

文章编号: 1007-4627(2015)04-0398-07

# Hwa-Bjorken与Landau相对论流体力学的统一描述 与高能重离子碰撞中的赝快度分布

姜志进, 邓海平, 张禹, 张海利

(上海理工大学理学院, 上海 200093)

**摘要:** 近年来, 高能物理界取得的最重要的成就之一是发现高能重离子碰撞产生的高温高密度物质极近理想流体。描述这种流体膨胀过程的最佳工具是相对论流体力学。在 Hwa-Bjorken 与 Landau 相对论流体力学统一描述理论的基础上, 考虑到带头粒子的贡献, 讨论了带电粒子的赝快度分布。由流体冻析产生的带电粒子的快度分布可由统一流体力学理论解析得到, 带头粒子的快度分布假设具有高斯形式。与 LHC-RHIC-PHOBOS 合作组在能量分别为  $\sqrt{s_{NN}} = 62.4$  与 130 GeV 的 Au-Au 碰撞中的实验测量相比较得知, 理论与实验结果符合得很好。

**关键词:** 相对论流体力学; 带头粒子; 高斯分布

**中图分类号:** O572.2    **文献标志码:** A    **DOI:** 10.11804/NuclPhysRev.32.04.398

## 1 引言

高能重离子碰撞产生的高温高密度物质的时空演化规律一直是人们十分关注的研究课题之一, 近年来, 这方面研究所取得的最重要的成就之一是发现这类物质的膨胀过程极近理想流体<sup>[1-2]</sup>, 从而诱发了对相对论流体力学大量的理论与实验研究, 使其成为目前最活跃的研究领域之一<sup>[3-19]</sup>。

相对论流体力学在高能物理中的应用首先由 Landau 倡导并建立起了第一个 1+1 维流体力学模型<sup>[20]</sup>。后来, Khalatnikov 得到了该模型的解析解<sup>[21]</sup>, 不过所得结果很不受欢迎, 因为它被表示成了复杂的积分形式, 但 Landau 却设法由该形式得到了带电粒子的快度分布<sup>[22]</sup>

$$\frac{dN}{dy} \propto \exp(\sqrt{L^2 - y^2}), \quad (1)$$

其中:  $L = \ln(\sqrt{s_{NN}}/2m_p)$  为洛伦兹收缩因子;  $\sqrt{s_{NN}}$  为每对核子的质心能量;  $m_p$  为核子的质量。该分布在定性上与实验测量相一致, 使人们首次意识到碰撞产物膨胀过程的理想流体的特点。后来的研究发现, 带电粒子的快度较好地满足高斯分布<sup>[23]</sup>

$$\frac{dN}{dy} \propto \exp\left(\frac{-y^2}{2L}\right), \quad (2)$$

但遗憾的是, 上式只是式(1)在  $L \gg |y|$  时的极限, 不是流体力学的结果。图 1 给出了二者的分布图, 其中的点、虚线分别是式(1)、(2)的结果, 两者都正规化为对心度为 0~3%,  $\sqrt{s_{NN}} = 130$  GeV 的 Au-Au 碰撞的快度分布 (参见图中的实线与下文式(23)后的讨论)。由该图可以看出, 在中心快度区, 条件  $L \gg |y|$  满足, 两者分布大致相同, 在高快度区, 条件  $L \gg |y|$  不再满足, 两者分布差异较大。

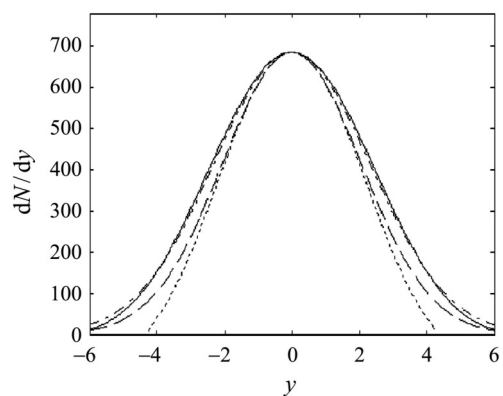


图 1 不同快度分布的比较

第二个 1+1 维流体力学模型是由 Hwa 提出并给出了其解析解<sup>[24]</sup>。不过该模型给出的平台快度分布与已

收稿日期: 2015-04-14; 修改日期: 2015-04-24

基金项目: 上海市现代光学系统重点实验室项目; 沪江基金(B14004)

作者简介: 姜志进(1960-), 男, 教授, 山东乳山市人, 从事重离子核物理理论研究; E-mail: jzj265@163.com。

有的实验结果相矛盾,理论上,这样的分布形式只能是 $\sqrt{s_{NN}} \rightarrow \infty$ 的极限情况。后来, Bjorken采用该解得到了高能重离子碰撞产物能量密度的计算公式<sup>[25]</sup>,这是第一个计算该能量密度的理论公式,因此备受关注,这也就是为什么通常将Hwa提出的模型称为Hwa-Bjorken或Bjorken流体力学模型的原因。当然,时至今日,该能量密度无论在理论上还是在实验上都还没有得到很好的确定。

Landau与Hwa-Bjorken是两个极具代表性的流体力学模型,是后续研究的基础。后来,特别是近几年来,研究主要集中在求解方法的探索、状态方程的形式与初始条件的确定等方面。如:文献[6-9]介绍的修正的Landau流体力学模型,就是将原模型中作定性分析用的状态方程换成较真实的情况,并给出了其解析解。文献[10-13]介绍的演化过程主导的流体力学模型,采用Khalatnikov势方法,在流体的声速取任意常数的情况下,对Landau流体力学模型进行了求解,得到了该情况下的解析解。文献[14]通过推广的普通快度与时空快度之间的关系,将Landau与Hwa-Bjorken两模型联系起来,使其成为统一的相对论流体力学模型。

本文将采用这种相统一的流体力学模型,在考虑到带头粒子效应的情况下,讨论高能重离子碰撞中带电粒子的赝快度分布。赝快度分布是高能物理中最重要的全局变量之一,相对于其它变量,它主要有如下两方面的优点:一是该量可由实验直接测得,从而为人们了解碰撞产物的时空演化规律与带电粒子的产生机制提供了一种可能。二是快度分布只与1+1维流体力学有关,从而大大简化了问题的处理。为了得到快度分布,我们需要做的只是求解1+1维流体力学方程,而无需处理复杂的3+1维膨胀问题。实际上,从Landau时代到现在,由于流体力学方程巨大的复杂性,我们所能精确求解的也仅仅限于满足简单状态方程的理想流体的1+1维膨胀过程。3+1维的解析研究还很少,其一般解析解还远没有得到。

下面,为完整起见和后面的应用,我们首先对统一流体力学模型的解析解进行简单的介绍。第三节,该解被用于构造由流体冻析产生的带电粒子的快度分布。第四节,给出带头粒子的快度分布,并将理论结果与LHC-RHIC-PHOBOS合作组在 $\sqrt{s_{NN}}$ 分别为62.4与130 GeV的各不同Au-Au对心度碰撞中的实验测量<sup>[26]</sup>相比较。最后一节,按习惯是讨论。

## 2 统一流体力学模型的解析解

流体的运动满足方程

$$\frac{\partial T^{\mu\nu}}{\partial x^\mu} = 0, \quad (3)$$

其中 $x^\mu = (x^0, x^1, x^2, x^3) = (t, z, x, y)$ 为四维时空矢量, $T^{\mu\nu}$ 是流体的能量-动量张量,对于理想流体

$$T^{\mu\nu} = (\varepsilon + p)u^\mu u^\nu - pg^{\mu\nu}, \quad (4)$$

$g^{\mu\nu} = g_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$ 为度规张量, $u^\mu, \varepsilon$ 与 $p$ 分别是流体的四维速度、能量密度与压强。对于一定的声速, $\varepsilon$ 与 $p$ 之间有关系

$$\varepsilon = gp, \quad (5)$$

其中 $1/\sqrt{g}$ 为声速。现有研究表明<sup>[27-28]</sup>, $g$ 对入射能量、对心度及碰撞系统的依赖性不大。对于BNL-RHIC能量的重离子碰撞,它可近似取常数 $g = 8.16$ <sup>[29]</sup>。

由公式(4)与(5),并注意到四维速度的光锥分量

$$u_\pm = e^{\pm y},$$

其中 $y$ 是普通快度,流体的1+1膨胀满足方程

$$\begin{aligned} & \frac{e^{2y}-1}{2}(g+1)\partial_+ p + e^{2y}(g+1)p\partial_+ y + \frac{1-e^{-2y}}{2} \times \\ & (g+1)\partial_- p + e^{-2y}(g+1)p\partial_- y + \partial_+ p - \partial_- p = 0, \\ & \frac{e^{2y}+1}{2}(g+1)\partial_+ p + e^{2y}(g+1)p\partial_+ y + \frac{1+e^{-2y}}{2} \times \\ & (g+1)\partial_- p - e^{-2y}(g+1)p\partial_- y - \partial_+ p - \partial_- p = 0, \end{aligned} \quad (6)$$

其中: $\partial_+$ 与 $\partial_-$ 是关于光锥坐标 $z_\pm = t \pm z = x^0 \pm x^1 = \tau e^{\pm \eta_{ST}}$ 的偏微分, $\tau = \sqrt{z_+ z_-}$ 为固有时, $\eta_{ST} = 1/2 \times \ln(z_+/z_-)$ 是流体的时空快度。

方程(6)的解为

$$\begin{aligned} g\partial_+ \ln p &= -\frac{(g+1)^2}{2}\partial_+ y - \frac{g^2-1}{2}e^{-2y}\partial_- y, \\ g\partial_- \ln p &= \frac{(g+1)^2}{2}\partial_- y + \frac{g^2-1}{2}e^{2y}\partial_+ y. \end{aligned} \quad (7)$$

统一流体力学模型的关键点在于: $y$ 与 $\eta_{ST}$ 之间的关系被写成形式<sup>[14]</sup>

$$2y = \ln u_+ - \ln u_- = \ln F_+(z_+) - \ln F_-(z_-), \quad (8)$$

其中 $F_\pm(z_\pm)$ 为一任意函数,若取

$$F_\pm(z_\pm) = z_\pm, \quad (9)$$

方程(8)变为 $y = \eta_{ST}$ ,回到了洛伦兹不变的Hwa-Bjorken流体力学。反之,方程(8)描述的是非洛伦兹不变的Landau流体力学的情形。这样,方程(8)将Hwa-Bjorken与Landau两流体力学模型联系起来,在二者之间起着一种桥梁的作用。

将方程(8)代入(7)得

$$\begin{aligned} g\partial_+ \ln p &= -\frac{(g+1)^2}{4} \frac{f'_+}{f_+} + \frac{g^2-1}{4} \frac{f'_-}{f_-}, \\ g\partial_- \ln p &= -\frac{(g+1)^2}{4} \frac{f'_-}{f_-} + \frac{g^2-1}{4} \frac{f'_+}{f_+}, \end{aligned} \quad (10)$$

其中

$$f_{\pm} = \frac{F_{\pm}}{H}, \quad z_{\pm} = h \int_0^{f_{\pm}} \frac{dx}{\sqrt{\ln x}}, \quad (11)$$

$H$  与  $h$  是两任意常数。由方程(10), 可得统一流体力学模型的解<sup>[14]</sup>

$$\begin{aligned} s &= s_0 \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{g}{g+1}} \\ &= s_0 \exp\left[-\frac{g+1}{4}(l_+^2 + l_-^2) + \frac{g-1}{2}l_+l_-\right] \\ &= s_0 \exp(-g\theta), \end{aligned} \quad (12)$$

其中  $s$  是流体的熵密度,

$$l_{\pm}(z_{\pm}) = \sqrt{\ln f_{\pm}}, \quad (13)$$

$$y(z_+, z_-) = \frac{1}{2}(l_+^2 - l_-^2), \quad (14)$$

$$\theta = \ln\left(\frac{T_0}{T}\right) = \frac{g+1}{4g}(l_+^2 + l_-^2) - \frac{g-1}{2g}l_+l_-, \quad (15)$$

$T$  是流体的温度,  $T_0$  是其初始值。

### 3 由流体冻析产生的带电粒子的快度分布

由解(12), 可得由流体冻析产生的带电粒子的快度分布。为此, 我们首先求出具有一定冻析温度  $T_{FO} = T_0 e^{-\theta_{FO}}$  的流体, 其熵的快度分布, 该分布定义为单位快度区间内流经温度为  $T_{FO}$  的类时超曲面的熵<sup>[14]</sup>, 即

$$\frac{dS}{dy} = s \frac{u^\mu d\lambda_\mu}{dy} \Big|_{FO} = su^\mu n_\mu \frac{d\lambda}{dy} \Big|_{FO} \quad (16)$$

其中:  $n^\mu$  是超曲面的四维单位矢量;  $d\lambda$  是沿该方向的类时线元, 定义为  $d\lambda^\mu = d\lambda n^\mu$ , 满足关系

$$(d\lambda)^2 = d\lambda^\mu d\lambda_\mu = -dz^+ dz^- \quad (17)$$

其中的负号源自于  $d\lambda$  的类时性。

考虑超曲面

$$\phi(z_+, z_-) = C,$$

其中  $C$  为任一常数, 则

$$d\lambda = \sqrt{-dz_+ dz_-} = dz_- \sqrt{\frac{\partial_- \phi}{\partial_+ \phi}} = dz_+ \sqrt{\frac{\partial_+ \phi}{\partial_- \phi}}.$$

这样, 方程(16)右边

$$\begin{aligned} u^\mu n_\mu d\lambda &= \frac{1}{2}(u_+ n_- + u_- n_+) d\lambda \\ &= \frac{1}{2}(u_+ \partial_+ \phi + u_- \partial_- \phi) \frac{dz_-}{\partial_+ \phi} \\ &= \frac{1}{2}(u_+ \partial_+ \phi + u_- \partial_- \phi) \frac{dz_+}{\partial_- \phi}, \end{aligned} \quad (18)$$

另外, 由方程(11)与(13)知

$$\begin{aligned} dz_{\pm} &= \frac{h}{l_{\pm}} \exp(l_{\pm}^2) dl_{\pm}^2 \\ &= \pm \frac{2h \partial_{\mp} \phi}{\partial_+ \phi l_- \exp(-l_-^2) + \partial_- \phi l_+ \exp(-l_+^2)} dy. \end{aligned} \quad (19)$$

由以上两式, 方程(16)变为

$$\frac{dS}{dy} = s e^{\frac{1}{2}(l_+^2 + l_-^2)} \frac{\partial_+ \phi e^y + \partial_- \phi e^{-y}}{\partial_+ \phi l_- e^y + \partial_- \phi l_+ e^{-y}} \Big|_{FO}. \quad (20)$$

上式中, 其右边取值于温度为  $T_{FO}$  的超曲面, 由式(15)知, 该超曲面可取做

$$\begin{aligned} \phi(z_+, z_-) &= g\theta_{FO} = g \ln\left(\frac{T_0}{T_{FO}}\right) \\ &= \frac{g+1}{4}(l_+^2 + l_-^2) - \frac{g-1}{2}l_+l_- = C. \end{aligned}$$

这样

$$\begin{aligned} \partial_+ \phi &= \frac{(g+1)l_+ - (g-1)l_-}{4he^{l_+^2}} \\ \partial_- \phi &= \frac{(g+1)l_- - (g-1)l_+}{4he^{l_-^2}} \end{aligned} \quad (21)$$

由式(12)与(21), 式(20)变为

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dy} &= s_0 e^{-\frac{1}{4}(g-1)(l_+ - l_-)^2} \times \\ &\quad \frac{l_+ + l_-}{(g+1)l_+l_- - \frac{g-1}{2}(l_+^2 + l_-^2)} \Big|_{FO} \end{aligned} \quad (22)$$

再者, 由式(14)与(15)两式知

$$\begin{aligned} l_-^2 &= \frac{g+1}{2}\theta - y + \frac{g-1}{2}\sqrt{\theta^2 - \frac{y^2}{g}}, \\ l_+^2 &= 2y + l_-^2, \end{aligned}$$

则方程(22)右边的各因子可用快度  $y$  表示成

$$\begin{aligned} \frac{g-1}{4}(l_+ - l_-)^2 &= \frac{g-1}{2} \left( \theta - \sqrt{\theta^2 - \frac{y^2}{g}} \right), \\ l_+ + l_- &= \sqrt{2y} \frac{1}{\left( \theta - \sqrt{\theta^2 - \frac{y^2}{g}} \right)^{1/2}}, \\ (g+1)l_+l_- - \frac{g-1}{2}(l_+^2 + l_-^2) &= 2g\sqrt{\theta^2 - \frac{y^2}{g}}. \end{aligned}$$

将它们代入式(22)得<sup>[14]</sup>

$$\frac{dS}{dy} = \frac{s_0}{\sqrt{2g}} e^{-\frac{g-1}{2} \left( \theta_{FO} - \sqrt{\theta_{FO}^2 - \frac{y^2}{g}} \right)} \times \frac{y}{\left[ \left( \theta_{FO} - \sqrt{\theta_{FO}^2 - \frac{y^2}{g}} \right) \left( \theta_{FO}^2 - \frac{y^2}{g} \right) \right]^{1/2}},$$

其中  $\theta_{FO} = \ln(T_0/T_{FO})$  与流体的初始温度有关, 因此它将依赖于入射能量与对心度, 其具体取值可由理论与实验结果相比较来确定。

由于熵与带电粒子数成正比, 我们有

$$\frac{dN_{Fluid}(\sqrt{s_{NN}}, y)}{dy} = C(\sqrt{s_{NN}}) e^{-\frac{g-1}{2} \left( \theta_{FO} - \sqrt{\theta_{FO}^2 - \frac{y^2}{g}} \right)} \times \frac{y}{\left[ \left( \theta_{FO} - \sqrt{\theta_{FO}^2 - \frac{y^2}{g}} \right) \left( \theta_{FO}^2 - \frac{y^2}{g} \right) \right]^{1/2}}, \quad (23)$$

其中  $C(\sqrt{s_{NN}})$  与快度无关, 是一正规化常数。图 1 中的实线给出了在对心度为  $0 \sim 3\%$ ,  $\sqrt{s_{NN}} = 130$  GeV 的 Au-Au 碰撞中该函数的分布形式, 图中同时给出了调整宽度后的高斯分布(点划线)。由该图可以看出, 上式在整个快度范围内都接近于一个高斯分布, 这是本理论模型能成功描述实验测量的基础。

#### 4 带头粒子的快度分布及理论与实验结果的比较

在 高 能 重 离 子 碰 撞 中, 带 电 粒 子 除 了 产 生 于 流 体 的 冻 析 外, 还 有 部 分 来 自 于 带 头 粒 子。如 文 献[11-13]所 述, 后 者 在 量 值 上 等 于 参 与 者 数, 且 它 们 的 快 度 分 布 具 有 高 斯 形 式, 即

$$\frac{dN_{Lead}(\sqrt{s_{NN}}, y)}{dy} = \frac{N(\sqrt{s_{NN}})}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp \left\{ -\frac{[|y| - y_0(\sqrt{s_{NN}})]^2}{2\sigma^2} \right\}, \quad (24)$$

其中  $N(\sqrt{s_{NN}})$  是带头粒子或参与者数, 是入射能量与对心度的函数, 其具体取值可由 Glauber 模型求出<sup>[30-31]</sup>。上式中的  $y_0(\sqrt{s_{NN}})$  与  $\sigma$  分别是高斯分布的中心位置与宽度。  $y_0(\sqrt{s_{NN}})$  显然应随入射能量与对心度的增加而增加。  $\sigma$  取决于带头粒子间快度的相对差异, 该差异显然不应明显地依赖于入射能量、对心度与对撞系统, 所以计算中,  $\sigma$  可近似取常数, 其具体取值可由理论与实验结果的拟合来确定。

由快度分布(23)与(24), 可得带电粒子的赝快度分

布<sup>[32]</sup>

$$\frac{dN(\sqrt{s_{NN}}, \eta)}{d\eta} = \sqrt{1 - \frac{m^2}{m_T^2 \cosh^2 y}} \frac{dN(\sqrt{s_{NN}}, y)}{dy} \quad (25)$$

$$\frac{dN(\sqrt{s_{NN}}, y)}{dy} = \frac{dN_{Fluid}(\sqrt{s_{NN}}, y)}{dy} + \frac{dN_{Lead}(\sqrt{s_{NN}}, y)}{dy} \quad (26)$$

其中  $m_T = \sqrt{m^2 + p_T^2}$  是横质量,  $p_T$  为横动量。上述转换还要用到关系

$$y = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{\sqrt{p_T^2 \cosh^2 \eta + m^2} + p_T \sinh \eta}{\sqrt{p_T^2 \cosh^2 \eta + m^2} - p_T \sinh \eta} \right) \quad (27)$$

将式(26)或(23)与(24)代入式(25), 我们可得带电粒子的赝快度分布。图 2 给出了在对心度为  $0 \sim 3\%$ ,  $\sqrt{s_{NN}} = 130$  GeV 的 Au-Au 碰撞中(23)与(24)两式所示的快度(虚线)与其转换后的赝快度分布(实线)。由该图可以看出, 由式(23)转换成的赝快度分布, 在中心区域出现一个凹形结构, 明显地偏离了高斯形式, 且其分布变宽了。而弹、靶碎裂区的高斯分布式(24), 其转换后的赝快度分布仍是高斯形式, 且其宽度保持不变, 只是整个图形向高快度区有一个小的平移。

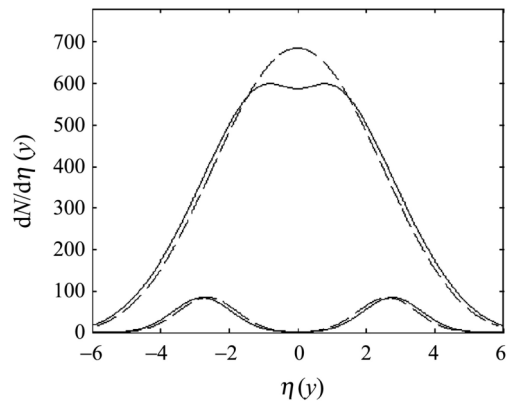


图 2 对心度为  $0 \sim 3\%$ 、 $\sqrt{s_{NN}} = 130$  GeV 的 Au-Au 碰撞中, 式(23)与(24)所示的快度(虚线)与其转换成的赝快度分布(实线)

图 3, 4 给出了入射能量分别为  $\sqrt{s_{NN}} = 62.4$  与  $130$  GeV 的 Au-Au 各不同对心度碰撞中带电粒子的赝快度分布。其中的实点是实验测量<sup>[26]</sup>, 虚线是流体力学模型式(23)的结果, 点线是带头粒子式(24)的结果, 实线是式(26), 即虚线与点线之和, 拟合结果的  $\chi^2/NDF$  列于表 1 中, 由该表或图 3, 4 可以看出, 理论与实验结果符合得很好。

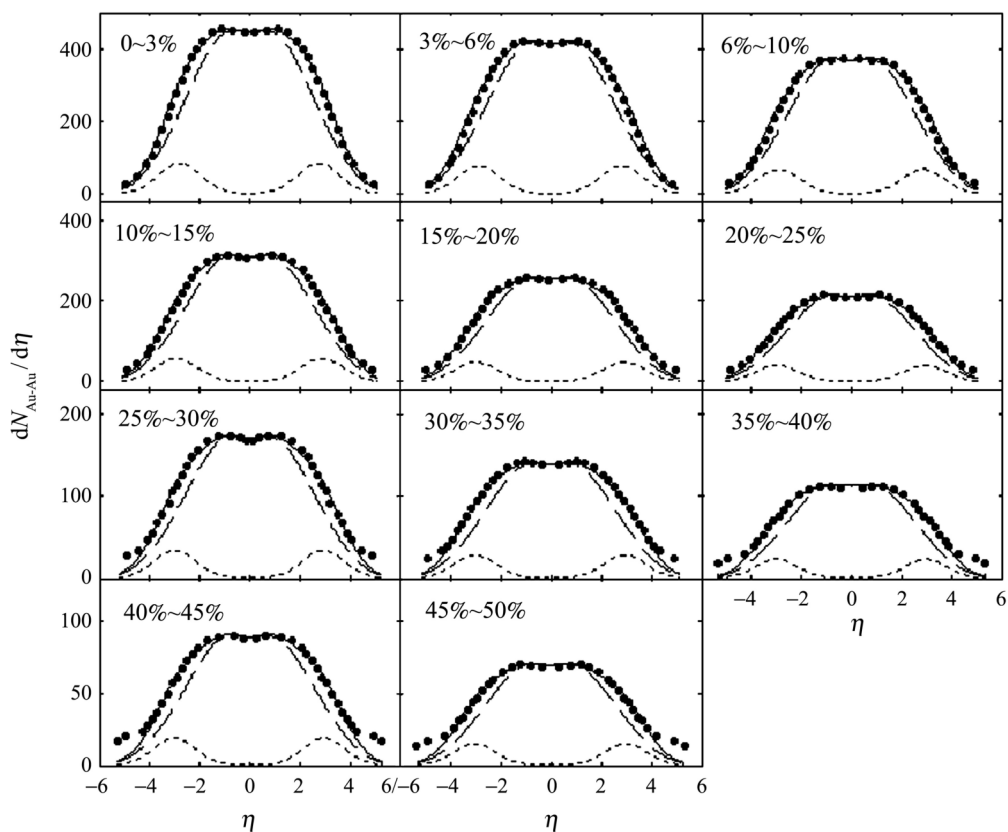


图 3  $\sqrt{s_{NN}} = 62.4$  GeV 的 Au-Au 各不同对心度碰撞中带电粒子的赝快度分布

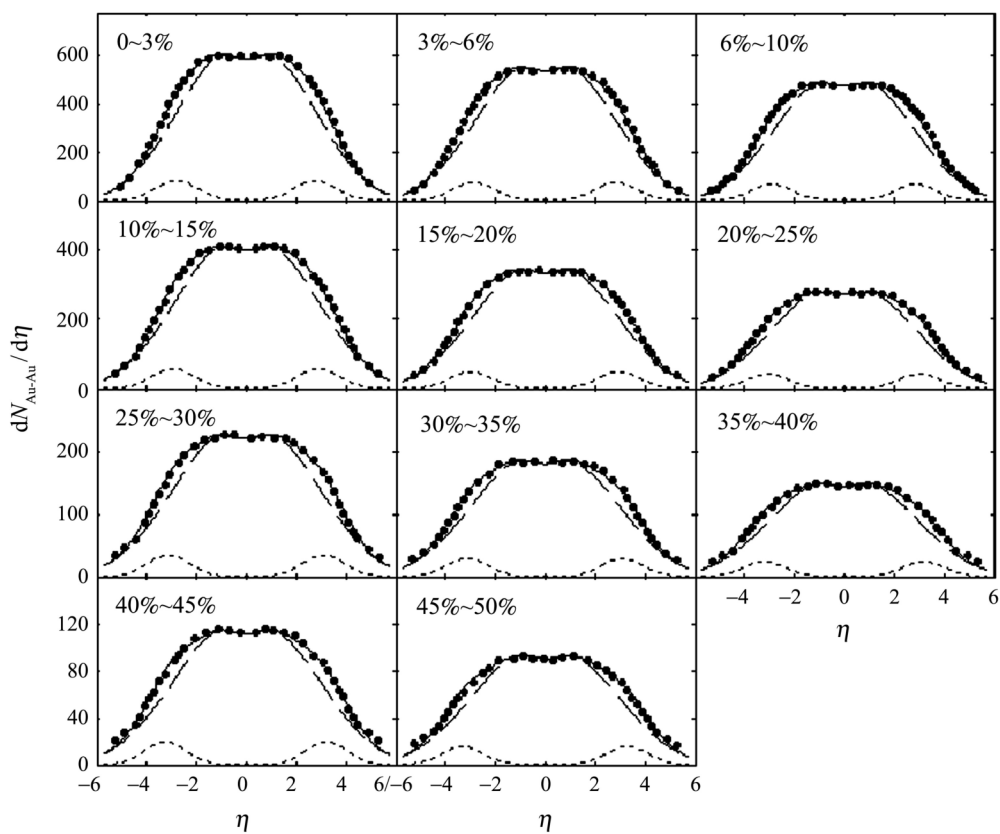


图 4  $\sqrt{s_{NN}} = 130$  GeV 的 Au-Au 各不同对心度碰撞中带电粒子的赝快度分布

表1 图3、4拟合结果的 $\chi^2/\text{NDF}$ 

对心度(%)	$\chi^2/\text{NDF}$		对心度(%)	$\chi^2/\text{NDF}$		对心度(%)	$\chi^2/\text{NDF}$	
	62.4 GeV	130 GeV		62.4 GeV	130 GeV		62.4 GeV	130 GeV
0~3	0.0066	0.0025	15~20	0.0102	0.0028	35~40	0.0218	0.0088
3~6	0.0070	0.0034	20~25	0.0128	0.0042	40~45	0.0283	0.0114
6~10	0.0085	0.0027	25~30	0.0180	0.0067	45~50	0.0258	0.0109
10~15	0.0092	0.0040	30~35	0.0175	0.0031			

图3和图4中实点为实验结果<sup>[26]</sup>, 虚线为统一流体力学模型式(23)的结果, 点线为带头粒子式(24)的结果, 实线为式(26), 即虚线与点线之和。

由图3知, 相对于其它对心度, 最后几个高对心度在高快度区的拟合情况不是太好。这种情况在 $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 130$  GeV的Au-Au碰撞中并不存在, 由图4知, 在该情况下的所有对心碰撞中, 理论与实验符合得都很好。考虑到在低能与高对心度的碰撞中, 产生的粒子较少, 实验误差较大。所以, 所论的拟合问题可能是实验误差所致, 因为相对于其它能量与对心度的碰撞,  $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 62.4$  GeV的高对心度碰撞在物理上不应有什么特别之处。

计算中, 对于不同能量与对心度的碰撞, 式(24)中的宽度参数取常数 $\sigma = 0.85$ , 如前面分析所述,  $\sigma$ 与能量与对心度无关。对于能量为 $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 62.4$ 与130 GeV的碰撞, 按对心度由小到大, 式(24)中的中心位置参数 $y_0$ 分别取2.62~2.85与2.65~3.15。如上所述, 对于一定的对心度碰撞,  $y_0$ 随能量的增加而增加。对于一定的入射能量,  $y_0$ 随对心度的增加而增加。对于同样的对撞能量与对心度次序, 式(23)中的 $\theta_{\text{FO}}$ 分别取值1.75~1.84与2.33~2.72。可见 $\theta_{\text{FO}}$ 随能量与对心度的增加而增加。这是很显然的, 因为由式(23)知,  $\theta_{\text{FO}}$ 决定着带电粒子快度分布的范围, 由图3和4知, 该范围随入射能量与对心度的增加是增加的。

## 5 结论

高能重离子碰撞中的带电粒子来源于两部分: 一是来自于带头粒子, 二是冻析于碰撞产生的高温高密度物质。

与前期工作一样<sup>[13]</sup>, 本文假设带头粒子的快度具有高斯分布形式且正规化为参与者数。值得注意的是: 这里得到的高斯分布的宽度参数 $\sigma$ , 与那里的 $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 62.4$ 与200 GeV的Cu-Cu碰撞一样, 都取 $\sigma = 0.85$ 。表明: 确如前面分析的那样,  $\sigma$ 应是一个与碰撞能量、对心度及碰撞系统无关的常数。

与前期工作不同<sup>[13]</sup>, 这里假设碰撞产生的高温高

密度物质按统一流体力学模型做时空演化, 而非原先假设的那样按演化过程主导的流体力学模型膨胀。两者的主要不同点在于: 前者的初始条件反映在推广的普通快度与时空快度的关系式(8)中, 后者假设流体最初处于静止状态。初始条件的不同导致方程的求解方法与求解结果的不同, 但两解都含有相同的自由参数 $\theta_{\text{FO}}$ 。

现有研究表明, 在考虑了相同的带头粒子效应后, 统一流体力学模型与演化过程主导的流体力学模型都能对实验结果给出很好的描述, 问题是: 那个理论模型更加合理呢? 这个问题需由进一步的实验或理论研究来回答。只有当模型中的自由参数, 如 $\theta_{\text{FO}}$ 在实验或理论上得到确定, 答案也就出来了。在没有进一步的有关自由参数的实验或理论结果之前, 任何一个理论模型, 只要它与现有的实验测量不矛盾, 都有可能是一个潜在的好模型。

## 参考文献:

- [1] GYULASSY M, MCLERRAN L. Nucl Phys A, 2005, **750**: 30.
- [2] HEINZ U, SNELLINGS R. Annu Rev Nucl Part Sci, 2013, **63**: 123.
- [3] ADLER S S, AFANASIEV S, AIDALA C, *et al* (PHENIX Collaboration). Phys Rev Lett, 2003, **91**: 182301.
- [4] AAMODT K, ABELEV B I, REICHER M, *et al* (ALICE Collaboration). Phys Rev Lett, 2011, **107**: 032301.
- [5] CHATRCHYAN S, KHACHATRYAN V, SIRUNYAN A M, *et al* (CMS Collaboration). Phys Rev C, 2013, **87**: 014902.
- [6] WONG C Y. Phys Rev C, 2008, **78**: 054902.
- [7] JIANG Zhijin, LI Q G, ZHANG Haili. Phys Rev C, 2013, **87**: 044902.
- [8] JIANG Zhijin, MA K, ZHANG Haili, CAI L M. Chin Phys C, 2014, **38**: 048103.
- [9] ZHANG Haili, JIANG Zhijin. Nucl Phys Rev, 2014 **31**: 8. (in Chinese)  
(张海利, 姜志进. 原子核物理评论, 2014, **31**: 8.)
- [10] BEUF G, PESCHANSKI R, SARIDAKIS E N. Phys Rev C, 2008, **78**: 064909.
- [11] JIANG Zhijin, ZHANG Haili, WANG J, MA K. Adv High Energy Phys, 2014, **2014**: 248360.
- [12] JIANG Zhijin, ZHANG Haili, MA K, WANG J. Chin Phys C, 2015, **39**: 044102.

- [13] JIANG Zhijin, WANG Jie, ZHANG Haili, *et al.* Nucl Phys Rev, 2014, **31**: 460. (in Chinese)  
(姜志进, 王杰, 张海利, 等. 原子核物理评论, 2014, **31**: 460.)
- [14] BIALAS A, JANIK R A, PESCHANSKI R. Phys Rev C, 2007, **76**: 054901.
- [15] SARKISYAN EDWARD K G, SAKHAROV A S. Eur Phys J C, 2010, **70**: 533.
- [16] GALE C, JEON S, SCHENKE B. Int J Mod Phys A, 2013, **28**: 1340011
- [17] DENICOL G S, HEINZ U, MARTINEZ M, NORONHA J, STRICKLAND M. Phys Rev Lett, 2014, **113**: 202301.
- [18] CSÖRGÖT, NAGY M I, CSANÁD M. Phys Lett B, 2008, **663**: 306
- [19] CSANÁD M, NAGY M I, LÖKÖS S. Eur Phys J A, 2012, **48**: 173.
- [20] LANDAU L D. Izv Akad Nauk SSSR, 1953, **17**: 51. (in Russian)
- [21] KHALATNIKOV I M. J Exp Theor Phys, 1954, **27**: 529. (in Russian)
- [22] BELENKIY S Z, LANDAU L D. Usp Fiz Nauk, 1955, **56**: 309. (in Russian)
- [23] STEINBERG P. Nucl Phys A, 2005, **752**: 423.
- [24] HWA R C. Phys Rev D, 1974, **10**: 2260.
- [25] BJORKEN J D. Phys Rev D, 1983, **27**: 140.
- [26] ALVER B, BACK B, BAKER M, *et al* (PHOBOS Collaboration). Phys Rev C, 2011, **83**: 024913.
- [27] GAO L N, CHEN Y H, WEI H R, LIU F H. Adv High Energy Phys, 2014, **2014**: 450247.
- [28] BORSÁNYI S, ENDRŐDI G, FODOR Z, *et al.* JHEP, 2010, **77**: 1.
- [29] ADARE A, AFANASIEV S, AIDALA C, *et al.* (PHENIX Collaboration). Phys Rev Lett, 2007, **98**: 162301.
- [30] JIANG Zhijin. Acta Physica Sinica, 2007, **56**: 5191. (in Chinese)  
(姜志进. 物理学报, 2007, **56**: 5191.)
- [31] JIANG Zhijin, SUN Yufen. J Univ Shanghai Sci Technol, 2010, **32**: 253 (in Chinese)  
(姜志进, 孙玉芬. 上海理工大学学报, 2010, **32**: 253.)
- [32] WONG C Y. Introduction to high energy heavy ion collisions[M]. Harbin: Press of Harbin Technology University, 2002: 16. (in Chinese)  
(黄卓然. 高能重离子碰撞导论[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2002: 16.)

## Unified Descriptions of Hwa-Bjorken and Landau Relativistic Hydrodynamics and the Pseudorapidity Distributions in High Energy Heavy Ion Collisions

JIANG Zhijin<sup>1</sup>), DENG Haiping, ZHANG Yu, ZHANG Haili

(*College of Science, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China*)

**Abstract:** One of the most important achievements obtained in high energy physics in recent years is the discovery that the matter created in nucleus-nucleus collisions behaves like a nearly perfect fluid. The best tool for describing the expansions of this fluid is relativistic hydrodynamics. By taking into account the contributions of leading particles, this paper discusses the pseudorapidity distributions of charged particles on the basis of a theory of unified description of Hwa-Bjorken and Landau relativistic hydrodynamics. The rapidity distributions of charged particles frozen out from fluid can be obtained analytically from unified hydrodynamics. The rapidity distributions of leading particles are assumed having Gaussian form. Known from a comparison with experimental observations made by LHC-RHIC-PHOBOS Collaboration in Au-Au collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 62.4$  and 130 GeV, respectively, the theoretical results are in good accordance with experimental results.

**Key words:** relativistic hydrodynamics; leading particle; Gaussian distribution

Received date: 14 Apr. 2015; Revised date: 27 Apr. 2015

Foundation item: Shanghai Key Lab of Modern Optical System; Hujiang Foundation of China (B14004)

1) E-mail: jzj265@163.com.