

量子网络中基于弹性散射的微波光子传输调控*

马俊^{1) #} 欧阳鹏辉^{1) #} 柴亚强¹⁾ 蒋青权²⁾ 贺青³⁾ 韦联福^{1) 2) †}

1) (西南交通大学信息科学与技术学院, 信息量子技术实验室, 成都 610031)

2) (西华师范大学物理与天文学院, 南充 637002)

3) (中国工程物理研究院电子工程研究所, 绵阳 621900)

(2025年3月27日收到; 2025年5月24日收到修改稿)

利用弹性散射对微波量子网络中微波光子的传输行为进行无能耗的调控, 对微波量子器件的研发和构建多节点微波量子网络等具有现实意义. 本文从最简单的微波光子单个散射体的弹性散射出发, 对构成量子网络中最简单节点器件, 如 LC 回路、单个约瑟夫森结器件和超导量子干涉器件等对微波光子弹性散射行为进行了详细讨论. 结果表明, 线性 LC 回路对微波光子的弹性散射行为与它们在经典微波电路中的作用相同, 但非线性约瑟夫森结对微波光子弹性散射行为的调控, 则与其在网络中的等效模型建模有关; 约瑟夫森结的并联或串联嵌入模型对微波光子的弹性散射, 表现出截然不同的调控行为. 为检验哪种建模是物理上正确的, 本文通过实验测量了传输线中嵌入单个约瑟夫森结情况下的微波光子传输系数, 证实了并联嵌入模型的正确性. 基于这些单个散射体弹性散射行为的研究, 本文提出了一种通过旁路电流调制直流超导量子干涉器件磁通来实现微波光子弹性散射行为调控的方案, 有望应用于微波量子网络的构建.

关键词: 弹性散射, 微波光子, 约瑟夫森结, 超导量子干涉器件**PACS:** 25.60.Bx, 42.50.-p, 03.75.Lm, 85.25.Dq**DOI:** 10.7498/aps.74.20250404**CSTR:** 32037.14.aps.74.20250404

1 引言

量子网络是由不同节点连接起来的量子信息传输链路^[1], 其中节点发挥着对传输光子的调控作用. 各种量子客体, 比如超导量子电路^[2,3]、离子阱^[4]或光量子器件^[5]等, 都可以用作调控光子传输的节点, 通过节点的散射, 可实现对光子信息的传输调控. 利用量子节点, 可以实现量子信息的转移、提取和测量. 例如, 基于腔量子电动力学可以实现传输光子和驻波光子之间的相互作用以及传输光子和量子比特之间的强耦合^[6]; 利用传输光子与节

点之间的非线性相互作用, 可以实现光子的频率转换和跨波段通信^[7]; 建立基于量子纠缠的分布式量子计算架构^[8]等. 近年来的研究已经形成了各种调控传输光子的方法, 例如利用光子晶体^[9,10]或其他人工超表面结构^[11], 可以实现对光子传输的波段进行导通或禁戒. 不过, 对传输光子最简单的调控方式还是网络节点对传输光子的弹性散射调控, 它可以让光子完全反射/透射或者概率性地反射/透射. 这意味着利用节点对传输光子进行弹性散射调控是构建光量子网络的一种最简单而有效的方式, 利用多个节点的弹性散射, 原则上就可以实现光子的高效路由和动态分发.

* 国家自然科学基金重大研究计划 (批准号: 2021YFA0718803)、四川省自然科学基金 (批准号: 2024NSFSC1431) 和四川省中央对地方科技发展基金 (批准号: 2024ZYD0075) 资助的课题.

同等贡献作者.

† 通信作者. E-mail: lfwei@swjtu.edu.cn

在微波频段的光量子网络中, 单个散射节点对微波光子的弹性散射可由图 1(a) 所示的简单电路模型进行描述. 其中, 传输微波光子的传输线波导可以看成由无数个串联 LC 回路单元构成, 假设每个单元的长度为 Δx , 则单位长度的电感值和电容值可表示为 L_0 和 C_0 , 这些单元在传输网络中可视为网络节点; 传输线上每个节点处通量 $\phi_i = \int_{-\infty}^t V_i(t') dt'$, 单元之间通过电感连接. 图中黑框表示微波光子的弹性散射体. 对最简单的单散射节点而言, 微波光子受 $x = 0$ 处散射体弹性散射前后的行为, 可由传输线上的平面波表示:

$$\phi(x, t) = A_\phi \begin{cases} e^{i(kx - \omega t)} + r_0 e^{-i(kx + \omega t)}, & x < 0, \\ t_0 e^{i(kx - \omega t)}, & x > 0, \end{cases} \quad (1)$$

其中, $A_\phi = 1$ 为平面波微波光子的单位振幅; k 和 $v = \sqrt{1/L_0 C_0}$ 分别为微波光子的波矢和传播速度, 它们的色散关系为 $\omega = kv$ (其中 ω 为微波光子的角频率). 显然, 通过控制微波光子的反射系数 $|r_0|^2$ 和透射系数 $|t_0|^2$, 便可以实现对微波光子的弹性散射行为的调控. 在包含多个微波光子并且强度足够大的微波信号的情况下, 可以自然地等价于图 1(b) 所示的二端口网络微波传输模型的散射矩阵形式, 其中 a_j 和 b_j ($j = 1, 2$) 分别为入射强度和出射强度, $S_{11} = b_1/a_1$ 和 $S_{21} = b_1/a_2$ 分别为实验可测量的散射系数. 所以在实验上, 散射体对微波光子的反射系数 $|r_0|^2$ 和透射系数 $|t_0|^2$ 可直接通过测量微波器件的传输参数 S_{11} 和 S_{21} 给出.

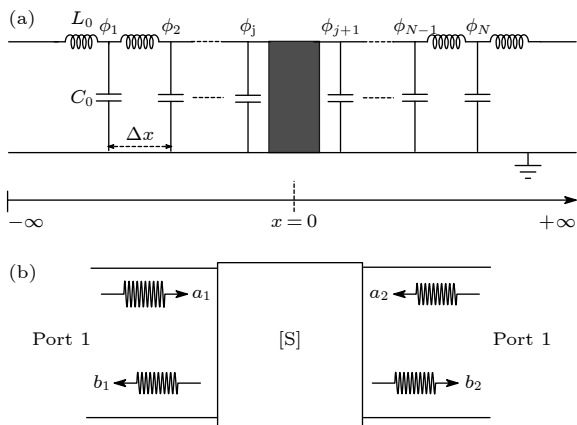


图 1 (a) 单节点的微波光子弹性散射等效电路模型, 黑色框代表散射体; (b) 传统微波散射的二端口网络模型

Fig. 1. (a) Single-node microwave photonic elastic scattering equivalent circuit model, with the black box representing the scatterer; (b) the usual microwave scattering two-port networks model.

当然, 微波量子网络中的每个节点都可以看作是传输微波光子的散射体. 除了传统的、以微波谐振器为代表的无源微波器件可用于调控传输微波光子的弹性散射行为外, 近年来迅速发展的、以约瑟夫森结为核心元件的超导量子器件, 也提供了多种方式用以实现微波光子传输特性的调控. 这是因为, 约瑟夫森结的非线性特性使其可被当作具有分立能级结构的“人工原子”, 可用于实现对微波光子传输特性的各种按需调控 [9,12]. 此外, 约瑟夫森结器件与微波光子的相互作用已经被应用于研究各种微波量子效应, 如自发辐射与共振增强 [12]、拉比振荡 [13] 和电磁诱导透明 [14] 等. 实际上, 最早对单个约瑟夫森结器件的微波光子弹性散射现象进行系统研究的是文献 [9]. 该文中传输线中的单个约瑟夫森结是作为一个串联嵌入非线性谐振子来处理的, 因而它对入射的共振微波光子而言, 是一个全反射弹性散射体. 基于这一模型, 该文还设计了由多个约瑟夫森结阵列器件组成的微波光子晶体, 并提出了利用二维排列约瑟夫森结阵列所产生的微波光子晶体来实现量子比特间的稳定纠缠. 然而, 该文提出的串联嵌入等效电路模型及相关效应预言, 迄今仍未见被实验所证实. 相反, 文献 [15,16] 则将传输线中的约瑟夫森结器件用完全不同的并联嵌入等效电路模型描述. 同一器件的两种完全不同的等效电路模型描述, 必将预示着不同的、甚至互相矛盾的可观测量效应. 显然, 只能有一种模型是物理上正确的. 本文通过对比分析两种模型的理论结果, 并通过单个约瑟夫森结嵌入共面波导传输线的实验证明, 并联嵌入等效模型是正确的. 值得注意的是, 据我们所知, 本研究是国际上首次对传输线中的约瑟夫森结器件的并联和串联嵌入等效电路模型进行实验验证. 基于这一模型, 本文还设计了一种利用直流超导量子干涉仪 (DC superconducting quantum interference device, DC-SQUID) 嵌入传输线的单节点微波光子传输网络, 用于实现对微波光子弹性散射行为的动态调控的方案, 相关结果有望在后续实验研究中得到检验. 同时, 传输线中单节点约瑟夫森结器件对传输光子弹性散射行为的研究, 也可为研制可调的微波光子量子滤波器提供新的思路.

本文结构安排如下. 第 2 节以简单的线性 LC 回路为例, 分别讨论了其在串联和并联两种不同嵌入方式下对微波光子传输行为的调控作用. 结果表

明, 单光子弹性散射模型与传统的二端口传输矩阵方法给出一致的结果. 由此说明, 器件嵌入传输线的不同方式确实导致传输光子的不同弹性散射行为. 在此基础上, 第 3 节详细研究了单个约瑟夫森结器件对传输线中微波光子的弹性散射, 在不同等效模型描述下会导致截然不同的调控效应. 为了对这两种模型进行检验, 我们制作了共面波导传输线上嵌入单个约瑟夫森结器件, 极低温条件下的测试结果与并联嵌入等效模型是一致的, 从而否决了文献 [9] 中的串联嵌入等效模型. 基于这一实验结果, 第 4 节中给出了另一种约瑟夫森结器件, 即 DC-SQUID 嵌入传输线中的结构设计, 并理论证明了这一电路构型可用于对微波光子的传输行为的旁路调控. 最后是本文的总结和讨论.

2 线性 LC 回路器件对微波光子传输特性的影响

LC 回路是一种典型的微波无源器件, 已作为一种最简单的微波滤波器, 在微波传输领域得到大量应用 [17,18]. 因此, 为了检验方程 (1) 所示的微波光子弹性散射模型的正确性, 本节先采用图 1(a) 所示的单光子弹性散射模型来对线性 LC 回路的微波光子弹性散射行为进行描述. 通过与熟知的二端口传输矩阵模型计算比较, 说明不同弹性散射体等效电路确实导致不同的散射行为, 从而为后续采用这种单光子弹性散射模型来研究约瑟夫森结器件对传输微波光子的弹性散射行为提供理论依据.

2.1 串联嵌入 LC 回路

首先, 讨论线性 LC 回路串联嵌入传输线时, 传输微波光子的弹性散射行为, 其等效电路如图 2(a) 所示. 与熟知的二端口传输矩阵法不同, 这里是通过散射点处的传输边界条件来对方程 (1) 进行求解的. 在 $x = 0$ 处串联嵌入一个线性 LC 回路的传输线系统, 可由拉格朗日量 $L_1 = L_{TL} + L_{LC}$ 描述. 其中传输线的拉格朗日量 L_{TL} 为 [2,9,19]

$$L_{TL} = \sum_{i=1}^j \frac{1}{2} \Delta x C_0 \dot{\phi}_i^2 - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{1}{2\Delta x L_0} (\phi_{i+1} - \phi_i)^2 + \sum_{i=j+1}^N \frac{1}{2} \Delta x C_0 \dot{\phi}_i^2 - \sum_{i=j+1}^{N-1} \frac{1}{2\Delta x L_0} (\phi_{i+1} - \phi_i)^2, \quad (2)$$

其中 j 和 $j+1$ 为传输线上连接线性 LC 回路的左

右两端节点, LC 回路的拉格朗日量为 [20]

$$L_{LC} = \frac{\dot{\phi}^2(0, t)}{2C} - \frac{\phi^2(0, t)}{2L}, \quad (3)$$

其中 $\phi(0, t) = LI$ 为 LC 回路的通量. 为简单起见, 假设散射体的尺度远小于传输线中传输微波的波长, 因而散射体的散射可以看作是点散射. 在连续极限下, 传输线上每个单元之间的间隔可取极限 $\Delta x \rightarrow 0$, 从而图 2(a) 中第 j 个和第 $j+1$ 个节点可看作位于 $x = 0_-$ 和 $x = 0_+$ 位置, 因此穿过整个 LC 回路的通量可以表示为 $\phi(0, t) = \phi(0_-, t) - \phi(0_+, t)$. 连续极限下系统的离散形式, 可通过将离散求和转化为连续化的积分形式来处理, 比如 $L = \sum(\dots)\Delta x \rightarrow L = \int(\dots)dx$, 因而传输线拉格朗日量 (2) 式可写为如下的积分形式:

$$L_{TL} = \int_{-\infty}^{0_-} \frac{C_0 \dot{\phi}^2}{2} - \frac{\phi'^2}{2L_0} dx + \int_{0_+}^{+\infty} \frac{C_0 \dot{\phi}^2}{2} - \frac{\phi'^2}{2L_0} dx. \quad (4)$$

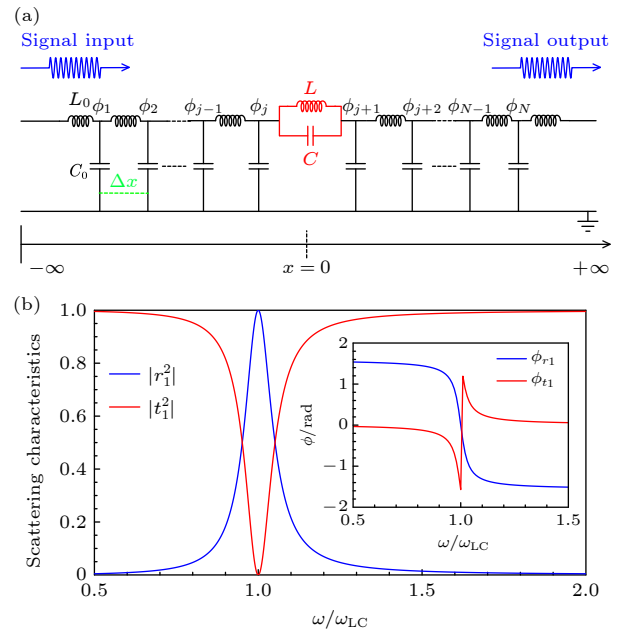


图 2 (a) 无限长传输线中串联嵌入线性 LC 回路的等效电路模型示意图; (b) 串联嵌入线性 LC 回路对微波光子的弹性散射的反射谱和透射谱, 内嵌图为与之相对应的相移谱. 这里, 相关参数设置为 $Z_0/Z_{LC} = 10$

Fig. 2. (a) Schematic diagram of the equivalent circuit model of a linear LC loop embedded in series in an infinitely long transmission line; (b) the reflection and transmission spectra of microwave photons elastically scattered by the series-embedded linear LC loop, with the inset showing the corresponding phase shift spectrum. Here, the relevant parameters are set as $Z_0/Z_{LC} = 10$.

类似地, 离散形式下的通量差分 $(\phi_{i+1} - \phi_i)/\Delta x$ 可改写为 $\partial\phi/\partial x$. 这样, 利用欧拉-拉格朗日方程 $\partial(\partial L/\partial\dot{\phi})/\partial t - \partial L/\partial\phi = 0$, 可将 LC 回路所在点处的边界条件写为

$$-\frac{1}{L_0}\phi_x(0_-, t) = C\ddot{\phi}(0, t) + \frac{\phi(0, t)}{L} = -\frac{1}{L_0}\phi_x(0_+, t). \quad (5)$$

(5) 式表示流入与流出 LC 回路的电流等于流过其电容和电感上的电流之和, 将光子散射波的一般表达式 (1) 式代入 (5) 式可以得到:

$$(ikL + \omega^2 LL_0 C - L_0)r_1 - (\omega^2 LL_0 C - L_0)t_1 = ikL - \omega^2 LL_0 C + L_0, \quad (6)$$

此外, 将散射节点处的电流连续性条件 $-\phi_x(0_-, t)/L_0 = -\phi_x(0_+, t)/L_0$, 代入光子散射波的一般表达式 (1) 式可得:

$$r_1 + t_1 = 1, \quad (7)$$

联立 (6) 式和 (7) 式, 即可解出串联嵌入 LC 回路的反射概率幅 r_1 及反射相移 ϕ_{r_1} :

$$r_1 = \frac{1}{1 + 2i\frac{\omega_{LC}}{\omega} \frac{Z_0}{Z_{LC}} \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_{LC}^2}\right)},$$

$$\phi_{r_1} = \arctan \left[2\frac{\omega_{LC}}{\omega} \frac{Z_0}{Z_{LC}} \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_{LC}^2}\right) \right], \quad (8)$$

其中, $Z_0 = \sqrt{L_0/C_0}$ 为传输线特征阻抗, $Z_{LC} = \sqrt{L/C}$ 为 LC 回路特征阻抗, $\omega_{LC} = \sqrt{1/LC}$ 为 LC 回路的谐振频率. 同理, 可以得到透射概率幅 t_1 和透射相移 ϕ_{t_1} :

$$t_1 = \frac{2i\frac{\omega_{LC}}{\omega} \frac{Z_0}{Z_{LC}} \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_{LC}^2}\right)}{1 + 2i\frac{\omega_{LC}}{\omega} \frac{Z_0}{Z_{LC}} \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_{LC}^2}\right)},$$

$$\phi_{t_1} = -\arctan \left[2\frac{\omega_{LC}}{\omega} \frac{Z_0}{Z_{LC}} \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_{LC}^2}\right) \right]^{-1}. \quad (9)$$

所以, 串联嵌入传输线中的 LC 回路对微波光子的反射系数 $|r_1|^2$ 和透射系数 $|t_1|^2$ 可分别表示为

$$|r_1|^2 = \frac{4a^2 + 1}{(4a^2 + 1)^2}, \quad |t_1|^2 = \frac{16a^4 + 4a^2}{(4a^2 + 1)^2},$$

$$a = \frac{\omega_{LC}}{\omega} \frac{Z_0}{Z_{LC}} \left(\frac{\omega^2}{\omega_{LC}^2} - 1 \right). \quad (10)$$

显然, 它们满足弹性散射的条件为 $|r_1|^2 + |t_1|^2 = 1$. 图 2(b) 给出了传输线中串联嵌入 LC 回路对微波光子的弹性散射的透射和反射特性. 从图中可见,

当入射光子的频率与 LC 回路谐振频率相等时, 微波光子被全部反射, 反射光子与入射光子反相. 所以, 串联嵌入传输线的 LC 回路可作为一个微波带阻滤波器使用^[21], 选择性地反射与其谐振的微波光子信号.

2.2 并联嵌入 LC 回路

作为对比, 下面讨论线性 LC 回路以另一种方式, 即并联方式嵌入传输线时传输线中传输微波光子的弹性散射行为. 同样, 在连续极限下将 LC 回路看作是传输线中微波光子的点状散射源. 这时, 系统的等效电路应由图 2(a) 改变为如图 3(a) 所示的等效电路, 从而 LC 回路和两侧传输线中的耦合项可由如下的拉格朗日量表示^[2]:

$$L_c = -\frac{(\phi(0, t) - \phi_j)^2}{2\Delta x L_0} - \frac{(\phi_{j+1} - \phi(0, t))^2}{2\Delta x L_0}. \quad (11)$$

所以, 在 $x=0$ 处并联嵌入一个线性 LC 回路的传输线系统, 可由拉格朗日量 $L_2 = L_{TL} + L_{LC} + L_c$ 描述.

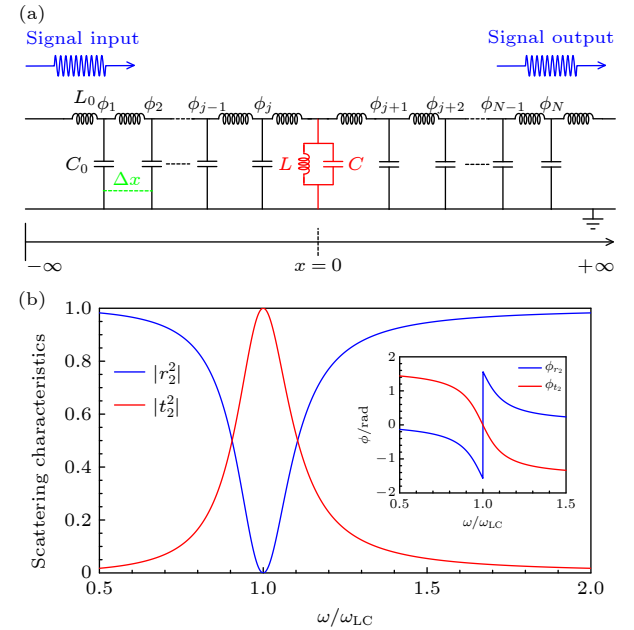


图 3 (a) 无限长传输线中并联嵌入 LC 回路等效电路模型示意图; (b) 并联嵌入线性 LC 回路对微波光子的弹性散射的反射谱和透射谱, 内嵌图为与之对应的相移谱. 这里, 相关参数设置为 $Z_0/Z_{LC} = 10$

Fig. 3. (a) Schematic diagram of the equivalent circuit model of a linear LC loop parallelly embedded in an infinitely long transmission line; (b) the reflection and transmission spectra of microwave photons elastically scattered by the parallel-embedded linear LC loop, with the inset showing the corresponding phase shift spectrum. Here, the relevant parameters are set as $Z_0/Z_{LC} = 10$.

将其代入欧拉-拉格朗日方程, 即可得到散射点处的电流边界条件:

$$-\frac{\partial_x \phi(0_-, t)}{L_0} = C\ddot{\phi}(0, t) + \frac{\phi(0, t)}{L} - \frac{\partial_x \phi(0_+, t)}{L_0}, \quad (12)$$

(12) 式表明 LC 回路输入电流应等于流过电容 C 、电感 L 及流出电流的三者之和. 将光子散射波的一般表达式 (1) 式代入 (12) 式可以得到:

$$(ikL + \omega^2 LL_0 C - L_0)r_2 + ikLt_2 = ikL - \omega^2 LL_0 C + L_0. \quad (13)$$

同时, 利用该散射节点处的通量连续性条件 $\phi(0, t) = \phi(0_-, t) = \phi(0_+, t)$, 将 (1) 式代入可得:

$$1 + r_2 = t_2, \quad (14)$$

联立 (13) 式与 (14) 式, 便可得到传输线中传播的微波光子在受到并联嵌入 LC 回路的弹性散射后, 其反射的概率幅 r_2 和反射相移 ϕ_{r_2} 分别为

$$r_2 = \frac{\frac{i}{2} \frac{\omega_{LC}}{\omega} \frac{Z_0}{Z_{LC}} \left(\frac{\omega^2}{\omega_{LC}^2} - 1 \right)}{1 + \frac{i}{2} \frac{\omega_{LC}}{\omega} \frac{Z_0}{Z_{LC}} \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_{LC}^2} \right)},$$

$$\phi_{r_2} = -\arctan \left[\frac{1}{2} \frac{\omega_{LC}}{\omega} \frac{Z_0}{Z_{LC}} \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_{LC}^2} \right) \right]^{-1}. \quad (15)$$

对应地, 微波光子的透射概率幅 t_2 和透射相移 ϕ_{t_2} 分别为

$$t_2 = \frac{1}{1 + \frac{i}{2} \frac{\omega_{LC}}{\omega} \frac{Z_0}{Z_{LC}} \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_{LC}^2} \right)},$$

$$\phi_{t_2} = \arctan \left[\frac{1}{2} \frac{\omega_{LC}}{\omega} \frac{Z_0}{Z_{LC}} \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_{LC}^2} \right) \right]. \quad (16)$$

因而, 反射系数 $|r_2|^2$ 和透射系数 $|t_2|^2$ 可表示为

$$|r_2|^2 = \frac{a^4 + 4a^2}{(a^2 + 4)^2}, \quad |t_2|^2 = \frac{4a^2 + 16}{(a^2 + 4)^2}. \quad (17)$$

它们同样满足弹性散射条件 $|r_2|^2 + |t_2|^2 = 1$. 图 3(b) 给出了并联嵌入 LC 回路时微波光子的弹性散射谱. 由图可见, 其散射特性与串联嵌入 LC 回路的情形几乎相反, 即在共振情况下微波光子被完全透射. 这说明, 并联嵌入传输线的线性 LC 回路可作为一个微波带通滤波器使用^[17].

在补充材料 (online) 中, 我们利用标准的微波传输线理论, 重新推导了线性 LC 回路在两种不同嵌入模型下的微波光子弹性散射系数, 结果与上述从方程 (1) 出发的实空间平面波散射处理方法结果一致. 所以, 为方便处理微波单光子受空间中可

能不止一个节点弹性散射的问题, 下文中都采用散射波一般解 (1) 式的形式, 即实空间中平面波散射方法, 来处理非线性微波器件如典型的约瑟夫森结器件和多物理场耦合系统^[22] 等对微波光子的弹性散射, 以获得更丰富的微波光子散射信息.

3 非线性约瑟夫森结器件对微波光子传输特性的调控

物理上, 约瑟夫森结可看作是一个由非线性约瑟夫森电感 L_J 与电容 C_J 并联而成的非线性 LC 回路; 而 DC-SQUID 则是由两个约瑟夫森结并联组成的超导环路, 当环路中穿过的磁通量发生变化时, DC-SQUID 的临界电流会周期性变化, 进而可以调节器件的物理参数. 约瑟夫森结作为典型的非线性超导电子器件, 可应用于实现微波频率转换、微波光子振幅和相位的调制甚至微波光子的吸收和发射等, 因而是实现微波光子量子调控的主要单元器件之一, 已广泛应用于固态量子计算^[3]、微波量子通信^[23] 和微波量子网络^[24] 的研究中. 本节将讨论传输线中传输的微波光子如何通过所嵌入约瑟夫森结器件的弹性散射来进行传输特性的调控.

3.1 不同散射模型下微波光子的约瑟夫森结弹性散射

Zueco 等^[9] 首先讨论了单个约瑟夫森结对微波光子的散射效应. 为研究单个约瑟夫森结作为散射体时对微波光子的散射特性, 讨论了如图 4 所示的两种不同嵌入模型. 在串联嵌入的情况下, 整个系统的拉格朗日量 L_3 由传输线与约瑟夫森结的拉格朗日量所组成: $L_3 = L_{TL} + L_{JJ}$. 约瑟夫森结的拉格朗日量 L_{JJ} 可表示为^[9,19]

$$L_{JJ} = \frac{1}{2} C_J \dot{\phi}_s^2 + E_J \cos \left(\frac{2\pi}{\Phi_0} \phi_s \right), \quad (18)$$

其中, $\phi_s = \Phi_0 \varphi / 2\pi$ 为约瑟夫森结处的通量, φ 为约瑟夫森结超导体之间的相位差, $\Phi_0 = h/2e$ 为磁通量子, $E_J = I_c \Phi_0 / 2\pi$ 为约瑟夫森能, I_c 为约瑟夫森结的临界电流. 由于约瑟夫森结的厚度为纳米级, 远小于传输线中传输微波的波长, 所以可自然地将其作为一个对微波光子散射的点状散射体, 穿过结的总通量可表示为 $\phi_s = \phi(0_-, t) - \phi(0_+, t)$. 由这一串联嵌入约瑟夫森结传输线系统的拉格朗日

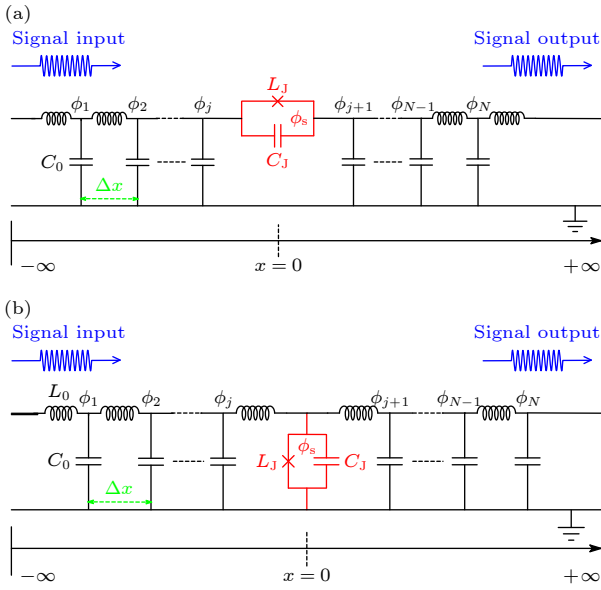


图 4 单个约瑟夫森结作为散射体时不同嵌入等效电路模型示意图 (a) 串联嵌入; (b) 并联嵌入

Fig. 4. Schematic diagrams of different embedded equivalent circuit models of a single Josephson junction as the scatterer: (a) Series embedding; (b) parallel embedding.

量 L_3 所对应的欧拉-拉格朗日方程, 可推导出约瑟夫森结与左边传输线的通量连接方程:

$$\Delta x C_0 \ddot{\phi}_j + C_J (\ddot{\phi}_j - \ddot{\phi}_{j+1}) + \frac{\phi_j - \phi_{j-1}}{\Delta x L_0} + E_J \frac{2\pi}{\Phi_0} \sin \left[\frac{2\pi}{\Phi_0} (\phi_j - \phi_{j+1}) \right] = 0, \quad (19)$$

以及其与右边传输线的通量连接方程:

$$\Delta x C_0 \ddot{\phi}_{j+1} - C_J (\ddot{\phi}_j - \ddot{\phi}_{j+1}) - \frac{\phi_{j+2} - \phi_{j+1}}{\Delta x L_0} - E_J \frac{2\pi}{\Phi_0} \sin \left[\frac{2\pi}{\Phi_0} (\phi_j - \phi_{j+1}) \right] = 0. \quad (20)$$

根据第 2 节的连续体条件, 联立 (19) 式和 (20) 式可得到约瑟夫森结处的边界条件为

$$\begin{aligned} -\frac{1}{L_0} \phi(0_-, t) &= C_J \ddot{\phi}_s + I_c \sin \left(\frac{2\pi}{\Phi_0} \phi_s \right) \\ &= -\frac{1}{L_0} \phi(0_+, t). \end{aligned} \quad (21)$$

对 (21) 式的求解是一个复杂的非线性问题. 在弱微波传输的情况下, 采用线性近似^[2,9,25], 即 $\sin(2\pi\phi_s/\Phi_0) \cong 2\pi\phi_s/\Phi_0$, 可将 (21) 式简化为

$$-\frac{1}{L_0} \phi_x(0_-, t) = C_J \ddot{\phi}_s + \frac{\phi_s}{L_J} = -\frac{1}{L_0} \phi_x(0_+, t), \quad (22)$$

其中 $L_J = \Phi_0/[2\pi I_c \cos(2\pi\phi_s/\Phi_0)]$ 为约瑟夫森结电感. 利用电流连续性条件可得 $r_3 + t_3 = 1$, 再联立

(1) 式与 (22) 式可得到约瑟夫森结串联嵌入到传输线中对微波光子的反射概率幅 r_3 及其相移 ϕ_{r_3} 为

$$\begin{aligned} r_3 &= \frac{1}{1 + 2i \frac{\omega_J}{\omega} \frac{Z_0}{Z_J} \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_J^2} \right)}, \\ \phi_{r_3} &= \arctan \left[2 \frac{\omega_J}{\omega} \frac{Z_0}{Z_J} \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_J^2} \right) \right], \end{aligned} \quad (23)$$

其中 $Z_J = \sqrt{L_J/C_J}$ 为约瑟夫森结特征阻抗, $\omega_J = \sqrt{2\pi I_c / \Phi_0 C_J}$ 为约瑟夫森结等离子体频率. 对应的透射概率幅 t_3 及其相移 ϕ_{t_3} 为

$$\begin{aligned} t_3 &= \frac{2i \frac{\omega_J}{\omega} \frac{Z_0}{Z_J} \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_J^2} \right)}{1 + 2i \frac{\omega_J}{\omega} \frac{Z_0}{Z_J} \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_J^2} \right)}, \\ \phi_{t_3} &= -\arctan \left[2 \frac{\omega_J}{\omega} \frac{Z_0}{Z_J} \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_J^2} \right) \right]^{-1}. \end{aligned} \quad (24)$$

然而在文献 [15,16] 中, 传输线中的约瑟夫森结则用完全不同的并联嵌入等效电路模型来描述. 对于图 4(b) 所示的并联嵌入约瑟夫森结等效电路, 系统的拉格朗日量 L_4 需改写为

$$L_4 = L_{TL} + L_{JJ} - \frac{(\phi_s - \phi_j)^2}{2\Delta x L_0} - \frac{(\phi_{j+1} - \phi_s)^2}{2\Delta x L_0}, \quad (25)$$

在连续体条件下, 同样可由欧拉-拉格朗日方程写出约瑟夫森结所在节点处的边界条件:

$$C_J \ddot{\phi}_s + \frac{\phi_x(0_-, t) - \phi_x(0_+, t)}{L_0} + \frac{\phi_s}{L_J} = 0, \quad (26)$$

及通量连续性条件 $\phi_s = \phi(0_-, t) = \phi(0_+, t)$. 联立 (1) 式与 (26) 式, 即可解出约瑟夫森结并联嵌入传输线时, 对微波光子的反射概率幅 r_4 及其相移 ϕ_{r_4} :

$$\begin{aligned} r_4 &= \frac{\frac{i}{2} \frac{\omega_J}{\omega} \frac{Z_0}{Z_J} \left(\frac{\omega^2}{\omega_J^2} - 1 \right)}{1 + \frac{i}{2} \frac{\omega_J}{\omega} \frac{Z_0}{Z_J} \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_J^2} \right)}, \\ \phi_{r_4} &= -\arctan \left[\frac{1}{2} \frac{\omega_J}{\omega} \frac{Z_0}{Z_J} \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_J^2} \right) \right]^{-1}; \end{aligned} \quad (27)$$

透射概率幅 t_4 及其相移 ϕ_{t_4} :

$$\begin{aligned} t_4 &= \frac{1}{1 + \frac{i}{2} \frac{\omega_J}{\omega} \frac{Z_0}{Z_J} \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_J^2} \right)}, \\ \phi_{t_4} &= \arctan \left[\frac{1}{2} \frac{\omega_J}{\omega} \frac{Z_0}{Z_J} \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_J^2} \right) \right]. \end{aligned} \quad (28)$$

图 5 比较了串联嵌入等效电路模型和并联嵌入等效电路模型所预言的不同透射谱. 约瑟夫森结

的参数取为 $\omega_J/2\pi = 2.595$ GHz 和 $Z_J/Z_0 = 9.1178$. 可以看出, 同一个约瑟夫森结的不同嵌入等效电路模型会导致完全不同的散射行为. 当微波光子频率与约瑟夫森结等离子体频率相等时, 对串联嵌入模型来说, 微波光子是全反射的^[9]; 而对并联嵌入模型来说, 微波光子则是全透射的. 显然, 器件的实际功效不应该取决于其所描述的模型, 因而嵌入传输线中的约瑟夫森结的两种不同电路模型描述所给出的几乎完全相反的微波光子透射预言, 只能有一个是物理上正确的. 由于在传输线上嵌入一系列的约瑟夫森结是实现微波行波参量放大的重要手段^[26], 而且在传输线中嵌入约瑟夫森结还是构建微波腔的主要途径^[27]. 因此, 对嵌入传输线中的约瑟夫森结给出正确的等效电路模型, 对设计和实验实现这些微波光子功能性调控器件至关重要.

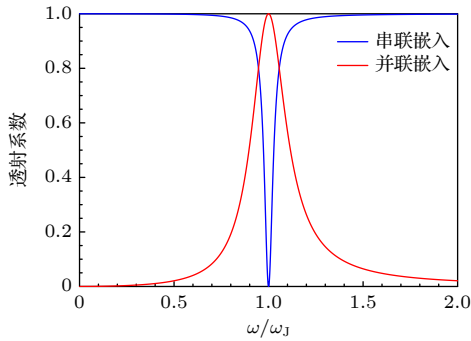


图 5 不同嵌入模型下约瑟夫森结的微波光子弹性散射透射谱

Fig. 5. Transmission spectra of microwave photons elastically scattered by a Josephson junction with different embedded models.

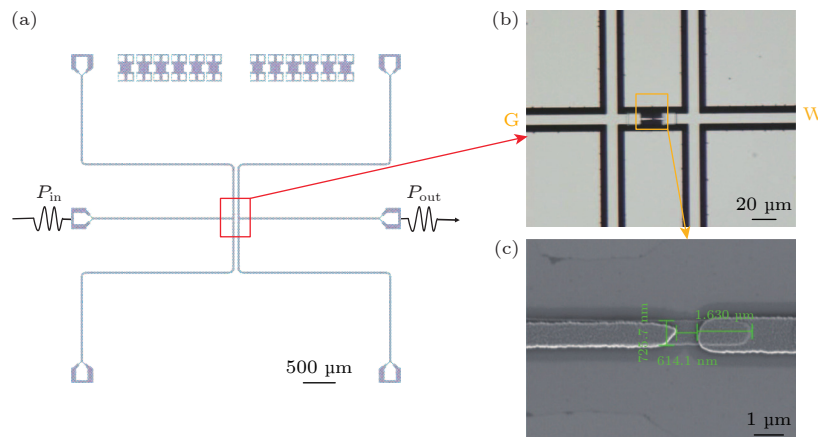


图 6 约瑟夫森结嵌入共面波导传输线的器件实物图^[25] (a) 器件电路实物图, 红框处为约瑟夫森结; (b) 红框处放大的显微镜图像; (c) 橙框处放大的扫描电子显微镜图像, 结区面积为 $1.26 \mu\text{m}^2$

Fig. 6. Physical image of the device with a Josephson junction embedded in a coplanar waveguide transmission^[25]: (a) Physical image of the device circuit, with the Josephson junction marked by the red box; (b) the magnified microscopic image of the red box area; (c) the magnified scanning electron microscope image of the orange box area, where the junction area is $1.26 \mu\text{m}^2$.

3.2 微波光子的约瑟夫森结弹性散射实验测量

为验证约瑟夫森结两种嵌入模型的物理正确性, 我们制备了在共面波导传输线中嵌入单个约瑟夫森结的器件来进行实验验证. 实验数据主要来源于课题组先前发表的研究成果^[25]. 器件制备于 $400 \mu\text{m}$ 厚的蓝宝石衬底上, 在高真空环境下 (约 10^{-6} Pa), 利用电子束蒸发镀膜技术在蓝宝石衬底上沉积 100 nm 的铝膜, 再利用激光直写光刻工艺和湿法刻蚀工艺来制备器件的底电极以及约瑟夫森结所需的“Dolan Bridge”结构. 最后再用两次电子束蒸发斜角度镀膜和氧化工艺来制备 Al/ AlO_x /Al 结构的约瑟夫森结, 制备的器件在显微镜观察下的照片如图 6 所示. 图 6(a) 是器件的整体实物显微镜图像, 其中红框区域为约瑟夫森结所在位置. 实验中低功率微波信号从中间传输线左端口输入, 经约瑟夫森结散射后从右端口输出, 且约瑟夫森结上下两侧设有 4 个测量端口, 用于约瑟夫森结 $I-V$ 特性曲线与跳变电流统计分布测量. 图 6(b) 是红框处约瑟夫森结所在位置的显微镜放大图像. 图中, 传输线的宽度 W 与其与接地面之间的距离 G 分别设置为 $10 \mu\text{m}$ 和 $5 \mu\text{m}$, 以实现与外部微波器件的 $Z_0 \approx 50 \Omega$ 的波阻抗匹配. 通过高分辨率的扫描电子显微镜 (SEM) 成像技术, 图 6(c) 展示了更高放大倍数下的约瑟夫森结的精细结构特征.

在 50 mK 的低温环境下, 对所制备的器件进行了测试. 为了确定器件的物理参数, 利用四端子法对器件的 I - V 特性曲线和跳变电流统计分布曲线进行了测量. 基于参数可调节的 RCSJ 模型仿真^[28], 对实验中测得的数据进行拟合分析, 从而提取出约瑟夫森结的临界电流 $I_c = 0.979 \mu\text{A}$ 以及器件的有效电容 $C_j = 11.18 \text{ pF}$, 具体过程可参见文献^[25]. 由此可得到该器件的谐振频率 $\omega_j/2\pi = 2.595 \text{ GHz}$ 以及结的特征阻抗 $Z_j = 5.4837 \Omega$. 在确定器件的物理参数后, 接下来使用矢量网络分析仪 (VNA) 对器件的微波散射特性进行测量, 以验证第 2 节中两种等效电路模型所预言的完全相反的散射结果. 在矢量网络分析仪扫频模式下, 低功率驱动下的约瑟夫森结传输线中微波光子的透射系数 $|t|^2$ 可由传输系数 S_{21} 直接测量. 在驱动微波的功率为 $P = -80 \text{ dBm}$ (低激励极限下) 时, 嵌入传输线中的约瑟夫森结对微波光子的散射特性如图 7 所示.

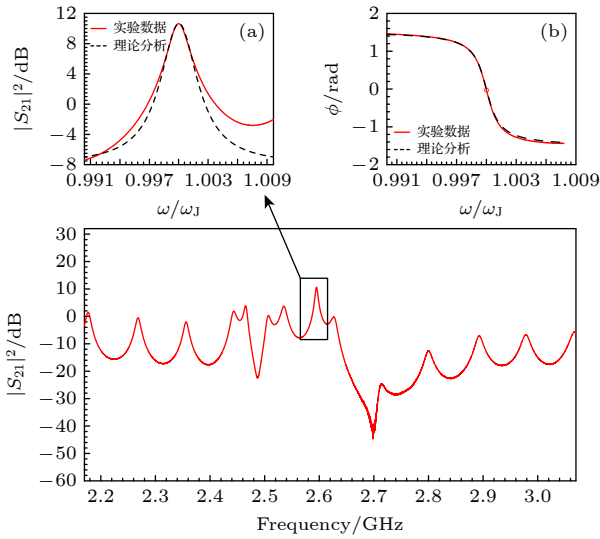


图 7 嵌入共面波导传输线中的单个约瑟夫森结对微波光子的散射特性^[25]. 插图 (a) 中红色代表实验测量的约瑟夫森结对微波光子形成的透射谱, 即黑框处放大图像, 而黑色代表约瑟夫森结并联嵌入模型下的理论分析结果; 插图 (b) 为插图 (a) 对应的相移谱

Fig. 7. Scattering characteristics of microwave photons by a single Josephson junction embedded in a coplanar waveguide transmission line^[25]. In inset (a), the red curve represents the experimentally measured transmission spectrum of microwave photons formed by the Josephson junction. Specifically, it is the magnified image within the black box. The black curve, on the other hand, represents the theoretical analysis results based on the model where the Josephson junction is embedded in parallel. Inset (b) shows the corresponding phase - shift spectrum of inset (a).

根据我们对约瑟夫森结物理参数标定得到的等离子体频率值可知, 图 7 黑框处即为本文所制备的约瑟夫森结对微波光子的散射特性, 其放大的图像如插图 (a) 所示. 从图中可以清晰观察到, 约瑟夫森结在低功率驱动下对微波光子形成了向上的透射峰, 类似于二分之一波长谐振器, 谐振峰频率精准地出现在 2.5949 GHz 处, 且在谐振频点处反相. 测量的结果与约瑟夫森结并联嵌入传输线对微波光子散射特性的理论预测可以很好地吻合. 这表明在弹性散射区内, 嵌入传输线中的约瑟夫森结应改用并联嵌入电路模型描述, 而不是由串联嵌入电路模型描述^[9]. 值得注意的是, 图 7(a) 中实验结果与理论预测的标准洛伦兹峰存在一定的偏差, 这种偏离在实际的谱测量中是常见的, 因为理论计算的是理想的散射模型; 而在实际的实验过程中, 所制备的器件可能受到其他复杂物理耦合机制的影响, 或者存在微波光子多次散射等情况, 这些因素都可能导致实验结果与理论预测之间出现偏离. 当然, 这种偏离并不影响理论预测的主要结论.

4 基于 DC-SQUID 微波光子弹性散射的旁路电流调控

上面的实验测量结果, 证实了传输线中嵌入约瑟夫森结的并联嵌入模型的正确性. 作为这一实验结果的直接应用, 本节讨论如何利用 DC-SQUID 来调控微波光子的弹性散射传输系数. 考虑图 8 所示的 DC-SQUID 嵌入传输线中的双结并联等效电路模型, 讨论如何通过旁路磁通偏置电流的调节来实现基于 DC-SQUID 的微波光子传输调控. 图 8 中, 在 DC-SQUID 旁路通上一个产生调制磁通的偏置电流. 通过调节旁路磁通偏置的电流大小,

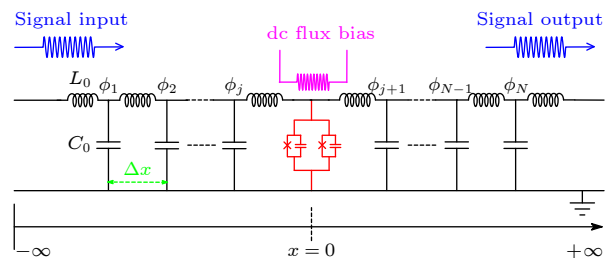


图 8 无限长传输线中并联嵌入 DC-SQUID 等效电路模型示意图, 紫色为磁通偏置线

Fig. 8. Schematic diagram of the equivalent circuit model of DC-SQUID parallelly embedded in an infinitely long transmission line, wherein the purple refers to its flux bias.

可对通过超导环内的磁通量进行动态调控, 因而 DC-SQUID 作为微波光子的散射体, 其等离子体频率是可调的. 显然, 双结 DC-SQUID 系统的拉格朗日量可写为^[2]

$$L_{\text{DC-SQUID}} = \sum_{i=1,2} \left[\frac{\Phi_0^2 (C_{J,i}/2)}{2(2\pi)^2} \dot{\varphi}_{s,i}^2 + E_{J,i} \cos \varphi_{s,i} \right], \quad (29)$$

其中 $C_{J,i}/2$, $\varphi_{s,i}$, $E_{J,i}$ 和 $I_{c,i}$ 分别为 DC-SQUID 超导环内两个约瑟夫森结的电容、超导体之间的相位差、约瑟夫森能以及临界电流. 根据超导环路的磁通量子化条件可得:

$$\varphi_{s,2} - \varphi_{s,1} = 2n\pi + \frac{2\pi\Phi}{\Phi_0}, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (30)$$

其中 Φ 为超导回路中的磁通量, 它由外部磁通 Φ_{ext} 与超导回路中环电流 I_{cir} 产生的磁通叠加而来, 即 $\Phi = \Phi_{\text{ext}} + L_{\text{cir}} I_{\text{cir}}$, 由于超导环路电感 L_{cir} 较小, 它所产生的磁通相对于外部磁通可以忽略不计. DC-SQUID 超导体间相位差定义为 $\varphi_{s,0} = (\varphi_{s,1} + \varphi_{s,2})/2$. 如果 DC-SQUID 的两个约瑟夫森结有相同的临界电流和相同的结电容^[29], 即 $I_{c,1} = I_{c,2} = I_{c,0}$, $C_{J,1}/2 = C_{J,2}/2 = C_{J_s}/2$, 那么流经 DC-SQUID 的电流可表示为

$$\begin{aligned} I &= I_{c,1} \sin \varphi_{s,1} + I_{c,2} \sin \varphi_{s,2} \\ &= 2I_{c,0} \left| \cos \left(\frac{\pi\Phi_{\text{ext}}}{\Phi_0} \right) \right| \sin \varphi_{s,0}. \end{aligned} \quad (31)$$

所以, 它实际上可以看作是一个临界电流为 $I_{c_s} = 2I_{c,0} |\cos(\pi\Phi_{\text{ext}}/\Phi_0)|$ 的单结, 只是其临界电流受外部磁通的调制. 同理, 受外部磁通调制的 DC-SQUID 电感可表示为

$$L_{J_s} = \frac{\Phi_0}{4\pi I_{c,0} \left| \cos \left(\frac{\pi\Phi_{\text{ext}}}{\Phi_0} \right) \right| \cos \frac{2\pi\phi_{s,0}}{\Phi_0}}, \quad (32)$$

其中 $\phi_{s,0} = \Phi_0 \varphi_{s,0}/2\pi$ 为 DC-SQUID 处的通量. 也就是说, DC-SQUID 的拉格朗日量可改写为

$$L_{\text{DC-SQUID}} = \frac{1}{2} C_{J_s} \dot{\phi}_{s,0}^2 + E_{J_s} \cos \left(\frac{2\pi}{\Phi_0} \phi_{s,0} \right), \quad (33)$$

其中 $E_{J_s} = I_{c_s} \Phi_0/2\pi$ 是 DC-SQUID 的有效约瑟夫森能. 所以 DC-SQUID 对微波光子的弹性散射等价于上节中所讨论的单个约瑟夫森结情形, 只是其电感和临界电流可通过外部磁通偏置来进行调节罢了. 按照第 3 节的方法, 可以推导出 DC-SQUID 并联嵌入传输线时对微波光子的透射概率幅 t_5 及

其相移 ϕ_{t_5} 为

$$\begin{aligned} t_5 &= \frac{1}{1 + \frac{i\omega_{J_0}}{2} \frac{Z_0}{Z_{J_0}} \left(\left| \cos \left(\frac{\pi\Phi_{\text{ext}}}{\Phi_0} \right) \right| - \frac{\omega^2}{\omega_{J_0}^2} \right)}, \\ \phi_{t_5} &= \arctan \left[\frac{1}{2} \frac{\omega_{J_0}}{\omega} \frac{Z_0}{Z_{J_0}} \left(\left| \cos \left(\frac{\pi\Phi_{\text{ext}}}{\Phi_0} \right) \right| - \frac{\omega^2}{\omega_{J_0}^2} \right) \right], \end{aligned} \quad (34)$$

其中 $\omega_{J_0} = \sqrt{1/L_{J_0} C_{J_s}}$; $Z_{J_0} = \sqrt{L_{J_0}/C_{J_s}}$; ω_{J_0} , Z_{J_0} 和 L_{J_0} 为 DC-SQUID 外部磁通 Φ_{ext} 为 0 时的等离子体频率、特征阻抗和电感. 其透射系数可表示为

$$\begin{aligned} |t_5|^2 &= \frac{4a_1^2 + 16}{(a_1^2 + 4)^2}, \\ a_1 &= \frac{\omega_{J_0}}{\omega} \frac{Z_0}{Z_{J_0}} \left[\frac{\omega^2}{\omega_{J_0}^2} - \left| \cos \left(\frac{\pi\Phi_{\text{ext}}}{\Phi_0} \right) \right| \right]. \end{aligned} \quad (35)$$

相应地, 反射系数和反射相移可表示为 $|r_5|^2 = 1 - |t_5|^2$, $\tan \phi_{r_5} = -1/\tan \phi_{t_5}$.

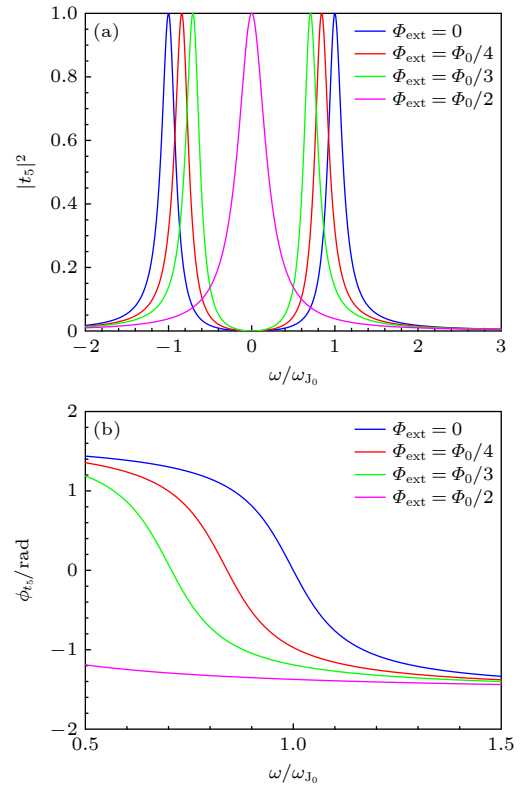


图 9 不同磁通偏置下, 并联嵌入 DC-SQUID 对微波光子弹性散射的透射谱及其相移谱. 相关参数设置为 $Z_0/Z_{J_0} = 10$ (a) 透射谱; (b) 透射相移谱

Fig. 9. The transmission spectra and phase shift spectra of microwave photons elastically scattered by the parallel-embedded DC-SQUID under different magnetic flux biases. The relevant parameters are set as $Z_0/Z_{J_0} = 10$. (a) Transmission spectrum; (b) transmission phase shift spectrum.

当 DC-SQUID 的其他参数保持不变时, 根据透射系数及其相移的表达式可知, 它们是受外部磁通调制的周期函数, 周期为一个标准磁通量子 Φ_0 . 鉴于三角函数 $|\cos(\pi\Phi_{\text{ext}}/\Phi_0)|$ 具有明显的轴对称周期性, 图 9 给出了半个周期内 DC-SQUID 对微波光子的透射特性随外部磁通的变化情况. 图中, DC-SQUID 在并联嵌入时, 共振条件下将微波光子全部透射. 此外, 当外部磁通在 $0-0.5\Phi_0$ 范围内变化时, 发生共振行为时的微波光子频率随外部磁通增大而减小, 共振频点偏移为

$$\Delta\omega = \frac{1 - \sqrt{\left| \cos\left(\frac{\pi\Phi_{\text{ext}}}{\Phi_0}\right) \right|}}{\sqrt{L_{J_0}C_{J_s}}}. \quad (36)$$

因此, 利用 DC-SQUID 的旁路电流来调制磁通, 可非常灵活地调节微波光子的反射与透射特性. 这对构建选择开关的微波量子网络信息传输、实现不通过本征频率量子比特间的相干交换、高效量子态复用乃至纠缠分发, 都有重要意义^[30-32].

5 结 论

本文基于文献中对同一器件嵌入传输线的不同电路模型描述, 从 LC 回路对微波光子弹性散射特性的基础理论出发, 采用实空间法系统分析了单个约瑟夫森结在串联与并联两种嵌入模型下不同的微波光子弹性散射行为; 通过单个约瑟夫森结嵌入传输线的微波光子散射实验, 证明了并联嵌入模型的正确性. 从而基于并联嵌入模型研究了 DC-SQUID 旁路磁通调制微波光子散射特性. 本文的研究可为构建基于弹性散射节点调制的微波量子网络提供依据.

值得指出的是, 约瑟夫森结本身是一个非线性器件, 但就本文讨论的微波光子弹性散射问题而言, 结论仅适用于低功率驱动下的线性近似情况. 对大功率的微波信号传输来说, 非弹性散射可导致各种传输边带的产生, 情况就变得较为复杂. 此外, 本文所预言的 DC-SQUID 旁路电流磁通对微波光子弹性散射的调控特性, 尚需通过相应的实验测量来验证.

参考文献

[1] Wei S, Jing B, Zhang X, Liao J, Yuan C, Fan B, Lü C, Zhou D, Wang Y, Deng G, Song H, Oblak D, Guo G, Zhou Q 2022 *Laser Photonics Rev.* **16** 2100219

[2] Wallquist M, Shumeiko V S, Wendin G 2006 *Phys. Rev. B* **74** 224506

[3] Devoret M H, Schoelkopf R J 2013 *Science* **339** 1169

[4] Bautista-Salvador A, Zarantonello G, Hahn H, Preciado-Grijalva A, Morgner J, Wahnschaffe M, Ospelkaus C 2019 *New J. Phys.* **21** 043011

[5] Shlussarenko S, Pryde G J 2019 *Appl. Phys. Rev.* **6** 041303

[6] Blais A, Grimsmo A L, Girvin S M, Wallraff A 2021 *Rev. Mod. Phys.* **93** 025005

[7] Tseng P, Chen L, Shiu J S, Chen Y 2024 *Phys. Rev. A* **109** 043716

[8] Ma S, Zhu C, Quan D, Nie M 2022 *Entropy* **24** 794

[9] Zueco D, Mazo J J, Solano E, García-Ripoll J J 2012 *Phys. Rev. B* **86** 024503

[10] He S, He Q, Wei L 2021 *Opt. Express* **29** 43148

[11] Bi Y, Huang L, Li X, Wang Y 2021 *Front. Optoelectron.* **14** 154

[12] Astafiev O, Zagoskin A M, Abdumalikov A A, Pashkin Y A, Yamamoto T, Inomata K, Nakamura Y, Tsai J S 2010 *Science* **327** 840

[13] Jain V, Kurilovich V D, Dahmani Y D, Lei C U, Mason D, Yoon T, Rakich P T, Glazman L I, Schoelkopf R J 2023 *Phys. Rev. Appl.* **20** 014018

[14] Abdumalikov A A, Astafiev O, Zagoskin A M, Pashkin Y A, Nakamura Y, Tsai J S 2010 *Phys. Rev. Lett.* **104** 193601

[15] Soloviev I I, Klenov N V, Bakurskiy S V, Kupriyanov M Y, Gudkov A L, Sidorenko A S 2017 *Beilstein J. Nanotechnol.* **8** 2689

[16] Feldhoff F, Toepfer H 2021 *IEEE Trans. Appl. Supercond.* **31** 1

[17] Rabbi K, Athukorala L, Panagamuwa C, Vardaxoglou J C, Budimir D 2013 *Microw. Opt. Technol. Lett.* **55** 1331

[18] Taris T, Kraimia H, Belot D, Deval Y 2015 *J. Low Power Electron. Appl.* **5** 274

[19] Bourassa J, Beaudoin F, Gambetta J M, Blais A 2012 *Phys. Rev. A* **86** 013814

[20] Clemente-Gallardo J, Scherpen J 2003 *IEEE Trans. Circuits Syst.* **50** 1359

[21] Aldrigo M, Zappelli L, Cismaru A, et al. 2023 *J. Comput. Electron.* **22** 1031

[22] Li J, Zhu X, Shen C, Peng X, Cummer S A 2019 *Phys. Rev. B* **100** 144311

[23] Krantz P, Kjaergaard M, Yan F, Orlando T P, Gustavsson S, Oliver W D 2019 *Appl. Phys. Rev.* **6** 021318

[24] Campagne-Ibarcq P, Zaly-Geller E, Narla A, Shankar S, Reinhold P, Burkhardt L, Axline C, Pfaff W, Frunzio L, Schoelkopf R J, Devoret M H 2018 *Phys. Rev. Lett.* **120** 200501

[25] Ouyang P, He S, Wang Y, Chai Y, He J, Chang H, Wei L 2024 *Phys. Rev. Res.* **6** 013236

[26] Erickson R P, Pappas D P 2017 *Phys. Rev. B* **95** 104506

[27] Zueco D, Fernández-Juez C, Yago J, Naether U, Peropadre B, García-Ripoll J J, Mazo J J 2013 *Supercond. Sci. Technol.* **26** 074006

[28] Han J G, Ouyang P H, Li E P, Wang Y W, Wei L F 2021 *Acta Phys. Sin.* **70** 170304 (in Chinese) [韩金舸, 欧阳鹏辉, 李恩平, 王轶文, 韦联福 2021 物理学报 **70** 170304]

[29] Zheng D N 2021 *Acta Phys. Sin.* **70** 018502 (in Chinese) [郑东宁 2021 物理学报 **70** 018502]

[30] Castro C, Araújo M R, Cruz C 2021 *Phys. Scr.* **96** 105101

[31] Hua M, Tao M, Deng F 2016 *Sci. Rep.* **6** 22037

[32] Leung N, Lu Y, Chakram S, Naik R K, Earnest N, Ma R, Jacobs K, Cleland A N, Schuster D I 2019 *npj Quantum Inf.* **5** 18

Control of microwave photon transmissions in microwave quantum networks by elastic scattering*

MA Jun^{1) #} OUYANG Penghui^{1) #} CHAI Yaqiang¹⁾

JIANG Qingquan²⁾ HE Qing³⁾ WEI Lianfu^{1) 2) †}

1) (*Quantum Information Technology Laboratory, School of Information Science and Technology, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China*)

2) (*School of Physics and Astronomy, China West Normal University, Nanchong 637002, China*)

3) (*Institute of Electronic Engineering, China Academy of Engineering Physics, Mianyang 621900, China*)

(Received 27 March 2025; revised manuscript received 24 May 2025)

Abstract

Elastic scattering is one of the useful methods to control the transmission behaviors of microwave photons transporting in microwave quantum networks without energy consumption. Therefore, it is of practical significance for developing microwave quantum devices and constructing multi-node microwave quantum networks. The transmission line embedded by a single Josephson junction can be described by different circuit models (series and parallel). In this work, we first theoretically analyze the transmission characteristics of microwave photons scattered by different elastic scattering models described by series or parallel embedding models, generated by a single LC loop or a nonlinear Josephson junction device, respectively. The classical microwave transport theory predicts that the series LC loop and the parallel LC loop lead to different elastic scattering behaviors of microwave photons, i.e. the series LC circuit yields the resonant reflection and the parallel LC circuit leads alternatively to the resonant transmission. Recently, the transport properties of microwave photons scattered by a Josephson junction embedded in a transmission line have been discussed, and the results suggested that the Josephson junction embedded in the transmission line can be described by a series embedding circuit, which implies the resonant reflection. We argue here that if the Josephson junction is embedded in parallel in the transmission line, the elastically scattered microwave photons should be transmitted by resonant transmission. In order to test which of the above two different embedding circuit models yielding the completely different elastic scattering behaviors, is physically correct, we then fabricate such a device, i.e. a single Joseph junction device embedded in a transmission line, and measure its elastic scattering transmission coefficient at an extremely low temperature. The results are consistent with the expected effect of the parallel embedding circuit model, but inconsistent with the behaviors predicted by the series embedding circuit model in the literature. According to the above theoretical and experimental analyses of the elastic scattering of a single Josephson junction device, we further propose a scheme to control the elastic scattering behavior of microwave photons by modulating a DC superconducting quantum interference device with a bypass current, which can be applied to the construction of a microwave quantum network based on elastic scattering node controls.

Keywords: elastic scattering, microwave photons, Josephson junction, superconducting quantum interference device

PACS: 25.60.Bx, 42.50.-p, 03.75.Lm, 85.25.Dq

DOI: [10.7498/aps.74.20250404](https://doi.org/10.7498/aps.74.20250404)

CSTR: [32037.14.aps.74.20250404](https://cstr.cn/32037.14.aps.74.20250404)

* Project supported by the Major Research Plan of the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 2021YFA0718803), the Natural Science Foundation of Sichuan Province, China (Grant No. 2024NSFSC1431), and the Sichuan Provincial Central Fund for Local Science and Technology Development, China (Grant No. 2024ZYD0075).

These authors contributed equally.

† Corresponding author. E-mail: lfwei@swjtu.edu.cn

量子网络中基于弹性散射的微波光子传输调控

马俊 欧阳鹏辉 柴亚强 蒋青权 贺青 韦联福

Control of microwave photon transmissions in microwave quantum networks by elastic scattering

MA Jun OUYANG Penghui CHAI Yaqiang JIANG Qingquan HE Qing WEI Lianfu

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 74, 162501 (2025) DOI: 10.7498/aps.74.20250404

CSTR: 32037.14.aps.74.20250404

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.74.20250404>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

超导量子干涉器件

Superconducting quantum interference devices

物理学报. 2021, 70(1): 018502 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20202131>

温稠密物质中不同价态离子分布对X-射线弹性散射光谱计算的影响

Influence of different charge-state ion distribution on elastic X-ray scattering in warm dense matter

物理学报. 2021, 70(7): 073102 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20201483>

串联超导量子干涉器件阵列制备与测试分析

Fabrication and experimental analysis of series superconducting quantum interference device array

物理学报. 2021, 70(17): 178501 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210467>

超导约瑟夫森结物理参数的实验推算

Experimentally estimating of physical parameters of the fabricated superconducting Josephson junctions

物理学报. 2021, 70(17): 170304 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210393>

基于色散光学模型的⁴⁰Ca核子散射数据计算

Calculation of nucleon scattering on ⁴⁰Ca based on dispersive optical model

物理学报. 2023, 72(22): 222401 <https://doi.org/10.7498/aps.72.20231054>

MgO衬底上YBa₂Cu₃O₇台阶边沿型约瑟夫森结的制备及特性

Fabrication and characterization of YBa₂Cu₃O₇ step-edge Josephson junctions on MgO substrate for high-temperature superconducting quantum interference devices

物理学报. 2021, 70(3): 037401 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20201291>