具有相同引力质量和不同半径的一组强子星和混杂星又被称为“双胞胎星 (twin stars)”。伴随相变也会发生中微子、引力波、伽玛射线暴等辐射。

相变可能很快发生，也可能很慢。在发生快相变时，两相分离面 (interface) 的小扰动即可促使两相之间的转换，而在慢相变时，这两相的物质只会一定程度地伸缩。相变时标对两相微观物理有敏感且复杂的依赖。此外，在图 14 中，混杂相的能量随密度连续变化。这里的计算忽略了相变发生时的库仑力和有限结构效应。如果在一个相中产生另一个相的某几何结构时，体积能的增加大于需要的库仑能和表面能，混杂相有可能随密度跳变。这个问题也很不清楚，特别是其中一个很关键的参数，表面张力 (surface tension)，还有很大的不确定性 [260]。

中子星高密核心还可能出现其他形式的奇异物态，如超子、Kaon 介子、 $\Delta(1232)$  等，它们与上述夸克退禁闭相变之间相互竞争。因为超子危机的问题广受关注，这里以超子为例简要讨论一下这些强子层次的相变。

在核物质中，强子的性质会随着核密度的增加而改变，比如超子的质量会减小，而中子的化学势随密度增加。当  $\Lambda$  超子的质量降低至  $M_\Lambda < \mu_n$ ， $\Lambda$  超子即会出现。同理也可能出现  $\Sigma$ ,  $\Xi$  超子。图 15 中画出了超子星质量随半径和中心密度的变化。类似退禁闭夸克，超子会在  $\sim 2 \rho_0$  出现，软化 EOS，造成预言的星体最大质量降低。虽然目前超子力很不清楚，但包含超子核子力的

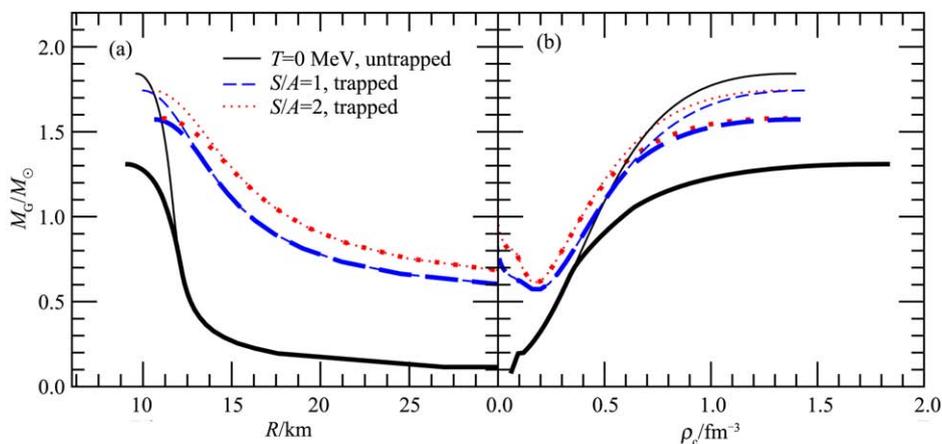


图 15 (在线彩图) 各种温度和中微子束缚条件下超子星质量的半径(a)和中心密度(b)的依赖  
取自文献[209]。

各种微观计算都预言了超低的 $M_{TOV}$ (比如图中的模型给出 $1.31 M_{\odot}$ ), 而目前最重脉冲星已达 $\sim 2.0 M_{\odot}$ , 这造成超子一旦出现就无法观测, 俗称“超子危机”。对于中微子束缚 (trapped) 的热密物质 (对应新生超子星), 这种软化一定程度上减弱。不同温度 (对应图中不同熵 $S/A$ ) 之间的差别较小。需要提到的是, 许多超子星 的唯象模型计算可以没有“超子危机”问题, 文献中还可以通过大质量中子星的性质来约束介质中超子-介子的作用强度 (文献[289])。

本节最后把各 EOS 模型数据整理在图 16 和表 3 中 (暂不包括含超子的计算)。其中微观模型是 APR, BCPM, BHF, 唯象模型是 DD2, DDME2, DDRHF, NL3 $\omega\rho$ , QMF18, Shen-TM1, SLy9。ALF2 是混杂星 EOS, DDRHF $\Delta$  是含  $\Delta(1232)$  的 EOS。表 3 给出了

部分 EOS 的最大质量  $M_{TOV}$ 、对称能斜率参数  $L$  以及  $1.4 M_{\odot}$  中子星的半径  $R$ 、致密度  $M/R$ 、无量纲潮汐形变  $\Lambda$ 。更详细的计算结果和讨论可查阅文献[8]。

图 16(a) 的壳层核心转换处由圆点标出, 并用竖线给出了大致的转化参数:  $\rho \sim 0.08 \text{ fm}^{-3}$ ,  $\epsilon \sim 76 \text{ MeV} \cdot \text{fm}^{-3}$ ,  $P \sim 0.4 \text{ MeV} \cdot \text{fm}^{-3}$ 。图 16(b) 的竖线来自 Annala 等人基于第一性原理计算通过  $2 M_{\odot}$  和 GW180817 观测预测的  $1.4 M_{\odot}$  中子星半径的理论范围:  $9.9 \sim 13.6 \text{ km}$ [10]。这是在 90% 的置信度及某个先验概率选择下的结果。在文献[10]中, 低密  $[(0.6 \sim 1.1) \rho_0]$  的计算来自于手征有效理论 (Chiral Effective Theory, ChET), 高密 ( $\mu \geq 2.6 \text{ GeV}$ ) 的计算来自于微扰 QCD, 中间密度是采用分段多方函数 (piecewise polytropes) 做的插值。选择更合理的先验概率, 基于千个分段多方 EOS 模型也给

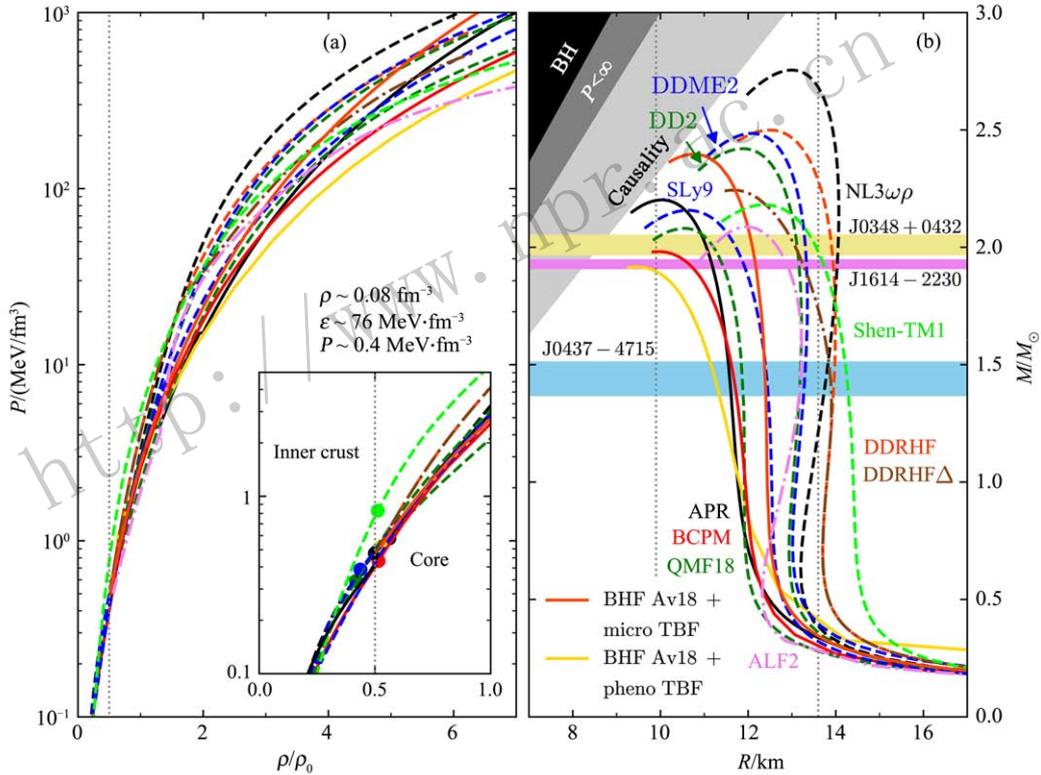


图 16 (在线彩图) 各中子星 EOS 和质量-半径关系及理论和实验限制总结 改自文献[8]。

表 3 各 EOS 模型对核实验和观测量的理论计算, 取自文献[8]

	QMF18	DDRHF	DDRHF $\Delta$	NL3 $\omega\rho$	DDME2	DD2	Sly9	BCPM
$M_{TOV}/M_{\odot}$	2.08	2.50	2.24	2.75	2.48	2.42	2.16	1.98
$L/\text{MeV}$	40	82.99	82.99	55.5	51.2	55.0	54.9	52.96
$R(1.4)/\text{km}$	11.77	13.74	13.67	13.75	13.21	13.16	12.46	11.72
$M/R(1.4)$	0.1756	0.1505	0.1512	0.1503	0.1566	0.1571	0.1660	0.1765
$\Lambda(1.4)$	331	865	828	925	681	674	446	294
$\tilde{\Lambda}$	381.4~388.4	948.7~993.4	900.8~962.9	1002.9~1056.3	747.8~782.7	747.9~777.3	519.6~524.3	353.9~1056.3

出类似的半径范围：8.9~13.2 km<sup>[13]</sup>。3种物理条件限制分别是黑洞(BH)、不可压缩流体( $P < \infty$ )、因果律(causality)。图 16(b) 还标出了三颗脉冲星的质量测量结果：J0348+0432、J1614-2230、J0437-4715。前两个是目前最重的中子星<sup>[290-292]</sup>，后一个是 NICER 空间任务检测的毫秒脉冲星。

### 3.4 奇异星

前面几类中子星理论模型都是在强子层次上讨论的。然而在粒子物理标准模型中，夸克与轻子才是基本费米子(其间通过交换规范玻色子而相互作用)。该模型成功地帮助我们理解所熟悉的物质，其框架内的所有基本粒子均得到了实验支持(与质量起源相关的 Higgs 粒子亦已在 LHC 上发现)。是故，如何在更深层次，特别从六味夸克出发来探讨中子星的内部结构，就显得尤为必要和迫切了。

我们知道，夸克分为轻味(u, d, s)和重味(c, t, b)两类。鉴于重味夸克的静质量一般高于核物质密度下所涉及的能量尺度( $\sim 0.5$  GeV)，所以人们往往在三味轻夸克的范畴内讨论可能的中子星结构。众所周知，在稳定存在的原子核中，u、d 两味夸克的数目近乎相等。若某种致密物质含有近乎相等数目的 u、d、s 三味夸克，则称这种物质为奇异物质(strange matter)。之所以如此取名，概因这种物质内显著的奇异(strange)夸克，即奇异数(strangeness)绝对值约等于重子数的三分之一。由奇异物质为主组成的星体被称为奇异星(strange star)，它是人们在夸克层次上猜测的一类特殊中子星。

学者们起初广泛地推测奇异星内部的三味夸克是游离的<sup>[293-298]</sup>；这类由数目近乎相等的自由 u、d、s 夸克组成的致密星被称为奇异夸克星，或简称夸克星。然而这个持续了半个多世纪的概念是值得推敲的、很可能不是必须的，个中缘由涉及强作用的本质。

夸克之间相互作用由强作用主导，描述该作用的基本理论是 QCD。尽管渐近自由使得微扰 QCD 成功地描述若干高能现象，但低能 QCD 一直挑战粒子物理学者，其根本解决与“世纪奖金问题”之一(Yang-Mills and Mass Gap)相关。中子星内部达到的能标若显著低于 1 GeV，则强作用耦合参数  $\alpha_s$  较大(甚至  $\alpha_s \gtrsim 1$ )。这样，奇异星内部的夸克会因之间的强耦合而在位型空间凝聚、成团，即一定数目(如 6, 9, 12, 18 等)的夸克因自身强耦合而被局域于夸克集团内<sup>[262]</sup>。

奇子(strangeon)是对夸克集团的另一种称呼，它可以看作 strange nucleon 的缩写。原子核是两味(u 和 d)的，其基本组分为核子(nucleon)。由成团夸克

构成的奇异星类似于巨大的原子核，只不过是三味(u、d 和 s)的，其基本组分为奇子(strangeon)；这类奇异星又被称为奇子星<sup>[263]</sup>。可见，奇异星其实包括奇异夸克星和奇子星两类，只不过夸克在前者中自由、在后者中局域于奇子内罢了。

相较于传统中子星而言，奇异星有如下两个可供观测鉴别的特殊性质。

(1) 表面自束缚。无论是夸克星还是奇子星，它们的表面都因强力而束缚。当星体质量小、引力可忽略时，奇异星的质量正比于体积，即有这样的关系： $M \propto R^3$ ，其中  $M$  为质量、 $R$  为半径。这种自束缚星体的  $M-R$  关系明显地区别于传统的、引力束缚的中子星(如对于小质量中子星，多方球模型给出  $M \propto R^{-3}$ )，为观测约束星体模型提供了可行性<sup>[299]</sup>。当然，密度突变的奇异星表面也是脉冲星极冠区火花放电的理想场所，有助于理解射电脉冲漂移现象<sup>[300]</sup>。此外，自束缚表面允许存在小质量奇异星，其质量甚至可以低至  $\sim 10^{-3} M_{\odot}$ <sup>[301]</sup>。图 17 画出了奇异星和中子星模型的质量-半径关系图。观测对双星 4U 1746-37 中致密星质量和半径的限制(图中深灰色区域的置信度达 68%)，并跟模型推测的质量-半径曲线作对比。彩色实线和虚线分别由奇子星、奇异夸克星模型给出，而黑色曲线根据传统中子星模型得到。

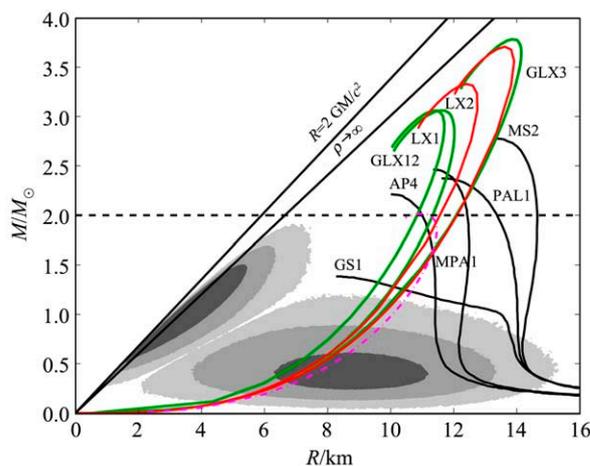


图 17 (在线彩图) 奇异星和中子星模型与观测的比较  
取自文献<sup>[253]</sup>。

(2) 表面强电场。因 s 夸克静质量显著大于 u、d 夸克，弱作用化学平衡态的奇异物质含有较少的电子以维持电中性。夸克之间的相互作用由强力主导，而电子跟夸克之间的主要相互作用则是弱得多的电磁力。相对于强力而言，若忽略电磁力，则电子完全弥散，奇异物质必带显著的正电荷、表面具有极强的外向电场。诚然，电子跟夸克之间的电磁作用(如 Coulomb 力)是不能忽

略的, 它会将电子较弱地束缚于奇异物质周围。依据相对论电子气 Thomas-Fermi 模型能够给出解析的电子数密度  $n_e$ , 为<sup>[302]</sup>

$$n_e = \frac{9V_q^3}{\pi^2 (\sqrt{\frac{6\alpha_{em}}{\pi}} V_q z + 4)^3} \sim \frac{9.5 \times 10^{35}}{(1.2z_{11} + 4)^3} \text{ cm}^{-3}, \quad (110)$$

相应的电场  $E$  是

$$E = \sqrt{\frac{2\alpha_{em}}{3\pi}} \cdot \frac{9V_q^2}{(\sqrt{\frac{6\alpha_{em}}{\pi}} V_q z + 4)^2} \sim \frac{7.2 \times 10^{18}}{(1.2z_{11} + 4)^2} \text{ V cm}^{-1}, \quad (111)$$

其中:  $V_q^3/3\pi^2$  为三味夸克的净电荷密度, 计算时取  $V_q = 20 \text{ MeV}$ ; 这里  $\alpha_{em} \simeq 1/137$  为电磁作用耦合常数,  $z > 0$  为距离夸克物质表面的距离,  $z_{11} = z/(10^{-11} \text{ cm})$ 。由此可见, 奇异物质表面附近的电场极强, 达  $\sim 10^{17} \text{ V/cm}$ 。如此强的电场或能支撑总重量  $\sim 10^{-5} M_\odot$  的奇异星壳层<sup>[298]</sup>。

除了具有以上性质, 奇子星还拥有以下 3 个额外的特点。

(1) 物态硬。有两个因素导致奇子物质硬于核子物质这一模型不依赖的结论: 1) 奇子静质量明显大于核子, 因而奇子往往是非相对论性的; 2) 类似于核子硬核, 奇子之间短程相互作用也应存在排斥芯。具体的模型计算发现<sup>[301]</sup>, 奇子星极限质量甚至可以达到或超过  $\sim 3 M_\odot$ 。而值得一提的是, 这样的硬物态不受“超子谜”和“夸克解禁闭”等疑难的影响。目前观测发现的最大质量中子星约  $2 M_\odot$ 。未来若能够测得接近甚至大于  $\sim 2.5 M_\odot$  的脉冲星, 则是对奇子星模型的有力支持。

(2) 整体刚性。考虑到奇子之间还存在着剩余 Lennard-Jones 类的相互作用, 表现出较明显的经典粒子性, 当温度显著低于奇子间相互作用能时, 奇子物质将处于固态相。固态奇子星拥有两大天体物理后果。1) 整体呈现刚性的奇子星易于进动(受迫或自由)且难以衰减。特别是对于小质量奇子星而言, 质量分布偏离球对称更显著; 只要自转轴偏离惯量主轴, 进动行为不可避免。无论是在射电还是在高能波段, 通过脉冲星计时观测寻找进动的观测证据, 都将是极有意义的。2) 固态奇子星内部表现出各向异性, 将存储弹性能。在星体自转减慢或吸积致质量增加过程中, 弹性能逐渐增高, 达到一定的临界值时将发生星震。星震一般导致转动惯量的突然减少, 表现为自转跃变(glitch)现象, 且依赖转动效应的强弱而决定是否有效释放能量<sup>[303-304]</sup>。

(3) 表面奇异势垒。如前所述, 奇子物质是三味

的而原子核则是两味的; 这样, 在奇子星吸积物质时必然发生导致味转换的弱作用过程。因弱作用过程较慢, 原子核(如质子)被吸积至奇子星表面时起初来不及迅速奇异化而是被反弹至星体之外, 最后形成大气(低吸积率)甚至壳层(高吸积率)。我们用奇异势垒(strangeness barrier)这一概念来刻画奇子物质表面阻止吸积物质的能力。计算表明, 一定量的奇子星薄大气( $10^{-23} \sim 10^{-17} M_\odot$ )应是光学波段光厚、X射线波段光薄的, 据此能较好地理解某些致密天体热辐射的光学超现象<sup>[305]</sup>。

总之, 关于中子星内部结构, 可能是传统意义上所讨论的中子星, 也可能是本小节推测的奇异星。由于QCD非微扰之困, 人们尚难从第一性原理出发进行计算以回答以上问题。不过, 这些模型会预言明确不同的观测后果; 未来从天体物理研究角度彻底解决这个问题, 是值得期待的。要注意的是, 奇子星预言的硬物态受到大质量脉冲星发现的支持, 且其潮汐形变系数也不违背 GW170817 的观测结果<sup>[307]</sup>。这两个动力学检验以及若干模型依赖的观测证据, 可能暗示着奇子星模型的生命力。

## 4 中子星的天文观测

中子星的观测相当丰富。地面或空间的望远镜可给出从射电到伽玛的电磁信号, 先进的激光干涉仪可探测其引力波信号, 此外还有中微子信号<sup>[308-311]</sup>和高能宇宙线<sup>[312-315]</sup>的致密天体相关研究。通过对孤立或者处于双星系统中中子星的观测, 提供致密物质 EOS 在核实验无法达到的条件下的信息。

目前最精确的观测来自双星系统中中子星的质量, 可由网站 <https://stellarcollapse.org/nsmasses> 查阅。两颗大质量中子星分别是: 通过 Shapiro 延迟测定的 PSR J1614-2230 [ $M=(1.928 \pm 0.017) M_\odot$ ]<sup>[290-291]</sup>, 和通过白矮星光学辐射测定的 PSR J0348+0432 [ $M=(2.01 \pm 0.04) M_\odot$ ]<sup>[292]</sup>。鉴于 EOS 模型和星体质量-半径关系的一一对应关系, 高达  $\sim 2 M_\odot$  的质量已可以提供几倍核物质密度处 EOS 的有效信息, 但目前仍有大量 EOS 模型可符合  $\sim 2 M_\odot$  质量观测。其他方式的质量测量可能受伴星吸积、星风等原因精度不高。此外, 文献中已有通过低质量中子星对 EOS 进行限制的尝试<sup>[316]</sup>, 这需要结合核塌缩超新星爆发的理论模型或数值模拟<sup>[317-319]</sup>。

EOS 更明确的限制来自于某颗星体质量和半径的同时观测。然而相比质量, 半径的确定要难得多。半径一般通过宁静态吸积中子星的表面辐射和热核 X

射线暴的光谱观测间接得到。星体大气层成分、辐射源距离、磁场、吸积等因素会对结果造成很大误差。如果半径观测可以精确到百分之几，便可以提供限制中子星 EOS 的有效信息，这是 NICER, eXTP, ATHENA, SKA 等的主要科学目标。此外，还可以通过光谱或吸收线等研究测定中子星表面光子的引力红移 (gravitational redshift)，通过引力波信号估算双星并合前中子星的潮汐形变能力 (tidal deformability)，这些量都与星体致密度 ( $M/R$ ) 直接相关，可用来研究 EOS。甚至还可能通过引力波信号在  $\sim 10\%$  精度上测定双星系统 J0737-3039 中 A 星的转动惯量 (moment of inertia)，它也是质量和半径的组合函数。

通过理论和观测对脉冲星冷却曲线的研究也可以探究星体内部的致密物质<sup>[320-322]</sup>。新生中子星，温度  $\sim 50$  MeV ( $6 \times 10^{11}$  K)，主要靠星体内部的中微子辐射进行冷却，可持续百年。主要有三类过程：直接 URCA、间接 URCA 和韧致辐射 (bremsstrahlung)。最有效率的中微子辐射是通过直接 URCA 过程，即中子衰变  $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$  和电子俘获过程  $p + e^- \rightarrow n + \nu_e$ 。 $\mu$  子出现的话，中微子辐射率 (emissivity) 加倍。

直接 URCA 过程的发生需要核物质中的质子分支比高达  $11\% \sim 15\%$ 。而质子分支比由对称能直接决定，对称能越硬，直接 URCA 过程发生的临界密度  $\rho_{dURCA}$  越低。图 3 中给出的几个微观 EOS 中，对 APR,  $\rho_{dURCA} = 0.82 \text{ fm}^{-3}$ ；对较硬的 BHF (Av18+TBF pheno),  $\rho_{dURCA}$  可低至  $0.44 \text{ fm}^{-3}$ ,  $M > 1.10 M_{\odot}$  的星体即可发生直接 URCA 过程。对统一 EOS 模型 BSk21 (BCPM), 发生直接 URCA 过程的星体质量下限是  $1.59 (1.35 M_{\odot})$ 。如果确定某个质量已知的中子星发生了直接 URCA 过程，则可以用来研究对称能和原子核 pasta 的性质，并排除一些 EOS 模型。目前基于冷却数据对中子星 EOS 做定量研究存在着激烈的争论。

#### 4.1 脉冲星

中子星的概念是在 1934 年被 Badde 和 Zwicky 提出的，他们认为中子星是一个恒星演化到主序星阶段末尾的可能状态。三十多年以后，1967 年 Hewish 和 Bell 在剑桥的 Mullar 射电实验室偶然发现了第一颗脉冲星，PSR B1919+21。现在人们普遍认为脉冲星是快速旋转、高度磁化的中子星。脉冲星沿着它的磁轴，从与星体一起旋转的磁层发出周期性的射电辐射束，像灯塔一样扫过我们的视线。脉冲星自转周期最慢可到十几秒，最快是前面提到的 PSR J1748-2446ad，位于球状星团 Terzan 5 中，自转周期  $1.39 \text{ ms}$ <sup>[323]</sup>。如果将来

发现亚毫秒快转的脉冲星，可能会帮助我们区分中子星和奇异星 EOS 模型。目前已发现两千多颗脉冲星，是我们研究强磁场、高密度、强引力场的有力工具。Hulse 和 Taylor 利用双中子星系统 PSR 1913+16 提供了第一个引力波存在的间接证据，获得了 1993 年的诺贝尔物理学奖。

脉冲星通过偶极磁场辐射损失能量，自转会逐渐减慢，由其周期和周期一阶导数可以估算脉冲星的许多特征参数，比如年龄、磁场等。脉冲星在自转减慢过程中，也会经历自转不规律性，比如周期跃变和到达时间噪声 (timing noise)，可以根据对它们的精确观测探究中子星内部结构。本文只简介一些利用周期跃变对中子星 EOS 进行研究的工作<sup>[324-328]</sup>。

周期跃变是罕见的不可预测的脉冲频率突然增加。文献中有两类模型，一种是前面提到的星震模型，一种是超流相关的两成分模型。如图 18，在两成分模型中，周期的跃变是由于星体超流成分的角动量在某个临界条件下转移给星体荷电成分。由于超流成分不跟随星体自转减慢，所以与普通荷电成分间有越来越大的角速度差  $\Omega_n - \Omega$ ；一旦角速度差达到极限，两个成分耦合，实现角动量转移，使得星体频率突然增加；接下来两成分重新退耦，然后再一次耦合，跃变会再次发生。已在一些脉冲星上观测到图示准周期性发生的多次跃变，比如船帆座 (Vela) 脉冲星。基于周期性良好的多次跃变观测，可以分析得到其活动指数 (activity parameter,  $A$ ) 等参数，对中子星 EOS 模型进行限制。

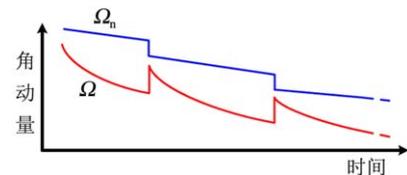


图 18 (在线彩图) 两成分模型和脉冲星周期跃变示意图

定量计算时，一般认为储存角动量的星体超流成分来自内壳的自由中子。核心部分的中子由于超流涡旋被超导质子夹带 (entrainment) 而很快与磁场耦合，从而与自转减慢的普通成分同步不能提供多余的角动量。而内壳中子之所以可以储存角动量，是由于超流中子涡旋一般是钉扎 (pinning) 在内壳晶格上的，如图 19 所示。可储存的角动量取决于钉扎力与流体动力学马格努斯力 (Magnus force) 之间的竞争。钉扎力的微观计算需要核力输入，所以精确的量子计算非常困难，不过可以参考文献<sup>[330]</sup>利用半微观模型对其一般性质的分析。跃变发生和恢复的完整图像需要把钉扎力等微观性质作为基本输入做动力学计算，目前还没有一个公认完整模型。

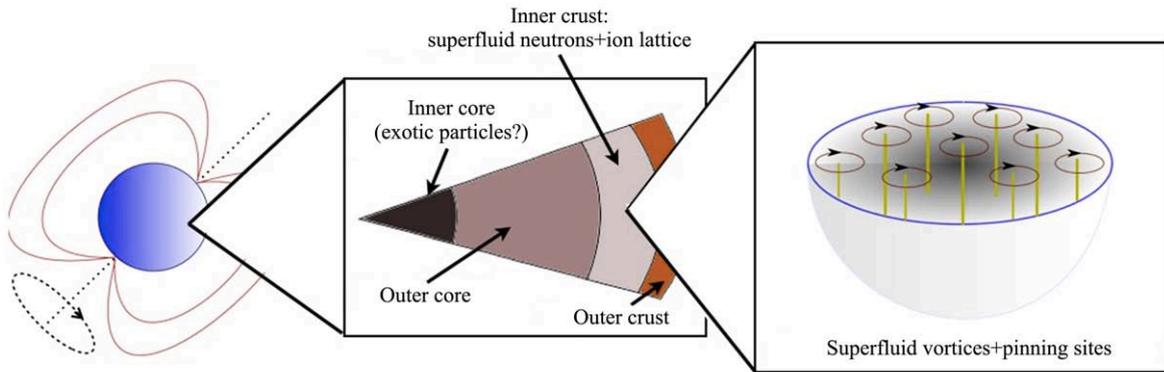


图 19 (在线彩图) 两成分模型中的星体内壳结构<sup>[329]</sup>

一个可以考虑的简单问题是，现代星体 EOS 模型是否可以满足最大尺寸的跃变对内壳转动惯量比的限制？根据  $I_n/I = -A\Omega/\dot{\Omega}$ ，代入 EOS 模型算出的内壳转动惯量比  $I_n/I$  应该至少达到观测到的相应值。这里  $\Omega$ ,  $\dot{\Omega}$ ,  $A$  都是观测量。固定转动频率为船帆座脉冲星的频率，可基于节 3.2 中的慢速 Hartle-Thorne 近似计算转动惯量，结果如图 20。

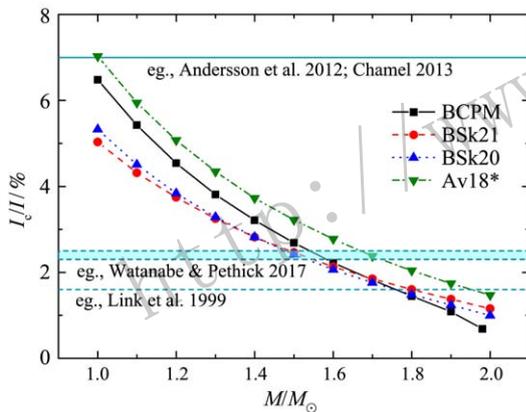


图 20 (在线彩图) 星体壳层转动惯量比的计算结果取自文献<sup>[328]</sup>。

最早的限制是 Link 等<sup>[331]</sup>给出的  $I_n/I \geq 1.6\%$ ，大部分 EOS 都可以符合。近年来 Andersson 和 Chamel 与他们的合作者发现，超流中子会在核晶格发生巴拉格散射，从而不能像真正的自由中子一样传播，俗称“夹带”。这种纯量子效应会造成中子的有效质量增加，超流中子密度降低，从而使得前面的限制变为  $I_n/I \geq 7\%$ <sup>[332-333]</sup>。如图 20 所示，各通用 EOS 都无法达到这个上限，这给跃变的两成分模型带来了困境，也称作“跃变危机”。文献中对这个问题的讨论一方面集中在是否跃变发生时核心部分的所有中子都与星体耦合，一方面集中在夹带效应的计算是否正确。比如 Watanabe 和 Petrick 就认为 Chamel 的计算忽略了核子间的对力，

他们得到的限制为  $I_n/I \geq 2.3 \sim 2.5\%$ <sup>[334]</sup>。这个限制对于大部分 EOS 来说也是可以满足的。“跃变危机”的解决目前还是脉冲星课题研究的热点问题。

脉冲星的极限转动频率也是很受关注的问题。脉冲星转动首先是受 Kepler 条件限制，即星体赤道附近的物质所受的离心力不能大于引力，也叫质量破碎极限。实际上，在转动尚未达到 Kepler 极限时，由星体中存在的各种扰动模式(如流体星的  $r$ -模<sup>[341-342]</sup>)产生的引力波不稳定性就可能已经发生。由于扰动的增长会增强引力波辐射，这种正反馈的效应将导致  $r$ -模不稳定性。另一方面星体物质的粘滞耗散可以衰减星体中的扰动模式，所以旋转频率由其引力波辐射对扰动的增长和粘滞耗散(依赖于转动  $\Omega$  与温度  $T$ ) 对扰动的衰减之间的竞争决定，可在  $\Omega$ - $T$  图上画出一个使星体不稳定的区域，即称为  $r$ -模不稳定性窗口。可以认为临界旋转频率曲线的最低点对应着星体最稳定状态的上限，在该曲线之上的星体是不稳定的，而曲线本身和下方的星体是稳定的。粘滞主要来自体粘滞、剪切粘滞、边界层耗散等。采用不同的 EOS 模型和星体结构， $r$ -模不稳定性窗口的位置和大小也不同。对比 X 射线源的温度测定，即可以对中子星 EOS 和结构进行研究。

## 4.2 双星并合

双中子星和中子星黑洞并合系统也可能为 EOS 的研究提供宝贵的信息。现在我们已经非常幸运地迎来引力波多信使天文学时代，像 GW170817 这种双星并合事件会越来越多地被观测到，在中子星 EOS 的研究中发挥越来越重要的角色<sup>[343-346]</sup>。

双星系统的演化分为旋进 (inspiral)、并合 (merger) 和铃宕 (ringdown) 三个阶段。双星绕转会因引力波辐射逐渐靠近，在旋进的后期，星体不能当作质点处理，它们因伴星的引力场发生潮汐形变。形变能力可由这一

阶段的引力波波形与点质量结果的偏离给出，从而与中子星 EOS 直接相关。并合后铃宕阶段的千赫兹高频引力波信号可以提供 EOS 更直接的限制，且有望在升级后的 LIGO 等设备上实现。

在 LIGO 探测器被 GW170817 引力波信号触发 1.74 s 后，Feimi 卫星的 GBM 探测器探测到了一个持续约 2 s 的短伽玛暴。双星并合是短暴最可能的中心引擎模型，EOS 会影响黑洞形成时间及其伴随的 X 射线余辉等。此外，双星并合还可能产生光学和近红外波段的千新星 (kilonova)<sup>[335]</sup>，或叫巨新星 (mergernovae)<sup>[336-337]</sup>。在旋进后期和并合时抛出大量的富中子物质。重元素在这些喷射物 (ejecta) 中通过快中子俘获反应被合成，然后又因为不稳定发生放射性衰变加热喷射物产生辐射。抛射物质量依赖抛出物的热力学状态和成分，从而也依赖 EOS。

如图 21 所示，目前有 ~22% 的短暴有观测到在即时爆发后有一个持续约 300 s 的 X 射线平台相<sup>[284]</sup>。在平台相后，辐射光度快速下降。在第 3.2 节中提到，自转减慢引起的塌缩可以解释具有这种具有 X 射线平台的短伽玛暴，被用来基于短暴观测研究中子星 EOS。

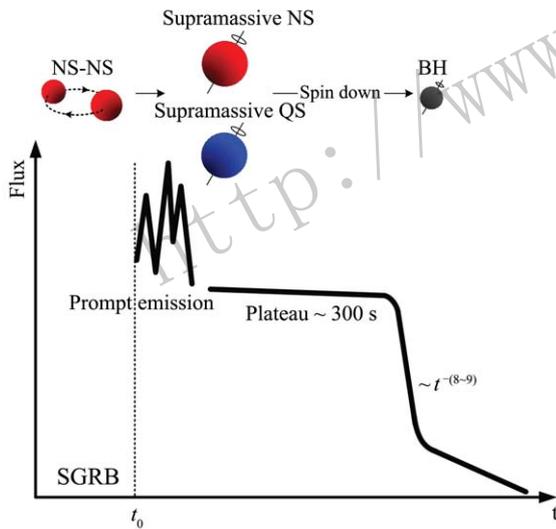


图 21 (在线彩图) 短伽玛暴的特征 X 余辉观测支持双星并合为一个超大中子星/奇异星，特别是奇异星取自文献<sup>[286]</sup>。

伽玛射线暴 (gamma-ray burst, GRB) 是人们观测到的最为极端相对论性的天体源之一，是来自宇宙空间的伽玛射线波段的瞬时增亮现象。按持续时间可分为长、短两类。一般认为短伽玛暴是起源于双中子星或者中子星黑洞的并合，而中子星和黑洞会在并合后很快形成黑洞，因而不可能有平台特征的 X 波段余辉。这种高能 X 波段辐射也不应起源于星体磁层活动，更可能是中心引擎的某种活动。所以最可能的是一个图像是：两

个较轻的双中子星并合后形成一个超重的中子星或夸克星<sup>[338-340]</sup>。并合后星体接近 Kepler 极限频率快速旋转，可支撑比静态时多至少 ~20% 的物质和引力质量。但是随着电磁波和引力波的辐射损耗，星体自转减慢，只能支撑较少的物质。如果并合后星体的初始重子质量大于  $M_{\text{TOV}}$  对应的重子质量，这个超重的中子星或夸克星会在演化到某个频率时塌缩为黑洞。如图 16 所示，塌缩时间即对应辐射光度的快下降，之前自转的减慢过程对应 X 波段的平台。

为基于这些具有平台的短暴观测做 EOS 研究，文献中基于 SWIFT 卫星 2005/01 至 2015/10 期间的 21 个源，计入引力波辐射的能耗，通过模拟全部三个观测量 (爆发时标、光度、电磁辐射能)，得到了对星体椭率、初始自转、表面磁场的自洽描述<sup>[284]</sup>。一些研究小组把多个现代中子星和奇异星的 EOS 模型放在一起进行分析<sup>[285]</sup>，发现短暴平台相的三个观测量可能只与 EOS 模型所预测的  $M_{\text{TOV}}$  相关，而且奇异星 EOS 比中子星 EOS 模型与观测符合得更好。因此可以基于现有双中子星系统的质量观测来重新定义并后超重奇异星的 EOS。如图 22 所示，文献<sup>[306]</sup>提出了 3 个新的 EOS 模型：PMQS1-3，并根据 RNS 程序计算出这些超重奇异星的快速转动构型，还进一步拟合得到了便于应用的解析公式。以后结合千新星的观测也可以研究超重中子星所占的比例等，对  $M_{\text{TOV}}$  和星体初始频率做出限制。

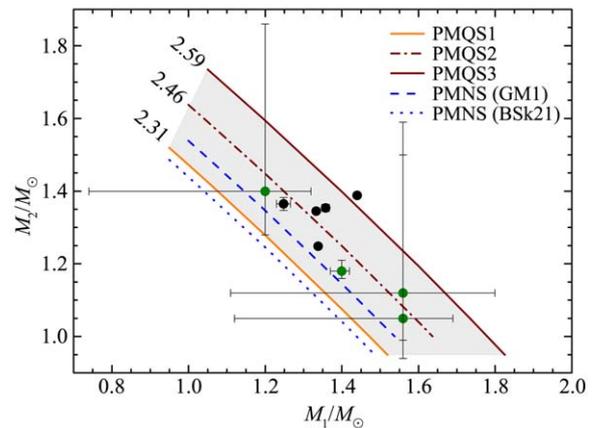


图 22 (在线彩图) 并合后超重奇异星的适用 EOS——PMQS1-3 PMNS 为中子星模型。带误差的数据点是银河系中双星系统两个中子星的质量观测 ( $M_1, M_2$ )，取自文献<sup>[306]</sup>。

除双中子星并合，双奇异星并合也是可能的引力波源<sup>[307, 347]</sup>。在文献<sup>[9]</sup>中，作者基于 GW170817 起源于双奇异星并合的新图像，指出奇异星最大质量可能不超过  $2.18 M_{\odot}$ ，并基于 GW170817 的潮汐观测，结合  $2 M_{\odot}$  脉冲星的限制和三味 (及两味) 夸克物质的稳

定性条件, 给出夸克间强作用参数的新范围。夸克配对 (pairing) 在 QCD 物质趋于低温高密时也不应忽略。计算发现目前色超导的能隙参数取值 ( $\Delta \leq 100$  MeV) 可与引力波观测一致, 而超流奇异星的最大质量可能不超过  $2.32 M_{\odot}$ <sup>[9]</sup>。特别地, 如图 23 所示, 非超流奇异星  $M_{\text{TOV}}$  和潮汐形变参数  $\Lambda(1.4)$  之间存在着很好的幂指数相关性, 为将来通过脉冲星和引力波观测进一步限制夸克物质模型提供便利。图中的  $a_4$  是一个有效的微扰 QCD 修正参数。

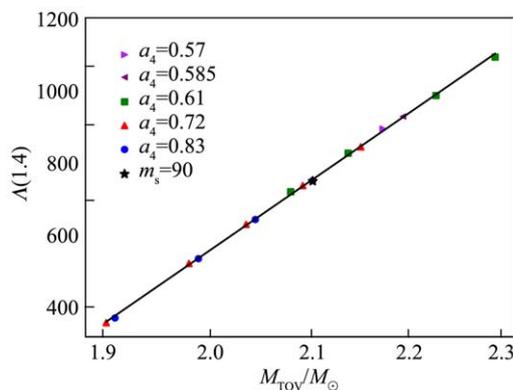


图 23 (在线彩图) 通过并合系统潮汐形变的引力波信号观测可以直接转化为对奇异星  $M_{\text{TOV}}$  的限制  
取自文献<sup>[9]</sup>。

结合第 3.3 节对混杂星的讨论, 中子星核心及中子星并合系统是否有夸克物质出现是人们很关注的问题。它与未知的低温高密 QCD 相图直接相关<sup>[348]</sup>, 可用来了解可能的退禁闭一阶相变的位置以及 QCD 临界点是否存在。这也是高能重离子碰撞实验研究的主要科学目标。

## 5 结论和展望

中子星是集四种基本相互作用于一身的的神秘天体, 是低能和高能核实验多能标地面装置的科学目标, 也具有电磁波、引力波、中微子及高能宇宙线的多信使天文学意义。揭开中子星结构之谜需要大量核物理、粒子物理、天体物理等多个学科的研究人才。如文中所述, 这个领域的研究目前还存在许多挑战性的科学问题。随着 LIGO 即将再运行而发现更多双中子星甚至中子星-黑洞等并合事件, 多信使天文观测可望最终揭开中子星结构之谜。国内正在运行或兴建的多个大科学装置, 如 HIAF, FAST, HXMT, eXTP, SKA, 有望为我们提供高质量的实验和观测数据, 帮助我国脉冲星类致密天体研究取得具有重要科学意义、国际一流的创新性研究成果。

**致谢** 非常感谢厦门大学朱镇宇博士(目前地址: 德国歌德大学理论物理研究所)、美国内华达大学拉斯维加斯分校张冰教授、厦门大学刘彤教授在本文书写过程中给予的帮助和建议。

## A 附录

### A.1 常数表

1 fm =  $10^{-15}$  m  
 1 G =  $10^{-4}$  T  
 1 K =  $8.621\ 738 \times 10^{-5}$  eV  
 1 eV = 116 00 K  
 1 eV =  $1.602\ 18 \times 10^{-16}$  J  
 1 erg =  $10^{-7}$  J =  $6.241\ 5 \times 10^{11}$  eV  
 1 MeV/c<sup>2</sup> =  $1.78266 \times 10^{-30}$  kg  
 普朗克常数:  $h = 6.626\ 6 \times 10^{-34}$  Js =  $4.135\ 7 \times 10^{-15}$  eVs  
 约化普朗克常数:  $\hbar = 1.054\ 57 \times 10^{-34}$  Js =  $6.582\ 12 \times 10^{-16}$  eVs  
 光速:  $c = 2.99792 \times 10^8$  m/s  
 转换常量:  $hc = 197.3269$  MeVfm  
 万有引力常数:  $G = 6.67 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup>/(kgs<sup>2</sup>)  
 电子质量:  $m_e = 9.109\ 38 \times 10^{-31}$  kg =  $0.510\ 999$  MeV/c<sup>2</sup>  
 质子质量:  $m_p = 1.672\ 62 \times 10^{-27}$  kg =  $938.272$  MeV/c<sup>2</sup>  
 电子电荷:  $e = 1.602\ 18 \times 10^{-19}$  C  
 维恩常量:  $b = \lambda_{\text{max}} T = 2.897\ 76 \times 10^{-3}$  mK  
 太阳质量:  $M_{\odot} = 1.989\ 1 \times 10^{30}$  kg

### A.2 常用EOS及计算和模拟程序

BSk  
<http://www.ioffe.ru/astro/NSG/BSk/>  
 Lattimer-Swesty  
<http://www.astro.sunysb.edu/lattimer/EOS/main.html>  
 Shen  
<http://user.numazu-ct.ac.jp/sumi/eos/>  
 Özel & Freire 2016  
<http://xtreme.as.arizona.edu/NeutronStars/>  
 CompOSE  
<https://compose.obspm.fr/home/>  
 LORENE  
<https://lorene.obspm.fr/>  
 RNS  
<http://www.gravity.phys.uwm.edu/rns/>

### A.3 脉冲星数据

Observed Neutron Star Masses  
<https://www.stellarcollapse.org/nsmasses>  
 Observed Black Hole Masses  
<https://stellarcollapse.org/bhmasses>  
 The ATNF Pulsar Database  
<http://www.atnf.csiro.au/research/pulsar/psrcat/>  
 Glitch Table  
<http://www.jb.man.ac.uk/pulsar/glitches/gTable.html>  
<http://www.atnf.csiro.au/people/pulsar/psrcat/glitchTbl.html>

## 参考文献:

- [1] LATTIMER J M, PRAKASH M. *Science*, 2004, **304**: 536. arXiv:astro-ph/0405262.
- [2] <http://discovermagazine.com/2002/feb/cover/>.
- [3] WATTS A L, YU W F, POUTANEN J, *et al.* *Science China Physics, Mechanics, and Astronomy*, 2019, **62**: 29503. arXiv:1812.04021.
- [4] ABBOTT B P, ABBOTT R, ABBOTT T D, *et al.* *Physical Review Letters*, 2017, **119**: 161101. arXiv:1710.05832.
- [5] ABBOTT B P, ABBOTT R, ABBOTT T D, *et al.* *Astrophys J*, 2017, **848**: L12. arXiv:1710.05833.
- [6] LI T, XIONG S L, ZHANG S N, *et al.* *Science China Physics, Mechanics, and Astronomy*, 2018, **61**: 31011. arXiv:1710.06065.
- [7] HU L, WU X F, ANDREONI I, *et al.* *Science Bulletin*, 2017, **62**(21): 1433.
- [8] ZHU Z Y, ZHOU E P, LI. *Astrophys J*, 2018, **862**: 98. arXiv:1802.05510.
- [9] ZHOU E P, ZHOU X, LI A. *Phys Rev D*, 2018, **97**: 083015. arXiv:1711.04312.
- [10] ANNALA E, GORDA T, KURKELA A, *et al.* *Phys Rev Lett*, 2018, **120**: 172703. arXiv:1711.02644.
- [11] FATTOYEV F J, PIEKAREWICZ J, HOROWITZ C J. *Phys Rev Lett*, 2018, **120**: 172702. arXiv:1711.06615.
- [12] ABBOTT B P, ABBOTT R, ABBOTT T D, *et al.* *Phys Rev Lett*, 2018, **121**: 161101. arXiv:1805.11581.
- [13] DE S, FINSTAD D, LATTIMER J M, *et al.* *Phys Rev Lett*, 2018, **121**: 091102. arXiv:1804.08583.
- [14] BAUSWEIN A, JUST O, JANKA H T, *et al.* *Astrophys J*, 2017, **850**: L34. arXiv:1710.06843.
- [15] GOMES R O, CHAR P, SCHRAMM S. 2018, arXiv:1806.04763
- [16] MARGALIT B, METZGER B D. *Astrophys J*, 2017, **850**: L19. arXiv:1710.05938.
- [17] RADICE D, PEREGO A, ZAPPA F, *et al.* *Astrophys J*, 2018, **852**: L29. arXiv:1711.03647.
- [18] RUIZ M, SHAPIRO S L, TSOKAROS A. *Phys Rev D*, 2018, **97**: 021501. arXiv:1711.00473.
- [19] SHIBATA M, FUJIBAYASHI S, HOTOKEZAKA K, *et al.* *Phys Rev D*, 2017, **96**: 123012. arXiv:1710.07579.
- [20] NANDI R, CHAR P. *Astrophys J*, 2018, **857**: 12. arXiv:1712.08094.
- [21] PASCHALIDIS V, YAGI K, ALVAREZ-CASTILLO D, *et al.* *Phys Rev D*, 2018, **97**: 084038. arXiv:1712.00451.
- [22] FABER J A, RASIO F A. *Living Reviews in Relativity*, 2012, **15**: 8. arXiv:1204.3858.
- [23] JANKA H T, LANGANKE K, MAREK A, *et al.* *Physics Reports*, 2007, **442**: 38. arXiv:astro-ph/0612072.
- [24] KUMAR P, ZHANG B. *Physics Reports*, 2015, **561**: 1. arXiv:1410.0679.
- [25] NAKAR E. *Physics Reports*, 2007, **442**: 166. arXiv:astro-ph/0701748.
- [26] ROSSWOG S. *International Journal of Modern Physics D*, 2015, **24**: 1530012-52. arXiv:1501.02081.
- [27] SHIBATA M, TANIGUCHI K. *Living Reviews in Relativity*, 2011, **14**: 6.
- [28] APRAHAMIAN A, Surman R, Frebel A, *et al.* FRIB and the GW170817 Kilonova, 2018. arXiv:1809.00703.
- [29] BAUSWEIN A, JANKA H T, HEBELER, K, *et al.* *Phys Rev D*, 2012, **86**: 063001. arXiv:1204.1888.
- [30] HOTOKEZAKA K, KYUTOKU K, OKAWA H, *et al.* *Phys Rev D*, 2011, **83**: 124008. arXiv:1105.4370.
- [31] LACKEY B D, KYUTOKU K, SHIBATA M, *et al.* *Phys Rev D*, 2012, **85**: 044061. arXiv:1109.3402.
- [32] METZGER B D, MARTÍNEZ-PINEDO G, DARBHA S, *et al.* *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2010, **406**: 2650. arXiv:1001.5029.
- [33] TAKAMI K, REZZOLLA L, BAIOTTI L, *et al.* *Phys Rev Lett*, 2014, **113**: 091104. arXiv:1403.5672.
- [34] ILIADIS C I. *Nuclear Physics of Stars*[M]. Weinheim: Wiley-VCH, 2007.
- [35] LI A, LIU T. *Astronomy and Astrophysics*, 2013, **555**: A129. arXiv:1305.2530.
- [36] YUKAWA H. *Proceedings of the Physico-mathematical Society of Japan*, 1935, **17**: 48.
- [37] TAKETANI M, NAKAMURA S, SASAKI M. *Progress of Theoretical Physics*, 1951, **6**: 581.
- [38] MACHLEIDT R. *Advances in Nuclear Physics*, 1989, **19**: 189.
- [39] STOKS V G J, KLOMP R A M, TERHEGGEN C P F, *et al.* *Phys Rev C*, 1994, **49**: 2950. arXiv:nucl-th/9406039.
- [40] WIRINGA R B, STOKS V G J, SCHIAVILLA R. *Phys Rev C*, 1995, **51**: 38. arXiv:nucl-th/9408016.
- [41] MACHLEIDT R. *Physical Review C*, 2001, **63**: 024001. arXiv:nucl-th/0006014.
- [42] MAESSEN P M M, RIJKEN T A, DE SWART J J. *Phys Rev C*, 1989, **40**: 2226.
- [43] RIJKEN T A, STOKS V G J, YAMAMOTO Y. *Phys Rev C*, 1999, **59**: 21. arXiv:nucl-th/9807082.
- [44] ENTEM D R, MACHLEIDT. *Phys Rev C*, 2003, **68**: 041001. arXiv:nucl-th/0304018.
- [45] MACHLEIDT R, ENTEM D R. *Physics Reports*, 2011, **503**: 1. arXiv:1105.2919.
- [46] EPELBAUM E, HAMMER H W, MEISSNER U G. *Reviews of Modern Physics*, 2009, **81**: 1773. arXiv:0811.1338.
- [47] MEISSNER U G. *Nuclear Physics A*, 2005, **751**: 149. arXiv:nucl-th/0409028.
- [48] EPELBAUM E, GLÖCKLE W, MEISSNER U G. *Nuclear Physics A*, 2005, **747**: 362. arXiv:nucl-th/0405048.
- [49] EPELBAUM E, KREBS H, MEISSNER U G. *European Physical Journal A*, 2015, **51**: 53. arXiv:1412.0142.
- [50] ENTEM D R, KAISER N, MACHLEIDT R, *et al.* *Phys Rev C*, 2015, **91**: 014002. arXiv:1411.5335.
- [51] EPELBAUM E, KREBS H, MEISSNER U G. *Phys Rev Lett*, 2015, **115**: 122301. arXiv:1412.4623.
- [52] AOKI S, DOI T, HATSUDA T, *et al.* *Progress of Theoretical and Experimental Physics*, 2012, **2012**: 01A105.

- arXiv:1206.5088.
- [53] BEANE S R, DETMOLD W, ORGINOS K, *et al.* *Progress in Particle and Nuclear Physics*, 2011, **66**: 1. arXiv:1004.2935.
- [54] FUKUKAWA K, BALDO M, BURGIO G F, *et al.* *Physical Review C*, 2015, **92**: 065802. arXiv:1507.07288.
- [55] KOHNO M. *Phys Rev C*, 2013, **88**: 064005. arXiv:1309.4556.
- [56] LI Z H, SCHULZE H J. *Physical Review C*, 2012, **85**: 064002.
- [57] CARBONE A, POLLS A, RIOS. *Phys Rev C*, 2013, **88**: 044302. arXiv:1307.1889.
- [58] HEBELER K, BOGNER S K, FURNSTAHL R J, *et al.* *Phys Rev C*, 2011, **83**: 031301. arXiv:1012.3381.
- [59] CORAGGIO L, HOLT J W, ITACO N, *et al.* *Phys Rev C*, 2014, **89**: 044321. arXiv:1402.0965.
- [60] WELLENHOFER C, HOLT J W, KAISER N, *et al.* *Phys Rev C*, 2014, **89**: 064009. arXiv:1404.2136.
- [61] DRISCHLER C, HEBELER K, SCHWENK A, *et al.* *Phys Rev C*, 2016, **93**: 054314. arXiv:1510.06728.
- [62] HOLT J W, KAISER N, WEISE W. *Progress in Particle and Nuclear Physics*, 2013, **73**: 35. arXiv:1304.6350.
- [63] RING P, SCHUCK P. *The Nuclear Many-Body Problem*[M]. New York: Springer-Verlag, 1980.
- [64] VAUTHERIN D, BRINK D M. *Phys Rev C*, 1972, **5**: 626.
- [65] DECHARGÉ J, GOGNY D. *Phys Rev C*, 1980, **21**: 1568.
- [66] SEROT B D, WALECKA J D. *Advances in Nuclear Physics*, 1986, **16**: 1.
- [67] BROCKMANN R. *Phys Rev C*, 1978, **18**: 1510.
- [68] BORDERIE B, RIVET M F. *Progress in Particle and Nuclear Physics*, 2008, **61**: 551. arXiv:0812.3524.
- [69] SIL T, AGRAWAL B K, DE J N, *et al.* *Phys Rev C*, 2001, **63**: 054604. arXiv:nucl-th/0012061.
- [70] PAWŁOWSKI P. *Phys Rev C*, 2002, **65**: 044615.
- [71] PANAGIOTOU A D, CURTIN M W, TOKI H, *et al.* *Phys Rev Lett*, 1984, **52**: 496.
- [72] DAS C B, DAS GUPTA S, LYNCH W G, *et al.* *Physics Reports*, 2005, **406**: 1. arXiv:nucl-th/0410108.
- [73] LI B A, CHEN L W, KO C M. *Physics Reports*, 2008, **464**: 113. arXiv:0804.3580.
- [74] HEMPEL M, SCHAFFNER-BIELICH J. *Nuclear Physics A*, 2010, **837**: 210. arXiv:0911.4073.
- [75] CHAMEL N, HAENSEL P. *Living Reviews in Relativity*, 2008, **11**: 10. arXiv:0812.3955.
- [76] LATTIMER J M, PETHICK C J, RAVENHALL D G. *Nuclear Physics A*, 1985, **432**: 646.
- [77] JAQAMAN H R, MEKJIAN A Z, ZAMICK L, *et al.* *Phys Rev C*, 1984, **29**: 2067.
- [78] SHARMA B K, PAL S. *Phys Rev C*, 2010, **82**: 055802. arXiv:1010.5856.
- [79] MÜLLER H, SEROT B D. *Phys Rev C*, 1995, **52**: 2072. arXiv:nucl-th/9505013.
- [80] MARGUERON J, CHOMAZ P. *Phys Rev C*, 2003, **67**: 041602. arXiv:nucl-th/0212082.
- [81] AVANCINI S S, BRITO L, CHOMAZ P, *et al.* *Phys Rev C*, 2006, **74**: 024317.
- [82] WELLENHOFER C, HOLT J W, KAISER N. *Phys Rev C*, 2015, **92**: 015801. arXiv:1504.00177.
- [83] MARUYAMA T, TATSUMI T, VOSKRESENSKY D N, *et al.* *Phys Rev C*, 2005, **72**: 015802. arXiv:nucl-th/0503027.
- [84] FATTOYEV F J, HOROWITZ C J, SCHUETRUMPF B. *Phys Rev C*, 2017, **95**: 055804. arXiv:1703.01433.
- [85] SCHNEIDER A S, BERRY D K, CAPLAN M E, *et al.* *Phys Rev C*, 2016, **93**: 065806. arXiv:1602.03215.
- [86] SHEN H, TOKI H, OYAMATSU K, *et al.* *Astrophys J(Supplement Series)*, 2011, **197**: 20, arXiv:1105.1666.
- [87] AVANCINI S S, CHIACCHIERA S, MENEZES D P, *et al.* *Phys Rev C*, 2010, **82**: 055807. arXiv:1010.3644; Erratum: *ibid.* 2012, **85**: 059904.
- [88] DOUCHIN F, HAENSEL P, MEYER J, *et al.* *Nuclear Physics A*, 2000, **665**: 419.
- [89] IIDA K, OYAMATSU K. *Phys Rev C*, 2004, **69**: 037301, arXiv:nucl-th/0401057.
- [90] SHEN H, TOKI H, OYAMATSU K, *et al.* *Nuclear Physics A*, 1998, **637**: 435. arXiv:nucl-th/9805035.
- [91] BAO Shishao. *Neutron Star Crusts and Phase Transition of Stellar Matter*[D]. Tianjin: Nankai University, 2017. (in Chinese)  
(鲍世绍. 中子星壳层结构和超新星物质液气相变的研究[D]. 天津: 南开大学, 2017.)
- [92] ANGELI I, MARINOVA K P. *Atomic Data and Nuclear Data Tables*, 2013, **99**: 69.
- [93] WANG M, AUDI G, WAPSTRA A H, *et al.* *Chinese Physics C*, 2012, **36**: 003.
- [94] MÖLLER P, SIERK A J, ICHIKAWA T, *et al.* *Atomic Data and Nuclear Data Tables*, 2016, **109**: 1. arXiv:1508.06294.
- [95] BLAIZOT J P. *Physics Reports*, 1980, **64**: 171.
- [96] COLÒ G, GARG U, SAGAWA H. *European Physical Journal A*, 2014, **50**: 26. arXiv:1309.1572.
- [97] AKMAL A, PANDHARIPANDE V R, RAVENHALL D G. *Phys Rev C*, 1998, **58**: 1804. arXiv:nucl-th/9804027.
- [98] BALDO M, BOMBACI I, BURGIO G F. *Astronomy and Astrophysics*, 1997, **328**: 274. arXiv:astro-ph/9707277.
- [99] FUCHS C. *Progress in Particle and Nuclear Physics*, 2006, **56**: 1. arXiv:nucl-th/0507017.
- [100] GRANGÉ P, LEJEUNE A, MARTZOLFF M. *Phys Rev C*, 1989, **40**: 1040.
- [101] ZHOU X R, BURGIO G F, LOMBARDO U, *et al.* *Phys Rev C*, 2004, **69**: 018801.
- [102] TARANTO G, BALDO M, BURGIO G F. *Phys Rev C*, 2013, **87**: 045803. arXiv:1302.6882.
- [103] DANIELEWICZ P, LACEY R, LYNCH W G. *Science*, 2002, **298**: 1592. arXiv:nucl-th/0208016.
- [104] CHEN L W, CAI B J, KO C M, *et al.* *Phys Rev C*, 2009, **80**: 014322. arXiv:0905.4323.
- [105] LIU Z W, QIAN Z, XING R Y, *et al.* *Phys Rev C*, 2018, **97**: 025801. arXiv:1801.08672.
- [106] LI B A, HAN X. *Physics Letters B*, 2013, **727**: 276. arXiv:1304.3368.
- [107] DALEN E N, FUCHS C, FAESSLER A. *Phys Rev C*, 2005,

- 72: 065803. arXiv:nucl-th/0511040.
- [108] LI Z H, SCHULZE H J. *Phys Rev C*, 2008, **78**: 028801.
- [109] TSANG M B, ZHANG Y, DANIELEWICZ P, *et al.* *Phys Rev Lett*, 2009, **102**: 122701. arXiv:0811.3107.
- [110] ZHANG Z, CHEN L W. *Phys Rev C*, 2015, **92**: 031301. arXiv:1504.01077.
- [111] DANIELEWICZ P, LEE J. *Nuclear Physics A*, 2014, **922**: 1. arXiv:1307.4130.
- [112] CENTELLES M, ROCA-MAZA X, VIÑAS X, *et al.* *Phys Rev Lett*, 2009, **102**: 122502. arXiv:0806.2886.
- [113] COZMA M D, LEIFELS Y, TRAUTMANN W, *et al.* *Phys Rev C*, 2013, **88**: 044912. arXiv:1305.5417.
- [114] OERTEL M, HEMPEL M, KLÄHN T, *et al.* *Reviews of Modern Physics*, 2017, **89**: 015007. arXiv:1610.03361.
- [115] LI A, ZHANG N B, QI B, *et al.* 2016. arXiv:1610.08770.
- [116] LI A, LI B A. 2011. arXiv:1107.0496.
- [117] CAI B J, LI B A. *Phys Rev C*, 2016, **93**: 014619. arXiv:1509.09290.
- [118] FATTOYEV F J, CARVAJAL J, NEWTON W G, *et al.* *Phys Rev C*, 2013, **87**: 015806. arXiv:1210.3402.
- [119] FATTOYEV F J, NEWTON W G, LI B A. *European Physical Journal A*, 2014, **50**: 45. arXiv:1309.5153.
- [120] KRASDEV P G, LI B-A. 2018. arXiv:1801.04620.
- [121] LI B A, GUO W J, SHI Z. *Phys Rev C*, 2015, **91**: 044601.
- [122] SAMMARRUC F. *Phys Rev C*, 2011, **84**: 044307. arXiv:1107.3339.
- [123] XU C, LI A, LI B A. *Journal of Physics Conference Series*, 2013, **420**: 012090. arXiv:1207.1639.
- [124] ZHANG N B, LI B A, XU J. *Astrophys J*, 2018, **859**: 90. arXiv:1801.06855.
- [125] ZHAO Q, SUN B Y, LONG W H. *Journal of Physics G Nuclear Physics*, 2015, **42**: 095101. arXiv:1411.6274.
- [126] DONG Jianmin, ZUO Wei, GU Jianzhong, *et al.* *Nucl Phys Rev*, 2014, **31** (4): 429. (in Chinese)  
(董建敏, 左维, 顾建中, 等. *原子核物理评论*, 2014, **31** (4): 429.)
- [127] CHEN Liewen. *Nucl Phys Rev*, 2017, **34** (1): 20.
- [128] WEN Dehua, JING Zhenzhen. *Nucl Phys Rev*, 2015, **32** (2): 161. (in Chinese)  
(文德华, 荆珍珍. *原子核物理评论*, 2015, **32** (2): 161.)
- [129] HEN O, SARGSIAN M, WEINSTEIN L B, *et al.* *Science*, 2014, **346**: 614. arXiv:1412.0138.
- [130] WANG Z, XU C, REN Z, *et al.* *Phys Rev C*, 2017, **96**: 054603.
- [131] BALDO M. The Many-Body Theory of the Nuclear Equation of State, Nuclear Methods And The Nuclear Equation Of State. Series: International Review of Nuclear Physics[M]. Singapore: World Scientific, 1999: 120.
- [132] FUJITA J, MIYAZAWA H. *Progress of Theoretical Physics*, 1957, **17**: 360.
- [133] PIEPER S C, PANDHARIPANDE V R, WIRINGA R B, *et al.* *Phys Rev C*, 2001, **64**: 014001. arXiv:nucl-th/0102004.
- [134] PUDLINER B S, PANDHARIPANDE V R, CARLSON J, *et al.* *Phys Rev Lett*, 1995, **74**: 4396. arXiv:nucl-th/9502031.
- [135] CARLSON J, PANDHARIPANDE V R, WIRINGA R B. *Nuclear Physics A*, 1983, **401**: 59.
- [136] ZUO W, LEJEUNE A, LOMBARDO U, *et al.* *Nuclear Physics A*, 2002, **706**: 418. arXiv:nucl-th/0202076.
- [137] ZUO W, LEJEUNE A, LOMBARDO U, *et al.* *European Physical Journal A*, 2002, **14**: 469. arXiv:nucl-th/0202077.
- [138] LI Z H, LOMBARDO U, SCHULZE H J, *et al.* *Phys Rev C*, 2008, **77**: 034316.
- [139] LI Z H, LOMBARDO U, SCHULZE H J, *et al.* *Phys Rev C*, 2006, **74**: 047304.
- [140] LOGOTETA D, VIDANA I, BOMBACI I, *et al.* *Phys Rev C*, 2015, **91**: 064001. arXiv:1502.01248.
- [141] BOMBACI I, LOGOTETA D. *Astronomy and Astrophysics*, 2018, **609**: A128. arXiv:1805.11846.
- [142] BALDO M, FUKUKAWA K. *Phys Rev Lett*, 2014, **113**: 242501. arXiv:1409.7206.
- [143] BROCKMANN R, MACHLEIDT R. *Phys Rev C*, 1990 **42**: 1965.
- [144] CARLSON J, GANDOLFI S, PEDERIVA F, *et al.* *Reviews of Modern Physics*, 2015, **87**: 1067. arXiv:1412.3081.
- [145] PANDHARIPANDE V R, WIRINGA R B. *Reviews of Modern Physics*, 1979, **51**: 821.
- [146] NAVARRO J, GUARDIOLA R, MOLINER I. The Coupled Cluster Method and its Applications[M]. Singapore: World Scientific Publishing, 2002: 121.
- [147] BALDO M, MAIERON C. *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, 2017, **34** R243. arXiv:nucl-th/0703004.
- [148] SKYRME T H R. *Nuclear Physics*, 1958, **9**: 615.
- [149] SKYRME T H R. *Philosophical Magazine*, 1956, **1**: 1043.
- [150] DUTRA M, LOURENÇO O, SÁMARTINS J S, *et al.* *Phys Rev C*, 2012, **85**: 035201. arXiv:1202.3902.
- [151] CHABANAT E, BONCHE P, HAENSEL P, *et al.* *Nuclear Physics A*, 1997, **627**: 710.
- [152] GORIELY S, CHAMEL N, PEARSON J M. *Phys Rev C*, 2010, **82**: 035804. arXiv:1009.3840.
- [153] GORIELY S, CHAMEL N, PEARSON J M. *Phys Rev C*, 2013, **88**: 024308.
- [154] GORIELY S, CHAMEL N, PEARSON J M. *Phys Rev C*, 2013, **88**: 061302.
- [155] CHAMEL N, PEARSON J M, FANTINA A F, *et al.* *Acta Physica Polonica B*, 2015, **46**: 349.
- [156] GORIELY S, CHAMEL N, PEARSON J M. *Phys Rev C*, 2016, **93**: 034337.
- [157] WASHIYAMA K, BENNACEUR K, AVEZ B, *et al.* *Phys Rev C*, 2012, **86**: 054309. arXiv:1209.5258.
- [158] KORTEAINEN M, MCDONNELL J, NAZAREWICZ W, *et al.* *Phys Rev C*, 2014, **89**: 054314. arXiv:1312.1746.
- [159] STEVENSON P D, GODDARD P M, STONE J R, *et al.* *American Institute of Physics Conference Series*, 2013, **1529**: 262. arXiv:1210.1592.
- [160] LI B A, RAMOS À, VERDE G, *et al.* *European Physical Journal A*, 2014, **50**: 9.
- [161] GORIELY S, HILAIRE S, GIROD M, *et al.* *Phys Rev Lett*, 2009, **102**: 242501.

- [162] GORIELY S, HILAIRE S, GIROD M, *et al.* *European Physical Journal A*, 2016, **52**: 202.
- [163] HILAIRE S, GORIELY S, PÉRU S, *et al.* *European Physical Journal A*, 2016, **52**: 336.
- [164] GONZALEZ-BOQUERA C, CENTELLES M, VIÑAS X, *et al.* *Phys Rev C*, 2017, **96**: 065806. arXiv:1706.02736.
- [165] GONZALEZ-BOQUERA C, CENTELLES M, VIÑAS X, *et al.* *Physics Letters B*, 2018, **779**: 195. arXiv:1712.06735.
- [166] SELLAHEWA R, RIOS A. *Phys Rev C*, 2014, **90**: 054327. arXiv:1407.8138.
- [167] DUERR H P. *Physical Review*, 1956, **103**: 469.
- [168] WALECKA J D. *Annals of Physics*, 1974, **83**: 491.
- [169] BOGUTA J, BODMER A R. *Nuclear Physics A*, 1977, **292**: 413.
- [170] SUGAHARA Y, TOKI H. *Nuclear Physics A*, 1994, **579**: 557.
- [171] LALAZISSIS G A, KÖNIG J, RING P. *Phys Rev C*, 1997, **55**: 540. arXiv:nucl-th/9607039.
- [172] LONG W, MENG J, GIAI N V. *Phys Rev C*, 2004, **69**: 034319. arXiv:nucl-th/0311031.
- [173] TODD-RUTEL B G, PIEKAREWICZ J. *Phys Rev Lett*, 2005, **95**: 122501. arXiv:nucl-th/0504034.
- [174] PIEKAREWICZ J, WEPPNER S P. *Nuclear Physics A*, 2006, **778**: 10. arXiv:nucl-th/0509019.
- [175] DUTRA M, LOURENÇO O, AVANCINI S S, *et al.* *Phys Rev C*, 2014, **90**: 055203. arXiv:1405.3633.
- [176] DUTRA M, LOURENÇO O, MENEZES D P. *Phys Rev C*, 2016, **93**: 025806; Erratum: *ibid.* 2016, **94**: 049901.
- [177] NIKŠIĆ T, VRETENAR D, FINELLI P, *et al.* *Phys Rev C*, 2002, **66**: 024306. arXiv:nucl-th/0205009.
- [178] TYPEL S. *Phys Rev C*, 2005, **71**: 064301. arXiv:nucl-th/0501056.
- [179] GÖGELEIN P, VAN DALEN E N E, FUCHS C, *et al.* *Phys Rev C*, 2008, **77**: 025802. arXiv:0708.2867.
- [180] ROCA-MAZA X, VIÑAS X, CENTELLES M, *et al.* *Phys Rev C*, 2011, **84**: 054309. arXiv:1110.2311.
- [181] ANTIĆ S, TYPEL S. *Nuclear Physics A*, 2015, **938**: 92. arXiv:1501.07393.
- [182] NIKŠIĆ T, VRETENAR D, RING P. *Progress in Particle and Nuclear Physics*, 2011, **66**: 519. arXiv:1102.4193.
- [183] FORTIN M, PROVIDÊNCIA C, RADUTA A R, *et al.* *Phys Rev C*, 2016, **94**: 035804. arXiv:1604.01944.
- [184] BOUYSSY A, MATHIOT J F, VAN GIAI N, *et al.* *Phys Rev C*, 1987, **36**: 380.
- [185] SHI H L, CHEN B Q, MA Z Y, *et al.* *Phys Rev C*, 1995, **52**: 144. arXiv:nucl-th/9412010.
- [186] XU R, MA Z, VAN DALEN E N E, *et al.* *Phys Rev C*, 2012, **85**: 034613. arXiv:1203.3355.
- [187] LONG W, SAGAWA H, GIAI N V, *et al.* *Phys Rev C*, 2007, **76**: 034314. arXiv:0706.3497.
- [188] HU J, TOKI H, WEN W, *et al.* *Phys Lett B*, 2010, **687**: 271.
- [189] ZHU Z Y, LI A, HU J N, *et al.* *Phys Rev C*, 2016, **94**: 045803. arXiv:1607.04007.
- [190] TOKI H, MEYER U, FAESSLER A, *et al.* *Phys Rev C*, 1998, **58**: 3749.
- [191] HU J N, LI A, SHEN H, *et al.* *Progress of Theoretical and Experimental Physics*, 2014, **2014**: 013D02. arXiv:1310.3602.
- [192] HU J N, LI A, TOKI H, *et al.* *Phys Rev C*, 2014, **89**: 025802. arXiv:1307.4154.
- [193] SHEN H, TOKI H. *Nuclear Physics A*, 2002, **707**: 469. arXiv:nucl-th/0104072.
- [194] SHEN H, TOKI H. *Phys Rev C*, 2000, **61**: 045205. arXiv:nucl-th/9911046.
- [195] BARIK N, MISHRA R N, MOHANTY D K, *et al.* *Phys Rev C*, 2013, **88**: 015206.
- [196] XING X, HU J, SHEN H. *Phys Rev C*, 2016, **94**: 044308. arXiv:1609.04911.
- [197] HU J, SHEN H. *Phys Rev C*, 2017, **96**: 054304. arXiv:1710.08613.
- [198] XING X, HU J, SHEN H. *Phys Rev C*, 2017, **95**: 054310. arXiv:1704.08884.
- [199] ZHU Z Y, LI A. *Phys Rev C*, 2018, **97**: 035805. arXiv:1802.07441.
- [200] ZHU Z Y, LI A, HU J N, *et al.* *Phys Rev C*, 2019, **99**: 025804. arXiv:1805.04678.
- [201] HOLT J W, KAISER N. *Phys Rev C*, 2017, **95**: 034326. arXiv:1612.04309.
- [202] <https://heasarc.gsfc.nasa.gov/Images/nicer/>.
- [203] BAYM G, PETHICK C, SUTHERLAND P. *Astrophys J*, 1971, **170**: 299.
- [204] NEGELE J W, VAUTHERIN D. *Nuclear Physics A*, 1973, **207**: 298.
- [205] WATTS A L, ANDERSSON N, CHAKRABARTY D, *et al.* *Reviews of Modern Physics*, 2016, **88**: 021001. arXiv:1602.01081.
- [206] ÖZEL F, FREIRE P. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 2016, **54**: 401. arXiv:1603.02698.
- [207] ÖZEL F, PSALTIS D, ARZOUMANIAN Z, *et al.* *Astrophys J*, 2016, **832**: 92. arXiv:1512.03067.
- [208] LI Z, FALANGA M, CHEN L, *et al.* *Astrophys J*, 2017, **845**: 8. arXiv:1706.09931.
- [209] BURGIO G F, SCHULZE H J, LI A. *Phys Rev C*, 2011, **83**: 025804. arXiv:1101.0726.
- [210] BEDNAREK I, HAENSEL P, ZDUNIK J L. *Astronomy and Astrophysics*, 2012, **543**: A157. arXiv:1111.6942.
- [211] BEJGER M. *Astronomy and Astrophysics*, 2013, **552**: A59. arXiv:1212.2369.
- [212] GOMES R O, DEXHEIMER V, SCHRAMM S, *et al.* *Astrophys J*, 2015, **808**: 8. arXiv:1411.4875.
- [213] LI A, ZUO W, MI A J, *et al.* *Chinese Physics*, 2007, **16**: 1934.
- [214] LI J J, SEDRAKIAN A, WEBER F. *Physics Letters B*, 2018, **783**: 234.
- [215] LONARDONI D, LOVATO A, GANDOLFI S. *Phys Rev Lett*, 2015, **114**: 092301. arXiv:1407.4448.
- [216] SUN B Y, LONG W H, MENG J, *et al.* *Phys Rev C*, 2008,

- 78: 065805. arXiv:0910.4236.
- [217] LONG W H, SUN B Y, HAGINO K, *et al.* *Phys Rev C*, 2012, **85**: 025806. arXiv:1109.5428.
- [218] LOPES L, MENEZES D. *Journal of Cosmology and Astro-Particle Physics*, 2018, **5**: 038. arXiv:1701.03211.
- [219] MARQUES M, OERTEL M, HEMPEL M, *et al.* *Phys Rev C*, 2017, **96**: 045806. arXiv:1706.02913.
- [220] TOGASHI H, HIYAMA E, YAMAMOTO Y, *et al.* *Phys Rev C*, 2016, **93**: 035808. arXiv:1602.08106.
- [221] WEN D H, CHEN W. *Chinese Physics B*, 2011, **20**: 029701.
- [222] WENG M H, GUO X H, LIU B. *Chinese Physics C*, 2013, **37**: 125101.
- [223] YU Z, DING W B, BAO T, *et al.* *Chinese Physics Letters*, 2011, **28**: 089701.
- [224] HONG B, REN Z Z. *Chinese Physics C*, 2018, **42**: 084105. arXiv:1804.03351.
- [225] SUN T T, XIA C J, ZHANG S S, *et al.* *Chinese Physics C*, 2018, **42**: 025101. arXiv:1712.05569.
- [226] LI J J, LONG W H, SEDRAKIAN A. *The European Physical Journal A*, 2018, **54**: 133. arXiv:1801.07084.
- [227] LI A, BURGIO G F, LOMBARDO U, *et al.* *Phys Rev C*, 2006, **74**: 055801. arXiv:nucl-th/0610037.
- [228] LI A, ZHOU X R, BURGIO G F, *et al.* *Phys Rev C*, 2010, **81**: 025806. arXiv:1002.0642.
- [229] WANG G H, FU W J, LIU Y X. *Phys Rev C*, 2007, **76**: 065802.
- [230] ZUO W, LI A, LI Z H, *et al.* *Phys Rev C*, 2004, **70**: 055802. arXiv:nucl-th/0412102.
- [231] LI A, PENG G X, LOMBARDO U. *Chinese Physics C*, 2009, **33**: 61.
- [232] LI A, ZUO W, PENG G X. *Phys Rev C*, 2015, **91**: 035803. arXiv:1503.02739.
- [233] PENG G X, LI A, LOMBARDO U. *Phys Rev C*, 2008, **77**: 065807. arXiv:0807.0200.
- [234] ZDUNIK J L, BEJGER M, HAENSEL P, *et al.* *Astronomy and Astrophysics*, 2008, **479**: 515. arXiv:0707.3691.
- [235] ALFORD M, BRABY M, PARIS M, *et al.* *Astrophys J*, 2005, **629**: 969. arXiv:nucl-th/0411016.
- [236] BAI Z, CHEN H, LIU Y X. *Phys Rev D*, 2018, **97**: 023018. arXiv:1707.09535.
- [237] KALTENBORN M A R, BASTIAN N U F, BLASCHKE D B. *Phys Rev D*, 2017, **96**: 056024. arXiv:1701.04400.
- [238] LI C M, ZHANG J L, YAN Y, *et al.* *Phys Rev D*, 2018, **97**: 103013. arXiv:1804.10785.
- [239] SCHRAMM S, DEXHEIMER V, NEGREIROS R. *European Physical Journal A*, 2016, **52**: 14. arXiv:1508.04699.
- [240] WEI J B, CHEN H, SCHULZE H J. *Chinese Physics C*, 2017, **41**: 115101. arXiv:1708.02433.
- [241] ZHAO T, XU S S, YAN Y, *et al.* *Phys Rev D*, 2015, **92**: 054012. arXiv:1509.03377.
- [242] WEISSENBORN S, SAGERT I, PAGLIARA G, *et al.* *Astrophys J*, 2011, **740**: L14. arXiv:1102.2869.
- [243] CAI B J, FATTOYEV F J, LI B A, *et al.* *Phys Rev C*, 2015, **92**: 015802. arXiv:1501.01680.
- [244] DRAGO A, LAVAGNO A, PAGLIARA G, *et al.* *Phys Rev C*, 2014, **90**: 065809.
- [245] CHEN Y, YUAN Y, LIU Y. *Phys Rev C*, 2009, **79**: 055802.
- [246] CHEN Y J, GUO H. *Communications in Theoretical Physics*, 2008, **49**: 1283.
- [247] CHEN Y, GUO H, LIU Y. *Phys Rev C*, 2007, **75**: 035806.
- [248] XIANG H, HUA G. *Phys Rev C*, 2003, **67**: 038801.
- [249] WIKTOROWICZ G, DRAGO A, PAGLIARA G. *Astrophys J*, 2017, **846**: 163. arXiv:1707.01586.
- [250] BOMBACI I, LOGOTETA D, PROVIDENCIA C, *et al.* *Journal of Physics Conference Series*, 2011, **336**: 012021.
- [251] DAI Z G, LU T. *Phys Rev Lett*, 1998, **81**: 4301. arXiv:astro-ph/9810332.
- [252] CHENG K S, DAI Z G. *Phys Rev Lett*, 1996, **77**: 1210. arXiv:astro-ph/9510073.
- [253] LI, Z, QU, Z, CHEN, L, *et al.* *Astrophys J*, 2015, **798**: 56. arXiv:1405.3438.
- [254] BHATTACHARYYA S, BOMBACI I, LOGOTETA D. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2016, **457**: 3101. arXiv:1601.06120.
- [255] CHEN H, WEI J B, SCHULZE H J. *European Physical Journal A*, 2016, **52**: 291. arXiv:1603.05755.
- [256] CHU P C, CHEN L W. *Phys Rev D*, 2017, **96**: 083019. arXiv:1708.09599.
- [257] CHU P C, LI X H, WANG B, *et al.* *European Physical Journal C*, 2017, **77**: 512.
- [258] LI A, XU R X, LU J F. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2010, **402**: 2715. arXiv:0905.3439.
- [259] LU J, XU R. *Proceedings of the Workshop on Quarks and Compact Stars 2017, (QCS2017)*, id.011026. arXiv:1706.04707.
- [260] XIA C J, PENG G X, ZHAO E G, *et al.* *Phys Rev D*, 2016, **93**: 085025.
- [261] XIA C J, ZHOU S G. *Nuclear Physics B*, 2017, **916**: 669.
- [262] XU R X. *Astrophys J*, 2003, **596**: L59. arXiv:astro-ph/0302165.
- [263] LAI X Y, XU R X. *Journal of Physics Conference Series*, 2017, **861**: 012027. arXiv:1701.08463.
- [264] SCHATZ H, GUPTA S, MÖLLER P, *et al.* *Nature*, 2014, **505**: 62. arXiv:1312.2513.
- [265] PONS J A, VIGANÒ D, REA N. *Nature Physics*, 2013, **9**: 431. arXiv:1304.6546.
- [266] RAVENHALL D G, PETHICK C J, WILSON J R. *Phys Rev Lett*, 1983, **50**: 2066.
- [267] OYAMATSU K. *Nuclear Physics A*, 1993, **561**: 431.
- [268] BAO S S, SHEN H. *Phys Rev C*, 2014, **89**: 045807. arXiv:1405.3837.
- [269] BAO S S, SHEN H. *Phys Rev C*, 2015, **91**: 015807. arXiv:1501.03239.
- [270] BAO Shixiao, HU Jinniu, ZHANG Zhaowen, *et al.* *Nuclear Physics Review*, 2017, **34**(4): 710. (in Chinese)  
(鲍世绍, 胡金牛, 张肇文, 等. *原子核物理评论*, 2017, **34** (3): 387.)
- [271] OKAMOTO M, MARUYAMA T, YABANA K, *et al.* *Phys*

- Rev C, 2013, **88**: 025801. arXiv:1304.4318.
- [272] XU J, CHEN L W, LI B A, *et al.* *Astrophysics J*, 2009, **697**: 1549. arXiv:0901.2309.
- [273] XU J, CHEN L W, LI B A, *et al.* *Phys Rev C*, 2009, **79**: 035802. arXiv:0807.4477.
- [274] ZHANG N B, LI B A. *Journal of Physics G*, 2019, **46**: 014002. arXiv:1808.07955.
- [275] NANDI R, BANDYOPADHYAY D, MISHUSTIN I N, *et al.* *Astrophys J*, 2011, **736**: 156. arXiv:1012.5970.
- [276] FANG J J, PAIS H, PRATAPSI S, *et al.* *Phys Rev C*, 2017, **95**: 045802. arXiv:1704.00375.
- [277] FANG J J, PAIS H, PRATAPSI S, *et al.* *Phys Rev C*, 2017, **95**: 062801. arXiv:1705.08641.
- [278] CHEN Y J. *Phys Rev C*, 2017, **95**: 035807.
- [279] SHARMA B K, CENTELLES M, VIÑAS X, *et al.* *Astronomy and Astrophysics*, 2015, **584**: A103. arXiv:1506.00375.
- [280] QI B, ZHANG N B, SUN B Y, *et al.* *Research in Astronomy & Astrophysics*, 2016, **16**: 60. arXiv:1408.1654.
- [281] QIAN Z, XIN R, SUN B. *Science China Physics, Mechanics, & Astronomy*, 2018, **61**: 82011. arXiv:1802.03368.
- [282] LASKY P D, HASKELL B, RAVI V, *et al.* *Phys Rev D*, 2014, **89**: 047302. arXiv:1311.1352.
- [283] LÜ H-J, ZHANG B, LEI W H, *et al.* *Astrophys J*, 2015, **805**: 89. arXiv:1501.02589.
- [284] GAO H, ZHANG B, LÜ H J. *Phys Rev D*, 2016, **93**: 044065. arXiv:1511.00753.
- [285] LI A, ZHANG B, ZHANG N B, *et al.* *Phys Rev D*, 2016, **94**: 083010. arXiv:1606.02934.
- [286] LI A. *Quarks and Compact Stars 2017 (QCS2017)*, 2018: 011025. arXiv:1801.06626.
- [287] ALFORD M G, SCHMITT A, RAJAGOPAL K, *et al.* *Reviews of Modern Physics*, 2008, **80**: 1455. arXiv:0709.4635.
- [288] BAYM G, HATSUDA T, KOJO T, *et al.* *Reports on Progress in Physics*, 2018, **81**: 056902. arXiv:1707.04966.
- [289] JIANG W Z, LI B A, CHEN L W. *Astrophys J*, 2012, **756**: 56. arXiv:1207.1686.
- [290] DEMOREST P B, PENNUCCI T, RANSOM S M, *et al.* *Nature*, 2010, **467**: 1081. arXiv:1010.5788.
- [291] FONSECA E, PENNUCCI T T, ELLIS J A, *et al.* *Astrophys J*, 2016, **832**: 167. arXiv:1603.00545.
- [292] ANTONIADIS J, FREIRE P C C, WEX N, *et al.* *Science*, 2013, **340**: 448. arXiv:1304.6875.
- [293] IVANENKO D, KURDGELAIDZE D F. *Remarks on Quark Stars*, 1969, **2**: 13.
- [294] ITOH N. *Progress of Theoretical Physics*, 1970, **44**: 291.
- [295] BODMER A R. *Phys Rev D*, 1971, **4**: 1601.
- [296] WITTEN E. *Phys Rev D*, 1984, **30**: 272.
- [297] HAENSEL P, ZDUNIK J L, SCHAEFER R. *Astronomy and Astrophysics*, 1986, **160**: 121.
- [298] ALCOCK C, FARHI E, OLINTO A. *Astrophys J*, 1986, **310**: 261.
- [299] LI X D, BOMBACI I, DEY M, *et al.* *Phys Rev Lett*, 1999, **83**: 3776. arXiv:hep-ph/9905356.
- [300] XU R X, QIAO G J, ZHANG B. *Astrophys J*, 1999, **522**: L109. arXiv:astro-ph/9907132.
- [301] LAI X Y, XU R X. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2009, **398**: L31. arXiv:0905.2839.
- [302] XU R X, QIAO G J. *Chinese Physics Letters*, 1999, **16**: 778. arXiv:astro-ph/9908176.
- [303] ZHOU E P, LU J G, TONG H, *et al.* *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2014, **443**: 2705. arXiv:1404.2793.
- [304] YUN Chaoang, LAI Xiaoyu, WANG Zhaojun, *et al.* *Nucl Phys Rev*, 2017, **34**(4): 710. (in Chinese)  
(云朝昂, 来小禹, 王兆军等. *原子核物理评论*, 2017, **34**(4): 710.)
- [305] Wang W, Lu J, Tong H, *et al.* *Astrophys J*, 2017, 837: 81. arXiv:1603.08288.
- [306] LI A, ZHU Z Y, ZHOU X. *Astrophys J*, 2017, **844**: 41. arXiv:1706.04720.
- [307] LAI X Y, YU Y W, ZHOU E P, *et al.* *Research in Astronomy and Astrophysics*, 2018, **18**: 024. arXiv:1710.04964.
- [308] ABE K, BRONNER C, HAYATO Y, *et al.* *Astrophys J*, 2018, **857**: L4. arXiv:1802.04379.
- [309] KIMURA S S, MURASE K, BARTOS I, *et al.* *Phys Rev D*, 2018, **98**: 043020. arXiv:1805.11613.
- [310] KYUTOKU K, KASHIYAMA K. *Phys Rev D*, 2018, **97**: 103001. arXiv:1710.05922.
- [311] LIU T, GU W M, ZHANG B. *New Astronomy Reviews*, 2017, **79**: 1. arXiv:1705.05516.
- [312] MADSEN J, LARSEN J M. *Phys Rev Lett*, 2003, **90**: 121102. arXiv:astro-ph/0211597.
- [313] WU F, XU R X, MA B Q. *Journal of Physics G*, 2007, **34**: 597. arXiv:nucl-th/0610127.
- [314] ZHANG H, XU R X. *Progress in Astronomy*, 2005, **23**: 144.
- [315] LI A, LIU T, GUBLER P, *et al.* *Astroparticle Physics*, 2015, **62**: 115.
- [316] PODSIADLOWSKI P, DEWI J D M, LESAFFRE P, *et al.* *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2005, **361**: 1243. arXiv:astro-ph/0506566.
- [317] KITAURA F S, JANKA H T, HILLEBRANDT W. *Astronomy and Astrophysics*, 2006, **450**: 345. arXiv:astro-ph/0512065.
- [318] TAURIS T M, LANGER N, MORIYA T J, *et al.* *Astrophys J*, 2013, **778**: L23. arXiv:1310.6356.
- [319] SUWA Y, YOSHIDA T, SHIBATA M, *et al.* *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2018, **481**: 3305.
- [320] BROWN E F, CUMMING A, FATTOYEV F J, *et al.* *Phys Rev Lett*, 2018, **120**: 182701. arXiv:1801.00041.
- [321] FATTOYEV F J, BROWN E F, CUMMING A, *et al.* *Phys Rev C*, 2018, **98**: 025801. arXiv:1710.10367.
- [322] YAKOVLEV D G, KAMINKER A D, GNEDIN O Y, *et al.* *Physics Reports*, 2001, **354**: 1. arXiv:astro-ph/0012122.
- [323] HESSELS J W T, RANSOM S M, STAIRS I H, *et al.* *Science*, 2006, **311**: 1901. arXiv:astro-ph/0601337.
- [324] DELSATE T, CHAMEL N, GÜRLEBECK N, *et al.* *Phys Rev D*, 2016, **94**: 023008. arXiv:1606.00016.
- [325] HO W C G, ESPINOZA C M, ANTONOPOULOU D, *et al.* *14th International Symposium on Nuclei in the Cosmos*

- (NIC2016), 2017, 010805. arXiv:1703.00932.
- [326] LI A. *Chinese Physics Letters*, 2015, **32**: 079701.
- [327] LI A, DONG J M, WANG J B, *et al.* *Astrophys J (Supplement Series)*, 2016, **223**: 16. arXiv:1512.00340.
- [328] LI A, WANG R. *Pulsar Astrophysics the Next Fifty Years*, 2018, **337**: 360. arXiv:1801.07350.
- [329] <https://users.camk.edu.pl/bhaskell/research/>.
- [330] DONATI P, PIZZOCHERO P M. *Nuclear Physics A*, 2004, **742**: 363.
- [331] LINK B, EPSTEIN R I, LATTIMER J M. *Phys Rev Lett*, 1999, **83**: 3362. arXiv:astro-ph/9909146.
- [332] ANDERSSON N, GLAMPEDAKIS K, HO W C G, ESPINOZA C M. *Phys Rev Lett*, 2012, **109**: 241103. arXiv:1207.0633.
- [333] CHAMEL N. *Phys Rev Lett*, 2013, **110**: 011101. arXiv:1210.8177.
- [334] WATANABE G, PETHICK C J. *Phys Rev Lett*, 2017, **119**: 062701. arXiv:1704.08859.
- [335] ABBOTT B P, ABBOTT R, ABBOTT T D, *et al.* *Astrophys J*, 2017, **850**: L39. arXiv:1710.05836.
- [336] YU Y W, ZHANG B, GAO H. *Astrophys J*, 2013, **776**: L40.
- [337] LI S Z, LIU L D, YU Y W, *et al.* *Astrophys J*, 2018, **861**: L12. arXiv:1804.06597.
- [338] DAI Z G, WANG X Y, WU X F. *Science*, 2006, **311**: 1127. arXiv:astro-ph/0602525.
- [339] ZHANG B. *Astrophys J*, 2013, **763**: L22. arXiv:1212.0773.
- [340] GAO H, DING X, WU X F. *Astrophys J*, 2013, **771**: 86. arXiv:1301.0439.
- [341] ANDERSSON N, KOKKOTAS K D. *International Journal of Modern Physics D*, 2001, **10**: 381. arXiv:gr-qc/0010102.
- [342] KOKKOTAS K D, SCHWENZER K. *European Physical Journal A*, 2016, **52**: 38. arXiv:1510.07051.
- [343] AI S, GAO H, DAI Z G, *et al.* *Astrophys J*, 2018, **860**: 57. arXiv:1802.00571.
- [344] DRAGO A, PAGLIARA G. *Astrophys J*, 2018, **852**: L32. arXiv:1710.02003.
- [345] MA P X, JIANG J L, WANG H, *et al.* *Astrophys J*, 2018, **858**: 74. arXiv:1711.05565.
- [346] REZZOLLA L, MOST E R, WEIH L R. *Astrophys J*, 2018, **852**: L25. arXiv:1711.00314.
- [347] BAUSWEIN A, JANKA H T, OECHSLIN R, *et al.* *Phys Rev Lett*, 2009, **103**: 011101. arXiv:0812.4248.
- [348] BRAMBILLA N, EIDELMAN S, FOKA P, *et al.* *European Physical Journal C* 2014, **74**: 2981. arXiv:1404.3723.

## Dense Matter Equation of State: Neutron Star and Strange Star

LI Ang<sup>1,1)</sup>, HU Jinniu<sup>2</sup>, BAO Shishao<sup>2</sup>, SHEN Hong<sup>2</sup>, XU Renxin<sup>3</sup>

(1. College of Physical Science and Technology, Xiamen University, Xiamen 361005, Fujian, China;

2. School of Physics, Nankai University, Tianjin 300071, China;

3. School of Physics, Peking University, Beijing 100871, China)

**Abstract:** The matter state inside neutron stars (NSs) is an exciting problem in nuclear physics, particle physics and astrophysics. The equation of state (EOS) of NSs plays a crucial role in the present multimessenger astronomy, especially after the event of GW170817. Thanks to accruing studies with advanced telescopes and radioactive beam facilities, the unknown EOS of supranuclear matter could soon be understood. We review the current status of the EOS for pulsar-like compact objects, that have been studied with both microscopic many-body approaches and phenomenological models. The appearance of strange baryonic matter and strange quark matter are also discussed. We compare the theoretical predictions with different data coming from both nuclear physics experiments and astrophysical observations. Despite great progresses obtained in dense nuclear matter properties, there are various challenges ahead, such as the model dependence of the constraints extracted from either experimental or observational data, the lack of a consistent and rigorous many-body treatment of all parts of the star, the dependence of many observables on the turbulent dynamics of relevant hot dense system. As LIGO is about to run again and discover more NS merger events, multimessenger observations are expected to finally unravel the mystery of NS structure.

**Key words:** equation of state; dense nuclear matter; neutron star; strange star; nuclear astrophysics

**Received date:** 10 Sep. 2018; **Revised date:** 27 Jan. 2019

**Foundation item:** National Natural Science Foundation of China(11873040, 11775119, 11673002, 11675083, 11805115); National Key R&D Program of China(2017YFA0402602)

1) E-mail: [liang@xmu.edu.cn](mailto:liang@xmu.edu.cn)