第 34 卷 第 3 期
2017 年 9 月

原 子 核 物 理 评 论
Nuclear Physics Review

Vol. 34, No. 3
Sep., 2017

文章编号: 1007-4627(2017) 03-0488-05

大型壳模型计算中的截断效应对 ^{132}Sn 附近丰中子空穴核能级结构的影响

秦 伟[1]，王韩奎[1,†]，孙 扬[2,3]，张献图[1]，王莉华[1]，赵琳琳[1]，王宇杰[1]

(1. 周口师范学院物理与电信工程学院，河南 周口 466000;
2. 上海交通大学物理与天文系，上海 200240;
3. 上海交通大学协同创新中心，上海 200240)

摘要: 以双幻核 ^{132}Sn 以及附近的空穴核 ^{131}Sn, ^{130}Sn, ^{131}In, ^{130}In, ^{130}Cd 为例，研究了大型壳模型计算中的截断效应对该核区能级结构以及电四极跃迁的影响，其中截断包括了有无中子跨壳激发，以及限制轨道粒子数两种情况。计算结果表明，只有在允许质子跨壳激发的情况下才能给出 ^{130}In 与实验相符的基态能级，而允许两个中子的跨壳激发则会改善 ^{132}Sn 的低激发能级结构。此外中子壳芯激发也会对该核区空穴核的低激发能级有一定的影响，相应低能态之间的电四极跃迁则更加敏感地反映出了空间截断效应的影响。

关键词: 丰中子空穴核；低激发能级；截断效应

中图分类号: O571.2 **文献标志码:** A **DOI:** 10.11804/NuclPhysRev.34.03.488

http://www.npr.ac.cn

1 引言

随着实验技术的进步，核结构领域的研究逐渐向高角动量、高激发能、丰中子、丰质子等方向发展[1, 2]，其中丰中子核的结构研究是核结构物理与核天体物理中的热点问题之一。壳芯激发态的研究为探索壳隙以下和以上轨道的相关性以及壳隙的大小提供了必要的信息[3]。根据大爆炸宇宙学模型，轻元素的合成主要来自于恒星内部的氢燃烧，氦聚变以及 α 过程等[4]。而丰中子的重元素的合成则主要来自于两种中子俘获过程[5]，即慢中子俘获和快中子俘获过程[6, 7]。在太阳系中比铁重的接近元素丰度一半的元素起源于快中子俘获过程[8]，而 ^{130}Cd 是 N=82 快中子俘获过程等待点的同位素之一[9]。在快中子俘获中，虽然基本元素形成的链已经很清楚，但是通过中子俘获和 β 衰变产生重元素的过程仍然不够清楚。

考虑到 N=82 闭合壳和太阳系中快中子俘获过程丰度分布峰值 ($A = 130$) 的密切联系，双幻核 ^{132}Sn 以下 N=82 同中子素对于恒星核合成是非常重要的[10]。在这个区域中，中子单粒子态的特性对快中子俘获的反应速率有很大的影响[11]，参与快中子俘获的核素大约有 3 000 种，其中绝大多数都不稳定，在接近 $A = 130$ 质量区的快中子俘获过程峰值处的中子俘获会影响整个核素的丰度值。双幻核 ^{132}Sn 附近的空穴核的中子单粒子态对快中子俘获反应率有很强的影响。由于存在丰富的实验数据，可以对 ^{132}Sn 附近各种核的低激发态和高激发态进行系统的壳模型计算。利用大型壳模型计算，^{132}Sn 质量区域的核结构研究已经取得了很大的进展[10, 12–16]。

文献[17]利用大型壳模型计算研究了双幻核 ^{132}Sn 附近空穴核的能级结构，例如 ^{131}Sn, ^{131}In, ^{130}Sn, ^{130}Cd, ^{130}In 等。通过对辛弱结构的丰中子同核异能态的研究，给出了 $N = 82$ 壳稳定的有力证据[18]，而近 ^{120}Sr 时 $N = 82$ 壳演化分析给出了 $N = 82$ 中子壳隙会随着质子数的不断减少而发生壳收缩[19]。我们最近还研究了质量数 $A = 129$ 的元素，例如 ^{129}Sn，^{129}In，^{129}Cd 和 ^{129}Ag，给出了它们的能级结构，壳芯激发以及单极相互作用对低能态的影响[19]。

本文首先介绍壳模型计算的三个基本要素：哈密顿量、模型空间和单粒子能量。其中哈密顿量为 EPQQM 模型，包含了对力、多极力还有单极修正，模型空间包含了七条中子轨道 ($0g_{7/2}$, $1d_{5/2}$, $2s_{1/2}$, $0h_{11/2}$, $1d_{3/2}$, $1f_{7/2}$, $2p_{3/2}$) 和六条质子轨道 ($0f_{5/2}$, $1p_{3/2}$, $1p_{1/2}$, $0g_{9/2}$, $0g_{7/2}$, $1d_{5/2}$)。接下来以双幻核 ^{132}Sn 以及附

收稿日期: 2016-12-07; **修改日期:** 2017-04-23
基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (11505302); 周口师范学院 2016 年校本项目 (zknuB3201606)
作者简介: 秦伟 (1986–)，男，湖北罗田人，助教，硕士，从事凝聚态物理研究；E-mail: qinwei8663@163.com
† **通信作者:** 王韩奎, E-mail: whk2007@163.com。

近的空穴核 ^{131}Sn, ^{130}Sn, ^{131}In，^{130}In, ^{130}Cd 为例，讨论了有无中子跨壳激发以及限制轨道粒子数这两种截断效应对该核区能级结构以及电四极跃迁的影响。最后在总结部分给出了本文的主要结论。

2　壳模型计算

2.1　哈密顿量与模型空间

在有些丰中子核区，还不能在核核散射的基础上拟合较为真实的相互作用，一般采用自洽的唯象哈密顿量。通常忽略三体及以上作用，只考虑两体相互作用，哈密顿的二次量子化形式为

$$H=\sum_{ij}K_{ij}a_i^+a_j-\frac{1}{4}\sum_{ij,kl}V_{ijkl}a_i^+a_j^+a_ka_l\ ,\tag{1}$$

其中：K_{ij} 为单粒子能量；V_{ijkl} 为相互作用矩阵元；$a^+(a)$ 为产生算符。哈密顿量可以写成平均场加剩余相互作用的形式，也可以分解为单极加多极相互作用的形式。其中单极相互作用包括动能 K_{ij} 以及两体费米算符的标量积：

$$H_m=\sum_{ij}K_{ij}a_i^+a_j-\frac{1}{4}\sum_{ij}V_{ij}a_i^+a_j^+a_ia_j\ 。\tag{2}$$

它决定了组态能量的平均值。哈密顿量的多极相互作用部分为

$$H_M=-\frac{1}{4}\sum_{i\neq k,or j\neq l}V_{ijkl}a_i^+a_j^+a_ka_l\ ,\tag{3}$$

该项包含了单极相互作用部分以外的全部剩余相互作用，主要贡献来自于对力和四极力。接下来给出一个具体的哈密顿量形式 EPQQM 模型，它包含对力、多极力以及单极修正部分：

$$\begin{aligned}H=&H_{\rm SP}+H_{\rm P_0}+H_{\rm P_2}+H_{\rm QQ}+H_{\rm OO}+H_{\rm HH}+H_{\rm mc}\\=&\sum_{a,i}\varepsilon_a^ic_{a,i}^+c_{a,i}-\frac{1}{2}\sum_{J=0,2}\sum_{\rm ii'}g_{J,\rm ii'}\sum_M P_{JM,\rm ii'}^+P_{JM,\rm ii'}-\\&\frac{1}{2}\sum_{\rm ii'}\frac{\chi_{2,\rm ii'}}{b^4}\sum_M:Q_{2M,\rm ii'}^+Q_{2M,\rm ii'}:-\\&\frac{1}{2}\sum_{\rm ii'}\frac{\chi_{3,\rm ii'}}{b^6}\sum_M:O_{3M,\rm ii'}^+O_{3M,\rm ii'}:-\\&\frac{1}{2}\sum_{\rm ii'}\frac{\chi_{4,\rm ii'}}{b^8}\sum_M:H_{4M,\rm ii'}^+H_{4M,\rm ii'}:+\\&\sum_{a\leqslant b,\rm ii'}k_{\rm mc}(ia,i'b)\sum_{JM}A_{JM}^+(ia,i'b)A_{JM}(ia,i'b)\ ,\end{aligned}\tag{4}$$

公式中：$H_{\rm SP}$ 为单粒子哈密顿量；$P_0^+P_0$ 和 $P_2^+P_2$ 表示对力；Q^+Q 表示四极相互作用；O^+O 表示八极相互作用；H^+H 表示十六极相互作用；$H_{\rm mc}$ 表示单极修正。在 PN 表象中，$P_{JM,\rm ii'}^+$ 和 $A_{JM}^+(ia,i'b)$ 是对算符，$Q_{2M,\rm ii'}^+$，$O_{3M,\rm ii'}^+$，$H_{4M,\rm ii'}^+$ 分别是四极算符、八极算符、十六极算符。i 和 i′ 分别代表质子或中子，相互作用强度用 $g_{J,\rm ii'}$, $x_{2,\rm ii'}$,$x_{3,\rm ii'}$, $x_{4,\rm ii'}$ 来表示。b 是谐振子的宽度参数。本文中用到的两体相互作用强度参量如表 1 所列。

表 1　两体相互作用强度参量 (单位MeV)

ii′	$g_{0,\rm ii'}$	$g_{2,\rm ii'}$	$x_{2,\rm ii'}$	$x_{3,\rm ii'}$	$x_{4,\rm ii'}$
pp	0.250	0.158	0.102	0.032	0.001 4
nn	0.129	0.047	0.140	0.004	0.000 8
pn	0	0	0.082	0	0.000 9

本文用到的中子模型空间包含幻数 N=82 以下的 5 个中子能级 ($0g_{7/2}$，$1d_{5/2}$，$2s_{1/2}$，$0h_{11/2}$，$1d_{3/2}$) 和 N=82 以上的 2 个中子轨道 ($1f_{7/2}$，$2p_{3/2}$)；质子模型空间包含幻数 $Z=50$ 以下的 4 个质子能级 ($0f_{5/2}$，$1p_{3/2}$，$1p_{1/2}$，$0g_{9/2}$) 和 $Z=50$ 以上的两个质子轨道 ($0g_{7/2}$ ，$1d_{5/2}$)。

2.2　单粒子能量

^{131}In 为质子壳模型空间的单粒子核，它有 4 个单粒子能级，基态 $9/2^+$(0 MeV)，低激发态 $1/2^-$(0.302 MeV)，$3/2^-$(1.65 MeV)，$5/2^-$(2.75 MeV)，计算中把这四个能级视作为质子单粒子态。而 ^{131}Sn 为中子壳模型空间的单粒子核，它有 5 个单粒子态，分别对应 $N=50\sim82$ 的五条单粒子轨道。本文工作所选的十三条轨道对应的单粒子能量分别为 (单位 MeV)

$$\begin{aligned}&\varepsilon_{f5/2}^{\pi}=-18.440,\quad \varepsilon_{p3/2}^{\pi}=-17.340,\\&\varepsilon_{p1/2}^{\pi}=-15.992,\quad \varepsilon_{g/2}^{\pi}=-15.690,\\&\varepsilon_{g7/2}^{\pi}=-9.677,\quad \varepsilon_{d5/2}^{\pi}=-8.715,\\&\varepsilon_{g7/2}^{\nu}=-9.788,\quad \varepsilon_{d5/2}^{\nu}=-9.009,\\&\varepsilon_{s1/2}^{\nu}=-7.686,\quad \varepsilon_{h11/2}^{\nu}=-7.422,\\&\varepsilon_{d3/2}^{\nu}=-7.354,\quad \varepsilon_{f7/2}^{\nu}=-2.372,\\&\varepsilon_{p3/2}^{\nu}=-1.518\ 。\end{aligned}$$

3　计算结果与讨论

在模型计算中一般有两种截断，空间截断和轨道粒子数截断。在壳模型计算中通常根据需要只选取部分壳层组成模型空间，这样就会存在空间截断效应，这会对能级结构产生一定的影响。

对于空间截断，计算中以 ^{132}Sn 以下的空穴核为例，如果模型空间中不允许质子跨壳激发，即不允许

http://www.npr.ac.cn

粒子激发到轨道 ($\pi d_{5/2}$，$\pi g_{7/2}$)。计算结果表明，这对 ^{130}Sn 的能级结构影响不大，但对奇奇核 ^{130}In 的影响很大，尤其是它的基态。如图 1 所示，不考虑质子壳芯激发，7^- 将成为 ^{130}In 的基态，这与实验数据不符合。在允许质子跨壳激发的情况下，^{130}In 基态的计算值为 1^-，符合实验数据，并且 10^- 的理论计算结果也与实验相符。这说明允许质子跨壳激发，可以很好地消除空间截断对质子能级结构的不良影响。

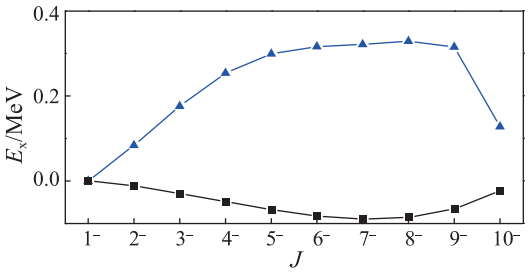

图 1　(在线彩图) 空间截断对 ^{130}In基态的影响
标记三角形的为包括质子壳芯激发态，方形的为不包括质子壳芯激发态。

对于轨道粒子数的截断效应，以 ^{132}Sn 的低激发能级为例 (如图 2)。不考虑单极修正，如图 2(a) 所示，^{132}Sn 的低激发态 2^+，3^-，4^+ 要比实验值高出很多。在考虑单极修正以后，这些能级与实验值的差距得到了明显改善，如图 2(b)。注意到增加中子跨壳激发的数量，还可以进一步改善 ^{132}Sn 的低激发能级。图 2(c) 是允许两个中子跨壳激发的情况，计算数据优于只有一个中子跨壳激发的情况。能级 2^+ 与 4^+ 的计算值近乎简并，是由于文中的模型空间用于计算双幻核 ^{132}Sn 来说偏小。

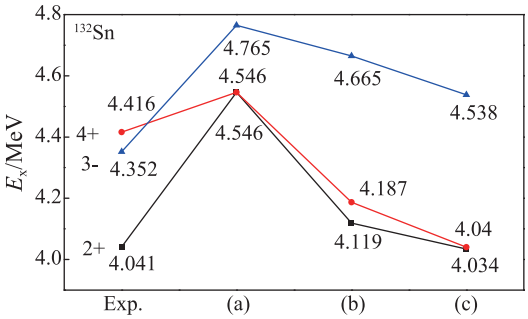

图 2　(在线彩图) 轨道截断对 ^{132}Sn 能级的影响，实验数据取自文献 [20]
其中(a) 不含单极修正，只允许一个中子壳芯激发；(b) 含单极修正，只允许一个中子壳芯激发；(c) 含单极修正，只允许两个中子壳芯激发。

接下来讨论一下轨道粒子数截断对质子空穴核能级结构的影响 (图 3，4)，以 ^{131}In 和 ^{130}Cd 为例。^{131}In 是以双幻核 ^{132}Sn 为参考的质子单粒子核，它的 4 条低激发能级 $9/2^+$，$1/2^-$，$3/2^-$，$5/2^-$ 被视为单粒子态。图 3 中分 4 种情况研究了轨道粒子数截断对这些能级的影响，这 4 种情况依次为 (a) 允许轨道自由粒子数为 1；(b) 允许轨道自由粒子数为 2；(c) 没有轨道粒子数限制；(d) 叠加考虑中子壳芯激发效应。从图 3 可以看出，这些情况下单粒子态并没有受到影响。同样的四种情况对于偶偶核 ^{130}Cd 来说有所不同，轨道在仅允许一个自由粒子的情况下 (图 4(a))，理论值与实验值严重不符，这是因为轨道仅允许一个自由粒子的情况限制了偶偶核的配对效应。图 4 中的数据也表明了在轨道允许两个自由粒子的情况下，对于 ^{130}Cd 来说基本可以不考虑轨道粒子截断效应了。通过比较图 4 中 (c)、(d) 两组数据对应的电磁跃迁可以发现，有无中子壳芯激发并不影响 ^{130}Cd 低能态的电四极跃迁。这是因为 ^{130}Cd 低能态的组态成分是由质子空间中的单粒子轨道构成，因此并不受中子空间截断的影响。

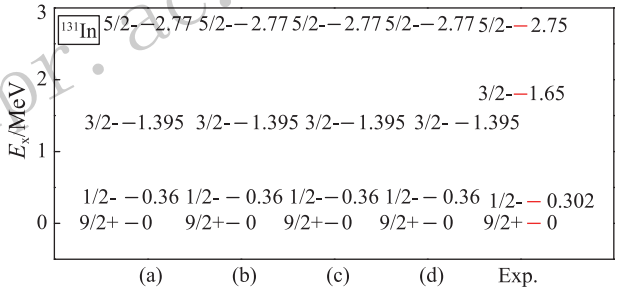

图 3　不同截断情况下 ^{131}In 的单粒子能级结构
其中 (a)、(b)、(c) 不允许中子壳芯激发；(a) 质子轨道粒子数为 1；(b) 质子轨道粒子数为 2；(c) 不限制质子轨道粒子数；(d) 允许 1 个中子壳芯激发且不限制质子轨道粒子数，Exp.为相应的实验值。

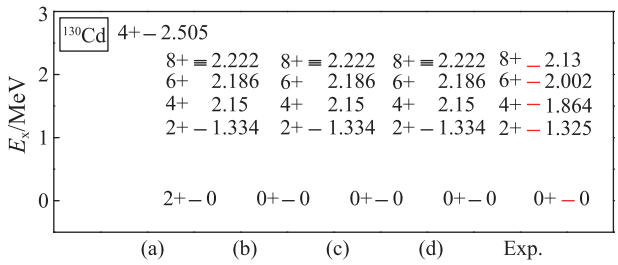

图 4　不同截断情况下 ^{130}Cd 的能级结构
其中 (a)、(b)、(c) 不允许中子壳芯激发；(a) 质子轨道粒子数为 1；(b) 质子轨道粒子数为 2；(c) 不限制质子轨道粒子数；(d) 允许 1 个中子壳芯激发且不限制质子轨道粒子数，Exp.为相应的实验值。

最后讨论一下轨道粒子数截断对中子空穴核能级结构的影响 (图 5，6)，以 ^{131}Sn 和 ^{130}Sn 的低激发态为例。与质子空穴核的讨论一样，这里也分 4 种不同的

http://www.npr.ac.cn

情况。注意到图 5 中 (a)、(b)、(c) 3 种情况数据没有差别，和质子空穴核中的情况一致，不同之处在于叠加考虑中子壳芯激发以后的计算数据 (如图 5 中的 (c)，(d))，是否允许中子跨壳激发会对 ^{131}Sn 的低激发能级产生一定的影响。图 6 给出了轨道粒子数截断对 ^{130}Sn 低激发态 0^+，2^+，4^+，6^+ 和 8^+ 的影响。与质子空穴核的情况类似，轨道在仅允许一个自由粒子的情况下 (图 6(a))，理论值与实验值严重不符。图 6 中的数据同样表明了在轨道允许两个自由粒子的情况下，对于 ^{130}Sn 而言基本可以不考虑轨道粒子数截断效应了。结合前面对 ^{130}Cd 的讨论，可以得出一个最佳轨道粒子数截断参考，即轨道上的自由粒子数不少于价核子数。

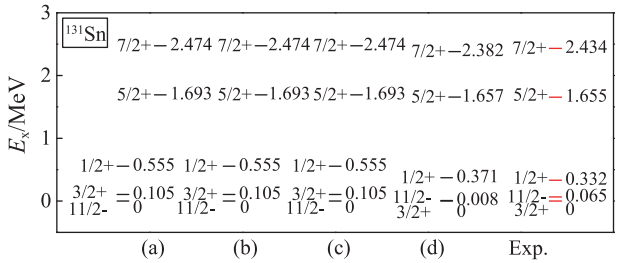

图 5　不同截断情况下 ^{131}Sn 的能级结构

其中 (a)、(b)、(c) 不允许中子壳芯激发；(a) 中子轨道粒子数为 1；(b) 中子轨道粒子数为 2；(c) 不限制中子轨道粒子数；(d) 允许 1 个中子壳芯激发且不限制质子轨道粒子数，Exp.为相应的实验值。

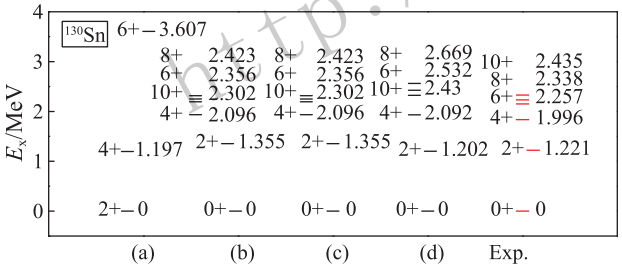

图 6　不同截断情况下 ^{130}Sn 的能级结构

其中 (a)、(b)、(c) 不允许中子壳芯激发；(a) 中子轨道粒子数为 1；(b) 中子轨道粒子数为 2；(c) 不限制中子轨道粒子数；(d) 允许 1 个中子壳芯激发且不限制中子轨道粒子数，Exp.为相应的实验值。

注意到有无中子壳芯激发时，会对 ^{130}Sn 的低激发能级产生较明显的影响。如图 6，允许中子壳芯激发时，^{130}Sn 的 2^+ 态偏低，4^+ 态基本不受影响，但 6^+，8^+，10^+ 态则偏高些。对其电四极跃迁的计算进一步表明，有无中子壳芯激发对低能态电四极跃迁的影响更加明显。例如，在有中子壳芯激发时 ^{130}Sn 的电四极跃迁 $B(\mathrm{E2}, 4^+ \to 2^+)$ 由 $25.27\mathrm{e}^2(\mathrm{fm})^2$ 增加到 $44.4\ \mathrm{e}^2(\mathrm{fm})^2$，数值增加了约 76%，注意到 2^+ 态的值在有中子壳芯激发时仅仅减小了约 8.3%，而 4^+ 态并没有太大变化。电四极跃迁 $B(\mathrm{E2}, 4^+ \to 0^+)$ 在有中子壳芯激发时由 $22.9\ \mathrm{e}^2(\mathrm{fm})^2$ 增加到 $46.27\ \mathrm{e}^2(\mathrm{fm})^2$，数值增加了 1 倍多。这说明电四极跃迁更能敏感地反映出壳模型的空间截断效应。

4　总结

本文首先介绍了双幻核 ^{132}Sn 附近丰中子空穴核的研究意义，以及壳模型计算的基本要素，然后以 ^{131}Sn，^{130}Sn，^{131}In，^{130}In，^{130}Cd 为例，讨论了壳模型计算中截断效应对该核区能级结构的影响。计算结果发现是否允许质子跨壳激发会影响到 ^{130}In 的低能态结构。在本文所取的模型空间中，只有在允许质子跨壳激发的情况下才能给出 ^{130}In 与实验相符的基态能级，而允许两个中子的跨壳激发则会改善 ^{132}Sn 的低激发能级结构。对于轨道粒子数截断，本文分别对质子空穴核和中子空穴核进行了讨论，并叠加考虑了中子跨壳激发的情况。计算结果表明电四极跃迁更能敏感地反映出壳模型的空间截断效应。

http://www.npr.ac.cn

参考文献：

[1] JONES K L, ADEKOLAA S, BARDAYAND W, *et al.* Nature, 2010, **465**: 454.

[2] JONES K L, NUNES F M, ADEKOLA A S, *et al.* Phys Rev C, 2011, **84**: 034601.

[3] WANG Hankui, SUN Yang, JIN Hua, *et al.* Phys Rev C, 2013, **88**: 054310.

[4] BURBIDGE E M, BURBIDGE G R, FOWLER W A, *et al.* Rev Mod Phys, 1957, **29**: 547.

[5] DILLMANN I, KRATZ K L, WÖHR A, *et al.* Phys Rev Lett, 2003, **91**: 162503.

[6] KRATZ K L, FAROUQI K, PFEIFFER B. Prog Part Nucl Phys, 2007, **59**: 147.

[7] QIAN Yongzhong. Physics, 2013, **42**(7): 468.(in Chinese) (钱永忠. 物理, 2013, **42**(7): 468.)

[8] BURBIDGE M E, BURBIDGEG R, FOWLER W A, *et al.* Rev Mod Phys, 1957, **29**: 547.

[9] KRATZ K L, GABELMANN H, HILLEBRANDT W, *et al.* Z Phys A, 1986, **325**: 489.

[10] JUNGCLAUS A, CACERES L, GORSKA M, *et al.* Phys Rev Lett, 2007, **99**: 132501.

[11] KOZUB R L, ARBANAS G, ADEKOLAA S, *et al.* Phys Rev Lett, 2012, **109**: 172501.

[12] BHATTACHARYYA P, DALY P J, ZHANG C T, *et al.* Phys Rev Lett, 2001, **87**: 062502.

[13] GÓRSKA M, CACERES L, GRAWE H, *et al.* Phys Lett B, 2009, **672**: 313.

[14] SCHERILLO A, GENEVEY J, PINSTON J A, *et al.* Phys Rev C, 2004, **70**: 054318.
[15] GRAWE H, LANGANKE K, MARTINEZ-PINEDO G. Rep Prog Phys, 2007, **70**: 1525.
[16] HASEGAWA M, KANEKOK. Phys Rev C, 1999, **59**: 1449.
[17] WANG Hankui, KANEKO K, SUN Yang. Phys Rev C, 2014, **89**: 064311.
[18] WANG Hankui, KANEKO K, SUN Yang. Phys Rev C, 2015, **91**: 021303(R).
[19] WANG Hankui, KANEKO K, SUN Yang. Phys Rev C, 2017, **95**: 011304(R).
[20] http://www.nndc.bnl.gov/ensdf/.

Truncation Effects in the Shell-model Calculations at Neutron-rich Hole Nuclei Close to ^{132}Sn

QIN Wei[1], WANG Hankui[1,†], SUN Yang[2,3], ZHANG Xiantu[1], WANG Lihua[1], ZHAO Linlin[1], WANG Yujie[1]

(*1. College of Physics and Telecommunication Engineering, Zhoukou Normal University, Zhoukou 466000, Henan, China;*
2. Department of Physics and Astronomy, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China;
3. IFSA Collaborative Innovation Center, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China)

Abstract: With two different truncations, *i.e.*, neutron core-excitation truncation and orbital particle-number truncation, the research is studied at the truncation effects in shell-model calculations by the hole nuclei of ^{130}Sn, ^{131}Sn, ^{130}In, ^{130}In and ^{130}Cd. We found that the right ground state of ^{130}In needs proton core-excitation in shell model space, and allowing two neutron core-excitations will promote the low-lying states in ^{132}Sn. The neutron core-excitations will also slightly affect the low-lying levels of hole-nuclei close to ^{132}Sn, and the values of BE2 between the corresponded low-lying states reflect more obviously to the neutron core-excitations.

Key words: neutron-rich hole nuclei; low-lying level; truncation effect

http://www.npr.ac.cn

Received date: 7 Dec. 2016; **Revised date:** 23 Apr. 2017

Foundation item: National Natural Science Foundation of China (11505302); Foundation of Zhoukou Normal University(zknuB3201606)

† **Corresponding author:** WANG Hankui, E-mail: whk2007@163.com.