

学位論文 博士 (理学)

ベクトルの世代を含む超対称模型における
フレーバー構造が及ぼす
ヒッグス質量と暗黒物質への寄与

2017 年度

慶應義塾大学大学院理工学研究科

西田 有延

要旨

2012年、欧州原子核研究機構の大型ハドロン衝突器実験においてヒッグス粒子が発見され、素粒子標準模型が予言した粒子が全て実験的に確認された。ヒッグス粒子は、電子や、陽子を構成するアップクォークやダウンクォークに質量を与える、質量の起源を説明する粒子である。ここで、クォークと電子は、水素原子のような物質を構成する素粒子である。標準模型は、他にも多くの実験結果を説明することができるため、大きな成功を収めている模型といえる。

しかしながら以下で述べるように、標準模型のみでは説明できない観測事実も数多く存在しているため、そのような事実の物理的起源を探ることは素粒子物理学に残された重要な研究の一つである。その中でも超対称性は新たな物理法則の有力候補とされている。超対称性はフェルミオンとボソンの間の対称性であり、新しい自由度を導入するため、暗黒物質の候補が現れる等、興味深い物理現象を提供することが知られている。

素粒子物理学における最大の謎の一つに、クォークや電子等の素粒子には、量子数は同じだが、質量のみが異なるコピーが存在するといったものがある。このコピーの概念は世代とよばれており、現在のところ実験で観測されているクォークや電子のコピーは共に3世代目までである。なぜ3世代目の素粒子までしか確認されていないのかは未だ謎に包まれたままである。従って、4, 5世代目（これらをベクトルの世代と呼ぶ）の存在の可能性を踏まえて世代数の物理的理由を追求することは、今後の素粒子物理学の発展を見据えた、意義のある研究であると思われる。

本論文ではベクトルの世代を加えた超対称模型を新たに構築し、その中でヒッグス粒子の質量に対し、ベクトルの世代が重要な寄与を担っていることを見る。その時、模型構築において重要な指針となる2つの物理に注目する。ミュー粒子の磁氣的性質（磁気能率）と、暗黒物質の残存量である。ミュー粒子の磁氣的性質は、標準模型を用いた理論値と実験値のずれが報告されており、新たな物理が示唆されている物理量である。一方で暗黒物質は、現存する星々の形成、ひいては、我々人類の誕生のために必要不可欠な物質であることが知られているが、標準模型には候補が存在しない。

本論文の議論で重要となるのは世代間の質量を通じた状態の混合である。それは世代間の対称性によって支配されており、ヒッグス粒子の質量、ミュー粒子の磁氣的性質、暗黒物質の残存量へ大きな寄与を出す。さらに、本模型での暗黒物質の候補は、ベクトルの世代に

質量を与える機構と関連付いている。我々は、ヒッグス粒子の質量、ミュー粒子の磁氣的性質、暗黒物質の熱的残存量を説明できるパラメータ領域では、ベクトル的世代の素粒子は観測にかからないということを明らかにした。従って、暗黒物質の存在が、素粒子の第3世代までしか実験で確認されていないことを支持していると言える。

Abstract

In 2012, the discovery of the Higgs boson at the Large Hadron Collider experiment showed the correctness of the Standard Model of particle physics. The Higgs field gives masses to elementary particles. They include quarks and electron, and constitute matter such as hydrogen atoms. The model has been very successful and describes physics of nature in low energy scales.

On the other hand, there remain various phenomena unexplained within the Standard Model, so one of the most important tasks is to explore physical origins of them. To this end, an attractive solution is to introduce supersymmetry into the Standard Model. Supersymmetry is a symmetry between bosons and fermions, and predicts a candidate of dark matter because new degrees of freedom beyond the Standard Model are introduced as a consequence.

One of the biggest issues is the origin of a “generation”. There are several types of quarks and leptons which have the same quantum number but different masses. Such a concept is called the “generation”. So far, three generations of quarks and leptons have been experimentally confirmed. However, there are no clear reasons why there are only three generations. Thus, it seems meaningful to explore a possibility of the existence above three generations for the development of elementary particle physics in the future. We focus on fourth and fifth generations and call them vector-like generations.

In this thesis, we construct a new supersymmetric model with vector-like generations. In this model, the vector-like generations play important roles to explain the observed Higgs boson mass. Furthermore, we focus on two additional physics: the magnetic property of the muon (magnetic moment) and thermal relic abundance of dark matter. A possible discrepancy between the theoretical predictions and the experimental values of the magnetic property of the muon suggests new physics. Moreover, a candidate of dark matter, which is absent in the Standard Model, is necessary to form galaxies to lead to the emergence of human beings in the Universe.

What is important in the discussion of this thesis is mixing states between different

generations through masses of quarks and leptons. Those mixing states are governed by a symmetry between generations and give sizable contributions to the Higgs boson mass, the magnetic property of the muon and the dark matter abundance. Further, a candidate of dark matter is related to the origin of heavy masses for vector-like generations. We analyze the current relic abundance of dark matter. We find a parameter region where observables calculated in our model are consistent with the current experiments. Thus, our model would suggest that the presence of dark matter supports the existence of three generations in current experiments.

目次

1	はじめに	1
1.1	標準模型とその問題	1
1.2	本論文の目的と概要	4
1.3	本論文の構成	7
2	超対称性導入	9
2.1	力の統一	9
2.2	暗黒物質	9
2.3	階層性問題	11
3	超空間と超対称性ラグランジアン	12
3.1	超空間と超共変微分	13
3.2	スーパーフィールド	15
3.2.1	カイラルスーパーフィールド	15
3.2.2	ベクトルスーパーフィールド	16
3.3	超対称ラグランジアン	18
3.4	超対称性の破れ	22
4	最小超対称標準模型 (MSSM)	23
4.1	電弱対称性の破れとヒッグス	25
4.1.1	摂動の 0 次でのヒッグスの質量	25
4.1.2	量子補正を加えたヒッグスの質量	30
4.2	ミューオン異常磁気モーメント	33
5	ベクトルの世代	38
5.1	MSSM における問題点	39
5.2	ベクトルの世代の導入	40
6	ベクトルの世代を含む超対称模型におけるヒッグス質量とミューオン $g - 2$	41
6.1	モデル	41

6.1.1	ゲージ結合定数の統一	44
6.1.2	大統一スケールでの湯川結合	45
6.2	解析式	47
6.2.1	ヒッグス質量	47
6.2.2	ミュオン $g-2$	48
6.3	数値計算の結果	51
6.3.1	SUSY-breaking パラメータ	51
6.3.2	ヒッグス質量に対するパラメータ依存性	53
6.3.3	ミュオン $g-2$ に対するパラメータ依存性	54
6.3.4	本模型におけるヒッグス質量とミュオン $g-2$	57
6.4	まとめ	62
7	ベクトル的世代を含む超対称模型のフレーバー構造とヒッグス質量, ミュオン $g-2$, 暗黒物質	62
7.1	モデル	62
7.2	暗黒物質	70
7.3	ヒッグス質量, ミュオン $g-2$, 暗黒物質の熱的残存量	74
7.4	今後の課題	78
8	まとめ	80
A	超対称性変換	83
B	U(1) ゲージ不変な超対称ラグランジアン密度	84
C	非可換ゲージ対称性をもつ超対称性ラグランジアン	85
D	Gravity mediation	88
D.1	超対称性の破れたラグランジアンの導出	88
D.2	Minimal gravity mediation	90
E	MSSM の成分場	91
F	本解析で用いた繰り込み群方程式	92

F.1	ゲージ結合定数とゲージノ質量	92
F.2	湯川結合と μ 項	95
F.3	A パラメータと B パラメータ	97
F.4	Soft scalar mass	99
G	本模型におけるスカラーフェルミオンの質量行列	100
H	暗黒物質の対消滅断面積	102

記号一覧

A_0 : 統一スケールにおけるスカラー 3 点結合

α_{GUT} : 強い力, 弱い力, 電磁気力の 3 つの力が統一する時のゲージ結合定数の 2 乗を 4π で割った物理量

a_μ : ミューオン異常磁気モーメント (ミューオン $g-2$) の定義

χ^0, χ^\pm : ニュートラリーノ場, チャージーノ場

Δa_μ : ミューオン $g-2$ の実験値と標準模型の理論値のずれ

ϵ : 第 7 章で用いたパラメータ. フェルミオンの質量, Cabbibo-Kobayashi-Maskawa 行列を再現

ϵ' : 第 6 章で用いたパラメータ. フェルミオンの質量を再現

g_1 : U(1) のゲージ結合定数 (電磁気力)

g_2 : SU(2) のゲージ結合定数 (弱い力)

g_3 : SU(3) のゲージ結合定数 (強い力)

Ω_{DM} : 暗黒物質の残存量の実験値

P_L, P_R : 射影演算子, $P_L \equiv (1 - \gamma_5)/2$, $P_R \equiv (1 + \gamma_5)/2$

μ : エネルギースケール

m_0 : 統一スケールにおける soft scalar mass

$m_{1/2}$: 統一スケールにおけるゲージーノ質量

M_{GUT} : 強い力, 弱い力, 電磁気力の 3 つの力が統一するエネルギースケール

m_h^{Exp} : ヒッグス粒子の質量の実験値

m_Z : Z ボソン質量

M_{SUSY} : 超対称性の閾値

σ_{ann} : 暗黒物質の対消滅断面積

$\tan \beta$: ヒッグス場の真空期待値 v_u, v_d の比 ($\tan \beta \equiv v_u/v_d$)

T_F : 暗黒物質の対消滅に関する凍結温度

$\theta^\alpha, \theta_\alpha^\dagger$: 反交換するグラスマン数, スピノル座標

V : ゲージ 1 重項の場 Φ の真空期待値 ($V \equiv \langle \Phi \rangle$)

V_{CKM} : Cabbibo-Kobayashi-Maskawa 行列

v_{rel} : 暗黒物質の対消滅の際の相対速度

v_u, v_d : ヒッグス場 H_u, H_d の真空期待値 ($v_u \equiv \langle H_u \rangle, v_d \equiv \langle H_d \rangle$)

W : スーパーポテンシャル

x^μ : 4次元時空の座標

x_F : 暗黒物質と凍結温度の比

略語一覧

CKM : Cabibbo-Kobayashi-Maskawa

FN : Froggatt-Nielsen

GUT : Grand Unified Theory (大統一理論)

MSSM : Minimal Supersymmetric Standard Model (最小超対称標準模型)

RGE : Renormalization group equation (繰り込み群方程式)

SM : Standard Model (標準模型)

SUSY : Supersymmetry (超対称性)

1 はじめに

1.1 標準模型とその問題

1970年代以降、素粒子標準模型は電弱スケール以下の物理を記述する模型として確固たる地位を築いてきた。標準模型は自然界を構成する粒子とそれらの間に働く相互作用で構成されている。自然界を構成する粒子には、原子核を構成する力が働くクォークとその力を感じない電子などを含むレプトンがある。標準模型で記述される相互作用は3種類であり、それらは強い相互作用、弱い相互作用、電磁相互作用である。表 1.1 にこれらの相互作用についてまとめた。強い相互作用は原子核を構成する力であり、弱い相互作用は β 崩壊等の放射性崩壊を引き起こす力、電磁相互作用は電気・磁気の力である。これらの、クォーク・レプトン・3つの相互作用にヒッグス粒子を加えた模型が標準模型である。ヒッグス場はヒッグス機構、すなわち素粒子の質量生成の機構を与え、素粒子の質量の起源を説明する¹。2012年に、欧州原子核機構の大型ハドロン衝突器実験においてヒッグス粒子が発見され、標準模型に含まれるすべての粒子が実験的に確認されたこととなる。

しかしながら標準模型は、あらゆる素粒子現象を説明できる究極的な模型ではないと考えられている。その理由として、実験で決めなければいけないパラメータが18個存在しており²、自由なパラメータが多いことがあげられる。他にも、標準模型には暗黒物質の候補となる粒子が存在しない事、素粒子の「世代」についての謎等が挙げられる。これら後者の2つの問題については後に詳しく説明する。

パラメータの数を減らす試みとして、大統一理論がある [1]。これは、自然界に存在する重力以外の力、すなわち、強い力、弱い力、電磁気力の3つの力を1つの力に統一する理論である。3つの力を特徴づけるパラメータは、標準模型の枠組みでは独立であるのに対し、大統一理論ではそれらの力を関連付けることができるため、パラメータの数を減らすことができる。興味深い点として、大統一理論に超対称性を課す [2, 3] と、高エネルギー領

¹ ヒッグス機構の概要を説明する。宇宙初期の高温の時代には、すべての素粒子は光速で動いており、質量が0であったと予想される。宇宙が膨張し温度が下がると、ヒッグス粒子の場が凝縮を起こす。素粒子はこの凝縮したヒッグス場と相互作用することで、抵抗を受けて光速ではなくなる。これは素粒子が質量を獲得したことを意味する。質量の大きさは、素粒子とヒッグス場との相互作用の大きさに依存する。

² 18個のパラメータの内訳を具体的に述べる。それらは、3つの相互作用の大きさ、9個の素粒子の質量(アップ型クォーク、ダウン型クォークと荷電レプトン)、ヒッグス場の真空期待値、ヒッグス質量、クォークセクターにおける3つの混合角と1つの位相である。

相互作用	ゲージ粒子 (記号)	質量	スピン
SU(3) (強い力)	グルーオン (g)	0	1
SU(2) (弱い力)	W, Z ボソン (W, Z)	$m_W = 80.380 \pm 0.015 \text{ GeV}$ $m_Z = 91.187 \pm 0.002 \text{ GeV}$	1
U(1) (電磁気力)	光子 (γ)	0	1

表 1.1 標準模型のゲージ粒子とそれらの質量, スピンについてまとめた表. 自然単位系を用いており, 比較のため, 陽子の質量がおおよそ 1 GeV である. それぞれの質量については文献 [6] を参照した.

域において, 非常に良い精度で 3 つの力が統一することが知られている [4]. 超対称性とはボソンとフェルミオンとの間の対称性である. これは超対称性が自然界に存在しているのではないか, という一つの動機を与えるものであり, 超対称性は標準模型を超えた新たな物理の有力候補とされている. さらに, 超対称性の存在を示唆する理由として, 暗黒物質の候補が現れるということが挙げられる. 超対称性は上記に述べたように新たな対称性を課すため, 理論における自由度が増え, 標準模型にはない新たな粒子が暗黒物質の候補として現れる. 暗黒物質は星々の形成, ひいては我々人類の誕生のために必要不可欠であることが明らかとなっている. 観測によれば, 現在の宇宙全体に占める暗黒物質の残存量は $\Omega_{\text{DM}} = 0.1198 \pm 0.0015$ となっている [5]. これは宇宙全体のエネルギー密度に換算して 26 % を占めているものであり, 一方で我々が知る物質は全体の約 5 % のみである (残りは暗黒エネルギーと呼ばれる未知のエネルギー). 後者は, 標準模型は宇宙全体の約 5 % しか説明していないということを意味していると言える. 以上のように, 超対称性は標準模型には存在しない新たな物理法則を提供することがわかる.

素粒子物理学における謎の一つに, 陽子を構成するアップクォークやダウンクォーク, 又は電子等の素粒子には, 量子数は同じだが, 質量のみが異なる素粒子が繰り返し存在するというものがある. この概念は世代とよばれており, 現在のところ実験で観測されているクォークや電子は共に 3 世代目までである. 表 1.2 にアップ型クォーク, ダウン型クォーク, 荷電レプトン (電子を含むグループの名称) のそれぞれの名称と, 一般的に用いられる記号, 質量についてまとめた. なぜ 3 世代目の素粒子までしか確認されていないのか, 3 世代目で閉じているのか, それともそれ以降の世代が自然界には存在するのか, 未だ謎に包まれたままである. しかしながら, 歴史的に考えると, 現在の標準模型に成し得たのは, 新たな素粒子の発見や新たな物理現象を追求してきた結果であると言える. 従って, 素粒子

	第1世代 (記号) 質量	第2世代 (記号) 質量	第3世代 (記号) 質量	スピン
アップ型 クォーク	アップ (u) $m_u = 2.2^{+0.6}_{-0.4}$ MeV	チャーム (c) $m_c = 1.2 \pm 0.03$ GeV	トップ (t) $m_t = 173.21 \pm 0.51 \pm 0.71$ GeV	$\frac{1}{2}$
ダウン型 クォーク	ダウン (d) $m_d = 4.7^{+0.5}_{-0.4}$ MeV	ストレンジ (s) $m_s = 96^{+8}_{-4}$ MeV	ボトム (b) $m_b = 4.1^{+0.04}_{-0.03}$ GeV	$\frac{1}{2}$
荷電レプトン	電子 (e) $m_e = 0.54$ MeV	ミューオン (μ) $m_\mu = 0.11$ GeV	タウオン (τ) $m_\tau = 1.7$ GeV	$\frac{1}{2}$

表 1.2 標準模型のフェルミオンの世代とそれらの質量, スピン量子数についてまとめた表. 自然単位系を用いており, 比較のため, 陽子の質量がおおよそ 1 GeV である. それぞれの質量については文献 [6] を参照した. 荷電レプトンのそれぞれの質量については, 表記している有効数字内では誤差が 0 であるため, 誤差を表記していない. u, d, s クォークの質量は”カレントクォーク質量”を表しており, 2 GeV のエネルギースケールでの見積もりである. c, b クォークの質量については”ランニング質量”である. t クォークの質量は直接測定によるもので誤差はそれぞれ統計誤差, 系統誤差を表している.

の第 4 世代目以降の存在の可能性を探ることは, 今後の物理学の発展を見据えた意義のある研究と言える. その中でも, 最小の拡張として第 3 世代目までに加え, カイラルな第 4 世代目のみを加えたモデルが考えられる. しかしながら次のような 2 つの理由でこのようなモデルは現在のところ排除されている. 1 つめは, 電弱精密測定に関するものであり, 例えば, ゲージ粒子の質量の量子補正が挙げられる. この物理量は標準模型の枠組みで精度良く計算することができるため, 新たな物理を検証する良い指標となる. なぜなら, もし新たな物理がゲージ粒子の質量の量子補正に大きな寄与を及ぼすと, 実験結果と矛盾するため, そのような物理は新たな物理の候補としては排除できるためである. カイラルな 4 世代目のみを加えたモデルは, この物理量に影響を与えることが知られている [7, 8]. 2 つ目はヒッグス粒子の生成に関するものである. 第 4 世代が存在するモデルにおいては, ヒッグス粒子の実験で生成される確率が標準模型の時よりも大きくなることが知られている [9–11]. 2012 年に発見された 125 GeV の質量を持つヒッグス粒子の結果を考慮すると, 第 4 世代のみを含むモデルは排除される可能性が高いという報告がなされている [12–16]. ただし, 補足しておく, 排除される可能性を持つ 4 世代目のみのモデルは, 4 世代目の素粒子の質量を摂動的に扱う, という条件がついている. 従って 4 世代目のみを含むモデルの可能性は完全に排除されているわけではなく, 別のアプローチとして, 非摂動的な 4 世代モデルやヒッグスセクターを拡張したモデルも数多く議論されている [17–25].

1.2 本論文の目的と概要

本論文では, 以上のような背景を踏まえ, カイラルな 4 世代目のみを含んだ模型ではなく, 4, 5 世代目のベクトルの世代と呼ばれる素粒子を含み, かつ超対称性を課した模型についての研究成果を報告する. ベクトルの世代を含む模型は, カイラルな 4 世代目の模型とは異なり, 電弱精密測定の結果と矛盾しないことが知られている [26–28].

ベクトルの世代を含む模型の可能性を追求するために注目した物理量は, ヒッグス質量とミュオン異常磁気モーメント (ミュオン $g-2$) である. 前者に関しては, 実験によりヒッグス粒子の存在が確認されたため, ヒッグス質量は模型において説明されなければならない物理量である. 後者のミュオン $g-2$ とは, ミュオン (荷電レプトンの第 2 世代目) の磁気的な性質に関する物理量であり, 後に着目した理由について述べる. 2012 年 LHC 実験により確認されたヒッグス粒子の質量に関する最新の結果は

$$m_h^{\text{Exp}} = 125.09 \pm 0.21(\text{stat.}) \pm 0.11(\text{syst.}) \text{ GeV} \quad (1.1)$$

である. 標準模型を超対称に拡張した最小の模型を最小超対称標準模型 (Minimal Supersymmetric Standard Model; MSSM) という. MSSM の枠組みにおいて, 量子補正の 0 次では Z ボソンの質量 ($\sim 91 \text{ GeV}$) よりも小さいが, 1 次以降の量子補正を含めるとヒッグス質量を底上げできることが知られている [29–33]. 一般的に MSSM では, 超対称性粒子の質量が $\mathcal{O}(1000) \text{ GeV}$ の時に, ヒッグス質量の実験値を説明できる. ミュオン $g-2$ の物理量に着目した理由は, 実験値と標準模型の理論計算のずれが報告されており, 長年新しい物理の寄与が示唆されているためである. ミュオン $g-2$ の実験値 a_μ^{Exp} は

$$a_\mu^{\text{Exp}} = 11659208.0(5.4)(3.3) \times 10^{-10} \quad (1.2)$$

であり [34], 実験値と SM の理論値 a_μ^{SM} のずれは

$$\Delta a_\mu \equiv a_\mu^{\text{Exp}} - a_\mu^{\text{SM}} = (26.1 \pm 8.0) \times 10^{-10} \quad (1.3)$$

となっており, 3.3σ 程度である [35–37]. SM の理論値は, 量子電磁力学, ハドロン, 電弱理論の 3 つの部分から計算されている. 量子電磁力学からの寄与は摂動の 5 次まで計算されており [38], 電弱理論からの寄与は摂動の 2 次まで計算されている [39–41]. 一方でハドロンからの寄与は, 摂動的な計算を行うことができない. そのため, 模型に依存する計算がなされており, 不定性を多く含んでいる [35, 42–44]. 従って, ハドロン物理の進展により,

ミューオン $g-2$ に対して精度良い計算を行うことができれば, 式 (1.3) を説明できる可能性がある. しかしながら本論文では, 超対称性からの寄与により Δa_μ を説明できる可能性を追求することとする. MSSM においては, 超対称性粒子の質量が $\mathcal{O}(100)$ GeV の時にミューオン $g-2$ を説明できることが知られている [45–48]. このように, それぞれの超対称性粒子の質量の依存性を考慮に入れると, ヒッグス質量とミューオン $g-2$ を同時に説明することが難しいパラメータ領域があることが報告された [49].

そこで, この問題に対してベクトルの世代を導入した模型を考える [50]. 本模型での大きな特徴は高エネルギーでのゲージ結合定数が大きくなり, 低エネルギーの物理量を支配することである. 結果としてヒッグス場と物質の結合定数 (湯川結合定数) が, 高エネルギーの値に依らずに, 赤外で収束性をもつこととなる [51]. ベクトルの世代を含む模型が持つこの特徴を用いることで, 高エネルギーでのアップ型クォーク, ダウン型クォーク, 荷電レプトン, それぞれにおいて世代間の混合行列を決めることができる [52]. 注目すべき点として, アップ型クォークの行列に関しては, ヒッグス粒子とベクトルの世代が, 荷電レプトンの行列に関しては, ミューオンとベクトルの世代がそれぞれ強く結合していることが挙げられる. 本研究では, この世代間の混合に着目して, ヒッグス質量とミューオン $g-2$ を評価する. 本研究で初めて明らかにした点は, ベクトルの世代からのミューオン $g-2$ への寄与を評価したことである. ベクトルの世代とヒッグス粒子の強い結合による, ヒッグス質量の底上に関する研究は今までになされている [28, 53–57]. 文献 [57] では, ヒッグス質量とミューオン $g-2$ の物理に着目しているが, 荷電レプトンセクターに関して, ベクトルの世代と MSSM の世代との混合を考慮に入れていない. 本論文ではベクトルの世代とミューオンが強く結合している模型を考える. この強い結合に由来して, ベクトルの世代がミューオン $g-2$ へ新たに寄与し, ヒッグス質量とミューオン $g-2$ の実験値を同時に説明することができる [50].

本解析により, ヒッグス質量とミューオン $g-2$ を同時に説明するためには, 3 世代目までの世代とベクトルの世代の混合行列の構造が重要な役割を果たしているということが明らかとなった. これを踏まえ, 世代間の混合に焦点を当て, ベクトルの世代がもたらす物理についてさらに追求する.

ここで, 本論文のタイトルにもなっている「フレーバー」という言葉は, 「世代」と同じ意味で用いていることを述べておく. フレーバーはクォークやレプトンの種類 (それぞれ 6 種類) を意味するが, 本論文においては同じ意味で用いることとする. すなわち, フレーバー構造というのは, 世代間混合の構造を意味する.

世代間混合を議論するに辺り, 重要となる観測量が2つある. それらは標準模型のフェルミオン質量階層性と Cabbibo-Kobayashi-Maskawa(CKM) 行列である. これらはそれぞれが自由なパラメータとして扱われているため, 標準模型内ではそれらの起源を説明することができない. 前者のフェルミオン質量階層性はおおよそ

$$\begin{aligned} m_u : m_c : m_t &\approx \lambda^6 : \lambda^4 : 1 \\ m_d : m_s : m_b &\approx \lambda^4 : \lambda^2 : 1 \\ m_e : m_\mu : m_\tau &\approx \lambda^4 : \lambda^2 : 1 \end{aligned} \quad (1.4)$$

のような構造をとっている ($\lambda \simeq 0.2$). それぞれの添字は, 表 1.2 にまとめられている世代に対応している. 一方で CKM 行列は, クォークセクターにおける世代間の混合を表す物理量であり,

$$V_{\text{CKM}} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \quad (1.5)$$

と定義されており, それぞれの成分の観測値の大きさは

$$V_{\text{CKM}} = \begin{pmatrix} 0.97434_{-0.00012}^{+0.00011} & 0.22506 \pm 0.00050 & 0.00357 \pm 0.00015 \\ 0.22492 \pm 0.00050 & 0.97351 \pm 0.00013 & 0.0411 \pm 0.0013 \\ 0.00875_{-0.00033}^{+0.00032} & 0.403 \pm 0.00013 & 0.99915 \pm 0.00005 \end{pmatrix} \quad (1.6)$$

となっている [6]. 先程も述べたが, 式 (1.4) と (1.6) はなぜ自然界でこのような値をとっているのか, 標準模型では言及できない. この問題に答えを与える一つの有力な方法として Froggatt-Nielsen(FN) 機構が知られている [58]. FN 機構は, あるスケール (新物理のスケール) での世代間対称性の破れの効果を通じて, 自然界のフレーバー構造が決定される機構である. 大きな特徴として, 標準模型ではフリーパラメータであった6種類のクォーク・3種類の荷電レプトンの質量を, あるスケールのパラメータで統一できることが挙げられる. この意味で, 標準模型に含まれる質量パラメータの数を減らすことができる. FN 機構を用いて, 3世代の超対称模型におけるフレーバー構造の決定については詳細に研究されている [59–70]. 一方で, ベクトルの世代を含むフレーバー構造を, FN 機構を用いて議論した研究は今までに報告されておらず, 本論文で初めて明らかにすることである. ベクトルの世代を含んだフレーバー構造が, CKM 行列やフェルミオン質量の階層性を再現できるかどうかは, ベクトルの世代の物理の可能性を広げるという意味で重要な意味を持つ. 従って, 本研究の目的は, FN 機構を用いて, CKM 行列やフェルミオン質量の階層性を再現でき, かつ, 2世代目とベクトルの世代の強い結合を持つ世代間混合の構造を

決定することである. このような方針で決定された世代間混合の構造の下で, ベクトルの世代に質量を与える場が重要な役割を果たす. その場のスカラー成分は, 実験の観測にかならないようなベクトルの世代の質量を提供し, 一方でフェルミオン成分は暗黒物質の良い候補となることが明らかとなった [71]. この意味では, 暗黒物質の存在が, 現在素粒子 3 世代目までしか発見されていないことを支持するといえる. 本模型において, ヒッグス質量, ミューオン $g-2$, 暗黒物質の熱的残存量を同時に説明できるパラメータ領域が存在することを示す [71].

1.3 本論文の構成

本論文の構成は次の通りである. 第 2 章では, 超対称性を導入する動機として, 力の統一の実現と暗黒物質の候補の存在, さらに階層性問題について述べる. 第 3 章では超対称でゲージ不変なラグランジアン of 導出方法を紹介する. 第 4 章では, 最小超対称標準模型 (MSSM) を説明し, MSSM の枠組みでヒッグス質量とミューオン $g-2$ がどのように評価されているのかをみる. 第 5 章では, MSSM において, ヒッグス質量とミューオン $g-2$ を同時に説明するのが難しいパラメータ領域が存在する, という問題点に着目し, ベクトルの世代を導入する動機について述べる. ベクトルの世代がどのような特徴を持つのかについて詳細に述べるとともに, 先の MSSM での問題点を解決できることを第 6 章でみる. 第 7 章では, 第 6 章で得られた MSSM 世代とベクトルの世代の世代間混合に着目する. FN 機構により, フェルミオン質量階層性や CKM 行列を説明できるフレーバー構造が得られることを見る. さらに, 本模型における暗黒物質の候補を説明し, 与えられたフレーバー構造の下で, ヒッグス質量, ミューオン $g-2$, 暗黒物質の熱的残存量を説明できるパラメータ領域が存在することを見る. 第 8 章でまとめと今後の課題について述べる. 付録には, 第 3 章で必要な超対称性変換について, 付録 A にまとめた. 付録 B では $U(1)$ ゲージ対称性をもつ超対称なラグランジアン密度の具体形についてまとめ, 非可換ゲージ対称性をもつ超対称なラグランジアンについて付録 C にまとめた. 付録 D には, 超対称性の破れのシナリオとして gravity mediation を例として, 超対称性が破れたラグランジアンの導出方法についてまとめ, さらに, 本論文の解析で用いている minimal gravity mediation についてまとめた. 付録 E には MSSM の場を一覧にまとめ, 今回の計算で用いた繰り込み群方程式 (RGE) は付録 F にまとめた. 付録 G には今回用いた模型におけるフェルミオンとスカラーの質量行列を載せており, 付録 H には暗黒物質の熱的残存量の計算の際に必

要となる対消滅断面積についてまとめた.

2 超対称性導入

この章では超対称性を導入する動機として、力の統一、暗黒物質の候補の存在、階層性問題の解決について説明する。

2.1 力の統一

1970年代、標準模型 (SM) のゲージ群である $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ が1つのゲージ群に統一できることが提唱された [1]. これは大統一理論 (GUT) と呼ばれ、3つの力があるエネルギースケールで統一することを主張した理論である. この力の統一を具体的に見るには、各エネルギースケールに対するゲージ結合定数の依存性をみる必要がある. そのためには、各エネルギースケールに対する物理量の応答を表す、繰り込み群方程式 (RGE) を解けばよい. ゲージ結合定数のエネルギースケールに対する振る舞いを表したのが図 2.1 である. 黒、赤のそれぞれの線は、3つの力の結合定数の 10^2 GeV での実験値を初期値として RGE を解き、高エネルギーでのゲージ結合定数を求めている. 黒い線が SM におけるゲージ結合定数の振る舞いであり、3つの力が一致しないことがわかる. 一方で、超対称性 (SUSY) と GUT を組み合わせた理論によると [3], 3つの力が 10^{16} GeV 付近で一致することがわかる (図 2.1 の赤い線). このような力の統一は、超対称性を導入する大きな動機の1つである.

2.2 暗黒物質

暗黒物質は SM には含まれないが、超対称性を導入し、 R パリティ対称性を課すことで暗黒物質の候補が導かれる.

超対称かつゲージ不変なラグランジアンを書き下すと、陽子崩壊を引き起こす相互作用が一般的には含まれる. これらの相互作用は超対称性が存在するエネルギースケールである. このエネルギースケールを仮定すれば、陽子の寿命を次のように見積もることができる. 例えば、1 TeV スケールに超対称性があり、陽子崩壊を引き起こす相互作用の結合定数が $\mathcal{O}(1)$ であるとすると、次元解析により陽子の寿命が 10^{-20} 年と見積もられる. しかしながら、陽子の寿命は 10^{34} 年以上と十分長いため [72], このような相互作用があると実験結果と矛盾する. 従って、急速に陽子が崩壊しないように、陽子崩壊を引き起こす相互作用

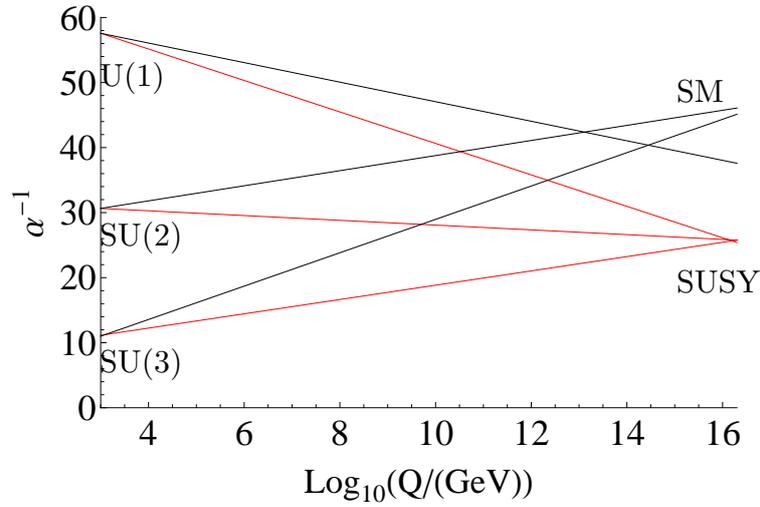


図 2.1 ゲージ結合定数のエネルギースケールに対する振る舞い. 縦軸はゲージ結合定数の逆数 $\alpha_i = g_i^2/4\pi$ であり, 横軸はエネルギースケールである. 黒い線が SM, 赤い線が超対称性 (SUSY) を取り入れたモデルでのゲージ結合定数の振る舞いを表す. それぞれ上の線から U(1), SU(2), SU(3) のゲージ群のゲージ結合定数である. SM では 3 つの力が一致していないのに対して, 超対称性を含めると 10^{16} GeV 付近で力が統一することがわかる.

を抑制する必要がある. この時に課される対称性が Z_2 群の離散的対称性であり, 一般的に R パリティ対称性と呼ばれる. R パリティはラグランジアン中に現れるそれぞれの粒子に対し,

$$P_R = (-1)^{3(B-L)+2s} \quad (2.1)$$

のように定義される量である. ここで, B, L はそれぞれバリオン数, レプトン数で s は粒子のスピンの値である. R パリティは式 (2.1) より, SM の粒子に対しては $P_R = 1$ であり, 一方超対称性粒子に関しては $P_R = -1$ であることがわかる. 従って, R パリティ対称性が成立するためには, 超対称性の粒子が相互作用項の中に含まれる場合, 対で含まれていなければならないことがわかる. これを考慮に入れ, 超対称性粒子の崩壊を考えると, 暗黒物質の候補が導かれる. もし, 超対称性粒子がより軽い粒子に崩壊したとすると, その崩壊先には, 先程述べた相互作用項を通じて, 超対称性粒子が含まれる. 一方で, 最も質量が小さな超対称性粒子は, 崩壊先の超対称性粒子が存在しないため, 崩壊できない. つまり, 質量の大きな超対称性粒子が次々と崩壊していき, 最終的に一番質量の小さな超対称性粒子は, R パリティ保存則により崩壊できず安定となる. 従って, 超対称性粒子の中で最も質量の

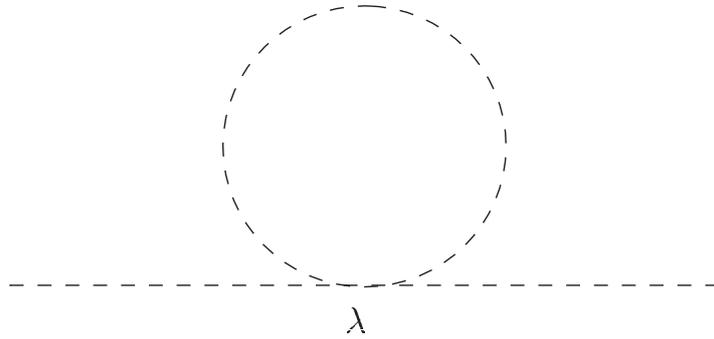


図 2.2 1-loop の実スカラーの自己エネルギー. λ が実スカラー場の結合定数を表す

小さい粒子が暗黒物質の候補となることがわかる. また, 暗黒物質である条件として, 電氣的に中性であることや非バリオンのであることが挙げられる. 超対称性を取り入れた多くのモデルではこれらの条件を満たした粒子が最も軽くなることが知られている. 本論文で扱う模型に対しても R パリティ対称性を課すこととする.

2.3 階層性問題

超対称性を導入する他の動機の一つとして階層性問題がある. この章では階層性問題について説明し, その問題を超対称性が解決することをみる.

場の理論によれば我々が観測する質量は, 裸の質量の発散を繰り込みにより相殺した, 有限の部分に対応している. 式で表すと, 裸の質量 m_0^2 , loop 積分で得られる質量のずれ δm^2 , 観測される質量 m_{phys}^2 は

$$m_{\text{phys}}^2 = m_0^2 + \delta m^2 \quad (2.2)$$

の関係を持つ. ここで実スカラー場 ϕ の ϕ^4 理論を考える. そのラグランジアンは

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi)^2 - \frac{1}{2}m^2 \phi^2 - \frac{\lambda}{4!} \phi^4 \quad (2.3)$$

で与えられ, λ がスカラーの 4 点相互作用を表す. この 4 点相互作用により実スカラー場 ϕ には, 図 2.2 のような 1-loop の自己エネルギーが存在する. これを計算すると, δm^2 は

$$\delta m^2 = \frac{\lambda}{32\pi^2} \left(\Lambda_{\text{cut}}^2 - m^2 \ln \frac{\Lambda_{\text{cut}}^2}{m^2} \right) \quad (2.4)$$

のように 2 次発散を持つことがわかる. Λ_{cut} は loop に伴う運動量積分の紫外のカットオフパラメータである. 2 次発散の部分のみを考えると観測される質量は式 (2.2) より

$$m_{\text{phys}}^2 = m_0^2 + \delta m^2 = m_0^2 + \frac{\lambda}{32\pi^2} \Lambda_{\text{cut}}^2 \quad (2.5)$$

のようになる. ここで Λ_{cut} が GUT スケール ($\approx 10^{15-16}$ GeV) という事と, 結合定数 λ は高々 $\mathcal{O}(1)$ であることを考慮に入れると不自然さが生じる. なぜなら, 観測される質量は電弱スケール ($\approx 10^2$ GeV) 程度なので, 裸の質量 m_0 と切断パラメータ Λ_{cut} との間には $m_{\text{phys}}^2/\Lambda_{\text{cut}}^2 \approx 10^{-26} - 10^{-28}$ のように, 不自然な微調整が行われていることとなる. SM を具体例として, この不自然さを考える. SM では, 複素スカラー場としてヒッグス場を導入する. ヒッグス場の自己エネルギーも図 2.2 と同じダイアグラムで計算され, 式 (2.4) の 2 次発散の項が導かれる. もし GUT スケールまでに, SM 以外の新たな物理が存在しないとすれば, Λ_{cut} は GUT スケールである. そのような状況では, 上記で述べたような不自然なパラメータの微調整が行われているといえる. この問題は階層性問題と呼ばれている. 不自然さの原因を, SM が GUT スケールまで適用可能という仮定によるものとする, 電弱スケールから GUT スケールの間のエネルギースケールに新しい物理が存在すれば, 階層性問題を解決できる可能性があると考えられる. そこで, 超対称性の概念が用いられる. もし超対称性が自然界で実現しているのであれば, ボソンに対してフェルミオンが, フェルミオンに対してボソンが存在する. 統計性より, フェルミオンの loop 積分を計算するとマイナス符号が現れる. 従って, 図 2.2 のボソンが回る loop ダイアグラムに対し, 超対称なフェルミオンが回る loop ダイアグラムの存在により, 2 次発散がキャンセルされる. このように超対称性の導入により, スカラーの自己エネルギーに関する不自然なパラメータの微調整がなくなる.

3 超空間と超対称性ラグランジアン

この章では, 場の理論を用いて具体的な計算を行う際に必要な, 超対称なラグランジアンの構成方法について次のように説明する. 初めに, 4 次元時空にグラスマン数を加えた時空である超空間と, その空間上の場としてスーパーフィールドを定義する. 第 3.1 章ではスーパーフィールドを構成するために必要な超共変微分を定義する. 物質場としての意味を持つカイラルスーパーフィールドを第 3.2.1 章で, ゲージ場としての意味を持つベクトルスーパーフィールドを第 3.2.2 章で説明する. 第 3.3 章で超対称性なラグランジアンを

構成し、第 3.4 章では超対称性の破れに関するラグランジアンについて説明する。

第 3 章で用いる時空の計量は、

$$g_{\mu\nu} = g^{\mu\nu} = \text{diag}(+1, -1, -1, -1) \quad (3.1)$$

とし、パウリ行列は、

$$\begin{aligned} \sigma^0 = \bar{\sigma}^0 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, & \sigma^1 = -\bar{\sigma}^1 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \\ \sigma^2 = -\bar{\sigma}^2 &= \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, & \sigma^3 = -\bar{\sigma}^3 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3.2)$$

とする。スピノル計算で用いられる 2 階の反対称テンソル ϵ は、

$$\begin{aligned} \epsilon^{12} = -\epsilon^{21} = \epsilon_{21} = -\epsilon_{12} &= 1, \\ \epsilon^{11} = \epsilon^{22} = \epsilon_{11} = \epsilon_{22} &= 0 \end{aligned} \quad (3.3)$$

と定義する。

3.1 超空間と超共変微分

超空間とは 4 次元時空の座標 x^μ に、

$$\theta_\alpha \theta_\beta + \theta_\beta \theta_\alpha = 0, \quad (\alpha, \beta = 1, 2) \quad (3.4)$$

のような反交換するグラスマン数を加えた空間のことである。従って、超空間の座標として

$$(x^\mu, \theta^\alpha, \theta^\dagger_{\dot{\alpha}}) \quad (3.5)$$

を考える。超空間上の場としてスーパーフィールドを定義する。スーパーフィールドの一般的な表式は θ, θ^\dagger で展開すると

$$S(x, \theta, \theta^\dagger) = a + \theta\xi + \theta^\dagger\chi^\dagger + \theta\theta b + \theta^\dagger\theta^\dagger c + \theta^\dagger\bar{\sigma}^\mu\theta v_\mu + \theta^\dagger\theta^\dagger\theta\eta + \theta\theta\theta^\dagger\zeta^\dagger + \theta\theta\theta^\dagger\theta^\dagger d \quad (3.6)$$

と書ける。ここで θ, θ^\dagger はグラスマン数であるから 2 次までの展開であることに注意する。 a, b, c, d, v_μ はボソン場、 $\xi, \chi^\dagger, \eta, \zeta^\dagger$ はそれぞれ 2 成分のフェルミオン場でありそれぞれの場は x^μ の関数である。スピノル添字 $\alpha, \dot{\alpha}$ については縮約を取っており、式 (3.6) はスカラー量となっている。ボソン場は 8 個の場を複素数で導入するので実数としては 16 個の自由度があり、フェルミオンも 16 個の自由度があるので、ボソン場とフェルミオン場の自

由度は同じである。しかしながら、式 (3.6) のような一般的に書かれたスーパーフィールドは可約なので、既約な表現に分解でき、この時用いられるのが超共変微分である。超共変微分を導入する理由は後に述べることとし、先に超対称性変換について簡単に述べる。超空間における超対称性変換は

$$\begin{aligned}\hat{Q}_\alpha &= i\frac{\partial}{\partial\theta^\alpha} - (\sigma^\mu\theta^\dagger)_\alpha\partial_\mu \\ \hat{Q}^\dagger_{\dot{\alpha}} &= -i\frac{\partial}{\partial\theta^{\dagger\dot{\alpha}}} + (\theta\sigma^\mu)_{\dot{\alpha}}\partial_\mu\end{aligned}\quad (3.7)$$

のような演算子を導入すると理解できる。これらは超空間に作用する演算子であり、例えば式 (3.6) の場 S に作用させることが、超対称性変換に対応している。超対称性変換はボソンとフェルミオンを入れ替える変換なので、無限小変換のパラメータとして2成分のスピンル $\epsilon, \epsilon^\dagger$ を用いるのが適当である。以下ではこれらのスピンルは時空によらない定数とし、大局的な変換のみを考える。超対称性変換のパラメータ $\epsilon, \epsilon^\dagger$ と式 (3.7) を用いると、超対称性変換 δ_ϵ は

$$\begin{aligned}\sqrt{2}\delta_\epsilon S(x, \theta, \theta^\dagger) &= -i(\epsilon\hat{Q} + \epsilon^\dagger\hat{Q}^\dagger)S(x, \theta, \theta^\dagger) \\ &= \left(\epsilon^\alpha\frac{\partial}{\partial\theta^\alpha} + \epsilon^\dagger_{\dot{\alpha}}\frac{\partial}{\partial\theta^{\dagger\dot{\alpha}}} + i(\epsilon\sigma^\mu\theta^\dagger + \epsilon^\dagger\bar{\sigma}^\mu\theta)\partial_\mu \right) S(x, \theta, \theta^\dagger) \\ &= S(x^\mu + i\epsilon\sigma^\mu\theta^\dagger + i\epsilon^\dagger\bar{\sigma}^\mu\theta, \theta + \epsilon, \theta^\dagger + \epsilon^\dagger) - S(x, \theta, \theta^\dagger)\end{aligned}\quad (3.8)$$

のように定義できる。つまり \hat{Q} や \hat{Q}^\dagger は超対称性変換の生成子とみなせる。それぞれの具体的な場について超対称性変換のあらわな式を見るには、式 (3.6) のそれぞれのボソン、フェルミオン場に式 (3.8) の無限小変換を行えばよいことがわかる。

話を元に戻すと、超共変微分を導入する理由は、対称性変換に対してグラスマン数の微分 $\partial/\partial\theta^\alpha$ が共変ではないためである。つまり

$$\delta_\epsilon\left(\frac{\partial S}{\partial\theta^\alpha}\right) \neq \frac{\partial}{\partial\theta^\alpha}(\delta_\epsilon S)\quad (3.9)$$

ということである。そこで

$$\begin{aligned}D_\alpha &= \frac{\partial}{\partial\theta^\alpha} - i(\sigma^\mu\theta^\dagger)_\alpha\partial_\mu, \\ D^\dagger_{\dot{\alpha}} &= -\frac{\partial}{\partial\theta^{\dagger\dot{\alpha}}} + i(\theta\sigma^\mu)_{\dot{\alpha}}\partial_\mu\end{aligned}\quad (3.10)$$

の超共変微分を導入し, グラスマン数の微分が共変となることをみる. この微分は超対称性変換の生成子 $\hat{Q}_\alpha, \hat{Q}_\alpha^\dagger$ と

$$\{\hat{Q}_\alpha, D_\beta\} = \{\hat{Q}_\alpha^\dagger, D_\beta\} = \{\hat{Q}_\alpha, D_\beta^\dagger\} = \{\hat{Q}_\alpha^\dagger, D_\beta^\dagger\} = 0 \quad (3.11)$$

のような反交換関係を満たしている. これらの反交換関係と式 (3.8) を用いることで,

$$\delta_\epsilon(D_\alpha S) = D_\alpha(\delta_\epsilon S), \quad \delta_\epsilon(D_\alpha^\dagger S) = D_\alpha^\dagger(\delta_\epsilon S) \quad (3.12)$$

が成り立つ. 以上のように超共変微分を導入することで, 超対称性変換に対して共変な微分が定義できる.

3.2 スーパーフィールド

3.2.1 カイラルスーパーフィールド

導入した超共変微分を用いて, 一般的に可約である式 (3.6) を既約な表現に分解していく. 拘束条件として

$$D_\alpha^\dagger \Phi(x, \theta, \theta^\dagger) = 0, \quad (3.13)$$

$$D_\alpha \Phi^*(x, \theta, \theta^\dagger) = 0 \quad (3.14)$$

を考える. ここで, 式 (3.13) の拘束条件をみたす新たな変数として

$$y^\mu \equiv x^\mu - i\theta\sigma^\mu\theta^\dagger \quad (3.15)$$

が存在することに着目する. これは, 変数 y^μ と θ に関して超共変微分を次のように作用させると理解できる. つまり

$$\begin{aligned} D_\alpha^\dagger y^\mu &= \left(-\frac{\partial}{\partial\theta^{\dagger\alpha}} + i(\theta\sigma^\nu)_\alpha \frac{\partial}{\partial x^\nu} \right) (x^\mu - i\theta\sigma^\mu\theta^\dagger) \\ &= i(\theta\sigma^\mu)_\alpha - i(\theta\sigma^\nu)_\alpha \delta_\mu^\nu = 0, \\ D_\alpha^\dagger \theta &= 0 \end{aligned} \quad (3.16)$$

となり, これは直ちに式 (3.13) の拘束条件を満たしていることがわかる. 従って, 式 (3.13) の拘束条件を満たすようなスーパーフィールドは, 新たな変数 (y^μ, θ) のみの関数で表すことができる. 逆に言えば, (y^μ, θ) を引数にもつスーパーフィールドは式 (3.13) の拘束条件を満たしていることを意味する. また複素共役な場についても同様であり, $(y^{\mu*}, \theta^\dagger)$ の変数を持つスーパーフィールドは式 (3.14) の拘束条件を満たしているといえる. θ, θ^\dagger は

それぞれ逆のカイラリティを持つので、スーパーフィールド $\Phi(y^\mu, \theta)$, $\Phi^*(y^{\mu*}, \theta^\dagger)$ はそれぞれ逆のカイラリティを持つ。このようなスーパーフィールドはカイラルスーパーフィールドと呼ばれている。カイラルスーパーフィールドに含まれる成分場をみるには、式 (3.6) で行ったように、 θ, θ^\dagger の冪で展開することを考えればよい。グラスマン数の性質よりせいぜい 2 次の冪までの展開であることを考慮すると、カイラルスーパーフィールドは

$$\Phi = \phi(y) + \sqrt{2}\theta\psi(y) + \theta\theta F(y) \quad (3.17)$$

$$\begin{aligned} &= \phi(x) - i\theta\sigma^\mu\theta^\dagger\partial_\mu\phi(x) - \frac{1}{4}\theta\theta\theta^\dagger\theta^\dagger\partial^\mu\partial_\mu\phi(x) + \sqrt{2}\theta\psi(x) \\ &\quad - \frac{i}{\sqrt{2}}\theta\theta\theta^\dagger\bar{\sigma}^\mu\partial_\mu\psi(x) + \theta\theta F(x), \end{aligned} \quad (3.18)$$

$$\Phi^* = \phi^*(y^*) + \sqrt{2}\theta^\dagger\psi^\dagger(y^*) + \theta^\dagger\theta^\dagger F^*(y^*) \quad (3.19)$$

$$\begin{aligned} &= \phi^*(x) + i\theta\sigma^\mu\theta^\dagger\partial_\mu\phi^*(x) - \frac{1}{4}\theta\theta\theta^\dagger\theta^\dagger\partial^\mu\partial_\mu\phi^*(x) + \sqrt{2}\theta^\dagger\psi^\dagger(x) \\ &\quad - \frac{i}{\sqrt{2}}\theta^\dagger\theta^\dagger\theta\sigma^\mu\partial_\mu\psi^\dagger(x) + \theta^\dagger\theta^\dagger F^*(x) \end{aligned} \quad (3.20)$$

のように書ける。ここで、カイラルスーパーフィールドの質量次元が 1 であることと、カイラルスーパーフィールドの積はカイラルスーパーフィールドであることに注目する。すると、質量次元 3 をもつカイラルな量 W を

$$W = L^i\Phi_i + M^{ij}\Phi_i\Phi_j + y^{ijk}\Phi_i\Phi_j\Phi_k \quad (3.21)$$

のように定義できる。 L^i, M^{ij}, y^{ijk} はそれぞれ質量次元が 2, 1, 0 の結合定数であり、 i, j, k のラベルは場の種類を表している。 W はスーパーポテンシャルと呼ばれており、この項よりスカラー場とフェルミオン場の相互作用項を取り出せる。具体的な方法については第 3.3 章で説明する。これらのカイラルスーパーフィールドは、例えば第 4 章で述べる最小超対称標準模型においては、物質場やヒッグス場とそれらの超対称な場に対応する。一方ゲージ場はカイラルスーパーフィールドの中に含まれていないので、これから説明するベクトルスーパーフィールドを考える必要がある。

3.2.2 ベクトルスーパーフィールド

別の既約な表現をもつスーパーフィールドとして、実数という条件をもつスーパーフィールド V を考える。その条件は

$$V = V^* \quad (3.22)$$

である. このようなスーパーフィールドをベクトルスーパーフィールドといい, 式 (3.6) のそれぞれのボソン場, フェルミオン場について

$$a = a^*, \quad \chi^\dagger = \xi^\dagger, \quad c = b^*, \quad v_\mu = v_\mu^*, \quad \zeta^\dagger = \eta^\dagger, \quad d = d^* \quad (3.23)$$

の関係式を満たす必要がある. この条件よりベクトルスーパーフィールドでは, ボソン場 a, v_μ, d はそれぞれ実場, b は複素場, さらに ξ, η はそれぞれ 2 成分のスピンルであることがわかる. 従って, ベクトルスーパーフィールドは式 (3.23) を用いて,

$$V(x, \theta, \theta^\dagger) = a + \theta\xi + \theta^\dagger\xi^\dagger + \theta\theta b + \theta^\dagger\theta^\dagger b^* + \theta^\dagger\bar{\sigma}^\mu\theta v_\mu + \theta^\dagger\theta^\dagger\theta\eta + \theta\theta\theta^\dagger\eta^\dagger + \theta\theta\theta^\dagger\theta^\dagger d \quad (3.24)$$

で与えられることがわかる. ここで, それぞれの場を

$$\eta_\alpha = \lambda_\alpha - \frac{i}{2}(\sigma^\mu\partial_\mu\xi^\dagger)_\alpha, \quad v_\mu = A_\mu, \quad d = \frac{1}{2}D - \frac{1}{4}\partial_\mu\partial^\mu a \quad (3.25)$$

のように再定義する. しかしながら, このままでは場の理論として記述するには余計な場が多すぎる. 必要なのはゲージ場 A_μ , ゲージ場の超対称性な場 λ_α , スカラー場 D である. 実際, 他の場 a, ξ_α, b については, 以下で説明するように, U(1) 超ゲージ変換のゲージ自由度を考えれば取り除くことができる.

超ゲージ変換のパラメータとして $(x, \theta, \theta^\dagger)$ の変数で展開したカイラルスーパーフィールド (3.18), (3.20) を用いる. なぜなら $i(\Phi - \Phi^*)$ は実数のスーパーフィールドになるためである. そこで, V の超ゲージ変換パラメータとしてカイラルスーパーフィールド Ω を用いると,

$$V \rightarrow V - i(\Omega - \Omega^*) \quad (3.26)$$

は式 (3.22) の条件を保つ変換であることがわかる. ここで変換パラメータ Ω は,

$$\Omega = \phi(y) + \sqrt{2}\theta\psi(y) + \theta\theta F(y) \quad (3.27)$$

である. 式 (3.26) の右辺第 2 項は式 (3.18), (3.20) より

$$\begin{aligned} i(\Omega - \Omega^*) &= 2\text{Im}(\phi(x)) + \sqrt{2}i\theta\psi(x) + \sqrt{2}i\theta^\dagger\psi^\dagger(x) + \theta\theta iF(x) + \theta^\dagger\theta^\dagger iF^*(x) \\ &\quad + 2\theta\sigma^\mu\theta^\dagger\partial_\mu\text{Re}(\phi(x)) + \frac{1}{\sqrt{2}}\theta^\dagger\theta^\dagger\theta\sigma^\mu\partial_\mu\psi^\dagger(x) + \frac{1}{\sqrt{2}}\theta\theta\theta^\dagger\bar{\sigma}^\mu\partial_\mu\psi(x) \\ &\quad - \frac{1}{2}\theta\theta\theta^\dagger\theta^\dagger\partial^\mu\partial_\mu\text{Im}(\phi(x)) \end{aligned} \quad (3.28)$$

となるので、式 (3.26) の変換と式 (3.24) より

$$\begin{aligned}
a &\rightarrow a - 2\text{Im}(\phi(x)), \\
\xi &\rightarrow \xi - i\sqrt{2}\psi, \\
b &\rightarrow b - iF, \\
A_\mu &\rightarrow A_\mu - 2\partial_\mu \text{Re}(\phi(x)), \\
\lambda &\rightarrow \lambda, \\
D &\rightarrow D
\end{aligned} \tag{3.29}$$

となる。これらより、ゲージ場 A_μ に対しては、 $2\partial_\mu \text{Re}(\phi(x))$ をパラメータとする $U(1)$ ゲージ変換とみなすことができ、それ以外のパラメータ $2\text{Im}(\phi(x)), \psi, F$ は任意に選ぶことができる。このような超ゲージ変換により、 a, ξ, b の場を取り除くように選んだゲージは Wess-Zumino ゲージと呼ばれている。以上をまとめると、このゲージ固定の下でのベクトルスーパーフィールドは

$$V_{\text{WZ}} = \theta^\dagger \bar{\sigma}^\mu \theta A_\mu + \theta^\dagger \theta^\dagger \theta \lambda + \theta \theta \theta^\dagger \lambda^\dagger + \frac{1}{2} \theta \theta \theta^\dagger \theta^\dagger D \tag{3.30}$$

となる。式 (3.30) はゲージ場 A_μ 、ゲージ場の超対称な場 λ_α 、スカラー場 D のみを含んだスーパーフィールドであることがわかる。ここまで述べた議論は $U(1)$ のゲージ変換だけではなく、非可換のゲージ理論にも拡張することができる。非可換ゲージ理論に関しては付録 C にまとめた。

3.3 超対称ラグランジアン

以上のように定義されたカイラルスーパーフィールド、ベクトルスーパーフィールドを用いることにより、超対称な作用が構成できる。超対称な作用は、超対称性変換 δ_ϵ の下で不変な量であるため

$$A = \int d^4x \int d^2\theta d^2\theta^\dagger S(x, \theta, \theta^\dagger) \tag{3.31}$$

に対して

$$\delta_\epsilon A = 0 \tag{3.32}$$

を満たさなければいけない。つまり、超対称性変換のもとで全微分であるということの意味しているので、全微分で表わされる項のみに着目すればよい。超対称性変換については付録 A まとめている。式 (3.6) に超対称性変換 $-i(\epsilon \hat{Q} + \epsilon^\dagger \hat{Q}^\dagger)$ を演算し全微分になる項

は、付録 A の式 (A.1i), (A.2c) である. 従って、スーパーフィールドの中で $\theta\theta\theta^\dagger\theta^\dagger$ の D 項と、 $\theta\theta$ の F 項から、超対称な作用を構成できることがわかる. 最も一般的には、ベクトルスーパーフィールド V , カイラルスーパーフィールド Φ に対して、

$$[V]_D \equiv \int d^2\theta d^2\theta^\dagger V, \quad (3.33)$$

$$[\Phi]_F \equiv \int d^2\theta \Phi \quad (3.34)$$

の操作により超対称なラグランジアン密度を構成できる.

さて、以上のようにして、ラグランジアン密度の構成の方法が明らかとなったので、ここからは具体的に場の理論として構成される運動項、質量項、相互作用項を見る. まず、カイラルスーパーフィールドの成分場であるスカラー場 ϕ とフェルミオン場 ψ の運動項は、カイラルスーパーフィールドと反カイラルスーパーフィールドを考えることにより導出できる. 式 (3.18), (3.20) より $\Phi^{*i}\Phi_j$ は $\theta\theta\theta^\dagger\theta^\dagger$ に比例する D 項がある. 従って、

$$\mathcal{L} = [\Phi^{*i}\Phi_j]_D \equiv \int d^2\theta d^2\theta^\dagger \Phi^{*i}\Phi_j = \partial^\mu \phi^{*i} \partial_\mu \phi_j + i\psi^{\dagger i} \bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \psi_j + F^{*i} F_j \quad (3.35)$$

のように運動項を取り出すことができる. i, j は場の種類のラベルである. 次にカイラルスーパーフィールドに含まれる成分場の相互作用項についてであるが、式 (3.21) のスーパーポテンシャルを考えることで取り出せる. カイラルスーパーフィールドの積の F 項のみを取り出すと、

$$[\Phi_i\Phi_j]_F = \phi_i F_j + \phi_j F_i - \psi_i \psi_j, \quad (3.36)$$

$$[\Phi_i\Phi_j\Phi_k]_F = \phi_i \phi_j F_k + \phi_i \phi_k F_j + \phi_j \phi_k F_i - \psi_i \psi_j \phi_k - \psi_i \psi_k \phi_j - \psi_j \psi_k \phi_i \quad (3.37)$$

のように書くことができ、これらよりスカラー場とフェルミオン場の質量項と相互作用項が与えられる. 補助場 F, F^* については、式 (3.35), (3.36), (3.37) の F, F^* に関する項に関して、運動方程式を用いることでスカラーポテンシャルとなる. 以上より、カイラルスーパーフィールドから超対称なラグランジアン密度を構成するには、

$$\mathcal{L} = [\Phi^{*i}\Phi_i]_D + ([W(\Phi_i)]_F + \text{h.c.}) \quad (3.38)$$

を考えればよいことがわかる. W は式 (3.21) で述べたスーパーポテンシャルである.

しかし今述べた構成にはゲージ場が含まれていない. 場の理論として意味のあるラグランジアンを構成するには、ゲージ場との相互作用を考え、ゲージ不変なラグランジアン

密度が必要である. 以下では簡単のために U(1) ゲージ不変のラグランジアン密度を考える. カイラルスーパーフィールド Φ_i が U(1) の電荷 q_i を持っているとする. カイラルスーパーフィールドの超ゲージ変換は式 (3.26) の変換パラメータである Ω, Ω^* と, ゲージ結合定数 g を用いて

$$\Phi \rightarrow e^{2igq_i\Omega}\Phi, \quad \Phi^{*i} \rightarrow e^{-2igq_i\Omega^*}\Phi^{*i} \quad (3.39)$$

となる. これらのカイラルスーパーフィールドに対する超ゲージ変換を考えると, 式 (3.35) の $\Phi^{*i}\Phi_i$ は超ゲージ不変ではなく,

$$\Phi^{*i}\Phi_i \rightarrow e^{2igq_i(\Omega-\Omega^*)}\Phi^{*i}\Phi_i \quad (3.40)$$

となる. 式 (3.35) は運動項を与える項であるので, この項を超ゲージ不変な項にする必要がある. 超ゲージ不変にするには式 (3.40) と打ち消しあえばよいので, $\Phi^{*i}\Phi_i$ を,

$$\Phi^{*i}e^{2gq_iV}\Phi_i \quad (3.41)$$

のように再定義すれば良い. なぜなら, V は超ゲージ変換により式 (3.26) のように変換するから式 (3.40) と打ち消しあうことがわかる. ここで V として, Wess-Zumino ゲージ V_{WZ} (式 (3.30)) を用いる. 式 (3.41) の指数部 $e^{2gq_iV_{WZ}}$ をグラスマン数の性質に注意して展開すると

$$e^{2gq_iV_{WZ}} = 1 + 2gq_i(\theta^\dagger\bar{\sigma}^\mu\theta A_\mu + \theta^\dagger\theta^\dagger\theta\lambda + \theta\theta\theta^\dagger\lambda^\dagger + \frac{1}{2}\theta\theta\theta^\dagger\theta^\dagger D) - g^2q_i^2\theta\theta\theta^\dagger\theta^\dagger A^\mu A_\mu \quad (3.42)$$

となる. これより超ゲージ不変になった式 (3.41) の D 項をとると

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = [\Phi^{*i}e^{2gq_iV_{WZ}}\Phi_i]_D &= F^{*i}F_i + \nabla^\mu\phi^{*i}\nabla_\mu\phi + i\psi^{\dagger i}\bar{\sigma}^\mu\nabla_\mu\psi_i \\ &\quad - \sqrt{2}gq_i(\phi^{*i}\psi_i\lambda + \phi_i\psi^{\dagger i}\lambda^\dagger) + gq_i\phi^{*i}\phi_i D \end{aligned} \quad (3.43)$$

となる. ここで ∇_μ は共変微分の意味で

$$\nabla_\mu\phi_i = \partial_\mu\phi_i - igq_iA_\mu\phi_i, \quad (3.44)$$

$$\nabla_\mu\psi_i = \partial_\mu\psi_i - igq_iA_\mu\psi_i \quad (3.45)$$

である. 以上より, ゲージ場との相互作用を取り入れることができる.

残るはゲージ場とそれに超対称なゲージノ場の運動項である. これらに関しては超ゲージ変換の下で超ゲージ不変な場の強さを考える必要がある. 一般のベクトルスーパー

フィールド V に対し, 場の強さ $\mathcal{W}_\alpha, \mathcal{W}_{\dot{\alpha}}$ をスピノルの添え字をもつ, カイラルなスーパーフィールドとして

$$\begin{aligned}\mathcal{W}_\alpha &= -\frac{1}{4}D^\dagger D^\dagger D_\alpha V, \\ \mathcal{W}_{\dot{\alpha}} &= -\frac{1}{4}DDD_{\dot{\alpha}}^\dagger V\end{aligned}\tag{3.46}$$

を定義する. ここで $D_\alpha, D_{\dot{\alpha}}$ は式 (3.10) の超共変微分である. このように定義された場の強さは式 (3.26) の超ゲージ変換により超ゲージ不変であることがわかる. これは, Ω, Ω^* がカイラルスーパーフィールドであることから $D_{\dot{\alpha}}^\dagger \Omega = 0, D_\alpha \Omega^* = 0$ が成り立つことと,

$$D^\dagger D^\dagger D_\alpha \Omega = -D^{\dagger\beta} \{D_\beta^\dagger, D_\alpha\} \Omega = -2i\sigma_{\alpha\beta}^\mu \partial_\mu D_\beta^\dagger \Omega = 0,\tag{3.47}$$

$$DDD_{\dot{\alpha}}^\dagger \Omega^* = D^\beta \{D_\beta, D_{\dot{\alpha}}^\dagger\} \Omega^* = 2i\sigma_{\beta\dot{\alpha}}^\mu \partial_\mu D^\beta \Omega^* = 0\tag{3.48}$$

の関係式が成立することを用いれば良い. 従って, \mathcal{W}_α の超ゲージ変換は

$$\mathcal{W}_\alpha \rightarrow -\frac{1}{4}D^\dagger D^\dagger D_\alpha (V - i(\Omega - \Omega^*)) = \mathcal{W}_\alpha\tag{3.49}$$

$$\mathcal{W}_{\dot{\alpha}}^\dagger \rightarrow -\frac{1}{4}DDD_{\dot{\alpha}}^\dagger (V - i(\Omega - \Omega^*)) = \mathcal{W}_{\dot{\alpha}}^\dagger\tag{3.50}$$

となる. ここでベクトルスーパーフィールド V のゲージ固定として Wess-Zumino ゲージを選ぶ. さらに $(x^\mu, \theta, \theta^\dagger)$ から $(y^\mu, \theta, \theta^\dagger)$ に変数変換すると

$$V_{\text{WZ}}(y^\mu, \theta, \theta^\dagger) = \theta^\dagger \bar{\sigma}^\mu \theta A_\mu(y) + \theta^\dagger \theta^\dagger \theta \lambda(y) + \theta \theta \theta^\dagger \lambda^\dagger(y) + \frac{1}{2} \theta \theta \theta^\dagger \theta^\dagger (D(y) + i\partial_\mu A^\mu(y))\tag{3.51}$$

となる. この V_{WZ} に対して, $(y^\mu, \theta, \theta^\dagger)$ に変数変換した超共変微分を演算することにより, 式 (3.46) は

$$\begin{aligned}\mathcal{W}_\alpha(y^\mu, \theta, \theta^\dagger) &= \lambda_\alpha + \theta_\alpha D - (\sigma^{\mu\nu} \theta)_\alpha F_{\mu\nu} + i\theta\theta(\sigma^\mu \partial_\mu \lambda^\dagger)_\alpha, \\ \mathcal{W}_{\dot{\alpha}}^\dagger(y^\mu, \theta, \theta^\dagger) &= \lambda^{\dagger\dot{\alpha}} + \theta^{\dagger\dot{\alpha}} D - (\bar{\sigma}^{\mu\nu} \theta^\dagger)^{\dot{\alpha}} F_{\mu\nu} + i\theta^\dagger \theta^\dagger (\bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \lambda^\dagger)^{\dot{\alpha}}\end{aligned}\tag{3.52}$$

となる. ここで, $\sigma^{\mu\nu} \equiv \frac{i}{4}(\sigma^\mu \bar{\sigma}^\nu - \sigma^\nu \bar{\sigma}^\mu)$, $\bar{\sigma}^{\mu\nu} \equiv \frac{i}{4}(\bar{\sigma}^\mu \sigma^\nu - \bar{\sigma}^\nu \sigma^\mu)$ で $F_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ である. これらはカイラリティを持った場の強さのスーパーフィールドであるので, スピノル添え字の足をつぶした量の F 項をとることでラグランジアン密度を構成できる. スピノルの足をつぶした量をそれぞれ計算すると

$$[\mathcal{W}^\alpha \mathcal{W}_\alpha]_F = D^2 + 2i\lambda\sigma^\mu \partial_\mu \lambda^\dagger - \frac{1}{2}F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} - \frac{i}{4}\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} F_{\mu\nu} F_{\rho\sigma},\tag{3.53}$$

$$[\mathcal{W}_\alpha^\dagger \mathcal{W}^{\dagger\dot{\alpha}}]_F = D^2 + 2i\partial_\mu \lambda \sigma^\mu \lambda^\dagger - \frac{1}{2} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} + \frac{i}{4} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} F_{\mu\nu} F_{\rho\sigma} \quad (3.54)$$

となる. 4 階の反対称テンソル $\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}$ は $\epsilon_{0123} = -\epsilon^{0123} = 1$ とした. これよりラグランジアン密度は

$$\mathcal{L} = \frac{1}{4} \left([\mathcal{W}^\alpha \mathcal{W}_\alpha]_F + [\mathcal{W}_\alpha^\dagger \mathcal{W}^{\dagger\dot{\alpha}}]_F \right) = \frac{1}{2} D^2 + i\lambda^\dagger \bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \lambda - \frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} \quad (3.55)$$

のようになる. 式 (3.55) の第 2 項目がゲージノ場の運動項であり, 第 3 項目がゲージ場の運動項である. 第 1 項目は式 (3.43) の D に関する項と合わせると, スカラーポテンシャルの 4 次の項となる. 以上より超対称性不変で U(1) ゲージ不変なラグランジアン密度 $\mathcal{L}_{\text{Abelian}}$ は, 式 (3.38) の第 1 項をゲージ不変を持つように書き直した式 (3.43) と式 (3.38) の第 2 項と式 (3.55) を合わせたもので構成でき,

$$\mathcal{L}_{\text{Abelian}} = [\Phi^{*i} e^{2gq_i V_{\text{WZ}}} \Phi_i]_D + ([W(\Phi_i)]_F + \text{h.c.}) + \frac{1}{4} ([\mathcal{W}^\alpha \mathcal{W}_\alpha]_F + \text{h.c.}) \quad (3.56)$$

で与えられ, 右辺のそれぞれを展開した具体形は付録 B にまとめた. 実は, U(1) ゲージ不変で超対称性変換に対しても不変な項がもう一つあり, それは Wess-Zumino ゲージのベクトルスーパーフィールド V_{WZ} の D 項をそのままとる項である. この項は超対称性の破れを議論する際に重要になる項だが, 今回は触れないことにする.

以上により, スーパーフィールド形式からゲージ不変かつ超対称な 4 次元時空のラグランジアン密度を構成する方法をみた. 多くの具体的な模型, 例えば第 4 章で述べる MSSM 等は, 非可換のゲージ対称性をもつ理論となっているため, 今まで述べてきたことを踏まえて拡張する必要がある. しかしここでは, 場の理論で用いることができる超対称なラグランジアン密度をどのように構成するかに焦点を当てていたので, 非可換に拡張したラグランジアン密度は付録 C に掲載する.

3.4 超対称性の破れ

この章では, 超対称性の破れに関するラグランジアン密度について紹介する. 超対称性はボソンとフェルミオンを交換する対称性であるため, もし超対称性が成立していれば同質量のボソンとフェルミオンが自然界に存在していなければいけない. しかしながら, 例えば電子の質量は 0.5 MeV 程度であるが, その超対称性パートナーであるスカラー電子は現在までに発見されていない. 従って, もし超対称性が存在するのであれば, 我々の自然界では超対称性が破れている必要がある. では, どのように超対称性の破れを取り入れ

るかという、第 2 章で述べた 2 次発散について考える必要がある。超対称性は元来スカラーの自己エネルギー由来の 2 次発散を打ち消すために導入されたが、超対称性の破れを考えるときに 2 次発散があらわれると超対称性を導入した意味がなくなる。従って、2 次発散が現れないように超対称性の破れを考える必要がある。具体的にはあらわに質量項を取り入れるか、質量次元をもつ結合定数を導入すれば 2 次発散は現れない。質量次元をもつ結合定数に関して、2 次発散が現れない理由はループ積分を考えればよい。ループ積分の際には運動量の奇数次は落ちるため、発散の形というのは 2 次発散かあるいは log 発散のどちらかに限られる。従って、質量次元の結合定数を導入しておけば必ず発散の形は log 発散になる。このようにして 2 次発散が現れないようにする。このような超対称性の破れをソフトな破れとよび、ラグランジアン密度を $\mathcal{L}_{\text{soft}}$ と書くこととする。超対称性の破れを含めた全体のラグランジアン \mathcal{L} は、超対称なラグランジアンを $\mathcal{L}_{\text{SUSY}}$ と書くと、

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{SUSY}} + \mathcal{L}_{\text{soft}} \quad (3.57)$$

と表わされる。 $\mathcal{L}_{\text{SUSY}}$ の具体的な式は、U(1) ゲージ理論の場合を $\mathcal{L}_{\text{Abelian}}$ として付録 B に、非可換ゲージ理論の場合を \mathcal{L}_{NA} として付録 C にまとめている。ここでは、具体的な $\mathcal{L}_{\text{soft}}$ を考える。上記で述べたような、ソフトな破れである質量項、または質量次元を持つ結合定数を導入した繰り込み可能なラグランジアン密度は

$$-\mathcal{L}_{\text{soft}} = \left(\frac{1}{2} M_a \lambda^a \lambda^a + \frac{1}{6} a^{ijk} \phi_i \phi_j \phi_k + \frac{1}{2} b^{ij} \phi_i \phi_j + t^i \phi_i \right) + \text{h.c.} + (m^2)_j^i \phi^{j*} \phi_i \quad (3.58)$$

のように与えられる。 ϕ はスカラー場、 λ^a はゲージノ場、 M_a はゲージノの質量、 m は soft scalar mass、 a^{ijk} 、 b^{ij} はそれぞれ質量次元 1, 2 を持ち A パラメータ、B パラメータと呼ばれている。 t^i は質量次元 3 をもつ結合定数であり、この結合定数を持つ場 ϕ_i はゲージ不変性より、ゲージ変換に対してシングレットである場のみが許される。このような超対称性の破れのラグランジアンがどのように与えられるかについては、超対称性の破れの一つのシナリオである gravity mediation を一例として付録 D にまとめた。以後これらの超対称性の破れに関するパラメータを SUSY-breaking パラメータと呼ぶこととする。

4 最小超対称標準模型 (MSSM)

標準模型を超対称に最小に拡張した模型を最小超対称標準模型 (Minimal Supersymmetric Standard Model; MSSM) という。MSSM のスーパーポテンシャルは次のように

与えられる.

$$W_{\text{MSSM}} = \mathbf{Y}_u u Q H_u - \mathbf{Y}_d d Q H_d - \mathbf{Y}_e e L H_d + \mu_H H_u H_d \quad (4.1)$$

Q, u, d, L, e, H_u, H_d はそれぞれカイラルスーパーフィールドである. Q, L は SU(2)₂ 重項のカイラルスーパーフィールドで, u, d, e は SU(2)₁ 重項のカイラルスーパーフィールドである. H_u, H_d はヒッグスに関するカイラルスーパーフィールドである. 式 (4.1) に現れる場は, 拘束条件によりすべて左巻きのスーパーフィールドで書かれている. さらに $\mathbf{Y}_u, \mathbf{Y}_d, \mathbf{Y}_e$ は質量次元を持たない湯川結合定数でそれぞれ 3×3 行列であり, μ_H は質量次元 1 を持つ結合定数である. これらの結合定数は式 (3.21) の y^{ijk}, M^{ij} に対応している. 式 (3.21) の L^i に対応する場は SM のゲージ群のゲージ変換に対して不変でなければいけないが, そのような場は MSSM には存在しないため式 (4.1) のスーパーポテンシャルには現れない. それぞれの量子数は付録 E にまとめた. また, 超対称性が存在するならば, 我々の自然界では超対称性は破れているため, SUSY-breaking のラグランジアンを考えなければいけない. これは第 3.4 章で述べたソフトな破れのラグランジアンに対応する. SU(3) \times SU(2) \times U(1) のゲージ対称性をもつ, MSSM のソフトな破れのラグランジアン $\mathcal{L}_{\text{MSSM}}^{\text{soft}}$ は,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{MSSM}}^{\text{soft}} = & -\frac{1}{2}(M_3 \tilde{g} \tilde{g} + M_2 \tilde{W} \tilde{W} + M_1 \tilde{B} \tilde{B} + \text{h.c.}) \\ & - (\mathbf{A}_u \tilde{u} \tilde{Q} H_u - \mathbf{A}_d \tilde{u} \tilde{Q} H_d - \mathbf{A}_d \tilde{u} \tilde{Q} H_d + \text{h.c.}) \\ & - (\tilde{Q}^\dagger \mathbf{m}_Q^2 \tilde{Q} + \tilde{u} \mathbf{m}_u^2 \tilde{u}^\dagger + \tilde{d} \mathbf{m}_d^2 \tilde{d}^\dagger + \tilde{L}^\dagger \mathbf{m}_L^2 \tilde{L} + \tilde{e} \mathbf{m}_e^2 \tilde{e}^\dagger \\ & + m_{H_u}^2 H_u^* H_u + m_{H_d}^2 H_d^* H_d) - (b H_u H_d + \text{h.c.}) \end{aligned} \quad (4.2)$$

で与えられる. ここで $\mathcal{L}_{\text{MSSM}}^{\text{soft}}$ にある H_u, H_d はカイラルスーパーフィールドではなくスカラー成分を意味している. それぞれの SUSY-breaking パラメータの説明をすると, 第 1 行目がゲージノの質量である. 第 2 行目はフェルミオンのカイラリティを反映しているスカラークォーク (スクォーク) やスカラーレプトン (スレプトン) の右巻きと左巻きの結合を表す項で, スカラー 3 点結合 (A パラメータ) と呼ばれている. 第 3 行目から 4 行目にかけては soft scalar mass を表し, 最後の行はヒッグス場の結合を表し B パラメータと呼ばれている. ゲージノ場 ($\tilde{g}, \tilde{W}, \tilde{B}$) についての名称は付録 E にまとめられている.

4.1 電弱対称性の破れとヒッグス

MSSM において、ヒッグス場は 2 種類導入される。この理由は、スーパーポテンシャルに含まれるスーパーフィールドがすべて同じカイラリティを持たなければいけないことに依る。アップクォークに質量を与えるヒッグススーパーフィールド (H_u) と、ダウクォーク・レプトンに質量を与えるヒッグススーパーフィールド (H_d) は、ゲージ不変性の要請により、互いに反対の U(1) 電荷を持たなければいけない (付録 E 参照)。もしヒッグススーパーフィールドが 1 つであるとすると、反カイラルスーパーフィールドを導入しなければいけなくなるため、式 (4.1) のような同じカイラリティをもつスーパーフィールドでスーパーポテンシャルを構成することができなくなってしまうことによる。2 種類のヒッグススーパーフィールドは

$$H_u = \begin{pmatrix} H_u^+ \\ H_u^0 \end{pmatrix}, \quad H_d = \begin{pmatrix} H_d^0 \\ H_d^- \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

で定義される。電弱対称性の破れが起きると、 H_u^0 はアップクォークに、 H_d^0 はダウクォーク・レプトンにそれぞれ質量を与える。従って、MSSM において電弱対称性が破れる、すなわちゲージ対称性の破れである $SU(2) \times U(1) \rightarrow U(1)_{\text{EM}}$ を考えることで、MSSM でのヒッグスの質量がどのように与えられるかがわかる。同時に、MSSM では物理的なヒッグスが 5 つ存在することがわかる。

4.1.1 摂動の 0 次でのヒッグスの質量

初めにポテンシャルの最低点を探すことで電弱対称性の破れに関する条件を導く。この条件により、低エネルギーでの Z ボソンの質量が MSSM のパラメータを用いて記述される事をみて、摂動の 0 次でのヒッグスの質量を導く。

ヒッグスセクターのポテンシャルを V とする。超対称なスカラーポテンシャルは付録 C の式 (C.21)–(C.24) に与えられており、それらの式中で、 ϕ を H_u, H_d とし、 M^{ij} を μ_H とみなすことで得られる。さらに、式 (4.2) の超対称の破れの項を合わせることで、ヒッグスセクターのポテンシャル V は

$$\begin{aligned} V = & (|\mu_H|^2 + m_{H_u}^2) (|H_u^0|^2 + |H_u^+|^2) + (|\mu_H|^2 + m_{H_d}^2) (|H_d^0|^2 + |H_d^-|^2) \\ & + (b(H_u^+ H_d^- - H_u^0 H_d^0) + \text{h.c.}) \\ & + \frac{1}{8} (g^2 + g'^2) (|H_u^0|^2 + |H_u^+|^2 - |H_d^0|^2 - |H_d^-|^2)^2 \end{aligned}$$

$$+ \frac{1}{2}g^2 |H_u^+ H_d^{0*} + H_u^0 H_d^{-*}|^2 \quad (4.4)$$

のように与えられる. g', g はそれぞれ $U(1), SU(2)$ のゲージ結合定数である. 4 次の項はゲージ結合定数により決まっていることが分かる. ここで $SU(2)$ のゲージ変換により $\langle H_u^+ \rangle = 0$ をポテンシャルの最低点と取ると, $\partial V / \partial H_u^+ = 0$ の条件により, $\langle H_d^- \rangle = 0$ を満たさなければいけないことがわかる. これは, 荷電ヒッグスの真空期待値は 0 と置くことを意味する. なぜなら, 荷電ヒッグスが真空期待値を得て電弱対称性が破れると, 電荷保存則が破れてしまうからである. 従って, 一般性を失うことなく次のポテンシャルの最低点を考えればよいこととなる.

$$V_H = (V)_{H_u^+ = H_d^- = 0} = (|\mu_H|^2 + m_{H_u}^2) |H_u^0|^2 + (|\mu_H|^2 + m_{H_d}^2) |H_d^0|^2 - b(H_u^0 H_d^0 + \text{h.c.}) + \frac{1}{8}(g^2 + g'^2)(|H_d^0|^2 - |H_u^0|^2)^2 \quad (4.5)$$

ポテンシャルの最低点を求める前に, 満たさなければいけない条件が 2 つあるのでそれについて先に述べる. 1 つ目はフラットポテンシャルに関するものである. 例えば,

$$|H_u^0| = |H_d^0| \quad (4.6)$$

の時には, ポテンシャルの 4 次の項が消えるが, このポテンシャルが式 (4.6) の方向に落ち込まないようにしなければいけない. つまり $|H_u^0| = |H_d^0|$ と選んだ時にポテンシャルが無限の底に落ち込まないように条件が必要であり,

$$2|\mu_H|^2 + m_{H_u}^2 + m_{H_d}^2 > 2b \quad (4.7)$$

を満たす必要がある. 2 つ目として, $SU(2)$ 対称性が破れるためには H_u^0 と H_d^0 の線形結合で表わされる質量固有状態のうち, 固有値の一つは負にならなければいけない. その時の条件は式 (4.5) のポテンシャルの 2 次の項を取り出して

$$\begin{pmatrix} H_u^{0*} & H_d^0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |\mu_H|^2 + m_{H_u}^2 & -b \\ -b & |\mu_H|^2 + m_{H_d}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H_u^0 \\ H_d^{0*} \end{pmatrix} \quad (4.8)$$

で表わされる質量行列の行列式が負であればよい. すなわち,

$$b^2 > (|\mu_H|^2 + m_{H_u}^2)(|\mu_H|^2 + m_{H_d}^2) \quad (4.9)$$

を満たす必要がある. ここで注意すべきは, $m_{H_u}^2 = m_{H_d}^2$ の時には, 式 (4.7) と式 (4.9) は矛盾する. しかしながら, 大統一スケールで $m_{H_u}^2 = m_{H_d}^2$ であってもトップクォークの湯

川結合定数が $\mathcal{O}(1)$ と大きく、 $m_{H_u}^2$ にのみ効くため、 $m_{H_u}^2$ と $m_{H_d}^2$ の電弱スケールでの値は異なる。その結果として、MSSM では電弱対称性の破れが実現される [73, 74].

さて、話を戻してポテンシャルの最低点を探す。そのためには、電弱対称性が破れ、ヒッグス場が真空期待値を得たヒッグスポテンシャルを考えればよい。真空期待値をそれぞれ

$$v_u = \langle H_u^0 \rangle, \quad v_d = \langle H_d^0 \rangle \quad (4.10)$$

と定義する。これらの真空期待値は

$$\tan\beta = \frac{v_u}{v_d}, \quad (4.11)$$

$$v_u^2 + v_d^2 = \frac{2m_Z^2}{g^2 + g'^2} \quad (4.12)$$

のように Z ボソンの質量と結びついており、 $m_Z \approx 91$ GeV である。これらの 2 つの式が意味することは次の通りである。 v_u, v_d の 2 つのパラメータを、 v_u と v_d の比である $\tan\beta$ と実験値 m_Z の 2 つのパラメータに置き換えたと言える。これらの真空期待値を式 (4.5) に代入すると、

$$V_H = (|\mu_H|^2 + m_{H_u}^2)v_u^2 + (|\mu_H|^2 + m_{H_d}^2)v_d^2 - 2bv_uv_d + \frac{1}{8}(g^2 + g'^2)(v_d^2 - v_u^2)^2 \quad (4.13)$$

となる。この式に対して、最低点であるための条件、 $\partial V_H / \partial v_u = \partial V_H / \partial v_d = 0$ を課すことで

$$(m_{H_u}^2 + |\mu_H|^2)v_u - bv_d - \frac{1}{4}(g^2 + g'^2)(v_d^2 - v_u^2)v_u = 0, \quad (4.14)$$

$$(m_{H_d}^2 + |\mu_H|^2)v_d - bv_u + \frac{1}{4}(g^2 + g'^2)(v_d^2 - v_u^2)v_d = 0 \quad (4.15)$$

を得ることができ、さらにこれらは式 (4.11), (4.12) を用いることで

$$(m_{H_u}^2 + |\mu_H|^2) - b \cot\beta - \frac{1}{2}m_Z^2 \cos(2\beta) = 0, \quad (4.16)$$

$$(m_{H_d}^2 + |\mu_H|^2) - b \tan\beta + \frac{1}{2}m_Z^2 \cos(2\beta) = 0 \quad (4.17)$$

のように表わされる。これら式 (4.14), (4.15) (又は (4.16), (4.17)) がポテンシャルの最低点に関する条件である。式 (4.16), (4.17) をみると、Z ボソンの質量は低エネルギーでの SUSY($\mu, \tan\beta$) や SUSY-breaking パラメータ ($m_{H_u}^2, m_{H_d}^2$) によって書くことができ、

$$m_Z^2 = \frac{m_{H_u}^2 - m_{H_d}^2}{\cos(2\beta)} - m_{H_d}^2 - m_{H_u}^2 - 2|\mu_H|^2 \quad (4.18)$$

となる. SUSY-breaking パラメータは繰り込み群方程式を解くことにより, 低エネルギーで値が定まる. 従って, フリーパラメータである $\tan\beta$ を固定すると, 低エネルギーでの $|\mu_H|$ は電弱対称性の破れの条件により決まる. しかしながら, なぜ μ_H の大きさが SUSY-breaking パラメータと同じ程度であるのかについては明確な理由がなく, 一般に μ_H 問題と呼ばれている. ここではこの問題に深く立ち入らずに, $|\mu_H|$ が電弱対称性の破れの条件により決まっているものとする.

次に摂動の 0 次でのポテンシャルから, 物理的なヒッグスについてみる. 一般にスカラー場 ϕ の質量はポテンシャル V を場 ϕ で 2 回微分することで得られ,

$$m_{lm}^2 = \left\langle \frac{\partial^2 V}{\partial\phi_l \partial\phi_m} \right\rangle \quad (4.19)$$

のようになる. ここで式 (4.19) の中の $\langle \dots \rangle$ は真空期待値を代入するという意味である. 具体的には, MSSM でのヒッグス場のポテンシャル V_H を微分して真空期待値を代入する. MSSM でのヒッグス場は, 式 (4.3) で導入した通りである. それぞれの成分は複素スカラー場で導入されているため, 実数では 8 個の自由度がある. 以下に見るように, このうち 5 つが物理的な質量をもつヒッグスとして定義でき, 残りの 3 つは Z ボソン, W^\pm ボソンに吸収される質量 0 のゴールドストーンボソンとなる.

まず, 荷電ヒッグスは

$$\phi^+ = \begin{pmatrix} (H_d^-)^* \\ H_u^+ \end{pmatrix}, \quad \phi^- = \begin{pmatrix} H_d^- \\ (H_u^+)^* \end{pmatrix} \quad (4.20)$$

の基底により質量行列 $m_{H_\pm}^2$ は,

$$\phi^+ m_{H_\pm}^2 \phi^- \quad (4.21)$$

のように定義される. ここで $m_{H_\pm}^2$ は式 (4.4) を式 (4.20) の場で 2 回微分し, 真空期待値を代入したものである. 従って $m_{H_\pm}^2$ は

$$\begin{pmatrix} m_1^2 + \frac{1}{4}(g^2 + g'^2)(v_d^2 - v_u^2) + \frac{1}{2}g^2 v_u^2 & b + \frac{1}{2}g^2 v_u v_d \\ b + \frac{1}{2}g^2 v_u v_d & m_2^2 - \frac{1}{4}(g^2 + g'^2)(v_d^2 - v_u^2) + \frac{1}{2}g^2 v_u^2 \end{pmatrix} \quad (4.22)$$

となる. ここで式 (4.22) において m_1^2, m_2^2 はそれぞれ,

$$m_1^2 = m_{H_d}^2 + |\mu_H|^2, \quad m_2^2 = m_{H_u}^2 + |\mu_H|^2 \quad (4.23)$$

とした. さらにこの質量行列 $m_{H^\pm}^2$ をポテンシャルの最低点の条件である式 (4.14), (4.15) を用いて書き直すと

$$(4.22) = \left(\frac{b}{v_u v_d} + \frac{1}{4} g^2 \right) \begin{pmatrix} v_u^2 & v_u v_d \\ v_u v_d & v_d^2 \end{pmatrix} \quad (4.24)$$

となる. この質量行列をみると行列式が 0 であるため, この行列の固有値の 1 つは 0 になる. 質量が 0 のモードは W^\pm ボソンに質量を与えるゴールドストーンボソンであり, 質量が 0 ではない方の物理的な荷電ヒッグスを H^\pm とすると, 質量固有状態 $M_{H^\pm}^2$ は

$$M_{H^\pm}^2 = \left(\frac{b}{v_u v_d} + \frac{1}{4} g^2 \right) (v_u^2 + v_d^2) \quad (4.25)$$

で与えられる.

次に中性ヒッグス場を考える. これらは真空期待値をもつので次のように真空期待値のまわりの揺らぎとしてヒッグス場を考える.

$$\begin{pmatrix} H_u^0 \\ H_d^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_u \\ v_d \end{pmatrix} + \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \text{Re}(H_u^0) + i\text{Im}(H_u^0) \\ \text{Re}(H_d^0) + i\text{Im}(H_d^0) \end{pmatrix} \quad (4.26)$$

式 (4.19) にある ϕ に対応するものとして, 式 (4.26) の $\text{Im}(H_u^0), \text{Im}(H_d^0)$ を考えると, 質量行列は

$$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2m_1^2 + \frac{1}{2}(g^2 + g'^2)(v_d^2 - v_u^2) & b \\ b & 2m_2^2 - \frac{1}{2}(g^2 + g'^2)(v_d^2 - v_u^2) \end{pmatrix} \quad (4.27)$$

と与えられる. ここで, 式 (4.14), (4.15) を用いることで式 (4.27) は

$$b \begin{pmatrix} v_u/v_d & 1 \\ 1 & v_d/v_u \end{pmatrix} \quad (4.28)$$

となる. この行列は行列式が 0 なので, 2 つの固有値のうち 1 つは 0 になる. 質量が 0 のモードが Z ボソンに吸収されるモードで, もう一方の質量があるモードが, MSSM に現れる物理的なヒッグスの一つである. 物理的なヒッグスを A^0 と定義すると質量は

$$m_{A^0}^2 = \frac{b}{v_u v_d} (v_u^2 + v_d^2) = \frac{2b}{\sin(2\beta)} \quad (4.29)$$

となる.

次に, 式 (4.19) にある ϕ で $\text{Re}(H_u^0), \text{Re}(H_d^0)$ を考えると質量行列は

$$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2m_1^2 + \frac{1}{2}(g^2 + g'^2)(v_d^2 - v_u^2) & b \\ b & 2m_2^2 - \frac{1}{2}(g^2 + g'^2)(v_d^2 - v_u^2) \end{pmatrix} \quad (4.30)$$

と与えられる. 先程と同様にして, 式 (4.14), (4.15), 更に式 (4.29) を用いることで式 (4.30) は

$$\begin{pmatrix} m_{A^0}^2 \sin^2 \beta + m_Z^2 \cos^2 \beta & -(m_{A^0}^2 + m_Z^2) \sin \beta \cos \beta \\ -(m_{A^0}^2 + m_Z^2) \sin \beta \cos \beta & m_{A^0}^2 \cos^2 \beta + m_Z^2 \sin^2 \beta \end{pmatrix} \quad (4.31)$$

と変形できる. 式 (4.31) を対角化すると固有値は

$$m_{H^0, h^0}^2 = \frac{1}{2} \left(m_{A^0}^2 + m_Z^2 \pm [(m_{A^0}^2 + m_Z^2)^2 - 4m_Z^2 m_{A^0}^2 \cos^2(2\beta)]^{1/2} \right) \quad (4.32)$$

となる. 質量が大きい方を $m_{H^0}^2$, 小さい方を $m_{h^0}^2$ と定義する. 式 (4.32) より $m_{A^0}^2$ が Z ボソンよりも十分大きい極限では,

$$m_{h^0} \leq m_Z |\cos \beta| \quad (4.33)$$

の関係式が成立する. この式が意味することは, MSSM において摂動の 0 次でのポテンシャルから導かれるヒッグスの質量は, Z ボソンの質量よりも小さくなるということである. もう一方の重いヒッグスは, 式 (4.29) と同じぐらいの質量をもつことがわかる. 従って, MSSM は物理的な 5 つのヒッグスのうち 1 つだけ軽く, その他のヒッグスは重いことを予言している模型と言える.

4.1.2 量子補正を加えたヒッグスの質量

以上が摂動の 0 次でのポテンシャルから導かれるヒッグスの質量である. この時のヒッグスの質量は Z ボソンの質量よりも小さくなることがわかった. 従って, MSSM の摂動の 0 次では, 実験で観測された 125 GeV 質量を持つヒッグス粒子を説明できない. しかしながら, MSSM 等のモデルでは量子補正によりヒッグス質量を底上げできることが知られている. これはトップクォークとヒッグスの湯川結合定数が大きい ($\mathcal{O}(1)$) ことに由来する. トップクォークとその超対称性粒子であるスカラートップ (ストップ) が寄与する量子効果により, ヒッグスの質量へ補正が加わる [29, 31, 32]. 特に最も軽いヒッグスの質量は, 理論的に Z ボソンよりも大きくすることができ, 実験値 (125 – 126 GeV) に近づく. この具体的な計算について, 有効ポテンシャルの方法でみることにする.

摂動の 1 次まで取り入れた有効ポテンシャルを V_H^1 とする. 補正後のポテンシャルは

$$V_H^1 = V_H^0 + \Delta V_H^{(1)} \quad (4.34)$$

と表され, V_H^0 は摂動の 0 次でのポテンシャル式 (4.5) である. $\Delta V_H^{(1)}$ が摂動の 1 次でのポテンシャルであり,

$$\Delta V_H^{(1)} = \frac{1}{64\pi^2} \text{STr} \mathcal{M}^4(h) \left(\ln \frac{\mathcal{M}^2(h)}{Q^2} - \frac{3}{2} \right) \quad (4.35)$$

で与えられ [75], $\mathcal{M}(h)$ はヒッグス場に依存する質量行列, Q は繰り込み点のスケールを表す. STr は,

$$\text{STr}(m^2) \equiv \sum (-1)^{2J} (2J+1) \text{Tr}(m_J^2) \quad (4.36)$$

のように定義され, m_J^2 の J はスピンを表す. 質量行列に関しては, 他の湯川結合定数に比べて大きい, トップクォークの湯川結合定数 Y_t に関するものを考えれば良い. 従って, 式 (4.35) で用いる質量行列は, ストップ質量 $m_{\tilde{t}}^2$ とトップクォークの質量 m_t を考える. ストップ \tilde{t} の質量行列は MSSM のラグランジアンの中の 2 次の項から読み取ることができる. $\{\tilde{t}_L, \tilde{t}_R\}$ の基底でのストップの質量行列は,

$$m_{\tilde{t}}^2 = \begin{pmatrix} m_{Q_3}^2 + Y_t^2 v_u^2 + \Delta_{\tilde{u}_L} & A_t^* v_u - \mu_H Y_t v_d \\ A_t v_u - \mu_H^* Y_t v_d & m_{u_3}^2 + Y_t^2 v_u^2 + \Delta_{\tilde{u}_R} \end{pmatrix} \quad (4.37)$$

である. ここで $m_{Q_3}^2, m_{u_3}^2, A_t$ はそれぞれ式 (4.2) の式にある $(\mathbf{m}_Q^2)_{33}, (\mathbf{m}_u^2)_{33}, (\mathbf{A}_u)_{33}$ である. Y_t は式 (4.1) の $(\mathbf{Y}_u)_{33}$ であり, トップクォークの質量 m_t と

$$m_t = Y_t v_u \quad (4.38)$$

のように関連しており,

$$\Delta_{\tilde{u}_L} = \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3} \sin^2 \theta_W \right) \cos(2\beta) m_Z^2, \quad (4.39)$$

$$\Delta_{\tilde{u}_R} = -\frac{2}{3} \sin^2 \theta_W \cos(2\beta) m_Z^2 \quad (4.40)$$

である. $\sin \theta_W$ は弱混合角と呼ばれ, ゲージ結合定数 g', g を用いて

$$\sin \theta_W = \frac{g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \quad (4.41)$$

と定義されている. 式 (4.37) を対角化するとストップの質量固有値は

$$m_{\tilde{t}_{1,2}}^2 = Y_t^2 v_u^2 + \frac{1}{2} \left(m_{Q_3}^2 + m_{u_3}^2 \pm \sqrt{(m_{Q_3}^2 - m_{u_3}^2)^2 + 4Y_t^2 (A_t v_u - \mu_H v_d)^2} \right) \quad (4.42)$$

となる. 式 (4.35) はカラーの数が 3 であることを考慮すると

$$\Delta V_H^{(1)} = \frac{3}{32\pi^2} \left[m_{\tilde{t}_1}^4 \left(\ln \frac{m_{\tilde{t}_1}^2}{Q^2} - \frac{3}{2} \right) + m_{\tilde{t}_2}^4 \left(\ln \frac{m_{\tilde{t}_2}^2}{Q^2} - \frac{3}{2} \right) - 2Y_t^4 v_u^4 \left(\ln \frac{Y_t^2 v_u^2}{Q^2} - \frac{3}{2} \right) \right] \quad (4.43)$$

となる. 量子補正を加えたことにより, ポテンシャルの最低点の条件は $\partial V_H^1 / \partial v_u = \partial V_H^1 / \partial v_d = 0$ となる. その結果, 式 (4.14) と (4.15) は変化し

$$(m_{H_u}^2 + |\mu_H|^2)v_u = bv_d + \frac{1}{4}(g^2 + g'^2)(v_d^2 - v_u^2)v_u - \frac{3Y_t^2 v_u}{32\pi^2} \left(f(m_{\tilde{t}_1}^2) + f(m_{\tilde{t}_2}^2) - 2f(m_t^2) + \frac{A_t(A_t - \mu_H \cot \beta)}{m_{\tilde{t}_1}^2 - m_{\tilde{t}_2}^2} [f(m_{\tilde{t}_1}^2) - f(m_{\tilde{t}_2}^2)] \right) \quad (4.44)$$

$$(m_{H_d}^2 + |\mu_H|^2)v_d = bv_u - \frac{1}{4}(g^2 + g'^2)(v_d^2 - v_u^2)v_d + \frac{3Y_t^2 v_d \mu_H (A_t \tan \beta - \mu_H)}{32\pi^2} \frac{[f(m_{\tilde{t}_1}^2) - f(m_{\tilde{t}_2}^2)]}{m_{\tilde{t}_1}^2 - m_{\tilde{t}_2}^2} \quad (4.45)$$

となり,

$$f(x) = 2x \left(\ln \frac{x^2}{Q^2} - 1 \right) \quad (4.46)$$

である. さて, 摂動の 0 次の時と同じように $\text{Re}(H_{u,d}^0)$ で式 (4.34) の有効ポテンシャル V_H^1 を 2 回微分したものがヒッグスの質量行列となる. 式 (4.43) の $\Delta V_H^{(1)}$ を $\text{Re}(H_{u,d}^0)$ で微分する際には $v_u \rightarrow H_u^0, v_d \rightarrow H_d^{0*}$ とすれば良い. 量子補正の部分を $\delta m_{\text{Re}H}^2$ として

$$\delta m_{\text{Re}H}^2 = \begin{pmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} \\ \delta_{21} & \delta_{22} \end{pmatrix} \quad (4.47)$$

と書くとそれぞれの成分は,

$$\delta_{11} = \frac{3Y_t^2 m_t^2}{8\pi^2} \left(\frac{\mu_H (A_t - \mu_H \cot \beta)}{m_{\tilde{t}_1}^2 - m_{\tilde{t}_2}^2} \right)^2 \left(2 - \frac{m_{\tilde{t}_1}^2 + m_{\tilde{t}_2}^2}{m_{\tilde{t}_1}^2 - m_{\tilde{t}_2}^2} \ln \frac{m_{\tilde{t}_1}^2}{m_{\tilde{t}_2}^2} \right), \quad (4.48)$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = -\frac{3Y_t^2 m_t^2 \mu_H (A_t - \mu_H \cot \beta)}{8\pi^2} \ln \frac{m_{\tilde{t}_1}^2}{m_{\tilde{t}_2}^2} - \frac{A_t}{\mu_H} \delta_{11}, \quad (4.49)$$

$$\delta_{22} = \frac{3Y_t^2 m_t^2}{4\pi^2} \left(\ln \frac{m_{\tilde{t}_1}^2 m_{\tilde{t}_2}^2}{m_t^2} + \frac{A_t (A_t - \mu_H \cot \beta)}{m_{\tilde{t}_1}^2 - m_{\tilde{t}_2}^2} \ln \frac{m_{\tilde{t}_1}^2}{m_{\tilde{t}_2}^2} \right) + \left(\frac{A_t}{\mu_H} \right)^2 \delta_{11} \quad (4.50)$$

と与えられる. ここで $m_{A_0}^2$ が Z ボソンより十分に大きいとすると, 式 (4.33) の上限は量子補正による寄与が加わり,

$$m_{h^0}^2 \leq m_Z^2 \cos^2(2\beta) + \delta_{11} \cos^2 \beta + \delta_{12} \sin^2(2\beta) + \delta_{22} \sin^2 \beta \quad (4.51)$$

となる. $\tan \beta \gg 1$ の時には, 補正項の中で $\sin^2 \beta$ の項が重要な寄与となる. さらに $m_{\tilde{t}_{1,2}}^2 \gg |m_t A_t|$ の近似の下で量子補正を加えたヒッグスの質量は

$$m_{h^0}^2 = m_Z^2 + \frac{3Y_t^2 m_t^2}{4\pi^2} \left(\ln \frac{M_{\text{stop}}^2}{m_t^2} + \frac{A_t^2}{M_{\text{stop}}^2} - \frac{A_t^4}{12M_{\text{stop}}^4} \right) \quad (4.52)$$

となる. ここで M_{stop} はトップクォークの超対称性粒子であるストップの質量の相乗平均をとった量で

$$M_{\text{stop}}^2 = \sqrt{m_{\tilde{t}_1}^2 m_{\tilde{t}_2}^2} \quad (4.53)$$

とおいた. 式 (4.52) をみると, ストップの質量の他にも, 左巻きと右巻きのストップとヒッグスの結合定数である A_t に依存している. この A_t 依存性は $A_t = \sqrt{6}M_{\text{stop}}$ の時に最大となる.

以上をまとめると, MSSM においては, 摂動の 0 次では軽いヒッグスは Z ボソンよりも質量が小さくなることがわかった. しかしながら, MSSM ではトップクォークの超対称性粒子であるストップが存在するため, ヒッグスの質量に大きな量子補正があることが理論的に考えられている. これはトップクォークの湯川結合定数 Y_t が $\mathcal{O}(1)$ と大きいこと由来する. 補正後のヒッグスの質量は式 (4.52) で与えられる. この式の SUSY-breaking パラメータの依存性をみるとストップの質量 M_{stop} , すなわち超対称性粒子の質量が大きい時, 又は A_t が大きい時にヒッグスの質量が大きくなることがわかった.

4.2 ミューオン異常磁気モーメント

質量が m で電荷 e を持つ粒子の磁気モーメント μ はその粒子のスピン S と関係しており, g 因子を用いて

$$\mu = g \left(\frac{e}{2m} \right) S \quad (4.54)$$

のように表わされる. 量子効果を含めなければ, ディラック方程式より電子やミュオ

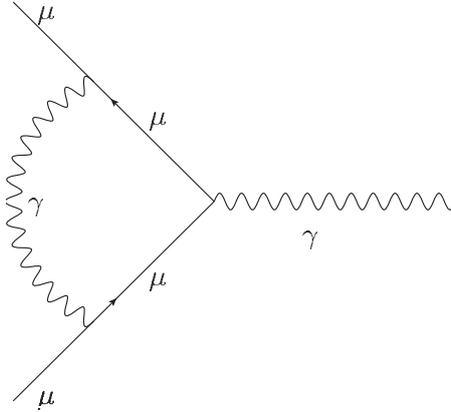


図 4.1 QED による 1-loop の寄与.

ン等のスピン 1/2 の粒子の g 因子は 2 である. しかしながら, 実際の実験で測定されるミューオンの g 因子は 2 から少しずれている. このずれを

$$a_\mu = \frac{1}{2}(g - 2)_\mu \quad (4.55)$$

のように定義する. 初めに, この a_μ に対し, SM からの寄与を考える. 最も寄与が大きいのは量子電磁力学 (QED) の量子補正によるもので (図 4.1) シュウインガー項と呼ばれる $\alpha/(2\pi)$ の寄与がある. α は微細構造定数で $\alpha = e^2/(4\pi)$ である. 他にはハドロンによる寄与や, 弱い相互作用による寄与がある. 量子補正によるミューオン $g - 2$ への寄与は, 次のように見積もることができる. 基本的には loop で回る粒子の質量を M , ミューオンの質量を m_μ , 結合定数を h として

$$a_\mu \approx \frac{h^2}{16\pi^2} \frac{m_\mu^2}{M^2} \quad (4.56)$$

のように loop で回る粒子の質量 M で抑えられた形をしている. これらの寄与を合わせた, 標準模型の理論計算 a_μ^{SM} と実験値 a_μ^{Exp} とのずれは,

$$a_\mu^{\text{Exp}} - a_\mu^{\text{SM}} = (26.1 \pm 8.0) \times 10^{-10} \quad (4.57)$$

であり, 3.3σ のずれがあることが指摘されている [34–37]. 従って, ミューオン $g - 2$ には, 何らかの新たな物理が寄与しているのではないかと期待されている. このずれを説明できる候補の一つとして超対称性があり, MSSM 等のモデルによりこのずれを説明できることが知られている [45, 46, 76]. ここで 1 つ注意しておきたいのは, 電子の異常磁気モーメン

ともミューオンと同様のダイアグラムによる寄与がある。しかし式 (4.56) をみると、それぞれの $g-2$ への寄与はおおよそ $(m_\mu/m_e)^2 \approx 40000$ 異なるため、電子よりもミューオン $g-2$ の寄与の方が、新しい物理に敏感である³。そのためミューオン $g-2$ の方は、重い粒子による寄与を計算することが重要である。ここで、重い粒子が超対称性粒子とした時に、ミューオン $g-2$ への寄与がどれくらいのオーダーになるのかを見積もる。式 (4.56) の重い粒子の質量である M が超対称性粒子の質量 M_{SUSY} となる場合を考えれば良い。超対称性が 1 TeV のスケールに存在するとすれば、 $M_{\text{SUSY}} \approx \mathcal{O}(100 - 1000)$ GeV である。従って、例えば式 (4.56) で $M_{\text{SUSY}} = 300$ GeV, ミューオンの質量 $m_\mu \approx 100$ MeV, さらに結合定数 h が $\mathcal{O}(1)$ とすると、

$$\frac{h^2}{16\pi^2} \frac{m_\mu^2}{M^2} \approx 1.5 \times 10^{-9} \quad (4.58)$$

となり、 $g-2$ への寄与が丁度理論と実験のずれを説明できるオーダーになることが分かる。

続いて、具体的に MSSM でのミューオン $g-2$ への寄与をみる。ミューオン $g-2$ を評価する際に必要となるスーパーポテンシャルは、式 (4.1) のうち、

$$W = -(\mathbf{Y}_e)_{22} \epsilon^{\alpha\beta} e_{2,L,\alpha} H_{d,\beta} + \mu_H H_u H_d \quad (4.59)$$

であり、 $\epsilon^{\alpha\beta}$ は 2 階の反対称テンソルであり第 1 項目の下付きの添え字は 2 世代目ということの意味している。 $(\mathbf{Y}_e)_{22} = Y_\mu$ はミューオンの湯川結合定数である。超対称性の破れに関しては、式 (4.2) のうちミューオンの項とゲージノの項がミューオン $g-2$ を評価する際に必要であり、その部分は

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{soft}} = & -m_L^2 \tilde{L}_2 \tilde{L}_2^* - m_R^2 \tilde{e}_2^* \tilde{e}_2 - \left[(\mathbf{A}_e)_{22} \epsilon^{\alpha\beta} \tilde{e}_2 \tilde{L}_{2,\alpha} H_{d,\beta} + \text{h.c.} \right] \\ & - \frac{1}{2} (M_1 \tilde{B} \tilde{B} + M_2 \tilde{W} \tilde{W} + \text{h.c.}) \end{aligned} \quad (4.60)$$

で与えられている。 $(\mathbf{A}_e)_{22}$ は A_μ と書くことにする。これはスミューオン (ミューオンの超対称性パートナー) の左巻きと右巻きの結合の強さを表す A パラメータである。次に、与えられたラグランジアンにおいて、スミューオンやゲージノ、ヒッグシーノ (ヒッグス

³ レプトンの第 3 世代目であるタウオンはミューオンよりも質量が大きいため、さらに新たな物理に敏感であると期待される。しかしながら、タウオンの寿命はミューオンよりも 7 桁程短く、タウオンの異常磁気モーメントは実験で測定することが困難なため、理論値と実験値との比較を行うことができない。

の超対称性パートナー) を対角化することで、質量固有状態の基底に変換することを考える。まず、スミューオンの対角化する前の質量行列は $\{\tilde{\mu}_L, \tilde{\mu}_R\}$ の基底において、

$$M_{\tilde{\mu}}^2 = \begin{pmatrix} m_{L_2}^2 + m_{\mu}^2 + \Delta_{\tilde{e}_L} & m_{\mu}(A_{\mu}^* - \mu_H \tan \beta) \\ m_{\mu}(A_{\mu} - \mu_H^* \tan \beta) & m_{e_2}^2 + m_{\mu}^2 + \Delta_{\tilde{e}_R} \end{pmatrix} \quad (4.61)$$

で与えられる。ここで $m_{L_2}^2, m_{e_2}^2$ はそれぞれ式 (4.2) にある $(\mathbf{m}_L^2)_{22}, (\mathbf{m}_e^2)_{22}$ を意味しており、

$$\Delta_{\tilde{e}_L} = (\sin^2 \theta_W - \frac{1}{2})m_Z^2 \cos 2\beta, \quad (4.62)$$

$$\Delta_{\tilde{e}_R} = -\sin^2 \theta_W m_Z^2 \cos 2\beta \quad (4.63)$$

である。式 (4.61) の質量行列はユニタリー行列 X を用いて、

$$X M_{\tilde{\mu}}^2 X^\dagger = \text{diag}(m_{\tilde{\mu}_1}^2, m_{\tilde{\mu}_2}^2) \quad (4.64)$$

のように対角化できる。次に中性のゲージノとヒッグシーノは、与えられたラグランジアンにおいて混合しており、 $\{\tilde{B}, \tilde{W}^0, \tilde{H}_d^0, \tilde{H}_u^0\}$ の基底での質量行列は

$$M_{\chi^0} = \begin{pmatrix} M_1 & 0 & -g'v_d/\sqrt{2} & g'v_u/\sqrt{2} \\ 0 & M_2 & gv_d/\sqrt{2} & -gv_u/\sqrt{2} \\ -g'v_d/\sqrt{2} & gv_d/\sqrt{2} & 0 & -\mu_H \\ g'v_u/\sqrt{2} & -gv_u/\sqrt{2} & -\mu_H & 0 \end{pmatrix} \quad (4.65)$$

である。さらに荷電ゲージノを

$$\tilde{W}^\pm = \frac{i}{\sqrt{2}}(\tilde{W}^1 \mp i\tilde{W}^2) \quad (4.66)$$

と定義する。又、 $\psi^- = \{W^-, H_d^-\}$ と $\psi^+ = \{W^+, H_u^+\}$ の基底において荷電ヒッグシーノと荷電ゲージノの質量行列 M_{χ^\pm} は

$$M_{\chi^\pm} = \begin{pmatrix} M_2 & \sqrt{2}gv_u \\ \sqrt{2}gv_d & \mu_H \end{pmatrix} \quad (4.67)$$

のように与えられる。質量行列 (6.19) はユニタリー行列 N によって

$$N M_{\chi^0} N^\dagger = \text{diag}(m_{\chi_1^0}, m_{\chi_2^0}, m_{\chi_3^0}, m_{\chi_4^0}) \quad (4.68)$$

のように定義し、質量行列 (6.21) は二つのユニタリー行列 V, U を用いることで、

$$U M_{\chi^\pm} V^\dagger = \text{diag}(m_{\chi_1^\pm}, m_{\chi_2^\pm}) \quad (4.69)$$

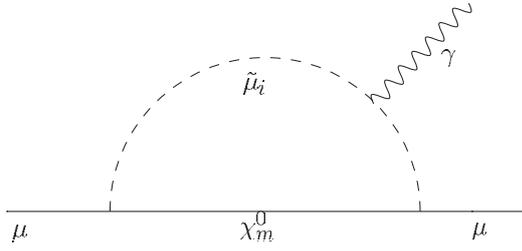


図 4.2 ニュートラリーノ χ_m^0 が寄与するダイアグラム. 外線はミュオンである. $\tilde{\mu}_i$ はミュオンの超対称性パートナーであるスミュオンであり, γ は光子である

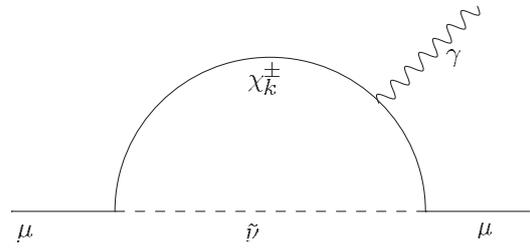


図 4.3 チャージーノ χ_m^\pm が寄与するダイアグラム. 外線はミュオンである. $\tilde{\nu}$ はニュートリノの超対称性パートナーであるスニュートリノであり, γ は光子である

のように対角化を定義する. ここで中性のゲージーノと中性のヒッグシーノを対角化した場はニュートラリーノと呼ばれ χ^0 で表し, 一方で荷電の方はチャージーノと呼ばれ χ^\pm で表わす. ニュートリノの超対称性パートナーであるスニュートリノ $\tilde{\nu}$ の質量は

$$m_{\tilde{\nu}}^2 = m_{L_2}^2 + \frac{1}{2}m_Z^2 \cos 2\beta \quad (4.70)$$

である. 以上を踏まえ, 質量固有状態の基底でのミュオン異常磁気モーメントに関する相互作用項は

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = \sum_{i,m} \bar{\mu}(n_{im}^L P_L + n_{im}^R P_R)\chi_m^0 \tilde{\mu}_i + \sum_m \bar{\mu}(c_m^L P_L + c_m^R P_R)\chi_m^\pm \tilde{\nu} + \text{h.c.} \quad (4.71)$$

と書ける. ここで射影演算子は $P_L = (1 - \gamma_5)/2$, $P_R = (1 + \gamma_5)/2$ であり, それぞれ

$$n_{im}^L = -\sqrt{2}g'N_{i1}X_{m2} - Y_\mu N_{i3}X_{m1}, \quad (4.72)$$

$$n_{im}^R = \frac{1}{\sqrt{2}}(gN_{i2} + g'N_{i1})X_{m1} - Y_\mu N_{i3}X_{m2}, \quad (4.73)$$

$$c_k^L = Y_\mu U_{k2}, \quad (4.74)$$

$$c_k^R = -gV_{k1} \quad (4.75)$$

と与えられる. この相互作用を用いて, ミュオン異常磁気モーメントを計算する. 評価すべき量であるフォトン-ミュオン-ミュオンの散乱振幅は,

$$\text{散乱振幅} = ie\bar{\mu} \left(\gamma^\lambda + a_\mu \frac{i\sigma^{\lambda\beta} q_\beta}{2m_\mu} \right) \mu A_\lambda \quad (4.76)$$

で与えられる量であり, e はミューオンの電荷, $\sigma^{\lambda\beta} \equiv (i/2) [\gamma^\lambda, \gamma^\beta]$, A_λ は光子場, q_β は光子の運動量である. MSSM で式 (4.76) を評価するには 2 つのタイプに分けられ, それらはニュートラリーノ χ^0 とチャージーノ χ^\pm が関与するものである. 前者のダイアグラムは図 4.2 に, 後者のダイアグラムは図 4.3 に対応している. ニュートラリーノが関与する $g-2$ への寄与を Δa_μ^N , チャージーノの寄与を Δa_μ^C と表すと

$$\Delta a_\mu^N = \frac{m_\mu}{16\pi^2} \sum_{i,m} \left[-\frac{m_\mu}{12m_{\mu_m}^2} (n_{im}^L n_{im}^L + n_{im}^R n_{im}^R) F_1^N(x_{im}) - \frac{m_{\chi_i^0}}{3m_{\mu_m}^2} n_{im}^L n_{im}^R F_2^N(x_{im}) \right], \quad (4.77)$$

$$\Delta a_\mu^C = \frac{m_\mu}{16\pi^2} \sum_k \left[\frac{m_\mu}{12m_{\tilde{\nu}}^2} (c_k^L c_k^L + c_k^R c_k^R) F_1^C(x_k) + \frac{m_{\chi_k^\pm}}{3m_{\tilde{\nu}}^2} c_k^L c_k^R F_2^C(x_k) \right] \quad (4.78)$$

となる [48]. $x_{im} = m_{\chi_m^0}^2 / m_{\mu_i}^2$, $x_k = m_{\chi_k^\pm}^2 / m_{\tilde{\nu}}^2$ であり, それぞれの関数は

$$\begin{aligned} F_1^N(x) &= \frac{2}{(1-x)^4} (1 - 6x^2 + 3x^3 + 2x^3 - 6x^2 \ln x), \\ F_2^N(x) &= \frac{3}{(1-x)^3} (1 - x^2 + 2x \ln x), \\ F_1^C(x) &= \frac{2}{(1-x)^4} (2 + 3x - 6x^2 + x^3 + 6x \ln x), \\ F_2^C(x) &= -\frac{3}{(1-x)^3} (3 - 4x + x^2 + 2 \ln x) \end{aligned} \quad (4.79)$$

である.

MSSM において, 超対称性粒子の質量 (M_{SUSY}) が小さいときに, ミューオン $g-2$ への寄与が大きくなることが式 (4.56) からわかる. 一方で質量行列を対角化して評価した式 (4.77), (4.78) においても同様に超対称性粒子の質量が小さいときに, ミューオン $g-2$ への寄与が大きくなることがわかる.

5 ベクトルの世代

この章ではベクトルの世代を導入する動機について述べる. 素粒子には世代という概念が存在する. これは, クォークやレプトン等について量子数は同じだが, 質量のみ異なる素粒子が繰り返し存在するというものである. 現段階で確認されている素粒子の世代は, クォーク, レプトンともに 3 世代目である. 1995 年, 現在発見されている素粒子の中で一番質量が大きい第 3 世代のトップクォークが発見されて以降, 新たな世代の素粒子は未だ

見つかっていない。このように、なぜ自然界には素粒子の3世代目までしか確認されていないのかについては、素粒子物理学における最大の謎の一つと言っても過言ではない。現状としては、4世代目以降の素粒子の可能性は理論的にも、実験的にも破棄されているわけではなく、多くの研究者が世代の謎の解明に向けて挑戦している。その中でも本研究では、ベクトルの世代と呼ばれている、4世代目と5世代目の存在の可能性を考える。

5.1 MSSM における問題点

新たに模型を構築するに辺り注目した物理量は、ヒッグス質量とミュオン異常磁気モーメント (ミュオン $g-2$) である。以下では MSSM において、超対称性粒子の質量に対してヒッグス質量とミュオン $g-2$ がどのような依存性を持つのかを述べる。ヒッグス粒子の質量は超対称性粒子の質量が $\mathcal{O}(1000)$ GeV の時に実験値を説明することができる [29–33]。これは、式 (4.52) より理解できる。一方でミュオン $g-2$ は、超対称性粒子の質量が $\mathcal{O}(100)$ GeV の時に実験値を説明することができ [45–48]、本論文中では式 (4.58) より理解できる。これらの超対称性粒子の質量に対する依存性を考慮に入れると、MSSM ではこれら2つの実験値を同時に説明することが難しいパラメータ領域があることが報告されている [49]。図 5.1 がその一例である [49]。横軸は超対称性粒子のスカラー質量を表し、縦軸は超対称性粒子のフェルミオン質量を表している。緑の領域がヒッグス質量の実験値を説明できる領域であり、オレンジと黄色の領域がミュオン $g-2$ の実験値をそれぞれ $1\sigma, 2\sigma$ で説明できる領域である。灰色の領域は、荷電スカラーレプトンの質量が超対称性粒子の中で最も小さくなる領域を表している⁴。この図に示されているように、それぞれの実験値を個別に説明できるパラメータ領域は存在するが、同時に説明できる領域がないことがみてとれる⁵。超対称性はゲージ結合定数の統一、暗黒物質の候補の出現など、SM では説明できない物理を提供する。これらの実験値を同時に説明できるような超対称模型を構築することは、超対称性が自然界に存在する可能性を広げることにつながる。また、新

⁴ 灰色の領域が除外されている理由を述べる。もし超対称性粒子の中で荷電粒子の質量が一番小さくなると、そのような粒子は暗黒物質の候補となってしまう。しかしながら、暗黒物質は電荷を持たない中性の粒子とされるため、荷電スカラーレプトン超対称性粒子の質量の中で一番小さくなる灰色の領域は除外されている。

⁵ ここで報告されているのは、超対称性の破れのシナリオとして minimal gravity mediation で解析した場合である。従って、他の超対称性の破れのシナリオ等により、ヒッグス質量とミュオン $g-2$ の実験値を同時に説明できる可能性も考えられる。しかしながら、本論文では超対称性の破れのシナリオを変えるのではなく、新たな物理でヒッグス質量、ミュオン $g-2$ の実験値を同時に説明できる可能性を追求する。

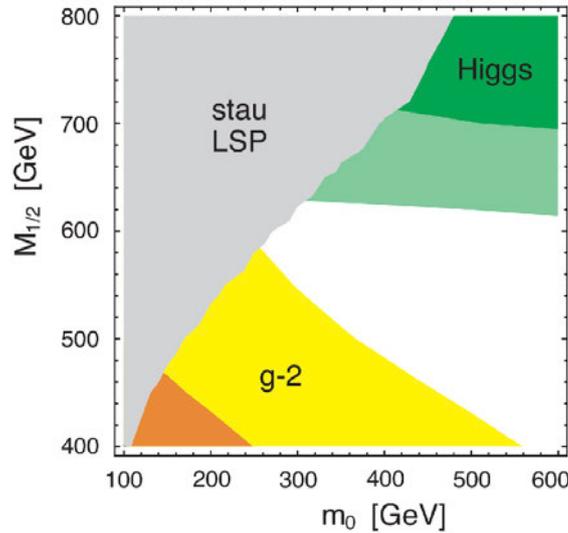


図 5.1 MSSM でヒッグス質量とミュオン $g-2$ を同時に説明することが難しい図 [49]. 緑の領域がヒッグス質量の実験値を説明できる領域を表し、オレンジと黄色の領域はそれぞれミュオン $g-2$ の実験値を $1\sigma, 2\sigma$ で説明できる領域を表す.

たな模型は、新たな物理を切り拓く糸口となるものである。従って、このような背景を踏まえた本研究の目的は、ヒッグス質量とミュオン $g-2$ を同時に説明できる模型を構築することで、新たな物理の可能性を探ることである。

5.2 ベクトルの世代の導入

本研究で考える新たな模型は、ベクトルの世代を含む超対称性模型である。ヒッグス質量に対する大きな量子補正は、ヒッグス粒子とトップクォークとの湯川結合が $\mathcal{O}(1)$ であることから得られる。従って、ヒッグス粒子と $\mathcal{O}(1)$ で結合する粒子が他にも存在すれば、ヒッグス質量に対して新たな寄与を得ることができる [53, 54]。従って、単純な拡張として初めに考えられるのは、ヒッグスと強く結合する 4 世代目の素粒子を導入する、カイラルな 4 世代のみを加える模型である。しかしながら、そのような模型は理論的に問題が生じることがわかっている。例えば電弱精密測定に影響を与えたり [7, 8]、ヒッグス粒子の生成断面積が標準模型の計算結果より大きくなる [9–11] 等が挙げられる。しかしながら、SM のゲージ群の電荷に対して、第 4 世代目までとは逆の電荷をもつ第 5 世代を導入すれば、電弱精密測定に影響がでないことが知られている [26–28]。このような世代の対はベクトルの世代と呼ばれている。本論文ではベクトルの世代を新たに加えた模型の可能性を追求

する.

ベクトルの世代を含む超対称模型がもたらす物理について, 第 6 章と第 7 章に分けて説明する. 第 6 章ではベクトルの世代を加えた模型がどのような特徴をもつのかについて詳細に議論する. その特徴により, ヒッグス粒子, ミューオンそれぞれがベクトルの世代と強く結合していることをみる. そのようにして得られた世代間の混合行列の構造のもとで, ヒッグス質量とミューオン $g-2$ の実験値を同時に説明できるパラメータ領域が存在することをみる. ベクトルの世代を含む超対称性模型におけるミューオン $g-2$ への寄与は, 本研究により初めて明らかにされたことである [50].

第 7 章では, 第 6 章で得られた世代間の混合行列に着目する. Froggatt-Nielsen 機構を用いて, あるエネルギースケールでの世代間の対称性の破れに起因した, 世代間の混合行列を決定し, それらがフェルミオン質量の階層性や CKM 行列を再現することをみる. さらに本模型において, ベクトルの世代に質量を与える場と関連づいている, 暗黒物質の候補が現れることをみる. 最後に, ヒッグス質量, ミューオン $g-2$, 暗黒物質の熱的残存量の解析を行い, これらの実験値を同時に説明できることを見る. ベクトルの世代を含む模型において, 観測量 (CKM 行列やフェルミオン質量) を再現できる世代間混合の構造は本研究により初めて明らかにされたことである [71].

6 ベクトルの世代を含む超対称模型におけるヒッグス質量とミューオン $g-2$

6.1 モデル

MSSM に加えて新たにベクトルの世代を導入する. まず, MSSM での場合は次のように

$$Q_i, u_i, d_i, L_i, e_i, \quad (i = 1, 2, 3) \quad (6.1)$$

$$H_u, H_d, \quad (6.2)$$

で与えられる. Q_i と L_i はそれぞれ, クォーク, レプトンの $SU(2)_2$ 重項であり, u_i, d_j, e_i はそれぞれ, アップ型, ダウン型, レプトンの $SU(2)_1$ 重項である. また, H_u と H_d はそれぞれヒッグス場である. そして, 新たに導入するベクトルの世代に関する部分は,

$$Q_4, u_4, d_4, L_4, e_4, \quad (6.3)$$

$$\bar{Q}, \bar{u}, \bar{d}, \bar{L}, \bar{e}, \quad (6.4)$$

$$\Phi, \quad (6.5)$$

	SU(3)	(SU(2), U(1))
Q_4	3	$(\mathbf{2}, \frac{1}{6})$
u_4	3*	$(\mathbf{1}, \frac{-2}{3})$
d_4	3*	$(\mathbf{1}, \frac{1}{3})$
L_4	1	$(\mathbf{2}, \frac{-1}{2})$
e_4	1	$(\mathbf{1}, 1)$
\bar{Q}	3*	$(\mathbf{2}, \frac{-1}{6})$
\bar{u}	3	$(\mathbf{1}, \frac{2}{3})$
\bar{d}	3	$(\mathbf{1}, \frac{-1}{3})$
\bar{L}	1	$(\mathbf{2}, \frac{1}{2})$
\bar{e}	1	$(\mathbf{1}, -1)$
Φ	1	$(\mathbf{1}, 0)$

表 6.1 カイラルスーパーフィールドとそれらの SM ゲージ群の量子数

で与えられる. 式 (6.3) は MSSM と同じように第 3 世代目までと同じ電荷をもつ. 一方で式 (6.4) はそれらとは逆の電荷をもつ. これらの対をベクトルの世代と呼ぶ. 式 (6.5) は SM のゲージ群のゲージ変換の下で不変な, ゲージ 1 重項の場であり, ベクトルの世代に質量を与えるために導入する. これらの量子数は表 6.1 にまとめた. ベクトルの世代を導入した場合のスーパーポテンシャルは,

$$\begin{aligned}
W = & \sum_{i,j=1,\dots,4} \left(\mathbf{y}_{u_{ij}} u_i Q_j H_u + \mathbf{y}_{d_{ij}} d_i Q_j H_d + \mathbf{y}_{e_{ij}} e_i L_j H_d \right) + \mu_H H_u H_d \\
& + y_{\bar{u}} \bar{u} \bar{Q} H_d + y_{\bar{d}} \bar{d} \bar{Q} H_u + y_{\bar{e}} \bar{e} \bar{L} H_u + Y \Phi^3 \\
& + \sum_{i=1,\dots,4} \left(Y_{Q_i} \Phi Q_i \bar{Q} + Y_{u_i} \Phi u_i \bar{u} + Y_{d_i} \Phi d_i \bar{d} + Y_{L_i} \Phi L_i \bar{L} + Y_{e_i} \Phi e_i \bar{e} \right). \quad (6.6)
\end{aligned}$$

のように与えられる. 最初の 2 行で, μ_H 以外の項は湯川結合を表わし, μ_H は質量次元 1 をもつ定数で, ヒッグス場同士の結合を表す. 3 行目は, ベクトルの世代の質量項を表す項である. さらに, ソフトに超対称性が破れた項は,

$$\begin{aligned}
-\mathcal{L}_{\text{soft}} = & \left[\sum_{i,j=1,\dots,4} \left(\mathbf{a}_{u_{ij}} \tilde{u}_i \tilde{Q}_j H_u + \mathbf{a}_{d_{ij}} \tilde{d}_i \tilde{Q}_j H_d + \mathbf{a}_{e_{ij}} \tilde{e}_i \tilde{L}_j H_d \right) + b_H H_u H_d \right. \\
& \left. + a_{\bar{u}} \tilde{\bar{u}} \tilde{\bar{Q}} H_d + a_{\bar{d}} \tilde{\bar{d}} \tilde{\bar{Q}} H_u + a_{\bar{e}} \tilde{\bar{e}} \tilde{\bar{L}} H_u + b_M \Phi^2 + A_Y \Phi^3 \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{i=1, \dots, 4} (A_{Q_i} \Phi \tilde{Q}_i \tilde{Q} + A_{u_i} \Phi \tilde{u}_i \tilde{u} + A_{d_i} \Phi \tilde{d}_i \tilde{d} + A_{L_i} \Phi \tilde{L}_i \tilde{L} + A_{e_i} \Phi \tilde{e}_i \tilde{e}) + \text{h.c.} \Big] \\
& + \tilde{Q}^\dagger \mathbf{m}_Q^2 \tilde{Q} + \tilde{L}^\dagger \mathbf{m}_L^2 \tilde{L} + \tilde{u} \mathbf{m}_u^2 \tilde{u}^\dagger + \tilde{d} \mathbf{m}_d^2 \tilde{d}^\dagger + \tilde{e} \mathbf{m}_e^2 \tilde{e}^\dagger + m_{H_u}^2 H_u^* H_u + m_{H_d}^2 H_d^* H_d \\
& + m_{\tilde{Q}}^2 \tilde{Q}^* \tilde{Q} + m_{\tilde{L}}^2 \tilde{L}^* \tilde{L} + m_{\tilde{u}}^2 \tilde{u} \tilde{u}^* + m_{\tilde{d}}^2 \tilde{d} \tilde{d}^* + m_{\tilde{e}}^2 \tilde{e} \tilde{e}^* + m_{\tilde{\Phi}}^2 \Phi^* \Phi \\
& + \frac{1}{2} (M_3 \tilde{g} \tilde{g} + M_2 \tilde{W} \tilde{W} + M_1 \tilde{B} \tilde{B} + \text{h.c.}), \tag{6.7}
\end{aligned}$$

のように与えられる. それぞれの場について説明する. $(\tilde{Q}_i, \tilde{Q}), (\tilde{L}_i, \tilde{L})$ は $SU(2)_L 2$ 重項のスカラークォーク, スカラーレプトンであり, 添え字 i は 1-4 世代を表し, バーが付いているのは第 5 世代目を表す. $(\tilde{u}_i, \tilde{u}), (\tilde{d}_i, \tilde{d}), (\tilde{e}_i, \tilde{e})$ は $SU(2)_L 1$ 重項のスカラーアップ, スカラーダウン, スカラーレプトンの 1-4 世代を表し, バーは同じく第 5 世代目を表す. $\tilde{g}, \tilde{W}, \tilde{B}$ はそれぞれ $SU(3)_C, SU(2)_L, U(1)_Y$ のゲージボソンの超対称性パートナーでグルイノ, ウィーノ, ビーノである. ここでの H_u, H_d, Φ はスカラー成分を表している. 新たに物質場を導入したのでフェルミオンの質量行列は MSSM の場合と異なり, 電弱対称性が破れた後のクォーク, レプトンの 5 世代の質量行列は

$$m_u = \begin{matrix} & u_{1L} & \cdots & u_{4L} & u_{5L} \\ \begin{matrix} u_{1R} \\ \vdots \\ u_{4R} \\ u_{5R} \end{matrix} & \begin{pmatrix} & & & & \\ & \mathbf{y}_{u_{ij}} v_u & & & Y_{u_i} V \\ & & & & \\ & Y_{Q_j} V & & & y_{\tilde{u}} v_d \end{pmatrix} \end{matrix}, \tag{6.8}$$

$$m_d = \begin{matrix} & d_{1L} & \cdots & d_{4L} & d_{5L} \\ \begin{matrix} d_{1R} \\ \vdots \\ d_{4R} \\ d_{5R} \end{matrix} & \begin{pmatrix} & & & & \\ & \mathbf{y}_{d_{ij}} v_d & & & Y_{d_i} V \\ & & & & \\ & Y_{Q_j} V & & & y_{\tilde{d}} v_u \end{pmatrix} \end{matrix}, \tag{6.9}$$

$$m_e = \begin{matrix} & e_{1L} & \cdots & e_{4L} & e_{5L} \\ \begin{matrix} e_{1R} \\ \vdots \\ e_{4R} \\ e_{5R} \end{matrix} & \begin{pmatrix} & & & & \\ & \mathbf{y}_{e_{ij}} v_d & & & Y_{e_i} V \\ & & & & \\ & Y_{L_j} V & & & y_{\tilde{e}} v_u \end{pmatrix} \end{matrix}, \tag{6.10}$$

のように与えられる. ここで, v_u, v_d, V はそれぞれ H_u, H_d, Φ , の真空期待値を表している. ベクトルの世代は実験で発見されていないため, それらの質量は大きくなければいけない. 従って, V の真空期待値の大きさは電弱スケールのものよりも大きいと仮定する ($V \gg v_u, v_d$). これ以後, 式 (6.4) の, バー付きのスーパーフィールドを第 5 世代目と呼び, これらのフェルミオン, スカラー成分の添字に”5”を用いる. 例えば, \bar{Q} の超場に含まれているフェルミオンは $(u_{5R})^C$ と $(d_{5R})^C$ とする. また, 対応するスカラー成分は \tilde{u}_{5L} のようにチルド付きで表す.

6.1.1 ゲージ結合定数の統一

本模型では, 繰り込み群方程式 (RGE) の振る舞いが MSSM の場合と異なる. それぞれの模型のゲージ結合定数の 1-loop の RGE は

$$\frac{dg_i}{d(\log \mu)} = b_i \frac{g_i^3}{16\pi^2}, \quad (b_1, b_2, b_3) = \begin{cases} (\frac{33}{5}, 1, -3) & \text{(MSSM)} \\ (\frac{53}{5}, 5, 1) & \text{(本模型)} \end{cases} \quad (6.11)$$

のように与えられる. μ は繰り込みスケールであり, g_1, g_2, g_3 はそれぞれ U(1), SU(2), SU(3) ゲージ群のゲージ結合定数である. 本模型の b_i の具体的な導出については, 付録 F.1 にまとめた. 図 6.1 には, ゲージ結合定数の逆数 $\alpha_i = g_i^2/(4\pi)$ の RGE の振る舞いを示した. 赤い線が MSSM, 青 (1-loop) と黒 (2-loop) の線が本模型でのゲージ結合定数の振る舞いである. 本模型においても, MSSM と同様にゲージ結合定数は統一することがわかる. 統一スケールでのゲージ結合定数を

$$\alpha_{\text{GUT}} = \alpha_1(M_{\text{GUT}}) = \alpha_2(M_{\text{GUT}}) = \alpha_3(M_{\text{GUT}}) \quad (6.12)$$

のように定義する. M_{GUT} は大統一理論 (GUT) のエネルギースケールを表し, おおよそ 10^{16} GeV である. 図 6.1 より, 本模型でのエネルギースケールは, MSSM のそれよりも大きくなることがわかる [77]. さらに, 統一されたゲージ結合定数に着目すると, MSSM のものよりも本模型の方が大きいことがわかる. このようなゲージセクターにおける大きな結合定数は, RGE を通して, 低エネルギーでの他のパラメータを支配する. すぐ後でみるように, この特徴が湯川結合と SUSY-breaking パラメータを解析する際に重要となる. 実際に数値計算を行う際には, ゲージ結合定数とゲージノ質量に関して 2-loop の RGE を用いており, 付録 F.1 にまとめている.

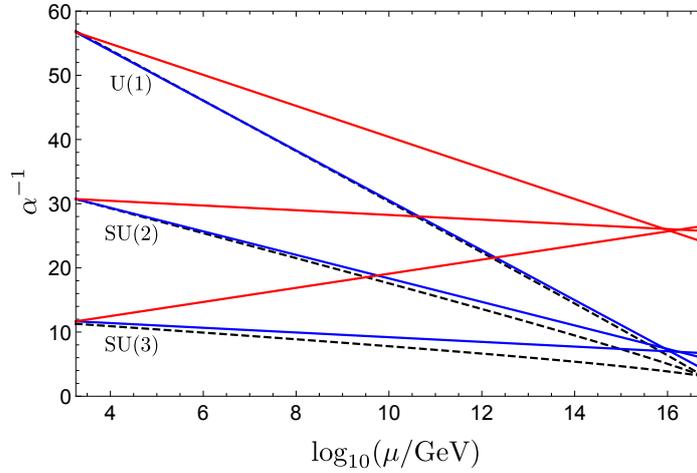


図 6.1 ゲージ結合定数の RGE による振る舞い. 縦軸はゲージ結合定数の逆数で, $\alpha_i = g_i^2/4\pi$ であり, 横軸はエネルギースケールである. 赤い線が MSSM, 青 (1-loop) と黒 (2-loop) の線が本模型でのゲージ結合定数の振る舞いである. MSSM の場合と同じように, 本模型でもゲージ結合定数が高エネルギーで統一することがわかる.

6.1.2 大統一スケールでの湯川結合

この章では, GUT スケールでのクォーク, レプトンの湯川結合がどんな構造を取りうるのかをみていく. ゲージ結合定数が大きいことに由来して, 湯川結合定数が低エネルギーで収束性をもつ [78]. 図 6.2 には $y_{u_{33}}, y_{d_{33}}, y_{e_{33}}$ の湯川結合の RG フローの収束性を示した. この図より, これらの結合定数は赤外で固定点を持っており, それらの値は高エネルギーの初期条件によらずに決まっていることがわかる. この特徴を用いることで, 物質場の湯川結合の行列構造を決めることができる. ヒッグス質量, ミューオン $g-2$ への寄与を評価するという目的においては, 1 世代目を除いた湯川結合の構造を決定すれば良い. 従って, 2-5 世代目までの湯川結合の行列の形は,

$$\text{up-type quarks : } \begin{matrix} & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \begin{matrix} 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{matrix} & \begin{pmatrix} \epsilon'^3 \hat{y} & & & \\ & \hat{y} & & \\ & & \hat{Y} & \\ \epsilon'^3 \hat{Y} & & & \hat{y} \end{pmatrix} & & & \end{matrix}, \quad (6.13)$$

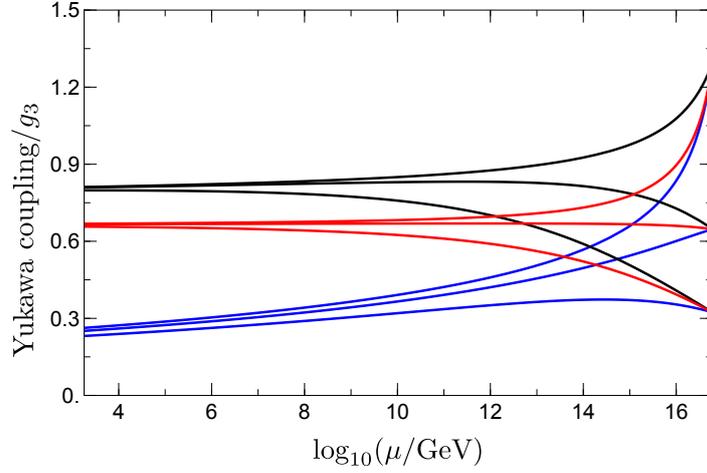


図 6.2 第 3 世代の湯川結合に関する RGE の振る舞いを示した図. 黒, 赤, 青の線はそれぞれ $\mathbf{y}_{u_{33}}, \mathbf{y}_{d_{33}}, \mathbf{y}_{e_{33}}$ の湯川結合に対応しており, すべて g_3 で規格化されている. それぞれの 3 本の線は下から上に向かって, 湯川結合の初期値が 0.5, 1, 2 に対応している. 全ての湯川結合が赤外の領域で強い収束性があることが見て取れる.

$$\text{down-type quarks : } \begin{matrix} & & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \begin{matrix} 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{matrix} & \left(\begin{array}{cccc} \epsilon'^3 \hat{y} & & \hat{y} & \epsilon'^3 \hat{Y} \\ & \epsilon' \hat{y} & & \\ \hat{y} & & \hat{y} & \hat{Y} \\ \epsilon'^3 \hat{Y} & & \hat{Y} & \end{array} \right), \end{matrix} \quad (6.14)$$

$$\text{charged leptons : } \begin{matrix} & & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \begin{matrix} 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{matrix} & \left(\begin{array}{cccc} \epsilon'^3 \hat{y} & & 3\hat{y} & \epsilon'^3 \hat{Y} \\ & 3\epsilon' \hat{y} & & \\ 3\hat{y} & & 3\hat{y} & \hat{Y} \\ \epsilon'^3 \hat{Y} & & \hat{Y} & \end{array} \right), \end{matrix} \quad (6.15)$$

のように与えられる. ここで, 空白は 0 を意味しており, \hat{y} (\hat{Y}) は 2 重項 (1 重項) のヒッグス場との $\mathcal{O}(1)$ の湯川結合を表している. パラメータ ϵ' は低エネルギーでのクォークとレプトンの質量を再現するために必要である [52]. 荷電レプトンの行列 (6.15) においては, クォークとレプトンの質量の違いから Georgi-Jarlskog 因子 [79] を用いている. 解析を簡単にするため, それぞれの行列 (6.13)–(6.15) の中の \hat{y} と \hat{Y} は統一スケールで全て同じであると仮定する. 表 6.2 にまとめられた初期条件を用いて RG 方程式を解くと, 電弱スケールにおいて 2 世代目と 3 世代目のクォークとレプトンの質量を再現すること

ϵ'	\hat{y}	\hat{Y}	α_{GUT}	M_{GUT}	M_{SUSY}	V	$\tan \beta$
0.19	0.60	0.60	0.22	6.0×10^{16} GeV	1.8 TeV	4.0 TeV	17

表 6.2 RG 方程式を解くための初期値のリスト.

ができる. 表 6.2 のそれぞれのパラメータを説明する. M_{SUSY} は典型的な超対称性粒子の閾値であり, そのエネルギースケールよりも下での RG は SM の RG に支配される. $\tan \beta \equiv v_u/v_d$ はヒッグス 2 重項の真空期待値の比を表している. 今後の章で, ヒッグス質量とミュオン $g-2$ の数値解析では, 表 6.2 の値を用いている.

上記の湯川結合の構造を見てみると, 注目すべき点が 2 つある. 一つ目は行列 (6.13) の中で, 2-4 と 4-2 成分はそれぞれ $\mathcal{O}(1)$ の結合であり, ベクトルの世代がアップ型のヒッグス場と強く結合していることである. これらの結合は, ヒッグス質量への大きな量子補正が得られることが期待される. 二つ目は行列 (6.15) において, 2-4 と 4-2 成分がそれぞれ $\mathcal{O}(1)$ の結合であり, ベクトルの世代とミュオン場が強く結合していることである. これらの結合は, ミュオン $g-2$ へ大きな量子補正を与えることが期待される. イントロダクションで述べたように, MSSM の枠組みでは, ヒッグス質量とミュオン $g-2$ の実験値を同時に説明することが難しいことが知られている. しかし, ベクトルの世代がもたらす新たな寄与により, この問題の解決が期待される.

6.2 解析式

この章では, ヒッグス質量とミュオン $g-2$ に対する, 1 ループの量子補正の解析的な式を導入する.

6.2.1 ヒッグス質量

2 つのヒッグス場は合計で 8 個の実スカラー場を含んでいる. そのうちの 3 つはゲージ粒子に質量を与え, 結果として 5 つの物理的な場が残る. 2 つは荷電スカラー場, 1 つは擬スカラー場, そして残りの 2 つが電荷が中性のスカラー場である. それらの中で, 一番軽い中性のヒッグス場は, 摂動の 0 次で Z ボソンの質量よりも小さくなることが知られている. しかしながら, トップクォークやスカラートップからの量子補正を考慮にいと, ヒッグス質量を底上げすることができる. 結果として, LHC で発見された質量 125 GeV のヒッグス粒子の良い候補となる. 我々は, この最も質量の小さい中性のヒッグス (m_{h^0}) に

ついて、ヒッグスセクターのポテンシャルを1ループまで計算することで解析する。ヒッグス質量に対する、ベクトルの世代から量子補正は計算されている [28, 53].

計算手法としては、MSSM の計算と同様に、有効ポテンシャルの方法を用いた [75]. ヒッグスポテンシャルへの1ループ補正は、

$$\Delta V_H = \sum_{X=u,d,e} \sum_{i=1}^{10} 2N_c \left[F(M_{\tilde{X}_i}^2) - F(M_{X_i}^2) \right], \quad N_c = \begin{cases} 3 & (X = u, d) \\ 1 & (X = e) \end{cases} \quad (6.16)$$

のように与えられる。\$M_{\tilde{X}_i}^2\$ と \$M_{X_i}^2\$ は、フェルミオンとスカラーの質量固有状態の2乗を表し、それぞれについて、フェルミオンに対しては、行列 (6.8)-(6.10) の対角化、スカラーに対しては、行列 (G.1)-(G.3) の対角化から得ることができる。関数 \$F\$ は

$$F(x) = \frac{x^2}{64\pi^2} \left[\ln \left(\frac{x}{\mu^2} \right) - \frac{3}{2} \right], \quad (6.17)$$

のように定義されている。ここで、\$\mu\$ は繰り込みスケールを表し、ヒッグス質量の計算においては、\$\mu = M_{\text{SUSY}}\$ に設定している。

ヒッグス質量に対する1ループ補正 \$\Delta m_{h^0}^2\$ は \$\Delta V_H\$ から計算することができ、

$$\Delta m_{h^0}^2 = \left[\frac{\sin^2 \beta}{2} \left(\frac{\partial^2}{\partial v_u^2} - \frac{1}{v_u} \frac{\partial}{\partial v_u} \right) + \frac{\cos^2 \beta}{2} \left(\frac{\partial^2}{\partial v_d^2} - \frac{1}{v_d} \frac{\partial}{\partial v_d} \right) + \sin \beta \cos \beta \frac{\partial^2}{\partial v_u \partial v_d} \right] \Delta V_H \quad (6.18)$$

のように与えられる [28].

6.2.2 ミューオン \$g-2\$

ミューオン \$g-2\$ を評価するにあたり、ゲージノ、荷電レプトン、荷電スレプトン、中性スレプトンについて、それぞれの質量行列を対角化した基底を用いて計算する。初めにニュートラリーノの質量行列を考える。ビーノ (\$\tilde{B}\$), 中性ウィーノ (\$\tilde{W}^0\$), 中性ヒッグシーノ (\$\tilde{H}_u^0, \tilde{H}_d^0\$) の4つの場を基底にしたニュートラリーノの質量行列 \$M_{\chi^0}\$ は

$$M_{\chi^0} = \begin{pmatrix} M_1 & 0 & -g_1 v_d / \sqrt{2} & g_1 v_u / \sqrt{2} \\ 0 & M_2 & g_2 v_d / \sqrt{2} & -g_2 v_u / \sqrt{2} \\ -g_1 v_d / \sqrt{2} & g_2 v_d / \sqrt{2} & 0 & -\mu_H \\ g_1 v_u / \sqrt{2} & -g_2 v_u / \sqrt{2} & -\mu_H & 0 \end{pmatrix} \quad (6.19)$$

で与えられる.

次に, 荷電ウィーノ (\tilde{W}^\pm) と荷電ヒッグシーノ ($\tilde{H}_u^+, \tilde{H}_d^-$) をから構成されているチャージーノの質量行列を考える. ここで, 荷電ウィーノは

$$\tilde{W}^\pm = \frac{i}{\sqrt{2}}(\tilde{W}^1 \mp i\tilde{W}^2) \quad (6.20)$$

と定義されている. 荷電ウィーノ (\tilde{W}^\pm) と荷電ヒッグシーノ ($\tilde{H}_u^+, \tilde{H}_d^-$) を基底としたチャージーノの質量行列 M_{χ^\pm} は

$$M_{\chi^\pm} = \begin{pmatrix} M_2 & \sqrt{2}gv_u \\ \sqrt{2}gv_d & \mu_H \end{pmatrix} \quad (6.21)$$

のように与えられる. これらの行列はニュートラリーノの質量行列はユニタリ一行列 N を用いることで

$$NM_{\chi^0}N^\dagger = \text{diag}(m_{\chi_1^0}, m_{\chi_2^0}, m_{\chi_3^0}, m_{\chi_4^0}), \quad (6.22)$$

のように対角化することができる. $m_{\chi_x^0}$ ($x = 1, \dots, 4$) は質量固有値であり, 添字について $x < y$ であれば $m_{\chi_x^0} < m_{\chi_y^0}$ を意味する. 同様にして, チャージーノの質量行列は2つのユニタリ一行列 J と K を用いて

$$JM_{\chi^\pm}K^\dagger = \text{diag}(m_{\chi_1^\pm}, m_{\chi_2^\pm}), \quad (6.23)$$

のように対角化することができる. $m_{\chi_x^\pm}$ ($x = 1, 2$) は質量固有値であり, その大きさは $m_{\chi_1^\pm} < m_{\chi_2^\pm}$ である. 最後に, 荷電レプトン, 荷電スカラーレプトン, 中性スカラーレプトンの質量行列の対角化について,

$$(U_{e_R} m_e U_{e_L}^\dagger)_{ij} = m_{E_i} \delta_{ij} \quad (i, j = 1, \dots, 5), \quad (6.24)$$

$$(U_{\tilde{e}} M_{\tilde{e}}^2 U_{\tilde{e}}^\dagger)_{ab} = m_{\tilde{E}_a}^2 \delta_{ab} \quad (a, b = 1, \dots, 10), \quad (6.25)$$

$$(U_{\tilde{\nu}} M_{\tilde{\nu}}^2 U_{\tilde{\nu}}^\dagger)_{\alpha\beta} = m_{\tilde{N}_\alpha}^2 \delta_{\alpha\beta} \quad (\alpha, \beta = 1, \dots, 5), \quad (6.26)$$

のように定義する. ここで, m_e は式 (6.10) の荷電レプトンの質量行列であり, $M_{\tilde{e}}^2$ と $M_{\tilde{\nu}}^2$ はそれぞれ, 式 (G.3) と (G.4) にある, 荷電スレプトン, 中性スレプトンの質量行列を表す. さらに, 質量固有状態である, 荷電レプトン (E_i), 荷電スレプトン (\tilde{E}_a), 中性スレプトン (\tilde{N}_α) の質量固有値は, m_{E_i} , $m_{\tilde{E}_a}$, $m_{\tilde{N}_\alpha}$ と表す.

ミューオンに関する相互作用項は, これらの対角化された基底を用いると,

$$\mathcal{L} = \sum_{a,x} \tilde{E}_2 (n_{ax}^L P_L + n_{ax}^R P_R) \tilde{E}_a \chi_x^0 + \sum_{\alpha,x} \tilde{E}_2 (c_{\alpha x}^L P_L + c_{\alpha x}^R P_R) \tilde{N}_\alpha \chi_x^\pm$$

$$+ \sum_a \bar{E}_2 (s_a^L P_L + s_a^R P_R) \tilde{E}_a \chi_\Phi + \text{h.c.}, \quad (6.27)$$

のように書くことができる. ここで, P_L, P_R は射影演算子であり, $P_L = (1 - \gamma_5)/2$, $P_R = (1 + \gamma_5)/2$ と定義されている. 質量固有状態である E_2 はミューオン場に対応しており, χ_x^0 と χ_x^\pm それぞれニュートラリーノとチャージーノを表す. χ_Φ はゲージ 1 重項のフェルミオン成分であり, 一般的にシングリーノと呼ばれている. また, 式 (6.27) の係数は

$$\begin{aligned} n_{ax}^L = & - \sum_{i,j=1}^4 \mathbf{y}_{e_{ij}} (U_{e_R})_{i2} (U_{\bar{e}})_{aj} N_{x3} + y_{\bar{e}} (U_{e_R})_{52} (U_{\bar{e}})_{a,10} N_{x4} \\ & - \sum_{i=1}^4 \sqrt{2} g_1 (U_{e_R})_{i2} (U_{\bar{e}})_{a,i+5} N_{x1} - \frac{g_2}{\sqrt{2}} (U_{e_R})_{52} (U_{\bar{e}})_{a5} N_{x2} \\ & - \frac{g_1}{\sqrt{2}} (U_{e_R})_{52} (U_{\bar{e}})_{a5} N_{x1}, \end{aligned} \quad (6.28)$$

$$\begin{aligned} n_{ax}^R = & \sum_{i,j=1}^4 \mathbf{y}_{e_{ij}} (U_{e_L})_{j2} (U_{\bar{e}})_{a,i+5} N_{x3} - y_{\bar{e}} (U_{e_L})_{52} (U_{\bar{e}})_{a5} N_{x4} \\ & + \sum_{i=1}^4 \left[\frac{g_2}{\sqrt{2}} (U_{e_L})_{i2} (U_{\bar{e}})_{ai} N_{x2} + \frac{g_1}{\sqrt{2}} (U_{e_L})_{i1} (U_{\bar{e}})_{ai} N_{x1} \right] \\ & + \sqrt{2} g_1 (U_{e_L})_{52} (U_{\bar{e}})_{a,10} N_{x1}, \end{aligned} \quad (6.29)$$

$$c_{ax}^L = - \sum_{i,j=1}^4 \mathbf{y}_{e_{ij}} (U_{e_R})_{i2} (U_{\bar{\nu}})_{aj} J_{x2} + g_2 (U_{e_R})_{52} (U_{\bar{\nu}})_{a5} J_{x1}, \quad (6.30)$$

$$c_{ax}^R = y_{\bar{e}} (U_{e_L})_{52} (U_{\bar{\nu}})_{a5} K_{x2} - \sum_{i=1}^4 g_2 (U_{e_L})_{i2} (U_{\bar{\nu}})_{ai} K_{x1}, \quad (6.31)$$

$$s_a^L = \sum_{i=1}^4 \left[-Y_{e_i} (U_{e_R})_{i2} (U_{\bar{e}})_{a,10} - Y_{L_i} (U_{e_R})_{52} (U_{\bar{e}})_{ai} \right], \quad (6.32)$$

$$s_a^R = \sum_{i=1}^4 \left[-Y_{e_i} (U_{e_L})_{52} (U_{\bar{e}})_{a,i+5} - Y_{L_i} (U_{e_L})_{i2} (U_{\bar{e}})_{a5} \right] \quad (6.33)$$

で与えられる. 本模型におけるミューオン $g-2$ への寄与は, ニュートラリーノ, チャージーノ, シングリーノ 3つの部分に分けることができる⁶.

⁶ 厳密に言えば, ベクトル的世代からの non-SUSY の寄与 $\Delta a_\mu^{4+\bar{4}}$ を考慮に入れて, Δa_μ を評価する必要がある. つまり, 本模型における新たな物理によるミューオン $g-2$ への寄与は $\Delta a_\mu^{4+\bar{4}} + \Delta a_\mu^{\text{SUSY}}$ となるべきである. しかしながら, $\Delta a_\mu^{4+\bar{4}}$ は文献 [80] に従って, 数値的に解析した結果 $\mathcal{O}(10^{-12})$ となっているため, 今回の解析においてはこの寄与を無視している.

シングリーノによる寄与は、ニュートラリーノによる寄与の部分で χ^0 を χ_Φ への置き換えによって得られる。これを踏まえると、本模型でのミュオン $g-2$ への寄与は

$$\Delta a_\mu^{\text{SUSY}} = \Delta a_\mu^{\chi^0} + \Delta a_\mu^{\chi^\pm} + \Delta a_\mu^{\chi_\Phi}, \quad (6.34)$$

$$\Delta a_\mu^{\chi^0} = \sum_{a,x} \frac{1}{16\pi^2} \left[\frac{m_\mu m_{\chi_x^0}}{m_{\tilde{E}_a}^2} n_{ax}^L n_{ax}^R F_2^N(r_{1ax}) - \frac{m_\mu^2}{6m_{\tilde{E}_a}^2} (n_{ax}^L n_{ax}^L + n_{ax}^R n_{ax}^R) F_1^N(r_{1ax}) \right], \quad (6.35)$$

$$\Delta a_\mu^{\chi^\pm} = \sum_{\alpha,x} \frac{1}{16\pi^2} \left[\frac{-3m_\mu m_{\chi_x^\pm}}{m_{\tilde{\nu}_\alpha}^2} c_{\alpha x}^L c_{\alpha x}^R F_2^C(r_{2\alpha x}) + \frac{m_\mu^2}{3m_{\tilde{\nu}_\alpha}^2} (c_{\alpha x}^L c_{\alpha x}^L + c_{\alpha x}^R c_{\alpha x}^R) F_1^C(r_{2\alpha x}) \right], \quad (6.36)$$

$$\Delta a_\mu^{\chi_\Phi} = \sum_a \frac{1}{16\pi^2} \left[\frac{m_\mu m_{\chi_\Phi}}{m_{\tilde{E}_a}^2} s_a^L s_a^R F_2^N(r_{3a}) - \frac{m_\mu^2}{6m_{\tilde{E}_a}^2} (s_a^L s_a^L + s_a^R s_a^R) F_1^N(r_{3a}) \right], \quad (6.37)$$

のように与えられる。関数 $F_{1,2}^N$ と $F_{1,2}^C$ の引数は、 $r_{1ax} = m_{\chi_x^0}^2/m_{\tilde{E}_a}^2$, $r_{1ax} = m_{\chi_x^0}^2/m_{\tilde{E}_a}^2$, $r_{2\alpha x} = m_{\chi_x^\pm}^2/m_{\tilde{\nu}_\alpha}^2$, $r_{3a} = m_{\chi_\Phi}^2/m_{\tilde{E}_a}^2$ を表しており、 m_μ はミュオンの質量である。また、関数 $F_{1,2}^N$ と $F_{1,2}^C$ は

$$F_1^N(x) = \frac{2}{(1-x)^4} (1 - 6x^2 + 3x^3 + 2x^3 - 6x^2 \ln x), \quad (6.38)$$

$$F_2^N(x) = \frac{3}{(1-x)^3} (1 - x^2 + 2x \ln x), \quad (6.39)$$

$$F_1^C(x) = \frac{2}{(1-x)^4} (2 + 3x - 6x^2 + x^3 + 6x \ln x), \quad (6.40)$$

$$F_2^C(x) = \frac{-3}{(1-x)^3} (3 - 4x + x^2 + 2 \ln x) \quad (6.41)$$

で定義されている [48].

6.3 数値計算の結果

この章では、式 (6.18) と (6.34) を用いて、ヒッグス質量とミュオン $g-2$ への寄与を計算する。

6.3.1 SUSY-breaking パラメータ

今回の解析では、超対称性の破れのシナリオとして、minimal gravity mediation [81–83] を用いる。このシナリオでは、GUT スケールにおいて、全てのゲージノの質量を $m_{1/2}$,

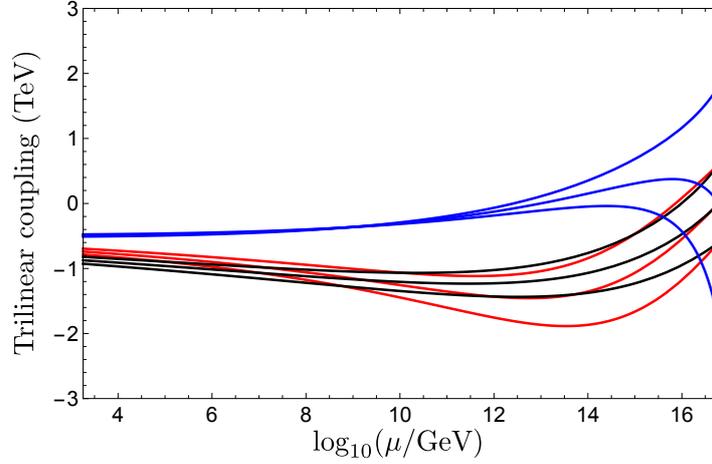


図 6.3 スカラー 3 点結合の RGE の振る舞いを示した図. 赤, 黒, 青の線はそれぞれ, $\mathbf{a}_{u_{33}}, a_{\bar{u}}, \mathbf{a}_{e_{24}}$ のスカラー 3 点結合を表す. それぞれの色にある 3 本の線は, 下から上に向かって A_0 の初期値が -1.0, 0, 1.0 TeV に対応している. それぞれのスカラー 3 点結合は赤外の領域で強い収束性をもつことがわかる.

全ての soft scalar mass を m_0 のように統一的な質量を仮定することで, 超対称性粒子の質量スペクトルを得ることができる. 他の超対称性の破れに関わるパラメータは A_0 であり, スカラー 3 点結合についても GUT スケールでの統一を仮定する. 本解析では, $\tan \beta$ は低エネルギーでのクォークやレプトンの質量を再現するために固定している. μ_H の符号についてはミューオン $g-2$ への寄与が正になるようにプラスの符号を選んでいる. 従って, 解析の際に残されている SUSY-breaking パラメータは $m_{1/2}, m_0, A_0$ の 3 つである. これらの値を GUT スケールで決定すると共に, 表 6.2 のパラメータセットを用いて RGE を解くことによって, 低エネルギーでの物理量を計算することができる. Minimal gravity mediation のそれぞれのパラメータの導出については, 付録 6.3.1 にまとめている. ここでは, スカラー 3 点結合の典型的な性質についてコメントする. 図 6.3 はヒッグス質量とミューオン $g-2$ への寄与に関連しているスカラー 3 点結合の RG ランニングを示している. 赤と黒の線は, $\mathbf{a}_{u_{33}}$ と $a_{\bar{u}}$ のエネルギー依存性を表しており, これらはヒッグス質量への寄与すると考えられる. 青の線は $\mathbf{a}_{e_{24}}$ のエネルギー依存性を表しており, ミューオン $g-2$ へ寄与すると考えられる. これらのスカラー 3 点結合には, 図 6.2 で示した湯川結合の時と同じように, 低エネルギーでの収束性があることがわかる. これは式 (D.12)

を見ると、スカラー 3 点結合は湯川結合に比例した形となっていることから理解できる。

MSSM においては、ヒッグス質量の量子補正はスカラー 3 点結合の大きさに依存することが知られている [29]. 本模型では、図 6.3 に見られる収束性を考慮に入れると、低エネルギーでの値が決まってしまうため、ヒッグス質量はスカラー 3 点結合の初期値に依存しないことが期待される。さらに、ミューオン $g-2$ についてもヒッグス質量の場合と同じことが期待される。しかしながら第 6.3.3 章で示すように、ミューオン $g-2$ は A_0 に依存することがわかる。

6.3.2 ヒッグス質量に対するパラメータ依存性

まず初めに、SUSY-breaking パラメータに対するヒッグス質量の依存性を示す。図 6.4 には様々なパラメータでの結果を示した。図にあるオレンジの領域はヒッグスの質量が 124.7 GeV から 126.2 GeV の領域を表す。図 6.4 の左上には $m_{1/2}$ に対する依存性を示し、 A_0 パラメータは 0 にとった。3 本の黒い線は下から上に向かってそれぞれ、 $m_0 = 250, 500, 1000$ GeV に対応する。この図より、 $m_{1/2}$ が大きくなるにつれて、ヒッグス質量が大きくなることがわかる。これは $m_{1/2}$ が大きいときには、RG の性質により、低エネルギーでのスクォークの質量が大きくなるためである。同様の理由で、 m_0 が大きくなるとヒッグス質量も大きくなる。図 6.4 の右上の図では、ヒッグス質量に対する A_0 依存性を示し、 $m_{1/2}, m_0$ はそれぞれ 2150, 250 GeV に固定した。第 6.3.1 章で述べたように、スカラー 3 点結合の低エネルギーでの収束性により、ヒッグス質量は A_0 パラメータに依存しないことがわかる。

図 6.4 の左下の図には、ヒッグス粒子に対するストップ質量 $m_{\tilde{u}_{3L}}$ の依存性を示した。図より、ストップの質量が 2.0 TeV から 2.2 TeV 程度のときにヒッグス質量の実験値を説明できることがわかる。MSSM では、ヒッグス質量の実験値を説明するには 3-4 TeV のストップの質量が必要である [30]. 本模型では、MSSM よりも小さなストップ質量でヒッグス質量の実験値を説明することができる。これは、図 6.4 の右下の図をみると、より理解することができる。赤色の線はベクトルの世代からの量子補正を含んだヒッグス質量を表し、黒色の線は MSSM のセクターからの寄与のみを考慮したヒッグス質量を表している。 m_0 と A_0 パラメータはそれぞれ 250, 0 GeV に固定している。黒い線は V を大きくした極限であり、これはベクトルの世代と MSSM のセクターを切り離している極限とも言える。以上をまとめると、本模型では MSSM の時よりも小さな $m_{1/2}$ でヒッグス質量の実験値を説明できることがわかった。これはベクトルの世代がヒッグス場と強く結合しており、

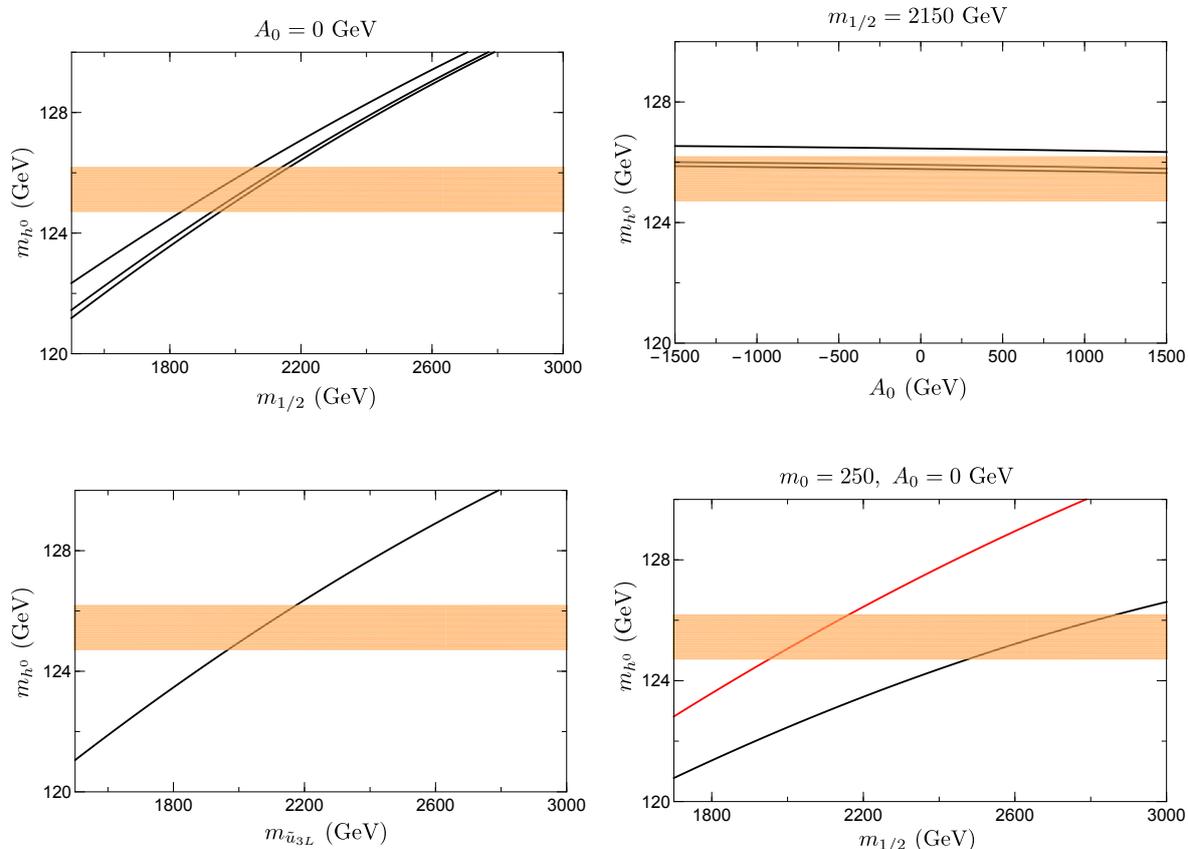


図 6.4 ヒッグス質量 m_{h^0} に対する $m_{1/2}$ (左上), A_0 (右上), ストップ質量 (左下) の依存性を示した図. 右下の図はベクトルの世代からの寄与を含んだ結果 (赤い線), MSSM セクターのみの結果 (黒の線) を示しており, $m_0 = 250$ GeV, $A_0 = 0$ GeV とした. オレンジの領域はヒッグスの質量を 124.7 GeV から 126.2 GeV で説明できる領域を表す. 左上の図での 3 本の線はそれぞれ, 下から上に向かって, $m_0 = 250, 500, 1000$ GeV に対応しており, A_0 は 0 GeV に固定している. 右上の図の 3 本の線はそれぞれ, 下から上に向かって, $m_0 = 250, 500, 1000$ GeV に対応しており, $m_{1/2}$ は 2150 GeV に固定している.

新たな寄与をヒッグス質量へ及ぼしたことに依るものであると考えることができる.

6.3.3 ミューオン $g-2$ に対するパラメータ依存性

次にミューオン $g-2$ に対する SUSY-breaking パラメータとスミューオン質量の依存性をみる. また, ヒッグス質量の場合と同じように, ベクトルの世代を含む寄与と MSSM セクターのみの寄与の比較をする. 図 6.5 には, 様々なパラメータの依存性を示した. 青の領域はミューオン $g-2$ の実験値を 1σ で説明できる領域である. 図 6.5 の左上の図は

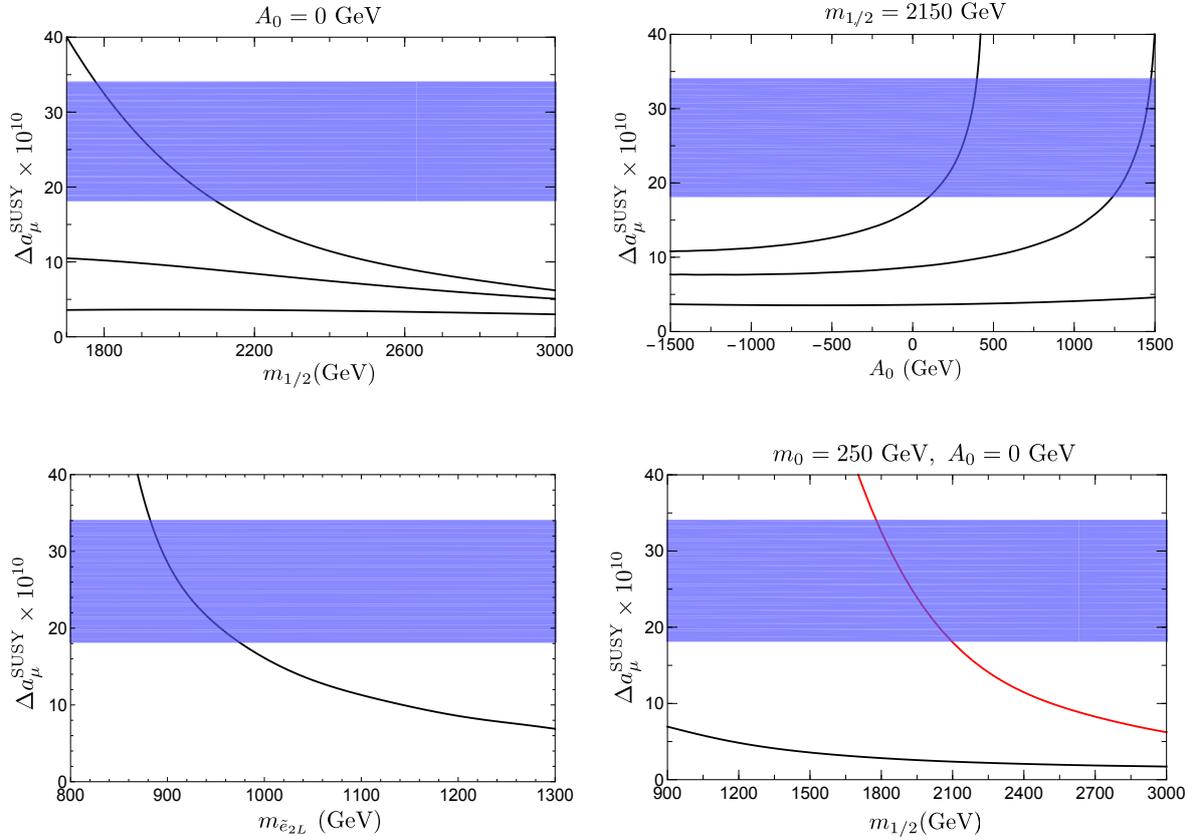


図 6.5 ミューオン $g - 2$ への寄与 $\Delta a_{\mu}^{\text{SUSY}}$ に対する, $m_{1/2}$ (左上), A_0 (右上), スミューオン質量 (左下) の依存性を示した図. 右下の図はベクトルの世代からの寄与を含んだ結果 (赤い線), MSSM セクターのみの結果 (黒の線) を示しており, $m_0 = 250$ GeV, $A_0 = 0$ GeV とした. 青の領域ミューオン $g - 2$ の実験値を 1σ で説明できる領域を表す. 左上の図での 3 本の線はそれぞれ, 下から上に向かって, $m_0 = 250, 500, 1000$ GeV に対応しており, A_0 は 0 GeV に固定している. 右上の図の 3 本の線はそれぞれ, 下から上に向かって, $m_0 = 250, 500, 1000$ GeV に対応しており, $m_{1/2}$ は 2150 GeV に固定している.

$m_{1/2}$ の依存性を示しており, スカラー 3 点結合 A_0 は 0 GeV に固定している. 3 本の黒い線はそれぞれ下から上に向かって, $m_0 = 250, 500, 1000$ GeV に対応している. この図からわかるように, $m_{1/2}$ と m_0 が大きくなるにつれてミューオン $g - 2$ への寄与は小さくなる. これは, 式 (6.35)-(6.37) にある, ミューオン $g - 2$ に対する超対称性粒子の質量依存性をみるとわかる. 図 6.5 の右上の図には, A_0 依存性を示し, $m_{1/2}$ は 2150 GeV に固定した. 3 本の黒い線は, 下から上に向かって $m_0 = 250, 500, 1000$ GeV に対応してい

る. A_0 の依存性に関しては興味深い結果が得られた. それらは, soft scalar mass が大きい (図中の $m_0 = 250$ や 500 GeV) 時には, ミューオン $g-2$ への寄与が大きくなることがわかり, 一方で soft scalar mass が小さい (図中 $m_0 = 1000$ GeV) 時, ミューオン $g-2$ に対して A_0 の依存性が殆どみられないことである. この振る舞いは次のように理解することができる. 荷電スレプトンの質量行列 (G.14) において, 1 から 4 世代目までの混合は $\mathbf{a}_{e_{ij}} v_d - \mu_H^* \mathbf{y}_{e_{ij}} v_u$ のように与えられる. この式で, $\tan \beta$ が大きい値のときには第 2 項目が支配的な寄与になるため, 第 1 項目の A パラメータの依存性は無視することができる. 一方で, 5 世代目と他の世代との混合は $A_{e_i} V + Y_{e_i} Y^* |V|^2$ のように与えられる. この式では, 第 1 項目と第 2 項目が同じオーダーである. もし質量行列の対角成分に効く m_0 が小さいと, 5 世代目との混合部分が対角成分と同程度の大きさになってしまい, 質量行列を対角化した後に, ベクトル的世代の中の一つの質量が小さくなる. この質量の小さいベクトル的世代がミューオン $g-2$ への寄与を大きくしていると考えることができる.

図 6.5 の左下の図には, ミューオン $g-2$ に対するスミューオン ($m_{\tilde{e}_{2L}}$) の依存性を示した. スミューオンの質量がおおよそ 1 TeV 程度の時に, 青の領域を説明できることがわかる. MSSM においては, スミューオンの質量が $\mathcal{O}(100)$ GeV の時にミューオン $g-2$ の実験値を説明できる. しかしながら, 本模型においては, MSSM の時よりも大きなスミューオン質量でもミューオン $g-2$ の実験値を説明することができる. これは図 6.5 の右下の図より理解することができる. 図 6.5 の右下の図で, 赤の線はベクトル的世代を含んだミューオン $g-2$ への寄与を表しており, 黒の線は MSSM のセクターのみからのミューオン $g-2$ への寄与を表している. ヒッグス質量のときと同じように, 黒の線は V を大きくした極限に対応している. 本模型では, $m_{1/2}$ が MSSM よりも大きいときでもミューオン $g-2$ の実験値を説明することが可能であることがわかる. これは, ベクトル的世代がミューオンと強く結合しており, その結合を通じた新たな寄与が存在するためである. $a_\mu^{\chi^0}$ と $a_\mu^{\chi^\pm}$ の寄与の比較について, 図 6.6 に示した. シングリーノからの寄与は ($\Delta a_\mu^{\chi^0} \sim 10^{-11}$) となっており, 無視できる量であるため図には載せていない. 本模型では, ニュートラリーノの寄与の方がチャージーノの寄与よりも大きくなる傾向にある. これは, 超対称性粒子のスペクトラムで, 荷電スレプトンの質量が $\mathcal{O}(100)$ GeV で, 中性スレプトンの質量が $\mathcal{O}(1)$ TeV であることに由来する. 具体的な質量スペクトラムは次の章でまとめている.

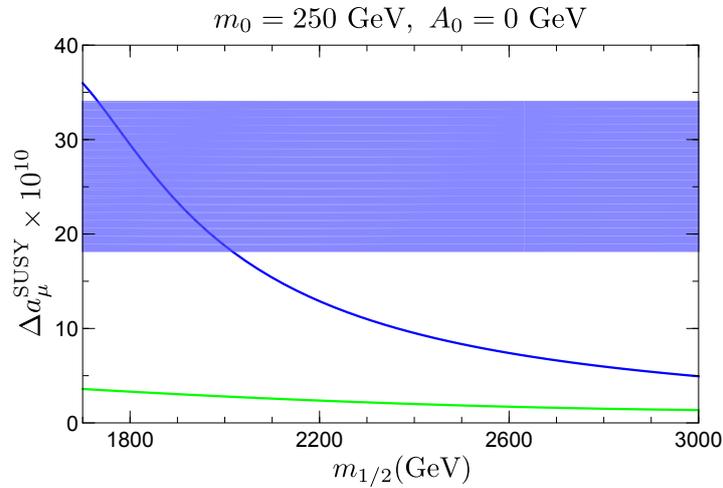


図 6.6 ミューオン $g-2$ に対するニュートラリーノ（青の線）とチャージノ（緑の線）からの寄与を示した図. 青の領域はミューオン $g-2$ に実験値を 1σ で説明できる領域を表す.

6.3.4 本模型におけるヒッグス質量とミューオン $g-2$

ヒッグス質量とミューオン $g-2$ を評価する前に、ベクトル的世代の質量と、超対称性粒子の質量に関する実験的な制限についてコメントしておく. ベクトル的世代のフェルミオンの質量についてであるが、質量の下限はクォーク、レプトンに対してそれぞれ、700, 100 GeV である [84]. 本模型では、式 (6.13)-(6.15) にある湯川結合の 4-5 や 5-4 成分は $\mathcal{O}(1)$ であり、真空期待値 V は 4000 GeV に設定している. そのため、ベクトル的世代のクォークやレプトンの質量はそれぞれ、 $\mathcal{O}(1)$ TeV, 200 GeV 程度となり、実験的な制限を満たしている. ゲージーノの中でも、特にグルイーノは超対称性粒子の質量スペクトルを決めるのに大きな役割を果たしている. これは、本模型において、ゲージ結合定数は非漸近的な振る舞いをしており、ユニバーサルなゲージーノ質量は低エネルギーよりもかなり大きくなる.

図 6.7 に、低エネルギーでのゲージーノの質量スペクトラムを示した. 黒い点線は 800 GeV の線を表しており、実験におけるグルイーノの質量下限に対応している [84]. 図より、この質量下限に相当する $m_{1/2}$ はおおよそ 1.9 TeV であることがわかる. 1, 2 世代のスクォークの質量に関しては、1100 GeV よりも小さい領域実験的に排除されており、トッ

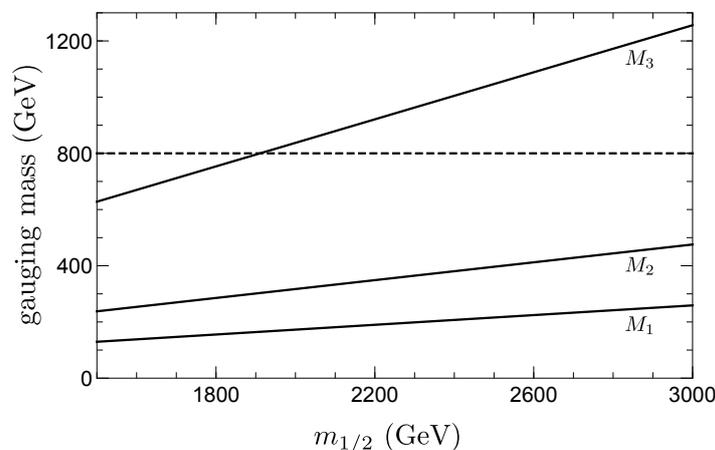


図 6.7 M_{SUSY} でのビーノ (M_1), ウィーノ (M_2), グルイーノ (M_3) それぞれの $m_{1/2}$ 依存性を示した図. 黒の点線 (800 GeV) は現在の実験により報告されている, グルイーノ質量の下限を表している.

プやボトム of 超対称性パートナーの質量はそれぞれ, 95 GeV と 89 GeV 以下の質量領域が実験的に排除されている [84]. 図 6.4 の左下の図では, ヒッグス質量の実験値を説明するためには, ストップ質量が 2 TeV 程度必要であることが示されている. ストップ質量の RG のランニングは強い力のゲージ結合定数によって支配されているため, 他のスカラー質量もストップ質量とおおよそ同じオーダーになる. 従って本模型において, ヒッグス質量やミュオン $g-2$ を説明できるパラメータ領域では, スカラー質量の実験的制限を満たしているといえる.

荷電スレプトンと中性スレプトンの質量に関しては, おおよそ 80 GeV よりも小さい質量領域が実験から排除されている [84]. 図 6.5 に見られるように, スミューオン質量が $\mathcal{O}(1)$ TeV のときに, ミュオン $g-2$ の実験値を説明できる. 他のスレプトンの soft scalar mass も, スミューオンと同じような RG の振る舞いをする. そのため, 全てのスレプトン (ベクトル的世代の荷電スレプトンを除いた) の質量は低エネルギーで $\mathcal{O}(1)$ TeV となり, 質量下限の制限を満たしている. 前に述べた通り $m_{1/2}$ や m_0 が小さい時には, ベクトル的世代の荷電スレプトンの中の一つの質量が $\mathcal{O}(100)$ GeV になる. 従って, 今後の解析については, このスレプトンの質量制限と, 上記で述べたグルイーノの質量下限を考慮にいれながら結果を示すこととする.

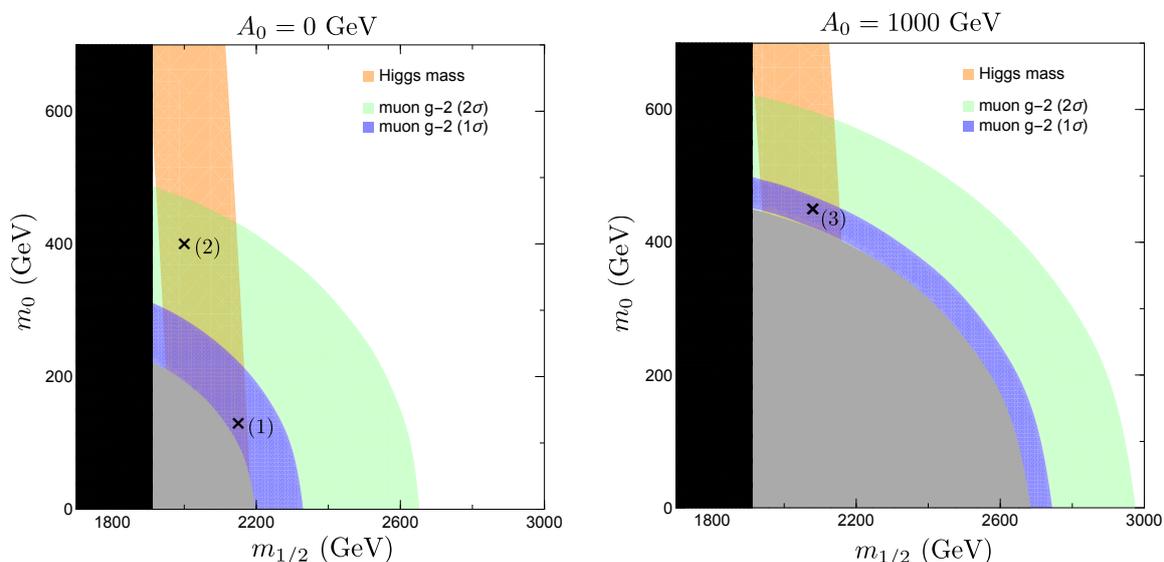


図 6.8 $m_{1/2} - m_0$ 平面における、ヒッグス質量とミュオン $g - 2$ の結果図. 左の図は $A_0 = 0$ GeV であり, 右の図は $A_0 = 1000$ GeV とした. オレンジの領域はヒッグス質量の実験値を, 青と緑の領域はそれぞれミュオン $g - 2$ の実験値を $1\sigma, 2\sigma$ で説明できる領域を表している. 黒と灰色の領域はそれぞれ, 実験から排除されているグルイーノとベクトルの世代の荷電スレプトンの質量領域を表している. 図中のバツ印 (1)-(3) は本模型におけるサンプルポイントである. それぞれの点における質量スペクトラムは表 6.3 にまとめられている.

図 6.8 では, $m_{1/2} - m_0$ 平面でのヒッグス質量とミュオン $g - 2$ の結果を示した. A_0 パラメータは 0 GeV(左の図), 1000 GeV(右の図) に固定した. オレンジの領域はヒッグス質量の実験値を, 青と緑の領域はミュオン $g - 2$ の実験値をそれぞれ $1\sigma, 2\sigma$ で再現できる領域である. 黒と灰色の領域はそれぞれ, 実験から排除されているグルイーノとベクトルの世代の荷電スレプトンの質量領域を表している. $A_0 = 0$ GeV と 1000 GeV の図を比べると, ヒッグス質量は変化していないのに対し, ミュオン $g - 2$ は A_0 に依存していることがわかる. これは第 6.3.2 章と 6.3.3 章で述べたパラメータ依存性を意味している.

これからは, 本模型と MSSM を比較することにより, ベクトルの世代がどのようにヒッグス質量とミュオン $g - 2$ に寄与しているのかを議論していく.

本模型において, ヒッグス質量とミュオン $g - 2$ を説明できるサンプルポイントを 3 つ選んだ. それらは図の中で, (1), (2), (3) と記された点であり, それぞれの初期値は, GeV を単位として, $(m_{1/2}, m_0, A_0) = (2150, 130, 0), (2000, 400, 0), (2080, 450, 1000)$ である. 初期条件とそれらに対応する質量スペクトラム等を表 6.3 にまとめた. 表の中には, ヒッ

	Point (1)	Point (2)	Point (3)
$m_{1/2}$	2150	2000	2080
m_0	130	400	450
A_0	0	0	1000
M_3	900.0	837.1	864
$m_{\chi_1^0}$	185.5	172.6	177.6
$m_{\chi_1^\pm}$	340.8	317.1	325.9
$m_{\tilde{u}_{3L}}, m_{\tilde{u}_{3H}}$	1926, 2433	1811, 2385	1898, 2383
$m_{\tilde{u}_{4L,4H,5L,5H}}$	2715 – 3973	2641 – 3874	2691 – 3926
$m_{\tilde{e}_{2L}}, m_{\tilde{e}_{2H}}$	952.2, 1221	922.4, 1181	921.3, 1220
$m_{\tilde{e}_{4L}}$	107.4	302.5	150.5
$m_{\tilde{e}_{4H,5L,5H}}$	1129 – 1860	1112 – 1808	1119 – 1862
$m_{\tilde{\nu}_2}$	1227	1186	1223
$m_{\tilde{\nu}_{4,5}}$	816, 1773	821, 1718	815, 1771
m_{h^0}	126.0	125.1	125.6
$\Delta a_\mu^{\text{SUSY}}$	26.1×10^{-10}	12.1×10^{-10}	21.1×10^{-10}

表 6.3 本模型における 3 つのサンプルポイントをまとめた表. 全ての質量の単位は GeV である. それぞれの記号については本文中に説明されている.

グス質量とミューオン $g-2$ への寄与に関係している質量固有状態をまとめている. それらは, ストップ質量 ($m_{\tilde{u}_{3L,3H}}$), スミューオン質量 ($m_{\tilde{e}_{2L,2H}}$), 第 2 世代のスニュートリノ質量 ($m_{\tilde{\nu}_2}$), ベクトルの世代のスクォーク ($m_{\tilde{u}_{4L,4H,5L,5H}}$), ベクトルの世代の荷電スレプトン ($m_{\tilde{e}_{4L,4H,5L,5H}}$), ベクトルの世代の中性スレプトン ($m_{\tilde{\nu}_{4,5}}$) である. ストップとスミューオンにある L と H の添字は L のほうが H より質量が小さいという意味である. ベクトルの世代のスクォークと荷電スレプトンに関しては, 4L, 4H, 5L, 5H の順番に質量が大きくなるように, 中性スレプトンについては, 4,5 の順番に質量が大きくなるように定義されている. MSSM においては, ストップ質量がおおよそ 3-4 TeV の時にヒッグス質量の実験値を説明することができる. 本模型においては, ヒッグス質量をより小さなストップ質量で説明することができる. これは, ベクトルの世代のアップ型クォーク (スクォーク) が低エネルギーでヒッグス場と強く結合しているためである. つまり, ベクトルの世代クォークの $\mathcal{O}(1)$ 湯川結合がヒッグス質量へさらなる寄与を与えていると言える.

ミューオン $g-2$ に関しては、スミューオン質量がおおよそ 1 TeV の時にミューオン $g-2$ の実験値を説明することができる。本解析では、低エネルギーでのクォークやレプトンの質量を再現するために $\tan\beta = 17$ と固定している。MSSM において、ミューオン $g-2$ が $\tan\beta = 17$ で評価された時、ミューオン $g-2$ の実験値を説明するためには、スミューオン質量が $\mathcal{O}(100)$ GeV の必要がある [45, 48]。本模型において、ベクトルの世代の荷電スレプトンの中で一番質量が小さくなるものは表 6.3 にあるように $m_{\tilde{e}_{4L}}$ であり、その質量のオーダーは $\mathcal{O}(100)$ GeV となる。さらに式 (6.15) にあるように、ベクトルの世代と 2 世代目の湯川結合が非ゼロの値である。これらより、式 (6.28)–(6.31) にあるようなミューオンの結合がミューオン $g-2$ へ大きな寄与を与えていることがわかる。結果として、MSSM よりもスミューオンの質量が大きくても、ベクトルの世代の新たな寄与によりミューオン $g-2$ の SM の理論値と実験値のずれを説明することができる。

最後に本模型におけるフレーバーの制限についてコメントする。クォークセクターにおける典型的な実験的制限は世代間混合のユニタリティーに関するものである。これについては、ベクトルの世代の質量が十分に大きければユニタリティーを満たすということを数値的に確認した。レプトンセクターに関しては、ミューオンがベクトルの世代と強い結合をしているため、その結合を通じてフレーバーを変える稀な現象を引き起こしてしまう可能性がある⁷。本模型では、式 (6.15) をみると、第 2 と第 3 世代 (τ) は結合していないため、第 3 世代を含むフレーバー混合は輻射的に生じるのみで、小さいことが期待される。一方で、 $\mu \rightarrow e\gamma$ のようなミューオンの崩壊過程は、1・2 世代目とベクトルの世代の結合定数の積によって表されるスレプトン混合を通じて引き起こされる可能性がある。過去の文献によれば [88]、上記の結合定数の積が $\mathcal{O}(10^{-1})$ の時に $\mu \rightarrow e\gamma$ の分岐比が $\mathcal{O}(10^{-13})$ になることが示されており、これは現在の実験的な制限とほぼ同じオーダーである [89]。本模型では、ベクトルの世代とミューオンとの結合が低エネルギーで $\mathcal{O}(10^{-1})$ であり、電子とベクトルの世代との結合は $\mathcal{O}(10^{-1})$ よりも小さくなることが期待される。従って、ヒッグス質量とミューオン $g-2$ の実験値を同時に説明できるパラメータ領域においては、 $\mu \rightarrow e\gamma$ の分岐比は実験で確認できない程小さいことが期待される。

⁷ 低エネルギーにおける、ベクトルの世代を伴うニュートリノ物理については、例として文献 [85–87] を参照。

6.4 まとめ

本モデルには、ヒッグス質量とミュオン $g-2$ の実験値を同時に説明できるパラメータ領域が存在することが明らかとなった。ベクトルの世代を含むモデルは、湯川結合が赤外で収束性を持つという特徴があった。これを考慮して得られたことは、ヒッグス粒子とミュオンそれぞれがベクトルの世代と強く結合していることである。この世代間混合の構造が、ヒッグス質量とミュオン $g-2$ へ大きな寄与を与えることがわかった。第7章ではこの世代間混合に着目する。クォークセクターにおいては、世代間の混合の大きさが実験で測定されており、CKM 行列として表されている。従って、本モデルで考慮していなかった第1世代を含めた世代間混合行列が CKM 行列の実験値を再現できるかどうかは、ベクトルの世代を含むモデルの可能性を広げることにつながると言える。

7 ベクトルの世代を含む超対称モデルのフレーバー構造とヒッグス質量, ミュオン $g-2$, 暗黒物質

第1章でも述べたが、フレーバーという言葉についてコメントしておく。フレーバーはもともとクォークやレプトンの種類を意味するが、本論文においては世代とフレーバーは同じ意味で用いている。例えば、フレーバー構造というのは、世代間混合の構造という意味と同じ意味である。

7.1 モデル

本章では Froggatt-Nielsen (FN) 機構を用いることで、1 から 3 世代目とベクトルの世代の結合がどのようなフレーバー構造を取りうるのかを探る。

前章の繰り返しになるが本モデルに導入する場について説明する。まず、MSSM に加え、ベクトルの世代とそれらに質量を与える場としてゲージ 1 重項を導入する。MSSM の場は次のように、

$$Q_i, u_i, d_i, L_i, e_i, \quad (i = 1, \dots, 3) \quad (7.1)$$

$$H_u, H_d, \quad (7.2)$$

で与えられる。 Q_i と L_i はそれぞれ、クォーク、レプトンの SU(2)₂ 重項であり、 u_i, d_j, e_i はそれぞれ、アップ型、ダウン型、レプトンの SU(2)₁ 重項である。また、 H_u と H_d はそれ

ぞれヒッグス場である。そして、ベクトルの世代に関するスーパーフィールドは、

$$Q_4, u_4, d_4, L_4, e_4, \quad (7.3)$$

$$\bar{Q}, \bar{u}, \bar{d}, \bar{L}, \bar{e}, \quad (7.4)$$

$$\Phi \quad (7.5)$$

で与えられる。さらに、本模型では新たなゲージ 1 重項として

$$\Theta \quad (7.6)$$

を導入する。これはフレーバーの階層性を説明する FN 機構のために必要な場である。前章で導入したベクトルの世代とそれらに質量を与える場についての量子数と今回新たに導入した場の量子数は表 7.1 にまとめている。これらの場はそれぞれ正準ケーラーポテンシャルをもつと仮定する。式 (7.3) は MSSM と同じように第 3 世代目までと同じ電荷をもち、一方で式 (7.4) はそれらとは逆の電荷をもつ。これらの対をベクトルの世代と呼ぶのは今までと同様である。式 (7.5) の場 Φ と式 (7.6) の場 Θ はそれぞれ SM の電荷を感じない、ゲージ 1 重項の場である。前者のスカラー成分の真空期待値はベクトルの世代に質量を与え、後者のそれはフレーバー構造を決定する。

ここで FN 機構について説明する。 $W = (\Theta/\Lambda)^n u_1 Q_1 H_u$ のようなスーパーポテンシャルを考え、それぞれの場が U(1) 電荷 $q(u_1), q(Q_1), q(H_u), q(\Theta)$ を持っているとする。すると、U(1) ゲージ不変の条件は $nq(\Theta) + q(u_1) + q(Q_1) + q(H_u) = 0$ であることがわかる。このように、一旦カイラルスーパーフィールドの U(1) 電荷を決めれば、 $\langle \Theta \rangle \neq 0$ が引き起こす U(1) 対称性の破れによってフレーバー構造 (階層性) を決定することができる。結果、湯川結合は $y \propto (\langle \Theta \rangle / \Lambda)^n$ のように与えられる。ゲージ 1 重項の場はカットオフスケール Λ で規格化されており、そのスケールを GUT スケールと仮定する。これは、3つのゲージ結合定数の結合が統一するスケールであり、おおよそ 10^{16} GeV 程度である。また、べき乗を表す n は先に述べたように U(1) 電荷の割り当て方によって異なる。FN 場 Θ の U(1) 電荷を

$$q(\Theta) = -1 \quad (7.7)$$

のように割り当てる。さらに、本模型に含まれるその他の場についての U(1) 電荷は表 7.2 のように割り当てると、湯川セクターのスーパーポテンシャルは

$$W = \sum_{i,j=1,\dots,4} \left((Y_u)_{ij} \left(\frac{\Theta}{\Lambda} \right)^{n_u^{ij}} u_i Q_j H_u + (Y_d)_{ij} \left(\frac{\Theta}{\Lambda} \right)^{n_d^{ij}} d_i Q_j H_d + (Y_e)_{ij} \left(\frac{\Theta}{\Lambda} \right)^{n_e^{ij}} e_i L_j H_d \right)$$

	(SU(3), SU(2), U(1))
Q_4	$(\mathbf{3}, \mathbf{2}, \frac{1}{6})$
u_4	$(\mathbf{3}^*, \mathbf{1}, \frac{-2}{3})$
d_4	$(\mathbf{3}^*, \mathbf{1}, \frac{1}{3})$
L_4	$(\mathbf{1}, \mathbf{2}, \frac{-1}{2})$
e_4	$(\mathbf{1}, \mathbf{1}, 1)$
$\bar{Q} \equiv \begin{pmatrix} (u_{5R})^C \\ (d_{5R})^C \end{pmatrix}$	$(\mathbf{3}^*, \mathbf{2}, \frac{-1}{6})$
$\bar{u} \equiv u_{5L}$	$(\mathbf{3}, \mathbf{1}, \frac{2}{3})$
$\bar{d} \equiv d_{5L}$	$(\mathbf{3}, \mathbf{1}, \frac{-1}{3})$
$\bar{L} \equiv \begin{pmatrix} (\nu_{5R})^C \\ (e_{5R})^C \end{pmatrix}$	$(\mathbf{1}, \mathbf{2}, \frac{1}{2})$
$\bar{e} \equiv e_{5L}$	$(\mathbf{1}, \mathbf{1}, -1)$
Φ	$(\mathbf{1}, \mathbf{1}, 0)$
Θ	$(\mathbf{1}, \mathbf{1}, 0)$

表 7.1 カイラルスーパーフィールドとそれらの SM ゲージ群の量子数

	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	\bar{Q}	u_1	u_2	u_3	u_4	\bar{u}	d_1	d_2	d_3	d_4	\bar{d}
U(1) _{FN}	5	2	0	-2	2	4	2	0	-2	2	4	4	1	-2	-2

	L_1	L_2	L_3	L_4	\bar{L}	e_1	e_2	e_3	e_4	\bar{e}	H_u	H_d	Φ	Θ
U(1) _{FN}	2	1	0	-1	0	3	1	1	0	2	0	0	0	-1

表 7.2 それぞれの場に関する FN 電荷.

$$\begin{aligned}
& + Y_{\bar{u}} \left(\frac{\Theta}{\Lambda}\right)^{n_{\bar{u}}} \bar{u} \bar{Q} H_d + Y_{\bar{d}} \left(\frac{\Theta}{\Lambda}\right)^{n_{\bar{d}}} \bar{d} \bar{Q} H_u + Y_{\bar{e}} \left(\frac{\Theta}{\Lambda}\right)^{n_{\bar{e}}} \bar{e} \bar{L} H_u \\
& + \sum_{i=1, \dots, 4} \left(Y_{Q_i} \left(\frac{\Theta}{\Lambda}\right)^{n_{Q_i}} \Phi Q_i \bar{Q} + Y_{u_i} \left(\frac{\Theta}{\Lambda}\right)^{n_{u_i}} \Phi u_i \bar{u} + Y_{d_i} \left(\frac{\Theta}{\Lambda}\right)^{n_{d_i}} \Phi d_i \bar{d} \right. \\
& \left. + Y_{L_i} \left(\frac{\Theta}{\Lambda}\right)^{n_{L_i}} \Phi L_i \bar{L} + Y_{e_i} \left(\frac{\Theta}{\Lambda}\right)^{n_{e_i}} \Phi e_i \bar{e} \right) + Y \left(\frac{\Theta}{\Lambda}\right)^{n_{\Phi}} \Phi^3, \quad (7.8)
\end{aligned}$$

のように与えられ, それぞれの湯川結合の大きさは $\mathcal{O}(1)$ を想定している. 1 行目の湯川

結合は4世代目までのフレーバ構造を与える部分であり、ミューオン $g-2$ などのフレーバ物理に最も寄与する部分である。2行目は、5世代目とヒッグス場との湯川結合を表しているが、本模型において、これらの相互作用が観測量に大きな影響を及ぼすことはない。3, 4行目には、ベクトル的世代とゲージ1重項の場 Φ との結合を表しており、ベクトル的世代はこれらの項から質量を得る。さらに、ベクトル的世代の質量の実験的な制限は、これらの項の存在によって避けることができる。また、本模型では、 Φ のフェルミオン成分が暗黒物質の候補になり、その質量は最後の行にある Φ^3 の項からもたらされる。式(7.8)の相互作用はゲージ不変になるように決められている。従って、それぞれの項の Θ/Λ のべき乗は

$$\begin{aligned}
n_u^{ij} &= q(u_i) + q(Q_j) + q(H_u), \quad n_d^{ij} = q(d_i) + q(Q_j) + q(H_d), \\
n_e^{ij} &= q(e_i) + q(L_j) + q(H_d), \quad n_{\bar{u}} = q(\bar{u}) + q(\bar{Q}) + q(H_d), \quad n_{\bar{d}} = q(\bar{d}) + q(\bar{Q}) + q(H_u), \\
n_{\bar{e}} &= q(\bar{e}) + q(\bar{L}) + q(H_u), \quad n_{Q_i} = q(Q_i) + q(\bar{Q}) + q(\Phi), \quad n_{u_i} = q(u_i) + q(\bar{u}) + q(\Phi), \\
n_{d_i} &= q(d_i) + q(\bar{d}) + q(\Phi), \quad n_{L_i} = q(L_i) + q(\bar{L}) + q(\Phi), \quad n_{e_i} = q(e_i) + q(\bar{e}) + q(\Phi), \\
n_{\Phi} &= 3q(\Phi)
\end{aligned} \tag{7.9}$$

のような $U(1)$ 電荷の割り当てによって決まっている。真空期待値が $\langle \Theta \rangle \neq 0$ の時に $U(1)$ 対称性の破れが引き起こされ、結果としてフレーバ構造が決定される。この真空期待値を用いると、有効湯川結合定数は

$$y_{\alpha} \equiv Y_{\alpha} \left(\frac{\langle \Theta \rangle}{\Lambda} \right)^{n_{\alpha}} \tag{7.10}$$

のように与えられる。 α は式(7.9)にあるそれぞれの添字を意味する。この定義の下で、湯川セクターのスーパーポテンシャル(7.8)は

$$\begin{aligned}
W &= \sum_{i,j=1,\dots,4} \left((y_u)_{ij} u_i Q_j H_u + (y_d)_{ij} d_i Q_j H_d + (y_e)_{ij} e_i L_j H_d \right) \\
&\quad + y_{\bar{u}} \bar{u} \bar{Q} H_d + y_{\bar{d}} \bar{d} \bar{Q} H_u + y_{\bar{e}} \bar{e} \bar{L} H_u \\
&\quad + \sum_{i=1,\dots,4} \left(y_{Q_i} \Phi Q_i \bar{Q} + y_{u_i} \Phi u_i \bar{u} + y_{d_i} \Phi d_i \bar{d} + y_{L_i} \Phi L_i \bar{L} + y_{e_i} \Phi e_i \bar{e} \right) + y \Phi^3
\end{aligned} \tag{7.11}$$

のように書き直すことができる。本模型での $U(1)$ 電荷の割り当てにおいては $q(\Phi) = 0$ であるので、 Φ の3乗の項の係数の y と Y は同じになることに注意する。

ここでアノマリーと $\langle \Theta \rangle$ の真空期待値についてコメントしておく。今回の $U(1)$ 電荷の割り当ての下では、 $\text{tr}(q) > 0$ であるため、もし負の $U(1)_{\text{FN}}$ 電荷を持つ他のカイラル

多重項が存在しなければ, $U(1)_{\text{FN}}$ にアノマリーが生じる. そのような状況は, 理論として ill-defined になる. しかしながら, UV 不変な理論として超弦理論を仮定すれば, アキシオンの $U(1)_{\text{FN}}$ ゲージシフトによってそのようなアノマリーをキャンセルすることができ [90], $U(1)_{\text{FN}}$ の D-term の中に 1-loop レベルで Fayet-Iliopoulos 項が誘起される [91, 92](レビューである文献 [93] も参照). 本模型では, F-term ポテンシャルに加え, $U(1)_{\text{FN}}$ の D-term ポテンシャルの存在下で, $U(1)_{\text{FN}}$ 対称性を破るように Θ のみが真空期待値をもち, さらに, 一般化された Green-Schwarz 機構によって, $U(1)_{\text{FN}}$ のアノマリーは, SM のゲージ場に結合している複数のアキシオンのシフトによってキャンセルしているということを仮定する. 従って, カイラルスーパーフィールド Θ はアノマラス $U(1)_{\text{FN}}$ のベクトルスーパーフィールドによって吸収され, それらはカットオフスケールの辺りで質量を持つ. これ以後は, それらの質量をもつ場合と, $U(1)_{\text{FN}}$ の D-term の超対称性の破れへの寄与を無視し, 以後真空期待値のみに焦点を当てることとする.

本模型では, CKM 行列やフェルミオン質量の階層性を正しく再現できるように, FN 電荷を割り当てることにし, さらに Θ/Λ のべき乗は次のようなルールに従い決められている. 式 (7.8) のスーパーポテンシャルにあるそれぞれの演算子について, もし Θ のべき n が非負の整数であったら, そのような項をスーパーポテンシャルに書くことにする. 一方で, もし Θ のべき n が負の整数であったら, スーパーポテンシャルの正則性により, そのような項は摂動的な範囲内で禁止される. また, 次の 2 つの点に注意して, FN 電荷を決めた. 1 つ目は 2 世代目と 4 世代目の混合についてである. 前章の湯川結合の解析にあるように, ベクトル的世代を加えた模型においては, 湯川結合は赤外で収束性をもつことをみた. その中でも特に注目すべきなのは, 2 世代目と 4 世代目の混合が大きくなるということであった. そのような大きな混合を実現するために, $\langle\Theta\rangle/\Lambda$ のべき乗を小さくとることにする. 2 つ目は 4 世代目と 5 世代目の結合についてである. LHC が報告している実験的な制限を考えると, ベクトル的世代の質量は比較的大きいことが要求される. それらはおおよそ, クォークセクターで $m_{q_4} \gtrsim 800 \text{ GeV}$, レプトンセクターで $m_{l_4} \gtrsim 100 \text{ GeV}$ である [6].

以上の点を考慮に入れて, FN 電荷を表 7.2 のように定めた. このような電荷の割り当ての下で, 具体的にクォーク, レプトンセクターでの質量行列をあらわに書き下すこととする. 説明の都合上

$$\epsilon = \frac{\langle\Theta\rangle}{\Lambda} \tag{7.12}$$

のようなパラメータを定義すると、アップ型クォークの質量行列 M_u 、ダウン型クォークの質量行列 M_d 、荷電レプトンの質量行列 M_e は

$$M_u \approx \begin{array}{c} u_{1L} \\ u_{2L} \\ u_{3L} \\ u_{4L} \\ u_{5L} \end{array} \begin{pmatrix} u_{1R} & u_{2R} & u_{3R} & u_{4R} & u_{5R} \\ \epsilon^9 v_u & \epsilon^7 v_u & \epsilon^5 v_u & \epsilon^3 v_u & \epsilon^7 V \\ \epsilon^6 v_u & \epsilon^4 v_u & \epsilon^2 v_u & v_u & \epsilon^4 V \\ \epsilon^4 v_u & \epsilon^2 v_u & v_u & 0 & \epsilon^2 V \\ \epsilon^2 v_u & v_u & 0 & 0 & V \\ \epsilon^6 V & \epsilon^4 V & \epsilon^2 V & V & \epsilon^4 v_d \end{pmatrix}, \quad (7.13)$$

$$M_d \approx \begin{array}{c} d_{1L} \\ d_{2L} \\ d_{3L} \\ d_{4L} \\ d_{5L} \end{array} \begin{pmatrix} d_{1R} & d_{2R} & d_{3R} & d_{4R} & d_{5R} \\ \epsilon^9 v_d & \epsilon^9 v_d & \epsilon^6 v_d & \epsilon^3 v_d & \epsilon^7 V \\ \epsilon^6 v_d & \epsilon^6 v_d & \epsilon^3 v_d & v_d & \epsilon^4 V \\ \epsilon^4 v_d & \epsilon^4 v_d & \epsilon^1 v_d & 0 & \epsilon^2 V \\ \epsilon^2 v_d & \epsilon^2 v_d & 0 & 0 & V \\ \epsilon^6 V & \epsilon^6 V & \epsilon^3 V & V & \epsilon^4 v_u \end{pmatrix}, \quad (7.14)$$

$$M_e \approx \begin{array}{c} e_{1L} \\ e_{2L} \\ e_{3L} \\ e_{4L} \\ e_{5L} \end{array} \begin{pmatrix} e_{1R} & e_{2R} & e_{3R} & e_{4R} & e_{5R} \\ \epsilon^5 v_d & \epsilon^3 v_d & \epsilon^3 v_d & \epsilon^2 v_d & \epsilon^4 V \\ \epsilon^4 v_d & \epsilon^2 v_d & \epsilon^2 v_d & \epsilon^1 v_d & \epsilon^3 V \\ \epsilon^3 v_d & \epsilon^1 v_d & \epsilon^1 v_d & 0 & \epsilon^2 V \\ \epsilon^2 v_d & v_d & v_d & 0 & \epsilon^1 V \\ \epsilon^3 V & \epsilon^1 V & \epsilon^1 V & V & \epsilon^2 v_u \end{pmatrix}, \quad (7.15)$$

のように与えられる。ここで、スーパーポテンシャル (7.8) に含まれている $\mathcal{O}(1)$ の裸の湯川結合は無視している。

H_u, H_d, Φ の真空期待値はそれぞれ、

$$\langle H_u \rangle \equiv v_u, \quad \langle H_d \rangle \equiv v_d, \quad \langle \Phi \rangle \equiv V, \quad (7.16)$$

のように定義されており、 $\bar{Q}, \bar{u}, \bar{d}$ のフェルミオン成分はそれぞれ

$$\bar{Q}|_{\text{fermion}} \equiv \begin{pmatrix} (u_{5R})^c \\ (d_{5R})^c \end{pmatrix}, \quad \bar{u}|_{\text{fermion}} \equiv (u_{5L}), \quad \bar{d}|_{\text{fermion}} \equiv (d_{5L}) \quad (7.17)$$

のように定義されている。SM のセクターである 3 世代目までと 4 世代目に関して、アップ型クォークについては H_u のヒッグス場が結合しており、ダウン型クォーク、荷電レプトンについては H_d のヒッグス場が結合している (式 (7.8) の一行目を参照)。これらの項は質量行列 (7.13), (7.14), (7.15) において、 4×4 の部分に対応する。5 世代目については、ヒッグス場の結合の仕方が先の場合と逆であり、 H_u のヒッグス場はダウン型クォークと荷電レプトンの 5 世代目と結合しており、 H_d のヒッグス場はアップ型クォークの 5 世代目と結合している (式 (7.8) の 2 行目を参照)。これらは質量行列の中で 5-5 成分に対応し

ϵ	α_{GUT}	$M_{\text{GUT}} = \Lambda$	M_{SUSY}	V	$\tan \beta$
0.33	0.10	$6.0 \times 10^{16} \text{ GeV}$	5.0 TeV	2.0 TeV	40

表 7.3 結合定数を除く初期値のリスト.

up-type quark Yukawa	down-type quark Yukawa	charged lepton Yukawa
$(Y_u)_{11} = 2.000$	$(Y_d)_{11} = 0.500$	$(Y_e)_{12} = 2.000$
$(Y_u)_{23} = 2.000$	$(Y_d)_{21} = 1.930$	$(Y_e)_{21} = 2.000$
$(Y_u)_{33} = 2.000$	$(Y_d)_{22} = 1.200$	$(Y_e)_{22} = 0.500$
$(Y_u)_{41} = 0.500$	$(Y_d)_{23} = 0.900$	$(Y_e)_{24} = 2.000$
$Y_{u_3} = 2.000$	$(Y_d)_{31} = 0.632$	$(Y_e)_{34} = 0.500$
	$(Y_d)_{32} = 0.700$	$(Y_e)_{42} = 2.000$
	$(Y_d)_{33} = 2.000$	$Y_{L_2} = 2.000$
	$(Y_d)_{31} = 2.000$	$Y_{L_3} = 0.500$
	$Y_{d_2} = 1.100$	$Y_{L_3} = 0.500$
		$Y_{e_2} = 0.500$
		$Y_{e_3} = 2.000$
		$Y_{\bar{e}} = 2.000$

表 7.4 式 (7.8) にある結合定数に関する初期値のリスト. 表にのっていない他の結合定数は 1 としている.

ている. その他の残りの成分はゲージ 1 重項 Φ と結合している部分である (式 (7.8) の 3 行目と 4 行目を参照).

さて, 以後は観測量である CKM 行列と, クォーク・レプトンセクターのフェルミオン質量の階層性について議論していく. 本模型では, CKM 行列は 5×5 のユニタリー行列において, SM セクターの 3×3 部分を抽出することで得られる. 従って, CKM 行列のユニタリティーが満たされているかについて, つまり, SM セクターの 3×3 行列以外の部分がベクトル的世代の大きな質量によって抑制されるように注意深く確認する必要がある. CKM 行列は 2 つのユニタリー行列によって

$$V_{\text{CKM}} = V_{uL}^\dagger V_{dL} \quad (7.18)$$

のように定義される. これらのユニタリー行列はアップ型クォークとダウン型クォークの

質量行列を

$$V_{uR}M_uV_{uL}^\dagger, \quad (7.19)$$

$$V_{dR}M_dV_{dL}^\dagger \quad (7.20)$$

のように対角化するものである。式 (7.13), (7.14), (7.15) で与えられた構造と表 6.2 と 7.4 にまとめられた初期値を用いて RGE を解くこととする。結果として、我々は M_Z スケールでの CKM 行列とフェルミオン質量の階層性を説明できることを確認した。この解析で用いた RGE は付録 F にまとめられている。表 7.3 のパラメータはそれぞれ前章で説明した通りである (P.47 を参照)。第 7.3 章でのヒッグス質量, ミューオン $g-2$, 暗黒物質の残存量の数値解析では、これらと同じ初期値を用いている。ここでは一例として、図 7.1 に 3 世代目の湯川結合に関する RGE の振る舞いに関する結果を示す。横軸はエネルギースケール, 縦軸は湯川結合の大きさを表している。青, 黒, 赤の線はそれぞれ $(y_u)_{33}, (y_d)_{33}, (y_e)_{33}$ の湯川結合に関する RGE を解いた結果である。それぞれの湯川結合は M_{GUT} の初期値の値によらずに、低エネルギーで収束性を持つという特徴は第 6.1.2 章で述べた通りである。 $(y_d)_{33}$ の RGE の振る舞いに関して、湯川結合が高エネルギー側と低エネルギー側であまり変化していないように見えるが、これは $(y_d)_{33}$ の初期値が偶然赤外の固定点と同じ程度の値である事に依る。図 7.1 のような RGE を解いた結果、 M_Z スケールでの低エネルギーでのフェルミオン質量と CKM 行列は

$$\begin{aligned} m_t &\sim 170 \text{ GeV}, & m_c &\sim 0.7 \text{ GeV}, & m_u &\sim 5.0 \text{ MeV}, \\ m_b &\sim 3.0 \text{ GeV}, & m_s &\sim 0.032 \text{ GeV}, & m_d &\sim 1.0 \text{ MeV} \\ m_\tau &\sim 1.6 \text{ GeV}, & m_\mu &\sim 0.10 \text{ GeV}, & m_e &\sim 0.6 \text{ MeV}, \end{aligned} \quad (7.21)$$

$$|V_{\text{CKM}}| \sim \begin{pmatrix} 0.974 & 0.226 & 0.0035 \\ 0.225 & 0.973 & 0.040 \\ 0.0089 & 0.041 & 0.999 \end{pmatrix} \quad (7.22)$$

のように再現することができる。 M_Z スケールでのフェルミオン質量は文献 [94] にまとめられおり、観測されている CKM 行列の 2σ レベルでの値は

$$\begin{pmatrix} 0.97403 - 0.97449 & 0.22406 - 0.22606 & 0.00327 - 0.00387 \\ 0.22392 - 0.22592 & 0.97325 - 0.97377 & 0.04084 - 0.04136 \\ 0.00815 - 0.00939 & 0.0377 - 0.0429 & 0.9991 - 0.9992 \end{pmatrix} \quad (7.23)$$

である。これらの値は式 (7.21) と (7.22) と一致している。

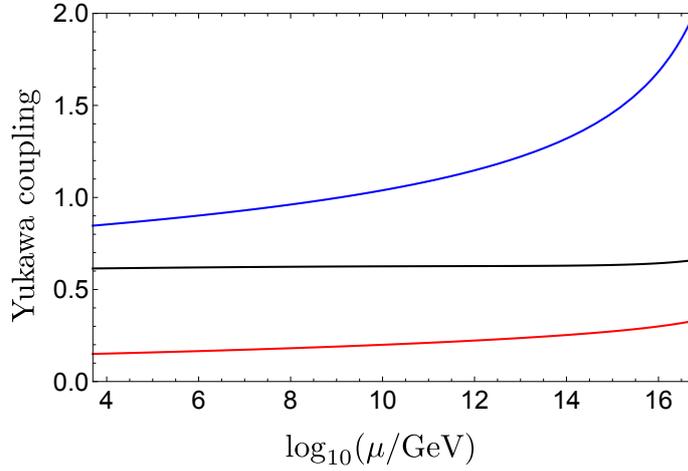


図 7.1 3 世代目の湯川結合に関する RGE の振る舞い. 横軸はエネルギースケールを表し, 縦軸は湯川結合の大きさを表す. 青, 黒, 赤の領域はそれぞれ, $(y_u)_{33}$, $(y_d)_{33}$, $(y_e)_{33}$ の RGE の振る舞いに対応している.

7.2 暗黒物質

本模型における暗黒物質の候補はゲージ 1 重項 Φ のフェルミオン成分である. この章ではこの暗黒物質について熱的残存量の解析を行う. ゲージ 1 重項のスーパーフィールド Φ は

$$\Phi = V + \theta\chi_\Phi + \dots, \quad (7.24)$$

のように展開することができ, V はスカラー成分の真空期待値であり, χ_Φ はフェルミオン成分を表し, θ は超空間におけるフェルミオニック座標である.

初めに, 暗黒物質の質量 m_{χ_Φ} のスケールについて議論する. 本模型での暗黒物質の質量は真空期待値 V とゲージ 1 重項の 3 乗の項の結合定数 $y (= Y)$ で決まっており, その関係式は $m_{\chi_\Phi} = yV$ となっている. y の RGE の振る舞いは Φ に関連する湯川結合によってのみ支配されており, ゲージ結合の影響を受けない (式 (F.40) 参照). 従って, エネルギーが小さくなるにつれ y は小さくなり, 最終的に $\mathcal{O}(10^{-2})$ になる. また, Φ の真空期待値の典型的なオーダーである $\langle \Phi \rangle = \mathcal{O}(1)$ TeV を考慮に入れると, m_{χ_Φ} はおおよそ 100 GeV

となる. この質量スケールは他のニュートラリーノである, ビーノやヒッグシーノの質量よりも小さくなっている. ビーノライクなニュートラリーノに関しては, ヒッグス質量を説明するパラメータ領域ではその質量が 200 GeV 程度になることが第 6 章の解析より明らかになっている (詳しい値は表 6.3 の $m_{\chi_1^0}$ を参照). ヒッグシーノライクなニュートラリーノに関しては, それらの質量が電弱対称性破れによって決まっていることに注目する. 本模型ではヒッグス場に関して FN 電荷を 0 としているため, スーパーポテンシャルにおいて,

$$W = \mu_H H_u H_d \quad (7.25)$$

のように, いわゆる μ 項を書き下すことができる. μ_H は質量次元 1 をもつ定数である. μ_H 項は, 電弱対称性を破る条件によって固定されておりその値はおおよそ 2 TeV である. 従って, ヒッグシーノライクなニュートラリーノはシングリーノの質量よりも大きくなる. 以上より, 本模型では R パリティ対称性を課しているため, χ_Φ が LSP となり暗黒物質の良い候補となる.

ここで, $\Phi H_u H_d$ の演算子についてコメントする. この項はゲージ不変性なのでスーパーポテンシャルには本来書き下すことができる. しかしながら, 本解析においては χ_Φ の最小モデルを議論したいため, ヒッグス場とは結合していない Φ^3 の項のみに着目する. このような状況は, R 電荷を $R(\Phi) = 2/3$ と $R(H_u H_d) = 2$ のように課することで実現することができる. スーパーポテンシャルにおいて, Φ^3 と $\mu_H H_u H_d$ の項はそれぞれ R 対称性の下で不変であり, 一方で $\Phi H_u H_d$ の項は禁止される.

暗黒物質の残存量を評価するために, スクォーク, スレプトン, クォーク, レプトンに関して, それぞれの質量固有状態を用いる. クォークとレプトンセクターに関して

$$(V_{u_R} M_u V_{u_L}^\dagger)_{ij} = m_{U_i} \delta_{ij}, \quad (i, j = 1, \dots, 5), \quad (m_{U_i} < m_{U_j}, \text{ if } i < j), \quad (7.26)$$

$$(V_{d_R} M_d V_{d_L}^\dagger)_{ij} = m_{D_i} \delta_{ij}, \quad (i, j = 1, \dots, 5), \quad (m_{D_i} < m_{D_j}, \text{ if } i < j), \quad (7.27)$$

$$(V_{e_R} M_e V_{e_L}^\dagger)_{ij} = m_{E_i} \delta_{ij}, \quad (i, j = 1, \dots, 5), \quad (m_{E_i} < m_{E_j}, \text{ if } i < j) \quad (7.28)$$

のように対角化行列を定義する⁸. また, 質量固有状態であるアップ型クォーク (U_i), ダウン型クォーク (D_i), 荷電レプトン (E_i) の質量固有値はそれぞれ m_{U_i} , m_{D_i} , m_{E_i} で示し

⁸ 式 (7.13), (7.14), (7.15) は $\mathcal{O}(1)$ の結合定数を除いて定義されているが, 対角化の際には $\mathcal{O}(1)$ の結合定数を含めた質量行列を用いていることについてコメントしておく.

た. スクォークと荷電スレプトンに関しても

$$(U_{\tilde{u}} M_{\tilde{u}}^2 U_{\tilde{u}}^\dagger)_{\alpha\beta} = m_{\tilde{U}_\alpha}^2 \delta_{\alpha\beta}, \quad (\alpha, \beta = 1, \dots, 10) \text{ and } (m_{\tilde{U}_\alpha}^2 < m_{\tilde{U}_\beta}^2, \text{ if } \alpha < \beta), \quad (7.29)$$

$$(U_{\tilde{d}} M_{\tilde{d}}^2 U_{\tilde{d}}^\dagger)_{\alpha\beta} = m_{\tilde{D}_\alpha}^2 \delta_{\alpha\beta}, \quad (\alpha, \beta = 1, \dots, 10) \text{ and } (m_{\tilde{D}_\alpha}^2 < m_{\tilde{D}_\beta}^2, \text{ if } \alpha < \beta), \quad (7.30)$$

$$(U_{\tilde{e}} M_{\tilde{e}}^2 U_{\tilde{e}}^\dagger)_{\alpha\beta} = m_{\tilde{E}_\alpha}^2 \delta_{\alpha\beta}, \quad (\alpha, \beta = 1, \dots, 10) \text{ and } (m_{\tilde{E}_\alpha}^2 < m_{\tilde{E}_\beta}^2, \text{ if } \alpha < \beta), \quad (7.31)$$

のように対角化行列を定義する. $M_{\tilde{u}}^2, M_{\tilde{d}}^2, M_{\tilde{e}}^2$ はそれぞれ付録 G の式 (G.1), (G.2), (G.3) で定義されている質量行列である. また, 質量固有状態であるアップ型スクォーク (\tilde{U}_α), ダウン型スクォーク (\tilde{D}_α), 荷電スレプトン (\tilde{E}_α) の質量固有値をそれぞれ $m_{\tilde{U}_\alpha}^2, m_{\tilde{D}_\alpha}^2, m_{\tilde{E}_\alpha}^2$ で示した.

χ_Φ の相互作用項は式 (6.6) の 3 行目と 4 行目から読み取ることができる. 式 (7.26)–(7.31) の対角化された基底を用いると, χ_Φ の相互作用項は

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \tilde{\chi}_\Phi (O_{uRj\alpha} P_R + O_{uLj\alpha} P_L) U_j \tilde{U}_\alpha^* + \tilde{\chi}_\Phi (O_{dRj\alpha} P_R + O_{dLj\alpha} P_L) D_j \tilde{D}_\alpha^* \\ & + \tilde{\chi}_\Phi (O_{eRj\alpha} P_R + O_{eLj\alpha} P_L) E_j \tilde{E}_\alpha^* + \text{h.c.}, \end{aligned} \quad (7.32)$$

のように与えられる. P_L と P_R は射影演算子である. 式 (7.32) のそれぞれの係数は

$$O_{eRj\alpha} = (y_e)_i (V_{eR})_{ji} (U_{\tilde{e}})_{\alpha 5}, \quad O_{eLj\alpha} = (y_L)_i (V_{eL})_{ji} (U_{\tilde{e}})_{\alpha 10}, \quad (7.33)$$

$$O_{uRj\alpha} = (y_u)_i (V_{uR})_{ji} (U_{\tilde{u}})_{\alpha 5}, \quad O_{uLj\alpha} = (y_Q)_i (V_{uL})_{ji} (U_{\tilde{u}})_{\alpha 10}, \quad (7.34)$$

$$O_{dRj\alpha} = (y_d)_i (V_{dR})_{ji} (U_{\tilde{d}})_{\alpha 5}, \quad O_{dLj\alpha} = (y_Q)_i (V_{dL})_{ji} (U_{\tilde{d}})_{\alpha 10}, \quad (7.35)$$

である.

シングリーノ暗黒物質の熱的残存量は, 図 7.2 に示されているような, 暗黒物質の SM 粒子への対消滅を評価することで得られる. この対消滅の過程は宇宙の膨張率 H と対消滅の反応率とおおよそ等しくなる時に反応が凍結する. すなわち

$$\langle \sigma_{\text{ann}} v_{\text{rel}} \rangle n_{\chi_\Phi} \simeq H(T_F), \quad (7.36)$$

の条件を満たす時であり, σ_{ann} は対消滅断面積を表し, v_{rel} はそれらの相対速度, n_{χ_Φ} は n_{χ_Φ} の数密度, $\langle \dots \rangle$ は熱平均された断面積を表す. ここで T_F を凍結温度と定義し, H_{T_F} は凍結温度時の宇宙の膨張率である. 反応が凍結したあと, シングリーノの数密度は宇宙膨張により, エントロピー密度と同じ割合で減っていく. 従って式 (7.36) より, 温度 T_F における暗黒物質の数密度とエントロピー密度の比は

$$\frac{n_{\chi_\Phi}}{s} \Big|_{T_F} \simeq \frac{H(T_F)}{\langle \sigma_{\text{ann}} v_{\text{rel}} \rangle s} \Big|_{T_F} = \frac{1}{4} \left(\frac{90}{\pi^2 g_*(T_F)} \right)^{1/2} \frac{1}{\langle \sigma_{\text{ann}} v_{\text{rel}} \rangle T_F M_{\text{pl}}}, \quad (7.37)$$

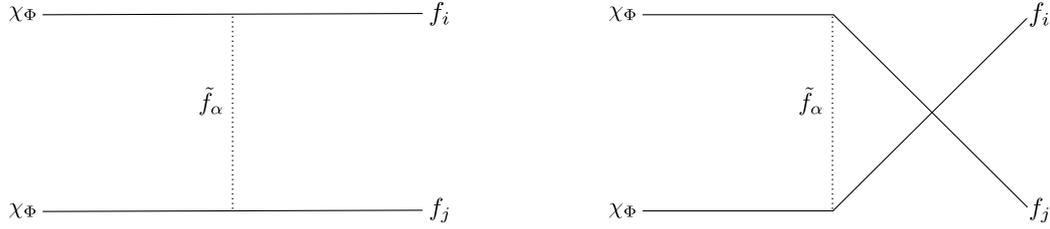


図 7.2 シングリーノ暗黒物質の対消滅を表す図. 左の図は t チャンネル, 右の図は u チャンネルの過程を表している. χ_Φ がシングリーノ暗黒物質であり, $f_{i,j}$ ($f = U, D, E$) は, 凍結温度 T_F よりも質量スケールが小さい SM フェルミオンを意味している. 本解析ではトップクォーク以外の SM フェルミオンを考える. \tilde{f}_α ($\tilde{f} = \tilde{U}, \tilde{D}, \tilde{E}$) は式 (7.32) で与えられているスフェルミオンの質量固有状態である. 熱平均された微分断面積の計算結果は H に与えられている.

のように推定することができる⁹. s がエントロピー密度を表し, $g_*(T_F)$ 凍結温度時における輻射の有効的な自由度, $M_{\text{pl}} = 2.43 \times 10^{18}$ GeV はプランク質量である.

計算すべき対消滅断面積は図 7.2 に示されており, スフェルミオン \tilde{f}_α を介した, SM フェルミオン f_i への対消滅を表している. シングリーノはゲージ 1 重項でありゲージ場と結合しておらず, さらに本模型ではヒッグス場とも結合していないため, ゲージ粒子やヒッグス粒子は今回考える過程には現れない. さらに, 終状態の SM フェルミオンについてであるが, 凍結温度 T_F のエネルギースケールよりも小さい質量をもつフェルミオンのみが今回の反応に寄与することに注意する. 熱平均された微分断面積は, $x_F \equiv m_{\chi_\Phi}/T_F$ を用いて $\langle \sigma_{\text{ann}} v_{\text{rel}} \rangle = a + b/x_F + \mathcal{O}((1/x_F)^2)$ のように展開することができ, $\langle \sigma_{\text{ann}} v_{\text{rel}} \rangle$ を a と b の係数を用いて近似的に書くことができる. 今回の数値計算では $x_F = 20$ としており, $m_{\chi_\Phi} = 100$ GeV のとき T_F はおおよそ 5 GeV となる. 従って, 図 7.2 の外線において, トップクォークは寄与しないことがわかる. $\langle \sigma_{\text{ann}} v_{\text{rel}} \rangle$ の係数 a と b については文献 [96, 97] に従って計算を行った. a と b の具体的な表式は付録 H にまとめられている.

⁹ 暗黒物質の残存量を正確に計算するためには, 本来ボルツマン方程式を解く必要がある. しかしながら, 暗黒物質の残存量のオーダーを見積もることを目的とするならば, 式 (7.37) の議論で十分である [95].

これらの x_F, a, b の値を用いると、暗黒物質の熱的残存量の解析的な式は

$$\Omega_{\chi_\Phi} h^2 \equiv \frac{\rho_{\chi_\Phi}}{\rho_c/h^2} = \frac{m_{\chi_\Phi} n_{\chi_\Phi}/s}{\rho_c/(h^2 s)} = \frac{1.07 \times 10^9/\text{GeV} x_F}{\sqrt{g_*} M_{\text{Pl}}(a + b/x_F)} \approx 0.1 \times \left(\frac{8.0 \times 10^{-9} \text{GeV}^{-2}}{\langle \sigma_{\text{ann}} v_{\text{rel}} \rangle} \right), \quad (7.38)$$

のように与えられ、 h は 100km/s/Mpc で規格化した無次元のハッブル定数、 ρ_c は宇宙の臨界密度であり、臨界密度と現在のエントロピー密度の比は $\rho_c/s \simeq 1.8 \times 10^{-9}$ であり、今回の解析においては、 $g_*(T_F)$ は 100 とした¹⁰。また、本模型では熱平均された微分断面積に対し、 p 波による寄与が支配的となる。

7.3 ヒッグス質量, ミューオン $g-2$, 暗黒物質の熱的残存量

この章ではヒッグス質量, ミューオン $g-2$, 暗黒物質の残存量についての数値計算の結果を示す。ヒッグス質量とミューオン $g-2$ に関しては 1 次の量子補正の効果まで取り入れて評価を行った。これらの解析式は第 6.2 章にまとめられている。ここでは、ヒッグス質量とミューオン $g-2$ それぞれに対するベクトル的世代のおおよその寄与を示す。ヒッグス質量に関しては、本模型において最も質量が小さい中性のヒッグスについて議論する。そのヒッグス質量 m_h^2 は

$$m_h^2 = m_{h_{\text{tree}}}^2 + \Delta m_h^2, \quad (7.39)$$

で与えられ、 $m_{h_{\text{tree}}}^2 = M_Z^2 \cos^2(2\beta)$ は量子補正の 0 次であり、 Δm_h^2 が量子補正の 1 次の部分を表している。後者の補正は MSSM セクターとベクトル世代からの両方の寄与を含んでいる。 Δm_h^2 は

$$\Delta m_h^2 \approx \frac{3y_t^2 m_t^2}{4\pi^2} \log \left(\frac{m_{\text{stop}}^2}{m_t^2} \right) + \frac{3y_{Q_4}^2 m_{u_4}^2}{4\pi^2} \log \left(\frac{m_{\tilde{u}_{\text{VL}}}^2}{m_{u_4}^2} \right), \quad (7.40)$$

のように近似的に書くことができ、それぞれ、 y_t はトップクォークの湯川結合、 m_t はトップクォーク質量、 m_{stop} はストップ質量、 y_{Q_4} はベクトル的世代のクォークの結合定数、 m_{u_4} はベクトル的世代のクォーク質量、 $m_{\tilde{u}_{\text{VL}}}$ はベクトル的世代のスクォーク質量を表している。式 (7.40) において、初項が MSSM セクター寄与 [30]、第 2 項がベクトル的世

¹⁰ 超対称性粒子、ベクトル的世代のクォーク・レプトン、W ボソン、Z ボソン、トップクォーク、ヒッグス粒子の質量は凍結温度に比べ大きいので、これらの粒子は、凍結温度時には非相対論的である。従って、これらの粒子以外の SM 粒子が相対論的であるので、輻射の有効自由度を $g_* = 100$ とした。比較として、SM の粒子がすべて相対論的である時の輻射の有効自由度は 106.75 である。

代のからの寄与に対応している [53]. 後者の寄与は無視することができない. なぜなら, y_{Q_4} が $\mathcal{O}(1)$ であることに由来して, MSSM のセクターのものと同程度の寄与を及ぼすからである. 本解析では, μ_H と b については電弱対称性を破る条件によって決められている. ミューオン $g-2$ に関して, 1 次の量子補正は大きく 3 つの部分に分けることができる. それらは, MSSM セクターの超対称性の破れの寄与 $\Delta a_\mu^{\text{MSSM}}$ [45–47] ベクトルの世代セクターの超対称性の破れの寄与 Δa_μ^{VL} と non-SUSY のベクトルの世代のセクター $\Delta a_\mu^{\text{non-SUSY}}$ [80, 98] である. ミューオン $g-2$ への寄与は近似的に,

$$\begin{aligned}\Delta a_\mu &= \Delta a_\mu^{\text{MSSM}} + \Delta a_\mu^{\text{VL}} + \Delta a_\mu^{\text{non-SUSY}} \\ &\approx \frac{\alpha}{4\pi} \frac{m_\mu^2}{m_{\text{smuon}}^2} + \frac{\alpha}{4\pi} \frac{m_\mu^2}{m_{\tilde{e}_{\text{VL}}}^2} + \frac{\alpha}{4\pi} \frac{m_\mu^2}{m_{L'}^2},\end{aligned}\quad (7.41)$$

で与えられ, $\alpha = g^2/(4\pi)$ であり, g は SU(2) のゲージ結合定数, m_μ はミューオン質量, m_{smuon} はスミューオン質量, $m_{\tilde{e}_{\text{VL}}}^2$ はベクトルの世代の荷電スレプトンの質量, $m_{L'}$ はベクトルの世代の荷電レプトンの質量を表す. ベクトルの世代からの寄与は, $m_{\tilde{e}_{\text{VL}}}$ や $m_{L'}$ からだけではなく, ミューオン質量を通じても生じる. これは, ミューオンとベクトルの世代が強く結合していることに由来する. 式 (7.41) での, 支配的な寄与は Δa_μ^{VL} と $\Delta a_\mu^{\text{non-SUSY}}$ であり, これは式 (7.15) のフレーバー構造の帰結であるといえる¹¹. 本模型においては, スミューオン質量がベクトルの世代の荷電スレプトン質量よりも大きいため, MSSM セクターの寄与は 2 次的となっている.

ヒッグス質量とミューオン $g-2$ のそれぞれの実験値の現状について述べる. ATLAS と CMS によって報告されている現在のヒッグス質量の実験値は

$$m_h^{\text{Exp}} = 125.09 \pm 0.21(\text{stat.}) \pm 0.11(\text{syst.}) \text{ GeV} \quad (7.42)$$

である [99]. 一方で, ミューオン $g-2$ の SM の理論値と実験値のずれ Δa_μ は 3σ 以上と報告されており, その値は

$$\Delta a_\mu \equiv a_\mu(\text{Exp}) - a_\mu(\text{SM}) = (26.1 \pm 8.0) \times 10^{-10} \quad (7.43)$$

である [34, 37].

本解析では, SUSY-breaking のシナリオとして minimal gravity mediation を仮定する. このシナリオの中には $m_{1/2}, m_0, A_0, \tan\beta$ と μ_H の符号という 5 つのフリーパラメー

¹¹ 前回の解析では本解析とは別のフレーバー構造を用いており, non-SUSY セクターからの寄与は $\mathcal{O}(10^{-12})$ であった. 従って, 前回の解析ではそのような寄与を無視して解析を行っていた.

タが存在する. その中でも, ゲージノ質量 $m_{1/2}$, soft scalar mass m_0 とスカラー 3 点結合 A_0 は GUT スケールで統一しているものとする. $\tan\beta$ は低エネルギーでフェルミオン質量を再現するため, μ_H の符号はミューオン $g-2$ の寄与が正になるように, プラスに固定している. 従って, フリーパラメータとしては, 3 つの SUSY-breaking パラメータ $m_{1/2}, m_0, A_0$ が残る. さらに, 今後は簡単のため A_0 は 0 GeV として解析を進める¹².

Minimal gravity mediation のシナリオで用いるパラメータに加えて, 本模型にはもう一つのパラメータ $y(= Y)$ が存在する. これは暗黒物質の質量と関係しており, スーパーポテンシャル (7.8) の最後の項に現れている. y 以外の湯川結合は, CKM 行列やフェルミオン質量を再現するように決められている. また, y はこれらの観測量に影響を及ぼさないため, y をフリーパラメータとして扱うこととする. 結局, 本解析では 3 つのフリーパラメータ

$$m_{1/2}, \quad m_0, \quad y \quad (7.44)$$

が存在していることとなる.

図 7.3 には, $m_{\chi_\Phi}-m_{1/2}$ 平面における, ヒッグス質量, ミューオン $g-2$, 暗黒物質の残存量についての結果を示す. オレンジの領域はヒッグス質量を 124 GeV から 126 GeV で説明できる領域を表し, 青の領域はミューオン $g-2$ の実験値を 2σ で再現できる領域である. 紫の領域はこれらのヒッグス質量, ミューオン $g-2$ の実験値を同時に説明できる領域である. また, 3 本の黒の線はそれぞれ左から右へ, $\Omega_{\chi_\Phi} h^2 = 0.01, 0.1, 1$ の等高線プロットに対応している. 他のパラメータ m_0 は $m_{1/2}/20$ で固定している. これは, m_0 と $m_{1/2}$ の比が小さい時に, ミューオン $g-2$ の実験値を説明できる傾向にあるということが第 6.3.4 章での解析から明らかとなっているためである. また, gaugino mediation のシナリオにおいても, このような質量スペクトルを得られることが知られている [100]. 図からわかるように, それぞれ 3 つの実験値を同時に説明できる領域がある. また, 暗黒物質の残存量は暗黒物質の質量に大きく依存していることがわかる. 本模型では, 暗黒物質の質量は主に $\mathcal{O}(1)$ のパラメータのみで決まっている. それに対し, ベクトル的世代の質量は暗黒物質が含まれるスーパーフィールド Φ の真空期待値によって決まっている. この意味で, 暗黒物質の存在が, 3 世代しか実験で確認されていない事実を支持しているとい

¹² ここで, $A_0 \neq 0$ の場合についてコメントしておく. 一般的には, ヒッグス質量, ミューオン $g-2$, 暗黒物質の残存量は A_0 パラメータに依存する. これらの値は低エネルギーの超対称性粒子の質量スペクトラムによって決まるため, $A_0 = 0$ と $A_0 \neq 0$ の時の依存性の傾向はほぼ同じである. 従って, $A_0 = 0$ の場合のみについて解析を行う.

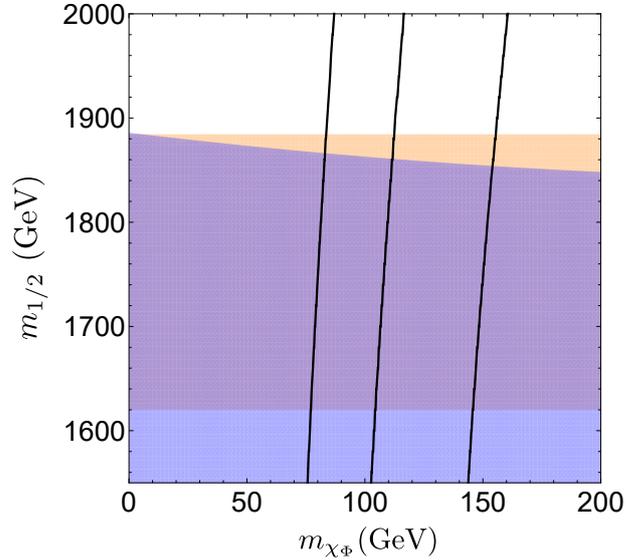


図 7.3 m_{χ_Φ} - $m_{1/2}$ 平面におけるヒッグス質量, ミューオン $g-2$, 暗黒物質の残存量の結果図. オレンジの領域はヒッグス質量を 124 GeV から 126 GeV で説明できる領域を表し, 青の領域はミューオン $g-2$ の実験値を 2σ で再現できる領域である. 紫の領域はこれらのヒッグス質量, ミューオン $g-2$ の実験値を同時に説明できる領域である. また, 3 本の黒の線はそれぞれ左から右へ, $\Omega_{\chi_\Phi} h^2 = 0.01, 0.1, 1$ の等高線プロットに対応している.

える. 図 7.4 に, m_0 - $m_{1/2}$ でのヒッグス質量, ミューオン $g-2$, 暗黒物質の残存量についての結果を示す. オレンジ, 青, 紫の領域はそれぞれ図 7.3 のものと同じである. 3 本の黒い線は左から右の向きに, $\Omega_{\chi_\Phi} h^2 = 0.08, 0.11, 0.3$ の等高線プロットにそれぞれ対応している. 他のパラメータ y は 2.1 に固定しており, 暗黒物質の質量が $m_{\chi_\Phi} = 111$ GeV ということである. 図 7.4 からわかるように, $m_{1/2}$ がおおよそ 1600 GeV から 1800 GeV の間, m_0 がおおよそ 300 GeV の時に, ヒッグス質量, ミューオン $g-2$ のそれぞれの実験値と $\Omega_{\chi_\Phi} h^2 = 0.11$ を同時に説明できる. この領域は, 本モデルでの質量スペクトルの予言を与えていると言える¹³. 図中の赤点が本モデルにおけるサンプルポイントであり, 初期値は

¹³ $m_{1/2}$ が 1500 GeV 以下の領域では, 一見ミューオン $g-2$ の実験値を説明できる領域が存在しそうである. しかしながら, そのような領域はグルイノ質量が 1 TeV 以下となり, 現在の LHC の実験より排除されている [6].

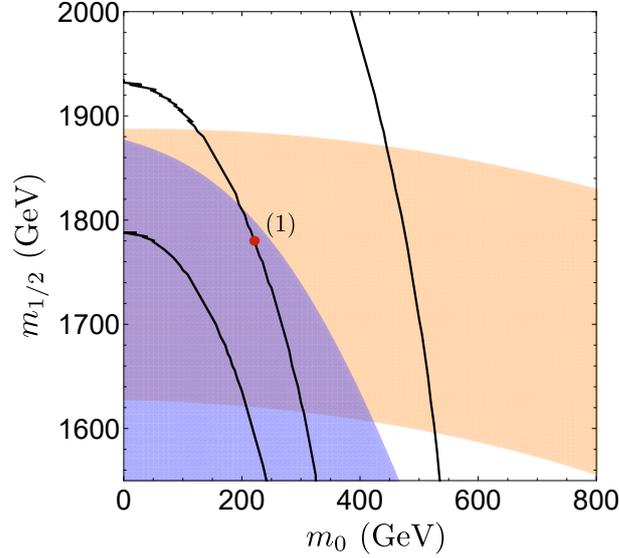


図 7.4 m_0 - $m_{1/2}$ 平面における、ヒッグス質量、ミューオン $g-2$ 、暗黒物質の残存量の結果図。暗黒物質の質量は 111 GeV ($y(=Y) = 2.1$) に固定している。オレンジの領域はヒッグス質量を 124 GeV から 126 GeV で説明できる領域を表し、青の領域はミューオン $g-2$ の実験値を 2σ で再現できる領域である。紫の領域はこれらのヒッグス質量、ミューオン $g-2$ の実験値を同時に説明できる領域である。3本の黒い線は左から右の向きに、 $\Omega_{\chi_\Phi} h^2 = 0.08, 0.11, 0.3$ の等高線プロットにそれぞれ対応している。赤点は本模型におけるサンプルポイントを示している。

$(m_{1/2}, m_0, y) = (1780, 250, 2.1)$ である。表 7.5 に、典型的な質量スペクトラム、ヒッグス質量、ミューオン $g-2$ 、暗黒物質の残存量をまとめた。表 6.3 にある、 M_3 はグルイーノ質量、 $m_{\tilde{N}_1}$ は MSSM セクターで最も質量の小さいニュートラリーノ質量、 $m_{\tilde{C}_1}$ は最も質量の小さいチャージーノ質量、 m_{stop} は質量が小さい方のストップ質量、 $m_{t'}$ はベクトルの世代のアップ型クォークの質量、 m_{c_s} は最も質量の小さいベクトルの世代の荷電スレプトンの質量 $m_{L'}$ はベクトルの世代の荷電レプトンの質量をそれぞれ表している。

7.4 今後の課題

本章のまとめについては第 8 章で述べることにし、ここでは今後の課題、特に暗黒物質の直接・間接探索実験での発見の展望について議論する。本模型において、シングリーノ χ は

	Sample Point (1)
$m_{1/2}$	1780
m_0	250
$y(= Y)$	2.1
M_3	1202
$m_{\tilde{N}_1}$	347.4
$m_{\tilde{C}_1}$	587.5
m_{stop}	1394
$m_{t'}$	1157
m_{cs}	324.0
$m_{L'}$	274.4
m_{h^0}	125.2
Δa_μ	10.3×10^{-10}
$\Omega_{\chi\Phi} h^2$	0.119

表 7.5 本模型におけるサンプルポイントの初期値, 典型的な質量スペクトラム, ヒッグス質量, ミューオン $g-2$, 暗黒物質の残存量をまとめた表. 全ての質量は単位が GeV である. $m_{\tilde{N}_1}$ は MSSM セクターで最も質量の小さいニュートラリーノ質量, $m_{\tilde{C}_1}$ は最も質量の小さいチャージノ質量, m_{stop} は質量が小さい方のストップ質量, $m_{t'}$ はベクトルの世代のアップ型クォークの質量, m_{cs} は最も質量の小さいベクトルの世代の荷電スレプトンの質量 $m_{L'}$ はベクトルの世代の荷電レプトンの質量をそれぞれ表している. $\mu_H (\sim 2 \text{ TeV})$ と b 項はそれぞれ電弱対称性の破れが生じるように決められている.

ベクトルの世代のスカラー粒子を介して, クォークの第 1 世代と結合している. 中間状態の場を積分することにより, 暗黒物質と第 1 世代との有効総合作用 $\mathcal{L}_{\text{int}} \simeq (y_1^2/m^2)\bar{\chi}\bar{Q}_1\chi Q_1$ を得ることができる. ここで m は中間状態の質量を表し, そのオーダーは $\mathcal{O}(\text{TeV})$ であり, y_1 は湯川結合定数である. この相互作用のもとで, χ は標的原子核のスピンに依存しない散乱をし, その断面積は $\sigma_{\text{SI}}^N = y_1^4 \times \mathcal{O}(10^2) \text{ pb} (\mu_\chi/10^2 \text{ GeV})^2/(m/\text{TeV})^4$ [101] であり, μ_χ は原子核質量 m_N を用いて定義された換算質量 $\mu_\chi = m_N m_\chi/(m_\chi + m_N)$ である. シングリーノと第 1 世代のクォークとの湯川結合は, FN 機構により小さな値 $y \simeq 10^{-3}(\epsilon/0.33)^6$ に決まっているため, スピンに依存しない断面積の大きさを見積もることができ, その値は $\sigma_{\text{SI}}^N \simeq 10^{-10} \text{ pb}$ である. 従って, XENON1T [102] や DARWIN [103] のような将来の直接探索実験によって, 我々の模型がテストされることとなる. 一方で,

レプトンセクターにおいて, χ は第 3 世代と結合しており, その湯川結合の大きさはおよそ $y^2 \simeq 10^{-1}(\epsilon/0.33)^2$ である. 従って, 銀河中心や矮小楕円体銀河にある暗黒物質の対消滅を通じて, 大量のガンマ線が放出される可能性がある. このようなガンマ線は Fermi-LAT [104, 105] や CTA [106] のような間接探索実験で観測される可能性がある.

8 まとめ

本論文では, ベクトルの世代を含む新たな超対称模型を構築し, ベクトルの世代と標準模型の世代 (3 世代) との世代間混合の構造を決定した. さらにその世代間混合の下では, ヒッグス質量, ミューオン $g-2$, 暗黒物質の熱的残存量を同時に説明できるパラメータ領域が存在することを明らかにした.

第 6 章では, 最小超対称標準模型の問題点に着目し, ベクトルの世代を導入し, ヒッグス質量とミューオン $g-2$ の実験値を同時に説明できることを明らかにした. ベクトルの世代を含む模型が持つ大きな特徴の一つとして, ゲージ結合定数が大統一スケールで大きくなることをみた. この性質の下では, 湯川結合定数が赤外で収束性を持ち, 大統一スケールでの世代間混合行列を決定することができた. その行列においては, ヒッグス粒子, ミューオンそれぞれがベクトルの世代と強く結合しており, ヒッグス質量とミューオン $g-2$ へ大きな寄与を及ぼすことを明らかにした. 結果として, それら 2 つの実験値を同時に説明できるパラメータ領域が存在することを明らかにした.

第 7 章では第 6 章で得られた世代間混合に着目した. Froggatt-Nielsen 機構を用いることで, ベクトルの世代と 3 世代とのフレーバー構造を決定した. このようにして得られた世代間混合は, あるエネルギースケールでの世代間の対称性の破れに起因するものであり, 標準模型のフリーパラメータの起源を説明したこととなる. また, 実験で観測されている CKM 行列とフェルミオン質量をそれぞれ再現でき, 第 6 章で解析に用いていた世代間混合よりも自然界を説明しているものと言える. さらに, 本模型においてはベクトルの世代に質量を与えるゲージ 1 重項の場合 Φ のフェルミオン成分が暗黒物質の良い候補となることを明らかにした. FN 機構で得られた世代間混合を用いて, ヒッグス質量, ミューオン $g-2$, 暗黒物質の熱的残存量をそれぞれ評価した結果, これらの実験値を同時に説明できるパラメータ領域が存在することを明らかにした. 得られた結果から導かれる重要な結論は, 暗黒物質の存在が, 実験で確認されている素粒子の世代が 3 世代目であるという事実を支持しているということである. なぜなら, ゲージ 1 重項の場合 Φ のスカラー成分の真空

期待値は、ベクトルの世代の素粒子の質量だけではなく、暗黒物質の質量も決めているからである。この真空期待値は、ベクトルの世代の質量が観測にかからない程大きくなければならない。そのような値の下で、暗黒物質の残存量を説明できるということから、上記のような結論を主張することができる。これは、暗黒物質と世代の謎についてのつながりを示すものであり、世代の謎の解明へ向けて、一つの解釈の仕方を与えたと言える。従って、本研究で得られた結果は、ベクトルの世代がもたらす物理の可能性を広げたといえる。

本模型に関する今後の課題として2つ挙げる。1つ目は本論文で議論していないニュートリノセクターに関してである。3世代目までのニュートリノは微小ながら質量をもつことが知られており、ニュートリノセクターにおいても世代間混合が存在している。この混合行列の成分の大きさは実験で観測されている物理量である。従って本模型をさらに拡張し、ニュートリノ物理について解析を行うことが、今後の課題の1つ目として挙げられる。2つ目は加速器物理に関してである。未だ発見されていない超対称性粒子やベクトルの世代の素粒子を、実験で見つけるためには、どのような生成・崩壊過程に着目すべきかについては議論の余地がある。これらはどちらも本模型をテストするために重要な物理であると言える。

謝辞

本研究を行うに辺り、主査である檜垣徹太郎専任講師に、熱心なご指導を頂き感謝申し上げます。私が博士課程2年から、2年間という短い時間でしたが、様々な考え方を吸収させていただくことができました。私の人生においてとても印象深い、刺激的な2年間でした。この経験は今後の人生に活かしていきます。本当にお世話になりました。また、副査である吉岡興一准教授には、学部4年生から今まで大変お世話になりました。特に修士論文執筆の際の冷静な対応は、今思い出しても只々感謝するばかりです。どうもありがとうございました。ご多忙の中、本学位論文の副査を引き受けて頂いた、慶應義塾大学理工学部の岡朋治教授、山本直希専任講師、服部広大専任講師には、深く感謝申し上げます。様々な視点からの鋭いご指摘により、さらに本研究について深く考える機会を与えて頂き感謝申し上げます。また、山本直希専任講師には、博士課程1年から1年間の間指導教員を務めて頂き、さらに本論文に関する物理の議論も頻繁に行って頂き、大変お世話になりました。どうもありがとうございました。

慶應義塾大学物理学理論研究室の先生方にはコロキウム等を通じて多くのことをご教授頂きました。深くお礼申し上げます。論文の共著者である武田さんには、博士論文を書き進めるに辺りアドバイスをいただき、感謝申し上げます。本論文執筆中の心の支えとなりました。同じ研究室の横倉君には、度々物理の議論をして頂き、感謝しております。花井さんは1つ上の先輩ということもあり、私が修士1年生の頃から今まで、物理から事務的なことまで色々教えてくださいととても感謝しております。田島くん、山口くんは理論研の同期であり、辛い時を共有できる仲間としてとても支えになりました。毎度私のくだらない話を聞いて頂いた後輩の皆様にも深く感謝いたします。本論文執筆作業中に、TA業務等を快く引き受けてくれた、松本君、玉木君、川島君、曾我部君には大変お世話になりました。感謝しております。また、本論文の文章を校正していただいた鏡原君、阿部君に感謝申し上げます。書ききれませんが、皆様のお陰で大変有意義な研究生活を送ることができました。ここに深くお礼申し上げます。

また、ここまで研究生活を続けて来れたのは、何よりも父、母、兄の理解のおかげです。暖かく見守って頂き感謝申し上げます。最後に、陰ながら支えてくれた妻に感謝いたします。

付録A 超対称性変換

一般的なスーパーフィールドに含まれる成分場に対する超対称性変換は $\sqrt{2}\delta_\epsilon S = -i(\epsilon\hat{Q} + \epsilon^\dagger\hat{Q}^\dagger)S$ を考えることで得られる. 以下に成分場を超対称性変換した結果を示すと,

$$\sqrt{2}\delta_\epsilon a = \epsilon\xi + \epsilon^\dagger\xi^\dagger, \quad (\text{A.1a})$$

$$\sqrt{2}\delta_\epsilon\xi_\alpha = 2\epsilon_\alpha b - (\sigma^\mu\epsilon^\dagger)_\alpha(v_\mu + i\partial_\mu a), \quad (\text{A.1b})$$

$$\sqrt{2}\delta_\epsilon\chi^{\dagger\dot{\alpha}} = 2\epsilon^{\dagger\dot{\alpha}}c + (\bar{\sigma}^\mu\epsilon)^{\dot{\alpha}}(v_\mu - i\partial_\mu a), \quad (\text{A.1c})$$

$$\sqrt{2}\delta_\epsilon b = \epsilon^\dagger\zeta^\dagger - \frac{i}{2}\epsilon^\dagger\bar{\sigma}^\mu\partial_\mu\xi, \quad (\text{A.1d})$$

$$\sqrt{2}\delta_\epsilon c = \epsilon\eta - \frac{i}{2}\epsilon\sigma^\mu\partial_\mu\chi^\dagger, \quad (\text{A.1e})$$

$$\sqrt{2}\delta_\epsilon v^\mu = \epsilon\sigma^\mu\zeta^\dagger - \epsilon^\dagger\bar{\sigma}^\mu\eta - \frac{i}{2}\epsilon\sigma^\nu\bar{\sigma}^\mu\partial_\nu\xi + \frac{i}{2}\epsilon^\dagger\bar{\sigma}^\nu\sigma^\mu\partial_\nu\chi^\dagger, \quad (\text{A.1f})$$

$$\sqrt{2}\delta_\epsilon\eta_\alpha = 2\epsilon_\alpha d - i(\sigma^\mu\epsilon^\dagger)_\alpha\partial_\mu c - \frac{i}{2}(\sigma^\nu\bar{\sigma}^\mu\epsilon)_\alpha\partial_\mu v_\nu, \quad (\text{A.1g})$$

$$\sqrt{2}\delta_\epsilon\zeta^{\dagger\dot{\alpha}} = 2\epsilon^{\dagger\dot{\alpha}}d - i(\bar{\sigma}^\mu\epsilon)^{\dot{\alpha}}\partial_\mu b + \frac{i}{2}(\bar{\sigma}^\nu\sigma^\mu\epsilon^\dagger)^{\dot{\alpha}}\partial_\mu v_\nu, \quad (\text{A.1h})$$

$$\sqrt{2}\delta_\epsilon d = \frac{i}{2}\epsilon^\dagger\bar{\sigma}^\mu\partial_\mu\eta - \frac{i}{2}\epsilon\sigma^\mu\partial_\mu\zeta^\dagger \quad (\text{A.1i})$$

のように与えられる. 注目すべきは式 (A.1i) の右辺が全微分になっていることである. スーパーフィールドのなかで $\theta\theta^\dagger\theta^\dagger$ の項を D 項と呼び, D 項により超対称な作用を作ることを意味している.

次にカイラルスーパーフィールドに対する超対称性変換はカイラルスーパーフィールド Φ に対して, $\sqrt{2}\delta_\epsilon\Phi = -i(\epsilon\hat{Q} + \epsilon^\dagger\hat{Q}^\dagger)\Phi$ を考えると,

$$\delta_\epsilon\phi = \epsilon\psi, \quad (\text{A.2a})$$

$$\delta_\epsilon\psi_\alpha = -i(\sigma^\mu\epsilon^\dagger)_\alpha\partial_\mu\phi + \epsilon_\alpha F, \quad (\text{A.2b})$$

$$\delta_\epsilon F = -i\epsilon^\dagger\bar{\sigma}^\mu\partial_\mu\psi, \quad (\text{A.2c})$$

のように表わされる. ここでも式 (A.2c) の右辺に注目すると全微分であることが分かる. これは $\theta\theta$ の項であり, F 項と呼ぶ. 超対称性な作用は F 項からも作られる.

付録B U(1) ゲージ不変な超対称ラグランジアン密度

ここでは、具体的に成分で書かれたラグランジアンをまとめる. U(1) ゲージ不変なラグランジアン密度 $\mathcal{L}_{\text{Abelian}}$ は式 (3.56) のように,

$$\mathcal{L}_{\text{Abelian}} = [\Phi^{*i} e^{2gq_i V_{\text{Wz}}} \Phi_i]_D + ([W(\Phi_i)]_F + \text{h.c.}) + \frac{1}{4} \left([W^\alpha W_\alpha]_F + [W_\alpha^\dagger W^{\dagger\alpha}]_F \right) \quad (\text{B.1})$$

で与えられる. スーパーポテンシャル $W(\Phi_i)$ は

$$W(\Phi_i) = \frac{1}{2} M^{ij} \Phi_i \Phi_j + \frac{1}{6} y^{ijk} \Phi_i \Phi_j \Phi_k \quad (\text{B.2})$$

で与えられているとし, M^{ij} , y^{ijk} はそれぞれ質量次元 1,0 の定数である. 式 (B.1) の右辺の項は, 式 (3.36), (3.37), (3.43), (3.53), (3.54) に与えられており, それぞれ

$$[\Phi^{*i} e^{2gq_i V_{\text{Wz}}} \Phi_i]_D = F^{*i} F_i + \nabla^\mu \phi^{*i} \nabla_\mu \phi + i\psi^{\dagger i} \bar{\sigma}^\mu \nabla_\mu \psi_i - \sqrt{2}gq_i (\phi^{*i} \psi_i \lambda + \phi_i \psi^{\dagger i} \lambda^\dagger) + gq_i \phi^{*i} \phi_i D, \quad (\text{B.3})$$

$$[\Phi_i \Phi_j]_F = \phi_i F_j + \phi_j F_i - \psi_i \psi_j, \quad (\text{B.4})$$

$$[\Phi_i \Phi_j \Phi_k]_F = \phi_i \phi_j F_k + \phi_i \phi_k F_j + \phi_j \phi_k F_i - \psi_i \psi_j \phi_k - \psi_i \psi_k \phi_j - \psi_j \psi_k \phi_i,$$

$$[W^\alpha W_\alpha]_F = D^2 + 2i\lambda\sigma^\mu \partial_\mu \lambda^\dagger - \frac{1}{2} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} - \frac{i}{4} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} F_{\mu\nu} F_{\rho\sigma}, \quad (\text{B.5})$$

$$[W_\alpha^\dagger W^{\dagger\alpha}]_F = D^2 + 2i\partial_\mu \lambda \sigma^\mu \lambda^\dagger - \frac{1}{2} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} + \frac{i}{4} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} F_{\mu\nu} F_{\rho\sigma} \quad (\text{B.6})$$

である. 補助場 F, F^*, D はそれぞれ

$$F_l = -M_{il}^* \phi^{*i} - \frac{1}{2} y_{ijl}^* \phi^{*i} \phi^{*j}, \quad (\text{B.7})$$

$$F^{*l} = -M^{il} \phi_i - \frac{1}{2} y^{ijl} \phi_i \phi_j, \quad (\text{B.8})$$

$$D = -gq_i \phi^{*i} \phi_i \quad (\text{B.9})$$

で与えられる運動方程式を用いて消去できる. 式 (B.2)–(B.9) を用いると式 (B.1) は

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{Abelian}} = & -\frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} + \nabla^\mu \phi^{*i} \nabla_\mu \phi + i\psi^{\dagger i} \bar{\sigma}^\mu \nabla_\mu \psi_i + i\lambda^\dagger \bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \lambda \\ & - \sqrt{2}gq_i (\phi^{*i} \psi_i \lambda + \phi_i \psi^{\dagger i} \lambda^\dagger) - \frac{1}{2} M^{ij} \psi_i \psi_j - \frac{1}{2} M_{ij}^* \psi^{\dagger i} \psi^{\dagger j} \\ & - \frac{1}{2} y^{ijk} \phi_i \psi_j \psi_k - \frac{1}{2} y_{ijk}^* \phi^{*i} \psi^{\dagger j} \psi^{\dagger k} - V(\phi, \phi^*) \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

となり,

$$\begin{aligned}
V(\phi, \phi^*) &= F^{*i} F_i + \frac{1}{2} D^2 \\
&= M_{ik}^* M^{kl} \phi^i \phi_j + \frac{1}{2} M^{in} y_{jkn}^* \phi_i \phi^{*j} \phi^{*k} + \frac{1}{2} M_{in}^* y^{jkn} \phi^{*i} \phi_j \phi_k \\
&\quad + \frac{1}{4} y^{ijn} y_{kln}^* \phi_i \phi_j \phi^{*k} \phi^{*l} + \frac{1}{2} (g q_i \phi^{*i} \phi_i)^2
\end{aligned} \tag{B.11}$$

はスカラーポテンシャルを表す.

付録C 非可換ゲージ対称性をもつ超対称性ラグランジアン

本文中では U(1) ゲージ変換に対して不変かつ超対称なラグランジアン密度を構成した. ここでは, 非可換ゲージ不変で超対称なラグランジアン密度の構成方法をみる. MSSM や本論文で用いたモデルは非可換ゲージ対称性をもつ.

一般のゲージ群 G を考え, カイラルスーパーフィールドの超ゲージ変換はカイラルスーパーフィールド Φ_i がゲージ群 G の既約表現 R に属しその表現の生成子が T_i^{aj} であるとき,

$$\Phi_i \rightarrow (e^{i\Omega})_i{}^j \Phi_j, \quad \Phi^{*i} \rightarrow \Phi^{*j} (e^{-i\Omega})_j{}^i \tag{C.1}$$

のように変換するとする. ここで表記を簡単にするため,

$$\Omega_i{}^j = 2g T_i^{aj} \Omega^a \tag{C.2}$$

と置き, g はゲージ結合定数, Ω^a はカイラルスーパーフィールドで超ゲージ変換のパラメータである. まず式 (3.41) を拡張したものは, それぞれの生成子に対してベクトルスーパーフィールド V^a が存在するので

$$\left[\Phi^{*i} (e^V)_i{}^j \Phi_j \right]_D \tag{C.3}$$

となる. ここで V^a に対しても

$$V_i{}^j = 2g T_i^{aj} V^a \tag{C.4}$$

とした. 超ゲージ不変であるためにはカイラルスーパーフィールドが式 (C.1) のように変換するため e^V が行列表記で,

$$e^V \rightarrow e^{i\Omega^\dagger} e^V e^{-i\Omega} \tag{C.5}$$

のように超ゲージ変換すれば式 (C.3) は不変になる. 式 (C.5) は展開すると,

$$V^a \rightarrow V^a - i(\Omega^a - \Omega^{a*}) + gf^{abc}V^b(\Omega^c + \Omega^{c*}) + \dots \quad (\text{C.6})$$

のようになり, f^{abc} は構造定数である. ここで重要なことは, 式 (C.6) の第 2 項に注目するとベクトルスーパーフィールド V^a に関係である. そのため超ゲージ変換のパラメータを適当に選ぶことにより 4次元時空におけるゲージ変換の自由度を残したままゲージ固定することができる. これにより

$$V_{\text{WZ}}^a = \theta^\dagger \bar{\sigma}^\mu \theta A_\mu^a + \theta^\dagger \theta^\dagger \theta \lambda^a + \theta \theta \theta^\dagger \lambda^{\dagger a} + \frac{1}{2} \theta \theta \theta^\dagger \theta^\dagger D^a \quad (\text{C.7})$$

のように Wess-Zumino ゲージを採用できる. 従ってこの Wess-Zumino ゲージをとることで,

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = \left[\Phi^{*i} (e^{V_{\text{WZ}}})_i^j \Phi_j \right]_D &= F^{*i} F_i + \nabla_\mu \phi^{*i} \nabla^\mu \phi_i + i \psi^{\dagger i} \bar{\sigma}^\mu \nabla_\mu \psi_i \\ &\quad - \sqrt{2} g (\phi^* T^a \psi) \lambda^a - \sqrt{2} g \lambda^\dagger (\psi^\dagger T^a \phi) \\ &\quad + g (\phi^* T^a \phi) D^a \end{aligned} \quad (\text{C.8})$$

のように SU(N) ゲージ変換に対して不変で, 超対称なラグランジアン密度が与えられる. ここで ∇_μ は共変微分で,

$$\nabla_\mu \phi_i = \partial_\mu \phi_i - ig A_\mu^a (T^a \phi)_i \quad (\text{C.9})$$

$$\nabla_\mu \psi_i = \partial_\mu \psi_i - ig A_\mu^a (T^a \psi)_i \quad (\text{C.10})$$

である. 式 (C.8) の第 4, 5 項が 2 つのフェルミオン場とゲージ場との相互作用に対する超対称な相互作用になっていて, 最後の項はこのあと述べるカイラルな場の強さの F 項からくる $\frac{1}{2} D^a D^a$ と合わせて D^a に関する運動方程式により, スカラーポテンシャルの 4 次項となる.

次に場の強さについてだがカイラルなスーパーフィールドとして式 (3.46) を一般化して,

$$\begin{aligned} \mathcal{W}_\alpha &= -\frac{1}{4} D^\dagger D^\dagger (e^{-V} D_\alpha e^V) \\ \mathcal{W}^{\dagger \dot{\alpha}} &= -\frac{1}{4} D D (e^V D^{\dagger \dot{\alpha}} e^{-V}) \end{aligned} \quad (\text{C.11})$$

と定義する. そうすると U(1) のときは場の強さは超ゲージ変換の下で不変であったが, Non-Abelian の場合は自明ではなく

$$\begin{aligned} \mathcal{W}_\alpha &\rightarrow e^{i\Omega} \mathcal{W}_\alpha e^{-i\Omega} \\ \mathcal{W}^{\dagger \dot{\alpha}} &\rightarrow e^{-i\Omega} \mathcal{W}^{\dagger \dot{\alpha}} e^{i\Omega} \end{aligned} \quad (\text{C.12})$$

と変換することに注意する. 式 (C.11) において W_α の方を V の冪で展開すると,

$$e^{-V} D_\alpha e^V = D_\alpha V + \frac{1}{2} [D_\alpha V, V] + \frac{1}{6} [[D_\alpha V, V], V] + \dots \quad (\text{C.13})$$

である. ここで V として Wess-Zumino ゲージをとればグラスマン数の性質により式 (C.13) の 2 項目までが 0 にならずに残り,

$$W_\alpha = -\frac{1}{4} D^\dagger D^\dagger D_\alpha V_{\text{WZ}} - \frac{1}{8} D^\dagger D^\dagger [D_\alpha V_{\text{WZ}}, V_{\text{WZ}}] \quad (\text{C.14})$$

となる. 行列表記ではなく随伴表現でかくと $W_\alpha = 2gW_\alpha^a T^a$ なので式 (C.14) は式 (C.4) の定義も用いて,

$$W_\alpha^a = -\frac{1}{4} D^\dagger D^\dagger (D_\alpha V_{\text{WZ}}^a + igf^{abc} (D_\alpha V_{\text{WZ}}^b) V_{\text{WZ}}^c) \quad (\text{C.15})$$

と書ける. これを超共変微分を用いて計算することで式 (3.52) は, $F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a - gf^{abc} A_\mu^b A_\nu^c$ として,

$$W_\alpha^a = \lambda_\alpha^a + \theta_\alpha D^a - (\sigma^{\mu\nu} \theta)_\alpha F_{\mu\nu}^a + i\theta\theta (\sigma^\mu \nabla_\mu \lambda^{\dagger a})_\alpha \quad (\text{C.16})$$

と拡張できる. ∇_μ は共変微分である. 式 (C.12) から明らかのように超ゲージ不変である量 $\text{Tr} [W^\alpha W_\alpha]$ を考えると

$$\begin{aligned} \frac{1}{4g_a^2 k_a} \text{Tr} [W^\alpha W_\alpha]_F &= [W^{\alpha a} W_\alpha^a]_F = D^a D^a + 2i\lambda^a \sigma^\mu \nabla_\mu \lambda^{\dagger a} \\ &\quad - \frac{1}{2} F^{a\mu\nu} F_{\mu\nu}^a - \frac{i}{4} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} F_{\mu\nu}^a F_{\rho\sigma}^a \end{aligned} \quad (\text{C.17})$$

となり, k_a は $\text{Tr}[T^a, T^b] = k_a \delta_{ab}$ で定義されるゲージ群の生成子の規格化因子である. 以上より Non-Abelian ゲージ不変かつ超対称なラグランジアン密度 \mathcal{L}_{NA} は式 (C.8), (C.17) とスーパーポテンシャル W からの項により,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{NA}} &= \frac{1}{4} ([W^{\alpha a} W_\alpha^a]_F + [W_{\dot{\alpha}}^{\dagger a} W^{\dagger \dot{\alpha} a}]_F) + [\Phi^{*i} (e^{2gT^a V_{\text{WZ}}^a})_i^j \Phi_j]_D \\ &\quad + ([W(\Phi_i)]_F + \text{h.c.}) \end{aligned} \quad (\text{C.18})$$

で与えられる. 可換ゲージ理論の場合と同じように, スーパーポテンシャルが

$$W(\Phi_i) = \frac{1}{2} M^{ij} \Phi_i \Phi_j + \frac{1}{6} y^{ijk} \Phi_i \Phi_j \Phi_k \quad (\text{C.19})$$

の時に, 式 (C.18) を具体的な成分で表すと,

$$\mathcal{L}_{\text{NA}} = -\frac{1}{4} F^{a\mu\nu} F_{\mu\nu}^a + \nabla_\mu \phi^{*i} \nabla^\mu \phi_i + i\psi^{\dagger i} \bar{\sigma}^\mu \nabla_\mu \psi_i + i\lambda^{\dagger a} \bar{\sigma}^\mu \nabla_\mu \lambda^a$$

$$\begin{aligned}
& -\sqrt{2}g(\phi^*T^a\psi)\lambda^a - \sqrt{2}g\lambda^\dagger(\psi^\dagger T^a\phi) - \frac{1}{2}M^{ij}\psi_i\psi_j - \frac{1}{2}M_{ij}^*\psi^{\dagger i}\psi^{\dagger j} \\
& - \frac{1}{2}y^{ijk}\phi_i\psi_j\psi_k - \frac{1}{2}y_{ijk}^*\phi^*\psi^{\dagger j}\psi^{\dagger k} - V(\phi, \phi^*)
\end{aligned} \tag{C.20}$$

となり,

$$\begin{aligned}
V(\phi, \phi^*) &= F^{*i}F_i + \frac{1}{2}D^aD^a \\
&= M_{ik}^*M^{kl}\phi^i\phi_j + \frac{1}{2}M^{in}y_{jkn}^*\phi_i\phi^{*j}\phi^{*k} + \frac{1}{2}M_{in}^*y^{jkn}\phi^{*i}\phi_j\phi_k \\
&\quad + \frac{1}{4}y^{ijn}y_{kln}^*\phi_i\phi_j\phi^{*k}\phi^{*l} + \frac{1}{2}(g\phi^*T^a\phi)^2
\end{aligned} \tag{C.21}$$

はスカラーポテンシャルを表す. 補助場 F, F^*, D^a は運動方程式により

$$F_i = -\frac{\delta W^*}{\delta \phi^{*i}}, \tag{C.22}$$

$$F^{*i} = -\frac{\delta W}{\delta \phi_i}, \tag{C.23}$$

$$D^a = -g(\phi^*T^a\phi) \tag{C.24}$$

を満たしており, これらの式を用いることで式 (C.21) が得られる.

付録D Gravity mediation

D.1 超対称性の破れたラグランジアン of 導出

ここでは超対称性の破れのシナリオの一例として, gravity mediation を説明する. このシナリオでは, 重力相互作用を通じて, 超対称性が破れた項が生成される. 具体的には, 超対称性を自発的に破る場と MSSM に含まれる場の結合を考える. この結合として, 重力相互作用が支配的となるエネルギースケール $M_P (\sim 10^{19} \text{ GeV})$ で抑制されている非繰り込み可能な相互作用項を考える. このような相互作用項を具体的にみるために, カイラルスーパーフィールドとして S を考え, S に含まれる補助場 F_S が超対称性を自発的に破ることを考える. S を用いて, M_P で展開した非繰り込み可能な項を含むスーパーポテンシャルとケーラーポテンシャルは

$$W = W_{\text{MSSM}} - \frac{1}{M_P} \left(\frac{1}{6}y^{Sijk}S\Phi_i\Phi_j\Phi_k + \frac{1}{2}\mu^{Sij}S\Phi_i\Phi_j \right) + \dots, \tag{D.1}$$

$$K = \Phi^{*i}\Phi_i + \frac{1}{M_P} \left(n_i^j S + \bar{n}_i^j S^* \right) \Phi^{*i}\Phi_j - \frac{1}{M_P^2} k_i^j S S^* \Phi^{*i}\Phi_j \dots \tag{D.2}$$

と書ける. Φ_i は MSSM に含まれるカイラルスーパーフィールドであり, $y^{Sijk}, n_i^j, \bar{n}_i^j, k_i^j$ はそれぞれ質量次元 0 の定数であり, μ^{Sij} は質量次元 1 の定数である. ここで, S の補助場 F_S が 0 ではない真空期待値を持つときのラグランジアン密度を導出する際に, S をスプーリオンとして扱うことを考え,

$$S \rightarrow \theta\theta \langle F_S \rangle, \quad S^* \rightarrow \theta^\dagger\theta^\dagger \langle F_S^* \rangle \quad (\text{D.3})$$

のような置き換えを行う. 式 (D.1), (D.2) から, ラグランジアン密度を構成するには

$$[K(\Phi, \Phi^*)]_D + [W(\Phi) + \text{h.c.}]_F \quad (\text{D.4})$$

を考えればよく, 今述べたように S をスプーリオンとして扱い, その中から超対称性の破れに関する項のみを取り出すと, 超対称性の破れのラグランジアン密度 $\mathcal{L}'_{\text{soft}}^{\text{gm}}$ として

$$\begin{aligned} \mathcal{L}'_{\text{soft}}^{\text{gm}} = & -\frac{\langle F_S \rangle}{6M_P} y^{Sijk} \phi_i \phi_j \phi_k - \frac{\langle F_S \rangle}{2M_P} \mu^{Sij} \phi_i \phi_j - \left(\frac{\langle F_S \rangle}{M_P} n_i^j \phi_j \frac{\delta W_{\text{MSSM}}}{\delta \phi_i} + \text{h.c.} \right) \\ & - \frac{|\langle F_S \rangle|^2}{M_P^2} \left(k_i^j + n_k^i \bar{n}_i^k \right) \phi^{*j} \phi_i \end{aligned} \quad (\text{D.5})$$

が得られ, ϕ_i は MSSM のスカラー場を表す. ここで, Φ_i, Φ^{*i} の補助場に関する運動方程式を用いたことに注意する. 具体的には, Φ_i, Φ^{*i} の補助場 F_i, F^{*i} は

$$F_i = -\frac{\delta W_{\text{MSSM}}^*}{\delta \phi^{*i}} - \frac{\langle F_S^* \rangle}{M_P} n_i^j \phi_j, \quad (\text{D.6})$$

$$F^{*i} = -\frac{\delta W_{\text{MSSM}}}{\delta \phi_i} - \frac{\langle F_S \rangle}{M_P} \bar{n}_j^i \phi^{*j} \quad (\text{D.7})$$

で与えられており, F 項のスカラーポテンシャルである $V = F^{*i} F_i$ を計算することにより式 (D.5) の $\mathcal{L}'_{\text{soft}}^{\text{gm}}$ が得られる. 同様に, ゲージ多重項に含まれる場の運動項と自己相互作用を与える項の係数の部分に対しても, 非繰り込み可能な項を考えることができる. この項を含めたラグランジアン密度は

$$\left[\frac{1}{4} \left(1 - \frac{2}{M_P} f_a S \right) \mathcal{W}^{a\alpha} \mathcal{W}_\alpha^a + \text{h.c.} \right]_F \quad (\text{D.8})$$

により計算でき, f^a は質量次元 0 の定数, $\mathcal{W}^{a\alpha}$ は式 (C.15) で与えられている場の強さのカイラルスーパーフィールドである. 式 (D.8) の第 1 項目は式 (C.20) の一部分を与え, 式 (D.8) の第 2 項目より超対称性の破れの項として $-\frac{\langle F_S \rangle}{2M_P} f_a \lambda^a \lambda^a$ が得られる. 以上より, 式

(C.15) と式 (D.8) より得られる, gravity mediation による超対称性の破れのラグランジアン密度 $\mathcal{L}_{\text{soft}}^{\text{gm}}$ は

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{soft}}^{\text{gm}} = & -\frac{\langle F_S \rangle}{2M_P} f_a \lambda^a \lambda^a - \frac{\langle F_S \rangle}{6M_P} y^{Sijk} \phi_i \phi_j \phi_k - \frac{\langle F_S \rangle}{2M_P} \mu^{Sij} \phi_i \phi_j \\ & - \left(\frac{\langle F_S \rangle}{M_P} n_i^j \phi_j \frac{\delta W_{\text{MSSM}}}{\delta \phi_i} + \text{h.c.} \right) - \frac{|\langle F_S \rangle|^2}{M_P^2} \left(k_i^j + n_k^i \bar{n}_i^k \right) \phi^{*j} \phi_i \end{aligned} \quad (\text{D.9})$$

で与えられ, λ^a は MSSM でのゲージノ場である. 例えば, $\sqrt{F} \sim 10^{10} - 10^{11}$ GeV のとき, F/M_P は 1 TeV のスケールとなり, これは超対称性がソフトに破れた質量のスケールとみなせる.

MSSM セクターのスーパーポテンシャルを

$$W_{\text{MSSM}} = \frac{1}{2} \mu^{ij} \Phi_i \Phi_j + \frac{1}{6} y^{ijk} \Phi_i \Phi_j \Phi_k \quad (\text{D.10})$$

として式 (3.58) との対応をみると

$$M_a = \frac{\langle F_S \rangle}{M_P} f_a, \quad (\text{D.11})$$

$$a^{ijk} = \frac{\langle F_S \rangle}{M_P} \left(y^{Sijk} + n_p^i y^{pj k} + n_p^j y^{pjk} + n_p^k y^{pij} \right), \quad (\text{D.12})$$

$$b^{ij} = \frac{\langle F_S \rangle}{M_P} \left(\mu^{Sij} + n_p^i \mu^{pj} + n_p^j \mu^{pi} \right), \quad (\text{D.13})$$

$$(m^2)_j^i = \frac{|\langle F_S \rangle|^2}{M_P^2} \left(k_j^i + n_p^i \bar{n}_j^p \right) \quad (\text{D.14})$$

となる.

D.2 Minimal gravity mediation

本論文中の解析で用いた minimal gravity mediation について説明する. Gravity mediation による SUSY-breaking の項は, 式 (D.11)–(D.14) で与えられ, $f_a, k_j^i, n_j^i, y^{Sijk}, \mu^{Sij}$ 等は高エネルギーの物理によって決まる. Minimal gravity mediation では, これらの係数について次のような仮定をおく. それらは, 3 つのゲージノにたいして共通の $f_a = f$ とし, 全てのスカラーに対し, $k_j^i = k \delta_i^j, n_j^i = n \delta_i^j$ (k, n は実数) とし, $y^{Sijk} = \alpha y^{ijk}, \mu^{Xij} = \beta \mu^{ij}$ (α, β は無次元の定数) とする. このような仮定の下では, SUSY-breaking の質量を 4 つのパラメータで書くことができ, それらを

$$m_{1/2} = f \frac{\langle F_S \rangle}{M_P}, \quad (\text{D.15})$$

$$m_0^2 = (k + n^2) \frac{|\langle F_S \rangle|^2}{M_P^2}, \quad (\text{D.16})$$

$$A_0 = (\alpha + 3n) \frac{\langle F_S \rangle}{M_P}, \quad (\text{D.17})$$

$$B_0 = (\beta + 2n) \frac{\langle F_S \rangle}{M_P} \quad (\text{D.18})$$

と書くこととする. 1 行目は共通のゲージノ質量, 2 行目は共通の soft scalar mass, 3 行目は共通の A パラメータ, 4 行目は共通の B パラメータを表す. これらの 4 つのパラメータに加え, μ_H パラメータを含めた 5 つのパラメータを, 繰り込み群方程式の初期条件として用いることで¹⁴, MSSM や本模型の低エネルギーでの超対称性粒子の質量スペクトラムを得ることができる. 本論文中では, B_0 と μ_H パラメータは, 電弱対称性が破れる条件を用いて, μ_H パラメータの符号と $\tan \beta$ に置き換えているため, 結果として minimal gravity mediation で解析を行う際のパラメータは

$$m_{1/2}, m_0^2, A_0, \tan \beta, \text{Arg}(\mu_H) \quad (\text{D.19})$$

の 5 つである.

付録E MSSM の成分場

スーパーフィールド	spin0	spin1/2	$SU(3)_C$	$(SU(2)_L, U(1)_Y)$
Q	$(\tilde{u}_L, \tilde{d}_L)$	(u_L, d_L)	3	$(\mathbf{2}, \frac{1}{6})$
u	\tilde{u}_R^*	u_R^\dagger	3*	$(\mathbf{1}, -\frac{2}{3})$
d	\tilde{d}_R^*	d_R^\dagger	3*	$(\mathbf{1}, \frac{1}{3})$
L	$(\tilde{\nu}_L, \tilde{e}_L)$	(ν_L, e_L)	1	$(\mathbf{2}, -\frac{1}{2})$
e	\tilde{e}_R^*	e_R^\dagger	1	$(\mathbf{1}, 1)$
H_u	(H_u^+, H_u^0)	$(\tilde{H}_u^+, \tilde{H}_u^0)$	1	$(\mathbf{2}, \frac{1}{2})$
H_d	(H_d^0, H_d^-)	$(\tilde{H}_d^0, \tilde{H}_d^-)$	1	$(\mathbf{2}, -\frac{1}{2})$

spin1/2	spin1	$SU(3)_C$	$(SU(2)_L, U(1)_Y)$
\tilde{g}	g	8	$(\mathbf{1}, 0)$
$\tilde{W}^\pm, \tilde{W}^0$	W^\pm, W^0	1	$(\mathbf{3}, 0)$
\tilde{B}	B	1	$(\mathbf{1}, 0)$

¹⁴ 本論文中では大統一スケール M_{GUT} での初期条件として用いている.

ここで, u, d, e, ν はそれぞれ, アップクォーク, ダウンクォーク, 電子, ニュートリノを表し, H_u, H_d はそれぞれアップクォーク, ダウンクォークに質量を与えるヒッグス場である. $\tilde{u}, \tilde{d}, \tilde{e}, \tilde{\nu}$ はそれぞれスカラーアップ, スカラーダウン, スカラー電子, スカラーニュートリノで u, d, e, ν の超対称性パートナーである. ヒッグスに対する超対称性な場 $\tilde{H}_u^+, \tilde{H}_u^0, \tilde{H}_d^-, \tilde{H}_d^-$ はそれぞれヒッグシーノと呼ばれる. g は $SU(3)_C$ のゲージボソンでグルーオン, \tilde{g} はグルイーノと呼ばれるグルーオンの超対称性パートナー, 又 $W^{0,\pm}, B$ はそれぞれ $SU(2)_L, U(1)_Y$ のゲージボソンで, それらの超対称性のパートナーは $\tilde{W}^{0,\pm}, \tilde{B}$ であり, ウィーノ, ビーノと呼ばれる.

付録F 本解析で用いた繰り込み群方程式

本解析で用いた, 繰り込み群方程式 (RGE) を示す. ゲージセクターにおいては, 非漸近的な振る舞いをするため, ゲージ結合定数とゲージノ質量に関しては 2-loop の RGE を用いる. RGE は文献 [107] に従って計算した.

F.1 ゲージ結合定数とゲージノ質量

ゲージ結合定数 g_i ($i = 1, 2, 3$) とゲージノ質量 M_i ($i = 1, 2, 3$) の 2-loop の RGE は

$$\frac{dg_i}{d(\log \mu)} = b_i \frac{g_i^3}{16\pi^2} + \frac{g_i^3}{(16\pi^2)^2} \left[\sum_j b_{ij} g_j^2 - \sum_{a=u,d,e} c_{ia} \left[\text{Tr}(\mathbf{y}_a^\dagger \mathbf{y}_a) + y_{\bar{a}}^* y_{\bar{a}} \right] - \sum_{k=1}^4 \sum_{x=Q,u,d,L,e} d_{ix} y_{x_k}^* y_{x_k} \right], \quad (\text{F.1})$$

$$\frac{dM_i}{d(\log \mu)} = 2b_i \frac{g_i^2 M_i}{16\pi^2} + \frac{2g_i^2}{(16\pi^2)^2} \left[\sum_j b_{ij} g_j^2 (M_i + M_j) + \sum_{a=u,d,e} c_{ia} \left[\text{Tr}(\mathbf{y}_a^\dagger \mathbf{a}_a) + y_{\bar{a}}^* a_{\bar{a}} - M_i \left[\text{Tr}(\mathbf{y}_a^\dagger \mathbf{y}_a) + y_{\bar{a}}^* y_{\bar{a}} \right] \right] + \sum_{k=1}^4 \sum_{x=Q,u,d,L,e} d_{ix} (y_{x_k}^* A_{x_k} - M_i y_{x_k}^* y_{x_k}) \right], \quad (\text{F.2})$$

で与えられる. 1-loop の β 関数の係数はそれぞれ $b_i = (53/5, 5, 1)$ であり, b_{ij}, c_{ia}, d_{ix} はそれぞれ,

$$b_{ij} = \begin{pmatrix} 977/75 & 39/5 & 88/3 \\ 13/5 & 53 & 40 \\ 11/3 & 15 & 178/3 \end{pmatrix}, \quad (\text{F.3})$$

	$C_a(G)$	$I_a(i)$
U(1)	0	$\frac{3}{5}Y_i^2$
SU(2)	2	$\frac{1}{2}$
SU(3)	3	$\frac{1}{2}$

表 F.1 SM のゲージ群に対する $C_a(G)$ と $I_a(i)$ をまとめた表. Y_i は弱ハイパーチャージであり, 電磁相互作用の電荷 Q_{em} と SU(2) の生成子 T^3 と $Q_{\text{em}} = T^3 + Y_i$ の関係を持ち, 添字 i は模型に含まれるカイラル多重項の種類を表す.

$$c_{ia} = \begin{pmatrix} u & d & e \\ 26/5 & 14/5 & 18/5 \\ 6 & 6 & 2 \\ 4 & 4 & 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{F.4})$$

$$d_{ix} = \begin{pmatrix} Q & u & d & L & e \\ 2/5 & 16/5 & 4/5 & 6/5 & 12/5 \\ 6 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 4 & 2 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{F.5})$$

である.

ここで一例として, b_i の導出方法について説明する. ゲージ結合定数の 1-loop の β 関数を $\beta_{g_a}^{(1)}$ と置くと, 繰り込み群方程式は

$$\frac{d}{d(\log \mu)} = \frac{1}{16\pi^2} \beta_{g_a}^{(1)} \quad (\text{F.6})$$

$$\beta_{g_a}^{(1)} = g_a^3 \left(\sum_i I_a(i) - 3C_a(G) \right) \quad (\text{F.7})$$

で与えられ, 添字 a は 1, 2, 3 を表し, それぞれ U(1), SU(2), SU(3) のゲージ結合定数に対応している. また, f^{ABC} を構造定数として, $C_a(G)\delta^{AB} = f^{ACD}f^{BCD}$ (U(1) に対しては $C_a(G)$ は 0, SU(N) に対しては $C_a(G)$ は N である) で与えられる. さらに $t^A \equiv t_i^{Aj}$ をゲージ群 G の表現行列と表すと

$$\text{Tr}_R(t^A t^B) \equiv I_a(i)\delta^{AB} \quad (\text{F.8})$$

と定義され, $I_a(i)$ はカイラル多重項のディンキンインデックスである. 表 F.1 に U(1), SU(2), SU(3) のゲージ群に対する $C_a(G)$, $I_a(i)$ についてまとめた. 表中の Y_i は弱ハイパーチャージであり, 電磁相互作用の電荷 Q_{em} と SU(2) の生成子 T^3 と $Q_{\text{em}} = T^3 + Y_i$

の関係を持つ. Y_i の係数は, Y を $SU(5)$ の生成子に埋め込んだ時の規格化因子であり¹⁵, 添字 i はカイラル多重項の種類を表す. 表 F.1 を用いることで, $U(1)$ のゲージ結合定数の 1-loop の β 関数の係数である $b_i = 53/5$ は次の様に導出することができる. $U(1)$ ゲージ結合定数に関する 2 次のカシミア不変量 $C_1(G)$ は 0 なので, 模型に含まれるすべてのカイラル多重項のディンキンインデックス $I_1(i)$ を計算すれば良い. 本模型に含まれるカイラル多重項は Q, u, d, L, e, H_u, H_d であり, これらの $(3/5)Y^2$ の値はそれぞれ,

$$\begin{aligned} Q: \frac{3}{5} \left(\frac{1}{6}\right)^2 &= \frac{1}{60}, & u: \frac{3}{5} \left(\frac{2}{3}\right)^2 &= \frac{4}{15}, & d: \frac{3}{5} \left(\frac{1}{3}\right)^2 &= \frac{1}{15}, \\ L: \frac{3}{5} \left(\frac{1}{2}\right)^2 &= \frac{3}{20}, & e: \frac{3}{5} (1)^2 &= \frac{3}{5}, & H_u, H_d: \frac{3}{5} \left(\frac{1}{2}\right)^2 &= \frac{3}{20} \end{aligned} \quad (\text{F.9})$$

で与えられ, $(\dots)^2$ はそれぞれの場の弱ハイパーフィールドに対応している. さらに, $SU(2)$ と $SU(3)$ の自由度を考慮に入れて $U(1)$ のディンキンインデックスを計算すると¹⁶

$$\begin{aligned} \sum_i I_1(i) &= \frac{1}{60} \times 6 \times N_g + \frac{4}{15} \times 3 \times N_g + \frac{1}{15} \times 3 \times N_g + \frac{3}{20} \times 2 \times N_g \\ &\quad + \frac{3}{5} \times 1 \times N_g + \frac{3}{20} \times 2 + \frac{3}{20} \times 2 \end{aligned} \quad (\text{F.10})$$

$$= 2 \times N_g + \frac{3}{20} \times 2 = 2N_g + \frac{3}{5} \quad (\text{F.11})$$

となる. 式 (F.10) の右辺 1 項目から順番に Q, u, d, L, e, H_u, H_d による寄与を表しており, N_g は世代数を表す. 本模型では $N_g = 5$ であるので $I_1(i) = 53/5$ となり, 式 (F.7) より, $\beta_{g_1}^{(1)} = (53/5)g_1^3$ が得られ, $b_1 = 53/5$ となる. $SU(2)$ については, カイラル多重項 Q, L, H_u, H_d を考えればよく, これらのディンキンインデックスは $1/2$ である. $SU(3)$ の自由度と世代数を考慮に入れた Q, L, H_u, H_d のディンキンインデックスの寄与の和は

$$\begin{aligned} \sum_i I_2(i) &= \frac{1}{2} \times 3 \times N_g + \frac{1}{2} \times 1 \times N_g + \frac{1}{2} \times 1 \times 1 + \frac{1}{2} \times 1 \times 1 \\ &= \frac{1}{2} (4N_g + 2) \end{aligned} \quad (\text{F.12})$$

で与えられる. $C_2(G) = 2, N_g = 5$ を合わせると, 式 (F.7) より $\beta_{g_2}^{(1)} = 5g_2^3$ となり, $b_2 = 5$ が得られる. $SU(3)$ については, Q, u, d のカイラル多重項からの寄与を考えればよ

¹⁵ $SU(5)$ の生成子を T^I として, $\text{Tr}(T^I T^J) = \frac{1}{2} \delta^{IJ} (I, J = 1, \dots, 24)$ と規格化している.

¹⁶ $SU(2)$ 2 重項は自由度 2, $SU(2)$ 1 重項は自由度 1, $SU(3)$ 3 重項は自由度 3, $SU(3)$ 1 重項は自由度 1 である.

く、それぞれの場のディンキンインデックスが $1/2$ であることと、 $SU(2)$ の自由度を考慮に入れると、 $\sum_i I_3(i) = (1/2) \times 4N_g$ が得られる。 $C_3(G) = 3, N_g = 5$ を考慮に入れると、式 (F.7) より $\beta_{g_3}^{(1)} = g_3^3$ となり、 $b_3 = 1$ が得られる。

以上より、本模型のゲージ結合定数に関する RGE の 1-loop の β 関数の係数 b_i は

$$(b_1, b_2, b_3) = \left(\frac{53}{5}, 5, 1\right) \quad (\text{F.13})$$

で与えられることがわかる。

F.2 湯川結合と μ 項

湯川結合定数と μ 項についての RGE は

$$\frac{d(y_u)_{ij}}{d(\log \mu)} = (\gamma_u \mathbf{y}_u)_{ij} + (\mathbf{y}_u \gamma_Q)_{ij} + \gamma_{H_u} (y_u)_{ij}, \quad (\text{F.14})$$

$$\frac{d(y_d)_{ij}}{d(\log \mu)} = (\gamma_d \mathbf{y}_d)_{ij} + (\mathbf{y}_d \gamma_Q)_{ij} + \gamma_{H_d} (y_d)_{ij}, \quad (\text{F.15})$$

$$\frac{d(y_e)_{ij}}{d(\log \mu)} = (\gamma_e \mathbf{y}_e)_{ij} + (\mathbf{y}_e \gamma_L)_{ij} + \gamma_{H_d} (y_e)_{ij}, \quad (\text{F.16})$$

$$\frac{dy_{\bar{u}}}{d(\log \mu)} = (\gamma_{\bar{u}} + \gamma_{\bar{Q}} + \gamma_{H_d}) y_{\bar{u}}, \quad (\text{F.17})$$

$$\frac{dy_{\bar{d}}}{d(\log \mu)} = (\gamma_{\bar{d}} + \gamma_{\bar{Q}} + \gamma_{H_u}) y_{\bar{d}}, \quad (\text{F.18})$$

$$\frac{dy_{\bar{e}}}{d(\log \mu)} = (\gamma_{\bar{e}} + \gamma_{\bar{L}} + \gamma_{H_u}) y_{\bar{e}}, \quad (\text{F.19})$$

$$\frac{dy_{Q_i}}{d(\log \mu)} = (y_Q \gamma_Q)_i + (\gamma_{\bar{Q}} + \gamma_{\Phi}) y_{Q_i}, \quad (\text{F.20})$$

$$\frac{dy_{u_i}}{d(\log \mu)} = (\gamma_u \mathbf{y}_u)_i + (\gamma_{\bar{u}} + \gamma_{\Phi}) y_{u_i}, \quad (\text{F.21})$$

$$\frac{dy_{d_i}}{d(\log \mu)} = (\gamma_d \mathbf{y}_d)_i + (\gamma_{\bar{d}} + \gamma_{\Phi}) y_{d_i}, \quad (\text{F.22})$$

$$\frac{dy_{L_i}}{d(\log \mu)} = (y_L \gamma_L)_i + (\gamma_{\bar{L}} + \gamma_{\Phi}) y_{L_i}, \quad (\text{F.23})$$

$$\frac{dy_{e_i}}{d(\log \mu)} = (\gamma_e \mathbf{y}_e)_i + (\gamma_{\bar{e}} + \gamma_{\Phi}) y_{e_i}, \quad (\text{F.24})$$

$$\frac{dy}{d(\log \mu)} = 3\gamma_{\Phi} y, \quad (\text{F.25})$$

$$\frac{d\mu_H}{d(\log \mu)} = (\gamma_{H_u} + \gamma_{H_d}) \mu_H, \quad (\text{F.26})$$

$$\frac{dM}{d(\log \mu)} = 2\gamma_{\Phi} M. \quad (\text{F.27})$$

で与えられる. 異常次元 γ はそれぞれ,

$$(\gamma_Q)_{ij} = \frac{1}{16\pi^2} \left[(\mathbf{y}_u^\dagger \mathbf{y}_u + \mathbf{y}_d^\dagger \mathbf{y}_d)_{ij} + y_{Q_i}^* y_{Q_j} - \left(\frac{8}{3} g_3^2 + \frac{3}{2} g_2^2 + \frac{1}{30} g_1^2 \right) \delta_{ij} \right], \quad (\text{F.28})$$

$$(\gamma_u)_{ij} = \frac{1}{16\pi^2} \left[2 (\mathbf{y}_u \mathbf{y}_u^\dagger)_{ij} + y_{u_i} y_{u_j}^* - \left(\frac{8}{3} g_3^2 + \frac{8}{15} g_1^2 \right) \delta_{ij} \right], \quad (\text{F.29})$$

$$(\gamma_d)_{ij} = \frac{1}{16\pi^2} \left[2 (\mathbf{y}_d \mathbf{y}_d^\dagger)_{ij} + y_{d_i} y_{d_j}^* - \left(\frac{8}{3} g_3^2 + \frac{2}{15} g_1^2 \right) \delta_{ij} \right], \quad (\text{F.30})$$

$$(\gamma_L)_{ij} = \frac{1}{16\pi^2} \left[(\mathbf{y}_e^\dagger \mathbf{y}_e)_{ij} + y_{L_i}^* y_{L_j} - \left(\frac{3}{2} g_2^2 + \frac{3}{10} g_1^2 \right) \delta_{ij} \right], \quad (\text{F.31})$$

$$(\gamma_e)_{ij} = \frac{1}{16\pi^2} \left[2 (\mathbf{y}_e^\dagger \mathbf{y}_e)_{ij} + y_{e_i} y_{e_j}^* - \frac{6}{5} g_1^2 \delta_{ij} \right], \quad (\text{F.32})$$

$$\gamma_{\bar{Q}} = \frac{1}{16\pi^2} \left[\sum_i y_{Q_i}^* y_{Q_i} + y_{\bar{u}}^* y_{\bar{u}} + y_{\bar{d}}^* y_{\bar{d}} - \left(\frac{8}{3} g_3^2 + \frac{3}{2} g_2^2 + \frac{1}{30} g_1^2 \right) \right], \quad (\text{F.33})$$

$$\gamma_{\bar{u}} = \frac{1}{16\pi^2} \left[\sum_i y_{u_i}^* y_{u_i} + 2y_{\bar{u}}^* y_{\bar{u}} - \left(\frac{8}{3} g_3^2 + \frac{8}{15} g_1^2 \right) \right], \quad (\text{F.34})$$

$$\gamma_{\bar{d}} = \frac{1}{16\pi^2} \left[\sum_i y_{d_i}^* y_{d_i} + 2y_{\bar{d}}^* y_{\bar{d}} - \left(\frac{8}{3} g_3^2 + \frac{2}{15} g_1^2 \right) \right], \quad (\text{F.35})$$

$$\gamma_{\bar{L}} = \frac{1}{16\pi^2} \left[\sum_i y_{L_i}^* y_{L_i} + y_{\bar{e}}^* y_{\bar{e}} - \left(\frac{3}{2} g_2^2 + \frac{3}{10} g_1^2 \right) \right], \quad (\text{F.36})$$

$$\gamma_{\bar{e}} = \frac{1}{16\pi^2} \left[\sum_i y_{e_i}^* y_{e_i} + 2y_{\bar{e}}^* y_{\bar{e}} - \frac{6}{5} g_1^2 \right], \quad (\text{F.37})$$

$$\gamma_{H_u} = \frac{1}{16\pi^2} \left[3 \text{Tr} (\mathbf{y}_u \mathbf{y}_u^\dagger) + 3y_{\bar{d}}^* y_{\bar{d}} + y_{\bar{e}}^* y_{\bar{e}} - \left(\frac{3}{2} g_2^2 + \frac{3}{10} g_1^2 \right) \right], \quad (\text{F.38})$$

$$\gamma_{H_d} = \frac{1}{16\pi^2} \left[\text{Tr} (3\mathbf{y}_d \mathbf{y}_d^\dagger + \mathbf{y}_e \mathbf{y}_e^\dagger) + 3y_{\bar{u}}^* y_{\bar{u}} - \left(\frac{3}{2} g_2^2 + \frac{3}{10} g_1^2 \right) \right], \quad (\text{F.39})$$

$$\gamma_{\Phi} = \frac{1}{16\pi^2} \left[\sum_i (6y_{Q_i}^* y_{Q_i} + 3y_{u_i}^* y_{u_i} + 3y_{d_i}^* y_{d_i} + 2y_{L_i}^* y_{L_i} + y_{e_i}^* y_{e_i}) + y^* y \right] \quad (\text{F.40})$$

である.

F.3 A パラメータと B パラメータ

A パラメータと B パラメータの RGE は

$$\frac{d(\mathbf{a}_u)_{ij}}{d(\log \mu)} = (\gamma_u \mathbf{a}_u)_{ij} + (\mathbf{a}_u \gamma_Q)_{ij} + \gamma_{H_u} (a_u)_{ij} + 2(\tilde{\gamma}_u \mathbf{y}_u)_{ij} + 2(\mathbf{y}_u \tilde{\gamma}_Q)_{ij} + 2\tilde{\gamma}_{H_u} (y_u)_{ij}, \quad (\text{F.41})$$

$$\frac{d(\mathbf{a}_d)_{ij}}{d(\log \mu)} = (\gamma_d \mathbf{a}_d)_{ij} + (\mathbf{a}_d \gamma_Q)_{ij} + \gamma_{H_d} (a_d)_{ij} + 2(\tilde{\gamma}_d \mathbf{y}_d)_{ij} + 2(\mathbf{y}_d \tilde{\gamma}_Q)_{ij} + 2\tilde{\gamma}_{H_d} (y_d)_{ij}, \quad (\text{F.42})$$

$$\frac{d(\mathbf{a}_e)_{ij}}{d(\log \mu)} = (\gamma_e \mathbf{a}_e)_{ij} + (\mathbf{a}_e \gamma_L)_{ij} + \gamma_{H_d} (a_e)_{ij} + 2(\tilde{\gamma}_e \mathbf{y}_e)_{ij} + 2(\mathbf{y}_e \tilde{\gamma}_L)_{ij} + 2\tilde{\gamma}_{H_d} (y_e)_{ij}, \quad (\text{F.43})$$

$$\frac{da_{\bar{u}}}{d(\log \mu)} = (\gamma_{\bar{u}} + \gamma_{\bar{Q}} + \gamma_{H_d}) y_{\bar{u}} + 2(\tilde{\gamma}_{\bar{u}} + \tilde{\gamma}_{\bar{Q}} + \tilde{\gamma}_{H_d}) a_{\bar{u}}, \quad (\text{F.44})$$

$$\frac{da_{\bar{d}}}{d(\log \mu)} = (\gamma_{\bar{d}} + \gamma_{\bar{Q}} + \gamma_{H_u}) y_{\bar{d}} + 2(\tilde{\gamma}_{\bar{d}} + \tilde{\gamma}_{\bar{Q}} + \tilde{\gamma}_{H_u}) a_{\bar{d}}, \quad (\text{F.45})$$

$$\frac{da_{\bar{e}}}{d(\log \mu)} = (\gamma_{\bar{e}} + \gamma_{\bar{L}} + \gamma_{H_u}) y_{\bar{e}} + 2(\tilde{\gamma}_{\bar{e}} + \tilde{\gamma}_{\bar{L}} + \tilde{\gamma}_{H_u}) a_{\bar{e}}, \quad (\text{F.46})$$

$$\frac{dA_{Q_i}}{d(\log \mu)} = (A_Q \gamma_Q)_i + (\gamma_{\bar{Q}} + \gamma_{\Phi}) A_{Q_i} + 2(y_Q \tilde{\gamma}_Q)_i + 2(\tilde{\gamma}_{\bar{Q}} + \tilde{\gamma}_{\Phi}) y_{Q_i}, \quad (\text{F.47})$$

$$\frac{dA_{Q_i}}{d(\log \mu)} = (\gamma_u A_u)_i + (\gamma_{\bar{u}} + \gamma_{\Phi}) A_{u_i} + 2(\tilde{\gamma}_u y_u)_i + 2(\tilde{\gamma}_{\bar{u}} + \tilde{\gamma}_{\Phi}) y_{u_i}, \quad (\text{F.48})$$

$$\frac{dA_{d_i}}{d(\log \mu)} = (\gamma_d A_Q)_i + (\gamma_{\bar{d}} + \gamma_{\Phi}) A_{d_i} + 2(\tilde{\gamma}_d y_d)_i + 2(\tilde{\gamma}_{\bar{d}} + \tilde{\gamma}_{\Phi}) y_{d_i}, \quad (\text{F.49})$$

$$\frac{dA_{L_i}}{d(\log \mu)} = (A_Q \gamma_L)_i + (\gamma_{\bar{L}} + \gamma_{\Phi}) A_{L_i} + 2(y_L \tilde{\gamma}_L)_i + 2(\tilde{\gamma}_{\bar{L}} + \tilde{\gamma}_{\Phi}) y_{L_i}, \quad (\text{F.50})$$

$$\frac{dA_{e_i}}{d(\log \mu)} = (\gamma_e A_Q)_i + (\gamma_{\bar{e}} + \gamma_{\Phi}) A_{e_i} + 2(\tilde{\gamma}_e y_e)_i + 2(\tilde{\gamma}_{\bar{e}} + \tilde{\gamma}_{\Phi}) y_{e_i}, \quad (\text{F.51})$$

$$\frac{dA_y}{d(\log \mu)} = 3\gamma_{\Phi} A_y + 6\tilde{\gamma}_{\Phi} y, \quad (\text{F.52})$$

$$\frac{db_H}{d(\log \mu)} = (\gamma_{H_u} + \gamma_{H_d}) b_H + 2(\tilde{\gamma}_{H_u} + \tilde{\gamma}_{H_d}) \mu_H, \quad (\text{F.53})$$

$$\frac{db_M}{d(\log \mu)} = 2\gamma_{\Phi} b_M + 4\tilde{\gamma}_{\Phi} M, \quad (\text{F.54})$$

で与えられ, $\tilde{\gamma}$ の定義はそれぞれ,

$$(\tilde{\gamma}_Q)_{ij} = \frac{1}{16\pi^2} \left[(\mathbf{y}_u^\dagger \mathbf{a}_u + \mathbf{y}_d^\dagger \mathbf{a}_d)_{ij} + y_{Q_i}^* A_{Q_j} + \left(\frac{8}{3} g_3^2 M_3 + \frac{3}{2} g_2^2 M_2 + \frac{1}{30} g_1^2 M_1 \right) \delta_{ij} \right], \quad (\text{F.55})$$

$$(\tilde{\gamma}_u)_{ij} = \frac{1}{16\pi^2} \left[2 (\mathbf{a}_u \mathbf{y}_u^\dagger)_{ij} + A_{u_i} y_{u_j}^* + \left(\frac{8}{3} g_3^2 M_3 + \frac{8}{15} g_1^2 M_1 \right) \delta_{ij} \right], \quad (\text{F.56})$$

$$(\tilde{\gamma}_d)_{ij} = \frac{1}{16\pi^2} \left[2 (\mathbf{a}_d \mathbf{y}_d^\dagger)_{ij} + A_{d_i} y_{d_j}^* + \left(\frac{8}{3} g_3^2 M_3 + \frac{2}{15} g_1^2 M_1 \right) \delta_{ij} \right], \quad (\text{F.57})$$

$$(\tilde{\gamma}_L)_{ij} = \frac{1}{16\pi^2} \left[(\mathbf{y}_e^\dagger \mathbf{a}_e)_{ij} + y_{L_i}^* A_{L_j} + \left(\frac{3}{2} g_2^2 M_2 + \frac{3}{10} g_1^2 M_1 \right) \delta_{ij} \right], \quad (\text{F.58})$$

$$(\tilde{\gamma}_e)_{ij} = \frac{1}{16\pi^2} \left[2 (\mathbf{a}_e^\dagger \mathbf{y}_e)_{ij} + A_{e_i} y_{e_j}^* + \frac{6}{5} g_1^2 M_1 \delta_{ij} \right], \quad (\text{F.59})$$

$$\tilde{\gamma}_Q = \frac{1}{16\pi^2} \left(\sum_i y_{Q_i}^* A_{Q_i} + y_{\bar{u}}^* a_{\bar{u}} + y_{\bar{d}}^* a_{\bar{d}} + \frac{8}{3} g_3^2 M_3 + \frac{3}{2} g_2^2 M_2 + \frac{1}{30} g_1^2 M_1 \right), \quad (\text{F.60})$$

$$\tilde{\gamma}_{\bar{u}} = \frac{1}{16\pi^2} \left(\sum_i y_{u_i}^* A_{u_i} + 2y_{\bar{u}}^* a_{\bar{u}} + \frac{8}{3} g_3^2 M_3 + \frac{8}{15} g_1^2 M_1 \right), \quad (\text{F.61})$$

$$\tilde{\gamma}_{\bar{d}} = \frac{1}{16\pi^2} \left(\sum_i y_{d_i}^* A_{d_i} + 2y_{\bar{d}}^* a_{\bar{d}} + \frac{8}{3} g_3^2 M_3 + \frac{2}{15} g_1^2 M_1 \right), \quad (\text{F.62})$$

$$\tilde{\gamma}_{\bar{L}} = \frac{1}{16\pi^2} \left(\sum_i y_{L_i}^* A_{L_i} + y_{\bar{e}}^* a_{\bar{e}} + \frac{3}{2} g_2^2 M_2 + \frac{3}{10} g_1^2 M_1 \right), \quad (\text{F.63})$$

$$\tilde{\gamma}_{\bar{e}} = \frac{1}{16\pi^2} \left(\sum_i y_{e_i}^* A_{e_i} + 2y_{\bar{e}}^* a_{\bar{e}} + \frac{6}{5} g_1^2 M_1 \right), \quad (\text{F.64})$$

$$\tilde{\gamma}_{H_u} = \frac{1}{16\pi^2} \left[3 \text{Tr} (\mathbf{a}_u \mathbf{y}_u^\dagger) + 3y_{\bar{d}}^* a_{\bar{d}} + y_{\bar{e}}^* a_{\bar{e}} + \frac{3}{2} g_2^2 M_2 + \frac{3}{10} g_1^2 M_1 \right], \quad (\text{F.65})$$

$$\tilde{\gamma}_{H_d} = \frac{1}{16\pi^2} \left[\text{Tr} (3\mathbf{a}_d \mathbf{y}_d^\dagger + \mathbf{a}_e \mathbf{y}_e^\dagger) + 3y_{\bar{u}}^* a_{\bar{u}} + \frac{3}{2} g_2^2 M_2 + \frac{3}{10} g_1^2 M_1 \right], \quad (\text{F.66})$$

$$\tilde{\gamma}_\Phi = \frac{1}{16\pi^2} \left[\sum_i (6y_{Q_i}^* A_{Q_i} + 3y_{u_i}^* A_{u_i} + 3y_{d_i}^* A_{d_i} + 2y_{L_i}^* A_{L_i} + y_{e_i}^* A_{e_i}) + y^* A_y \right] \quad (\text{F.67})$$

である。

F.4 Soft scalar mass

Soft scalar mass の RGE に関しては、式を見やすくするため次のような関数を定義する。それらは、

$$f(x_1, x_2, x_3; y; z) = \frac{1}{16\pi^2} (x_1 y y^\dagger + y y^\dagger x_1 + y x_2 y^\dagger + x_3 y y^\dagger + z z^\dagger), \quad (\text{F.68})$$

$$g(a, b, c) = \frac{1}{16\pi^2} \left(\frac{32a}{3} g_3^2 |M_3|^2 + 6b g_2^2 |M_2|^2 + \frac{2c^2}{15} g_1^2 |M_1|^2 \right) - \frac{c}{80\pi^2} g_1^2 S, \quad (\text{F.69})$$

$$S = \text{Tr} (\mathbf{m}_Q^2 - 2\mathbf{m}_u^2 + \mathbf{m}_d^2 - \mathbf{m}_L^2 + \mathbf{m}_e^2) + m_{H_u}^2 - m_{H_d}^2 - m_Q^2 + 2m_u^2 - m_d^2 + m_L^2 - m_e^2, \quad (\text{F.70})$$

である。\$x_{1,2,3}\$ は一般的に soft scalar mass を表し、\$y\$ と \$z\$ はそれぞれ湯川結合定数と \$A\$ パラメータを表している。Soft scalar mass の RGE は、

$$\frac{d\mathbf{m}_Q^2}{d(\log \mu)} = \sum_{x=u,d} f(\mathbf{m}_Q^2, \mathbf{m}_x^2, m_{H_x}^2; \mathbf{y}_u^\dagger; \mathbf{a}_u^\dagger) + f(\mathbf{m}_Q^2, m_Q^2, m_\Phi^2; y_Q; A_Q) - g(1, 1, 1), \quad (\text{F.71})$$

$$\frac{d\mathbf{m}_u^2}{d(\log \mu)} = 2f(\mathbf{m}_u^2, \mathbf{m}_Q^2, m_{H_u}^2; \mathbf{y}_u; \mathbf{a}_u) + f(\mathbf{m}_u^2, m_u^2, m_\Phi^2; y_u; A_u) - g(1, 0, -4), \quad (\text{F.72})$$

$$\frac{d\mathbf{m}_d^2}{d(\log \mu)} = 2f(\mathbf{m}_d^2, \mathbf{m}_Q^2, m_{H_d}^2; \mathbf{y}_d; \mathbf{a}_d) + f(\mathbf{m}_d^2, m_d^2, m_\Phi^2; y_d; A_d) - g(1, 0, 2), \quad (\text{F.73})$$

$$\frac{d\mathbf{m}_L^2}{d(\log \mu)} = f(\mathbf{m}_L^2, \mathbf{m}_e^2, m_{H_d}^2; \mathbf{y}_e^\dagger; \mathbf{a}_e^\dagger) + f(\mathbf{m}_L^2, m_L^2, m_\Phi^2; y_L; A_L) - g(0, 1, -3), \quad (\text{F.74})$$

$$\frac{d\mathbf{m}_e^2}{d(\log \mu)} = 2f(\mathbf{m}_e^2, \mathbf{m}_L^2, m_{H_d}^2; \mathbf{y}_e; \mathbf{a}_e) + f(\mathbf{m}_e^2, m_e^2, m_\Phi^2; y_e; A_e) - g(0, 0, 6), \quad (\text{F.75})$$

$$\begin{aligned} \frac{dm_Q^2}{d(\log \mu)} &= f(m_Q^2, m_u^2, m_{H_d}^2; y_u^*; a_u^*) + f(m_Q^2, m_d^2, m_{H_u}^2; y_d^*; a_d^*) \\ &\quad + f(m_Q^2, \mathbf{m}_Q^2, m_\Phi^2; y_Q; A_Q) - g(1, 1, -1), \end{aligned} \quad (\text{F.76})$$

$$\frac{dm_u^2}{d(\log \mu)} = 2f(m_Q^2, m_u^2, m_{H_d}^2; y_u; a_u) + f(m_u^2, \mathbf{m}_u^2, m_\Phi^2; y_u; A_u) - g(1, 0, 4), \quad (\text{F.77})$$

$$\frac{dm_d^2}{d(\log \mu)} = 2f(m_Q^2, m_d^2, m_{H_u}^2; y_d; a_d) + f(m_d^2, \mathbf{m}_d^2, m_\Phi^2; y_d; A_d) - g(1, 0, -2), \quad (\text{F.78})$$

$$\frac{dm_L^2}{d(\log \mu)} = f(m_L^2, m_e^2, m_{H_u}^2; y_e^*; a_e^*) + f(m_L^2, \mathbf{m}_L^2, m_\Phi^2; y_L; A_L) - g(0, 1, 3), \quad (\text{F.79})$$

$$\frac{dm_{\bar{e}}^2}{d(\log \mu)} = 2f(m_{\bar{L}}^2, m_{\bar{e}}^2, m_{H_u}^2; y_{\bar{e}}; a_{\bar{e}}) + f(m_{\bar{e}}^2, \mathbf{m}_e^2, m_{\Phi}^2; y_e; A_e) - g(0, 0, -6), \quad (\text{F.80})$$

$$\begin{aligned} \frac{dm_{H_u}^2}{d(\log \mu)} &= \text{Tr} [3f(\mathbf{m}_Q^2, \mathbf{m}_u^2, m_{H_u}^2; \mathbf{y}_u^\dagger; \mathbf{a}_u^\dagger)] + 3f(m_Q^2, m_d^2, m_{H_u}^2; y_d^*; a_d^*) \\ &\quad + f(m_{\bar{L}}^2, m_{\bar{e}}^2, m_{H_u}^2; y_{\bar{e}}^*; a_{\bar{e}}^*) - g(0, 1, 3), \end{aligned} \quad (\text{F.81})$$

$$\begin{aligned} \frac{dm_{H_d}^2}{d(\log \mu)} &= \text{Tr} [3f(\mathbf{m}_Q^2, \mathbf{m}_d^2, m_{H_d}^2; \mathbf{y}_d^\dagger; \mathbf{a}_d^\dagger) + f(\mathbf{m}_L^2, \mathbf{m}_e^2, m_{H_d}^2; \mathbf{y}_e^\dagger; \mathbf{a}_e^\dagger)] \\ &\quad + 3f(m_Q^2, m_{\bar{u}}^2, m_{H_d}^2; y_{\bar{u}}^*; a_{\bar{u}}^*) - g(0, 1, -3), \end{aligned} \quad (\text{F.82})$$

$$\begin{aligned} \frac{dm_{\Phi}^2}{d(\log \mu)} &= 12f(m_Q^2, \mathbf{m}_Q^2, m_{\Phi}^2; y_Q; A_Q) + 6f(m_{\bar{u}}^2, \mathbf{m}_u^2, m_{\Phi}^2; y_u; A_u) \\ &\quad + 6f(m_d^2, \mathbf{m}_d^2, m_{\Phi}^2; y_d; A_d) + 4f(m_{\bar{L}}^2, \mathbf{m}_L^2, m_{\Phi}^2; y_L; A_L) \\ &\quad + 2f(m_{\bar{e}}^2, \mathbf{m}_e^2, m_{\Phi}^2; y_e; A_e) + f(m_{\Phi}^2, m_{\Phi}^2, m_{\Phi}^2; y; A_y) \end{aligned} \quad (\text{F.83})$$

で与えられる.

付録G 本模型におけるスカラーフェルミオンの質量行列

本模型での物質場については第5世代目まで存在するので、クォーク、レプトンの質量行列は式 (6.8), (6.9), (6.10) にあるように m_u, m_d, m_e の 5×5 行列で与えられる. スクォークや荷電スレプトンの2乗質量行列 M_u^2, M_d^2, M_e^2 はそれぞれ 10×10 行列, ニュートリノの2乗質量行列 M_ν^2 は 5×5 行列で与えられ, それらは

$$M_u^2 = \begin{pmatrix} m_u^\dagger m_u & 0 \\ 0 & m_u m_u^\dagger \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} m_{\bar{u}LL}^2 & m_{\bar{u}LR}^2 \\ m_{\bar{u}RL}^2 & m_{\bar{u}RR}^2 \end{pmatrix}, \quad (\text{G.1})$$

$$M_d^2 = \begin{pmatrix} m_d^\dagger m_d & 0 \\ 0 & m_d m_d^\dagger \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} m_{\bar{d}LL}^2 & m_{\bar{d}LR}^2 \\ m_{\bar{d}RL}^2 & m_{\bar{d}RR}^2 \end{pmatrix}, \quad (\text{G.2})$$

$$M_e^2 = \begin{pmatrix} m_e^\dagger m_e & 0 \\ 0 & m_e m_e^\dagger \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} m_{\bar{e}LL}^2 & m_{\bar{e}LR}^2 \\ m_{\bar{e}RL}^2 & m_{\bar{e}RR}^2 \end{pmatrix}, \quad (\text{G.3})$$

$$M_\nu^2 = m_{\bar{\nu}LL}^2 d \quad (\text{G.4})$$

である. それぞれの式の中で, 第 2 項目の行列の対角成分と式 (G.4) の $m_{\nu_{LL}}^2$ は, soft scalar mass と D -term によって与えられ, それらは

$$m_{\tilde{u}_{LL}}^2 = \begin{array}{c} \tilde{u}_{1L} \\ \vdots \\ \tilde{u}_{4L} \\ \tilde{u}_{5L} \end{array} \begin{pmatrix} \tilde{u}_{1L} & \cdots & \tilde{u}_{4L} & \tilde{u}_{5L} \\ & \mathbf{m}_Q^2 + \Delta_{\frac{1}{2}, \frac{2}{3}} & & 0 \\ & 0 & & m_u^2 + \Delta_{0, -\frac{2}{3}} \end{pmatrix}, \quad (\text{G.5})$$

$$m_{\tilde{u}_{RR}}^2 = \begin{array}{c} \tilde{u}_{1R} \\ \vdots \\ \tilde{u}_{4R} \\ \tilde{u}_{5R} \end{array} \begin{pmatrix} \tilde{u}_{1R} & \cdots & \tilde{u}_{4R} & \tilde{u}_{5R} \\ & \mathbf{m}_u^2 + \Delta_{0, \frac{2}{3}} & & 0 \\ & 0 & & m_Q^2 + \Delta_{-\frac{1}{2}, -\frac{2}{3}} \end{pmatrix}, \quad (\text{G.6})$$

$$m_{\tilde{d}_{LL}}^2 = \begin{array}{c} \tilde{d}_{1L} \\ \vdots \\ \tilde{d}_{4L} \\ \tilde{d}_{5L} \end{array} \begin{pmatrix} \tilde{d}_{1L} & \cdots & \tilde{d}_{4L} & \tilde{d}_{5L} \\ & \mathbf{m}_Q^2 + \Delta_{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}} & & 0 \\ & 0 & & m_d^2 + \Delta_{0, \frac{1}{3}} \end{pmatrix}, \quad (\text{G.7})$$

$$m_{\tilde{d}_{RR}}^2 = \begin{array}{c} \tilde{d}_{1R} \\ \vdots \\ \tilde{d}_{4R} \\ \tilde{d}_{5R} \end{array} \begin{pmatrix} \tilde{d}_{1R} & \cdots & \tilde{d}_{4R} & \tilde{d}_{5R} \\ & \mathbf{m}_d^2 + \Delta_{0, -\frac{1}{3}} & & 0 \\ & 0 & & m_Q^2 + \Delta_{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}} \end{pmatrix}, \quad (\text{G.8})$$

$$m_{\tilde{e}_{LL}}^2 = \begin{array}{c} \tilde{e}_{1L} \\ \vdots \\ \tilde{e}_{4L} \\ \tilde{e}_{5L} \end{array} \begin{pmatrix} \tilde{e}_{1L} & \cdots & \tilde{e}_{4L} & \tilde{e}_{5L} \\ & \mathbf{m}_L^2 + \Delta_{-\frac{1}{2}, -1} & & 0 \\ & 0 & & m_e^2 + \Delta_{0, 1} \end{pmatrix}, \quad (\text{G.9})$$

$$m_{\tilde{e}_{RR}}^2 = \begin{array}{c} \tilde{e}_{1R} \\ \vdots \\ \tilde{e}_{4R} \\ \tilde{e}_{5R} \end{array} \begin{pmatrix} \tilde{e}_{1R} & \cdots & \tilde{e}_{4R} & \tilde{e}_{5R} \\ & \mathbf{m}_e^2 + \Delta_{0, -1} & & 0 \\ & 0 & & m_L^2 + \Delta_{\frac{1}{2}, 1} \end{pmatrix}, \quad (\text{G.10})$$

$$m_{\tilde{\nu}_{LL}}^2 = \begin{matrix} \tilde{\nu}_{1L} \\ \vdots \\ \tilde{\nu}_{4L} \\ \tilde{\nu}_{5L} \end{matrix} \begin{pmatrix} \tilde{\nu}_{1L} & \cdots & \tilde{\nu}_{4L} & \tilde{\nu}_{5L} \\ & \mathbf{m}_L^2 + \Delta_{\frac{1}{2},0} & & \\ & & 0 & \\ & & & m_L^2 + \Delta_{\frac{1}{2},0} \end{pmatrix} \quad (\text{G.11})$$

である. ここで, $\Delta_{T_3,q} = (T_3 - q \sin^2 \theta_W) \cos(2\beta) m_Z^2$ であり, T_3 と q はそれぞれ SU(2) のアイソスピンと U(1) 電荷を表している. 式 (G.1)-(G.3) の中で, 第 2 項目の非対角成分の部分はスーパーポテンシャルと A パラメータによって与えられ, それらは

$$m_{\tilde{u}_{RL}}^2 = (m_{\tilde{u}_{LR}}^2)^\dagger = \begin{matrix} \tilde{u}_{1R} \\ \vdots \\ \tilde{u}_{4R} \\ \tilde{u}_{5R} \end{matrix} \begin{pmatrix} \tilde{u}_{1L} & \cdots & \tilde{u}_{4L} & \tilde{u}_{5L} \\ & \mathbf{a}_{u_{ij}} v_u - \mu_H^* \mathbf{y}_{u_{ij}} v_d & A_{u_i} V + Y_{u_i} Y^* |V|^2 & \\ & & & \\ & A_{Q_i} V + Y_{Q_i} Y^* |V|^2 & a_{\bar{u}} v_d - \mu_H y_{\bar{u}} v_u & \end{pmatrix}, \quad (\text{G.12})$$

$$m_{\tilde{d}_{RL}}^2 = (m_{\tilde{d}_{LR}}^2)^\dagger = \begin{matrix} \tilde{d}_{1R} \\ \vdots \\ \tilde{d}_{4R} \\ \tilde{d}_{5R} \end{matrix} \begin{pmatrix} \tilde{d}_{1L} & \cdots & \tilde{d}_{4L} & \tilde{d}_{5L} \\ & \mathbf{a}_{d_{ij}} v_d - \mu_H^* \mathbf{y}_{d_{ij}} v_u & A_{d_i} V + Y_{d_i} Y^* |V|^2 & \\ & & & \\ & A_{Q_i} V + Y_{Q_i} Y^* |V|^2 & a_{\bar{d}} v_u - \mu_H y_{\bar{d}} v_d & \end{pmatrix}, \quad (\text{G.13})$$

$$m_{\tilde{e}_{RL}}^2 = (m_{\tilde{e}_{LR}}^2)^\dagger = \begin{matrix} \tilde{e}_{1R} \\ \vdots \\ \tilde{e}_{4R} \\ \tilde{e}_{5R} \end{matrix} \begin{pmatrix} \tilde{e}_{1L} & \cdots & \tilde{e}_{4L} & \tilde{e}_{5L} \\ & \mathbf{a}_{e_{ij}} v_d - \mu_H^* \mathbf{y}_{e_{ij}} v_u & A_{e_i} V + Y_{e_i} Y^* |V|^2 & \\ & & & \\ & A_{L_i} V + Y_{L_i} Y^* |V|^2 & a_{\bar{e}} v_u - \mu_H y_{\bar{e}} v_d & \end{pmatrix} \quad (\text{G.14})$$

である.

付録H 暗黒物質の対消滅断面積

この付録では, 暗黒物質の残存量を計算するために必要な, 式 (7.38) の a と b の具体的な表式について示す. a と b は次のような方法で計算を行った. まず図 7.2 にあるように, 暗黒物質が, スフェルミオン (\tilde{f}_α) を介して SM のフェルミオン (f_i) に対消滅する過程を考える. SM のフェルミオンについてはトップクォーク以外を考える. 次に t, u チャネル

の過程で与えられる散乱振幅の 2 乗, つまり対消滅断面積 σ_{ann} を計算する. 最後に, 文献 [96] に従って, $\langle \sigma_{\text{ann}} v_{\text{rel}} \rangle = a + b/x_F$ の熱平均された対消滅断面積を計算する. 終状態の SM フェルミオンの質量が暗黒物質の質量に比べて十分小さい極限において, a と b はそれぞれ,

$$\begin{aligned} a &= a^0, \\ b &= -3a_0 + b_0 \end{aligned} \quad (\text{H.1})$$

と書くことができ, a_0 と b_0 は

$$a_0 = \frac{m_{\chi\Phi}^2}{2^5\pi} \left[\sum_{\alpha,\beta,i,j} \frac{(O_{Ri\alpha}O_{Rj\beta} + O_{Li\alpha}O_{Lj\beta})^2}{\Delta_{\tilde{f}_\alpha} \Delta_{\tilde{f}_\beta}} - \sum_{\alpha,\beta,i,j} \frac{O_{Ri\alpha}^2 O_{Rj\beta}^2 + O_{Li\alpha}^2 O_{Lj\beta}^2}{\Delta_{\tilde{f}_\alpha} \Delta_{\tilde{f}_\beta}} \right], \quad (\text{H.2})$$

$$b_0 = \frac{m_{\chi\Phi}^2}{2^5\pi} \sum_{\alpha,\beta,i,j} \frac{O_{Ri\alpha}O_{Rj\beta}O_{Li\alpha}O_{Lj\beta}}{\Delta_{\tilde{f}_\alpha}^3 \Delta_{\tilde{f}_\beta}^3} \times \quad (\text{H.3})$$

$$\begin{aligned} & \left\{ \Delta_{\tilde{f}_\alpha} \Delta_{\tilde{f}_\beta} \left(2m_{\chi\Phi}^4 + 10m_{\chi\Phi}^2 m_{\tilde{f}_\alpha}^2 - 30m_{\chi\Phi}^2 m_{\tilde{f}_\beta}^2 - 30m_{\tilde{f}_\alpha}^2 m_{\tilde{f}_\beta}^2 \right) + 12m_{\chi\Phi}^8 - 2m_{\chi\Phi}^6 m_{\tilde{f}_\alpha}^2 \right. \\ & + m_{\chi\Phi}^6 m_{\tilde{f}_\beta}^2 - 16m_{\chi\Phi}^4 m_{\tilde{f}_\alpha}^4 + m_{\chi\Phi}^4 m_{\tilde{f}_\beta}^4 - 4m_{\chi\Phi}^4 m_{\tilde{f}_\alpha}^2 m_{\tilde{f}_\beta}^2 - 13m_{\chi\Phi}^2 m_{\tilde{f}_\alpha}^4 m_{\tilde{f}_\beta}^2 + 3m_{\chi\Phi}^2 m_{\tilde{f}_\alpha}^2 m_{\tilde{f}_\beta}^4 \\ & \left. + 2m_{\tilde{f}_\alpha}^4 m_{\tilde{f}_\beta}^4 \right\} \\ & + \frac{m_{\chi\Phi}^2}{2^5\pi} \sum_{\alpha,\beta,i,j} \frac{(O_{Ri\alpha}O_{Rj\beta} + O_{Li\alpha}O_{Lj\beta})^2}{\Delta_{\tilde{f}_\alpha}^3 \Delta_{\tilde{f}_\beta}^3} \times \\ & \left\{ -24\Delta_{\tilde{f}_\alpha} \Delta_{\tilde{f}_\beta} (m_{\chi\Phi}^4 - m_{\tilde{f}_\alpha}^2 m_{\tilde{f}_\beta}^2) + 10m_{\chi\Phi}^8 + 6m_{\chi\Phi}^6 m_{\tilde{f}_\alpha}^2 + 6m_{\chi\Phi}^6 m_{\tilde{f}_\beta}^2 - 26m_{\chi\Phi}^4 m_{\tilde{f}_\alpha}^2 m_{\tilde{f}_\beta}^2 \right. \\ & + 4m_{\chi\Phi}^4 m_{\tilde{f}_\alpha}^4 + 4m_{\chi\Phi}^4 m_{\tilde{f}_\beta}^4 - 8m_{\chi\Phi}^2 m_{\tilde{f}_\alpha}^4 m_{\tilde{f}_\beta}^2 - 8m_{\chi\Phi}^2 m_{\tilde{f}_\alpha}^2 m_{\tilde{f}_\beta}^4 \left. \right\} \\ & + \frac{m_{\chi\Phi}^2}{2^5\pi} \sum_{\alpha,\beta,i,j} \frac{(O_{Ri\alpha}^2 O_{Rj\beta}^2 + O_{Li\alpha}^2 O_{Lj\beta}^2)}{\Delta_{\tilde{f}_\alpha}^3 \Delta_{\tilde{f}_\beta}^3} \times \\ & \left\{ \Delta_{\tilde{f}_\alpha} \Delta_{\tilde{f}_\beta} (3m_{\chi\Phi}^4 + 2m_{\chi\Phi}^2 m_{\tilde{f}_\alpha}^2 + m_{\chi\Phi}^2 m_{\tilde{f}_\beta}^2 - 2m_{\tilde{f}_\alpha}^2 m_{\tilde{f}_\beta}^2) - 16m_{\chi\Phi}^8 - 16m_{\chi\Phi}^6 m_{\tilde{f}_\alpha}^2 \right. \\ & \left. - 16m_{\chi\Phi}^6 m_{\tilde{f}_\beta}^2 - 8m_{\chi\Phi}^4 m_{\tilde{f}_\alpha}^4 - 8m_{\chi\Phi}^4 m_{\tilde{f}_\beta}^4 \right\} \end{aligned}$$

となる. ここで, $\Delta_{\tilde{f}_{\alpha,\beta}} \equiv m_{\chi\Phi}^2 + m_{\tilde{f}_{\alpha,\beta}}^2$ であり, 添字 i, j はトップクォーク以外の SM フェルミオン対応しており, α と β の添字は, 暗黒物質の対消滅の際の中間状態であるスフェルミオンに対応している. a と b の暗黒物質とスフェルミオン質量に対する依存性はおおよそ

$$a, b \sim \frac{O^4}{m_{\tilde{f}}^2} \frac{m_{\chi\Phi}^2}{m_{\tilde{f}}^2} \sim \frac{y^4}{m_{\tilde{f}}^2} \frac{m_{\chi\Phi}^2}{m_{\tilde{f}}^2} \quad (\text{H.4})$$

となっており, O は暗黒物質とスフェルミオンとの結合, y はそれらの湯川結合を表している.

参考文献

- [1] H. Georgi and S. L. Glashow. Unity of All Elementary Particle Forces. *Phys. Rev. Lett.*, 32:438–441, 1974.
- [2] N. Sakai. Naturalness in Supersymmetric Guts. *Z. Phys.*, C11:153, 1981.
- [3] Savas Dimopoulos and Howard Georgi. Softly Broken Supersymmetry and SU(5). *Nucl. Phys.*, B193:150–162, 1981.
- [4] Stephen P. Martin. A Supersymmetry primer. 1997. [Adv. Ser. Direct. High Energy Phys.18,1(1998)].
- [5] P. A. R. Ade et al. Planck 2015 results. XIII. Cosmological parameters. *Astron. Astrophys.*, 594:A13, 2016.
- [6] C. Patrignani et al. Review of Particle Physics. *Chin. Phys.*, C40(10):100001, 2016.
- [7] Jens Erler and Paul Langacker. Precision Constraints on Extra Fermion Generations. *Phys. Rev. Lett.*, 105:031801, 2010.
- [8] J. Beringer et al. Review of Particle Physics (RPP). *Phys. Rev.*, D86:010001, 2012.
- [9] X. Ruan and Z. Zhang. Impact on the Higgs Production Cross Section and Decay Branching Fractions of Heavy Quarks and Leptons in a Fourth Generation Model. 2011.
- [10] John F. Gunion. Ruling Out A 4th Generation Using Limits on Hadron Collider Higgs Signals. 2011.
- [11] Gang Guo, Bo Ren, and Xiao-Gang He. LHC Evidence Of A 126 GeV Higgs Boson From $H \rightarrow \gamma\gamma$ With Three And Four Generations. 2011.
- [12] Otto Eberhardt, Geoffrey Herbert, Heiko Lacker, Alexander Lenz, Andreas Menzel, Ulrich Nierste, and Martin Wiebusch. Impact of a Higgs boson at a mass of 126 GeV on the standard model with three and four fermion generations. *Phys. Rev. Lett.*, 109:241802, 2012.

- [13] Otto Eberhardt, Alexander Lenz, Andreas Menzel, Ulrich Nierste, and Martin Wiebusch. Status of the fourth fermion generation before ICHEP2012: Higgs data and electroweak precision observables. *Phys. Rev.*, D86:074014, 2012.
- [14] Eric Kuflik, Yosef Nir, and Tomer Volansky. Implications of Higgs searches on the four generation standard model. *Phys. Rev. Lett.*, 110(9):091801, 2013.
- [15] Mathieu Buchkremer, Jean-Marc Gerard, and Fabio Maltoni. Closing in on a perturbative fourth generation. *JHEP*, 06:135, 2012.
- [16] Alexander Lenz. Constraints on a fourth generation of fermions from Higgs Boson searches. *Adv. High Energy Phys.*, 2013:910275, 2013.
- [17] P. Gerhold, K. Jansen, and J. Kallarackal. Higgs boson mass bounds in the presence of a very heavy fourth quark generation. *JHEP*, 01:143, 2011.
- [18] Hong-Jian He, Nir Polonsky, and Shu-fang Su. Extra families, Higgs spectrum and oblique corrections. *Phys. Rev.*, D64:053004, 2001.
- [19] Markus A. Luty. Dynamical Electroweak Symmetry Breaking With Two Composite Higgs Doublets. *Phys. Rev.*, D41:2893, 1990.
- [20] Shaouly Bar-Shalom, Soumitra Nandi, and Amarjit Soni. Two Higgs doublets with 4th generation fermions - models for TeV-scale compositeness. *Phys. Rev.*, D84:053009, 2011.
- [21] Xiao-Gang He and German Valencia. An extended scalar sector to address the tension between a fourth generation and Higgs searches at the LHC. *Phys. Lett.*, B707:381–384, 2012.
- [22] Shaouly Bar-Shalom, Soumitra Nandi, and Amarjit Soni. Muon $g-2$ and lepton flavor violation in a two Higgs doublets model for the fourth generation. *Phys. Lett.*, B709:207–217, 2012.
- [23] Ning Chen and Hong-Jian He. LHC Signatures of Two-Higgs-Doublets with Fourth Family. *JHEP*, 04:062, 2012.
- [24] Michael Geller, Shaouly Bar-Shalom, and Gad Eilam. The Need for New Search Strategies for Fourth Generation Quarks at the LHC. *Phys. Lett.*, B715:121–128, 2012.
- [25] Leo Bellantoni, Jens Erler, Jonathan J. Heckman, and Enrique Ramirez-Homs. Masses of a Fourth Generation with Two Higgs Doublets. *Phys. Rev.*,

D86:034022, 2012.

- [26] L. Lavoura and Joao P. Silva. The Oblique corrections from vector - like singlet and doublet quarks. *Phys. Rev.*, D47:2046–2057, 1993.
- [27] Nobuhiro Maekawa. Electroweak symmetry breaking by vector - like fermions' condensation with small S and T parameters. *Phys. Rev.*, D52:1684–1692, 1995.
- [28] Stephen P. Martin. Extra vector-like matter and the lightest Higgs scalar boson mass in low-energy supersymmetry. *Phys. Rev.*, D81:035004, 2010.
- [29] Yasuhiro Okada, Masahiro Yamaguchi, and Tsutomu Yanagida. Upper bound of the lightest Higgs boson mass in the minimal supersymmetric standard model. *Prog. Theor. Phys.*, 85:1–6, 1991.
- [30] Y. Okada, Masahiro Yamaguchi, and T. Yanagida. Renormalization group analysis on the Higgs mass in the softly broken supersymmetric standard model. *Phys. Lett.*, B262:54–58, 1991.
- [31] John R. Ellis, Giovanni Ridolfi, and Fabio Zwirner. Radiative corrections to the masses of supersymmetric Higgs bosons. *Phys. Lett.*, B257:83–91, 1991.
- [32] Howard E. Haber and Ralf Hempfling. Can the mass of the lightest Higgs boson of the minimal supersymmetric model be larger than $m(Z)$? *Phys. Rev. Lett.*, 66:1815–1818, 1991.
- [33] John R. Ellis, Giovanni Ridolfi, and Fabio Zwirner. On radiative corrections to supersymmetric Higgs boson masses and their implications for LEP searches. *Phys. Lett.*, B262:477–484, 1991.
- [34] G. W. Bennett et al. Final Report of the Muon E821 Anomalous Magnetic Moment Measurement at BNL. *Phys. Rev.*, D73:072003, 2006.
- [35] Joaquim Prades, Eduardo de Rafael, and Arkady Vainshtein. The Hadronic Light-by-Light Scattering Contribution to the Muon and Electron Anomalous Magnetic Moments. *Adv. Ser. Direct. High Energy Phys.*, 20:303–317, 2009.
- [36] Michel Davier, Andreas Hoecker, Bogdan Malaescu, and Zhiqing Zhang. Reevaluation of the Hadronic Contributions to the Muon $g-2$ and to $\alpha(M_Z)$. *Eur. Phys. J.*, C71:1515, 2011. [Erratum: *Eur. Phys. J.*C72,1874(2012)].
- [37] Kaoru Hagiwara, Ruofan Liao, Alan D. Martin, Daisuke Nomura, and Thomas Teubner. $(g - 2)_\mu$ and $\alpha(M_Z^2)$ re-evaluated using new precise data. *J. Phys.*,

- G38:085003, 2011.
- [38] Tatsumi Aoyama, Masashi Hayakawa, Toichiro Kinoshita, and Makiko Nio. Complete Tenth-Order QED Contribution to the Muon $g-2$. *Phys. Rev. Lett.*, 109:111808, 2012.
 - [39] Andrzej Czarnecki, Bernd Krause, and William J. Marciano. Electroweak Fermion loop contributions to the muon anomalous magnetic moment. *Phys. Rev.*, D52:R2619–R2623, 1995.
 - [40] Andrzej Czarnecki, Bernd Krause, and William J. Marciano. Electroweak corrections to the muon anomalous magnetic moment. *Phys. Rev. Lett.*, 76:3267–3270, 1996.
 - [41] Andrzej Czarnecki, William J. Marciano, and Arkady Vainshtein. Refinements in electroweak contributions to the muon anomalous magnetic moment. *Phys. Rev.*, D67:073006, 2003. [Erratum: *Phys. Rev.* D73,119901(2006)].
 - [42] Kaoru Hagiwara, A. D. Martin, Daisuke Nomura, and T. Teubner. Improved predictions for $g-2$ of the muon and $\alpha(\text{QED}) (M^{**2}(Z))$. *Phys. Lett.*, B649:173–179, 2007.
 - [43] T. Teubner, K. Hagiwara, R. Liao, A. D. Martin, and Daisuke Nomura. Update of $g-2$ of the Muon and Delta Alpha. *Chin. Phys.*, C34:728–734, 2010.
 - [44] Andreas Nyffeler. Hadronic light-by-light scattering in the muon $g-2$: A New short-distance constraint on pion-exchange. *Phys. Rev.*, D79:073012, 2009.
 - [45] Jorge L. Lopez, Dimitri V. Nanopoulos, and Xu Wang. Large $(g-2)$ -mu in SU(5) x U(1) supergravity models. *Phys. Rev.*, D49:366–372, 1994.
 - [46] Takeo Moroi. The Muon anomalous magnetic dipole moment in the minimal supersymmetric standard model. *Phys. Rev.*, D53:6565–6575, 1996. [Erratum: *Phys. Rev.* D56,4424(1997)].
 - [47] Marcela Carena, G. F. Giudice, and C. E. M. Wagner. Constraints on supersymmetric models from the muon anomalous magnetic moment. *Phys. Lett.*, B390:234–242, 1997.
 - [48] Stephen P. Martin and James D. Wells. Muon anomalous magnetic dipole moment in supersymmetric theories. *Phys. Rev.*, D64:035003, 2001.
 - [49] Motoi Endo, Koichi Hamaguchi, Sho Iwamoto, Kazunori Nakayama, and Norimi

- Yokozaki. Higgs mass and muon anomalous magnetic moment in the U(1) extended MSSM. *Phys. Rev.*, D85:095006, 2012.
- [50] Michinobu Nishida and Koichi Yoshioka. Higgs Boson Mass and Muon $g-2$ with Strongly Coupled Vector-like Generations. *Phys. Rev.*, D94(9):095022, 2016.
- [51] Marco Lanzagorta and Graham G. Ross. Infrared fixed points revisited. *Phys. Lett.*, B349:319–328, 1995.
- [52] Masako Bando, Joe Sato, and Koichi Yoshioka. Quark and lepton mass matrix in asymptotically nonfree theory. *Prog. Theor. Phys.*, 100:797–815, 1998.
- [53] Takeo Moroi and Yasuhiro Okada. Radiative corrections to Higgs masses in the supersymmetric model with an extra family and antifamily. *Mod. Phys. Lett.*, A7:187–200, 1992.
- [54] Takeo Moroi and Yasuhiro Okada. Upper bound of the lightest neutral Higgs mass in extended supersymmetric Standard Models. *Phys. Lett.*, B295:73–78, 1992.
- [55] K. S. Babu, Ilia Gogoladze, and Christopher Kolda. Perturbative unification and Higgs boson mass bounds. 2004.
- [56] K. S. Babu, Ilia Gogoladze, Mansoor Ur Rehman, and Qaisar Shafi. Higgs Boson Mass, Sparticle Spectrum and Little Hierarchy Problem in Extended MSSM. *Phys. Rev.*, D78:055017, 2008.
- [57] Motoi Endo, Koichi Hamaguchi, Sho Iwamoto, and Norimi Yokozaki. Higgs Mass and Muon Anomalous Magnetic Moment in Supersymmetric Models with Vector-Like Matters. *Phys. Rev.*, D84:075017, 2011.
- [58] C. D. Froggatt and Holger Bech Nielsen. Hierarchy of Quark Masses, Cabibbo Angles and CP Violation. *Nucl. Phys.*, B147:277–298, 1979.
- [59] Miriam Leurer, Yosef Nir, and Nathan Seiberg. Mass matrix models. *Nucl. Phys.*, B398:319–342, 1993.
- [60] Miriam Leurer, Yosef Nir, and Nathan Seiberg. Mass matrix models: The Sequel. *Nucl. Phys.*, B420:468–504, 1994.
- [61] Pierre Binetruy and Pierre Ramond. Yukawa textures and anomalies. *Phys. Lett.*, B350:49–57, 1995.
- [62] E. Dudas, S. Pokorski, and Carlos A. Savoy. Yukawa matrices from a sponta-

- neously broken Abelian symmetry. *Phys. Lett.*, B356:45–55, 1995.
- [63] E. Dudas, C. Grojean, S. Pokorski, and Carlos A. Savoy. Abelian flavor symmetries in supersymmetric models. *Nucl. Phys.*, B481:85–108, 1996.
- [64] Pierre Binetruy, Stephane Lavignac, and Pierre Ramond. Yukawa textures with an anomalous horizontal Abelian symmetry. *Nucl. Phys.*, B477:353–377, 1996.
- [65] Eung Jin Chun and Andre Lukas. Quark and lepton mass matrices from horizontal U(1) symmetry. *Phys. Lett.*, B387:99–106, 1996.
- [66] Kiwoon Choi, Eung Jin Chun, and Hyung Do Kim. Supersymmetry hierarchy problems and anomalous horizontal U(1) symmetry. *Phys. Lett.*, B394:89–98, 1997.
- [67] Ann E. Nelson and David Wright. Horizontal, anomalous U(1) symmetry for the more minimal supersymmetric standard model. *Phys. Rev.*, D56:1598–1604, 1997.
- [68] D. Elazzar Kaplan, Francois Lepeintre, Antonio Masiero, Ann E. Nelson, and Antonio Riotto. Fermion masses and gauge mediated supersymmetry breaking from a single U(1). *Phys. Rev.*, D60:055003, 1999.
- [69] Kiwoon Choi, Kyuwan Hwang, and Eung Jin Chun. Atmospheric and solar neutrino masses from horizontal U(1) symmetry. *Phys. Rev.*, D60:031301, 1999.
- [70] John K. Elwood, Nikolaos Irges, and Pierre Ramond. Family symmetry and neutrino mixing. *Phys. Rev. Lett.*, 81:5064–5067, 1998.
- [71] Tetsutaro Higaki, Michinobu Nishida, and Naoyuki Takeda. Flavor Structure, Higgs boson mass and Dark Matter in Supersymmetric Model with Vector-like Generations. 2016.
- [72] H. Nishino et al. Search for Nucleon Decay into Charged Anti-lepton plus Meson in Super-Kamiokande I and II. *Phys. Rev.*, D85:112001, 2012.
- [73] Kenzo Inoue, Akira Kakuto, Hiromasa Komatsu, and Seiichiro Takeshita. Aspects of Grand Unified Models with Softly Broken Supersymmetry. *Prog. Theor. Phys.*, 68:927, 1982. [Erratum: *Prog. Theor. Phys.*70,330(1983)].
- [74] Kenzo Inoue, Akira Kakuto, Hiromasa Komatsu, and Seiichiro Takeshita. Renormalization of Supersymmetry Breaking Parameters Revisited. *Prog. Theor. Phys.*, 71:413, 1984.

- [75] Sidney R. Coleman and Erick J. Weinberg. Radiative Corrections as the Origin of Spontaneous Symmetry Breaking. *Phys. Rev.*, D7:1888–1910, 1973.
- [76] U. Chattopadhyay and Pran Nath. Probing supergravity grand unification in the Brookhaven g-2 experiment. *Phys. Rev.*, D53:1648–1657, 1996.
- [77] Masako Bando, Joe Sato, Tetsuya Onogi, and Tatsu Takeuchi. Predictions of $m(b) / m(\tau)$ and $m(t)$ in an asymptotically nonfree theory. *Phys. Rev.*, D56:1589–1597, 1997.
- [78] B. Pendleton and Graham G. Ross. Mass and Mixing Angle Predictions from Infrared Fixed Points. *Phys. Lett.*, B98:291–294, 1981.
- [79] Howard Georgi and C. Jarlskog. A New Lepton - Quark Mass Relation in a Unified Theory. *Phys. Lett.*, B86:297–300, 1979.
- [80] Radovan Dermisek and Aditi Raval. Explanation of the Muon g-2 Anomaly with Vectorlike Leptons and its Implications for Higgs Decays. *Phys. Rev.*, D88:013017, 2013.
- [81] Ali H. Chamseddine, Richard L. Arnowitt, and Pran Nath. Locally Supersymmetric Grand Unification. *Phys. Rev. Lett.*, 49:970, 1982.
- [82] Riccardo Barbieri, S. Ferrara, and Carlos A. Savoy. Gauge Models with Spontaneously Broken Local Supersymmetry. *Phys. Lett.*, B119:343, 1982.
- [83] Lawrence J. Hall, Joseph D. Lykken, and Steven Weinberg. Supergravity as the Messenger of Supersymmetry Breaking. *Phys. Rev.*, D27:2359–2378, 1983.
- [84] K. A. Olive et al. Review of Particle Physics. *Chin. Phys.*, C38:090001, 2014.
- [85] Masako Bando and Koichi Yoshioka. Sterile neutrinos in a grand unified model. *Prog. Theor. Phys.*, 100:1239–1250, 1998.
- [86] Masako Bando and Koichi Yoshioka. Right-handed neutrino mass and bottom tau ratio in strong coupling unification. *Phys. Lett.*, B444:373–378, 1998.
- [87] K. S. Babu and Jogesh C. Pati. Neutrino counting, NuTeV measurements, Higgs mass and $V(us)$ as probes of vectorlike families in ESSM / SO(10). 2002.
- [88] Ryuichiro Kitano and Katsuji Yamamoto. Lepton flavor violation in the supersymmetric standard model with vector like leptons. *Phys. Rev.*, D62:073007, 2000.
- [89] J. Adam et al. New constraint on the existence of the $\mu^+ \rightarrow e^+ \gamma$ decay. *Phys.*

- Rev. Lett.*, 110:201801, 2013.
- [90] Michael B. Green and John H. Schwarz. Anomaly Cancellation in Supersymmetric D=10 Gauge Theory and Superstring Theory. *Phys. Lett.*, B149:117–122, 1984.
- [91] W. Fischler, Hans Peter Nilles, Joseph Polchinski, Stuart Raby, and Leonard Susskind. Vanishing Renormalization of the D Term in Supersymmetric U(1) Theories. *Phys. Rev. Lett.*, 47:757, 1981.
- [92] Michael Dine, N. Seiberg, and Edward Witten. Fayet-Iliopoulos Terms in String Theory. *Nucl. Phys.*, B289:589–598, 1987.
- [93] Ralph Blumenhagen, Boris Kors, Dieter Lust, and Stephan Stieberger. Four-dimensional String Compactifications with D-Branes, Orientifolds and Fluxes. *Phys. Rept.*, 445:1–193, 2007.
- [94] Zhi-zhong Xing, He Zhang, and Shun Zhou. Updated Values of Running Quark and Lepton Masses. *Phys. Rev.*, D77:113016, 2008.
- [95] Edward W. Kolb and Michael S. Turner. The Early Universe. *Front. Phys.*, 69:1–547, 1990.
- [96] Leszek Roszkowski. A Simple way of calculating cosmological relic density. *Phys. Rev.*, D50:4842–4845, 1994.
- [97] James D. Wells. Annihilation cross-sections for relic densities in the low velocity limit. 1994.
- [98] Koji Ishiwata and Mark B. Wise. Phenomenology of heavy vectorlike leptons. *Phys. Rev.*, D88(5):055009, 2013.
- [99] Georges Aad et al. Combined Measurement of the Higgs Boson Mass in pp Collisions at $\sqrt{s} = 7$ and 8 TeV with the ATLAS and CMS Experiments. *Phys. Rev. Lett.*, 114:191803, 2015.
- [100] D. Elazzar Kaplan, Graham D. Kribs, and Martin Schmaltz. Supersymmetry breaking through transparent extra dimensions. *Phys. Rev.*, D62:035010, 2000.
- [101] G. Belanger, F. Boudjema, A. Pukhov, and A. Semenov. Dark matter direct detection rate in a generic model with micrOMEGAs 2.2. *Comput. Phys. Commun.*, 180:747–767, 2009.
- [102] Elena Aprile. The XENON1T Dark Matter Search Experiment. *Springer Proc.*

- Phys.*, 148:93–96, 2013.
- [103] J. Aalbers et al. DARWIN: towards the ultimate dark matter detector. *JCAP*, 1611(11):017, 2016.
- [104] M. L. Ahnen et al. Limits to dark matter annihilation cross-section from a combined analysis of MAGIC and Fermi-LAT observations of dwarf satellite galaxies. *JCAP*, 1602(02):039, 2016.
- [105] M. Ackermann et al. Searching for Dark Matter Annihilation from Milky Way Dwarf Spheroidal Galaxies with Six Years of Fermi Large Area Telescope Data. *Phys. Rev. Lett.*, 115(23):231301, 2015.
- [106] Matthew Wood, Jim Buckley, Seth Digel, Stefan Funk, Daniel Nieto, and Miguel A. Sanchez-Conde. Prospects for Indirect Detection of Dark Matter with CTA. In *Proceedings, Community Summer Study 2013: Snowmass on the Mississippi (CSS2013): Minneapolis, MN, USA, July 29-August 6, 2013*, 2013.
- [107] Stephen P. Martin and Michael T. Vaughn. Two loop renormalization group equations for soft supersymmetry breaking couplings. *Phys. Rev.*, D50:2282, 1994. [Erratum: *Phys. Rev.*D78,039903(2008)].