色味锁夸克物质与夸克星*

初鹏程† 刘鹤‡ 杜先斌

(青岛理工大学理学院, 青岛 266033)

(2023 年 10 月 15 日收到; 2023 年 11 月 21 日收到修改稿)

讨论了零温、强磁场下基于准粒子模型的奇异夸克物质、色味锁夸克物质的热力学性质. 结果表明色味锁夸克物质比奇异夸克物质更稳定, 压强会随着色味锁态能隙常数的增大而增加. 并且发现强磁场下磁星的最大质量会随着色味锁夸克物质的能隙常数的增加而增加, 磁星的潮汐形变率会随着能隙常数的增加而增加, 磁星最大质量的中心密度会随着能隙常数的增加而降低. 结果还说明考虑色味锁态得到的磁星质量半径关系可以满足最近实验观测 PSR J0740 + 6620, PSR J0030 + 0451, 和 HESS J1731-347 所给出的质量半径约束.

关键词: 夸克物质, 夸克星, 磁星

PACS: 21.65.Qr, 97.60.Jd **DOI:** 10.7498/aps.73.20231649

1 引 言

致密星以及其内部构成物质的性质是现代核物理与天体物理中的重要问题[1–4]. 在最新的实验观测结果中, 大质量脉冲星的质量与半径的范围约束对构成致密星体的物质的物态方程提出了非常高的要求. 例如 2010 年观测的 PSR J1614-2230[5], 其质量达到了 $1.97 \pm 0.04\ \mathrm{M}_\odot$, 接近两倍太阳质量, 需要致密星体物质的物态方程足够硬才能支撑; 2013 年用 shapiro delay 测得的 PSR J0348+0432 脉冲星, 其质量为 $2.01 \pm 0.04\ \mathrm{M}_\odot$ [6], 为近年来精确探测的大质量脉冲星之一; 五年后测得的脉冲星 PSR J2215+5135, 质量达到了 $2.27^{+0.17}_{-0.15}\ \mathrm{M}_\odot$ [7]; 脉冲星 PSR J0740+6620 的观测结果中, 2021 年更新的质量范围为 $2.08 \pm 0.07\ \mathrm{M}_\odot$ [8–10]; 在 LIGO/Virgo 合作组测得 GW190814 引力波事件中[11], 伴随天体 m_2 的质量可以达到 $2.50\ \mathrm{M}_\odot$—$2.67\ \mathrm{M}_\odot$ (90% 置信度), 这可能是目前最大致密星体的探测结果候选者. 致密星体的代表为中子星, 其内部可能是结合的更紧密的核子, 甚至是绝对稳定的奇异夸克物质. 理论上只由奇异夸克物质构成的奇异夸克星也可能存在, 其可能存在的证据现在仍是核物理与天体物理关注的重点, 还不能够被排除[12–18]. 构成奇异夸克星的夸克物质是由 β 平衡的 u, d, s 味夸克和电子、μ 子组成的电中性奇异夸克物质[19–23]. 以往的工作中, 人们采用增加矢量道、修改势能项、质量密度相关等方法可以得到较大质量夸克星[24–33], 但从最新实验观测和模拟的大质量脉冲星的质量半径约束来看, 夸克星物质的物态方程能否支撑近期观测和模拟的大质量、大半径的致密星还面临着很大的挑战. 另一方面, 色味锁夸克物质被视为最对称的基态[34–36], 有可能存在于混合星或者夸克星中[37,38]. 如果在致密星中考虑色味锁夸克物质, u, d, s 三味夸克的粒子数密度相同, 色味锁态下将不存在轻子, 色味锁夸克物质有可能比奇异夸克物质更稳定[39,40].

* 国家自然科学基金 (批准号: 11975132, 12205158, 11505100) 和山东省自然科学基金 (批准号: ZR2022JQ04, ZR2021QA037, ZR2019YQ01) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: kyois@126.com

‡ 通信作者. E-mail: liuhe@qut.edu.cn

致密星体的重要性质之一是孕育在非常强的磁场中, 在计算其性质的时候应考虑磁场下致密星体物质的性质. 在前人工作中[41–43]致密星体表面的磁场有可能达到 $B \approx 10^{14}$ G (1 G = 10^{-4} T), 内部则有可能会增加到$B \approx 10^{18}$ G[44] 至$B \approx 10^{20}$ G[45]. 磁星内部可以采用密度相关磁场[46–51]来模拟从星体表面到中心磁场随着磁星物质密度的增加而增大的情况. 另一方面, 磁星内部磁场方向的分布, 对磁星物质以及磁星的性质影响也会很大. 在过去的几十年里, 虽然大量的工作致力于磁场对磁星性质的影响, 如核物质状态方程[52–54]、磁制动[55–58]、冷却或加热[59,60], 但磁场的起源问题仍然不清楚. 关于磁星强磁场的解释有多种, 比如发电机效应、化石假说和中子星演化模型等. 致密星中的夸克物质顺磁可能会产生超强磁场, 压强的各向异性与磁化物质的磁化强度有关[61,62]. 色味锁态下磁星物质的热力学性质对于色味锁磁星的性质影响也是本文着重讨论的问题.

本文的结构如下: 首先基于准粒子模型给出零磁场、强磁场下奇异夸克物质与色味锁夸克物质的理论推导结果; 之后列出色味锁夸克物质的热力学性质的计算结果 (包括物态方程、有效夸克质量、化学势等), 并计算色味锁磁星的性质, 给出结论.

2 理论推导

从 Farhi 与 Jaffe[16] 的研究中可以得到, 奇异夸克物质比正常核物质更稳定, 且构成奇异夸克物质的 u, d, s 三味夸克与轻子 (电子与 μ 子, 后者很难在夸克星物质中被激发) 需满足 β 稳定条件与电中性条件, 具体可写为

$$\mu_{\rm d} = \mu_{\rm s} = \mu_{\rm u} + \mu_{\rm e}, \tag{1}$$

$$\frac{2}{3}n_{\rm u} = \frac{1}{3}n_{\rm d} + \frac{1}{3}n_{\rm s} + n_{\rm e}. \tag{2}$$

方程 (1) 中的 μ_i 表示第 i 个粒子对应的化学势, n_i 为第 i 个粒子的粒子数密度. 对于奇异夸克物质人们一般还要求其满足绝对稳定条件, 即零温时奇异夸克物质的每核子能量应低于自然界中最稳定的核素 $M(^{56}{\rm Fe})$ 的对应能量 930 MeV. 此条件可以大幅减少一般的唯象夸克模型的模型参数空间.

不同色、味的夸克"成对"可以产生色超导. 理论上成对后最对称的状态人们称之为"色味锁 (color-flavor locked)"态, 简称 CFL 态. 色味锁夸克物质会在系统的能量中通过吸引的色反对称道引入一个夸克成对后的能隙常数, 进而使系统更加稳定. 目前一般利用准粒子模型来计算色味锁状态下的夸克物质, 此模型源于硬密环单圈近似[63–66], 不同于一般的质量密度相关类的夸克模型、拉氏密度出发的模型 (例如南部模型、同位旋夸克禁闭模型等)、袋常数类模型等[67–87], 该模型将每味夸克的有效质量与化学势相关, 表达式如下:

$$m_{\rm q} = \frac{m_{\rm q0}}{2} + \sqrt{\frac{m_{\rm q0}^2}{4} + \frac{g^2\mu_{\rm q}^2}{6\pi^2}}, \tag{3}$$

其中 $m_{\rm q0}$ 对应每味夸克的流夸克质量, $\mu_{\rm q}$ 为色味锁夸克物质的化学势, g 是强相互作用的耦合常数. 基于准粒子模型的零温零磁场情况下色味锁夸克物质的热力学势密度可以写为

$$\varOmega = \sum_{i={\rm u,d,s}} [\varOmega_i + B_i(\mu_i)] + B_m - 3\frac{\varDelta^2\mu^2}{\pi^2}, \tag{4}$$

式中的 $\varDelta$ 有别于奇异夸克物质热力学势密度的结果, 是色味锁夸克物质特有的能隙常数, 这里作为手摆参数引入 (需要说明的是, 色味锁的能隙常数在强磁场下会随着磁场的增加而进行振荡, 进而影响色味锁夸克物质的物态方程与色味锁磁星的性质. 由于本文讨论的磁星内部磁场强度所引起的能隙常数以及其他物理量 (如有效夸克质量) 的振荡现象较小, 所以这里将色味锁能隙考虑为手摆常数调节); $\varOmega_i$ 为每种粒子对热力学势密度的贡献, 可以写为

$$\varOmega_i = -\frac{g_i}{48\pi^2}\left[\mu_i\sqrt{\mu_i^2 - m_i^2}(2\mu_i^2 - 5m_i^2) + 3m_i^4 \ln\frac{\mu_i + \sqrt{\mu_i^2 - m_i^2}}{m_i}\right], \tag{5}$$

其中 $g_i = 6$ 是每味夸克的简并度; B_m 为夸克禁闭所具有的真空负压项; $B_i(\mu_i)$ 是夸克的有效质量化学势相关产生的附加项, 表达式可写为 $B_i(\mu_i) = -\int_{m_i}^{\mu_i} \frac{\partial\varOmega_i}{\partial m_i}\frac{\partial m_i}{\partial\mu_i}{\rm d}\mu_i$, 此附加项的计算需要特别注意细节, 保证热力学自洽. 这里需要说明, 由于零温色味锁夸克星物质中的奇异夸克有效质量不大, 所以在文献 [25,38,88] 以及后续的零温色味锁夸克星工作中, 科研工作者们通过 small-$M_{\rm s}$ 展开得到的热力学势密度等热力学量在零温色味锁情况的附加项中只包括能隙常数 $\varDelta$ 的二次幂项. 若考虑有限温度等更复杂的情况, 在自由能密度、热力学密度等特性函数中需要考虑能隙常数的四次幂贡献[89],

在接下来的色味锁原生星工作中我们会进行相关计算与讨论. 零温色味锁夸克物质的粒子数密度可以写为

$$n_{\rm q} = \frac{k_{\rm f}^3}{\pi^2} + \frac{2\Delta^2\mu}{\pi^2}, \tag{6}$$

这里 $k_{\rm f}$ 是费米动量, μ 的具体表达式为

$$\mu = \frac{1}{3}\sum_{i={\rm u,d,s}} \mu_i = \frac{1}{3}\sum_i \sqrt{{k_{\rm f}}^2 + m_i^2}. \tag{7}$$

可见三味夸克的化学势在色味锁态是相同的, 这意味着色味锁夸克物质不含轻子, 三味夸克的粒子数密度也相等, 这是色味锁相的特点. 因此在之后的色味锁磁星与色味锁奇异星的计算中, 不讨论轻子的贡献.

色味锁情况下的压强可以通过热力学关系得到:

$$P = -\sum_i (\Omega_i + B_i(\mu_i)) - B_m + 3\frac{\Delta^2\mu^2}{\pi^2}, \tag{8}$$

总能量密度为

$$\mathcal{E} = \sum_i (\Omega_i + B_i(\mu_i) + \mu_i n_i) + B_m - 3\frac{\Delta^2\mu^2}{\pi^2}. \tag{9}$$

由于致密星体中孕育着强磁场, 表面磁场可以达到 10^{14}—10^{15} G, 内部磁场甚至有可能高达 10^{19}—10^{20} G[45], 有观点指出如此强的磁场可能是由包括夸克在内的费米子的自旋极化引起的[90]. 若在强磁场下考虑色味锁态, 夸克物质会处于 MCFL 态, 此时强磁场作用下夸克物质的每味夸克的不同色自由度对应的夸克电性会产生"旋转、重新分配"现象[91–94], 此时强磁场下不同色的同味夸克的电荷会重新赋值, 于是考虑色味锁夸克物质的强磁场下的热力学势密度可以写为

$$\Omega_{\rm MCFL} = \Omega_{\rm charged} + \Omega_{\rm neutral} - 3\frac{\Delta^2\mu^2}{\pi^2}, \tag{10}$$

这里 $\Omega_{\rm charged}$ 和 $\Omega_{\rm neutral}$ 为强磁场下重新分配电荷的夸克贡献, 前者为带电部分的热力学势密度, 后者为不带电部分的热力学势密度 (相应推导可参照零磁场下色味锁夸克物质结论). MCFL 态中带电夸克的 Ω_i 可以写为

$$\Omega_i = -\sum_{\nu=0}^{\nu_{\rm max}^i} \frac{g_i(|q_i|B)}{2\pi^2}\alpha_\nu \left[\frac{1}{2}\mu_i\sqrt{{\mu_i}^2 - s_i(\nu,B)^2} - \frac{s_i(\nu,B)^2}{2}\ln\left(\frac{\mu_i + \sqrt{{\mu_i}^2 - s_i(\nu,B)^2}}{s_i(\nu,B)}\right)\right], \tag{11}$$

这里 $\alpha_\nu = 2 - \delta_{\nu,0}$, 磁场设为 z 方向[46,47], 每个色自由度的不同味夸克的费米能可以写为

$$\mu_i = \sqrt{{k_{{\rm f},\nu}^i}^2 + s_i(\nu,B)^2}, \tag{12}$$

其中 $s_i(\nu,B) = \sqrt{m_i^2 + 2\nu|q_i|B}$. 引入强磁场后物理量会有朗道能级求和, $\nu_{\rm max}$ 为朗道能级上限, 定义为

$$\nu_{\rm max}^i \equiv {\rm int}\left[\frac{\mu_i^2 - m_i^2}{2|q_i|B}\right], \tag{13}$$

这里的 ${\rm int}[\cdots]$ 是求和函数.

于是 MCFL 夸克物质中带电夸克部分的总能量密度可以写为

$$\mathcal{E}_{\rm tot} = \Omega_{\rm MCFL} + \sum_i (B_i(\mu_i) + \mu_i n_i) + B_m + \frac{B^2}{2}, \tag{14}$$

其中, $B^2/2$ 为磁场对能量密度的贡献.

由于强磁场会破坏 $\mathcal{O}(3)$ 对称性, 磁场中的带电夸克部分的压强会劈裂为与磁场方向平行的纵向压强 $P_{//}$ 以及与磁场方向垂直的横向压强 $P_\perp$[45,95–97], 推导结果为

$$P_{//} = \sum_i \mu_i n_i - \mathcal{E}_{\rm tot}, \tag{15}$$

$$P_\perp = \sum_i \mu_i n_i - \mathcal{E}_{\rm tot} + B^2 - MB, \tag{16}$$

这里 $M = -\partial\Omega/\partial B$ 表示系统磁化率.

3 计算结果

3.1 强磁场下色味锁夸克物质热力学性质

利用第 2 节的零磁场与强磁场下色味锁夸克物质的热力学性质的理论推导结果, 本节给出相应的夸克物质与夸克星的计算结果. 这里选定的准粒子模型的参数为 $g = 2$, $B_m^{1/4} = 141$ MeV, 定义为 g-2. 可以利用这组参数在零温零磁场情况下描述大质量致密星体 PSR J0348+0432 (质量为 2.01±0.04 $M_\odot$) 为奇异夸克星 (奇异夸克物质组成), 并满足奇异夸克物质的绝对稳定调节[66]. 接下来基于 g-2 这套参数, 调节色味锁能隙常数 Δ, 进而计算强磁场下色味锁夸克物质的热力学性质.

图 1 与图 2 中描述的分别是 $\Delta = 50$ MeV 与 $\Delta = 100$ MeV 时色味锁夸克物质的能量密度随重子数密度与磁场的变化. 从两幅图可以发现, 固定磁场强度下, 色味锁夸克物质的能量密度会随着重

子数密度的增加而增大; 固定重子数密度时, 夸克物质的能量密度会随着磁场强度的增加而增大, 这反映了磁场与重子数密度对能量密度的增益效果. 当 Δ 从 50 MeV 增加到 100 MeV 时, 可以发现固定磁场强度、重子数密度情况下的能量密度会随着 Δ 的增加而减少, 这说明考虑色味锁情况下, 系统的总能量密度相对于奇异夸克物质情况会下降, 可见色味锁夸克物质可能是比奇异夸克物质更稳定的 QCD 基态的候选者. 文献 [98] 指出, 在确定磁场强度和重子数密度情况下致密星体内部可能存在其他的 spin-one 色超导态物质, 其稳定性可能会比色味锁夸克物质更强, 我们会在后续工作中继续探讨研究.

图 3 与图 4 分别计算了 $\Delta = 50$ MeV 与 $\Delta = 100$ MeV 时色味锁夸克物质的压强随重子数密度与磁场的变化. 从两幅图可以看到, 在固定重子数密度的情况下, 色味锁夸克物质的压强会随着磁场强度的增加而发生劈裂 (横向压强大于纵向压强), 同时压强的各向异性程度也会在固定磁场的情况下随着重子数的增加而变大. 对比图 3 与图 4 还可以看出横向压强 $P_\perp$ 与纵向压强 $P_{//}$ 都会随着能隙常数 Δ 的增加而增加, 说明 Δ 会使得色味锁夸克物质的物态方程变硬, 越大的 Δ 可能支持越大质量的夸克星.

为了进一步厘清压强的各向异性与磁场、重子数密度、能隙常数 Δ 之间的关系, 定义磁场下因压强各向异性引入的不对称度为 $\delta_{\rm p} = \dfrac{P_\perp - P_{//}}{(P_\perp + P_{//})/2}$. 由于横向压强始终大于纵向压强, 所以 $\delta_{\rm p}$ 的下限

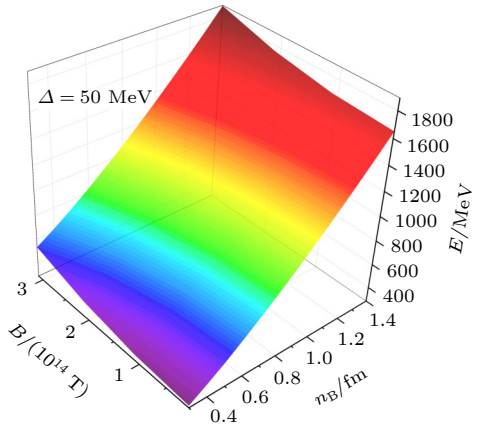

图 1 $\Delta = 50$ MeV 时色味锁夸克物质的能量密度随重子数密度与磁场的变化

Fig. 1. Energy density of CFL quark matter as functions of baryon density and magnetic field with $\Delta = 50$ MeV.

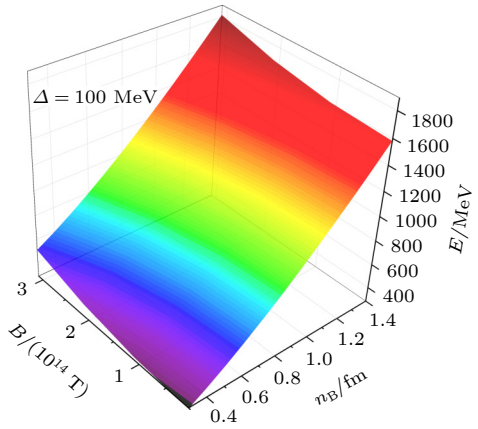

图 2 $\Delta = 100$ MeV 时色味锁夸克物质的能量密度随重子数密度与磁场的变化

Fig. 2. Energy density of CFL quark matter as functions of baryon density and magnetic field with $\Delta = 100$ MeV.

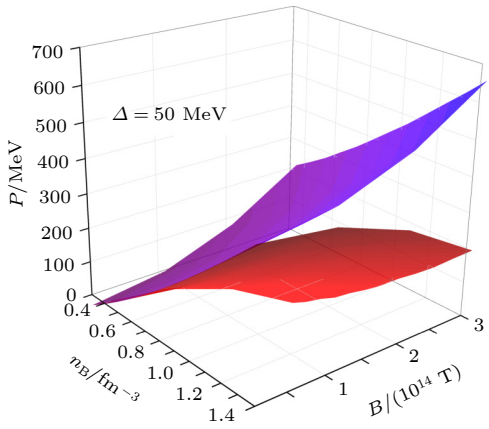

图 3 $\Delta = 50$ MeV 时色味锁夸克物质的压强随重子数密度与磁场的变化

Fig. 3. Pressure of CFL quark matter as functions of baryon density and magnetic field with $\Delta = 50$ MeV.

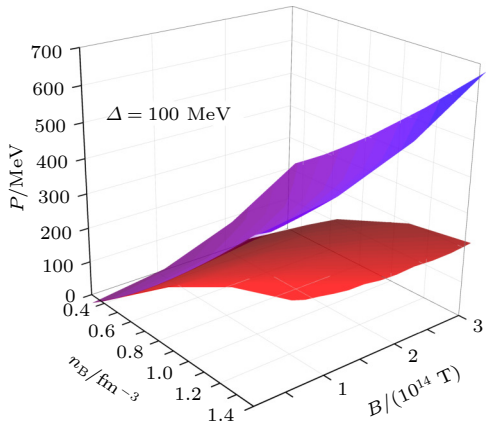

图 4 $\Delta = 100$ MeV 时色味锁夸克物质的压强随重子数密度与磁场的变化

Fig. 4. Pressure of CFL quark matter as functions of baryon density and magnetic field with $\Delta = 100$ MeV.

为零, 对应零磁场的情况. 如果纵向压强为负值, $\delta_{\rm P}$ 会远大于零. 图 5 计算了 $\Delta = 50$ MeV 和 $\Delta = 100$ MeV 时色味锁夸克物质的压强不对称度随磁场的变化, 固定重子数密度为 0.5 fm^{-3} (此重子数密度大于饱和密度且小于大多数致密星的中心密度). 可以发现对于确定的能隙常数, $\delta_{\rm P}$ 会随着磁场的增加而增大, 说明压强的各向异性与磁场强度正相关. 当固定磁场时, 可以发现 $\Delta = 50$ MeV 的 $\delta_{\rm P}$ 取值要大于 $\Delta = 100$ MeV 的压强不对称度, 并且 $\Delta = 50$ MeV 情况下 $\delta_{\rm P}$ 随着磁场增加的幅度也略微大于 $\Delta = 100$ MeV 的压强不对称度的增加量, 如当磁场增加到 4×10^{14} T 时, $\Delta = 50$ MeV 情况对应的 $\delta_{\rm P}$ 增加到 9.81, 而 $\Delta = 100$ MeV 的 $\delta_{\rm P}$ 只增加到 8.66. 可以发现, 对比奇异夸克物质, 考虑色味锁态并增加能隙常数 Δ 可以降低强磁场下夸克物质压强的各向异性.

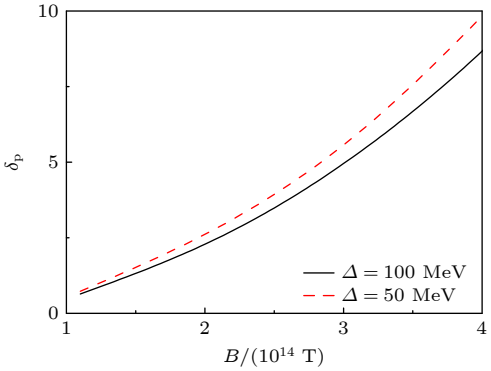

图 5 $\Delta = 50$ MeV 和 $\Delta = 100$ MeV 时色味锁夸克物质的压强不对称度随磁场的变化

Fig. 5. Pressure anisotropy of CFL quark matter as functions of magnetic field with $\Delta = 50, 100$ MeV.

图 6 绘制了 $\Delta = 50$ MeV 和 $\Delta = 100$ MeV 时色味锁夸克物质的 u, d, s 三味夸克有效质量随磁场强度的变化规律, 重子数密度固定为 0.5 fm^{-3}. 从图中可以看出, 在磁场强度 $B < 10^{14}$ T 的区域, u, d, s 三味夸克的有效质量保持基本稳定, 每味夸克的有效质量会随着能隙常数 Δ 的增加而减少. 当磁场强度大于 10^{14} T 时, 由于强磁场引入后的朗道能级求和上限随着磁场强度的增加而下降, 故 u, d, s 三味夸克的有效质量会产生"振荡"现象, 此现象会随着磁场强度的增加而逐渐明显. 在振荡现象发生后, $\Delta = 100$ MeV 情况每味夸克的有效质量亦小于 $\Delta = 50$ MeV 情况对应的夸克有效质量; 从图 6 还能发现, 能隙常数 Δ 越大, u, d, s 三味夸克的有效质量随磁场增加而产生的振荡波动越小.

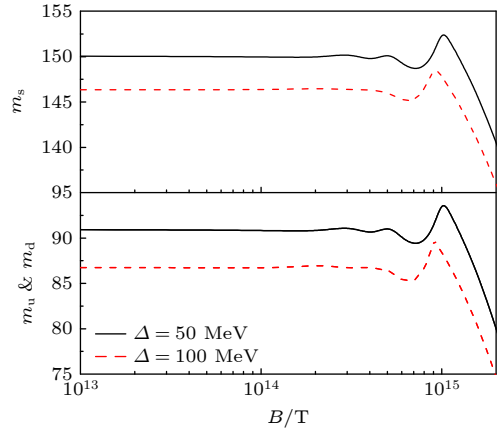

图 6 $\Delta = 50$ MeV 和 $\Delta = 100$ MeV 时 u, d, s 三味夸克的有效质量随磁场的变化规律

Fig. 6. Equivalent quark mass for u, d, and s quarks as functions of magnetic fields B with $\Delta = 50$ MeV and $\Delta = 100$ MeV.

图 7 为 $\Delta = 50$ MeV 和 $\Delta = 100$ MeV 时 u, d, s 三味夸克的化学势随磁场的变化规律, 重子数密度固定为 0.5 fm^{-3}. 可以发现夸克的化学势在 $\Delta = 100$ MeV 时的取值要小于 $\Delta = 50$ MeV 情况对应的夸克化学势. 这个现象产生的原因在于色味锁态下夸克物质的能量密度会随着能隙常数的增加而下降, 系统相对于奇异夸克物质 的情况会更加稳定, 故化学势降低. 这同时也解释了色味锁态下准粒子模型的有效夸克质量随着能隙常数增加而减少的原因. 随着磁场逐渐增加, 夸克的化学势出现了和图 6 中夸克有效质量类似的情况, 当磁场强度大于 10^{14} T 时, u, d, s 三味夸克的化学势也产生了振荡现象. 当固定磁场强度、增加能隙常数 Δ 时, u, d, s 三味夸克的化学势的振荡波动也会减少.

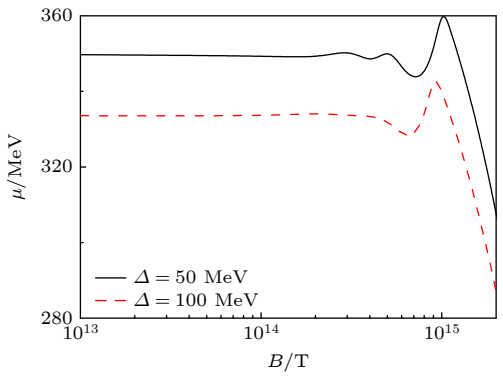

图 7 $\Delta = 50$ MeV 和 $\Delta = 100$ MeV 时 u, d, s 三味夸克的化学势随磁场的变化规律

Fig. 7. Chemical potential of u, d, and s quarks as functions of magnetic fields B with $\Delta = 50$ MeV and $\Delta = 100$ MeV.

4 夸克星计算结果

接下来利用色味锁夸克物质来计算色味锁夸克星的相关性质. 零温色味锁夸克星的性质需要利用色味锁夸克物质的能量密度与压强, 按照中心密度逐渐输出质量半径关系, 在这里需要求解 Tolman-Oppenheimer-Volkov (TOV) 方程[99]:

$$\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}r} = 4\pi r^2 \varepsilon(r), \tag{17}$$

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}r} = -\frac{G\varepsilon(r)M(r)}{r^2}\left[1+\frac{p(r)}{\varepsilon(r)}\right]\left[1+\frac{4\pi p(r)r^3}{M(r)}\right]\left[1-\frac{2GM(r)}{r}\right]^{-1}, \tag{18}$$

这里 $M(r)$ 为致密星质量, r 是星体半径, $\varepsilon(r)$ 和 $p(r)$ 分别是能量密度和压强密度, 这里可以使用色味锁夸克物质的物态方程.

磁星是由强磁场来提供辐射能量的, 部分磁星会向外释放中等或者巨型的 X 射线波段和软 γ 射线波段的闪耀, 会瞬时向外迸发巨大的能量, 故实验上观测到的此类星体可作为磁星的候选者[100]. 在中子星核子相的电子简并压强研究中, 高志福等[101]给出了超强磁场下的相对论电子压强表达式; 在之后的工作中[90], 人们利用修正电子压强讨论了超强磁场下费米子自旋极化的现象. 致密星体孕育在强磁场中, 磁场下的夸克星性质的计算还需要考虑磁星内部磁场的强度的分布. 由于从磁星中心到表面的磁场强度会随着星体径向方向从内而外降低, 所以这里采用密度相关磁场来描述磁星内部磁场强度的分布[46,47,50,51], 可以写为

$$B = B_{\mathrm{surf}} + B_0[1-\exp(-\beta_0(n_{\mathrm{B}}/n_0)^{\gamma})], \tag{19}$$

其中, 磁星表面磁场定义为 $B_{\mathrm{surf}} = 1\times10^{14}$ G, n_0 为核物质饱和密度, B_0 是调节磁星内部磁场强度的参考磁场 (略大于磁星中心磁场取值). 通过 β_0 和 γ 来调节磁星内磁场的重子数密度依赖, 从而粗略模拟出磁星内部磁场强度分布. 在我们之前的工作中[102]通过反复比对发现, $\gamma = 3$, $\beta_0 = 0.001$ 这套参数可以给出比较合理且平滑的磁星内磁场对重子数密度的依赖性. 磁场的参考参数选取为 $B_0 = 4\times10^{18}$ G, 发现基于此套参数计算的磁星最大质量中心密度处的磁场约为 $B = 1\times10^{18}$ G, 是比较合理的 (我们定义此套参数为 fast-B profile), 所以在此工作的色味锁夸克物质磁星内部磁场强度计算沿用了这套参数.

对于磁星内部磁场方向分布, 使用先前工作中[102]定义的两种磁星内部磁场方向的极端分布方案: 1) 假定内部磁场沿径向从星体一端穿出、从另一极绕回, 保证了磁场的无源性 (由于磁星表面磁场强度非常低, 可以忽略其表面磁场效应以及星体外部磁场的磁效应), 这里定义为“径向磁场”情况; 2) 假定星体内部磁场分布在垂直于径向的平面内随机分布, 可定义为“横向磁场”情况. 本文将利用这两种极端磁场方向分布方案求解色味锁磁星的性质.

图 8 计算了强磁场与零磁场下色味锁相夸克星质量半径关系, 分别给出了 g-2 参数下零磁场奇异夸克物质、色味锁夸克物质 ($\Delta = 50$ MeV 和 $\Delta = 100$ MeV) 分别对应的夸克星质量半径关系. 在强磁场下, 选用了 fast-B profile, 给出了横向磁场与径向磁场对应的 $\Delta = 100$ MeV 情况下的质量半径关系. 图 8 中加入了最近实验观测和模拟的致密星体质量-半径限制. 其中 $R = 13.7^{+2.6}_{-1.5}$ km 和 $M = 2.08\pm0.07\ \mathrm{M}_{\odot}$ 的灰色区域为 PSR J0740+6620 给定的质量半径范围约束[10], 青色的质量半径区域 $R = 13.02^{+1.24}_{-1.06}$ km 和 $M = 1.44^{+0.15}_{-0.14}\ \mathrm{M}_{\odot}$ 来自于 PSR J0030+0451[103] 的数据, 粉红色的区域 $R = 10.4^{+0.86}_{-0.78}$ km 和 $M = 0.77^{+0.20}_{-0.17}\ \mathrm{M}_{\odot}$ 是 HESS J1731-347[104] 定义的范围. 图中的蓝色区域是 LIGO/Virgo 合作组发布的 GW 190814 的伴随天体 m_2 的质量范围[11] $2.50\ \mathrm{M}_{\odot}$—$2.67\ \mathrm{M}_{\odot}$, 可能是目前观测到的超大质量致密星. 从图 8 中的质量半径曲线可以看出, 考虑了色味锁夸克物质之后, 色味锁夸克星的质量与半径相比于同 g-2 参数的奇异夸克物质夸克星都有了显著增加. 从图 8 还可以发现, g-2 参数对应的奇异夸克星的质量为 2.01 倍太阳质量, 能在零温零磁场情况下描述大质量致密星体 PSR J0348+0432 (质量为 $2.01\pm0.04\ \mathrm{M}_{\odot}$) 为奇异夸克星. 本文考虑色味锁夸克物质后, 零磁场情况下的色味锁夸克星的最大质量分别达到了 $2.17\ \mathrm{M}_{\odot}$ ($\Delta = 50$ MeV) 与$2.51\ \mathrm{M}_{\odot}$ ($\Delta = 100$ MeV). 这与之前我们在零磁场压强的色味锁情况下得到的随能隙常数的增加而增加的结果相呼应. 图 8 中还发现零磁场情况下, 奇异夸克物质的夸克星的质量半径关系无法通过所有列举的质量半径限制, 而

色味锁夸克星在 $\Delta = 50, 100$ MeV 时即可通过所有列举的质量半径约束范围的左边界 ($\Delta = 100$ MeV 时夸克星的质量半径曲线在通过所有的质量半径约束的情况下还可以描述 GW190814 的伴随天体 m_2 为夸克星). 在 $\Delta = 100$ MeV、强磁场情况下, 选取 $\gamma = 3$, $\beta_0 = 0.001$, $B_0 = 4 \times 10^{18}$ G 时, 发现横向磁场对应的磁星最大质量可以达到 2.57 $M_\odot$, 纵向磁场的最大质量则降低至 2.46 $M_\odot$. 这个现象产生的原因可以通过前面分析的色味锁夸克物质的横向或纵向压强会随着磁场强度的增大而增加或减少的结论进行解释. 为了体现出磁星内部磁场方向的两种极端分布造成的磁星最大质量的劈裂程度, 定义磁星最大质量的不对称度为 $\delta_m = \dfrac{M_\perp - M_{//}}{(M_\perp + M_{//})/2} M_\perp$. 其中横向磁场情况与纵向磁场情况给出的磁星最大质量分别为 $M_\perp$ 和 $M_{//}$. 可以发现在选取 $\gamma = 3$, $\beta_0 = 0.001$, $B_0 = 4 \times 10^{18}$ G 时磁星最大质量的不对称度达到 4%, 可以得出在色味锁情况下磁星的最大质量与磁星内部的方向分布关系紧密, 磁星的最大质量会随着横向磁场情况或纵向磁场情况而增加或减少.

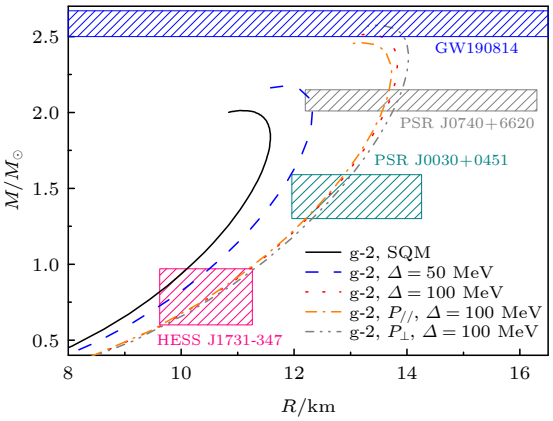

图 8 磁场与零磁场下色味锁相夸克星质量半径关系

Fig. 8. Mass-radius relation of QSs with CFL quark phase under magnetic fields.

图 9 进一步计算了奇异夸克星、色味锁夸克星 ($\Delta = 50$ MeV 和 $\Delta = 100$ MeV) 随 B_0 的变化. 讨论了横向磁场与径向磁场两种情况, 从图中可看出, 磁星最大质量会随着 Δ 的增加而增加, 色味锁情况下的磁星质量大于奇异夸克星的磁星质量. 可以发现在 $B_0 = 2 \times 10^{17}$ G 之后磁星的横向与纵向情况对应的最大质量逐渐开始劈裂, 当 $B_0 = 4 \times 10^{18}$ G 时, 色味锁夸克星在 $\Delta = 50$ MeV 和 $\Delta = 100$ MeV 两种情况下的磁星最大质量不对称度分别达到 5% 与 4%. 此时以 $\Delta = 100$ MeV 情况的纵向磁场与横向磁场最大质量为例, 在 $B_0 = 4 \times 10^{18}$ G 时, 色味锁磁星纵向与纵向磁场的最大质量情况对应的中心磁场分别为 $B_c = 6.2 \times 10^{17}$ G 与 $B_c = 5.8 \times 10^{17}$ G, 密度相关磁场会从磁星中心到表面迅速降低磁场强度.

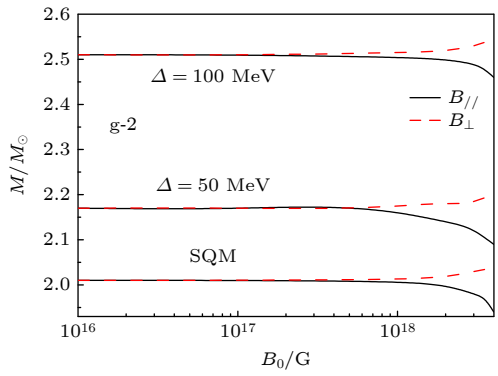

图 9 奇异夸克星与色味锁相磁星最大质量随磁场的变化关系

Fig. 9. Maximum star mass of magnetars as a function of magnetic field B_0 with SQM and CFL quark phase by considering transverse magnetic field orientation and longitudinal orientation.

表 1 列出了色味锁磁星 ($B_0 = 4 \times 10^{18}$ G) 在不同磁场方向分布情况下磁星最大质量中心密度、1.4 倍太阳质量潮汐形变率随 Δ 的变化. 从表中可以发现, 磁星最大质量所对应的中心密度会随着能隙常数 Δ 的增加而减少; 径向磁场情况的磁星最大质量的中心密度要大于横向磁场对应的磁星最大质量中心密度, 且两种磁星内部磁场方向极端分布的最大质量中心密度的差值也会随着 Δ 的增加而减少. 在引力波潮汐形变 $\Lambda_{1.4}$ 的计算结果中, 发现潮汐形变率会随着 Δ 的增加而增加, 纵向磁场情况的潮汐形变率要小于横向磁场情况的潮汐形变率.

表 1 不同磁场方向分布情况下 ($B_0 = 4 \times 10^{18}$ G) 磁星最大质量中心密度、1.4 倍太阳质量潮汐形变率随 Δ 的变化

Table 1. The central density and tidal deformability of the magnetars considering "radial orientation" and "transverse orientation" at $B_0 = 4 \times 10^{18}$ G with g-2 with quasiparticle model with different Δ.

	$B_{//}$	$B_{//}$	$B_\perp$	$B_\perp$
Δ/MeV	50	100	50	100
n_c/ fm^{-3}	0.95	0.82	0.91	0.8
$\Lambda_{1.4}$/MeV	741	1256	805	1351

5 总 结

本文讨论了零温、零磁场下基于准粒子模型的奇异夸克物质、色味锁夸克物质的热力学性质. 发现色味锁夸克物质比奇异夸克物质在同样的模型参数下更稳定. 零磁场与强磁场下的压强皆会随着能隙常数的增加而增加, 并会进一步支持 更大质量的致密星体. 考虑色味锁态得到的夸克星质量-半径关系可以通过最近的实验观测和模拟所给出的大部分质量、半径约束区域. 色味锁夸克物质的 u, d, s 三味夸克的有效质量和化学势皆会随着能隙常数的增加而降低, 符合色味锁情况下系统稳定性提升的结论; 结果还表明随着能隙常数的引入, 强磁场下物理量的"振荡"幅度会在色味锁态下减少, 说明色味锁态可以降低强磁场下的磁场效果. 磁星的最大质量和潮汐形变率会随着磁星方向分布的选择而发生变化. 其中潮汐形变率会随着能隙常数的增加而增加, 磁星最大质量对应的中心密度会随着能隙常数的增加而降低.

综合以上观点, 结果表明色味锁态的引入在零磁场与强磁场情况下对夸克物质的物态方程、有效质量、化学势等物理量影响很大; 考虑色味锁态得到的奇异星与磁星质量半径关系可以满足最近实验观测 PSR J0740 + 6620, PSR J0030 + 0451, 和 HESS J1731-347 所给出的质量半径约束. 在后续的工作中, 我们会研究有限温度色味锁夸克星与磁星的情况, 本文的零温条件下磁星内部磁场强度与方向的分布可以为今后求解色味锁原生磁星的工作提供冷却阶段终点的结果.

参考文献

[1] Glendenning N K 2000 *Compact Stars* (2nd Ed.) (New York: Spinger-Verlag, Inc.)
[2] Weber F 1999 *Pulsars as Astrophyical Laboratories for Nuclear and Particle Physics* (London: IOP Publishing Ltd.)
[3] Lattimer J M, Prakash M 2004 *Science* **304** 536
[4] Steiner A W, Prakash M, Lattimer J M, Ellis P J 2005 *Phys. Rep.* **410** 325
[5] Demorest P 2010 *Nature* **467** 1081
[6] Antoniadis J 2013 *Science* **340** 6131
[7] Shahbaz T, Casares J 2018 *Astrophys. J.* **859** 54
[8] Cromartie H T, Fonseca E, Ransom S M et al. 2020 *Nat. Astron. Lett.* **4** 72
[9] Fonseca E, Cromartie H T, Pennucci T T, et al. 2021 *Astrophys. J. Lett.* **915** L12
[10] Miller M C, Lamb F K, Dittmann A J, et al. 2021 *Astrophys. J. Lett.* **918** L28
[11] Abbott R 2020 *Astrophys. J. Lett.* **896** L44
[12] Ivanenko D, Kurdgelaidze D F 1969 *Lett. Nuovo Cimento* **2** 13
[13] Itoh N 1970 *Prog. Theor. Phys.* **44** 291
[14] Bodmer A R 1971 *Phys. Rev. D* **4** 1601
[15] Witten E 1984 *Phys. Rev. D* **30** 272
[16] Farhi E, Jaffe R L 1984 *Phys. Rev. D* **30** 2379
[17] Alcock C, Farh E, Olinto A 1986 *Astrophys. J.* **310** 261
[18] Weber F 2005 *Prog. Part. Nucl. Phys.* **54** 193
[19] Bombaci I, Parenti I, Vidana I 2004 *Astrophys. J.* **614** 314
[20] Staff J, Ouyed R, Bagchi M 2007 *Astrophys. J.* **667** 340
[21] Herzog T M, Röpke F K 2011 *Phys. Rev. D* **84** 083002
[22] Stephanov M A, Rajagopal K, Shuryak E V 1998 *Phys. Rev. Lett.* **81** 4816
[23] Terazawa H 1979 *INS-Report* (Tokyo: Univ. of Tokyo) p336
[24] Alford M, Reddy S 2003 *Phys. Rev. D* **67** 074024
[25] Alford M, Jotwani P, Kouvaris C, Kundu J, Rajagopal K 2005 *Phys. Rev. D* **71** 114011
[26] Baldo M 2003 *Phys. Lett. B* **562** 153
[27] Ippolito N D, Ruggieri M, Rischke D H, Sedrakian A, Weber F 2008 *Phys. Rev. D* **77** 023004
[28] Lai X Y, Xu R X 2011 *Res. Astron. Astrophys.* **11** 687
[29] Avellar M G B de, Horvath J E, Paulucci L 2011 *Phys. Rev. D* **84** 043004
[30] Bonanno L, Sedrakian A 2012 *A&A* **539** A16
[31] Chu P C, Wang B, Jia Y Y, Dong Y M, Wang S M, Li X H, Zhang L, Zhang X M, Ma H Y 2016 *Phys. Rev. D* **94** 123014
[32] Chu P C, Li X H, Wang B, Dong Y M, Jia Y Y, Wang S M, Ma H Y 2017 *Eur. Phys. J. C* **77** 512
[33] Chu P C, Zhou Y, Chen C, Li X H, Ma H Y 2020 *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **47** 085201
[34] Bailin D and Love A 1984 *Phys. Rep.* **107** 325
[35] Alford M G, Rajagopal K, Reddy S, Wilczek F 2001 *Phys. Rev. D* **64** 074017
[36] Shovkovy I A 2005 *Found. Phys.* **35** 1309
[37] Rajagopal K, Wilczek F 2001 *Phys. Rev. L* **86** 3492
[38] Alford M G, Rajagopal K, Schaefer T, Schmitt A 2008 *Rev. Mod. Phys.* **80** 1455
[39] Lugones G, Horvath J E 2003 *Astron. Astrophys.* **403** 173
[40] Horvath J E, Lugones G 2004 *Astron. Astrophys.* **422** L1
[41] Woltjer L 1964 *Astrophys. J.* **140** 1309
[42] Mihara T A 1990 *Nature* **346** 250
[43] Chanmugam G 1992 *Annu. Rev. Astron. Astrophys.* **30** 143
[44] Lai D, Shapiro S L 1991 *Astrophys. J.* **383** 745
[45] Ferrer E J, Incera V, Keith J P, Portillo I, Springsteen P L 2010 *Phys. Rev. C* **82** 065802
[46] Bandyopadhyay D, Chakrabarty S, Pal S 1997 *Phys Rev. Lett.* **79** 2176
[47] Bandyopadhyay D, Pal S, Chakrabarty S 1998 *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **24** 1647
[48] Menezes D P, Pinto M, Benghi, Avancini S, Providência C 2009 *Phys. Rev. C* **79** 035807
[49] Menezes D P, Pinto M, Benghi, Avancini S, Providência C 2009 *Phys. Rev. C* **80** 065805
[50] Ryu C Y, Kim K S, Cheoun Myung-Ki 2010 *Phys. Rev. C* **82** 025804
[51] Ryu C Y, Cheoun Myung-Ki, Kajino T, Maruyama T, Mathews Grant J 2012 *Astropart. Phys.* **38** 25
[52] Li X H, Gao Z F, Li X D, Xu Y, Wang P, WangN, Peng Q H 2016 *Int. J. Mod. Phys. D* 25(1) 1650002
[53] Gao Z F, Wang N, Shan H, L i, X D, Wang W 2017 *Astrophys. J.* **849** 19

[54] Deng Z L, Gao Z F, Li X D, Shao Y 2020 *Astrophys. J.* **892** 4
[55] Yan F Z, Gao Z F, Yang W S, Dong A J 2021 *Astron. Nachr.* **342** 249
[56] Wang H, Gao Z F, Jia H Y, Wang N, Li X 2020 *Universe* **6** 63
[57] Li B P, Gao Z F 2023 *Astron. Nachr.* **344** e20220111
[58] Deng Z L, Li X D, Gao Z F, Shao Y 2021 *Astrophys. J.* **909** 174
[59] G ao, Z F, Omar N, Shi X C, Wang N 2019 *Astron. Nachr.* **340** 1030
[60] Lander, S K 2023 *Astrophys.J.* **947** L16
[61] Dong J M 2021 *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **500** 1505
[62] Fu G Z, Xing C C, Wang N 2020 *Eur. Phys. J. C* **80** 582
[63] Schertler K, Greiner C, Thoma M H, Schertler K, Greiner C, Thoma M H 1997 *Nucl. Phys. A* **616** 659
[64] Pisarski R D 1989 *Nucl. Phys. A* **498** 423
[65] Wen X J 2009 *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **36** 025011
[66] Zhang Z, Chu P C, Li X H, Liu H, Zhang X M 2021 *Phys. Rev. D* **103** 103021
[67] Chu P C, Chen L W 2014 *Astrophys. J.* **780** 135
[68] Chu P C 2018 *Phys. Lett. B* **778** 447
[69] Chu P C, Chen L W 2017 *Phys. Rev. D* **96** 103001
[70] Chodos A, Jaffe R L, Ohnson K, Thorn C B, Weisskopf V F 1974 *Phys. Rev. D* **9** 3471
[71] Alford M, Braby M, Paris M, Reddy S 2005 *Astrophys. J.* **629** 969
[72] Rehberg P, Klevansky S P, Hüfner J 1996 *Phys. Rev. C* **53** 410
[73] Hanauske M, Satarov L M, Mishustin I N, Stocker H, Greiner W 2001 *Phys. Rev. D* **64** 043005
[74] Rüster S B, Rischke D H 2004 *Phys. Rev. D* **69** 045011
[75] Menezes D P, Providencia C, Melrose D B 2006 *J. Phys. G* **32** 1081
[76] Chao J Y, Chu P C, Huang M 2013 *Phys. Rev. D* **88** 054009
[77] Chu P C, Wang X, Chen L W, Huang M 2015 *Phys. Rev. D* **91** 023003
[78] Chu P C, Wang B, Ma H Y, Dong Y M, Chang S L, Zheng C H, Liu J T, Zhang X M 2016 *Phys. Rev. D* **93** 094032
[79] Chu P C, Chen L W 2017 *Phys. Rev. D* **96** 083019
[80] Roberts C D, Williams A G 1994 *Prog. Part. Nucl. Phys.* **33** 477
[81] Zong H S, Chang L, Hou F Y, Sun W M, Liu Y X 2005 *Phys. Rev. C* **71** 015205
[82] Peng G X, Chiang H C, Yang J J, Li L, Liu B 1999 *Phys. Rev. C* **61** 015201
[83] Peng G X, Chiang H C, Zou B S, Ning P Z, Luo S J 2000 *Phys. Rev. C* **62** 025801
[84] Peng G X, Li A, Lombardo U 2008 *Phys. Rev. C* **77** 065807
[85] Li A, Peng G X, Lu J F 2011 *Res. Astron. Astrophys.* **11** 482
[86] Schertler K, Greiner C, Thoma M H 1997 *Nucl. Phys. A* **616** 659
[87] Schertler K, Greiner C, Sahu P K, Thoma M H 1998 *Nucl. Phys. A* **637** 451
[88] Alford M, Kouvaris C, Rajagopal K 2005 *Phys. Rev. D* **71** 054009
[89] Giannakis I, Hou D, Ren H C, et al. 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 232301
[90] Dong A J, Gao Z F, Yang X F, et al 2023 *Acta Phys. Sin.* **72** 030502 (in Chinese) [董爱军, 高志福, 杨晓峰等 2023 物理学报 **72** 030502]
[91] Ferrer E J, Vivian de la Incera 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 152002
[92] Ferrer E J, Vivian de la Incera, Cristina Manuel 2006 *Nucl. Phys. B* **747** 88
[93] Feng B, Ferrer E J, Vivian de la Incera 2011 *Nucl. Phys. B* **853** 213
[94] Paulucci L, Ferrer E J, Vivian de la Incera, Horvath J E 2011 *Phys. Rev. D* **83** 043009
[95] Isayev A A, Yang J 2011 *Phys. Rev. C* **84** 065802
[96] Isayev A A, Yang J 2012 *Phys. Lett. B* **707** 163
[97] Isayev A A, Yang J 2013 *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **40** 035105
[98] Feng B, Hou D F, Ren H C, Wu P P 2010 *Phys. Rev. Lett.* **105** 042001
[99] Oppenheimer J R, Volkoff G M 1939 *Phys. Rev.* **33** 374
[100] Gao Z F, Li X D, Wang N, Yuan J P, Wang P, Peng Q H, Du Y J 2016 *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **456** 55
[101] Gao Z F, Wang N, Peng Q H, Li X D, Du Y J 2013 *Mod. Phys. Lett. A* **28** 1350138
[102] Chu P C, Chen L W, Wang X 2014 *Phys. Rev. D* **90** 063013
[103] Miller M C, Lamb F K, Dittmannet A J, et al. 2019 *Astrophys. J. Lett.* **887** L24
[104] Doroshenko V, Suleimanov V, Pühlhofer G, Santangelo A 2022 *Nat. Astron.* **6** 1444

Quark matter and quark star in color-flavor-locked phase*

Chu Peng-Cheng † Liu He ‡ Du Xian-Bin

(*School of Science*, *Qingdao University of Technology*, *Qingdao* 266033, *China*)

(Received 15 October 2023; revised manuscript received 21 November 2023)

Abstract

In this work, we investigate the thermodynamical properties of strange quark matter (SQM) and color-flavor-locked (CFL) quark matter under strong magnetic fields by using a quasiparticle model. We calculate the energy density and the corresponding anisotropic pressure of both SQM and CFL quark matter. Our results indicate that CFL quark matter exhibits greater stability than the SQM, and the pressure of CFL quark matter increases with the energy gap constant Δ increasing. We also observe that the oscillation effects coming from the lowest Landau level can be reduced by increasing the energy gap constant Δ, which cannot be observed in SQM under a similar strong magnetic field. The equivalent quark mass for u, d, and s quark and the chemical potential for each flavor of quarks decrease with the energy gap constant Δ increasing, which matches the conclusion that CFL quark matter is more stable than SQM. From the calculations of the magnetars with SQM and CFL quark matter, we find that the maximum mass of magnetars increases with the energy gap constant Δ increasing for both the longitudinal and the transverse orientation distribution of magnetic field. Additionally, the tidal deformability of the magnetars increases with the Δ increasing. On the other hand, the central baryon density of the maximum mass of the magnetars decreases with the Δ increasing. The results also indicate that the mass-radius lines of the CFL quark star can also satisfy the new estimates of the mass-radius region from PSR J0740 + 6620, PSR J0030 + 0451, and HESS J1731-347.

Keywords: quark matter, quark star, magnetar

PACS: 21.65.Qr, 97.60.Jd **DOI:** 10.7498/aps.73.20231649

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11975132, 12205158, 11505100) and the Natural Science Foundation of Shandong Province, China(Grant Nos. ZR2022JQ04, ZR2021QA037, ZR2019YQ01).

† Corresponding author. E-mail: kyois@126.com

‡ Corresponding author. E-mail: liuhe@qut.edu.cn

物理学报 Acta Physica Sinica

Chinese Physical Society

Institute of Physics, CAS

色味锁夸克物质与夸克星

初鹏程　刘鹤　杜先斌

Quark matter and quark star in color-flavor-locked phase

Chu Peng-Cheng　Liu He　Du Xian-Bin

引用信息 Citation: Acta Physica Sinica, 73, 052101 (2024)　DOI: 10.7498/aps.73.20231649

在线阅读 View online: https://doi.org/10.7498/aps.73.20231649

当期内容 View table of contents: http://wulixb.iphy.ac.cn
