

Title	Phases of Supersymmetric Gauge Theories on the Three-Sphere(Abstract_要旨)
Author(s)	Shimizu, Kazuma
Citation	Kyoto University (京都大学)
Issue Date	2019-03-25
URL	https://doi.org/10.14989/doctor.k21562
Right	
Type	Thesis or Dissertation
Textversion	ETD

(続紙 1)

京都大学	博士 (理学)	氏名	清水 数馬
------	-----------	----	-------

論文題目	Phases of Supersymmetric Gauge Theories on the Three-Sphere
------	---

(論文内容の要旨)

三次元超対称ゲージ理論は、最近十年の間に特に盛んに研究が行われてきた分野である。その理由の一つは、超対称性のために非摂動的な計算が可能となり、その研究が強結合の物理の理論的解明という現代物理学の大きな課題にアプローチする一つの有効な手段となり得るためである。特に、局所化という手法の発展によって、双対性など、理論の非摂動的側面の数多くが明らかになった。もう一つの理由は、超弦理論の非摂動的定式化であるM理論の理解につながることである。特に、Aharony-Bergman-Jafferis-Maldacenaによって提案された超対称Chern-Simons理論（ABJM理論）はM理論の基本的自由度の一つであるM2-ブレーンという膜状の物体を記述すると考えられている。その非摂動的な解析から、N枚重なったM2-ブレーンの自由度は $N^{(3/2)}$ に比例するという重力側からの予想を再現することが確かめられ、三次元超対称ゲージ理論の解析からM理論のさらなる理解が得られることが期待されている。

本博士論文では主に局所化の手法を用いて計算される三次元球面上の分配関数という量を扱っている。一般に局所化の手法では赤外発散を防ぐために、有限体積空間上の超対称ゲージ理論を考える必要がある。本論文では特に三次元球上の超対称ゲージ理論を扱うため、一般に三次元分配関数が表す物理は通常議論される平坦空間上のものとは異なっていてもよい。本博士論文は、三次元空間上の分配関数から平坦時空上の物理を引き出すことを目的としたこれまでの自身の研究をまとめたものである。

第三章では質量変形された $N=4$ $U(N)$ 超対称量子色力学という理論を用いて、分配関数の球の半径無限大極限における挙動を調べている。三次元分配関数はCoulomb branchという真空のモジュライ空間の一部に関する積分で表される。この時、質量次元を持つパラメーターは球の半径によって無次元化されているため、半径無限大極限は質量無限大極限と等価である。ここでは質量無限大極限では、分配関数が積分領域上の1点によって与えられることが示されている。即ち、質量無限大で実現されている理論は、平坦な空間上での理論においてモジュライ空間の非自明な点を選んだものとなる。また、分配関数に主要な寄与を与えるその点は無質量物質場の数に依存して決定され、Gaiotto-Wittenによって分類された「良い」理論を用いて、「悪い」理論を記述できないことが強く示唆される。即ち質量パラメーターを媒介として、この二つの分類の理論同士を結び付けることはできない。また、質量パラメーターが零の時を紫外領域、無限大の時を赤外領域とみなした際、得られた結果はF定理と呼ばれる繰り込み群の流れと理論に含まれる自由度の関係についての予想と整合していることが議論されている。

第四章では、ABJM理論の超対称性をすべて保つように質量パラメータを加え変形した理論（mABJM理論）のラージN極限が議論されている。mABJM理論の超対称性を保つ真空はM5-ブレーンと呼ばれるM理論の膜状物体に対応することが知られている。従って、この理論の解析からM5-ブレーンの性質を調べることができれば、M理論の理解が進むと期待される。変形されていないABJM理論の分配関数のラージN極限は計算されて

(論文内容の要旨)

いたが、その計算手法には議論の余地があった。その点を解消する形で、新たな計算手法を考案し、mABJM理論の分配関数のラージN極限を求めた。結果から、ラージN極限での挙動が質量パラメーターの有限の値で大きく変わり、相転移が起きていることが強く示唆されている。第五章の中で、この特異点を超えた先では、三次元球上のmABJM理論のラージN極限では、超対称性が自発的に破れた相が実現されていることを、有限のNの結果から議論した。この議論は平坦な空間ではmABJM理論が超対称性を保つ真空をもつことと整合的である。これは平坦な空間上のmABJM理論の真空は連続点でなく離散点で与えられる一方、三次元の分配関数を与える積分には超対称性を保たない真空も含まれており質量無限大極限で超対称性を保たない真空も効きうるためである。このため球面上では超対称性が破れる相が実現されても不思議ではない。また球の半径が大きくなるにつれて、平坦な空間での真空が三次元分配関数の主要な寄与となるという第三章の結果が、この解釈を支持している。

最期に第五章では、mABJM理論の鞍点方程式のもう一つの特別な解を見つけ、その解は Z_N 離散対称性を保つ超対称Chern-Simons理論の超対称性が破れる領域にも存在することが示されている。この意味で、この鞍点方程式の解はラージNで超対称性の破れた相を実現する候補である。また、ラージN極限でこの解が相関関数の主要な寄与となる場合に、自由エネルギー、Wilson-loopという量を計算し、この解によって実現される相が閉じ込め相的な性質を示すことが示されている。

(続紙 2)

(論文審査の結果の要旨)

三次元超対称性ゲージ理論は、M2ブレインを通じてM理論を記述する理論として非常に注目を集めている。中でも局所化の手法を用いた解析は、求められる強結合での物理の解明に大きな威力を発揮し、ラージNにおける自由度数の導出などいくつかの非自明な成果を挙げている。しかし一方非局所化の手法を適用するためには、赤外発散が正則化されるコンパクトな時空で解析する必要があることから、平坦時空での物理との関係が必ずしも自明でないという問題がある。

本論文では、コンパクト時空として最も単純な球面を考え、主として、その半径無限大極限における分配関数から、どのように平坦時空の物理を読み取るかについての考察を行っており、その結果はこの分野の研究に対して大きく貢献するものである。

例えば $N=4U(N)$ QCDのクーロン相の場合、平坦時空上の分配関数では固定されるべきスカラーの真空期待値が、局所化を行った三次元球上の分配関数ではモジュライとして積分されていることは、平坦時空上の理論と球面上の理論の関係を非自明にする理由の典型例である。第三章では、球面の半径無限大の極限がクォークの質量無限大の極限と等価であることを利用して、質量無限大の極限ではモジュライ積分の中で一点の寄与が支配的となることを示し、平坦時空上の分配関数との関係を明らかにしている。また、第四章の質量変形を加えたABJM模型（mABJM模型）の解析では、信頼性の確かな新しい解析手法を提案し、ラージN極限における相転移を示唆すると共に、第五章では、特異点を超えたパラメータ領域では平坦時空では実現されない超対称性が破れた相が実現していることを示し、先に求めた対応からこれが必ずしも矛盾するものではないことを指摘している。最後に第五章ではmABJM模型のラージN極限における非自明な鞍点が、超対称性が破れた相の真空の候補となることを指摘し、これが閉じ込め相的な性質を持つことを示している。

最初にも述べたように、これらの結果は全て分野の発展に寄与する新しい結果であり、博士論文として十分な内容を含むものと認められる。

よって、本論文は博士（理学）の学位論文として価値あるものと認める。また、平成31年1月18日、論文内容とそれに関連した事項について試問を行なった結

果、合格と認めた。

要旨公表可能日 : 年 月 日以降