Anderson-Higgs Mechanism at Finite Density

東京大学大学院理学系研究科物理学専攻　濱　祐介、初田哲男、内野瞬

1　はじめに

近年、対称性の自発的破れ (SSB) の観点から、高密度クォーク物質におけるカラー超伝導体と、超流動ヘリウム 3 や冷却フェルミ原子気体における超流動を、統一的に理解しようという気運が高まっている。本研究ではカラー超伝導体のような有限密度における南部・ゴールドストーン (NG) ボソンの新奇なスペクトルに注目し、有限密度におけるアンダーソン・ヒッグス機構について調べた。

2　有限密度における南部・ゴールドストーン粒子のスペクトル

南部・ゴールドストーン定理の重要な帰結のひとつとして、零質量粒子としての NG ボソンの存在があげられる。カイラル極限における QCD のように Lorentz 共変性を持つ場合、NG ボソンの数は破れた生成子の数に等しい。しかしながら、Lorentz 共変性のない強磁性体の例 (破れた生成子の数=2、NG ボソンの数=1) でもわかるように、一般にはそのような等式は成立せず、同じ SSB のパターンを示しても NG ボソンの数が異なることがある (表 1 の強磁性体と反強磁性体の例を参照)。これまでにも NG ボソンの数については様々な研究があり、1976 年に H. Nielsen と S.Chadha は NG ボソンの分散関係に着目し、長波長極限において波数の一次、二次に比例するものをそれぞれ type-I NG ボソン、type-II NG ボソンと称し、NG ボソンの数と破れた生成子の間に成り立つ不等式 (Nielsen-Chadha 不等式) を導出した [1]:

$$[\text{type-I NG ボソンの数}] + 2 \times [\text{type-II NG ボソンの数}] \geq [\text{破れた生成子の数}]. \tag{1}$$

2002 年に Miransky らは、カラー超伝導相中の K 中間子凝縮など、相対論的ではあるがバリオン密度により荷電共役不変性が破れている系においても、type-II NG ボソンが出現することを指摘した [2, 3]。本研究では [2, 3] を踏まえて、有限密度におけるアンダーソンン・ヒッグス機構を調べた。このアンダーソンン・ヒッグス機構について論じる前に、[2, 3] の有限密度 U(2) Goldstone 模型を通じた NG ボソンのスペクトル (分散関係・出現数) について紹介する。化学ポテンシャルを μ、基本場の質量 (2 次元複素スカラー場) を m、真空のまわりで展開した場の成分を ψ, χ_a $(a = 1, 2, 3)$ とすると、分散関係は低エネルギー極限 $\vec{p} \to 0$ において次のようになる。

$$\psi\text{-}\chi_3 \text{ セクター} : E^2 = \frac{\mu^2 - m^2}{3\mu^2 - m^2}\vec{p}^{\,2},\ E^2 = 2(3\mu^2 - m^2) + O(\vec{p}^{\,2}), \tag{2}$$

$$\chi_1\text{-}\chi_2 \text{ セクター} : E = 2\mu + O(\vec{p}^{\,2}),\ E = \frac{\vec{p}^{\,2}}{2\mu} + O(\vec{p}^{\,4}). \tag{3}$$

系	SSB-パターン	NG ボソン	$N_{\rm NGB}$	$N_{\rm BG}$	分散関係
カイラル極限 QCD	$\mathrm{SU(2)_L\times SU(2)_R\to SU(2)_V}$	パイオン	3	3	$E(p)\propto p$
反強磁性体	$\mathrm{O(3)\to O(2)}$	マグノン	2	2	$E(p)\propto p$
強磁性体	$\mathrm{O(3)\to O(2)}$	マグノン	2	1	$E(p)\propto p^2$

表 1　SSB の例. $N_{\rm NGB}$, $N_{\rm BG}$ はそれぞれ NG ボソンの数および破れた生成子の数

化学ポテンシャル μ によって、$\mu=0$ では type-I NG ボソンであった χ_a (a=1,2,3) が 1 つは有質量場 χ_1 に、1 つは type-II NG ボソン χ_2 へと変化し、結果零質量 NG ボソンの総数は 2 となった (表 2、$g=0,\mu\neq 0$ の場合を参照)。このことがこの系におけるアンダーソン・ヒッグス機構を考えるにあたって、ゲージ場の総数 (=3) との間に自由度のミスマッチを生んでいる。本研究では、こうした状況下においてアンダーソン・ヒッグス機構がどうのように働くかを調べた。

3　有限密度におけるアンダーソン・ヒッグス機構

本研究では、上記の U(2) Goldstone 模型にゲージ場を導入した、有限密度 SU(2) Higgs-Kibble 模型を通して有限密度におけるアンダーソン・ヒッグス機構の研究を行った。ラグランジアンは以下のように与えられる。

$$L=-\frac{1}{4}F^{a\mu\nu}F^a_{\mu\nu}+\left[(D^0-i\mu)\phi\right]^\dagger\left[(D_0-i\mu)\phi\right]+(D^i\phi)^\dagger(D_i\phi)-m^2\phi^\dagger\phi-\lambda(\phi^\dagger\phi)^2+gj^{a\nu}A^a_\nu, \quad (4)$$

$$\phi=\frac{1}{\sqrt{2}}[v+\psi+i\chi^a\tau_a]\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}\quad (a=1,2,3). \quad (5)$$

また (5) 式は場の真空まわりの展開である。$j^{\mu a}$ は系の SU(2) 電荷中性条件を保証するための Lagrange-multiplier 項である。この項は SU(2) ゲージ対称性が自発的に破れたことで生じたゲージ荷電凝縮体からのゲージ場の寄与を相殺する項である [4]。ゲージ固定関数は R_ξ ゲージを用いた。これより場の二次までとったラグランジアンは次式で与えられる。

$$L_0=-\frac{1}{4}F^{a\mu\nu}F^a_{\mu\nu}+\frac{1}{2}M^2(A^a_\mu)^2-\frac{1}{2\alpha}(\partial^\mu A^a_\mu)^2+\frac{1}{2}[(\partial_\mu\psi)^2-2(\mu^2-m^2)\psi^2]+\frac{1}{2}[(\partial_\mu\chi_a)^2-\alpha M^2\chi_a^2]$$
$$+i\bar{c}_a(\partial^2+\alpha M^2)c_a-\mu(\chi_3\overleftrightarrow{\partial_0}\psi+\chi_2\overleftrightarrow{\partial_0}\chi_1)-2\mu M(-\chi_2A^1_0+\chi_1A^2_0+\psi A^3_0). \quad (6)$$

上式を用いて、有質量場および type-II NG ボソン ($\chi_{1,2}$) の伝播関数を求めることによって type-II NG ボソンがゲージ場に吸収されたかどうかを判断することができる。つまり、非物理的粒子は $\alpha\to\infty$ の極限で質量が無限大となり、物理的粒子と decouple することを確かめる。計算の結果を視覚的に示したのが図 1 の質量スペクトルである。図 1 より、type-I NG ボソン χ_3、有質量場 χ_1、type-II NG ボソン χ_2 はゲージ対称性が自発的に破れることで $O(\sqrt{\alpha})$ の質量を持つ。よって $\alpha\to\infty$ の極限で $\chi_{1,2,3}$ は decouple する。つまり零質量粒子 $\chi_{2,3}$ だけでなく、有質量粒子 χ_1 もゲージ場に吸収され、その結果 $\mu=0$ の場合と同様に SSB の前後で物理的自由度が保存する。

4　まとめと展望

本研究では、化学ポテンシャルの効果によって、NG ボソンのスペクトル (分散関係・出現数) に変化が生じた、有限密度におけるアンダーソン・ヒッグス機構の研究を SU(2) Higgs-Kibble 模型を通じておこなった。

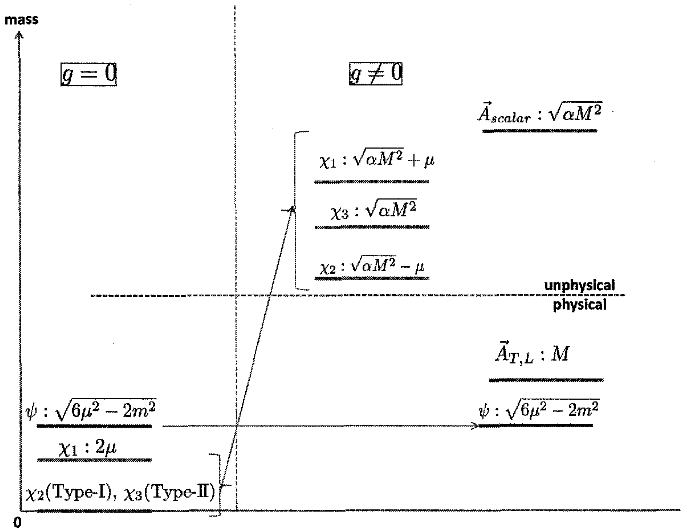

図 1　$g=0$ と $g\neq 0$ に対する質量スペクトル。g は SU(2) ゲージカップリング。SU(2) ゲージ対称性が自発的に破れたことによって $\chi_{1,2,3}$ は $O(\sqrt{\alpha})$ の質量を獲得。

場	$g=0,\mu=0$	$g=0,\mu\neq 0$	$g\neq 0,\mu=0$	$g\neq 0,\mu\neq 0$
ゲージ場	2×3	2×3	3×3	3×3
NG ボソン	3(type-I)	1(type-I), 1(type-II)	0	0
有質量場	1	2	1	1

表 2　物理的自由度数。$g\neq 0,\mu\neq 0$ が有限密度における SU(2) ゲージ対称性が自発的に破れた場合。

有限密度 (本研究では U(2) Goldstone 模型を用いた) においては、表 2 に示すように本来 3 つであった零質量 NG ボソンのうちの 1 つが有質量、1 つは type-II NG ボソンになり、ゲージ場の総数 3 との間に自由度のミスマッチを生んでしまっていた。しかしゲージ場が零質量 NG ボソンだけでなく、零密度において type-I NG ボソンであった有質量粒子もきちんと吸収することがわかった。その結果、有限密度におけるアンダーソン・ヒッグス機構は零密度の場合と同様に SSB の前後で物理的自由度が保存する形で働くことになる。今後の展望として、ゲージ荷電凝縮体が存在するカラー超伝導体への応用を行う。

参考文献

[1] H. B. Nielsen and S. Chadha, Nucl. Phys. **B105** (1976) 445.
[2] V. A. Miransky and I. A. Shovkovy, Phys. Rev. Lett. **88** (2002) 11601.
[3] T Schafer et al., Physics Letters B **522** (2001)67-75
[4] Joseph I. Kapusta, Phys. Rev. D **24**, 426-439 (1981)