

The Secchi-Rosa law on the solar diameter

Sigismondi, Costantino*

*ICRA/Sapienza and ITIS G. Ferraris, Roma, Italy

*E-mail: sigismondi@icra.it www.icra.it/gerbertus

As Secchi-Rosa law has been named the observed variation of the solar diameter with the solar cycle. It was considered a consequence of the solar activity on the outer layer of the stellar structure, and there was a discussion on the irradiation effect due to the Earth's atmosphere. A comparison with the penumbra effect measured on the meridian line of Santa Maria degli Angeli and its debate since Cassini and Manfredi is made, and the definition of the solar limb as inflexion point are discussed. A relationship between position on the meridian line and extension of the penumbra is proposed from the analyzed data.

Keywords: History of Science, Solar diameter, Angelo Secchi, Rosa.

1. Secchi-Rosa law as reported by Giorgio Abetti (1937)

The solar physicist Giorgio Abetti in his book "il Sole" (1937, pp. 77–80) reported the Secchi-Rosa effect. The original text in Italian is here fully reported and after commented.

La forma del Sole e la sua supposta variabilità

Già nel 1750 Bradley eseguiva misure sistematiche del diametro solare a varie latitudini e, a parte il problema di una sua eventuale diminuzione secolare, ben presto si incominciò a discutere sulla sfericità del globo solare e della variabilità del suo o dei suoi diametri, forse in relazione con le varie fasi di attività solare. Le misure del diametro sono state cominciate, e si fanno tuttora, con i cerchi meridiani, determinando a mezzo dei tempi dei passaggi in meridiano dei lembi ovest e est, il diametro orizzontale e, dalla differenza di declinazione fra i lembi Nord e sud, quello verticale. Il diametro viene inoltre determinato a mezzo degli eliometri o con la fotografia. Il P. Angelo Secchi e il P. Paolo Rosa, dell'Osservatorio del Collegio Romano, hanno discusso il problema delle variazioni del diametro solare dalle osservazioni allora esistenti, ed il secondo di questi, in un lavoro dettagliato, concludeva che in quelle epoche in cui il numero delle macchie e delle protuberanze è minore, il diametro equatoriale è maggiore. Similmente R. Wolf, dalla discussione delle osservazioni eseguite da Hilfiker col cerchio meridiano, trova, in corrispondenza del grande massimo del 1870, un risultato corrispondente a quella che egli chiama legge Secchi-Rosa. Anche all'Osservatorio del Campidoglio, dal 1877 si continuano ad eseguire sistematiche osservazioni con il passaggio al meridiano del diametro solare le quali dimostrano la sua variabilità. Ma è difficile stabilire in qual grado essa sia propria del Sole o dovuta ad altre cause. Intanto il problema è probabilmente complicato dal che i due diametri, polare ed equatoriale, presentano una lieve differenza, pur essa variabile, in relazione con il ciclo di attività. Secondo le ricerche di Lane Poor,

su osservazioni fatte da varie investigatori con diversi metodi, il rapporto fra i diametri polare ed equatoriale sarebbe periodicamente variabile. La lunghezza del periodo resta incerta, ma sembra essere approssimativamente quella del ciclo delle macchie. L'amplitudine di questa variazione è circa $0.2''$, la differenza fra i massimi valori positivi e negativi essendo di circa $0.5''$. A Greenwich, dove si osservano regolarmente col cerchio meridiano i diametri del Sole, dalla discussione del decennio 1915–1925 risulta, che il diametro verticale è maggiore di quello orizzontale di $0.3''$, differenza che, almeno in parte, può essere dovuta al differente metodo di osservazione, il quale, come già detto, per il diametro orizzontale consiste nel misurare i tempi del passaggio al meridiano, con un micrometro autoregistratore, per quello verticale nel misurare con i cerchi la differenza di distanza zenitale fra il lembo Nord e quello Sud. Un esame dei diametri osservati, in realzione col periodo delle macchie, ha condotto a risultati incerti; invece, ordinando per ogni mese durante il decennio, per ambedue i diametri, le differenze fra i diametri calcolati nel *Nautical Almanac* e quelli osservati, risultano delle variazioni massime di un secondo d'arco, essendo il diametro maggiore in estate e minore in inverno. Discutendo le varie cause, che possono produrre un simile effetto, si giunge alla conclusione che esso sia dovuta alla **irradiazione** e alla sua variazione nel corso dell'anno. Infatti, se si fa l'ipotesi che l'irradiazione sia variabile al variare dell'assorbimento atmosferico, secondo la diversa altezza del Sole sull'orizzonte, ed anche per variazioni di contrasto fra il disco luminoso del Sole, e lo sfondo del cielo, Cullen, il quale ha discusso le osservazioni di Greenwich, trova che le variazioni del diametro sono proporzionale alla secante della distanza zenitale del Sole, raggiungendo appunto un secondo d'arco. D'altra parte l'effetto totale della irradiazione sul diametro del Sole, che è in media di $1920''$, sembra sia di $3''$. Se ne deduce che le variazioni annue del diametro solare, dovute alla irradiazione, sono piuttosto notevoli, e quindi non deve far meraviglia che risulti assai difficile distinguere, da questa variazione apparente, una eventuale variazione effettiva del globo solare. La questione è lunga dall'essere risolta: sembra che sia necessario escogitare dei metodi di misura più precisi, ed eseguire le osservazioni in luoghi dove le variazioni dovute a cause terrestri siano le minori possibili. Che possa esistere una differenza fra il diametro polare e quello equatoriale del Sole, e che questa sia variabile, potrebbe venire confermato dal fatto che sembrano esistere delle variazioni nell'inviluppo esterno del Sole, chiamato "cromosfera", e dal fatto che hanno luogo periodicamente notevolissime variazioni nell'altro inviluppo più esterno, cioè la "corona solare" a noi visibile soltanto durante le eclissi totali. Era già stato notato da Respighi che la cromosfera ha altezza variabile alle diverse latitudini; dalle regolari osservazioni eseguite in Arcetri durante l'ultimo ciclo sembra risultare, che l'altezza della cromosfera è maggiori ai poli che all'equatore alle epoche di minima attività solare, ed ha invece approssimativamente la stessa altezza attorno a tutto il bordo durante le epoche di massima attività. La corona solare poi presenta, come vedremo, delle configurazioni ben definite con espansione della materia coronale ora all'equatore ed ora ai poli, in corrispondenza ai massimi e minimi dell'attività solare.

2. Comments on the text of Abetti and penumbra problem in pinhole gnomon

The text reports a full account of the debate on the Secchi-Rosa law, as named by R. Wolf, according to which the solar diameter would vary along the solar cycle, with the maximum occurring at minimum solar activity, with typical amplitudes of 0.5". The reports made by Cullen on the measurements held at the Greenwich Observatory evidence also a monthly variation of the solar diameter, both vertical and horizontal, lead to the introduction of the "irradiation" effect, responsible of the different perceptions of the solar diameter because of the contrast of the solar disk with the sky. This irradiation effect would amount up to 3" for the whole mean apparent diameter of 1920". The contrast with the sky background is due to the amount of humidity in the air and to the Mie scattering of the atmosphere; this produces as well a variation on the measured penumbra in the pinhole meridian line as the Clementine Gnomon in Santa Maria degli Angeli in Rome, an effect already discussed by Cassini, Montanari and Bianchini in the XVII century. The phrases reported by Catamo and Lucarini (2012) who rediscovered the inscription on the penumbra algorithm on the "equinox meters" of the Clementine Gnomon (1702) explains the fact: Bianchini prendeva sempre in considerazione, per le sue rilevazioni, l'ellisse luminosa diminuita dell'*anello* di minore luminosità (la penombra). La larghezza di questo anello era stimata, con un criterio all'epoca condiviso da Gian Domenico Cassini e da Eustachio Manfredi, altro importante astronomo coevo, pari al semidiametro del foro gnomonico, quindi nel caso di Santa Maria degli Angeli, pari a 50 particelle, cioè un centimetro. Altri hanno ritenuto che l'anello è di misura variabile in relazione a diverse circostanze, tra cui quelle meteorologiche, e può raggiungere e anche superare, nel caso di un foro come quello di Santa Maria degli Angeli, la larghezza di due centimetri.

3. Penumbra measurements at the Clementine Gnomon

During the meridian transit of 21 August 2019 the phenomenon lasted 141.11 ± 0.58 s at a declination of $+12^{\circ} 07' 29.4''$, corresponding to an angular extent of $2069'' \pm 9''$. The real diameter of the Sun was $1897''$; the penumbral ring was $86.1''$ wide. The pinhole is presently 25.4 mm wide and at the distance of 57.201 centesimal parts on the meridian line corresponds to an angle of $223.4''$, therefore the penumbra was the 38.6% of the pinhole in these conditions of clear sky (with increased humidity with respect to 18 august) and illumination in the church. The timing was obtained by video inspection. Ephemerides from calsky.com. Air humidity from meteoblu.com archive: for 21 August at noon time it was 55%.

From a pure geometrical consideration the penumbra extension should be a ring of a thickness equal to the diameter of the pinhole, but the contrast inside the church is different if we consider the winter image, with respect to the summer image, which is more contrasted, falling in a darker place of the basilica. See Fig. 1 for the case of 18 August 2019 with penumbra ring as 41.1% of the pinhole diameter.



Fig. 1. The Sun approaching the meridian line of the Clementine Gnomon on August 18, 2019. Penumbra 41% of pinhole diameter and air humidity 60%.

The transit lasted 142.46 ± 0.65 s at a declination of $+13^{\circ} 06' 26.6''$, corresponding to an angular extent of $2081'' \pm 10''$. The real diameter of the Sun was $1896''$; the penumbral ring was $92.7''$ wide. The pinhole is presently 25.4 mm wide and at the distance of 54.948 centesimal parts on the meridian line corresponds to an angle of $225.6''$, therefore the penumbra was the 41% of the pinhole in these conditions of sky clear and illumination in the church. The timing was obtained by video inspection. Ephemerides from calsky.com. The humidity of the air was 60%. Moreover the sky conditions has its influence on the penumbra: a blue sky is less luminous than a white one, and the contrast of the solar image is larger; a wider penumbra is to expect, while in the case of the white sky the contrast is less and the sky is more luminous, so its light penetrates into the church through the large windows lowering the contrast of the observed image with respect to the floor. In the first years of use of the meridian line the basilica's windows were closed eliminating the problem of the contrast inside the church, leaving only to the sky contrast the cause of the "irradiation" effect.

4. Inflexion point of the light curve

It has been evidenced that for the limb darkening function the horizontal and the vertical luminosity profiles of the Sun have their maximum at the center, and decrease with a typical slope toward the limbs, at which the luminosity is 16% of the center. This curve has an inflexion point slightly before the end. This inflexion point is considered stable, even if the conditions of background contrast vary. This concept is applied either in modern solar observations with appropriate detectors (digital) either in total eclipse images obtained with different density filters; the inflexion point has not to be cut out with too high density filter.



Fig. 2. *The Sun on the XX August MDCCII inscription, on 21 August 2019. Its penumbra is 38.6% of the pinhole width, instead of 100% geometrical. Air humidity 55%.*

5. Conclusions

The problem of the definition of the solar diameter in the XVIII and XIX centuries was heavily influenced by the luminosity of the sky background. Either in the pinhole meridian line of S. Maria degli Angeli in Rome or in S. Petronio in Bologna, for quoting the main instruments devoted to the measurements of the

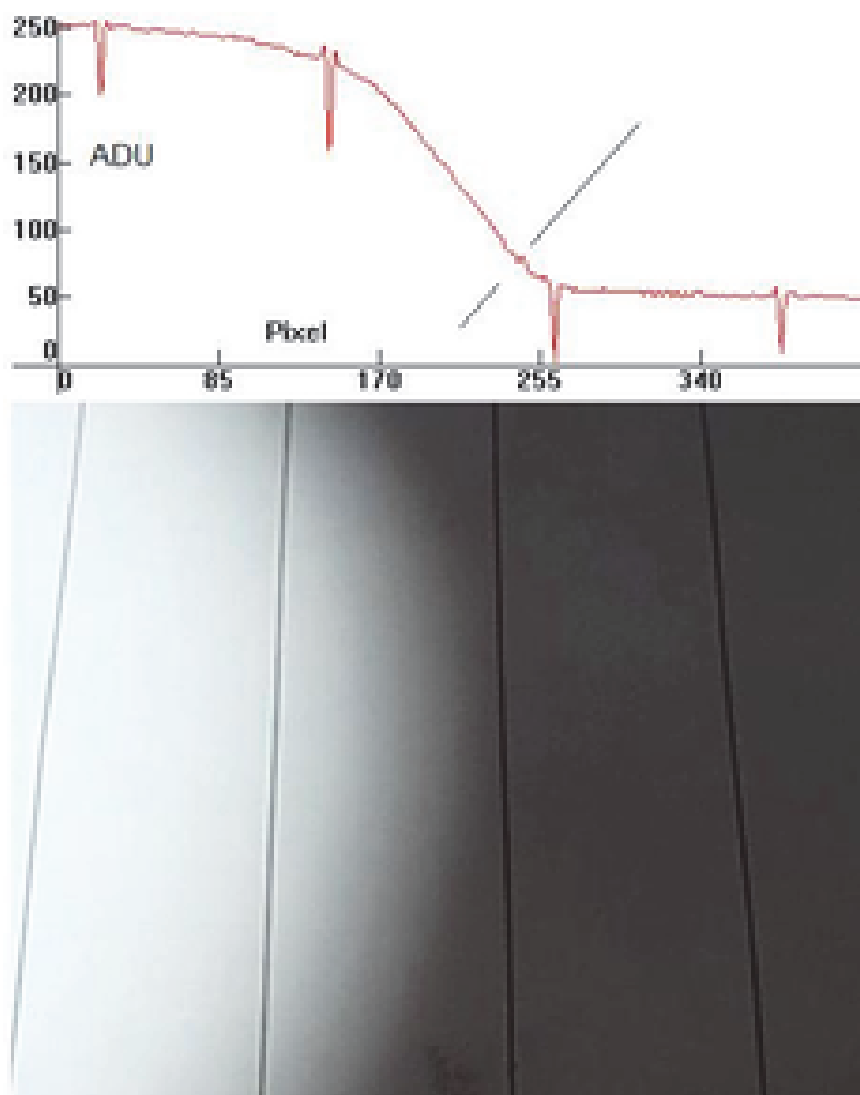


Fig. 3. *The inflexion point of the Limb Darkening Function of the Sun combined with the 25.4 mm Pinhole transfer function at the floor of Santa Maria degli Angeli, image of 13 July 2019.*

solar position and of the solar diameter, the dependance on the weather conditions is rather important. Two measurements devoted exactly to this purpose made on 18 and 21 August 2019 at the meridian line of the Basilica of Santa Maria degli Angeli proved a variation of the penumbra extent from 41% to 38.6% of the pinhole diameter, instead of being 100% as the geometry implies. The illumination inside the Basilica was rather the same, being the Sun in a position only slightly different (less than 30 cm); but the conditions of humidity and color of the sky, which

was clear in both days, changed from 60% to 55%. This produced a reduction in the observed penumbra from 41% to 38.6%, suggesting a relationship between percentual humidity and percentual Penumbra. After these first measurements, other video have been inspected: 7 Dec 2018, 12 Jan 2019, 1 May 2019 and 13 Jul 2019. Other relationships between Penumbra and Temperature or air Pressure have been investigated; none of them are convincing, excepted the one with the position. The conclusion is that the Penumbra depends strongly on the contrast conditions inside the Basilica, more than from sky conditions. To observe the influences of the sky conditions it should be necessary obscure the church like Francesco Bianchini did in XVIII century. The assumption made by Francesco Bianchini that the Penumbra was half of the pinhole, say 50% of it, has been verified as optimal with respect to our videos with time resolution down to 0.26 s, and angular resolution down to 3 arcsec.

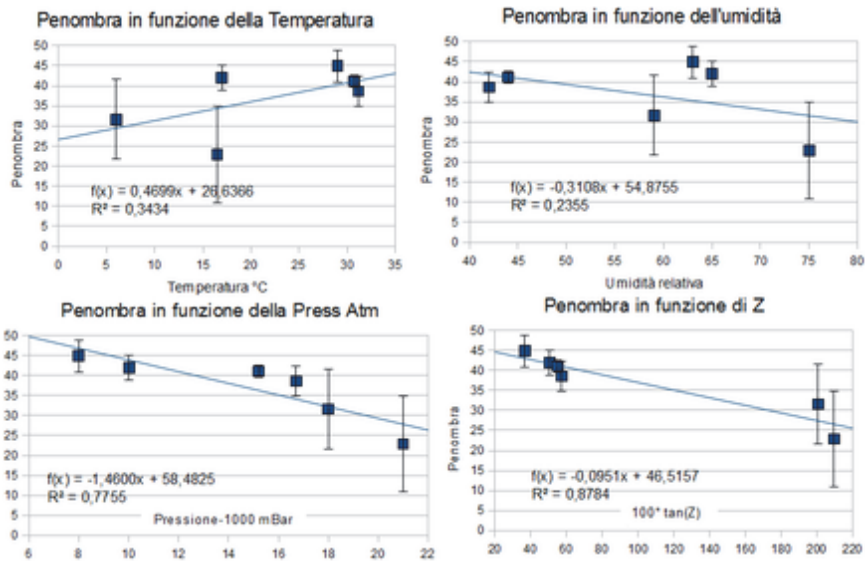


Fig. 4. The relationships between Penumbra and air humidity (at 2 m), air temperature (at 2 m), air pressure (at sea level) and position on the meridian line; the best correlation is the last one, with z , zenith angle.

The seasonal effect invoked by Secchi and Abetti to explain the seasonal variation of the observed solar diameter could be of the same type devised here, through the measurements made in Santa Maria degli Angeli and here presented and discussed. The inflexion points of the intensity profile along a solar diameter define in a more stable way the limbs of the Sun, but this was possible only in XX century with the advent of photography and digitalization. For visual inspection the inflexion point is missed, because the Penumbra varies from about 30% to 45% from Winter to Summer, but it would provide an evaluation very similar to the

50% chosen by Bianchini, who could work with solar images produced in the fully darkened basilica, by using tents outside the large windows.

Acknowledgements

To Irene Salmaso, Osservatorio Astrofisico di Asiago and University of Padova, for her bibliographic research.

References

1. G. Abetti, *Il Sole*, pp. 77–80 (1937).
2. M. Catamo and C. Lucarini, *Il Cielo in Basilica*, Roma (2012).
3. E. Manfredi, *De Gnomone Bononiensi*, Bologna (1736) pp. 8–9.
4. J. L. Heilbron, *The Sun in the Church*, Harvard (1999) pp. 109–112.
5. L. Ximenes, *Del Vecchio e nuovo Gnomone Fiorentino*, Firenze (1757). Scanned on <https://books.google.it/books/?id=PM7v4pPvZeAC>.
6. P. Rosa, *Studii intorno al diametro solare*, Roma, Befani (1873). Scanned on <http://books.google.com/books?vid=IBCR:BC000032664>.
7. F. Bianchini, *De Nummo et Gnomone Clementino*, Roma (1703). Scanned on <http://books.google.com/books?vid=IBNR:CR000685435>.
8. C. Sigismondi, Meridian Transit of 18 August 2019. <https://www.youtube.com/watch?v=eRzIQB2X5xE>.
9. C. Sigismondi, Meridian Transit of 21 August 2019. <https://youtu.be/q9cy9Btw3c>.
10. C. Sigismondi, The Sun on the XX August MDCCII inscription <https://youtu.be/bKYpOuKIrhI>.
11. https://www.meteoblue.com/it/tempo/historyclimate/weatherarchive/roma_italia_3169070.
12. A. Raponi, C. Sigismondi, K. Guhl, et al. *Solar Physics*, 278, 269 (2011).
13. <https://www.timeanddate.com/weather/italy/rome/historic?month=7&year=2019>.
14. C. Sigismondi, All Meridian Transit in S. Maria degli Angeli (2018–2019). https://docs.google.com/document/d/1i63OT0jYgSvvsD-hXAG_U2VinAlkE_ZzwN7LeduHDE/edit?usp=sharing.