Pair Creations of Massless Fermions in Electric Flux Tube

岩崎愛一[1]
二松学舎大学　国際政治経済学部

要旨：カイラル異常を表す式を用いて、有限の太さを持つ電場フラックスの下で電荷粒子の対発生を議論する。いわゆるSchwinger mechanismである。特に電場方向に非常に強い一様磁場が存在している場合について、発生する荷電粒子の数密度、それが運ぶ電流密度、及びその電流が生み出す磁場の時間的、空間的振る舞いに関して厳密な解析解が得られることを示す。

高エネルギー重イオン衝突でクォークグルーオンプラズマ（QGP）が生成されていることは、そこで発生するハドロンの様々な特徴から疑いの余地はない。そのQGP生成の初期過程では、ハドロン物理の基礎理論であるQCDが重要な役割を演ずる。そのQCDの有効理論であるカラーグラスモデル[1]によると、衝突軸方向に衝突直後に古典的なカラー電場とカラー磁場が発生する。それらのエネルギー密度は十分高く、また、チュウブを作っており（その太さは典型的には飽和運動量（Q_s）の逆数で与えられる。）、その崩壊でQGPが発生していると思われる。それはグラズマと呼ばれるカラー電場、磁場であり、その崩壊過定[2]の研究が急務である。

以前我々はNielsen-Olesen不安定性からその磁場崩壊が進むことを議論した[3]。ここではカラー電場がSchwinger mechanism[4]で崩壊することを議論する。カラー電場とクォークを扱う変わりに簡単のためmassless QEDを考える。こうすることで本質的な結論に大きな変更はないはずである。すなわち、電場フラックスの崩壊に伴い質量ゼロの電子、陽電子が対発生し、その際の電場フラックスの寿命(t_c)は主にその太さで決まっている($t_c \simeq Q_s^{-1}$)。これが結論である。この議論の際、さらに簡単化のため磁場として一様な強磁場を仮定する。（なお、チュウブ状の磁場であっても以下の公式を用いて同様な議論は可能である。）

さて、Schwinger mechanismに関しては昔から多くの研究[5]がある。しかし、有限な太さをもつ電場Eとさらに一様磁場Bの下での研究はそれほど多くない。特に対発生する粒子の電場に対しての反作用、また、その粒子が運ぶ電流による磁場B_θ（これは電場フラックスを取り囲むような形状をした磁場で、はじめから存在する電場と平行な磁場に垂直である。）の振る舞い、その反作用等の研究は今までにない。この研究では、十分強い磁場の下で電場フラックスチューブにより発生する電子、陽電子がもたらす上記の現象を解析的に扱い、その振る舞いを示す。

ポイントは、強磁場の下では対発生する粒子のchiralityが一定していることである。異なるchiralityの粒子はエネルギー的に対発生することは不可能である。このことは、磁場中の荷電粒子の状態はランダウ準位により分類され、最低ランダウ準位が最低エネルギー状態であることから来る。その最低エネルギー状態にあるスピン状態は決まっている。電場と同じ方向の磁場では、陽電子のスピンの向きは電場方向、電子の向きはそれと逆であり、それぞれスピンの向きに加速される。それゆえカイラル異常を表す式で

$$\partial_t(n_R - n_L) = \frac{e^2}{4\pi^2}\vec{E}(t)\vec{B} \tag{1}$$

[1]e-mail address: a_iwazaki@hotmail.com

$n_R = 2n$ のみがゼロでない ($n_L = 0$, n は電子密度)。つまり、この式は電場、磁場の下での粒子生成率を表すのである。(なお、この式は磁場、電場方向の系の一様性、及び粒子が最低ランダウ準位にあることを仮定すると成り立つ。)

この式と、Maxwell 方程式

$$\partial_t B_\theta(r,t) = \partial_r E(r,t), \quad \partial_t E(r,t) = \frac{\partial_r(rB_\theta(r,t))}{r} - J(r,t). \tag{2}$$

(r は円柱座標の動径座標。また J は電流を表し $J = 2en$ で与えられる。)

を解くことで、電場 $E(r,t)$、磁場 $B_\theta(r,t)$ 及び電子密度 $n(r,t)$ の時間的、空間的振る舞いが求まる。初期条件は $E(r,t=0) = E_0\exp(-r^2/R^2)$ かつ $n(r,t=0) = 0$ である。

これらの方程式を解いて得られる解は、次のように Bessell 関数 $J_i(kr)$ を用いて現される。

$$\begin{aligned}
E(r,t) &= \frac{E_0R^2}{2}\int_0^\infty kdk\cos(t\sqrt{k^2+m^2})J_0(kr)\exp(-k^2R^2/4), && (3)\\
n(r,t) &= \frac{e^2BE_0R^2}{16\pi^2}\Big|\int_0^\infty kdk\frac{\sin(t\sqrt{k^2+m^2})}{\sqrt{k^2+m^2}}J_0(kr)\exp(-k^2R^2/4)\Big|, && (4)\\
B_\theta(r,t) &= -\frac{E_0R^2}{2}\int_0^\infty k^2dk\frac{\sin(t\sqrt{k^2+m^2})}{\sqrt{k^2+m^2}}J_1(kr)\exp(-k^2R^2/4), && (5)
\end{aligned}$$

(ここで、$m^2 \equiv \frac{e^3}{4\pi^2}B$)

なお、この解は電場 E、磁場 B_θ のエネルギー 及び粒子のエネルギー密度 $\epsilon(r,t)$ 間でエネルギー保存を満たしている。(粒子エネルギー密度 $\epsilon(r,t)$ は、粒子のフェルミ運動量 $p_f(r,t) = \int_0^t dt' eE(r,t')$ と粒子密度 $n(r,t)$ を用いて $\epsilon(r,t) = n(r,t)p_f(r,t)$ なる。)。そのエネルギー保存側は次のようになる。

$$\partial_t \int d^3x\Big(\frac{E^2(r,t)+B_\theta^2(r,t)}{2} + \epsilon(r,t)\Big) = 0. \tag{6}$$

さて、この解を用いてグラズマ中のカラー電場の崩壊時間を評価してみる。この式は一様磁場の下で解いたのであるが、有限なひろがりを持つチュウブ状磁場に適用し近似的に崩壊時間を評価する。電場の解の運動量積分で効いてくるのは、おもに $k \le R^{-1}$ であるから、$E(r,t) \sim \cos(t\sqrt{R^{-2}+m^2})$。電場の広がり R は典型的には飽和運動量 Q_s の逆数で与えられ、かつ、磁場 $eB \simeq Q_s^2$ だから、電場がゼロになるのは $t_c \simeq \pi/2Q_s$。$Q_s = 1\text{GeV} \sim 2\text{GeV}$ なので、電場の崩壊時間 t_c は、現象 citehirano からの制限 $t_c < 1\text{fm/c}$ を満たすことが分かる。

このように、カイラル異常を用いて古典的扱いのみで Schwinger mechanism に伴うチュウブ状の電場、磁場の空間的、時間的振る舞いが求まることは注目に値する。そこから得られる結果、すなわち、グラズマの電場フラックスチュウブは、その太さで決まる崩壊時間で十分早く崩壊することは、グラズマ物理にとって新しい重要な結果である。

東大駒場の藤井氏と、KEK の板倉氏との有意義な議論に感謝する。

参考文献

[1] E. Iancu, A. Leonidov and L. McLerran, hep-ph/0202270.
E. Iancu and R. Venugopalan, hep-ph/0303204.
For a brief review, see K. Itakura, Prog. Theor. Phys. Suppl. **168** (2007) 295.

[2] P. Romatschke and R. Venugopalan, Phys. Rev. Lett. **96** (2006) 062302; Phys. Rev. **D 74** (2006) 045011.
J. Berges, S. Scheffler and D. Sexty, Phys. Rev. **D 77** (2008) 034504.

[3] A. Iwazaki, Phys. Rev. **C 77** (2008) 034907; Prog. Theor. Phys. **121** (2009) 809.
H. Fujii and K. Itakura, Nucl. Phys. **A 809** (2008) 88.
H. Fujii, K. Itakura and A. Iwazaki, Nucl. Phys. **A 828** (2009) 178.

[4] J. Schwinger, Phys. Rev. **82** (1951) 664.
W. Heisenberg and H. Euler, Z. Phys. **98** (1936) 714.

[5] A.I. Nikishov, Sov. Phys. JETP **30** (1970) 660.
A.V. Tarakanov, A.V. Reichel, S.A. Smolyansky, D.V. Vinnik and S.M. Schmidt, hep-ph/0212200.
N. Tanji, hep-ph/0810.4429 to be published in Annals of Physics.

[6] T. Hirano and Y. Nara, Nucl. Phys. **A 743** (2004) 305; J. Phys. **G 30** (2004) S1139.