

文章编号: 1007-4627(2014) 04-0429-09

## 基于有限核性质确定核物质对称能的密度依赖性

董建敏<sup>1</sup>, 左 维<sup>1</sup>, 顾建中<sup>2</sup>, 范小华<sup>1, 3</sup>

(1. 中国科学院近代物理研究所, 兰州 730000;

2. 中国原子能科学研究院, 北京 102413;

3. 中国科学院大学, 北京 100049)

**摘要:** 密度依赖的对称能作为核物质状态方程的同位旋相关部分, 是当前核物理和天体物理两个领域共同关注的重要热点问题之一。人们在实验和理论两方面对此进行了大量的探索, 然而由于问题的困难性, 对其研究尚未达成共识。目前, 研究对称能的方法有很多, 其中包括微观和唯像核多体理论、重离子碰撞、原子核的巨共振等。近年来, 低密对称能的研究已经取得了重要进展。本文综述了利用有限核的信息来约束核物质对称能的密度依赖性方面的研究工作, 这一研究途径尽可能地降低了理论分析的模型依赖性。研究表明,  $^{208}\text{Pb}$  对称能(系数)  $a_{\text{sym}}(A)$  等于参考密度  $\rho_A = 0.55\rho_0$  处的核物质对称能(系数)。这个关系将有限核与核物质的对称能联系了起来, 借此可以探究亚饱和密度核物质对称能的密度依赖性, 因此核心目标是准确确定  $^{208}\text{Pb}$  对称能(系数)。我们通过重核  $\beta^-$  衰变能和质量差来提取  $^{208}\text{Pb}$  对称能(系数), 进而约束亚饱和密度下核物质对称能的密度依赖行为。

**关键词:** 对称能; 有限核; 核质量

**中图分类号:** O572.2      **文献标志码:** A      **DOI:** 10.11804/NuclPhysRev.31.04.429

### 1 引言

核物理与天体物理的相互交叉与融合不仅极大地扩展了核物理的研究空间, 而且为研究非对称核物质的性质提供了一个极好的机会。确定同位旋非对称核物质的状态方程尤其是其同位旋依赖部分(即对称能)是极端条件下核物理的一个重要研究目标。一方面, 对称能是核物理中的重要前沿课题, 对于理解重离子碰撞过程中同位旋相关的物理现象以及奇特核的稳定性具有非常重要的意义。另一方面, 对称能在核天体物理研究中具有特殊的重要性。它对理解中子星的很多奇特性质和现象, 例如中子星的结构、热演化、内壳层的厚度、质量-半径关系、准周期振荡、中微子发射等都具有特别重要的意义。因而, 对中子星物理的很多关键问题的理解, 迫切需要关于对称能的准确知识。实际上, 非对称核物质状态方程的理论研究可以

追溯到 20 世纪 60 年代 Brueckner 等<sup>[1]</sup>的工作。此后, 基于不同的核多体理论人们对此进行了大量的研究。由于人们对核介质中核子-核子相互作用的认识不够清楚以及核多体问题本身的复杂性, 不同的理论方法给出了很不一致的状态方程。直到最近十年左右, 人们在探索状态方程的同位旋非对称性方面(即密度依赖的对称能)才取得了重要的进展<sup>[2-3]</sup>。

近年来在饱和密度附近区域, 对称能的研究已经取得了一定的进展。对于密度为  $\rho = \rho_n + \rho_p$  和非对称度  $\delta = (\rho_n - \rho_p)/\rho$  的核物质, 其单粒子能量通常写为  $e(\rho, \delta) = e(\rho, 0) + S(\rho)\delta^2$ , 其中  $\rho_n$ ,  $\rho_p$  和  $\rho$  分别为中子密度、质子密度和总的核子密度。在饱和点  $\rho_0$  附近, 对称能按密度展开至二阶的表达式为

$$S(\rho) = S_0 + \frac{L}{3} \left( \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \right) + \frac{K_{\text{sym}}}{18} \left( \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \right)^2 + \dots, \quad (1)$$

收稿日期: 2014-03-24; 修改日期: 2014-05-26

**基金项目:** 国家重点基础研究发展计划(973计划)项目(2013CB834405); 国家自然科学基金项目(11175219, 10975190, 11275271); 中国科学院青年创新促进会基金

**作者简介:** 董建敏(1986-), 男, 山东临沂人, 副研究员, 从事原子核结构和中子星物理的研究; E-mail: dongjm07@impcas.ac.cn。

<http://www.npr.ac.cn>

其中:  $S_0$  是饱和点处对称能;  $L = 3\rho\partial S(\rho)/\partial\rho|_{\rho_0}$  和  $K_{\text{sym}} = 9\rho^2\partial^2 S/\partial\rho^2|_{\rho_0}$  分别为饱和点处对称能的斜率和曲率参数, 它们决定了饱和点处对称能的密度依赖行为。人们通过重离子碰撞中同位旋扩散、反质子原子、原子核质量、重核中子皮厚度、原子核巨共振、矮共振等方法对饱和点附近对称能的密度依赖性进行了研究。但是不同的方法给出的结果有一定的差异。利用同位旋依赖 Boltzmann-Uehling-Uhlenbeck (IBUU) 输运模型分析同位旋扩散的数据结合描述对称能的常用表达式  $S(\rho) = S_0(\rho/\rho_0)^\gamma$  得出了  $\gamma = (0.69 \sim 1.05)^{[4]}$ 。分析  $^{208}\text{Pb}$  巨单极共振给出了  $\gamma = (0.5 \sim 0.65)^{[5]}$ 。从有限核质量提取对称能给出  $\gamma = (0.6 \sim 0.8)^{[6]}$ 。改进的量子分子动力学 (ImQMD) 输运模型分析同位旋扩散和双中质比的数据结合描述对称能的另一常用表达式  $S(\rho) = 12.5(\rho/\rho_0)^{2/3} + C_p(\rho/\rho_0)^\gamma$  给出了  $\gamma = (0.4 \sim 1.05)^{[7]}$ 。最近, Sotani 等<sup>[8]</sup>通过识别软  $\gamma$ -射线复现源 SGR1806-20 的最低准周期振荡频率给出  $L \gtrsim 50$  MeV。Möller 等<sup>[9]</sup>通过更加精确的核质量数据给出了  $L = (70 \pm 15)$  MeV。Steiner 和 Gandolfi<sup>[10]</sup>通过中子星质量和半径的观测结果在 68% 的置信区间给出了  $43 < L < 52$  MeV。Roca-Maza 等<sup>[11]</sup>分析了同位旋标量和矢量巨四极共振能量给出  $L = (37 \pm 18)$  MeV。Wang 和 Li<sup>[12]</sup>发现镜像核  $^{30}\text{S}$ - $^{30}\text{Si}$  的均方根电荷半径差与  $L$  之间存在线性相关, 并给出  $L = (54 \pm 19)$  MeV。此外值得一提的是, 十多年前人们已经注意到, 重核中子皮的厚度 (中子和质子分布均方根半径的差异) 与饱和点处斜率参数  $L$  呈现出线性关联<sup>[13]</sup>。虽然理论上对于斜率参数  $L$  和中子皮厚度的描述存在着明显的模型依赖, 但是这个线性关联在平均场层次上是普遍的<sup>[13-18]</sup>。因此, 只要实验上准确地测出了中子皮的厚度, 斜率参数  $L$  便可以可靠地确定。

在高密区, 对称能的密度依赖性更不确定。虽然当前的核多体理论和方法相比于以往有了很大的改进, 但是预言的结果仍很不一致。实验上, 人们在重离子核反应中通过观测一些对对称能敏感的可观测量来提取有关对称能方面的信息, 如出射核子的中质比, 中质微分流, 中子-质子关联函数,  $t/{}^3\text{He}$ ,  $\Pi^-/\Pi^+$ ,  $\Sigma^-/\Sigma^+$ ,  $K^0/K^+$  等。此外, 人们还常用双比率来降低系统误差和库仑力的影响。但是, 在分析

实验结果时仍需借助一些输运模型, 然而, 不同的输运模型给出的结论甚至大相径庭<sup>[19-20]</sup>。因此, 虽然有很多实验和理论研究, 但目前对于对称能的高密行为的趋势尚没有确定下来。有关对称能更详尽的论述, 可参考近期文献<sup>[21-23]</sup>。

## 2 对称能的密度依赖性

首先, 我们要检验常用的对称能的密度依赖形式在平均场层次下的合理性。在对称能的研究中, 人们经常采用表达式  $S(\rho) = S_0(\rho/\rho_0)^\gamma$  来描述饱和点附近对称能的密度依赖行为。利用这个表达式, 我们可以得出斜率参数  $L$  和曲率参数  $K_{\text{sym}}$  两者之间的数学关系式

$$S_0 = \frac{L}{3 + K_{\text{sym}}/L}。 \quad (2)$$

由另外一个常用的对称能密度依赖关系式  $S(\rho) = 12.5(\rho/\rho_0)^{2/3} + C_p(\rho/\rho_0)^\gamma$ , 类似地可以得到

$$S_0 = 12.5 + \frac{(L - 25)^2}{3L + K_{\text{sym}} - 50}。 \quad (3)$$

密度依赖的 M3Y(DDM3Y) 相互作用给出的对称能的形状为<sup>[24]</sup>  $S(\rho) = C_k(\rho/\rho_0)^{2/3} + C_1(\rho/\rho_0) + C_2(\rho/\rho_0)^{5/3}$ 。其中  $C_k = (2^{2/3} - 1)\frac{5}{3}(\hbar^2 k_{\text{F}0}^2/2m) = 13.0$  MeV。 $S_0$ ,  $L$  和  $K_{\text{sym}}$  的关系可以写为

$$S_0 = 2.6 + \frac{L}{3} - \frac{K_{\text{sym}}}{15}。 \quad (4)$$

下面我们检验关系式(2), (3), (4)在平均场框架下是否能很好地成立。类似于文献<sup>[25]</sup>中的做法, 为了排除对研究结果不公正的因素, 在本文中我们避免采用同一研究小组用同一模式拟合得到的两组以上的平均场模型, 对于  $^{208}\text{Pb}$  电荷均方根半径计算偏差大于 1% 的相互作用这里也不采用。这里采用的相互作用包括 (1) LNS1, (2) LNS5, (3) MSL0, (4) SIV, (5) SkT4, (6) T6, (7) SkP, (8) SkM\*, (9) SkX, (10) PK1, (11) D1S, (12) SLy4, (13) FSUGold, (14) SkMP, (15) SkI5, (16) NLSH, (17) TM1, (18) NL3, (19) NL1, (20) Sk255, (21) DDME1, (22) DDME2, (23) DDM3Y, (24) PC-F1, (25) Ska, (26) SV, (27) QMC, (28) MSkA, (29) SkI2, (30) MSk7, (31) HFB-17, (32) BSk8, (33) BSk17, (34) GM1, (35) GM3, (36) Sk272, (37) v090。对于  $S_0$  来说, 关系式(2), (3), (4)的均方根偏差依次为 38.65, 65.29 和 2.94 MeV。为了给出一个更直观的展示, 我们定义一个量  $\Delta S_0$  用来

描述关系式(2), (3), (4)左边和右边的差异。若差异 $\Delta S_0$ 很大, 则表明采用的关系式在平均场层次上不具有普遍性。若 $\Delta S_0$ 非常接近于0, 则表明采用的关系式在平均场层次上相当具有普遍性。我们将关系式(2), (3), (4)给出的 $\Delta S_0$ 展示在图1中。关系式(4)给出的 $\Delta S_0$ 接近于0, 而关系式(2)和(3)给出的 $\Delta S_0$ 明显地偏离0。因此, 关系式(2)及(3)不能看作描述 $S_0$ ,  $L$ 和 $K_{\text{sym}}$ 之间关联的普遍表达式。此外, 可以看出表达式 $S(\rho) = S_0(\rho/\rho_0)^\gamma$ 给出 $K_{\text{sym}}$ 的最小值是 $-9S_0/4 \approx -72$  MeV, 而 $S(\rho) = 12.5(\rho/\rho_0)^{2/3} + C_p(\rho/\rho_0)^\gamma$ 给出的最小值是 $-25 - 9C_p/4 \approx -69$  MeV。然而, 很多相互作用计算得到的 $K_{\text{sym}} < -100$  MeV, 这说明了关系式(2)和(3)在平均场框架下不能作为普遍的表达式。当然, 这也表明了 $S(\rho) = S_0(\rho/\rho_0)^\gamma$ 和 $S(\rho) = 12.5(\rho/\rho_0)^{2/3} + C_p(\rho/\rho_0)^\gamma$ 在描述饱和点附近密度依赖的对称能时不具有普遍性。而关系式(4)相比于关系式(2)和(3)要好得多。在接下来的研究中, 均采用 $S(\rho) = 13.0(\rho/\rho_0)^{2/3} + C_1(\rho/\rho_0) + C_2(\rho/\rho_0)^{5/3}$ 来描述饱和点附近的对称能随密度的变化关系。

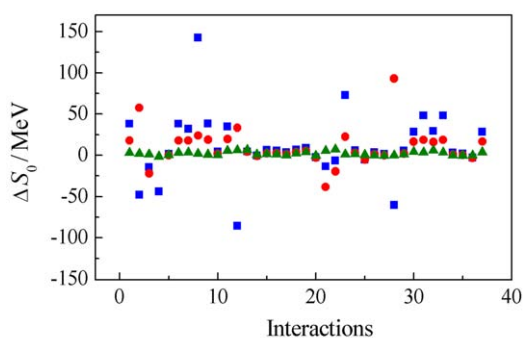


图1 (在线彩图) 常用的对称能密度依赖性的表达式在平均场框架下的适用性

$\Delta S_0 = S_0 - L/(3 + K_{\text{sym}}/L)$  (矩形),  $\Delta S_0 = S_0 - 12.5 - (L - 25)^2/(3L + K_{\text{sym}} - 50)$  (圆形) 和  $\Delta S_0 = S_0 - 2.6 - L/(3 + K_{\text{sym}}/15)$  (三角形) 分别来自于密度依赖的对称能  $S(\rho) = S_0(\rho/\rho_0)^\gamma$ ,  $S(\rho) = 12.5(\rho/\rho_0)^{2/3} + C_p(\rho/\rho_0)^\gamma$  和  $S(\rho) = 13.0(\rho/\rho_0)^{2/3} + C_1(\rho/\rho_0) + C_2(\rho/\rho_0)^{5/3}$ [26]。横坐标表示文章所列相互作用的序号。

### 3 有限核的对称能

有限核的对称能(系数)最近也受到了人们的关注。借助于它可以获取核物质对称能密度依赖性的信

息。最常用的提取有限核对称能的方法是液滴模型结合核质量。利用 Skyrme 能量密度泛函可以直接提取有限核对称能及其在核中的分布, 而不需要引入薄壁近似展开。Skyrme 有效相互作用是研究有限核及核物质最常用的工具之一。在 Skyrme-Hartree-Fock 框架下, 总的能量密度可以表达为

$$\begin{aligned} \mathcal{H} = & \frac{1}{2} \hbar^2 (f_p \tau_p + f_n \tau_n) + \\ & \left[ \frac{t_0}{2} \left( 1 + \frac{x_0}{2} \right) + \frac{t_3}{12} \left( 1 + \frac{x_3}{2} \right) \rho^\alpha \right] \rho^2 - \\ & \left[ \frac{t_0}{2} \left( x_0 + \frac{1}{2} \right) + \frac{t_3}{12} \left( x_3 + \frac{1}{2} \right) \rho^\alpha \right] (\rho_n^2 + \rho_p^2) + \\ & \left[ \frac{3t_1}{16} \left( 1 + \frac{x_1}{2} \right) - \frac{t_2}{16} \left( 1 + \frac{x_2}{2} \right) \right] (\nabla \rho)^2 - \\ & \left[ \frac{3t_1}{16} \left( x_1 + \frac{1}{2} \right) + \frac{t_2}{16} \left( x_2 + \frac{1}{2} \right) \right] \times \\ & [(\nabla \rho_n)^2 + (\nabla \rho_p)^2] + \\ & \frac{1}{16} (t_1 - t_2) (J_n^2 + J_p^2) - \frac{1}{16} (t_1 x_1 + t_2 x_2) J^2 + \\ & \frac{1}{2} w_0 [\mathbf{J} \cdot \nabla \rho + \mathbf{J}_n \cdot \nabla \rho_n + \mathbf{J}_p \cdot \nabla \rho_p] + \\ & \frac{e^2}{2} \rho_p \int \frac{\rho_p(r')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}' - \frac{3e^2}{4} \left( \frac{3}{\pi} \right)^{1/3} \rho_p^{4/3}, \end{aligned} \quad (5)$$

其中  $f_n$  和  $f_p$  写为

$$f_p = \frac{1}{m} + \frac{1}{2\hbar^2} \left[ t_1 \left( 1 + \frac{x_1}{2} \right) + t_2 \left( 1 + \frac{x_2}{2} \right) \right] \rho - \frac{1}{2\hbar^2} \left[ t_1 \left( x_1 + \frac{1}{2} \right) - t_2 \left( x_2 + \frac{1}{2} \right) \right] \rho_p, \quad (6)$$

$$f_n = \frac{1}{m} + \frac{1}{2\hbar^2} \left[ t_1 \left( 1 + \frac{x_1}{2} \right) + t_2 \left( 1 + \frac{x_2}{2} \right) \right] \rho - \frac{1}{2\hbar^2} \left[ t_1 \left( x_1 + \frac{1}{2} \right) - t_2 \left( x_2 + \frac{1}{2} \right) \right] \rho_n. \quad (7)$$

$t_0 \sim t_3$ ,  $x_0 \sim x_3$  和  $\alpha$  是 Skyrme 相互作用参数。 $\rho_q$ ,  $\tau_q$  和  $\mathbf{J}_q$  ( $q$  表示质子或中子) 分别是局域核子密度、动能密度和自旋密度,  $\rho$ ,  $\tau$  和  $\mathbf{J}$  是相应的总密度。在同位旋对称情况下总的能量密度为  $\mathcal{H}_0$ , 在两者之差  $\mathcal{H} - \mathcal{H}_0$  中扣除库仑能、库仑极化效应和自旋能密度, 就可得到有限核的对称能密度:

$$\mathcal{H}_{\text{sym}} = \mathcal{H}_T + \mathcal{H}_V + \mathcal{H}_{\text{grad}}, \quad (8)$$

其中

$$\mathcal{H}_T = \frac{\hbar^2}{2} (f_p \tau_p + f_n \tau_n - 2f_{n=p} \tau_{n=p}), \quad (9)$$

$$\mathcal{H}_V = - \left[ \frac{t_0}{2} \left( x_0 + \frac{1}{2} \right) + \frac{t_3}{12} \left( x_3 + \frac{1}{2} \right) \rho^\alpha \right] \frac{1}{2} \rho^2 \delta^2, \quad (10)$$

$$\mathcal{H}_{\text{grad}} = - \left[ \frac{3t_1}{16} \left( x_1 + \frac{1}{2} \right) + \frac{t_2}{16} \left( x_2 + \frac{1}{2} \right) \right] \frac{1}{2} [\nabla(\rho\delta)]^2. \quad (11)$$

在得到 Skyrme-Hartree-Fock 自洽解以后, 质子和中子密度被确定下来。对称能密度中的动能部分可以利用推广的 Thomas-Fermi 近似展开而表达成密度的函数。最后有限核对称能通过  $E_{\text{sym}} = a_{\text{sym}}(N-Z)^2/A = \int_0^\infty \mathcal{H}_{\text{sym}} dV$  计算并需要扣除库仑极化效应。采用相互作用参数组 SIII, SkM\*, SLy4, SLy5 计算的  $^{208}\text{Pb}$  对称能径向分布见图 2。虽然核表面区域 (6 ~ 8 fm) 密度较内部密度低得多, 但对对称能的贡献很大, 原因有两方面: 表面区域占据大的球壳体积; 表面区域具有大的同位旋非对称度如图 3 所示。同位旋非对称度在核内部区域很小, 但在表面区域迅速增加, 这也导致了中子皮的形成。这项结果对于理解有限核的对称能具有重要意义。一方面, 由于原子核内同位旋非对称度的不均匀性,  $^{208}\text{Pb}$  对称能并不等于  $^{208}\text{Pb}$  原子核平均密度下的核物质对称能。另一方面, 由于核表面区域密度远小于饱和密度, 对称能按密度展开至二阶的表达式 (1) 误差会较大, 因此文献[25-26]的做法是不够准确的。

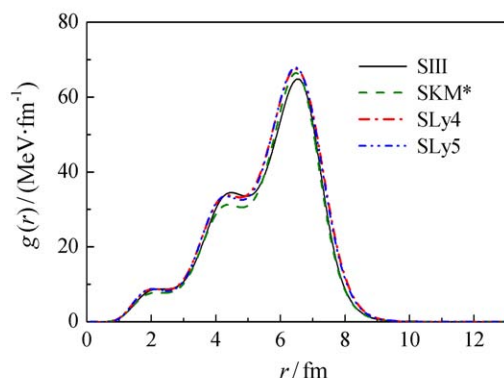


图 2 (在线彩图) Skyrme 相互作用计算的  $^{208}\text{Pb}$  原子核对称能径向分布<sup>[27]</sup>

重核对称能系数的质量依赖性为<sup>[28]</sup>

$$a_{\text{sym}}(A) = \frac{S_0}{1 + \kappa A^{-1/3}}, \quad \kappa = \frac{9}{4} \frac{S_0}{Q}, \quad (12)$$

其中:  $\kappa$  为表面对称能系数与体积对称能系数的比值;  $Q$  为表面刚度。Centelles 等<sup>[17]</sup>提出  $^{208}\text{Pb}$  对称能系数  $a_{\text{sym}}(A)$  等于密度  $\rho_A = 0.1 \text{ fm}^{-3}$  的核物质对称能。这个关系将有限核与核物质的对称能联系起来, 可以借此探究核物质对称能的密度依赖性。此参考密度  $\rho_A$  可以利用前面的 Skyrme-Hartree-Fock 确定, 即令  $S(\rho_A) = a_{\text{sym}}(A)$ 。不同于 Centelles 等采取的半无限大核物质计算, 我们直接积分有限核内的对称能密度分布。这里  $S(\rho_A)$  和  $a_{\text{sym}}(A)$  同时在 Skyrme 相互作用框架下得到确定而不需要引入额外的假设。虽然不同的相互作用计算得到的  $^{208}\text{Pb}$  对称能系数存在差异, 核物质对称能也存在差异, 但是参考密度  $\rho_A$  却基本一致:  $\rho_A \approx 0.55\rho_0$ 。这在一定程度上表明了计算得到的参考密度  $\rho_A$  是可靠的。准确计算参考密度对于确定核物质对称能的密度依赖性是很关键的。

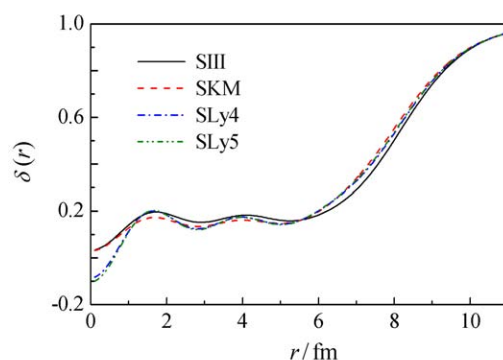


图 3 (在线彩图) Skyrme 相互作用计算的  $^{208}\text{Pb}$  原子核同位旋非对称度的分布<sup>[27]</sup>

## 4 利用奇 $A$ 核 $\beta^-$ 衰变能研究核物质对称能的密度依赖性

有限核对称能系数  $a_{\text{sym}}(A)$  通常由拟合原子核质量来提取。而利用奇  $A$  核  $\beta^-$  衰变能来提取  $a_{\text{sym}}(A)$  则具有很大的优势。我们的主要目标是尽可能地降低理论模型的不确定性。首先, 能发生  $\beta^-$  衰变的核是丰中子核, 具有较大的同位旋非对称度, 这与发生  $\beta^+$  衰变的缺中子核迥然不同。较大的同位旋非对称度有助于准确确定  $a_{\text{sym}}(A)$ 。其次, 较大的同位旋非对称度导致丰中子核的 Wigner 能量被大大降低。最后, 奇  $A$  核的对能很小, 从而可以在  $\beta^-$  衰变能中忽略, 而奇奇核和偶偶核的  $\beta^-$  衰变能中, 对能贡献较大并且不易准确确定。 $\beta^-$  衰变能写为

$$Q_{\beta^-} = m(Z, A) - m(Z+1, A) - m_e \\ = \Delta m + B(Z+1, A) - B(Z, A), \quad (13)$$

其中  $\Delta m = m_n - m_p - m_e = 0.782 \text{ MeV}^{[29]}$ 。  $B(Z, A)$  是具有质量数  $A$  和质子数  $Z$  的原子核的结合能, 可以用液滴模型表述为

$$B(Z, A) = a_v A - a_s A^{2/3} + E_c - \\ a_{\text{sym}}(A) \beta^2 A + E_p + E_W + \dots \quad (14)$$

包含电荷交换修正的库仑能为

$$E_c = -a_c \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}(1+\Delta)} \left(1 - 0.76 Z^{-2/3}\right), \quad (15)$$

其中参数  $\Delta$  用于描述库仑相互作用对表面非对称度的影响和表面弥散对库仑能的影响<sup>[30]</sup>, 具体形式为

$$\Delta = \frac{5\pi^2}{6} \frac{d^2}{r_0^2 A^{2/3}} - \frac{1}{1+A^{1/3}/\kappa} \frac{N-Z}{6Z}. \quad (16)$$

$d \approx 0.55 \text{ fm}^{[30]}$  是电荷密度费米分布的弥散参数。  $r_0$  是核半径常数, 满足  $3/(4\pi r_0^3) = 0.16 \text{ fm}^{-3}$ 。 参数  $\Delta$  描述的效应在以往的研究中往往被忽略。 库仑能的参数  $a_c = 0.71$  已经被准确确定<sup>[31-32]</sup>。 因此库仑能对  $Q_{\beta^-}$  的贡献为

$$\Delta E_c = -a_c \frac{2Z}{A^{1/3}(1+\Delta)} + \\ 1.013 a_c \frac{Z^{1/3}}{A^{1/3}(1+\Delta)}. \quad (17)$$

对能通常用以下的经验公式来计算<sup>[33]</sup>

$$-E_p = \begin{cases} \frac{4.8}{N^{1/3}} + \frac{4.8}{Z^{1/3}} - \frac{6.6}{A^{2/3}}, & \text{奇}Z\text{-奇}N \\ \frac{4.8}{Z^{1/3}}, & \text{奇}Z\text{-偶}N \\ \frac{4.8}{N^{1/3}}, & \text{偶}Z\text{-奇}N \\ 0, & \text{偶}Z\text{-偶}N \end{cases} \quad (18)$$

对于奇奇核和偶偶核, 对能对  $Q_{\beta^-}$  的贡献分别约为  $2 \text{ MeV}$  和  $-2 \text{ MeV}$ , 而对于奇  $A$  核, 对能贡献仅约  $\pm 0.1 \text{ MeV}$ 。 因此, 总的来说选用奇  $A$  核作为研究对象可以极大地压低对能对  $Q_{\beta^-}$  的贡献。 此外, 微弱的 Wigner 能量又可以被电荷非对称能抵消。 母核和子核的单核子能级密度应该相差不大, 壳修正能量应该非常接近, 于是壳修正能量对  $Q_{\beta^-}$  贡献不大。 这里

的奇  $A$  核或者其子核具有幻数结构的被剔除在外。 综上所述,  $\beta^-$  衰变能可以写为

$$Q_{\beta^-} = 0.782 + \Delta E_c + 4 \left( \beta - \frac{1}{A} \right) a_{\text{sym}}(A). \quad (19)$$

不同于单核子结合能正比于  $\beta^2$ ,  $Q_{\beta^-}$  依赖于  $\beta$ , 这对于确定对称能系数  $a_{\text{sym}}(A)$  非常有利。  $Q_{\beta^-}$  采用实验结果, 而方程右边的库仑能贡献又是很清楚的, 这是该方法的一个明显的优点。

这里质量数  $A = 171$  到  $A = 253$  的奇  $A$  重核用于分析确定  $a_{\text{sym}}(A)$ 。 具体步骤如下: (1) 利用奇  $A$  核的  $\beta^-$  衰变能, 结合式 (12) 拟合  $S_0$  和  $\kappa$ , 然后计算  $^{208}\text{Pb}$  的对称能系数; (2) 利用获得的  $^{208}\text{Pb}$  的对称能系数探究核物质在亚饱和密度的对称能, 其密度依赖性由前面所述的 DDM3Y 形式描述。 直接拟合确定  $S_0$  和  $\kappa$  寻求最优解难以奏效, 考虑到  $S_0$  已经被广泛地研究并且相当好地确定了, 因此只需要确定  $\kappa$ 。 Möller 等<sup>[9]</sup> 利用核质量给出  $S_0 = (32.5 \pm 0.5) \text{ MeV}$ , 与 Jiang 等<sup>[34]</sup> 的结果相符。 Carbone 等<sup>[35]</sup> 分析矮共振给出  $S_0 = (32.3 \pm 1.3) \text{ MeV}$ 。 Danielewicz 和 Lee<sup>[36]</sup> 通过计算半无限大核物质给出  $S_0 = (31.5 \sim 33.5) \text{ MeV}$ 。 采用这几个独立研究的  $S_0$  作为输入量, 计算了相应的斜率参数  $L$ , 如图 4 所示。 所有计算表明  $L$  约  $50 \text{ MeV}$ 。 其中 Carbone 等给出的  $S_0$  覆盖了其他三个, 因而, 自然是最为可靠的。 将其作为输入量得出的  $\kappa$  为  $2.61 \pm 0.46$ ,  $^{208}\text{Pb}$  的对称能系数为  $(22.1 \sim 22.7) \text{ MeV}$ , DDM3Y 形状的表达式中的参

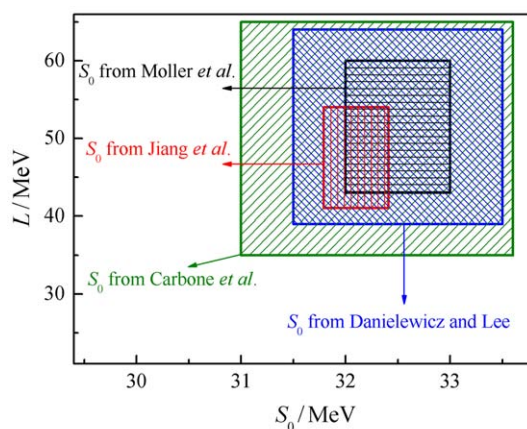


图 4 (在线彩图) 利用最近发表的若干饱和点处对称能  $S_0$  的结果作为输入量得到的对称能的斜率参数<sup>[39]</sup> 其中  $S_0$  来自于 Möller *et al.*<sup>[9]</sup>, Jiang *et al.*<sup>[34]</sup>, Danielewicz 和 Lee<sup>[36]</sup> 和 Carbone *et al.*<sup>[35]</sup>。



数为  $C_1 = (36.4 \pm 4.3)$  MeV,  $C_2 = (-17.1 \pm 5.6)$  MeV, 相应的斜率参数和曲率参数分别为  $L = (50 \pm 15)$  MeV 和  $K_{\text{sym}} = (-197 \pm 56)$  MeV。如果采用文献[17]给出的参考密度  $\rho_A = 0.1 \text{ fm}^{-3}$ , 考虑到饱和密度  $\rho_0 = 0.16 \text{ fm}^{-3}$ , 给出的斜率参数为  $L = (73 \pm 17)$  MeV。可见, 准确的参考密度值是很重要的。图 5 展示了我们计算的斜率参数  $L$  以及其它方法给出的结果。我们的结果与其它最近发表的一些结果比较相符, 详细讨论见参考文献[39]。不同的方法可以相互印证, 最终得到可靠的结果。我们的方法相对于核质量探索对称能来说更加直接, 因为体积能、表面能、对能和 Wigner 能量均消失了, 这在很大程度上减少了理论计算的不确定性。另外, 在结合能中对称能的贡献并不太大, 例如对于  $^{208}\text{Pb}$  仅有 14%, 而在  $\beta^-$  衰变能  $Q_{\beta^-}$  中,  $4[\beta - (1/A)]a_{\text{sym}}(A)$  在式 (19) 中几倍于  $Q_{\beta^-}$ , 因此对于确定有限核对称能是非常有利的。

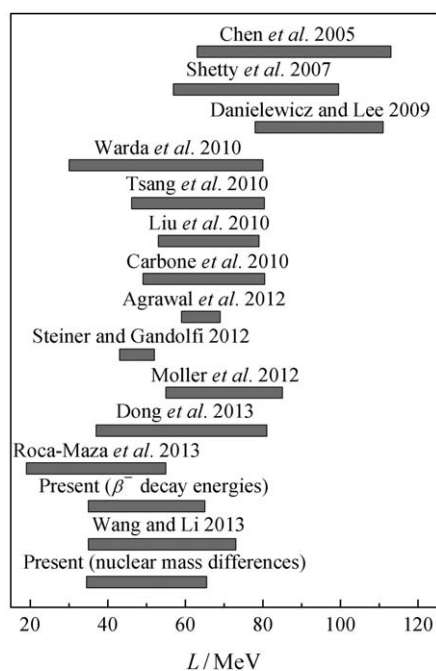


图 5 本文得到的  $L$  与最近发表的其它研究结果的比较  
这些结果来自文献[4, 6, 7, 9–11, 18, 27, 35–38]

十多年前人们已经发现重核中子皮的厚度与斜率参数  $L$  呈现出线性关联<sup>[13]</sup>, 因此实验学家通过多种途径对中子皮厚度进行测量, 进而约束核物质对称能。然而, 由于不可避免的模型假设和大的实验误差, 中子皮厚度尚未得到一个可靠且有实用价值的结果。我们可以通过获得的斜率  $L$  反过来约束中子皮厚

度。文献[40]给出了  $^{208}\text{Pb}$  中子皮厚度  $\Delta R_{\text{np}}$  与斜率参数  $L$  的关系:  $\Delta R_{\text{np}} = 0.101 + 0.00147 L$ , 其中  $\Delta R_{\text{np}}$  与  $L$  的量纲依次为 fm, MeV。该关系式建立在几十种不同的能量密度泛函模型上, 因此在平均场层次上可以认为是普遍的。利用  $L = (50 \pm 15)$  MeV 可以得出  $^{208}\text{Pb}$  中子皮厚度为  $(0.174 \pm 0.022)$  fm, 与电子偶极极化测量的结果  $(0.168 \pm 0.022)$  fm<sup>[41]</sup>, 矮偶极共振的结果  $(0.180 \pm 0.035)$  fm<sup>[42]</sup>, 反质子原子测量的结果  $(0.18 \pm 0.02)$  fm<sup>[43]</sup> 一致。中子皮厚度在中子星物理的研究中发挥着重要的作用, 例如, 研究表明<sup>[44]</sup>,  $^{208}\text{Pb}$  中子皮厚度若大于 0.24 fm, 中子星内部的电子组分将变得足够大以至于  $1.4 M_{\odot}$  中子星能够发生直接 URCA 过程, 从而导致星体的快速冷却。计算得到的中子皮厚度  $(0.174 \pm 0.022)$  fm 表明  $1.4 M_{\odot}$  中子星不能够快速冷却。另外, 在中子星内部, 非均匀壳层物质相变到均匀核心物质的临界密度  $\rho_c$  与  $^{208}\text{Pb}$  中子皮厚度存在近似关系<sup>[44]</sup>:  $\rho_c \approx 0.16 \sim 0.39 \Delta R_{\text{np}}$ 。因此, 临界密度  $\rho_c \approx 0.091 \text{ fm}^{-3}$ , 与 Friedman- Pandharipande 微观状态方程给出的  $\rho_c \approx 0.096 \text{ fm}^{-3}$ <sup>[45]</sup> 一致。该临界密度对于理解脉冲星的周期跃变现象的本质是至关重要的。

## 5 利用重核质量差研究核物质对称能的密度依赖性

为了尽可能地降低理论计算的模型依赖性, 我们还采用重核质量差来研究对称能的密度依赖性。由前述质量式 (14) 可得:

$$a_{\text{sym}}(A) = - \left( \frac{\partial B(Z, A)}{\partial \beta} + \frac{\partial E_c(Z, A)}{\partial \beta} \right) / (2\beta A). \quad (20)$$

这里的偏导数  $\partial B(Z, A) / \partial \beta$  可由差分给出:

$$\frac{\partial B(Z, A)}{\partial \beta} \approx \frac{B(Z+1, A) - B(Z-1, A)}{\beta_2 - \beta_1}, \quad (21)$$

其中  $\beta_1$  和  $\beta_2$  分别是核  $(Z-1, A)$  和  $(Z+1, A)$  的同位旋非对称度。为了避免强的壳结构的影响, 涉及幻数的核均被剔除。由于相邻核  $(Z-1, A)$  和  $(Z+1, A)$  具有相同的奇偶性, 因此, 该方法优于利用奇  $A$  核  $\beta^-$  衰变能来提取  $a_{\text{sym}}(A)$ , 并且该方法有更多的实验数据可采用。利用类似的流程进行分析, 可以得到斜率参数为  $L = (50.0 \pm 15.5)$  MeV。计算得到的对称能的密

度依赖性如图6所示。文献[46]表明重核中子皮厚度由亚饱和密度 $\rho \approx 0.11 \text{ fm}^{-3}$ 处的斜率参数确定。因此, 我们特别关注了亚饱和密度 $\rho = 0.11 \text{ fm}^{-3}$ 处的对称能, 其数值为 $S(\rho = 0.11 \text{ fm}^{-3}) = (25.98 \pm 0.01) \text{ MeV}$ , 与Skyrme有效相互作用得出的结果 $(26.2 \pm 1.0) \text{ MeV}$  [32]和Sn同位素中子皮厚度以及结合能差异给出的 $(26.65 \pm 0.20) \text{ MeV}$  [46]一致。另外, 计算的斜率参数 $L = (49.6 \pm 6.2) \text{ MeV}$ , 也与文献[46]给出的 $L = (46.0 \pm 4.5) \text{ MeV}$ 基本一致。

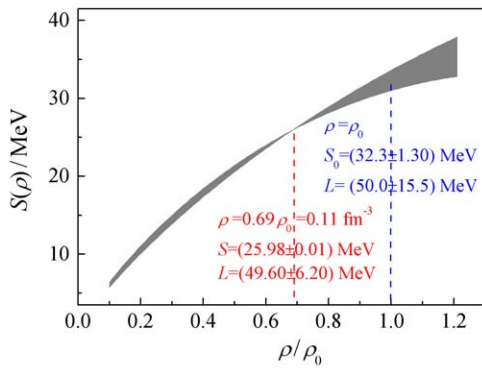


图6 (在线彩图) 利用重核质量差约束的亚饱和密度下对称能随密度的变化<sup>[47]</sup>

## 6 有限核与核物质对称能的进一步探索

虽然不同的有效相互作用给出了很不一致的核物质性质, 但对于有限核的结构性质却基本都给出了较好的描述。因此借助于有限核的多体理论研究来确定核物质的性质, 也是一条重要的途径。对于重核如 $^{208}\text{Pb}$ , 前面已经提到, 其对称能主要来自于表面附近, 该区域密度低于饱和密度, 因此对称能按密度展开至二阶的表达式(1)是不够准确的。我们将对称能在密度 $0.11 \text{ fm}^{-3}$ 处做展开, 保留至二阶为

$$S(\rho) = S_{0.11} + \frac{L_{0.11}}{3} \left( \frac{\rho - 0.11}{0.11} \right) + \frac{K_{\text{sym}}}{18} \left( \frac{\rho - 0.11}{0.11} \right)^2 + \dots, \quad (22)$$

其中:  $S_{0.11}$ ,  $L_{0.11}$ 和 $K_{\text{sym}}$ 分别是是密度 $0.11 \text{ fm}^{-3}$ 处的对称能、斜率和曲率参数。由已经得到 $a_{\text{sym}}(^{208}\text{Pb}) = S(0.088 \text{ fm}^{-3}) = 22.4 \text{ MeV}$ , 联合上式可以得到

$$K_{\text{sym}} = 4.14L_{0.11} - 317.79. \quad (23)$$

于是 $S(\rho)$ 的表达式仅含一个未知参数 $L_{0.11}$ 。在局域密度近似下, 有限核的对称能系数采用如下方法进行计算<sup>[48]</sup>:

$$a_{\text{sym}}(A) = \frac{1}{AX_0^2} \int d^3r \rho(r) S[\rho(r)] [\delta(r)]^2. \quad (24)$$

其中 $X_0 = (N - Z)/A$ 为原子核同位旋非对称度。 $\delta(r) = (\rho_n(r) - \rho_p(r))/\rho(r)$ 为原子核内同位旋非对称度分布,  $\rho(r)$ 为核子密度分布, 均可以通过平均场模型如Skyrme-Hartree-Fock方法获得。将 $S(\rho)$ 的表达式(22)带入上式, 可得不同Skyrme参数下的 $L_{0.11}$ , 表1给出了几种典型的Skyrme相互作用计算的结果。虽然这些参数直接计算核物质系统给出的 $L_{0.11}$ 差异很大, 但是这里借助于有限核结构的计算却给出了几乎一致的结果, 极大地降低了理论计算的模型依赖性, 并且所得结果与前文通过重核质量差给出的 $L_{0.11} = (49.6 \pm 6.2) \text{ MeV}$ 一致, 也与Sn同位素中子皮厚度以及结合能差异给出的结论<sup>[46]</sup>一致。因此, 该方法给出的结论是可靠的。

表1 利用 $^{208}\text{Pb}$ 对称能结合核子密度分布得到的 $0.11 \text{ fm}^{-3}$ 处对称能及其斜率参数

参数	$L_{0.11}/\text{MeV}$	$S_{0.11}/\text{MeV}$
SIH	50.68	25.54
SLy4	48.00	25.34
SLy5	47.26	25.28
SkM*	50.29	25.51
SkP	46.30	25.21
SkI2	60.21	26.26
BSk8	50.82	25.55
HFB17	48.20	25.35
v090	44.33	25.06

## 7 结论和展望

本文利用有限核的信息详细探究了核物质对称能的亚饱和密度依赖性。所给出的结论与最近其它一些方法一致, 例如天体物理观测的限制、巨共振等。这也表明我们对于低密核物质的对称能有了一个相对较好的认识。相信这些结果对于理解天体物理的一些现象有重要的参考价值, 例如中子星内壳层中非均匀壳层物质相变到均匀核心物质的临界密度。这个临界密度对于理解脉冲星周期跃变现象的物理起源以及中子星内部的超流性至关重要。此外,  $1.4 M_{\odot}$ 中子星能否发生快速冷却也与饱和点对称能斜率 $L$ 有关。另

一方面, 这些结果对于理论上构建能量密度泛函也有重要的参考意义。对于高密情况下的对称能密度依赖性, 目前研究仍举步维艰, 重离子碰撞理论结合实验观测尚未给出最根本的结论。对于这样一个棘手的问题, 利用中子星冷却的天文观测结合理论分析来约束对称能的高密行为也许是一个有效的途径, 这需要对中子星物质的超流性以及中子星内部的产热机制有一个较为准确的认识。

#### 参考文献:

- [1] BRUECKNER K A, COON S A, DABROWSKI J. *Phys Rev*, 1968, **168**: 1184.
- [2] LI B A, KO C M, BAUER W. *Int J Mod Phys E*, 1998, **7**: 147.
- [3] LI Baoan, CHEN Liewen, KO Cheming. *Phys Rep*, 2008, **464**: 113.
- [4] CHEN Liewen, KO Cheming, LI Baoan. *Phys Rev Lett*, 2005, **94**: 032701; *Phys Rev C*, 2005, **72**: 064309; LI Baoan, CHEN Liewen. *Phys Rev C*, 2005, **72**: 064611.
- [5] TRRIPPA L, COLÒ G, VIGEZI E. *Phys Rev C*, 2008, **77**: 061304(R).
- [6] LIU M, WANG N, LI Z X, *et al.* *Phys Rev C*, 2010, **82**: 064306.
- [7] TSANG M B, ZHANG Y, DANIELEWICZ P, *et al.* *Phys Rev Lett*, 2009, **102**: 122701.
- [8] SOTANI H, NAKAZATO K, HIDA K, *et al.* *Phys Rev Lett*, 2012, **108**: 201101.
- [9] MÖLLER P, MYERS W D, SAGAWA H, *et al.* *Phys Rev Lett*, 2012, **108**: 052501.
- [10] STEINER A W, GANDOLFI S. *Phys Rev Lett*, 2012, **108**: 081102.
- [11] ROCAMAZA X, BRENNAN M, AGRAWAL B K, *et al.* *Phys Rev C*, 2013, **87**: 034301.
- [12] WANG N, LI T. *Phys Rev C*, 2013, **88**: 011301(R).
- [13] BROWN B A. *Phys Rev Lett*, 2000, **85**: 5296.
- [14] TYPEL S, BROWN B A. *Phys Rev C*, 2001, **64**: 027302.
- [15] FURNSTAHL R J. *Nucl Phys A*, 2002, **706**: 85.
- [16] STEINER A W, PRAKASH M, LATTIMER J, *et al.* *Phys Rep*, 2005, **411**: 325.
- [17] CENTELLES M, ROCAMAZA X, VINAS X, *et al.* *Phys Rev Lett*, 2009, **102**: 122502.
- [18] WARDA M, VINAS X, ROCAMAZA X, *et al.* *Phys Rev C*, 2009, **80**: 024316.
- [19] XIAO Zhigang, LI Baoan, CHEN Liewen, *et al.* *Phys Rev Lett*, 2009, **102**: 062502.
- [20] FENG Zhaoqing, JIN Genming. *Phys Lett B*, 2010, **683**: 140.
- [21] YONG Gaochan, LI Baoan, CHEN Liewen. *Nuclear Physics Review*, 2009, **26**: 85. (in Chinese)  
(雍高产, 李宝安, 陈列文, 原子核物理评论, 2009, **26**: 85.)
- [22] ZHANG Y X, LU X H, ZHAO K, *et al.* *Nuclear Physics Review*, 2011, **28**: 377. (in Chinese)  
(张英逊, 卢晓华, 赵凯等, 原子核物理评论, 2011, **28**: 377.)
- [23] TSANG M B, STONE J R, CAMERA F, *et al.* *Phys Rev C*, 2012, **86**: 015803.
- [24] MUKHOPADHYAY T, BASU D N. *Nucl Phys A*, 2007, **789**: 201.
- [25] AGRAWAL B K, DE J N, SAMADDAR S K. *et al.* *Phys Rev C*, 2013, **87**: 051306(R).
- [26] DONG J, ZUO W, GU J, *et al.* *Phys Rev C*, 2012, **85**: 034308.
- [27] DONG J, ZUO W, GU J. *Phys Rev C*, 2013, **87**: 014303.
- [28] MYERS W D, ŚWIATECKI W J. *Ann Phys (N Y)*, 1969, **55**: 395; 1974, **84**: 186.
- [29] NAKAMURA K, HAGIWARA K, HIKASA K (Particle Data Group) *et al.* *J Phys G*, 2010, **37**: 075021.
- [30] DANIELEWICZ P. *Nucl Phys A*, 2003, **727**: 233.
- [31] WANG N, LIU M. *Phys Rev C*, 2010, **81**: 067302.
- [32] WANG Ning, OU Li, LIU Min. *Phys Rev C*, 2013, **87**: 034327.
- [33] MYERS W D, SWIATECKI W J. *Nucl Phys A*, 1996, **601**: 141.
- [34] JIANG H, FU G J, ZHAO Y M, *et al.* *Phys Rev C*, 2012, **85**: 024301.
- [35] CARBONE A, COLÒ G, BRACCO A, *et al.* *Phys Rev C*, 2010, **81**: 041301(R).
- [36] DANIELEWICZ P, LEE J. *Nucl Phys A*, 2009, **818**: 36.
- [37] AGRAWAL B K, DE J N, SAMADDAR S K. *Phys Rev Lett*, 2012, **109**: 262501.
- [38] SHETTY D V, YENNELLO S J, SOULIOTIS G A. *Phys Rev C*, 2007, **75**: 034602.
- [39] DONG J, ZHANG H, WANG L, *et al.* *Phys Rev C*, 2013, **88**: 014302.
- [40] MAZAROCA X, CENTELLES M, VINAS X, *et al.* *Phys Rev Lett*, 2011, **106**: 252501.
- [41] PIEKAREWICZ P, AGRAWAL B K, COLO G, *et al.* *Phys Rev C*, 2012, **85**: 041302(R).
- [42] KLIMKIEWICZ A, PAAR N, ADRICH P, *et al.* *Phys Rev C*, 2007, **76**: 051603(R).
- [43] FRIEDMAN E, GAL A. *Phys Rep*, 2007, **452**: 89.
- [44] HOROWITZ C J, PIEKAREWICZ J. *Phys Rev Lett*, 2001, **86**: 5647.



- [45] LORENZ C P, RAVENHALL D G, PETHICK C J, Phys Rev Lett, 1993, **70**: 379.
- [46] ZHANG Z, CHEN Liewen. Phys Lett B, 2013, **726**: 234.
- [47] FAN X H, DONG J M, ZUO W. Phys Rev C, 2014 **89**: 017305.
- [48] AGRAWAL B K, DE J K, SAMADDAR S K. Phys Rev Lett, 2012, **109**: 262510.

## Density Dependent Symmetry Energy Probed by the Properties of Finite Nuclei

DONG Jianmin<sup>1, 1)</sup>, ZUO Wei<sup>1</sup>, GU Jianzhong<sup>2</sup>, FAN Xiaohua<sup>1,3</sup>

( 1. Institute of Modern Physics, Chinese Academy of Sciences, Lanzhou 730000, China;

2. China Institute of Atomic Energy, Beijing 102413, China;

3. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

**Abstract:** Nuclear symmetry energy characterizing the isospin dependent part of equation of state, is a hot topic in nuclear physics and astrophysics. Although many theoretical and experimental efforts have been performed, due to its difficulty, this problem remains unsolved. There are many approaches to deal with this issue, including nuclear many-body theories, heavy ion reactions, and nuclear giant resonances. Recently, significant progress has been made in constraining the density dependence of the symmetry energy around the saturation density. We explore the symmetry energy around the saturation density with the help of the properties of finite nuclei to reduce the uncertainty as far as possible. It is found that the symmetry energy (coefficient) of  $^{208}\text{Pb}$  equals that of nuclear matter at reference density  $\rho_A = 0.55 \rho_0$ . This relation links the symmetry energy of the nuclear matter and the one of finite nuclei, with the help of which one can explore the density dependence of the symmetry energy. Thus, the central issue is to obtain the symmetry energy (coefficient) of  $^{208}\text{Pb}$ . We exacted it with the experimental  $\beta^-$ -decay energies of heavy nuclei and with nuclear mass differences, and then to constrain the density dependent symmetry energy at subsaturation density.

**Key words:** symmetry energy; finite nuclei; nuclear mass

**Received date:** 24 Mar. 2014; **Revised date:** 26 May 2014

**Foundation item:** National Basic Research Program of China(973 Program)(2013CB834405); National Natural Science Foundation of China( 11175219, 10975190, 11275271); Youth Innovation Promotion Association of Chinese Academy of Sciences

1) DONG Jianmin, E-mail: dongjm07@impcas.ac.cn.

<http://www.npr.ac.cn>