

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ ИМЕНИ Г.И.БУДКЕРА

На правах рукописи

ИГНАТОВ ФЕДОР ВЛАДИМИРОВИЧ

**ИЗМЕРЕНИЕ ФОРМФАКТОРА ПИОНА
В ДИАПАЗОНЕ ЭНЕРГИЙ 1.04 – 1.38 ГэВ
С ДЕТЕКТОРОМ КМД-2**

01.04.16 – физика атомного ядра
и элементарных частиц

Диссертация на соискание
ученой степени кандидата
физико - математических наук

Научный руководитель
доктор физико - математических наук
Борис Исаакович Хазин

Новосибирск – 2008

Оглавление

Введение	4
1 Описание эксперимента	11
1.1 Ускорительно-накопительный комплекс ВЭПП-2М	11
1.2 Детектор КМД-2	13
1.2.1 Дрейфовая камера	14
1.2.2 Z-камера	23
1.2.3 Цилиндрический калориметр	24
1.2.4 Торцевой калориметр	25
1.2.5 Пробежная система	26
1.2.6 Система запуска детектора	27
2 Восстановление треков в дрейфовой камере КМД-2	30
2.1 Координатное и импульсное разрешение	30
2.1.1 Пространственное разрешение	30
2.1.2 Импульсное разрешение	32
2.2 Поиск и восстановление треков заряженных частиц	33
2.2.1 Определение времен дрейфа	34
2.2.2 Поиск фрагментов трека	34
2.2.3 Добавление к фрагменту новых точек и объединение фрагментов в трек	36
2.2.4 Определение параметров трека частицы	37
2.2.5 Реконструкция точек трека в плоскости, содержащей ось пучков	40
2.3 Упрощенная калибровка изохрон	40

2.4	Метод калибровки дрейфовой камеры с использованием расчетов на основе программы Garfield	42
2.4.1	Дополнения к алгоритму реконструкции	42
2.4.2	Калибровка T_0 для каждой проволоочки	43
2.4.3	Расчет изохрон с помощью пакета программ Garfield и уточнение состава газовой смеси	46
2.4.4	Поправки к изохронам, полученным на основе Garfield	48
2.5	Моделирование	51
2.5.1	Координатное разрешение	51
2.5.2	Импульсное разрешение	53
2.6	Сравнение полученного разрешения с прежними результатами	55
3	Измерение пионного формфактора	61
3.1	Набор экспериментальных данных	61
3.2	Отбор коллинеарных событий	62
3.3	Разделение событий	65
3.4	Коррекция зависимости энергосвечения от полярного угла вылета частиц	68
3.5	Параметризация формы энергосвечения	69
3.5.1	Энергосвечение электронов и позитронов	70
3.5.2	Энергосвечение космических частиц	72
3.5.3	Энергосвечение мюонов	73
3.5.4	Энергосвечение пионов	73
3.6	Определение формфактора пиона	74
3.7	Радиационные поправки	76
3.8	Эффективность реконструкции треков	79
3.9	Эффективность триггера	82
3.10	Анализ фоновых событий	85
3.11	Систематическая ошибка	87
3.12	Формфактор пиона	94

4	Вычисление эффектов поляризации вакуума в фотонном пропагаторе	109
4.1	Поляризационный оператор и собственно-энергетическая функция фотона	109
4.2	Лептонный вклад в поляризацию вакуума	114
4.3	Адронный вклад в поляризацию вакуума	119
4.4	Вклад узких резонансов в поляризацию вакуума	122
4.5	Процедура интегрирования и объединения данных разных экспериментов	124
4.6	Вклад различных каналов адронных сечений	130
4.7	Обсуждение результатов	147
	Заключение	147
	Литература	151

Введение

С 1992 по 2000 год в Новосибирском институте ядерной физики имени Г.И.Будкера проводились эксперименты с детектором КМД-2 на встречных электрон-позитронных пучках в диапазоне энергий от 360 до 1400 МэВ в системе центра масс.

Эта область энергий изучается со времени появления методики встречных пучков. Первые эксперименты были проведены на накопителях АСО (Орсэ, Франция) и ВЭПП-2 (Новосибирск) в конце 60-х годов. В 70-х–80-х годах проводились исследования на детекторах М3N и DM1 на накопителе АСО и на детекторах ОЛЯ, КМД и НД на накопителе ВЭПП-2М, пришедшем на смену накопителю ВЭПП-2. Обилие интересных физических задач в данной области энергий привело к модернизации комплекса ВЭПП-2М и созданию детекторов нового поколения КМД-2 и Сферического Нейтрального Детектора (СНД), работавших на накопителе до 2000 года. В этих экспериментах было получено множество данных о сечениях электрон-позитронной аннигиляции в адроны при низких энергиях необходимых для решения многих проблем в физике частиц. Адронные сечения измерены в широком диапазоне энергий на многих детекторах, однако последовательной теории КХД для описания адронных взаимодействий при низких энергиях до сих пор не существует. В частности, нужны более точные измерения адронных сечений для определения параметров легких векторных мезонов, а также поведения сечений между резонансами, обеспечивающих уникальную информацию о взаимодействиях легких кварков.

Основной целью данной работы является измерение сечения рождения двух заряженных пионов в области энергий от 1 до 1.4 ГэВ. Ранее форм-фактор в этой области энергий был детально измерен лишь в эксперименте

на детекторе ОЛЯ [1] с систематической погрешностью $10 \div 15\%$.

Данные о сечении позволяют получить информацию о поведении формфактора пиона, характеризующем его внутреннюю структуру, что важно для построения теоретических моделей, описывающих взаимодействие кварков при низких энергиях. Во времениподобной области формфактор можно определить из полного сечения электрон-позитронной аннигиляции в пару заряженных пионов. Кроме того, знание зависимости сечения $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ от энергии важно для расчета аномального магнитного момента мюона $(g - 2)_\mu$ [2] и его сравнения с прецизионными измерениями, одно из которых было выполнено в БНЛ, США [3]. Такое сравнение является чувствительным тестом Стандартной Модели.

История измерения пионного формфактора во времениподобной области насчитывает более 40 лет. В первых экспериментах на накопителях АСО [4] (Орсэ, Франция) и ВЭПП-2 [5, 6, 7] (Новосибирск) в конце 60-х годов было наблюден резонансное поведение формфактора, впервые измерены параметры ρ мезона и подтверждена применимость модели векторной доминантности. В последующие годы измерения продолжались на накопителях SPS [8], АСО [9, 10, 11, 12], ВЭПП-2М [1], ADONE [13, 14, 15, 16, 17]. Наиболее точные данные до эксперимента КМД-2 были получены в конце 70-х – начале 80-х годов детекторами КМД и ОЛЯ.

Дополнительным источником экспериментальных данных о поведении сечения $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ в области низких энергий могут служить спектральные функции распада $\tau^- \rightarrow \pi^-\pi^0\nu_\tau$. Используя гипотезу сохранения векторного тока и изоспиновую симметрию, можно связать изовекторную компоненту процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ со спектральной функцией $v_{1,\pi^-\pi^0}$. Детальные измерения спектральных функций распадов τ -лептона были проведены детекторами ALEPH [29], OPAL [30] и CLEO-II [31]. В скором будущем появятся новые данные с детекторов BaBar и Belle. В данный момент данные о сечении $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ плохо согласуются с поведением спектральной функции, определенной из распадов τ -лептона (Рис. 1) [32]. Это расхождение также требует дополнительного исследования. Новые, более точные данные, как со стороны экспериментов по электрон-позитронной аннигиля-

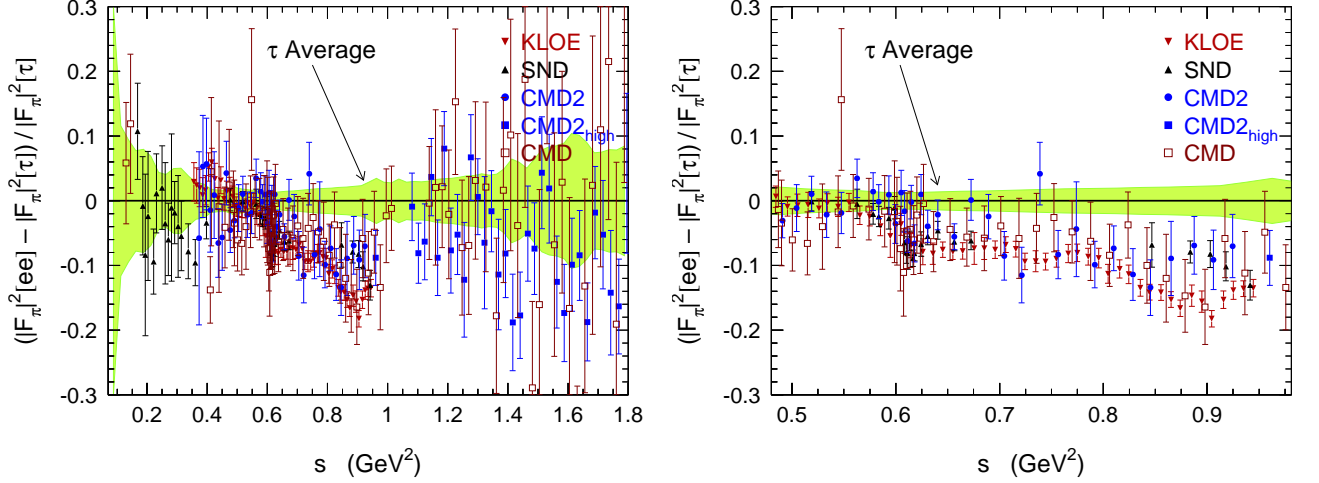


Рис. 1: Относительное сравнение формфактора пиона из данных e^+e^- аннигиляции и данных по распаду τ , выраженные как отношение к спектральной функции τ . Заштрихованная область показывает ошибку измерения τ данных. e^+e^- данные приведены для KLOE [18], CMD-2 [19, 20, 21, 22, 23], SND [24, 25], CMD [1], OLYA [26, 27, 28] и DM1 [11].

ции, так и распадов τ -лептона, помогут объяснить природу этого расхождения, основные причины которого по-видимому лежат в нетривиальном учете изоспин-нарушающих поправок и изоскалярной составляющей сечения.

Как уже упоминалось выше, знание сечений процессов электрон-позитронной аннигиляции в адроны при низких энергиях требуется, в частности, для определения с лучшей точностью отношения

$$R(s) = \sigma(e^+e^- \rightarrow \text{hadrons})/\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-), \quad (1)$$

которое используется при вычислении ряда физических величин, в том числе, бегущей константы связи $\alpha_{QED}(s)$ и адронного вклада в аномальный магнитный момент мюона a_μ^{had} . Лидирующий адронный вклад в a_μ , показанный на Рис. 2, связан с поляризационным оператором фотона по следующей формуле:

$$a_\mu^{had} = \frac{\alpha}{\pi} \int_0^1 (1-x) \Pi^{hadr} \left(-\frac{x^2}{1-x} m_\mu^2 \right) dx,$$

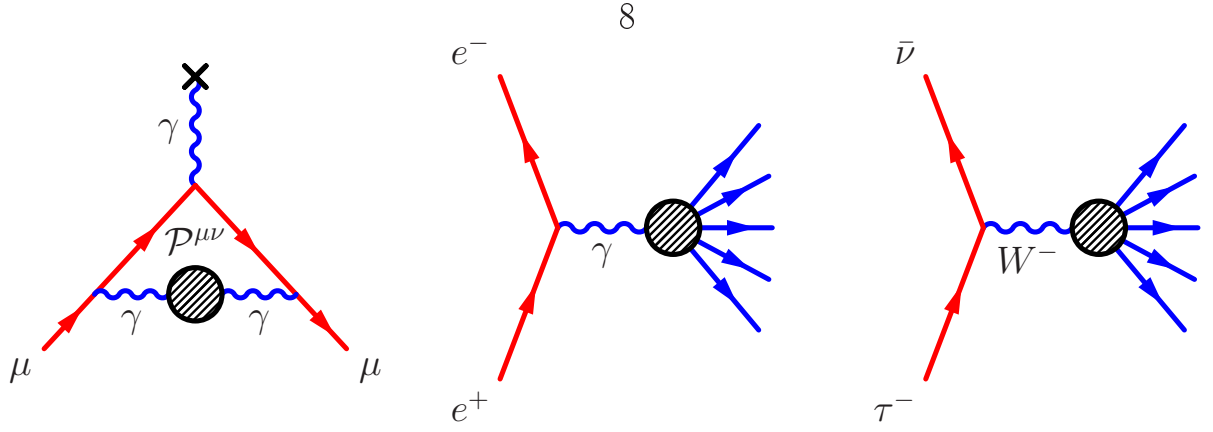


Рис. 2: Диаграммы Фейнмана первого порядка для вклада адронной поляризации вакуума в аномальный магнитный момент мюона и связь адронных сечений электрон-позитронной аннигиляции с распадами τ -мезона.

что можно также выразить через дисперсионный интеграл [2]:

$$a_{\mu}^{had} = \frac{\alpha^2}{3\pi^2} \int_{4m_{\pi}^2}^{\infty} \frac{R(s)K(s)}{s} ds, \quad (2)$$

где ядро $K(s)$, вычисленное в рамках квантовой электродинамики, выражается как:

$$K(s) = \int_0^1 dx \frac{x^2(1-x)}{x^2 + \rho(1-x)}, \quad \rho = \frac{s}{m_{\mu}^2},$$

и имеет значение 0.5 при $s = 0$ и ведет себя при больших s как $K(s) \sim m_{\mu}^2/3s$. В области высоких энергий величина $R(s)$ может быть вычислена в рамках КХД, а для низких энергий, при вычислении интеграла (2) используются экспериментальные значения $R(s)$ (Рисунок 3). Наличие s^2 в знаменателе подынтегрального выражения усиливает вклад области низких энергий. Численная оценка величины этого интеграла, согласно работам [33, 34], составляет $(693.2 \pm 5.1) \cdot 10^{-10}$, или, в относительных единицах, (59.4 ± 0.5) ppm. Наиболее точное экспериментальное значение величины a_{μ} , полученное экспериментом E821 [3] в Брукхейвенской Национальной Лаборатории (БНЛ), имеет относительную точность 0.54×10^{-6} . Это значение на 3.4 стандартных отклонения превышает теоретический расчет в рамках стандартной модели. Экспериментальный и теоретический вклады в ошибку разницы примерно одинаковы.

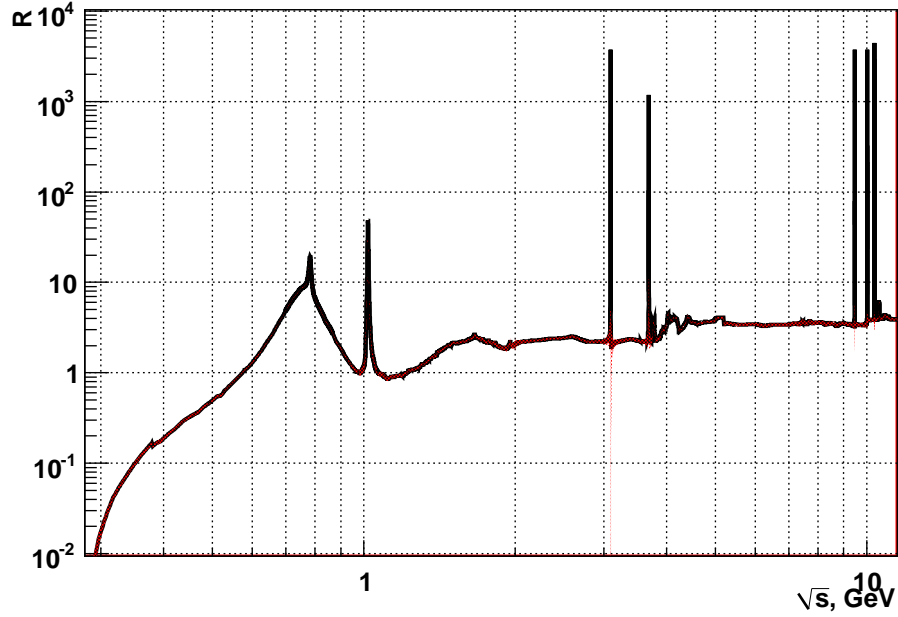


Рис. 3: Зависимость R_{hadr} от энергии в системе центра масс.

В настоящее время обсуждается возможность измерения аномального магнитного момента мюона с относительной точностью ~ 0.14 ppm [35], что в несколько раз улучшит точность эксперимента E821 [3]. Отсюда следует, что точность вычисления a_μ^{had} также должна быть улучшена в несколько раз. Тем самым определяются требования к точности вычисления эффектов поляризации вакуума в фотонном пропагаторе, и радиационных поправок, относительная точность которых должна быть не хуже, чем $\sim 0.2\%$, как это видно из следующей оценки: $60 \text{ ppm} \times 0.2\% \sim 0.12 \text{ ppm}$.

Другая величина, вычисляемая на основе данных о $R(s)$, это $\alpha(M_Z^2)$ - электромагнитная константа связи на массе Z бозона. На данный момент она известна с наихудшей точностью из трех параметров (константа Ферми $\delta G_\mu/G_\mu \sim 0.9 \cdot 10^{-5}$, $\delta M_Z/M_Z \sim 2.3 \cdot 10^{-5}$ и $\delta \alpha(M_Z^2)/\alpha(M_Z^2) \sim 2.4 \cdot 10^{-4}$), которые обычно используются для определения предсказаний электрослабой части стандартной модели. Точность определения $\alpha(M_Z^2)$ является одним из главных ограничивающих факторов для прецизионной физики электрослабых взаимодействий. Именно она ограничивает точность косвенного определения массы хиггсовского бозона в стандартной модели.

Этот краткий обзор показывает важность измерений адронных сечений при малых энергиях.

В первой главе диссертационной работы представлено описание ускорительно-накопительного комплекса ВЭПП-2М и детектора КМД-2, на котором в течение 1992–2000 гг. велся набор экспериментальных данных во всем диапазоне энергий ускорителя. Универсальный Криогенный Магнитный Детектор (КМД-2) [36, 37, 38] состоял из трековой системы, цилиндрического и торцевого электромагнитных калориметров на основе кристаллов CsI и BGO соответственно и мюонной пробежной системы. Трековая система состояла из дрейфовой камеры и двухслойной пропорциональной Z-камеры, помещенных внутри тонкого сверхпроводящего соленоида с полем 1 Т.

Во второй главе рассмотрен основной элемент трековой системы детектора – дрейфовая камера. Описан алгоритм восстановления треков. Приведена методика калибровки параметров камеры для получения наилучшего координатного и импульсного разрешений. Выявлены основные факторы, влияющие на разрешение дрейфовой камеры.

Третья глава посвящена измерению сечения $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ в области энергий от 1.04 до 1.38 ГэВ в системе центра масс с детектором КМД-2. В процессе сканирования энергий выше ϕ мезона с детектором КМД-2 был набран интеграл светимости около 6 пб^{-1} , что соответствует примерно 75 тысячам зарегистрированных событий $\pi^+\pi^-$. Набор велся в 35 точках по энергии пучка от 520 МэВ до 690 МэВ с шагом 5 МэВ. В данной работе приводится детальный анализ информации, записанной в этом сканировании. Также обсуждены возможные теоретические параметризации, используемые для описания зависимости формфактора пиона от энергии.

В четвертой главе описана процедура вычисления поляризации вакуума лептонами и адронами, приведены компактные формулы для учета вклада узких резонансов. Используя данные всех доступных экспериментов по измерению электрон-позитронной аннигиляции в адроны, поляризация вакуума в области энергий ВЭПП-2000 вычислена с точностью лучше 0.1%.

В заключении представлены основные результаты работы.

Глава 1

Описание эксперимента

1.1 Ускорительно-накопительный комплекс ВЭПП-2М

Ускорительно-накопительный комплекс, схема которого приведена на рисунке 1.1, состоит из инжектора, синхротрона, бустера и самого накопителя [39]. Инжектором комплекса является импульсный линейный ускоритель электронов на энергию 3 МэВ. Синхротрон Б-3М ускоряет электроны до 200 МэВ. Далее комплекс может работать в двух режимах. В режиме накопления электронов пучок из Б-3М напрямую перепускается в бустерный накопитель БЭП. В режиме накопления позитронов в промежуток Б-3М – БЭП вводится вольфрамовый конвертор, на котором фокусируется электронный пучок из Б-3М. Образующиеся позитроны собираются магнитной системой и также перепускаются в БЭП. После накопления в БЭПе тока порядка нескольких десятков миллиампер пучок ускоряется до требуемой энергии и перепускается в кольцо ВЭПП-2М.

ВЭПП-2М имеет периметр около 18 м и состоит из элементов с жесткофокусирующей магнитной структурой, симметрично расположенных вдоль кольца, и четырех прямолинейных промежутков. В одном из промежутков расположен сверхпроводящий вигглер (“змейка”) [40], служащий для увеличения светимости, в противоположном промежутке — ускоряющий высокочастотный резонатор с частотой 200 МГц, $1/12$ которой соответствует вре-

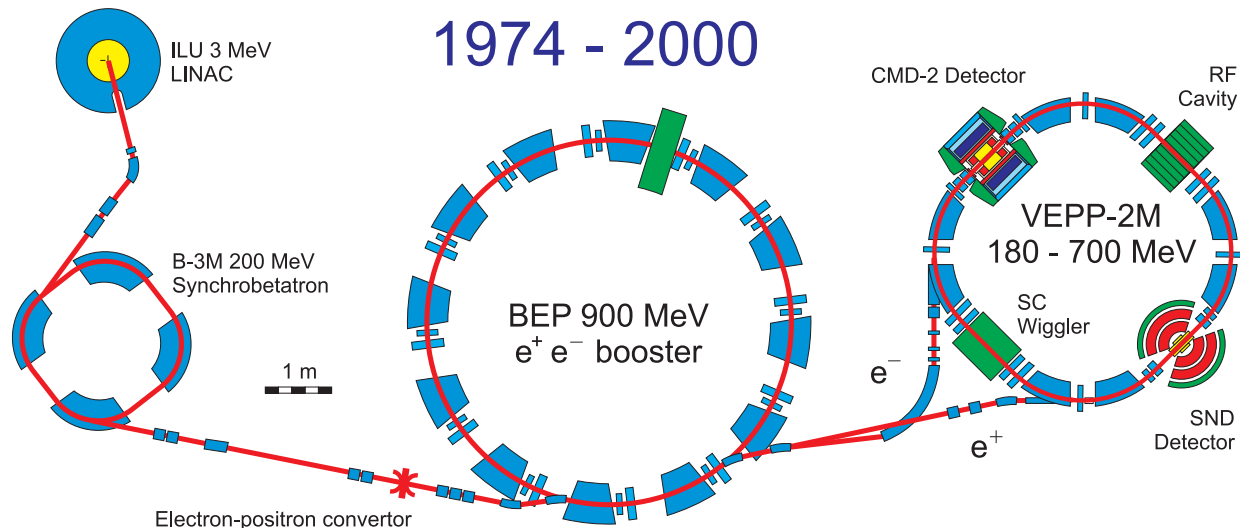


Рис. 1.1: Схема ускорительно-накопительного комплекса ВЭПП-2М

Таблица 1.1: Основные параметры комплекса ВЭПП-2М

Энергия пучков, МэВ	180–700
Светимость, $10^{30} \text{ см}^{-2}\text{с}^{-1}$	5
Разброс энергий в пучке, 10^{-3}	0.36
Время между столкновениями, нс	60
Количество сгустков в пучке	1
Периметр равновесной орбиты, м	17.88
Длина сгустка в месте встречи, см	2
Размеры пучка в месте встречи, мкм	
вертикальный	10
радиальный	300
Средний ток в пучке, мА	~ 50

мени оборота пучков 60 нс в накопителе. Основные параметры ускорителя приведены в таблице 1.1. В двух других промежутках установлены детекторы КМД-2 [36, 37, 38] и СНД [41]. Детектор КМД-2 был спроектирован и построен в Институте ядерной физики СО РАН в 1985-1992 гг для прецизионных измерений адронных сечений и поиска редких распадов легких векторных мезонов ρ , ω и ϕ на электрон-позитронном коллайдере ВЭПП-2М. Детектор КМД-2 успешно проработал до 2000 года, после чего началась мо-

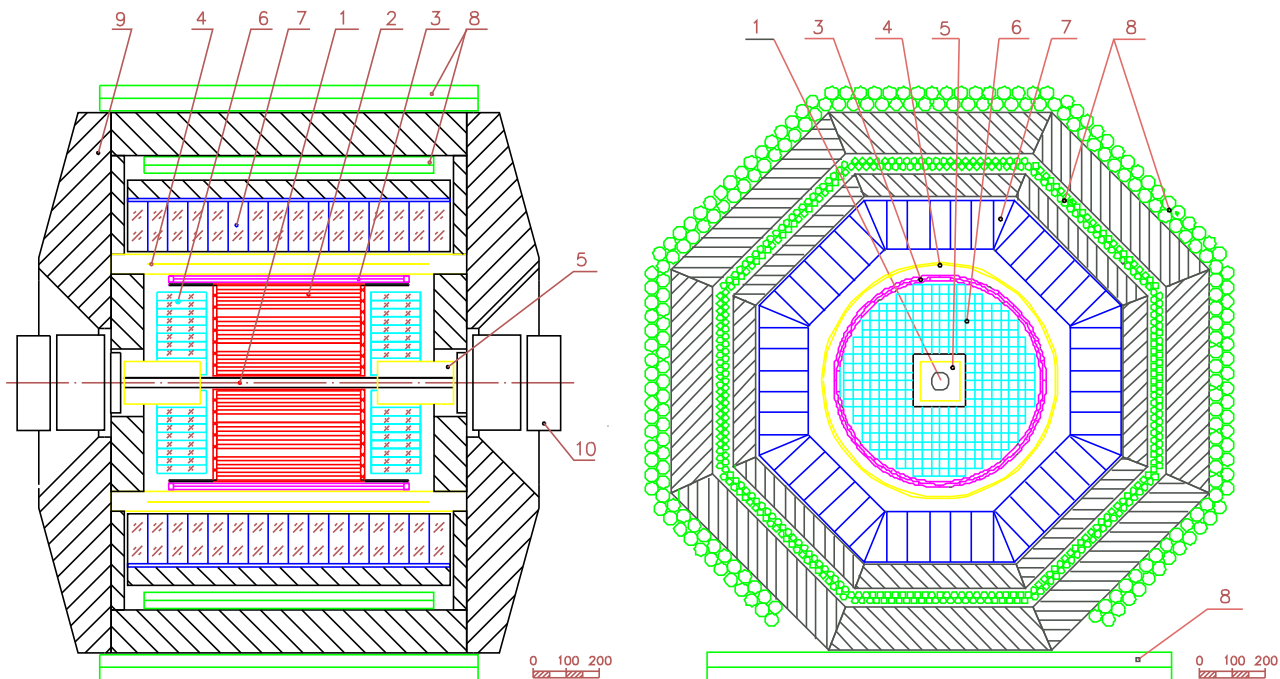


Рис. 1.2: Детектор КМД-2. 1 — вакуумная камера, 2 — дрейфовая камера, 3 — Z-камера, 4 — основной сверхпроводящий соленоид, 5 — компенсирующие соленоиды, 6 — торцевой (BGO) калориметр, 7 — цилиндрический (CsI) калориметр, 8 — пробегная система, 9 — ярмо магнита, 10 — квадрупольные линзы

дернизация ускорительного комплекса и детекторов.

1.2 Детектор КМД-2

КМД-2 (Криогенный Магнитный Детектор) — это универсальный детектор, позволяющий с высокой точностью измерять параметры зарегистрированных заряженных и нейтральных частиц. Схема детектора представлена на рисунке 1.2. Координаты, углы вылета и импульсы заряженных частиц измеряются координатной системой детектора, состоящей из дрейфовой и Z-камер, расположенных в магнитном поле величиной 10 кГс, создаваемом основным сверхпроводящим соленоидом. Цилиндрический и торцевой электромагнитные калориметры, изготовленные из сцинтилляционных кристаллов CsI и BGO, обеспечивают измерение энергии и углов вылета фотонов, а

также позволяют разделять электроны и адроны. Пробежная система служит для разделения мюонов и адронов. Вакуумная камера в прямолинейном промежутке имеет диаметр 40 мм и длину 1 м. Для уменьшения многократного рассеяния, её центральная часть, длиной 20 см, изготовлена из бериллия толщиной 0.8 мм. При сканировании энергий выше ϕ мезона, для подавления фона синхротронного излучения, вакуумная труба была окружена ниобиевой фольгой толщиной 0.1 мм.

Магнитная система детектора [42, 43] состоит из основного и двух компенсирующих сверхпроводящих соленоидов. Толщина основного соленоида составляет 0.38 радиационной длины.

Основные параметры детектора КМД-2 приведены в таблице 1.2. Ниже более подробно описаны его подсистемы.

1.2.1 Дрейфовая камера

Конструкция дрейфовой камеры

Дрейфовая камера [44, 45], общий вид которой приведен на Рис. 1.3, представляет собой цилиндрический объём длиной 47 см и диаметром 60 см, составленный из обечайки, двух фланцев и опорных колец для поддержки кабелей. На Рис. 1.4 приведена схема камеры с основными размерами.

Фланцы и обечайка камеры изготовлены из СТЭФ. Обечайки толщиной 2 мм достаточно, чтобы нести нагрузку от натяжения проволочек, равную 290 кГ. Прогиб фланцев толщиной 10 мм под этой нагрузкой составляет 3 мм, что привело к необходимости предварительной деформации фланцев перед натяжением проволочек. Герметизирующая внутренняя трубка радиусом 2.075 см выполнена из двух слоев – внутреннего, из лавсана толщиной 120 мкм, и внешнего, из алюминизированного лавсана толщиной 20 мкм, причем алюминизированная поверхность второго слоя обращена внутрь камеры и находится под нулевым потенциалом.

Таблица 1.2: Основные параметры детектора КМД-2

Дрейфовая камера	512 сигнальных проволочек, 19 слоев. $\sigma_{R-\phi} = 250 \mu\text{м}$, $\sigma_Z = 5 \text{ мм}$, $\sigma_{dE/dx} = 20\%$, $\sigma_\theta = 1.5 \cdot 10^{-2} \text{ рад}$, $\sigma_\phi = 7 \cdot 10^{-3} \text{ рад}$, $\sigma_p/p^2 \sim 0.06 \div 0.08 \text{ ГэВ}^{-1}$
Z-камера	Два слоя пропорциональных камер, 2×32 секторов сигнальных проволочек, 512 стрипов для измерения Z-координаты. $\sigma_Z = 0.25 \div 1 \text{ мм}$, $\sigma_t = 5 \text{ нс}$. Телесный угол = $0.8 \times 4\pi$
Цилиндрический калориметр	892 кристалла CsI в 8 октантах. Полная толщина $8.1 X_0$. ФЭУ-60. $\sigma_E/E = 8\%$ для $E_\gamma = 100 \div 700 \text{ МэВ}$, $\sigma_{\theta,\phi} = 0.02 \div 0.03 \text{ рад}$
Торцевой калориметр	680 кристалла ВГО в обоих торцах. Полная толщина $13.4 X_0$. Вакуумные фототриоды. $\sigma_E/E = 8 \div 4\%$ для $E_\gamma = 100 \div 700 \text{ МэВ}$, $\sigma_{\theta,\phi} = 0.02 \div 0.03 \text{ рад}$
Телесный угол, покрываемый калориметрами $0.96 \times 4\pi$.	
Пробежная система	8 октантов стримерных трубок $\sigma_Z = 6 \div 9 \text{ см}$
SC соленоид	Магнитное поле 1 Тесла, толщина $0.38 X_0$

Организация ячеек камеры

Камера содержит 80 ячеек струйного типа объединенных в 3 суперслоя с общим числом сигнальных проволочек 512. В Таблице 1.3 приведена информация о расположении проволочек в суперслоях. Сигнальные проволочки диаметром 15 мкм изготовлены из W-Re сплава с золотым покрытием. Они имеют сопротивление $1.4 \times 10^3 \text{ Ом/м}$ и находятся под нулевым потенциалом - заземлены через входные сопротивления усилителей. Расстояние между точками крепления сигнальных проволочек в удерживающих их латунных трубках составляет 460 мм, а длина чувствительной области проволочек внутри

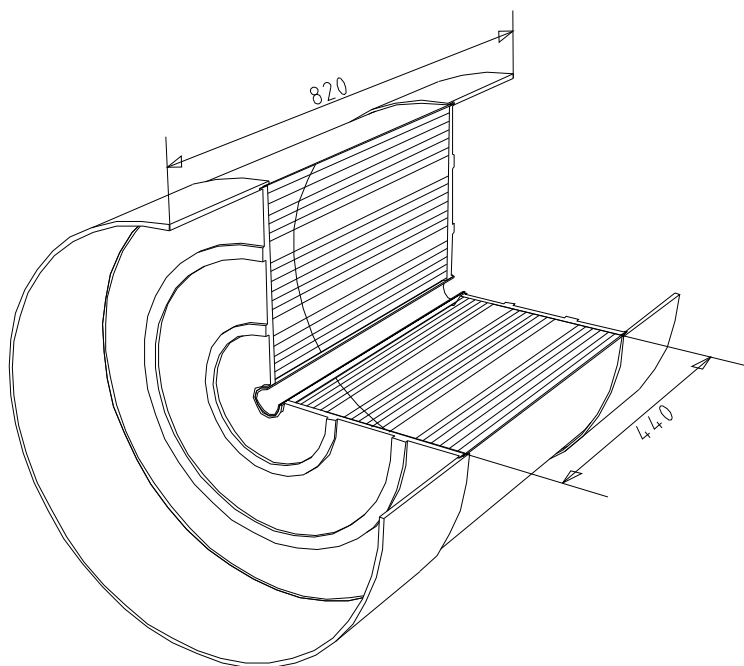


Рис. 1.3: Общий вид дрейфовой камеры детектора КМД-2.

Таблица 1.3: Расположение сигнальных проволочек в дрейфовой камере.

Суперслой	1	2	3
Число ячеек	16	32	32
Число проволочек в ячейке	6	7	6
Радиус (мм), на котором находится первая сигнальная проволочка	25	115	225
Радиус (мм), на котором находится последняя сигнальная проволочка	90	195	295

камеры равна 440 мм. Для точного позиционирования сигнальных проволочек, в торцы удерживающих их латунных трубок впрессованы часовые камни с отверстием диаметром 90 мкм. Такая конструкция трубок позволила обеспечить установку сигнальных проволочек с точностью 10 мкм. Шаг сигнальных проволочек в ячейке равен 10 мм. Между любыми двумя сигнальными проволочками находится потенциальная проволочка диаметром 100 мкм. Потенциал этих проволочек равен примерно -1 кВ и обеспечива-

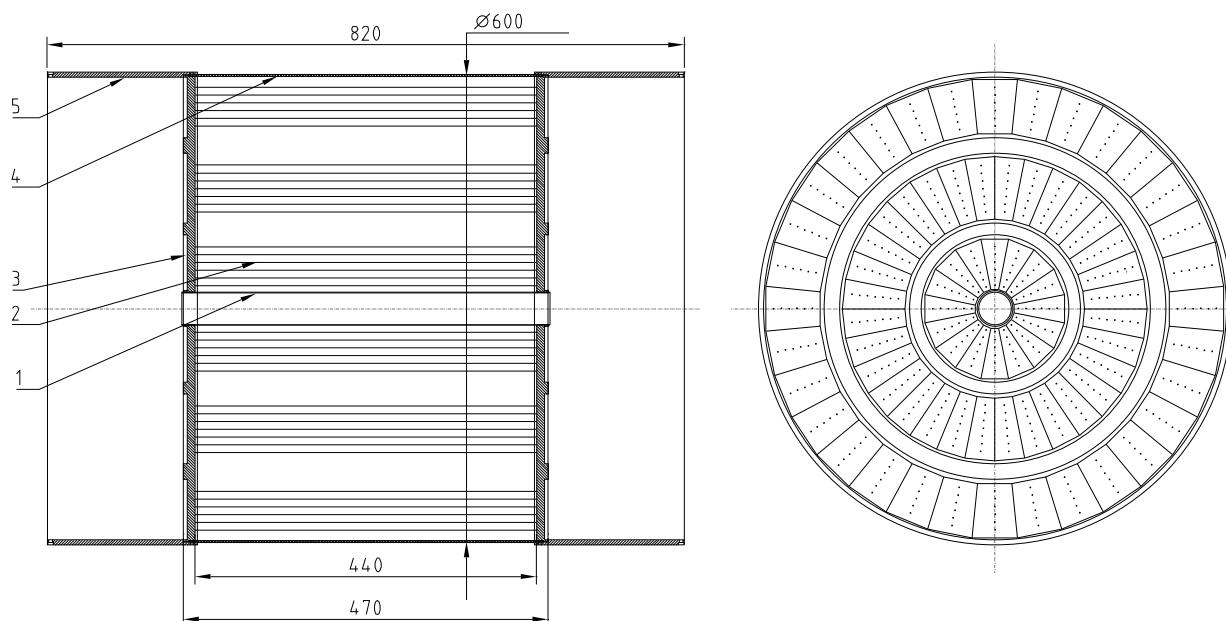


Рис. 1.4: Схема дрейфовой камеры детектора КМД-2. 1 – герметизирующая трубка, 2 – проволочки, 3 – фланец, 4 – обечайка, 5 – кольца для поддержки кабелей.

ет дополнительную регулировку коэффициента газового усиления на сигнальных проволочках. Полевые и потенциальные проволочки изготовлены из титанового сплава VT1 с медным покрытием толщиной 8 мкм. Выбор диаметра полевых проволочек зависел от приложенных к ним напряжений и изменялся от 100 до 300 мкм. Схема расположения проволочек показана на Рис. 1.5.

В камерах с ячейками струйного типа сигнальные проволочки внутри ячейки лежат в одной плоскости, и зеркальная симметрия не позволяет определить с какой стороны от этой плоскости прошел трек — так называемая "лево-правая" неопределенность. Для ее устранения сигнальные проволочки раздвинуты на ± 300 мкм, как показано на Рис. 1.5. В разделе 2.2.2 поясняется, как такая раздвижка позволяет определить с какой стороны от плоскости проволочек прошла частица без привлечения информации из других ячеек камеры.

Вблизи непроводящего фланца линейная плотность заряда на сигнальной проволочке падает по сравнению с ее значением в центре камеры, что

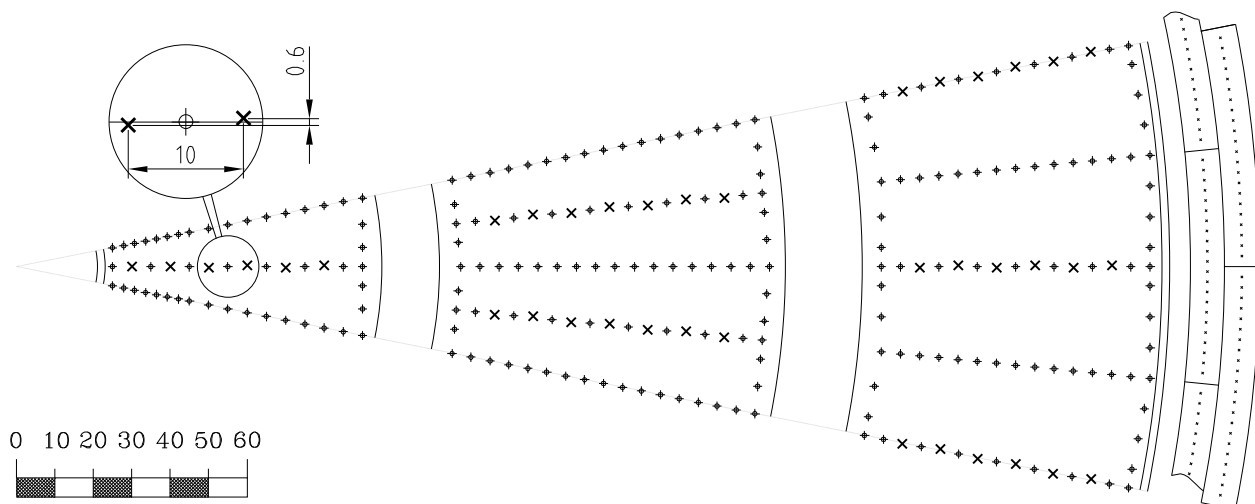


Рис. 1.5: Расположение проволочек в ячейках дрейфовой камеры. Крестиками показано расположение сигнальных проволочек, кружками — полевых и потенциальных проволочек. Снаружи от сектора дрейфовой камеры показаны сектора Z-камеры.

ведет к уменьшению коэффициента газового усиления. Пониженная величина газового усиления наблюдается вплоть до расстояний от фланца, равных $3 \div 4$ зазорам между сигнальными и полевыми проволочками. В камере детектора КМД-2, в зависимости от номера слоя, это расстояние равно $3 \div 8$ см, что составляет значительную долю длины проволочки. Чтобы поднять плотность заряда вблизи краев сигнальных проволочек, на обращенных внутрь камеры поверхностях фланцев, параллельно плоскости сигнальных проволочек натянуты проволочки диаметром 1 мм с такими потенциалами, которые должны были бы находиться на них в центре камеры. В результате применения этих специальных электродов, коэффициент газового усиления в дрейфовой камере остается неизменным вплоть до расстояний ~ 5 мм до фланцев.

Вследствие близости непроводящей внешней обечайки камеры, распределение полей в ячейках третьего слоя искажается. Для улучшения однородности поля и выравнивания коэффициента газового усиления внешних проволочек по отношению к проволочкам в глубине камеры, на внешнюю

сторону обечайки, с помощью проводящего клея наклеена медная фольга, на которую подается потенциал -3.5 кВ. На этот же высоковольтный экран стекают ионы, которые продиффундировали мимо полевых проволочек и попали на внутреннюю сторону обечайки. Поверх высоковольтного экрана находится земляной экран, выполненный из односторонне фольгированного стеклотекстолита толщиной 150 мкм.

Газовая смесь

Камера продувается смешиваемой "в потоке" газовой смесью Ar:изобутан в пропорции 80:20. В этой смеси, в рабочем дрейфовом поле напряженностью 1.1 кВ/см, скорость дрейфа электронов оказывается насыщенной — она слабо зависит от напряженности электрического поля в достаточно широком диапазоне его значений. Величины скорости дрейфа и угла Лоренца определяются в процессе реконструкции событий минимизацией импульсного разрешения и составляют примерно 4.6 см/мксек и 30° соответственно. Газовое усиление составляет примерно 10^5 .

Лавинное умножение имеет место во всех газах, но не любой газ или газовая смесь могут быть использованы в пропорциональном режиме работы. Во многих случаях специфика экспериментальных требований ограничивает выбор компонентов смеси — низкие рабочие напряжения, хорошая пропорциональность выходного сигнала, долгое время службы и т.д., являют собой примеры противоречивых требований к атмосфере камеры. Наиболее подходящими кандидатами являются одноатомные благородные газы, имеющие наибольший лавинный коэффициент в малых полях, так как в многоатомных молекулах значительная часть энергии электронов тратится на возбуждение. Поэтому основной компонентой газовой смеси является благородный газ. Выбор среди благородных газов определяется тем, чтобы они имели наименьшую энергию ионизации для наибольшей скорости развития лавины. Из экономических соображений используется аргон, так как ксенон и криптон, при лучших параметрах, являются дорогими газами. Во время лавинных процессов происходит возбуждение и ионизация атомов. Возбуж-

денные атомы благородного газа могут вернуться в нормальное состояние либо посредством излучения, причем минимальная энергия эмитированных фотонов (11.6 эВ для аргона) выше работы выхода электронов из металлов, характерная величина которой составляет 4÷6 эВ, либо освобождением из катода одного или двух добавочных электронов. Извлеченные из катода электроны могут инициировать повторную лавину, а, при достаточно больших коэффициентах газового усиления, непрерывный разряд в камере. Ситуация меняется, если в состав смеси введены добавки многоатомных газов, которые характеризуются сложным энергетическим спектром, особенно, когда в состав молекулы входит больше четырех атомов. Большое число безызлучательных возбужденных состояний (вращательных и колебательных) поглощают фотоны в широком энергетическом диапазоне; для метана, например, в диапазоне от 7.9 до 14.5 эВ, который покрывает энергию излучаемых аргоном фотонов. По пути к катоду ионизованные или возбужденные метастабильные атомы благородного газа переходят в основное состояние, ионизуя молекулы добавки, которые подбираются так, чтобы их потенциал ионизации был ниже, чем у атомов благородного газа. После того, как молекула добавки нейтрализуется на расстоянии $\sim 10^{-8}$ см от катода, наиболее вероятной возможностью снятия оставшегося возбуждения оказывается ее диссоциация. Время диссоциации, которое составляет $\sim 10^{-13}$ с, меньше времени, затрачиваемого на преодоление оставшегося до катода расстояния $\sim 10^{-12}$ с и времени, необходимого для излучения фотона $\sim 10^{-8}$ с. Таким образом, вторичные процессы на катоде практически отсутствуют, что и позволяет получить высокий коэффициент газового усиления. Эти общие свойства имеют многие органические и некоторые неорганические добавки — фреон, CO_2 , BF_3 и другие. В камере детектора КМД-2 в качестве гасящей добавки был выбран изобутан. Он имеет хорошие гасящие свойства, обеспечивает насыщение скорости дрейфа при достаточно малой напряженности электрического поля, камеры с добавкой изобутана имеют достаточно долгое время жизни и позволяют получать координатное разрешение на уровне 100 ÷ 150 мкм. У чистого аргона коэффициент диффузии достаточно велик и именно добавка изобутана значительно понижает его.

Аналоговая и цифровая электроника съема сигналов с камеры

Импульсы с сигнальных проволочек камеры передаются трехметровыми коаксиальными кабелями с волновым сопротивлением 75 Ом на усилители, расположенные в крейтах на торцах яра детектора. Через 13 метровые витые пары усиленные сигналы поступают в оцифровывающие блоки Т2А, выполненные в стандарте "КЛЮКВА". Схема электроники для одной сигнальной проволочки представлена на Рис. 1.6.

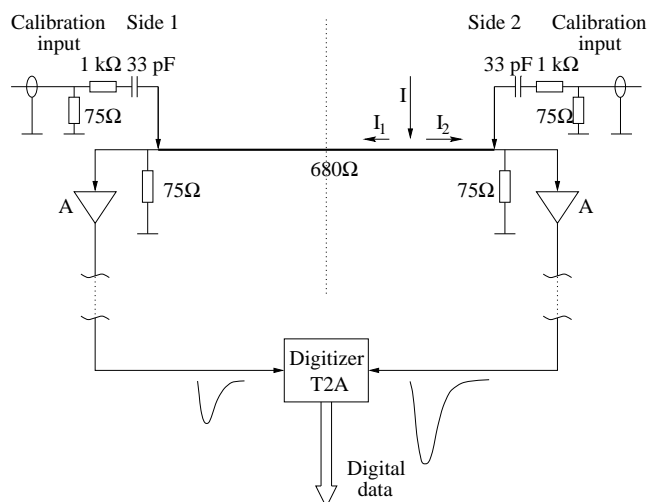


Рис. 1.6: Схема электроники проволочки.

Для того, чтобы при скорости дрейфа в камере равной 5 см/мкс точность измерения времени дрейфа не оказывала определяющего влияния на точность измерения координаты, его надо измерять с точностью не хуже $2 \div 2.5$ нс.

Для измерения времени дрейфа ионизации в газе был выбран метод прямого счёта, для чего в блоках Т2А стандарта "КЛЮКВА" применены счетчики, работающие на частоте 200 МГц. Чтобы получить цену канала 2.5 нс, счетчики построены по схеме, позволяющей считать полупериоды тактовой частоты.

Платы Т2А, подробно описанные в [46], работают в режиме с "общим стопом". Это означает, что оцифровка времени начинается в каждом канале индивидуально в момент прихода сигнала с проволочки, а заканчивается по приходу сигнала "общий стоп" который вырабатывается триггерной электроникой детектора, как показано на Рис. 1.7.

Каждая плата Т2А обслуживает четыре сигнальных проволочки камеры. Она содержит четыре временных канала для измерения времен дрейфа и восемь амплитудных каналов для измерения зарядов с концов проволочек.

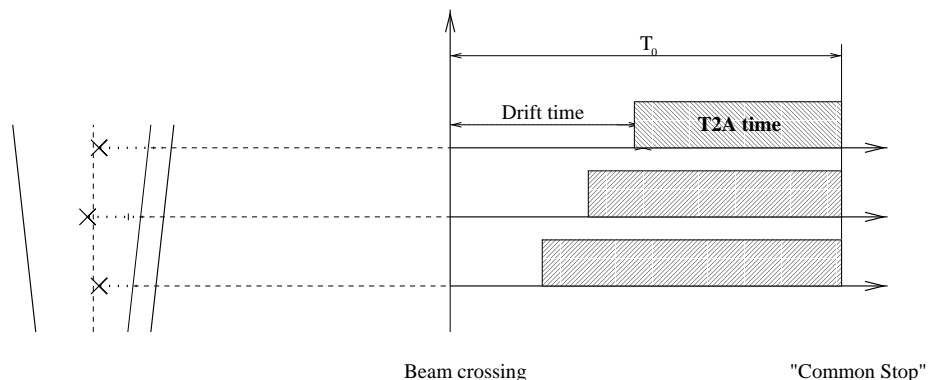


Рис. 1.7: Принцип измерения времен дрейфа электроникой, работающей в режиме с "общим стопом".

Парафазные сигналы с выходов предусилителей, подключенных к концам сигнальной проволочки, поступают на два дифференциальных приемника и далее на каналы оцифровки временной и амплитудной информации.

Временной канал состоит из сумматора сигналов с обоих концов проволочки, дискриминатора и измерителя времени. Работа последнего основана на счете периодов тактовой частоты 200 МГц, причем пересчетка запускается сигналом с дискриминатора. Одновременно вырабатываются сигналы управления амплитудными каналами ("ворота").

Каждый амплитудный канал состоит из линии задержки, усилителя и преобразователя заряд-цифра.

Поскольку в системе используется один генератор тактовой частоты, который никак не синхронизован с запусками отдельных каналов, то в момент начала измерения временного интервала платой Т2А возникает ошибка, равная одному отсчету. Для того, чтобы такая же ошибка не возникала в конце измерения, используется схема синхронизации, позволяющая останавливать генератор в определенной фазе и измерять интервал Δt между сигналом первичного триггера ("общий стоп"), жестко связанного с событием, и последним импульсом генератора. Поправка (Δt) является общей для всех каналов и учитывается при обработке.

Таким образом, плата досчета представляет собой специализированный "старт - стопный" время-цифровой преобразователь. Ее основное назначение — измерение временной поправки Δt , возникающей в конце счета ка-

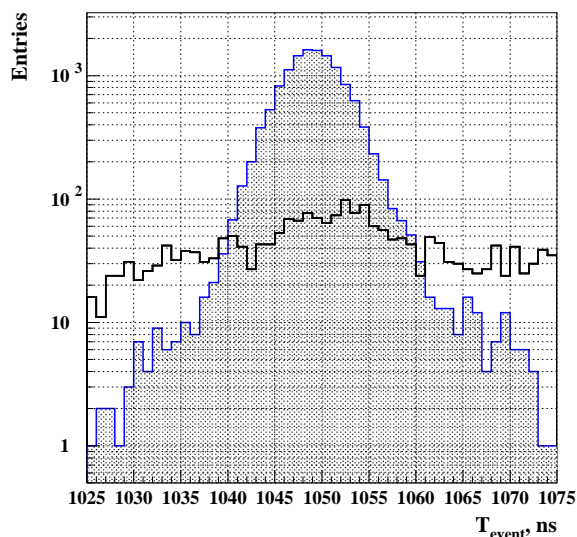


Рис. 1.8: Распределение пучковых и космических событий по времени срабатывания в Z-камере.

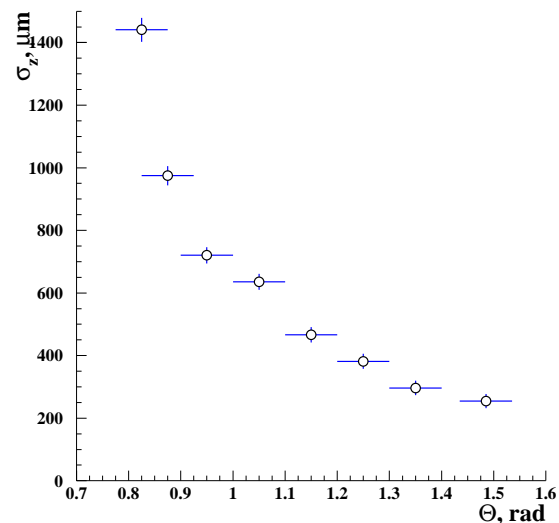


Рис. 1.9: Зависимость координатного разрешения Z-камеры от полярного угла трека.

налов, работающих в режиме с общим стопом. Преобразователь позволяет измерять время поправки с шагом 100 пс. Разница во времени между входными импульсами "старт" и "стоп преобразуется экспандером в большую длительность выходного импульса, который управляет подачей частоты на пересчетку. Коэффициент растяжения равен 80, что при частоте заполнения 125 МГц и определяет шаг измерения поправки 100 пс.

1.2.2 Z-камера

За дрейфовой камерой располагается двухслойная цилиндрическая пропорциональная Z-камера [47] со съёмом информации с катодов и анодов.

Z-камера является координатным детектором, измеряющим z -координату пересечения трека с камерой, а также используется для формирования сигнала первичного заряженного триггера. С ее помощью осуществляется временная привязка события к моменту столкновения пучков. Период оборота пучков в ВЭПП-2М составляет 60 нс. Чтобы временной разброс сигналов с Z-камеры не превышал времени оборота пучков, используется быстрая газовая смесь $80\%CF_4 + 20\%iC_4H_{10}$ и маленькое расстояние между анодными-

ми проволочками. Для увеличения эффективности регистрации, камера выполнена в виде двух независимых слоев. Каждый слой имеет 256 катодных полосок с независимым съемом сигналов и 704 анодные проволочки. Для уменьшения числа каналов электроники, проволочки каждого слоя объединены в 32 сектора по 22 штуки в каждом. Внешний слой сдвинут относительно внутреннего на половину ширины сектора (Рис. 1.5).

На рисунке 1.8 показано временное разрешение Z-камеры для пучковых коллинеарных событий, регистрируемых в эксперименте. Среднеквадратичный разброс временного разрешения имеет ширину порядка 4.7 нс. Координатное разрешение Z-камеры составляет 250 мкм для нормально, падающей частицы. Зависимость координатного разрешения от полярного угла трека, определенная с помощью коллинеарных событий, приведена на рисунке 1.9.

1.2.3 Цилиндрический калориметр

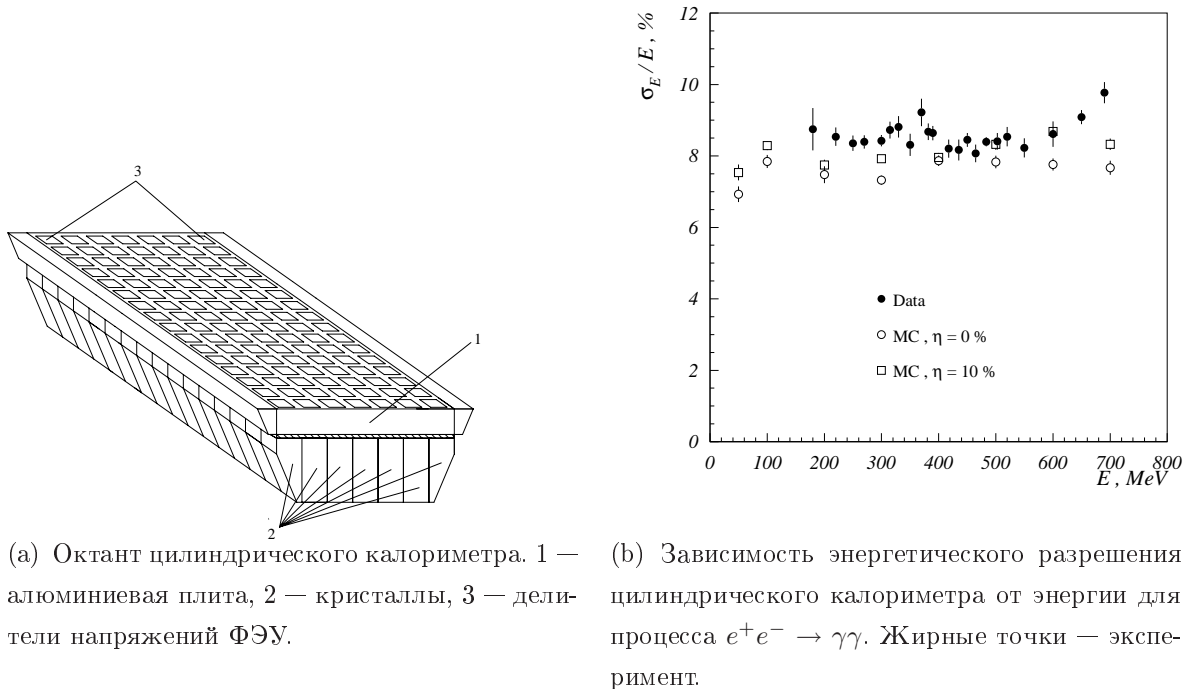


Рис. 1.10: Конструкция и энергетическое разрешение цилиндрического калориметра.

Цилиндрический калориметр [48] расположен между сверхпроводящей

катушкой и внутренним годоскопом пробежной системы. Калориметр состоит из сцинтилляционных кристаллов CsI(Tl) и CsI(Na) размером $6 \times 6 \times 15$ см³. Толщина калориметра для нормально падающей частицы составляет около 8 радиационных длин.

Цилиндрический калориметр состоит из восьми октантов. Каждый из них содержит семь линейных модулей (линеек), закрепленных на дюралевой плите. Схема октанта показана на рисунке 1.10(а). В октант входят 5 стандартных линеек и 2 линейки счетчиков специальной формы, которые обеспечивают сопряжение октантов без зазоров. Линейки состоят из 16 счетчиков CsI, закрепленных на стальной полосе толщиной 10 мм. Сцинтилляционный свет с каждого кристалла регистрируется с помощью фотоумножителей ФЭУ-60. Сигналы с ФЭУ поступают на усилители-формирователи ($\tau = 2$ мкс), а затем по витой паре передаются на платы амплитудно-цифровых преобразователей А32 [49].

Как показывает моделирование, в CsI выделяется в среднем около 80 % энергии падающего фотона, а энергетическое и пространственное разрешения определяются флуктуациями утечек ливня и составляют, соответственно, $\sigma_E/E = 8 - 10$ % (Рис. 1.10(б)) и $\sigma_x = 8 - 12$ мм в интересующем нас диапазоне энергий 100-700 МэВ. Цилиндрический калориметр покрывает область полярных углов от 0.7 до 2.44 радиан.

1.2.4 Торцевой калориметр

Торцевой калориметр [50] на основе кристаллов ортогерманата висмута $\text{Bi}_4\text{Ge}_3\text{O}_{12}$ (BGO) состоит из двух идентичных торцов по обе стороны от места встречи. Каждый торец представляет собой плотно уложенную матрицу из 340 кристаллов BGO (Рис. 1.11(а)). Размер кристалла $2.5 \times 2.5 \times 15$ см³. Таким образом, толщина калориметра для нормально падающей частицы составляет 13.4 радиационных длин. Свет регистрируется при помощи вакуумных фототриодов, способных работать в сильном продольном магнитном поле.

Энергетическое разрешение калориметра составляет:

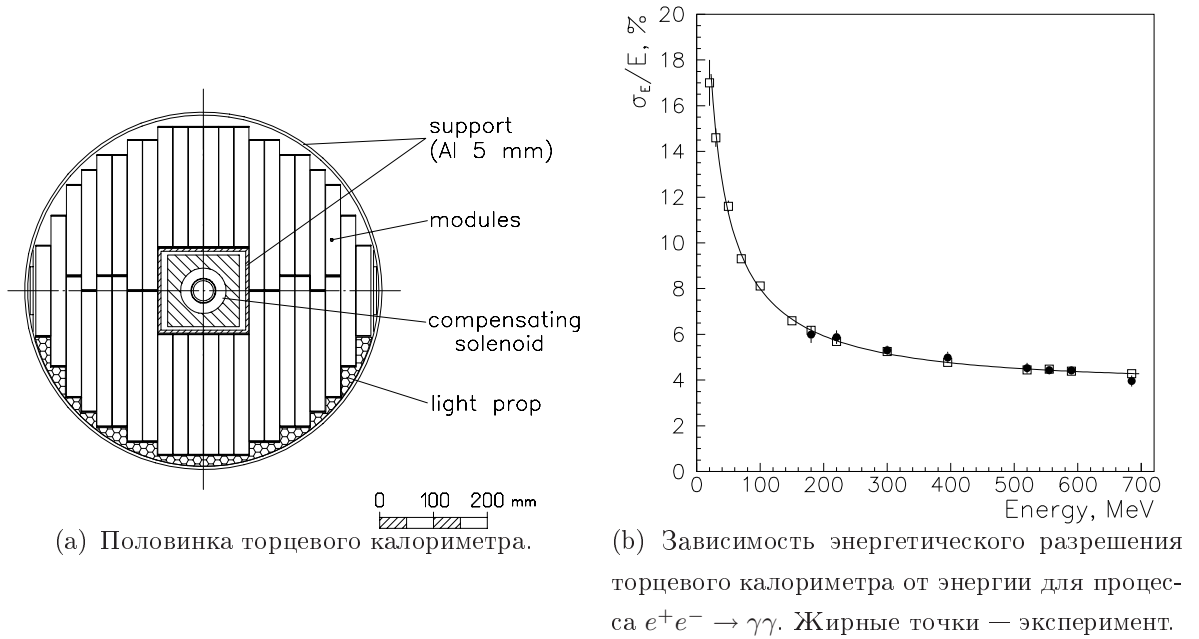


Рис. 1.11: Конструкция и энергетическое разрешение торцевого калориметра.

$\sigma_E/E = 3,2\%/\sqrt{E[\text{ГэВ}]} + 1,4\% \ln(E[\text{ГэВ}]) + 0,9\%$ (Рис. 1.11(b)),

а угловое — $\sigma_{\varphi,\theta} = 11,2/\sqrt[4]{E[\text{ГэВ}]} + 7,2$ миллирадиан. Торцевой калориметр покрывает область полярных углов от 0.28 до 0.86 и от 2.28 до 2.86 радиан.

1.2.5 Пробежная система

Пробежная система [51] состоит из двух частей: внутренней и внешней. Обе части выполнены в виде восьми октантов, каждый из которых представляет собой блок стримерных трубок. Вся система содержит 616 детекторов - трубок с натянутой проволокой по оси (48 трубок во внутренних октантах, 32 трубки в 5 верхних внешних октантах и по 24 трубки в 3 нижних). Трубки в октанте расположены в два слоя и сдвинуты относительно друг друга на половину диаметра. При такой упаковке частица, летящая из места встречи пучков, всегда пересекает хотя бы одну трубку.

Внутренние блоки расположены сразу за цилиндрическим калориметром, при этом толщина вещества перед ними 0.58 ядерных длин. Внешние блоки устанавливаются за ярмом магнита толщиной 13 см железа, что со-

ставляет дополнительные 0.76 ядерных длин. Телесный угол, закрываемый пробежной системой, составляет около 50 % от полного телесного угла.

Каждая трубка блока представляет собой газовый детектор, работающий в ограниченном стримерном режиме. Катодом является тонкостенная (300 мкм) трубка из нержавеющей стали диаметром 20 мм для внутренней и 40 мм для внешней систем, а анодом 100 мкм проволочка из золочёного молибдена.

Для уменьшения количества каналов предварительной и оцифровывающей электроники, анодные проволочки в каждом октанте каждого слоя соединялись последовательно, через одну, в виде змейки. Такая коммутация исключает возможность срабатываний двух трубок в одной связке для частиц, летящих из места встречи пучков. Одна связка содержит 6, 8 или 12 трубок в зависимости от октанта, а вся пробежная система имеет 64 канала электроники. Каждый канал вырабатывает логический сигнал с длительностью пропорциональной координате вдоль связки труб. Z-координата трека частицы, которая пересекает трубку, измеряется по разности времен прихода сигналов на противоположные концы крайних трубок, соединенных последовательно в одной связке. Координатная точность пробежной системы составляет ~ 8 см вдоль трубки. Поперечная координата определяется по номеру сработавшей трубки в связке и имеет точность ~ 2 см.

1.2.6 Система запуска детектора

Важным элементом электроники детектора является система запуска, служащая для того, чтобы в течение 1 мкс принять решение о полезности события и инициировать оцифровку и считывание информации в ЭВМ. Запуск детектора КМД-2 может вызываться сигналами одного из следующих триггеров: заряженного, нейтрального и торцевого калориметра, включенных по схеме “ИЛИ” (Рис. 1.12).

Заряженный триггер. Основу заряженного триггера составляет трекафайндер ТФ (трековый процессор) [52], который анализирует расположение сработавших проволочек дрейфовой камеры и срабатывает

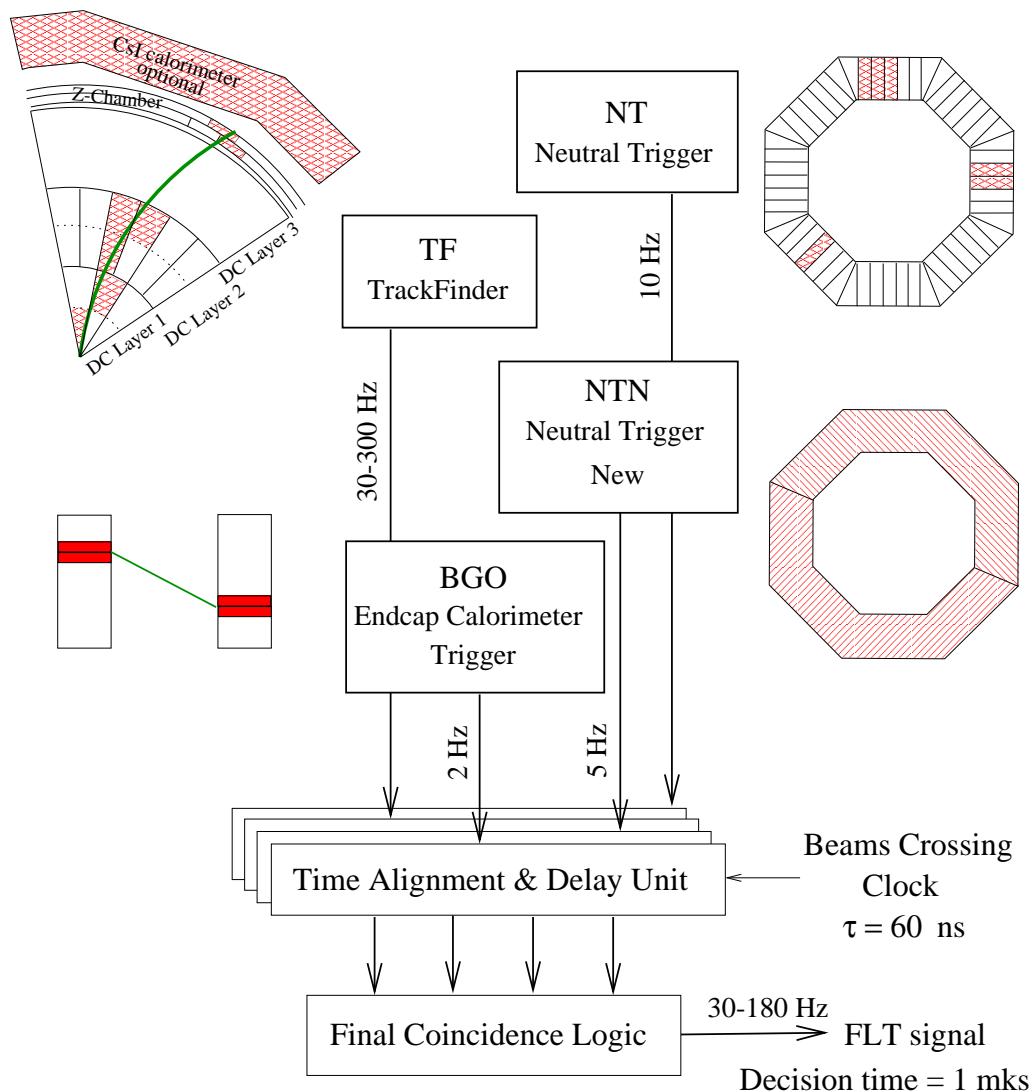


Рис. 1.12: Схема первичного триггера детектора КМД-2.

при нахождении хотя бы одного подобия трека. Начало работы трекфайндера инициируется сигналом срабатывания Z-камеры, стробированного сигналом фазы накопителя. Время анализа информации дрейфовой камеры составляет 400 нс. Частота срабатывания трекфайндера от событий фона слишком высока, что, как правило, не позволяет записывать весь поток данных с запуском только от TF. Для уменьшения частоты запусков, в качестве заряженного триггера используется совпадение сигналов TF и CSI — сигнала о наличии энергосделения больше порогового (≈ 20 МэВ) хотя бы в одной линейке цилиндрического калориметра.

Нейтральный триггер. В качестве исходной информации для нейтрального

триггера [53] используются 56 логических сигналов, соответствующих наличию в линейках цилиндрического калориметра энерговыделений, превышающих пороговое. По расположению сработавших линеек определяется число кластеров в $R-\varphi$ плоскости и углы между кластерами. По этим параметрам все события разбиваются на классы. Сигнал NT появляется, если полное энерговыделение в калориметре превышает некоторый порог, различный для каждого класса событий. Время принятия решения нейтральным триггером составляет 960 нс с момента старта, задаваемого сигналом “ИЛИ” срабатывания всех линеек, стробированного сигналом “фаза” ускорителя.

Триггер торцевого калориметра. Триггер торцевого калориметра настроен на запуск событий $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ и $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$, в которых конечные частицы регистрируются в торцевом калориметре. Такие события используются для оперативного измерения светимости и калибровки торцевого калориметра. Сигнал VGO появляется в случае, когда суммарное энерговыделение в двух противоположных группах кристаллов, расположенных в разных торцах, превышает некоторый порог.

Характерная частота запусков детектора, в зависимости от светимости и условий запуска, составляет от 30 Гц до 180 Гц. Частота полезных событий, вызванных e^+e^- взаимодействиями, составляет несколько событий в секунду, около 10 Гц обусловлено космическими частицами, остальные запуски вызываются фоном частиц пучка рассеянных на элементах накопителя.

Глава 2

Восстановление треков в дрейфовой камере КМД-2

2.1 Координатное и импульсное разрешение

2.1.1 Пространственное разрешение

Пространственное разрешение в $r - \phi$ плоскости определяется выражением:

$$\sigma_x^2 = \sigma_{cl}^2 + \sigma_{df}^2 + \sigma_i^2, \quad (2.1)$$

которое включает в себя кластерный эффект (σ_{cl}), диффузию электронов при дрейфе к сигнальной проволочке (σ_{df}) и ошибку (σ_i), которая определяется особенностями работы аналоговой и оцифровывающей электроники. Последняя ошибка зависит, в частности, от дискретности измерения времени, зависимости времени отклика дискриминатора от амплитуды сигнала и т.д.

При пролете заряженной частицы через вещество, она оставляет определенное количество электронов ионизации на единице длины трека (Рис. 2.1). Вероятность найти ближайший электрон на расстоянии y_1 от ближайшей к сигнальной проволочке точки трека есть:

$$P(y_1) = 2N_t \cdot \exp(-2N_t y_1), \quad (2.2)$$

где N_t - число кластеров на сантиметр. Поэтому, при прохождении трека через проволочку, вклад кластерного эффекта составит $\sigma_{cl} = 1/(2N_t)$. Двойка в формуле появляется из-за того, что электрон может находиться на треке с любой стороны от ближайшей к проволочке точки трека. Вклад в разрешение будет таким, если срабатывание электроники происходит по первому пришедшему электрону. Если срабатывание происходит второму электрону (без учета числа электронов в кластере), плотность вероятности будет $P(y_2) = (2N_t)^2 y_1 \cdot \exp(-2N_t y_1)$, и вклад кластерного эффекта составит $\sigma_{cl} = \sqrt{2}/(2N_t)$. При увеличении расстояния от трека до проволочки, вклад кластерного эффекта в суммарное разрешение уменьшается. Зависимость σ_{cl} от времени дрейфа обычно описывают функцией: $\sigma_{cl} = A \cdot \sin(\arctg(B/t))$.

Для аргона величина N_t равна 29 кластеров/см, что ведет к разрешению ~ 170 мкм для треков, проходящих в непосредственной близости от сигнальной проволочки. При срабатывании по второму электрону разрешение имеет величину ~ 240 мкм.

При больших временах дрейфа основную роль играет диффузия электронов, величина которой определяется как $\sigma_L = \sqrt{D_L t}$, где D_L - коэффициент диффузии в данном газе, а t - время дрейфа. Поведение σ_{df} от времени дрейфа зависит от метода измерения времени. Обычно выделяют два характерных способа: по времени прихода центра тяжести амплитудного сигнала с проволочки, или по моменту превышения сигналом некоторого порога, то есть, по приходу на проволочку нескольких первых электронов. Ясно, что первый способ, сильнее подавляет вклад диффузии и уменьшает вклад в разрешение, связанный с зависимостью времени срабатывания дискриминатора от амплитуды импульса.

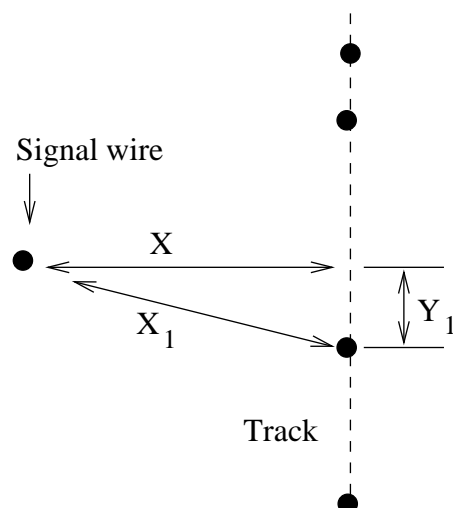


Рис. 2.1: Распределение электронов вдоль трека частицы в дрейфовой камере.

Согласно работам [54, 55], координатное разрешение σ_{df} определяется как:

$$\sigma_{df} = \frac{\sigma_L}{\sqrt{N_{eff}}} \quad (2.3)$$

в случае применения методики центра тяжести. При установке порога срабатывания на приход первых j электронов, оно составит

$$\sigma_{df}^2 = \frac{k\sigma_L}{\sqrt{2 \cdot \ln(N_{eff})}},$$

где

$$k = \sqrt{\sum_{n=j}^{N_{eff}} \frac{1}{n^2}} \quad (j \ll N_{eff}), \quad (2.4)$$

где N_{eff} - эффективное число электронов, которые участвуют в формировании сигнала. Величина N_{eff} зависит от формы изохрон и от числа кластеров на единице длины трека.

В дрейфовой камере детектора КМД-2, также, как и в большинстве реально работающих камер, используется второй метод. Порог дискриминатора в плате Т2А составляет около 50 каналов, а средняя амплитуда сигнала равна 2000 каналов, причем ионизация на проволочку собирается с отрезка трека длиной около $0.6 \div 0.8$ мм, то есть измерение времени происходит по-приходу $1 \div 2$ электронов и $k \simeq 1.25 \div 0.75$.

2.1.2 Импульсное разрешение

Импульс частиц в дрейфовой камере измеряется по кривизне траектории в магнитном поле, которое в детекторе КМД-2 равно 10 кГс: $p = 0.3 \cdot H(\text{кГс})R(\text{см})/\sin(\theta)$, где R - радиус кривизны трека в $r - \phi$ плоскости, а угол θ отсчитывается от оси пучков.

Соответственно, импульсное разрешение камеры определяется ее пространственным разрешением и многократным рассеянием [55, 56]:

$$\frac{\sigma_p}{p} = \sqrt{\frac{(p \sin \theta)^2}{(0.3LH)^2} \left(A_N \frac{\sigma_r^2}{L^2} + C_N K \right) + \sigma_\theta^2 \text{ctg}^2 \theta}, \quad (2.5)$$

где коэффициенты A_N и C_N зависят от числа точек на треке и при $N > 10$ равны: $A_N = 720/(N + 5)$, $C_N = 1.43$, а K - среднеквадратичный угол многократного рассеяния в проекции на плоскость $r - \phi$, величина которого:

$$\sqrt{K} = \frac{15 \text{ MeV}/c}{\beta p (\text{MeV}/c)} \sqrt{\frac{L}{X_0}} \left(1 + 0.038 \ln \left(1 + \frac{L}{X_0} \right) \right), \quad (2.6)$$

где X_0 - радиационная длина вещества, L - длина хорды, соединяющей крайние точки трека.

Для аргона радиационная длина равна 109.6 м, средняя длина трека в дрейфовой камере около 25 см при среднем числе точек около 17. Тогда, при разрешении около 250 мкм, относительный вклад в импульсное разрешение эффектов многократного рассеяния и координатного разрешения составит: $\sigma_{p(m.s.)}/\sigma_{p\perp(coor)} \sim 150 \text{ МэВ}/(p\beta)$. При разрешении в полярном угле $\sigma_\theta = 0.015$ рад, его вклад в импульсное разрешение по отношению к разрешению перпендикулярной компоненты импульса составляет: $\sigma_{p_z}/\sigma_{p\perp} = 200 \text{ МэВ}/p \cdot \cos \theta / \sin^2 \theta \sim 150 \text{ МэВ}/p$ ($\theta = 1$ рад). Таким образом, во всем диапазоне энергий установки ВЭПП-2М, импульсное разрешение электронов в основном определяется пространственным разрешением камеры в $r - \phi$ плоскости, которое составляет около 250 мкм. Этому пространственному разрешению соответствует импульсное разрешение $\sigma_p/p^2 \sim 0.07 \text{ ГэВ}^{-1}$.

2.2 Поиск и восстановление треков заряженных частиц

Для поиска трека в камере используется информация о номерах сработавших проволочек и измеренных ими временах дрейфа. Сначала восстанавливаются фрагменты треков, содержащиеся внутри отдельных ячеек камеры, а затем те из них, которые удовлетворяют геометрическим условиям сшивки, объединяются в один трек. Поскольку неоднородность магнитного поля в объеме дрейфовой камеры не превышает 1.5 %, трек аппроксимируется окружностью, параметры которой определяют импульс, углы вылета и

знак соответствующей заряженной частицы.

Рассмотрим методику определения времен дрейфа, связи между временами дрейфа и координатами точек и основные принципы работы алгоритмов поиска и восстановления параметров трека.

2.2.1 Определение времен дрейфа

Измеренные платами Т2А временные промежутки пересчитываются во времена дрейфа согласно формулы:

$$t_{drift} = T0 - T2A_{scale} \cdot t_{meas} + T_{ind}^{el} + \Delta t - \Delta T_{layer} - \Delta(A) - \Delta T_{base}, \quad (2.7)$$

где t_{drift} - время дрейфа в наносекундах, $T0$ - временной промежуток между моментом столкновения пучков в накопителе и сигналом "общий стоп" — эта величина определяется при электронной калибровке; $T2A_{scale}$ - цена канала платы Т2А, равная 2.5 нс; t_{meas} - время, измеренное платой Т2А (в каналах); T_{ind}^{el} - индивидуальная временная задержка, измеряемая для каждой сигнальной проволочки в процессе электронной калибровки; Δt - время "досчета определенное платой с аналогичным названием ; ΔT_{layer} - коррекция времени $T0$, учитывающая изменение этой величины при переходе со слоя на слой дрейфовой камеры; $\Delta(A)$ — поправка к времени дрейфа, зависящая от амплитуды сигнала на проволочке; ΔT_{base} - общая для всех слоев дрейфовой камеры поправка, уточняющая время $T0$. Она определяется при OFFLINE калибровке дрейфовой камеры.

2.2.2 Поиск фрагментов трека

Фрагментом называется участок траектории частицы, лежащий в пределах одной ячейки и содержащий не менее трех точек. Для фильтрации непринадлежащих фрагменту точек, проводится процедура гистограммирования, суть которой поясняется на Рис. 2.2. При гистограммировании вся поверхность ячейки покрывается полосками постепенно уменьшающейся ширины, и та из них, в которой находится максимальное число точек, является базовой для определения геометрических параметров фрагмента. Ко-

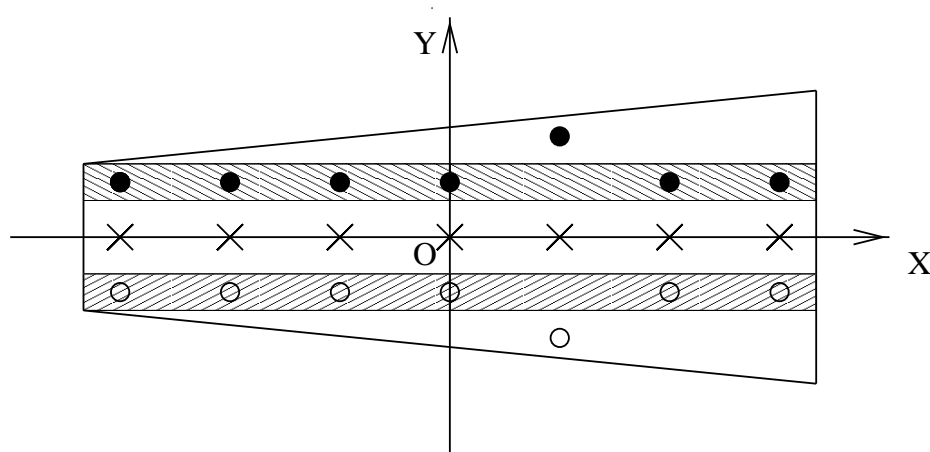


Рис. 2.2: К пояснению сути метода гистограммирования. Точки, попавшие в закрашенный коридор, принадлежат треку, а точка вне коридора будет отфильтрована.

нечная (минимальная) ширина полоски при гистограммировании равна 2.5 мм. Предусмотрена возможность изгиба полосок в соответствие с кривизной трека. Поскольку к этому моменту еще не выяснено, справа или слева от плоскости сигнальных проволочек находится каждая точка, в процедуре гистограммирования на равных правах участвуют как "правые" так и "левые" их координаты. Результатом гистограммирования является формирование двух наборов координат точек, ассоциируемых с фрагментом трека.

Для выбора "истинного" фрагмента, каждый из них аппроксимируется параболой, и, благодаря тому, что сигнальные проволочки раздвинуты относительно оси симметрии ячейки, "правильный" и "неправильный" фрагменты, как показано на Рис. 2.3, существенно различаются по величине χ^2 аппроксимации.

Критерием качества аппроксимации является параметр:

$$\sigma_{prbl} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{(y_i - ax_i^2 - bx_i - c)^2}{n - 3}},$$

где a,b,c - коэффициенты параболы, x_i, y_i - координаты точек, n - число точек во фрагменте. Выбирается тот набор точек, для которого величина σ_{prbl} не превышает значения $\sigma_{prbl}^{max} = 0.085$ см. Если оба фрагмента удовлетворяют этому условию, выбирается фрагмент с бóльшим радиусом кривизны

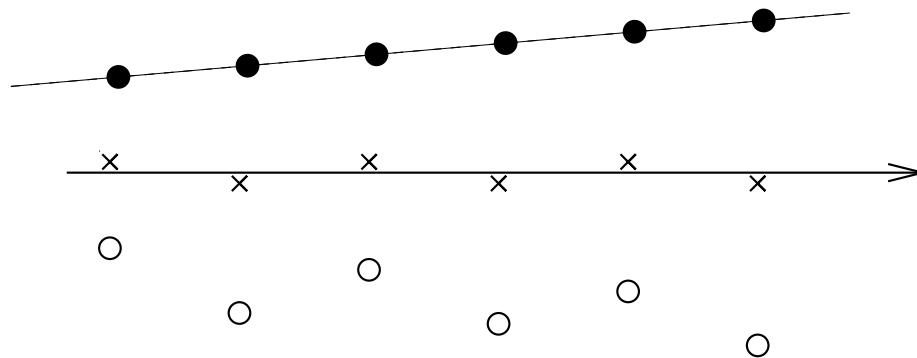


Рис. 2.3: Выбор точек, принадлежащих треку по величине χ^2 аппроксимации. Черными кружками показан правильный вариант решения "лево-правой" неопределенности.

$R = \frac{1}{2 \cdot a}$. Если оба фрагмента не удовлетворяют условию $\sigma_{prbl} < \sigma_{prbl}^{max}$, то выбирается фрагмент с меньшей σ_{prbl} .

Если точка находится на расстоянии меньшем, чем 2 мм от оси ОХ, процедура гистограммирования не может определить ее принадлежность к "левому" или "правому" множеству точек, и выбор осуществляется по критерию минимального χ^2 с подстановкой "левой" или "правой" координат такой точки.

2.2.3 Добавление к фрагменту новых точек и объединение фрагментов в трек

После формирования фрагмента производится попытка присоединения к нему точек, отброшенных на этапе гистограммирования.

Точка присоединяется к фрагменту, если ее "правое" или "левое" положение находится не далее, чем 0.085 см от аппроксимирующей фрагмент параболы. Если оба расстояния меньше этой величины, во фрагмент войдет то положение точки, расстояние до которого меньше.

После добавления новых точек, фрагмент заново аппроксимируется параболой.

Объединение фрагментов в трек происходит следующим образом: сначала предпринимается попытка соединить фрагменты первого и второго суперслоев ДК, затем свободные фрагменты второго суперслоя соединяются с

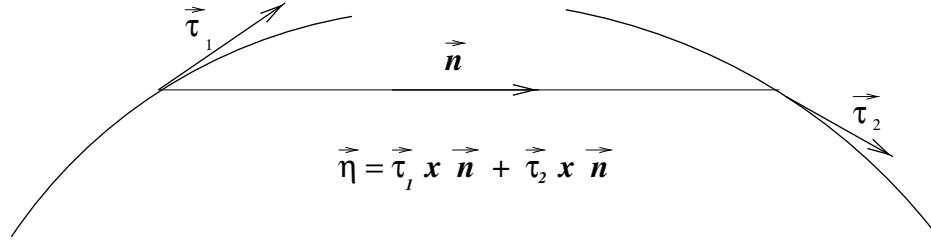


Рис. 2.4: К определению параметра объединения фрагментов траектории частиц в трек.

фрагментами третьего суперслоя, и, наконец, делается попытка объединения свободных фрагментов первого и третьего суперслоев.

Для определения принадлежности фрагментов одному треку вычисляется параметр:

$$\eta = |\tilde{\tau}_1 \times \tilde{\mathbf{n}} + \tilde{\tau}_2 \times \tilde{\mathbf{n}}|,$$

где $\tilde{\mathbf{n}}$ - единичный вектор вдоль линии, соединяющей середины двух присоединяемых фрагментов, $\tilde{\tau}_1$ и $\tilde{\tau}_2$ — вектора, касательные к серединам первого и второго фрагментов соответственно, как показано на Рис. 2.4. Для фрагментов, которые являются отрезками идеальной окружности, параметр η равен нулю. Считается, что фрагменты принадлежат одному треку, если абсолютная величина η не превышает $|\eta_{max}| = 0.1$.

2.2.4 Определение параметров трека частицы

Аппроксимацию трека дугой окружности удобно выполнять в полярной системе координат, начало которой совпадает с центром дрейфовой камеры, а полярная ось лежит в плоскости сигнальных проволок первой ячейки первого суперслоя и направлена к центру кольца накопителя.

Уравнение окружности в полярных координатах имеет вид :

$$r \sin(\varphi - \varphi_0) = \frac{a_0(2R_0 + a_0)}{2(R_0 + a_0)} + \frac{r^2}{2(R_0 + a_0)},$$

где r, φ - полярные координаты точки на окружности, a_0 - кратчайшее расстояние от окружности до начала координат, R_0 - радиус окружности, φ_0 - угол между касательной к окружности в точке, ближайшей к началу координат и осью X. Следует отметить, что в этом выражении параметр R_0

может быть как положительным, так и отрицательным, в зависимости от знака частицы.

Если траектория проходит близко к началу координат ($a_0 \ll r$) и радиус окружности достаточно велик, так что величина $\varphi - \varphi_0$ мала, то уравнение окружности может быть переписано в виде:

$$r \cdot \varphi = A + B \cdot r + C \cdot r^2,$$

где $A = \frac{a_0(2R_0+a_0)}{2(R_0+a_0)}$, $B = \varphi_0$, $C = \frac{1}{2(R_0+a_0)}$. Эти величины определяются при минимизации функционала:

$$f = \sum_{i=1}^n \frac{(r_i \varphi_i - A - B \cdot r_i - C \cdot r_i^2)^2}{\sigma_i^2},$$

где r_i, φ_i - полярные координаты точек трека, n - число точек на треке, $1/\sigma_i$ - вес точки. Веса точек берутся одинаковые.

После определения параметров окружности производится процедура фильтрации выбившихся точек. Если среднее отклонение точки от трека превышает 750 мкм (что соответствует, примерно, 3σ координатного разрешения), то ей понижается вес до величины $(0.025 \text{ см}/\Delta R)^2$, где ΔR - отклонение точки от трека. После этого параметры окружности находятся заново.

После проведения траектории делается попытка добавить к треку точки, не вошедшие ни в один фрагмент. Поиск таких точек ведется во всех ячейках камеры. Точка присоединяется к треку, если она лежит внутри коридора, осью которого является уже восстановленная траектория, а ширина W равна:

$$W = \left(0.1 + \frac{1.75}{L}\right) \cdot \left(1 + \frac{d}{d_0}\right),$$

где L - длина трека, d - расстояние от конца трека до присоединяемой точки, $d_0 = 1.2$ см, если присоединяемая точка находится в первом или во втором суперслое камеры и $d_0 = 6$ см, если присоединяемая точка принадлежит третьему суперслою.

Следует заметить, что добавление к короткому треку далеких от него точек может существенно деформировать восстанавливаемую траекторию,

вплоть до изменения знака радиуса кривизны. Поэтому, при работе с короткими треками, добавление точек производится по одной, в то время как к длинному треку могут добавляться сразу по две точки. Если к треку была добавлена хотя бы одна точка, параметры траектории определяются заново.

Заметим здесь, что для части коллинеарных событий оба трека можно аппроксимировать дугой одной окружности. Вообще говоря, для этого нужно, чтобы углы вылета частиц θ и φ и абсолютная величина разности радиусов треков удовлетворяли достаточно жестким требованиям. Аппроксимация треков дугой одной окружности проводилась для всех двухтрековых событий, а правомерность использования полученных параметров определялась при физическом анализе.

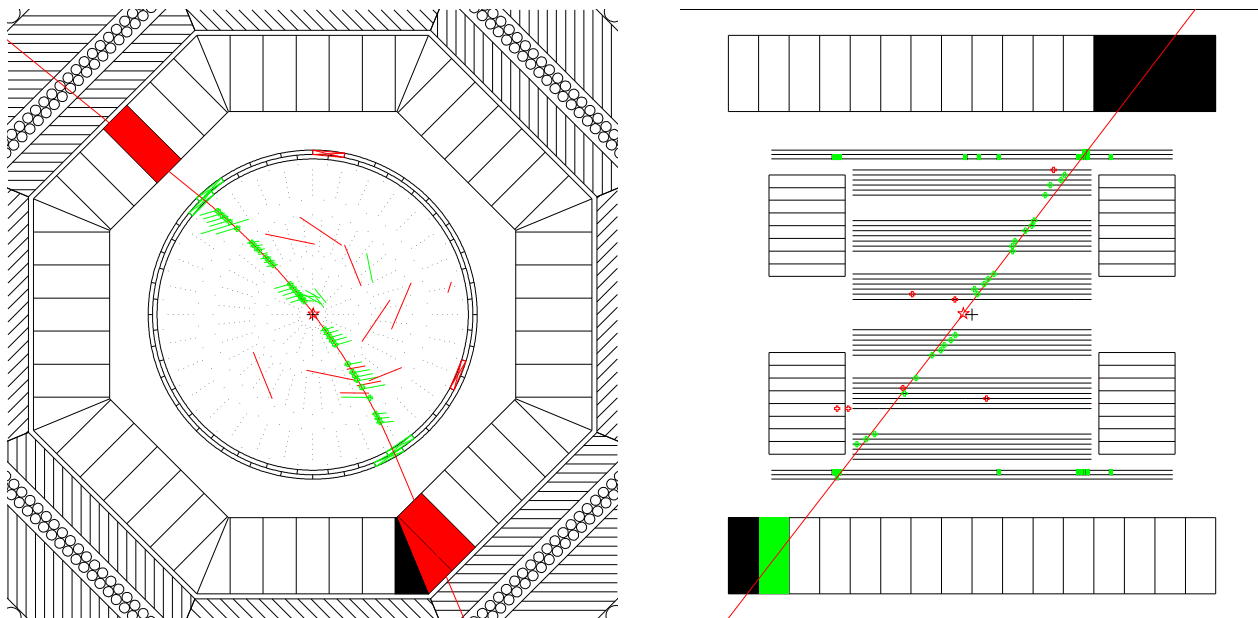


Рис. 2.5: Пример события упругого рассеяния $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$.

Вся информация о треке частицы и составляющих его фрагментах хранится в выходном файле программы обработки данных в формате ZEBRA [57] в виде массивов (банков) данных и доступна для анализа.

С помощью пакета программ ZTREE [58], написанного для OFFLINE визуализации и анализа данных детектора КМД-2, можно нарисовать любое записанное детектором событие (рис. 2.5) и прочитать все принадлежащие ему реконструированные параметры.

2.2.5 Реконструкция точек трека в плоскости, содержащей ось пучков

Координата вдоль проволочки в дрейфовой камере детектора КМД-2 измеряется методом деления заряда — координата образования лавины определяется соотношением величин зарядов, протекших через концы проволочки с высоким сопротивлением. Амплитуда сигнала, измеренная с одного из концов проволочки, обратно пропорциональна сопротивлению, равному сумме входного сопротивления усилителя и сопротивления участка проволочки до ее соответствующего конца. Точность определения z-координаты около 4 мм

2.3 Упрощенная калибровка изохрон

В первоначальной версии программы реконструкции предполагалось, что изохрона имеет форму окружности и характеризуется тремя параметрами x_{is} , y_{is} , R_{is} (координаты центра и радиус окружности), которые зависят от времени дрейфа.

Координаты точек, используемых для аппроксимации треков, вычислялись в соответствие с преобразованием:

$$\begin{aligned} y_{new} &= dy_{wire} + y_{is} \cdot \cos \alpha_L - x_{is} \cdot \sin \alpha_L \pm R_{is} \cdot \cos \beta \\ x_{new} &= x_{wire} + y_{is} \cdot \sin \alpha_L + x_{is} \cdot \cos \alpha_L \mp R_{is} \cdot \sin \beta, \end{aligned} \quad (2.8)$$

где x_{new} , y_{new} - координаты точки после преобразования, x_{is} , y_{is} , R_{is} - параметры изохроны, касающейся трека в точке с координатами (x_{new}, y_{new}) , x_{wire} - x-координата проволочки в системе координат ячейки, dy_{wire} - величина смещения проволочки от оси симметрии ячейки, определенная со знаком, α_L - угол Лоренца, также определенный со знаком, β - угол между касательной к фрагменту и осью ОУ системы координат ячейки. Знак перед слагаемым с R_{is} в формулах преобразования координат выбирается в соответствии с положением точки справа или слева от проволочки.

Для определения зависимостей $x_{is}(t)$, $y_{is}(t)$, $R_{is}(t)$ [59], изохроны каждого слоя камеры были рассчитаны с помощью пакета программ Garfield [60]. По-

скольку используемая в то время версия GARFIELD не содержала программы MAGBOLTZ, зависимость скорости дрейфа от напряженности электрического поля задавалась таблично, а величина угла Лоренца определялась с помощью известного соотношения

$$\tan \alpha_L = v_{dr} \frac{B}{E},$$

где B и E – напряженности магнитного и электрического полей в камере. Полученные таким образом изохроны аппроксимировались дугами окружностей, центры которых находились на прямой линии, составляющей угол Лоренца относительно плоскости сигнальных проволочек. В процессе калибровки по реальным событиям Баба рассеяния, точка положения центра изохроны поворачивалась, а расстояние от этой точки до сигнальной проволочки не изменялось. Фактически, при этом делается предположение, что скорость дрейфа не зависит от расстояния до сигнальной проволочки, а величина угла Лоренца является функцией от времени дрейфа.

Такое определение координат точек на треке убирает часть систематических смещений, однако, при этом не учитывается реальная форма изохрон, которая сильно отличается от окружности при больших углах касания трека. Кроме того, поскольку импульс треков, относительно которых делаются поправки, восстановлен с ошибкой, то конечные изохроны неизбежно сохраняют систематическое смещение восстановленного импульса относительно истинного. Из-за того, что в этом методе используются одинаковые поправки для положительных и отрицательных частиц, остается заметное различие в средних импульсах электронов и позитронов.

Для того, чтобы решить эти проблемы, был предложен другой метод калибровки, с учетом полного описания изохрон.

2.4 Метод калибровки дрейфовой камеры с использованием расчетов на основе программы Garfield

2.4.1 Дополнения к алгоритму реконструкции

Для улучшения работы программы восстановления событий `cmd2off` были сделаны дополнения к алгоритму реконструкции треков. В стандартном алгоритме, перед тем как определить с какой стороны от плоскости проволочек прошел трек, в качестве первого приближения при определении угла касания трека с изохронами используется прямая линия, проходящая через крайние точки в ячейке. Ошибка $\Delta\phi$ в определении угла касания траектории с изохроной приводит к отклонению восстановленной координаты точки от истинного трека на величину $r\frac{(\Delta\phi)^2}{2}$. Это утверждение проиллюстрировано на Рис. 2.6, где через r обозначен радиус кривизны соответствующей изохроны.

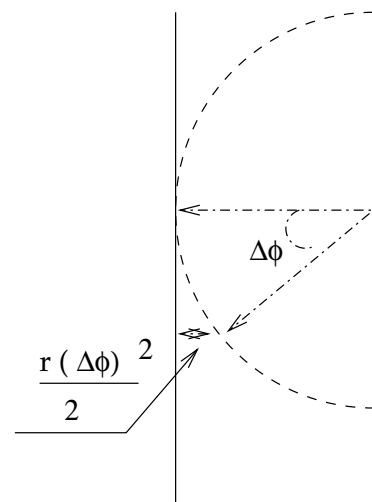


Рис. 2.6: Отклонение восстановленной точки от трека при ошибке $\Delta\phi$ в величине угла касания траектории с изохроной.

Например, при импульсе каона 110 МэВ/с, радиус трека равен $R = \frac{p_{\perp}}{0.3H} \sim 30$ см и угол поворота траектории внутри ячейки, $\Delta\phi$, составит $\frac{5\text{ см}}{30\text{ см}} \sim 0.17$. При радиусе изохроны $r = 1$ см это соответствует отклонению от трека внутри ячейки равному 150 мкм.

Кроме того, по мере удаления от центра камеры, систематически увеличивается угол между треком и осью ячейки. Поскольку отклонение формы изохроны от окружности увеличивается по мере увеличения угла касания, увеличение угла в третьем слое камеры на величину порядка $\Delta\phi = \frac{15\text{ см}}{30\text{ см}} \sim 0.5$ ведет к ухудшению параметра χ^2 , который используется как критерий

выбора стороны ячейки после подгонки фрагмента трека параболой.

Для устранения этого недостатка был добавлен еще один итерационный цикл так, чтобы выбор стороны ячейки происходил после определения координат точек в соответствие с углами касания к изохронам параболы, параметры которой определены на основе первой итерации.

Еще одно изменение касается изменения определения веса различных точек при аппроксимации траектории окружностью. Веса определялись на основе экспериментально измеренных зависимостей координатного разрешения от времени дрейфа электронов ионизации до сигнальных проволочек. (Рис. 2.17). Кроме того, были существенно понижены веса точек, для которых времена дрейфа превышают максимальное время дрейфа в ячейке.

Эти дополнения повысили эффективность реконструкции и улучшили импульсное разрешение камеры.

2.4.2 Калибровка T_0 для каждой проволочки

Как говорилось в разделе 2.2.1, для определения времени дрейфа необходимо прокалибровать величину параметра T_0 . Эта калибровка делается для каждого диапазона заходов, внутри которого значение T_0 не меняется. Прежде всего, для отобранных пучковых событий строится распределение по временам срабатывания всех проволочек камеры как показано на Рис. 2.7. Время срабатывания проволочки определяется как

$$t_i = 1100 \text{ нс} - T_2 A_i \cdot T_2 A_{scale} + \Delta t \cdot 0.1 \text{ нс},$$

где $T_2 A_i$ - время измеренное платой $T_2 A$, $T_2 A_{scale} = 2.5$ нс - цена канала платы $T_2 A$ и Δt - время, измеренное платой досчета. Это распределение аппроксимируется функцией

$$f(t) = A + B \frac{1}{1 + \exp(-(t - t_{0run})/C)}, \quad (2.9)$$

и величина определяемого при аппроксимации параметра t_{0run} отождествляется со значением T_0 .

Необходимость периодических калибровок T_0 иллюстрируется рисунком 2.8, на котором представлена зависимость величины T_0 от номера захода.

Drift time Distribution

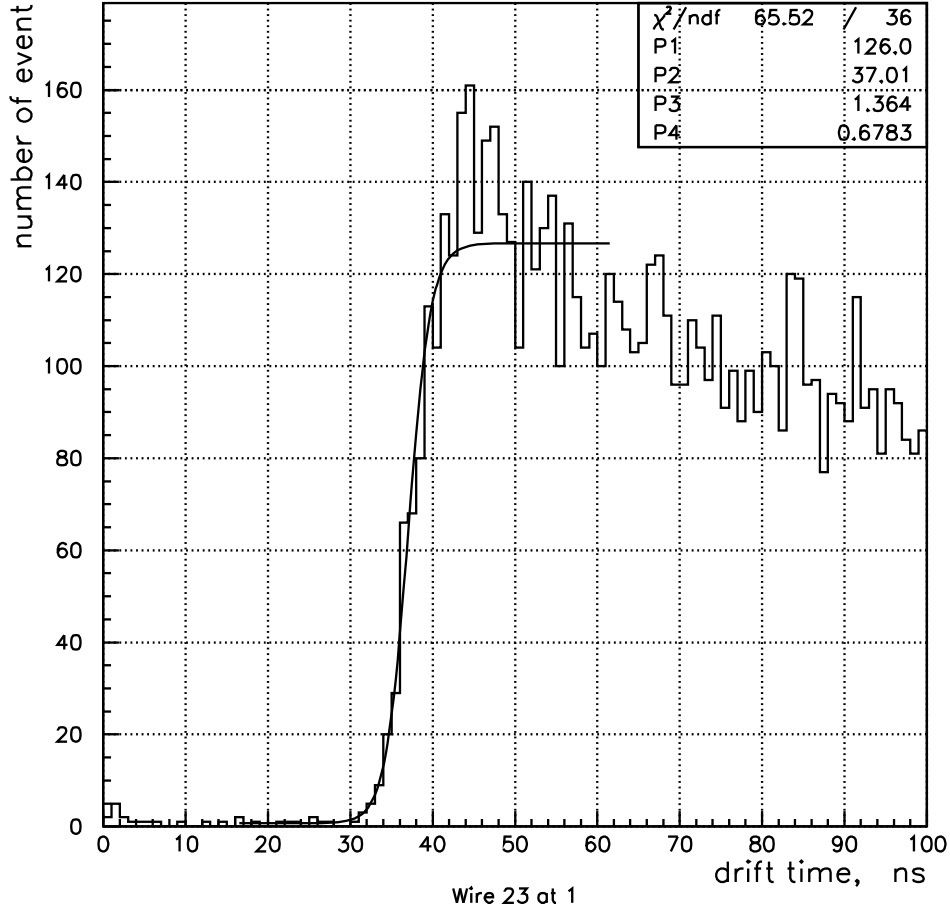


Рис. 2.7: Распределение времен срабатывания сигнальной проволочки, с помощью которого определяется величина параметра T_0 .

Непостоянство T_0 может быть связано, например, с недостаточной термостабилизацией тактового генератора в блоке ЦСУ — уход частоты генератора на 0.1% приводит к изменению t_{0run} на $10^{-3} \cdot 1000$ нс = 1 нс. Видимый на рисунке резкий скачок величины T_0 связан со сменой блока ЦСУ.

После калибровки T_0 выполняется процедура определения величин T_{0wire} для каждой проволочки. Величина T_{0wire} имеет смысл измеряемого платой T2A времени дрейфа при нулевом значении величины прицельного параметра трека относительно данной проволочки. Распределение времен дрейфа, которые при этом определяются как:

$$t_{drift} = 1100\text{нс} - t_{meas} \cdot T2A_{scale} + \Delta t \cdot 0.1 \text{ нс} - T_0,$$

приведено на Рис. 2.7.

Следует отметить, что было бы неверно принимать равной нулю дли-

T0 with number of run

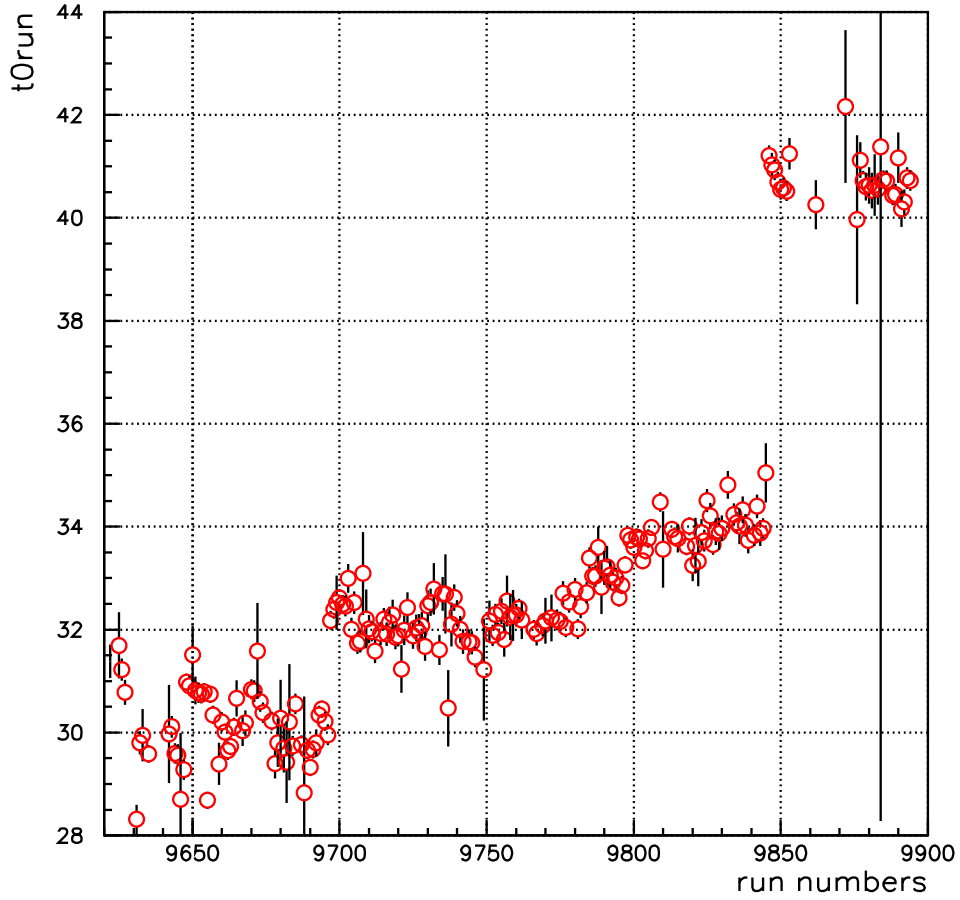


Рис. 2.8: Зависимость величины параметра $T0$ от номера захода.

ну дрейфа, соответствующую времени дрейфа $T0_{wire}$, поскольку, в связи с кластерным характером ионизации вдоль трека частицы, нулевые времена в среднем сдвинуты на величину порядка

$$\frac{\Delta l}{2v} = \frac{1}{29 \frac{\text{класт}}{\text{см}} \cdot 2 \cdot 4.7 \frac{\text{см}}{\text{мкс}}} \sim 4 \text{ нс.}$$

Более точно поправка на кластерный эффект определялась из приведенной на Рис. 2.9 зависимости импульсного разрешения от дополнительного временного сдвига. Как видно из рисунка, лучшее импульсное разрешение достигается при сдвиге в 4.5 нс. С учетом этого эффекта, время срабатывания сигнальной проволоочки, на основе которого определяется длина дрейфа, находится как:

$$t_{drift} = 1100 \text{ нс} - t_{meas} \cdot T2A_{scale} + \Delta t \cdot 0.1 \text{ нс} - T0 - T0_{wire} + 4.5 \text{ нс.}$$

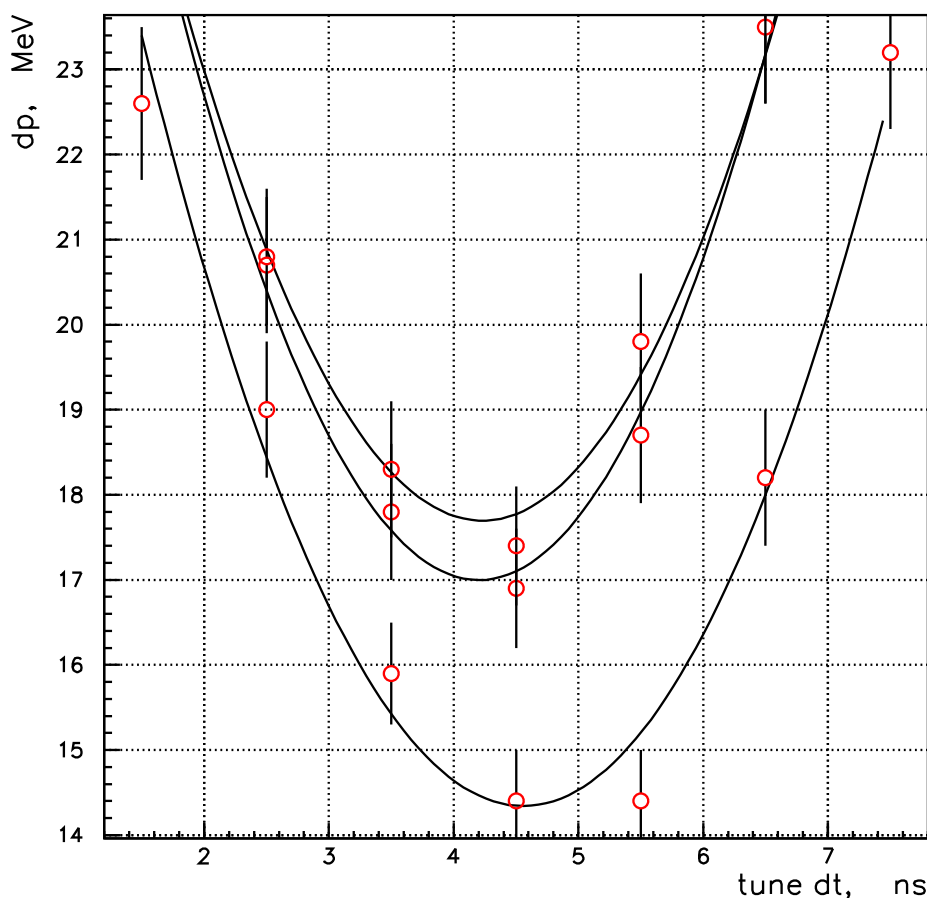


Рис. 2.9: Зависимость $\frac{p^+ + p^-}{2}$ (нижняя кривая), p^+ , p^- от сдвига T_0 .

2.4.3 Расчет изохрон с помощью пакета программ Garfield и уточнение состава газовой смеси

Итак, чтобы восстановить координаты точек трека из измеренных времен дрейфа, необходимо знать форму изохрон в каждом слое дрейфовой камеры. Для ее определения была использована программа Garfield, моделирующая процессы в газовой смеси камеры. Была учтена конфигурация дрейфовой камеры детектора КМД-2, напряжения на проволочках, состав газовой смеси. Одним из плохо контролируемых параметров, от которого зависит величина угла Лоренца и скорость дрейфа, и, тем самым, форма изохрон, является газовая смесь камеры. Основные ее компоненты это Ar и $iso - C_4H_{10}$ в пропорции около 80:20. При измерении параметров продуваемой газовой смеси на входе и на выходе дрейфовой камеры, с помощью специальной пропорци-

WIRE DRIFT LINE PLOT

Cell: CMD-2 DRIFT CHAMBER
 Gas: AR/IC₄H₁₀ 78/22 FROM MAGBOLTZ
 Drifting: electrons
 Interval: 0.0200 [μsec]

Plotted at 00:26:24 on 22/04/98 with Gonfield version 6.20.

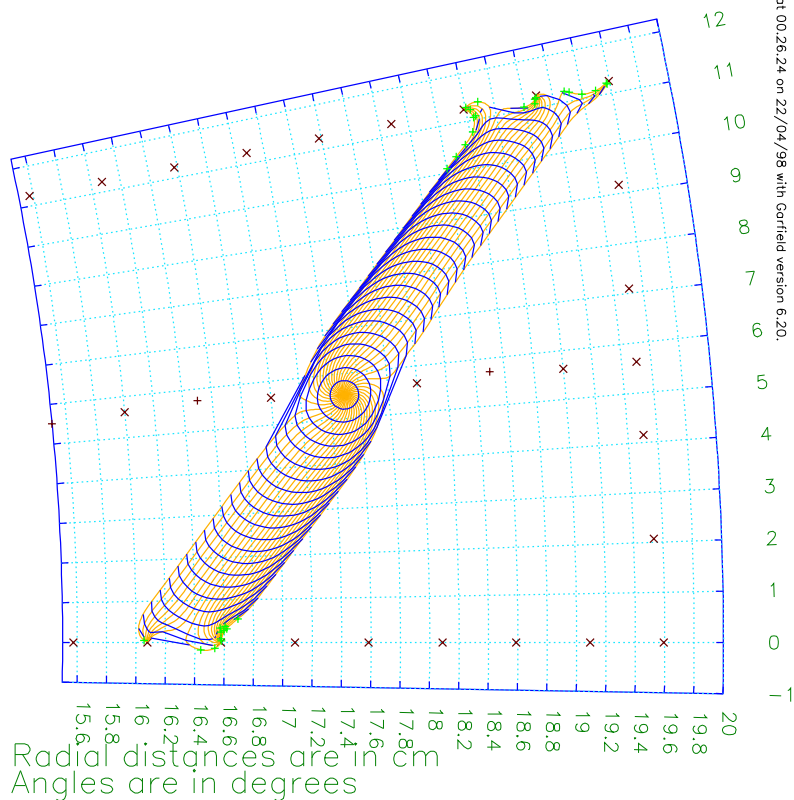


Рис. 2.10: Форма изохрон на 12 слое дрейфовой камеры.

ональной камеры [61] была замечена большая разница в длине поглощения электронов. Амплитуда сигнала на выходящей из дрейфовой камеры смеси сильно подавлена, что можно объяснить диффузией воздуха внутрь объёма дрейфовой камеры. Поэтому в моделируемую смесь, в качестве еще одной компоненты, был добавлен воздух. Варьируя процентное содержание всех трех компонент газовой смеси было найдено (по получаемому импульсному разрешению на основе соответствующих изохрон) их наилучшее процентное содержание. В результате для генерации изохрон была использована смесь с содержанием Ar, iso – C₄H₁₀ и воздуха равным, соответственно, 78 %, 18 % и 5 %. Вид получаемых изохрон приведен на рисунке 2.10

2.4.4 Поправки к изохронам, полученным на основе Garfield

Полученные с помощью моделирования изохроны не точно соответствуют реальным. Необходимы поправки, убирающие систематические сдвиги точек от трека в каждом слое камеры.

Прежде всего, чтобы не внести лишнюю систематическую ошибку, необходимо замаскировать проволочки с которых либо вообще нет сигнала, либо в соответствующих платах Т2А выпадают некоторые биты в регистрах и время определяется с большой ошибкой. Отбор таких проволочек показал, что в некоторых заходах “плохими” оказываются до 10 % всех проволочек.

Для калибровки отбирались события упругого электрон-позитронного рассеяния. Для подавления фона накладывались следующие условия:

1. число треков с противоположными зарядами равно двум
2. число точек на треке больше 7
3. условия на расколлинеарность треков — $|\Delta\phi| < 3\sigma_{\Delta\phi}$, $|\Delta\theta| < 3\sigma_{\Delta\theta}$
4. $|p - \bar{p}| < 3\sigma_p$ — как для импульсов каждого трека, так и для импульса, полученного при восстановлении обоих треков одной дугой
5. минимальное расстояние от треков до оси пучков не превышает 1.5 мм.

Точки, принадлежащие обоим трекам, аппроксимировались окружностью, радиус которой определялся в соответствие с измеренным углом вылета треков относительно оси пучков и их импульсом, который полагался равным энергии пучка в накопителе:

$$R = \frac{p \cdot \sin(\theta)}{0.3H}.$$

Для каждого слоя и каждой стороны ячейки, отдельно для положительных и отрицательных частиц, строились зависимости угла касания трека с изохроной Φ от времени дрейфа, как показано на рисунке 2.11. Эти зависимости аппроксимировались параболой.

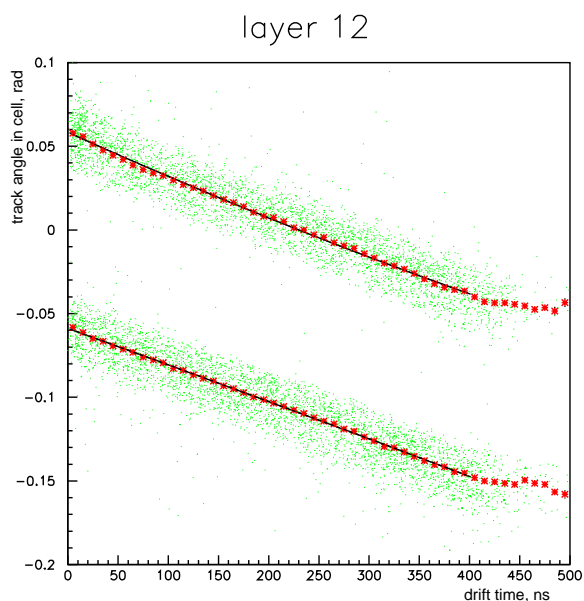


Рис. 2.11: Зависимость угла касания изохроны треками электронов и позитронов от времени дрейфа для 12 слоя проволочек.

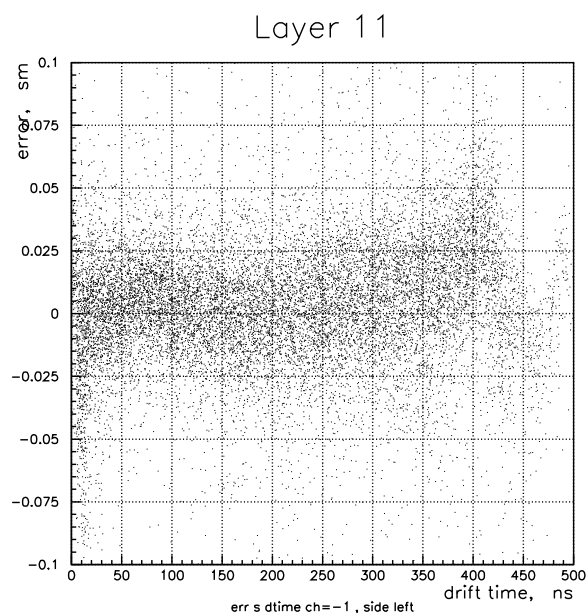


Рис. 2.12: Отклонения точек от трека на 11 слое.

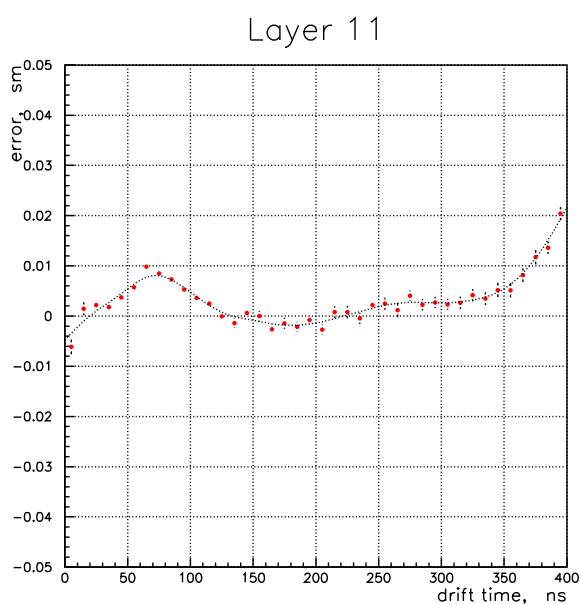


Рис. 2.13: Интерполяция среднего отклонения сплайнами.

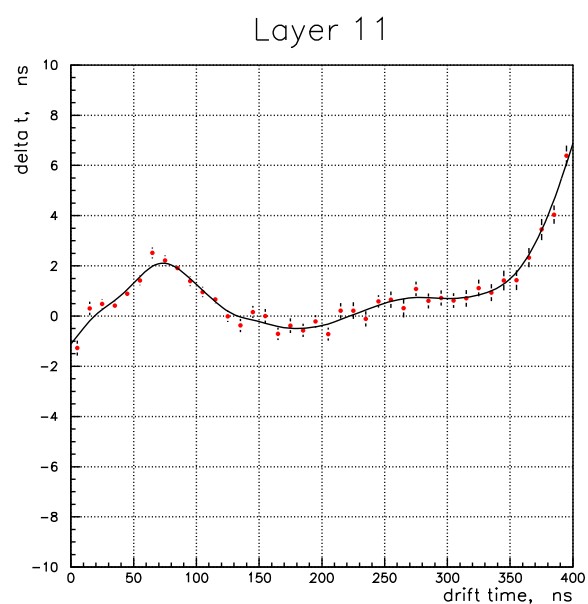


Рис. 2.14: Поправка ко времени дрейфа.

Для определения систематических сдвигов строились двумерные гистограммы (Рис. 2.12) отклонений точек от восстановленных треков. Эти гистограммы разбивались на полосы, с шагом изменения времени дрейфа 10 нс,

и распределения отклонений внутри каждой полоски аппроксимировались суммой двух гауссовых распределений. Положение максимума гауссова распределения с бóльшим числом событий определяло величину систематического сдвига. Зависимости систематических сдвигов от времени интерполировались кубическими сплайнами с использованием обобщенного критерия гладкости [62].

Отметим здесь, что при этом определяются смещения точек вдоль направления нормали к изохроне. При этом, как показано на Рис. 2.15, точка перемещается на расстояние ΔL и оказывается на другой изохроне. Однако, это поправленное положение не соответствует координатам точки, в которой касательная к новой изохроне параллельна треку. Чтобы избежать этой проблемы, сдвиговая поправка переводится в поправку к измеренному времени дрейфа — то есть точка трека переносится на новую изохрону, смещенную на время Δt , а касательная к изохроне, как видно из Рис. 2.15, остается параллельной треку. Зависимости полученных таким образом величин Δt от измеренного времени дрейфа также интерполируются сплайнами (Рис. 2.14).

Таким образом, результатом калибровок являются зависимости $\Phi^\pm(t)$ и $\Delta t^\pm(t)$ в каждом слое с обеих сторон ячейки, отдельно для положительных и отрицательных частиц. В процессе реконструкции точек, в случае, когда углы касания треков отличаются от соответствующих углов для электронов, поправка ко времени дрейфа вычисляется с помощью линейной интерполяции:

$$\Delta t = \frac{\Delta t^+(t) + \Delta t^-(t)}{2} + (\Delta t^+(t) - \Delta t^-(t)) \cdot f(x), \quad (2.10)$$

где $x = \left(\frac{\Phi^-(\Phi^+(t) + \Phi^-(t))/2}{\Phi^+(t) - \Phi^-(t)} \right)$, и $f(x) = x$, если величина $|x|$ не превышает некоторого граничного значения K . Это условие означает, что точка касания трека с изохроной лежит достаточно близко к области, в которой располо-

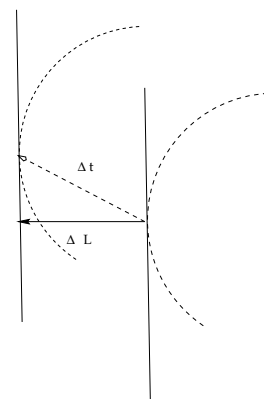


Рис. 2.15: Определение поправок к координатам точек. Δl — при смещении вдоль направления, перпендикулярного изохроне, Δt — поправка ко времени дрейфа.

жены точки касания треков электронов и позитронов. В противном случае, когда $|x| > K$, $f(x) = \pm K$, где знак перед K совпадает со знаком x . Величина коэффициента K была выбрана равной 0.6.

2.5 Моделирование

2.5.1 Координатное разрешение

Для того, чтобы выяснить степень нашего понимания эффектов, влияющих на импульсное и координатное разрешения, было проведено сравнение наблюдаемых величин с моделированием.

Из экспериментальных данных была найдена зависимость координатного разрешения от времени, которая определялась по величине дисперсии отклонений координат точек трека от восстановленной траектории:

$$\Delta r(t) = (\sqrt{(x(t) - x_{tr})^2 + (y(t) - y_{tr})^2} - R_{tr}) \cdot q, \quad (2.11)$$

где x_{tr} , y_{tr} , R_{tr} - параметры восстановленной окружности, q - знак заряда частицы. Знак заряда в это выражение добавлен для того чтобы систематические сдвиги были в одну сторону для положительно и отрицательно заряженных треков.

С шагом 10 нс эти отклонения заносились в гистограммы, которые аппроксимировались гауссовым распределением. Чтобы определить среднюю зависимость разрешения от времени во всей камере, нужно учесть, что видимая дисперсия на каждом слое меньше истинной, так как при аппроксимации траектории точки как бы “подтягиваются” к ней. Строго говоря, в самом простом случае, когда точки, подчиняющиеся нормальным распределениям с примерно одинаковой дисперсией, аппроксимируются кривой с n параметрами, дисперсия отдельной точки определяется как

$$\sigma^2 = (\sum \sigma_{i,vis}^2) / (N - n) \approx \sigma_{vis}^2 \cdot N / (N - n).$$

Для определения отношения видимой дисперсии к истинной в зависимости от номера слоя, при моделировании было использовано заданное коорди-

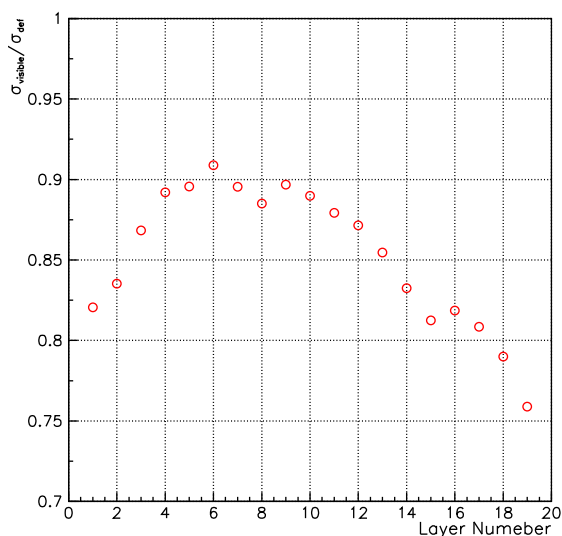


Рис. 2.16: Отношение видимой дисперсии к истинной в зависимости от номера слоя сигнальных проволочек.

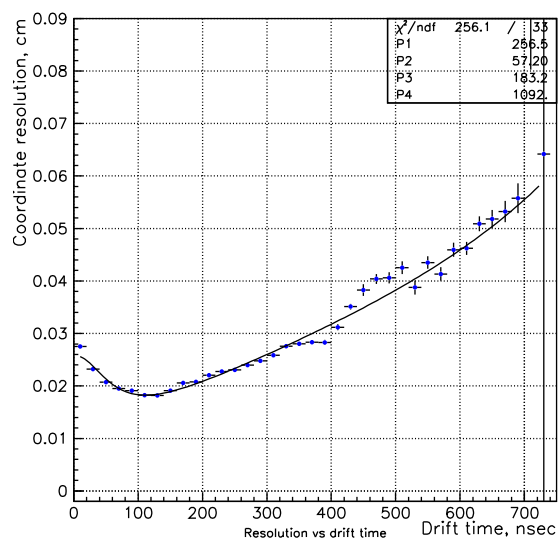


Рис. 2.17: Зависимость координатного разрешения от времени дрейфа.

натное разрешение, которое сравнивалось с полученными после моделирования дисперсиями отклонений. Найденные отношения $\varepsilon_i = \sigma_{i,vis}/\sigma_{def}$ приведены на рисунке 2.16.

Определенная с учетом описанных отношений зависимость координатного разрешения от времени дрейфа показана на Рис. 2.17. Она аппроксимировалась формулой вида:

$$\sigma(t) = \sqrt{A^2 \sin^2(\arctan(B/t)) + C^2 \cdot v \cdot t / (1 - t/D)}, \quad (2.12)$$

где, как говорилось в разделе 2.1.1, первый член описывает кластерный эффект, а второй – диффузию. Коэффициент D введен для учета поглощения электронов в газе. В самом деле, если опираться на формулу 2.1, то при дрейфе в газе N_{ef} будет уменьшаться как $\exp(-t/\tau)$, что в результате дает: $\sigma'_{dif} = \sigma_{dif} / \sqrt{1 - t/(\tau \ln(N_{eff}))}$.

В простом приближении было проведено моделирование зависимости координатного разрешения от времени. Для моделирования были взяты изохроны 16 слоя камеры. На определенных расстояниях от проволочки проводился трек параллельно оси ячейки. На отрезке 1 см, который перекрывает

весь чувствительный промежуток, в соответствие с распределением Пуассона со средним равным 29, равномерно разыгрывались N точек. В каждом из полученных таким образом кластеров определялось число электронов. Для этого использовалось экспериментальное распределение по числу электронов в кластере в аргоне [55]. С помощью изохрон определялось время дрейфа каждого электрона до проволоочки. К этим временам добавлялась поправка, связанная с диффузией электронов на длине дрейфа. Ее величина разыгрывалась с помощью гауссова распределения с дисперсией $\sigma = \sigma_L \sqrt{t \cdot v}$, где σ_L была взята равной $300 \text{ мкм/см}^{1/2}$, а $v = 47 \text{ мкм/нс}$. Для учета поглощения электронов при дрейфе предполагалось, что вероятность электрону дойти до сигнальной проволоочки равна $\exp(-t/\tau)$, с $\tau = 600 \text{ нс}$. Используя простую модель флуктуации газового усиления [54], где распределение амплитуд лавин, порожденных одним электроном, есть $1/\bar{M} \exp(-M/\bar{M})$, определялось от какого электрона произойдет запуск оцифровывающей электроники. Предполагалось, что дискриминатор срабатывает, если амплитуда сигнала превышает $1.5\bar{M}$.

Получившаяся зависимость разрешения от времени приведена на рисунке 2.18, где, кроме того, приведена такая же зависимость без учета поглощения. Видно, что поглощение заметно ухудшает координатное разрешение. Аппроксимацией данных на Рис 2.18 определены значения $\sigma_{dif} \sim 200 \text{ мкм/см}^{1/2}$ и $\ln(N_{eff}) \cdot \tau \sim 1200 \text{ нс}$. Из соотношения 2.1 следует, что определяемое газовой смесью камеры и топологией электрических полей эффективное число электронов, участвующих в формировании срабатывания чувствительной проволоочки дрейфовой камеры детектора КМД-2 $N_{eff} \sim 8$. На основе полученной экспериментальной зависимости разрешения от времени можно определить $\sigma_L \sim 250 \text{ мкм/см}^{1/2}$, что вполне характерно для данной смеси.

2.5.2 Импульсное разрешение

Полученная таким образом экспериментальная зависимость координатного разрешения от времени дрейфа вводилась в моделирование импульсно-

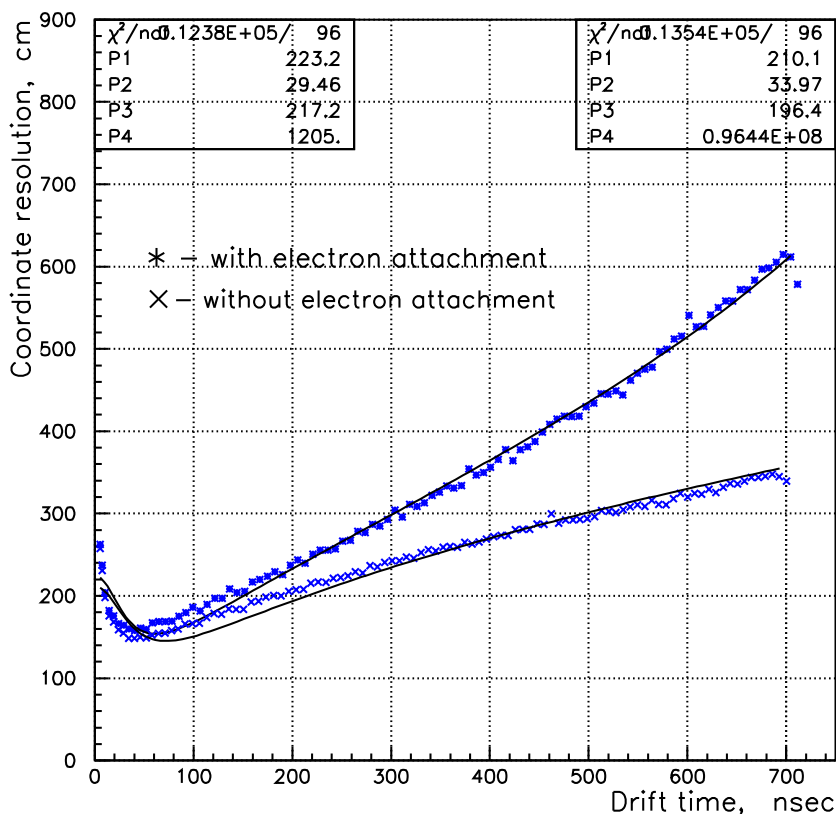


Рис. 2.18: Моделированные зависимости координатного разрешения от времени, с учетом и без учета поглощения электронов в процессе дрейфа.

го разрешения. Для получения импульсного разрешения был взят генератор событий $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\gamma$, который позволил описать радиационный “хвост”. На основе смоделированных импульсов определялась координата ионизации в слое, причем предполагалось, что дрейф идет под фиксированным углом Лоренца с постоянной скоростью дрейфа. Вдоль радиуса кривизны окружности точка разыгрывалась по нормальному распределению с дисперсией, соответствующей экспериментально определенной зависимости разрешения от времени дрейфа. Для этих точек была учтена эффективность регистрации в каждом слое камеры, в зависимости от угла ϕ в $r - \phi$ плоскости, то есть, фактически, в зависимости от расстояния до сигнальной проволочки. Полученные точки аппроксимировались окружностью. Для вычисления полного импульса, первоначальный угол θ разыгрывался в соответствии с

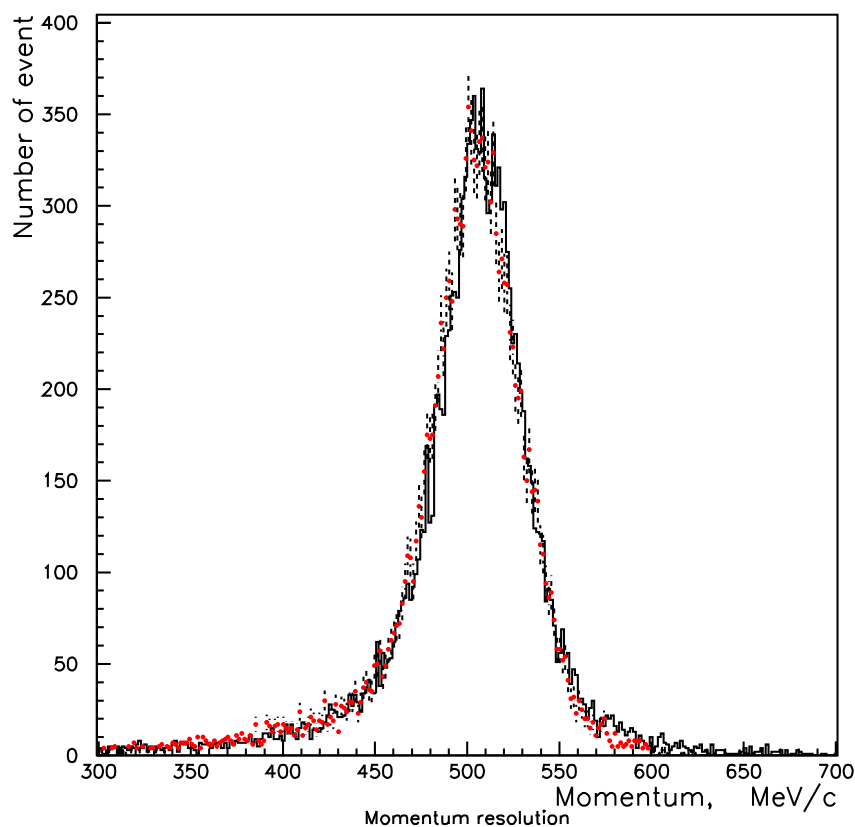


Рис. 2.19: Импульсное разрешение при энергии пучков 2×509 МэВ. Сплошная линия – экспериментальные данные, пунктирная – моделирование.

экспериментальным разрешением, которое определялось из распределения углов расколлинearности событий упругого Баба рассеяния.

Полученное разрешение приведено на рисунке 2.19. Как видно из рисунка, простое моделирование хорошо совпадает с экспериментальными данными.

2.6 Сравнение полученного разрешения с прежними результатами

Для проверки нового метода калибровок были обработаны заходы, записанные при разных энергиях в системе центра масс. Как видно из рисунков 2.20 и 2.22, новая методика улучшила импульсное разрешение на 25%.

Соответственно улучшилось и распределение событий упругого рассеяния $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ по углу расколлинеарности, как показано на Рис. 2.21 и 2.23. Так как поправки определялись относительно окружности с известным радиусом, величина которого определялась энергией пучков в накопителе и углом вылета трека θ , то в значительной степени был убран систематический сдвиг импульсов от их правильного значения.

Новый метод калибровок позволил убрать различие в импульсном разрешении электронов и позитронов, что видно из рисунков 2.25 и 2.24, где приведены распределения по импульсам электронов и позитронов с использованием прежней и новой методик калибровки изохрон. Несколько повысилась эффективность восстановления треков, так для алгоритма отбора “fast-Vhabha”, который отбирает коллинеарные события по кластерам в калориметре, число реконструируемых двухтрековых событий увеличилось на 1%. Улучшение импульсного разрешения позволяет различать события реакций $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ и $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ по величине импульса конечных частиц вплоть до энергий 300 МэВ в одном пучке.

Калибровка заходов на энергии 235 МэВ позволила обработать данные в энергетических точках от 2x185 МэВ до 2x250 МэВ. Сравнение полученного импульсного разрешения с прежним результатом при энергии пучка 185 МэВ показано на Рис. 2.26. Таким образом, проделанная калибровка применима для достаточно длительного промежутка времени и ее смена требуется только при сильном изменении параметров дрейфовой камеры. Как видно из рисунка 2.27 и из таблицы 2.1, импульсное разрешение пионов и мюонов, которые были отобраны с помощью калориметра, заметно лучше, чем при использовании старого метода калибровок. Среднее значение импульса стало лучше соответствовать действительности.

Было проверено, как работает новая процедура калибровок для неколлинеарных событий и событий, в которых конечные частицы имеют большой угол относительно оси ячеек камеры. По измеренным импульсам пионов восстанавливалась инвариантная масса K_S -мезона, который рождался в процессе $e^+e^- \rightarrow K_S K_L$, $K_S \rightarrow \pi^+\pi^-$. Как видно из рисунка 2.28, разрешение по этому параметру улучшилось на 5%, а среднее распределение стало

Таблица 2.1: Импульсные разрешения электронов, пионов и мюонов на энергии 185 МэВ.

	старые калибровки	новые калибровки
$(\sigma_p/p)_e$	2.2%	1.8%
$(\sigma_p/p)_\mu$	3.6%	2.1%
$(\sigma_p/p)_\pi$	2.2%	1.9%
$\left(\frac{p_{th}-p_{exp}}{p_{exp}}\right)_e$	0.7%	0.05%
$\left(\frac{p_{th}-p_{exp}}{p_{exp}}\right)_\mu$	1.17%	0.17%
$\left(\frac{p_{th}-p_{exp}}{p_{exp}}\right)_\pi$	1.36%	0.35%

лучше соответствовать массе K_S мезона, равной 497.7 МэВ.

Одной из нерешенных проблем осталась некоторая потеря эффективности при восстановлении треков, идущих под большим углом к оси ячейки. В основном, это треки, возникающие при распадах длиннопробежных заряженных и нейтральных каонов. Такая потеря может определяться тем, что угол Лоренца в моделируемых изохронах не соответствует его истинному значению, либо дефектами существующего алгоритма восстановления треков.

Новый метод был применен для калибровки заходов в рамках общей программы реконструкции CMD2OFF. На рисунке 2.29 показано импульсное разрешение камеры в зависимости от величины импульса для заходов из экспериментов LOW-96, RHO-98, HIGH-97 [63], диапазоны энергий $E_{beam} = 185 \div 260$ МэВ, $260 \div 485$ МэВ и $490 \div 690$ МэВ соответственно. Ухудшение разрешения в области $260 \div 485$ МэВ связано с тем, что с 1998 года в дрейфовой камере наблюдался эффект старения: было большое поглощение электронов в газе, низкая эффективность срабатывания проволочек.

В точках с энергиями пучков от 2×185 МэВ до 2×260 МэВ новая калибровка позволила разделить мюоны и электроны по импульсам при измерении сечения $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ (Рис. 2.22) [22]. Также улучшенное разрешение помогло при измерении формфактора пиона на высоких энергиях (Глава 3), поскольку при энергии пучков около 2×690 МэВ, приходилось ставить жесткое ограничение на средний импульс, чтобы избавиться от событий K^+K^- .

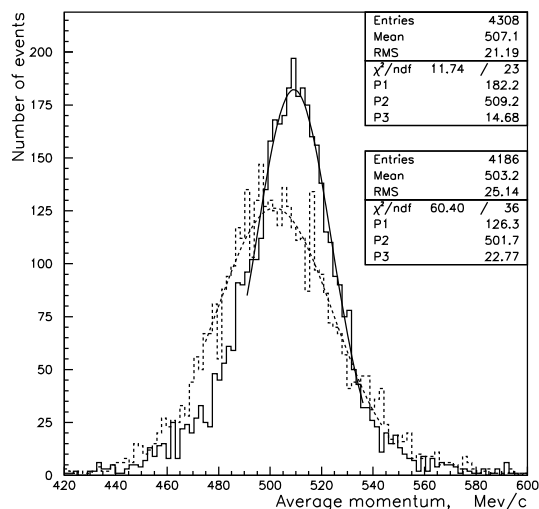


Рис. 2.20: Средний импульс электронов и позитронов при энергии пучка 509 МэВ. Сплошная линия - новый метод, пунктирная - прежний.

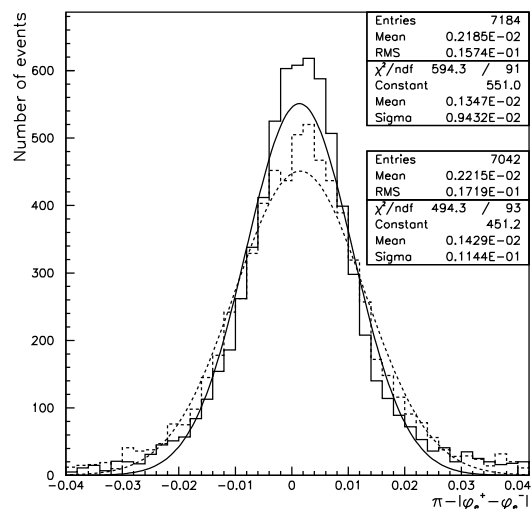


Рис. 2.21: Угол расколлинеарности электронов и позитронов в $r - \phi$ плоскости при энергии пучка 509 МэВ. Сплошная линия - новый метод, пунктирная - прежний.

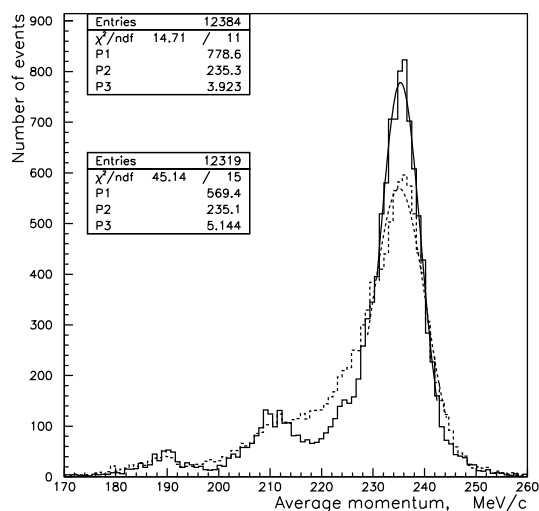


Рис. 2.22: Средний импульс коллинеарных событий при энергии пучка 235 МэВ. Сплошная линия - новый метод, пунктирная - прежний.

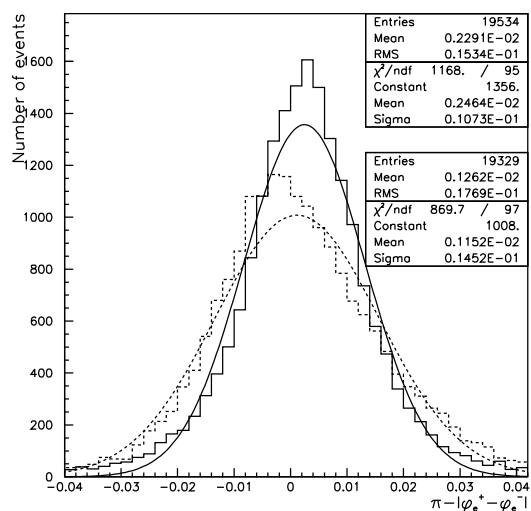


Рис. 2.23: Угол расколлинеарности электронов и позитронов в $r - \phi$ плоскости при энергии пучка 235 МэВ. Сплошная линия - новый метод, пунктирная - прежний.

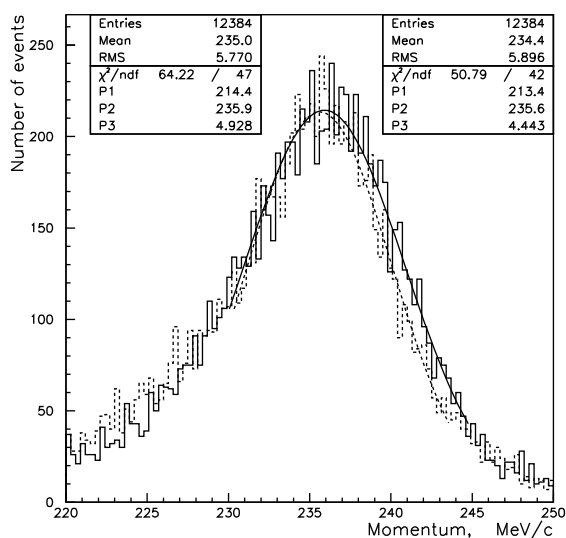


Рис. 2.24: Импульсное разрешение электронов и позитронов в новом методе при энергии пучка 235 МэВ. Сплошная линия - позитроны, пунктирная - электроны.

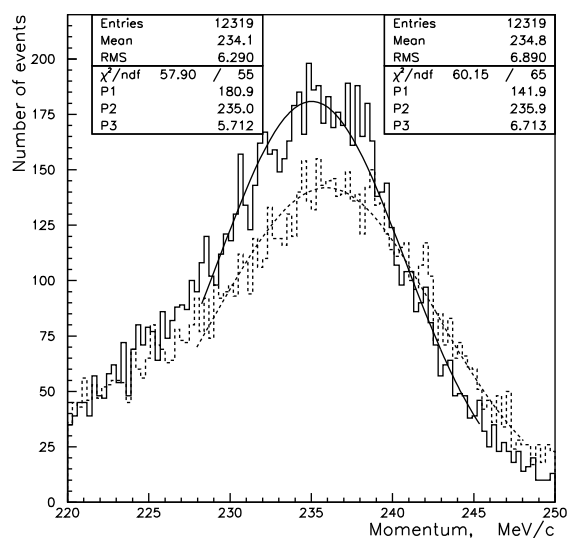


Рис. 2.25: Импульсные разрешения электронов и позитронов в старом методе при энергии пучка 235 МэВ. Сплошная линия - позитроны, пунктирная - электроны.

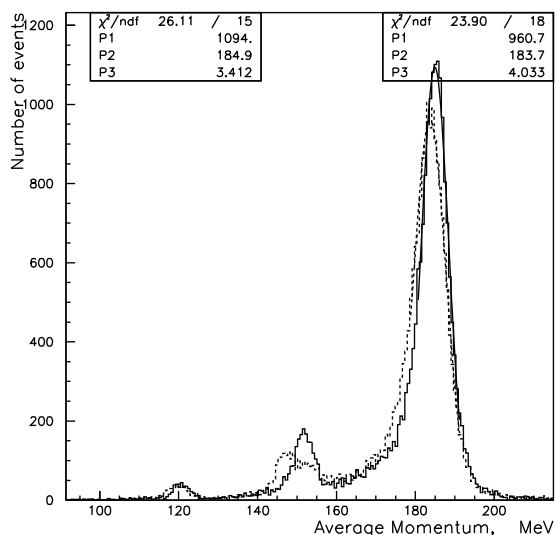


Рис. 2.26: Средний импульс коллинеарных событий при энергии пучка 185 МэВ. Сплошная линия - новый метод, пунктирная - прежний.

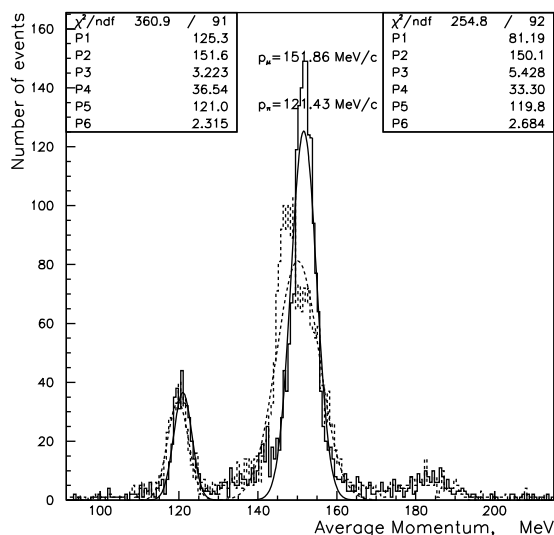


Рис. 2.27: Средний импульс мюонов и пионов при энергии пучка 185 МэВ. Сплошная линия - новый метод, пунктирная - прежний.

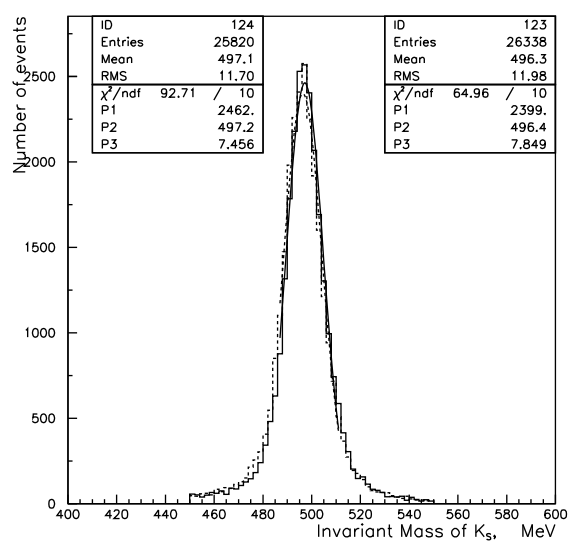


Рис. 2.28: Инвариантная масса K_S . Сплошная линия - новый метод, пунктирная - прежний.

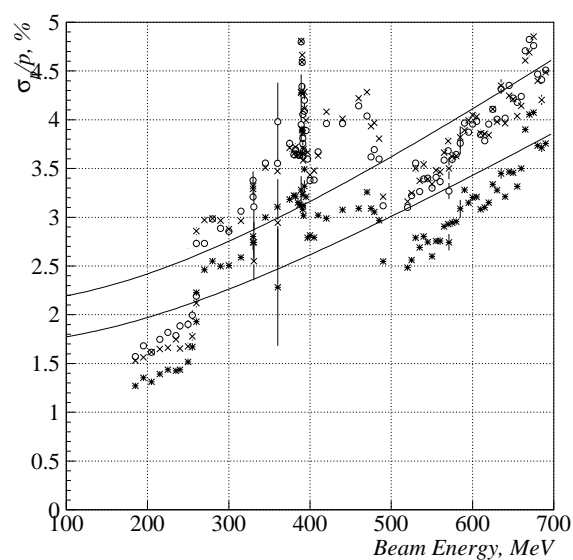


Рис. 2.29: Импульсное разрешение дрейфовой камеры. Верхняя кривая – разрешение для отдельных импульсов, нижняя кривая – для полу-суммы импульсов в событиях упругого e^+e^- рассеяния.

Глава 3

Измерение пионного формфактора

3.1 Набор экспериментальных данных

Весь доступный диапазон энергий был просканирован в семи сеансах, перечисленных в таблице 3.1. В сеансах 2, 3 и при сканировании ϕ мезона абсолютное значение энергии пучка измерялось с помощью метода резонансной деполяризации с точностью лучше $\delta E/E \sim 10^{-4}$. В остальных сканированиях энергия пучка контролировалась величиной поля в дипольных магнитах с точностью не хуже $\delta E/E \sim 10^{-3}$. С точки зрения эксперимента по измерению сечения $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$, весь диапазон энергий ВЭПП-2М естественно разбивается на три интервала — от 0.36 до 0.6 ГэВ в с.ц.м. (“низкие” энергии), от 0.6 до 1.0 ГэВ (область ρ мезона) и от 1.0 до 1.4 ГэВ (“высокие” энергии).

Для разделения электронов, мюонов и пионов используется информация с дрейфовой камеры и калориметра. Методика разделения событий разная в разных диапазонах энергии. В области низких энергий для разделения предпочтительней использовать информацию с дрейфовой камеры, поскольку импульсное разрешение в этой области энергий в несколько раз лучше, чем разница между импульсами частиц разного типа, а энерговыделения частиц отличаются мало. В области энергий выше 0.6 ГэВ в с.ц.м. для разделения частиц привлекается информация с калориметра, поскольку импульсы частиц становятся слишком близкими для разделения с помощью информации дрейфовой камеры. В области высоких энергий сечение про-

Таблица 3.1: Сеансы набора статистики при сканировании в широких диапазонах энергий

Номер сеанса	Дата начала и конца	Диапазон энергий в с.ц.м., ГэВ	Кол-во точек по энергии	Число событий $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$
1	январь–февраль 1994	0.81–1.02	14	35000
2	ноябрь–декабрь 1994	0.78–0.81	10	66000
3	март–июнь 1995	0.61–0.79	20	85000
4	октябрь–ноябрь 1996	0.37–0.52	10	4500
5	февраль–июнь 1997	0.98–1.32	36	75000
6	март–июнь 1998	0.36–0.97	37	1900000
7	ноябрь 1999–июнь 2000	0.6–0.94	57	4400000

цесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ становится меньше сечения процесса $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ и одновременно изменяется структура физического фона. Это приводит к тому, что методика анализа данных существенно отличается для указанных диапазонов энергий.

Сканирование энергий выше ϕ мезона происходило с февраля по июнь 1997 года. За это время был набран интеграл светимости около 6 пб^{-1} , что соответствует примерно 75 тысячам событий $\pi^+\pi^-$. Набор велся в 35 точках по энергии пучка от 520 МэВ до 690 МэВ с шагом 5 МэВ, и в точке 490 МэВ для сшивки со сканированием в области ρ мезона. Анализ этого диапазона энергий приводится в данной работе.

3.2 Отбор коллинеарных событий

Кинематика двухчастичных процессов $e^+e^- \rightarrow X^+X^-$ (Рис. 3.1) позволяет с помощью простых условий отобрать коллинеарные события, используя информацию с дрейфовой камеры:

- В событии сработал заряженный триггер (раздел 3.9).

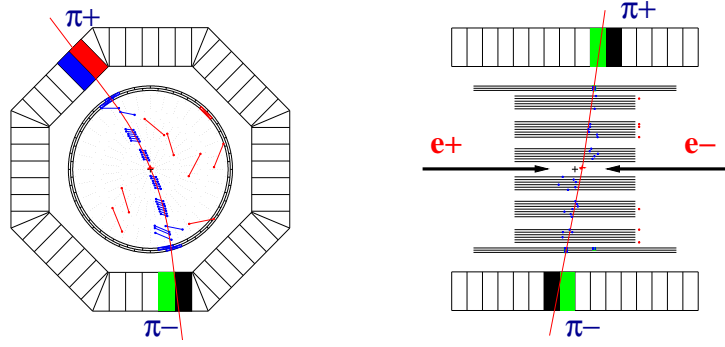


Рис. 3.1: Коллинейрное событие реконструированное в детекторе КМД-2

- В дрейфовой камере найдена одна вершина с двумя треками частиц противоположного заряда.
- Число точек на каждом треке больше 6.
- Событие близко к месту встречи пучков:
 - $\rho_{vtx} = \min(\rho_{tr}^+, \rho_{tr}^-) < 1$ см, где ρ_{tr}^\pm расстояние от положительно и отрицательно заряженных треков до оси пучка (Рис. 3.2(d)),
 - $|Z_{vtx}| < 15$ см, где Z_{vtx} - положение вершины вдоль оси пучков (Рис. 3.2(e)).
- Условия на расколлинеарность треков:
 - $|\Delta\phi| = |\pi - |\phi^+ - \phi^-|| < 0.15$ рад (Рис. 3.2(a)), ϕ^\pm - азимутальный угол трека,
 - $|\Delta\theta| = |\pi - (\theta^+ + \theta^-)| < 0.25$ рад (Рис. 3.2(b)), θ^\pm - полярный угол трека.
- Для того, чтобы уменьшить количество космических событий и подавить события $e^+e^- \rightarrow K^+K^-$, накладывались, соответственно, ограничения на средний импульс сверху и снизу:
 - $(p^+ + p^-)/2 < E_{beam} + 150$ МэВ/с,
 - $(p^+ + p^-)/2 > \max(\sqrt{E_{beam}^2 - 494^2} \cdot 1.15 \text{ МэВ/с}, 285 \text{ МэВ/с})$, p^\pm - импульсы положительно и отрицательно заряженных частиц (Рис. 3.2(c)).

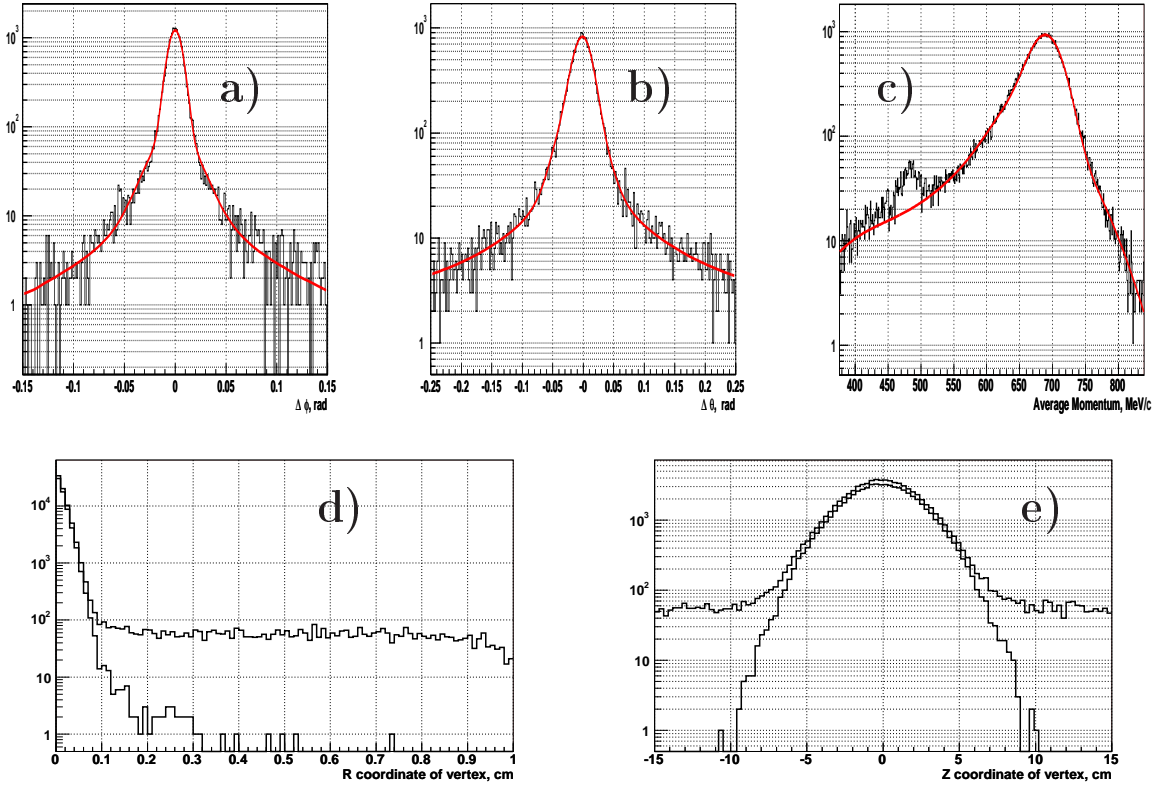


Рис. 3.2: Кинематические параметры коллинеарных треков: углы расколлинearности $\Delta\phi$ (в плоскости перпендикулярной оси пучков) (a) и $\Delta\theta$ (в плоскости содержащей ось пучков) (b), распределение по величине среднего импульса (c), положение вершины трека в $r - \phi$ плоскости ρ_{vtx} (d) и Z_{vtx} (e). Распределения по положению вершины приведены как для всех коллинеарных событий, так и для отобранных по калориметру событий $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ (d) и (e)

- Условие на средний полярный угол:

$$\theta_{min} < (\pi + \theta^- - \theta^+)/2 < \pi - \theta_{min}, \text{ где } \theta_{min} = 1.1 \text{ рад.}$$

Телесный угол выбран таким образом, чтобы частицы пересекали все три слоя дрейфовой камеры и попадали в цилиндрический калориметр.

- В калориметре CsI есть несколько неработающих кристаллов. При попадании в них частиц появляются события с малым энерговыделением. Чтобы не исказить формы спектра энерговыделения, были вырезаны азимутальные углы, при которых треки попадали в неработающие кри-

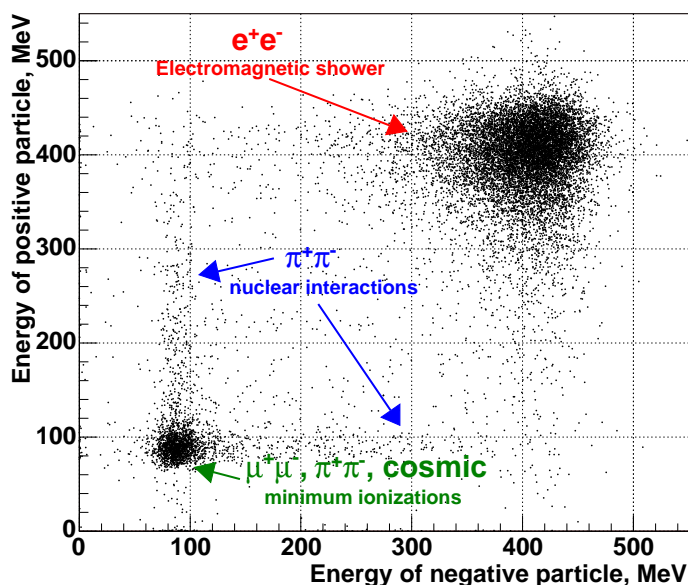


Рис. 3.3: Распределение коллинеарных частиц по энерговыделению в калориметре

сталлы.

Чтобы уменьшить количество космических частиц среди коллинеарных событий, при разделении накладывались более жесткие условия на положение вершины: $\rho_{vtx} < 0.15$ см, $|Z_{vtx}| < 10$ см.

3.3 Разделение событий

Для определения числа событий каждого процесса использовалось приведенное на рисунке 3.3 двумерное распределение энерговыделений в CsI калориметре для отобранных коллинеарных событий. Электроны и позитроны производят в калориметре электромагнитный ливень, поэтому они заметно отличаются по энерговыделению от других заряженных частиц. Энерговыделения мюонов, космических частиц и оставивших только ионизационные потери пионов почти одинаковы, поэтому для вычисления количества мюонов используется дополнительная информация об отношении сечения рождения мюонов к сечению $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ на основе расчета по квантовой электродинамике. Количество космических частиц определяется отдельно, как

это описано ниже.

Для разделения минимизируется функция максимального правдоподобия:

$$\mathcal{L} = - \sum_{events} \ln \left(\sum_i N_i \cdot f_i(E^+, E^-) \right) + \sum_i N_i,$$

где f_i - функция, задающая плотность вероятности распределения частиц данного типа (π , μ , e , *cosmic*). Параметрами минимизации являются количество частиц и некоторые параметры распределений, которые нельзя определить напрямую. В предположении независимости энерговыделений положительной и отрицательной частицы, можно положить: $f_i(E^+, E^-) = f_i^+(E^+) \cdot f_i^-(E^-)$.

Фиксируемое на основе расчетов в рамках электродинамики отношение числа мюонов к числу электронов записывается как:

$$\frac{N_\mu}{N_e} = \frac{\sigma_{e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-}^B \cdot (1 + \delta_{\mu^+\mu^-}) \cdot \epsilon_{\mu^+\mu^-}}{\sigma_{e^+e^- \rightarrow e^+e^-}^B \cdot (1 + \delta_{e^+e^-}) \cdot \epsilon_{e^+e^-}}, \quad (3.1)$$

где σ^B - борновские сечения процессов при используемых условиях отбора, δ - радиационные поправки и ϵ - эффективность регистрации.

Количество космических событий можно определить благодаря тому, что их поток не зависит от расстояния до места встречи пучков, а эффективность регистрации остается неизменной, если треки расположены достаточно близко к оси пучка ($\rho_{vtx} < 1$ см).

Если разбить плоскость $\rho_{vtx} - Z_{vtx}$ на области, как показано на рисунке 3.4, то количество космических событий попадающих в критерии отбора событий $\pi^+\pi^-$ будет:

$$N_{bg} = \frac{N_1 \cdot N_2}{N_0 + 1}.$$

Добавление единицы в знаменателе учитывает тот факт, что N_0 - статистическая величина, а $\langle \frac{1}{N+1} \rangle = \frac{1}{\langle N \rangle}$. Ошибка определения количества космических событий обусловлена флуктуациями числа космических частиц в каждой области (Рис. 3.4) и выражается как:

$$\sigma_{N_{bg}^{calc}}^2 = N_{bg}^2 \cdot \left(\frac{1}{N_1} + \frac{1}{N_2} + \frac{N_0}{(N_0 + 1)^2} \right) + N_{bg}, \quad (3.2)$$

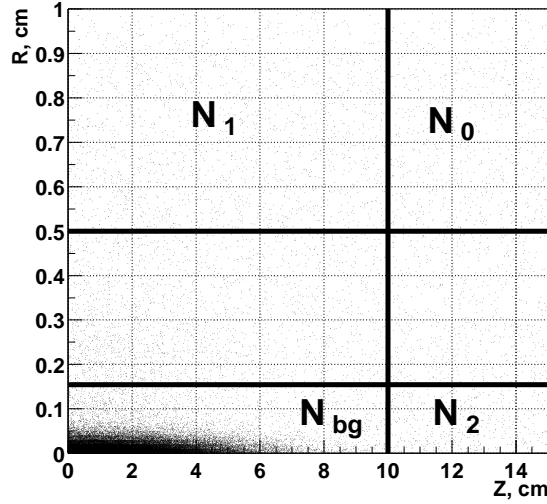


Рис. 3.4: Распределение экспериментальных событий в $\rho_{vtx} - Z_{vtx}$ плоскости. N_{bg} – количество космических событий используемое при разделении.

где последнее слагаемое – флуктуация числа попадаемых в отборы событий космических частиц, используемых при разделении.

После минимизации функции максимального правдоподобия, ошибки параметров определяются как $\langle (\alpha - \bar{\alpha})_i (\alpha - \bar{\alpha})_j \rangle = (\frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial \alpha_i \partial \alpha_j})^{-1}$, что автоматически включает в ошибку количества пионов как статистическую ошибку их числа, так и статистические ошибки в числе мюонов и в числе используемых при разделении космических событий. Так как при минимизации функции максимального правдоподобия в ошибку количества пионов войдет только статистическая ошибка фиксируемого количества космических событий $\sqrt{N_{bg}}$, то необходимо к полученной ошибке числа пионов добавить также ошибку, связанную с оценкой ожидаемого N_{bg} на основе информации не заложенной в функцию максимального правдоподобия, что соответствует первому слагаемому из выражения (3.2):

$$\sigma_{N_\pi}^2 = \sigma_{N_\pi mini}^2 + \sigma_{N_{bg} calc}^2 - N_{bg},$$

где $\sigma_{N_\pi mini}^2$ – ошибка в числе событий пионов после разделения.

Таким образом, свободными параметрами при минимизации являются число пионов, число электронов и параметры распределений плотности вероятности энерговыделения частиц. Пример разделения приведен на рисун-

ке 3.5. Способ параметризации функций распределения по энергосодержанию для отдельных типов частиц приведен ниже в разделе 3.5.

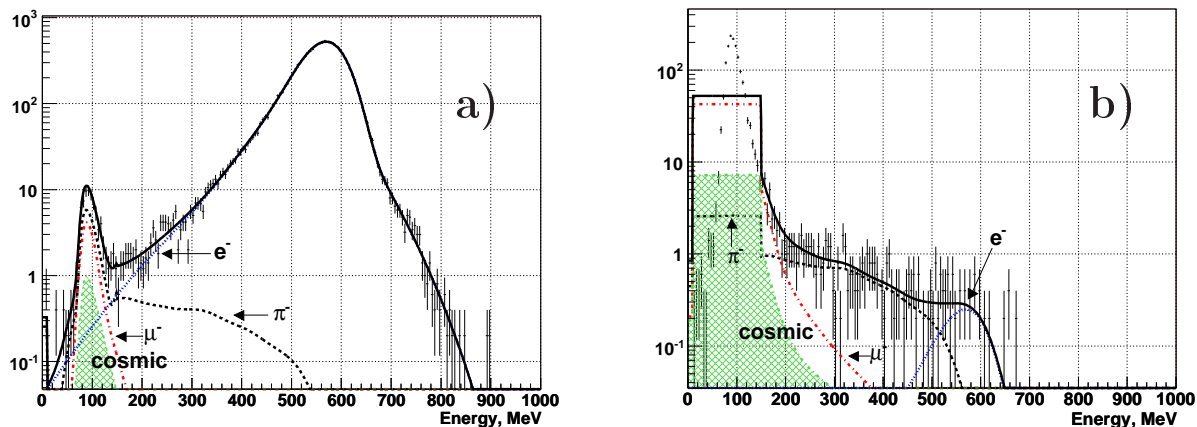


Рис. 3.5: Распределение отрицательно заряженных частиц по энергосодержанию в калориметре для энергии 690 МэВ. (а) при энергосодержание положительной частицы $E^+ > 150$ МэВ, (б) при $E^+ < 150$ МэВ. Линии показывают форму распределений, используемых при минимизации для разделения событий e^+e^- , $\mu^+\mu^-$, $\pi^+\pi^-$ (раздел 3.5)

3.4 Коррекция зависимости энергосодержания от полярного угла вылета частиц

Поскольку эффективная толщина вещества калориметра, которую пересекает частица, зависит от полярного угла вылета, энергосодержания положительной и отрицательной частиц будут коррелировать друг с другом. Чтобы не усложнять функцию правдоподобия, была сделана коррекция зависимости выделенной в калориметре энергии от угла θ . Для этого были отобраны электроны с выделенной энергией больше 200 МэВ и космические события ($\rho_{vtx} > 0.3$ см). Корреляции энергосодержаний электронов и мюонов, связанные с углом вылета, имеют разный характер. Для электронов зависимость обусловлена утечками ливня, так как поперечная толщина калориметра CsI составляет всего 8 радиационных длин. Для мюонов выделенная

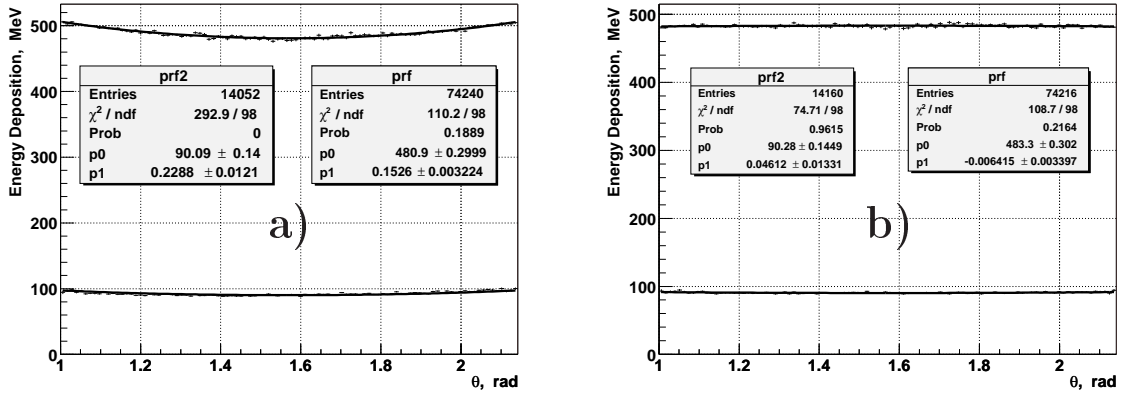


Рис. 3.6: Зависимости среднего энергосодержания от полярного угла для электронов (верхняя гистограмма) и мюонов (нижняя гистограмма) до (а) и после (б) коррекции

энергия пропорциональна длине пролета частицы в калориметре, так как потери энергии происходят только из-за ионизации. Зависимость для электронов аппроксимировалась функцией: $E_e(\theta) = E_0(1 + \alpha(\pi/2 - \theta)^2)$, а для космических частиц $E_{mip}(\theta) = E_1/\sin \theta$. Для произвольного энергосодержания поправка в зависимости от угла определяется как линейная аппроксимация между зависимостью энергосодержания для электронов и зависимостью энергосодержания для минимально ионизирующих частиц:

$$\bar{E}(E, \theta) = E \cdot \left[\sin \theta + \frac{1/(1 + \alpha(\pi/2 - \theta)^2) - \sin \theta}{E_e(\theta) - E_{mip}(\theta)} (E - E_{mip}(\theta)) \right].$$

Результат коррекции приведен на рисунке 3.6, откуда видно, что зависимость энергосодержания от полярного угла убирается с помощью этой поправки.

3.5 Параметризация формы энергосодержания

Функции распределения отдельных типов частиц конструировались из сумм нормированных на область действия стандартных гауссовых распределений $g(\frac{x-x_0}{\sigma})$, и логарифмических гауссовых распределений $g_l(\frac{x-x_0}{\sigma}, \eta)$, форма которых асимметрична и характеризуется параметром η . Логарифмическое гауссово распределение определяется как $g_l(y, \eta) = A \cdot g(\ln(1 -$

$y\eta)/\sigma_0(\eta)$), где $\sigma_0(\eta)$ - взята так, чтобы среднеквадратичное отклонение $\sigma = \text{FWHM}/2.35$, как и для стандартного гауссова распределения. Число гауссовых распределений бралось минимально необходимым для хорошего описания экспериментальных данных.

С ростом энергии пучков растет отношение числа мюонов к числу пионов (на энергии 690 МэВ их в 7 раз больше), поэтому, чтобы не вносить дополнительную систематическую ошибку, связанную с незнанием точной формы распределения энерговыделений, в области минимально ионизирующих частиц $\Omega_{\text{mip}} = \{10 \text{ МэВ} < E_+, E_- < E_{\text{cutmip}} = 150 \text{ МэВ}\}$ при минимизации использовалась только вероятность попадания события в эту область. Для этого достаточно сделать функцию распределения в этой области постоянной, независимой от энергии - $f_i(E^+, E^-) = \text{const}$ для $\{E^+, E^-\} \in \Omega_{\text{mip}}$.

3.5.1 Энерговыделение электронов и позитронов

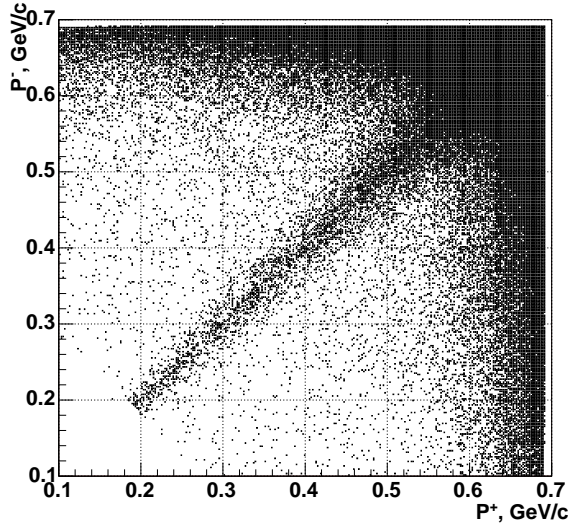


Рис. 3.7: Двумерное распределение зависимости импульса электрона от импульса позитрона, полученное с помощью первичного генератора

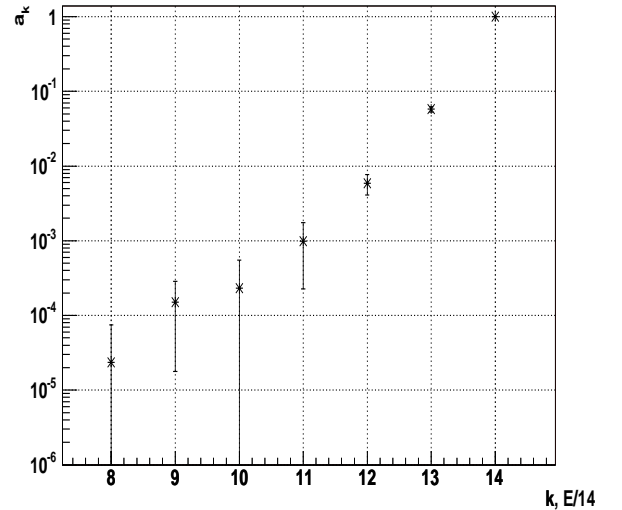


Рис. 3.8: Коэффициенты корреляции a_k в зависимости от $E \frac{k}{14}$, связанные с излучением двух фотонов

Так как электроны и позитроны производят электромагнитный ливень,

то, в отличие от мюонов и пионов, они выделяют в калориметре практически всю свою энергию. Для них функция распределения была выбрана в виде:

$$f_{e^+,e^-}(E) = p_2 \cdot [p_1 \cdot g_l(E, E_0, \sigma, \eta_1) + (1 - p_1) \cdot g_l(E, E_0 + \alpha \cdot \sigma, \beta \cdot \sigma, \eta_2)] \\ + (1 - p_2) \cdot g(E, k \cdot E_0, \sigma_1).$$

Как говорилось выше, число гауссовых распределений выбрано минимально необходимым: два логарифмических распределения необходимы для описания “хвостов” с обеих сторон, и дополнительное гауссово распределение взято для более точного описания формы распределения в районе самого пика.

На рисунке 3.7 приведено двумерное распределение импульсов электронов и позитронов. События, в которых одна из начальных частиц испускает жесткий фотон, отбраковываются требованиями коллинеарности треков, но в случае, когда одновременно обе начальные частицы испускают фотоны, коллинеарность конечных частиц может не нарушиться, и в импульсном распределении появляется корреляция в области $P^+ \sim P^-$. Соответствующая корреляция появляется и в спектре энерговыделений в калориметре. Если не учитывать корреляции, то при минимизации систематическая ошибка определения формфактора при самой большой энергии пучков составляет дополнительно $\sim 1\%$. Для ее учета, функция $f_{ee}(E^+, E^-) = f_{e^+}(E^+)f_{e^-}(E^-)$ модифицировалась следующим образом:

$$f_{ee}(E^+, E^-) = \sum_{k=1}^n a_k \left(\prod_{i=1}^{k-1} (1 - a_i) \right) f_{e^+}\left(E^+ \frac{n}{k}\right) f_{e^-}\left(E^- \frac{n}{k}\right) \left(\frac{n}{k}\right)^2, \quad a_n = 1,$$

где коэффициенты a_k определялись из моделирования для каждой энергетической точки и фиксировались при разделении (Рис. 3.8), причем n было выбрано равным 14, что соответствует наблюдаемому в эксперименте отношению E_0/σ , и соответственно расстояние между пиками получается равным $\sqrt{2}\sigma$, что позволяет сделать зависимость равномерно спадающей. При таком описании энергетического распределения каждый сомножитель фактически переносит отклик калориметра из событий без излучения фотонов, в события с импульсами конечных частиц $P^+, P^- \sim E_{beam} \frac{k}{n}$, причем предполагается, что разрешение калориметра пропорционально энергии частицы

$\sigma \sim E_0$, что в данном диапазоне энергий соответствует экспериментальным данным.

Пример полученного распределения для электронов после разделения приведен на рисунке 3.5.

3.5.2 Энерговыделение космических частиц

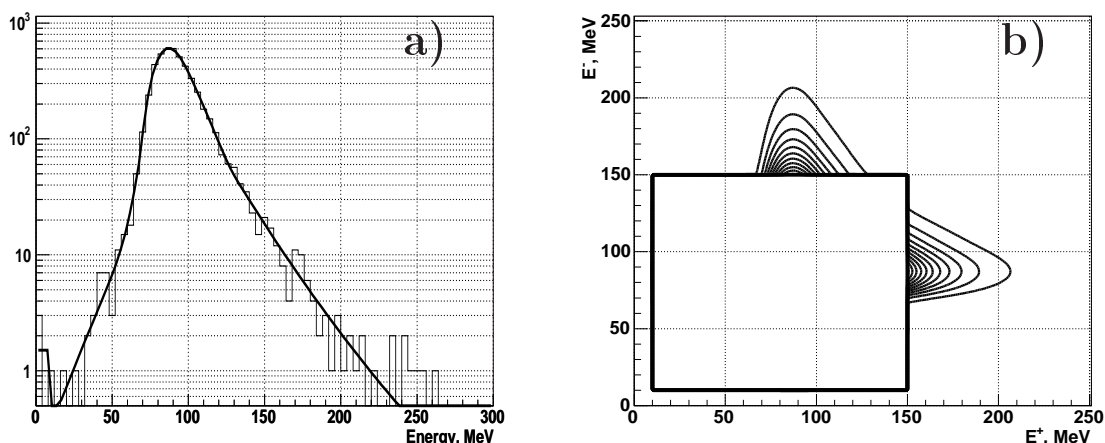


Рис. 3.9: Распределение по энерговыделению для космических событий (а), двумерная функция распределения, используемая при минимизации (б)

Так как космические события не привязаны к месту встречи пучков, их можно выделить, наложив условие на положение вершины события $\rho_{vtx} > 0.3$ см и потребовав, чтобы энерговыделение в калориметре одной из частиц в событии было меньше 200 МэВ. Энерговыделение космических частиц описывалось функцией:

$$f_{csm}(E) = p_2 \cdot [p_1 \cdot g_l(E, E_0, \sigma, \eta_1) + (1 - p_1) \cdot g_l(E, E_0 + \alpha \cdot \sigma, \beta \cdot \sigma, \eta_2)] + (1 - p_2) \cdot g(E, k \cdot E_0, \sigma_1).$$

В минимизации используются только “хвосты” этих распределений, выходящие за пределы области минимально ионизирующих частиц и нормированные на количество космических событий в этой области. Относительное число событий в “хвостах” распределений составляет 1 ÷ 2%. Пример аппроксимации приведен на рисунке 3.9. После определения формы распределения,

все параметры при разделении фиксировались. Так как граница накладываемых отборов по импульсу для разделяемых событий зависит от энергии пучка, то и спектр импульсов космических частиц в каждой энергетической точке свой, и в каждой точке параметры распределения космических частиц определялись независимо.

3.5.3 Энерговыделение мюонов

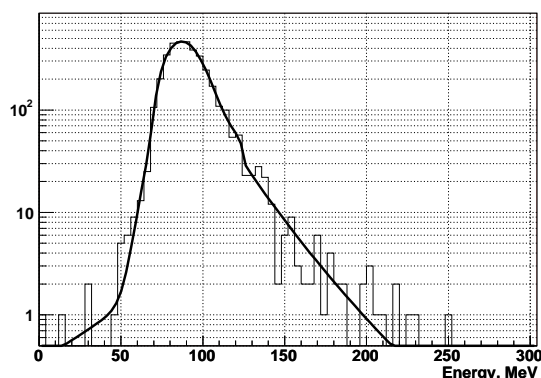


Рис. 3.10: Энерговыделение мюонов в калориметре

Форма спектра энерговыделений мюонов за пределами области минимально ионизирующих частиц, как и для космических частиц, определялась с использованием экспериментальных событий. Для их отбора накладывались более жесткие условия на положение вершины $\rho_{vtx} < 0.05$ см и $|Z_{vtx}| < 5$ см, а также требовалось, чтобы для каждого трека сработали оба слоя мюонной системы.

Функция распределения выбиралась такой же, как и для космических событий, но со своими параметрами. Пример распределения энерговыделений мюонных событий при энергии пучка 600 МэВ приведен на рисунке 3.10.

3.5.4 Энерговыделение пионов

Так как толщина калориметра CsI равна 15 см, а ядерная длина в CsI составляет около 35 см, то около половины пионов испытывают ядерное взаимодействие в кристаллах CsI, а энерговыделение остальных обусловлено

ионизационными потерями. Форма распределения для минимально ионизирующих пионов в диапазоне $10 \text{ МэВ} < E < E_{cutmip} = 150 \text{ МэВ}$ (когда энергия другой частицы больше E_{cutmip}) была выбрана в виде:

$$f_{mip}^{\pi}(E) = p_2 \cdot [p_1 \cdot g_l(E, E_0, \sigma, \eta_1) + (1 - p_1) \cdot g_l(E, E_0, \beta \cdot \sigma, \eta_2)] \\ + (1 - p_2) \cdot g(E, E_{cutmip}, \sigma_1).$$

Часть, связанная с ядерными взаимодействиями, описывалась в функции максимального правдоподобия распределением вида:

$$f_{NI}^{\pi}(E) = \frac{\sum_{i=0}^N [g(E, E_{cutmip} + 2\sigma i, \sigma) \cdot \prod_{k=0}^i p_k]}{\sum_{i=1}^N \prod_{k=1}^i p_k}, \\ \sigma = \frac{E_0 - E_{cutmip}}{N + 1} \frac{1}{2}, \quad E_0 = E_{beam} \cdot a, \quad 0 < p_k < 1,$$

где E_{beam} – энергия пучка, а N выбиралось равным 6. Коэффициенты перед гауссовыми распределениями брались в виде произведения коэффициента перед предыдущим гауссом на новый: $(\prod_{k=1}^{i-1} p_k) \cdot p_i$, что при ограничении $p_k < 1$ даст спадающее поведение функции. Так как положительные и отрицательные пионы испытывают разные ядерные взаимодействия, то параметры функции распределения зависели от знака частицы.

3.6 Определение формфактора пиона

Борновское сечение $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ без учета излучения начальных и конечных частиц определяется выражением:

$$\sigma_{e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-}^B = \sigma_{e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-}^{pointlike} \cdot |F_{\pi}|^2 = \frac{\pi\alpha^2}{3s} \left(1 - \frac{4m_{\pi}^2}{s}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot |F_{\pi}|^2,$$

где $\sigma_{e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-}^{pointlike}$ – сечение, вычисленное в предположении отсутствия внутренней структуры пиона. Формфактор пиона $|F_{\pi}|$ описывает отличие вершины взаимодействия фотона с пионным током от случая точечной частицы. В формфактор также включается вклад поляризации вакуума в фотонный пропагатор. Это связано с тем, что в качестве экспериментальных данных принято приводить именно “одетые” сечения $e^+e^- \rightarrow$ адроны, включающие

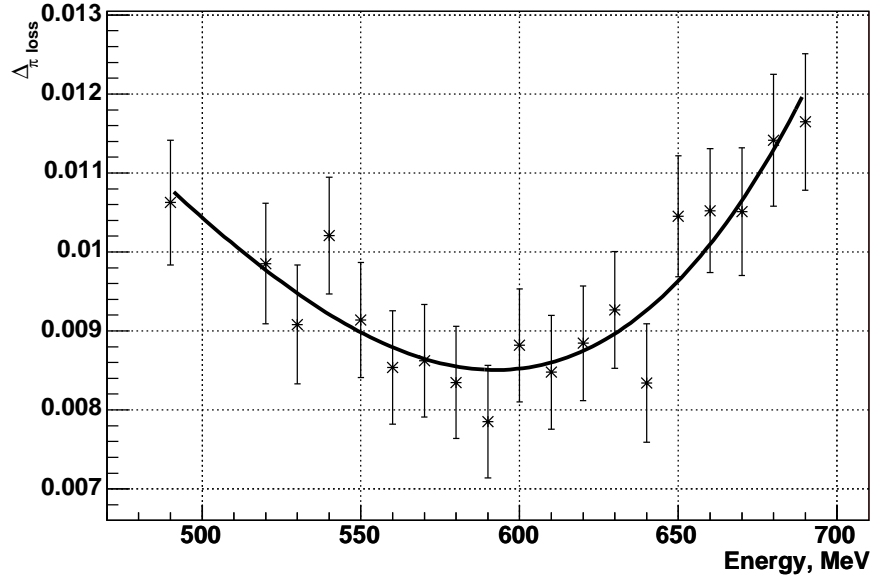


Рис. 3.11: Поправка на потерю пионов из-за ядерного взаимодействия в зависимости от энергии пучка

в себя все виртуальные поправки, чтобы описать резонансы как реальные частицы.

Из экспериментальных данных формфактор вычисляется как:

$$|F_{\pi}|^2 = \frac{N_{\pi^+\pi^-}}{N_{e^+e^-} + N_{\mu^+\mu^-}} \cdot \frac{\sigma_{e^+e^-}^B \cdot (1 + \delta_{e^+e^-}) \cdot \varepsilon_{e^+e^-} + \sigma_{\mu^+\mu^-}^B \cdot (1 + \delta_{\mu^+\mu^-}) \cdot \varepsilon_{\mu^+\mu^-}}{\sigma_{\pi^+\pi^-}^{pointlike} \cdot (1 + \delta_{\pi^+\pi^-}) \cdot \varepsilon_{\pi^+\pi^-} \cdot (1 - \Delta_{\pi}^{loss})} - \Delta_{3\pi, 4\pi, K^+K^-}, \quad (3.3)$$

где $N_{\pi^+\pi^-}/(N_{e^+e^-} + N_{\mu^+\mu^-})$ – найденное в процессе минимизации отношение количества зарегистрированных пионов к количеству мюонов и электронов, δ – радиационные поправки, ε – эффективность регистрации, $\Delta_{3\pi, 4\pi, K^+K^-}$ – коррекция на вклады от других процессов, Δ_{loss} – поправка на потерю пионов в вакуумной трубе и объеме дрейфовой камеры из-за ядерных взаимодействий и распадов на лету. Последняя поправка определялась из моделирования, путем сравнения количества отбираемых пионов с учетом и без учета ядерных взаимодействий. Величина поправки приведена на рисунке 3.11. Характер ее зависимости от энергии определяется падением сечения ядерных взаимодействий и ужесточением отбора по среднему импульсу с ростом энергии. Поправка на потерю пионов из-за распадов на лету для рассматриваемых энергий пренебрежимо мала и составляет вели-

чину меньше 0.03%.

3.7 Радиационные поправки

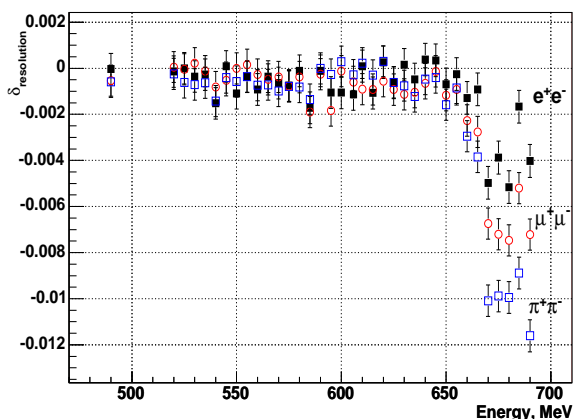


Рис. 3.12: Изменение величины радиационной поправки, связанное с конечным разрешением детектора

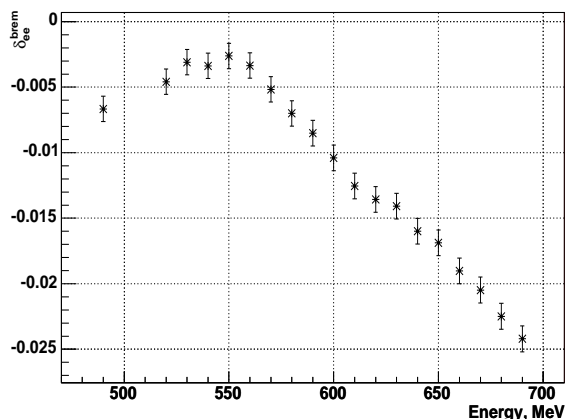


Рис. 3.13: Изменение величины радиационной поправки, связанное с тормозным излучением электронов на вакуумной трубе

В работе [64] приведена методика расчета радиационных поправок к процессам $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$, $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ и $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ на основе формул из работ [65, 66]. В них корректно учитываются эффекты, связанные с излучением многих фотонов вдоль конечных и начальных частиц, излучением одного фотона на большой угол и вкладом поляризации вакуума в фотонный пропагатор. Так как поляризацию вакуума принято включать в определение формфактора, то для процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ ее вклад не включался в радпоправку.

Количество отбираемых коллинеарных событий зависит от углового и импульсного разрешений дрейфовой камеры. Для учета этого обстоятельства, в программе расчета радиационных поправок углы вылета и импульсы частиц дополнительно разыгрывались в соответствие с экспериментальными значениями разрешений, после чего накладывались используемые критерии отборов. Для нахождения разрешения детектора, экспериментальные

распределения по расколлинearности и среднему импульсу аппроксимировались распределением, полученным из первичного генератора частиц, используемого для расчета радиоправок, которое в процессе минимизации сворачивалось с функцией, описывающей экспериментальное разрешение. Разрешение детектора рассматривалось отдельно для электронов и минимально ионизирующих частиц. Тип частицы определялся по энерговыделению в калориметре. Пионы и мюоны брались в области минимально ионизирующих частиц и считалось, что разрешения для них одинаковы. Как видно из рисунка 3.2, на котором сплошной линией приведен результат аппроксимации для электронов, такой подход приводит к хорошему описанию экспериментальных данных. Влияние экспериментального разрешения на величину радиационной поправки приведено на рисунке 3.12. Как видно из рисунка учет разрешения становится существенным при энергиях пучка выше 650 МэВ, когда накладываемый отбор по среднему импульсу становится близким к самому значению импульсов частиц.

Для процесса $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ учитываются энергетические потери электронов и позитронов, связанные с тормозным излучением на вакуумной трубе и на первых 10 см вещества дрейфовой камеры. Количество вещества, которое пересекают частицы, летящие под углом 90° к оси пучков, приведено в таблице 3.2. Средние энергетические потери электронов после пересечения описанного в таблице вещества составляют около 8 МэВ. Спектральное распределение тормозного излучения взято из [56]. При расчетах также учитывалось, что количество пересекаемого вещества зависит от полярного угла вылета частицы. Изменение величины радиационной поправки в связи с тормозным излучением электронов на вакуумной трубе при используемых условиях отбора приведено на рисунке 3.13. Так как толщина ниобиевой фольги была известна с точностью 10% из последующих измерений ее массы, то вклад в систематическую ошибку расчетного сечения электрон-позитронного рассеяния этой поправки составляет $\sim 0.05 \div 0.25\%$.

Результирующая зависимость радиоправки от энергии в с.д.м. для используемых условий отбора приведена на рисунке 3.14. Более жесткий отбор по импульсу на высоких энергиях повлиял на ход зависимости радиацион-

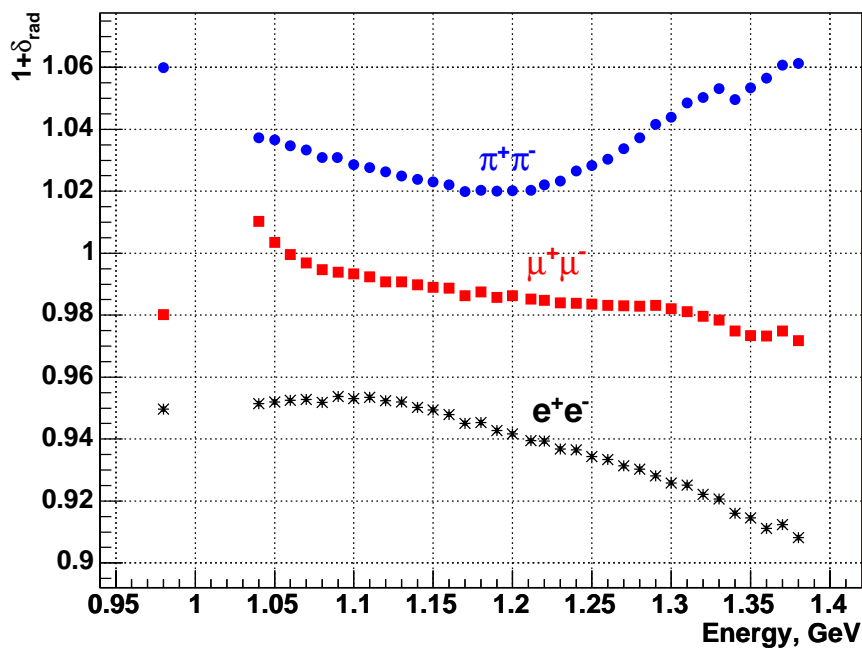


Рис. 3.14: Радиационные поправки к процессам $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$, $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ и $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ в зависимости от энергии эксперимента

ных поправок от энергии для e^+e^- и $\mu^+\mu^-$. Для процесса рождения $\pi^+\pi^-$ с увеличением энергии происходит удаление от $\rho(770)$ резонанса, поэтому вероятность сброса на него падает, а при еще более высоких энергиях сказывается влияние резонанса $\rho(1450)$.

Согласно работе [64], точность расчетов радпоправок оценивается в 0.2% для всех процессов.

Таблица 3.2: Количество вещества вакуумной трубы и первых 10 сантиметров ДК

	Be	Nb(HIGH97)	Лавсан	Газ (10 см)	Проволочки (10 см)	Сумма
$X, \text{ г/см}^2$	0.142	0.0750	0.0215	0.02	0.012	0.270
$X/X_0, 10^{-3}$	2.19	7.3	0.487	0.86	0.7	11.54

3.8 Эффективность реконструкции треков

При отборе коллинеарных событий используется только информация с дрейфовой камеры, поэтому, отобрав нужные события (тестовые события) по калориметру CsI, и проверив, есть ли в дрейфовой камере восстановленные треки, можно определить эффективность реконструкции события.

Для отбора тестовых событий применялись следующие условия отбора:

- В событии сработал заряженный триггер.
 - Как и при отборе коллинеарных событий, области по азимутальным углам, в которых присутствуют неработающие кристаллы CsI, исключались.
1. Требовался хотя бы один хороший трек, на продолжении которого в калориметре зарегистрирован кластер:
 - $|P - E_{beam}| < 3 \cdot \sigma_P$ - импульс трека должен в пределах трех стандартных отклонений соответствовать энергии пучка. Это условие необходимо для подавления фоновых событий.
 - $\rho_{dist} < 0.15$ см - трек находится вблизи оси пучков, что требуется для подавления космических событий.
 - $|\phi_{tr} \pm \delta\phi_{tr} - \phi_{cl}| < 0.075$ рад - условие того, что кластер достаточно близок к треку. Здесь $\delta\phi_{tr} = \arcsin(66.3 \text{ MeV}/P_{\perp})$ угол поворота частицы в магнитном поле, а знак перед этим слагаемым определяется знаком частицы.
 - $|\theta_{tr} - \delta\theta_{tr} - \theta_{cl}| < 0.4$ рад, где $\delta\theta_{tr} = Z_{tr}/50$ см поправка, учитывающая сдвиг точки вылета трека относительно $Z=0$. При этом Z_{tr} определяется как положение ближайшей к оси пучков точки трека.
 2. В калориметре зарегистрировано только два кластера, удовлетворяющих условиям коллинеарности:

- $||\Delta\phi_{cl}| - 2\delta\phi_{tr}| < 0.1$ рад, где поперечный импульс при вычислении $\delta\phi_{tr}$ считался равным $E_{beam} \cdot \sin(\bar{\theta}_{cl})$, $\bar{\theta}_{cl} = (\pi - \theta_{cl}^1 + \theta_{cl}^2)/2$.
- $|\Delta\theta_{cl} + 2\delta\theta_{tr}| < 0.425$ рад, где Z вершины, для вычисления $\delta\theta_{tr}$, бралось как среднее по Z_{tr} найденных хороших треков.
- $1.05 < \theta_{cl} < \pi - 1.05$, условие на полярный угол для каждого кластера.
- Напротив каждого кластера требовалось срабатывание двух слоев Z камеры, для гарантии того, что кластер появился от заряженной частицы, а не от фотона.

Эффективности реконструкции определялись для электронов ($0.5 \cdot E_{beam} < E_{cl}^{1,2} < 1.5 \cdot E_{beam}$) и минимально ионизирующих частиц ($50 \text{ МэВ} < E_{cl}^{1,2} < 150 \text{ МэВ}$). Так как ионизационные потери пионов и мюонов одинаковы, то и эффективность их восстановления в дрейфовой камере считалась одинаковой (поправка на потери пионов из-за ядерного взаимодействия вычислялась отдельно).

На тестовые события накладывались отборы, аналогичные условиям отборов коллинеарных событий (раздел 3.2). Поскольку при расчете радиационных поправок уже учитывается вероятность потери события из-за невыполнения условий на $|\Delta\theta|$, $|\Delta\phi|$ и средний импульс, то при определении эффективности реконструкции ограничения на $|\Delta\theta|$ и $|\Delta\phi|$ были убраны, а условие на средний импульс определялось как $200 \text{ МэВ}/c < (p^+ + p^-)/2 < E_{beam} + 300 \text{ МэВ}/c$. После их применения неэффективность реконструкции равна отношению количества событий не прошедших эти отборы к числу событий, прошедших отборы: $1 - \varepsilon_{reconstruction} = N_{notpass}/N_{pass}$.

Ограничение на величину энерговыделения в калориметре хорошо отбирает электроны. Минимально ионизирующие события, наряду с пионами и мюонами, включают большое количество космических событий с заметно худшей эффективностью восстановления из-за того, что их момент пролета не связан с моментом столкновения пучков. Для определения количества пучковых событий рассматривались распределения тестовых событий по Z

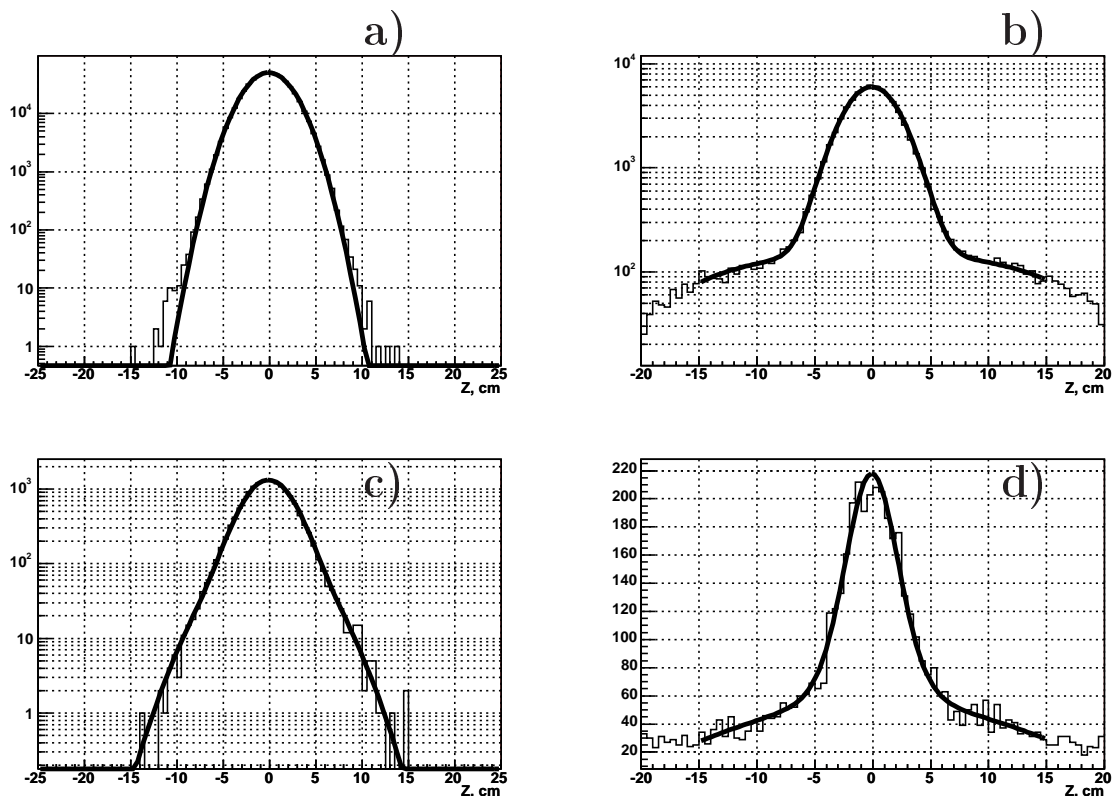


Рис. 3.15: Распределение тестовых событий по Z координате ближайшей к оси пучков точки трека. События прошедшие отборы коллинеарных частиц: (a) - e^+e^- , (b) - мюоны и пионы. События с одним нереконструированным треком, не прошедшие отборы: (c) - e^+e^- , (d) - мюоны и пионы. Линии соответствуют аппроксимациям, используемым для определения числа событий координате ближайшей к оси пучков точки трека. На рисунке 3.15 приведены эти распределения, просуммированные по всем энергетическим точкам. Предполагалось, что распределение по Z для пучковых минимально ионизирующих событий совпадает с распределением событий e^+e^- . Для определения формы распределения космических событий отбирались тестовые события с расстоянием до оси пучков в пределах $0.5 \text{ см} < \rho_{tr} < 1 \text{ см}$. Зная эти распределения, можно определить число $\mu^+\mu^-$ и $\pi^+\pi^-$ событий в тестовых событиях, как прошедших, так и не прошедших отборы.

На рисунке 3.16 приведены неэффективности реконструкции для каждой энергетической точки. Эффективность реконструкции составляет $97 \div 98\%$ за исключением двух точек, где плохо восстанавливались треки в целом

секторе дрейфовой камеры. При определении формфактора пиона играет роль только разница эффективностей регистрации разных процессов. Как показано на рисунке 3.16, разница в эффективности между электронами и мюонами составляет $0.16 \pm 0.09\%$.

На правильную реконструкцию события в дрейфовой камере влияют такие параметры, как пространственное разрешение, шумовые срабатывания проволочек и количество несработавших проволочек, причем их несрабатывание может быть связано как с неисправностью каналов электроники, так и с поглощением первичной ионизации в газе. Основными вкладами в неэффективность являются отсутствие одной вершины с двумя треками 0.3%, недостаточное число точек на треке 0.3%, сильно завышенная величина восстанавливаемого импульса 0.5% и неправильное определение заряда частицы 1.5%. Ошибка в знаке заряда обусловлена неправильным разрешением лево-правой неопределенности в дрейфовой камере КМД-2 [67], когда программа реконструкции неправильно определяет положение одного из фрагментов трека. После сшивки с фрагментом из соседнего суперслоя получаются правильные величины импульса и угла, но неправильный заряд. На таких событиях часто виден непришитый третий фрагмент трека.

На рисунке 3.17 приведена зависимость неэффективности реконструкции события в зависимости от азимутального угла ϕ и полярного угла θ . Выбросы соответствуют прохождению частицы по краю ячейки в дрейфовой камере, где на реконструкцию сильно влияет поглощение в газе и плохое пространственное разрешение восстанавливаемых точек на треке. Большой выброс на $\phi = 0.65$ радиан произошел из-за того, что под этим углом не работало несколько проволочек в одной и той же ячейке и, соответственно, эффективность нахождения фрагмента трека в этой ячейке была низкой.

3.9 Эффективность триггера

При сканировании высоких энергий, для запуска детектора использовалось совпадение сигналов заряженного триггера и триггера CsI. Заряженный триггер срабатывает на основе информации с дрейфовой и Z-камер. Так

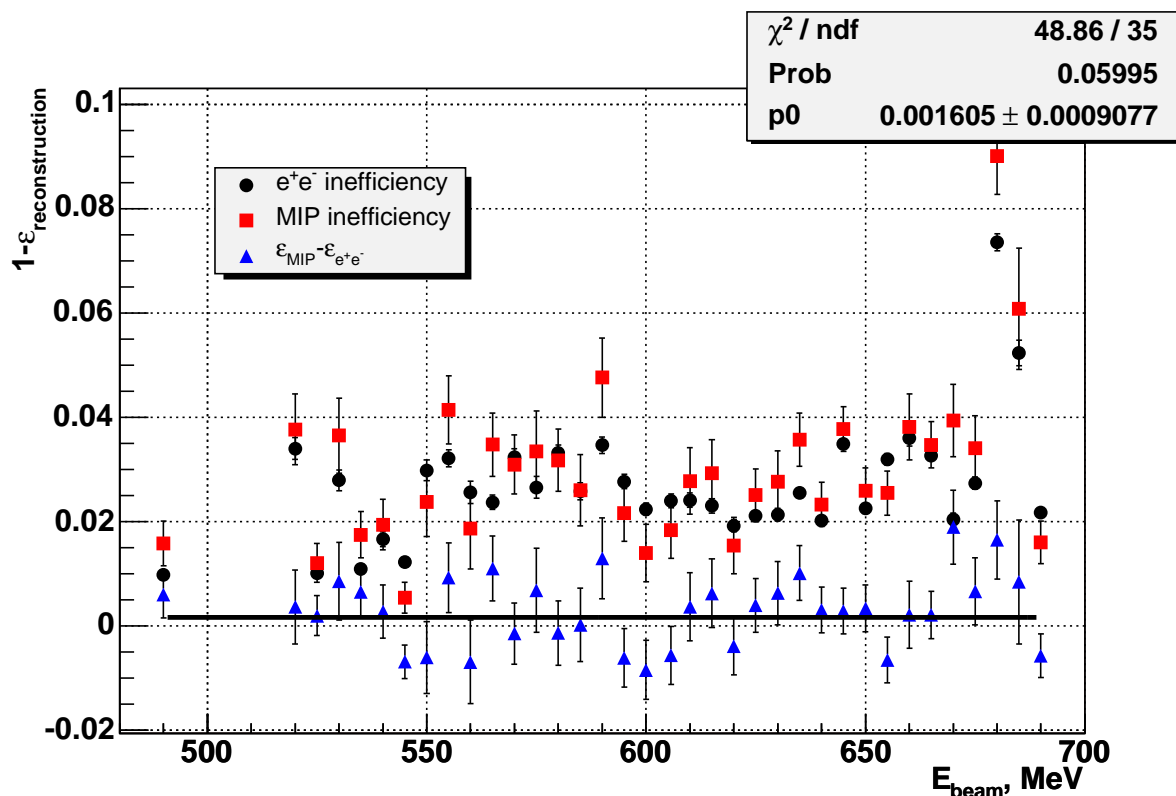


Рис. 3.16: Неэффективности реконструкции события для каждой энергетической точки. Разность неэффективностей реконструкции событий e^+e^- и $\mu^+\mu^-, \pi^+\pi^-$ приведена треугольниками

как при этих энергиях импульсы пионов, мюонов и электронов практически не отличаются друг от друга, то эффективность заряженного триггера для разных типов событий считалась одинаковой, и она сокращалась при определении формфактора пиона.

Для триггера CsI требовалось наличие энерговыделения больше 20 МэВ хотя бы в одной линейке цилиндрического калориметра. Из-за существенного различия энерговыделений пионов, мюонов и электронов, необходимо определить эффективность срабатывания триггера CsI для каждого типа частиц. Для этого использовались коллинеарные события, отобранные так, как говорилось выше. В пределах азимутального угла один радиан от точки входа частицы в калориметр проверялось наличие триггерного сигнала в линейках калориметра. Если отобрать события, в которых триггерный сигнал присутствует для треков одного знака, то по информации о наличии сигнала

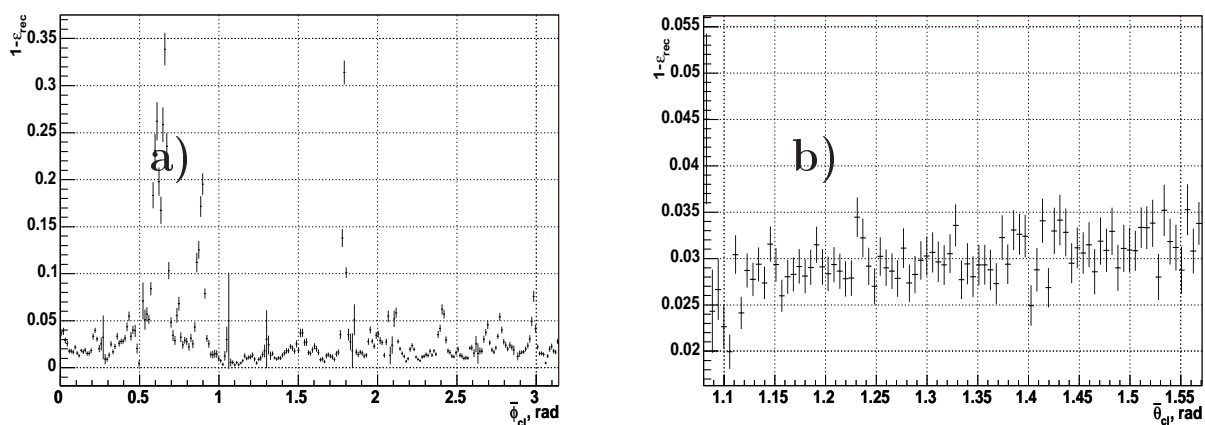


Рис. 3.17: Зависимость неэффективности реконструкции события в зависимости от азимутального угла ϕ (a), и от полярного угла θ (b)

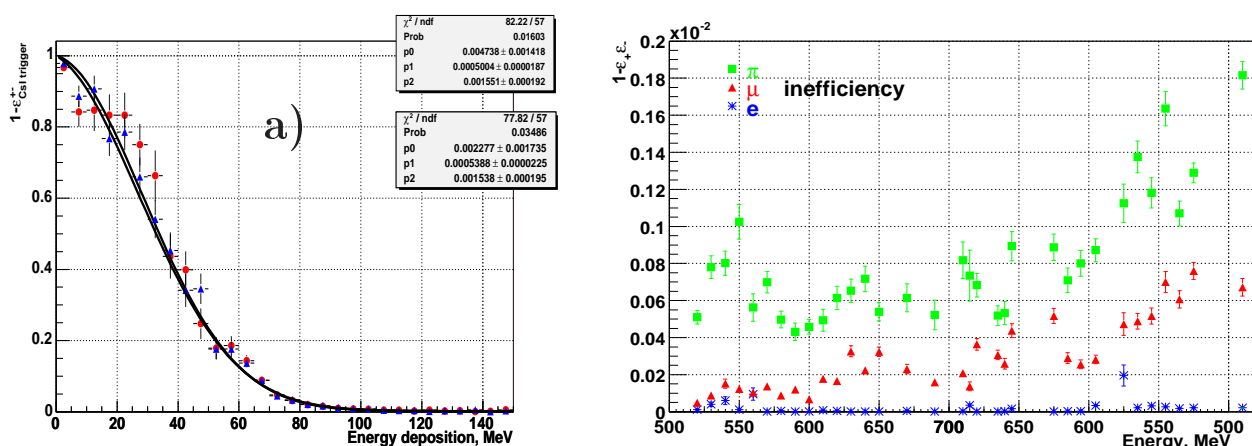


Рис. 3.18: Неэффективность триггера CsI в зависимости от энергии кластера пришитого к треку (a). Неэффективность срабатывания триггера CsI для отдельного трека в зависимости от энергии (b). Энергетические точки вдоль оси абсцисс приведены в той последовательности, в которой проводилось сканирование

ла для треков другого знака можно определить эффективность срабатывания CsI триггера. Таким образом находилась зависимость неэффективности срабатывания триггера от энергии кластера в калориметре $\epsilon(E)$, которая показана на рисунке 3.18(a). Эта зависимость сворачивалась с полученными

ми после процедуры разделения распределениями энерговыделений частиц с учетом того обстоятельства, что эти распределения уже не содержат событий, которые не дали триггерного сигнала:

$$\epsilon_+ = \int \frac{\epsilon_+(E)}{1 - \epsilon_+(E) \cdot \epsilon_-} \cdot f_{type}^+(E) dE.$$

Таким образом определяется неэффективность ϵ для частиц каждого знака и полная эффективность CsI триггера $1 - \epsilon_+ \epsilon_-$. Величина неэффективности приведена на рисунке 3.18(b) и не превышает 0.2%. На графике видно увеличение неэффективности в процессе сканирования, которое велось сначала от малых энергий пучков к большим, а потом обратно.

3.10 Анализ фоновых событий

Основными источниками фона для процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ являются реакции $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$, $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ и $e^+e^- \rightarrow K^+K^-$. Их вклад определялся на основе моделирования, причем для событий $\pi^+\pi^-\pi^0$ использовалась модель их рождения через промежуточные состояния $\rho - \pi$ [68], а $\pi^+\pi^-\pi^0$ события разыгрывались по фазовому объему. Определялась эффективность с которой события этих процессов удовлетворяют условиям отбора коллинеарных событий и, после нормировки на сечения из работ [69, 70], находился их вклад в формфактор пиона, приведенный на рисунке 3.19.

Количество событий K^+K^- , проходящих отбор по среднему импульсу, зависит только от разрешения дрейфовой камеры. Поэтому, для проверки правильности моделирования, разрешение дрейфовой камеры определялось из экспериментальных, отобранных по калориметру событий e^+e^- , и пересчитывалось для импульсов каонов ($\sigma_P/P \sim P$). Сравнение с моделированием доли событий K^+K^- проходящих отборы коллинеарных событий, приведено на рисунке 3.20(a). Оба метода: полное моделирование каонов и пересчет разрешения в дрейфовой камере из экспериментальных событий e^+e^- согласуются в пределах 0.4%.

Зависимость вкладов фоновых процессов от энергии обусловлена двумя факторами: при увеличении энергии увеличивается сечение фоновых про-

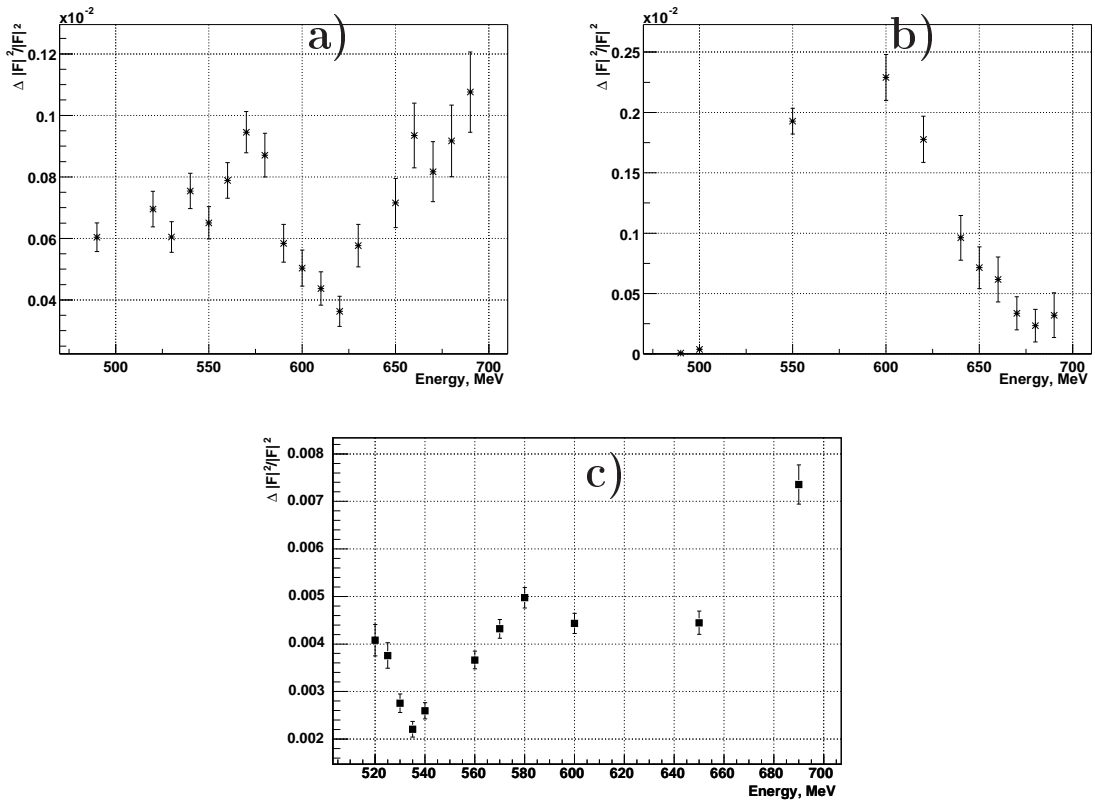


Рис. 3.19: Поправка к формфактору пиона от фоновых процессов $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ (a), $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$ (b) и $e^+e^- \rightarrow K^+K^-$ (c)

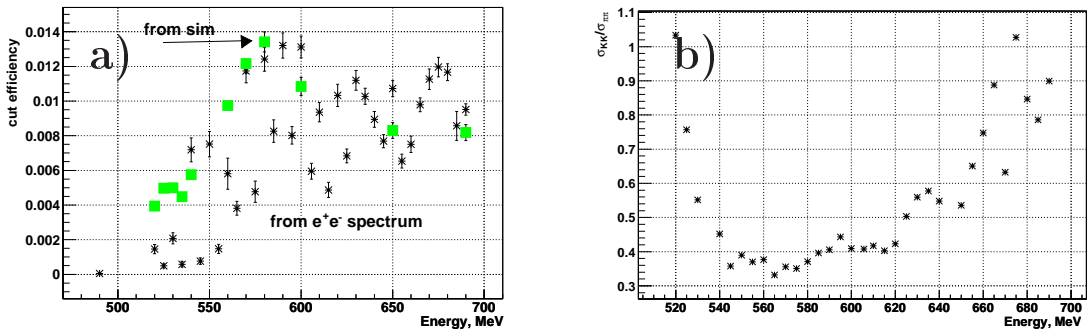


Рис. 3.20: Доля каонов, проходящих отборы (a). Отношение сечения рождения каонов к сечению рождения пионов (b)

цессов относительно сечения $\pi^+\pi^-$ и уменьшается эффективность прохождения условий отбора для коллинеарных событий из-за ужесточения отбора по импульсу. Как видно из рисунков 3.19, относительный вклад этих процессов не превышает 0.8%.

3.11 Систематическая ошибка

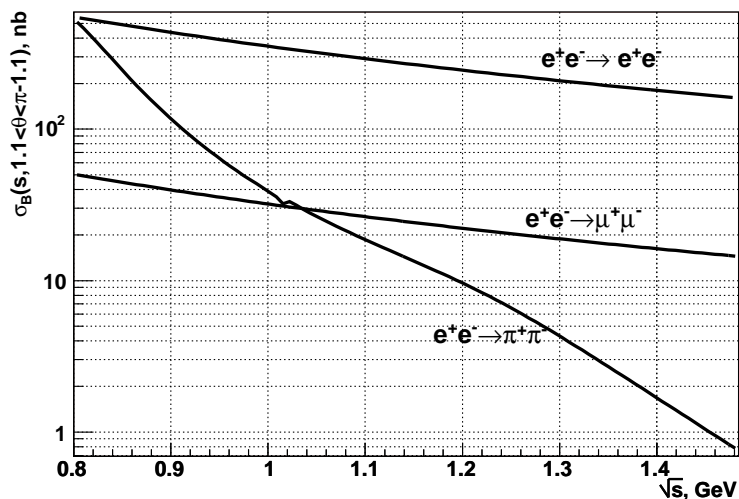


Рис. 3.21: Сечение коллинеарных процессов в области углов $1.1 < \theta < \pi - 1.1$

На рисунке 3.21 приведены зависимости от энергии в с.ц.м. сечений процессов $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$, $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ и $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ в области полярных углов $1.1 < \theta < \pi - 1.1$. Отношение числа мюонов к числу пионов изменяется от 0.7 до 7 при изменении энергии в с.ц.м. от 0.98 до 1.38 ГэВ. Так как мюоны и минимально ионизирующие пионы имеют одинаковые энергывыделения, то неправильное определение числа мюонов прямо влияет на определяемое число пионов. Таким образом, основной вклад в систематическую ошибку формфактора дает ошибка в определении количества мюонов, которая при максимальной энергии эксперимента увеличивает в 7 раз свой относительный вклад в неопределенность числа пионов.

Поскольку формфактор пиона пропорционален отношению $N_\pi/(N_\mu + N_e)$, то соответствующий вклад в систематическую ошибку формфактора можно записать в виде: $-(\Delta_\mu - \Delta_e) \cdot N_\mu/N_\pi + \Delta_e - \Delta_\pi$, где Δ - относительная ошибка определения соответствующего количества частиц на основе видимых сечений рождения. В этом выражении $(\Delta_\mu - \Delta_e) \cdot N_\mu$ - ошибка используемого при разделении количества мюонов из-за неправильно зафиксированного отношения N_μ/N_π , по выражению (3.1). Последнее слагаемое $(\Delta_e - \Delta_\pi)$ связано с пересчетом найденного отношения $N_\pi/(N_\mu + N_e)$ в форм-

Таблица 3.3: Вклад различных факторов в систематическую ошибку. Приведенный интервал соответствует сканируемому диапазону энергий

Источник ошибки	Величина ошибки $\sqrt{s} = 1.04 \div 1.38$ ГэВ
Телесный угол регистрации	0.2÷0.5 %
Эффективность регистрации	0.5÷2 %
Потеря пионов	0.2 %
Тормозное излучение e^+e^- на трубе	0.05÷1.7 %
Радиационные поправки	0.5÷2 %
Фоновые события	0.6÷1.6 %
Калибровка энергии	0.7÷1.1 %
Процедура разделения частиц	0.2÷1.5 %
	1.2 ÷ 4.2 %
Статистическая ошибка в точке	5 ÷ 13 %

фактор пиона в соответствие с выражением (3.3).

Суммарная величина систематической ошибки не превышает трети от статистической ошибки в каждой экспериментальной точке. Основные вклады в систематическую ошибку приведены в таблице 3.3 и описаны ниже.

Телесный угол регистрации. Важным фактором, который определяет точность измерения полярного угла вылета частицы, является точность измерения Z -координаты в Z -камере. Согласно работе [47], систематическая ошибка определения Z -координаты в ней составляет 0.1 мм. При длине трека ~ 30 см это ведет к систематической ошибке определения полярного угла $3 \cdot 10^{-4}$ радиан, а систематический сдвиг сечения e^+e^- составит 0.1%, $\mu^+\mu^- \sim 0.07\%$ и $\pi^+\pi^- \sim 0.05\%$.

Из-за того, что $\frac{d\sigma(\theta)}{d\theta} \neq const$, конечное угловое разрешение детектора приводит к смещению измеряемого видимого сечения на величину $\Delta\sigma(\theta) = \frac{1}{2}\sigma_\theta^2 \cdot d^2\sigma(\theta)/d^2\theta$. При разрешении по полярному углу 0.01 радиан, количество отбираемых событий e^+e^- изменяется на 0.09%, $\mu^+\mu^- \sim 0.0014\%$, и

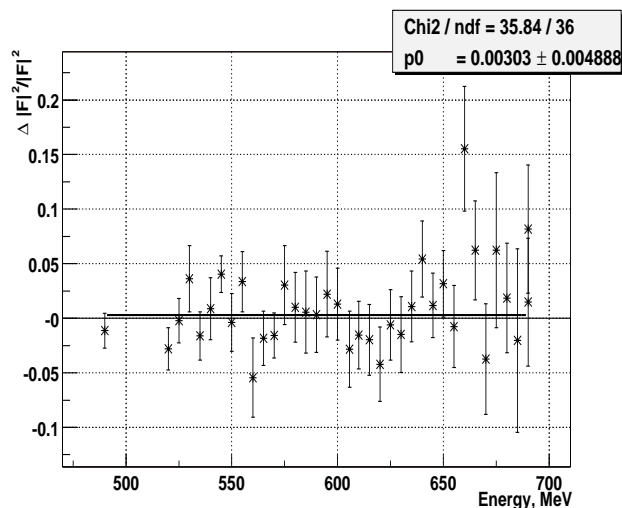


Рис. 3.22: Относительная разница значений формфактора измеренного при $\theta_{min} = 1.0$ и 1.1 радиан

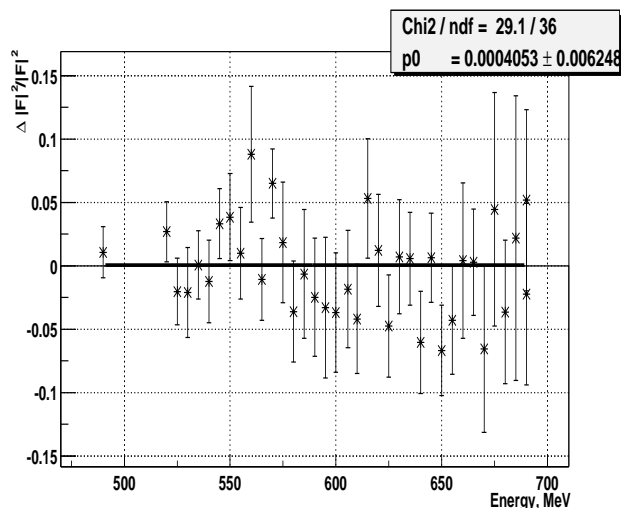


Рис. 3.23: Относительная разница значений формфактора при $\rho_{min} = 0.15$ и 0.5 см

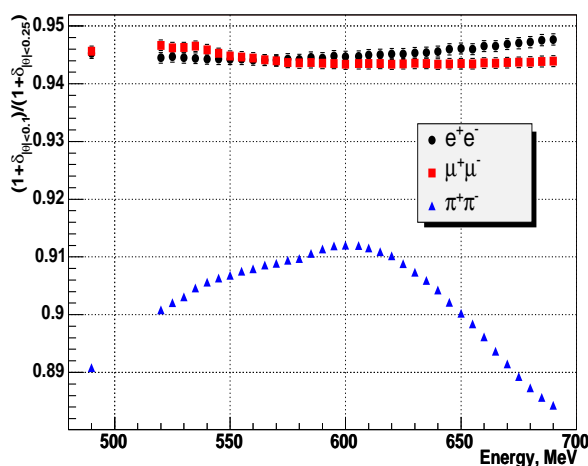


Рис. 3.24: Различие радиоправки при $|\Delta\theta| = 0.25$ и 0.1

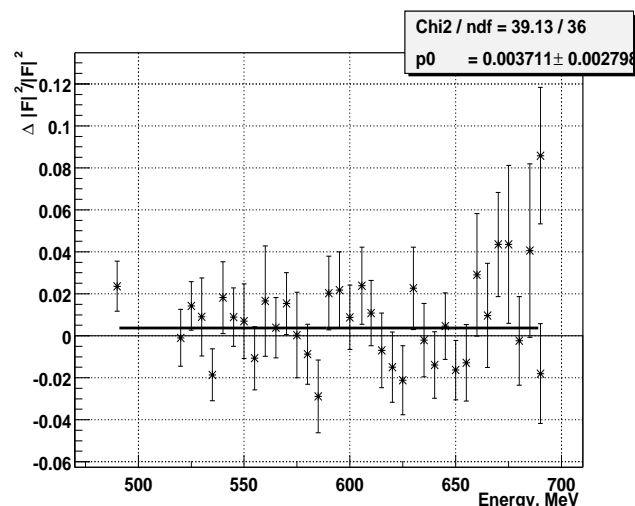


Рис. 3.25: Относительная разница значений формфактора при $|\Delta\theta| = 0.25$ и 0.1

$\pi^+\pi^- \sim -0.013\%$. Угловое разрешение учитывается при расчете радиационной поправки, и при данных величинах поправки точность определения углового разрешения не дает вклад в систематическую ошибку. Для проверки влияния на величину формфактора пиона условий отбора на полярный угол вылета частиц производилась процедура разделения процессов при уг-

лах $\theta_{min}=1.1$ и 1.0 радиан. Относительная разница в получаемом формфакторе приведена на рисунке 3.22 и равна $0.3 \pm 0.5\%$, что согласуется с нулем.

Эффективность регистрации. Как было показано в разделе 3.11, неэффективность реконструкции треков составляет 2-3%. Поскольку величина формфактора определяется из отношений сечений, то важна только разница эффективностей реконструкции между электронами и минимально ионизирующими частицами, величина которой составляет $\varepsilon_\mu - \varepsilon_e = 0.16 \pm 0.09\%$. Вклад в систематическую ошибку, связанный с неточностью знания эффективности реконструкции оценивается в 0.2% .

Потеря пионов. Поправка на потерю пионов из-за ядерных взаимодействий и распадов на лету определялась из моделирования, сравнением количества отбираемых пионов с включенным и выключенным ядерным взаимодействием. Величина поправки приведена на рисунке 3.11. Ядерные взаимодействия моделировались с помощью пакета FLUKA [71]. Систематическая ошибка определения поправки на потерю пионов оценена из экспериментальной точности сечений ядерных взаимодействий ($\sim 10\%$), используемых в этом пакете и составляет 0.2% .

Тормозное излучение e^+e^- на вакуумном промежутке. Как упоминалось выше, величина поправки на тормозное излучение электронов составляет $\sim 0.5 \div 2.5\%$ (Рис. 3.13). Точность ее учета оценивается в 10% . Соответствующий вклад в систематическую ошибку формфактора составляет $\sim 0.05 \div 1.7\%$.

Радиационные поправки. Точность формул, использованных для расчета радиационных поправок, оценивается в 0.2% для каждого процесса [64]. Систематические ошибки вычислений радиационных поправок для разных процессов считались независимыми.

Для проверки правильности расчета радпоправок, изучалась стабильность величины формфактора при изменении критерия отбора по $\Delta\theta$ кол-

линейных событий с $|\Delta\theta| < 0.25$ на $|\Delta\theta| < 0.1$. На рисунках 3.24 и 3.25 приведены относительные изменения радиоправок и формфактора при таком изменении условий отбора. Как видно из рисунков, при изменении величины радиационной поправки $5 \div 10\%$, формфактор меняется на $0.4 \pm 0.3\%$, что совместимо с нулем.

Фоновые события. Вклад неколлинеарных процессов не превышает 0.3% (Рис. 3.19). Более критичным является вклад процесса рождения пары K^+K^- , величина которого определяется разрешением дрейфовой камеры. Величина поправки составляет $0.4 \div 0.7\%$. Точность оценки эффективности прохождения событиями K^+K^- условий отбора оценивается на уровне 0.3% , при величине самой эффективности $0.4 \div 1.5\%$. Суммарный вклад от фоновых физических процессов в систематическую ошибку оценивается в $\sim 0.3\%$.

Правильность определения числа космических событий контролировалась по распределению вершины события вдоль оси пучков. По этому распределению определялось число космических и физических событий. Форма распределения событий по координате вершины для физических и космических событий определялась так же, как при расчете эффективности реконструкции треков (Рис. 3.15). Разница получаемого числа космических событий по сравнению с методом, описанным в разделе 3.3, составляет $0.5 \div 1.6\%$. Эта величина взята в качестве оценки систематической ошибки.

Вклад космических событий зависит от отбора по минимальному расстоянию от трека до оси пучков ρ_{vtx} . Процедура разделения проводилась для значений этого параметра 0.15 и 0.5 см. Относительная разница значения полученного формфактора приведена на рисунке 3.23 и составляет $0.04 \pm 0.6\%$

Калибровка энергии. Неточность установки энергии пучков без применения метода резонансной деполяризации не превышает $\Delta E/E \sim 10^{-3}$. Отношение N_μ/N_e используемое при минимизации, слабо зависит от энергии. Для такой точности установки энергии пучка, изменение этого отношения

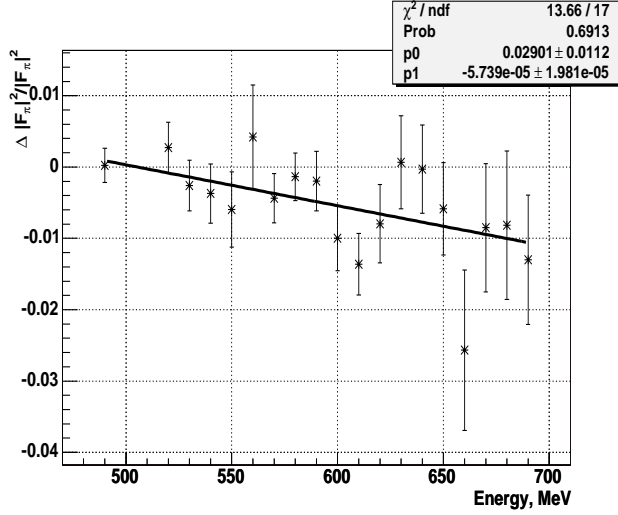


Рис. 3.26: Систематический сдвиг формфактора, связанный с процедурой минимизации

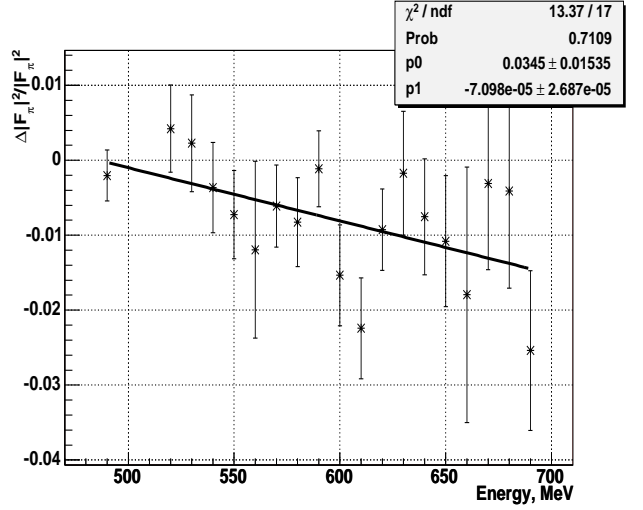


Рис. 3.27: Разница в значениях формфакторов получаемых при разделении моделируемых событий по отношению к использованному в первичном генераторе

не превышает 0.04%. Нормировочный коэффициент в формуле (3.3) для отношения $(\sigma_{e^+e^-} + \sigma_{\mu^+\mu^-})/\sigma_{\pi^+\pi^-}$ меняется при указанном сдвиге энергии на $0 \div 0.12\%$. Таким образом, калибровка энергии не вносит неточность в саму процедуру определения формфактора, а только в значение энергии, для которой формфактор определяется. Систематическая ошибка, связанная с калибровкой энергии равна, $d|F_\pi(E)|^2/dE \cdot \Delta E$ и составляет $0.7 \div 1.1 \%$.

Процедура разделения частиц. Методика разделения проверялась с помощью моделирования событий e^+e^- , $\mu^+\mu^-$ и $\pi^+\pi^-$ при ослабленных кинематических условиях отбора ($|\Delta\theta| < 0.5$, $|\Delta\phi| < 0.3$, $\theta_{min} = 1$). В каждой энергетической точке моделировалось 28 наборов данных. Количество моделируемых событий было пропорционально сечению их рождения в этих условиях, и в каждом наборе данных количество событий примерно совпадает с экспериментально зарегистрированным числом. Для учета влияния эффективности регистрации на величину формфактора, значение величины поглощения первичной ионизации в газе выбиралось равным наибольшей из

наблюдаемых в эксперименте, поскольку чувствительность проверки в этом случае максимальна.

На рисунке 3.26 приведено относительное изменение формфактора, полученного в результате разделения моделируемых событий, когда число событий каждого типа заранее известно. Приведенные ошибки соответствуют ошибкам среднего по нескольким наборам данных. Точность разделения при самой большой энергии равна примерно 1%.

Так как количество моделируемых событий каждого типа было пропорциональным сечению соответствующего процесса, то в таком моделировании можно проверить правильность учета всех применяемых поправок. В моделировании учитывались поправки на потерю пионов из-за ядерного взаимодействия, учитывались энергетические потери электронов на трубе, разрешение дрейфовой камеры при расчете радипоправок, вычислялась эффективность регистрации (разница эффективностей регистрации e^+e^- и $\mu^+\mu^-, \pi^+\pi^-$ в моделировании составила $\varepsilon_{MIP} - \varepsilon_{e^+e^-} = 0.189 \pm 0.004\%$). На рисунке 3.27 приведено отличие величины получаемого формфактора от ожидаемого, которое закладывалось в моделирование. Величина расхождения при самой большой энергии составляет 1.5%, из которых 1% это вклад от процедуры разделения (Рис. 3.26), а оставшиеся 0.5% характеризуют систематическую точность учета перечисленных поправок.

3.12 Формфактор пиона

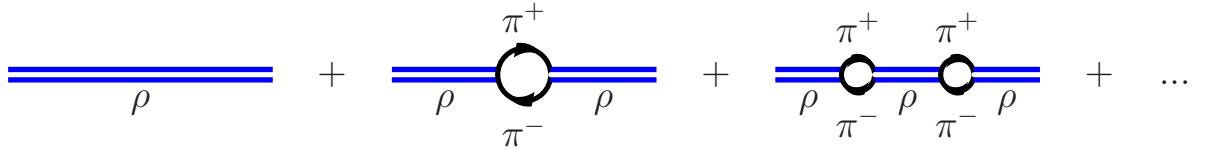
В Таблице 3.7 для каждой энергетической точки приведены измеренные значения формфактора пиона и сечение рождения пионов $\sigma_{\pi\pi(\gamma)}^{bare}$ с излучением фотона в конечном состоянии (формула 4.13) и убранной вакуумной поляризацией промежуточного фотона (Глава 4).

В общем виде резонанс можно записать в виде [72]:

$$F_{\pi}^{\rho}(s) = \frac{m_{\rho}^2 - \text{Re}\mathcal{A}(0)}{m_{\rho}^2 - s - \text{Re}\mathcal{A}(s) - i\text{Im}\mathcal{A}(s)}, \quad (3.4)$$

что отображает аналитичность комплексной функции, и условие нормировки $F_{\pi}(0) = 1$. Причем амплитуда $\mathcal{A}(s)$ – массовый оператор, соответствует вставке одной адронной петли в пропагатор ρ мезона.

Выражение (3.4) получается при суммировании всех петель:



$$F_{\pi}^{\rho}(s) = \frac{m_{\rho}f_{\rho}}{\sqrt{2}(m_{\rho}^2 - s)} \sum_{n=0..{\infty}} \left(\mathcal{A}(s) \frac{1}{m_{\rho}^2 - s} \right)^n g_{\rho\pi\pi} = \frac{f_{\rho}g_{\rho\pi\pi}}{\sqrt{2}m_{\rho}} \frac{m_{\rho}^2}{m_{\rho}^2 - s - \mathcal{A}(s)}, \quad (3.5)$$

в этих диаграммах ρ мезон имеет нулевую ширину. Ширина резонанса генерируется вкладом многоадронных состояний в пропагатор этого резонанса. Причем из условия унитарности: $2\text{Im}\mathcal{M}_{ii}(s) = (2\pi)^4 \sum_n \delta^{(4)}(P_f - P_n) \mathcal{M}_{ni}^* \mathcal{M}_{ni}$, следует что $\text{Im}\mathcal{A}(s) = \sqrt{s}\Gamma(s)$.

В литературе принято несколько видов описания резонансов:

- Простейший случай $\text{Im}\mathcal{A}(s) = \text{const}$, что приводит к обычному Брейт-Вигнеру с постоянной шириной.
- $\text{Im}\mathcal{A}(s) = \sqrt{s}\Gamma(s)$ и опускается реальная часть $\mathcal{A}(s)$ ($\text{Re}\mathcal{A}(s) = 0$): такая параметризация обычно используется при аппроксимации резонансов, где зависимость ширины от энергии включает возможные каналы распадов. $\Gamma(s)$ – соответствует ширине, которую резонанс будет

иметь если бы его масса была \sqrt{s} . В применении к формфактору пиона используется только распад ρ на 2π и ширина записывается в соответствие с формулой (3.13). При $\text{Re}\mathcal{A}^{(2\pi)}(s) = 0$, такую параметризацию в литературе обычно называют параметризацией Кюн-Сантамария[73].

- Параметризация Гунарис-Сакураи учитывает также реальную часть $\text{Re}\mathcal{A}^{(2\pi)}(s)$, где мнимая часть берется такой же как и для параметризации Кюн-Сантамария.

Реальную часть амплитуды $\mathcal{A}(s)$ можно вычислить из ее мнимой составляющей на основе дисперсионного соотношения с двумя вычитаниями на $s = 0$:

$$\mathcal{A}(s) = \mathcal{A}(0) + s \frac{d\mathcal{A}(0)}{ds} + \frac{s^2}{\pi} \int_{4m_\pi^2}^{\infty} ds' \frac{\text{Im}\mathcal{A}(s')}{s'^2(s' - s - i\epsilon)}. \quad (3.6)$$

Более того, два вычитаемых коэффициента фиксируются с помощью нормировочных условий на массу и ширину ρ мезона: $\text{Re}\mathcal{A}(m_\rho^2) = 0$ и $\frac{d}{ds}\text{Re}\mathcal{A}(m_\rho^2) = 0$. Два вычитания необходимы для того, чтобы когда берется замкнутый интеграл по бесконечности, его вклад был равен нулю при зависимости ширины от энергии в случае двух пионов ($\Gamma^{\pi^+\pi^-}(s) \sim \sqrt{s} \rightarrow \text{Im}\mathcal{A}(s' \rightarrow \infty) \sim s'$):

$$\oint_{|s'| \rightarrow \infty, \arg s' = \{0, \pi\}} \text{Im}\mathcal{A}(s')/s'^3 \cdot ds' \sim 1/s' \rightarrow 0$$

Для описания поведения формфактора от энергии, как основная модель, использовалась параметризация Гунариса-Сакураи [74]. Для описания данных в интервале $\sqrt{s} = 360 \div 1380$ МэВ, кроме вклада от $\rho(770)$ мезона учитывалась его интерференция с ω и ϕ мезонами, а также вклады возбужденных состояний ρ мезона - $\rho(1450)$ и $\rho(1700)$. Пионный формфактор записывался в виде [19]:

$$|F_\pi(s)|^2 = \left| \left(\text{BW}_{\rho(770)}^{\text{GS}}(s) \cdot \left(1 + \delta_\omega \frac{s}{m_\omega^2} \text{BW}_\omega(s) + \delta_\phi \frac{s}{m_\phi^2} \text{BW}_\phi(s) \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + \beta \text{BW}_{\rho(1450)}^{\text{GS}}(s) + \gamma \text{BW}_{\rho(1700)}^{\text{GS}}(s) \right) / (1 + \beta + \gamma) \right|^2, \quad (3.7)$$

где $\delta_\omega, \delta_\phi, \beta$ и γ — параметры модели, описывающие относительные вклады $\rho - \omega$, $\rho - \phi$ интерференций и состояний $\rho(1450)$ и $\rho(1700)$.

Вклад ρ -мезонов $\text{BW}_{\rho(m_\rho)}^{\text{GS}}$ параметризовался согласно работе Гунариса и Сакураи [74]:

$$\text{BW}_{\rho(m_\rho)}^{\text{GS}} = \frac{m_\rho^2 (1 + d \cdot \Gamma_\rho / m_\rho)}{m_\rho^2 - s + f(s) - i\sqrt{s}\Gamma_\rho(s)}, \quad \text{где} \quad (3.8)$$

$$f(s) = \Gamma_\rho \frac{m_\rho^2}{p_\pi^3(m_\rho^2)} \left[p_\pi^2(s) (h(s) - h(m_\rho^2)) + (m_\rho^2 - s) p_\pi^2(m_\rho^2) \frac{dh}{ds} \Big|_{s=m_\rho^2} \right], \quad (3.9)$$

$$h(s) = \frac{2 p_\pi(s)}{\pi \sqrt{s}} \ln \frac{\sqrt{s} + 2p_\pi(s)}{2m_\pi}, \quad (3.10)$$

$$\frac{dh}{ds} \Big|_{s=m_\rho^2} = h(m_\rho^2) \left[\frac{1}{8p_\pi^2(m_\rho^2)} - \frac{1}{2m_\rho^2} \right] + \frac{1}{2\pi m_\rho^2}, \quad (3.11)$$

$$p_\pi(s) = \frac{1}{2} \sqrt{s - 4m_\pi^2}, \quad (3.12)$$

Зависимость ширины резонанса от энергии записывается следующим образом

$$\Gamma_\rho(s) = \Gamma_\rho \left[\frac{p_\pi(s)}{p_\pi(m_\rho^2)} \right]^3 \frac{m_\rho^2}{s}, \quad (3.13)$$

что соответствует изменению фазового объема двух конечных пионов в P -волне. $f(s)$ соответствует $\text{Re}\mathcal{A}(s)$ из дисперсионного соотношения (3.6) при данной зависимости ширины от энергии.

Требование нормировки $\text{BW}_{\rho(m_\rho)}^{\text{GS}}(0) = 1$ определяет значение параметра d :

$$d = \frac{f(0)}{\Gamma_\rho m_\rho} = \frac{3}{\pi} \frac{m_\pi^2}{p_\pi^2(m_\rho^2)} \ln \frac{m_\rho + 2p_\pi(m_\rho^2)}{2m_\pi} + \frac{m_\rho}{2\pi p_\pi(m_\rho^2)} - \frac{m_\pi^2 m_\rho}{\pi p_\pi^3(m_\rho^2)}. \quad (3.14)$$

Для описания вкладов от ω, ϕ резонансов, из-за их малой ширины, использовалась параметризация Брейт-Вигнера с постоянной шириной:

$$\text{BW}_V(s) = \frac{m_V^2}{m_V^2 - s - i \cdot m_V \cdot \Gamma_V}.$$

При этом предполагалось, что прямой распад $\omega, \phi \rightarrow \pi^+ \pi^-$ отсутствует, поэтому для описания вкладов ω и ϕ мезонов использовалось произведение пропагаторов $\text{BW}_V(s) \cdot \text{BW}_{\rho(770)}^{\text{GS}}(s)$,

Для связи константы δ_ω с относительной вероятностью распада $Br(\omega \rightarrow \pi^+\pi^-)$ в выражении (3.7) выделяется резонансная часть, соответствующая ω мезону, которая, согласно модели векторной доминантности, имеет вид:

$$F_\pi(s)|_{s \approx m_\omega^2} = \frac{g_\omega \gamma g_{\omega\pi\pi}}{m_\omega^2 - s - im_\omega \Gamma_\omega}. \quad (3.15)$$

Сравнивая (3.7) и (3.15), получаем

$$g_\omega \gamma g_{\omega\pi\pi} = m_\omega^2 \frac{\delta_\omega}{1 + \beta + \gamma} BW_{\rho(770)}^{GS}(m_\omega^2). \quad (3.16)$$

Используя соотношения модели векторной доминантности [75]:

$$\Gamma_{V \rightarrow e^+e^-} = \frac{4\pi\alpha^2}{3M_V^3} g_{V\gamma}^2, \quad \Gamma_{V \rightarrow \pi^+\pi^-} = \frac{g_{V\pi\pi}^2 p_\pi^3 (M_V^2)}{6\pi M_V^2} \quad (3.17)$$

получаем выражение для вклада ω мезона через ширину распада в два пиона:

$$\delta_\omega = \frac{|1 + \beta + \gamma|}{|BW_{\rho(770)}^{GS}(m_\omega^2)|} \cdot \sqrt{Br(\omega \rightarrow \pi^+\pi^-) \cdot Br(\omega \rightarrow e^+e^-) \frac{9m_\omega \Gamma_\omega^2}{2\alpha^2 p_\pi^3(m_\omega^2)}} \cdot e^{i \cdot \arg \delta_\omega}, \quad (3.18)$$

вклад ϕ мезона записывается аналогично.

При аппроксимации фиксировались следующие параметры ω и ϕ мезонов взятые из Particle Data Group 2006 [56]:

- Масса ω мезона: $m_\omega = 782.65 \pm 0.12$ МэВ/ c^2
- Ширина ω мезона: $\Gamma_\omega = 8.49 \pm 0.08$ МэВ
- Лептонная ширина ω мезона: $Br(\omega \rightarrow e^+e^-) = (7.18 \pm 0.12) \cdot 10^{-5}$
- $m_\phi = 1019.460 \pm 0.019$ МэВ/ c^2
- $\Gamma_\phi = 4.26 \pm 0.05$ МэВ
- $Br(\phi \rightarrow e^+e^-) = (2.97 \pm 0.04) \cdot 10^{-4}$, $Br(\phi \rightarrow \pi^+\pi^-) = (7.3 \pm 1.3) \cdot 10^{-5}$
- $\arg \delta_\phi = \pi$ рад

Для проверки влияния экспериментальной точности фиксируемых величин, масса и ширина ω мезона отпускались в соответствие с их точностью: соответствующая добавка к $\Delta\chi^2 = (m_\omega - m_\omega^{pdg})^2/\sigma_{m_\omega}^2 + (\Gamma_\omega - \Gamma_\omega^{pdg})^2/\sigma_{\Gamma_\omega}^2$. Изменение параметров модели было незначительным и в среднем величины изменялись на $\Delta\Gamma_{\rho(770)} \sim -0.1$ МэВ, $\Delta \arg \delta_\phi \sim 0.01$ рад, $\Delta m_\omega \sim 0.05$ МэВ/ c^2 , $\Delta\chi^2 \sim -0.2$. Ниже все аппроксимации производились со строго зафиксированными величинами из [56].

Для аппроксимации использовались все данные по формфактору с детектора КМД-2, и чтобы описать $\rho(1700)$ были добавлены данные DM2 [12]. Результаты аппроксимации экспериментальных данных приведены на рисунке 3.29 а также на рисунке 3.30 приведено сравнение с другими экспериментами относительно функции аппроксимации по данным КМД-2. В таблице 3.4 приведены измеренные в данной работе значения формфактора пиона $|F_\pi|^2$ и сечение процесса $e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \pi^+\pi^-(\gamma)$.

Описание формфактора пиона в виде записанном в формуле (3.7), где ρ' и ρ'' мезоны описываются параметризацией Гунарис-Сакураи, предполагает что возбужденные состояния ρ мезона могут распадаться только в $\pi^+\pi^-$. Такая параметризация достаточна популярна во многих работах [76, 19, 1] и уже позволяет хорошо описывать формфактор пиона. С другой стороны в распадах ρ' доминирует распад на 4π в конечном состоянии, что сильно меняет зависимость ширины ρ' от энергии, и в принципе может повлиять на получаемые параметры $\rho(770)$. Чтобы посмотреть как ведут себя получаемые параметры ρ мезонов, был добавлен распад на 4π в зависимость ширины распада ρ' и ρ'' от энергии:

$$\Gamma_{\rho'}(s) = \Gamma^{\pi^+\pi^-}(s) \cdot C_{VPP}^2(s) + \Gamma^{\omega\pi^0}(s) \cdot C_{VVP}^2(s) + \Gamma^{4\pi}(s) \cdot C_{4\pi}^2(s), \quad (3.19)$$

где $\Gamma^{\pi^+\pi^-}(s)$ соответствует формуле (3.13), в которой $\Gamma_{\rho'}$ заменено на $Br(\rho' \rightarrow \pi^+\pi^-) \cdot \Gamma_{\rho'}$.

Поскольку ширина распада ω мезона мала, то зависимость $\Gamma^{\omega\pi^0}(s)$ была взята в соответствие с Р-волной распада векторной частицы на вектор и

псевдоскаляр:

$$\Gamma^{\omega\pi^0}(s) = Br(\rho' \rightarrow \omega\pi^0) \cdot \Gamma_{\rho'} \left[\frac{q(s)}{q(m_{\rho'}^2)} \right]^3,$$

где $q(s) = \sqrt{(s - (m_\omega + m_\pi)^2) \cdot (s - (m_\omega - m_\pi)^2)/(4s)}$ — импульс конечных частиц в системе покоя.

Распад $\rho \rightarrow 4\pi$ идет в основном через промежуточное состояние $a_1(1260)\pi$, и поскольку ширина $a_1(1260)$ мезона большая $\sim 250 \div 600$ МэВ, то зависимость ширины $\Gamma^{4\pi}(s)$ была взята в предположение распада в 4π по фазовому объему, без промежуточной динамики:

$$\begin{aligned} \Gamma^{4\pi}(s) &= Br(\rho' \rightarrow 4\pi) \cdot \Gamma_{\rho'} \frac{W_{4\pi}(s)}{W_{4\pi}(m_{\rho'}^2)}, \\ W_{4\pi}(s) &= \frac{(2\pi)^4}{2\sqrt{s}} \Phi_4(s_n) = \frac{(2\pi)^4}{2\sqrt{s}} \int \delta^4(P - \sum p_i) \prod \frac{d^3 p_i}{(2\pi)^3 2E_i}. \end{aligned} \quad (3.20)$$

Фазовый объем считался по рекурсивной формуле [77]:

$$\Phi_n(s_n) = \frac{1}{8\pi^2 \sqrt{s_n}} \int_{(n-1)^2 m_\pi^2}^{(\sqrt{s_n} - m_\pi)^2} q(s_n | m_\pi, \sqrt{s_{n-1}}) \Phi_{n-1}(s_{n-1}) ds_{n-1}$$

Для ограничения роста ширины с энергией, вводился барьерный фактор Блатт-Вейскопф аналогично работе [78], так, чтобы $\sqrt{s} \cdot \Gamma(s) \rightarrow const$ при $s \rightarrow \infty$:

$$\begin{aligned} C_{VPP}(s) &= \sqrt{\frac{1 + (r_0 p(m_V^2))^2}{1 + (r_0 p(s))^2}}, \\ C_{VVP}(s) &= \frac{1 + r_0^2 q^2(m_V^2)}{1 + r_0^2 q^2(s)}, \\ C_{4\pi}(s) &= \frac{1 + r_0^2 \cdot (m_V^2 - (4m_\pi)^2)^2/4}{1 + r_0^2 (s - (4m_\pi)^2)^2/4}, \end{aligned}$$

где r_0 - эффективный радиус взаимодействия был взят 2.5 ГэВ^{-1} , причем характерные величины которые встречаются в других работах $2 \div 4 \text{ ГэВ}^{-1}$ [79, 80].

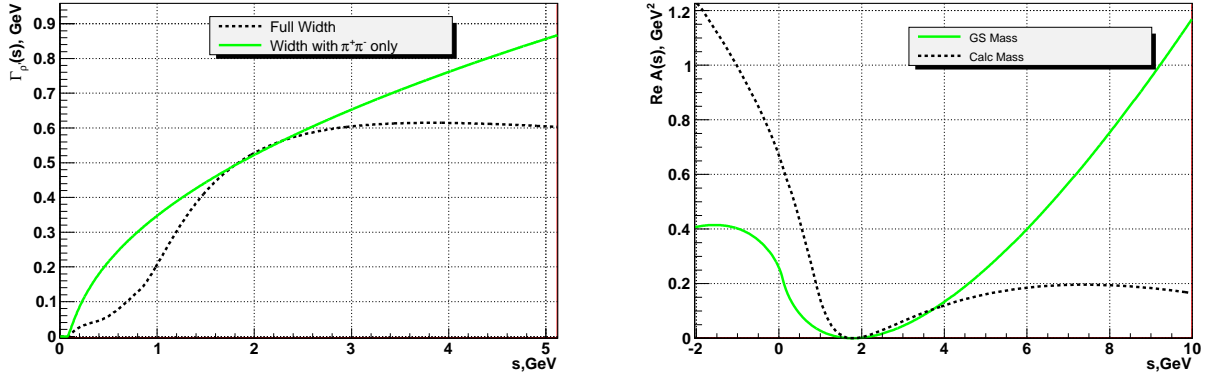


Рис. 3.28: Сравнение зависимости ширины (слева) и $\text{Re}A(s)$ (справа) между параметризацией Гунарис-Сакураи и добавления 4π распада в ширину в соответствии с формулой (3.19).

Вклад $\pi^+\pi^-$ в полную ширину распада ρ', ρ'' был взят равным 10%. В соответствии с работой [69] соотношение сечений в различных модах 4π : $a_1\pi^\pm : a_1\pi^0 : \omega\pi^0 = 2 : 1 : 2$, поэтому было выбрано: $Br(\rho' \rightarrow \omega\pi^0) = 0.9 \cdot 0.4$, $Br(\rho' \rightarrow 4\pi) = 0.9 \cdot 0.6$.

На рисунке 3.28 приведено сравнение ширины и бегущей массы для $\rho(1450)$ между параметризацией Гунарис-Сакураи (то есть учтен только вклад $\pi^+\pi^-$ в ширине) и параметризацией которая включает 4π распад (формула (3.19)).

В таблице 3.4 приведены результат аппроксимации. В таблице 3.5 приведены также результаты аппроксимации, когда барьерный фактор не учитывается и когда $r_0 = 1/3 \text{ ГэВ}^{-1}$. Вообще говоря в формфакторе пиона мнимая часть должна исчезать ниже порога рождения двух пионов, что невозможно если β и γ имеют мнимую фазу. Поэтому, для сравнения, в таблице 3.6 приведены результаты при фиксированных фазах интерференции $\arg \beta = \pi$ и $\arg \gamma = 0$ рад. За исключением аппроксимации 3) из таблицы 3.6, везде χ^2/ndf имеет хорошее значение и не превышает 1.7σ от среднего значения χ^2/ndf (минимальная вероятность $P(\chi^2/ndf > 153.76/127) = 5.3\%$). Причем изменение параметризации ρ' и ρ'' приводит к изменению получаемых величин ρ мезона: $\Delta m_\rho = \pm 0.5 \text{ МэВ}$, $\Delta \Gamma_\rho = \pm 1.4 \text{ МэВ}$, $\Delta Br(\omega \rightarrow \pi^+\pi^-) = \pm 0.025 \%$, что на уровне статистической ошибки этих парамет-

ров. На рисунке 3.31 приведено поведение разных случаев из таблиц 3.4 ,3.5. Все кривые почти неотличимы в области энергий $\sqrt{s} < 1.4$ ГэВ. На энергии $\sqrt{s} = 3.67151$ ГэВ находится точка из прямого измерения формфактора пиона на CLEO [81]. Хотя эта точка и не участвовала в фитировании, она отстоит на три σ -ы от случая с $r_0 = 2.5$ ГэВ⁻¹, и в пределах одной ошибки от остальных аппроксимаций. Поведение формфактора пиона при энергиях $\sqrt{s} > 1$ ГэВ в основном определяется $\rho' - \rho''$ - интерференцией, причем к сожалению в области ρ'' присутствуют только точки с DM2 которые имеют большие статистические и систематическую ошибки. Поэтому было бы очень желательно иметь дополнительные данные в этой области энергий, которые появятся на детекторе КМД-3 в эксперименте по прямому измерению адронных сечений в области энергий $\sqrt{s} < 2$ ГэВ а также данные по результатам с детекторов BELLE и BaBar, где формфактор пиона измеряется методом радиационного возврата.

	1) GS	2)	3)
m_ρ , МэВ	775.53 ± 0.38	775.38 ± 0.37	775.38 ± 0.37
Γ_ρ , МэВ	144.66 ± 0.94	144.34 ± 0.84	144.41 ± 0.91
$Br(\omega \rightarrow \pi^+\pi^-)$, %	1.367 ± 0.091	1.339 ± 0.09	1.338 ± 0.09
$\arg \delta_\phi$, рад	0.216 ± 0.024	0.173 ± 0.023	0.169 ± 0.023
$m_{\rho'}$, МэВ	1336 ± 23	1377 ± 26	1434 ± 42
$\Gamma_{\rho'}$, МэВ	490 ± 54	532 ± 81	626 ± 147
$ \beta $	0.41 ± 0.04	0.139 ± 0.017	0.102 ± 0.018
$\arg \beta$, рад	-2.02 ± 0.044	-3.486 ± 0.215	-3.261 ± 0.157
$m_{\rho''}$, МэВ	1737 ± 22	1742 ± 26	1768 ± 44
$\Gamma_{\rho''}$, МэВ	178 ± 44	192 ± 42	234 ± 44
$ \gamma $	0.074 ± 0.018	0.073 ± 0.014	0.047 ± 0.011
$\arg \gamma$, рад	-3.53 ± 0.14	-0.8 ± 0.18	0.88 ± 0.41
χ^2/n	137.14/125	138.31/125	139.05/125

Таблица 3.4: Результаты аппроксимации экспериментальных данных:

- 1) Параметризация Гунарис-Сакураи – формула (3.7) (учтен только вклад $\pi^+\pi^-$),
- 2) Добавлен распад $\rho(1450), \rho(1700) \rightarrow 4\pi$, $r_0 = 2.5 \text{ ГэВ}^{-1}$, $\text{Re}\mathcal{A}(s) = 0$,
- 3) в дополнение к 2) добавлена $\text{Re}\mathcal{A}(s)$ в соответствие с формулой (3.6).

	1)	2)	3)
m_ρ , МэВ	775.6 ± 0.36	775.6 ± 0.36	776.39 ± 0.43
Γ_ρ , МэВ	145.11 ± 0.84	145.1 ± 0.83	147.2 ± 0.9
$Br(\omega \rightarrow \pi^+\pi^-)$, %	1.353 ± 0.09	1.353 ± 0.09	1.389 ± 0.092
$\arg \delta_\phi$, рад	0.168 ± 0.023	0.168 ± 0.023	0.15 ± 0.023
$m_{\rho'}$, МэВ	1449 ± 42	1442 ± 37	1341 ± 24
$\Gamma_{\rho'}$, МэВ	1225 ± 459	1132 ± 373	633 ± 77
$ \beta $	0.128 ± 0.022	0.126 ± 0.019	0.434 ± 0.093
$\arg \beta$, рад	-3.672 ± 0.301	-3.641 ± 0.287	-4.296 ± 0.017
$m_{\rho''}$, МэВ	1727 ± 17	1726 ± 16	1724 ± 15
$\Gamma_{\rho''}$, МэВ	157 ± 54	153 ± 50	144 ± 44
$ \gamma $	0.064 ± 0.019	0.063 ± 0.018	0.029 ± 0.008
$\arg \gamma$, рад	-1.07 ± 0.09	-1.07 ± 0.09	0.05 ± 0.15
χ^2/n	$135.11/125$	$135.17/125$	$133.34/125$

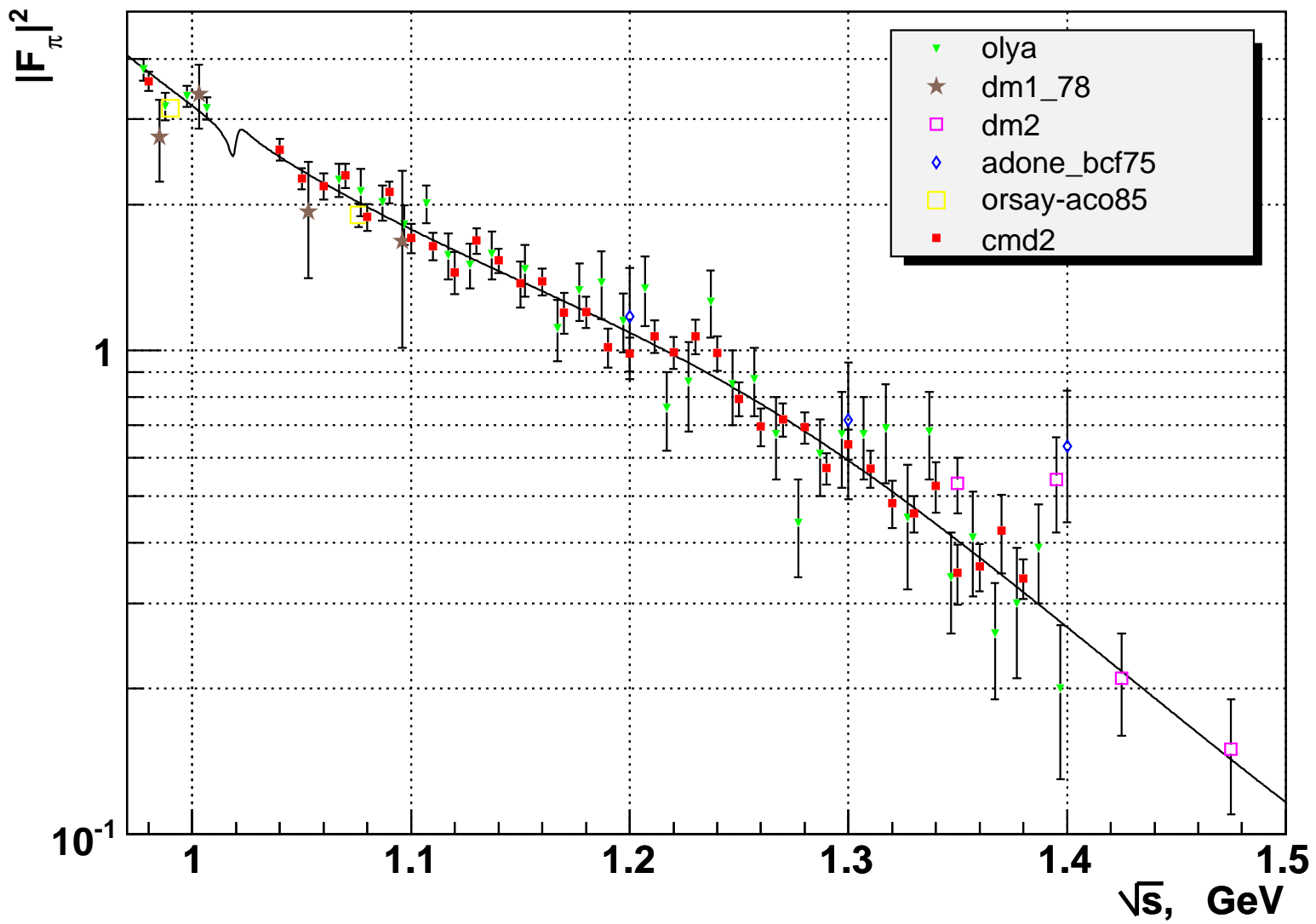
Таблица 3.5: Результаты аппроксимации экспериментальных данных, $\Gamma_{\rho',''}(s)$ включает распад на 4π :

- 1) не учитывается барьерный фактор, $\text{Re}\mathcal{A}(s) = 0$
- 2) $r_0 = 1/3\Gamma_{\rho'}^{-1}$, $\text{Re}\mathcal{A}(s) = 0$,
- 3) в дополнение к 2) добавлена $\text{Re}\mathcal{A}(s)$ в соответствие с формулой (3.6).

	1)	2)	3)	4)
m_ρ , МэВ	775.29 ± 0.36	775.76 ± 0.35	776.55 ± 0.35	775.34 ± 0.36
Γ_ρ , МэВ	145.29 ± 0.71	146.63 ± 0.7	148.95 ± 0.75	144.08 ± 0.69
$Br(\omega \rightarrow \pi^+\pi^-)$, %	1.348 ± 0.09	1.374 ± 0.09	1.42 ± 0.092	1.335 ± 0.089
$\arg \delta_\phi$, рад	0.169 ± 0.023	0.158 ± 0.022	0.146 ± 0.022	0.175 ± 0.023
$m_{\rho'}$, МэВ	1433 ± 21	1496 ± 34	1420 ± 16	1504 ± 39
$\Gamma_{\rho'}$, МэВ	525 ± 42	929 ± 143	428 ± 33	721 ± 67
$ \beta $	0.177 ± 0.015	0.12 ± 0.013	0.121 ± 0.01	0.183 ± 0.023
$\arg \beta = \pi$ рад				
$m_{\rho''}$, МэВ	1755 ± 16	1710 ± 10	1708 ± 11	1743 ± 17
$\Gamma_{\rho''}$, МэВ	276 ± 49	131 ± 60	96 ± 40	278 ± 49
$ \gamma $	0.089 ± 0.014	0.03 ± 0.013	0.023 ± 0.009	0.104 ± 0.022
$\arg \gamma = 0$ рад				
χ^2/n	147.86/127	153.76/127	178.33/127	143.17/127

Таблица 3.6: Результаты аппроксимации экспериментальных данных при $\arg \beta = \pi$ и $\arg \gamma = 0$ рад:

- 1) Параметризация Гунарис-Сакураи (учтен только вклад $\pi^+\pi^-$),
- 2) $C(s) = 1$, $\Gamma_{\rho',''}(s)$ включает распад на 4π - формула (3.19), $\text{Re}\mathcal{A}(s) = 0$,
- 3,4) $\Gamma_{\rho',''}(s)$ включает распад на 4π - формула (3.19), учтен $\text{Re}\mathcal{A}(s)$ в соответствии с формулой (3.6):
- 3) $r_0 = 1/3\Gamma_{\omega}\text{В}^{-1}$, 4) $r_0 = 2.5\Gamma_{\omega}\text{В}^{-1}$.

Рис. 3.29: Формфактор пиона, $|F_\pi|^2$

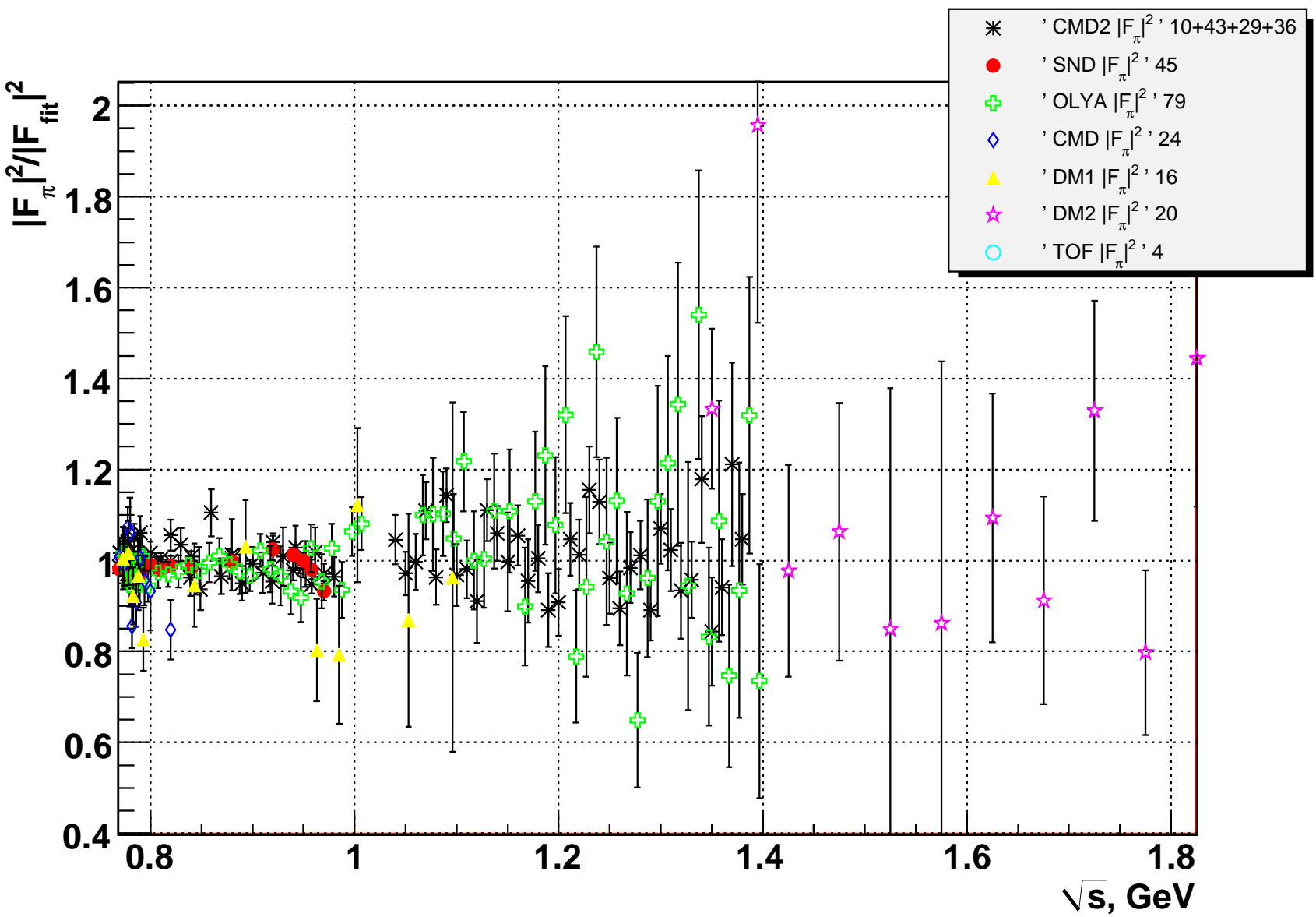


Рис. 3.30: Сравнение измеренного формфактора пиона с другими экспериментальными данными.

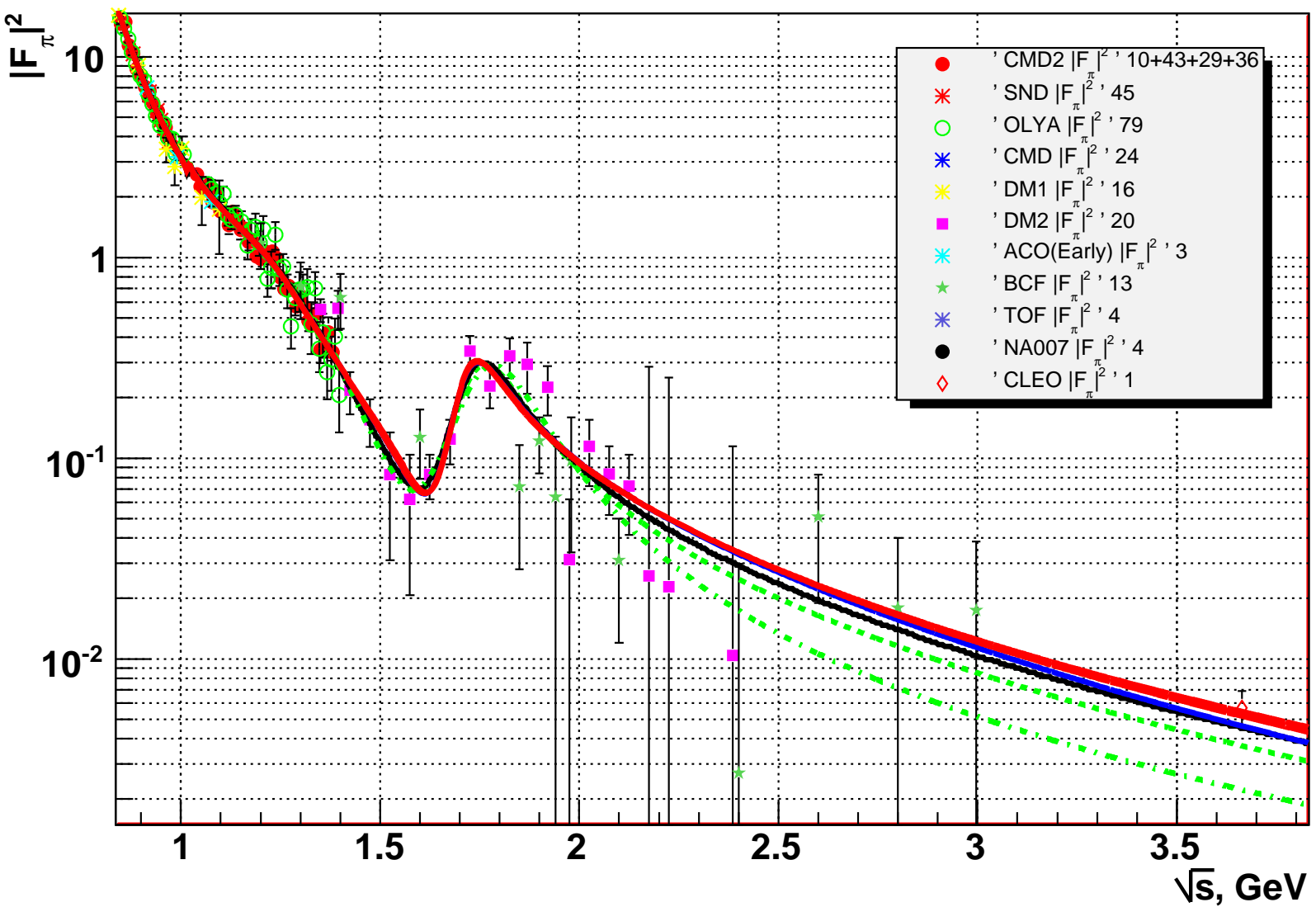


Рис. 3.31: Формфактор пиона $|F_\pi|^2$. Кривые соответствуют параметризациям из таблиц 3.4, 3.5. Пунктиром случай при $\gamma_0 = 2.5 \text{ ГэВ}^{-1}$.

Таблица 3.7: Экспериментальные значения формфактора пиона $|F_\pi|^2$ и сечение процесса $e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \pi^+\pi^-(\gamma)$. Приведена только статистическая ошибка.

E , МэВ	N_{ee}	$N_{\mu\mu}$	N_{bg}	$N_{\pi\pi}$	$ F_\pi ^2$	$\sigma_{\pi\pi(\gamma)}^{bare}$, нб
490.0	12112	1134	522	1646	3.596 ± 0.163	70.19 ± 3.17
520.0	12098	1160	285	1178	2.598 ± 0.134	44.14 ± 2.28
525.0	19355	1843	739	1644	2.262 ± 0.112	38.10 ± 1.89
530.0	11101	1052	258	911	2.185 ± 0.135	36.34 ± 2.25
535.0	14517	1373	508	1251	2.295 ± 0.130	37.64 ± 2.13
540.0	12880	1214	289	912	1.884 ± 0.119	30.45 ± 1.92
545.0	14317	1346	245	1142	2.120 ± 0.110	33.76 ± 1.75
550.0	11801	1109	264	756	1.704 ± 0.120	26.71 ± 1.89
555.0	18016	1689	551	1111	1.641 ± 0.106	25.33 ± 1.63
560.0	8997	844	312	492	1.449 ± 0.146	22.04 ± 2.22
565.0	17459	1639	477	1110	1.683 ± 0.103	25.21 ± 1.55
570.0	21166	1988	499	1227	1.531 ± 0.088	22.58 ± 1.29
575.0	9160	860	327	477	1.374 ± 0.150	19.95 ± 2.18
580.0	22017	2068	599	1159	1.386 ± 0.087	19.82 ± 1.24
585.0	14378	1352	486	654	1.197 ± 0.115	16.86 ± 1.62
590.0	21170	1992	616	969	1.200 ± 0.088	16.64 ± 1.22
595.0	22167	2092	966	861	1.014 ± 0.093	13.85 ± 1.26
600.0	27772	2624	1092	1049	0.983 ± 0.079	13.23 ± 1.06
605.7	20547	1943	537	848	1.069 ± 0.082	14.16 ± 1.08
610.0	24695	2336	668	947	0.989 ± 0.075	12.93 ± 0.98
615.0	18733	1774	499	779	1.069 ± 0.088	13.77 ± 1.14
620.0	22847	2165	700	883	0.988 ± 0.081	12.54 ± 1.03
625.0	28326	2689	586	883	0.794 ± 0.064	9.92 ± 0.80
630.0	25726	2445	546	708	0.696 ± 0.063	8.58 ± 0.77
635.0	32139	3056	630	919	0.719 ± 0.057	8.74 ± 0.69
640.0	38505	3664	671	1067	0.693 ± 0.052	8.30 ± 0.62
645.0	48074	4583	853	1104	0.571 ± 0.042	6.74 ± 0.50
650.0	45381	4330	797	1175	0.640 ± 0.046	7.45 ± 0.54
655.0	34733	3320	559	807	0.570 ± 0.050	6.54 ± 0.58
660.0	21881	2095	300	433	0.483 ± 0.054	5.47 ± 0.62
665.0	40606	3887	457	770	0.460 ± 0.040	5.13 ± 0.45
670.0	24223	2320	414	525	0.524 ± 0.062	5.77 ± 0.68
675.0	29074	2788	530	420	0.347 ± 0.049	3.77 ± 0.53
680.0	38744	3728	663	580	0.357 ± 0.040	3.83 ± 0.43
685.0	12389	1191	190	221	0.424 ± 0.078	4.48 ± 0.83
690.0	64315	6195	1078	917	0.338 ± 0.032	3.52 ± 0.34

Глава 4

Вычисление эффектов поляризации вакуума в фотонном пропагаторе

4.1 Поляризационный оператор и собственно-энергетическая функция фотона

Точное выражение для фотонного пропагатора записывается в виде [82]:

$$\mathcal{D}^{\mu\nu}(k) = i \int d^4x e^{ikx} \langle 0 | T A^\mu(x) A^\nu(0) | 0 \rangle = \frac{\mathcal{D}(k^2)}{k^2} \left(g^{\mu\nu} - \frac{k^\mu k^\nu}{k^2} \right) + D_l^{\mu\nu}(k), \quad (4.1)$$

где первый член $\mathcal{D}(k^2)$, соответствующий поперечной части пропагатора, записан в калибровке Ландау, а $D_l^{\mu\nu}(k)$ калибровочно произвольная функция, которая представляет продольную часть пропагатора. Соотношение (4.1) включает все петлевые поправки к фотонной линии. Сумма всех диаграмм, заключенных между двумя внешними фотонными линиями, называется фотонной собственно-энергетической функцией и обозначается $\Pi^{\mu\nu}$. В калибровке Ландау этот тензор содержит только поперечную компоненту: $\Pi^{\mu\nu}(k) = \frac{\Pi(k^2)}{k^2} \left(g^{\mu\nu} - \frac{k^\mu k^\nu}{k^2} \right)$. Собственно-энергетическая функция фотона связана с точным пропагатором фотона соотношением: $\mathcal{D}(k^2) = 1 + \Pi(k^2)$:

$$\mathcal{D}^{\mu\nu}(s) = \text{wavy line} + \text{wavy line} \text{---} \text{square} \text{---} \text{wavy line}$$

В общем случае все диаграммы можно разбить на одночастично-неприводимые компактные части, в которых отсутствует промежуточный фотон.

Сумма всех компактных диаграмм называется поляризационным оператором фотона и обозначается $\mathcal{P}^{\mu\nu}$.

Обе функции связаны друг с другом соотношением в виде ряда, как показано на рисунке:

$$\mathcal{P}^{\mu\nu}(s) = \text{wavy line with 1 circle} + \text{wavy line with 2 circles} + \text{wavy line with 3 circles} + \dots = \text{wavy line with square} \quad \Pi^{\mu\nu}(s)$$

и аналитически этот ряд запишется как:

$$\Pi^{\mu\nu} = \mathcal{P} + \mathcal{P}\mathcal{P} + \mathcal{P}\mathcal{P}\mathcal{P}\dots = \mathcal{P}(1 + \mathcal{P} + \mathcal{P}\mathcal{P} + \dots) = \mathcal{P}^{\mu\nu} + \mathcal{P}^{\mu\lambda}\Pi^{\lambda\nu},$$

что приводит к выражению:

$$1 + \Pi(s) = \frac{1}{1 - \mathcal{P}(s)}. \quad (4.2)$$

Вычислить поляризацию вакуума из первых принципов затруднительно, так как промежуточные состояния, содержащие адронные петли, требуют вычислений на основе непертурбативной КХД. Тем не менее, поляризационный оператор может быть посчитан из экспериментальных данных, если использовать условия аналитичности и унитарности выражения (4.1).

Функция $\Pi(s)$ аналитична и удовлетворяет условию симметрии: $\Pi(s^*) = \Pi^*(s)$ всюду, за исключением разреза на положительной вещественной полуоси переменной s , где в промежуточных состояниях фотона могут образовываться различные совокупности реальных частиц. Если использовать соотношение Коши для аналитической функции $\Pi(s)$, где контур интегрирования огибает разрез вдоль вещественной полуоси и замыкается на бесконечности, то в предположении достаточно быстрого убывания $\Pi(s)$ при $|s| \rightarrow \infty$, интеграл по большой окружности исчезает, а интегралы по берегам разреза дают следующее дисперсионное соотношение, определяющее функцию $\Pi(s)$ по ее мнимой части:

$$\begin{aligned} \Pi(s) &= \frac{1}{2\pi i} \oint_C \frac{\Pi(s') ds'}{s' - s} = \frac{1}{2\pi i} \int_{4m_\pi^2}^{\infty} \frac{\Pi(s' + i\epsilon) - \Pi(s' - i\epsilon)}{s' - s} ds' \\ &= \frac{1}{\pi} \int_{4m_\pi^2}^{\infty} \frac{\text{Im}\Pi(s')}{s' - s} ds'. \end{aligned} \quad (4.3)$$

Условие унитарности, которое выражается оптической теоремой, позволяет связать мнимую часть амплитуды процесса упругого рассеяния вперед с полным сечением взаимодействия тех же начальных частиц, как показано на рисунке 4.1. Это условие записывается как:

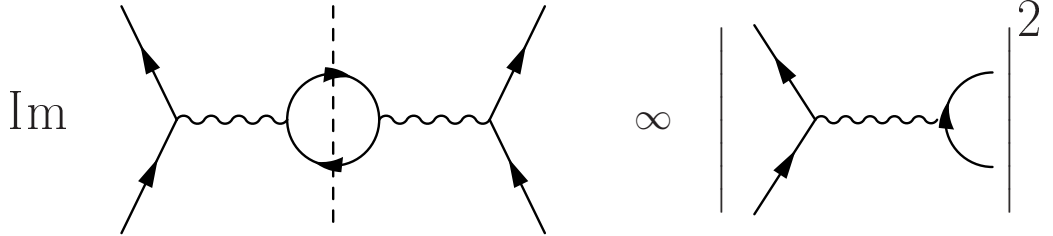


Рис. 4.1: Оптическая теорема в диаграммной форме

$$\text{Im}\mathcal{M}_{ii} = 2s\sigma_{e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \text{everything}},$$

где \mathcal{M}_{ii} - матричный элемент при нулевом угле рассеяния, соответствующий левой диаграмме. После простых вычислений:

$$\text{Im}\mathcal{M} = -8\pi\alpha\text{Im}\Pi(s),$$

и, соответственно:

$$\text{Im}\Pi(s) = -\frac{s}{4\pi\alpha}\sigma_{e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \text{everything}}. \quad (4.4)$$

Здесь стоит заметить, что промежуточный фотон в диаграммах на рисунке 4.1 может описываться как точным фотонным пропагатором, так и пропагатором свободного фотона. В первом случае это приводит к видимому сечению (*dressed* - *одетое* сечение), и тогда в соотношении (4.4) слева стоит собственно-энергетическая функция фотона $\Pi(s)$, а во втором случае получается сечение из которого убран эффект связанный с поляризацией вакуума в промежуточном фотоне (*bare* - *голое* сечение), и в соотношении (4.4) слева стоит поляризационный оператор фотона $\mathcal{P}(s)$. В соответствии с этим и выражением (4.2), *голое* сечение связано с *одетым* сечением соотношением:

$$\sigma_{e^+e^- \rightarrow X(\gamma)}^{dress}(s) = \frac{\sigma_{e^+e^- \rightarrow X(\gamma)}^{bare}(s)}{|1 - \mathcal{P}(s)|^2} = \sigma_{e^+e^- \rightarrow X(\gamma)}^{bare}(s)|1 + \Pi(s)|^2, \quad (4.5)$$

Если подставить выражение (4.4) в соотношение (4.3), то поляризацию вакуума можно посчитать из экспериментально измеренных сечений:

$$\begin{aligned}\Pi(s) &= \frac{s}{4\pi^2\alpha} \left[\text{PV} \int_{4m_l^2}^{\infty} \frac{\sigma_{e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \text{everything}}^{\text{dress}}(s') ds'}{s - s'} - i\pi \sigma_{e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \text{everything}}^{\text{dress}}(s) \right], \\ \mathcal{P}(s) &= \frac{s}{4\pi^2\alpha} \left[\text{PV} \int_{4m_l^2}^{\infty} \frac{\sigma_{e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \text{everything}}^{\text{bare}}(s') ds'}{s - s'} - i\pi \sigma_{e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \text{everything}}^{\text{bare}}(s) \right],\end{aligned}\quad (4.6)$$

где интегралы вычисляются с точки зрения главного значения.

Выражение для оператора поляризации вакуума $\mathcal{P}(s)$ принято представлять в виде суммы двух слагаемых:

$$\mathcal{P}(s) = \mathcal{P}_l(s) + \mathcal{P}_h(s). \quad (4.7)$$

где $\mathcal{P}_l(s)$ и $\mathcal{P}_h(s)$ - лептонные и адронные вклады. Соответственно, в дисперсионном соотношении используются лептонное $\sigma(e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow ll)$ и адронное $\sigma(e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \text{hadrons})$ сечения, что соответствует лептонной либо адронной петле в фотонном пропагаторе.

Везде ниже будет подразумеваться, что в дисперсионном соотношении (4.6) стоят либо *одетые* сечения и, соответственно, вычисляется величина $\Pi(s)$, либо *голые* сечения и вычисляется величина $\mathcal{P}(s)$. Вообще говоря, вычисление поляризации вакуума тем или иным методом имеет как свои преимущества так и свои недостатки. Экспериментальные данные по адронным сечениям принято представлять с учетом эффекта поляризации вакуума в промежуточном фотоне, чтобы параметры промежуточных частиц соответствовали физическим величинам. Параметры всех узких резонансов приводимые в таблицах элементарных частиц извлекаются из анализа *одетых* сечений. Поэтому выглядит более логичным использовать дисперсионное соотношение для собственно-энергетической функции фотона. Тем не менее, в этом случае необходимо добавлять в лептонные и адронные сечения, посчитанные на основе пертурбативной КХД, вклад, связанный с поляризацией вакуума в промежуточном фотоне. Если же использовать дисперсионное соотношение для поляризационного оператора, то

необходимо “раздеть” экспериментальные адронные сечения в соответствие с формулой (4.5) и в качестве параметров узких резонансов использовать параметры “голых”-частиц. В обоих способах вычисление поляризации вакуума необходимо производить итерационным методом. В случае узких резонансов необходимо уже в первой итерации использовать параметры “голых”-частиц. Это связано с тем, что величина поляризации вакуума вблизи таких резонансов $|\mathcal{P}| \gg 1$, и итерационная процедура вычисления расходится.

Ниже приведена методика вычисления поляризации вакуума с учетом всех поправок порядка $\mathcal{O}(\alpha)$. Расчет однопетлевых поправок к лептонным сечениям, которые пропорциональны $\mathcal{O}(\alpha)$ и обусловлены поляризацией вакуума лептонами и адронами, можно найти в работах [83, 84]. Кулоновское взаимодействие заряженных частиц в конечном состоянии учитывается, как обычно, посредством умножения Борновского сечения на кулоновский фактор Зоммерфельда - Сахарова. Эти эффекты включаются в радиационные поправки для лептонных мод. Как говорилось выше, промежуточные частицы в пропагаторе виртуального фотона принято включать в свойства адронных сечений - как зависимость сечений от энергии, согласно общепринятому соглашению [85]. Отсюда следует, что эффекты поляризации вакуума в фотонном пропагаторе должны быть присоединены к вершине рождения адронов и не должны включаться в радиационные поправки для адронных мод. При таком подходе мы имеем дело с так называемыми *одетыми* адронными сечениями. Однако, для некоторых применений используются *голые* адронные сечения, в которых эффекты поляризации вакуума убраны из *одетых* сечений. Для того, чтобы сохранить систематическую ошибку *голых* сечений на уровне $\sim 0.2\%$, необходима точность вычисления оператора $\Pi(s)$ фотонного пропагатора лучше $\sim 0.1\%$.

Ниже описана процедура вычисления лептонных и адронных вкладов в оператор $\Pi(s)$ с точностью лучше $\sim 0.1\%$. При высоких энергиях, $\sqrt{s} > 10$ ГэВ, значение $R(s)$ вычисляется в рамках КХД [56]. Относительный вклад электрослабых взаимодействий в сечение $e^+e^- \rightarrow ff$ за счет интерференции $\gamma - Z$ определяется соотношением: $\sigma_{\gamma Z}^0/\sigma_\gamma^0 \sim \frac{M_Z^2 G_F g_V^e g_V^f}{\sqrt{2}\alpha\pi} \frac{s}{Q_f M_Z^2}$, что при

энергии 10 ГэВ дает величину $\sim 0.1\%$, при 2 ГэВ $\sim 0.004\%$. Данный вклад намного меньше систематических точностей экспериментальных данных в диапазоне энергий $\sqrt{s} \leq 10$ ГэВ и им можно пренебречь.

4.2 Лептонный вклад в поляризацию вакуума

Вклад в поляризационный оператор связанный с электронами хорошо известен [82]:¹

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_e(s) &= \frac{\alpha}{\pi} \mathcal{P}_1(s) + \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 \mathcal{P}_2(s) + \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^3 \mathcal{P}_3(s) + \dots, \\ \mathcal{P}_1(s) &= \frac{L}{3} - \frac{5}{9} - i\frac{\pi}{3}, \quad \mathcal{P}_2(s) = \frac{L}{4} + \zeta(3) - \frac{5}{24} - i\frac{\pi}{4}, \quad \frac{m_e^2}{|s|} \ll 1 \end{aligned} \quad (4.8)$$

где ζ - функция Римана и $L = \ln(s/m_e^2)$. Слагаемые второго порядка по α имеет смысл удерживать, поскольку величина поправки $(\alpha/\pi)^2 \mathcal{P}_2(s)$ составляет $\sim 10^{-4}$.

Точные выражения для вкладов первого порядка по α для электронов, мюонов и тау-лептонов приводятся в работе [83]:¹

$$\mathcal{P}_1(s) = f(x_l) - i\pi\Phi(x_l)\Theta(1 - x_l), \quad (4.9)$$

$$\begin{aligned} f(x) &= -\frac{5}{9} - \frac{x}{3} + \frac{2+x}{3}\sqrt{x-1} \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{x-1}}\right), \quad x > 1 \\ &= -\frac{5}{9} - \frac{x}{3} + \frac{2+x}{6}\sqrt{1-x} \ln\left(\frac{1+\sqrt{1-x}}{1-\sqrt{1-x}}\right), \quad x \leq 1 \\ \Phi(x) &= \frac{1}{6}(2+x)\sqrt{1-x}, \quad x_l = \frac{4m_l^2}{s}, \end{aligned}$$

где $\Theta(x)$ - ступенчатая единичная функция Хэвисайда. Чтобы вычислить КЭД вклад второго порядка по α для лептонов, необходимо включить эффекты кулоновского взаимодействия конечных частиц и излучение фотона в конечном состоянии.

Кулоновский фактор, на который должно умножаться Борновское сечение, в нерелятивистском пределе дается выражением:

$$f(z) = \frac{z}{1 - \exp(-z)}, \quad z = \frac{2\pi\alpha}{v_{rel}}, \quad (4.10)$$

¹В этих формулах считается что $\ln(-|y|) = i\pi + \ln(|y|)$

где v_{rel} - относительная скорость мюонов,

$$v_{rel} = 2\beta/(1 + \beta^2) = 2\sqrt{(s - 4m_\mu^2)/s} \cdot (1 + (s - 4m_\mu^2)/s)^{-1}.$$

Кулоновский фактор $f(z)$ представляет сумму всех вкладов в сечение за счет обмена квантами между двумя заряженными частицами в конечном состоянии. В данном виде кулоновский фактор правильно описывает сечение в нерелятивистском пределе и имеет относительную точность $\mathcal{O}(\alpha; \beta^2)$. С другой стороны при вычислении радиационных поправок в релятивистском пределе, учет фейнмановских диаграмм в первом порядке по α приведет к относительной точности сечений $\mathcal{O}(\alpha^2/\beta^2)$. Вблизи порога рождения, когда $\beta^2 \sim \alpha$ кулоновское притяжение становится значительным и необходимо пользоваться выражением (4.10).

В работе [86] было показано, что лидирующие радиационные поправки порядка α к кулоновскому фактору состоят из двух частей, первая из них не зависит от скорости и обусловлена природой электромагнитной вершины вблизи порога (этот вклад присутствует в релятивистском разложении); второй вклад возникает за счет модификации кулоновского потенциала (Uehling-Serber) электронной поляризацией вакуума в фотонном пропагаторе. Относительный вклад второй поправки к кулоновскому фактору составляет около 0.6% на пороге рождения тау-лептонов, $\sim 0.2\%$ на пороге рождения мюонов и быстро падает при увеличении β . Для величины $R(s) = \sigma_{e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-}(s)/(4\pi\alpha^2/3s)$, абсолютное значение радиационной поправки к кулоновскому фактору на пороге рождения составляет: $4\alpha^2 \sim 2 \cdot 10^{-4}$, и, соответственно, может не учитываться при вычислении дисперсионного интеграла (4.6).

Поправки $\mathcal{O}(\alpha^2)$ к кулоновскому фактору также были проанализированы в работе [86], где сделан вывод, что численные коэффициенты перед слагаемыми порядка α^2 невелики и что относительный суммарный эффект всех усиленных $\mathcal{O}(\alpha^2)$ поправок не превосходит 0.02%. Отсюда можно сделать важный вывод, что учет только поправок $\mathcal{O}(\alpha)$ к Борновским сечениям достаточен, чтобы обеспечить относительную точность оператора $\Pi(s)$ лучше, чем 0.1%.

Чтобы сконструировать сечения с вышеупомянутыми поправками, можно пользоваться интерполяционной формулой, которая правильно описывает поведение сечения как в релятивистской так и в нерелятивистской областях. В результате получим так называемые *голые* сечения:

$$\begin{aligned}\sigma_{e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-}^{bare}(\gamma) &= \sigma_{e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-}^{Born} \cdot \left(1 + \frac{2\alpha}{\pi} \delta_{\mu}^{FSR} - z/2\right) f(z), \\ \sigma_{e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-}^{Born} &= \frac{4\pi}{3} \frac{\alpha^2}{s} \beta(3 - \beta^2)/2,\end{aligned}\quad (4.11)$$

где δ_{μ}^{FSR} зарядово-четная поправка к сечению $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$, которая включает излучение виртуальных, мягких и жестких фотонов. Величина $z/2$ пропорциональная α , которая появляется в разложении кулоновского фактора, вычтена, чтобы исключить двойной счет. Выражение для δ_{μ}^{FSR} впервые было получено в работе [87]. Вычисления были повторно проделаны в [88], где найдены простые аналитические выражения для виртуальной, мягкой и жесткой части сечения. Поправка к сечению рождения пар мюонов (тау-лептонов) имеет вид:

$$\begin{aligned}\delta_{\mu}^{FSR} &= \frac{3(5 - 3\beta^2)}{8(3 - \beta^2)} + \frac{(1 - \beta)(33 - 39\beta - 17\beta^2 + 7\beta^3)}{16\beta(3 - \beta^2)} L_{\beta} + \\ &+ 3 \ln \left(\frac{1 + \beta}{2} \right) - 2 \ln \beta + \frac{1 + \beta^2}{2\beta} F(\beta), \\ F(\beta) &= -2Li_2(\beta) + 2Li_2(-\beta) - 2Li_2(1 + \beta) + 2Li_2(1 - \beta) \\ &+ 3Li_2 \left(\frac{1 + \beta}{2} \right) - 3Li_2 \left(\frac{1 - \beta}{2} \right) + \frac{\pi^2}{2}, \\ L_{\beta} &= \ln \frac{1 + \beta}{1 - \beta}, \quad Li_2(x) \equiv - \int_0^x \frac{dt}{t} \ln(1 - t).\end{aligned}\quad (4.12)$$

В ультрарелятивистском пределе $\delta^{FSR} \rightarrow 3/8$. При вычислении сечений рождения тау-лептонов, мюонов и электронов в s-канале можно пользоваться формулами (4.11, 4.12), где надо заменить массу мюона на массу тау-лептона или электрона.

Вклад второго порядка по α приведен на рисунке 4.2, величина вклада достигает $7 \cdot 10^{-5}$ на массе Z бозона. На рисунке 4.3 приведена разница

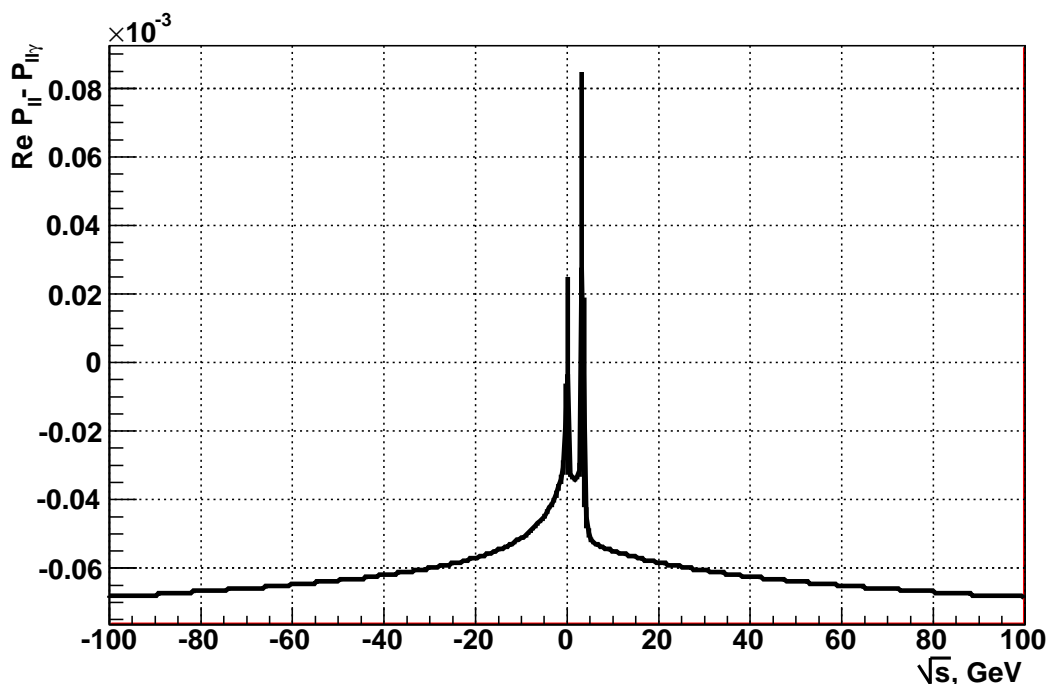


Рис. 4.2: Вклад второго порядка по α лептонной составляющей поляризации вакуума.

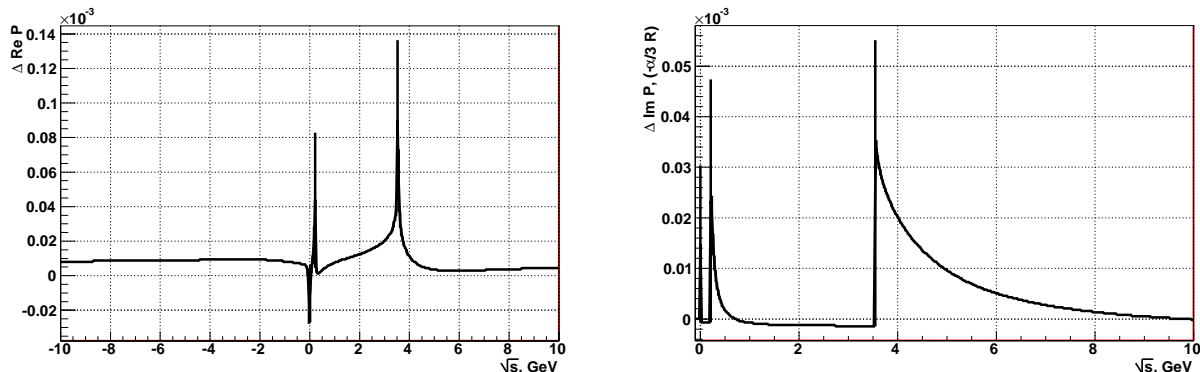


Рис. 4.3: Разница расчетов поляризации вакуума с помощью аналитических формул (4.8, 4.9) и через интеграл (4.6), где в лептонном сечении учтены излучение фотона в конечном состоянии и кулоновский фактор. Слева реальная часть, справа мнимая.

расчетов поляризации вакуума в случае использования аналитических формул (4.8, 4.9) с учетом второго порядка по α для каждого лептона в соответствии с формулой (4.8), и вычисления интеграла (4.6), где лептонное сечение учитывает излучение фотона в конечном состоянии и кулоновский фактор. Как видно, вклад этих поправок важен вблизи порогов рождения лептонов.

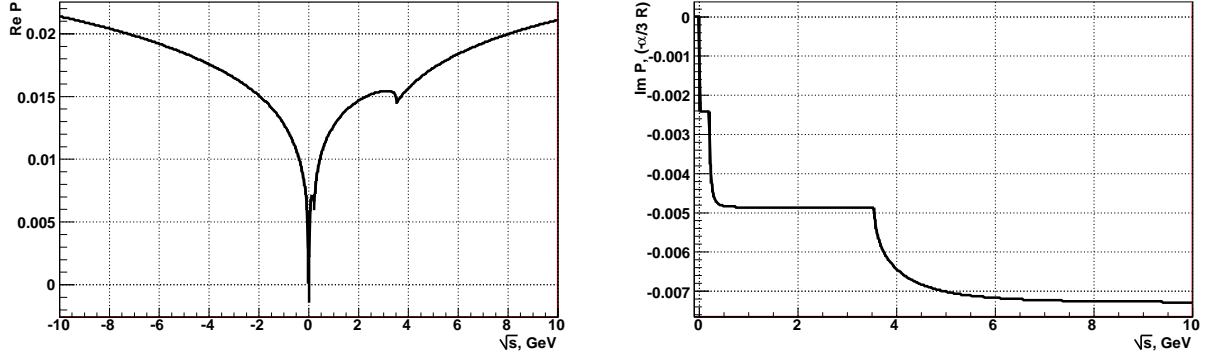


Рис. 4.4: Лептонный вклад в поляризацию вакуума, определенный с помощью дисперсионного интеграла (4.6). Лептонное сечение учитывает излучение фотона в конечном состоянии и кулоновский фактор. Слева реальная часть, справа мнимая.

Как видно из рисунка 4.4, поляризация вакуума лептонами приводит к изменению сечений на величину $\sim 2\text{Re}\mathcal{P} \sim 2 \div 4\%$ в области энергий $\sqrt{s} < 10$ ГэВ. Чтобы уменьшить систематическую ошибку при вычислении *голых* адронных сечений до уровня 0.1%, должны быть рассмотрены все вклады в фотонный пропагатор пропорциональные α . При использовании дисперсионного соотношения (4.6) эти вклады включают излучение и взаимодействие частиц в конечном состоянии и учитываются в *голых* сечениях (4.11).

На Рис. 4.5 представлено отношение *одетого* сечения $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ (верхняя кривая) и *голого* (нижняя кривая) к Борновскому сечению в зависимости от энергии в системе центра масс. Видно, что поправки, пропорциональные α , дают вполне значимый вклад к сечению в пределах обсуждаемой точности. Кроме того, видно, что в области энергий вблизи порога рождения это отношение быстро увеличивается, демонстрируя $1/\beta$ зависимость, как это и должно быть за счет кулоновского фактора. При больших энергиях отличие *голого* сечения от Борновского сечения стремится к постоянному пределу близкому к 0.2% (нижняя кривая) в соответствии с теоремой Kinoshita-Lee-Nauenberg [89, 90].

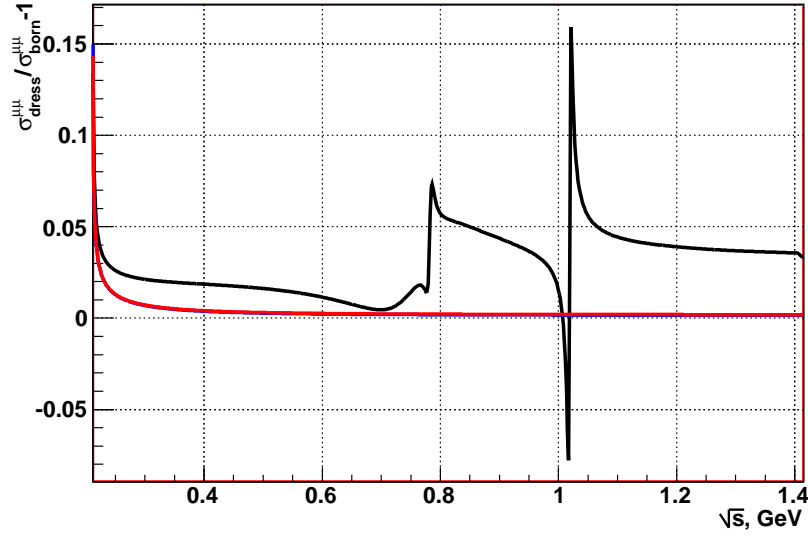


Рис. 4.5: Относительная разница между *одетым* сечением (верхняя кривая; нижняя кривая для *голого* сечения) и Борновским сечением для мюонов, в зависимости от энергии в системе центра масс.

4.3 Адронный вклад в поляризацию вакуума

Также, как это было сделано для лептонных каналов при расчете дисперсионного соотношения (4.6), излучение одного фотона должно быть включено во все адронные сечения. В действительности, это достаточно сделать только для двухпионного канала, который доминирует при низких энергиях, имея ввиду конечную точность 0.1% для значений $\Pi(s)$. Выражение для сечения $\sigma_{\pi^+\pi^-\gamma}$ было получено в работах [88, 91, 92] и в удобном представлении имеет вид:

$$\begin{aligned} \sigma_{\pi^+\pi^-\gamma} &= \sigma_{e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-} \cdot \frac{2\alpha}{\pi} \cdot \delta_{\pi}^{FSR}, \\ \delta_{\pi}^{FSR} &= \frac{3(1 + \beta^2)}{4\beta^2} - 2 \ln \beta + 3 \ln \frac{1 + \beta}{2} + \\ &+ \frac{(1 - \beta)(-3 - 3\beta + 7\beta^2 - 5\beta^3)}{8\beta^3} L_{\beta} + \frac{1 + \beta^2}{2\beta} F(\beta), \end{aligned} \quad (4.13)$$

где δ_{π}^{FSR} зарядово-четная поправка к сечению $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^- + \gamma$, β - скорость пиона, функции L_{β} и $F(\beta)$ определены так же, как и для лептонов. Аналогично лептонным сечениям необходимо правильно учесть кулоновское взаимодействие в нерелятивистской области.

Собирая все упомянутые выше факторы в одну формулу, запишем финальное выражение для *подправленного* сечения, которое содержит в себе все $\mathcal{O}(\alpha)$ поправки

$$\sigma_{\pi^+\pi^-(\gamma)} = \sigma_{e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-} \cdot \left(1 + \frac{2\alpha}{\pi} \delta_{\pi}^{FSR} - \frac{z}{2} \right) \cdot f(z). \quad (4.14)$$

Эта формула правильно воспроизводит как кулоновское усиление вблизи порога, так и зависимость от энергии полного сечения рождения двух пионов с излучением фотона в конечном состоянии с учетом $\mathcal{O}(\alpha)$ поправок. Она удобна для практических применений, поскольку интерполирует с точностью лучше $\sim 0.1\%$ ход сечения от порога до ультрарелятивистской области, где в пределе $\delta_{FSR}^{\pi^+\pi^-} \rightarrow 3/2$. Вклад излучения фотона в конечном состоянии в сечение рождения $\pi^+\pi^-$ в предположении о точности пионов приведен на рисунке 4.6.

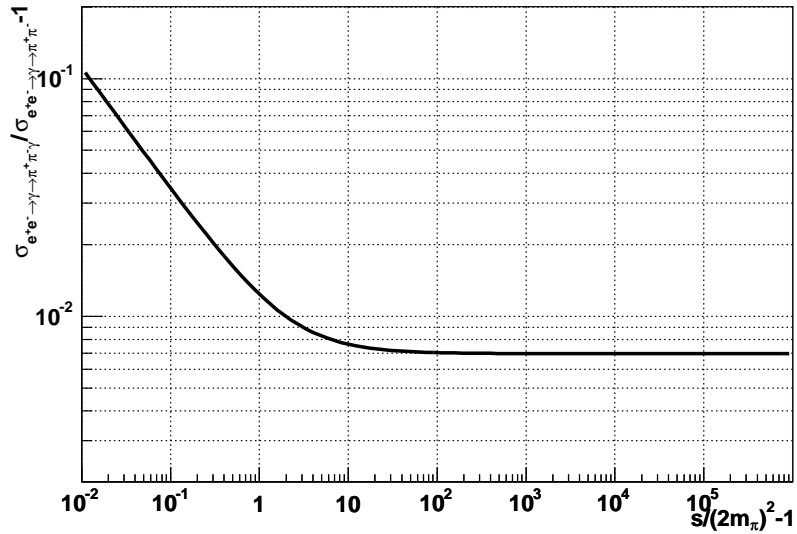


Рис. 4.6: Вклад излучения фотона в конечном состоянии в сечение рождения $\pi^+\pi^-$

Выражение для $\delta_{FSR}^{\pi^+\pi^-}(\beta)$ совпадает с аналогичным, полученным в работах [92, 93]. Однако, в этих статьях величина $\delta_{FSR}^{\pi^+\pi^-}(\beta)$ была представлена без разделения между мягкими и жесткими фотонами, в то время, как для некоторых применений полезно иметь эти две части сечения отдельно. Так, например, дифференциальное сечение рождения пары пионов с излучени-

ем жесткого фотона в конечном состоянии, как функция энергии фотона, может служить ценным инструментом для проверки предположения, что пионы при излучении фотонов могут рассматриваться как точечные объекты [94].

Точность вычисления $\Pi(s)$ в основном определяется систематической ошибкой экспериментальных значений $\sigma_{e^+e^- \rightarrow had}(s)$, которые используются при вычислении интеграла (4.6). Поскольку вблизи нижнего предела этого интеграла, соответствующего порогу рождения пары пионов, нет экспериментальных данных, в этой области использовалась аналитическая экстраполяция форм фактора пиона в модели Гунариса - Сакураи [74] (Раздел 3.12).

Вклад для энергий выше 10 ГэВ брался из расчетов пертурбативной КХД [95, 96, 97, 98]. Ниже приведены используемые формулы.

В партонной модели, сечение $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$ с учетом только электромагнитного взаимодействия выражается как:

$$\sigma_{e^+e^- \rightarrow q\bar{q}} = \frac{4\pi\alpha^2}{3s} R_q^0(s), \quad R_q^0 = q_q^2 \beta_q (1 + \frac{1}{2}(1 - \beta_q^2)),$$

где q_q - заряд кварка. С учетом поправок до третьего порядка в сильных взаимодействиях полное выражение записывается в виде:

$$R^{bare}(s) = 3 \sum_q R_q^0 \cdot (1 + \left[\frac{\alpha_s}{\pi} + \left(\frac{\alpha_s}{\pi} \right)^2 (1.98571 - 0.115295n_f) + \left(\frac{\alpha_s}{\pi} \right)^3 (-6.63694 - 1.20013n_f - 0.00517836n_f^2 - 1.23954 \cdot \frac{(\sum q_q)^2}{3 \sum q_q^2}) \right] \cdot f_1), \quad (4.15)$$

где

$$f_1 = \frac{4\pi}{3} \left(\frac{\pi}{2\beta_q} - \frac{3 + \beta_q}{4} \left(\frac{\pi}{2} - \frac{3}{4\pi} \right) \right),$$

а n_f - число ароматов при данной энергии. Бегущая константа связи α_s сильного взаимодействия в трехпетлевом приближении дается выражением:

$$s \frac{\partial \alpha_s}{\partial s} \frac{1}{4\pi} = \beta(\alpha_s) = -\beta_0 \left(\frac{\alpha_s}{4\pi} \right)^2 - \beta_1 \left(\frac{\alpha_s}{4\pi} \right)^3 - \beta_2 \left(\frac{\alpha_s}{4\pi} \right)^4 - \dots$$

где коэффициенты разложения β_i посчитанные в \overline{MS} схеме равны:

$$\begin{aligned}\beta_0 &= 11 - \frac{2}{3}n_f, \\ \beta_1 &= 2 \cdot \left(51 - \frac{19}{3}n_f\right), \\ \beta_2 &= \frac{1}{2} \cdot \left(2857 - \frac{5033}{9}n_f + \frac{325}{27}n_f\right).\end{aligned}$$

Интегрирование уравнения с учетом первых трех порядков приводит к выражению:

$$\begin{aligned}\log\left(\frac{s}{\Lambda_{n_f, \overline{MS}}^2}\right) &= \frac{4\pi}{\beta_0\alpha_s} - \frac{\beta_1}{2\beta_0^2} \log\left(\left(\frac{4\pi}{\beta_0\alpha_s}\right)^2 + \frac{\beta_1}{\beta_0^2}\left(\frac{4\pi}{\beta_0\alpha_s}\right) + \frac{\beta_2}{\beta_0^3}\right) \\ &\quad - \frac{1}{\Delta} \frac{\beta_1^2 - 2\beta_0\beta_2}{\beta_0^2} \arctan\left(\frac{1}{\Delta}\left(\beta_1 + 2\frac{\beta_2}{\beta_0}\left(\frac{\beta_0\alpha_s}{4\pi}\right)\right)\right)\end{aligned}\quad (4.16)$$

где $\Delta = \sqrt{-\beta_1^2 + 4\beta_0\beta_2}$. Чтобы найти зависимость $\alpha_s(s)$ данное уравнение решалось численно. Для определения размерного параметра $\Lambda_{n_f, \overline{MS}}^2$ использовалось значение $\alpha_s(M_z^2) = 0.1170 \pm 0.0012$ [56]. При переходе от n_f к $n_f - 1$, новое значение $\Lambda_{n_f-1, \overline{MS}}^2$ определяется из условия непрерывности зависимости $\alpha_s(s)$. Значения масс кварков в \overline{MS} схеме, при которых происходит смена количества ароматов, взяты в соответствие с PDG2006 [56]:

$$m_c = 1.25 \pm 0.09 \text{ ГэВ}, \quad m_b = 4.20 \pm 0.07 \text{ ГэВ}, \quad m_t = 174.2 \pm 3.3 \text{ ГэВ},$$

а полюсные массы¹ для расчета R_q^0 взяты как:

$$m_c = 1.6 \text{ ГэВ}, \quad m_b = 4.91 \text{ ГэВ}, \quad m_t = 174.2 \text{ ГэВ}$$

4.4 Вклад узких резонансов в поляризацию вакуума

Если вблизи узких резонансов зависимость сечения от энергии аппроксимировать простой функцией типа Брейт-Вигнера, то вклады узких резонансов в величину $\Pi_h^{res}(s)$ можно вычислить аналитически и сравнить с результатами численного счета, что, в свою очередь, дает возможность оценить

¹Связь между полюсной массой кварка и ее значением в \overline{MS} схеме приведена в [56]

систематическую ошибку, связанную с выбором модели. Ниже приведены результаты аналитического вычисления вклада узких резонансов в величину $\Pi_h^{res}(s)$. Для энергий близких к массе резонанса, сечение аннигиляции e^+e^- пары в адроны может быть записано как:

$$\sigma_X^{res} = \frac{12\pi \mathcal{B}r_X^{ee}}{M_X^2} \frac{M_X^2 \Gamma_X^2}{|s - M_X^2 - iM_X \Gamma_X|^2}, \quad (4.17)$$

где $\mathcal{B}r_X^{ee}$ есть относительная вероятность распада резонанса X в электрон-позитронную пару, Γ_X и M_X - полная ширина и масса резонанса. Подстановка этого сечения в интеграл (4.6) дает компактное выражение для вклада в $\Pi_X^{res}(s)$:

$$\begin{aligned} \Pi_X^{res}(s) &= \frac{3\mathcal{B}r_X^{ee}}{\alpha} \frac{s}{M_X^2} \frac{\Gamma_X M_X \left((s - M_X^2)(1 - \arctan \frac{\Gamma_X}{M_X}) - \frac{\Gamma_X M_X}{\pi} \ln \left[\frac{M_X^2}{|s|} \sqrt{1 + \frac{\Gamma_X^2}{M_X^2}} - iM_X \Gamma_X \right] \right)}{(s - M_X^2)^2 + (M_X \Gamma_X)^2} \\ &\approx \frac{3\mathcal{B}r_X^{ee}}{\alpha} \frac{s}{M_X^2} \frac{\Gamma_X M_X}{s - M_X^2 + iM_X \Gamma_X}, \quad \text{при} \quad \frac{\Gamma_X}{M_X} \ll 1. \end{aligned} \quad (4.18)$$

Эффекты поляризации вакуума значительно меняют параметры резонанса, в особенности массу и сечение в пике. Так, например, аппроксимация *голых* и *одетых* сечений ϕ мезона приводит к различию в массе 253 кэВ. Масштаб различия много больше, чем экспериментальная точность измерения этой величины [56]. Для быстрых численных оценок сдвига масс узких резонансов можно пользоваться простым выражением:

$$\delta m_X = m_X^{dress} - m_X^{bare} = \frac{3\Gamma_X^{ee}}{2\alpha} \text{Re} \frac{1}{1 + \Pi^{not res}(M_X^2)}, \quad (4.19)$$

$$\delta \Gamma_X = \Gamma_X^{dress} - \Gamma_X^{bare} = \frac{\Gamma_X^{ee} R^{not res}}{|1 + \Pi^{not res}(M_X^2)|^2}, \quad (4.20)$$

где $\Pi^{not res}(M_X^2)$ - поляризация вакуума без учета данного резонанса.

Так, например, подставляя значения лептонных ширин для ϕ и J/Ψ мезонов из PDG, получим, что сдвиги масс равны ~ 254 и ~ 1116 кэВ, соответственно. Видно, что сдвиги массы ϕ мезона, полученные аппроксимацией *голоого* и *одетого* сечений и с помощью этой формулы, хорошо совпадают друг с другом. На рисунке 4.7 приведен вклад в поляризацию вакуума от $J/\psi(1S)$ резонанса, а на рисунке 4.8 приведено сравнение *голоого* и *одетого* сечения J/ψ резонанса.

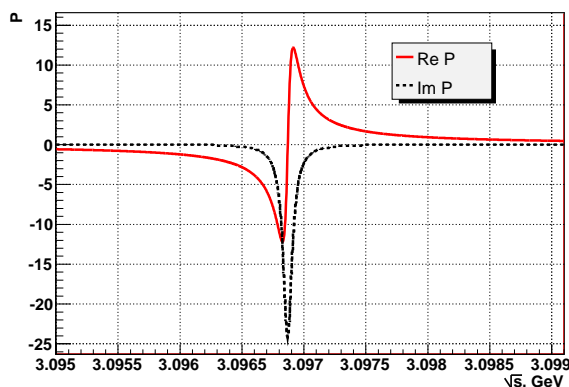


Рис. 4.7: Вклад в поляризация вакуума от $J/\psi(1S)$ резонанса

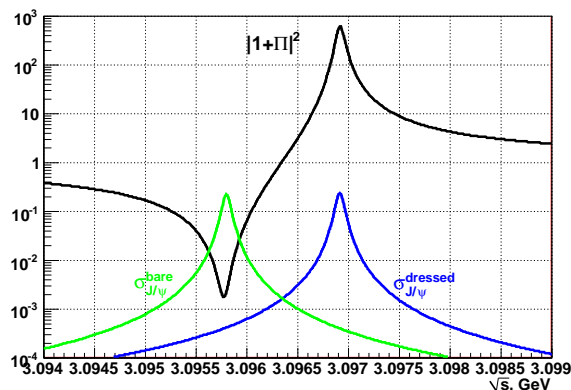


Рис. 4.8: Полная поправка к сечению связанная с вакуумной поляризацией фотона. И сравнение *голого* и *одетого* сечения J/ψ резонанса

Для вычисления поляризации вакуума по формуле (4.18) использовались 1^{--} резонансы, которые отсутствуют в экспериментальных данных по измерению R:

$J/\psi(1S)$, $\psi(2s)$, $\Upsilon(1S, 2S, 3S, 4S, 10860, 11020)$.

Вклад в ошибку вычисления вакуумной поляризации находился на основе экспериментальных точностей m_X , Γ_X и Br_X^{ee} взятых из PDG2006 [56]. Как видно из рисунка 4.9, вдали от резонансов ошибка реальной части поляризации вакуума меньше чем 10^{-4} .

4.5 Процедура интегрирования и объединения данных разных экспериментов

Для вычисления интеграла (4.6), необходимо использовать данные прямых измерений адронных сечений в области низких энергий $\sqrt{s} < 10$ ГэВ. В данной работе интеграл вычислялся методом трапеций с линейной интерполяцией между соседними экспериментальными точками. Это прямой метод интегрирования, который не зависит от теоретических предположений относительно вида зависимости сечения от энергии. Однако, при таком подходе необходимо проводить детальный анализ дополнительных систематических

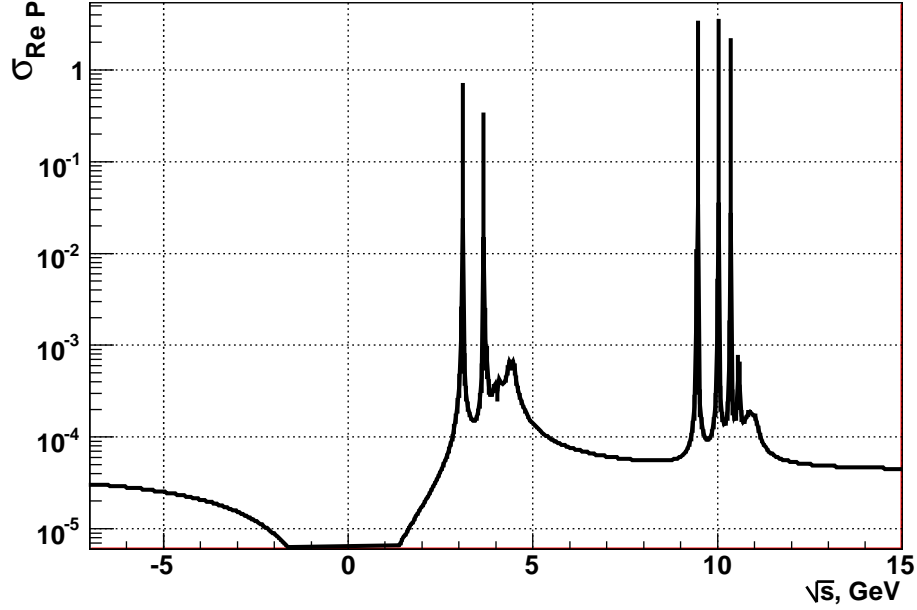


Рис. 4.9: Вклад резонансов в ошибку реальной части поляризации вакуума ошибок, которые могут возникнуть из-за дискретности данных и непостоянства интервала Δs между соседними точками, в которых измерены сечения.

Вычисляемые интегралы имеют вид:

$$\int_A^B \frac{\sigma(x)}{x-s} dx, \quad (4.21)$$

где функция $\sigma(x)$ измерена в точках x_i , где $i = 0 \dots N$, $x_0 = A$, $x_N = B$ и имеет значения $\sigma_i \pm \delta\sigma_i$. Линейная аппроксимация для функции $\sigma(x)$ между соседними точками, в которых она была измерена, записывается как:

$$\sigma(x) = \frac{x_{i+1} - x}{x_{i+1} - x_i} \cdot \sigma_i + \frac{x - x_i}{x_{i+1} - x_i} \cdot \sigma_{i+1}, \quad (4.22)$$

при x лежащем в интервале $[x_i, x_{i+1}]$. Полный интеграл является суммой по всем интервалам, и вклад каждого из них вычисляется как:

$$\int_{x_i}^{x_{i+1}} = \sigma_i \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{s - x_i}{x_{i+1} - x_i} \right) \ln \left| \frac{x_{i+1} - s}{x_i - s} \right| \right] + \sigma_{i+1} \cdot \left[-1 - \left(\frac{s - x_i}{x_{i+1} - x_i} \right) \ln \left| \frac{x_{i+1} - s}{x_i - s} \right| \right]. \quad (4.23)$$

Таким образом, полное выражение для поляризации вакуума из выраже-

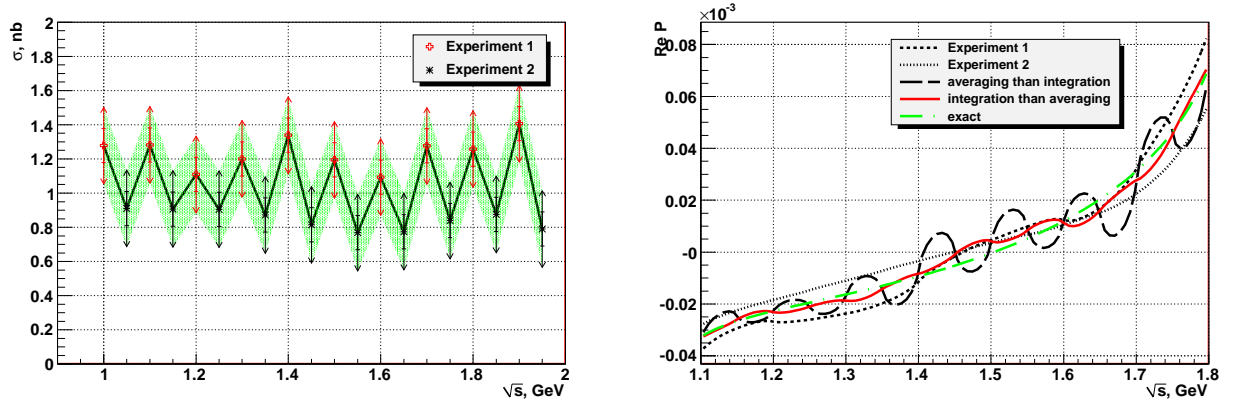


Рис. 4.10: Пример двух наборов данных со статистической ошибкой 10% и систематической ошибкой 20%. Слева: сечение, справа: поляризация вакуума с интегрированием в интервале 1.05 – 1.85 ГэВ.

ния (4.6) для данной энергии s записывается в виде суммы:

$$\Pi(s) = A \cdot \sum \sigma_i (C_i - i\pi D_i), \quad (4.24)$$

где C_i - сумма коэффициентов перед σ_i в выражении (4.23) при интегрировании по интервалам: $[x_{i-1}, x_i]$ и $[x_i, x_{i+1}]$. Коэффициенты D_i - берутся из выражения (4.22), и они не равны нулю только для D_k и D_{k+1} , при $s \in [x_k, x_{k+1}]$. Коэффициент A в соответствии с выражением (4.6) равен: $A = s/4\pi^2\alpha$. Ковариационная матрица ошибки с учетом корреляции между $\text{Re}\Pi$ и $\text{Im}\Pi$ записывается в следующем виде:

$$\begin{pmatrix} (\delta\text{Re}\Pi(s))^2 & \delta\text{Re}\Pi(s)\delta\text{Im}\Pi(s) \\ \delta\text{Re}\Pi(s)\delta\text{Im}\Pi(s) & (\delta\text{Im}\Pi(s))^2 \end{pmatrix} = A^2 \sum (\delta\sigma_i)^2 \begin{pmatrix} C_i^2 & -\pi C_i D_i \\ -\pi C_i D_i & \pi^2 D_i^2 \end{pmatrix}.$$

Следующим важным шагом является объединение данных разных экспериментов. Известны два подхода: сначала объединить экспериментальные точки, а потом производить интегрирование; либо наоборот сначала произвести интегрирование по разным экспериментам и усреднить уже проинтегрированные величины. В первом случае, если разные эксперименты имеют расхождение из-за систематической ошибки и точки не лежат близко друг к другу, то в поведении кривой сечения появятся дополнительные выбросы, как показано на рисунке 4.10.

В отличие от вычислений дисперсионного соотношения для $a_\mu = (g - 2)/2$, где отсутствует полюс в подынтегральном выражении при энергиях в области экспериментальных данных, при вычислении вакуумной поляризации важно локальное поведение сечений. Поэтому, чтобы не вносить дополнительную не монотонность в поведение сечений, в данной работе сначала производится интегрирование отдельных экспериментов, а потом они объединяются. Поскольку разные эксперименты обычно измеряют сечения в разных диапазонах энергий, то область интегрирования для каждого канала реакции разбивалась на интервалы, соответствующие отдельным экспериментам или их пересечениям.

Очень часто данные отдельных экспериментов имеют разную систематическую и статистическую ошибку в разных областях энергий, что может привести к уменьшению точности оценки суммарного вклада при усреднении разных экспериментов, если каждый отдельный набор данных интегрировать по всему диапазону энергий. Покажем это на простом примере. Пусть есть два эксперимента A и B и два диапазона энергий, причем один эксперимент в первой области имеет хорошую точность измерений и, соответственно, точность вычисленного интеграла равна $\sigma_{1A,good}$, а во второй области точность измерений плохая - $\sigma_{2A,bad}$. Точность данных другого эксперимента противоположна - ошибка интеграла в первой области оказывается $\sigma_{1B,bad}$, а во второй - $\sigma_{2B,good}$. Тогда, если производится интегрирование по всей области энергий, то из данных первого эксперимента ошибка вычисления интеграла получится равной $\sqrt{\sigma_{1A,good}^2 + \sigma_{1A,bad}^2} \sim \sigma_{1A,bad}$, а из данных второго $\sqrt{\sigma_{1B,bad}^2 + \sigma_{2B,good}^2} \sim \sigma_{1B,bad}$. После усреднения величина интеграла будет иметь точность: $1/\sqrt{1/\sigma_{1A,bad}^2 + 1/\sigma_{1B,bad}^2}$. Если сначала произвести усреднение экспериментов на этих отдельных интервалах, то точность в каждой области получится: $\sigma_{1A,good}/\sqrt{1 + \sigma_{1A,good}^2/\sigma_{1B,bad}^2}$, $\sigma_{2B,good}/\sqrt{1 + \sigma_{2B,good}^2/\sigma_{2A,bad}^2}$, что после суммирования по обоим интервалам даст ошибку $\sim 1/\sqrt{1/\sigma_{1A,good}^2 + 1/\sigma_{2B,good}^2}$.

Оба способа вычисления полного интеграла имеют статистически правильные ответы, но во втором способе оценка величины интеграла получа-

ется с лучшей точностью. Чтобы избежать такой потери точности, каждый интервал, на котором производится интегрирование отдельных экспериментальных данных, дополнительно разбивался на подинтервалы так, чтобы каждый кусочек перед объединением разных экспериментов имел размер не больше 0.1 ГэВ^2 для эксклюзивных сечений в диапазоне $0 \div 4 \text{ ГэВ}^2$, и 1 ГэВ^2 для инклюзивно измеренных адронных сечений при энергиях $4 \div 100 \text{ ГэВ}^2$.

Если на каком либо интервале отклонение величины интеграла отдельного эксперимента от средней величины по всем экспериментам больше 3: $\chi_{i,k}^2 = (P_i^k - P_i^{average})^2 / (\sigma_{i,k}^2(stat) + \sigma_{i,k}^2(syst)) > 3$, то вводился масштабный множитель и статистическая ошибка этого эксперимента $\sigma_{i,k}(stat)$ умножалась на величину $\sqrt{\chi_{i,k}^2/3}$.

Чтобы избежать дополнительной систематической ошибки из-за линейной аппроксимации между соседними экспериментальными точками в случае быстро меняющихся сечений в области ω и ϕ резонансов, из экспериментальных сечений $\pi^+\pi^-\pi^0$, $K_S K_L$, K^+K^- , $\pi^0\gamma$ и $\eta\gamma$ вычиталась величина, соответствующая функции Брейт-Вигнера (4.17) для данной моды распада. После величина P_i^k определялась как сумма интеграла от линейной аппроксимации по формуле (4.24) и интеграла от аналитической аппроксимации Брейт-Вигнера.

Для объединения данных разных экспериментов с учетом их систематических ошибок минимизировался нелинейный функционал χ^2 :

$$\chi^2 = \sum_{k=1}^{N_{exp}} \sum_i \frac{[P_i^k - (1 + \lambda^k \alpha_i^k) P_i^{fit}]^2}{\sigma_{i,k}^2(stat)} + \sum_{k=1}^{N_{exp}} \lambda_k^2, \quad \alpha_i^k = \sigma_{i,k}(syst)/P_i^k, \quad (4.25)$$

где α_i^k - относительная систематическая ошибка k -эксперимента на i -интервале энергий, и λ^k - соответствует общему систематическому сдвигу всех данных k -эксперимента, полученному в результате минимизации. Минимизация производилась численно итерационным способом, в результате чего находились значения P_i^{fit} на каждом интервале и полная матрица ошибок $C_{ij} = \langle \delta P_i^{fit} \delta P_j^{fit} \rangle$. После суммирования по всем диапазонам, полный вклад в поляризацию вакуума от каждого отдельного адронного

сечения равен:

$$P^{channel}(s) = \sum_i P_i^{fit}, \quad \delta P^{channel}(s) = \sum_i \sum_j C_{ij}.$$

Стоит отметить, что использование линейного вида χ^2 (где не производится перемасштабирование ошибок вычисления) вместо нелинейного χ^2 по формуле (4.25) приводит к смещенному в меньшую сторону значению среднего. Причина состоит в том, что систематическая ошибка измерения указывается в относительных величинах от самого измерения. Например линейная форма χ^2 :

$$\chi^2 = \sum_{n=1}^{N_{exp}} \sum_{i,j=1}^{N_n} (P_i^n - P_i^{fit}) (C_{ij}^n)^{-1} (P_j^n - P_j^{fit}),$$

где матрица ошибок определена как:

$$C_{ij}^n = \begin{cases} (\Delta_{i,stat}^n)^2 + (\Delta_{i,sys}^n)^2 & \text{for } i = j \\ \Delta_{i,sys}^n \cdot \Delta_{j,sys}^n & \text{for } i \neq j \end{cases}, \quad i, j = 1, \dots, N_n,$$

при систематической ошибке $\Delta_{i,sys}^n = \epsilon_{i,sys}^n \cdot P_i^n$, приведет к смещенному ответу. Для корректного усреднения необходимо систематическую ошибку учитывать итерационно, согласно: $\Delta_{i,sys}^n = \epsilon_{i,sys}^n \cdot P_i^{fit}$, что эквивалентно нелинейному χ^2 по формуле (4.25).

Подробно процедура усреднения экспериментальных данных с учетом систематических ошибок обсуждается в работах [99, 100]. В качестве простого аргумента, указывающего на то, что результат получается со смещенной оценкой среднего в случае линейной формы χ^2 , можно привести пример: если есть набор из n экспериментальных данных x_i (которые мы хотим усреднить) с относительной систематической ошибкой ϵ_{syst} , то величина χ^2 должна быть в среднем $\sim n$, в то время как значение χ^2 при $x^{fit} = 0$ будет равно $1/\epsilon_{syst}^2$, то есть $(x_i - x^{fit}) = \frac{1}{\epsilon_{syst}} \Delta_{sys} = \frac{1}{\epsilon_{syst}} \cdot \epsilon_{syst} \cdot x_i$, и при большом n смещение результата минимизации в сторону нуля будет более выгодно.

4.6 Вклад различных каналов адронных сечений

Для вычислений была использована информация экспериментов:

ACO, BABAR, BBar(barion-anti-barion), BCF, BES, CBALL, CMD, CMD2, DASP, DM1, DM2, FENICE, GG2, LENA, M3N, MARK2, MD1, MEA, MUPI, ND, OLYA, PLUTO, SND, SPEAR, TOF.

В таблице 4.1 приведены используемые адронные сечения и ссылки на эксперименты, в которых они были получены. Для полноты, в таблице 4.2 приведены данные, которые не использовались по причине либо плохой точности измерения, либо потому, что они противоречат более новым измерениям.

Для энергий ниже 1 ГэВ доминирующий вклад в поляризацию вакуума дает сечение рождения двух пионов, точность которого определяется данными детектора КМД2. Для диапазона энергий от 1.4 ГэВ до 2 ГэВ систематическая ошибка сечений с четырьмя пионами в конечном состоянии (этот канал доминирует в этой области энергий) была значительно улучшена за счет новых данных с детектора ВаВаг [101]. Для энергий выше $\sqrt{s} > 10$ ГэВ были использованы расчеты в рамках КХД.

Данные некоторых старых экспериментов нуждаются в поправках, поскольку при нормировке сечений вакуумная поляризация учитывалась не полностью. Все данные приводились к *одетому* сечению, которое включает в себя вакуумную поляризацию в s-канале. Различались поправки нескольких типов:

- При нормировке на мюонное сечение вакуумная поляризация сокращается, поэтому ее необходимо вернуть. Кроме того, в экспериментах по измерению R полное адронное сечение приводится с убранной поляризацией вакуума. Поправка имеет вид:

$$C_{vp}^B = \alpha^2(s)/\alpha^2,$$

где $\alpha(s)$ - бегущая константа связи, равная $|1 + \Pi(s)|$.

Это эксперименты: NA7($\pi^+\pi^-$), DM2($\pi^+\pi^-$, KK , 3π , 4π), BES(R),

Crystall Ball(R), LENA(R), CLEO(R).

- Многие эксперименты используют для нормировки события электрон-позитронного рассеяния. Поправка на вакуумную поляризацию в расчетном сечении иногда не применялась. Это сечение в основном определяется амплитудой диаграммы, в которой обмен фотоном происходит в t -канале. Поскольку сечение $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ ведет себя как $d\sigma/dt \propto \alpha^2/t^2$, то основной вклад приходится на t_{min} , где $t_{min} = -s(1 - \cos \theta_{cut})/2$, и θ_{cut} - соответствует телесному углу детектора. Соответственно, поправка выражается как:

$$C_{vp}^C = \alpha^2(t_{min})/\alpha^2.$$

- Во многих экспериментах вакуумная поляризация учитывала только лептонный (электронный и мюонный) вклад, как в нормировочном процессе так и в самом сечении. В этом случае поправка имеет вид:

$$C_{vp}^D = (\alpha(t_{min})/\alpha_l(t_{min}))^2 \cdot \alpha_l^2(s)/\alpha^2.$$

Это эксперименты: OLYA($\pi^+\pi^-$, KK , 4π , $\cos \theta_{cut} = 0.71$),

CMD($\pi^+\pi^-$, KK , 3π , 4π , $\cos \theta_{cut} = 0.6$), TOF($\pi^+\pi^-$, $\cos \theta_{cut} = 0.24$),

DM1($\pi^+\pi^-$, KK , 3π , 4π , $\cos \theta_{cut} = 0.5$), MEA(KK , 4π , $\cos \theta_{cut} = 0.77$),

DHNM(R, $\cos \theta_{cut} = 0.7$).

- Если в лептонном вкладе учитывалась только электронная составляющая, то поправка имела вид:

$$C_{vp}^E = (\alpha(t_{min})/\alpha_e(t_{min}))^2 \cdot \alpha_e^2(s)/\alpha^2.$$

Это эксперименты: DASP(R, $\cos \theta_{cut} = 0.71$) , $\gamma\gamma 2$ (R, $\cos \theta_{cut} = 0.64$).

- Для ранних экспериментов по измерению R из полного сечения убиралась только электронная составляющая вакуумной поляризации, соответственно поправка имеет вид:

$$C_{vp}^F = \alpha_e^2(s)/\alpha^2.$$

Это эксперименты: BBar, M3N, MARK2, MD1, MEA, PLUTO.

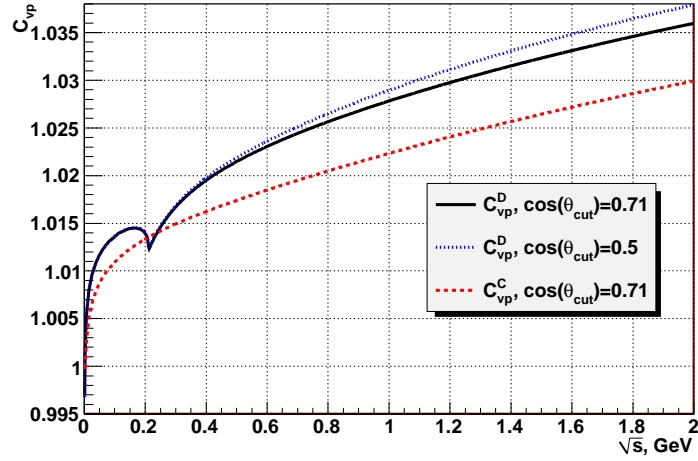


Рис. 4.11: Поправка на вакуумную поляризацию для ранних экспериментов.

Зависимости некоторых поправок от энергии приведены на рисунке 4.11.

Как упоминалось выше, для сечения процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ добавлялся вклад, связанный с излучением фотона в конечном состоянии.

Сечения некоторых отсутствующих каналов определялись исходя из изотопической инвариантности:

$$\begin{aligned}\sigma(K\bar{K}\pi\pi) &= 2\sigma(K^+K^-\pi\pi), \\ \sigma(K_L\pi K) &= \sigma(K_S\pi K), \\ \sigma(K\bar{K}\pi^0) &= 2\sigma(K^+K^-\pi^0), \\ \sigma(K\bar{K}\pi^+\pi^-\pi^0) &= 2\sigma(K^+K^-\pi^+\pi^-\pi^0).\end{aligned}$$

Сечение канала $\sigma(\pi^0\pi^0\gamma)$ бралось из данных о сечении $\sigma(\omega\pi^0)$ с вероятностью распада ω : $Br(\omega \rightarrow \pi^0\gamma) = 0.089$, а сечение $\sigma(\pi^+\pi^-\pi^0\gamma)$ из $\sigma(\omega\pi^+\pi^-)$. Аналогично, сечение $\sigma(3\pi^0\gamma)$ определялось из изотопической инвариантности: $\sigma(\omega 2\pi^0) = 0.5\sigma(\omega\pi^+\pi^-)$.

Из сечения $\sigma(\eta\pi^+\pi^-)$ убирался вклад, связанный с каналами распада $\eta \rightarrow 3\pi$, поскольку эти события уже присутствуют в многопионных событиях. То есть это сечение домножалось на величину: $(1 - Br_{\pi^+\pi^-\pi^0} - Br_{3\pi^0}) = 0.4479$, в соответствие с PDG2006 [56].

На рисунках 4.12 - 4.34 приведены вклады от каждого канала адронных сечений.

Канал реакции	Эксперимент с ссылкой где были опубликованы данные
$\pi^+\pi^-$	CMD-2 [19, 20, 21, 22, 23], SND [24, 25], OLYA [26, 27, 28], CMD [1], DM1 [11], DM2 [12], TOF [102]
$\pi^0\gamma$ $\eta\gamma$	SND [103, 104], CMD-2 [105] SND [104, 106, 107], CMD-2 [108, 109, 110, 105]
$\pi^+\pi^-\pi^0$	CMD-2 [108, 111, 112, 20, 113], SND [114, 115, 80], BABAR [116], CMD [117], ND [28], DM1 [118]
$\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$	CMD-2 [69], SND [119], BABAR [120], OLYA [121], DM2 [122], $\gamma\gamma$ [123], M3N [124, 125], MEA [126], ACO [127, 128]
$\pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$	CMD-2 [129, 130, 131], SND [119], BABAR [101], OLYA [132], CMD [133], ND [28], DM1 [134, 135], DM2 [122], M3N [124, 125], $\gamma\gamma$ [136], MEA [137], MUPI [138], ACO [127, 128]
$\pi^+\pi^-\pi^+\pi^-\pi^0$ $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0$	BABAR [139], MEA [140, 141, 126], M3N [124, 125], CMD [28, 133], $\gamma\gamma$ [123], MUPI [142] M3N [124, 125], MEA [141]
$\pi^+\pi^-\pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$ $\pi^+\pi^-\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$	BABAR [143], DM1 [144], DM2 [145], M3N [124, 125], BABAR [143], DM2 [145], $\gamma\gamma$ [123], M3N [124, 125], MEA [140, 141, 126],
$\omega(\rightarrow \pi^0\gamma)\pi^0$	CMD-2 [146, 147], SND [148, 149, 119], DM2 [122], ND [150, 28]
$\omega(\rightarrow \pi^0\gamma)\pi^+\pi^-$	BABAR [139], CMD-2 [68], DM2 [151], DM1 [152]
$\eta\pi^+\pi^-$	BABAR [139], CMD-2 [68], DM2 [153], DM1 [154], ND [155]
K^+K^-	CMD-2 [108], SND [114, 156], CMD [157, 158, 28], OLYA [159], DM1 [160], DM2 [161], MEA [16, 17], BCF [13]
$K_S^0K_L^0$	CMD-2 [162, 163, 20], SND [114, 164], DM1 [165] CMD [166, 28]
$K^+K^-\pi^0$	BABAR [167], DM2 [168, 169]
$K_S^0\pi K$	BABAR [167], DM1 [170], DM2 [168, 169]
$K^+K^-\pi^+\pi^-$	BABAR [171], DM2 [168], DM1 [172]
$K^+K^-\pi^0\pi^0$	BABAR [171]
$K^+K^-\pi^+\pi^-\pi^0$	BABAR [139]
$p\bar{p}$	BABAR [173], FENICE [174, 175, 176], DM2 [177, 178], DM1 [179], BES [180]
$n\bar{n}$	FENICE [174, 176]
incl. (< 2 GeV)	$\gamma\gamma$ [181], MEA [182], M3N [124, 125], BBar [183]
incl. (> 2 GeV)	BES [184, 185, 186, 187], Crystal Ball [188, 189, 190], LENA [191], MD1 [192], DASP [193, 194], CLEO [195, 196], MARK2 [197], CUSB [198], DHHM [199], PLUTO [200],

Таблица 4.1: Ссылки на эксперименты, результаты которых использовались в данной работе.

Канал реакции	Эксперимент с ссылкой где были опубликованы данные
$\pi^+\pi^-$	NA7 [8], BCF [13, 14], MEA [16, 17], ACO [9, 10], VEPP-2 [5, 6, 7], CLEO [81], KLOE [18]
$\pi^0\gamma$	ACO [201]
$\eta\gamma$	ACO [201]
$\pi^+\pi^-\pi^0$	DM2 [151], $\gamma\gamma 2$ [202, 123], MEA [141, 137], OLYA [203, 204], VEPP-2 [6], ACO [205, 206, 207, 208, 209]
$\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$	ND [28], MUPI [210]
$\pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$	BCF [211], SPEAR [212]
$\pi^+\pi^-\pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$	CMD [133], SPEAR [212] MEA [140, 141, 126], MUPI [142]
$\pi^+\pi^-\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$	CMD [133], MUPI [142]
K^+K^-	ACO [206, 213]
$K_S^0K_L^0$	ACO [214], VEPP2 [6]
$n\bar{n}$	DM2 [178]
incl. (< 2 GeV)	BCF [215], MUPI [142, 216]
incl. (> 2 GeV)	MARK1 [217, 218, 219]

Таблица 4.2: Ссылки на эксперименты, результаты которых не использовались в данной работе по причине низкой точности данных или потому, что они противоречат более новым измерениям.

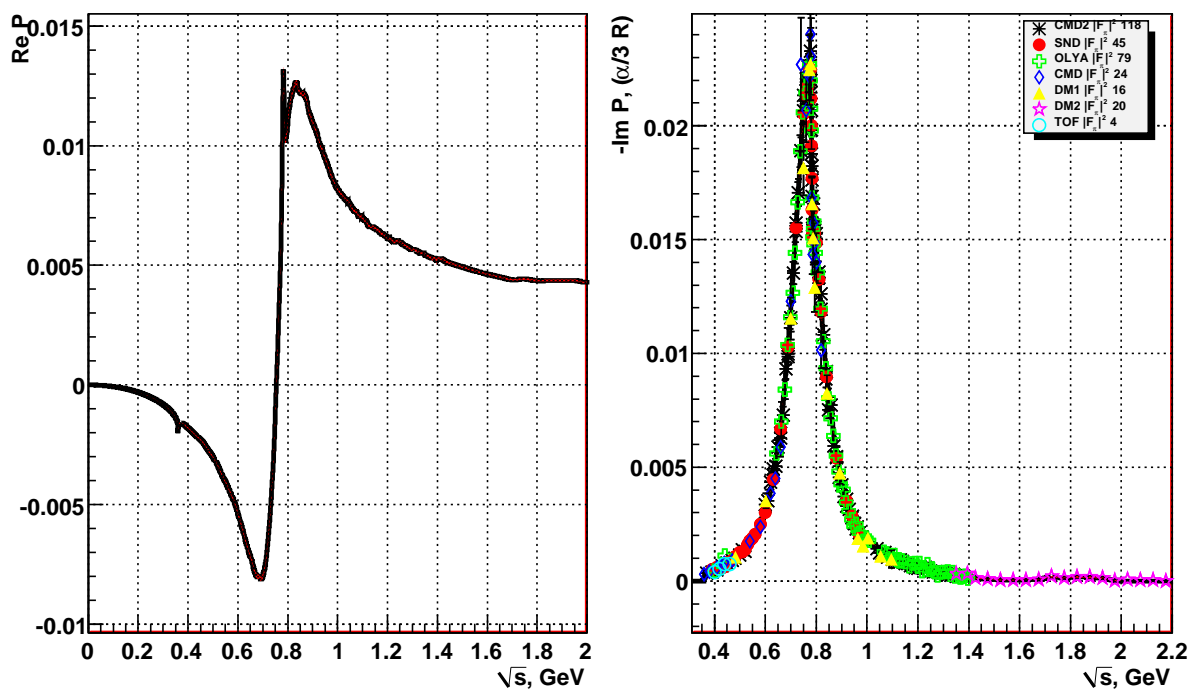


Рис. 4.12: Вклад $\pi^+\pi^-$

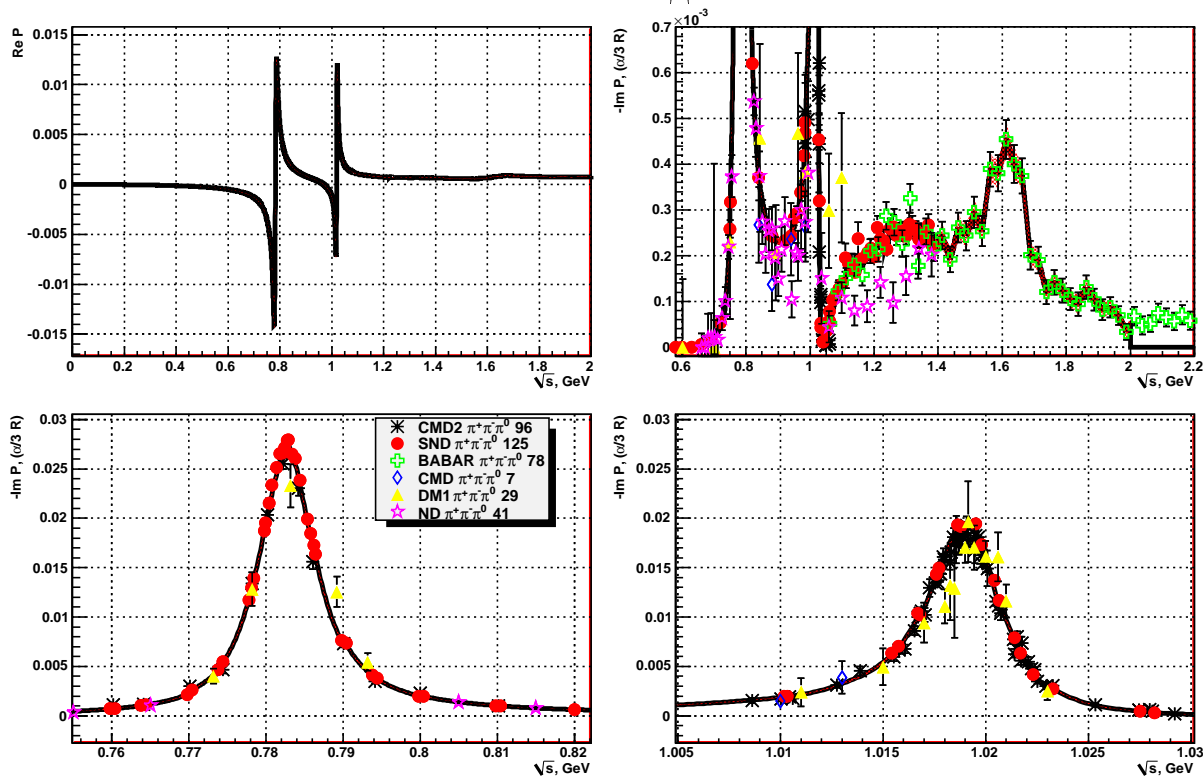
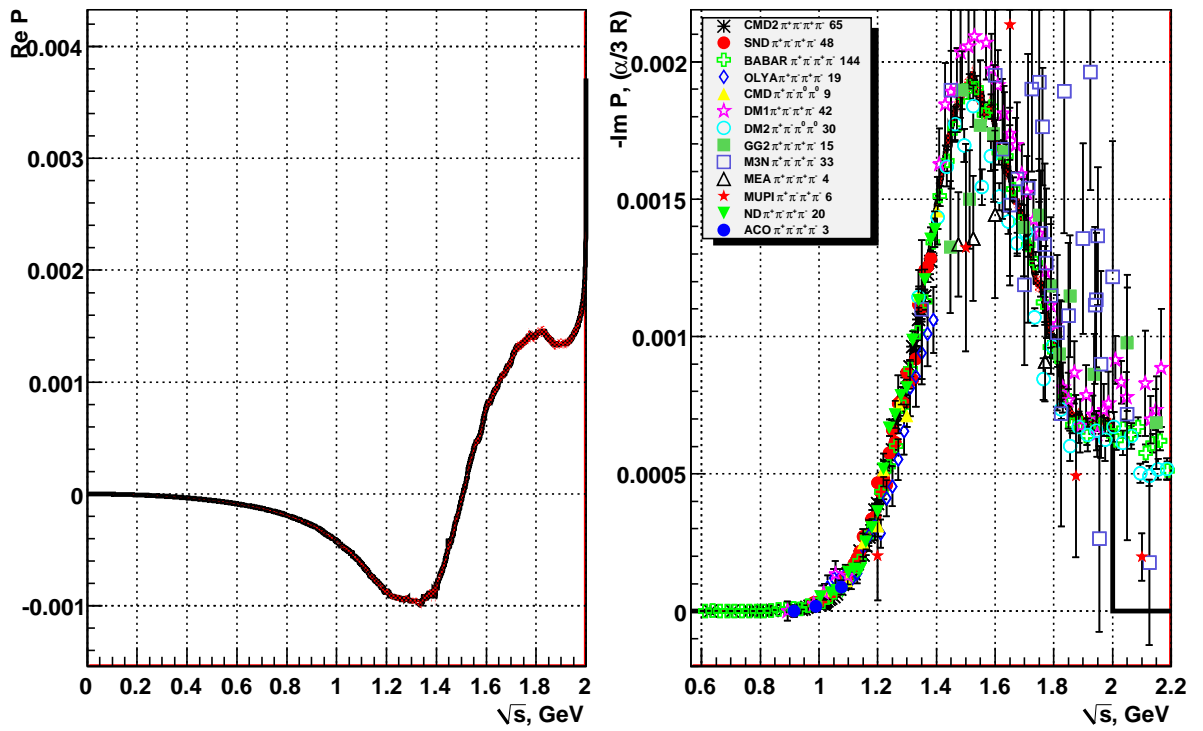
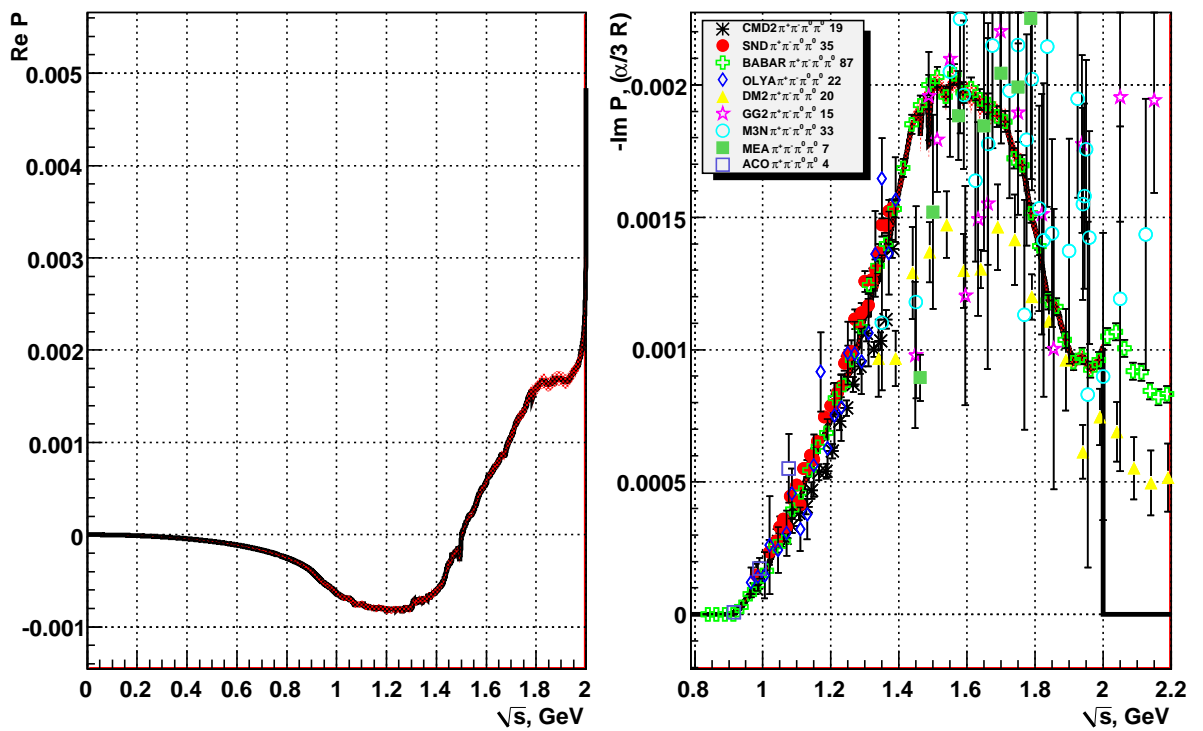
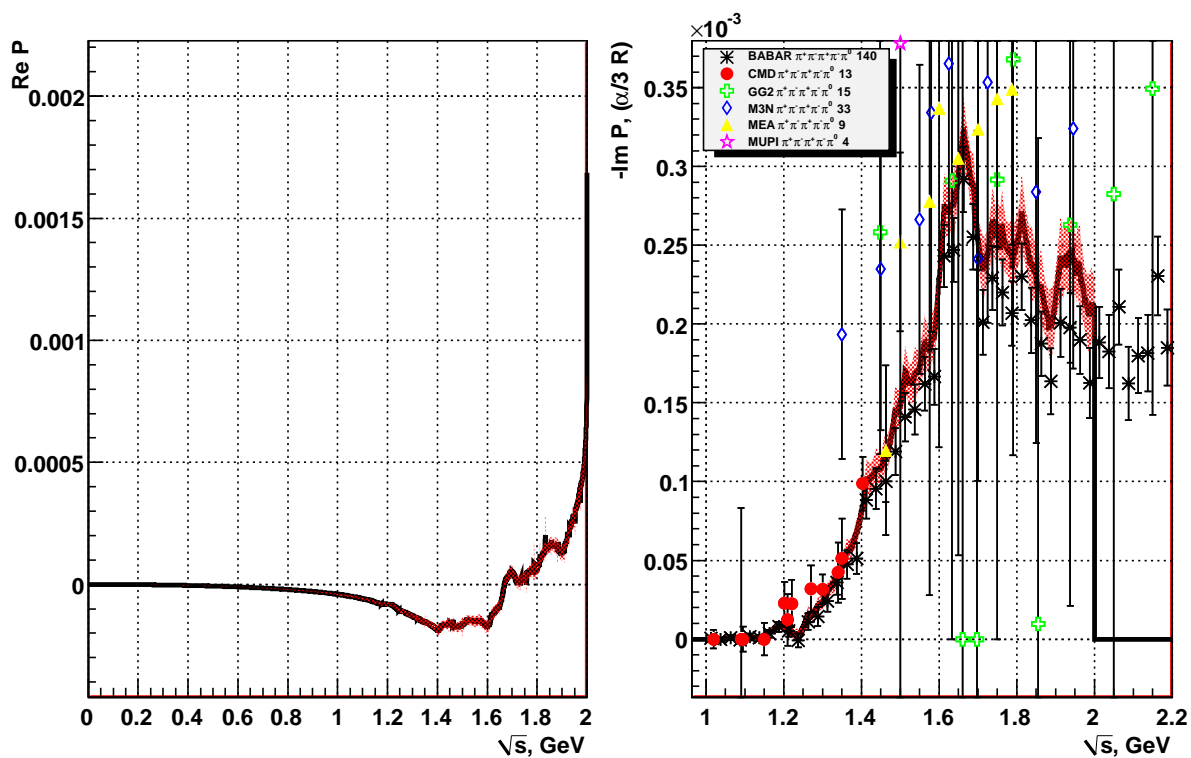
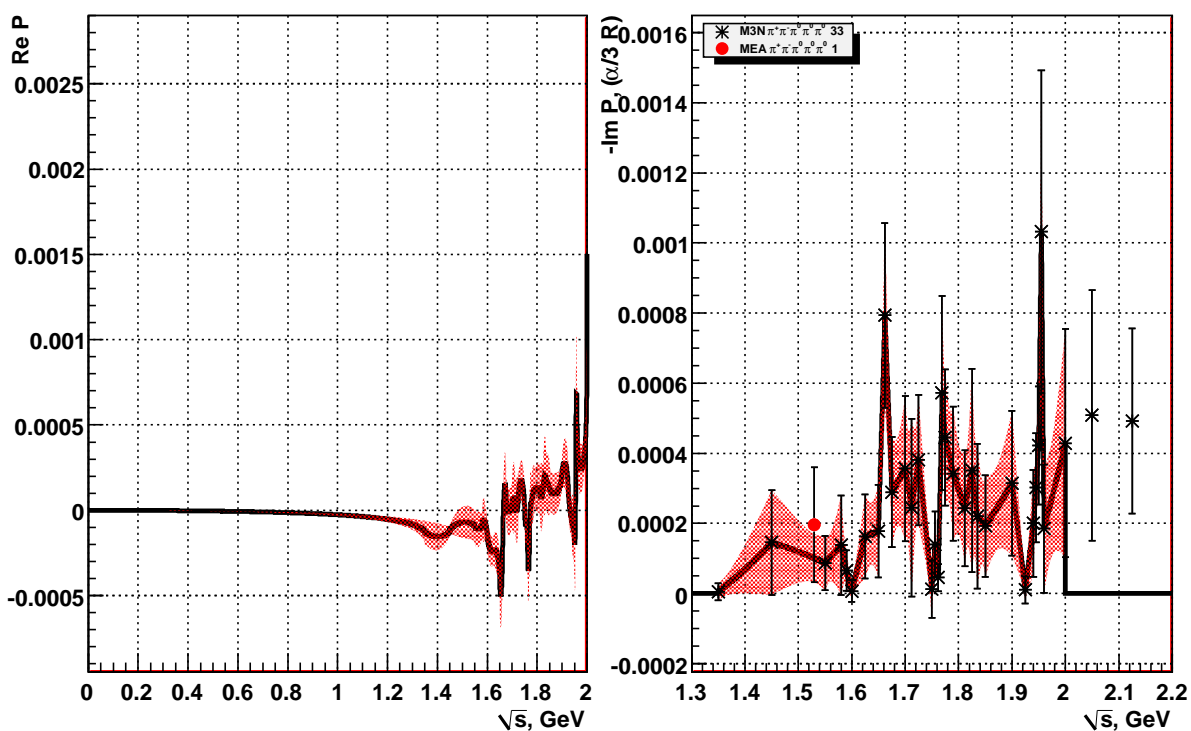
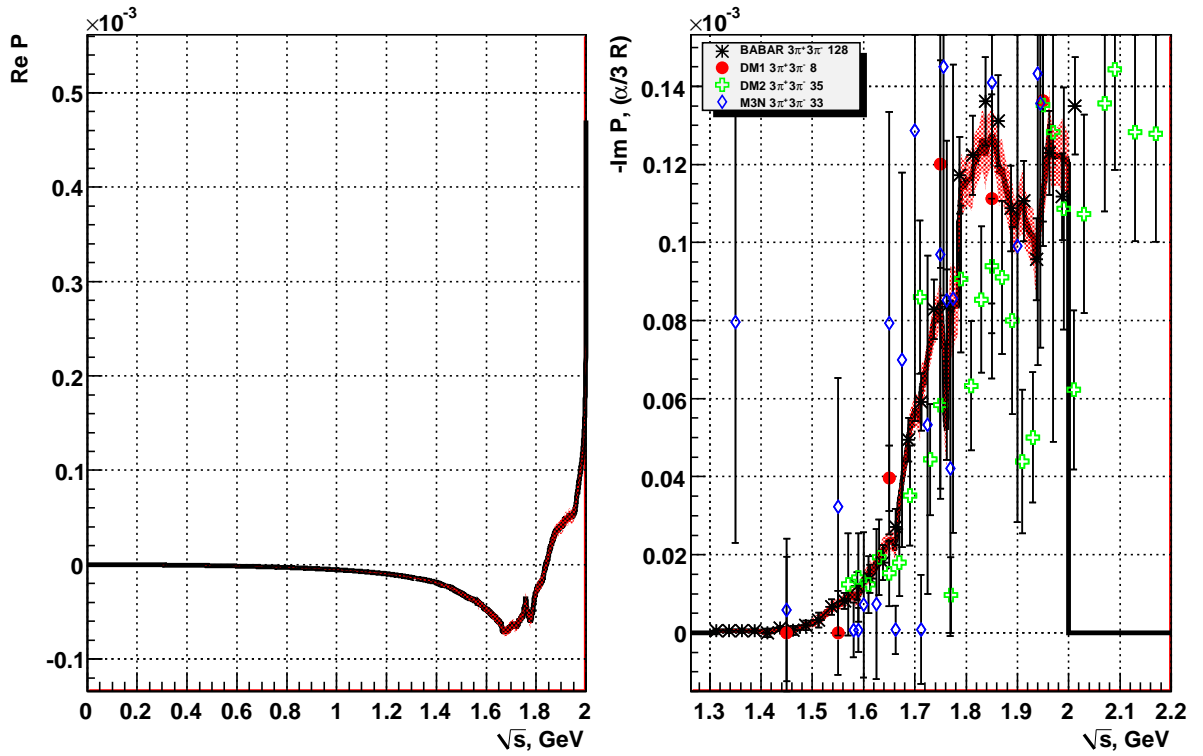
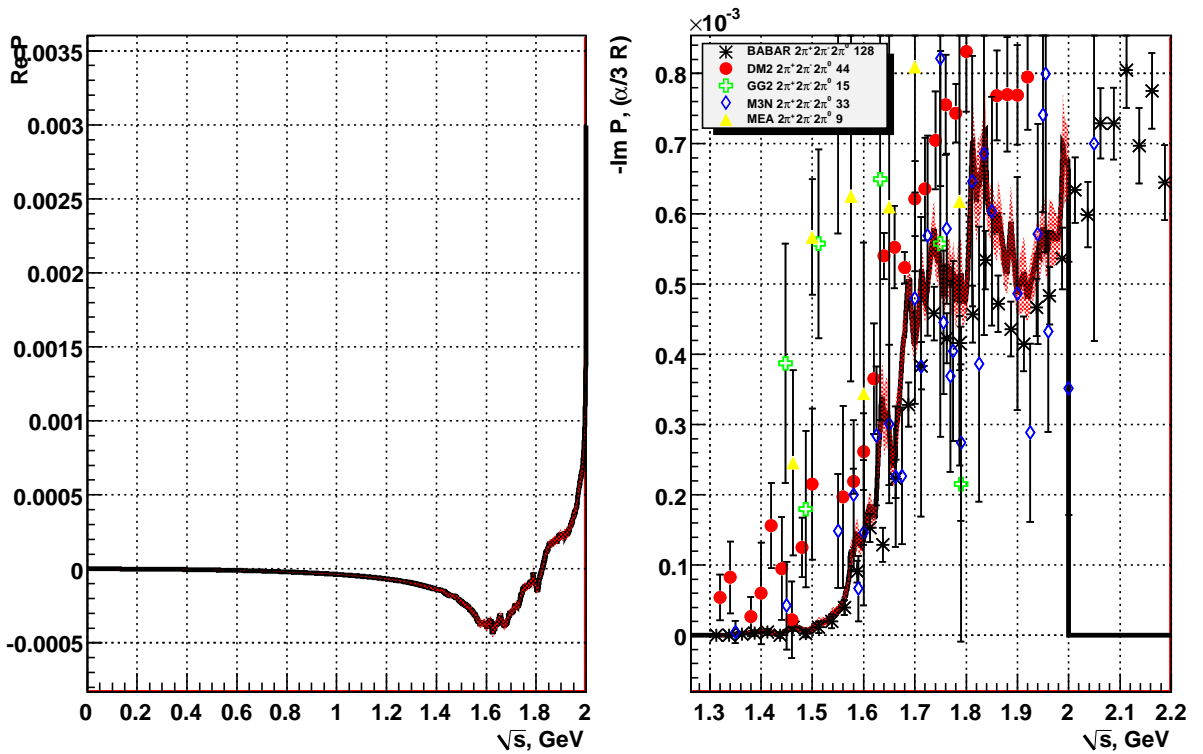
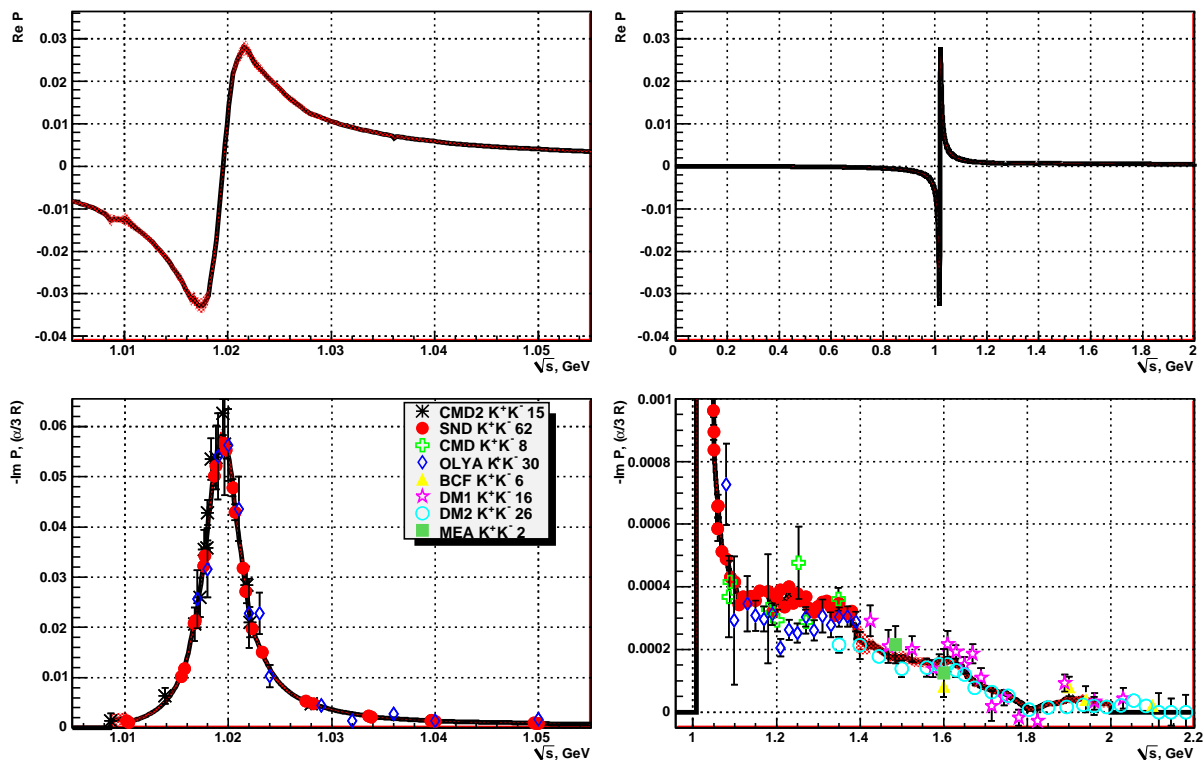
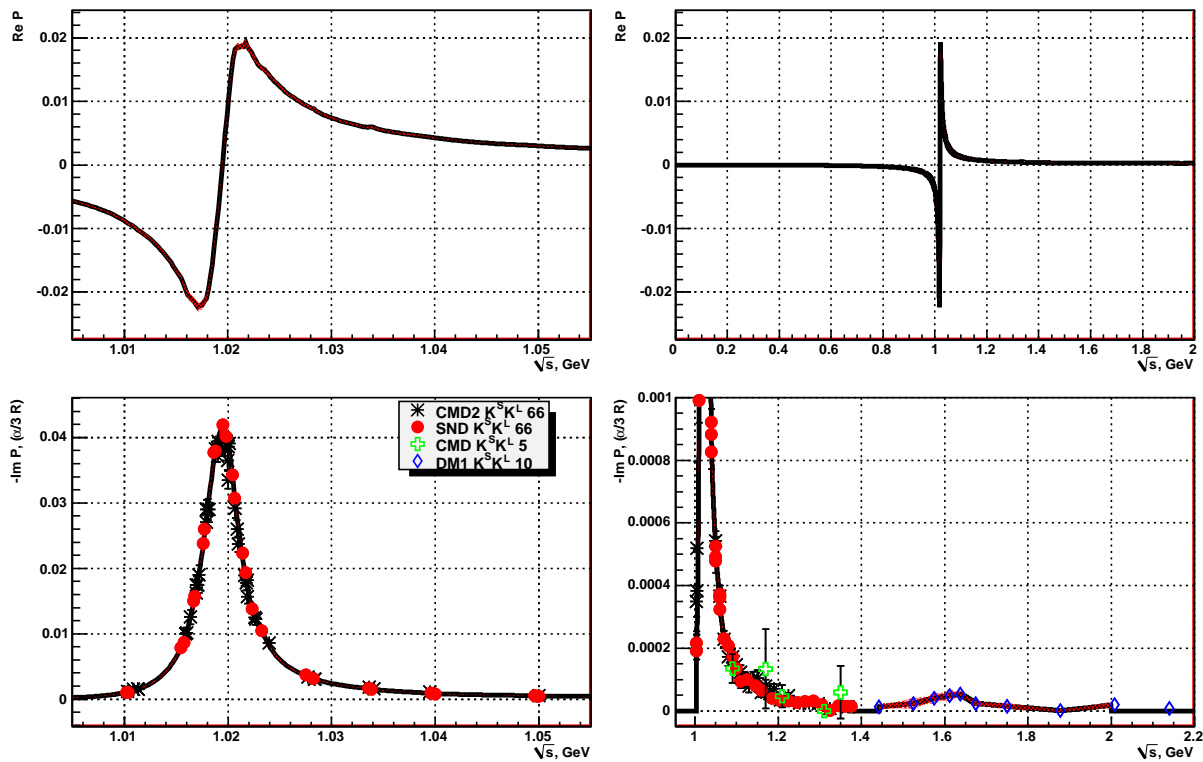


Рис. 4.13: Вклад $\pi^+\pi^-\pi^0$

Рис. 4.14: Вклад $\pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$ Рис. 4.15: Вклад $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$

Рис. 4.16: Вклад $\pi^+\pi^-\pi^+\pi^-\pi^0$ Рис. 4.17: Вклад $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0$

Рис. 4.18: Вклад $\pi^+\pi^-\pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$ Рис. 4.19: Вклад $\pi^+\pi^-\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$

Рис. 4.20: Вклад K^+K^- Рис. 4.21: Вклад $K_S K_L$

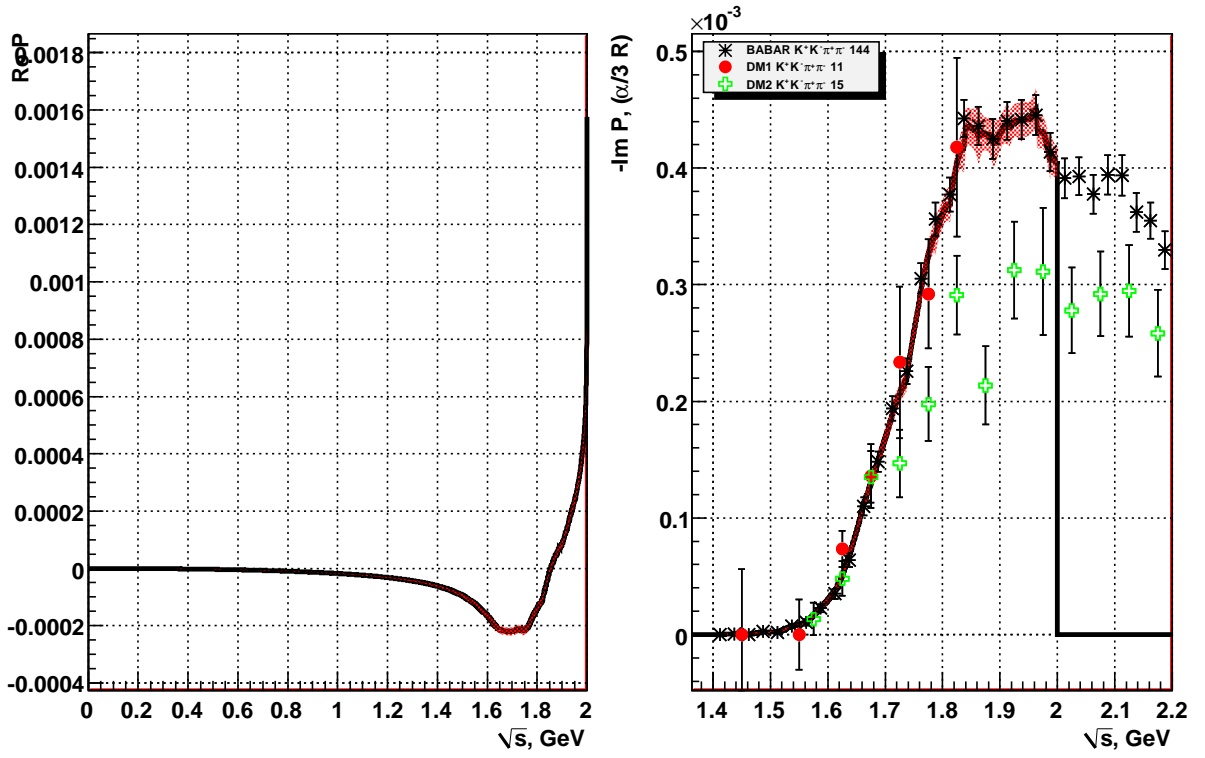


Рис. 4.22: Вклад $K^+K^-\pi^+\pi^-$

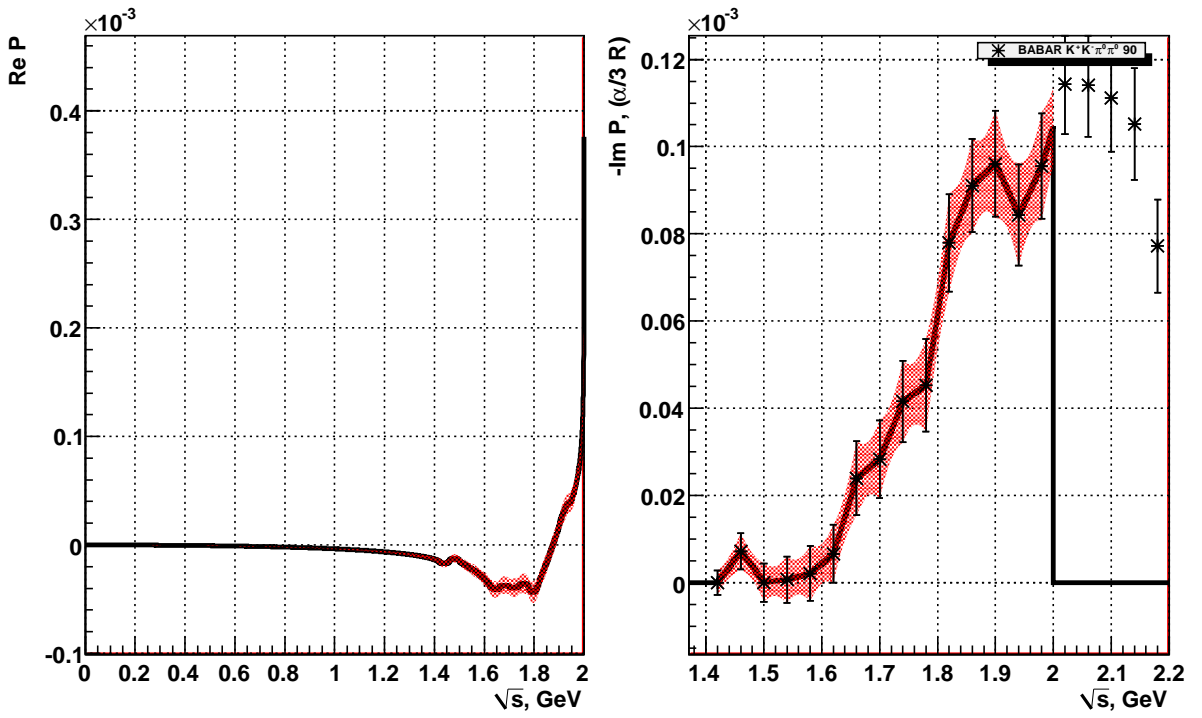
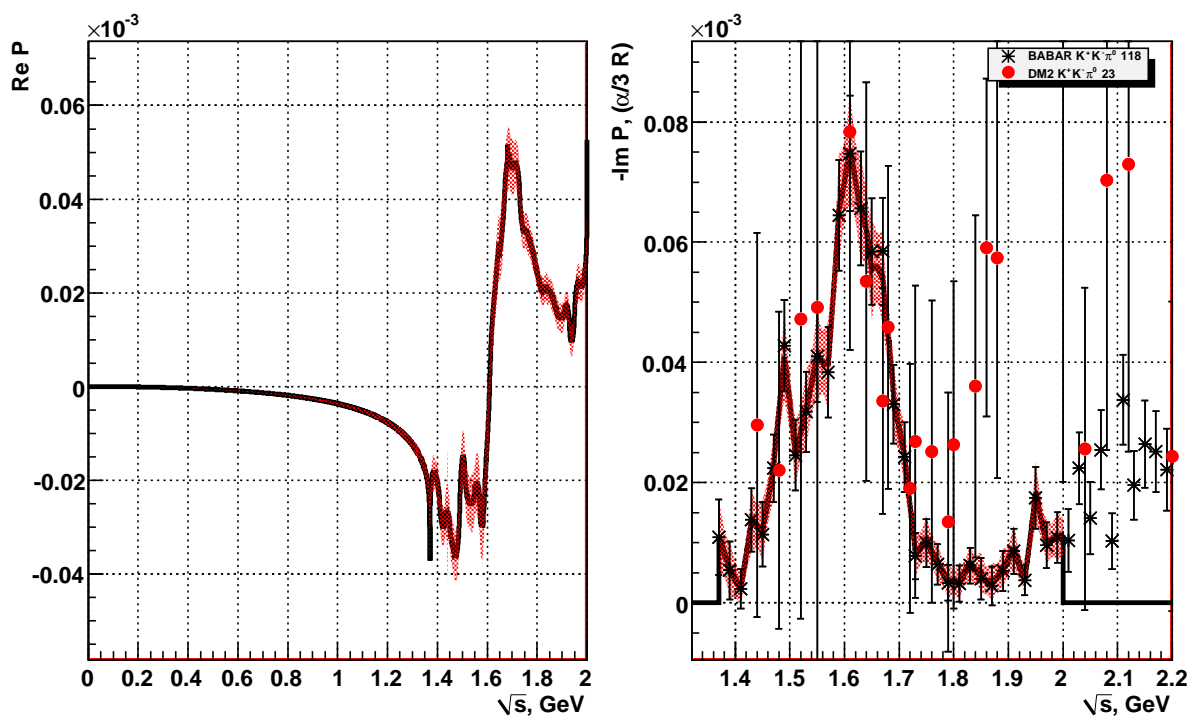
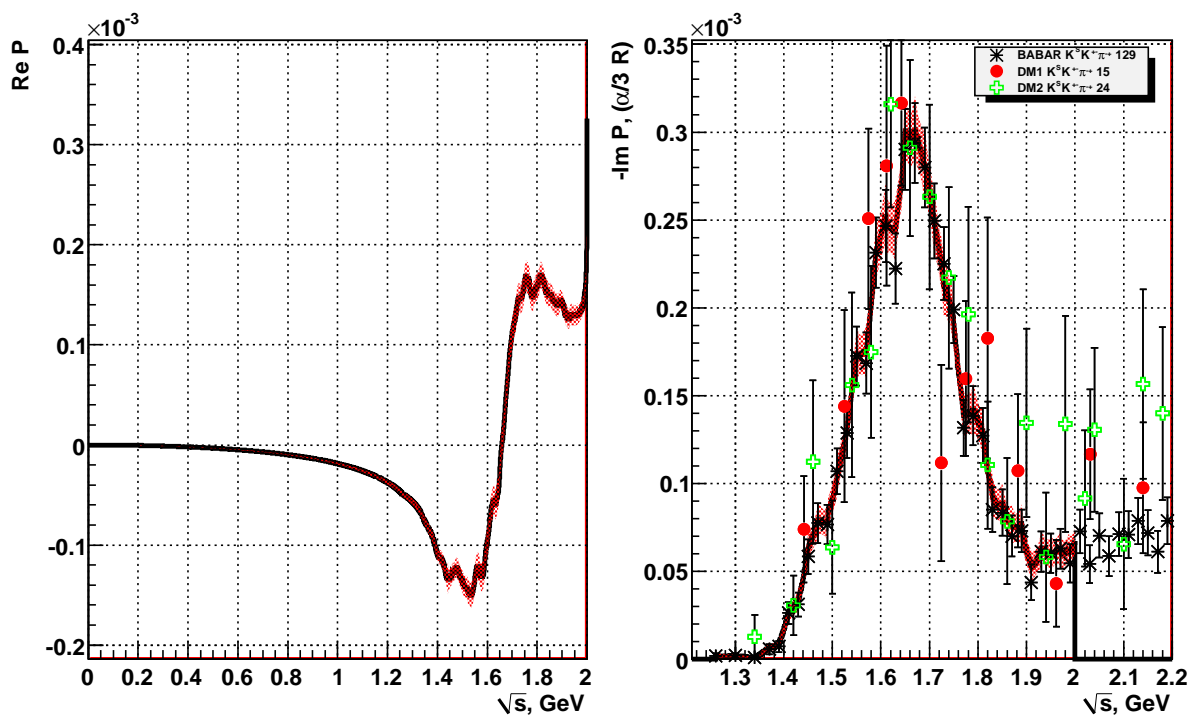
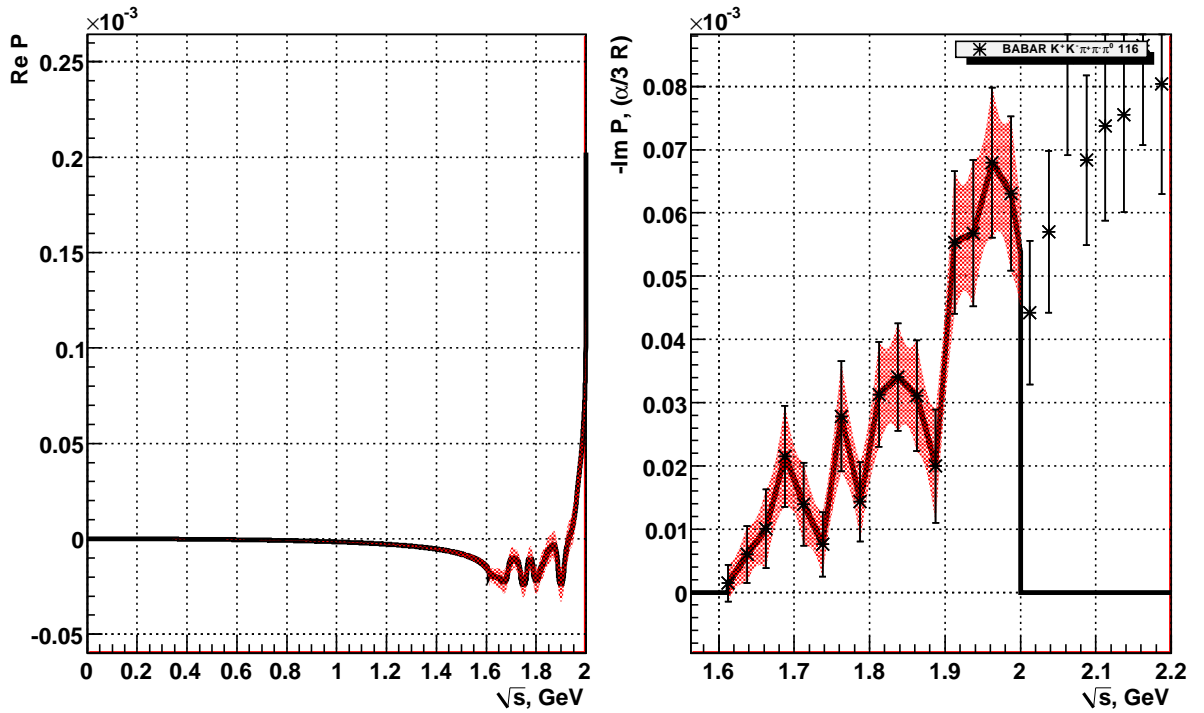
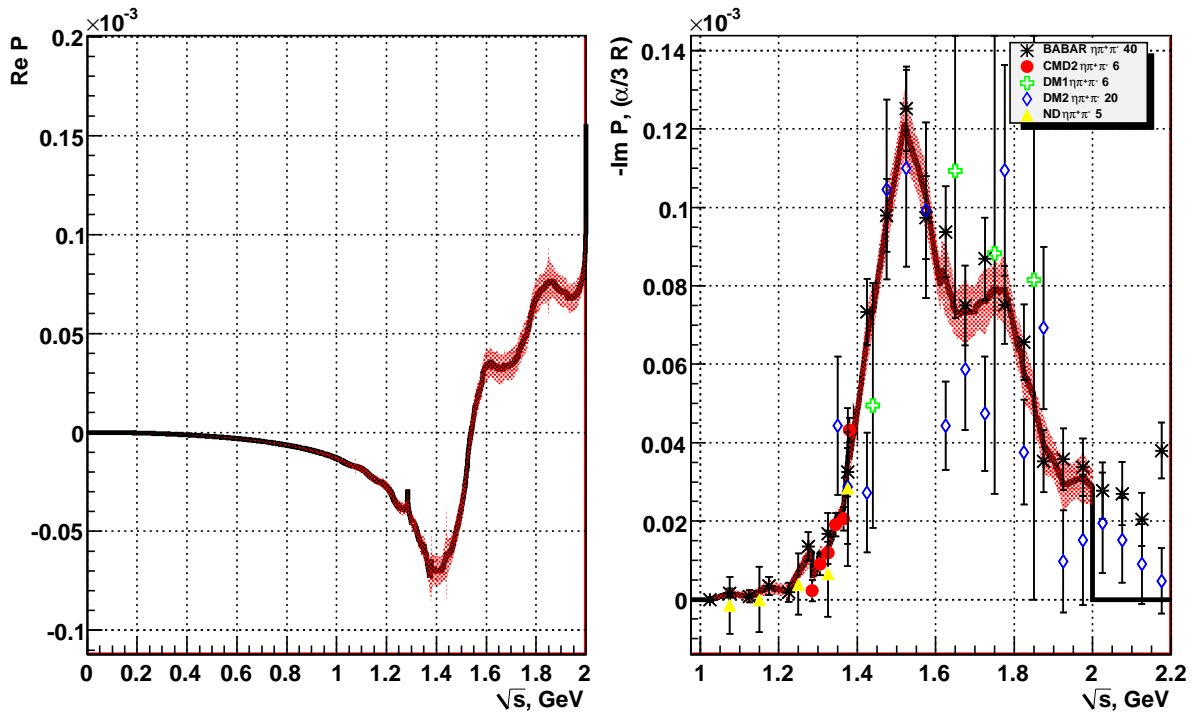


Рис. 4.23: Вклад $K^+K^-\pi^0\pi^0$

Рис. 4.24: Вклад $K^+K^-\pi^0$ Рис. 4.25: Вклад $K^sK^\pm\pi^\pm$

Рис. 4.26: Вклад $K^+K^-\pi^+\pi^-\pi^0$ Рис. 4.27: Вклад $(1 - Br_{\pi^+\pi^-\pi^0} - Br_{3\pi^0}) \cdot \sigma(\eta\pi^+\pi^-); \eta \rightarrow 2\gamma, \pi^+\pi^-\gamma, e^+e^-\gamma$

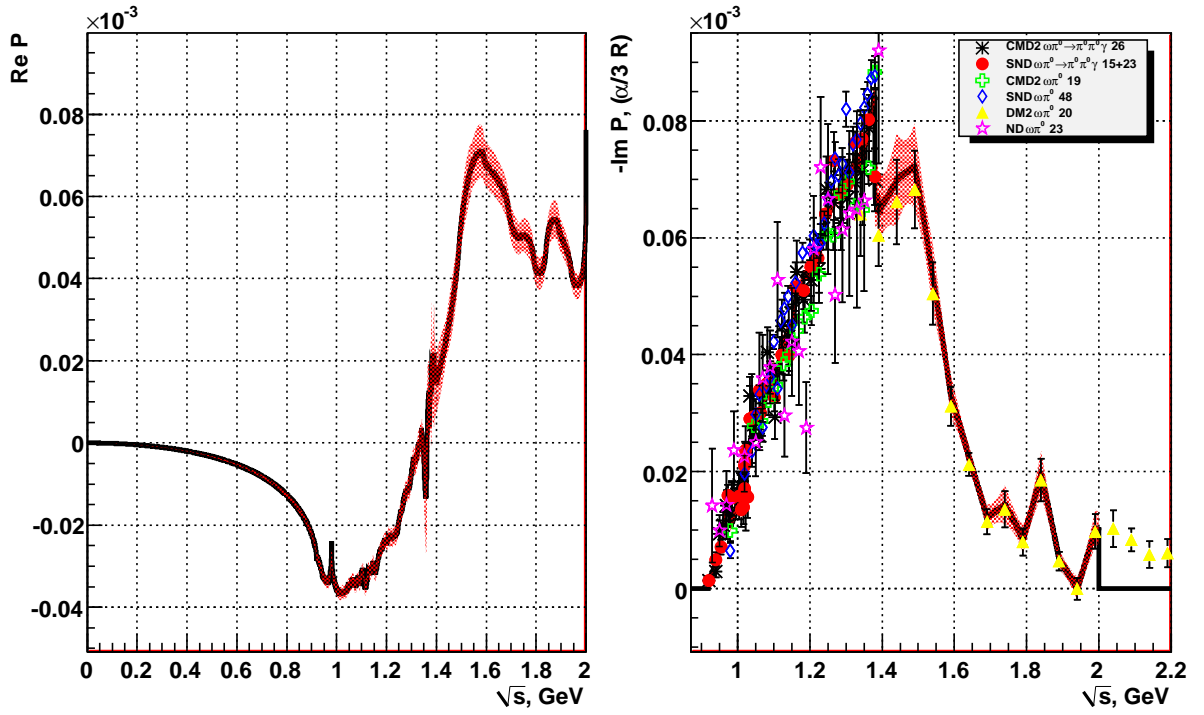


Рис. 4.28: Вклад $\omega\pi^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$

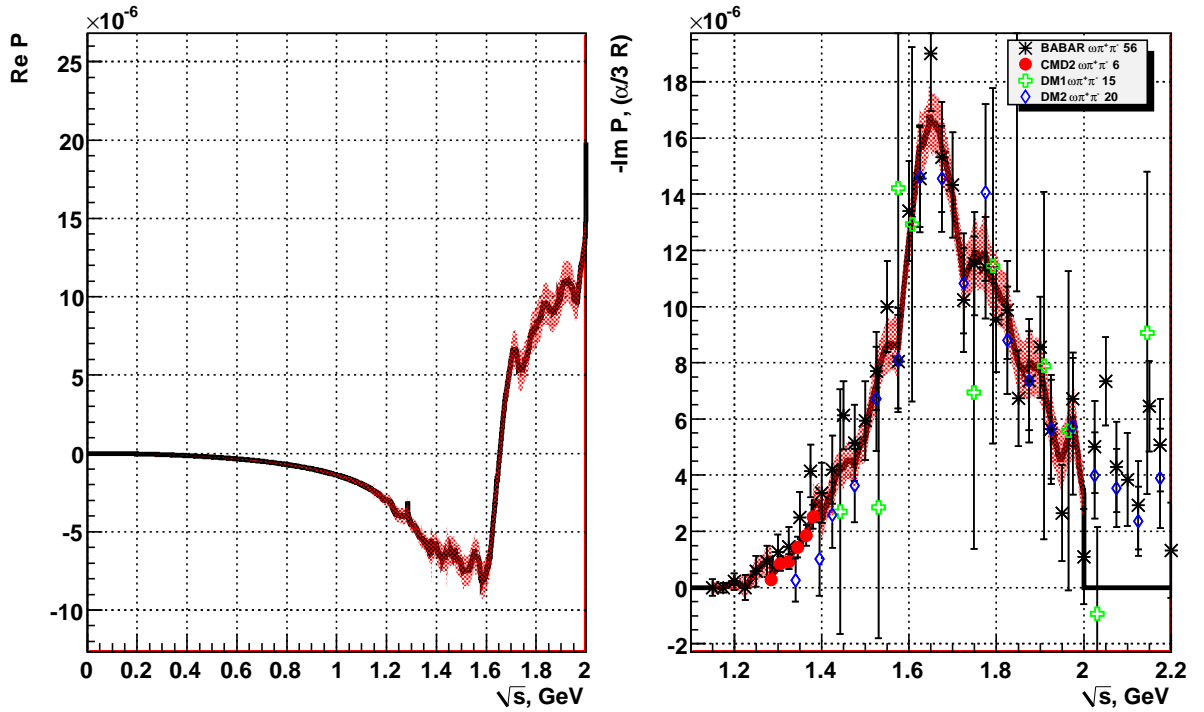
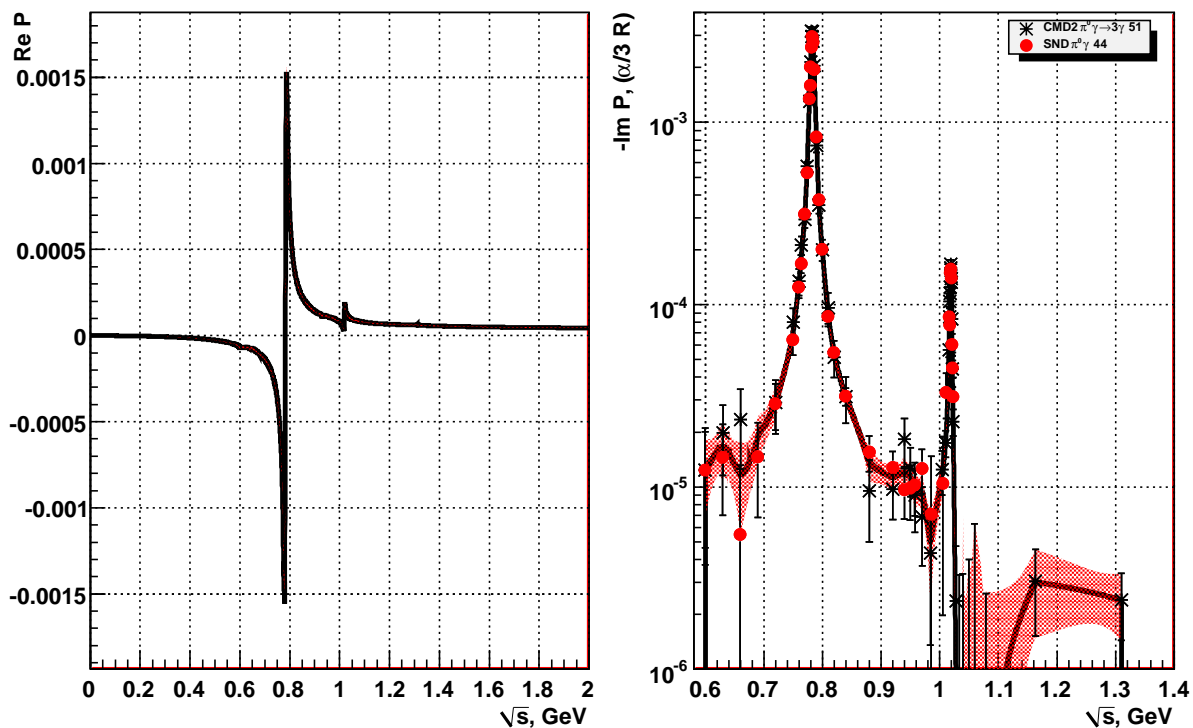
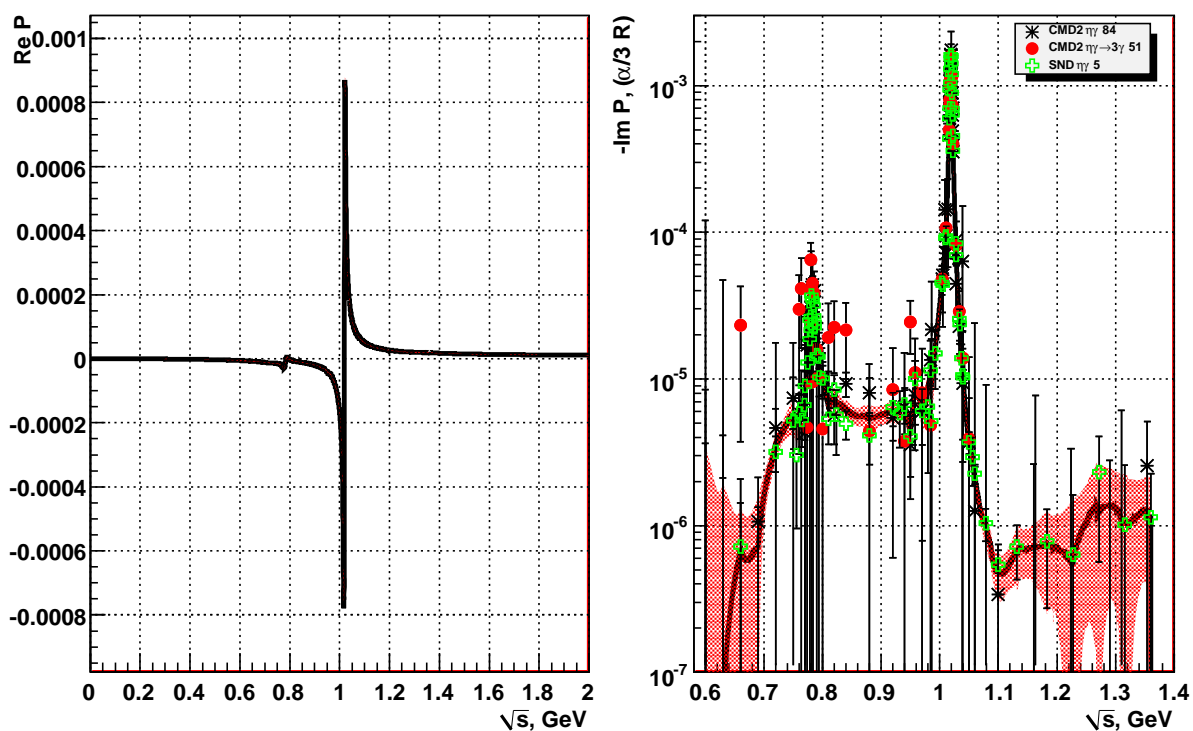
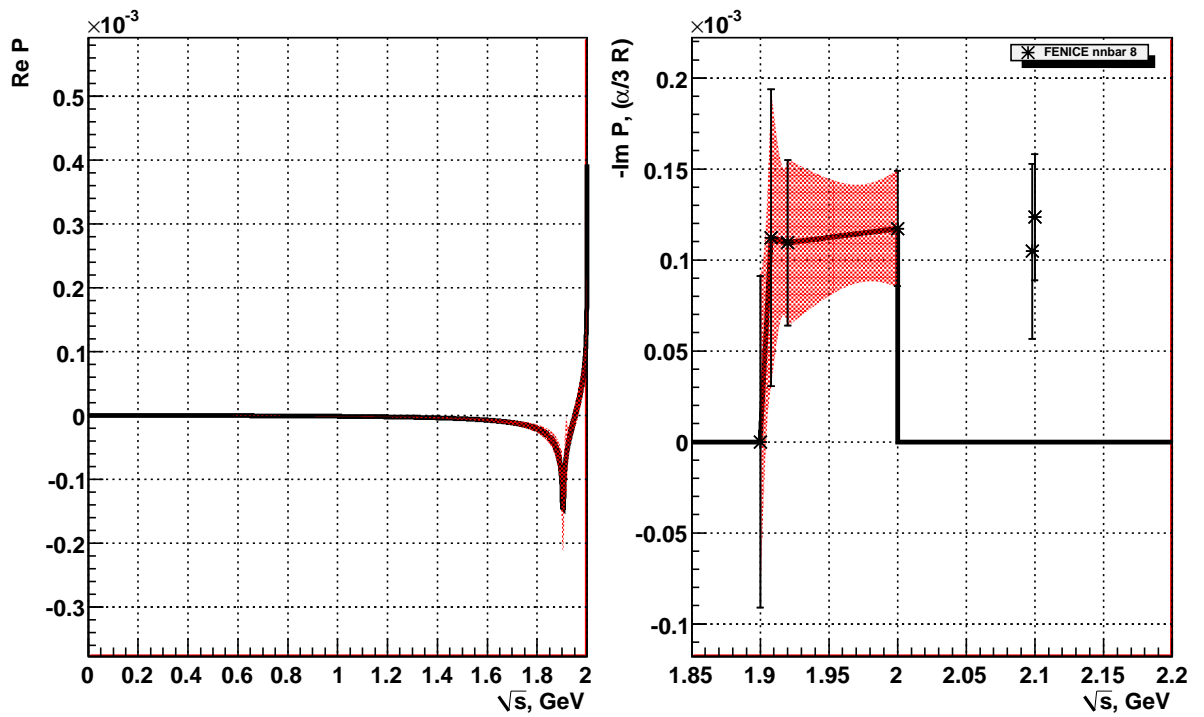
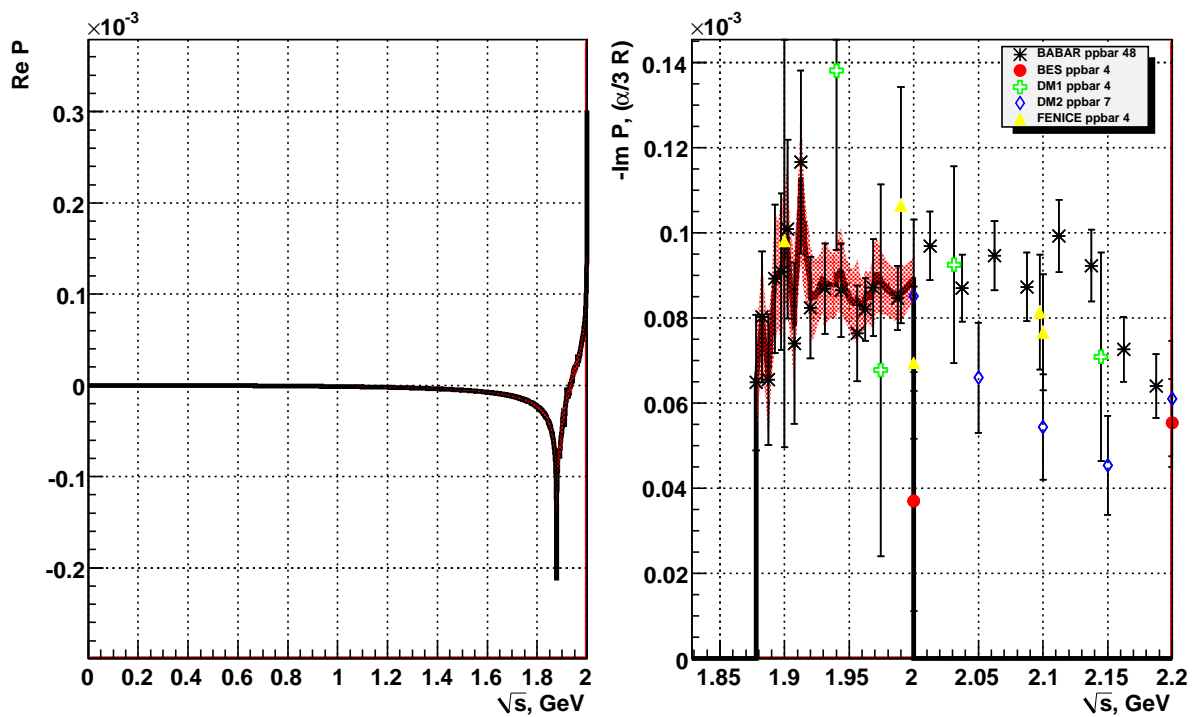


Рис. 4.29: Вклад $\omega\pi^+\pi^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\gamma$

Рис. 4.30: Вклад $\pi^0 \gamma$ Рис. 4.31: Вклад $\eta \gamma$

Рис. 4.32: Вклад $n\bar{n}$ Рис. 4.33: Вклад $p\bar{p}$

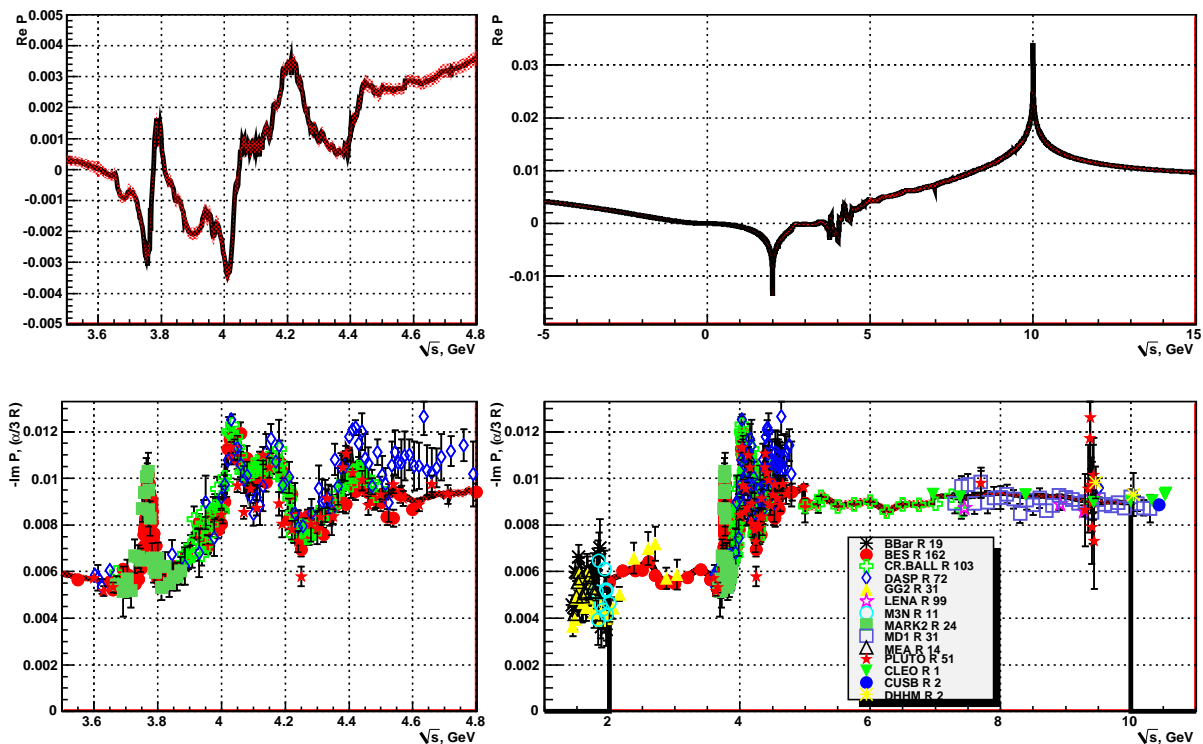
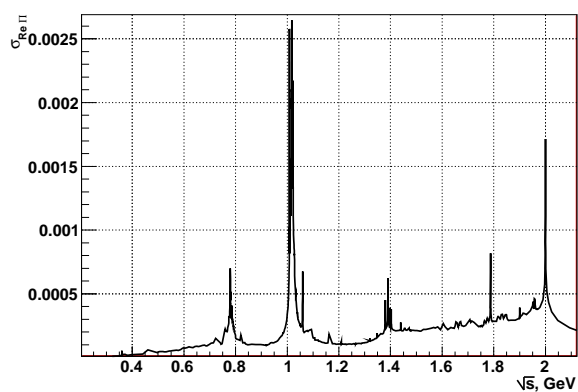
Рис. 4.34: Вклад R 

Рис. 4.35: Точность вычисления ад- ронного вклада в поляризацию вакуума

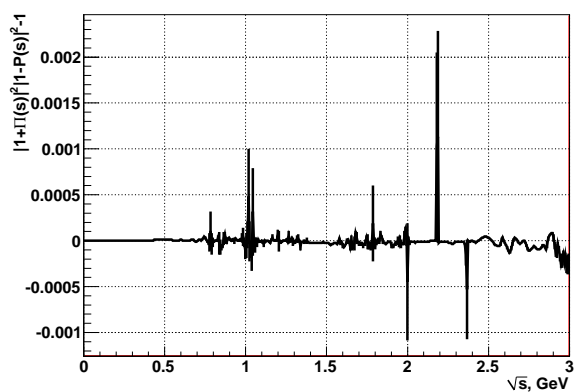


Рис. 4.36: Сравнение результатов по вычислению поляризации вакуума с использованием “голых” и “одетых” сечений

4.7 Обсуждение результатов

На рисунке 4.35 приведена точность вычисления поляризации вакуума для области энергий $\sqrt{s} < 2$ ГэВ. Как видно из рисунка, всюду за исключением резонансов точность $2\text{Re}\Pi < 0.1\%$. В области ω и ϕ мезонов точности вычислений равны, соответственно, 0.14% и 0.5%.

На рисунках 4.37 и 4.38 представлены результаты вычисления поляризации вакуума $|1 + \Pi(s)|^2$ в зависимости от энергии в системе центра масс с учетом всех факторов, которые обсуждались в этой главе. Для сравнения показан вклад лептонной составляющей в поляризацию вакуума $1/|1 - \mathcal{P}(s)|^2$.

На Рис. 4.36 приведена величина $|1 + \Pi(s)|^2 \cdot |1 - \mathcal{P}(s)|^2 - 1$, как функция энергии в системе центра масс. Это произведение дает сравнение двух методов вычисления вакуумной поляризации фотона с применением *одетых*, либо *голых* сечений. В идеальном случае оба метода должны точно совпадать. Как видно из рисунка, на ϕ мезоне расхождение достигает 0.1%, что связано с интегрированием экспериментальных данных, и лежит в пределах статистической точности. Выброс на 2.2 ГэВ связан с тем, что в данной локальной области χ^2 из формулы 4.25 имеет несколько локальных минимумов, и итерационная минимизация χ^2 имеет плохую сходимость.

Напомним, что *голые* сечения используются для вычисления адронного вклада в $(g-2)/2$ мюона. Видно, что в среднем поправки первого порядка по α к лептонным и адронным сечениям значительны и определены с точностью в пределах 0.1%. В заключении этой главы следует упомянуть, что совместно с группой физиков из Дубны (ОИЯИ) предложен новый подход вычисления адронного вклада в $(g-2)/2$ мюона с использованием *одетых* сечений [220], в этом случае напрямую используются получаемые экспериментальные данные по сечениям, а также не нужно дополнительно учитывать во втором порядке по α вклад от двух компактных петель в фотонный пропагатор.

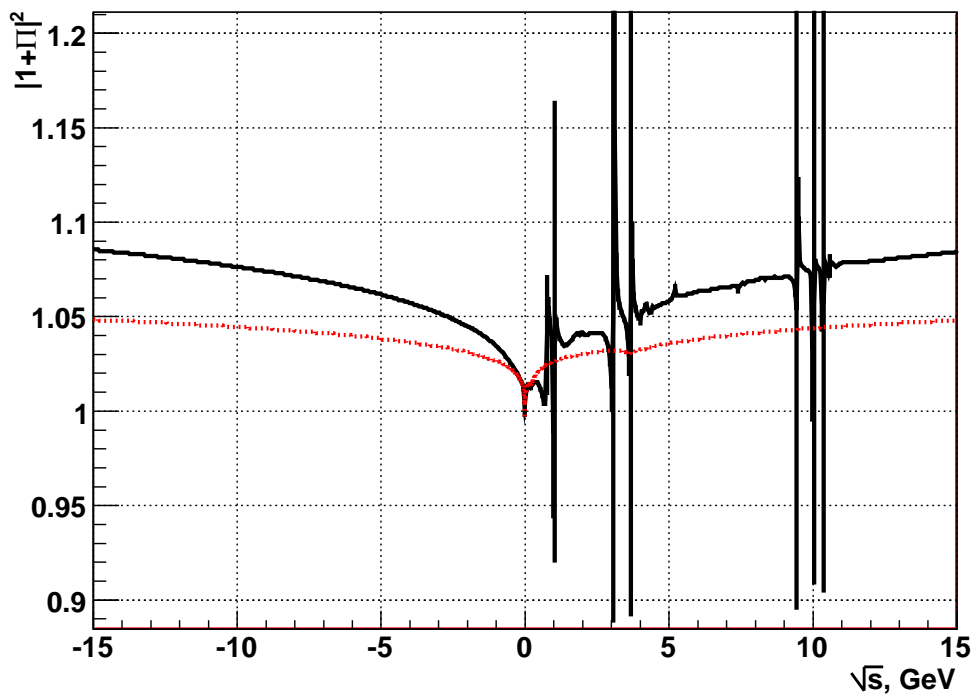


Рис. 4.37: Поляризация вакуума в области энергий $\sqrt{|s|} < 15$ ГэВ. Штриховая линия соответствует вкладу лептонной составляющей.

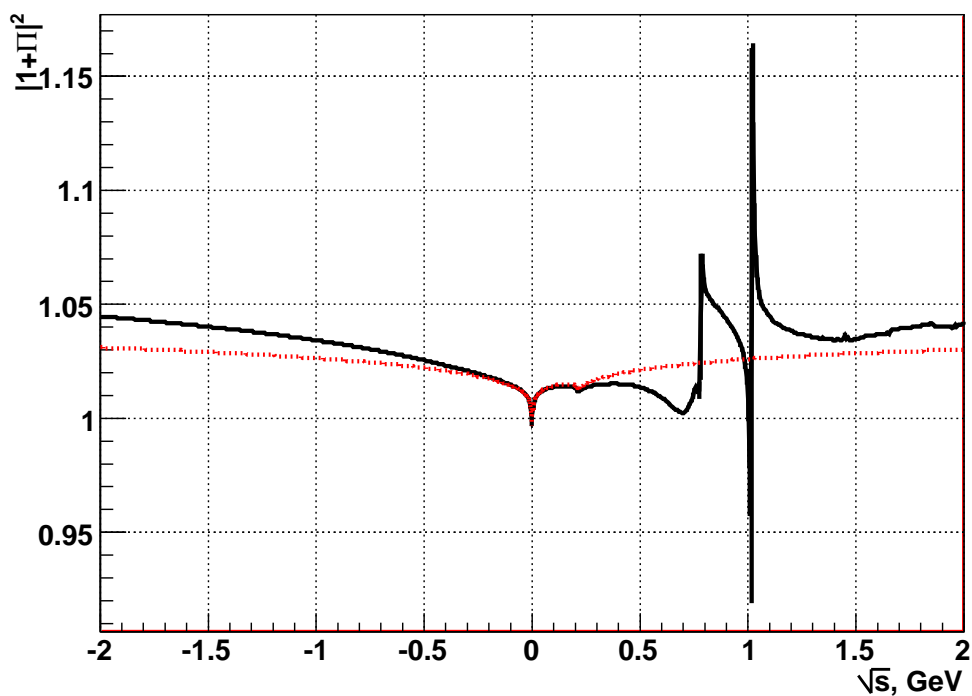


Рис. 4.38: Поляризация вакуума в области энергий ВЭПП-2М. Штриховая линия соответствует вкладу лептонной составляющей.

Заключение

Основные результаты работы состоят в следующем:

1. Для калибровки дрейфовых камер часто используются различные специальные устройства, формирующие в объеме камеры ионизацию с хорошо известным положением — лазеры, радиоактивные источники и т.д. В детекторе КМД-2 нет специализированного устройства для калибровки камеры. Данная работа показала, что, используя реальные события, можно с высокой точностью откалибровать камеру. Получаемые импульсное и координатное разрешения согласуются друг с другом, а их поведение довольно хорошо объясняется реальными параметрами газовой смеси.
2. В работе проведен анализ и измерено сечение процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ в диапазоне энергий $1040 \div 1380$ МэВ в системе центра масс с лучшей в мире точностью. Систематическая ошибка измерений составила $1.2 \div 4.2$ %, при статистической ошибке $5 \div 13$ %. Измеренное сечение хорошо согласуется с предыдущими экспериментами. Для описания формфактора в этой области необходим учет вкладов $\rho(1450)$ и $\rho(1700)$.
3. Рассмотрены разные параметризации $\rho(1450)$ и $\rho(1700)$ мезонов, которые во всех случаях хорошо описывают экспериментальные данные по формфактору пиона. Причем изменение параметризации ρ' и ρ'' приводит к изменению параметров ρ мезона: $\Delta m_\rho = \pm 0.5$ МэВ, $\Delta \Gamma_\rho = \pm 1.4$ МэВ, $\Delta Br(\omega \rightarrow \pi^+\pi^-) = \pm 0.025$ %, что находится в пределах статистической ошибки этих параметров. Поведение формфактора пиона при энергиях $\sqrt{s} > 1$ ГэВ в основном определяется

$\rho' - \rho''$ - интерференцией, причем в области ρ'' присутствуют только точки с DM2 которые имеют большие статистические и систематическую ошибки. Было бы очень желательно иметь в этой области энергий дополнительные данные, которые появятся на детекторе КМД-3 в эксперименте по прямому измерению адронных сечений в области энергий $\sqrt{s} < 2$ ГэВ, а также данные детекторов BELLE и BaBar, где формфактор пиона измеряется методом радиационного возврата.

4. Приведена методика вычисления поляризации вакуума с учетом всех поправок порядка $\mathcal{O}(\alpha)$. В области энергий коллайдера ВЭПП-2000, за исключением области резонансов, точность вычисления поляризации вакуума составила $2\text{Re}\Pi < 0.1\%$. В области ω и ϕ мезонов точность вычисления равна соответственно 0.14% и 0.5%. Два метода вычисления вакуумной поляризации фотона с применением *одетых*, либо *голых* сечений хорошо согласуются друг с другом.

В заключение я хочу выразить искреннюю благодарность своему научному руководителю Б.И.Хазину за постоянное внимание и активное участие в этой работе. Работа по вычислению поляризации вакуума проходила в тесном сотрудничестве с Г.В.Федотовичом и С.И.Эйдельманом, которым я благодарен за огромную помощь и ценные консультации. Также я очень благодарен И.Б.Логашенко, работа которого была положена в основу анализа формфактора пиона. Я также признателен Е.П.Солодову за многочисленные обсуждения данной работы, Д.В.Черняку и В.Ш.Банзарову за обеспечение непрерывной работы компьютерного кластера.

Также, безусловно, считаю нужным поблагодарить А.Л.Сибиданова, вклад которого неоценим. Я признателен А.С.Попову, Д.А.Горбачеву, А.А.Рубану, И.Г.Снопкову которые участвовали в работах по созданию и эксплуатации дрейфовой камеры, а также многим другим, благодаря которым стало возможным функционирование детектора КМД-2 и системы обработки данных.

Я хочу поблагодарить весь коллектив КМД-3 и комплекса ВЭПП-2М за их огромный вклад в эксперимент, а также дирекцию Института за обеспечение проведения и поддержку этого эксперимента.

И наконец, я хотел бы выразить признательность всем тем, кто в разной степени помогал мне в этой работе. Многие из них не внесли непосредственный вклад в эту работу, но их участие и поддержка послужили для меня огромной движущей силой. Это прежде всего мои родители; их любовь и поддержка были для меня чрезвычайно важны. Источником вдохновения были для меня и мои друзья.

Литература

- [1] L. M. Barkov *et al.*, Electromagnetic pion form-factor in the timelike region, Nucl. Phys. B **256** (1985) 365.
- [2] M. Gourdin and E. De Rafael, Hadronic contributions to the muon g-factor, Nucl. Phys. B **10** (1969) 667.
- [3] G.W. Bennett, B. Bousquet, H.N. Brown *et al.*, Final report of the E821 muon anomalous magnetic moment measurement at BNL, Phys. Rev. D **73**, 2006, p. 1.
- [4] J. E. Augustin *et al.*, Study of electron-positron annihilation into $\pi^+\pi^-$ on the ρ^0 resonance, Phys. Lett. B **28** (1969) 508.
- [5] V. L. Auslender, G. I. Budker, E. V. Pakhtusova, Y. N. Pestov, V. A. Sidorov, A. N. Skrinsky and A. G. Khabakhpashev, Study of rho meson resonance with electron - positron colliding beams, Novosibirsk preprint, IYF-68-243 (1968), SLAC-TRANS-0087.
- [6] V. E. Balakin, G. I. Budker, E. V. Pakhtusova, V. A. Sidorov, A. N. Skrinsky, G. M. Tumaikin and A. G. Khabakhpashev, Investigation of the phi-meson resonance by electron-positron colliding beams, Phys. Lett. B **34** (1971) 328.
- [7] V. E. Balakin *et al.*, Measurement of the electron-positron annihilation cross-section into $\pi^+\pi^-$, K^+K^- pairs at the total energy 1.18-1.34 GeV, Phys. Lett. B **41** (1972) 205.

- [8] S. R. Amendolia *et al.*, Measurement of the pion form-factor in the timelike region for Q^2 values between 0.1 (GeV/c)^2 and 0.18 (GeV/c)^2 , Phys. Lett. B **138** (1984) 454.
- [9] D. Benaksas *et al.*, $\pi^+\pi^-$ production by e^+e^- annihilation in the rho energy range with the orsay storage ring, Phys. Lett. B **39** (1972) 289.
- [10] G. Cosme *et al.*, Measurement of the electron - positron annihilation cross-section into $\pi^+\pi^-$ at the energies 915 MeV, 990 MeV And 1076 MeV, LAL-1287, Jul 1976
- [11] A. Quenzer *et al.*, Pion form-factor from 480 MeV to 1100 MeV, Phys. Lett. B **76** (1978) 512.
- [12] D. Bisello *et al.* [DM2 Collaboration], The pion electromagnetic form-factor in the timelike energy range $1.35 \text{ GeV} \leq \sqrt{s} \leq 2.4 \text{ GeV}$, Phys. Lett. B **220** (1989) 321.
- [13] M. Bernardini *et al.*, The time-like electromagnetic form factors of the charged pseudoscalar mesons from 1.44 GeV^2 to 9.0 GeV^2 , Phys. Lett. B **46** (1973) 261.
- [14] D. Bollini, P. Giusti, T. Massam, L. Monari, F. Palmonari, G. Valenti and A. Zichichi, The pion electromagnetic form-factor in the timelike range $1.44 \text{ GeV}^2 - 9.0 \text{ GeV}^2$, Lett. Nuovo Cim. **14** (1975) 418.
- [15] D. Bollini, P. Giusti, T. Massam, L. Monari, F. Palmonari, G. Valenti and A. Zichichi, Search for rho like vector mesons in the mass range 1.2 GeV to 3.0 GeV, Lett. Nuovo Cim. **15** (1976) 393.
- [16] B. Esposito *et al.*, Momentum analysis of kaon and pion pairs produced from timelike photons at 1.6 GeV Energy, Phys. Lett. B **67** (1977) 239.
- [17] B. Esposito *et al.*, Measurements of the em timelike form-factors for kaon and pion at $\sqrt{s} = 1.5 \text{ GeV}$, Lett. Nuovo Cim. **28** (1980) 337.

- [18] A. Aloisio *et al.* [KLOE Collaboration], Measurement of $\sigma(e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma)$ and extraction of $\sigma(e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-)$ below 1 GeV with the KLOE detector, Phys. Lett. B **606** (2005) 12 [arXiv:hep-ex/0407048].
- [19] R. R. Akhmetshin, E. V. Anashkin, . . . , F. V. Ignatov *et al.*, Measurement of $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ cross section with CMD-2 around ρ meson, Phys. Lett. B **527** (2002) 161.
- [20] R. R. Akhmetshin, E. V. Anashkin, . . . , F. V. Ignatov *et al.* [CMD-2 Collaboration], Reanalysis of hadronic cross section measurements at CMD-2, Phys. Lett. B **578** (2004) 285 [arXiv:hep-ex/0308008].
- [21] V. M. Aulchenko, R. R. Akhmetshin, . . . , F. V. Ignatov *et al.* [CMD-2 Collaboration], Measurement of the pion form factor in the energy range 1.04 GeV - 1.38 GeV with the CMD-2 detector, JETP Lett. **82** (2005) 743 [Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz. **82** (2005) 841] [arXiv:hep-ex/0603021].
- [22] R. R. Akhmetshin, V. M. Aulchenko, . . . , F. V. Ignatov *et al.*, Measurement of the $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ cross section with the CMD-2 detector in the 370 MeV - 520 MeV cm energy range, JETP Lett. **84** (2006) 413 [Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz. **84** (2006) 491] [arXiv:hep-ex/0610016].
- [23] R. R. Akhmetshin, V. M. Aulchenko, . . . , F. V. Ignatov *et al.* [CMD-2 Collaboration], High-statistics measurement of the pion form factor in the rho-meson energy range with the CMD-2 detector, Phys. Lett. B **648** (2007) 28 [arXiv:hep-ex/0610021].
- [24] M. N. Achasov *et al.*, Study of the process $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ in the energy region $400 \text{ MeV} < \sqrt{s} < 1000 \text{ MeV}$, J. Exp. Theor. Phys. **101** (2005) 1053 [Zh. Eksp. Teor. Fiz. **101** (2005) 1201] [arXiv:hep-ex/0506076].
- [25] M. N. Achasov *et al.*, Update of the $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ cross section measured by SND detector in the energy region $400 \text{ MeV} < \sqrt{s} < 1000 \text{ MeV}$, J. Exp. Theor. Phys. **103** (2006) 380 [Zh. Eksp. Teor. Fiz. **130** (2006) 437] [arXiv:hep-ex/0605013].

- [26] A. D. Bukin *et al.*, Pion form-factor measurement by $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ in the energy range $2E$ from 0.78 GeV up to 1.34 GeV, Phys. Lett. B **73** (1978) 226.
- [27] I. B. Vasserman, L. M. Kurdadze, V. A. Sidorov, A. N. Skrinsky, A. G. Khabakhpashev, Yu. M. Shatunov and B. A. Shvarts, Measurement of pion form-factor in $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ reaction near production threshold. (In Russian), Yad. Fiz. **30** (1979) 999.
- [28] S. I. Dolinsky *et al.*, Summary of experiments with the neutral detector at the e^+e^- storage ring VEPP-2M, Phys. Rept. **202** (1991) 99.
- [29] R. Barate, D. Buskulic, D. Decamp *et al.*, Measurement of the spectral functions of vector current hadronic tau decays., Z.Phys. **C76**, 1997, p. 15.
- [30] K. Ackerstaff, G. Alexander, J. Allison *et al.*, Measurement of the strong coupling constant α_s and the vector and axial vector spectral functions in hadronic tau decays, Eur. Phys. J. **C7**, 1999, p. 571.
- [31] S. Anderson, V. V. Frolov, Y. Kubota *et al.*, Hadronic structure in the decay $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \nu_\tau$, Phys. Rev. **D61**, 2000, p. 112002.
- [32] M. Davier, The hadronic contribution to $(g-2)(\mu)$, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **169** (2007) 288
- [33] K. Hagiwara, A. D. Martin, D. Nomura and T. Teubner, Improved predictions for $g-2$ of the muon and $\alpha_{\text{QED}}(M_Z^2)$, Phys. Lett. B **649** (2007) 173
- [34] M. Davier, S. Eidelman, A. Hocker and Z. Zhang, Updated estimate of the muon magnetic moment using revised results from e^+e^- annihilation, Eur. Phys. J. C **31** (2003) 503
- [35] D. Hertzog, Prospects for future measurements of $g-2$, Workshop on The Muon Magnetic Dipole Moment $(g - 2)_\mu$, 25 and 26 October 2007, The University of Glasgow

- [36] Г. А. Аксенов, В. М. Аульченко, Л. М. Барков *и др.*, Проект детектора КМД-2, Препринт ИЯФ **85-118**, Новосибирск, 1985.
- [37] E. V. Anashkin, V. M. Aulchenko, S. E. Baru *et al.*, General purpose Cryogenic Magnetic Detector CMD-2 for Experiments at The VEPP-2M Collider, ICFA Instrumentation Bulletin, 1988, **v.5** p.18.
- [38] E. V. Anashkin, V. M. Aulchenko, ..., F. V. Ignatov *et al.*, The CMD-2 cryogenic magnetic detector, Instrum. Exp. Tech. **49** (2006) 798 [Prib. Tekh. Eksp. **49** (2006) 63].
- [39] В. В. Анашин, И. Б. Вассерман, В. Г. Вещеревич *и др.*, Электрон-позитронный накопитель-охладитель БЭП, Препринт ИЯФ **84-114**, Новосибирск, 1984.
- [40] V. V. Anashin, I. B. Vasserman, V. G. Vescherevich *et al.*, The 75-Kg Superconducting Wiggler Magnet For The Electron Positron Storage Ring VEPP-2M, Novosibirsk Inst. Nucl. Phys. Acad. Sci. **84-123**, 1984.
- [41] M. N. Achasov, V. M. Aulchenko, S. E. Baru *et al.*, Spherical neutral detector for VEPP-2M collider, Nucl. Instrum. Meth. A **449**, 125 (2000)
- [42] L.M.Barkov, V.S.Okhapkin, S.G.Pivovarov *et al.*, The magnetic system of the CMD-2 detector., Proc. of the 5th Int. Conf. on Instrumentation for Colliding Beam Physics, March 1990, Novosibirsk.
- [43] L.M.Barkov, N.S.Bashtovoy, S.V.Karpov *et al.*, Superconducting rectifier fluxpump for magnet system of the CMD-2 detector., IEEE Trans. on Applied Superconductivity, v.9 (1999) 4585.
- [44] D. V. Chernyak, D. A. Gorbachev, F. V. Ignatov *et al.*, The performance of the drift chamber for the CMD-2 detector, Nucl. Instrum. Meth. A **419**, 370 (1998).
- [45] Ф.В.Игнатов, П.А.Лукин, А.С.Попов *и др.*, Дрейфовая камера КМД-2., Препринт ИЯФ 99-64, Новосибирск, 1999.

- [46] В.М.Аульченко, Б.О.Байбусинов, В.М.Титов, Информационные платы ТП, ΔT и Т2А системы сбора данных КЛЮКВА., Препринт ИЯФ 88-22, Новосибирск, 1988.
- [47] Э.В. Анашкин, Z-камера детектора КМД-2, ИЯФ **99-84**, Новосибирск, 1999.
- [48] А.С.Кузьмин, Изучение процесса $e^+e^- \rightarrow 3\pi$ в области энергий ϕ -мезона с детектором КМД-2, Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, ИЯФ СО РАН, 1998.
- [49] В.М.Аульченко, Л.А.Леонтьев, Ю.В.Усов, Информационная плата А32 системы сбора данных КЛЮКВА., Препринт ИЯФ 88-30, Новосибирск, 1988.
- [50] D.N.Grigoriev, R.R.Akhmetshin, V.P.Smakhtin *et al.*, IEEE Trans.Nuc.Sci., v.42 (1995) 505.
- [51] V.M.Aulchenko, B.O.Baibusinov, A.G.Chilingarov *et al.*, Muon system based on streamer tubes with time-difference readout., Nucl. Instr. and Meth. A 265 (1988) 137.
- [52] В.М. Аульченко, Г.С.Пискунов, Е.П.Солодов, В.М.Титов, Трековый процессор для КМД-2., препринт ИЯФ 88-43, Новосибирск, 1998.
- [53] В.М.Аульченко, Б.О.Байбусинов, А.Е.Бондарь *и др.*, Электроника калориметра КМД-2., Препринт ИЯФ 92-28, Новосибирск, 1992.
- [54] V.A Chechin, Yu.A Budagov, Ionization Measurements in High Energy Physics. Springer Berlin, 1994.
- [55] W.Blum, L.Rolandi, Particle Detection with Drift Chambers. Springer Berlin, 1993.
- [56] W.-M. Yao *et al.*, The Review of Particle Physics, Journal of Physics G **33**, 1 (2006)

- [57] Zebra, CERN Program Library Long Writeups Q100/Q101, CERN Geneva, Switzerland, 1995.
- [58] V.A.Monich, ZTREE-data analysis and graphic display system. Preprint INP 94-78, Новосибирск, 1994.
- [59] П.А. Лукин, Восстановление треков в дрейфовой камере КМД-2. Квалификационная работа на соискание степени магистра, Новосибирск, 1996.
- [60] Rob Veenhof, Garfield, a drift-chamber simulation program, Users guide, Version 5.13, Cern Program Library entry W5050, 1995.
- [61] А.С. Попов, Установка для измерения параметров газовых смесей. Квалификационная работа на соискание степени бакалавра, Новосибирск, 1997.
- [62] А.Д. Букин, Интерполяция экспериментальных данных при отсутствии теоретической модели. Препринт ИЯФ 98-95, Новосибирск, 1985.
- [63] R.R.Akhmetshin, G.A.Aksenov, E.V.Anashkin *et al.*, Recent results from CMD-2 Detector at VEPP-2M. Preprint INP 99-11, Novosibirsk, 1999.
- [64] A.B. Arbuzov, G.V. Fedotov, F.V. Ignatov *et al.*, Monte-Carlo generator for the processes $e^+e^- \rightarrow e^+e^-, \mu^+\mu^-, \pi^+\pi^-$ and $K^+K^-, K_L K_S$ with precise radiative corrections at low energies, Preprint INP 04-70, Novosibirsk, 2004.
- [65] A.B.Arbuzov, E.A.Kuraev, V.A.Astakhov *et al.*, Radiative corrections for pion and kaon production at e^+e^- colliders of energies below 2 GeV, ЖЭФ 10 (1997) 006.
- [66] A.B.Arbuzov, E.A.Kuraev, G.V.Fedotov *et al.*, Large angle QED processes at e^+e^- colliders at energies below 3 GeV, ЖЭФ 10 (1997) 001.
- [67] Ф.В. Игнатов *и др.*, Дрейфовая камера детектора КМД-2, Препринт ИЯФ 99-64, Новосибирск, 1999.

- [68] R. R. Akhmetshin, E. V. Anashkin, ..., F. V. Ignatov *et al.* [CMD-2 Collaboration], Study of the process $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-\pi^0$ with CMD-2 detector, Phys. Lett. B **489** (2000) 125 [arXiv:hep-ex/0009013].
- [69] R. R. Akhmetshin *et al.* [CMD2 Collaboration], $a_1(1260)\pi$ dominance in the process $e^+e^- \rightarrow 4\pi$ at energies 1.05 GeV to 1.38 GeV, Phys. Lett. B **466** (1999) 392 [arXiv:hep-ex/9904024].
- [70] Д.А.Горбачев, Измерение сечения процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ в диапазоне энергий 1.04–1.38 ГэВ с детектором КМД-2, Квалификационная работа на соискание степени магистра, Новосибирск, 2001.
- [71] A. Fasso *et al.*, The physics models of FLUKA: Status and recent development, eConf **C0303241** (2003) MOMT005 [arXiv:hep-ph/0306267].
- [72] C. Bruch, A. Khodjamirian and J. H. Kuhn, Modeling the pion and kaon form factors in the timelike region, Eur. Phys. J. C **39** (2005) 41, [arXiv:hep-ph/0409080].
- [73] J. H. Kuhn and A. Santamaria, Tau decays to pions, Z. Phys. C **48** (1990) 445.
- [74] G.J.Gounaris and J.J.Sakurai, Finite-width corrections to the vector-meson-dominance prediction for $\rho \rightarrow e^+e^-$, Phys. Rev. Lett. **21** (1968) 244.
- [75] M. Benayoun, S. Eidelman, K. Maltman *et al.*, New results in ρ^0 meson physics, Eur. Phys. J. **C2** (1998) 269.
- [76] S. Schael *et al.* [ALEPH Collaboration], Branching ratios and spectral functions of tau decays: Final ALEPH measurements and physics implications, Phys. Rept. **421** (2005) 191, [arXiv:hep-ex/0506072].
- [77] Г. И. Копылов, Основы кинематики резонансов, Издательство “Наука”, Москва, 1970, с. 212.
- [78] M. Blatt and V. F. Weisskopf, Theoretical Nuclear Physics, Wiley, 1952.

- [79] M. Jamin, A. Pich and J. Portoles, Spectral distribution for the decay $\tau \rightarrow \nu_\tau K \pi$, Phys. Lett. B **640** (2006) 176, [arXiv:hep-ph/0605096].
- [80] M. N. Achasov *et al.*, Study of the process $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ in the energy region \sqrt{s} below 0.98 GeV, Phys. Rev. D **68** (2003) 052006 [arXiv:hep-ex/0305049].
- [81] T. K. Pedlar *et al.* [CLEO Collaboration], Precision measurements of the timelike electromagnetic form factors of pion, kaon, and proton, Phys. Rev. Lett. **95** (2005) 261803 [arXiv:hep-ex/0510005].
- [82] Л.Д. Ландау и Е.М. Лифшиц, Релятивистская квантовая теория, Издательство “НАУКА”, Москва, *том 4*, ч.2, 1971, с. 60.
- [83] Е.А. Кураев и В.С. Фадин, Радиационные поправки к сечению однофотонной аннигиляции e^+e^- пары большой энергии, ЯФ, **41**, вып.3, 1985, с. 733.
- [84] A.B. Arbuzov, E.A. Kuraev, G.V. Fedotovitch *et al.*, Large angle QED processes at e^+e^- colliders of energies below 3 GeV, JHEP **10**, 1997, p. 001.
- [85] Y. S. Tsai, Radiative corrections to e^+e^- reactions to all orders in alpha using the renormalization Group, Singapore 1983, proceedings, 1st Asia-pacific physics conference, vol. 2, 1289-1339, and Stanford SLAC-PUB-3129 (83,REC.NOV.) 53p.
- [86] M. B. Voloshin, The onset of $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ at threshold revisited, Phys. Lett. B **556** (2003) 153 [arXiv:hep-ph/0212207].
- [87] A.A. Akhundov and D.Y. Bardin, O.M. Fedorenko and T. Reinmann, Exact calculation of the lowest order electromagnetic corrections for the processes $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-(\tau^+\tau^-)$. Sov. J. Nucl. Phys., **42**, 1985, p. 762.
- [88] Yu. M. Bystritskiy, E. A. Kuraev, G. V. Fedotovitch and F. V. Ignatov, The cross sections of the muons and charged pions pairs production at electron

positron annihilation near the threshold, Phys. Rev. D **72** (2005) 114019, [arXiv:hep-ph/0505236].

- [89] T. Kinoshita, Mass singularities of feynman amplitudes, J. Math. Phys. **3** (1962) 650.
- [90] T. D. Lee and M. Nauenberg, Degenerate systems and mass singularities, Phys. Rev. **133** (1964) B1549.
- [91] A. Hoefler, J. Gluza and F. Jegerlehner, Pion pair production with higher order radiative corrections in low energy e^+e^- collisions, Eur. Phys. J. C **24**, 2002, p. 51.
- [92] K. Melnikov, On the Theoretical Uncertainties of the Muon Anomalous Magnetic Moment., Int. J. Mod. Phys., A **16**, 2001, p. 4591.
- [93] M. Drees and K. Hikasa, Scalar Top Production in e^+e^- annihilation, Phys. Lett. B **252**, 1990, p. 127.
- [94] A. B. Arbuzov, G. V. Fedotov, F. V. Ignatov, E. A. Kuraev and A. L. Sibidanov, Monte-Carlo generator for e^+e^- annihilation into lepton and hadron pairs with precise radiative corrections, Eur. Phys. J. C **46** (2006) 689, [arXiv:hep-ph/0504233].
- [95] L. R. Surguladze and M. A. Samuel, Total hadronic cross-section in e^+e^- -annihilation at the four loop level of perturbative QCD, Phys. Rev. Lett. **66** (1991) 560 [Erratum-ibid. **66** (1991) 2416].
- [96] R. Marshall, A determination of the strong coupling constant α_s from e^+e^- data, Z. Phys. C **43** (1989) 595.
- [97] K. G. Chetyrkin, B. A. Kniehl and M. Steinhauser, Strong coupling constant with flavour thresholds at four loops in the MS-bar scheme, Phys. Rev. Lett. **79** (1997) 2184 [arXiv:hep-ph/9706430].

- [98] K. G. Chetyrkin, R. V. Harlander and J. H. Kuhn, Quartic mass corrections to $R(\text{had})$ at $O(\alpha_s(s)^3)$, Nucl. Phys. B **586** (2000) 56 [Erratum-ibid. B **634** (2002) 413] [arXiv:hep-ph/0005139].
- [99] G. D'Agostini, On The Use Of The Covariance Matrix To Fit Correlated Data, Nucl. Instrum. Meth. A **346** (1994) 306.
- [100] T. Takeuchi, The status of the determination of $\alpha(m_Z)$ and $\alpha_s(m_z)$, Prog. Theor. Phys. Suppl. **123** (1996) 247.
- [101] B. Aubert *et al.* [BABAR Collaboration], The $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$, $K^+K^-\pi^+\pi^-$, and $K^+K^-K^+K^-$ cross sections at center-of-mass energies 0.5 GeV - 4.5 GeV measured with initial-state radiation, Phys. Rev. D **71** (2005) 052001 [arXiv:hep-ex/0502025].
- [102] I. B. Vasserman *et al.*, Pion form-factor measurement in the reaction $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ for energies within the range from 0.4 GeV to 0.46 GeV, Yad. Fiz. **33** (1981) 709 [Sov. J. Nucl. Phys. **33** (1981) 368].
- [103] M. N. Achasov *et al.*, Experimental study of the $e^+e^- \rightarrow \pi^0\gamma$ process in the energy region $\sqrt{s} = 0.60$ GeV to 0.97 GeV, Phys. Lett. B **559** (2003) 171 [arXiv:hep-ex/0302004].
- [104] M. N. Achasov *et al.*, Experimental study of the processes $e^+e^- \rightarrow \phi \rightarrow \eta\gamma, \pi^0\gamma$ at VEPP-2M, Eur. Phys. J. C **12** (2000) 25.
- [105] R. R. Akhmetshin, V. M. Aulchenko, ..., F. V. Ignatov *et al.* [CMD2 Collaboration], Study of the processes $e^+e^- \rightarrow \eta\gamma, \pi^0\gamma \rightarrow 3\gamma$ in the cm. energy range 600 MeV - 1380 MeV at CMD-2, Phys. Lett. B **605** (2005) 26 [arXiv:hep-ex/0409030].
- [106] M. N. Achasov *et al.*, Study of the $e^+e^- \rightarrow \eta\gamma$ process with SND detector at the VEPP-2M e^+e^- collider, Phys. Rev. D **74** (2006) 014016 [arXiv:hep-ex/0605109].
- [107] M. N. Achasov *et al.*, Reanalysis of the $e^+e^- \rightarrow \eta\gamma$ reaction cross section, Phys. Rev. D **76** (2007) 077101 [arXiv:0709.1007 [hep-ex]].

- [108] R. R. Akhmetshin *et al.*, Measurement of phi meson parameters with CMD-2 detector at VEPP-2M collider, Phys. Lett. B **364** (1995) 199.
- [109] R. R. Akhmetshin *et al.* [CMD2 Collaboration], Study of the radiative decay $\phi \rightarrow \eta\gamma$ with CMD-2 detector, Phys. Lett. B **460** (1999) 242 [arXiv:hep-ex/9907003].
- [110] R. R. Akhmetshin, E. V. Anashkin, ..., F. V. Ignatov *et al.* [CMD-2 Collaboration], Study of the process $e^+e^- \rightarrow \eta\gamma$ in c.m. energy range 600 MeV - 1380 MeV at CMD-2, Phys. Lett. B **509** (2001) 217 [arXiv:hep-ex/0103043].
- [111] R. R. Akhmetshin *et al.*, Study of dynamics of $\phi \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ decay with CMD-2 detector, Phys. Lett. B **434** (1998) 426.
- [112] R. R. Akhmetshin *et al.* [CMD-2 Collaboration], Measurement of omega meson parameters in $\pi^+\pi^-\pi^0$ decay mode with CMD-2, Phys. Lett. B **476** (2000) 33 [arXiv:hep-ex/0002017].
- [113] R. R. Akhmetshin, V. M. Aulchenko, ..., F. V. Ignatov *et al.*, Study of $\phi \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ with CMD-2 detector, Phys. Lett. B **642** (2006) 203.
- [114] M. N. Achasov *et al.*, Measurements of the parameters of the $\phi(1020)$ resonance through studies of the processes $e^+e^- \rightarrow K^+K^-$, $K_S K_L$, and $\pi^+\pi^-\pi^0$, Phys. Rev. D **63** (2001) 072002.
- [115] M. N. Achasov *et al.*, Study of the process $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ in the energy region \sqrt{s} from 0.98 GeV to 1.38 GeV, Phys. Rev. D **66** (2002) 032001 [arXiv:hep-ex/0201040].
- [116] B. Aubert *et al.* [BABAR Collaboration], Study of $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ process using initial state radiation with BaBar, Phys. Rev. D **70** (2004) 072004 [arXiv:hep-ex/0408078].
- [117] L.M. Barkov *et al.* [CMD], Preprint INP 89-15, Novosibirsk, 1989.

- [118] A. Cordier *et al.*, Cross section of the reaction $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ for center of mass energies from 750 MeV to 1100 MeV, Nucl. Phys. B **172**, 13 (1980).
- [119] M. N. Achasov *et al.*, Analysis of $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$ and $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$ processes in the energy range of $\sqrt{s} = 0.98-1.38$ GeV in experiments with a spherical neutral detector, J. Exp. Theor. Phys. **96** (2003) 789 [Zh. Eksp. Teor. Fiz. **123** (2003) 899].
- [120] B. Aubert *et al.*, $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$, preliminary results, private communication.
- [121] L. M. Kurdadze *et al.*, Study of the reaction $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$ at 2E up to 1.4 GeV, JETP Lett. **43** (1986) 643 [Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz. **43** (1986) 497].
- [122] D. Bisello *et al.* [DM2 Collaboration], DM2 results on e^+e^- annihilation into multi - hadrons in the 1350 MeV - 2400 MeV energy range, LAL-90-35, Jun 1990.
- [123] C. Bacci *et al.*, Measurement of hadronic exclusive cross sections in e^+e^- annihilation from 1.42 GeV to 2.20 GeV, Nucl. Phys. B **184** (1981) 31.
- [124] G. Cosme *et al.*, Hadronic cross sections study in e^+e^- collisions from 1.350 GeV to 2.125 GeV, Nucl. Phys. B **152** (1979) 215.
- [125] C. Paulot, Study of hadronic cross-sections from 1.350 GeV to 2.125 GeV on the Orsay DCI e^+e^- colliding beam, LAL-79/14, Jun 1979, Ph.D. Thesis.
- [126] B. Esposito *et al.*, Measurement on $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$, $\pi^+\pi^-\pi^+\pi^-\pi^0$, $\pi^+\pi^-\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$, $\pi^+\pi^-\pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$ production cross-sections in e^+e^- annihilation at 1.45 GeV - 1.80 GeV center of mass energy, Lett. Nuovo Cim. **31** (1981) 445.
- [127] G. Cosme *et al.*, Hadronic production by e^+e^- collisions at the energy 990 MeV with the orsay storage ring, Phys. Lett. B **40** (1972) 685.

- [128] G. Cosme *et al.*, Multi-pion production below 1.1 GeV by e^+e^- annihilation, Phys. Lett. B **63** (1976) 349.
- [129] R. R. Akhmetshin *et al.* [CMD-2 Collaboration], Cross section of the reaction $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$ below 1 GeV at CMD-2, Phys. Lett. B **475** (2000) 190 [arXiv:hep-ex/9912020].
- [130] R. R. Akhmetshin, E. V. Anashkin, ..., F. V. Ignatov *et al.* [CMD-2 Collaboration], Observation of the $\phi \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$ decay, Phys. Lett. B **491** (2000) 81 [arXiv:hep-ex/0008019].
- [131] R. R. Akhmetshin, V. M. Aulchenko, ..., F. V. Ignatov *et al.* [CMD-2 Collaboration], Total cross section of the process $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$ in the CM energy range 980 MeV - 1380 MeV, Phys. Lett. B **595** (2004) 101 [arXiv:hep-ex/0404019].
- [132] L. M. Kurdadze *et al.*, Study of $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$ reaction at 2E up to 1.4 GeV, JETP Lett. **47** (1988) 512 [Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz. **47** (1988) 432].
- [133] L. M. Barkov *et al.*, Study of multiple pion production reactions at the VEPP-2M storage ring using a cryogenic magnetic detector, Sov. J. Nucl. Phys. **47** (1988) 248 [Yad. Fiz. **47** (1988) 393].
- [134] A. Cordier, D. Bisello, J. C. Bizot, J. Buon, B. Delcourt, L. Fayard and F. Mane, Study of the $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$ reaction in the 1.4 GeV to 2.18 GeV Energy range, Phys. Lett. B **109** (1982) 129.
- [135] A. Cordier *et al.*, Cross section of the reaction $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$ for center of mass energies from 890 MeV to 1100 MeV, Phys. Lett. B **81** (1979) 389.
- [136] C. Bacci *et al.*, Measurement of the $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$ cross-section in the $\rho'(1600)$ energy region, Phys. Lett. B **95** (1980) 139.

- [137] B. Esposito *et al.*, Study of $\pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$ and $\pi^+\pi^-\pi^0$ channel in e^+e^- annihilation at 1.450 GeV - 1.875 GeV center-of-mass energy, *Lett. Nuovo Cim.* **28** (1980) 195.
- [138] G. Barbarino *et al.*, Observation of a broad peak in the production of four charged pions by e^+e^- collisions around 1.6 GeV, *Lett. Nuovo Cim.* **3S2** (1972) 689 [*Lett. Nuovo Cim.* **3** (1972) 689].
- [139] B. Aubert *et al.* [BABAR Collaboration], The $e^+e^- \rightarrow 2(\pi^+\pi^-)\pi^0$, $2(\pi^+\pi^-)\eta$, $K^+K^-\pi^+\pi^-\pi^0$ and $K^+K^-\pi^+\pi^-\eta$ cross sections measured with initial state radiation, *Phys. Rev. D* **76** (2007) 092005 [arXiv:0708.2461 [hep-ex]].
- [140] B. Esposito *et al.*, Multi hadron production from e^+e^- annihilation at 1.6 center-of-mass Energy, *Lett. Nuovo Cim.* **19** (1977) 21.
- [141] B. Esposito *et al.*, Multi hadron production in e^+e^- annihilation at 1.45 GeV - 1.61 GeV center-of-mass energy, *Lett. Nuovo Cim.* **25** (1979) 5.
- [142] M. Grilli *et al.*, Multihadron production in e^+e^- collisions at high energy, *Nuovo Cim. A* **13** (1973) 593.
- [143] B. Aubert *et al.* [BABAR Collaboration], The $e^+e^- \rightarrow 3(\pi^+\pi^-)$, $2(\pi^+\pi^-\pi^0)$ and $K^+K^-2(\pi^+\pi^-)$ cross sections at center-of-mass energies from production threshold to 4.5 GeV measured with initial-state radiation, *Phys. Rev. D* **73** (2006) 052003 [arXiv:hep-ex/0602006].
- [144] D. Bisello, J. C. Bizot, J. Buon, A. Cordier, B. Delcourt and F. Mane, Study of the reaction $e^+e^- \rightarrow 3\pi^+3\pi^-$ in the total energy range 1400 MeV to 2180 MeV, *Phys. Lett. B* **107** (1981) 145.
- [145] M. Schioppa [DM2 Collaboration], Ph.D. Thesis, Universita di Roma "La Sapienza Rome, 1986.
- [146] R. R. Akhmetshin, V. M. Aulchenko, ..., F. V. Ignatov *et al.* [CMD-2 Collaboration], Study of the process $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ in cm energy

range 920 MeV - 1380 MeV at CMD-2, Phys. Lett. B **562** (2003) 173 [arXiv:hep-ex/0304009].

- [147] R. R. Akhmetshin, V. M. Aulchenko, . . . , F. V. Ignatov *et al.* [CMD2 Collaborations], Study of the process $e^+e^- \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ in cm energy range 600 MeV - 970 MeV at CMD-2, Phys. Lett. B **580** (2004) 119 [arXiv:hep-ex/0310012].
- [148] M. N. Achasov *et al.*, Investigation of the $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ reaction in the energy domain near the ϕ meson, Nucl. Phys. B **569** (2000) 158 [arXiv:hep-ex/9907026].
- [149] M. N. Achasov *et al.*, The process $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ up to 1.4 GeV, Phys. Lett. B **486** (2000) 29 [arXiv:hep-ex/0005032].
- [150] S. I. Dolinsky *et al.*, The reaction $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0$ in the center of mass energy range from 1.0 GeV to 1.4 GeV, Phys. Lett. B **174** (1986) 453.
- [151] A. Antonelli *et al.* [DM2 Collaboration], Measurement of the $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ and $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^+\pi^-$ reactions in the energy interval 1350 MeV - 2400 MeV, Z. Phys. C **56** (1992) 15.
- [152] A. Cordier, D. Bisello, J. C. Bizot, J. Buon, B. Delcourt and F. Mane, Observation of a new isoscalar vector meson in $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^+\pi^-$ annihilation at 1.65 GeV, Phys. Lett. B **106** (1981) 155.
- [153] A. Antonelli *et al.* [DM2 Collaboration], Measurement of the reaction $e^+e^- \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$ in the center of mass energy interval 1350 MeV to 2400 MeV, Phys. Lett. B **212** (1988) 133.
- [154] B. Delcourt, D. Bisello, J. C. Bizot, J. Buon, A. Cordier and F. Mane, Study of the reactions $e^+e^- \rightarrow \rho\eta, \rho\pi, \phi\pi$ and $\phi\eta$ for total energy ranges between 1.4 GeV and 2.18 GeV, Phys. Lett. B **113** (1982) 93 [Erratum-ibid. B **115** (1982) 503].
- [155] V. P. Druzhinin *et al.*, Investigation of the reaction $e^+e^- \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$ in the energy range up to 1.4 GeV, Phys. Lett. B **174** (1986) 115.

- [156] M. N. Achasov *et al.*, Measurement of the $e^+e^- \rightarrow K^+K^-$ process cross-section in the energy range $\sqrt{s} = 1.04 - 1.38$ GeV with the SND detector in the experiment at VEPP-2M e^+e^- collider, Phys. Rev. D **76** (2007) 072012 [arXiv:0707.2279 [hep-ex]].
- [157] L. M. Barkov *et al.*, IYF-82-122, 1982.
- [158] G. V. Anikin *et al.*, The results of experiments with CMD on VEPP-2M storage ring, IYF-83-85, Aug 1983.
- [159] P. M. Ivanov *et al.*, Measurement of the charged kaon form-factor in the energy range 1.0 GeV to 1.4 GeV, Phys. Lett. B **107** (1981) 297.
- [160] B. Delcourt, D. Bisello, J. C. Bizot, J. Buon, A. Cordier and F. Mane, Study of the reaction $e^+e^- \rightarrow K^+K^-$ in the total energy range 1400 MeV to 2060 MeV, Phys. Lett. B **99** (1981) 257.
- [161] D. Bisello *et al.* [DM2 Collaboration], Study of the reaction $e^+e^- \rightarrow K^+K^-$ in the energy range $1350 \leq \sqrt{s} \leq 2400$ MeV, Z. Phys. C **39** (1988) 13.
- [162] R. R. Akhmetshin *et al.* [CMD-2 Collaboration], Measurement of phi meson parameters in $K_0(L) K_0(S)$ decay mode with CMD-2, Phys. Lett. B **466** (1999) 385 [Erratum-ibid. B **508** (2001) 217] [arXiv:hep-ex/9906032].
- [163] R. R. Akhmetshin, V. M. Aulchenko, ..., F. V. Ignatov *et al.*, Study of the process $e^+e^- \rightarrow K_L^0 K_S^0$ in the CM energy range 1.05 GeV to 1.38 GeV with CMD-2, Phys. Lett. B **551** (2003) 27 [arXiv:hep-ex/0211004].
- [164] M. N. Achasov *et al.*, Experimental study of the reaction $e^+e^- \rightarrow K_S K_L$ in the energy range $\sqrt{s} = 1.04$ GeV - 1.38 GeV, J. Exp. Theor. Phys. **103** (2006) 720 [Zh. Eksp. Teor. Fiz. **103** (2006) 831] [arXiv:hep-ex/0606057].
- [165] F. Mane, D. Bisello, J. C. Bizot, J. Buon, A. Cordier and B. Delcourt, Study of the reaction $e^+e^- \rightarrow K_S^0 K_L^0$ in the total energy range 1.4 GeV to 2.18 GeV and interpretation of the K^+ and K^0 form-factors, Phys. Lett. B **99** (1981) 261.

- [166] P. M. Ivanov *et al.*, Measurements of the form-factor of the neutral kaon from 1.06 GeV to 1.40 GeV, JETP Lett. **36** (1982) 112 [Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz. **36** (1982) 91].
- [167] B. Aubert *et al.* [BaBar Collaboration], Measurements of $e^+e^- \rightarrow K^+K^-\eta$, $K^+K^-\pi^0$ and $K_s^0K^\pm\pi^\mp$ cross sections using initial state radiation events, SLAC-PUB-12968, BABAR-PUB-07-052, Oct 2007, arXiv:0710.4451 [hep-ex].
- [168] D. Bisello *et al.* [DM2 Collaboration], e^+e^- annihilation into multi-hadrons in the 1350 MeV - 2400 MeV energy range, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **21** (1991) 111.
- [169] D. Bisello *et al.*, Observation of an isoscalar vector meson at approximately $= 1650 \text{ MeV}/c^2$ in the $e^+e^- \rightarrow K\bar{K}\pi$ reaction, Z. Phys. C **52** (1991) 227.
- [170] F. Mane, D. Bisello, J. C. Bizot, J. Buon, A. Cordier and B. Delcourt, Study of $e^+e^- \rightarrow K^0(S)K^{+-}\pi^{-+}$ in the 1.4 GeV to 2.18 GeV energy range: a new observation of an isoscalar vector meson $\phi'(1.65 \text{ GeV})$, Phys. Lett. B **112** (1982) 178.
- [171] B. Aubert *et al.* [BABAR Collaboration], The $e^+e^- \rightarrow K^+K^-\pi^+\pi^-$, $K^+K^-\pi^0\pi^0$ and $K^+K^-K^+K^-$ cross sections measured with initial-state radiation, Phys. Rev. D **76** (2007) 012008. [arXiv:0704.0630 [hep-ex]].
- [172] A. Cordier, D. Bisello, J. C. Bizot, J. Buon, B. Delcourt, L. Fayard and F. Mane, Study of the $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-K^+K^-$ reaction from 1.4 GeV to 2.18 GeV, Phys. Lett. B **110** (1982) 335.
- [173] B. Aubert *et al.* [BABAR Collaboration], A study of $e^+e^- \rightarrow p\bar{p}$ using initial state radiation with BABAR, Phys. Rev. D **73** (2006) 012005 [arXiv:hep-ex/0512023].
- [174] A. Antonelli *et al.*, First measurement of the neutron electromagnetic form-factor in the timelike region, Phys. Lett. B **313** (1993) 283.

- [175] A. Antonelli *et al.*, Measurement of the electromagnetic form-factor of the proton in the timelike region, Phys. Lett. B **334** (1994) 431.
- [176] A. Antonelli *et al.*, The first measurement of the neutron electromagnetic form factors in the timelike region, Nucl. Phys. B **517** (1998) 3.
- [177] D. Bisello *et al.*, A measurement of $e^+e^- \rightarrow \bar{p}p$ for $1975 \text{ MeV} \leq \sqrt{s} \leq 2250 \text{ MeV}$, Nucl. Phys. B **224** (1983) 379.
- [178] D. Bisello *et al.* [DM2 Collaboration], Baryon pair production in e^+e^- annihilation at $\sqrt{s} = 2.4 \text{ GeV}$, Z. Phys. C **48** (1990) 23.
- [179] B. Delcourt *et al.*, Study of the reaction $e^+e^- \rightarrow p\bar{p}$ in the total energy range 1925 MeV - 2180 MeV, Phys. Lett. B **86** (1979) 395.
- [180] M. Ablikim *et al.* [BES Collaboration], Measurement of the cross section for $e^+e^- \rightarrow p\bar{p}$ at center-of-mass energies from 2.0 GeV to 3.07 GeV, Phys. Lett. B **630** (2005) 14 [arXiv:hep-ex/0506059].
- [181] C. Bacci *et al.*, Total cross-section for hadronic production by e^+e^- annihilation in the total center-of-mass energy range 1.42 GeV - 3.09 GeV, Phys. Lett. B **86** (1979) 234.
- [182] B. Esposito *et al.*, Hadronic cross-section in e^+e^- annihilation from 1.45 GeV to 1.80 GeV, Lett. Nuovo Cim. **30** (1981) 65.
- [183] M. Ambrosio *et al.*, Total cross-section for hadron production by electron - positron annihilation at ADONE, Phys. Lett. B **91** (1980) 155.
- [184] J. Z. Bai *et al.* [BES Collaboration], Measurement of the total cross section for the hadronic production by e^+e^- annihilation at energies between 2.6 GeV and 5 GeV, Phys. Rev. Lett. **84** (2000) 594 [arXiv:hep-ex/9908046].
- [185] J. Z. Bai *et al.* [BES Collaboration], Measurements of the cross section for $e^+e^- \rightarrow \text{hadrons}$ at center of mass energies from 2 GeV to 5 GeV, Phys. Rev. Lett. **88** (2002) 101802 [arXiv:hep-ex/0102003].

- [186] M. Ablikim *et al.* [BES Collaboration], Measurements of the cross sections for $e^+e^- \rightarrow \text{hadrons}$ at 3.650 GeV, 3.6648 GeV, 3.773 GeV and the branching fraction for $\psi(3770) \rightarrow \text{non}D\bar{D}$, Phys. Lett. B **641** (2006) 145 [arXiv:hep-ex/0605105].
- [187] M. Ablikim *et al.*, Measurements of the continuum R(uds) and R values in e^+e^- annihilation in the energy region between 3.650 GeV and 3.872 GeV, arXiv:hep-ex/0612054.
- [188] Z. Jakubowski *et al.* [Crystal Ball Collaboration], Determination of Γ_{ee} of the $\Upsilon(1S)$ and $\Upsilon(2S)$ resonances and measurement of R at $W = 9.39$ GeV, Z. Phys. C **40** (1988) 49.
- [189] A. Osterheld *et al.*, Measurements of total hadronic and inclusive D^* cross-sections in e^+e^- annihilations between 3.87 GeV and 4.5 GeV, SLAC-PUB-4160, Dec 1986.
- [190] C. Edwards *et al.*, Hadron production in e^+e^- annihilation from $\sqrt{s} = 5$ GeV to 7.4 GeV, SLAC-PUB-5160, Jan 1990.
- [191] B. Niczyporuk *et al.* [LENA Collaboration], Measurement of R in e^+e^- annihilation for \sqrt{s} between 7.4 GeV and 9.4 GeV, Z. Phys. C **15** (1982) 299.
- [192] A. E. Blinov *et al.*, The measurement of R in e^+e^- annihilation at center of mass energies between 7.2 GeV and 10.34 GeV, Z. Phys. C **70** (1996) 31.
- [193] R. Brandelik *et al.* [DASP Collaboration], Total cross-section for hadron production by e^+e^- annihilation at center-of-mass energies between 3.6 GeV and 5.2 GeV, Phys. Lett. B **76** (1978) 361.
- [194] H. Albrecht *et al.*, The hadronic cross section of electron - positron annihilation at 9.5 GeV and the Υ and Υ' resonance parameters, Phys. Lett. B **116** (1982) 383.

- [195] R. Ammar *et al.* [CLEO Collaboration], Measurement of the total cross section for $e^+e^- \rightarrow \text{hadrons}$ at $\sqrt{s} = 10.52$ GeV, Phys. Rev. D **57** (1998) 1350 [arXiv:hep-ex/9707018].
- [196] D. Besson *et al.* [CLEO Collaboration], Measurement of the total hadronic cross section in e^+e^- annihilations below 10.56 GeV, Phys. Rev. D **76** (2007) 072008 [arXiv:0706.2813 [hep-ex]].
- [197] G. S. Abrams *et al.*, Measurement of the parameters of the $\Psi''(3770)$ resonance, Phys. Rev. D **21** (1980) 2716.
- [198] E. Rice *et al.*, Search for structure in $\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{hadrons})$ between $\sqrt{s} = 10.34$ GeV and 11.6 GeV, Phys. Rev. Lett. **48** (1982) 906.
- [199] P. Bock *et al.* [DESY-Hamburg-Heidelberg-Munich Collaboration], Total cross-section for hadron production by e^+e^- annihilation between 9.4 GeV and 9.5 GeV, Z. Phys. C **6** (1980) 125.
- [200] L. Criegee and G. Knies, Review of e^+e^- experiments with Pluto from 3 GeV to 31 GeV, Phys. Rept. **83** (1982) 151.
- [201] G. Cosme *et al.*, New measurements with the Orsay electron-positron storage ring of the radiative decay modes of the ϕ -meson, Phys. Lett. B **63** (1976) 352.
- [202] C. Bacci *et al.*, Multihadronic cross-sections from e^+e^- annihilation up to 3 GeV center-of-mass energy, Phys. Lett. B **44** (1973) 533.
- [203] Kurdadze *et al.*, Preprint INP 84-7, Novosibirsk, 1984.
- [204] A. D. Bukin *et al.*, The ϕ meson: precision measurement of its mass, observation of the $\omega - \phi$ interference. (In Russian), Yad. Fiz. **27** (1978) 976.
- [205] J. E. Augustin *et al.*, ω^0 production by e^+e^- annihilation, Phys. Lett. B **28** (1969) 513.

- [206] J. C. Bizot *et al.*, Study of the ϕ meson by e^+e^- annihilation into charged K mesons and tests of vector dominance models, Phys. Lett. B **32** (1970) 416.
- [207] D. Benaksas *et al.*, ω production by e^+e^- annihilation, Phys. Lett. B **42** (1972) 507.
- [208] G. Cosme *et al.*, $\pi^+\pi^-\pi^0$ and $\pi\pi\gamma$ production by e^+e^- annihilation in the ϕ energy range with the orsay storage ring, Phys. Lett. B **48** (1974) 155.
- [209] G. Parroul *et al.*, Evidence for an interference effect between ω and ϕ resonances in $\pi^+\pi^-\pi^0$ production with the Orsay colliding beam ring, Phys. Lett. B **63** (1976) 357.
- [210] M. Conversi *et al.*, On the possible existence of a vector meson $\rho'(1250)$, Phys. Lett. B **52**, 493 (1974).
- [211] M. Bernardini *et al.*, Cross section measurements for the exclusive reaction $e^+e^- \rightarrow 4\pi^{+-}$ in the energy range 1.2 GeV to 3.0 GeV, Phys. Lett. B **53** (1974) 384.
- [212] B. Jean-Marie *et al.*, Production of $4\pi^\pm$ and $6\pi^\pm$ by e^+e^- annihilation between 2.4 GeV and 7.4 GeV, SLAC-PUB-1711, LBL-4672, Feb 1976.
- [213] G. Grosdidier, Study of K meson form-factors from the production threshold up to 1100 MeV in the center-of-mass, Ph.D. Thesis, LAL 79/23, Oct 1979.
- [214] G. Cosme, B. Jean-Marie, S. Jullian, F. Laplanche, J. Lefrancois and G. Parroul, $K_0(s)$ $K_0(l)$ production by e^+e^- annihilation at phi energy, Phys. Lett. B **48** (1974) 159.
- [215] M. Bernardini *et al.*, The energy dependence of sigma $e^+e^- \rightarrow hadrons$ in the total center-of-mass energy range 1.2 GeV to 3.0 GeV, Phys. Lett. B **51** (1974) 200.

- [216] F. Ceradini, M. Conversi, S. D' Angelo, L. Paoluzi, R. Santonico and R. Visentin, Multihadron production in e^+e^- collisions up to 3 GeV total center-of-mass energy, Phys. Lett. B **47** (1973) 80.
- [217] J. Siegrist *et al.*, Observation of a resonance at 4.4 GeV and additional structure near 4.1 GeV in e^+e^- annihilation, Phys. Rev. Lett. **36** (1976) 700.
- [218] P. A. Rapidis *et al.*, Observation of a resonance in e^+e^- annihilation just above charm threshold, Phys. Rev. Lett. **39** (1977) 526 [Erratum-ibid. **39** (1977) 974].
- [219] J. Siegrist *et al.*, Hadron production by e^+e^- annihilation at center-of-mass energies between 2.6 GeV and 7.8 GeV. Part 1. total cross-section, multiplicities and inclusive momentum distributions, Phys. Rev. D **26** (1982) 969.
- [220] Ю.М.Быстрицкий, Э.А.Кураев, А.В.Богдан, Ф.В.Игнатов и Г.В.Федотович, Новая формулировка вклада адронов в магнитный момент мюона, Письма в ЖЭТФ **83**, 2006, с. 57.