

阶乘累积矩与阶乘矩之比随相空间 大小的变化^{*}

王韶舜 张 杰 叶云秀 肖臣国

(中国科学技术大学近代物理系 合肥 230027)

1995-11-30 收稿

摘 要

利用 400 GeV / c pp 碰撞多重产生的实验数据计算了不同赝快度窗口时多重数分布的阶乘累积矩与阶乘矩之比. 结果表明, 随着阶数 q 的增加, 比值 H_q 首先迅速下降, 然后在零附近振荡. 这与 PQCD 的预言是一致的. 不同的是第一极小值的位置在赝快度窗口变小时移向较高的级数.

关键词 阶乘累积矩, 阶乘矩, 微扰量子色动力学, 多重数分布.

1 引 言

用微扰量子色动力学(PQCD)来研究高能粒子碰撞多重产生过程已取得一些初步进展, 但还存在许多问题. 最初人们的兴趣集中在多重数分布 P_n 以及平均多重数 $\langle n \rangle$ 上^[1], 近来人们开始对计算环绕平均多重数的涨落以及多粒子关联感兴趣. 例如 I. M. Dremin 等人^[2,3] 利用 PQCD 理论在改进的先行对数近似(Modified Leading Logarithmic Approximation)下得出阶乘累积矩 K_q 与阶乘矩 F_q 的比值 H_q 对多重数分布的细节很灵敏, 并且具有以下特点, 即 H_q 随级数 q 的增长起初迅速地减小而后在零附近振荡. 这些性质不可能用负二项式分布来再现. 这一预言得到了实验的证实^[4]. Dremin^[5] 进一步指出在小快度间隔内计算的 H_q 值具有类似的行为, 但是当快度间隔缩小时, H_q 的第一极小值移向低的 q 值. Ugoccioni 等人^[6] 指出, 由于实验得到的多重数分布是截断的, 对于截断的负二项式分布, H_q 也具有上述性质. 因此上述行为可能是一种非物理的效应. 所以对这一问题有必要在理论上和实验上作进一步的研究.

2 累积矩对阶乘矩的比值

当赝快度窗口固定时, 其多重数分布的归一化阶乘矩 F_q 定义如下:

^{*} 国家自然科学基金资助.

$$F_q = \frac{\langle n(n-1)\dots(n-q+1) \rangle}{\langle n \rangle^q}, \quad (1)$$

其中 n 是一个事例在赝快度窗口内的粒子数, 符号 $\langle \rangle$ 表示对所有事例求平均. 阶乘累积矩 K_q 与 F_q 之间有如下关系式:

$$F_q = \sum_{m=0}^{q-1} C_{q-1}^m K_{q-m} F_m, \quad (2)$$

其中 $C_q^m = q! / m!(q-m)!$ 以及 $F_0 = F_1 = K_1 = 1$ 和 $K_0 = 0$. 下面是最初几个累积矩的计算公式:

$$K_2 = F_2 - F_1 = F_2 - 1, \quad (3)$$

$$K_3 = F_3 - F_2 - 2(F_2 - F_1) = F_3 - 3F_2 + 2, \quad (4)$$

$$\begin{aligned} K_4 &= F_4 - F_3 - 3(F_3 - F_2) - 3(F_2 - F_1)^2 + 3(F_2 - F_1) \\ &= F_4 - 4F_3 + 12F_2 - 3F_2^2 - 6, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} K_5 &= F_5 - F_4 - 4(F_4 - F_3) + 6(F_3 - F_2) - 10(F_3 - F_2)(F_2 - F_1) \\ &\quad + 20(F_2 - F_1)^2 - 4(F_2 - F_1) \\ &= F_5 - 5F_4 + 20F_3 - 10F_3 \cdot F_2 + 30F_2^2 - 60F_2 + 24, \end{aligned} \quad (6)$$

⋮

3 实验结果

利用 CERN NA27 合作组提供的 LEBC 泡室照片测量了 400 GeV / c pp 碰撞产生的

带电粒子的赝快度分布, 其测量方法详见参考文献[7]. 共测量了 3770 个多重数 $N_{ch} \geq 4$ 的事例. 得到了不同赝快度窗口 ($|\eta| \leq 0.75, 1, 1.5, 2, 2.5$ 和全赝快度空间) 时的多重数分布, 其结果示于图 1 中. 图中仅对一条曲线画出误差棒, $N(n)$ 是多重数为 n 时的事例数. 由图可见随着赝快度窗口的减小, 多重数分布的宽度变窄, 峰位移到较低的 n 值以及 n_{max} 值变小.

由等式(1)计算得到阶乘矩 F_q , 并由递推公式(2)计算得到 K_q 值. 由此得到不同赝快度窗口时 H_q 随 q 的变化, 其结果示于图 2 中. 由图可见直到 $q=10-13$, H_q 的误差不大. 这是因为, 虽然 H_q 的误差是由 K_q 和 F_q 贡献的, 它们包括 q 级及以下各级的误差, 但它们不是独立的, 而是相互关联的, 误差计算时必须考虑这一点.

为了更清楚地比较不同赝快度窗口时 H_q 随 q 的变化规律, 我们略去误差棒并把它们作在一张图上(图 3). 由图 3 可见随着 q 的增加, H_q 起初迅速地减小而后在零值附近

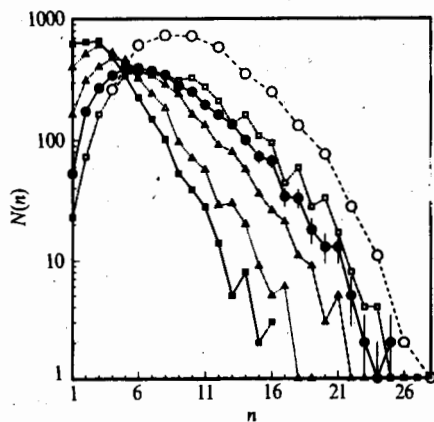
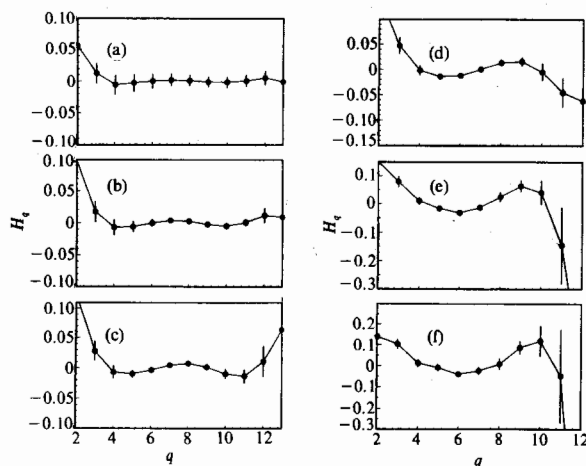


图 1 赝快度窗口不同的多重数分布

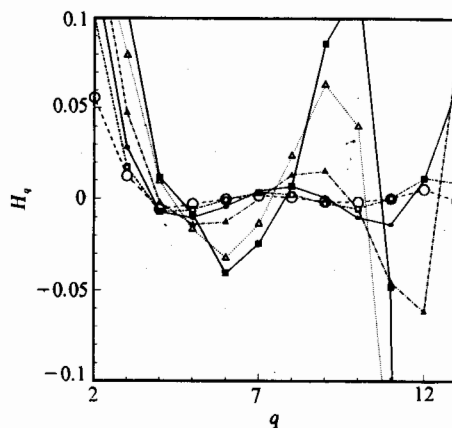
- 全赝快度空间; □ $-2.5 \leq \eta \leq 2.5$;
● $-2.0 \leq \eta \leq 2.0$; ▲ $-1.5 \leq \eta \leq 1.5$;
△ $-1.0 \leq \eta \leq 1.0$; ■ $-0.75 \leq \eta \leq 0.75$.

图2 赝快度窗口不同时阶乘累积矩与阶乘矩之比随矩阶数 q 的变化(a) 全赝快度空间; (b) $-2.5 \leq \eta \leq 2.5$; (c) $-2.0 \leq \eta \leq 2.0$;(d) $-1.5 \leq \eta \leq 1.5$; (e) $-1.0 \leq \eta \leq 1.0$; (f) $-0.75 \leq \eta \leq 0.75$.

振荡. 这与 PQCD 的预言是一致的. 不同的是随着赝快度窗口的缩小, 第一极小值的位置移向 q 增大的方向. 这也不能用多重数分布的截断来解释, 因为根据文献[6]的计算, 当截断参数即最大的多重数 $n_{\max}$ 变小时, H_q 的第一极小值的位置将移向 q 减小的方向. 这与我们的实验结果是不一致的.

H_q 第一极小值的位置不仅与赝快度窗口的大小有关, 而且与赝快度窗口的位置有关. 在图 4(a) 中指出赝快度窗口的大小相同而位置不同时 ($-2 \leq \eta \leq 0$; $-1 \leq \eta \leq 1$; $0 \leq \eta \leq 2$) 计算得到的 H_q 随 q 的变化. 由图可见, 与赝快度边缘区域相比, 赝快度中心区的 H_q 第一极小值的位置移向较高的 q 值. 这是由于在不同的赝快度区域多重数分布的形状是不同的 (见图 5(a)). 与赝快度边缘区域相比, 在赝快度中心区域多重数分布具有较宽的尾部区域. 因此多重数分布的形状特别是尾部形状将影响 H_q 第一极小值的位置和振荡的振幅. 图 4(b) 和图 5(b) 与图 4(a) 和图 5(a) 相类似, 但赝快度窗口较小 ($-1.5 \leq \eta \leq 0$; $-0.75 \leq \eta \leq 0.75$; $0 \leq \eta \leq 1.5$). 一个类似的行为仍可以见到, 虽然因误差较大显得不明显. 当赝快度窗口继续减小时, 由于误差太大, 低统计事例的实验数据就没有意义了.

由等式(3)至等式(6)可见, H_q 是由 F_q 和所有较低级的 $F_{q'} (q' < q)$ 决定的. 而且取

图3 赝快度窗口不同时阶乘累积矩与阶乘矩之比随矩阶数 q 的变化

○ 全赝快度空间; □ $-2.5 \leq \eta \leq 2.5$
 ● $-2.0 \leq \eta \leq 2.0$; ▲ $-1.5 \leq \eta \leq 1.5$
 △ $-1.0 \leq \eta \leq 1.0$; ■ $-0.75 \leq \eta \leq 0.75$.

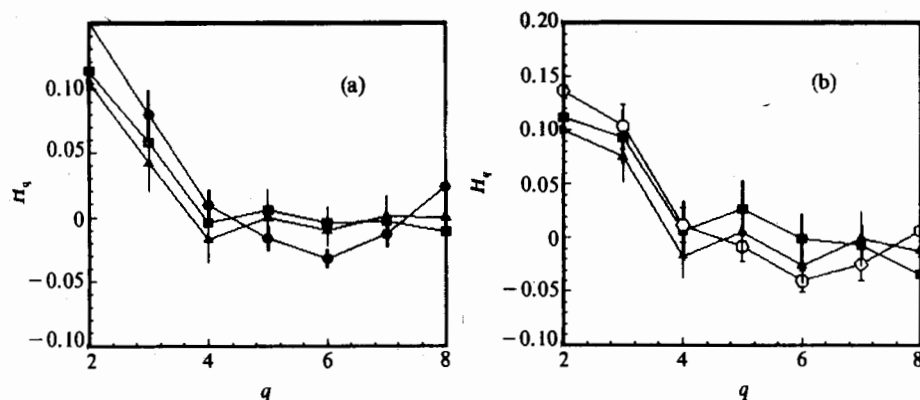


图4 赝快度窗口大小相同位置不同时 H_q 随 q 的变化

(a) $\square$ $0 \leq \eta \leq 2.0$; $\bullet$ $-1.0 \leq \eta \leq 1.0$; $\blacktriangle$ $-2.0 \leq \eta \leq 0$.

(b) $\blacksquare$ $0 \leq \eta \leq 1.5$; $\circ$ $-0.75 \leq \eta \leq 0.75$; $\blacktriangle$ $-1.5 \leq \eta \leq 0$.

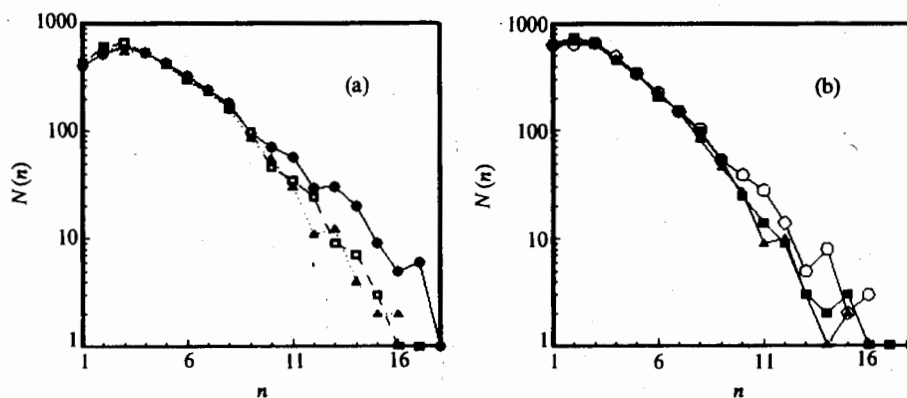
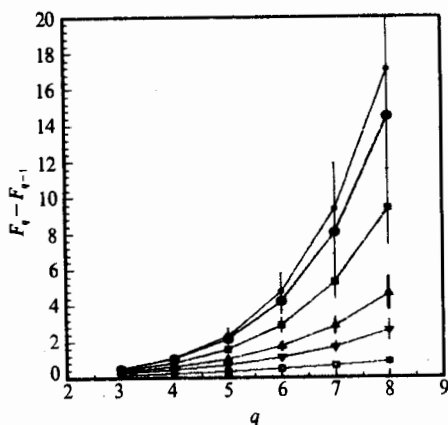


图5 赝快度窗口大小相同位置不同的多重数分布

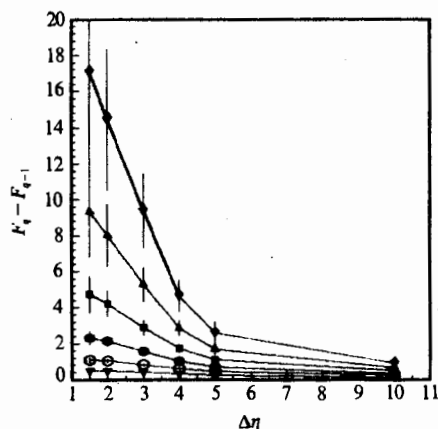
(a) $\square$ $0 \leq \eta \leq 2.0$; $\bullet$ $-1.0 \leq \eta \leq 1.0$; $\blacktriangle$ $-2.0 \leq \eta \leq 0$.

(b) $\blacksquare$ $0 \leq \eta \leq 1.5$; $\circ$ $-0.75 \leq \eta \leq 0.75$; $\blacktriangle$ $-1.5 \leq \eta \leq 0$.

决于 q 及以下各级的 F_q 和 F_{q-1} 之差. 因此研究极小值附近 F_q 的行为是有意义的. 图6为赝快度窗口固定时 $F_q - F_{q-1}$ 随矩阶数 q 的变化图. 由图可见对于固定的赝快度窗口, $F_q - F_{q-1}$ 随 q 的增加而增加, 赝快度窗口越小, 这种增长趋势越快. 图7为 q 固定时, $F_q - F_{q-1}$ 随赝快度窗口 $\Delta\eta$ 的变化情况. 由图可见当 q 固定时, $F_q - F_{q-1}$ 随赝快度窗口的减小而增长, q 越大, $F_q - F_{q-1}$ 增长越快. 这表明 H_q 第一极小值的位置与 $F_q - F_{q-1}$ 的增长快慢即多重数分布的形状有关.

图6 赝快度窗口固定时 $F_q - F_{q-1}$ 随 q 的变化

○ $-0.75 \leq \eta \leq 0.75$; ● $-1.0 \leq \eta \leq 1.0$
 ■ $-1.5 \leq \eta \leq 1.5$; ▲ $-2.0 \leq \eta \leq 2.0$
 ▼ $-2.5 \leq \eta \leq 2.5$; □ $-5.0 \leq \eta \leq 5.0$

图7 q 固定时 $F_q - F_{q-1}$ 随赝快度窗口 $\Delta\eta$ 的变化

▼ $q=3$; ○ $q=4$
 ● $q=5$; ■ $q=6$
 ▲ $q=7$; ◆ $q=8$

4 总结与讨论

利用 400GeV / c pp 碰撞的实验数据计算了不同赝快度窗口时累积矩与阶乘矩之比. 结果表明当赝快度窗口减小时, 比值 H_q 的第一极小值移向级数较高的方向而且振荡幅度变大. H_q 随 q 变化的行为依赖于多重数分布的形状, 它不仅依赖于赝快度窗口的大小而且依赖于赝快度窗口的位置. 这种性质不能完全用多重数分布截断来解释. 它可能揭示了多重产生过程的物理本质, 因此进一步的理论和实验探讨是需要的.

作者对 CERN NA27 合作组提供 LEBC 泡室照片深表感谢.

参 考 文 献

- [1] Yu. L. Dokshitzer *et al.*, Basics of Perturbative QCD, edited by J. Tran Thanh Van (Editions Frontieres, Gif-sur-Yvette, 1991).
- [2] I. M. Dremin, *Phys. Lett.*, **B313**(1993)209.
- [3] I. M. Dremin, V. A. Nechitailo, *JETP Lett.*, **58**(1993)945; I. M. Dremin, R. C. Hwa, *Phys. Rev.*, **D49**(1994) 5805.
- [4] I. M. Dremin *et al.*, *Phys. Lett.*, **B336**(1994)119.
- [5] I. M. Dremin, *Phys. Lett.*, **B341**(1995)95.
- [6] R. Ugoccioni, A. Giovannini, S. Lupia, *Phys. Lett.*, **B342**(1995)387.
- [7] Wang Shaoshun *et al.*, *Z. Phys.*, **C68**(1995)415.

The Ratio of Factorial Cumulant to Factorial Moment Versus the Size of Phase Space

Wang Shaoshun Zhang Jie Ye Yunxiu Xiao Chenguo

(Department of Modern Physics, University of Science and Technology of China, Hefei 230027)

Received 30 November 1995

Abstract

The ratio of factorial cumulant to factorial moment of multiplicity distributions in different pseudorapidity windows has been calculated by using the experimental data of multiplicity production for pp collisions at 400 GeV / c . The results show that the ratio H_q exhibits an initial abrupt descent and then an oscillation around zero when the order q is increased. It is coincident with the PQCD prediction. The difference is that the position of the first minimum moves to higher rank when the pseudorapidity window becomes smaller.

Key words factorial cumulant, factorial moments, perturbative quantum chromodynamics, multiplicity distribution.