ДИНАМИКА ЧАСТИЦ В КОЛЬЦЕВЫХ МАГНИТНЫХ СИСТЕМАХ С ВЕРТИКАЛЬНОЙ ПЛОСКОСТЬЮ СИММЕТРИИ

В. Н. МЕЛЕХИН

Институт физических проблем, Москва

В магнитных системах обычного типа, применяемых в кольцевых ускорителях и накопителях, имеется горизонтальная плоскость симметрии и осуществляется знакопеременная фокусировка частиц в этой плоскости и по вертикали. При этом горизонтальная плоскость является выделенной как в силу кругового характера движения, так и благодаря зависимости магнитного поля от радиуса. Отсюда следует различие ряда свойств вертикальных и радиальных бетатронных колебаний. В частности радиационное трение приводит к раскачке радиальных и затуханию вертикальных колебаний.

Можно, однако, добиться тождественности свойств бетатронных колебаний, если использовать магнитные системы с вертикальной плоскостью симметрии [1]. В этом случае частицы колеблются во взаимноперпендикулярных плоскостях, повернутых на угол 45° относительно вертикальной и радиальной плоскости. Эта возможность реализуется в системах с разделенными функциями, в которых фокусирующие элементы ориентированы соответствующим образом, а также при использовании магнитов с вертикальной плоскостью симметрии [2], схематически изображенных на рис. 1а и 1-б. Чередуясь по азимуту, магниты такого типа осуществляют знакопеременную фокусировку по осям ξ и η (рис. 1).

Рассмотрим последний случай подробнее, ограничиваясь для простоты системой ФД. Уравнения поперечного движения в координатах ξ, η имеют вид

$$\begin{aligned} &\frac{d}{dt}(E\dot{\xi})-E\omega^2 n\xi=\frac{1}{\sqrt{2}}E\omega^2 R\frac{\Delta p}{p}, \\ &\frac{d}{dt}(E\dot{\eta})+E\omega^2\eta=-\frac{1}{\sqrt{2}}E\omega^2 R\frac{\Delta p}{p}, \end{aligned} \qquad (1)$$

где R—радиус равновесной орбиты, величина n определяется градиентом магнитного поля $[H_r=-n(r-R),\ \ H_z=-H_0+nz]$,$E$ и ω —энергия и частота обращания равновесных частиц, а $\frac{\Delta p}{p}$ —отклонение импульса от равновесного значения.

Каждое из этих уравнений эквивалентно уравнению радиального движения в обычных системах и имеет те же решения, описывающие свободные колебания и вынужденную часть, содержащую постоянный и колебательный члены. При переходе к координатам r, z, суммируя вынужденные ξ и η колебания с учетом знаков указанных членов, мы обнаруживаем, что неравновесные частицы смещаются по радиусу на ту же величину, что и в обычных системах с жесткой фокусировкой (при одинаковой величине n) и при этом колеблются по вертикали. Следовательно, как бетатронные, так и синхротронные колебания обладают теми же характеристиками, что и в обычных системах.

Рассмотрим влияние нелинейностей. Поскольку в обычных системах смещение частоты r и z—колебаний одинаково по величине, но отличается знаком, то в данном случае в силу симметрии задачи, среднее смещение частоты ξ и η колебаний должно быть равно нулю, т. е. должна осуществляться разностная связь колебаний. Действительно, изменение амплитуд колебаний под действием кубичной нелинейности не нарушающей симметрию поля, описывается уравнениями

$$a'=Ab^*(a^2+b^2)-2A^*\cdot|a|^2b,$$
$$b'=Aa^*(a^2+b^2)-2A^*\cdot|b|^2a, \qquad (2)$$

где a и b—комплексные амплитуды ξ и η колебаний,

$$A=\frac{3i}{2}\langle \alpha_3 f_\xi^* f^*_\eta f_\eta^2 \rangle$$

(здесь f— функция Флоке, а знакопеременная величина α_3 с точностью до нормирующего множителя $\frac{ecR}{E}$ совпадает с коэффициентом при члене z^3 в разложении поля). Из (2) непосредственно следует, что $|a|^2+|b|^2=\mathrm{const}$, т. е. связь колебаний— разностная. Аналогичным образом влияет квадратичная нелинейность на частоту ξ и η колебаний неравновесных частиц.

Характерным свойством систем с вертикальной плоскостью симметрии, наиболее интересным в практическом отношении, является отсутствие радиационной раскачки колебаний. Поскольку в обычных синхротронах сумма декрементов бетатронных колебаний равна нулю, то в рассматриваемом случае, в силу симметрии задачи, каждый из декрементов равен нулю. Этот важный вывод подтверждается прямыми расчетами. Указанное свойство определяет перспективность применения подобных систем в электронных синхротронах на сверхвысокие энергии. В таких ускорителях может оказаться полезным и другое, чисто конструктивное преимущество магнитов с вертикальной плоскостью симметрии. Применяя идентичные магниты С-образной конструкции, их можно расположить по одну сторону от ускоряющего кольца, на внутреннем или внешнем радиусе. Благодаря этому можно уменьшить как сечение опорного бетонного кольца, так и размеры помещения, в котором расположен ускоритель.

Симметрия поперечного движения, и, как следствие, более высокая симметрия ускорителя в целом является, на наш взгляд, несомненным достоинством рассмотренных систем, определяющим перспективность их применения в ускорительной технике.

В заключение автор выражает глубокую благодарность П. Л. Капице за внимание к этой работе, С. П. Капице, А. А. Коломенскому, Д. Г. Кошкареву и А. И. Дзергачу за обсуждение результатов и ряд ценных замечаний.

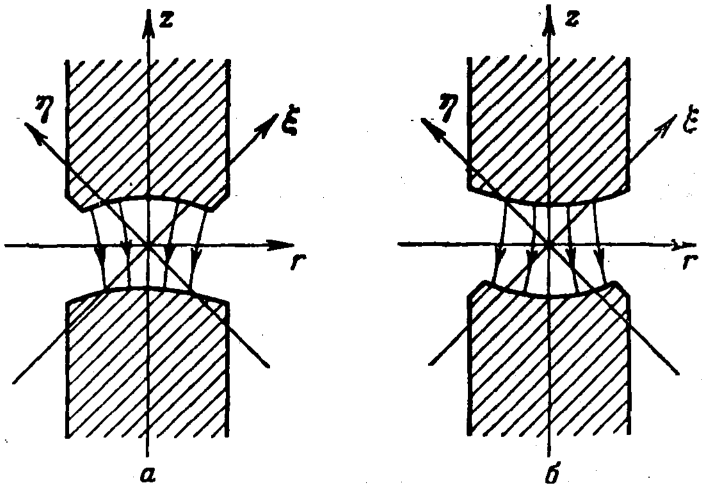

Рис. 1

ЛИТЕРАТУРА

1. **В. Н. Мелехин**, Письма в ЖЭТФ, 9, 552, 1969.
2. The Theory and Design of an Alternating-Gradient Proton Synchrotron (report presented at the Conference on the Alternating-Gradient Proton Synchrotron Geneva, 1953).