

MINISTERIO DE EDUCACIÓN SUPERIOR
DEPARTAMENTO DE FÍSICA. UNIVERSIDAD DE ORIENTE

**CAMPOS CLÁSICOS Y CUÁNTICOS
EN ESPACIO-TIEMPOS DE
AGUJEROS NEGROS**

*Resumen de la Tesis presentada en opción al grado científico de
Doctor en Ciencias Físicas*

Owen Pavel Fernández Piedra

Cienfuegos
2012

MINISTERIO DE EDUCACIÓN SUPERIOR
DEPARTAMENTO DE FÍSICA. UNIVERSIDAD DE ORIENTE

**CAMPOS CLÁSICOS Y CUÁNTICOS
EN ESPACIO-TIEMPOS DE
AGUJEROS NEGROS**

*Resumen de la Tesis presentada en opción al grado científico de
Doctor en Ciencias Físicas*

Autor:
Owen Pavel Fernández Piedra

Asesores:
Dr. Alejandro Cabo Montes de Oca (ICIMAF, Cuba)
Dr. Elcio Abdalla (Universidade de São Paulo, Brasil)

Cienfuegos
2012

Índice general

INTRODUCCIÓN	1
1. AGUJEROS NEGROS Y BRANAS	9
1.1. Introducción	9
1.2. Algunas soluciones de Agujero Negro	10
2. PROPAGACIÓN DE CAMPOS ALREDEDOR DE AGUJEROS NEGROS. FORMALISMO LINEAL	12
2.1. Introducción	12
2.2. Formalismo Lineal	12
2.3. Ecuaciones de evolución para perturbaciones	13
2.3.1. Perturbación escalar	13
2.3.2. Perturbaciones de prueba electromagnéticas	14
2.3.3. Perturbaciones de prueba fermiónicas	14
2.3.4. Perturbaciones gravitacionales.	15
2.4. Evolución temporal de las perturbaciones y modos cuasinormales	15
3. PERTURBACIONES DE AGUJEROS NEGROS CLÁSICOS	16
3.1. Perturbaciones de ANs de Schwarzschild	16
3.2. Perturbación escalar sin masa en p -branas negras	17
3.3. Propagación de campos en espacio-tiempos de agujeros negros cuerdísticos	19
3.3.1. Campos fermiónicos	19
3.3.2. Evolución de un campo escalar sin masa en el ANC del modelo STU	20
4. TEORÍA CUÁNTICA DE CAMPOS EN ESPACIO-TIEMPOS CURVOS	23
4.1. Introducción	23

4.2. Tensor de energía-momentum renormalizado en la aproximación de Schwinger-DeWitt	23
4.3. Polarización del vacío gravitacional en el espacio-tiempo de una CN estática . . .	25
5. AGUJEROS NEGROS SEMICLÁSICOS EN CUATRO DIMENSIONES Y SUS MODOS CUASINORMALES	26
5.1. Introducción	26
5.2. Modos cuasinormales de un campo escalar sin masa en un AN semiclásico de Reissner-Nordstrom	26
CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS	28
REFERENCIAS DEL AUTOR	31
BIBLIOGRAFÍA	33

INTRODUCCIÓN

Desde tiempos inmemoriales los seres humanos han observado el cielo nocturno, contemplando las estrellas con emoción y asombro. De tales observaciones surgieron las primeras preguntas vitales para esclarecer nuestra existencia: ¿quienes somos?, ¿de donde venimos?, ¿dónde nos encontramos?, ¿cual será nuestro destino final? Tales preguntas están indisolublemente ligadas a todo lo que nos rodea, y de lo que también nosotros mismos somos parte integrante: el Universo. Estudiando el Universo hemos podido establecer algunas de las leyes físicas que rigen su comportamiento, lo cual, en principio, nos ha permitido intentar responder a las interrogantes anteriores. En particular, hemos aprendido que existen cuatro interacciones fundamentales: la interacción electromagnética, la gravitatoria, la nuclear o fuerte y la débil, que son responsables de todos los fenómenos que ocurren en el Universo. De las dos últimas interacciones mencionadas solo tuvimos conocimiento en el siglo pasado.

Hasta finales del siglo XIX y principios del XX, se pensó que con las ideas de la Teoría electromagnética de Maxwell y la Mecánica de Newton se podía explicar todo lo que sucedía a nuestro alrededor, lo cual resultó erróneo. Había problemas con la electrodinámica de los cuerpos en movimiento, y con la explicación de fenómenos como el efecto fotoeléctrico y la radiación del cuerpo negro, que no podían entenderse de manera satisfactoria usando solamente esas dos teorías-marco de la Física. Esta dificultad dio lugar a que, en el siglo pasado, nacieran otras dos teorías-marco: la Teoría de la Relatividad Especial (TER), que unifica los conceptos relativos de espacio y tiempo en un solo ente, el espacio-tiempo, y la Mecánica Cuántica (MC), que nos afirma que es imposible conocer con precisión infinita el comportamiento futuro de un sistema, aunque conozcamos sus condiciones iniciales. Ambas han sido combinadas de manera excelente en las denominadas Teorías Cuánticas de Campos (TCC), que describen, con un detalle y precisión extraordinarios, tres de las cuatro interacciones fundamentales conocidas [1, 2]. Para describir la cuarta interacción, la gravitación, disponemos de la Teoría General de la Relatividad (TGR), formulada por Einstein en forma definitiva en el año 1915, que afirma que las propiedades del espacio-tiempo se modifican debido al contenido de materia y energía, y viceversa: las propiedades

del espacio-tiempo determinan la forma en que se distribuyen en él la materia y la energía.

Sin lugar a dudas, de entre todas las predicciones de la TGR, la más interesante está relacionada con la posible existencia de agujeros negros (AN) en el universo [3]-[5]. Al decir de Kip Thorne [6]: “ De todas las ideas concebidas por la mente humana, desde los unicornios y las górgolas a la bomba de hidrógeno, la más fantástica es, quizás, la del agujero negro: un agujero en el espacio con un borde perfectamente definido en cuyo interior puede caer cualquier cosa y de donde nada puede escapar; un agujero con una fuerza gravitatoria tan intensa que incluso la luz queda atrapada en su poder, un agujero que curva el espacio y distorsiona el tiempo ”.

Los AN son objetos verdaderamente únicos, y lo más asombroso es que existen más allá de nuestra imaginación, con una amplia gama de valores de sus masas ¹. En la actualidad, se conocen en nuestra galaxia más de 20 sistemas estelares binarios que se piensa contengan como uno de sus componentes agujeros negros de algunas masas solares, mientras que la única explicación para los procesos energéticos observados en los núcleos galácticos activos se logra suponiendo la presencia de agujeros negros supermasivos en sus centros. Además, las ideas modernas acerca de la presencia de dimensiones extra en nuestro universo, hacia las cuales la gravedad puede escapar, y sus implicaciones para la solución de problemas de frontera de la Física moderna, como el problema de la jerarquía de las interacciones fundamentales, han dado lugar a la idea de la posible creación, en un futuro próximo, de mini ANs en experimentos con colisiones de hadrones en el LHC ².

La TGR describe muy bien el macrocosmos: la física de los astros y del propio universo ³, mientras que las TCC describen el micromundo: la física de los átomos y las partículas elementales. Sin embargo, la naturaleza es una sola, y no podemos separar las teorías que la describen a escalas distintas. Por consiguiente, es necesario que los principios que rigen todas estas teorías sean compatibles. Este hecho ha originado la búsqueda, desde hace más de medio siglo, de una teoría que compatibilice los principios de la TGR con la idea de la cuantización, o sea, una nueva síntesis de las ideas de una geometría dinámica del espacio-tiempo y las propiedades cuánticas de la materia. Precisamente con este problema fundamental de la Física contemporánea, a saber,

¹Un agujero negro de masa estelar tiene masa del orden de 10 veces la masa del Sol, mientras la masa de AN intermedios es tres órdenes mayor. Los AN supermasivos, presentes en los centros de las galaxias, poseen masas del orden de $(10^5 - 10^9)M_{\odot}$. Finalmente se ha predicho la existencia de mini agujeros negros, con masas típicas del orden de la masa de Planck o algo mayores, provenientes principalmente de escenarios propios de las Teorías de Cuerdas y mundos-brana.

²El Supercolisionador de Hadrones LHC (del inglés Large Hadron Collider), es un gigantesco acelerador de partículas ubicado en las instalaciones del CERN en Ginebra, Suiza.

³Exceptuando la era primordial.

la elaboración de una Teoría Cuántica de la Gravedad (TCG), están relacionadas las cuestiones más interesantes de la Física de ANs, y se considera a estos sistemas como una especie de “átomo de hidrógeno de la TCG”.

Actualmente estamos lejos de contar con una TCG completa y consistente, no obstante, podemos conocer algunas características que ésta debe poseer. Primeramente, sea cual sea la TCG, es natural esperar que dependa de las siguientes constantes universales: la velocidad de la luz c , que evidenciaría la naturaleza relativista de la teoría, la constante de Dirac \hbar , responsable de la naturaleza cuántica de la misma y la constante de Cavendish G , que indicaría que estamos en presencia de una teoría cuántico-relativista de la gravitación. Con éstas magnitudes es posible construir tres unidades fundamentales que definen la *escala de Planck*: la longitud de Planck $L_P = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} \approx 10^{-33} cm$, el tiempo de Planck $t_P = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^5}} \approx 10^{-44} s$ y finalmente la masa de Planck: $M_P = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} \approx 10^{-8} Kg$ ⁴. Si tratamos el campo gravitacional como una pequeña perturbación, y tratamos de cuantizarlo siguiendo las pautas de la electrodinámica cuántica (EDC), entonces el cuadrado de la longitud de Planck aparece como constante de acoplamiento. A diferencia de la EDC, en la que la constante de acoplamiento $\frac{e^2}{\hbar c}$ es adimensional (y pequeña), la longitud de Planck tiene dimensiones, de manera que los efectos se hacen grandes cuando las escalas y longitudes de tiempo de los procesos cuánticos de interés están por debajo de la escala de Planck. Cuando esto sucede, los órdenes superiores de la teoría de perturbaciones se vuelven comparables con los órdenes menores, y se pierde el propio concepto de desarrollo en términos de pequeñas perturbaciones. Por tanto, son precisamente los valores de la escala de Planck los que establecen la frontera a partir de la cual se necesita una TCG completa, y preferiblemente no perturbativa.

En segundo lugar, aún en ausencia de una TCG consistente, podemos intentar obtener información acerca de la influencia del campo gravitatorio clásico sobre los fenómenos cuánticos. En este sentido conviene recordar lo ocurrido con la propia teoría cuántica, en cuyos inicios se realizaron muchos cálculos en los que, por ejemplo, el campo electromagnético era considerado un campo clásico de fondo, interactuando con la sustancia cuantizada. Tal aproximación **semiclásica** dió lugar a resultados correctos compatibles con el experimento, y posteriormente con los obtenidos con la Electrodinámica Cuántica. De forma análoga, podemos esperar que exista un régimen similar para la naturaleza cuántica de la gravedad, en el cual podamos considerar el campo gravitatorio como un fondo clásico, en el que se propagan los campos de la teoría cuántica. Si adoptamos la TGR para describir la gravedad, entonces estaríamos en presencia de

⁴Puede definirse el equivalente a la masa de Planck, o sea la energía de Planck cuyo valor es de aproximadamente $10^{19} GeV$.

una Teoría Cuántica de Campos en espacio-tiempos curvos (TCEC) [7].

La escala de Planck también nos permite tener una idea del rango de aplicación de la TCEC, también conocida como Gravedad Semiclásica. Debemos esperar que cuando las distancias y tiempos involucrados en los fenómenos físicos de interés sean mucho más grandes que los determinados por la escala de Planck, entonces los efectos cuánticos del campo gravitatorio deben ser despreciables. El hecho de que la longitud de Planck sea pequeña (20 órdenes de magnitud por debajo de las dimensiones de un núcleo atómico), nos deja entonces mucho terreno en el cual podemos utilizar la TCEC. De hecho, la teoría ha sido utilizada para investigar nuevos efectos físicos originados en la modificación de los procesos cuánticos por la gravedad, desde el trabajo pionero de Hawking [8]. En el mismo se demostró que los AN emiten radiación como si fuesen cuerpos calientes, con una temperatura que depende exclusivamente de sus propiedades: masa, carga eléctrica y momento angular. También fueron calculadas otras magnitudes típicamente termodinámicas, como la entropía de un agujero negro, que resultó ser proporcional a un cuarto del área de su horizonte de eventos. Este resultado condujo a la idea de que, en forma parecida a un holograma, los grados de libertad de una TCG se encuentran codificados en la frontera de la región en que esa teoría está definida [9, 10].

Entre los intentos por construir una TCG, destacan las teorías de supergravedad (SUGRA) y las Teorías de Cuerdas (TC). Las teorías SUGRA surgieron a partir de la implementación de los principios de supersimetría ⁵ en la TGR. El objetivo principal que se conseguía con el uso de la supersimetría en la TGR era el de cancelar las divergencias ultravioletas que surgían cuando se intentaba cuantizar dicha teoría siguiendo las mismas prescripciones que dictaba la Teoría cuántica de Campos. Sin embargo, con el tiempo se demostró que las teorías SUGRA no eliminaban todas las divergencias ultravioletas de la TGR, y por tanto no brindaban un escenario coherente para llevar a cabo la cuantización de las mismas. Esta fue la razón por la que tales teorías fueron desechadas ⁶.

Por otro lado, las TC abandonan la idea de que las partículas elementales son objetos puntuales y asumen que éstas corresponden a excitaciones de un objeto unidimensional fundamental (una supercuerda⁷)[11]. La cuantización de una cuerda relativista en el espacio-tiempo de Minkowski produce una infinidad de modos de oscilación con diferentes valores de energía. Uno de esos modos, con masa cero y espín dos, puede ser identificado con el gravitón, la partícula me-

⁵La supersimetría no es más que la simetría que convierte bosones en fermiones y viceversa.

⁶Lo interesante es que, años después, el interés en las SUGRA renació, como consecuencia de que las mismas constituyen el límite a bajas energías de las Teorías de Supercuerdas.

⁷Se entiende por supercuerda un objeto unidimensional, o cuerda, supersimétrica, o sea, cuya teoría incorpora los principios de supersimetría.

diadora de la interacción gravitacional en una TCG, por lo que se acostumbra a decir, en este sentido, que las cuerdas ofrecen una visión unificada de la teoría de las interacciones fundamentales, en la cual la gravedad ya está cuantizada [12]. Por otro lado, existen varias teorías de supercuerdas consistentes, y todas envuelven diez dimensiones espacio-temporales. Estas teorías, junto a la SUGRA en once dimensiones, están ligadas por relaciones conocidas como dualidades, que indican que probablemente todos estos modelos constituyen límites distintos de una única teoría, cuya formulación es aún desconocida, y que ha recibido el nombre de Teoría M [13].

Al igual que en la TGR, en las teorías SUGRA, las TC y la Teoría M, aparecen soluciones de agujero negro [14]. Otro tipo de soluciones que aparecen en las teorías SUGRA, y que representan objetos extendidos en varias dimensiones, reciben el nombre de p-branas negras. También, como mostraremos más adelante en esta Tesis, es posible encontrar soluciones de AN en la gravedad semiclásica, lo cual sugiere una pregunta clave: ¿Es posible la existencia en la naturaleza de sistemas de este tipo?

La pregunta anterior indica claramente que una cuestión vital es la relacionada con la estabilidad de las soluciones de AN y branas ante perturbaciones externas. Aunque las perturbaciones sean inicialmente pequeñas, puede darse el caso de que ganen intensidad con el decursar del tiempo y como consecuencia causen la inestabilidad del objeto compacto e incluso su destrucción. De ahí que, para investigar la posible existencia de tales sistemas físicos en nuestro Universo, un primer paso es estudiar su respuesta ante tales perturbaciones. Si el AN resulta estable, esto implica que la solución describe un estado final posible para la evolución dinámica de un sistema gravitacional. Si, por otro lado, encontramos una inestabilidad, esto indica entonces la existencia de una rama distinta de soluciones, hacia las cuales puede tender la original, y en ese caso podemos anticipar una nueva variedad de soluciones posibles.

Aparte de la cuestión de la estabilidad, el análisis de perturbaciones nos dice mucho acerca de las propiedades básicas de un AN. Las perturbaciones de un AN producen una señal característica, formada por un conjunto de frecuencias denominadas cuasinormales, cuya detección indicaría de manera contundente la presencia del mismo. El espectro de modos cuasinormales contiene información acerca de la estructura geométrica de la métrica de fondo, especialmente en las cercanías del horizonte de eventos, y a su estudio se ha dedicado multitud de trabajos, elaborandose técnicas de cálculo tanto analíticas como numéricas ([15]-[65]).

También desde el punto de vista astrofísico, es útil estudiar las perturbaciones de AN con masas estelares, intermedias y supermasivos, principalmente las concernientes al propio espacio-tiempo alrededor de los mismos. Si la nueva generación de antenas gravitacionales como LIGO, LISA, VIRGO y otras son capaces de detectar la señal gravitacional de un AN, la contribución

dominante de dicha señal será el modo cuasinormal con la menor frecuencia, o sea, el modo cuasinormal fundamental.

Otro aspecto interesante del estudio de perturbaciones en espacio-tiempos de AN y branas está relacionado con el descubrimiento, a través de investigaciones en las TC, de una conexión entre la descripción de ciertos sistemas físicos fuertemente acoplados y la gravedad cuántica. Los primeros indicios de esto aparecieron en estudios de las teorías de calibración $SU(N)$ con un gran número de colores N . En ese límite, t'Hooft observó la existencia de cadenas de gluones con un comportamiento muy semejante a las cuerdas. Posteriormente se percibió que esas cuerdas viven en un espacio con más dimensiones que aquel en que viven los gluones [66, 67]. Sin embargo, fue a partir del análisis de D -branas,⁸ que en 1998 Maldacena conjeturó una equivalencia exacta entre modelos de supercuerdas y determinadas teorías de calibración [68]. Esta equivalencia, conocida como correspondencia AdS/CFT⁹ contempla las ideas contenidas en el principio holográfico: los grados de libertad gravitacionales en n dimensiones están asociados con campos cuánticos que viven en la frontera $(n - 1)$ -dimensional de ese espacio [69].

Desde el punto de vista práctico la correspondencia AdS/CFT posee una gran variedad de aplicaciones [70, 71]. Mediante cálculos puramente gravitacionales se han investigado las propiedades no perturbativas de un plasma de quarks y gluones (PQG), cuya interacción es descrita por una teoría de norma no abeliana basada en el grupo $SU(3)$, denominada Cromodinámica Cuántica (CDC)¹⁰. A pesar de las diferencias entre la CDC y SYM, los resultados encontrados concuerdan relativamente bien con los datos experimentales [75]. Han sido estimadas de manera excelente magnitudes como el coeficiente de cizalladura, el tiempo de termalización del PQG, así como la fuerza de arrastre sobre un quark pesado en movimiento dentro del plasma, y otros aspectos de la CDC, como la masa del estado “glueball” [76, 77, 78, 79].

Una forma específica de la correspondencia AdS/CFT, conocida como correspondencia calibre/gravedad (C/G), explota la relativa simplicidad de los cálculos en la TGR para la investi-

⁸Las D -branas son objetos extendidos no perturbativos que aparecen como ingredientes fundamentales de las teorías de supercuerdas.

⁹El ejemplo original descubierto por Maldacena, indica que una teoría de Super Yang Mills (SYM) con $\mathcal{N} = 4$ espinores y grupo de norma $SU(N)$, que es una teoría de campos conforme, es equivalente a una teoría de supercuerdas cerradas de tipo IIB. Las diez dimensiones en esa teoría de supercuerdas asumen un formato particular: cinco dimensiones forman una esfera S^5 y las demás, un espacio con curvatura constante negativa, denominado espacio anti de Sitter (AdS). La teoría de campos es definida en el espacio de Minkowski usual, que es la frontera tetradimensional del espacio-tiempo AdS.

¹⁰El PQG es, como su nombre lo indica, un plasma formado por quarks y gluones, que interactúan fuertemente entre sí, y ha sido descubierto en experimentos que involucran colisiones entre iones pesados relativistas [72, 73, 74].

gación del espectro de vibraciones de AN, y ha sugerido una nueva interpretación de los modos cuasinormales en términos de dicha correspondencia [80]. Según esta idea, un AN en el espacio-tiempo AdS es dual a un sistema en equilibrio térmico en la teoría de campos conforme definida en la frontera, con una temperatura caracterizada por la temperatura de Hawking del AN. Perturbar esta geometría es equivalente a perturbar el estado termodinámico correspondiente en la teoría dual, de acuerdo a la descripción de este último que ofrece la teoría de la respuesta lineal. El tiempo de amortiguamiento de la perturbación, dado por el inverso de la parte imaginaria del modo cuasinormal fundamental, equivale a la escala de tiempo para el retorno al equilibrio en la teoría de campos conforme. De esta manera, el cálculo de las frecuencias cuasinormales de un agujero negro en un espacio-tiempo AdS, nos ofrece la posibilidad de obtener no solo la energía de las excitaciones elementales, dada por la parte real de dichas frecuencias, sino también el tiempo de termalización de un sistema descrito por una teoría de campos conformes con acoplamiento fuerte.

Lo anterior ha abierto el camino a posibles aplicaciones de la dualidad C/G a la Física de la Materia Condensada [81]. Se conoce que algunos metales manifiestan el fenómeno de la superconductividad, en el que desaparece la resistividad eléctrica por debajo de cierta temperatura crítica T_c . La teoría microscópica de este fenómeno, construida por Bardeen, Cooper y Schrieffer (teoría BCS) [82], sugiere que parejas de electrones con valores opuestos del espín pueden formar, mediante la interacción con fonones, estados ligados denominados pares de Cooper. Tales estados ligados son bosones, y por debajo de cierta temperatura crítica pueden condensarse, dando lugar al estado de superconductividad. Sin embargo, la teoría BCS trabaja bien para superconductores en el régimen de acoplamiento débil, o sea, para temperatura crítica muy baja. Se espera que los superconductores a altas T_c involucren electrones fuertemente ligados, y en este caso las ideas holográficas pudiesen ayudarnos a entender algunos aspectos de sus propiedades físicas. Motivados por lo anterior, en la última década han aparecido trabajos en los cuales se modelan, por el lado gravitacional, superconductores holográficos usando, por ejemplo, AN asintóticamente AdS con “cabello” escalar, donde el condensado está “representado” por el “cabello” del AN [83, 84]. La temperatura en la teoría de campos conforme es dual a la temperatura de Hawking del AN, de manera que lo que se necesita es un AN que posea cabello escalar a bajas temperaturas y lo pierda para $T > T_c$. En la literatura han aparecido generalizaciones del modelo anterior, a las que se añaden, por ejemplo, campos magnéticos o correcciones de órdenes superiores en la curvatura.

En esta Tesis se resumen algunos de nuestros trabajos vinculados con varias de las cuestiones antes mencionadas ([85]-[98]), persiguiendo como objetivo general el estudio de la dinámica de campos clásicos y cuánticos en espacio-tiempos de ANs y branas. La estructura de la Tesis, en

correspondencia con los objetivos específicos propuestos, es la siguiente:

En el Capítulo 1, luego de una introducción breve a las ideas y ecuaciones fundamentales de la TGR, definimos un espacio-tiempo de fondo general, cuyo elemento de línea incluye como casos particulares a todos los estudiados en el resto de la Tesis. Luego de calcular sus magnitudes geométricas fundamentales, revisamos algunas soluciones de AN y branas que aparecen en escenarios propios no solo de la TGR, sino también de las teorías SUGRA, las TC y la Teoría M. En el Capítulo 2 se desarrolla la teoría de perturbaciones lineales para campos clásicos bosónicos y fermiónicos, que se propagan en un espacio-tiempo de fondo genérico descrito por la métrica presentada antes. Además, se describen brevemente las principales etapas que caracterizan la evolución temporal de perturbaciones en espacio-tiempos de AN.

Los resultados generales anteriores son aplicados, en el Capítulo 3, al estudio de la propagación de campos en espacio-tiempos de AN estáticos en varias dimensiones, así como en el exterior de p -branas negras. Se determinan las frecuencias cuasinormales, se investiga la estabilidad de dichos sistemas, y se estudia el decaimiento de las perturbaciones para tiempos asintóticamente grandes, determinándose los exponentes que cuantifican dicho efecto.

En el Capítulo 4, luego de revisar brevemente los principales aspectos formales de la TCEC, se obtienen expresiones analíticas generales para las componentes del tensor de energía-impulso renormalizado de campos cuánticos masivos que se propagan en espacio-tiempos curvos. Este resultado se aplica a la investigación de la polarización de vacío gravitacional en espacio-tiempos con simetría esférica, específicamente el caso de AN con carga eléctrica, y espacio-tiempos con simetría axial, correspondientes a cuerdas negras estáticas. Se demuestra que como consecuencia de este efecto, se violan varias de las condiciones clásicas de energía de los campos.

El Capítulo 5 incluye los resultados concernientes al cálculo de correcciones cuánticas a la métrica de un agujero negro esféricamente simétrico, usando el tensor de energía-impulso renormalizado obtenido antes, como fuente en las ecuaciones semiclásicas de Einstein. Se obtienen soluciones semiclásicas de AN con carga eléctrica, y se analiza la propagación de un campo escalar sin masa en dicho espacio-tiempo, determinándose las frecuencias que caracterizan la fase cuasinormal de la respuesta. Se demuestra que, como consecuencia de la polarización del vacío gravitacional debida a campos cuánticos masivos, un agujero negro semiclásico es mejor oscilador que su contraparte clásico. Finalmente se presentan las Conclusiones y las perspectivas para el trabajo en los temas abordados. Como complemento, se añade una cantidad considerable de Anexos, que incluyen detalles de los cálculos que, por razones de espacio, son solo presentados de manera resumida en el cuerpo principal de la Tesis, así como las Tablas de las frecuencias cuasinormales determinadas para los distintos sistemas estudiados.

Capítulo 1

AGUJEROS NEGROS Y BRANAS

1.1. Introducción

En la TGR la geometría del espacio-tiempo se describe mediante una variedad diferenciable con una métrica de signatura lorentziana dada por $ds^2 = g_{\alpha\beta}dx^\alpha dx^\beta$, donde $g_{\alpha\beta}$ es el tensor métrico, que se obtiene como solución de las ecuaciones de Einstein¹:

$$G_{\alpha\beta} + \Lambda g_{\alpha\beta} = 8\pi T_{\alpha\beta}. \quad (1.1)$$

donde $G_{\alpha\beta} \equiv R_{\alpha\beta} - \frac{1}{2}g_{\alpha\beta}R$, es el tensor de Einstein, $R = g^{\alpha\beta}R_{\alpha\beta}$ la curvatura escalar, $R_{\alpha\beta}$ el tensor de Ricci, y Λ la constante cosmológica. En el miembro derecho de (1.1) tenemos, como fuente en las ecuaciones, al tensor de energía-momentum $T_{\alpha\beta}$ de los campos de materia.

En este Capítulo introducimos un espacio-tiempo D -dimensional general que describe la geometría asociada a varias soluciones de AN. Revisamos además las características de algunas de estas soluciones, que serán objeto de estudio en el resto de la Tesis.

¹En el resto de la Tesis empleamos el sistema de unidades de Planck, en el que la constante de Cavendish G , la velocidad de la luz c y la constante de Planck h son iguales a 1.

1.2. Algunas soluciones de Agujero Negro

En lo adelante consideramos una variedad D -dimensional² $\mathcal{M}^D = \mathcal{N}^m \times \mathcal{K}^n$ con elemento de línea³

$$ds^2 = \mathfrak{g}_{\mu\nu} dz^\mu dz^\nu = g_{ab}(y) dy^a dy^b + w^2(y) d\sigma_n^2, \quad (1.2)$$

donde $w(y)$ es una función arbitraria definida sobre la variedad lorentziana \mathcal{N}^m y $d\sigma_n^2 = \gamma_{ij}(x) dx^i dx^j$ es la métrica de \mathcal{K}^n , que asumimos es una variedad de Einstein. Cuando el elemento de línea (1.2) describe el espacio-tiempo de un AN, entonces \mathcal{K}^n describe la estructura de una sección espacial de su horizonte de eventos. Si \mathcal{K}^n es de curvatura constante, la curvatura seccional $K = 0$ describe un espacio plano; $K = 1$ uno esférico; y $K = -1$ un espacio hiperbólico [64].

Si $\mathcal{M}^D = \mathcal{O}^2 \times \mathcal{S}^{D-2}$ es el producto tensorial de un espacio de órbitas bidimensional con la $(D - 2)$ -esfera, entonces (1.2) toma la forma:

$$ds^2 = -A(r)dt^2 + B(r)dr^2 + C(r)d\Omega_{D-2}^2. \quad (1.3)$$

La métrica anterior sirve para describir ANs D -dimensionales esféricamente simétricos [65]. La solución de Schwarzschild-Tangherlini se obtiene con $C(r) = r^2$, $A(r) = B(r)^{-1} = 1 - \frac{2M}{r^{\frac{1}{D-3}}}$, y describe un AN estático que presenta un horizonte de eventos en $r \equiv r_H = (2M)^{\frac{1}{D-3}}$, y una singularidad en $r = 0$. En la expresión anterior M se puede interpretar como la masa del AN medida por un observador infinitamente alejado.

También existen soluciones de AN estático en la teoría de Einstein-Maxwell, con elemento de línea:

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2M}{r^{\frac{1}{D-3}}} + \frac{Q^2}{r^{\frac{2}{2D-6}}}\right) dt^2 + \left(1 - \frac{2M}{r^{\frac{1}{D-3}}} + \frac{Q^2}{r^{\frac{2}{2D-6}}}\right)^{-1} dr^2 + r^2 d\Omega_{D-2}^2. \quad (1.4)$$

donde Q representa la carga eléctrica (o magnética) del sistema⁴. Para $D = 4$ se distinguen tres situaciones físicas: si $0 < |Q| < M$ hay dos horizontes, el de eventos $r_H = M + \sqrt{M^2 - Q^2}$ y el de Cauchy $r_C = M - \sqrt{M^2 - Q^2}$, mientras que para $|Q| = M$, ambos horizontes coinciden y tenemos una solución de AN extremo. Si $Q > M$ la solución tiene una singularidad desnuda temporal en el origen.

²La dimensión D de la variedad completa es la suma $D = m + n$.

³Introducimos coordenadas $z^\mu = (y^a, x^i)$ en \mathcal{M}^D , y en correspondencia con esto distinguiremos entre tensores que yacen en las distintas variedades usando índices con letras griegas minúsculas para denotar tensores en \mathcal{M}^D , índices latinos en el rango a, b, \dots, h para tensores en \mathcal{N}^m , e índices latinos en el rango i, j, \dots, p para tensores sobre \mathcal{K}^n .

⁴A la solución que describe un AN con carga eléctrica se le denomina solución de Reissner-Norsdtröm.

Para el sector bosónico de la SUGRA IIA(IIB) 10-dimensional, se obtienen soluciones de tipo $\mathcal{N}^{p+2} \times \mathcal{S}^{8-p}$, con carga eléctrica Q localizada en el origen, que reciben el nombre de p -branas [99, 100]. Tales objetos se describen por la métrica general introducida antes, con $w^2(\varrho) = \varrho^2 \left(1 - \frac{b^{7-p}}{\varrho^{7-p}}\right)^{\alpha_2}$, y $g^{ab}(y)dy^a dy^b = -A(\varrho)dt^2 + B(\varrho)d\varrho^2 + C(\varrho)\sum_{a=1}^p d\zeta^a d\zeta^a$, donde $A(\varrho)$, $B(\varrho)$ y $C(\varrho)$ dependen del número p y de dos parámetros: a y b , que están relacionados con la masa y la carga de la p -brana. Para que no existan singularidades nulas es necesario que $a > b$. En este caso, para todo valor de $p \leq 6$ el punto $\varrho = b$ es una singularidad genuina del espacio-tiempo, mientras que $\varrho = a$ es un horizonte de eventos, lo que permite interpretar tal configuración como un AN en 10 dimensiones. El caso extremo tiene lugar cuando $a = b$, en el que la singularidad y el horizonte de sucesos se unen convirtiéndose en una singularidad desnuda para todos los valores de p excepto $p = 3$ [69]. La 3-brana extrema continúa teniendo un horizonte de eventos en $\varrho = a$, pero la singularidad física está localizada en $\varrho = 0$.

Existen también soluciones no extremas de AN cuerdístico (ANC), obtenidas por intersección de branas en la Teoría-M [101]-[104], cuya métrica es (1.3) con $A(r) = h(r)^{-\frac{D-3}{D-2}}f(r)$, $B(r) = h(r)^{\frac{1}{D-2}}f(r)^{-1}$, $C(r) = r^2h(r)^{1/D-2}$, donde $f(r) = 1 - \left(\frac{r_H}{r}\right)^{D-3}$ y $h(r) = \prod_{i=1}^{n_D} \left[1 + \left(\frac{r_H}{r}\right)^{D-3} Q_i\right]$. Esta métrica representa una familia de soluciones de AN parametrizadas por $r_H = \mu^{\frac{1}{D-3}}$, y n_D cargas $Q_i = \sinh^2(\delta_i)$ que pueden escribirse en términos de los parámetros δ_i , provenientes de la compactificación de las dimensiones adicionales⁵. Si al menos una de las cargas es nula, se tiene un AN con una singularidad genuina en el origen, escondida por un horizonte de eventos en $r = r_H$, mientras que para todas las cargas distintas de cero la solución describe un AN regular con un horizonte de eventos en $r = r_H$ y un horizonte interno en el origen [99].

También hay soluciones de ANC asintóticamente AdS parametrizadas por tres cargas, provenientes del modelo STU de la teoría SUGRA calibrada (SUGRAC) $D = 5$, $N = 2$. El elemento de línea es (1.3) con $A(r) = f(r)h(r)^{-\frac{2}{3}}$, $B(r) = f^{-1}(r)h(r)^{\frac{1}{3}}$, $C(r) = r^2h(r)^{\frac{1}{3}}$, siendo $f(r) = 1 - \frac{\mu}{r^2} + \frac{r^2}{L^2}h(r)$, $h(r) = \prod_{i=1}^3 \left(1 + \frac{Q_i}{r^2}\right)$ y L el radio AdS definido por $L^2 = -\frac{3}{\Lambda}$. El horizonte de eventos es la mayor de las raíces de la ecuación $f(r) = 0$.

Las ecuaciones de Einstein-Maxwell con constante cosmológica negativa poseen soluciones que describen cuerdas negras (CNs), cuya métrica viene dada por $ds^2 = -(\alpha^2\rho^2 - \frac{4M}{\alpha\rho})dt^2 + \frac{1}{(\alpha^2\rho^2 - \frac{4M}{\alpha\rho})}d\rho^2 + \rho^2d\varphi^2 + \alpha^2\rho^2dz^2$, donde M es la masa por unidad de longitud de la cuerda y $\alpha^2 = -\frac{1}{3}\Lambda$, siendo Λ la constante cosmológica negativa. La solución tiene un horizonte de eventos localizado en $\rho_H = \frac{\sqrt[3]{4M}}{\alpha}$, y una singularidad polinómica genuina en el origen [105].

⁵ μ es el denominado parámetro de no-extremalidad, y n_D un número que depende de la dimensión D del espacio-tiempo.

Capítulo 2

PROPAGACIÓN DE CAMPOS ALREDEDOR DE AGUJEROS NEGROS. FORMALISMO LINEAL

2.1. Introducción

En el Universo no existen agujeros negros aislados. Por consiguiente, un AN siempre estará en un estado perturbado, y siempre que se quiera conocer algo acerca de su interacción con el entorno astrofísico o microscópico, se deberá comenzar por un análisis de sus perturbaciones. La evolución temporal de una perturbación alrededor de un AN posee un período inicial transitorio relativamente corto que depende fuertemente de las condiciones iniciales, seguido por un período largo de oscilaciones propias amortiguadas, llamadas modos cuasinormales, y, a tiempos muy grandes, una etapa en que los modos cuasinormales son suprimidos por colas potenciales o exponenciales.

En este capítulo ofrecemos un tratamiento lo más general y abarcador posible del problema relacionado con el estudio de perturbaciones de diferente espín alrededor de ANs. Algunos de los resultados presentados se resumen en nuestros trabajos [93]-[98].

2.2. Formalismo Lineal

Consideremos la dinámica de un sistema de campos de materia φ_k acoplados a un campo de gravedad. La solución general de las ecuaciones de Einstein y las de los campos la constituyen la métrica y los campos propagándose en la misma, que denotaremos por $ds^2 = g_{\alpha\beta}(x) dx^\alpha dx^\beta$ y $\varphi_k = \varphi_k(x)$. Para ANs estacionarios, la métrica y los campos pueden expresarse como la suma de cantidades de fondo no perturbadas $g_{\alpha\beta}^{(0)}$, $\varphi_k^{(0)}$ y las perturbaciones $h_{\alpha\beta}$, $\delta\varphi_k$, o sea: $g_{\alpha\beta} \rightarrow$

$g_{\alpha\beta}^{(0)} + h_{\alpha\beta}, \varphi_k \rightarrow \varphi_k^{(0)} + \delta\varphi_k$. Además, despreciamos contribuciones de orden $\mathcal{O}((h_{\alpha\beta})^2), \mathcal{O}(h_{\alpha\beta}\delta\varphi_k), \mathcal{O}((\delta\varphi_k)^2)$ y superiores.

Si asumimos que los campos de materia considerados son débiles en el sentido de que el efecto de su tensor de energía-momentum sobre la métrica de fondo del AN puede despreciarse, entonces las perturbaciones de dichos campos físicos en el fondo gravitacional no se acoplan a las perturbaciones de la métrica y, por consiguiente, dichos campos no son más que campos de prueba en el fondo gravitatorio del AN.

2.3. Ecuaciones de evolución para perturbaciones

En la Tesis se demuestra que la evolución temporal de perturbaciones de diferente espín alrededor de ANs se describe, por lo general, por una ecuación de ondas de la forma:

$$\frac{\partial^2 \psi_\sigma}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \psi_\sigma}{\partial r_*^2} + V_\sigma(r) \psi_\sigma = 0, \quad (2.1)$$

donde ψ_σ es la amplitud de la perturbación y σ representa el conjunto de números que describen el espectro de la parte angular del operador de evolución temporal. En la ecuación anterior $V_\sigma(r)$ representa el potencial efectivo que contiene toda la información sobre el objeto compacto en cuestión. A continuación resumimos brevemente los resultados para cada campo de prueba.

2.3.1. Perturbación escalar

En el espacio-tiempo (1.3), una perturbación escalar $\phi(z^\mu)$ con masa μ , acoplada mínimamente a la gravedad se describe mediante la ecuación (2.1) para la variable maestra escalar $\varphi_{\ell,m}(y^a)$, con el potencial efectivo ¹:

$$V_\ell^{(E)}(r) = \frac{1}{16} \left(\frac{B}{A} \right) H_2(r) - U_\ell(r), \quad (2.2)$$

donde $U_\ell(r) = A \left[\frac{1}{C(r)} \left\{ \frac{(D-2)(4-D)}{4} F(r) - \frac{D-2}{2} G(r) - \ell(\ell + D - 3) \right\} - \mu^2 \right]$, y las funciones $F(r)$, $G(r)$ dependen de las componentes de la métrica y sus derivadas respecto a la variable radial. Además, en (2.1) r_* representa la coordenada "tortuga"² definida según $\frac{d}{dr_*} = \sqrt{\frac{A}{B}} \frac{d}{dr}$.

¹ $\ell \geq 0$ y $|m| \leq \ell$ son los números multipolar y azimutal, respectivamente.

²Si la constante cosmológica $\Lambda \geq 0$, la coordenada tortuga mapea toda la región exterior al AN en el intervalo $(-\infty, \infty)$. En el caso del espacio AdS ($\Lambda \leq 0$) el intervalo es $(-\infty, r_{*\infty})$, donde $r_{*\infty}$ es un valor finito que depende de la constante de integración que entra en la definición de la coordenada tortuga.

2.3.2. Perturbaciones de prueba electromagnéticas

Una perturbación electromagnética se describe mediante la 1-forma A_μ , que define el tensor del campo electromagnético³ $F_{\mu\nu} = \bar{\nabla}_\mu A_\nu - \bar{\nabla}_\nu A_\mu$. De acuerdo a su comportamiento ante el grupo de simetrías de \mathcal{K}^n , encontramos dos sectores tensoriales irreducibles de A_μ : uno escalar y otro vectorial. Para espacio-tiempos descritos por la métrica (1.3) las ecuaciones de evolución de cada sector se reducen a (2.1), con los potenciales efectivos:

$$\begin{aligned} V_\ell^{(escalar)}(r) &= \frac{A}{4r^2 B} (D-4) \left[\frac{D-2}{r} + \left(\frac{d}{dr} \ln B - \frac{d}{dr} \ln A \right) \right] \\ &+ \frac{A}{r^2} \ell (\ell + D - 3). \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$\begin{aligned} V_\ell^{(vector)}(r) &= \frac{A}{4rB} (D-4) \left[\frac{D-6}{r} + \left(\frac{d}{dr} \ln A - \frac{d}{dr} \ln B \right) \right] \\ &+ \frac{A}{r^2} (\ell + 1) (\ell + D - 4). \end{aligned} \quad (2.4)$$

2.3.3. Perturbaciones de prueba fermiónicas

Para un campo de Dirac neutro sin masa propagándose en un espacio-tiempo descrito por (1.3), el potencial efectivo resulta

$$V_\ell = \pm \frac{d\Lambda_\ell}{dr_*} + \Lambda_\ell^2. \quad (2.5)$$

donde $\Lambda_\ell(r) = (\ell + \frac{D-2}{2}) \sqrt{\frac{A}{C}}$, mientras que un campo de Rarita-Schwinger en un espacio-tiempo de Schwarzschild se describe por el potencial efectivo

$$V_\ell^{(\frac{3}{2})}(r) = Q_\ell(r) - \frac{dT_\ell(r)}{dr_*} \quad (2.6)$$

con la función $T_\ell(r)$ definida por $T_\ell(r) = -\frac{1}{F_\ell(r)}(\ell+3)(\ell+1)\sqrt{(\ell+3)(\ell+1)+1} + \frac{d}{dr_*}(\ln F_\ell(r))$, y $F_\ell(r) = \frac{r^6}{\Delta^{3/2}}Q_\ell(r)$, siendo $\Delta = r^2 - 2Mr$.

³Denotaremos por $\bar{\nabla}_\mu$, D_a y \hat{D}_i , las derivadas covariantes definidas en \mathcal{M}^D , \mathcal{N}^m y \mathcal{K}^n , respectivamente.

2.3.4. Perturbaciones gravitacionales.

El caso físicamente más interesante es el de las perturbaciones gravitacionales. Proyectando $h_{\mu\nu}$ con relación a \mathcal{K}^n , y analizando su comportamiento ante el grupo de simetrías de dicha variedad, encontramos tres sectores tensoriales irreducibles para las perturbaciones gravitacionales: escalar, vectorial y tensorial. Para remover la ambigüedad de calibración propia de las perturbaciones gravitacionales, podemos construir nuevas variables invariantes de norma, y escribir las ecuaciones de perturbación para cada sector en términos de las mismas. Por ejemplo, para el sector tensorial se obtiene la ecuación maestra

$$\hat{\square}\varphi^{GT}(y^a) + W^{(GT)}\varphi^{GT}(y^a) = 0, \quad (2.7)$$

donde $W^{(GT)}(y^a) = \frac{1}{w^2} \left[\frac{n(2-n)}{4}(Dw)^2 - \frac{n}{2}w\hat{\square}w - k_T^2 - 2K \right]$. En el caso particular en que el espacio-tiempo global \mathcal{K}^n sea la n -esfera \mathcal{S}^n , obtenemos (2.1) con el mismo potencial efectivo que el de un campo escalar sin masa con acople mínimo a la gravedad. Este es uno de los resultados más importantes de la Tesis.

2.4. Evolución temporal de las perturbaciones y modos cuasinormales

Podemos estudiar la evolución temporal de perturbaciones resolviendo (2.1) directamente, usando métodos numéricos [39, 65]. Las frecuencias cuasinormales pueden determinarse directamente a partir de la data numérica, y además estudiar las colas de los campos para tiempos asintóticamente grandes.

Otra forma de obtener las frecuencias cuasinormales es resolviendo el problema de autovalores⁴:

$$\left(\frac{d^2}{dr_*^2} + \omega^2 - V(r) \right) R_\omega(r) = 0. \quad (2.8)$$

obtenido mediante la sustitución $\psi(t, r) = \sum_{n=0}^{\infty} \exp(-i\omega_n t) R_{\omega_n}(r)$ en (2.1). En la frontera de la región de trabajo, la función que describe la perturbación debe ser una onda puramente emergente, exceptuando el caso de espacios asintóticamente AdS, en los que usualmente se impone en el infinito espacial una condición de frontera de Dirichlet.

⁴En lo adelante suprimimos los subíndices que indican la dependencia de la misma con los números angulares σ , y el subíndice n de ω_n , entendiendo que ω es cualquier frecuencia perteneciente al espectro cuasinormal.

Capítulo 3

PERTURBACIONES DE AGUJEROS NEGROS CLÁSICOS

En este Capítulo se resumen nuestros trabajos [90]-[96], en los que se estudian perturbaciones de diferente espín, en varios espacio-tiempos de interés.

3.1. Perturbaciones de ANs de Schwarzschild

La Figura (3.1) presenta los resultados de la integración característica de la ecuación de evolución para un campo de gravitinos que se propaga en un AN de Schwarzschild. En la versión completa de la Tesis, se muestran además los perfiles de evolución temporal de perturbaciones escalares, vectoriales, espinoriales y gravitacionales. En todos los casos se distinguen las fases transitoria, cuasinormal y colas potenciales a tiempos muy grandes. Para evaluar las frecuencias cuasinormales usamos dos métodos diferentes: un ajuste de la data numérica usando el algoritmo de Prony, y un método semianalítico de tipo WKB de sexto orden, con excelente coincidencia en los resultados obtenidos por ambos procedimientos. La Figura (3.1) muestra además los modos cuasinormales calculados para la perturbación de Rarita-Schwinger. Para un número multipolar dado, los sobretonos superiores se vuelven menos oscilatorios, y decrece el factor de calidad $\Upsilon = |Re(\omega)|/|Im(\omega)|$ de los modos. Lo contrario sucede para los modos con número multipolar mayor y el mismo número de sobretono. A medida que se incrementa el espín de una perturbación bosónica, esta decae más rápidamente, y lo opuesto sucede para perturbaciones fermiónicas. En cuanto a la relajación de las perturbaciones fuera del AN, nuestros resultados para el caso de perturbaciones de espín $s = 0, 1/2, 1$ y 2 , se corresponden con los reportados previamente [51, 52]. Sin embargo, las perturbaciones de gravitino desaparecen más rápidamente, y nuestros resultados numéricos sugieren que el decaimiento a tiempos asintóticamente grandes es proporcional a $t^{-(2\ell+5)}$.

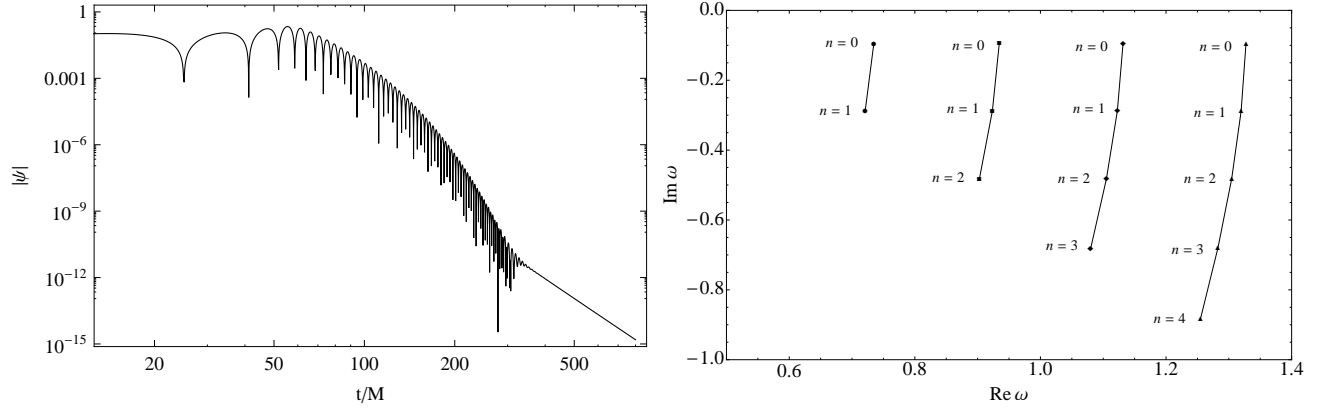


Figura 3.1: Perfil logarítmico de la evolución temporal de gravitinos con $\ell = 2$ (izquierda) y sus modos cuasinormales para varios ℓ (derecha) en un AN de Schwarzschild con $r_H = 2$.

3.2. Perturbación escalar sin masa en p -branas negras

Algunos resultados de la integración característica se muestran en la Figura 3.2, donde se observa el cuadro usual de la dinámica perturbativa de campos en espacio-tiempos de ANs. La última fase depende fuertemente del valor del parámetro k , que puede interpretarse como un parámetro de masa para el campo escalar en la teoría. Para $k = 0$, observamos un decaimiento no oscilatorio que sigue una ley de potencias. Pero, si $k \neq 0$, la cola es oscilatoria, con una envolvente del tipo ley de potencias. Las frecuencias cuasinormales se determinaron usando el método WKB de sexto orden y el ajuste de la data numérica proveniente de la integración característica. Se observó que para valores grandes del parámetro a , que para b fijo representa esencialmente la masa de la brana, con el aumento de k los modos son más oscilatorios y menos amortiguados. Por otro lado, las frecuencias ω escalan aproximadamente con el inverso del parámetro de masa a^{-1} (excepto para valores pequeños de dicho parámetro). Con el aumento del parámetro p , disminuyen de forma aproximadamente lineal las partes real e imaginaria de las frecuencias.

Para tiempos asintóticamente grandes la perturbación no masiva decae siguiendo una ley de potencias proporcional a $t^{\alpha(p,\ell)}$. Para $p = 1, 3, 5, 6$, podemos determinar analíticamente que $\alpha = 2\ell - p + 8$ para $p = 1, 3, 5$ y $\alpha = 2\ell + 3$ para $p = 6$. Para $p = 0, 2, 4$, nuestros resultados numéricos sugieren una expresión similar con $\alpha = 2\ell - p + 10$. Para $k \neq 0$, las simulaciones numéricas sugieren colas de la forma $\psi_\ell \sim \sin(kt)t^{-\gamma(p,\ell)}$. Si $p = 6$, podemos usar los resultados generales obtenidos en las referencias [58, 59, 62] para campos escalares masivos, y así determinar

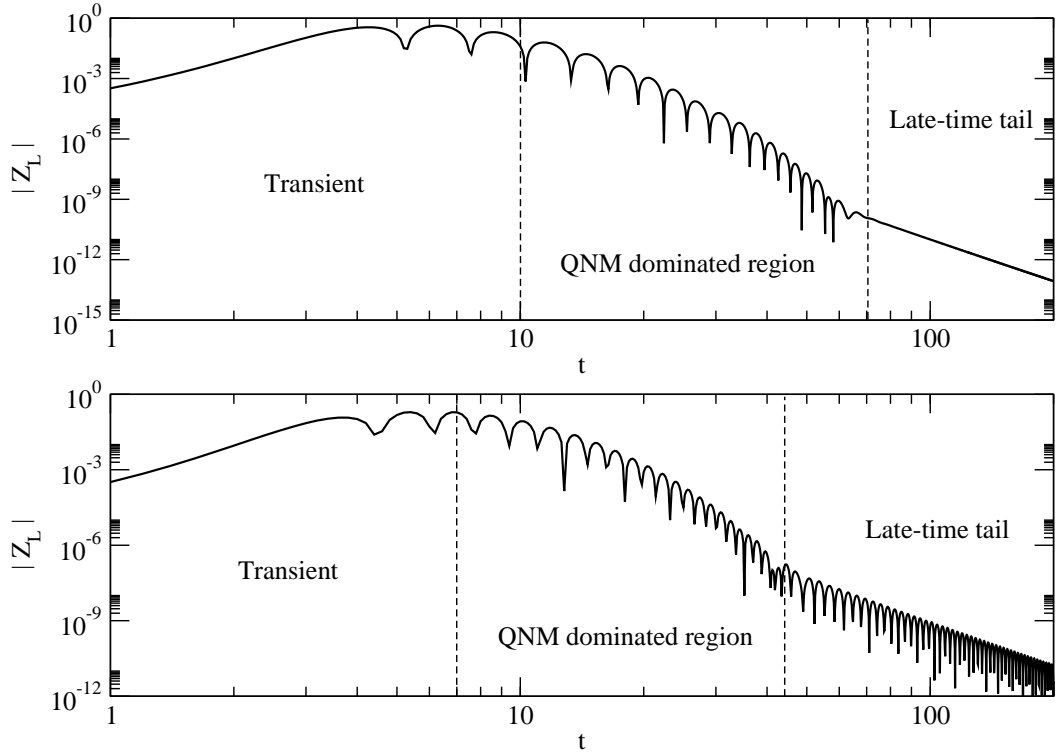


Figura 3.2: Gráficos Log-Log de la evolución temporal de una perturbación escalar en una p -brana no extrema. Se indican la fase cuasinormal y la cola a tiempos grandes. Los parámetros de la brana son $p = 0$, $a = 2$, $b = 0.5$, $\ell = 1$ and $k = 0$ (arriba), $k = 1$ (abajo). La figura se ha tomado de la referencia [90].

el coeficiente en la ley de potencias de manera analítica, que resulta: $\gamma(p = 6, \ell) = 5/6$. Para otros valores de p el problema analítico permanece abierto.

En el caso de la geometría extrema el análisis es más sutil. Si $p = 3$, estamos en presencia de una solución de AN y el problema de las perturbaciones está claramente formulado. Para $p < 5$, el potencial luce similar al caso no-extremo, lo que implica que el problema de propagación de ondas unidimensional inicial es similar al discutido previamente para el caso no extremo¹.

¹Las frecuencias cuasinormales, que se muestran en el Anexo F de la Tesis, fueron calculadas usando la fórmula WKB de sexto orden. La singularidad desnuda de tipo tiempo [69] para $p = 6$, hace que el problema de Cauchy no sea bien comportado, por lo que excluimos este caso de nuestros cálculos numéricos.

3.3. Propagación de campos en espacio-tiempos de agujeros negros cuerdísticos

3.3.1. Campos fermiónicos

En esta sección consideramos perturbaciones no masivas de Dirac en espacio-tiempos de ANC's. En estos casos el potencial efectivo se describe por medio de las expresiones (2.5). Los perfiles de potencial en todos los casos, desde $D = 4$ hasta $D = 9$ son similares: en forma de barrera definida positiva, que tiende a cero cuando nos alejamos del origen, y se anulan en el horizonte de eventos. Por consiguiente, es de esperar que todos los agujeros negros cuerdísticos sean estables ante perturbaciones fermiónicas, hecho que confirman nuestros resultados numéricos.

La integración característica muestra que las perturbaciones evolucionan siguiendo el patrón convencional que aparece en la propagación de campos en otros tipos de AN. La Figura 3.3 muestra la evolución temporal de un campo de Dirac sin masa en espacio-tiempos de ANC's regulares de varias dimensiones para cargas iguales a 1. Los resultados para diferentes configuraciones de cargas son similares. Como puede observarse, la fase cuasinormal disminuye su duración con el aumento de la dimensión del espacio-tiempo. Este patrón es igual para todas las configuraciones de cargas estudiadas. Las frecuencias cuasinormales fueron calculadas usando el método WKB de sexto orden y un ajuste de la data numérica mediante el método de Prony.

Un incremento en la carga del AN produce un decrecimiento en la frecuencia y el factor de amortiguamiento de la oscilación. Para valores fijos de las cargas, la frecuencia de oscilación se incrementa para números multipolares altos, con número de sobretono fijo. Resulta interesante que el factor de amortiguamiento de las frecuencias cuasinormales con $n = 0$ alcanza rápidamente un valor fijo para grandes valores del número multipolar. Esta situación es diferente para números de sobretono grandes, ya que el factor de amortiguamiento de la oscilación cuasinormal para n fijo decrece con ℓ . El comportamiento cualitativo anterior es genérico, independiente de los valores de las cargas y la dimensión física en la solución.

Por otro lado, para $D = 4$, la data numérica sugiere un decaimiento a tiempos muy grandes proporcional a $t^{-(2\ell+3)}$. Para $D > 4$ nuestro estudio numérico sugiere que ANC's de dimensión impar se relajan a tiempos asintóticamente grandes siguiendo una ley de potencias proporcional a $t^{-(2\ell+D-2)}$, mientras que en el caso de dimensión par el relajamiento es más rápido, proporcional a $t^{-(2\ell+3D-8)}$, para $D = 6$, y a $t^{-(2\ell+3D-16)}$, para $D = 8$. Es importante recalcar que una dependencia parecida fue demostrada analíticamente para el caso de perturbaciones escalares en espacio-tiempos de Schwarzschild-Tangherlini [61].

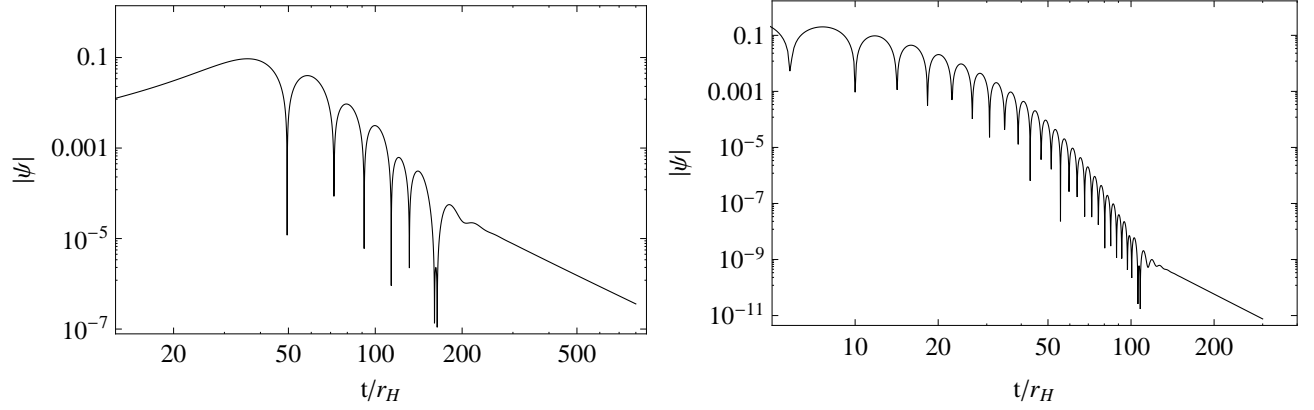


Figura 3.3: Gráficos logarítmicos de la evolución temporal de perturbaciones de Dirac no masivas en agujeros negros cuerdísticos. Los parámetros de la solución son $\ell = 1$ y $D = 4$, $Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_4 = 1$ (arriba izquierda), y $D = 5$, $Q_1 = Q_2 = Q_3 = 1$ (arriba derecha).

3.3.2. Evolución de un campo escalar sin masa en el ANC del modelo STU

La Figura 3.4 muestra la evolución temporal del modo fundamental gravito-tensorial (modo $\ell=2$ de la perturbación escalar) para ANC's del modelo STU, con dos cargas iguales y una tercera variando, y la evolución de modos con distinto valor de ℓ , respectivamente. Las frecuencias cuasinormales se calcularon ajustando la data numérica obtenida, pues en este caso, es imposible la aplicación del método WKB.

Lo primero que salta a la vista es que toda la evolución temporal está dominada por la fase cuasinormal, a diferencia del caso de perturbaciones en espacio-tiempos asintóticamente planos. Como en el caso que analizamos el potencial efectivo diverge en el infinito espacial, no aparecen colas potenciales. Además, con el aumento de la carga, $-Im(\omega)$ aumenta, lo que corresponde a una disminución de la escala de tiempo de decaimiento, como muestran también las Figuras 3.5 y 3.6.

Un resultado interesante es el relacionado con el comportamiento del campo escalar de prueba con el aumento del número multipolar ℓ . La Figura 3.4 muestra que los modos con mayor número multipolar decaen más lentamente, al contrario de lo que sucede para ANs asintóticamente planos. El comportamiento anterior es independiente de las cargas en la solución de ANC.

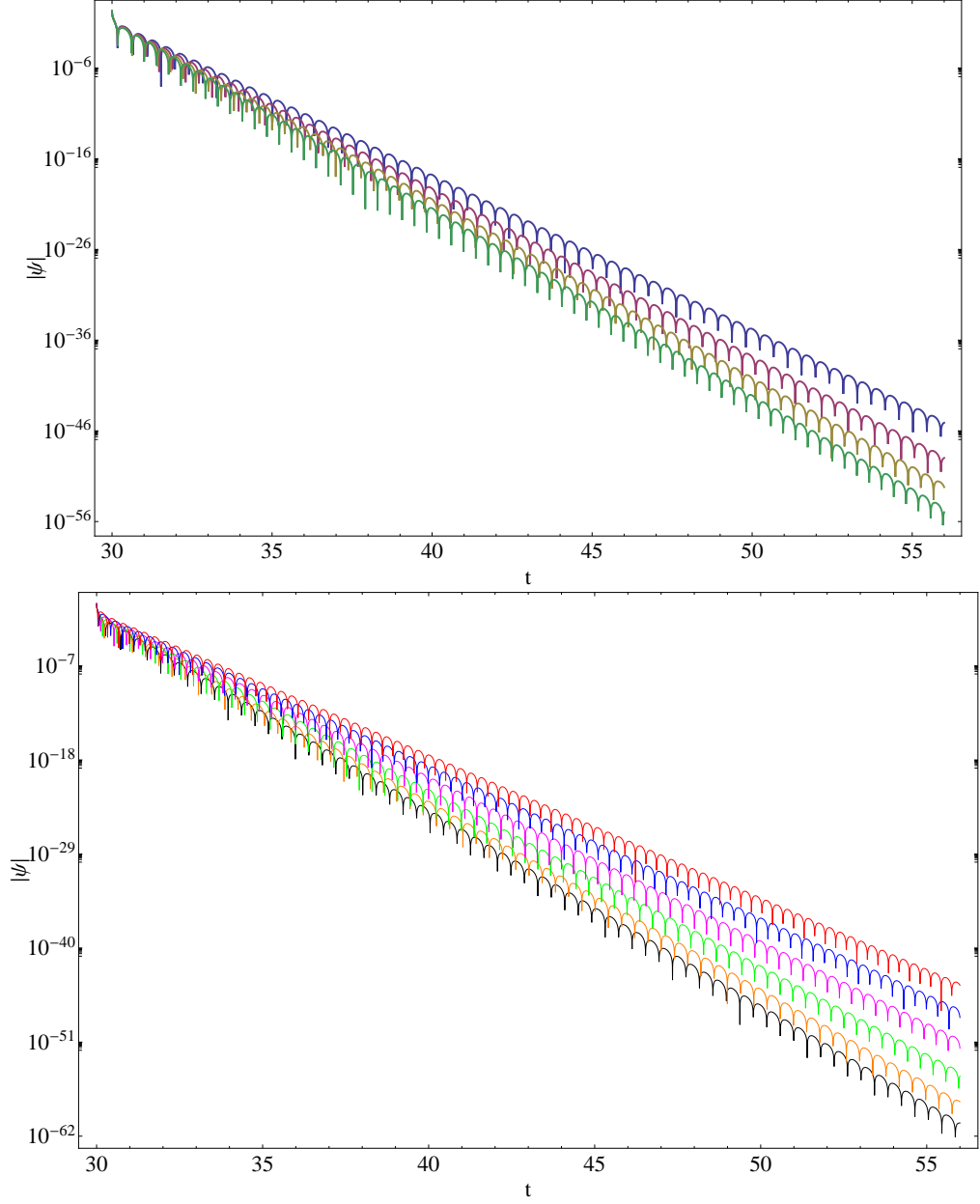


Figura 3.4: Gráficos semi-logarítmicos de la evolución temporal de perturbaciones escalares sin masa en ANC's del modelo STU en 5D. Los parámetros de la solución son: $\ell = 2$, $Q_1 = Q_2 = 1$, $Q_3 = 1/10, 4/10, 7/10, 1$ (arriba desde la curva superior a la inferior) y $Q_i = 1$, $\ell = 2, \dots, 7$ (abajo desde la curva inferior a la superior).

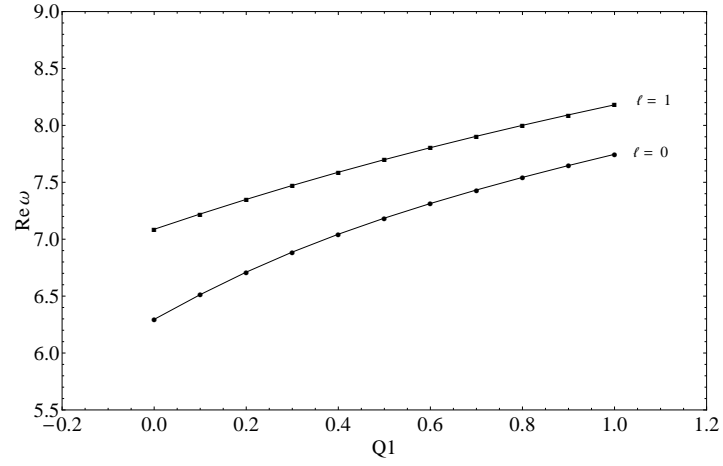


Figura 3.5: Dependencia de la parte real de las frecuencias cuasinormales con el parámetro de carga Q_1 para un ANC del modelo STU. El resto de los parámetros de la solución son $\ell = 0, 1$ y $n = 0$, $Q_2 = Q_3 = 1$.

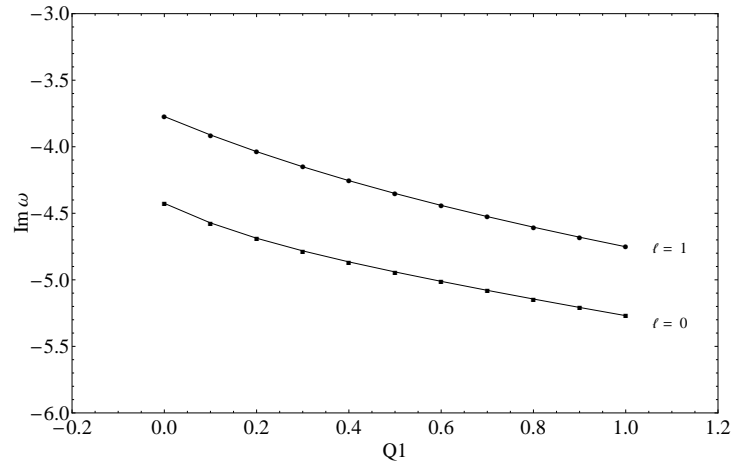


Figura 3.6: Dependencia de la parte imaginaria de las frecuencias cuasinormales con el parámetro de carga Q_1 para un ANC del modelo STU. El resto de los parámetros de la solución son $\ell = 0, 1$ y $n = 0$, $Q_2 = Q_3 = 1$.

Capítulo 4

TEORÍA CUÁNTICA DE CAMPOS EN ESPACIO-TIEMPOS CURVOS

4.1. Introducción

En la TCEC se consideran las propiedades cuánticas de todos los campos del modelo estándar, pero se trata al campo gravitatorio como un fondo clásico. Así, el campo gravitacional se sigue describiendo por ecuaciones de Einstein, cuya fuente es el tensor de energía-momentum de los campos de materia cuánticos $\langle T_{\mu\nu} \rangle_{ren}$, calculado en un espacio-tiempo de fondo clásico fijo [106, 110].

Este Capítulo contiene un resumen de nuestros trabajos [85]-[89], en los que se usa el método de la acción efectiva cuántica para obtener expresiones analíticas aproximadas de $\langle T_{\mu\nu} \rangle_{ren}$ para campos cuánticos masivos en espacio-tiempos curvos arbitrarios, y se investiga la polarización del vacío gravitacional en espacio-tiempos de CNs estáticas.

4.2. Tensor de energía-momentum renormalizado en la aproximación de Schwinger-DeWitt

Consideremos un campo arbitrario $\varphi^A(x)$ definido sobre un espacio-tiempo D -dimensional, cuya dinámica sea generada por el operador mínimo de segundo orden [7, 107]

$$\hat{\Delta}^A_B = \left\{ \delta^A_B (\hat{\square} - m^2) + Q^A_B(x) \right\} \sqrt{-g(x)} \delta(x, x'), \quad (4.1)$$

donde $\hat{\square} = g^{\mu\nu} \nabla_\mu \nabla_\nu$ es el operador covariante de Laplace-Beltrami, ∇_μ es la derivada covariante, m es el parámetro de masa del campo cuántico y $Q^A_B(x)$ es una matriz arbitraria.

En la Tesis se demuestra que los operadores que describen la dinámica de campos escalares, vectoriales y espinoriales masivos pueden reducirse siempre a la forma (4.1). Para tales campos, es posible escribir la acción efectiva cuántica renormalizada, al nivel de un lazo, en forma de un desarrollo asintótico en potencias inversas del cuadrado de la masa del campo¹. El primer término de dicho desarrollo puede ser escrito en la forma general

$$\begin{aligned}\Gamma_{(1)\text{ren}} &= \frac{1}{192\pi^2 m^2} \int d^4x g^{1/2} \left(\alpha_1^{(s)} R \square R + \alpha_2^{(s)} R_{\mu\nu} \square R^{\mu\nu} + \alpha_3^{(s)} R^3 + \alpha_4^{(s)} R R_{\mu\nu} R^{\mu\nu} \right. \\ &+ \alpha_5^{(s)} R R_{\mu\nu\rho\sigma} R^{\mu\nu\rho\sigma} + \alpha_6^{(s)} R_\nu^\mu R_\rho^\nu R_\mu^\rho + \alpha_7^{(s)} R^{\mu\nu} R_{\rho\sigma} R_\mu^\rho R_\nu^\sigma \\ &+ \alpha_8^{(s)} R_{\mu\nu} R_{\lambda\rho\sigma}^\mu R^{\nu\lambda\rho\sigma} + \alpha_9^{(s)} R_{\rho\sigma}^{\mu\nu} R_{\mu\nu}^{\lambda\gamma} R_{\lambda\gamma}^{\rho\sigma} + \alpha_{10}^{(s)} R_\mu^\rho R_\nu^\sigma R_\lambda^\mu R_\gamma^\nu R_\rho^\lambda R_\sigma^\gamma \left. \right) \\ &= \frac{1}{192\pi^2 m^2} \sum_{i=1}^{10} \alpha_i^{(s)} W_i,\end{aligned}\quad (4.2)$$

donde los coeficientes numéricos $\alpha_i^{(s)}$ dependen del espín del campo.

A partir de la acción efectiva renormalizada podemos obtener las componentes del tensor de energía-momentum de los campos de materia cuánticos en presencia de un campo gravitacional externo [85]-[89]

$$\langle T_{\mu\nu} \rangle_{\text{ren}} \equiv \left\langle \text{out, vac} | T_{\mu\nu}(x) | \text{in, vac} \right\rangle_{\text{ren}} = \frac{2}{\sqrt{-g}} \frac{\delta \Gamma_{(1)\text{ren}}}{\delta g^{\mu\nu}(x)}. \quad (4.3)$$

Debido a la dificultad que supone calcular las derivadas funcionales en la expresión anterior, durante mucho tiempo se pensó que esta era una tarea imposible de resolver². En nuestros trabajos [85]-[89] se dió solución a esta cuestión, y se obtuvieron expresiones analíticas para $\langle T_{\mu\nu} \rangle_{\text{ren}}$ correspondiente a campos de diferente espín.

Una vez construido el tensor de energía-momentum de un campo cuántico en un fondo curvo, podemos usar esta magnitud como fuente en las ecuaciones semiclásicas de Einstein:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R + \Lambda g_{\mu\nu} = 8\pi \langle T_{\mu\nu} \rangle_{\text{ren}} \quad (4.4)$$

¹Este desarrollo asintótico define la denominada aproximación de Schwinger-DeWitt, conveniente para el estudio de la polarización de vacío de campos masivos siempre y cuando la longitud de onda de Compton $\lambda = 1/m$ sea mucho menor que la escala de longitud característica L_c .

²Birrel y Davies, en la página 190 de su libro clásico *Quantum Fields in Curved Space*, escribieron al respecto (La $W_{(1)\text{ren}}$, de Birrel y Davies es nuestra $\Gamma_{(1)\text{ren}}$): "... in a practical calculation it is not possible to follow this route. This is because in order to carry out the functional differentiation of $\Gamma_{(1)\text{ren}}$ with respect to $g_{\mu\nu}$..., it is generally necessary to know $W_{(1)\text{ren}}$ for all geometries $g_{\mu\nu}$. This is impossible difficult."

Resolviendo las ecuaciones (4.4) podemos hallar las correcciones cuánticas al espacio-tiempo de fondo, debidas a los efectos de retroacción de los campos cuánticos no gravitacionales.

4.3. Polarización del vacío gravitacional en el espacio-tiempo de una CN estática

En el espacio-tiempo de una cuerda negra estática³ se pueden obtener resultados simples para $\langle T_{\mu\nu} \rangle_{ren}$, tal y como fue demostrado por primera vez en nuestros trabajos [85]-[89].

En el caso general, todas las componentes del $\langle T_{\mu\nu} \rangle_{ren}$ de un campo escalar masivo son positivas en el horizonte de eventos para valores de la constante de acoplamiento que satisfacen la relación $\eta^3 + \frac{1}{40}\eta < \frac{1}{210}$, por lo que la densidad de energía $\varepsilon = -T_t^{(E)t}$ es negativa, lo cual resulta en una violación de la Condición débil de energía(CDE). Un campo masivo espinorial cuántico viola además, la condición de energía dominante (CEDom).

Finalmente, un campo masivo vectorial, viola la condición nula de energía (CNE) en el horizonte. Para que la CDE se satisfaga, necesitamos una densidad de energía positiva, tal y como obtenemos en este caso particular, pero además se requiere que la CNE se satisfaga, por lo que un campo vectorial masivo en el espacio-tiempo de una cuerda negra estática viola la CDE, al igual que en los casos escalar y espinorial. Si la CNE se satisface y la suma de las presiones principales y la densidad de energía del campo es positiva, entonces se cumple la Condición fuerte de energía (CFE), mientras que la CEDom requiere que $-\varepsilon \leq p_j \leq \varepsilon$. Por consiguiente, en este caso también se violan ambas condiciones de energía.

³En la versión completa de la Tesis se incluye además un estudio de los efectos de la polarización de vacío gravitacional alrededor de un AN con carga eléctrica.

Capítulo 5

AGUJEROS NEGROS SEMICLÁSICOS EN CUATRO DIMENSIONES Y SUS MODOS CUASINORMALES

5.1. Introducción

En este Capítulo abordamos el estudio de los cambios que la polarización del vacío gravitacional produce sobre el espectro cuasinormal de un campo escalar que se propaga en el exterior de un AN semiclásico. Los resultados descritos son un resumen de nuestros trabajos [91, 92].

5.2. Modos cuasinormales de un campo escalar sin masa en un AN semiclásico de Reissner-Nordstrom

Hasta donde nos es conocido, el primer estudio de la influencia de las correcciones cuánticas al espacio-tiempo de un AN en $4D$ sobre sus modos cuasinormales fue realizado en nuestros trabajos [91, 92].

Es posible demostrar [91, 92] que el elemento de línea que describe un AN semiclásico esféricamente simétrico viene dado por (1.3) con $C(r) = r^2$ y

$$\frac{1}{B(r)} = 1 - \frac{2M}{r} + \frac{Q^2}{r^2} + \frac{8\pi}{r} \sum_j N_j \int_{-\infty}^r \zeta^2 \langle (T_t{}^t) \rangle_{ren}^j d\zeta, \quad (5.1)$$

$$A(r) = \frac{1}{B(r)} \exp \{ \lambda(r) \}, \quad (5.2)$$

donde

$$\lambda(r) = 8\pi \sum_j N_j \int_{-\infty}^r \zeta B_j(\zeta) \left(\langle (T_r^r) \rangle_{ren}^j - \langle (T_t^t) \rangle_{ren}^j \right) d\zeta. \quad (5.3)$$

y el subíndice j denota a las especies individuales de campos con diferente peso de espín. En las expresiones anteriores Q y M representan la carga y la masa de la solución clásica. Las integrales en (5.1) y (5.3) pueden calcularse introduciendo un desarrollo perturbativo en el parámetro $\varepsilon = 1/M^2$, donde M es la masa desnuda del AN.

Si consideramos la evolución de una perturbación escalar de prueba no masiva en el exterior de un AN semiclásico de Reissner-Nordström, el potencial efectivo, para todos los valores admisibles de los parámetros que describen la solución semiclásica, tiene forma de barrera de potencial definida positiva, lo cual asegura la estabilidad de la solución. Por consiguiente, podemos calcular las frecuencias cuasinormales usando la aproximación WKB de sexto orden.

En la versión completa de la Tesis se demuestra que la polarización del vacío gravitacional produce un corrimiento en las frecuencias cuasinormales del sistema semiclásico. Un AN semiclásico experimenta un incremento en la parte real de la frecuencia de oscilación, y un decrecimiento del factor de amortiguamiento, de manera que se produce un incremento del factor de calidad del oscilador. Como es de esperar, las diferencias en las frecuencias cuasinormales se reducen en la medida que aumenta la masa desnuda del sistema.

Así, el AN semiclásico de Reissner-Nordström es un mejor oscilador que su contraparte clásica. Este resultado está en correspondencia cualitativa con el obtenido por Konoplya al estudiar la influencia de la creación de partículas escalares por medio de la radiación de Hawking sobre la métrica de un agujero BTZ [112].

El efecto encontrado puede entenderse como consecuencia del decrecimiento de la masa del AN semiclásico, con respecto a la masa del agujero desnudo, asociado al carácter exótico de los campos cuantizados, que violan la condición de energía débil en las cercanías del horizonte de sucesos, ya que una disminución de la masa medida por un observador distante ocasiona un incremento en la frecuencia de oscilación del sistema.

CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS

En esta Tesis estudiamos la propagación de campos clásicos y cuánticos en espacio-tiempos de ANs. A continuación, a manera de conclusiones, se resumen los principales resultados obtenidos:

1. La dinámica de la propagación de campos bosónicos y fermiónicos alrededor de AN y branas se describe por la ecuación de ondas (2.1), donde el potencial efectivo depende de las características propias del AN. Para tiempos intermedios la evolución está caracterizada por un conjunto de modos cuasinormales, cuya frecuencia se puede calcular resolviendo el problema de autovalores (2.8). Para tiempos muy grandes, la amplitud de la perturbación decae siguiendo una ley de potencias en espacios asintóticamente planos, mientras que para un ANC del modelo STU, la fase cuasinormal domina toda la evolución temporal. En dependencia del carácter tensorial de la perturbación y su comportamiento ante el grupo de simetrías global del espacio-tiempo de fondo, podemos tener varios sectores tensoriales irreducibles que caracterizen completamente la dinámica. Es interesante que la estabilidad de soluciones de alta dimensión puede analizarse en términos de un campo escalar sin masa con acople mínimo a la gravedad, debido a la equivalencia entre la descripción matemática de este campo y el sector gravito-tensorial.
2. En todos los casos estudiados no se encontró ninguna inestabilidad. En un AN de Schwarzschild, las perturbaciones bosónicas y fermiónicas se propagan de manera dependiente del espín. Las perturbaciones bosónicas con espín mayor tienen menor factor de calidad, y lo contrario sucede en el caso fermiónico. Por otro lado, los campos escalares, electromagnéticos, gravitacionales y de Dirac decaen a tiempos asintóticamente grandes siguiendo una ley de potencias proporcional al factor $t^{-(2\ell+3)}$, y las perturbaciones de gravitino decaen más rápidamente, siguiendo una ley proporcional a $t^{-(2\ell+5)}$.
3. En ANCs, el aumento del parámetro de carga induce un decrecimiento en la frecuencia cuasinormal y en el factor de amortiguamiento del sistema. En $4D$, el sistema decae a

tiempos asintóticamente grandes siguiendo una ley de potencias proporcional a $t^{-(2\ell+3)}$, mientras que, para dimensiones mayores que cuatro, los ANC's de dimensión impar se relajan siguiendo una ley de potencias proporcional a $t^{-(2\ell+D-2)}$, mientras que en el caso de dimensión par el relajamiento es más rápido, proporcional a $t^{-(2\ell+3D-8)}$ para $D = 6$, y a $t^{-(2\ell+3D-16)}$ para $D = 8$.

4. Para campos cuánticos masivos, en la aproximación de grandes masas del campo, se puede obtener una expresión analítica para el tensor de energía-impulso renormalizado del mismo en un fondo curvo. Con el mismo podemos resolver el problema de la retroacción del campo cuántico sobre la métrica original, y obtener las correcciones cuánticas a la misma. Para campos con geometría esférica, uno de los efectos de la retroacción sobre un AN es el cambio en la masa del mismo, que disminuye como consecuencia de la violación, por parte del campo cuántico, de la condición débil de energía. Esto podría dar lugar a efectos observables, pues un AN semiclásico cargado eléctricamente sobre el que se propaga una perturbación de prueba escalar se comporta como mejor oscilador que su contraparte clásica.
5. Los campos cuánticos masivos de distinto espín en el espacio-tiempo de una cuerda negra estática violan algunas o todas las condiciones de energía locales sobre el horizonte de eventos. Un campo escalar con acople mínimo, o conforme a la gravedad, un campo vectorial y uno espinorial, violan la CDE en el horizonte. El campo espinorial viola, además, la CEDom, mientras que el campo vectorial viola también la CNE y la CFE.

Como perspectivas para el trabajo futuro podemos mencionar las siguientes:

1. Estudiar la propagación de campos de espín 1 y fermiónicos en espacio-tiempos de p -branas negras con vistas a su uso en aplicaciones de la correspondencia AdS/CFT. De la misma manera, sería interesante investigar la influencia de la carga eléctrica en la propagación de gravitinos, estudiando el caso de un AN de Reissner-Nordström.
2. Desarrollar un argumento analítico que nos permita obtener el factor de decaimiento, para tiempos asintóticamente grandes, de perturbaciones de gravitino en ANs, para complementar los resultados numéricos obtenidos en esta Tesis.
3. Investigar la propagación de campos de diferente espín, y cargados eléctricamente, en ANC de modelo STU, con vistas a utilizarlos en aplicaciones de la correspondencia AdS/CFT en la investigación de superconductores holográficos. Completar el estudio de perturbaciones bosónicas en el caso de ANC's asintóticamente planos.

4. Implementar métodos numéricos más potentes para el cálculo de modos cuasinormales, como el de fracciones continuas para espacio-tiempos generales y el de Horowitz-Hubbeny para espacio-tiempos asintóticamente AdS.
5. Investigar la polarización de vacío en espacio-tiempos de cuerdas negras con carga eléctrica y rotación. Analizar si se violan también las condiciones locales de energía en estos casos. Resolver el problema de retroacción en sistemas con geometría cilíndrica y usar los resultados generales para encontrar correcciones cuánticas a las métricas mencionadas. Una cuestión muy interesante sería analizar si la cuantización de campos es un factor determinante en la presencia de curvas temporales cerradas en cuerdas negras en rotación, dada la posible aplicación de estos sistemas como máquinas de tiempo.
6. Obtener el término de orden siguiente para $\langle T_{\mu}^{\nu} \rangle_{ren}$, proporcional a la cuarta potencia del inverso de la masa del campo cuántico, para investigar si, con la mejoría de la aproximación, los resultados cambian de manera apreciable. Si es el caso, incluir este nuevo orden en los resultados obtenidos en esta Tesis.

Referencias del autor sobre el tema de la Tesis

Publicaciones en revistas de impacto:

1. *Quantization of massive scalar fields over static black string backgrounds*, Owen Pavel Fernández Piedra and Alejandro Cabo Montes de Oca, *Phys. Rev. D* **75**, 107501 (2007).
2. *Vacuum polarization of massive spinor fields in static black-string backgrounds*, Owen Pavel Fernández Piedra and Alejandro Cabo Montes de Oca, *Phys. Rev. D* **77**, 024044 (2008).
3. *Perturbations of black p -branes*, Elcio Abdalla, Owen Pavel Fernández Piedra, Jeferson de Oliveira and Carlos Molina, *Phys. Rev. D* **81**, 064001 (2010).
4. *Vacuum polarization effects on quasinormal modes in electrically charged black hole space-times*, Owen Pavel Fernández Piedra and Jeferson de Oliveira, *Int. Journal of Mod.Phys. D* **19**, 63 (2010).
5. *Quantum stress tensor for a massive vector field in the space-time of a cylindrical black hole*, Owen Pavel Fernández Piedra and Jerzy Matyjasek, *Phys. Rev. D* **82**, 067501 (2010).
6. *Gravitino perturbations in Schwarzschild black holes*, Owen Pavel Fernández Piedra, *Int. Journal of Mod.Phys. D* **20**, 93 (2011).
7. *Quasinormal modes of semiclassical electrically charged black holes*, Owen Pavel Fernández Piedra and Jeferson de Oliveira, *Class. Quantum Grav.* **28**, 085003 (2011).
8. *Fermion perturbations in string theory black holes*, Owen Pavel Fernández Piedra and Jeferson de Oliveira, *Class. Quantum Grav.* **28**, 085023 (2011).
9. *Object picture, quasinormal modes and late time tails of fermion perturbations in string theory black hole with $U(1)$ charges*, Owen Pavel Fernández Piedra, Fidel Sosa, José Bernal and Yulier Jiménez, *Int. Journal of Mod.Phys. D* **21**, 1250044 (2012).

Otras publicaciones y Trabajos presentados en eventos internacionales

1. *Quantization of massive scalar fields over static black string backgrounds*, Owen Pavel Fernández Piedra and Alejandro Cabo Montes de Oca, ArXiv:gr-qc/0701135.
2. *Teoría cuántica de campos escalares masivos en el espacio-tiempo de una cuerda negra*, Owen Pavel Fernández Piedra, *Rev. Cub. Física* **25**, 111, (2008).
3. *Vacuum polarization effects on quasinormal modes in electrically charged black hole spacetimes*, Jeferson de Oliveira and Owen Pavel Fernández Piedra, *Proceedings of Science, ISFTG* **60**, 63 (2009). Presentado en 5th International School of Field Theory and Gravitation, Cuiabá City, Brazil (2009).
4. *Rarita-Schwinger perturbations in four dimensional Schwarzschild black holes*, Owen Pavel Fernández Piedra, presentado en *STARS2011*, Habana, Cuba (2011).
5. *Fermion perturbations in four dimensional stringy black holes*, Owen Pavel Fernández Piedra, presentado en *STARS2011*, Habana, Cuba (2011).
6. *Object picture, quasinormal modes and long time tails of fermion perturbations in string theory black hole with $U(1)$ charges*, Owen Pavel Fernández Piedra, Fidel Sosa, José Bernal and Yulier Jiménez, ArXiv:gr-qc/1101135
7. *Scalar field evolution in five dimensional AdS stringy black holes*, Owen Pavel Fernández Piedra and Fidel Sosa, enviado a *Phys. Rev. D*, (2011).
8. *Fermion perturbations in string theory black holes II: higher dimensions*, Owen Fernández Piedra, José Bernal, Yulier Jiménez and Leosdan Figueredo, enviado a *Class. Quantum Grav.* (2011).
9. *Perturbations of black holes spacetimes*, Elcio Abdalla and Owen Pavel Fernández Piedra, a ser enviado a *Phys. Reports* (2011).

Bibliografía

- [1] C. Itzykson and J.-B. Zuber, *Quantum field theory*, (New York: McGraw-Hill, 1980).
- [2] P. Ramond, *Field theory: A modern primer*, (Massachusetts: Benjamin, Reading, 1981).
- [3] C. W. Misner, K. S. Thorne and J. A. Wheeler, *Gravitation*, (Freeman, San Francisco, 1973).
- [4] S. W. Hawking and G. F. R. Ellis, *The Large Scale Structure of Space-Time*, (Cambridge University Press, Cambridge, England, 1973).
- [5] R. M. Wald, *General Relativity*, (Chicago, 1984).
- [6] K. S. Thorne, *Black holes and Time warps. Einstein's outrageous legacy*, (W. W. Norton and Company, New York, 1994).
- [7] N.D. Birrel and P. C. Davies, *Quantum Fields in Curved Space*, (Cambridge University Press, Cambridge, 1982).
- [8] S. W. Hawking, *Commun. Math. Phys* **43**, 199 (1975) .
- [9] G. T'Hooft, *ArXiv:gr-qc/9310026*.
- [10] L. Suskind, *J. Math. Phys* **36**, 6377 (1995).
- [11] J. Polchinski, *String Theoy, vols.1,2*, (Cambridge University Press, 1998).
- [12] G. T. Horowitz, *ArXiv:gr-qc/0011089*.
- [13] P. Horava and E. Witten, *Nuclear Phys. B* **460**, 506 (1996).
- [14] J. M. Maldacena, *arXiv:hep-th/9607235*.

- [15] T. Regge and J. A. Wheeler, *Phys. Rev.* **108**, 1063 (1957).
- [16] C. V. Vishveshwara, *Nature* **227**, 936 (1970).
- [17] C. V. Vishveshwara, *Phys. Rev.* **D1**, 2870 (1970).
- [18] L. A. Edelstein and C. V. Vishveshwara, *Phys. Rev.* **D1**, 3514 (1970).
- [19] S. Chandrasekar, *Proc. R. Soc. Lond. A* **343**, 289 (1975).
- [20] S. Chandrasekhar, *The Mathematical Theory of Black Holes*, (New York, Oxford University Press, 1983).
- [21] F. J. Zerilli, *Phys. Rev. Lett.* **24**, 737 (1970).
- [22] F. J. Zerilli, *Phys. Rev.* **D2**, 2141 (1970).
- [23] W. H. Press, *Astrophys. J.* **L170**, 105 (1971).
- [24] C. J. Goebel, *Astrophys. J.* **L172**, 95 (1972).
- [25] S. A. Teukolsky, *Phys. Rev. Lett.* **29**, 1114 (1972).
- [26] V. Moncrief, *Ann. Phys.* **88**, 323 (1974).
- [27] S. Chandrasekhar and S. Detweiler, *Proc. R. Soc. Lond. A* **344**, 441 (1975).
- [28] C. T. Cunningham, R. H. Price and V. Moncrief, *Astrophys. J.* **224**, 643 (1978).
- [29] C. T. Cunningham, R. H. Price and V. Moncrief, *Astrophys. J.* **230**, 870 (1979).
- [30] C. T. Cunningham, R. H. Price and V. Moncrief, *Astrophys. J.* **236**, 674 (1980).
- [31] V. Ferrari and B. Mashhoon, *Phys. Rev.* **D30**, 295 (1984).
- [32] R. F. Stark and T. Piran, *Phys. Rev. Lett.* **55**, 891 (1985).
- [33] B. Mashhoon, *Phys. Rev.* **D31**, 290 (1985).
- [34] B. F. Schutz and C. M. Will, *Astrophys. J.* **L291**, 33 (1985).
- [35] E. W. Leaver, *Proc. R. Soc. Lond. A* **402**, 285 (1985).

- [36] E. W. Leaver, *J. Math. Phys.* **27**, 1238 (1986).
- [37] E. W. Leaver, *Phys. Rev.* **D45**, 4713 (1992).
- [38] E. Abdalla, R. A. Konoplya, C. Molina, *Phys. Rev.* **D72**, 084006 (2005).
- [39] C. Gundlach, R. H. Price, J. Pullin, *Phys. Rev.* **49**, 883 (1994);
- [40] B. Shutz and C. M. Will, *Astrophys. J. Lett.* **L33**, 291 (1985).
- [41] S. Iyer and C. M. Will, *Phys. Rev.* **D35**, 3621 (1987).
- [42] K. D. Kokkotas and B. G. Schmidt, *Living Rev. Rel.* **2**, 2 (1999).
- [43] H.-P. Nollert, *Class. Quant. Grav.* **16**, R159 (1999).
- [44] Berti, E., Cardoso, V. and Starinets, A. O., *Class. Quant. Grav.* **26**, 163001 (2009).
- [45] R. A. Konoplya and A. Zhidenko, *Rev.Mod.Phys* **83**, 793 (2011).
- [46] R. A. Konoplya, *Phys. Rev.* **D68**, 024018 (2003).
- [47] R. A. Konoplya, *J. Phys. Stud.* **8**, 93 (2004).
- [48] E. Berti, V. Cardoso, J. A. Gonzales and U. Sperhake , *Phys. Rev.* **D75**, 124017 (2007).
- [49] A. Zhidenko, *PhD Thesis*, arxiv:0903.3555.
- [50] R. A. Konoplya and E. Abdalla, *Phys. Rev.* **D71**, 084015 (2005); M.I. Liu, H. I. Liu and Y. X. Gui, *Class. Quantum Grav.* **25**, 105001 (2008); P. Kanti and R. A. Konoplya, *Phys. Rev.* **D73**, 044002 (2006); J. F. Chang, J. Huang and Y. G. Shen *Int. J. Theor. Phys.* **46**, 2617 (2007); H. T. Cho, a. S. Cornell, J. Doukas and W. Naylor, *Phys. Rev.* **D77**, 016004 (2008); J. F. Chang and Y. G. Shen *Int. J. Theor. Phys.* **46**, 1570 (2007); Y. Zhang and Y. X. Gui, *Class. Quantum Grav.* **23**, 6141 (2006); R. A. Konoplya *Phys. Lett.* **B550**, 117 (2002); S. Fernandez and K. Arnold, *Gen. Rel. Grav.* **36**, 1805 (2004); H. Kodama, R. A. Konoplya and A. Zhidenko, arxiv:0904.2154; H. Ishihara, M. Kimura, R. A. Konoplya, K. Murata, J. Soda and A. Zhidenko, *Phys. Rev.* **D77**, 084019 (2008); R. A. Konoplya and A. Zhidenko, *Phys. Lett.* **B644**, 186 (2007); R. A. Konoplya, arxiv: 0905.1523; H. Kodama, R. A. Konoplya and A. Zhidenko, arxiv: 0904.2154;

- [51] R. H. Price, *Phys. Rev.* **D5**, 2419 (1972).
- [52] R. H. Price and L. M. Burko, *Phys. Rev.* **D70**, 084039 (2004).
- [53] E. S. C. Ching, P. T. Leung, W. M. Suen and K. Young *Phys. Rev. Lett* **74**, 2414 (1995).
- [54] E. S. C. Ching, P. T. Leung, W. M. Suen and K. Young , *Phys. Rev.* **D52**, 2118 (1995). PRL 74, 2414 (1995) and PRD 52, 2118 (1995)
- [55] V. Cardoso, J. P. S. Lemos, *Phys. Rev.*, **D67**, 084020, (2003); R. A. Konoplya, A. Zhidenko, *JHEP*, **0406**, 037 (2004); R. A. Konoplya, *Phys. Rev.* **D68**, 124017, (2003).
- [56] B. Wang, C. Y. Lin, E. Abdalla, *Phys. Lett.*, **B481**, 79, (2000); B. Wang E. Abdalla, C. Molina, *Phys. Rev.*, **D63**, 084001, (2001); C. Molina, D. Giugno, E. Abdalla, A. Saa, *Phys. Rev.*, **D69**, 104013, (2004); E. Abdalla, B Cuadros Melgar, C. Molina, A. Pavan, *Nucl. Phys.*, **B752**, 40, (2006).
- [57] Jaqueline Morgan, Vitor Cardoso, Alex S. Miranda, C. Molina, Vilson T. Zanchin, *Journal of High Energy Physics*, **0909**, 117 (2009).
- [58] H. Koyama, A. Tomimatsu, *Phys. Rev. D* **65**, 084031 (2002).
- [59] H. Koyama, A. Tomimatsu, *Phys. Rev. D* **64**, 044014 (2001).
- [60] G. Gibbons and S. Hartnoll, *Phys. Rev. D* **66**, 064024 (2002).
- [61] V. Cardoso, O.J.C. Dias and J. P. S. Lemos, *Phys. Rev.* **D67**, 064026 (2003).
- [62] R. A. Konoplya, A. Zhidenko and C. Molina, *Phys. Rev. D* **75**, 084004 (2007).
- [63] L. Motl and A. Neitzke, *Adv. Theor. Math. Phys.* **7**, 307 (2003), [hep-th/0301173].
- [64] H. Kodama, A. Ishibashi, O. Seto, *Phys. Rev.*, **D62**, 064022, (2000) ; H. Kodama, A. Ishibashi, *Prog. Theor. Phys.*, **110**, 701, (2003), A. Ishibashi and H. Kodama, *Prog. Theor. Phys.* **110**, 901 (2003), H. Kodama and A. Ishibashi, *Prog. Theor. Phys.* **111**, 29 (2004).
- [65] C. Molina, *Propagação de Campos em Buracos Negros Esféricos*, Tesis Doctoral, Universidade de São Paulo (2003).
- [66] G. t'Hoft, *Nuclear Phys.* **B 72**, 461 (1974).

- [67] G. t'Hoft, *Phys. Lett.* **B 103**, 207 (1981).
- [68] J. M. Maldacena, *Adv. Theor. Math. Phys.* **2**, 231 (1998).
- [69] S. S. Aharony *et al*, *Phys. Rept.* **757**, 183 (2000).
- [70] G. Policastro, D. T. Son, A. O. Starinets, *JHEP* **09**, 043, (2002); D. T. Son, A. O. Starinets, *JHEP* **09**, 042, (2002); D. T. Son, A. O. Starinets, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.*, **57**, 95, (2007); D. T. Son, A. O. Starinets, *JHEP* **03**, 052, (2006).
- [71] P. Kotvun, D. T. Son, A. O. Starinets, *Phys. Rev. Lett.*, **94**, 111601,(2005); P. Kotvun, D. T. Son, A. O. Starinets *JHEP*, **0310**, 064, (2003); A. O. Starinets, *Phys. Rev.*, **D66**, 124013, (2002).
- [72] I. Arsene *et al*, *Nuclear. Phys.* **A 757**, 1 (2005).
- [73] K. Adcox *et al*, *Nuclear. Phys.* **A 757**, 184 (2005).
- [74] B. B. Back *et al*, *Nuclear. Phys.* **A 757**, 28 (2005).
- [75] D. Mateos, *Class. Quantum Grav.* **24**, 713 (2007).
- [76] E. Shuryak, *Progr. Part. Nucl. Phys.* **53**, 273, (2004); S. Gubser, *Gen. Relat. Grav.* **39**, 1533, (2007); G. Policastro, D. T. Son, A. O. Starinets, *Phys. Rev. Lett.*, **87**, 081601,(2001) J. J. Friess *et al*, *JHEP* **04**, 080 (2007). S. S. Gubser , *Phys. Rev.* **D74**, 126005 (2006).
- [77] C. Csaki, H. Ooguri, Y. Oz and J. Terning, *JHEP* **9901**, 017 (1999).
- [78] H. Boschi-Filho and N. R. F. Braga, *JHEP* **0305**, 009 (2003).
- [79] A. S. Miranda, C. A. Ballon Bayona, H. Boschi-Filho and N. R. F. Braga, *JHEP* **0911**, 119 (2009).
- [80] G. T. Horowitz, V. E. Hubeny, *Phys. Rev.* **D62**, 024027 (2000).
- [81] S. A. Hartnoll, *Class. Quant. Grav.* **26**, 224002 (2009).
- [82] J. Bardeen, L. N. Cooper and J. R. Schrieffer, *Phys. Rev.* **108**, 1175 (1957).
- [83] S. S. Gubser, *Phys. Rev.* **D78**, 065034 (2008).

- [84] S. S. Gubser and S. S. Pufu, *JHEP* **0811**, 033 (2008).
- [85] Owen Pavel Fernández Piedra and Alejandro Cabo Montes de Oca, *Phys. Rev. D* **75**, 107501 (2007) .
- [86] Owen Pavel Fernández Piedra and Alejandro Cabo Montes de Oca, *gr-qc/0701135* .
- [87] Owen Pavel Fernández Piedra and Alejandro Cabo Montes de Oca, *Phys. Rev. D* **77**, 024044 (2008) .
- [88] Owen Pavel Fernández Piedra, *Rev. Cub. Física* **25**, 111, (2008).
- [89] Owen Pavel Fernández Piedra and Jerzy Matyjasek, *Phys. Rev. D* **82**, 067501 (2010) .
- [90] E. Abdalla, O. P. F. Piedra, J. de Oliveira, C. Molina *Phys. Rev. D* **81**, 064001 (2010).
- [91] Owen Pavel Fernández Piedra and Jeferson de Oliveira, *Int. Journal of Mod.Phys. D* **19**, 63 (2010)
- [92] Owen Pavel Fernández Piedra and Jeferson de Oliveira, *Class. Quantum Grav.* **28**, 085003 (2011)
- [93] Owen Pavel Fernández Piedra and Jeferson de Oliveira, *Class. Quantum Grav.* **28**, 085023 (2011)
- [94] Owen Pavel Fernández Piedra, *Int. Journal of Mod.Phys. D* **20**, 93 (2011).
- [95] Owen Pavel Fernández Piedra, Fidel Sosa, José Bernal and Yulier Jiménez, *Int. Journal of Mod.Phys. D* **21**, 1250044 (2012).
- [96] Owen Pavel Fernández Piedra and Fidel Sosa, enviado a *Phys. Rev. D*, (2011).
- [97] Owen Pavel Fernández Piedra, José Bernal, Yulier Jiménez and Leosdan Figueredo, enviado a *Class. Quantum Grav.* (2011).
- [98] Elcio Abdalla and Owen Pavel Fernández Piedra, a ser enviado a *Phys. Reports* (2011).
- [99] G. T. Horowitz, A. Strominger, *Nucl. Phys.* **B360**, 197, (1991).
- [100] I.R. Klebanov, *TASI Lectures: Introduction to AdS/CFT correspondence*, hep-th/0009139, 2006.

- [101] M. Cvetič and D. Youm, *Phys. Rev. D* **53**, 584 (1996).
- [102] M. Cvetič and D. Youm, *Nucl. Phys. B* **472**, 249 (1996).
- [103] M. Cvetič and A. A. Tseytlin, *Nucl. Phys. B* **478**, 181 (1996).
- [104] G. T. Horowitz, J. M. Maldacena and A. Strominger, *Phys. Lett. B* **383**, 151 (1996).
- [105] J. P. S. Lemos and V. T. Zanchin, *Phys. Rev. D* **54**, 3840 (1996) .
- [106] P. R. Anderson, W. A. Hiscock and D. A. Samuel, *Phys. Rev. D* **51**, 4337 (1995) .
- [107] I. G. Avramidi, *Nucl. Phys. B* **355**, 712 (1991), I. G. Avramidi, *PhD Thesis*, hep-th/9510140.
- [108] J. Matyjasek, *Phys. Rev. D* **61**, 124019 (2000) .
- [109] J. Matyjasek, *Phys. Rev. D* **63**, 084004 (2001) .
- [110] A. DeBenedictis, *Class. Quant. Grav.* **16**, 1955 (1999).
- [111] V. P. Frolov and I. D. Novikov, *Black Hole Physics* (Kluwer Dordrecht 1998).
- [112] R. A. Konoplya, *Phys. Rev. D* **70**, 047503 (2004).