

Universidade de São Paulo
Instituto de Física

**Cenários Unificados para a Expansão Acelerada
do Universo**

Leila Lobato Graef

Orientador: Prof. Dr. José Ademir Sales de Lima

Tese de doutorado apresentada ao Instituto de Física da Universidade de São Paulo para a obtenção do título de Doutor em Ciências.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. José Ademir Sales de Lima (IAG/USP)
Prof. Dr. Laerte Sodré Jr. (IAG/USP)
Prof. Dr. Paulo Teotônio Sobrinho (IF/USP)
Prof. Dr. Vilson Tonin Zanchin (UFABC)
Prof. Dr. George Emanuel Avraam Matsas (IFT/UNESP)

São Paulo
2015

Dedico esta tese à minha mãe.

Agradecimentos

Agradeço ao meu orientador, José Ademir Sales de Lima, pela sugestão do tema de pesquisa, por ter me permitido a oportunidade de realizar este trabalho e por ter me garantido a estrutura física adequada para o desenvolvimento da pesquisa.

Agradeço imensamente à minha família. Aos meus pais, que sempre me incentivaram nas mais diversas áreas e me deram todas as condições e apoio pra que eu pudesse seguir qualquer caminho que eu quisesse. Também ao Kid, meu irmão, e aos meus queridos avós, tios e primos.

À Fátima, ao Álvaro e à Ligia, minha segunda família, que além de todo suporte que me deram, tornaram meus dias em São Paulo muito mais felizes.

Ao prof. Robert Brandenberger por ter me recebido tão bem durante meus quatro meses de doutorado sanduíche na Universidade McGill e pelo incrível cuidado e atenção que tem tido com meu trabalho desde então.

Aos colaboradores D. Pavón (Espanha), S. Basilakos (Grécia) e F.E.M. Costa (Brasil), que participaram diretamente dos trabalhos aqui apresentados. Especialmente ao último por ter compartilhado conosco de grande parte de sua experiência científica.

Aos professores Vilson Zanchin, Laerte Sodré, Paulo Teotônio, George Matsas, Marcos Lima, Ivone Albuquerque e Alberto Saa, pelas contribuições que deram à esta tese.

A todo meu grupo de trabalho, especialmente aos amigos Felipe, Vinícius, Eder e David pelo apoio constante, pela amizade e pela grande contribuição que deram a esta tese. Também ao Iuri, George, Miguel e Silvio.

A todo grupo de cosmologia da Universidade McGill, com quem passei quatro ótimos meses que foram de grande aprendizado e colaboração. Especialmente ao Disrael, Jerome, Yifu, Gim Seng NG, Renato e Guilherme.

À minha querida amiga e modelo profissional Elisa, primeiramente por sua amizade e por todo apoio acadêmico e pessoal que tem me dado durante todo este tempo que foram essenciais para a realização deste trabalho.

Aos meus grandes amigos Gabi, Victor, Daniel, Sheila, Léo Jerônimo, Giga, Suzana, Yasmin, Renata, André Sena, Júlia, Will.

Aos amigos do cosmoclub do Instituto de Física, André Alencar, Lucas, Arthur, Riis, Michel, Hugo, pelas discussões, colaborações e pelos momentos bons que passamos juntos.

Aos meus professores da graduação José Leonardo e Vanessa Andrade, que muito me incentivaram na área da física.

À FAPESP pelo suporte financeiro.

Aos secretários da CPG, especialmente ao Eber e à Paula.

Por fim, agradeço especialmente ao Lipe por ter estado ao meu lado sempre, por ter me acompanhado em diversas partes do Brasil e no Canadá, em congressos, estágio de pesquisa, estando comigo todo o tempo, sempre me dando enorme apoio e suporte. Sua presença foi essencial para que eu persistisse com o doutorado.

Acknowledgments

I am grateful to my supervisor, José Ademir Sales de Lima, for the suggestion of the research topic, for providing me the opportunity to develop this work and for having granted me the proper physical structure for the project development.

I am very grateful to my family. Especially to my parents who always encouraged me in several areas and gave me all the support in order for me to follow any path I wanted. Also to my brother Kid and to my dear grandparents, uncles and cousins.

To Fátima, Álvaro and Lígia, my second family, that in addition to all the support they gave me, made my days in São Paulo much happier.

To professor Robert Brandenberger for having received me so well during my four months in McGill University and for the amazing care and attention that he has had to my work since then.

To the collaborators D. Pavón (Spain), S. Basilakos (Greece) and F.E.M. Costa (Brazil), who participated directly in the work presented here. Especially to the latter for sharing with us part of his scientific experience.

To the professors Vilson Zanchin, Laerte Sodré, Paulo Teotônio, George Matsas, Marcos Lima, Ivone Albuquerque and Alberto Saa, for the contributions they gave to this thesis.

To all my work group, especially to my friends Felipe, Vinícius, Eder and David for the constant support, the friendship and for the great contribution they made to this thesis. Also to Iuri, George, Miguel and Silvio.

To the whole McGill cosmology group, with whom I spent four great months of intense learning and collaboration. Especially to Disrael, Jerome, Yifu, Gim Seng NG, Rentato and Guilherme.

To my dear friend and professional model Elisa, first for her friendship and also for all academic and personal support she have given me during this period that was essential to this work.

To my great friends Gabi, Victor, Daniel, Sheila, Leo Jeronimo, Giga, Suzana, Yasmin, Renata, André Sena, Julia and Will.

To my friends of cosmoclub, André Alencar, Lucas, Arthur, Riis, Michel,

Hugo, for the discussions, collaborations and for the good times we spent together.

To the CPG secretaries, especially to Eber and Paula.

To my undergraduate professors José Leonardo and Vanessa Andrade for having encouraged me in the area of physic.

To FAPESP for the financial support.

Finally, I thank especially Lipe for being by my side always, for joining me in several parts of Brazil and in Canada, at conferences, research stage, etc, always giving me a huge support. His presence was essential for me to persist with the doctorate.

Resumo

Nos encontramos atualmente em um momento histórico privilegiado para a cosmologia. Na última década, o grande progresso das observações astronômicas permitiu que diversos modelos cosmológicos pudessem ser testados com grande precisão. Com uma série de resultados observacionais sendo lançados, obtivemos informações valiosas sobre a expansão acelerada do universo primitivo e a expansão acelerada atual.

Em sua essência, tais esforços observacionais buscam esclarecer algumas das questões mais fundamentais da cosmologia moderna, como a compreensão do mecanismo responsável pela aceleração do universo. Muitas perguntas estão associadas à tal questão, entre elas podemos citar: (i) Qual a natureza da substância, ou qual a origem do fenômeno, que está atualmente acelerando a expansão do universo? (ii) Por qual razão esta expansão acelerada iniciou recentemente (nos últimos 5-8 bilhões de anos), e não no passado distante ou no futuro remoto? (iii) Qual a variante inflacionária que operou no universo primitivo e qual sua conexão (se existe alguma) com o atual estágio acelerado do universo?

Em nossa compreensão, as indagações acima fazem parte dos maiores problemas da cosmologia atual. A ampla abrangência de tais questões significa que avanços em qualquer uma delas terá implicações teóricas e observacionais em outras áreas envolvendo a interface formada pela Astronomia, Cosmologia e Física de Partículas. As três questões acima estão diretamente conectadas com os objetivos do presente trabalho. Acreditamos também que seu estudo pode lançar alguma luz e melhorar nossa compreensão sobre questões mais fundamentais da física.

Neste contexto, analisamos diferentes modelos cosmológicos para a aceleração do universo à luz dos mais recentes dados observacionais de supernovas, radiação cósmica de fundo e oscilações acústicas de bárions.

Propomos, aqui, alternativas ao Modelo Padrão da Cosmologia, ao mostrar que diversos fenômenos físicos podem estar associados à expansão do universo, gerando a aceleração observada sem a necessidade de se introduzir componentes desconhecidas no universo além da matéria escura.

Além de desenvolver uma revisão crítica do Modelo Padrão, discutimos nesta tese especialmente três modelos para a expansão acelerada do universo. O primeiro deles considera a aceleração cósmica como sendo efeito da criação quântica de partículas de matéria escura, ou radiação, às custas do campo gravitacional variando continuamente com a expansão do universo. O segundo modelo considera o processo de viscosidade volumar no fluido cosmológico como sendo responsável pela aceleração. Esta viscosidade volumar se deve à perda de equilíbrio termodinâmico durante a expansão do fluido. O terceiro modelo, o modelo de decaimento do vácuo, considera como responsável pela aceleração uma energia do vácuo que decai nas outras componentes cósmicas continuamente ao longo do tempo.

Analisamos as relações existentes entre estes três modelos, além do Modelo Padrão, e as condições sob as quais os mesmos fornecem uma dinâmica equivalente para o universo. Também obtemos interessantes vínculos para os parâmetros destes modelos ao fazermos, além de uma análise observacional, uma análise teórica baseada na dinâmica e na termodinâmica associada a cada cenário. Sugerimos que estes cenários são capazes de aliviar diversos problemas conceituais do Modelo Padrão da Cosmologia.

Numa segunda etapa, mostramos que os processos físicos descritos acima podem ser responsáveis tanto pela aceleração cósmica atual, quanto pela aceleração primordial que se supõe ter ocorrido no universo antigo. Tal abordagem fornece uma descrição unificada para a evolução cosmológica. Acreditamos ser de fundamental importância que o processo que dirigiu a aceleração primordial possa ser relacionado com o mesmo responsável pela atual fase de expansão acelerada do universo. Além disto, é possível que as dificuldades que atingem a interface que une a Relatividade Geral, a Cosmologia e a Teoria Quântica de Campos possam ser amenizadas através de uma melhor compreensão do processo de criação gravitacional de partículas, do decaimento do vácuo e suas conexões com o contexto da inflação primordial.

Para comparar e vincular os modelos propostos, analisamos também o processo de formação das estruturas cosmológicas nestes modelos. Introduzimos a teoria de perturbações cosmológicas, primeiramente, através de uma análise do Modelo Padrão. A partir daí, apresentamos uma abordagem mais geral para o tratamento das perturbações chamada teoria de campo efetiva para a inflação. Neste contexto, analisamos quais previsões são obtidas ao se quebrar algumas suposições usualmente assumidas nestes modelos.

Por fim, através de uma análise do espectro de potências primordial do modelo de criação gravitacional de partículas, mostramos, pela primeira vez, que o mesmo pode ser capaz de gerar um cenário inflacionário para o universo primitivo em concordância com as observações atuais.

Abstract

We are currently in a privileged moment for cosmology. In the last decade, the great progress of astronomical observations made possible that several cosmological models could be tested with great accuracy. With several observational data being released we obtained valuable information concerning the primordial acceleration of the universe and the recent accelerated expansion.

Essentially, these observational efforts aim to clarify some of the most fundamental questions of modern cosmology, which concerns the understanding of the mechanism responsible for the acceleration of the universe. Many questions are related to this issue, among them we can mention: (i) What is the nature of the substance, or what is the origin of the phenomenon, responsible for the acceleration of the expansion? (ii) For which reason the accelerated expansion started recently (within the last 5-8 billion years), and not in the distant past or distant future? (iii) What is the inflationary variant that operated in the early universe, and what is its connection (if there is any) with the current accelerated stage of the universe?

In our understanding the above questions are part of the biggest problems in modern cosmology. The interconnection between these issues means that advances in any of them will have theoretical and observational implications in other areas involving the interface formed by Astronomy, Cosmology and Particle Physics. The three questions above are directly connected to the objectives of this work. We also believe that their study can shed some light in our understanding of the remaining issues.

In this context, we analyze different cosmological models for the acceleration of the universe in the light of the latest data released from supernovae, cosmic microwave background and baryon acoustic oscillations, comparing the results with the ones concerning the Standard Model of Cosmology.

We propose alternatives to the Standard Model of Cosmology, by showing that several physical phenomena can be associated to the expansion of the universe, producing the observed acceleration without the need to introduce unknown components in the universe besides the dark matter.

In addition to developing a critical revision of the Standard Model, we

discuss in this thesis especially three models for the accelerated expansion of the universe. The first one considers the cosmic acceleration as an effect of the creation of dark matter particles, or radiation, at the expense of the gravitational field varying continuously with the expansion of the universe. The second model considers the process of bulk viscosity in the cosmological fluid as being responsible for the acceleration of the universe. This bulk viscosity is due to the loss of local thermodynamic equilibrium during the expansion of the fluid. The third model, the vacuum decaying model, considers as responsible for the acceleration, a vacuum energy which decays continuously into other cosmological components.

We analyze the relations between these three models, and also the Standard Model, and the conditions under which they provide an equivalent dynamic to the universe. We also obtain interesting constraints for the parameters of these models by making, besides an observational analysis, a theoretical analysis based on the dynamics and thermodynamics associated to each scenario. We will show that these alternative scenarios are able to alleviate several theoretical problems of the Standard Cosmological Model.

In a second part, we show that the physical phenomena described above may be responsible for the recent cosmic acceleration, as well as for the primordial acceleration that is supposed to have occurred in the early universe. Such approach provides an unified description for the cosmological history. We believe it is of great importance that the process responsible for inflation can be identified with the one responsible for the current phase of accelerated expansion of the universe. Moreover, it is quite possible that the difficulties concerning the interface connecting General Relativity, Cosmology and Quantum Field Theory can be reduced through a better understanding of the gravitational particle creation process, the decay of the vacuum and its connections with the primordial inflationary context.

In order to constrain and compare the models proposed here, we also analyse the process of cosmological structure formation in these models. We firstly introduce the perturbation theory through an analysis of the Standard Model. Then we introduce a more general approach to the treatment of cosmological perturbations which is called effective field theory of inflation. In this context, we analyse which predictions are obtained when we break some of the assumptions usually imposed in these models.

Finally, through an analysis of the primordial power spectrum of the gravitational particles creation model, we show, for the first time, that this model is able to describe an inflationary scenario for the early universe totally in agreement with current observations.

Conteúdo

I A Expansão Acelerada no Universo Recente	1
1 Introdução	3
2 O Modelo Padrão da Cosmologia	9
2.1 Desafios do Modelo Padrão da Cosmologia	15
3 Alternativas ao Modelo Padrão da Cosmologia	21
3.1 O Modelo de Criação Gravitacional de Partículas	22
3.2 O Modelo de Viscosidade	25
3.3 O Modelo de Decaimento do Vácuo	27
4 Comparando Modelos Cosmológicos	31
4.1 Equivalência Dinâmica	31
4.2 Equivalência Termodinâmica	32
5 Análise Observacional	35
5.1 Vínculos Observacionais	38
5.1.1 Resultados	38
5.1.2 A Viabilidade dos Modelos	40
II A Expansão Acelerada no Universo Primordial	43
6 Inflação	45
6.1 O Cenário da Inflação Primordial	45
6.1.1 A Dinâmica Inflacionária	48
6.2 A Radiação Cósmica de Fundo	50
6.3 A Evolução das Perturbações Cosmológicas	53
6.4 Flutuações Quânticas	55
6.5 A Teoria de Campo Efetiva para a Inflação	62
6.5.1 O Cálculo do Espectro de Potências Escalar	64
6.6 O Universo Primordial e as Observações Atuais	70

7 Cenários Alternativos para a Inflação	77
7.1 Um Modelo Completo de Criação Gravitacional de Partículas	77
7.2 Um Modelo Completo de Decaimento do Vácuo	80
7.3 Um Modelo Completo de Viscosidade	81
8 Análise Termodinâmica	85
9 As Flutuações Térmicas Estatísticas	91
9.1 Flutuações Térmicas	92
10 Flutuações Térmicas em Cosmologias Alternativas	101
10.1 O Espectro de Potências no Modelo de Criação	103
10.2 O Espectro em um Modelo Particular	106
11 Conclusão	113
A Representação de Campo Escalar	115
A.0.1 O potencial escalar para o Modelo 1	116
A.0.2 O potencial escalar para o Modelo 2	116
A.0.3 O potencial escalar para o Modelo 3	117
B String Gas Cosmology	119

Listas de Figuras

2.1	Plano Ω_m, Ω_Λ para o Modelo Λ CDM	14
2.2	Evolução dos parâmetros de densidade Ω_R , Ω_M e Ω_Λ no mo- delo Λ CDM.	19
5.1	Resultados observacionais para os parâmetros $\tilde{\Omega}_{m1} \equiv \Omega_{m1}$ (Modelo 1) e $\tilde{\Omega}_{m2} \equiv \Omega_{m2}$ (Modelo 2)	39
5.2	O resultado da análise estatística no plano $\beta - \tilde{\Omega}_{m3}$ para o Modelo 3.	40
6.1	O Espectro de Potências da Radiação Cósmica de Fundo.	52
6.2	Anisotropias da Radiação Cósmica de Fundo.	72
B.1	A Temperatura no String Gas Cosmology	120
B.2	A Dinâmica do Espaço-tempo no String Gas Cosmology	121

Parte I

A Expansão Acelerada no Universo Recente

Capítulo 1

Introdução

Com a Teoria da Relatividade Geral, formulada por Einstein em 1915, tornou-se possível relacionar o conteúdo de matéria e energia do espaço-tempo com sua curvatura, associando propriedades geométricas do espaço-tempo à gravitação. Juntamente com a suposição de um espaço homogêneo preenchido por matéria e radiação, as equações de Einstein descreviam um universo em expansão desacelerada. Como já era intuitivo na época da gravitação clássica de Newton, a propriedade atrativa da gravitação fazia a matéria tender ao colapso desacelerando qualquer possível expansão inicial.

No entanto, na década de 90 começaram a surgir evidências de que o universo expandia aceleradamente. Além de representar uma possível falha na já bem estabelecida Teoria da Relatividade Geral (RG), esta aceleração ia contra tudo o que se conhecia na época. Ou a RG deveria ser alterada ou deveria haver um conteúdo energético desconhecido no universo. Seja qual for a sua causa, a expansão acelerada do universo constitui até hoje um grande mistério da cosmologia, cuja explicação deve levar a uma grande revolução nos conceitos da física.

Inicialmente ao formular a RG, Einstein esperava obter uma solução que descrevesse um universo estático, de acordo com o que se pensava na época. Uma das razões para seu interesse em obter uma solução estática para o universo era que suas equações estivessem de acordo com o princípio de Mach, segundo o qual a matéria determina a inércia. Além disto, naquela época, não haviam dados experimentais que indicassem um universo em evolução e a crença geral era a de um universo estático [1]. Einstein então modificou sua equação, incluindo no lado esquerdo o termo da constante cosmológica. Desta forma, suas equações poderiam ter soluções estáticas para um universo preenchido por matéria e radiação, já que a nova componente representava uma contribuição repulsiva para a gravidade balanceando a atração gravitacional da matéria. No entanto, a solução estática não era estável, pois

qualquer pequeno desvio no balanço dos termos da equação rapidamente tornava a solução não estática. Além disto, Alexander Friedmann havia encontrado soluções expansionistas das equações de Einstein sem a necessidade do termo da constante cosmológica. Então, pouco tempo após a introdução da constante cosmológica, Einstein voltou atrás na sua proposta e retirou a constante da equação. Em 1929, com a descoberta do redshift das galáxias, que aumentava com a distância, surgiam evidências de um universo em expansão. Não havendo mais a necessidade de uma solução estática, a constante cosmológica tornava-se desnecessária para este fim.

Para um universo atualmente em expansão, Friedmann e Lemaître descreveram três possíveis cenários:

- Um universo cuja densidade de energia seja maior que uma certa densidade crítica possui curvatura positiva (universo fechado) e a atual expansão dará lugar, futuramente, a uma contração.
- Um universo cuja densidade de energia seja menor que a densidade crítica possui curvatura negativa (universo aberto) e permanecerá expandindo eternamente.
- Um universo cuja densidade de energia tenha exatamente o valor crítico possui curvatura nula (universo plano) e a taxa de expansão chegará a zero, porém não haverá contração.

Em 1932, Einstein e de Sitter estudavam o cenário plano em expansão, assumindo um universo homogêneo e isotrópico, sem constante cosmológica e sem pressão. Este modelo ficou conhecido como modelo de Einstein-de Sitter. As soluções expansionistas foram de um modo geral aprimoradas, levando em conta suas simetrias espaciais, por Robertson e Walker em 1936 [2, 3], no que ficou conhecido como modelos de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW).

Após muito tempo abandonada, nos anos 80, uma série de evidências indiretas apontavam para um possível retorno da constante cosmológica. Análises das estruturas em larga escala implicavam em uma densidade de matéria no universo muito abaixo da densidade crítica necessária para se ter um universo plano, como assumia-se em geral. Então, era necessária uma nova componente para suprir o conteúdo energético que faltava e, assim, conciliar os resultados com um universo plano [4].

Na metade dos anos 90, foi descoberta uma correlação entre o pico da curva de luz das estrelas supernovas tipo IA e a evolução temporal da sua queda subsequente, o que possibilitou o uso destas supernovas como velas padrão. Com estas velas padrão foi possível um mapeamento da evolução do universo recente. Em 1998, dois grupos que trabalhavam nos projetos das supernovas concluíram que supernovas mais antigas e distantes pareciam menos brilhantes do que o previsto em modelos cosmológicos de expansão

desacelerada [5, 6]. Tal observação apontava portanto para um universo em aceleração.

No final da década de 90, já havia uma série de dados observacionais da radiação cósmica de fundo, estruturas em larga escala, idade do universo, etc, cuja presença da constante cosmológica era capaz de explicar. Este resultado foi rapidamente aceito pela comunidade científica. O modelo da constante cosmológica, fundamentado na Teoria da Relatividade Geral, ficou conhecido como o Modelo Padrão da Cosmologia. Atualmente, existe um grande conjunto de evidências observacionais robustas para a aceleração cósmica [7]-[11]. Tendo aceito a idéia da expansão acelerada, a questão principal passou a ser as possíveis causas do fenômeno. As possibilidades vão desde a inclusão de novas fontes de energia com pressão negativa a uma possível modificação da Relatividade Geral de Einstein.

A constante cosmológica é a explicação mais simples para a aceleração cósmica. Originalmente a mesma foi introduzida como uma modificação ao termo de curvatura nas equações de Einstein. Atualmente porém, é comum interpretá-la como um conteúdo energético de densidade constante no universo.

Embora a simplicidade desta solução junto com a boa concordância com os dados observacionais façam com que o Modelo Padrão seja muito bem aceito pela comunidade científica, diversos problemas conceituais ainda residem sob este cenário. Um deles, o chamado problema da constante cosmológica, refere-se à interpretação física desta constante. Em princípio a mesma foi naturalmente associada à energia do vácuo, visto que esta energia é dotada de pressão negativa, causando o efeito de aceleração cósmica. No entanto, ao se calcular a energia de vácuo do universo a partir da teoria quântica de campos, era obtido um valor para energia do vácuo que era 10^{121} ordens de magnitude maior que o valor esperado para a constante cosmológica [12, 13]. Outro problema bem conhecido do Modelo Padrão refere-se ao questionamento do porquê justamente hoje a densidade associada à constante cosmológica tem a mesma ordem de grandeza da densidade de matéria escura, sendo que ao longo de toda história do universo ambas diferiram por muitas ordens de grandeza. Este é chamado problema da coincidência [14]-[17]. Embora possa de fato existir tal coincidência, ou até existirem explicações antrópicas para a mesma, ainda é necessária a busca de maiores explicações devido ao alto grau de ajuste fino envolvido.

O Modelo Padrão Λ CDM é atualmente o modelo mais simples que possui um alto grau de concordância com os dados observacionais. Entretanto, as questões descritas acima motivaram a busca de cenários alternativos, que foram desenvolvidos com o objetivo de melhorar as questões conceituais relacionadas à aceleração cósmica.

Além da possibilidade da constante cosmológica, pelo que sabemos hoje é possível explicar a atual expansão acelerada também através das seguintes possibilidades:

- Mantendo a Teoria da RG e os princípios de homogeneidade e isotropia e alterando o conteúdo energético do universo de modo a acrescentar novas componentes com pressão negativa. Podemos citar como exemplo os modelos de energia escura, em que a mesma é comumente representada por um campo escalar [18]-[22]; os modelos de decaimento do vácuo, em que a energia do vácuo decai continuamente nas outras componentes cósmicas [23]-[49]; os modelos de Gás de Chaplygin, em que se supõe a existência de uma componente exótica no universo com pressão variável [50]-[54]; entre outros.

- Mantendo a Teoria da RG e o princípio de isotropia, mas considerando cenários inomogêneos para o universo [55]-[60].

- Alterando a Teoria da RG de Einstein e considerando os chamados modelos de gravitação modificada, como por exemplo os modelos F(R) [61]-[65]. Também podemos mencionar modelos de brana [66, 67], uma possível gravitação quântica [68, 69, 70], entre outros.

- Mantendo a Teoria da RG e os princípios de homogeneidade e isotropia, porém considerando o possível efeito cosmológico de certos processos físicos de não-equilíbrio termodinâmico ocorrendo no universo, que contribuiriam para uma pressão efetiva negativa. Como exemplo podemos citar os modelos de criação gravitacional de partículas [71]-[90], os modelos de viscosidade volumar [91]-[102], entre outros.

Nesta última categoria está concentrada grande parte do trabalho desta tese.

Devido às suas grandes implicações para a física teórica, a aceleração cósmica moveu importantes esforços experimentais visando medir a expansão do universo durante toda sua história. Diversos projetos observacionais têm sido lançados nos últimos anos e muitos estão sendo projetados para os próximos [103, 104]. Com os dados obtidos, é possível testar uma grande classe de modelos teóricos. Estas informações serão essenciais para a compreensão dos fenômenos físicos atuantes na evolução cosmológica.

Neste trabalho buscamos, além de compreender o Modelo Padrão da Cosmologia, propor alternativas ao mesmo ao considerar o papel de diferentes processos físicos de não-equilíbrio na evolução do universo, que podem estar associados ao mecanismo da expansão acelerada. Utilizando os mais recentes dados observacionais obtemos vínculos para os modelos em questão, estabelecendo uma análise comparativa entre eles.

Na primeira parte do trabalho, analisamos a expansão acelerada do universo recente. No capítulo 2, revisaremos as principais características do Modelo Padrão da Cosmologia, e no capítulo 3, apresentaremos algumas al-

ternativas a este cenário. Estabeleceremos, então, uma análise comparativa entre todos estes modelos baseada em um estudo teórico (cap.4) e observational (cap.5).

Na segunda parte do trabalho, analisaremos a expansão primordial do universo. Inicialmente, revisaremos o cenário padrão da inflação no capítulo 6 e introduziremos uma abordagem mais geral para caracterizar as perturbações primordiais, chamada teoria de campo efetiva da inflação. No capítulo 7, mostraremos como os mesmos fenômenos físicos, anteriormente associados à aceleração recente do universo, podem também ser responsáveis pela aceleração primordial, fornecendo um cenário unificado para a evolução do universo. No capítulo 8, apresentaremos uma análise dos modelos de criação de partículas baseada na Segunda Lei Generalizada da Termodinâmica. E nos capítulos 9 e 10, analisaremos o processo de formação das sementes das estruturas do universo nestes modelos específicos, a fim de testá-los com os dados observacionais atuais.

Os resultados originais desta tese se concentram nos capítulos 4, 5, 8 e 10, nas seções 3.2, 6.5 e 7.3, e também no Apêndice A. Os mesmos podem ser encontrados nos artigos correspondentes às referências [105], [106], [107] e nos artigos em preparação [108] [109].

Capítulo 2

O Modelo Padrão da Cosmologia

A formulação da Teoria da Relatividade Geral, originada em 1915, estabelece uma relação entre as propriedades geométricas do espaço-tempo e seu conteúdo energético representada pela seguinte equação,

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = 8\pi GT_{\mu\nu}. \quad (2.1)$$

O conteúdo de matéria e energia do universo é representado nesta equação pelo tensor energia-momento $T_{\mu\nu}$. O lado esquerdo da equação caracteriza a geometria do espaço-tempo gerada pelo conteúdo energético. A mesma é descrita através da métrica $g_{\mu\nu}$, que é a grandeza associada ao elemento de linha ds^2

$$ds^2 = g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu, \quad (2.2)$$

sendo ds^2 a distância entre dois eventos no espaço-tempo quadridimensional.

Analizando o lado esquerdo da equação de Einstein, temos que o primeiro termo $R_{\mu\nu}$, denominado tensor de Ricci, pode ser definido em termos dos símbolos de Christoffel da seguinte forma [110]

$$R_{\mu\nu} = \Gamma_{\mu\beta,\nu}^\beta - \Gamma_{\mu\nu,\beta}^\beta + \Gamma_{\mu\beta}^\alpha \Gamma_{\alpha\nu}^\beta - \Gamma_{\mu\nu}^\alpha \Gamma_{\alpha\beta}^\beta. \quad (2.3)$$

Os símbolos de Christoffel, por sua vez, são escritos em termos da métrica como

$$\Gamma_{\mu\beta}^\sigma = \frac{g^{\sigma\nu}}{2}(g_{\mu\nu,\beta} + g_{\nu\beta,\mu} - g_{\mu\beta,\nu}). \quad (2.4)$$

Temos também, no lado esquerdo da equação, o escalar de curvatura R que é a quantidade definida pela contração

$$R = R_\mu^\mu = g^{\mu\alpha}R_{\alpha\mu}. \quad (2.5)$$

É possível mostrar que as equações de campo de Einstein (2.1), que governam o campo gravitacional, satisfazem dois importantes requerimentos: são

covariantes e se reduzem à equação de Poisson abaixo para o potencial Newtoniano ϕ no caso de campos gravitacionais fracos que variam lentamente,

$$\Delta^2\phi = 4\pi G\rho = 4\pi GT^{00}, \quad (2.6)$$

onde G é a constante de Newton.

Com as equações de campo de Einstein, dada uma forma da métrica, é possível obter as equações que descrevem a dinâmica do espaço-tempo.

A suposição, hoje já bem testada, de que o universo é homogêneo e isotrópico em escalas de 10^8 parsecs ou maiores, levou à escolha de um sistema de coordenadas do espaço-tempo no qual a métrica assume uma forma mais simples. Considerando estas simetrias, foi possível construir uma métrica que possui a mesma forma em qualquer tempo, em qualquer ponto e em qualquer direção do espaço-tempo. A mesma ficou conhecida como a métrica de Friedmann-Robertson-Walker [2, 3], que descreve o seguinte elemento de linha

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t)R_0^2\left[\frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2d\Omega^2\right], \quad (2.7)$$

onde $d\Omega^2 = d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2$. O fator de escala $a(t)$ acima caracteriza o tamanho das seções espaciais, sendo dado, na sua forma normalizada, por $a(t) = \frac{R(t)}{R_0}$, em que R_0 correspondente ao tempo presente.

Vemos que, nestas coordenadas comóveis, o universo expande ou contrai de acordo com $R(t)$, porém as galáxias continuam com coordenadas fixas r, θ, ϕ . Temos 3 tipos de universo descritos por esta solução, que correspondem aos parâmetros de curvatura k iguais a $+1,0$ e -1 . Eles descrevem respectivamente, um universo com curvatura positiva (com densidade maior que a densidade crítica), um universo plano (com densidade crítica) e um universo com curvatura negativa (com densidade menor que a densidade crítica).

No caso de um universo homogêneo e isotrópico, como o proposto por Friedmann, Robertson e Walker, a fonte de energia na equação de Einstein pode ser modelada como um fluido perfeito. O fluido perfeito é um fluido homogêneo e isotrópico sem fricção e condução de calor, caracterizado por uma densidade de energia ρ e uma pressão isotrópica p no referencial de repouso. O tensor energia-momento de tal fluido pode ser escrito como [12]

$$T_{\mu\nu} = (\rho(t) + p(t))U_\mu U_\nu + p(t)g_{\mu\nu}, \quad (2.8)$$

onde U^μ é a quadrivelocidade do fluido. O sistema de repouso do fluido deve ser o de um observador comóvel na métrica. Neste sistema as componentes tri-dimensionais da quadrivelocidade são iguais a zero ($u^\alpha = 0$, $\alpha = 1, 2, 3$).

Podemos obter, a partir do tensor acima usando a métrica de Friedmann-Robertson-Walker, a quantidade escalar T , ao contrair os índices com a métrica,

$$g^{\mu\nu}T_{\mu\nu} = T^\mu_\mu = T = \rho + 3p. \quad (2.9)$$

Para um fluido não interagente temos que $\nabla_\mu T^{\mu\nu} = 0$, pela conservação do tensor energia-momento. Calculando o divergente obtemos

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + p) = 0, \quad (2.10)$$

que é a equação de conservação do fluido. A grandeza H acima é o parâmetro de Hubble, que descreve a expansão do universo ($H = \dot{a}(t)/a(t)$).

Se calcularmos, para a métrica de Friedmann-Robertson-Walker, as componentes do tensor de Ricci, a curvatura escalar e o traço do tensor energia-momento e substituirmos na equação de Einstein original (2.1), obtemos a seguinte equação para as componentes de índice ii

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p), \quad (2.11)$$

e para as componentes de índice 00 obtemos

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = H^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{k}{a^2}. \quad (2.12)$$

As equações acima são conhecidas como equações de Friedmann [111, 112]. Vemos que não é necessária, obrigatoriamente, uma constante cosmológica para se ter um universo em expansão neste modelo. Porém, vemos pela equação (2.11) que, para que esta expansão seja acelerada, é necessária a introdução da constante cosmológica, ou a introdução de uma componente de matéria que tenha pressão negativa.

De acordo com a equação (2.11), vemos que uma expansão acelerada ocorre sempre que $\rho + 3p < 0$. De acordo com a equação de estado dos fluidos postulada como sendo

$$p = w\rho, \quad (2.13)$$

onde w é uma constante fenomenológica, temos uma expansão acelerada sempre que $w < -\frac{1}{3}$.

No caso de um universo plano ($k = 0$), dominado por um fluido não interagente com w constante, podemos obter, ao integrar as equações (2.10) e (2.12), soluções bastante simples descrevendo a evolução do universo:

$$\begin{aligned} H &= \frac{2}{3(1+w)(t-t_0)}, \\ a(t) &\propto (t-t_0)^{\frac{2}{3(1+w)}}, \\ \rho &\propto a^{-3(1+w)}, \end{aligned} \quad (2.14)$$

onde t_0 é uma constante. Vemos que as soluções acima são válidas para $w \neq -1$.

Como exemplo, podemos mencionar as seguintes soluções:

- Em um universo dominado por radiação tal que $w = \frac{1}{3}$, vemos que $a(t) \propto (t - t_0)^{\frac{1}{2}}$ e $\rho \propto a^{-4}$.
- Em um universo dominado por matéria tal que $w = 0$, vemos que $a(t) \propto (t - t_0)^{\frac{2}{3}}$ e $\rho \propto a^{-3}$.
- Em um universo dominado por uma energia escura tal que $w < -\frac{1}{3}$, temos uma expansão do tipo potência, $a(t) \propto (t - t_0)^p$, sendo $p > 1$.
- No caso da constante cosmológica, $w = -1$ e ρ é uma constante. Resolvendo as equações de Friedmann para um universo dominado pela constante cosmológica obtemos uma expansão exponencial do tipo $a(t) \propto e^{Ht}$.

Podemos escrever a equação de Friedmann (2.12), alternativamente, na seguinte forma

$$\Omega(t) - 1 = \frac{k}{a^2 H^2}, \quad (2.15)$$

onde $\Omega(t)$ é o parâmetro de densidade total. O mesmo é dado por

$$\Omega(t) = \frac{\rho(t)}{\rho_c}, \quad (2.16)$$

sendo ρ_c a densidade crítica necessária para termos um universo plano ($k = 0$). Esta densidade crítica pode ser obtida a partir da equação (2.12), considerando $k = 0$ e isolando ρ :

$$\rho_c(t) = \frac{3H^2(t)}{8\pi G}. \quad (2.17)$$

Atualmente, as observações da Radiação Cósmica de Fundo apontam para um universo plano, ou seja, com $k = 0$. Sabe-se também que a densidade crítica necessária para um universo plano é da ordem de $\rho_c = m_{pl}^2 H_0^2 \sim 10^{-47} GeV^4$. No entanto, apenas 30% deste valor é observado direta ou indiretamente em forma de matéria, $\sim 25\%$ correspondendo à matéria escura e $\sim 5\%$ à matéria bariônica. Porém, vimos que para termos uma expansão acelerada, de acordo com a teoria da relatividade geral, é necessário introduzirmos uma constante cosmológica, ou um fluido com pressão negativa que tem o mesmo efeito repulsivo da constante cosmológica. É possível que esta componente responsável pela expansão do universo possa ser a responsável

pelos $\sim 70\%$ de energia faltantes no universo. Seja o que for esta componente, acredita-se que ela deva ter um comportamento não muito diferente de uma constante cosmológica, pois os dados atuais são compatíveis com uma energia escura com equação de estado constante, $w = -1$, e densidade de energia da ordem de $10^{-47} GeV^4$, dando margem, porém, a pequenas variações em torno destes valores.

Com a inclusão do termo da constante cosmológica as equações de Friedmann se tornam

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p) + \frac{\Lambda}{3}, \quad (2.18)$$

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{k}{a^2 R_0^2} + \frac{\Lambda}{3}. \quad (2.19)$$

Estas equações, junto com a métrica de Friedman-Robertson-Walker, constituem a base do Modelo Padrão da Cosmologia. As equações acima podem ser obtidas a partir da equação de Einstein, que assume sua forma mais geral com a constante cosmológica

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R + \Lambda g_{\mu\nu} = 8\pi GT_{\mu\nu}. \quad (2.20)$$

Vemos que, de fato, o lado esquerdo desta equação é a forma mais geral que se pode construir a partir da métrica e sua primeira e segunda derivadas, que seja tensorial de ordem 2, local, invariante sob transformações de coordenadas, sem divergência e simétrica.

De uma forma mais geral, para uma mistura de constante cosmológica, matéria não relativística (matéria escura e matéria bariônica) e relativística, com parâmetros de densidades atuais $\Omega_{\Lambda 0}$, Ω_{m0} e Ω_{r0} , respectivamente, temos a seguinte evolução para ρ

$$\rho = \frac{3H_0^2}{8\pi G} \left[\Omega_{\Lambda 0} + \Omega_{m0} \left(\frac{a_0}{a} \right)^3 + \Omega_{r0} \left(\frac{a_0}{a} \right)^4 \right]. \quad (2.21)$$

De acordo com a equação (2.15) temos que

$$\Omega_{\Lambda 0} + \Omega_{m0} + \Omega_{r0} + \Omega_{k0} = 1, \quad \Omega_{k0} \equiv \frac{-k}{a_0^2 H_0^2}. \quad (2.22)$$

Usando as duas equações anteriores e a equação de Friedmann (2.19), obtemos, para o parâmetro de Hubble deste modelo, a seguinte equação

$$H^2 = H_0^2 \left[\Omega_{\Lambda 0} + \Omega_{m0} \left(\frac{a_0}{a} \right)^3 + \Omega_{r0} \left(\frac{a_0}{a} \right)^4 + (1 - \Omega_{\Lambda 0} - \Omega_{m0} - \Omega_{r0}) \left(\frac{a_0}{a} \right)^2 \right]. \quad (2.23)$$

Esta equação descreve a dinâmica do universo no modelo padrão Λ CDM.

Atualmente, temos uma grande precisão na medida dos parâmetros de densidade acima. A figura 2.1 mostra os resultados para estes parâmetros obtidos na ref. [113] utilizando dados de supernovas (SNe), radiação cósmica de fundo (CMB) e oscilações acústicas de bárions (BAO). Os vínculos se referem ao parâmetro de densidade da matéria Ω_m e ao parâmetro de densidade da constante cosmológica Ω_Λ . Os contornos representam regiões de confiança estatística de 68.3%, 95.4% e 99.7%.

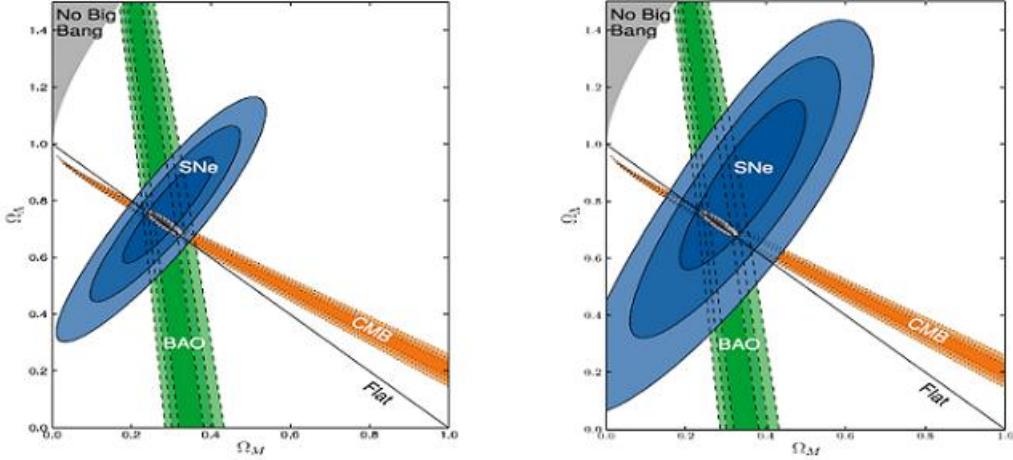


Figura 2.1: Regiões de confiança de 68.3%, 95.4% e 99.7%, no plano $(\Omega_m, \Omega_\Lambda)$, a partir dos dados de SNe combinados com vínculos de BAO e CMB. No painel esquerdo são desconsiderados os erros sistemáticos. Os mesmos são levados em conta no painel direito.

Vemos que os resultados dão fortes indicações de um universo plano.

Também os recentes resultados do satélite Planck impuseram fortes vínculos a estes parâmetros, fornecendo os valores $\Omega_\Lambda = 0.686 \pm 0.020$ e $\Omega_m = 0.314 \pm 0.028$, com 68% de confiança. Apesar dos resultados do Planck, bem como os outros experimentos anteriores, terem indicado um universo plano e, de um modo geral, em bom acordo com as previsões do modelo Λ CDM, este modelo ainda enfrenta uma série de desafios, principalmente no campo teórico, alguns dos quais serão descritos a seguir.

2.1 Desafios do Modelo Padrão da Cosmologia

Apesar da boa concordância com os dados observacionais, o Modelo Padrão enfrenta sérios desafios no campo teórico. Entre eles podemos mencionar o problema da constante cosmológica e o problema da coincidência.

O chamado "Problema da Constante Cosmológica" se refere à interpretação física da origem de sua energia. Apesar de inicialmente ter sido introduzida no lado esquerdo da equação de Einstein como um termo geométrico, a constante cosmológica foi posteriormente interpretada como parte do conteúdo energético do universo, passando a ser considerada como uma contribuição ao lado direito da equação. Assim, tornou-se natural a associação da constante cosmológica à energia do vácuo. Neste contexto, a constante cosmológica poderia ter contribuições advindas das energias dos campos escalares nos mínimos de seus potenciais, ou seja, nos seus estados de vácuo, e também das flutuações de vácuo de cada grau de liberdade das teorias de campos [12].

De acordo com o princípio da incerteza, sabemos que o estado de mínima energia de um campo escalar não tem energia nula. Um campo quântico pode ser interpretado como um número infinito de osciladores harmônicos no espaço dos momentos. Portanto, a energia de vácuo de todos estes osciladores deveria se somar a infinito, pois a mesma pode ser calculada integrando-se no espaço dos momentos todas as contribuições [13],

$$\begin{aligned} \rho_{vac} &= \frac{1}{2} \int_0^\infty \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \sqrt{k^2 + m^2} \\ &= \frac{1}{4\pi^2} \int_0^\infty dk k^2 \sqrt{k^2 + m^2}. \end{aligned} \quad (2.24)$$

No entanto, podemos renormalizar nossa teoria, descartando todos os modos correspondentes a altas energias (ou altos momentos), pois não conhecemos a nossa teoria a partir de uma certa escala de energia, então não sabemos mais se ela é válida nesse domínio [114]. Ao fazermos um corte no momento máximo no qual integramos nossa teoria, obtemos uma densidade de energia do vácuo com a forma [13].

$$\rho_{vac} \propto k_{max}^4. \quad (2.25)$$

No caso das flutuações de vácuo, para que a densidade de energia não vá para infinito, consideramos um corte na integral na escala de $m_p = 10^{19} GeV$,

pois supomos que nossa teoria quântica de campos seja válida até esta escala. Neste caso, obtemos a seguinte contribuição para a energia de vácuo devido às flutuações quânticas dos campos,

$$\rho_{vac} = (10^{19} GeV)^4 \sim 10^{74} GeV^4, \quad (2.26)$$

que é 10^{121} ordens de magnitude maior que o valor observado da constante cosmológica.

Outras contribuições que poderiam ser associadas a uma constante cosmológica são as energias do mínimo do potencial dos campos escalares. A energia potencial $V(\phi)$ dos campos é uma grandeza que varia com o tempo à medida em que o universo passa por transições de fase. Quando o universo se esfria, os campos tendem a assumir seus estados de vácuo com energia cinética nula, porém, com um potencial cujo mínimo não necessariamente é igual a zero. E este valor do potencial diferente de zero contribuiria, portanto, para a energia do vácuo. Na ausência de gravidade poderíamos alterar esta energia somando e diminuindo termos como quiséssemos, mas com a gravidade é preciso considerar corretamente cada contribuição.

Na teoria eletrofraca de Weinberg-Salam a fase da simetria eletrofraca quebrada difere da fase simétrica por uma energia potencial da ordem de $M_{ew} = 200 GeV$. Acredita-se que o universo esteve na fase simétrica em seus momentos iniciais quando a temperatura era muito alta. Com a diminuição da temperatura o universo sofreu uma mudança de fase. A contribuição para a energia de vácuo é, então, diferente nas duas fases e podemos estimar a diferença entre estas densidades de energia como sendo [12]

$$\rho_{vac}^{EW} \sim (200 GeV)^4. \quad (2.27)$$

Já no caso da QCD por exemplo, acredita-se que a simetria quiral seja quebrada por um valor esperado de vácuo não nulo do condensado de quarks $\bar{q}q$. Neste caso, a diferença de energia entre a fase quebrada e a fase simétrica é da ordem de $M_{QCD} \sim 0,3 GeV$. Teremos, assim, uma contribuição à densidade de energia do vácuo da ordem de

$$\rho_{vac}^{QCD} \sim (0,3 GeV)^4. \quad (2.28)$$

Além destas contribuições poderíamos acrescentar diversas outras contribuições advindas de transições de fase no universo primordial. No entanto, estas contribuições, assim como as mencionadas acima, possuem todas, isoladamente, ordens de magnitude bem superiores ao valor observado da constante cosmológica que é $10^{-47} GeV^4$.

Não há nenhum motivo que proíba que todas estas contribuições independentes, com sinais positivos e negativos, se somem para gerar o valor

atualmente observado da constante cosmológica. Entretanto, o ajuste fino necessário para isto seria enorme. Isto faz com que talvez seja mais natural pensar que haja algum mecanismo desconhecido que anule estas contribuições do que pensar que elas se somam para resultar em um valor tão pequeno como o observado. Neste caso, a constante cosmológica estaria associada a uma outra fonte de energia, possivelmente a energia escura.

Outro problema bem conhecido do Modelo Padrão é o problema da coincidência. Por muitas décadas tem havido uma busca por explicar a correlação entre as propriedades do nosso universo, as massas das partículas elementares, os valores de diversas constantes, e a nossa existência. Sabemos que não podemos viver em um universo onde a constante de acoplamento do eletromagnetismo ou a massa dos elétrons e dos prótons fossem apenas um pouco maiores ou menores que o valor que observamos hoje [115]. Da mesma forma, a correlação entre a nossa existência e os valores da constante gravitacional, da amplitude da quebra espontânea da simetria eletrofraca, da assimetria relacionada à razão bárion/fóton, etc, é um fato que requer explicações. Os valores de alguns parâmetros do nosso universo podem simplesmente ser aleatórios, ou podem ter apenas ter explicações antrópicas. No entanto, é possível que exista uma explicação para eles a partir de uma teoria física mais fundamental. A história têm nos mostrado que, muitas vezes, uma boa teoria física é capaz de fornecer explicações para os valores de suas constantes fundamentais. Na ausência de uma resposta, é necessário continuar buscando soluções para estes problemas.

Neste mesmo contexto se insere a constante cosmológica e este problema independe da natureza e origem desta constante. A princípio, poderia se esperar para a constante cosmológica uma energia da ordem da densidade de Planck. No entanto, os dados observacionais mostram que $\rho_\Lambda \sim 10^{-120} \rho_{Pl}$, o que é da mesma ordem de grandeza da densidade de matéria do universo hoje. Podemos questionar o porquê de um valor tão pequeno, porém diferente de zero. Por que ρ_Λ é aproximadamente três vezes maior que a densidade de matéria no universo hoje, sabendo que na época de Planck a densidade das outras componentes era 10^{120} vezes maior que ρ_Λ , e no futuro será bem menor? O que há de tão especial no valor de ρ_Λ , e o que há de tão especial no tempo presente? [115] Estas questões dão origem ao problema da coincidência [14] - [17]. Na figura 2.2 podemos ver como evoluem os parâmetros de densidade de cada componente do universo ao longo do tempo, o que fornece uma ilustração do problema.

Podemos quantificar o problema escrevendo uma expressão fenomenológica para a razão entre a densidade de energia escura e matéria escura da seguinte forma, $\rho_{DE} \propto \rho_{DM} a^\xi$, i.e. $\Omega_{DE} \propto \Omega_{DM} a^\xi$. Para o caso da constante cosmológica $\xi = 3$. Quando $\xi = 0$ a razão ρ_{DE}/ρ_{DM} é constante

e não há problema da coincidência. Vemos que o parâmetro ξ quantifica a severidade do problema da coincidência. Portanto, modelos com um valor de ξ menor que 3, ainda que não solucionem o problema da coincidência, são capazes de amenizá-lo.

Além dos problemas acima mencionados, e da necessidade de se supor uma fonte de origem desconhecida para gerar a aceleração recente do universo, no Modelo Padrão esta fonte não tem qualquer relação com o estágio acelerado primordial do universo. Isto traz, portanto, a necessidade de se introduzir uma segunda componente energética desconhecida atuando no universo antigo.

Na tentativa de evitar, ou amenizar, os problemas acima explicados, modelos cosmológicos alternativos têm sido continuamente propostos. Veremos no capítulo seguinte, abordagens que tratam o fenômeno da aceleração do universo de uma forma unificada, descrevendo os dois estágios acelerados do universo a partir de um único mecanismo. Estes modelos possuem também a vantagem de dispensar a necessidade de componentes desconhecidas para acelerar o universo, reduzindo o setor escuro e evitando os problemas mencionados acima.

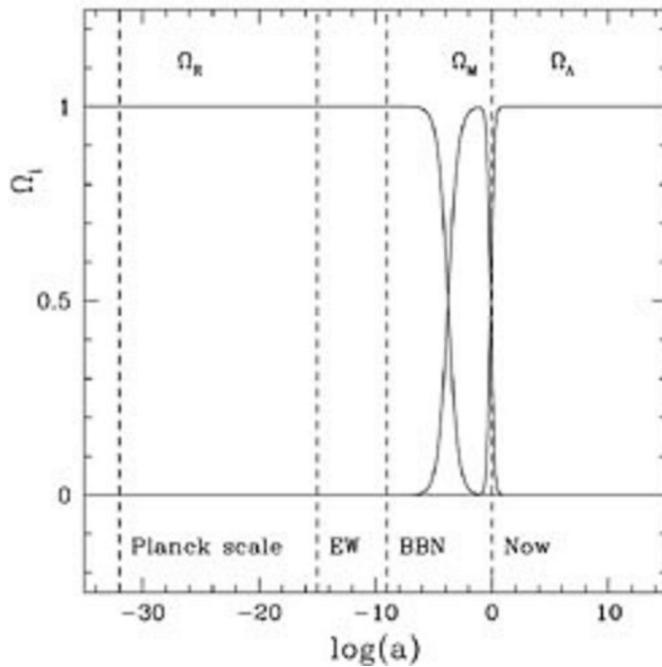


Figura 2.2: Parâmetros de densidade para a radiação (R), matéria não relativística (M) e constante cosmológica (Λ) em função do fator de escala a . Atualmente $\Omega_{\Lambda 0} \cong 0.7$, $\Omega_{m0} \cong 0.3$, $\Omega_{R0} \cong 10^{-5}$. Estão indicados os fatores de escala correspondentes à era de Planck (Planck scale), à quebra de simetria eletrofraca (EW), à nucleossíntese do Big Bang (BBN), bem como, o fator de escala hoje (NOW). (Esta figura foi retirada da referência [116])

Capítulo 3

Alternativas ao Modelo Padrão da Cosmologia

Sabemos que o fluido cosmológico é um fluido bastante complexo, composto pelo menos por bárions, radiação e matéria escura, cuja natureza é ainda desconhecida. No entanto, tais fluidos são usualmente tratados como fluidos perfeitos, como ocorre no Modelo Padrão. Ao se fazer esta simplificação, diversos processos internos dos fluidos, que ocorrem no contexto da termodinâmica fora de equilíbrio, são desprezados. Alguns destes processos, porém, podem ter implicações fundamentais para a cosmologia e acreditamos que seus efeitos devem ser considerados pelo menos fenomenologicamente.

Consideraremos, aqui, alguns possíveis efeitos de backreaction que podem ser gerados nas equações de Einstein a partir de certos mecanismos que ocorrem no contexto da termodinâmica fora de equilíbrio. Mostraremos que, em alguns casos, estes efeitos podem ser macroscopicamente descritos em termos de uma pressão efetiva negativa. Agindo no sentido de contra-balancear a atração gravitacional, uma pressão suficientemente negativa geraria um mecanismo auto sustentável de aceleração no espaço-tempo. Portanto, sob certas condições, poderia ser possível obter uma expansão acelerada sem a necessidade de se introduzir componentes físicas desconhecidas no universo. Deste modo, a aceleração viria a ocorrer naturalmente a partir de fenômenos conhecidos, fornecendo um cenário cosmológico alternativo passível de ser confrontado com as observações astronômicas atuais.

Ainda não está claro qual o verdadeiro impacto de tais processos na cosmologia, visto que os mesmos envolvem teoria quântica de campos fora de equilíbrio em espaços curvos. Como sabemos, tal teoria não foi desenvolvida até o presente. No entanto, sabemos que certos processos que de fato ocorrem no universo no contexto da termodinâmica fora de equilíbrio atuam no sentido de promover uma aceleração positiva para o mesmo. Deste modo,

torna-se importante analisar sob quais condições estes fenômenos poderiam ser capazes de gerar a aceleração observada.

Como veremos na segunda parte desta tese, os modelos aqui propostos, além de dispensarem a necessidade de componentes cosmológicas desconhecidas, possuem em comum a vantagem de fornecer uma descrição unificada para a evolução do universo ao considerar um mesmo fenômeno como sendo responsável tanto pela aceleração cosmológica atual quanto pela aceleração primordial do universo. Estes modelos trazem, portanto, uma série de avanços conceituais com relação ao MP. Os problemas mencionados anteriormente, como o problema da constante cosmológica e o problema da coincidência, são evitados e além disto estes modelos incorporam uma descrição mais complexa para o fluido cósmico ao considerar as suas propriedades internas.

Vamos introduzir primeiramente os três modelos que trabalharemos aqui, que são os modelos de criação gravitacional de partículas, viscosidade e decaimento do vácuo, no contexto da aceleração atual. Na sequência, analisaremos a relação entre os três modelos e também o modelo Λ CDM.

Devido à falta de conhecimento sobre o setor escuro dominante no universo, especialmente sobre seus mecanismos microscópicos, optamos por propor uma abordagem predominantemente fenomenológica neste trabalho.

3.1 O Modelo de Criação Gravitacional de Partículas

Os modelos cosmológicos de criação gravitacional de partículas fornecem uma interessante perspectiva para o fenômeno da aceleração do universo. Estes modelos sugerem que, ao se considerar as consequências cosmológicas do mecanismo quântico de criação de partículas às custas do campo gravitacional variando com o tempo, pode ser possível, em certos casos, obter a expansão acelerada observada para o universo.

Tais modelos foram justificados a partir de um ponto de vista microscópico após o trabalho pioneiro de Parker e seus colaboradores [71]. Como discutido por muitos autores, as frequências positivas e negativas dos campos na representação de Heisenberg se misturam durante a expansão do universo. Como resultado, os operadores de criação e aniquilação em um dado tempo t são combinações lineares dos mesmos em um tempo anterior t_2 , o que resulta no fenômeno de criação de partículas. Qualitativamente podemos dizer que o background gravitacional variando no tempo supre energia aos campos de matéria. Como a energia do campo não é conservada, sua ação é explicitamente dependente do tempo e a quantização deste processo leva à produção

de partículas.

A teoria geral de criação de partículas a partir de efeitos quânticos em um espaço-tempo em expansão foi desenvolvida em detalhes nos livros [117, 118, 119, 120], e também nos artigos [121, 122, 123].

Podemos usar um caso simples como exemplo para ilustrar a idéia do mecanismo fundamental por trás do processo de criação. Considere a ação abaixo, que descreve um campo escalar massivo e real ϕ , minimamente acoplado, em um espaço-tempo plano de FRW,

$$S = \frac{1}{2} \int \sqrt{-g} d^4x [g^{\alpha\beta} \partial_\alpha \phi \partial_\beta \phi - m^2 \phi^2], \quad (3.1)$$

onde usamos unidades em que $\hbar = k_B = c = 1$.

Em termos do tempo conforme η , onde $dt = a(\eta)d\eta$, o tensor métrico $g_{\mu\nu}$ é conformalmente equivalente à métrica de Minkowski $\eta_{\mu\nu}$ ($ds^2 = a^2(\eta)\eta_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu$). Portanto, se escrevermos o campo ϕ como $\phi(\nu, x) = a^{-1}(\eta)\chi$, obtemos a partir da ação acima a seguinte equação para o campo auxiliar χ ,

$$\chi'' - \nabla^2 \chi + \left(m^2 a^2 - \frac{a''}{a} \right) \chi = 0, \quad (3.2)$$

onde a aspa denota derivada com relação a η .

Podemos ver que o campo χ obedece a mesma equação de movimento que um campo escalar massivo no espaço-tempo de Minkowski, porém com uma massa efetiva dependente do tempo, que é dada por

$$m_{eff}^2(\eta) \equiv m^2 a^2 - \frac{a''}{a}. \quad (3.3)$$

Esta massa efetiva variando no tempo leva em conta a interação entre o campo escalar e o campo gravitacional. A energia do campo χ não é separadamente conservada, razão pela qual sua ação é explicitamente dependente do tempo e sua quantização leva à criação de partículas às custas do background gravitacional clássico.

No entanto, para aplicações na cosmologia, esta abordagem semiclássica encontra três dificuldades básicas:

- (i) O campo escalar é tratado como um campo teste, portanto a evolução do background não é alterada pelas partículas gravitacionalmente produzidas.
- (ii) A produção de partículas é um processo irreversível. Sendo assim, deve ser vinculada pela segunda lei da termodinâmica.
- (iii) Não há uma prescrição clara de como um mecanismo irreversível de origem quântica possa ser incorporado nas equações de campo de Einstein.

Posteriormente, uma abordagem macroscópica para o fenômeno da criação gravitacional de partículas foi proposta por Prigogine e seus colaboradores para evitar os problemas acima. Baseando-se na termodinâmica fora de equilíbrio de sistemas abertos [74], eles sugeriram que este tipo de processo poderia ser efetivamente descrito por um termo de pressão negativa nas equações de Einstein [75, 76]. A produção gravitacional de partículas é um processo irreversível que segue os requerimentos usuais da termodinâmica de não equilíbrio. Portanto, este termo adicional de pressão deve ser vinculado pela segunda lei da termodinâmica. O tensor energia-momento nestes modelos pode ser efetivamente descrito da mesma forma que no caso de um fluido perfeito se simplesmente considerarmos um termo de pressão negativa, decorrente do processo de criação, somando-se à pressão usual do fluido. Deste modo, assumindo que partículas de matéria escura são produzidas pelo campo gravitacional variando no tempo, poderia ser possível obter uma expansão acelerada recente em um universo dominado por um fluido sem pressão.

Portanto, em comparação com as equações usuais de equilíbrio, o processo de criação às custas do campo gravitacional é descrito através de dois novos ingredientes: uma equação de balanceamento para a densidade de número de partículas e um termo de pressão negativa no tensor energia-momento. Tais quantidades são relacionadas entre si de forma bem definida pela segunda lei da termodinâmica. Durante todo o trabalho desta tese enfocaremos nas consequências cosmológicas associadas a esta descrição macroscópica, e fenomenológica, do mecanismo de criação gravitacional de partículas, ao invés de abordarmos os aspectos da teoria quântica de campos que inicialmente o motivou.

As equações de Friedmann para estes modelos assumem então a seguinte forma,

$$\tilde{\rho} = 3 \frac{\dot{a}^2}{a^2} + 3 \frac{k}{a^2}, \quad (3.4)$$

$$\tilde{p} + p_c = -2 \frac{\ddot{a}}{a} - \frac{\dot{a}^2}{a^2} - \frac{k}{a^2}, \quad (3.5)$$

onde p_c (a pressão de criação) é o termo de correção à pressão de equilíbrio que descreve a produção de partículas ocorrendo fora de equilíbrio. A partir daqui, ρ e p denotarão a densidade e pressão da componente dominante no universo (no caso a matéria escura), a menos que seja especificado de outra forma. O til denotará as quantidades do fluido no modelo de criação, o que posteriormente nos permitirá distinguir estas das respectivas quantidades nos outros modelos.

A densidade de número de partículas é, neste caso, descrita por

$$\tilde{N}_{;\alpha}^{\alpha} = \dot{\tilde{n}} + 3\frac{\dot{a}}{a}\tilde{n} = \tilde{n}\tilde{\Gamma}, \quad (3.6)$$

onde $\tilde{\Gamma}$ é a taxa de criação de partículas induzida pelo campo gravitacional, N é o número de partículas e n é a densidade de número de partículas.

Combinando (3.4) e (3.5) é possível obter a equação que expressa a lei de conservação de energia ($u_{\mu}T_{;\nu}^{\mu\nu} = 0$),

$$\dot{\tilde{\rho}} + 3H(\tilde{\rho} + \tilde{p}) = 0. \quad (3.7)$$

Em geral a pressão de criação pode ser escrita como

$$p_c = -\alpha \frac{\tilde{n}\tilde{\Gamma}}{3H}, \quad (3.8)$$

onde α é um coeficiente fenomenológico positivo relacionado ao processo de criação.

Como discutido em [75], um caso importante corresponde ao chamado processo de criação “adiabática” de partículas [79]. Neste caso partículas e entropia são produzidas no espaço-tempo, no entanto, a entropia específica (por partícula) permanece constante ($\tilde{s} = 0$). Neste regime “adiabático”, a constante α na equação (3.8) é igual a $(\tilde{\rho} + \tilde{p})/\tilde{n}$, e então a pressão de criação é escrita como

$$p_c = -\frac{(\tilde{\rho} + \tilde{p})\tilde{\Gamma}}{3H} = -\frac{(1+w)\tilde{\rho}\tilde{\Gamma}}{3H}. \quad (3.9)$$

A taxa de criação $\tilde{\Gamma}$ é comumente proposta, a partir de considerações fenomenológicas, como sendo função do parâmetro de Hubble H . Focaremos, no presente trabalho, no caso da criação adiabática de partículas. Como veremos posteriormente, as equações de Friedmann (3.4) e (3.5) para este modelo, juntamente com a expressão para p_c em função de H , nos fornecerão cenários cosmológicos dinâmicos passíveis de serem testados com as observações atuais. Antes, porém, vamos introduzir um segundo modelo para a aceleração cosmológica, que também parte de princípios baseados em termodinâmica fora de equilíbrio para reduzir o setor escuro do universo.

3.2 O Modelo de Viscosidade

Outra propriedade naturalmente esperada em um fluido cosmológico complexo em rápida expansão é a viscosidade. Em um universo homogêneo e

isotrópico, o único tipo de viscosidade que pode estar presente é a viscosidade volumar. Esta surge devido à perda de equilíbrio termodinâmico quando o fluido se expande muito rápido e o sistema não tem tempo suficiente para reestabelecer o equilíbrio. Este mecanismo corresponde a um processo dissipativo que, como veremos, também está associado a um termo de pressão negativa nas equações de Einstein.

No caso em que ocorre dissipação no fluido cósmico, o tensor energiamomento isotrópico não é mais dado por $T_\alpha^\alpha = 3p - \rho$. Possuindo uma contribuição de não-equilíbrio devido ao efeito dissipativo, ele passa a ser dado por $T_\alpha^\alpha = 3p - \rho + \Delta T_\alpha^\alpha$. Esta expressão é comumente escrita da seguinte forma,

$$T_\alpha^\alpha = 3p - \rho + 3\Pi, \quad (3.10)$$

onde $\Pi = (1/3)\Delta T_\alpha^\alpha$ é a chamada pressão de viscosidade. É fácil verificar que Π deve ser negativo para que a Segunda Lei da Termodinâmica seja satisfeita [93]. Embora alguns autores tenham apontado que no contexto da teoria cinética a pressão de não equilíbrio deve ser sempre menor que a contribuição de equilíbrio mantendo a pressão total positiva, no contexto da teoria quântica de campos, onde pressões negativas são comuns, a situação é diferente. Iremos portanto extrapolar a suposição de que ΔT_α^α corresponde apenas a uma pequena correção de não equilíbrio. Este procedimento tem gerado modelos acelerados consistentes em diversos trabalhos [93] [97] [98]. Neste caso, se o termo Π for suficientemente grande, é possível ter um universo com uma pressão total negativa mesmo sendo dominado por um fluido com $p \geq 0$.

As equações de Friedmann nestes modelos podem ser escritas como

$$\rho = 3\frac{\dot{a}^2}{a^2} + 3\frac{k}{a^2}, \quad (3.11)$$

$$p + \Pi = -2\frac{\ddot{a}}{a} - \frac{\dot{a}^2}{a^2} - \frac{k}{a^2}. \quad (3.12)$$

Já a equação de conservação do fluido é dada por

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + p + \Pi) = 0. \quad (3.13)$$

Em geral, a pressão de viscosidade Π é escrita da seguinte forma

$$\Pi = -3\xi H, \quad (3.14)$$

onde ξ é o coeficiente de viscosidade volumar. Esta expressão é, na verdade, uma aproximação em primeira ordem de não equilíbrio. Esta aproximação corresponde à teoria de Eckart. Existem teorias mais gerais que consideram

desvios de equilíbrio de segunda ordem, como as teorias de Muler-Israel-Stewarddt. Aqui consideraremos o caso mais simples, que tem mostrado bons resultados para problemas como os que serão aqui abordados [97, 101, 102].

Para encontrarmos uma expressão fenomenológica para o coeficiente ξ , podemos fazer uma simples análise dimensional. A pressão Π tem dimensão de densidade de energia, portanto olhando para a equação (3.14) podemos ver que o coeficiente ξ deve ter dimensão (ρ/H) . Espera-se que a pressão de viscosidade dependa das quantidades do fluido como densidade, pressão, etc, e não de suas derivadas ou das propriedades geométricas do espaço-tempo. Portanto, a expressão mais geral que podemos escrever para o coeficiente é

$$\xi_\alpha = \frac{\delta}{3} \left(\frac{\rho_0}{H_0} \right) \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^\alpha, \quad (3.15)$$

onde o fator $1/3$ foi introduzido apenas por conveniência, como ficará claro posteriormente. Multiplicamos as grandezas do fluido por uma constante adimensional arbitrária δ , que seria natural esperar que fosse da ordem 1. α é também uma constante adimensional.

Embora não estejamos assumindo nenhum mecanismo dissipativo específico no fluido, esperamos que a pressão de viscosidade deva ter contribuições proporcionais a alguma potência de H (ou equivalentemente de ρ), visto que a rápida expansão do universo causa a perda de equilíbrio. Também podemos esperar contribuições inversamente proporcionais a H , já que à medida que ρ decresce, o tempo para interações ocorrerem no fluido aumenta, aumentando assim a contribuição de não-equilíbrio. Como não sabemos qual a contribuição de cada fator para a expressão final de Π , α poderá assumir valores positivos e negativos. Posteriormente deixaremos as observações indicarem os valores dos parâmetros.

3.3 O Modelo de Decaimento do Vácuo

Outra possível alternativa que tem sido proposta para evitar o problema da constante cosmológica e também o problema da coincidência é supor que a densidade de energia do vácuo não é constante, mas decai em outras componentes cosmológicas [29]-[49]. O tratamento usual assume que $\Lambda(t) = 8\pi G\rho_v$ está acoplado a outras componentes cósmicas produzindo partículas (produtos do decaimento) de forma lenta e contínua. Nestes modelos a explicação para o valor extremamente pequeno da densidade de energia do vácuo hoje é que a mesma vem decaendo durante toda evolução do universo.

A variação da densidade de energia do vácuo é genericamente esperada a partir da Teoria Quântica de Campos (TQC) em espaços curvos [124, 71].

Neste contexto, a ação efetiva da TQC implica que a variação de ρ_Λ pode ser associada à variação da curvatura do espaço-tempo, cuja expressão depende da teoria específica de gravitação adotada. Mais recentemente, a variação da densidade de energia do vácuo a baixas energias foi justificada por primeiros princípios a partir da abordagem do grupo de renormalização [31]. No contexto do Grupo de Renormalização, a equação da Relatividade Geral que descreve a variação da densidade de energia do vácuo pode ser escrita a partir de uma expansão em série de H [31, 125, 36],

$$\frac{d\rho_\Lambda}{d\ln H^2} = \frac{1}{(4\pi)^2} \sum_i \left[a_i M_i^2 H^2 + b_i H^4 + c_i \frac{H^6}{M_i^2} + \dots \right], \quad (3.16)$$

onde a_i , b_i e c_i são os coeficientes da expansão, e a soma se dá sobre as massas M_i de todos os campos de matéria envolvidos no cálculo da função β . A expansão acima foi calculada em uma aproximação até um loop.

Podemos mencionar também uma simples proposta que considera um termo de vácuo descrito por $\Lambda = \gamma H$ [125]. Esta proposta foi motivada por trabalhos em cosmologias com dimensões extras, que sugerem que modificações nas equações de Friedmann decorrentes de dimensões extras de volume infinito podem imitar um termo $\Lambda(t)$ variando com H^a , sendo a uma constante. Tais propostas têm sugerido coletivamente que modelos com $\Lambda(t)$ dinâmicos fornecem uma possibilidade interessante não apenas para acelerar o universo mas também para resolver os problemas associados à constante cosmológica.

Genericamente, nos modelos de decaimento do vácuo as equações de Friedmann assumem a forma

$$\rho + \Lambda(t) = 3\frac{\dot{a}^2}{a^2} + 3\frac{k}{a^2}, \quad (3.17)$$

$$p - \Lambda(t) = -2\frac{\ddot{a}}{a} - \frac{\dot{a}^2}{a^2} - \frac{k}{a^2}, \quad (3.18)$$

onde $\Lambda(t)$ é a densidade de energia do vácuo, ρ e p são as densidades de energia e pressão da matéria escura. Assumiremos por simplicidade que o vácuo se acopla apenas com a componente dominante do universo. Como estamos analisando o universo recente, o decaimento do vácuo causa então uma mudança no número de partículas de matéria escura. A equação que descreve a concentração de partículas tem portanto um termo fonte, sendo escrita como

$$N_{;\alpha}^\alpha = \dot{n} + 3\frac{\dot{a}}{a}n = n\Gamma, \quad (3.19)$$

onde Γ é a taxa de variação no número de partículas.

A partir das equações de Friedmann (3.17) e (3.18), obtemos a seguinte equação de conservação

$$\dot{\rho} + 3\frac{\dot{a}}{a}(\rho + p) = -\dot{\rho}_\Lambda . \quad (3.20)$$

Sendo o decaimento do vácuo a única fonte de criação de partículas, temos que

$$\dot{\rho}_\Lambda = -\zeta n\Gamma, \quad (3.21)$$

onde ζ é um parâmetro fenomenológico positivo.

Analisaremos posteriormente os vínculos observacionais para dois modelos específicos de decaimento do vácuo, descritos pela lei $\Lambda(H) = \gamma H$ e pela lei $\Lambda(H) = c + \beta H^2$. Este último foi motivado a partir da abordagem do grupo de renormalização, correspondendo às contribuições dominantes na expansão (3.16).

Os três modelos apresentados neste capítulo, apesar de trazerem uma série de avanços conceituais com relação ao MP, ainda encontram alguns desafios no campo teórico. Descrevemos abaixo algumas das principais questões que ainda precisam ser desenvolvidas nestes modelos:

- Uma teoria quântica de campos de não-equilíbrio em espaços curvos que pudesse prescrever algumas importantes grandezas nestes modelos não foi até o presente desenvolvida;
- Ainda não há uma prescrição clara de como o fenômeno quântico da criação de partículas pode ser incorporado nas equações de Einstein;
- Na ausência de uma base teórica fundamental completamente desenvolvida estes modelos são comumente propostos fenomenologicamente.

Capítulo 4

Comparando Modelos Cosmológicos

No capítulo anterior, apresentamos três modelos cosmológicos para o universo recente, sendo cada um deles baseado em uma interpretação física diferente para a aceleração do universo. Veremos, no entanto, que sob certas condições os três são capazes de gerar a mesma dinâmica para o universo. Iremos analisar aqui as relações entre os parâmetros dos três modelos que nos fornecem esta evolução comum. Veremos também sob quais condições estes modelos são capazes de reproduzir a dinâmica do Modelo Padrão Λ CDM. Os resultados apresentados neste capítulo são resultados originais obtidos nesta tese que podem ser encontrados no artigo correspondente à referência [105].

4.1 Equivalência Dinâmica

Vamos então usar as equações de Friedmann para comparar a evolução espaço-temporal nos três modelos. Começando pelo modelo de criação gravitacional de partículas, ao combinar as equações de Friedmann (3.4) e (3.5) deste modelo obtemos,

$$\frac{\ddot{a}}{a} + \Delta \frac{\dot{a}^2}{a^2} + \Delta \frac{k}{a^2} + \frac{p_c}{2} = 0 , \quad (4.1)$$

onde $\Delta = (3w + 1)/2$.

Para os modelos de viscosidade, ao combinarmos suas equações de Friedmann (3.11) e (3.12), obtemos

$$\frac{\ddot{a}}{a} + \Delta \frac{\dot{a}^2}{a^2} + \Delta \frac{k}{a^2} + \frac{\Pi}{2} = 0 . \quad (4.2)$$

E similarmente para os modelos de decaimento do vácuo obtemos

$$\frac{\ddot{a}}{a} + \Delta \frac{\dot{a}^2}{a^2} + \Delta \frac{k}{a^2} - \frac{(1+w)\Lambda(t)}{2} = 0 . \quad (4.3)$$

Comparando as três equações acima podemos ver que os três modelos são equivalentes quando a seguinte igualdade é satisfeita

$$p_c = \Pi = -(1+w)\Lambda(t) , \quad (4.4)$$

onde w é o parâmetro da equação de estado da matéria escura nos modelos de decaimento do vácuo. O Modelo Padrão λ CDM pode ser obtido como um caso especial dos modelos de decaimento do vácuo ao se fazer $\Lambda(t) = cte$.

No caso da criação “adiabática” de partículas, em que $p_c = -(1+w)\rho\Gamma/3H$, supondo um espaço-tempo plano (como será considerado até o final do trabalho), a equivalência (4.4) nos fornece simplesmente

$$\Gamma H = \Lambda(t) . \quad (4.5)$$

Vemos então que os três modelos podem ser dinamicamente equivalentes entre si e, além disto, são capazes de reproduzir a evolução do Modelo Padrão.

Como mencionado anteriormente, o modelo λ CDM possui uma grande concordância com as observações. Os modelos alternativos, porém, se propõem a melhorar questões conceituais com relação ao MP. Ao obtermos, para os modelos aqui propostos, uma equivalência dinâmica com o λ CDM, surge a possibilidade de termos uma descrição alternativa para a aceleração cosmológica com o mesmo grau de concordância observational do MP a nível de background, porém sem os problemas conceituais associados a este.

Vamos, a seguir, comparar os três modelos sob o ponto de vista de suas evoluções termodinâmicas.

4.2 Equivalência Termodinâmica

Para obtermos uma descrição termodinâmica dos modelos considerados, é preciso obter as equações de evolução para a entropia específica ($\sigma = S/N$), e para a temperatura em cada modelo.

No caso geral dos modelos de criação de partículas, a derivada com relação ao tempo comóvel do fluxo de entropia, $S^\alpha = n\sigma u^\alpha$, combinada com as equações de Friedmann e as equações (3.8) e (3.6) nos fornece

$$\dot{\tilde{\sigma}} + \tilde{\sigma}\tilde{\Gamma} = \frac{\tilde{\Gamma}}{\tilde{T}}(\alpha - \tilde{\mu}) , \quad (4.6)$$

onde $\tilde{\mu}$ é o potencial químico das partículas criadas, neste caso, de matéria escura.

E a temperatura, no caso geral destes modelos, segue a seguinte evolução [76, 77]

$$\frac{\dot{\tilde{T}}}{\tilde{T}} = \left(\frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{\rho}} \right)_{\tilde{n}} \frac{\dot{\tilde{n}}}{\tilde{n}} - \frac{\tilde{\Gamma}}{\tilde{T} \left(\frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \tilde{T}} \right)_{\tilde{n}}} \left[\tilde{T} \left(\frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{T}} \right)_{\tilde{n}} + \tilde{n} \left(\frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \tilde{n}} \right)_{\tilde{T}} - \alpha \tilde{n} \right]. \quad (4.7)$$

Já no caso dos modelos de viscosidade não há produção de partículas, $N_{;\alpha}^{\alpha} = 0$. No entanto, a variação da entropia por partícula é uma função do coeficiente de viscosidade como se segue

$$\dot{\sigma} = \frac{9\xi}{nT} \left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2, \quad (4.8)$$

enquanto a temperatura nestes modelos segue a seguinte lei de evolução [76]

$$\frac{\dot{T}}{T} = \left(\frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{\rho}} \right)_n \frac{\dot{n}}{n} + \frac{9\xi}{T \left(\frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \tilde{T}} \right)_n} \left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2. \quad (4.9)$$

Nos modelos de decaimento do vácuo, o vácuo age como uma segunda componente transferindo energia continuamente para a componente material, sendo este processo vinculado pela segunda lei da termodinâmica. Assumiremos aqui que o potencial químico do vácuo é nulo, de tal modo que o vácuo se comporta como um condensado que não carrega entropia. De fato, para um potencial químico nulo, a equação de estado do vácuo ($p_v = -\rho_v$) implica que $\sigma_v = 0$. Sob esta condição, temos a seguinte evolução para a entropia específica da matéria criada,

$$\dot{\sigma} + \sigma \Gamma = \frac{\Gamma}{T} (\zeta - \mu), \quad (4.10)$$

onde μ denota o potencial químico das partículas criadas.

Para a temperatura temos a seguinte lei de evolução [183]

$$\frac{\dot{T}}{T} = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_n \frac{\dot{n}}{n} - \frac{\Gamma}{T \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_n} \left[T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_n + n \left(\frac{\partial \rho}{\partial n} \right)_T - \zeta n \right]. \quad (4.11)$$

Comparando as equações termodinâmicas apresentadas para os três modelos é possível concluir que:

- Os modelos de criação de partículas e de decaimento do vácuo possuem a mesma lei de evolução para a temperatura e para a entropia específica sempre que os coeficientes α e ζ forem iguais;
- Se considerarmos que o processo de produção de partículas nos modelos de criação e de decaimento do vácuo é "adiabático", algumas relações de equilíbrio são preservadas. Neste caso, os segundos termos do lado direito das equações (4.11) e (4.7), que correspondem às contribuições de não-equilíbrio, devem ser identicamente nulos. Para isto $\alpha = \zeta = (\rho + p)/n$, o que implica que $\dot{\sigma} = 0$. Ou seja, as relações de equilíbrio são preservadas apenas se a entropia específica das partículas criadas for constante. Assim, $\dot{S}/S = \dot{N}/N = \Gamma$, tanto nos modelos de criação de partículas quanto nos de decaimento do vácuo.
- Por outro lado, comparando a equação de evolução da temperatura (4.9) do modelo de viscosidade com as dos outros modelos, vemos que não há uma equivalência. Mesmo se compararmos a equação de evolução da temperatura no modelo de viscosidade com as equações correspondentes no caso "adiabático" dos outros modelos também não obtemos uma equivalência. A equação de evolução da entropia específica no modelo de viscosidade nos mostra que, enquanto existe uma viscosidade, $\dot{\sigma} \neq 0$ e o processo não é adiabático. Neste caso, o segundo termo do lado direito da equação (4.9) não se anula.

Em resumo, vimos que, embora os três modelos possam ser dinamicamente equivalentes, sob o ponto de vista termodinâmico o modelo de viscosidade não é equivalente aos demais. No entanto, entre os modelos de criação de partícula e de decaimento do vácuo observa-se uma correspondência direta.

Capítulo 5

Análise Observacional

Neste capítulo, será feita uma análise observacional dos três modelos propostos visando testar a viabilidade dos mesmos e obter vínculos para seus parâmetros livres. Os resultados deste capítulo fazem parte dos resultados originais desta tese e também podem ser encontrados no artigo [105]. Vamos especificar nossa análise a algumas classes de modelos bem conhecidas na literatura as quais introduziremos a seguir.

- *Modelo 1: λ CDM*

Como vimos que os três modelos considerados são capazes de reproduzir a dinâmica do modelo λ CDM, vamos então começar nossa análise pelo Modelo Padrão. Vimos que o mesmo corresponde ao caso específico em que $\Lambda(t) = cte = \lambda$.

De acordo com a equação (4.5), podemos ver que o modelo de criação de partículas que reproduz a dinâmica do λ CDM possui a seguinte taxa de criação de partículas,

$$\tilde{\Gamma} = \frac{\lambda}{H}, \quad (5.1)$$

onde λ é a constante cosmológica do Modelo Padrão.

Já o modelo de viscosidade que reproduz esta mesma dinâmica possui um coeficiente de viscosidade tal que $\xi \propto \rho^{-1/2}$, o que pode ser visto através das equações (3.14) e (4.4). Ou seja, o parâmetro α do modelo ($\xi \propto \rho^\alpha$), introduzido na equação (3.15), é igual a $-1/2$.

Como nestas condições os três modelos geram a mesma dinâmica, que neste caso corresponde a do Modelo Padrão, vamos usar como exemplo o modelo de criação de partículas a fim de obtermos a evolução comum aos três modelos. Para isto vamos então reescrever a equação de conservação

(3.7) em termos da taxa de criação de partículas da seguinte forma,

$$\dot{\tilde{\rho}} + 3H(\tilde{\rho} - \tilde{\Gamma}H) = 0 . \quad (5.2)$$

Substituindo a condição de equivalência, $\tilde{\Gamma} = \lambda/H$, na expressão acima e integrando encontramos

$$\tilde{\rho} = \lambda + \tilde{\rho}_{m1,0}a^{-3}, \quad (5.3)$$

onde $\tilde{\rho}_{m1,0}$ é uma constante, com dimensão de densidade de energia, que quantifica a densidade de matéria que se aglomera.

Podemos substituir a relação acima na equação de Friedmann (3.4) para obtermos uma expressão para H em função do redshift z ,

$$H = H_0 \left[1 - \tilde{\Omega}_{m1} + \tilde{\Omega}_{m1}(1+z)^3 \right]^{1/2}, \quad (5.4)$$

onde $\tilde{\Omega}_{m1} = \tilde{\rho}_{m1,0}/3H_0^2$. A equação acima descreve a dinâmica dos três modelos no caso em que os mesmos são equivalentes ao λ CDM. Tal resultado foi previamente obtido em [82, 83] através de um método diferente.

Embora os três modelos e o λ CDM apresentem a mesma dinâmica, eles podem, em certos casos, ser distinguíveis a nível perturbativo [84]. Esta distinção pode ser feita, por exemplo, a partir do cálculo do espectro de potências da radiação e da matéria em cada cenário, ou das previsões para as estruturas em largas escalas. O espectro de potências primordial para uma dada classe dos modelos de criação de partículas será calculado no capítulo 10. A análise da evolução posterior das perturbações cosmológicas nestes modelos foi analisada em [88] - [89] e foi mostrado que para um determinado valor da velocidade do som efetiva ($c_s^2 = 0$), o modelo de criação gravitacional de partículas e o λ CDM são degenerados em qualquer ordem na teoria de perturbações cosmológicas.

Na análise da evolução das estruturas do universo é importante lembrar que nos modelos de criação de partículas e viscosidade há apenas uma componente dominante no universo recente (a matéria escura), enquanto que nos modelos de decaimento do vácuo e no λ CDM existem duas componentes principais. No entanto, ao contrário do modelo de decaimento do vácuo, no Modelo Padrão as duas componentes principais evoluem de modo completamente independente, o que gera a necessidade de ajuste fino.

- *Modelo 2: $\Lambda = \gamma H$*

Este simples modelo fenomenológico foi proposto em [126] e discutido em [125] em um contexto mais geral. Note que γ é uma constante dimensional

($\text{Dim}\gamma = \text{Dim}H$). Neste caso a taxa de criação de partículas no modelo de criação equivalente é uma constante, $\tilde{\Gamma} = \gamma$. Como a segunda lei da termodinâmica implica que $\tilde{\Gamma} \geq 0$, então temos que $\gamma > 0$. Já no modelo de viscosidade correspondente, o coeficiente de viscosidade é dado por $\xi = cte$, ou seja, o parâmetro α do modelo é igual à zero.

Ao integrarmos a equação (5.2) obtemos para este caso

$$\tilde{\rho} = \frac{\gamma^2}{3} \left[1 + \left(\frac{C}{a} \right)^{3/2} \right]^2, \quad (5.5)$$

onde C é uma constante de integração. O parâmetro de Hubble pode então ser escrito como

$$H = H_0 \left[1 - \tilde{\Omega}_{m2} + \tilde{\Omega}_{m2}(1+z)^{3/2} \right], \quad (5.6)$$

onde $\tilde{\Omega}_{m2} = 1 - \gamma H_0 / 3H_0^2$. Este parâmetro quantifica a quantidade de matéria que se aglomera.

- Modelo 3: $\Lambda = c + \beta H^2$

A lei de decaimento βH^2 foi inicialmente proposta em [39] e foi posteriormente analisada por vários autores incluindo [40, 42]. A evolução recente neste modelo se aproxima da evolução do λ CDM. No entanto, o termo em H^2 fornece uma dinâmica mesmo no universo atual.

Neste caso, a taxa de criação de partículas do modelo equivalente é dada por $\tilde{\Gamma} = \beta H + (c/H)$. E o modelo de viscosidade correspondente tem o coeficiente de viscosidade dado pela soma de um termo proporcional a $\rho^{-1/2}$ e outro proporcional a $\rho^{1/2}$. É possível mostrar que o parâmetro β deve ser positivo para que a segunda lei da termodinâmica seja satisfeita [105].

Inserindo a expressão de $\tilde{\Gamma}$ na equação (5.2) e integrando obtemos

$$\tilde{\rho} = \frac{c}{1 - \beta/3} + \tilde{\rho}_{m3,0} a^{-3+\beta}, \quad (5.7)$$

o que nos permite obter

$$H = H_0 \left[1 - \tilde{\Omega}_{m3} + \tilde{\Omega}_{m3}(1+z)^{3-\beta} \right]^{1/2}, \quad (5.8)$$

onde $\tilde{\Omega}_{m3} = \tilde{\rho}_{m3,0} / 3H_0^2$.

Neste momento, é interessante estimarmos o valor atual da taxa de criação de partículas para os modelos discutidos aqui (veja equação (4.5)). Se

assumirmos que as partículas de matéria escura são neutralinos, com massa $m \sim 100\text{GeV}$, e que $\Omega_{\Lambda 0} \sim 0.7$ e $H_0 \sim 74\text{km}.Mpc^{-1}.s^{-1}$, podemos ver que a taxa de criação é atualmente da ordem de $[\Gamma n]_{hoje} \sim 10^{-11}.\text{cm}^{-3}.\text{yr}^{-1}$. Esta taxa não foi consideravelmente alterada nos últimos bilhões de anos ($z < 1$) em que o universo começou a acelerar devido à criação.

Os modelos de criação de partículas podem também ser descritos através da dinâmica de um campo escalar. No Apêndice A, foram obtidos os campos escalares e seus respectivos potenciais que representam os três casos específicos descritos aqui.

5.1 Vínculos Observacionais

Vamos agora obter os vínculos observacionais para os parâmetros livres dos modelos discutidos. Para isto, faremos uma análise conjunta envolvendo dados de SNeIa (supernovas tipo Ia) e RCF/BAO (Radiação Cósmica de Fundo/Oscilações Acústicas de Bárions). Usaremos, na nossa análise, a compilação de supernovas Union 2.1 [127] que inclui 580 pontos selecionados de supernovas. Em conjunto, usaremos também medidas derivadas a partir do produto da escala acústica da RCF com a razão entre o horizonte sonoro (na época em que as oscilações acústicas são congeladas) e a escala de dilatação de BAO.

Um modelo cosmológico que depende de um conjunto de parâmetros pode ser comparado com os dados observacionais através do teste estatístico χ^2 . A função probabilidade P associada a um dado parâmetro cosmológico θ é dada por $P \propto \exp(-\chi^2/2)$, onde a grandeza χ^2 é definida como

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \left(\frac{f_i^{obs} - f_i^T(\theta)}{\sigma_i} \right)^2. \quad (5.9)$$

Acima f_i^{obs} e f_i^T correspondem às grandezas observacionais e teóricas respectivamente, e σ_i corresponde ao erro associado à grandeza observacional. Procuramos identificar o parâmetro θ que minimiza a função χ^2 . Este procedimento nos permite encontrar o melhor ajuste dos parâmetros dos modelos teóricos com base nas observações.

Obteremos, portanto, os vínculos para o conjunto de parâmetros de cada modelo apresentado acima minimizando a função $\chi_T^2 = \chi_{SNe}^2 + \chi_{CMB/BAO}^2$.

5.1.1 Resultados

Os resultados das análises estatísticas estão apresentados nas figuras (5.1) e (5.2). A figura (5.1) mostra a variância, $\Delta\chi^2 = \chi^2 - \chi_{min}^2$, em função dos

parâmetros de densidade Ω_{m1} e Ω_{m2} nas regiões de confiança 68% e 95,4% para o modelo 1 (no gráfico à esquerda) e para o modelo 2 (no gráfico à direita).

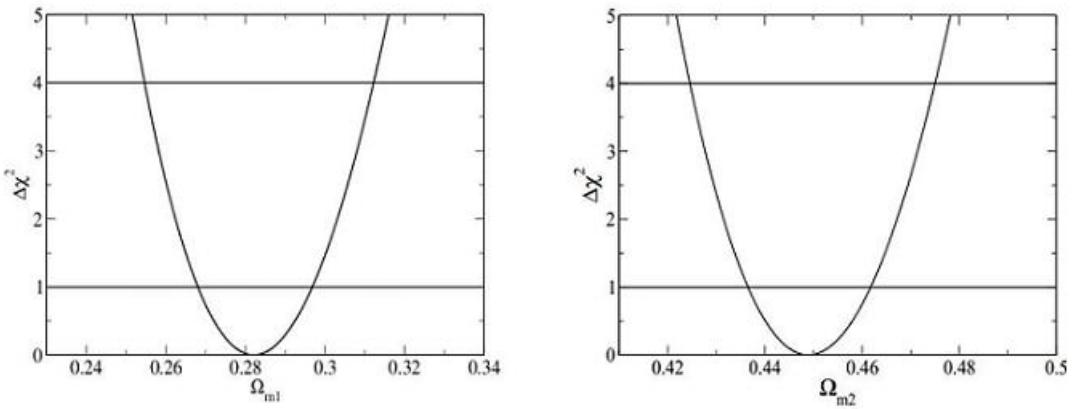


Figura 5.1: A variância $\Delta\chi^2$ em função dos parâmetros $\tilde{\Omega}_{m1} \equiv \Omega_{m1}$ (painedel esquerdo) e $\tilde{\Omega}_{m2} \equiv \Omega_{m2}$ (painedel direito). A partir desta análise encontramos $\tilde{\Omega}_{m1} = 0.282^{+0.014}_{-0.014}$ e $\tilde{\Omega}_{m2} = 0.449^{+0.013}_{-0.013}$ com 1σ de confiança.

Para o modelo 1, encontramos que o pico da função probabilidade se encontra em $\tilde{\Omega}_{m1} = 0.282^{+0.014}_{-0.014}$, portanto, em excelente concordância com as observações. Já para o modelo 2 o pico se encontra em $\tilde{\Omega}_{m2} = 0.449^{+0.013}_{-0.013}$. Isto mostra que uma taxa de criação de partículas constante durante a evolução cósmica gera um valor para $\tilde{\Omega}_m$ mais alto que o observado.

A figura (5.2) apresenta o espaço de parâmetros $\tilde{\Omega}_{m3} - \beta$ para o modelo 3. Ao se marginalizar em h ($H_0 = 100 h km s^{-1} Mpc^{-1}$), encontramos $\tilde{\Omega}_{m3} = 0.274^{+0.014}_{-0.014}$ e $\beta = -0.018^{+0.026}_{-0.027}$ com 68,3% de confiança, sendo que $\chi^2_{min} = 563,53$ e $\nu = 581$ graus de liberdade. Já o valor obtido para $\chi^2_{rel} \equiv \chi^2_{min}/\nu = 0.97$ nos mostra que o modelo está em boa concordância com os dados.

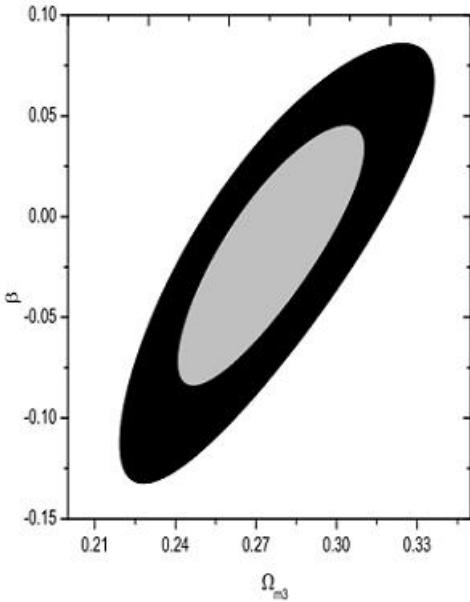


Figura 5.2: O resultado da análise estatística no plano $\beta - \tilde{\Omega}_{m3}$ para o modelo 3. Vínculos de SNeIa e RCF/BAO aparecem nos níveis de confiança 1σ e 2σ .

5.1.2 A Viabilidade dos Modelos

Diversos critérios podem ser utilizados para a seleção e comparação de modelos. Em geral, tais critérios consideram a complexidade do modelo e, essencialmente, penalizam o número de parâmetros dos mesmos. Um exemplo importante é o conhecido critério de informação de Akaike (AIC). Proposto em 1974 [128] por Hirotugu Akaike sob o nome de "um critério de informação", o mesmo corresponde a uma medida relativa da qualidade de ajuste de um modelo estocástico estimado. Como discutido em [129], o critério AIC fornece uma forma interessante para se obter um ranking da viabilidade observational dos diferentes modelos. Fundamentado no conceito de informação, ele oferece uma medida relativa das informações perdidas, quando um determinado modelo é utilizado para descrever um fenômeno. Akaike usou a informação de Kullback-Leibler e propriedades assintóticas dos estimadores de máxima verossimilhança para definir seu critério. Alguns elementos tornam esta abordagem mais simples quando comparadas a outros critérios de seleção. Um deles é o fato de não haver restrições a respeito do número de modelos ou como eles são formulados. Além disto, para a comparação é irrelevante quais variáveis foram utilizadas como variáveis preditoras/explicativas ou como elas são incorporadas ao modelo.

Portanto, para comparar os modelos estudados usaremos o critério Akaike. Matematicamente podemos definir o mesmo como

$$AIC = -2\ln\mathcal{L} + 2k, \quad (5.10)$$

onde \mathcal{L} é o máximo da função likelihood e k é o número de parâmetros livres do modelo. A quantidade importante nesta análise é a diferença $\Delta AIC_i = AIC_i - AIC_{min}$, calculada sobre o conjunto de cenários ($i = 1, \dots, n$), sendo que o modelo que melhor se ajusta aos dados corresponde àquele que minimiza o fator AIC.

A tabela 5.1.2 mostra um resumo do ranking para os modelos analisados com base nos dados de SNeIa e RCF/BAO.

Tabela 5.1: AIC - Resultados

Modelo	k	Ranking	ΔAIC	χ^2_{min}/ν
Modelo 1	1	1	0.00	0.97
Modelo 2	1	3	33.21	1.03
Modelo 3	2	2	1.86	0.97

Podemos ver que o modelo que melhor se ajusta é o modelo 1, sendo seguido pelo modelo 3 que é compatível com o Λ CDM em 1σ . Além disto, vemos que os dados distinguem fracamente os modelos 1 e 3.

Agora que já analisamos algumas possibilidades para a aceleração recente do universo, veremos que os mesmos três modelos apresentados aqui são capazes também de explicar a fase acelerada que acredita-se ter ocorrido no universo primitivo. Desta forma pode ser possível obter uma descrição unificada para a aceleração cósmica que possui também a vantagem de eliminar a necessidade do campo inflaton bem como da energia escura. Primeiramente, no entanto, iremos introduzir a teoria da aceleração primordial (inflação) no Modelo Padrão, para a partir daí sugerir algumas propostas alternativas a este cenário.

Parte II

A Expansão Acelerada no Universo Primordial

Capítulo 6

A Aceleração Cosmológica Primordial no Modelo Padrão

6.1 O Cenário da Inflação Primordial

Sabemos que no cenário cosmológico padrão do Big Bang o universo inicia na era de domínio da radiação que é seguida pela era de domínio da matéria. Ambas as fases estão associadas a uma desaceleração na expansão do universo. No entanto, a este cenário está relacionada uma série de problemas que hoje sabemos que podem ser resolvidos na presença de uma fase de expansão acelerada no universo primitivo. Esta fase denomina-se inflação. Para solucionar estes problemas, é necessária uma quantidade mínima de inflação que na maioria dos modelos corresponde a um breve instante de tempo. É possível resolver estes mesmos problemas também em modelos sem a singularidade inicial ao se supor uma expansão de-Sitter no universo tendo início em $t = -\infty$.

Alguns dos principais problemas que qualquer modelo inflacionário deve se propor a resolver se resumem a seguir:

- *O Problema do Horizonte*

O horizonte de partículas comóvel, que é a máxima distância que a luz pode viajar entre um tempo 0 e t , é dado por

$$\tau \equiv \int_0^t \frac{dt'}{a(t')} = \int_0^a \frac{da}{Ha^2} = \int_0^a dlna \left(\frac{1}{aH} \right), \quad (6.1)$$

onde expressamos o horizonte comóvel através de uma integral do raio de Hubble comóvel $(aH)^{-1}$.

Para um universo dominado por um fluido com equação de estado w

temos que

$$(aH)^{-1} = H_0^{-1} a^{\frac{1}{2}(1+3w)}. \quad (6.2)$$

De onde vemos que o comportamento do horizonte de partículas depende de se $(1+3w)$ é positivo ou negativo. Durante as eras da radiação e da matéria $w \geq 0$, e $(aH)^{-1}$ cresce, fazendo com que o horizonte comóvel τ , ou a fração do universo em contato causal, cresça com o tempo ($\tau \propto a^{\frac{1}{2}(1+3w)}$). Isto significa que as escalas comóveis que entram hoje no horizonte estavam fora dele na época em que se formou a Radiação Cósmica de Fundo (300.000 anos após o Big Bang).

No entanto, sabemos atualmente que o universo possui um altíssimo grau de homogeneidade e isotropia. A uniformidade detectada na Radiação Cósmica de Fundo em todo universo observável implica que regiões que na época do desacoplamento não possuíam contato causal apresentavam a mesma temperatura.

Com a cosmologia inflacionária a uniformidade observada no universo pode ser facilmente explicada. Como $w \approx -1$ na época da inflação, temos um horizonte comóvel que decresce com o tempo neste período. Portanto, as grandes escalas que entram no presente universo observável estavam dentro do horizonte antes da inflação. A uniformidade existiria inicialmente em escalas microscópicas devido a processos usuais de equilíbrio térmico. Com a inflação, as regiões uniformes teriam sido esticadas até um tamanho maior que o universo observável gerando o alto grau de homogeneidade e isotropia que vemos hoje.

- O Problema da Planitude

O problema da planitude diz respeito à razão $\Omega_{total} = \rho_{total}/\rho_c$, onde ρ_{total} é a densidade total do universo e $\rho_c = 3H^2/8\pi G$ é a densidade crítica para a qual o universo é espacialmente plano. De acordo com os dados recentes, o valor do parâmetro de densidade total corresponde à $\Omega_{total} \cong 1,01$, que é muito próximo de 1. Porém, ao extrapolar o parâmetro Ω_{total} para o universo primordial, vê-se que o valor $\Omega_{total} = 1$ é um ponto de equilíbrio instável na evolução do universo pelo Modelo Padrão. Portanto, se Ω_{total} for inicialmente igual a 1, ele permanecerá com este valor para sempre, mas se houver uma pequena variação no valor com relação a 1, esta diferença será amplificada com o tempo. É possível mostrar que $(\Omega_{total} - 1)$ cresce proporcionalmente a t durante a era da radiação e a $t^{2/3}$ durante a era da matéria. Como mostrado por Dicke e Peebles em [130], quando o universo tinha 1 segundo, no Modelo Padrão, Ω_{total} deve ter sido igual a 1 com uma acurácia de uma parte em 10^{15} para que hoje tenha o valor observado. A cosmologia padrão não fornece nenhuma explicação para este valor e apenas o assume como

condição inicial. Já se considerarmos o valor de Ω_{total} no tempo de Planck, $10^{-43}s$, o problema se torna ainda mais grave e Ω_{total} precisa ser igual a 1 em até 59 casas decimais.

Com o mecanismo da inflação o valor de Ω_{total} pode ser naturalmente explicado. Durante a inflação, ao invés de Ω_{total} se afastar de 1, ele se aproxima deste valor de acordo com $\Omega_{total} - 1 \propto e^{-2H_{infl}t}$, onde H_{infl} é o parâmetro de Hubble na inflação. Portanto, havendo um suficiente período de inflação, Ω_{total} pode assumir diversos valores inicialmente e com a expansão exponencial o mesmo acabará convergindo para 1.

- A Ausência de Monopólos Magnéticos

Todas as teorias de grande unificação preveem que devem existir no espectro de possíveis partículas, partículas extremamente massivas com uma carga magnética resultante. Sem considerar um período inflacionário, as teorias de Grande Unificação combinadas com a cosmologia clássica preveem uma produção absurdamente grande destas partículas no universo, o que geraria uma densidade de monopólos inaceitável [131]. Com a inflação ocorrendo depois ou durante a produção de monopólos, embora os monopólos ainda estejam no espectro das possíveis partículas eles seriam eliminados do universo visível, já que a densidade dos mesmos seria completamente diluída.

Além de fornecer um mecanismo para resolver os problemas aqui explicados, entre outros, a inflação tem um papel fundamental na formação das estruturas do universo, como veremos posteriormente.

Existem diversos modelos capazes de explicar a fase de aceleração primordial do universo. A maioria deles atribui a inflação a um campo escalar denominado inflaton, com um potencial não nulo e uma energia cinética muito pequena. Veremos posteriormente outras alternativas que explicam esta fase sem necessitar do papel do campo escalar.

As idéias básicas da inflação foram originalmente propostas por Guth [132] e Sato [133] independentemente em 1981, no que hoje é chamado de Velha Inflação. Neste cenário, a expansão de-Sitter do universo se devia a uma transição de fase de primeira ordem de um falso vácuo para um vácuo verdadeiro. No entanto, este cenário possuía um sério problema. A transição de fase ocorria através da formação de bolhas de novo vácuo e, após sua formação, as mesmas se expandiam rapidamente e colidiam umas com as outras. Porém, esta configuração gerava um universo altamente inhomogêneo, em desacordo com as observações. Uma nova versão do cenário inflacionário foi então proposta por Linde [134] e Albrecht e Steinhardt [135] em 1982, a qual é chamada de Nova Inflação. Neste cenário o campo inflaton sofre uma

transição de fase de segunda ordem e dai passa por um regime de Slow-Roll, em que a energia cinética do campo é muito pequena. Porém, este modelo também sofria de um grande problema de ajuste fino devido ao tempo que o campo devia permanecer no falso vácuo para gerar a quantidade necessária de inflação. Em 1983, Linde [136] propôs outro modelo inflacionário baseado no regime de Slow-Roll, chamado inflação caótica, no qual as condições iniciais do campo escalar são caóticas. De acordo com este modelo, nosso universo homogêneo e isotrópico teria sido gerado em regiões onde ocorre suficiente inflação.

Diversos modelos de inflação foram construídos nas últimas décadas [137], [138], entre os quais podemos citar também os modelos inflacionários baseados em supercordas e supergravidade [139]. Apesar de diversas possibilidades terem sido desenvolvidas, a maioria dos modelos ainda considera o campo inflaton como responsável pela inflação. Vamos então descrever brevemente a dinâmica destes cenários.

6.1.1 A Dinâmica Inflacionária

O campo inflaton, responsável pela inflação, é considerado como sendo um campo escalar, homogêneo, com densidade de energia e pressão dadas por

$$\rho = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi), \quad p = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi), \quad (6.3)$$

onde $V(\phi)$ é o potencial do campo.

Em um universo dominado pelo inflaton temos, a partir das equações de Einstein, a seguinte evolução,

$$3H^2 + \frac{3k}{a^2} = \frac{8\pi}{m_p^2} \left[\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi) \right], \quad (6.4)$$

onde $m_p^2 = 1/G$. Sendo a equação de movimento do campo dada por

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V'(\phi) = 0. \quad (6.5)$$

Para que o campo tenha uma pressão suficientemente negativa para gerar a quantidade necessária de inflação, é preciso que $\dot{\phi}^2/2 \ll V(\phi)$ e $\ddot{\phi} \ll 3H\dot{\phi}$, o que requer um potencial bastante plano. Estas condições são chamadas condições de Slow-Roll. Supondo estas condições, as equações acima podem ser aproximadas por

$$3H^2 + \frac{3k}{a^2} \cong \frac{8\pi}{m_p^2} V(\phi), \quad (6.6)$$

$$3H\dot{\phi} \cong -V'(\phi). \quad (6.7)$$

Como o potencial do campo deve ser muito plano para garantir as condições de Slow-Roll, no período da inflação $V \approx cte$ e, consequentemente, $H \approx cte$.

Podemos definir os seguintes parâmetros de Slow-Roll,

$$\epsilon \equiv \frac{m_p^2}{16\pi} \left(\frac{V'}{V} \right)^2, \quad \eta \equiv \frac{m_p^2}{8\pi} \left(\frac{V''}{V} \right), \quad (6.8)$$

de modo que a aproximação de Slow-Roll é válida sempre que $\epsilon \ll 1$ e $|\eta| \ll 1$. A fase inflacionária termina quando os parâmetros acima atingem a ordem de 1.

Podemos definir uma grandeza, chamada número de e-foldings, capaz de descrever a quantidade de inflação da seguinte forma

$$N \equiv \ln \frac{a_f}{a_i} = \int_{t_i}^{t_f} H dt, \quad (6.9)$$

onde i e f indicam as quantidades no início e no fim da inflação respectivamente.

Para solucionar o problema da planitude, é necessário que $|\Omega_{total} - 1| \leq 10^{-60}$ logo após o término da inflação. Ao dividir a equação de Friedmann (6.6) pela densidade crítica $\rho_c = 3H^2/8\pi G$, após reorganizar os termos obtemos que

$$(\Omega_{total} - 1)a^2 H^2 = k, \quad (6.10)$$

onde consideramos o parâmetro de densidade total $\Omega_{total} = \rho_{total}/\rho_c = \rho_\phi/\rho_c$. Portanto, a razão entre $|\Omega_{total} - 1|$ no início e no fim da inflação é dada por

$$\frac{|\Omega_f - 1|}{|\Omega_i - 1|} \cong \left(\frac{a_i}{a_f} \right)^2 = e^{-2N}, \quad (6.11)$$

onde consideramos $H \approx cte$ durante a inflação. Assumindo $|\Omega_i - 1|$ como sendo da ordem de 1, vemos que, para um número de e-foldings $N \geq 60$, o problema da planitude é solucionado. Também o problema do horizonte é solucionado para esta quantidade de e-foldings.

Vemos que é possível, a princípio, descrever uma expansão acelerada primordial capaz de solucionar os problemas mencionados anteriormente através de um campo escalar simples. Apesar disto os detalhes deste processo, as condições iniciais, a formação das perturbações cosmológicas e a transição para a fase da radiação, são pontos que ainda apresentam uma série de dificuldades.

As características destes processos variam de acordo com o modelo inflacionário, gerando previsões que os tornam observacionalmente distinguíveis. Apesar da inflação ter ocorrido nos primórdios do universo, existem dados observacionais capazes de testar modelos inflacionários com grande precisão. Estes dados observacionais provém da Radiação Cósmica de Fundo, como será discutido a seguir.

6.2 A Radiação Cósmica de Fundo

Em 1964, foi descoberto accidentalmente, pelos rádio-astrônomos amadores Penzias e Wilson, um sinal eletromagnético desconhecido vindo igualmente de todas as direções do céu. Ao noticiarem a descoberta, os físicos logo associaram o sinal observado com a previsão feita já na década de 40 por Gamow e Alpher de que haveria uma radiação remanescente do início do universo. Esta formaria o que atualmente chamamos de Radiação Cósmica de Fundo (RCF). Em 1940, já havia sido calculada a temperatura que esta radiação deveria ter no universo atual. O valor obtido na época, 5 graus Kelvin, era próximo do valor aceito atualmente, que corresponde a 2,7K. Na época, no entanto, não estava claro se esta radiação poderia ser observada.

Hoje, a Radiação Cósmica de Fundo é uma das maiores ferramentas disponíveis para se obter informações sobre o universo primitivo, já que os fótons da RCF tiveram seu último espalhamento 370 mil anos após o Big Bang. Anteriormente a esta época, com a temperatura acima dos 3000K, a matéria no universo se encontrava em um estado ionizado, de modo que a luz não conseguia viajar uma distância considerável sem ser absorvida por um elétron que, por sua vez, emitia novos fótons. À medida que o universo expandiu e se esfriou, os elétrons e núcleos presentes puderam se recombinar e então formar átomos neutros. Após este evento, chamado superfície de último espalhamento, os fótons puderam viajar livremente por grandes distâncias sem serem absorvidos. Isto ocorreu após a era da radiação, já no início da era da matéria. Estes fótons vindos da superfície de último espalhamento compõem a Radiação Cósmica de Fundo, que é observada como uma radiação praticamente uniforme vinda de todas as direções do céu, possuindo um espectro de corpo negro, devido ao fato de que matéria e radiação estavam em equilíbrio na época do último espalhamento.

Embora praticamente isotrópica, a RCF possui pequenas anisotropias intrínsecas e uma anisotropia dipolar. A anisotropia dipolar, da ordem de $\Delta T/T \approx 10^{-3}$, é decorrente do movimento da Terra em relação à RCF. Já as anisotropias intrínsecas, que são da ordem de $\Delta T/T \approx 10^{-5}$, são consequência de flutuações de temperatura no universo primitivo que seriam as

sementes das estruturas que hoje observamos. As características destas anisotropias nos fornecem valiosas informações sobre o processo de formação e evolução de estruturas no universo.

As pequenas anisotropias na temperatura da RCF podem ser analisadas ao se decompor o sinal observado no céu em esféricos harmônicos da seguinte forma,

$$\frac{\Delta T}{T} = \sum a_{l,m} Y_{l,m}(\theta, \phi), \quad (6.12)$$

onde $a_{l,m}$ são os coeficientes da expansão, θ e ϕ são os parâmetros angulares esféricos. Os coeficientes complexos $a_{l,m}$ podem ser escritos como o produto de um módulo por uma fase complexa

$$a_{l,m} = |a_{l,m}| e^{i\phi_{lm}}. \quad (6.13)$$

No caso de uma distribuição gaussiana as fases são aleatórias, portanto a média das mesmas é zero. Por esta razão, nos modelos gaussianos toda informação está contida no espectro de potências, que é usualmente definido como

$$C_l = < |a_{l,m}|^2 >. \quad (6.14)$$

É convencional plotar a quantidade $l(l+1)C_l$ em função dos multipolos l , no que é chamado Espectro de Potências da Radiação Cósmica de Fundo. Um exemplo deste espectro, obtido pela colaboração Planck [140], está mostrado na figura a seguir:

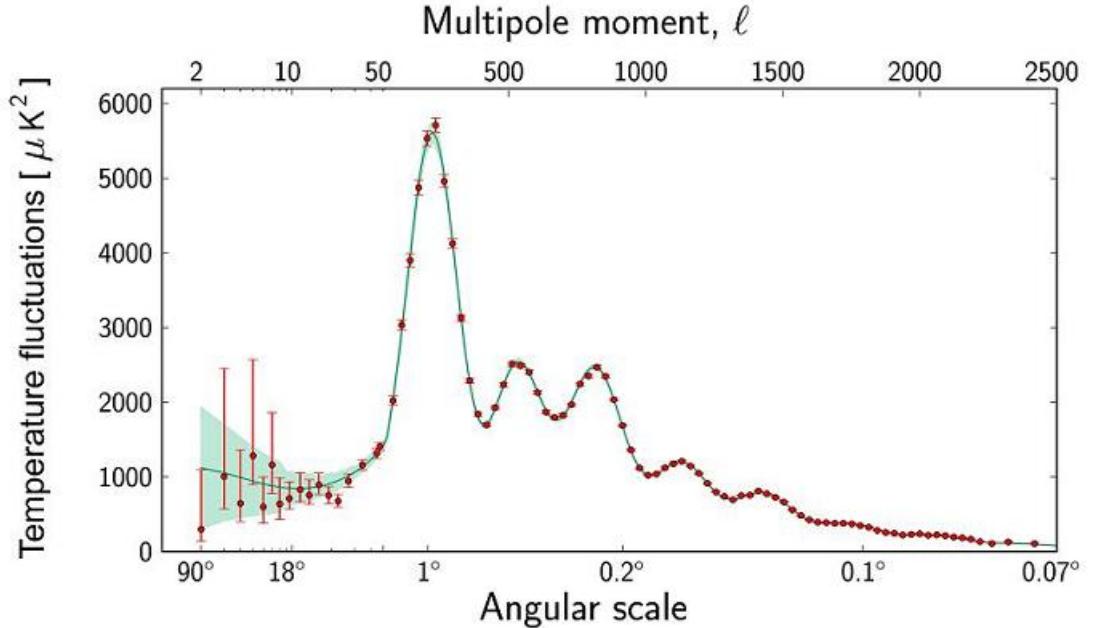


Figura 6.1: O Espectro de Potências da Radiação Cósmica de Fundo (Planck 2013).

A amplitude das flutuações de temperatura hoje observadas na RCF, advém da combinação de dois fatores: Das flutuações intrínsecas de densidade na época da superfície de último espalhamento, e do potencial gravitacional causado por estas flutuações. Fótons vindos de regiões mais densas possuem naturalmente maior temperatura, no entanto, os mesmos têm que emergir de um poço de potencial mais profundo, e portanto sofrem maior redshift, perdendo energia. A superposição destes dois efeitos é o que chamamos de efeito Sachs-Wolfe. Hoje sabe-se que o efeito na temperatura observada da perda de energia dos fótons ao emergir do poço de potencial é maior que o efeito positivo da sobredensidade. Portanto regiões que observamos hoje como sendo mais frias, são na verdade originárias de sobredensidades na época do último espalhamento.

Veremos a seguir, através da análise da evolução das perturbações cosmológicas, como são formados os picos observados hoje no espectro da Radiação Cósmica de Fundo, e como as suas características podem nos dar informações sobre os parâmetros dos modelos cosmológicos.

6.3 A Evolução das Perturbações Cosmológicas

As perturbações primordiais originárias na época da inflação se manifestam tanto na Radiação Cósmica de Fundo quanto na distribuição de matéria hoje observada no universo. Aqui nos interessa, neste momento, analisar qualitativamente a evolução dos fótons, o que nos permitirá compreender o espectro geral das anisotropias da RCF.

As perturbações na radiação tiveram origem a partir de flutuações quânticas de vácuo e a partir de flutuações térmicas estatísticas, como veremos mais para frente. Após serem geradas, o mecanismo da inflação aumentou a escala destas pequenas perturbações a nível clássico e as mesmas passaram a evoluir gravitacionalmente.

Na análise da evolução das perturbações é importante se considerar dois regimes distintos em que estas flutuações evoluem de modos diferentes. Estes regimes correspondem às flutuações com comprimentos de onda menores que o horizonte de Hubble, e àquelas com comprimento de onda maiores que o horizonte de Hubble. Quando uma perturbação possui um comprimento de onda menor que o horizonte de Hubble, a mesma se encontra em constante evolução, determinada pela atração gravitacional combinada com a pressão natural da radiação que age em sentido oposto. No entanto, a inflação amplifica as perturbações, enquanto que o raio de Hubble, $1/H$, permanece aproximadamente constante neste período. Isto faz com que as perturbações, que inicialmente evoluíam dentro do horizonte, cresçam ficando maior que o raio de Hubble.

Primeiramente sairão do horizonte de Hubble as perturbações com maior comprimento de onda, e seguidamente, as de menores comprimento de onda. Ao cruzar o horizonte de Hubble, as perturbações "congelam" e praticamente não sofrem mais qualquer evolução até que reentrem no horizonte. Este fenômeno é comprehensível já que nenhuma física causal pode afetar perturbações em escalas maiores que o horizonte de Hubble.

Porém, ao fim da inflação o raio de Hubble $1/H$ volta a crescer e, em um dado momento, os modos reentram no horizonte, passando a evoluir novamente. Como é de se esperar, os modos de comprimento de onda menores reentram no horizonte primeiro e, posteriormente, entram os modos com comprimento de onda maiores. Os menores comprimentos de onda entram no horizonte ainda na era da radiação, enquanto os maiores apenas vão reentrar no horizonte após a recombinação já na era da matéria. Este fato gera a configuração observada no espectro da RCF (fig.1). Enquanto os menores multipolos, correspondentes às grandes escalas, têm seu espectro caracterizado por um plateau com uma amplitude aproximadamente constante, os maiores multipolos apresentam um espectro formado por picos e vales.

Os menores multipolos referentes às largas escalas, por terem permanecidos congelados desde a inflação, correspondem às perturbações na sua forma mais primordial e nos fornecem, portanto, informações diretas da inflação. Já as escalas menores, tendo entrado no horizonte antes da recombinação, sofreram evolução a partir daí. Por elas terem entrado no horizonte ainda na era de domínio da radiação, sofrem o que chamamos de oscilações acústicas, como explicaremos a seguir.

Devido à força gravitacional, a matéria tende a se aglomerar. No entanto, antes do último espalhamento, matéria e radiação estavam acopladas e por isto a matéria sofria pressão devida à radiação. A junção da força gravitacional atrativa com a pressão de radiação agindo em sentido oposto gerava oscilações no plasma primordial. Este fenômeno é o responsável por gerar os picos observados no espectro de potências da RCF [141].

Vamos considerar, primeiramente, o primeiro pico. Quando o modo correspondente entrou no horizonte, a perturbação começou a crescer até atingir sua intensidade máxima, o que ocorreu justamente no momento da recombinação, quando a distribuição característica da radiação ficou impressa na RCF. Portanto, estas perturbações possuem a maior intensidade observada no espectro de potências (o primeiro pico). Já comprimentos de onda menores entraram no horizonte antes e tiveram tempo de completar mais fases de oscilação até o momento da recombinação. O primeiro vale, por exemplo, corresponde aos modos que se contraíram e tiveram tempo de se expandir até um valor de contraste mínimo no momento da recombinação. O segundo pico entrou no horizonte ainda mais cedo e teve tempo de completar uma oscilação completa antes da recombinação. Este mecanismo formou a série de picos e vales que observamos no espectro da RCF.

Outra característica que podemos observar também na figura é que escalas pequenas sofrem um amortecimento. Isto ocorre devido ao fato de que a suposição de acoplamento forte, onde fótons, elétron e bárions se movem juntos, é apenas uma aproximação. Ela é exata somente se a taxa de espalhamento dos fótons e elétrons for infinita. Na realidade, no entanto, os fótons viajam uma distância finita entre cada espalhamento, e cada espalhamento contribui para o movimento aleatório do fóton. Assim, qualquer perturbação em uma escala menor que a distância total percorrida no movimento aleatório do fóton deve ser diluída, o que causa o amortecimento observado.

Através do espectro das flutuações primordiais de temperatura, é possível comparar previsões teóricas com as observações, permitindo-nos vincular e eliminar modelos. Vamos então ver como o espectro destas flutuações primordiais pode ser calculado para o caso cosmológico padrão.

6.4 O Espectro de Potências a partir de Flutuações Quânticas

Antes do surgimento do modelo inflacionário, as flutuações iniciais eram postuladas como tendo um espectro tal que fitasse os dados observacionais. Deste modo, qualquer observação podia ser descrita ajustando as condições iniciais de forma apropriada. Com o advento da inflação, a origem das perturbações primordiais pôde ser explicada e, a partir dela, o espectro primordial pôde ser calculado. Desta forma, tornou-se possível testar teorias inflacionárias comparando suas previsões teóricas com as observações.

As perturbações primordiais, de acordo com o que hoje conhecemos, podem ser originárias de dois mecanismos distintos. Elas podem ser geradas a partir de flutuações quânticas do vácuo, como supõem a maioria dos modelos, e podem também ser de origem térmica, como veremos posteriormente. Como a inflação padrão gera um superesfriamento no universo, devido à rápida expansão do mesmo, a temperatura não possui um papel fundamental neste caso. Neste capítulo, vamos então analisar as flutuações de origem quântica no caso padrão. Apresentaremos aqui uma revisão do caso mais simples em que a aproximação de slow-roll pode ser utilizada.

- Perturbações na Inflação - O Regime de Slow-Roll

As inomogeneidades, em um dado momento, podem ser caracterizadas pela distribuição espacial do potencial gravitacional Φ ou pela densidade das flutuações $\delta\epsilon$. Estes são tratados como campos aleatórios para os quais usaremos a notação $f(x)$. Uma configuração particular $f(x)$ em uma dada região advém de um processo aleatório, por isto o número relativo de regiões em que uma dada configuração ocorre pode ser descrito pela função de distribuição de probabilidade.

É conveniente descrevermos a função $f(x)$ em um dado volume V através de uma expansão de Fourier,

$$f(x) = \int f_k e^{ikx} \frac{d^3 k}{(2\pi)^{3/2}}, \quad (6.15)$$

onde os coeficientes complexos de Fourier f_k podem ser escritos como $f_k = a_k + i b_k$. Dado um número grande de regiões N temos que

$$dN = N p(a'_k b'_k) da_k db_k. \quad (6.16)$$

onde $p(a'_k b'_k)$ corresponde à função distribuição de probabilidade. Para processos gaussianos esta função é dada por

$$p(a_k, b_k) = \frac{1}{\pi \sigma_k^2} \exp\left(-\frac{a_k^2}{\sigma_k^2}\right) \exp\left(-\frac{b_k^2}{\sigma_k^2}\right), \quad (6.17)$$

onde a variância $\sigma_k^2/2$ depende apenas de k . Esta variância caracteriza completamente um processo gaussiano e todas as funções de correlação podem ser expressas em termos dela. O valor esperado do produto dos coeficientes de Fourier, por exemplo, pode ser escrito como $\langle f_k f_{k'} \rangle = \sigma_k^2 \delta(k + k')$.

Um campo gaussiano aleatório pode ser caracterizado pela função de correlação espacial de dois pontos

$$\xi_f(x - y) \equiv \langle f(x) f(y) \rangle. \quad (6.18)$$

Esta função nos dá a amplitude das flutuações de campo nas diferentes escalas. No caso homogêneo e isotrópico, esta função depende apenas da distância entre os pontos x e y .

Substituindo (6.15) em (6.18) obtemos

$$\xi_f(|x - y|) = \int \frac{\sigma_k^2 k^3}{2\pi^2} \frac{\sin(kr)}{kr} \frac{dk}{k}, \quad (6.19)$$

onde $r = |x - y|$. A variância adimensional, $\sigma_k^2 k^3 / 2\pi^2 \equiv \delta_f^2(k)$, corresponde ao quadrado da amplitude da flutuação com comprimento de onda $\lambda \approx 1/k$. No caso de flutuações gaussianas aleatórias, δ_f^2 caracteriza completamente o processo. Para perturbações no regime linear cada modo evolui de forma independente, por isto a distribuição espacial das perturbações originalmente gaussianas permanecem gaussianas e apenas seus espectros variam com o tempo. Consideraremos neste capítulo apenas perturbações no regime linear. Assim, para caracterizarmos o espectro primordial das mesmas, precisamos calcular a variância adimensional do potencial gravitacional $\delta_\phi^2 = |\Phi_k|^2 k^3 / 2\pi^2$, comumente chamada de espectro de potências.

Vamos, aqui, demonstrar o cálculo do espectro de potências primordial para um modelo simples de campo escalar no regime de slow-roll. Vamos analisar como pequenas inhomogeneidades do campo inflaton $\delta\varphi(x, \eta)$, adicionadas ao background homogêneo $\varphi_0(\eta)$, se desenvolvem no universo primordial.

Pequenas flutuações $\delta\varphi(x, \eta)$ induzem perturbações na métrica. Existem quatro graus de liberdade que correspondem a flutuações escalares da métrica (as únicas quatro formas de se construir uma métrica a partir de flutuações escalares). Considerando estas flutuações temos o seguinte elemento de linha [142],

$$ds^2 = a^2(\eta)[(1 + 2\phi)d\eta^2 + B_{,i}d\eta dx^i - ((1 - 2\psi)\delta_{ij} - 2E_{,ij})dx^i dx^j], \quad (6.20)$$

onde os quatro graus de liberdade são denotados por ϕ , B , E e ψ .

A equação de Klein Gordon para o campo $\varphi = \varphi_0(\eta) + \delta\varphi(x, \eta)$, considerando a métrica acima, assume, em ordem zero, a seguinte forma,

$$\varphi_0'' + 2\mathcal{H}\varphi_0' + a^2V_{,\varphi} = 0. \quad (6.21)$$

Enquanto que em primeira ordem nas perturbações da métrica e do campo ela nos fornece

$$\delta\varphi'' + 2\mathcal{H}\delta\varphi' - \Delta(\delta\varphi - \varphi_0'(B - E')) + a^2V_{,\varphi\varphi}\delta\varphi - \varphi_0'(3\psi + \phi)' + 2a^2V_{,\varphi}\phi = 0. \quad (6.22)$$

Esta equação é válida em qualquer sistema de coordenadas. Podemos expressá-la em termos das variáveis invariantes de gauge Φ e Ψ , que são definidas como

$$\Phi \equiv \phi - \frac{1}{a}[a(B - E')]', \quad \Psi \equiv \psi + \frac{a'}{a}(B - E'). \quad (6.23)$$

Estas variáveis não mudam sob transformação de coordenadas. Isto nos permite distinguir as inomogeneidades físicas das fictícias. Usando a perturbação invariante de gauge dada por

$$\overline{\delta\varphi} \equiv \delta\varphi - \varphi_0'(B - E'), \quad (6.24)$$

juntamente com a equação de background (6.21), podemos reescrever (6.22) em termos das variáveis invariantes de gauge como

$$\overline{\delta\varphi}'' + 2\mathcal{H}\overline{\delta\varphi}' - \Delta\overline{\delta\varphi} + a^2V_{,\varphi\varphi}\overline{\delta\varphi} - \varphi_0'(3\Psi + \Phi)' + 2a^2V_{,\varphi}\Phi = 0. \quad (6.25)$$

Esta equação contém 3 variáveis desconhecidas, $\overline{\delta\varphi}$, Φ e Ψ , por isto deve ser complementada com as equações de Einstein. Vamos escolher a componente $0i$. Podemos escrever esta equação de Einstein em uma forma invariante de gauge como

$$\overline{\delta G_i^0} = 8\pi G\overline{\delta T_i^0}, \quad (6.26)$$

onde $\overline{\delta G_i^0} = \delta G_i^0 - ({}^{(0)}G_0^0 - {}^{(0)}G_k^k/3)(B - E')_{,i}$ e $\overline{\delta T_i^0} = \delta T_i^0 - ({}^{(0)}T_0^0 - {}^{(0)}T_k^k/3)(B - E')_{,i}$.

A componente perturbada do tensor energia-momento $\overline{\delta T_i^0}$ do campo escalar é dada por

$$\overline{\delta T_i^0} = \frac{1}{a^2}\varphi_0'\delta\varphi_{,i} - \frac{1}{a^2}\varphi_0'^2(B - E')_{,i} = \frac{1}{a^2}(\varphi_0'\overline{\delta\varphi})_{,i}. \quad (6.27)$$

Logo, a equação de Einstein (6.26) nos fornece

$$\Psi' + \mathcal{H}\Phi = 4\pi\varphi'_0\overline{\delta\varphi}, \quad (6.28)$$

onde fizemos $G = 1$ e usamos a expressão da métrica perturbada. As componentes espaciais não diagonais do tensor energia momento são nulas, já que estamos considerando o caso isotrópico. Isto implica que $\Psi = \Phi$, o que será considerado a partir daqui.

Vamos resolver as equações (6.25) e (6.28) em dois limites: para perturbações com comprimento de onda físico muito menor que a escala de curvatura H^{-1} e para aquelas com comprimento de onda físico muito maior que H^{-1} [143].

A escala de curvatura é praticamente constante durante a inflação, ao passo que a escala da perturbação $\lambda_{ph} \approx a/k$ cresce. Portanto, os modos de interesse que inicialmente possuem $\lambda \ll H^{-1}$, eventualmente ultrapassam o horizonte.

Iniciaremos com as perturbações no limite $\lambda \ll H^{-1}$, deixando a amplitude no mínimo valor permitido pelo princípio da incerteza. A partir daí, estudaremos como as perturbações evoluem antes e após cruzarem o horizonte.

- Regime $\lambda \ll H^{-1}$

Para pequenos λ_{ph} , ou grandes $k|\eta|$, o termo de derivada espacial domina na equação (6.25), e a solução se comportará aproximadamente como $\overline{\delta\varphi} = \exp(\pm ik\eta)$. O campo gravitacional também oscila, portanto, $\Phi' \approx k\Phi$. De acordo com eq.(6.28), temos então que $\Phi \approx k^{-1}\varphi'_0\overline{\delta\varphi}$. Considerando, além destas aproximações, que $V_{,\varphi\varphi} \ll V \approx H^2$ durante a inflação, vemos que apenas os três primeiros termos na eq.(6.25) são relevantes. Assim encontramos que

$$\overline{\delta\varphi_k}'' + 2\mathcal{H}\overline{\delta\varphi_k}' + k^2\overline{\delta\varphi_k} \cong 0. \quad (6.29)$$

Fazendo a substituição de variáveis $\overline{\delta\varphi_k} = u_k/a$, a equação acima se torna

$$u_k'' + \left(k^2 - \frac{a''}{a}\right) u_k = 0. \quad (6.30)$$

No limite $k|\eta| \gg 1$, o último termo na equação acima pode ser desprezado. A partir da solução da equação acima, obtemos para $\overline{\delta\varphi_k}$ a expressão

$$\overline{\delta\varphi_k} \cong \frac{C_k}{a} \exp(\pm ik\eta), \quad (6.31)$$

onde C_k é uma constante de integração obtida através das condições iniciais.

- Regime $\lambda \gg H^{-1}$

Para determinar o comportamento das perturbações com grande comprimento de onda, vamos usar a aproximação de slow-roll. Nesta aproximação podemos desprezar a segunda derivada na equação de movimento do campo escalar, obtendo assim

$$3H\dot{\varphi}_0 + V_{,\varphi} \cong 0. \quad (6.32)$$

Para usarmos a aproximação de slow-roll, vamos reescrever as equações (6.25) e (6.28) em termos do tempo físico, obtendo assim

$$\delta\ddot{\varphi} + 3H\delta\dot{\varphi} - \Delta\delta\varphi + V_{,\varphi\varphi}\delta\varphi - 4\dot{\varphi}_0\dot{\Phi} + 2V_{,\varphi}\Phi = 0, \quad (6.33)$$

$$\dot{\Phi} + H\Phi = 4\pi\dot{\varphi}_0\delta\varphi, \quad (6.34)$$

onde definimos $\delta\varphi \equiv \overline{\delta\varphi}$ e consideramos $\Psi = \Phi$. No caso em que $\lambda \gg H^{-1}$, $\Delta\delta\varphi$ pode ser desprezado. Para encontrarmos os modos que não decaem, no regime slow-roll, podemos também desprezar os termos $\delta\ddot{\varphi}$ e $\dot{\Phi}$. Assim, ficamos com as seguintes equações para as perturbações,

$$3H\delta\dot{\varphi} + V_{,\varphi\varphi}\delta\varphi + 2V_{,\varphi}\Phi \cong 0, \quad H\Phi \cong 4\pi\dot{\varphi}_0\delta\varphi. \quad (6.35)$$

Introduzindo a variável $y \equiv \delta\varphi/V_{,\varphi}$ e usando a equação de movimento aproximada do campo, as equações acima podem ser escritas como

$$3H\dot{y} + 2\Phi = 0, \quad H\Phi = 4\pi\dot{V}y. \quad (6.36)$$

Considerando que $3H^2 \approx 8\pi V$ na inflação, obtemos então,

$$\frac{d(yV)}{dt} = 0. \quad (6.37)$$

A equação acima pode ser integrada fornecendo $y = A/V$, onde A é uma constante de integração. Assim, ficamos com as seguintes equações para o modo que não decai,

$$\delta\varphi_k = A_k \frac{V_{,\varphi}}{V}, \quad \Phi_k = 4\pi A_k \frac{\dot{\varphi}_0}{H} \frac{V_{,\phi}}{V} = -\frac{1}{2} A_k \left(\frac{V_{,\varphi}}{V} \right)^2. \quad (6.38)$$

Podemos analisar agora o comportamento de $\delta\varphi_k$. Para $a < a_k \approx k/H$, a perturbação, ainda dentro do horizonte, decresce em amplitude em uma proporção inversa ao fator de escala. Após cruzar o horizonte, a amplitude cresce lentamente à medida que $V_{,\varphi}/V$ cresce até o fim da inflação. No caso de um potencial do tipo lei de potência em que $V \propto \varphi^n$, temos que $\delta\varphi_k \propto \varphi^{-1}$.

A constante de integração A_k na equação anterior pode ser fixada, levando em conta o princípio da incerteza, ao se supor que $\delta\varphi_k$ tem a amplitude mínima no momento do cruzamento do horizonte. Isto fornece a estimativa $A_k \approx (k^{-1/2}/a_k)(V/V_{,\varphi})_{k \approx H_a}$. Ao final da inflação, a condição de slow-roll é violada e o termo $V_{,\varphi}/V$ fica da ordem de 1.

Lembrando que $\delta_\Phi \approx |\Phi|k^{3/2}$, usando a expressão de A_k e a condição de cruzamento do horizonte $k \approx aH$, obtemos que no momento do cruzamento a amplitude das flutuações da métrica é dada por

$$\delta_\Phi(k, t_f) \approx A_k k^{3/2} \approx \left(H \frac{V}{V_{,\varphi}} \right)_{k \approx H_a} \approx \left(\frac{V^{3/2}}{V_{,\varphi}} \right)_{k \approx H_a}. \quad (6.39)$$

No caso de um potencial do tipo lei de potência, o fator de escala varia de acordo com $a(\varphi(t)) \cong a_i \exp(4\pi/n(\varphi_i^2 - \varphi^2(t)))$, onde o índice i indica o valor inicial das grandezas. Com isto, podemos expressar $\varphi_{k \approx H_a}^2$ em termos do comprimento de onda físico $\lambda_{ph} \approx a(t_f)k^{-1}$, o que nos permite obter δ_Φ , para esta classe de modelos, como sendo

$$\delta_\Phi(k, t_f) \approx \lambda^{1/2} (\varphi_{k \approx H_a}^2)^{\frac{n+2}{4}} \approx \lambda^{1/2} (\ln \lambda_{ph} H_k)^{\frac{n+2}{4}}. \quad (6.40)$$

Vemos, portanto, que a forma do espectro possui desvios logarítmicos de um espectro plano, com uma amplitude crescendo lentamente para as maiores escalas. As perturbações presentes ao fim da inflação atravessam a fase do reaquecimento praticamente inalteradas. Já a amplitude das perturbações, não é possível se prever na ausência de uma teoria fundamental de partículas, sendo elas um parâmetro livre da teoria.

É possível compreender agora o papel fundamental da inflação nas perturbações primordiais. De acordo com o Modelo Padrão, as flutuações de origem quântica, inicialmente nas escalas próximas ao comprimento de Planck, são "esticadas" pela inflação até escalas galácticas com amplitude aproximadamente inalterada. A inflação tem, portanto, o papel essencial de conectar a estrutura em larga escala do universo com a física em escalas quânticas.

As flutuações quânticas da métrica só possuem uma amplitude substancial próximas à escala de Planck. A única forma de obter a amplitude observada ($\Phi \approx 10^{-5}$) destas perturbações em largas escalas, partindo de flutuações quânticas, é esticando estas flutuações iniciais de tal modo que elas não

percam sua amplitude neste processo. Como vimos, a amplitude da perturbação decai de forma inversamente proporcional ao fator de escala até que a perturbação comece a sentir a curvatura espacial do universo, quando ela ultrapassa a escala de curvatura H^{-1} . Portanto, se tivermos uma perturbação que permaneça sempre dentro da escala de Hubble sua amplitude decrescerá continuamente até se tornar desprezível. A expansão inflacionária fornece um mecanismo para que os modos de perturbação saiam do horizonte de Hubble já que $H^{-1} \approx cte$ enquanto os modos sofrem expansão e, a partir daí, a amplitude dos mesmos é preservada. Deste modo, as perturbações conseguem alcançar escalas galácticas com a amplitude prevista. Como a escala de Hubble é aproximadamente constante durante a inflação, a amplitude das perturbações é aproximadamente a mesma para diferentes escalas no momento em que elas cruzam o horizonte, por isto o espectro previsto para a inflação é aproximadamente invariante de escala.

Como as flutuações quânticas iniciais são gaussianas, a evolução subsequente deve preservar as propriedades estatísticas das flutuações. Como consequência, de acordo com o Modelo Padrão, a inflação prevê perturbações adiabáticas, gaussianas e com um espectro aproximadamente invariante de escala.

Recentemente, com os novos resultados observacionais, os parâmetros do espectro de potências primordial puderam ser estimados com grande precisão. O espectro é usualmente escrito, exatamente ou aproximadamente, pela lei de potência: $P = A_s(k/k_*)^{n_s-1}$. Usando a escala Pivot $k_* = 0.05 Mpc^{-1}$, Planck estimou a amplitude como sendo $A_s \approx 10^{-9}$. Para o índice espectral foi obtido $n_s = 0.968 \pm 0.006$, um valor praticamente constante, visto que $\partial n_s / \partial \ln k$ foi vinculado como sendo muito pequeno ou nulo. Para as perturbações tensoriais e os parâmetros de não gaussianidades, foram obtidos apenas limites superiores, sendo, portanto, compatíveis com zero. Estes resultados evidenciam um espectro de perturbações aproximadamente invariante de escala, porém com um pequeno desvio para o vermelho, o que implica em uma leve predominância de estruturas em largas escalas comparadas com as pequenas, como era previsto.

Estes vínculos foram obtidos a partir de uma análise estatística do espectro de potências onde foi considerada uma ampla faixa de multipolos. Como as características dos picos e vales do espectro dependem crucialmente do modelo considerado, foi suposto nesta análise o Modelo Padrão Λ CDM. No entanto, como vimos anteriormente, os pequenos multipolos ($l < 30$) correspondem às largas escalas que saíram do horizonte na época da inflação, e só voltaram a reentrar no horizonte e evoluir após o momento do desacoplamento. Isto significa que esta região do espectro nos traz informações diretas do período inflacionário. A amplitude e a inclinação do plateau correspon-

dentes a esta região podem ser usadas para determinar respectivamente a amplitude do espectro primordial e o índice espectral. Sendo assim, esta região de baixos multipolos nos permite vincular os parâmetros do espectro primordial independente do modelo cosmológico assumido para o universo recente. No entanto, sabemos que a acurácia é bastante limitada na região correspondente às largas escalas. Para obtermos uma acurácia maior na determinação dos parâmetros inflacionários, é preciso usar as informações dos picos e outras características do espectro em pequenas escalas.

Uma análise cuidadosa do espectro de potências da RCF pode, portanto, nos trazer uma série de informações valiosas sobre o universo desde sua expansão primordial até sua evolução recente.

Com o objetivo de caracterizar as flutuações cosmológicas primordiais através de uma perspectiva mais geral, foi desenvolvida uma abordagem chamada teoria de campos efetiva para a inflação, a qual apresentaremos a seguir. Como veremos, esta abordagem possui a vantagem de descrever a partir de uma linguagem comum as flutuações cosmológicas de todos os modelos de inflação baseados em um único campo escalar.

6.5 A Teoria de Campo Efetiva para a Inflação

Sabemos que a abordagem da teoria de campos efetiva corresponde a uma descrição de um sistema através dos operadores de menor dimensão compatíveis com as simetrias do mesmo. Esta abordagem é bastante importante em diversas áreas desde a física de partículas à matéria condensada. Há alguns anos, foi proposta na literatura uma aplicação deste método para a descrição da teoria de flutuações em um background cosmológico inflacionário [144].

Através de uma teoria de campo efetiva para a inflação, é possível construir uma abordagem para as perturbações cosmológicas capaz de descrever diversos cenários inflacionários de forma independente de modelo, utilizando-se apenas de princípios de simetria. Esta abordagem possui uma série de vantagens, algumas das quais descrevemos a seguir:

- Partindo de um cenário de inflação, é possível parametrizar nossa ignorância com relação a possíveis novos efeitos advindos de altas energias em termos dos principais operadores adicionados na Lagrangeana. Experimentos cosmológicos poderão vincular estes operadores, por exemplo, ao medir os parâmetros de não gaussianidades e também desvios da relação de consistência do modelo padrão. Este procedimento é similar ao que ocorre na física de partículas, em que são colocados limites aos operadores que descrevem desvios do Modelo Padrão incorporando efeitos de uma nova física.

- Nesta abordagem fica explícito o que é requerido pelas simetrias do sistema e pelo background inflacionário e o que é livre. Além disto, todos os possíveis operadores são conhecidos.
- Todos os modelos de inflação baseados em um único campo escalar são descritos de forma unificada.

Durante a inflação simples (com um único campo escalar), sabemos que a invariância por difeomorfismo temporal é quebrada pela dependência temporal do background cosmológico. A teoria mais geral para flutuações que preserva o difeomorfismo espacial e quebra a invariância por reparametrização temporal constitui a teoria de campo efetiva para a inflação.

Sabemos que a perturbação $\delta\varphi$ é um escalar sob difeomorfismos espaciais, enquanto se transforma de forma não linear sob difeomorfismos temporais. É possível escolher um gauge em que não há perturbações no campo inflaton, e todos os graus de liberdade estão na métrica. Neste caso, considera-se que a variável $\delta\varphi$ foi "engolida pelo gráviton", que passa a ter 3 graus de liberdade, o modo escalar e duas helicidades. Este é o procedimento usualmente adotado nos modelos cosmológicos baseados na teoria de campo efetiva. Esta abordagem é análoga ao que ocorre na quebra espontânea da teoria de gauge.

Em um trabalho recente baseado na teoria de campo efetiva [145], foi sugerido que durante a inflação pode ser possível que, além da invariância por reparametrização temporal, a invariância por difeomorfismo espacial também seja quebrada na Lagrangeana das flutuações. Neste trabalho foi analisado como esta quebra poderia afetar o espectro primordial tensorial. Ao estudar as contribuições para a Lagrangeana de perturbações que quebram a invariância por difeomorfismo espacial através de termos de massa efetivos (e também de operadores de derivadas superiores) foi encontrado que o espectro tensorial pode exibir um índice espectral tensorial positivo $n_T > 0$, chamado de "espectro azul". Este resultado é bastante interessante visto que diverge das previsões dos modelos usuais de inflação, os quais preveem $n_T < 0$. Poucos modelos na literatura preveem um espectro tensorial azul, entre eles podemos citar o String Gas Cosmology discutido no Apêndice B.

As próximas observações cosmológicas irão vincular o parâmetro n_T com uma precisão cada vez maior. A possível detecção de um $n_T > 0$, ou de um desvio da relação de consistência padrão, $n_T = -r/8$ (onde r é a razão tensorial-escalar), eliminaria a grande maioria dos modelos inflacionários conhecidos. Por isto é importante neste momento explorar as previsões de cenários que geram um espectro tensorial azul. É isto o que propomos fazer aqui através da análise do modelo efetivo de inflação com quebra de invariância espacial proposto em [145].

Para que o modelo apresentado em [145] possa ser observationalmente viável, é necessário que o mesmo apresente para as perturbações escalares um índice espectral $n_s < 1$. O espectro de potências para o caso escalar não foi completamente desenvolvido em [145], cujo foco era o caso tensorial. Portanto, iremos calcular o espectro escalar neste cenário e analisar também a relação de consistência e a razão tensorial-escalar para este modelo. Os resultados originais aqui apresentados constam no artigo correspondente à referência [107].

6.5.1 O Cálculo do Espectro de Potências Escalar

Seguindo a abordagem de [145] investigaremos a teoria de campo efetiva para perturbações cosmológicas em torno de um background quasi-de Sitter, com quebra de invariância de difeomorfismo espacial e temporal. Consideraremos a dinâmica de flutuações da métrica no gauge unitário, em que as perturbações do campo são nulas. Por simplicidade também nos concentraremos em operadores no máximo quadráticos nas flutuações.

Consideramos a seguinte métrica de FRW em termos do tempo conforme

$$ds^2 = g_{\mu\nu}^- dx^\mu dx^\nu = a^2(\eta) (-\eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu), \quad (6.41)$$

onde $a^2(\eta)$ é o fator de escala conforme e $a(\eta) = 1/H\eta$ no espaço-tempo de Sitter. Denotaremos as flutuações da métrica por $h_{\mu\nu} = g_{\mu\nu} - g_{\mu\nu}^-$.

A quebra de difeomorfismo espacial será descrita através de termos efetivos de massa na ação, que não necessariamente advêm de uma teoria de gravidade massiva, mas simplesmente correspondem à forma mais geral de expressar operadores quadráticos nas flutuações que quebram esta simetria.

À ação de Einstein-Hilbert expandida até segunda ordem adicionamos operadores genéricos (sem derivadas) que são quadráticos nas flutuações da métrica $h_{\mu\nu}$,

$$\begin{aligned} S = & \int d^4x \sqrt{-g} M_{pl}^2 [R - 2\Lambda - 2cg^{00}] \\ & + \frac{1}{4} M_{pl}^2 \int d^4x \sqrt{-g} [m_0^2 h_{00}^2 + 2m_1^2 h_{0i}^2 - m_2^2 h_{ij}^2 + m_3^2 h_{ii}^2 - 2m_4^2 h_{00} h_{ii}] . \end{aligned} \quad (6.42)$$

Os termos na primeira linha representam o background homogêneo e isotrópico que assumiremos para a inflação. Usando as equações de Friedmann, os parâmetros Λ e c podem ser expressos em função do parâmetro de Hubble H e sua derivada \dot{H} . Os termos quadráticos na segunda linha da equação

acima quebram a invariância de difeomorfismo embora preservem a invariância $\text{SO}(3)$ e não quebrem a isotropia espacial. O termo proporcional a m_0^2 quebra a invariância por reparametrização temporal e os outros termos de massa quebram a invariância por difeomorfismo espacial. No limite $m_i \rightarrow 0$ com $i \neq 0$ a invariância é restaurada.

Podemos considerar os termos de massa na equação acima como advindos de acoplamentos entre a métrica e os campos adquirindo um perfil dependente do tempo durante a inflação. Assumiremos aqui, como aproximação, que estes coeficientes são constantes durante a inflação e vão a zero quando a inflação termina. No entanto, uma pequena dependência temporal proporcional ao parâmetro de slow-roll seria esperada para estes operadores.

Podemos escrever a equação (6.42) em termos de flutuações escalares, vetoriais e tensoriais, ao decompor as flutuações da seguinte forma,

$$\begin{aligned} h_{00} &= \psi, \\ h_{0i} &= u_i + \partial_i v, \quad \text{sendo } \partial_i u_i = 0, \\ h_{ij} &= \chi_{ij} + \partial_i s_j + \partial_i \partial_j \sigma + \delta_{ij} \tau, \quad \text{sendo } \partial_i s_i = \partial_i \chi_{ij} = \delta_{ij} \chi_{ij} = 0. \end{aligned} \tag{6.43}$$

A partir da parte tensorial da ação, foi obtido em [145] o seguinte espectro de potências

$$P_T = \frac{2H^2}{\pi^2 M_{pl}^2 c_T} \left(\frac{k}{k_*} \right)^{n_T}, \quad n_T = -2\epsilon + \frac{2}{3} \frac{m_2^2}{H^2} \left(1 + \frac{4}{3}\epsilon \right), \tag{6.44}$$

em primeira ordem nos parâmetros de slow-roll. Na equação acima $c_T = 1$ quando considerados apenas os termos de massa descritos previamente, desconsiderando possíveis termos de derivadas mais altas na Lagrangeana.

Podemos ver pela equação acima que, se m_2^2/H^2 for positivo e suficiente maior que o parâmetro de slow-roll, obtemos um índice espectral tensorial positivo. Este resultado é bastante interessante, visto que mostra que um espectro tensorial azul pode ser obtido sem violar a condição de energia nula. É importante saber agora se este modelo pode estar em concordância com os vículos observacionais atuais para o espectro de potências escalar e se isto implica em algum limite para o parâmetro m_2 .

Expandindo a ação (6.42) até segunda ordem nas flutuações escalares obtemos

$$\begin{aligned}
S_m^{(S)} = & \frac{1}{4} M_{pl}^2 \int d^4x a^2 \{ -6(\tau' + aH\psi)^2 + 2(2\psi - \tau)\nabla^2\tau \\
& + 4(\tau' + aH\psi)\nabla^2(2v - \sigma') + a^2[(m_0^2 + 2\epsilon H^2)\psi^2 - 2m_1^2 v\nabla^2 v \\
& - m_2^2(\sigma\nabla^4\sigma + 2\tau\nabla^2\sigma + 3\tau^2) + m_3^2(\nabla^2\sigma + 3\tau)^2 - 2m_4^2\psi(\nabla\sigma + 3\tau)] \}.
\end{aligned} \tag{6.45}$$

A teoria descrita pela ação acima pode ser livre de instabilidades e ghosts, desde que as massas satisfaçam certas condições [146]. Em [145] foi encontrado que não há modos vetoriais que se propagam quando $m_1^2 = 0$. Para eliminar graus de liberdade vetoriais, consideraremos aqui este caso.

A partir da eq. (6.45) com $m_1^2 = 0$ podemos obter a equação de movimento para os campos auxiliares ψ , v e σ . Substituindo estas expressões na ação, obtemos após um pouco de álgebra

$$\begin{aligned}
S = M_{pl}^2 \int d^4x \frac{a^2}{H^2} [& \frac{(m_0^2 + 2\epsilon H^2)(m_2^2 - m_3^2) + m_4^4}{2(m_2^2 - m_3^2)} \tau'^2 \\
& + \epsilon H^2 \tau \nabla^2 \tau - \frac{m_2^2 a^2 H^2 (m_2^2 - 3m_3^2 + (3 + \epsilon)m_4^2)}{m_2^2 - m_3^2} \tau^2],
\end{aligned} \tag{6.46}$$

que é função de um único campo τ .

A perturbação escalar τ está relacionada à perturbação de curvatura comóvel em um gauge arbitrário através da equação

$$\mathcal{R} = \tau - \frac{\mathcal{H}(\tau' - \mathcal{H}\psi)}{\mathcal{H}' - \mathcal{H}^2}. \tag{6.47}$$

No gauge unitário, a equação de movimento do campo auxiliar ψ requer $\tau' = \mathcal{H}\psi$, por isto temos que $\mathcal{R} = \tau$. É possível mostrar que a perturbação de curvatura não é conservada fora do horizonte neste modelo. Além disto, a perturbação de curvatura comóvel \mathcal{R} e a perturbação de curvatura em seções de densidade uniforme ζ não coincidem no limite de largas escalas, como ocorre usualmente.

Podemos normalizar τ substituindo $\hat{\tau}^2 = N^2\tau^2$ na eq. (6.46), onde N^2 é dado por

$$N^2 = \left(\frac{M_{pl}^2}{H^2} \right) \frac{(m_0^2 + 2\epsilon H^2)(m_2^2 - m_3^2) + m_4^4}{2(m_2^2 - m_3^2)}. \tag{6.48}$$

Assim, podemos escrever a ação na forma mais simples

$$S = \int d^4x a^2 [\hat{\tau}'^2 + c_s^2(\hat{\tau}\nabla^2\tau) + a^2 M^2 \hat{\tau}^2], \tag{6.49}$$

onde

$$c_s^2 = 2\epsilon H^2 \frac{(m_2^2 - m_3^2)}{(m_0^2 + 2\epsilon H^2)(m_2^2 - m_3^2) + m_4^4}, \quad (6.50)$$

e

$$M^2 = \frac{-2m_2^2 H^2 (m_2^2 - 3m_3^2 + (3 + \epsilon)m_4^2)}{(m_0^2 + 2\epsilon H^2)(m_2^2 - m_3^2) + m_4^4}. \quad (6.51)$$

Se considerarmos uma nova variável $v = a\hat{\tau}$ e a substituirmos na eq. (6.49) obtemos

$$S = \int d^3x d\eta [v'^2 + \left(\frac{a'}{a}\right)^2 v^2 - 2v' \left(\frac{a'}{a}\right) v - c_s^2 \nabla v \nabla v + a^2 M^2 v^2]. \quad (6.52)$$

A partir da eq. de Euler-Lagrange segue que

$$v'' + (c_s^2 k^2 - a^2 M^2 - \frac{a''}{a})v = 0. \quad (6.53)$$

Em primeira ordem no parâmetro de slow-roll, o fator de escala na inflação é dado por $a = -(1 + \epsilon)/H\eta$. Portanto, $a''/a = (aH)^2(2 - \epsilon)$. Podemos então escrever $a''/a \approx (2 + 3\epsilon)/\eta^2$. Assim, a equação de movimento assume a seguinte forma,

$$v'' + c_s^2 k^2 v - [(1 + 2\epsilon)b + (2 + 3\epsilon)] \frac{v}{\eta^2} = 0, \quad (6.54)$$

onde $b \equiv M^2/H^2$. Assumindo o vácuo de Bunch-Davis como condição inicial, temos no limite de pequenos λs a solução $v = e^{-ic_s k \eta}/\sqrt{2c_s k}$, enquanto que no limite de grandes λs temos a solução

$$v = c_1 \eta^{\frac{1}{2} - \sqrt{2\epsilon b + 3\epsilon + b + 9/4}} + c_2 \eta^{\frac{1}{2} + \sqrt{2\epsilon b + 3\epsilon + b + 9/4}}. \quad (6.55)$$

O primeiro termo é o modo crescente (supondo $b + 9/4 \geq 0$). Consideraremos apenas esta solução crescente. Ao igualarmos a solução para grandes comprimentos de onda com a solução para pequenos comprimentos de onda quando $c_s^2 k^2 = (b + 2)/\eta^2$, encontramos para a constante c_1 a seguinte expressão,

$$c_1 = \frac{e^{-i\sqrt{b+2}}}{\sqrt{2c_s k}} \left(\frac{c_s k}{\sqrt{b+2}} \right)^{\frac{1}{2} - \sqrt{2\epsilon b + 3\epsilon + b + 9/4}}. \quad (6.56)$$

Com estas soluções, obtemos o seguinte espectro de potências escalar,

$$P_{\mathcal{R}} = \frac{k^3 |v|^2}{a^2 N^2} = k^{3-2\sqrt{2\epsilon b + 3\epsilon + b + 9/4}} \left(\frac{c_s^{-2\sqrt{2\epsilon b + 3\epsilon + b + 9/4}}}{2a^2 N^2} \right) \left(\frac{\eta}{\sqrt{b+2}} \right)^{1-2\sqrt{2\epsilon b + 3\epsilon + b + 9/4}}. \quad (6.57)$$

Como a perturbação de curvatura \mathcal{R} não é constante fora do horizonte neste modelo, a expressão acima deve ser calculada no fim da inflação ($\eta = cte$, $a = cte$).

Vemos que o índice espectral escalar é dado por,

$$n_s - 1 = 3 - 2\sqrt{2\epsilon b + 3\epsilon + b + 9/4}. \quad (6.58)$$

Portanto o espectro será vermelho, $n_s < 1$, se $\sqrt{2\epsilon b + 3\epsilon + b + 9/4} > 3/2$. É possível ver que, para recuperarmos o valor esperado observationalmente para o índice espectral, $n_s = 0.96$, o parâmetro b deve ter um valor próximo de zero. Isto pode ocorrer se a condição $m_2^2 \approx 3m_3^2$ for satisfeita, juntamente com a condição $m_4 \approx 0$, (veja eq. (6.51)). Também podemos ver a partir da equação (6.57), que é calculada em um momento fixo no fim da inflação, que a amplitude esperada pode ser obtida se também $c_s \rightarrow 1$ e $N^2 \rightarrow \epsilon$. Uma das possibilidades para se obter estes limites é se, além de $m_4 \approx 0$, o parâmetro m_0 for bem menor que os parâmetros m_2 e m_3 . Embora esta não seja a única possibilidade para gerar o espectro esperado, este é um caso específico interessante para se considerar. Vemos que nenhum destes vínculos implica em um limite superior para o parâmetro m_2 . Isto mostra que é possível, neste modelo, termos um espectro tensorial azul e ao mesmo tempo o espectro escalar vermelho observationalmente esperado.

Ao comparar as equações (6.57) e (6.58) com as respectivas nos modelos usuais de inflação, podemos observar que o parâmetro de slow-roll no termo 3ϵ das equações acima corresponde ao parâmetro de slow-roll calculado no momento do cruzamento do horizonte no nosso modelo. Quando $b \rightarrow 0$, a perturbação de curvatura é conservada fora do horizonte e o parâmetro de slow-roll é então calculado no momento do cruzamento. Portanto, denotaremos esta quantidade por ϵ_c .

Podemos obter uma expressão simplificada para $n_s - 1$ ao expandir a raíz quadrada na equação (6.58) como se segue,

$$n_s - 1 = 3 - 3\sqrt{\frac{8}{9}\epsilon b + \frac{4}{3}\epsilon_c + \frac{4}{9}b + 1} \approx -2\epsilon_c - \frac{2}{3}b. \quad (6.59)$$

De acordo com as observações atuais, esta quantidade deve ser aproximadamente igual a -0.04 . Como os modelos simples de inflação possuem boa concordância com as observações para este parâmetro, a expressão acima deve corresponder a $n_s - 1 \approx -2\epsilon_V$, onde ϵ_V é o parâmetro de slow-roll dos modelos de inflação usuais. Temos então a seguinte relação,

$$\epsilon_c + \frac{b}{3} \approx \epsilon_V. \quad (6.60)$$

Podemos ver que, no modelo em questão, o valor do parâmetro de slow-roll no momento do cruzamento do horizonte pode ser menor (ou maior) que no caso usual por um fator de $\approx b/3$.

Podemos escrever o parâmetro b através de uma expressão mais simples considerando que $m_0, m_4 \ll m_2, m_3$ na eq. (6.51), de modo que obtemos,

$$b = \frac{-m_2^2\gamma}{\epsilon H^2(\gamma + 2m_3^2)}, \quad (6.61)$$

onde definimos $\gamma \equiv m_2^2 - 3m_3^2$. O parâmetro γ pode ser positivo ou negativo, mas deve ser pequeno para estar de acordo com as observações.

Usando as equações (6.44) e (6.57) podemos calcular a razão tensorial-escalar definida como $r = P_t(k_*)/P_S(k_*) = A_t/A_S$. Assim obtemos,

$$r = \frac{2H^2}{\pi^2 M_{pl}^2} \left(\frac{2a^2 N^2}{c_s^{-2\sqrt{2\epsilon b+3\epsilon+b+9/4}}} \right) \left(\frac{\sqrt{b+2}}{\eta} \right)^{1-2\sqrt{2\epsilon b+3\epsilon+b+9/4}}, \quad (6.62)$$

onde N e c_s são dados pelas eqs. (6.48) e (6.50) respectivamente. É possível verificar que no limite em que $b = 0$, $c_s = 1$ e $N^2 = \epsilon$ recuperamos a expressão esperada para a razão tensorial-escalar. Neste caso, a relação de consistência usual, $r = -8n_t$, é recuperada.

Comparando as expressões obtidas para os índices espectrais tensorial e escalar,

$$n_T = -2\epsilon + \frac{2}{3} \frac{m_2^2}{H^2} (1 + 2\epsilon), \quad (6.63)$$

$$n_s - 1 = -2\epsilon - \frac{2}{3} \frac{M^2}{H^2} (1 + 2\epsilon), \quad (6.64)$$

podemos ver que no caso em que o espectro tensorial é azul, ou seja, se o segundo termo na expressão de n_t for maior que o primeiro, é possível obter a relação dos modelos de string gas cosmology, $n_t \approx -(n_s - 1)$ (ver Apêndice B). Esta relação é satisfeita no nosso modelo sempre que

$$-2\epsilon + \frac{2}{3} \frac{m_2^2}{H^2} (1 + 2\epsilon) = +2\epsilon + \frac{2}{3} \frac{M^2}{H^2} (1 + 2\epsilon). \quad (6.65)$$

Devemos lembrar que M^2 pode ser positivo ou negativo mas o lado direito da equação (6.64) deve ser negativo para se obter um espectro escalar vermelho.

A igualdade acima pode ser satisfeita para um espectro escalar compatível com as observações e um espectro tensorial azul. Concluímos, portanto,

que o modelo aqui apresentado pode reproduzir certas previsões dos modelos de String Gas. Torna-se importante neste caso analisar as previsões deste modelo para os parâmetros de não gaussianidades com o objetivo de verificar se estas previsões seriam capazes de distinguir os dois modelos observationalmente.

Embora os resultados apresentados tenham sido obtidos a partir de operadores de massa na Lagrangeana que quebram a invariância por difeomorfismo espacial, em [145] foi mostrado que certos operadores contendo mais de duas derivadas espaciais podem imitar os efeitos destes operadores de massa mesmo em cenários que preservam esta simetria.

No capítulo seguinte, falaremos com mais detalhes sobre os principais experimentos observacionais capazes de fornecer dados para vincular os parâmetros aqui discutidos.

6.6 O Universo Primordial e as Observações Atuais

Atualmente nos encontramos em um momento privilegiado da história da Cosmologia. Com diversos experimentos em execução visando mapear a Radiação Cósmica de Fundo, passamos a ter acesso a uma valiosa ferramenta para se testar modelos cosmológicos do universo primordial com uma grande precisão.

Além de confirmarem a previsão geral de um espectro de potências aproximadamente invariante de escala com um índice espectral levemente vermelho, estes experimentos têm tido grande importância também na medição da polarização da RCF associada às ondas gravitacionais primordiais.

O padrão de polarização da RCF pode ser representado por duas componentes. Uma delas é o chamado modo E, que é a componente sem rotacional (que possui apenas gradiente). Este modo foi detectado pela primeira vez em 2002 pelo Degree Angular Scale Interferometer (DASI). A outra componente é o modo B, que corresponde à componente sem divergente (que tem apenas rotacional). Existem dois tipos previstos de modos B, o primeiro gerado no universo primordial, e o segundo gerado através do mecanismo de lentes gravitacionais. Como as estruturas cosmológicas, através do mecanismo de lentes gravitacionais, desviam a trajetória dos fótons da RCF, as mesmas distorcem a polarização primordial, convertendo modos E em modos B.

Em 2014, a colaboração do experimento BICEP2 anunciou uma significativa detecção de modos B na frequência de 150GHz, que a princípio seria superior ao previsto pelo mecanismo de lentes gravitacionais. Este excesso

foi também encontrado pelo experimento sucessor Keck Array. No entanto, posteriormente foi visto que o nível de poeira nesta região poderia dar conta do excesso detectado. Uma confirmação da origem da polarização detectada foi feita apenas após uma análise conjunta feita com a colaboração do Planck em 2015 [147]. O satélite Planck observou todo o céu em polarização em sete frequências de 30 a 353 GHz, porém com menos profundidade em cada região. O mesmo havia indicado previamente um vínculo para a razão tensorial-escalar dado por $r_{0.002} < 0.11$ e, portanto, compatível com zero. Após a análise conjunta de BICEP2/Keck/PLANCK foi obtido, para a razão tensorial-escalar, um vínculo compatível com o resultado previamente obtido por Planck 2013. De acordo com a colaboração, o melhor ajuste obtido para r , igual a 0.05, não possui significância suficiente para ser interpretado como detecção dos modos B primordiais. Os próximos experimentos, no entanto, deverão trazer importantes dados adicionais nos próximos anos.

Observando a partir do polo sul, cada geração da série de experimentos BICEP1, BICEP2, Keck Array e BICEP3, representou um aumento na sensibilidade para os modos B. BICEP1 (2006-2008) possuía 98 detectores. BICEP2, tendo começado em 2010, contava com 512 detectores. Os primeiros três dos cinco telescópios Keck Array começaram a observar em 2011 cada um com 512 detectores. BICEP3, com 2560 detectores, começará a operar em 2015.

Além dos conhecidos experimentos Planck e BICEP, existe uma série de outras colaborações que tiveram, ou estão tendo, um papel fundamental na medição da RCF.

Um dos experimentos relacionados à RCF que podemos mencionar é o chamado POLARBEAR. Localizado no deserto do Atacama no Chile, este instrumento tem como principal objetivo medir a polarização da Radiação Cósmica de Fundo e detectar os modos B das ondas gravitacionais. Ao mapear os modos B gerados através do mecanismo de lentes gravitacionais, o experimento POLARBEAR tem dado grandes contribuições para a análise da polarização primordial da RCF.

Próximo a este instrumento, também no deserto do Atacama, se localiza o Atacama Cosmology Telescope (ACT). Com 6 metros de diâmetro, o mesmo mapeia a RCF na faixa de microondas, o que também tem fornecido importantes dados sobre o universo primordial.

Outro importante experimento que podemos mencionar para a análise da RCF é o South Pole Telescope (SPT). Com um telescópio de 10 metros de diâmetro situado em uma estação de pesquisa no polo sul, o SPT foi projetado para mapear a temperatura e a polarização da RCF. Através de observações de alta sensibilidade em amplas áreas, o mesmo opera nas regiões de comprimento de onda milimétricas e submilimétricas.

Além dos experimentos em solo, com a finalidade de analisar as anisotropias da RCF, foram lançados também diversos balões e alguns satélites, entre eles o Planck. O satélite Planck foi o terceiro experimento científico a coletar dados da Radiação Cósmica de Fundo, sendo precedido pelo COBE (Cosmic Background Explorer) e pelo WMAP (Wilkinson Microwave Anisotropy Probe). Na figura 6.2 apresentamos o mapa das anisotropias de temperatura da radiação cósmica de fundo, obtido pelos satélites COBE, WMAP e Planck.

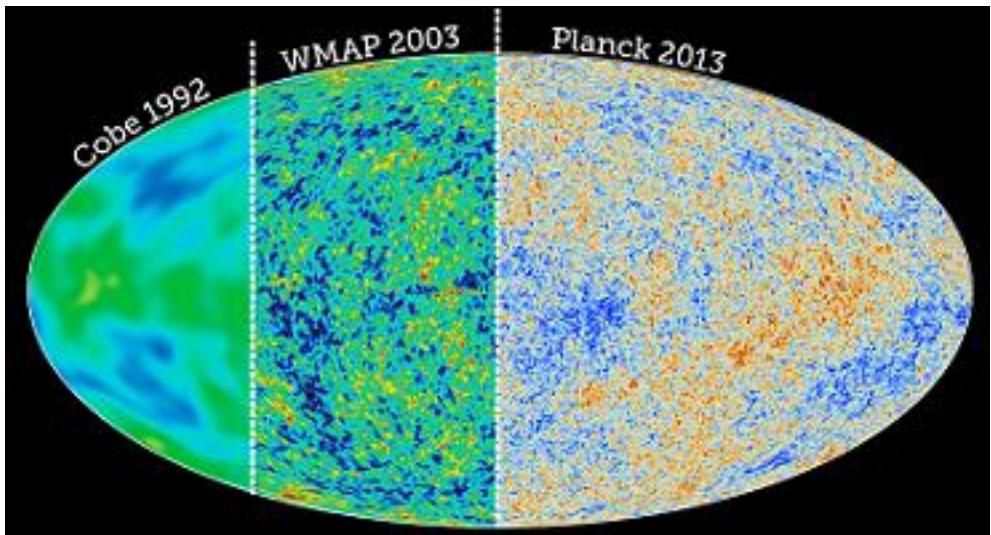


Figura 6.2: Anisotropias da Radiação Cósmica de Fundo. (Esta figura foi retirada da ref [148])

Os dados observados foram submetidos a uma série de análises que nos fornecem precisas informações sobre os parâmetros cosmológicos [149] [150]. Além de confirmar alguns resultados já obtidos pelas missões anteriores, aumentando a precisão dos parâmetros, com o Planck vieram novos importantes resultados, entre os quais podemos citar:

- A idade do universo foi estimada como sendo 13,8 bilhões de anos.
- O valor aceito para a constante de Hubble H_0 foi alterado de 74,2 km/s/Mpc para 67,8 km/s/Mpc, o que indica uma expansão do universo mais lenta do que se esperava.
- A porcentagem de matéria bariônica e matéria escura, que até então eram consideradas como sendo 4.6% e 24% respectivamente, passaram a ser estimadas em 4.9% e 26.8% respectivamente.

- Evidenciou-se um universo com curvatura espacial muito próxima de zero, $\Omega_K \approx 0$.

Apesar de ter se confirmado de um modo geral o padrão uniforme, homogêneo e isotrópico da RCF, foram confirmadas a presença de anomalias sutis no padrão da RCF, associadas aos baixos multipolos, algumas das quais já haviam sido indicadas pelas missões anteriores. Estas anomalias não são explicadas pelo modelo padrão e ainda constituem um desafio à cosmologia.

Os resultados do Planck foram especialmente importantes no contexto da aceleração primordial. Ao se impor severos vínculos aos parâmetros relacionados ao universo primitivo [151], diversos modelos inflacionários puderam ser testados com as observações de forma precisa. Planck forneceu a primeira evidência concisa de que a distribuição de flutuações primordiais não é idêntica em todas as escalas, abrangendo mais estruturas em largas do que em pequenas escalas. Já evidências significativas de não gaussianidades e ondas gravitacionais não foram encontradas, havendo apenas limites superiores para os valores destes parâmetros. Ao mostrar por exemplo, que a não gaussianidade é pequena, ou nula, eliminou-se um largo espectro de modelos inflacionários mais complexos.

Os novos dados da RCF restringiram severamente o panorama de modelos inflacionários observationalmente viáveis. Além dos problemas conceituais dos cenários inflacionários tradicionais, já bem conhecidos, as observações colocaram agora diversos modelos em cheque.

Com os novos vínculos obtidos, o paradigma inflacionário ficou em uma situação controversa. Embora muitos tenham destacado que os resultados obtidos favorecem modelos bem conhecidos de inflação, muita discussão foi gerada a este respeito desde então[152, 153, 115, 154]. Independente dos resultados observacionais, como mostrado em [154], é de consenso geral que o cenário clássico da inflação já se encontrava em uma situação bastante problemática do ponto de vista conceitual. Para compreender esta situação, vamos primeiramente relembrar alguns aspectos do cenário clássico da inflação.

A Inflação Clássica

Três suposições independentes devem ser especificadas para se determinar as previsões de qualquer cenário inflacionário, que são as condições iniciais, o potencial do inflaton e a medida. As condições iniciais se referem ao momento em que a relatividade geral clássica começa a ser uma boa aproximação para

descrever a evolução cosmológica, tipicamente o tempo de Planck. O potencial do inflaton determina uma família de trajetórias clássicas, as condições iniciais selecionam um conjunto destas trajetórias, e a medida define um peso relativo entre as trajetórias.

No cenário clássico, apesar da maior parte das regiões do espaço, ao emergir do Big Bang, não ter as condições necessárias para iniciar uma inflação, isto é compensado pelo fato de que a inflação aumenta exponencialmente o volume das regiões que possuem as condições iniciais corretas. Usando o volume como medida, regiões planas e regulares dominam então o universo após a inflação, mesmo que as condições iniciais associadas a elas sejam muito raras. Desta forma, para potenciais simples com um mínimo de campos e um mínimo de ajuste nos parâmetros, é possível se obter a inflação com o espectro esperado.

No entanto, o cenário clássico da inflação possui uma série de problemas. Primeiramente, todos os potenciais inflacionários requerem ordens de magnitude de ajuste fino nos parâmetros para gerar a amplitude observada das flutuações primordiais de densidade. Outro problema é que a probabilidade de uma certa região do espaço ter as condições iniciais necessárias para o início da inflação nestes modelos é exponencialmente pequena.

Podemos mencionar também o problema do multiverso (também chamado problema da medida) que resulta do cenário da inflação eterna [155, 156]. Ao assumir uma evolução clássica para o inflaton, a inflação chega ao fim em um tempo finito, quando o inflaton chega no mínimo de seu potencial. No entanto, sabemos que existem flutuações quânticas na evolução do campo que podem tirar o mesmo da sua trajetória clássica, levando-o para valores maiores do potencial. Consequentemente estas regiões sofrem mais inflação e se tornam dominantes em termos de volume. Ou seja, a inflação amplifica regiões advindas de flutuações quânticas raras que mantém o universo em expansão gerando a inflação eterna. Múltiplas flutuações quânticas podem ocorrer de várias formas durante a evolução do campo gerando diversos volumes (bolhas) associados a diferentes trajetórias do campo e, consequentemente, a diferentes propriedades cosmológicas. O resultado deste processo é um multiverso no qual tudo o que pode acontecer acontece infinitas vezes. Isto gera uma dificuldade para se definir probabilidades nestes cenários. No contexto da inflação clássica, o volume seria a medida mais natural para se definir pesos relativos. Porém, a maior parte do volume do universo estaria atualmente em inflação nestes modelos, e a maior parte que não está inflando seria mais jovem que nosso universo. Usar o volume como medida implica que o nosso universo observado é exponencialmente improvável por um fator de $10^{-10^{55}}$ ou mais. Este consiste em um dos maiores problemas do cenário inflacionário.

Existe, porém, uma classe de modelos que é capaz de evitar alguns dos problemas acima. Esta foi denominada recentemente de “inflação pós moderna” [154]. Estes cenários consideram suposições bastante diferentes, com relação ao cenário clássico, no que se refere ao paradigma inflacionário. Primeiramente os mesmos consideram potenciais extremamente complexos com diversos campos, muitos parâmetros e ajustes. Neste novo cenário, ao contrário do caso clássico, assume-se o desconhecimento das condições iniciais do universo e considera-se que o período inflacionário por si só não explica como o universo evoluiu a partir de condições iniciais típicas. Além disto, a escolha do volume como medida é rejeitada, e considera-se que a medida deve ser determinada de modo a satisfazer as observações. Tal abordagem tem sido recentemente alvo de muitas críticas [154]. Além da medida não ser determinada, tais modelos se encaixam no cenário do multiverso e, como vimos, uma teoria consistente de probabilidades ainda não foi encontrada neste contexto. Também o fato da teoria introduzir um número muito grande de parâmetros a torna facilmente ajustável às observações, o que demonstra um problema de falta de previsibilidade do modelo.

Concluindo, temos como alternativa ao cenário clássico um cenário de um multiverso onde probabilidades são mal definidas, baseado em potenciais complexos associados a múltiplos campos, parâmetros e ajustes, sem uma medida determinada e com baixo poder de previsão. Como questionado em [154], se a inflação clássica está em cheque, estamos dispostos a aceitar a inflação pós moderna? Ou é o momento de buscar um paradigma cosmológico alternativo?

É esta questão que buscamos abordar nos próximos capítulos. Alguns cenários alternativos à inflação têm sido recentemente propostos, entre eles podemos mencionar o String Gas Cosmology (discutido no Apêndice B), os cenários ekipiróticos, os modelos de branás, entre outros. No próximo capítulo, apresentaremos outros três cenários alternativos para a expansão primordial baseados em fundamentos diferentes, que também dispensam o papel do campo responsável pela inflação. Estes três cenários, além de evitar os problemas descritos acima, possuem a vantagem de unificar as duas fases aceleradas do universo a partir de um único mecanismo.

Capítulo 7

Cenários Cosmológicos Alternativos para a Aceleração Primordial

Vimos, na primeira parte do trabalho, que certos processos físicos naturalmente esperados no universo, como a criação gravitacional de partículas, a viscosidade volumar e o decaimento do vácuo, poderiam, em certos casos, gerar as condições necessárias para a aceleração cósmica. Tais processos físicos também são esperados no contexto do universo primordial, onde altas energias e um campo gravitacional forte compunham um universo em rápida expansão.

A existência destes mecanismos, tanto no universo primitivo quanto no universo recente, nos sugere a possibilidade de uma descrição unificada para a aceleração cósmica baseada nestes processos. Veremos, a seguir, propostas fenomenológicas que descrevem de maneira unificada as duas fases aceleradas, fornecendo uma descrição completa para a evolução do universo que evolui de uma fase de Sitter inicial a uma fase de Sitter final, passando pela era da radiação e da matéria.

7.1 Um Modelo Completo de Criação Gravitacional de Partículas

Na primeira parte do trabalho, vimos que os modelos de criação de partículas se baseiam no fenômeno quântico da produção de partículas às custas do background gravitacional variando no tempo. Um caso simples que exemplifica o mecanismo fundamental por trás deste processo pode ser ilustrado através do campo escalar massivo ϕ minimamente acoplado em um espaço-

tempo de FRW. Ao escrevermos o mesmo na forma $\phi(\eta, x) = a(\eta)^{-1}\chi$, vimos que o campo χ obedece a mesma equação de movimento que um campo escalar massivo no espaço de Minkowski, porém com uma massa efetiva dependente do tempo da forma $m_{eff}^2(\eta) \equiv m^2 a^2 - a''/a$. Esta massa efetiva leva em conta a interação entre o campo escalar e o campo gravitacional. No contexto da Relatividade Geral, o fator de escala em um universo FRW dominado por radiação ($a \propto t^{1/2}$) satisfaz a seguinte relação $[a\ddot{a} + \dot{a}^2] = 0$, ou em termos do tempo conforme $a'' = 0$. Portanto, para campos sem massa não há produção de partículas nesta fase, já que a equação de movimento de χ se reduz à mesma de um campo escalar sem massa no espaço-tempo de Minkowski. Esta é a base do teorema de Parker sobre a ausência de produção de partículas sem massa na era da radiação.

No entanto, o teorema de Parker não proíbe a produção de partículas sem massa em uma fase de Sitter primordial na qual $a'' \neq 0$. É de esperar que, em uma fase de Sitter inicial associada a uma rápida expansão do universo, haja uma significativa produção gravitacional de partículas relativísticas. Deste modo, o mesmo mecanismo responsável pela aceleração recente do universo poderia ser responsável também pela aceleração primordial. Esta é a base do modelo completo de criação gravitacional de partículas proposto em [86]. É importante ressaltar que, para criação adiabática de fótons, a forma do espectro de corpo negro é preservada ao longo da expansão [157].

Vamos assumir um universo dominado por radiação e dotado de produção gravitacional de radiação ($w = 1/3, \Gamma_r \neq 0$). Sendo consequência da expansão do espaço-tempo, podemos esperar uma taxa de criação proporcional a alguma potência de H , de tal modo que

$$\frac{\Gamma_r}{3H} = \left(\frac{H}{H_I} \right)^n, \quad (7.1)$$

onde H_I é o parâmetro de Hubble na fase de Sitter inicial. A expressão acima corresponde a uma generalização da expressão considerada em [86].

As equações de Friedmann (3.4) e (3.5) para este modelo implicam na seguinte evolução

$$\dot{H} + 2H^2 \left(1 - \left(\frac{H}{H_I} \right)^n \right) = 0. \quad (7.2)$$

Desta forma, a solução de Sitter ($\dot{H} = 0$) ocorre inicialmente quando $H = H_I$. Como o universo está em evolução tal solução é instável. A partir da equação acima é possível concluir que o principal efeito de Γ é causar uma instabilidade dinâmica no espaço-tempo de modo a gerar uma transição de um regime de Sitter ($\Gamma \approx 3H$) para a solução convencional e vice-versa.

A solução da equação acima pode ser escrita como

$$H = \frac{H_I}{(1 + Da^{2n})^{1/n}}, \quad (7.3)$$

onde $D \geq 0$ é uma constante de integração. Podemos ver que para $D > 0$ o universo inicia na fase de Sitter sem singularidade e depois transita naturalmente para a fase da radiação em que $a \propto t^{1/2}$, quando $Da^{2n} > 1$.

Devido à fase inicial de Sitter o modelo é livre de horizonte de partículas. Desta forma as interações locais teriam homogeneizado todo o universo. Nesta fase $H = H_I \approx cte$ e, devido à produção de radiação, a expansão procede de forma aproximadamente isotérmica, o que implica que o superesfriamento e a necessidade do reaquecimento do universo são evitados. Ou seja, não existe o chamado "Graceful Exit Problem".

A expansão de Sitter é capaz de resolver todos os problemas usuais que os modelos de inflação se propõem a resolver. Além disto, como fôtons não são produzidos na era da radiação, $\Gamma_r \rightarrow 0$ nesta fase, e a nucleossíntese primordial ocorre da forma convencional. Subsequentemente o universo entra na era da matéria escura quando, a partir daí, inicia a produção gravitacional de partículas de matéria escura.

Como vimos na primeira parte do trabalho, existem diversas propostas fenomenológicas para a taxa de produção de partículas de matéria escura no universo recente, que consideram a mesma como sendo proporcional a uma dada potência de H . Assim, podemos descrever genericamente esta taxa de criação como $\Gamma/3H = (H_f/H)^m$, sendo m um número não negativo e H_f o valor final do parâmetro de Hubble na fase de Sitter futura. Este expressão geral contempla também os três casos estudados na primeira parte do trabalho. Deste modo, podemos formular uma descrição unificada para as duas fases aceleradas do universo através da seguinte expressão para a taxa de criação de partículas

$$\frac{\Gamma}{3H} = \left(\frac{H}{H_I}\right)^n + \left(\frac{H_f}{H}\right)^m. \quad (7.4)$$

Vemos que, no universo primordial, em que $H \approx H_I$ e $H \gg H_f$, o primeiro termo domina gerando a evolução de Sitter no universo antigo. Já no universo recente em que $H \ll H_I$, o segundo termo domina, descrevendo assim os casos vistos na primeira parte do trabalho.

Como apontado em [86], este modelo pode ser consistente com os testes observacionais para o universo recente também a nível perturbativo, incluindo a taxa de crescimento das estruturas cósmicas.

Veremos, nas próximas seções, que uma descrição unificada análoga também pode ser construída para os modelos de viscosidade e decaimento do

vácuo.

7.2 Um Modelo Completo de Decaimento do Vácuo

Vimos que, nos modelos de decaimento do vácuo, o valor hoje observado da densidade de energia do vácuo λ_0 corresponde a um remanescente da energia existente no universo primordial responsável pela inflação. É necessário, portanto, relacionar a magnitude de $\Lambda(t)$ atualmente com seu valor na época da expansão primordial. Com este objetivo, foi proposto em [158] um modelo de decaimento do vácuo capaz de descrever a evolução de $\Lambda(t)$ do universo primordial ao universo recente. Este modelo foi denominado cenário completo de decaimento do vácuo, pois o mesmo descreve a evolução do universo de uma fase de Sitter inicial a uma fase de Sitter final, passando pela era da radiação (iniciada através de uma transição suave) e pela subsequente era da matéria.

A lei de decaimento proposta em [158] se baseia na covariância da ação efetiva da Teoria Quântica de Campos em espaços curvos, que sugere que no universo primordial apenas as potências pares do parâmetro de Hubble contribuem para $\Lambda(t)$ [159]. Esta lei é escrita como

$$\Lambda(H) = c_0 + 3\nu H^2 + 3\beta \frac{H^4}{H_I^2}, \quad (7.5)$$

onde ν e β são parâmetros adimensionais e H_I é o parâmetro de Hubble na inflação primordial. A constante c_0 acima representa o termo dominante a baixas energias, e as potências de H representam, no universo recente, pequenas correções ao termo dominante. No entanto, estes termos possuem grande relevância no universo primordial. Nesta fase $H \approx H_I$, e o segundo e terceiro termo dominam na equação acima. Devemos lembrar que consideramos, neste modelo, o decaimento do vácuo na componente material dominante do universo em cada fase.

O parâmetro de Hubble em questão evolui da seguinte forma

$$\dot{H} + \frac{3}{2}(1+w_m)H^2 \left[1 - \nu - \frac{c_0}{3H^2} - \frac{\alpha H^2}{H_I} \right] = 0. \quad (7.6)$$

Neste cenário o universo inicia em uma fase de Sitter e, após uma produção substancial de partículas relativísticas (a partir do decaimento do vácuo), ele evolui para a fase da radiação e posteriormente para a fase da matéria. Nesta fase a equação (7.5) se reduz a

$$\Lambda(H) = \Lambda_0 + 3\nu(H^2 - H_0^2), \quad (7.7)$$

onde $\Lambda_0 = c_0 - 3\nu H_0^2$ é o valor atual da constante cosmológica. Atualmente este modelo evolui da mesma forma que um modelo com uma energia escura variando lentamente. Porém, posteriormente o universo entra em uma segunda fase de Sitter.

Em [160, 161] foi feita uma análise conjunta com supernovas, RCF e BAO para vincular o parâmetro ν , que quantifica o desvio deste modelo com relação ao comportamento do Λ CDM. Foi encontrado que o melhor ajuste é $|\nu| = \mathcal{O}(10^{-3})$. Enquanto que, para Ω_m , foi encontrado o melhor ajuste $\Omega_m^0 \cong 0.27 - 0.28$.

O modelo cosmológico descrito pela lei de decaimento (7.5) é apenas uma das possibilidades fenomenológicas para descrever o decaimento. Também fornecem cenários cosmológicos consistentes modelos que seguem a lei mais geral

$$\Lambda(H) = c_0 + 3\nu H^2 + 3\alpha \frac{H^{2n}}{H_I^{2n-2}} \quad (n > 1). \quad (7.8)$$

Tais modelos também são capazes de gerar uma fase inflacionária de Sitter no universo primordial com uma transição suave para a era da radiação.

7.3 Um Modelo Completo de Viscosidade

Sabemos que diferentes componentes do fluido cosmológico possuem diferentes leis de evolução para a temperatura e diferentes tempos de resfriamento à medida que o universo se expande. Consequentemente, há uma troca interna de calor irreversível no fluido, a qual é descrita pela viscosidade volumar. Como apontado em [162], durante e após a transição de fase ocorrida na época da grande unificação, o universo consistia em uma mistura de partículas extremamente relativísticas e partículas não-relativísticas (leptoquark gauge bosons) com um tempo mínimo de interação da ordem da idade do universo. Esta mistura possuía uma viscosidade volumar significativa, o que faz com que seja importante considerarmos as possíveis consequências cosmológicas deste processo no universo primordial. Também neste contexto, embora a teoria cinética não preveja que a pressão negativa associada à viscosidade possa superar a pressão de equilíbrio, acreditamos que a situação possa ser diferente no contexto da teoria de campos em espaços curvos fora de equilíbrio.

Como vimos anteriormente, os modelos de viscosidade são dinamicamente equivalentes aos modelos de decaimento do vácuo. Vamos então obter a

expressão geral do coeficiente de viscosidade capaz de descrever uma evolução cosmológica completa (de de Sitter a de Sitter) como a que obtivemos para o modelo de decaimento do vácuo.

A condição de equivalência que obtivemos na primeira parte do trabalho entre os dois modelos pode ser escrita em função do coeficiente de viscosidade como

$$\xi = \frac{(1+w)\Lambda(t)}{3H}, \quad (7.9)$$

onde fizemos $8\pi G = 1$.

Olhando para a equação (7.5) podemos presumir que o coeficiente de viscosidade que gerará a dinâmica do modelo $\Lambda(t)$ terá a forma de uma série de potências. Assim, podemos representá-lo através da seguinte soma,

$$\xi = \sum_{\alpha} \xi_{\alpha}, \quad (7.10)$$

lembrando que o índice α vem da expressão (3.15) do coeficiente de viscosidade ($\xi_{\alpha} \propto \rho^{\alpha}$).

Vamos analisar primeiramente a fase de aceleração primordial segundo esta descrição. Vimos na seção anterior que a expressão de $\Lambda(H)$ (7.5) pode ser aproximada por $\Lambda(H) = 3\nu H^2 + 3\alpha H^4/H_I^2$ no universo primitivo. Através da equação de equivalência (7.9), é possível então concluir que o modelo correspondente de viscosidade no universo primordial tem um coeficiente dado pela soma $\sum_{\alpha=1}^2 \xi_{\alpha}$ (redefinindo $\alpha \rightarrow \alpha - 1/2$). Usando a expressão (3.15) do coeficiente de viscosidade, podemos escrever esta soma como

$$\xi = 3\delta_1 \left(\frac{\rho_0}{H_0} \right) \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{1/2} + 3\delta_2 \left(\frac{\rho_0}{H_0} \right) \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{3/2}. \quad (7.11)$$

Podemos verificar, ao substituir $\rho = 3H^2$ na equação acima, que obtemos as mesmas potências em H que temos na expressão de $\Lambda(H)$.

Ao substituir as expressões de $\Lambda(H)$ e $\xi(H)$ na condição de equivalência (7.9), obtemos que a correspondência entre os dois modelos é estabelecida para os seguintes valores dos parâmetros de viscosidade,

$$\delta_1 = \frac{4\nu}{27}, \quad (7.12)$$

$$\delta_2 = \frac{4\alpha}{27} \left(\frac{H_0}{H_I} \right)^2. \quad (7.13)$$

Integrando as equações de campo para os dois modelos obtemos a seguinte expressão para $H(a)$,

$$H(a) = \sqrt{\frac{(1-\nu)}{\alpha}} \frac{H_I}{\sqrt{D a^{3(1-\nu)(1+w)} + 1}}, \quad (7.14)$$

Esta equação nos descreve um universo que inicia sem singularidade em uma expansão de Sitter e transita gradativamente para a fase da radiação usual em que $a \propto t^{1/2}$.

Já no universo recente $H \ll H_I$. Neste caso, a lei de decaimento do vácuo pode ser aproximada por $\Lambda(H) = \Lambda_0 + 3\nu(H^2 - H_0^2)$. O coeficiente do modelo equivalente de viscosidade nesta fase é então descrito por

$$\xi = 3\delta_0 \left(\frac{\rho_0}{H_0}\right) \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{-1/2} + 3\delta_1 \left(\frac{\rho_0}{H_0}\right) \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{1/2}. \quad (7.15)$$

Sendo os parâmetros δ_0 e δ_1 dados por

$$\delta_0 = \frac{\Lambda_0}{3H_0^2} - \nu, \quad (7.16)$$

$$\delta_1 = \nu/9, \quad (7.17)$$

onde $\Lambda_0/(3H_0^2) = \Omega_{\Lambda 0}$ é uma constante com papel análogo ao parâmetro de densidade da constante cosmológica.

Integrando as equações de campo para este modelo no universo recente obtemos

$$H(a) = \frac{H_0}{\sqrt{1-\nu}} \sqrt{(1-\Omega_{\Lambda 0})a^{-3(1-\nu)} + \Omega_{\Lambda 0} - \nu}, \quad (7.18)$$

onde consideramos $w = 0$. Vemos que este cenário possui apenas um pequeno desvio com relação ao cenário Λ CDM, parametrizado pelo termo dinâmico da ordem de $|\nu|$.

Juntando os resultados obtidos para as duas fases aceleradas podemos analisar o comportamento geral do coeficiente de viscosidade. ξ inicia com um valor constante na era de Sitter inicial, $\xi = 4H_I(\xi + \alpha)/3$ e, ao final desta fase, o coeficiente começa a decrescer e continua decrescendo até que a contribuição dominante de ξ passa a ser o primeiro termo da equação (7.15). A partir deste momento, o valor do coeficiente começa a crescer até que o universo entra na fase de Sitter final quando o coeficiente assume seu valor final constante $\xi = 9H_0(\frac{\Lambda_0}{3H_0^2} - \frac{8\nu}{9})$.

Vimos, portanto, que os três modelos aqui analisados, além de possuírem a vantagem de unificar as duas fases cosmológicas aceleradas, são capazes de

evitar a singularidade inicial e gerar uma transição suave da era inflacionária para a era da radiação.

Também no contexto da aceleração primordial, é possível obter vínculos para os parâmetros livres dos modelos apresentados aqui a partir dos dados observacionais, como faremos posteriormente através do cálculo do espeetro de potências primordial do modelo de criação de partículas. Porém, é possível também vincular estes modelos por meio de uma análise teórica baseada na Segunda Lei Generalizada da Termodinâmica. Esta abordagem será considerada, a seguir, para o caso dos modelos de criação gravitacional de partículas.

Capítulo 8

Análise Termodinâmica

Apresentamos, no capítulo anterior, um modelo completo de criação de partículas capaz de descrever a evolução cosmológica desde uma fase de Sitter primordial até uma fase de Sitter final, sendo, as duas fases aceleradas, propulsionadas pelo mecanismo de criação gravitacional de partículas. Vimos que, neste cenário, o universo inicia em uma fase não singular de Sitter que é instável e em seguida entra suavemente na era da radiação. À medida que o universo se expande a radiação se torna subdominante e a matéria escura fria começa a dominar. A partir daí, a produção gravitacional de matéria escura fria é desencadeada. Finalmente o universo entra na segunda fase de Sitter caracterizada pelo equilíbrio termodinâmico. O modelo completo, proposto no capítulo anterior, corresponde a uma generalização do modelo proposto em [86] cujo comportamento termodinâmico foi investigado em [85].

Com o objetivo de testar o espaço de parâmetros deste modelo, desenvolveremos aqui uma análise baseada na Segunda Lei Generalizada da Termodinâmica (SLG). Nosso objetivo é explorar quais restrições a SLG impõe aos parâmetros livres do modelo completo de criação de partículas. Esta lei estabelece que a entropia total do sistema não deve decrescer. Além disto, nos últimos estágios de evolução, a entropia total deve ser uma função côncava. Caso contrário, a entropia total cresceria ilimitadamente sem jamais atingir o equilíbrio - estado de máxima entropia compatível com as restrições do sistema [163]. De acordo com a SLG a entropia total a ser considerada deve ser a soma da entropia do sistema com a entropia do horizonte causal que o envolve. Esta lei foi formulada primeiramente no contexto de buracos negros [164] e foi, posteriormente, extendida para horizontes cósmicos [165, 166].

Em 1977, Gibbons e Hawking mostraram em [165] que a conexão existente entre o horizonte de eventos e a termodinâmica para o caso de buracos negros poderia ser extendida para o caso de horizontes cósmicos. De acordo com estes autores, a área do horizonte de eventos cosmológico poderia ser

interpretada como entropia, ou ausência de informação do observador com relação às regiões às quais o mesmo não possui acesso. É possível, assim, associar uma temperatura e uma entropia ao horizonte de eventos cosmológico analogamente ao caso dos horizontes de eventos dos buracos negros. No mesmo trabalho foi mostrado também que um observador com um detector de partículas de fato observaria um background de radiação térmica vindo aparentemente do horizonte de eventos. Ao absorver esta radiação, o observador ganharia energia e entropia e a área do horizonte diminuiria. À medida que a área decresce, a temperatura da radiação cósmica também decresce (ao contrário do caso dos buracos negros) e, assim, o horizonte de eventos cosmológico seria estável.

Muita discussão tem sido gerada a respeito da termodinâmica de horizontes cosmológicos desde então. Posteriormente, foi visto que o horizonte aparente, ao invés do horizonte de eventos, seria mais apropriado para uma formulação termodinâmica em alguns casos [167, 168, 169, 170, 171, 172]. O horizonte aparente coincide com o horizonte de eventos na fase de Sitter. Até mesmo para o caso de buracos negros, foi visto que a noção de horizonte de eventos, que requer um conhecimento de todo desenvolvimento futuro e da estrutura causal do espaço-tempo, é essencialmente desnecessária para certas aplicações práticas, sendo usado, em lugar deste, o horizonte aparente. Em [173] foi mostrado, para o caso geral de um espaço-tempo de FRW, que o horizonte cosmológico aparente é também um horizonte atrapante (trapping horizon) quando o escalar de Ricci é positivo, ou seja, quando temos um fluido cósmico descrito por $p_{eff} < \rho/3$. Este critério coincide também com a condição em que a temperatura de Kodama-Hayward do horizonte aparente é positiva [173].

A termodinâmica de horizontes cosmológicos tem sido, desde seu desenvolvimento, extensivamente aplicada na cosmologia [85, 174, 175]. Ao levar em conta as propriedades termodinâmicas dos horizontes cosmológicos, segue-se que, de acordo com a SLG, a entropia total S deve incluir a entropia de todas as fontes, isto é, do fluido envolto pelo horizonte aparente e também a entropia do próprio horizonte aparente.

Para explorar quais restrições a SLG e o requerimento de concavidade impõem aos parâmetros livres do modelo completo de criação de partículas, vamos iniciar nossa análise no contexto do universo primordial e em seguida analisaremos o caso do universo recente. Os resultados apresentados neste capítulo correspondem aos resultados originais que obtivemos no artigo [106].

Vínculos para o Universo Primordial

A fase da radiação é seguida pela era de domínio da matéria que eventualmente transitará para uma segunda fase de Sitter. Esperamos, portanto, que na era da radiação a entropia cresça e seja uma função convexa do fator de escala, isto é, $S' > 0$ e $S'' > 0$ (o til indica $d/d\tilde{a}$). Caso a função fosse côncava, o universo teria atingido um estado de equilíbrio termodinâmico (máxima entropia) e teria permanecido neste estado para sempre a não ser que fosse forçado por um "agente externo". Porém, sabe-se que a produção de partículas é suprimida durante a era da radiação, de modo que não haveria agente externo para tirar o sistema do equilíbrio termodinâmico. Por isto esperamos que a entropia seja uma função convexa nesta fase.

Denotando por S_γ a entropia do conteúdo energético quando o universo é dominado pela radiação, e por S_h a entropia do horizonte aparente, temos que $S = S_\gamma + S_h$. A entropia do horizonte aparente é dada por $S_h = k_B A / 4l_{pl}^2$ [170], onde $A = 4\pi r_h^2$ é a área do horizonte, k_B é a constante de Boltzmann, l_{pl} é o comprimento de Planck e r_h é o raio do horizonte. No nosso caso, em um universo espacialmente plano, o último corresponde ao horizonte de Hubble H^{-1} .

Já a entropia do fluido de radiação pode ser obtida através da equação de Gibbs

$$T_\gamma dS_\gamma = d(\rho_\gamma V) + p_\gamma dV, \quad (8.1)$$

onde $V = 4\pi/(3H^3)$ é o volume envolto pelo horizonte, T_γ é a temperatura da radiação e $p_\gamma = \rho_\gamma/3$ é a pressão, sendo

$$\rho_\gamma = \frac{\rho_I}{(1 + Da^{2n})^{2/n}}, \quad \rho_I \equiv \frac{3H_I^2}{8\pi G}. \quad (8.2)$$

As expressões acima podem ser derivadas a partir da equação de Friedmann juntamente com a expressão do parâmetro de Hubble do modelo, dada pela eq. (7.3).

Ao calcular a derivada da expressão de S_h , usando a equação (7.3), obtemos

$$S'_h = C D a^{2n-1} (1 + Da^{2n})^{\frac{2}{n}-1}, \quad (8.3)$$

onde $C = 4k_B\pi/(l_{pl}^2 H_I^2)$. Claramente $S'_h > 0$ independente do valor de n , visto que D é uma quantidade positiva.

A temperatura da radiação, por sua vez, segue a expressão

$$T_\gamma = \frac{T_I}{(1 + Da^{2n})^{\frac{1}{2n}}} \quad (8.4)$$

sendo T_I a temperatura inicial na fase de Sitter. Vemos que para $Da^{2n} \gg 1$ (já bem na era da radiação) recuperamos o resultado padrão $T_\gamma \propto a^{-1}$.

Para a entropia da radiação, a partir da equação de Gibbs segue que

$$T_\gamma S'_\gamma = \frac{16\pi}{3} \rho_I \frac{D}{H_I^3} a^{2n-1} (1 + Da^{2n})^{\frac{1}{n}-1}. \quad (8.5)$$

Ou seja, $S'_\gamma > 0$ independente do valor de n .

Para determinar se n pode ser vinculado através da convexidade da entropia total, devemos determinar o sinal da segunda derivada de ambas entropias. A partir de (8.3) obtemos

$$S''_h = C D a^{2(n-1)} (1 + Da^{2n})^{\frac{2}{n}-2} [3Da^{2n} + 2n - 1]. \quad (8.6)$$

E a partir de (8.4) e (8.5) obtemos

$$S''_\gamma = \frac{16\pi}{3} \frac{\rho_I D}{T_I H_I^3} a^{2(n-1)} (1 + Da^{2n})^{\frac{3}{2n}-1} \left[\frac{2(Da^{2n} + n) - 1}{1 + Da^{2n}} \right]. \quad (8.7)$$

Portanto, vemos que a positividade de ambas as funções S''_h e S''_γ é garantida sempre que $n > 1/2$.

Correções Quânticas

Ao se considerar efeitos quânticos, a lei de entropia de buracos negros de Bekenstein-Hawking é generalizada para a expressão

$$S_h = k_B \left[\frac{A}{4l_{pl}^2} - \frac{1}{2} \ln \left(\frac{A}{l_{pl}^2} \right) \right], \quad (8.8)$$

somada a termos de ordens mais altas [176]. Como apontado em [85], o mesmo se aplica para horizontes cosmológicos causais. Analisaremos aqui se os resultados que obtivemos continuam válidos ao se considerar tais correções.

No contexto do nosso cenário, um simples cálculo a partir da equação anterior fornece

$$S'_h = \frac{k_B \pi}{l_{pl}^2} \frac{4}{a H^2} \left(1 - \left(\frac{H}{H_I} \right)^n \right) \left[1 - \frac{l_{pl}^2 H_I^2}{2\pi(1 + Da^{2n})^{2/n}} \right]. \quad (8.9)$$

Vemos que a presença do fator l_{pl}^2 no numerador do segundo termo no parêntesis torna este termo desprezível. Portanto, nossa abordagem é robusta

com relação a modificações quânticas à entropia do horizonte no universo primordial. Além disto, no limite $a \rightarrow 0$ a condição $S'_h > 0$ implica no limite superior para a taxa de expansão inicial $H_I < \sqrt{2\pi}/l_{pl}$, independente de n . Ou seja, o fator de Hubble inicial não pode ser arbitrariamente grande.

É interessante também notarmos que a temperatura T_I tem um limite superior natural imposto pelas correções quânticas discutidas aqui. De fato, lembrando que a temperatura inicial do universo no nosso cenário pode ser associada à temperatura de Gibbons-Hawking [165], é fácil checar, a partir da desigualdade acima, que $T_I < 1/\sqrt{2\pi}l_{pl}$. Em outras palavras, as correções quânticas à formula usual implicam que a temperatura inicial do universo no nosso modelo é um pouco menor que a temperatura de Planck, como o esperado pela descrição clássica.

Vínculos para o Universo Recente

Vamos agora analisar a Segunda Lei Generalizada da Termodinâmica no contexto do universo recente, com o objetivo de encontrar quais valores para o parâmetro m , na expressão (7.4), são termodinamicamente permitidos. Iniciaremos pelo cálculo das derivadas das entropias do horizonte e da matéria.

Devemos lembrar que, no modelo em questão, a evolução do parâmetro de Hubble no universo recente é determinada pela equação

$$\dot{H} = -\frac{3}{2}H^2 \left[1 - \left(\frac{H_f}{H} \right)^m \right]. \quad (8.10)$$

Através do mesmo procedimento realizado no caso anterior, obtemos então para a entropia do horizonte

$$S'_h = \frac{2\pi k_B}{l_{pl}^2 a H^2} \left[\frac{3}{2} \left(1 - \left(\frac{H_f}{H} \right)^m \right) \right]. \quad (8.11)$$

Já para a entropia do fluido dentro do horizonte, é suficiente notar que cada partícula de poeira contribui com uma determinada quantia k_B [85]. Então, $S_m = k_B 4\pi r_h^3 n_p / 3$, onde a densidade de números de partículas n_p obedece a equação de conservação $n'_p = (n_p/a)[(\Gamma_m/H) - 3]$, sendo $\Gamma_m = 3H(H_f/H)^m$. Assim, temos que

$$S'_m = \frac{4\pi k_B n_p}{3a H^2} \left[\frac{3}{2} \left(1 - \left(\frac{H_f}{H} \right)^m \right) \right]. \quad (8.12)$$

Vemos que a SLG, $S' = S'_m + S'_h \geq 0$, apenas restringe m como sendo positivo, o que também era requerido para gerar uma dinâmica cosmológica

aceitável. A condição de que a entropia total tenda a um máximo a longo prazo também não impõe nenhum vínculo adicional a m . Como $H \rightarrow H_f$ quando $a \rightarrow \infty$, ambos S'_h e S'_m tendem a zero neste limite. Por outro lado, como ambas primeiras derivadas são positivas quando o fator de escala é finito, concluímos que S' tende a zero por baixo, então $S''(a \rightarrow \infty) \leq 0$, o que pode ser satisfeito para valores positivos de m . Em resumo, o modelo completo de criação de partículas é consistente com a termodinâmica também no universo recente para qualquer valor positivo do parâmetro livre m .

Concluímos, portanto, que o modelo completo de criação de partículas apresenta o comportamento esperado de um sistema macroscópico ordinário, no sentido de que o mesmo tende ao equilíbrio termodinâmico nos estágios finais de evolução, sempre que o parâmetro n for maior que $1/2$ e o parâmetro m for maior que zero. Vimos também que a inclusão de correções quânticas no limite $a \rightarrow 0$ fornece um limite superior razoável para o parâmetro de Hubble inicial e para a temperatura inicial.

A análise feita neste capítulo poderia ser aprimorada ao se considerar, em uma segunda etapa, além da entropia do horizonte e do fluido, também a contribuição advinda do campo gravitacional. Porém, para o objetivo proposto, acreditamos que o cálculo acima fornece um resultado consistente.

Uma outra forma de se obter vínculos para os parâmetros deste modelo é testar suas previsões com os dados observacionais da RCF. Com esta finalidade, iremos analisar no capítulo seguinte como se procede a formação das sementes das estruturas que hoje vemos no universo no caso deste modelo. Veremos que, assim como no modelo de viscosidade, a formação de estruturas se dá, predominantemente, a partir de flutuações térmicas estatísticas, ao invés de flutuações quânticas como nos cenários tradicionais. As previsões obtidas poderão então ser testadas com os dados observacionais atuais.

Capítulo 9

As Flutuações Térmicas Estatísticas

Vimos, nos capítulos anteriores, que existem diversas possibilidades para explicar a fase inflacionária do universo primordial sem a necessidade de se introduzir um campo escalar (inflaton). Mecanismos como a criação gravitacional de partículas, a viscosidade volumar do fluido, entre outros, são exemplos de processos capazes de gerar pressão negativa no universo, o que atua no sentido de acelerar o mesmo. Vimos que estes dois modelos têm em comum o fato de que o universo é inicialmente dominado por radiação e a produção de entropia ocorre continuamente durante toda a inflação, o que mantém a temperatura relativamente constante durante todo o período inflacionário, evitando o superesfriamento do universo. No entanto, esta característica cria a necessidade de se considerar a influência da temperatura na geração das flutuações que darão origem às estruturas cosmológicas hoje observadas. O mesmo ocorre também em outros cenários inflacionários entre os quais podemos citar o modelo de inflação morna [177], e também em cenários alternativos à inflação como os modelos de bouncing e também o String Gas Cosmology discutido no Apêndice B.

Como mencionado anteriormente, em geral as flutuações em um fluido podem ser originadas de duas formas distintas. Podem haver flutuações na densidade de energia geradas a partir de flutuações quânticas (como é considerado no modelo padrão), e podem haver também flutuações de energia devido à natureza estatística da física térmica. Se definirmos uma única temperatura em um dado volume de um sistema, existirão nele flutuações aleatórias de energia. Estas flutuações, existentes em todo sistema de temperatura finita, surgem já a nível clássico e são comumente chamadas de flutuações térmicas [178]. No universo primordial em que as temperaturas eram muito altas, estas flutuações deviam ser bastante significativas nos ca-

sos em que o universo não passa por uma fase de superesfriamento durante a inflação. Nestes casos, as flutuações térmicas em geral dominam sobre as flutuações de origem quântica.

Na seção a seguir, introduziremos a teoria de perturbações cosmológicas primordiais para o caso de flutuações de origem térmica. Inicialmente, iremos rever a abordagem de T. Biswas *et al.* [178] para o caso geral adiabático que considera um universo dominado por um fluido qualquer com uma equação de estado variável $w(t)$. Mostraremos como o espectro de potência primordial pode ser obtido para estes casos.

Posteriormente, analisaremos uma possível extensão desta abordagem para os modelos de criação gravitacional de partículas.

9.1 O Espectro de Potência Primordial a Partir de Flutuações Térmicas

Consideraremos aqui o formalismo geral das perturbações primordiais, desenvolvido em [178], para um cenário cosmológico qualquer em que o universo seja dominado por um fluido térmico (que possui equilíbrio térmico). A abordagem que descreveremos a seguir é bastante geral e pode ser aplicável a diversos modelos cosmológicos distintos em que estruturas cósmicas são geradas termicamente. Podemos citar como exemplo cenários de cordas, cosmologias cíclicas, inflação morna, entre outros. Nestes modelos, essencialmente as flutuações térmicas serão as sementes iniciais para as flutuações em escalas super-Hubble.

A abordagem aqui considerada não pressupõe qualquer modelo desde que sejam respeitadas as seguintes suposições:

- As interações no fluido mantém o equilíbrio térmico, o que requer equilíbrio cinético e químico.
- Para modos sub-Hubble as flutuações térmicas estatísticas dominam sobre as quânticas.
- Não há perturbações de isocurvatura significantes.
- Não há anisotropias no fluido.
- Existe um mecanismo para os modos saírem da fase sub-Hubble para a fase super-Hubble e assume-se esta transição como sendo instantânea.
- Pelo menos próximo a esta transição, devem valer as leis usuais da termodinâmica e da Relatividade Geral.

A teoria de perturbações estatísticas será desenvolvida na escala sub-Hubble onde correlações térmicas podem existir. A partir do momento em que a perturbação cruza o horizonte de Hubble, as perturbações passam a evoluir de acordo com as leis usuais da hidrodinâmica acoplada à gravidade. As grandezas serão calculadas no momento em que as perturbações cruzam o horizonte, pois a partir da escala de Hubble a perturbação de curvatura permanece constante sempre que a velocidade do som for dada pela expressão adiabática $\delta p/\delta\rho = \partial p/\partial\rho$ (mesmo quando a equação de estado do fluido varia no tempo). Isto nos fornecerá o espectro primordial da Radiação Cósmica de Fundo.

Para calcularmos o espectro de potência, devemos encontrar a expressão para a perturbação de curvatura ζ , gerada a partir de flutuações em escalas sub-Hubble. Com esta expressão, podemos calcular ζ no momento em que os modos cruzam o horizonte.

Primeiramente, no entanto, vamos introduzir as perturbações na métrica da mesma forma que no caso padrão. Estas perturbações serão posteriormente relacionadas às perturbações no fluido. Vimos que podemos parametrizar as perturbações na métrica da seguinte forma geral,

$$ds^2 = a^2(\eta)[-(1+2\phi)d\eta^2 + B_{,i}d\eta dx^i + ((1-2\psi)\delta_{ij} + E_{,ij})dx^i dx^j]. \quad (9.1)$$

Já as perturbações no fluido material, considerado isotrópico, podem ser descritas através do seguinte tensor energia-momento perturbado,

$$T^0_0 = -\rho(1+\delta) \quad T^0_i = \rho(1+w)v_{,i} \quad T^i_j = \rho(w+c_s^2\delta) \quad , \quad (9.2)$$

onde v é a velocidade perturbada do fluido, $c_s^2 = \delta p/\delta\rho$ é a velocidade do som ao quadrado e $\delta = \delta\rho/\rho$. Como estamos assumindo um fluido térmico, todas as quantidades de background são funções da temperatura.

A grandeza invariante de gauge que nos interessa para o cálculo do espectro de potência é a perturbação de curvatura, definida como

$$\zeta = -\Psi - \mathcal{H}(v - B), \quad (9.3)$$

onde Ψ é o potencial de Bardeen e $\mathcal{H} = \dot{a}/a$ é o parâmetro de Hubble conforme. A partir daqui, o ponto sempre denotará derivada com relação ao tempo conforme η enquanto a aspa denotará derivada com relação à temperatura.

Como a expressão acima é um invariante de gauge, podemos escolher qualquer gauge para calculá-la. Vamos aqui trabalhar no gauge longitudinal,

no qual $E = B = 0$. Neste gauge, a métrica escalar perturbada pode ser escrita em termos dos potenciais de Bardeen invariantes de gauge Φ, Ψ ,

$$ds^2 = a^2(\eta) [-(1 + 2\Phi)d\eta^2 + ((1 - 2\Psi)dx^2)]. \quad (9.4)$$

A componente $0i$ das equações de Einstein determina v em termos dos potenciais de Bardeen,

$$\dot{\Psi} + \mathcal{H}\Phi = \frac{a^2}{2M_p^2}(1+w)\rho v. \quad (9.5)$$

Isolando v e substituindo na expressão (9.3) para a perturbação de curvatura obtemos

$$\zeta = -\Psi - \frac{2M_p^2\mathcal{H}}{(1+w)a^2\rho}(\dot{\Psi} + \mathcal{H}\Phi). \quad (9.6)$$

É importante notar que a expressão acima está numa forma invariante de gauge. Posteriormente, veremos que todos os cálculos termodinâmicos relevantes para obtermos as flutuações de energia em um dado volume são feitos supondo-se um espaço-tempo de Minkowski (volume fixo). Para generalizarmos nossa análise para a métrica de Friedmann Robertson Walker, ou qualquer outra métrica, é preciso ir para um sistema onde o fluido de background está em "repouso", o que corresponde ao gauge comóvel. A expressão acima, embora escrita em termos dos potenciais de Bardeen, por ser um invariante de gauge, nos permitirá desenvolver os cálculos no gauge comóvel. E então $\delta\rho$ poderá ser escrito de forma invariante de gauge, como deve ser tendo em vista que os cálculos no espaço de Minkowski não devem depender da escolha de gauge.

A perturbação de densidade é relacionada ao potencial de Bardeen através da equação relativística de Poisson

$$\Psi = -\frac{1}{2} \left(\frac{a}{kM_p} \right)^2 \delta\rho^C, \quad (9.7)$$

onde o índice C se refere ao gauge comóvel. A partir daqui, deixaremos este símbolo implícito já que todos os cálculos termodinâmicos assumirão este gauge para a perturbação na densidade do fluido.

Como estamos assumindo um fluido sem pressão anisotrópica, podemos considerar $\Phi = \Psi$. Deste modo, substituindo a expressão acima e sua derivada em (9.6), obtemos para a perturbação de curvatura

$$\zeta = \frac{1}{2} \left(\frac{a}{kM_p} \right)^2 \left[1 + \frac{2M_p^2 H^2}{(1+w)\rho} (3+r) \right] \delta\rho, \quad (9.8)$$

onde a evolução temporal da flutuação de densidade foi considerada na grandeza r definida abaixo,

$$r = \frac{d \log \delta\rho}{d \log a} = \frac{(\delta\rho)'}{\delta\rho} \frac{\dot{T}}{\mathcal{H}}. \quad (9.9)$$

Se definirmos uma grandeza $A(T)$ tal que

$$A(T) \equiv \frac{1}{2} \left[1 + \frac{2(3+r)}{3(1+w)\Omega} \right], \quad (9.10)$$

podemos escrever a perturbação de curvatura de forma mais sucinta como,

$$\zeta_k = \frac{A(T_k)}{H_k^2 M_p^2} \delta\rho_k. \quad (9.11)$$

Todas as grandezas acima dependerão da temperatura em que um dado modo sai do horizonte.

- O Cálculo Estatístico das Perturbações

Vamos agora calcular as flutuações no fluido em um dado volume usando a termodinâmica, para então podermos relacioná-las às perturbações na métrica e ao espectro primordial.

Podemos definir a flutuação média na energia, ΔE , usando a função de partição canônica Z da seguinte forma,

$$\begin{aligned} <\Delta E>_L^2 &\equiv < E^2 > - < E >^2 = \frac{1}{Z} \frac{\partial^2 Z}{\partial \beta^2} - \left(\frac{1}{Z} \frac{\partial Z}{\partial \beta} \right)^2 = \frac{\partial^2 \ln Z}{\partial \beta^2} \\ &= -\frac{\partial < E >}{\partial \beta} = T^2 C_V, \end{aligned}$$

onde C_V é a capacidade calorífica do sistema térmico para um dado volume L^3 , e $\beta \equiv 1/(k_B T)$ sendo k_B a constante de Boltzmann.

Podemos obter a flutuação média na densidade ao dividir ΔE pelo volume,

$$<\delta\rho^2>_L = \frac{T^2 C_V}{L^6} = \frac{T^2}{L^3} \frac{\partial \rho}{\partial T}, \quad (9.12)$$

onde usamos $C_V = (\partial E / \partial T)_V$.

Para analisarmos as perturbações, é conveniente trabalharmos no espaço dos momentos. As perturbações neste espaço se relacionam com as perturbações calculadas no espaço real da seguinte forma [178],

$$\delta\rho_k^2 = \frac{\gamma^2}{k^3} <\delta\rho^2>_{L=a/k}, \quad (9.13)$$

onde $\gamma = 2\sqrt{2}\pi^{3/4} \approx 6.7$.

Substituindo (9.12) na equação acima obtemos

$$\delta\rho_k^2 = \frac{\gamma^2}{a^3} T^2 \rho'. \quad (9.14)$$

Usando este resultado na expressão (9.11), podemos encontrar para ζ_k^2

$$\zeta_k^2 = A^2(T_k) \frac{\gamma^2}{a^3} \frac{T^2 \rho'}{H_k^4 M_p^4}. \quad (9.15)$$

Com este resultado, podemos facilmente obter a expressão para o espectro de potência

$$P_\zeta = k^3 <\zeta_k^2> = A^2(T_k) \gamma^2 \frac{T_k^2 \rho'_k}{H_k M_p^4} = \sqrt{3\Omega} \gamma^2 A^2(T_k) \frac{T_k^2 \rho'_k}{M_p^3 \sqrt{\rho_k}}, \quad (9.16)$$

onde o índice k indica que todas as quantidades são avaliadas no momento do cruzamento do horizonte, em que $H_k = k/a$. Precisamos agora calcular o coeficiente $A(T)$.

- O Coeficiente $A(T)$

O fator $A(T)$ na expressão de P_ζ representa a diferença entre o espectro do potencial gravitacional P_Φ e o espectro da perturbação de curvatura. Ele nos permite calcular o espectro e comparar com as observações mesmo no caso em que a equação de estado varia no tempo.

Para desenvolvermos a expressão completa para $A(T)$, dada pela equação (9.10) que é uma função de r , precisamos primeiramente desenvolver a expressão (9.9) para r . Para isto, podemos substituir nesta equação a expressão (9.14) obtida para $\delta\rho$. Ao fazermos isto obtemos

$$r = \frac{-3}{2} + \left(\frac{(2\rho' + T\rho'')}{2\rho'} \right) \frac{d \ln T}{d \ln a}. \quad (9.17)$$

Podemos observar que a equação de continuidade

$$\dot{\rho} + 3\mathcal{H}(1+w)\rho = 0 \quad (9.18)$$

implica que

$$\frac{d \ln T}{d \ln a} = -3(1+w) \frac{\rho}{T\rho'}. \quad (9.19)$$

Portanto, ao substituir este resultado na expressão (9.17) obtemos

$$r = \frac{-3}{2} \left[1 + \frac{(1+w)\rho(2\rho' + T\rho'')}{T\rho'^2} \right]. \quad (9.20)$$

Este termo inserido na equação (9.10) nos fornece a expressão completa para $A(T)$.

- Os Parâmetros de Não-Gaussianidade no Cenário Térmico

Se as flutuações primordiais são distribuídas de forma gaussiana, as mesmas são caracterizadas pela função de dois pontos. No entanto, se estas flutuações não são gaussianas, existem informações adicionais nas funções de correlação de mais alta ordem. A função de correlação de 3 pontos, ou o bispectro no espaço de Fourier, é especialmente importante por ser a estatística de mais baixa ordem capaz de distinguir perturbações gaussianas e não-gaussianas. O bispectro traz informações essenciais sobre o universo primitivo, visto que o mesmo indica processos não lineares ocorrendo durante a aceleração primordial. No espaço de Fourier, o bispectro mede a correlação entre três modos de perturbação e pode ser escrito como

$$B_\Phi(k_1, k_2, k_3) = f_{NL} F(k_1, k_2, k_3). \quad (9.21)$$

Acima, f_{NL} é o parâmetro de não-linearidade, um parâmetro adimensional que mede a amplitude das não-gaussianidades. O análogo a este parâmetro na função de quatro pontos é o parâmetro g_{NL} .

O bispectro é medido a partir de amostras de triângulos no espaço de Fourier. A dependência da função $F(k_1, k_2, k_3)$ com a configuração do triângulo formado pelos três vetores de onda descreve a forma do espectro.

Exatamente o mesmo método que usamos para calcular o espectro de potência nos permite obter a função de correlação de mais pontos e assim calcular as não gaussianidades de um modelo. Para isto, é preciso apenas

aumentar a ordem das derivadas da função de partição, e obteremos a função de mais pontos da seguinte forma,

$$-\frac{\partial^3 \ln Z}{\partial \beta^3} = \langle E^3 \rangle - 3 \langle E^2 \rangle \langle E \rangle + 2 \langle E \rangle^3 \equiv \langle \Delta E^3 \rangle, \quad (9.22)$$

$$\begin{aligned} -\frac{\partial^4 \ln Z}{\partial \beta^4} &= \langle E^4 \rangle - 4 \langle E^3 \rangle \langle E \rangle + 6 \langle E^2 \rangle \langle E \rangle^2 - 4 \langle E \rangle \langle E \rangle^3 \\ &\equiv \langle \Delta E^4 \rangle. \end{aligned}$$

A partir destas equações, seguindo o mesmo procedimento anterior, podemos obter termodinamicamente as funções

$$\langle \delta \rho^3 \rangle_L = \frac{T^3(2\rho' + T\rho'')}{L^6}, \quad (9.23)$$

$$\langle \delta \rho^4 \rangle_L = \frac{2T^4(3\rho' + 3T\rho'' + \rho''')}{L^9}. \quad (9.24)$$

Podemos converter estas expressões para o espaço dos momentos de modo que

$$\langle \delta \rho^3 \rangle = \frac{\gamma^3}{k^{9/2}} \langle \delta \rho^3 \rangle_L, \quad \langle \delta \rho^4 \rangle = \frac{\gamma^4}{k^6} \langle \delta \rho^4 \rangle_L. \quad (9.25)$$

Utilizando a definição padrão dos parâmetros de não gaussianidades f_{NL} e g_{NL} e usando a equação (9.11) que relaciona $\delta \rho_k$ às flutuações de curvatura, podemos obter as expressões

$$f_{NL} \equiv \frac{5}{8} k^{-3/2} \frac{\langle \xi_k^3 \rangle}{\langle \xi_k^2 \rangle^2} = \frac{1}{\Omega \gamma A(T)} \left[\frac{5\rho(2\rho' + T\rho'')}{24T(\rho')^2} \right] \equiv \frac{F(T)}{\Omega \gamma A(T)}, \quad (9.26)$$

$$g_{NL} \equiv \frac{25}{54} k^{-3} \frac{\langle \xi_k^4 \rangle}{\langle \xi_k^2 \rangle^3} = \frac{1}{\Omega^2 \gamma^2 A^2(T)} \left[\frac{25\rho^2[3(\rho' + T\rho'') + T^2\rho''']}{243T^2(\rho')^3} \right] \equiv \frac{G(T)}{\Omega^2 \gamma^2 A^2(T)}. \quad (9.27)$$

Podemos ver que quanto maior a ordem da função de correlação, maior a ordem da derivada da densidade com relação à temperatura.

É possível, seguindo o mesmo procedimento, obter os parâmetros de não gaussianidade para uma ordem arbitrária em um modelo qualquer. A única

propriedade termodinâmica do modelo necessária para os cálculos é a equação de estado do fluido dominante e a dependência da densidade com a temperatura.

Até agora nos restringimos às perturbações escalares, que são as mais importantes na formação de estruturas. No entanto, existem também as perturbações tensoriais que podem nos fornecer valiosos vínculos observacionais para os modelos, como veremos a seguir.

- A Razão Tensorial Escalar

Outro parâmetro que nos permite comparar a teoria inflacionária com as observações é a razão tensorial escalar, que corresponde à razão entre o espectro de potência tensorial e o escalar. Esta quantidade é bastante importante para distinguir modelos cosmológicos e os próximos experimentos observacionais focarão nesta grandeza e também nos parâmetros de não-gaussianidades.

As condições iniciais para as ondas gravitacionais podem ser estabelecidas classicamente ou quanticamente. Assumindo que estas condições advém do vácuo quântico, no caso o vácuo de Bunch-Davis, o espetro tensorial é dado por [178]

$$P_h = \frac{1}{4\pi^2} \left(\frac{H}{M_p} \right)^2 = \frac{\rho}{12\pi^2 M_p^4 \Omega}. \quad (9.28)$$

Tendo obtido anteriormente o espectro escalar, podemos calcular portanto a razão tensorial escalar como sendo

$$r_{t/s} \equiv \frac{P_h}{P_\zeta} = \frac{1}{\gamma^2} \frac{1}{12\sqrt{3}\pi^3 \Omega^{3/2} A^2(T)} \frac{\rho^{3/2}}{M_p T^2 \rho'}. \quad (9.29)$$

Tendo as expressões gerais para o espectro de potência e para os parâmetros de não gaussianidades a partir de flutuações térmicas, vamos agora analisar uma possível aplicação deste método para os cenários cosmológicos que vimos no capítulo 7.

Capítulo 10

Flutuações Térmicas em Cenários Inflacionários Alternativos

No capítulo 7, apresentamos alguns modelos cosmológicos capazes de gerar a inflação a partir de processos que são naturalmente esperados no universo, sem a necessidade de se introduzir um campo escalar desconhecido. Vamos agora analisar como se procede a formação das estruturas cosmológicas nestes cenários, mais especificamente nos modelos de criação gravitacional de partículas.

Como a temperatura é mantida aproximadamente constante durante toda a inflação nestes modelos, as flutuações são predominantemente térmicas. Neste caso, esperaríamos que a abordagem geral descrita no capítulo anterior pudesse nos fornecer o espectro de potências também para estes casos, já que a mesma é elaborada para um cenário cosmológico geral. No entanto, devemos lembrar que algumas suposições foram feitas para se obter o espectro, entre elas a suposição de equilíbrio térmico.

Embora os cenários cosmológicos de criação adiabática de partículas assumam uma termodinâmica essencialmente fora de equilíbrio, devemos lembrar que diversas relações de equilíbrio ainda são mantidas nestes modelos. Por exemplo, a relação de Gibbs para um estado em equilíbrio local é mantida no fluido,

$$Tds = d\frac{\rho}{n} + pd\frac{1}{n}, \quad (10.1)$$

onde s é a entropia e n a densidade do número de partículas em um elemento em equilíbrio local. Também a lei de Stefan-Boltzmann ($\rho \propto T^m$) continua válida, e portanto os mecanismos dissipativos atuantes nestes modelos não alteram a relação entre a densidade de energia e a temperatura do fluido.

De certa maneira, como apontado na ref. [179], podemos argumentar que

as inomogeneidades do nosso universo são totalmente originárias de flutuações advindas de um elemento em equilíbrio local. Considere por exemplo um quanta de flutuação com momento P_r . Como a incerteza no momento ΔP_r da partícula é da ordem de P_r [180][181][182], de acordo com o princípio da incerteza temos que

$$P_r = \hbar k_{rph} \approx \Delta P_r \approx \frac{\hbar}{\Delta x_r}, \quad (10.2)$$

onde $k_{rph} = k_r/a$ é o número de onda físico. Então, temos que $\Delta x_r \approx a/k_r$. Usando a condição de cruzamento do horizonte $k_r = a_r H_r$, encontramos a incerteza na posição $\Delta x_r \approx H_r^{-1}$. Como todas as flutuações ocorrem em um elemento em equilíbrio local, a incerteza na posição não deve ser maior que a escala do elemento $\Delta x_r \leq R$. Portanto, temos a relação

$$H^{-1} \approx \Delta x \leq R, \quad (10.3)$$

no momento em que o modo cruza o horizonte. Ou seja, este elemento em equilíbrio local pode ser visto como o berço das perturbações cosmológicas.

Além disto, tanto a equação de background $\rho \propto H^2$ quanto a relação de Poisson não são alteradas nos modelos cosmológicos em questão, pois a pressão de criação não aparece na componente 0-0 do tensor energia-momento.

Além de supormos o equilíbrio térmico, supusemos também na seção anterior que ao cruzar o horizonte as perturbações de curvatura dos modos se mantinham constante. Isto ocorre sempre que a relação adiabática $\delta p/\delta\rho = \partial p/\partial\rho$ for mantida em escalas super-Hubble. Em escalas sub-Hubble, onde correlações térmicas podem existir, a velocidade do som é calculada termodinamicamente e sua expressão de fato não corresponde à expressão adiabática [178], e isto é um resultado geral independente de modelo. No entanto, supusemos que a velocidade do som relaxa para o seu valor adiabático em escalas super-Hubble, ou seja, quando correlações térmicas não mais existem e o fluido passa a ser descrito pela hidrodinâmica. Nos nossos modelos não é bem conhecido, neste contexto, de que modo a pressão de criação se comporta perturbativamente, e por isto δp_c é muitas vezes tratado como um parâmetro livre [84]. Dentre as possíveis expressões que $\delta p_t/\delta\rho$, $((\delta p_\gamma + \delta p_{pc})/\delta\rho)$, pode assumir, é uma escolha natural supor que $\delta p_t/\delta\rho$ varie com a derivada $\partial p_t/\partial\rho$ no background, o que corresponde à expressão adiabática. Deste modo podemos pensar estes modelos como cenários cosmológicos em que perturbações evoluem adiabaticamente em um background não adiabático.

Além disso, estes modelos, por descreverem um universo composto por um único fluido de radiação, não possuem perturbações de isocurvatura significa-

tivas. Por todos estes motivos, acreditamos que as funções de correlação para os modelos de criação de partículas possam ser calculada da forma descrita na seção anterior. O espectro de potência calculado desta forma foi obtido em [179] para um modelo de viscosidade com equação de estado efetiva constante, ou seja, com uma pressão de viscosidade proporcional à densidade. Desenvolveremos aqui o cálculo para o caso mais geral dos modelos de criação em que a equação de estado efetiva varia com o tempo, como no cenário apresentado no capítulo 7. Para isto usaremos o formalismo desenvolvido em [178], aplicando-o para o caso do espectro de potências do modelo de criação gravitacional de partículas. Os resultados originais obtidos aqui poderão ser encontrados no artigo correspondente à referência [109].

10.1 O Espectro de Potências no Modelo de Criação de Partículas

Como vimos no capítulo 3.1, existe um regime, comumente chamado de criação adiabática de partículas, em que partículas são introduzidas no fluido cósmico ($\dot{N} \neq 0$) mas a entropia específica se mantém constante ($\dot{\sigma} = 0$). Neste caso, as relações de equilíbrio mencionadas na seção anterior são mantidas.

É importante ressaltar aqui uma particularidade do modelo de criação. Nestes modelos, o número de partículas não é conservado. No entanto, a função de partição canônica que utilizamos nos cálculos termodinâmicos considera um sistema com um número fixo de partículas. Existe uma função de partição que considera o número de partículas não fixo no sistema, que é a função de partição gran-canônica. Entretanto, é possível verificar que como o potencial químico dos fôtons é nulo, esta função de partição se reduz à expressão canônica no caso de um fluido dominado por fôtons. Além disto, as flutuações de densidade são calculadas para um dado volume e posteriormente o resultado é generalizado para um universo em expansão. Em um volume fixo, em um dado instante, o número de partículas é de fato conservado no modelo.

O cálculo termodinâmico das flutuações de energia é feito em uma aproximação "adiabática" em que ignoramos a evolução cosmológica. A grandeza $\langle \delta\rho \rangle_L$ nos diz como em uma dada fatia de tempo euclideana a energia flutua em um dado volume L^3 . Após obtermos $\langle \delta\rho \rangle_L$ em um dado volume, consideramos este volume como sendo o raio de Hubble de cada modo de Fourier ($1/H^3 = (a^3/k^3)$). A evolução cosmológica entra na expressão de ζ e é apenas nas grandezas relacionadas à evolução do background que é visto

o efeito da criação gravitacional de partículas, o que é esperado, tendo em vista que este efeito decorre da expansão acelerada do background.

O efeito da criação será considerado aqui através de uma equação de estado efetiva w_{ef} , onde $w_{ef} = (p_\gamma + p_c)/\rho$. Podemos assim utilizar os resultados do capítulo anterior substituindo $w \rightarrow w_{ef}$, para obter o espectro do nosso modelo. Tendo obtido espectro, podemos vincular o parâmetro livre do modelo com as observações.

Embora iremos usar como base de comparação as características gerais do espectro de potências previstas pelas observações atuais, é importante ressaltar aqui os limites desta comparação. Primeiramente, os resultados observacionais aqui apresentados correspondem ao melhor ajuste para um conjunto de parâmetros, obtidos ao se considerar a evolução posterior padrão Λ CDM para o universo. Neste trabalho, iremos calcular o espectro de potências apenas na inflação. Embora haja a proposta de um modelo completo de criação gravitacional de partículas, a princípio podemos considerar um modelo inflacionário de criação independentemente do modelo considerado para o universo recente. A produção gravitacional de partículas poderia ser um fenômeno predominante a altas energias. Neste caso, a suposição de uma evolução posterior padrão (Λ CDM) para o universo tornaria os dados observacionais aqui apresentados uma melhor base de comparação para nossos resultados. Entretanto, em ambos os casos, para o nosso propósito de vincular o parâmetro livre do modelo inflacionário de criação, acreditamos que a aproximação considerada produz bons resultados. Porém, para termos resultados exatos, seria necessária a evolução completa das perturbações, o que está fora do escopo do presente trabalho. Os resultados que serão apresentados devem ser vistos como uma primeira etapa para a evolução completa das perturbações.

- O Espectro de Potências no Cenário de Criação de Partículas

Obtivemos, no capítulo anterior, a seguinte expressão para o espectro de potência a partir de flutuações térmicas,

$$P_\zeta = \sqrt{3\Omega}\gamma^2 A^2(T_k) \frac{T_k^2 \rho'_k}{M_p^3 \sqrt{\rho_k}}, \quad (10.4)$$

onde

$$A(T) \equiv \frac{1}{2} \left[1 + \frac{2(3+r)}{3(1+w)\Omega} \right] \quad (10.5)$$

e

$$r = -\frac{3}{2} \left[1 + \frac{(1+w)\rho(2\rho' + T\rho'')}{T\rho'^2} \right]. \quad (10.6)$$

Como vimos, nos modelo inflacionários de criação temos um universo plano dominado por radiação ($\Omega = 1, \rho = gT^4$), no qual a aceleração cósmica é causada pela pressão de criação p_c . Podemos definir uma equação de estado efetiva para o fluido tal que $p_t = p_c + p_\pi = w_{ef}\rho$. Substituindo $w = w_{ef}$ na expressão acima para r , juntamente com a expressão de $\rho(T)$ e suas derivadas, obtemos

$$r = -\frac{3}{2} \left[1 + \frac{5(1+w_{ef})}{4} \right]. \quad (10.7)$$

Substituindo este resultado na expressão (10.5) de $A(T)$ obtemos

$$A = \frac{3 - w_{ef}}{8(1 + w_{ef})}. \quad (10.8)$$

Inserindo a equação acima na expressão (10.4) de P_ζ obtemos a seguinte expressão para o espectro de potência,

$$P_\zeta = cte_1 \left[\frac{3 - w_{ef}}{8(1 + w_{ef})} \right]^2 T^3, \quad (10.9)$$

onde $cte_1 = 4\sqrt{3}\gamma^2\sqrt{g}/M_p^3$ (a constante g depende do número de graus de liberdade internos do sistema).

Primeiramente, vamos analisar a dependência de P_ζ com o fator de escala. Devemos lembrar que todas as grandezas na expressão acima serão calculadas no momento em que um modo k cruza o horizonte. Ao cruzar o horizonte $a = k/H$, o que na inflação corresponde à aproximadamente $a \propto k$, visto que H é aproximadamente constante. Portanto, o comportamento de $P_\zeta(a)$ nos indicará, em uma primeira aproximação, a dependência de $P_\zeta(k)$ com k .

Em qualquer modelo viável, a pressão de criação deve diminuir com o tempo de modo que na era da radiação ela chegue a zero. Como sabemos que a inflação primordial deve começar muito próxima a de Sitter, isto implica que nosso w_{ef} deve variar de $w_{ef} \approx -1$ a $w_{ef} = 1/3$ à medida que o fator de escala cresce. À medida que w_{ef} aumenta, o numerador da expressão acima diminui e o denominador aumenta. Quanto à temperatura, é natural de se esperar que ela decresça, mesmo que lentamente, pois o universo está em expansão acelerada e o efeito da criação de partículas na temperatura não deve ser maior que o efeito da própria expansão. Ou seja, P_ζ diminui com o fator de escala e consequentemente com k , implicando em um red tilt, o que está em acordo com as previsões observacionais. Se a taxa de criação de

partículas for tal que o valor de $\Gamma/3H$ seja bem próximo de 1 durante um suficiente período de inflação, teremos um espectro aproximadamente plano como previsto observationalmente.

Como vimos anteriormente, existe também uma outra classe de parâmetros, associada à presença de não-gaussianidades, que é bastante utilizada para vincular e validar modelos. Analisaremos estes parâmetros a seguir.

- Os Parâmetros de Não-Gaussianidade em um Modelo Geral de Criação

Vamos então estimar os parâmetros de não-gaussianidade para o caso de um modelo geral de criação.

Na equação (9.26) de f_{NL} , ao substituirmos as expressões $\rho = gT^4$, $\rho' = 4gT^3$ e $\rho'' = 12gT^2$, obtemos

$$f_{NL} = 0.26 \frac{1}{\gamma A} \approx 0.038 \frac{1}{A}. \quad (10.10)$$

Havíamos obtido $1/A = 8(1+w_{ef})/(3-w_{ef})$. Como no caso geral w varia no máximo de -1 a $1/3$, vemos que f_{NL} varia de 0 a no máximo 0.152, o que está de acordo com os vínculos observacionais [184] [185].

Para encontrarmos a função de quatro pontos, ou o parâmetro g_{NL} , usamos as mesmas expressões para ρ , ρ' , ρ'' e agora também $\rho''' = 24gT$ na equação (9.27). Fazendo isto obtemos

$$g_{NL} = 0.00257 \frac{1}{A^2}, \quad (10.11)$$

o que está obviamente dentro dos vínculos observacionais. Ou seja, como os parâmetros f_{NL} e g_{NL} são muito pequenos, concluímos que o modelo não prevê não-gaussianidades que possam ser atualmente observadas.

A seguir, consideraremos o caso particular do modelo inflacionário de criação descrito no capítulo 7.1.

10.2 O Espectro de Potência em um Modelo Particular de Criação

No capítulo 7.1, apresentamos um modelo inflacionário de criação gravitacional de partículas em que a taxa de produção de partículas no universo primordial é fenomenologicamente descrita pela expressão

$$\frac{\Gamma}{3H} = \left(\frac{H}{H_I} \right)^n. \quad (10.12)$$

Usando a equação de conservação do modelo, vimos que isto implica em um parâmetro de Hubble que evolui da seguinte forma,

$$H = \frac{H_I}{(1 + Da^{2n})^{1/n}}, \quad (10.13)$$

onde D é uma constante de integração positiva. Olhando para a equação acima, é possível ver que durante a inflação, quando o fator de escala é muito pequeno, $H \approx H_I$. A partir do momento em que o segundo termo no denominador se torna da mesma ordem do primeiro, a razão H/H_I já não é mais aproximadamente 1. Podemos então considerar que este limite representa a transição entre o regime da inflação e a era da radiação. Deste modo, quando $a = a_*$ no início da era da radiação, $Da_*^{2n} \approx 1$. Portanto, $D \approx a_*^{-2n}$.

Neste modelo a equação de estado efetiva é dada por

$$\begin{aligned} w_{ef} &= \frac{1}{3} - \frac{4}{3} \frac{\Gamma}{3H} \\ &= \frac{1}{3} - \frac{4}{3} \left(\frac{H}{H_I} \right)^n. \end{aligned} \quad (10.14)$$

Podemos então substituir o w_{ef} deste modelo na equação geral (10.9) de P_ζ . Fazendo isto obtemos

$$P_\zeta = cte_2 \left[\frac{2 + (H/H_I)^n}{1 - (H/H_I)^n} \right]^2 T^3, \quad (10.15)$$

onde $cte_2 = 4\sqrt{3}\gamma^2\sqrt{g}/64M_p^3$.

Como $\rho = gT^4 = 3H^2m_p^2/8\pi$, vemos que $T^3 = (3m_p^2/g8\pi)^{3/4}H^{3/2}$. Então, podemos escrever a expressão acima em função de H da seguinte forma

$$P_\zeta = cte_3 \left[\frac{2 + (H/H_I)^n}{1 - (H/H_I)^n} \right]^2 H^{3/2}, \quad (10.16)$$

onde $cte_3 = 4\sqrt{3}\gamma^2\sqrt{g}(3m_p^2/g8\pi)^{3/4}/64M_p^3$.

Vemos que o espectro de potências deste modelo não corresponde a uma simples lei de potência do tipo $P_\zeta = A_S(k/k_*)^{n_s-1}$, como nos modelos usuais de inflação. Embora a forma que obtivemos para o espectro não corresponda

à forma usual, veremos a seguir que o mesmo possui a dependência correta em k e pode ser aproximado por uma lei de potências para a região de interesse.

- A Dependência do Espectro com a Escala da Perturbação

A partir da equação (10.16), podemos calcular a variação de P_ζ com k através da seguinte expressão,

$$\frac{\partial \ln P_\zeta}{\partial \ln k} = \frac{\partial \ln P_\zeta}{\partial \ln H} \frac{\partial \ln H}{\partial \ln k} = \frac{\partial P_\zeta}{\partial H} \frac{\partial H}{\partial (aH)} \frac{H}{P_\zeta} \frac{(aH)}{H}, \quad (10.17)$$

onde consideramos na última igualdade $k = aH$, que é a condição de cruzamento do horizonte.

Nos modelos usuais de inflação, a derivada $\partial \ln P_\zeta / \partial \ln k$ é denotada por $n_s - 1$, sendo n_s o índice espectral. Por simplicidade usaremos a mesma notação. Como $H \approx cte$ na inflação, podemos usar a aproximação $\partial H / \partial (aH) = (\partial H / \partial a) H^{-1}$ na equação acima e, assim, ficamos com a seguinte expressão,

$$n_s - 1 = \frac{\partial \ln P_\zeta}{\partial \ln k} = \frac{\partial P_\zeta}{\partial H} \frac{\partial H}{\partial a} \frac{a}{P_\zeta}. \quad (10.18)$$

Calculando primeiramente a derivada da expressão (10.16) de P_ζ com relação a H obtemos

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_\zeta}{\partial H} &= \frac{3}{2} cte_3 H^{1/2} \left[\frac{2 + (H/H_I)^n}{1 - (H/H_I)^n} \right]^2 \\ &+ 2 cte_3 H^{3/2} \left[\frac{2 + (H/H_I)^n}{1 - (H/H_I)^n} \right] \cdot \left[\frac{n(H^{n-1}/H_I^n)}{1 - (H/H_I)^n} + \frac{(2 + (H/H_I)^n) n (H^{n-1}/H_I^n)}{(1 - (H/H_I)^n)^2} \right]. \end{aligned} \quad (10.19)$$

Partindo da equação de conservação para este modelo, temos a seguinte equação para o parâmetro de Hubble $\dot{H} = -2H^2(1 - H/H_I)$. Como $\partial H / \partial a = \dot{H}/(aH)$, podemos encontrar o parâmetro n_s multiplicando a equação (10.19) por $\dot{H}/(HP_\zeta)$ e substituindo nela a expressão de \dot{H} . Assim obtemos

$$n_s - 1 = -2 + 2 \left(\frac{H}{H_I} \right)^n - 4n \left[\frac{1 - (H/H_I)^n}{2 + (H/H_I)^n} \right] \left(\frac{H}{H_I} \right)^n - 4n \left(\frac{H}{H_I} \right)^n. \quad (10.20)$$

Para encontrarmos o valor do parâmetro n do modelo que gera um espectro com $n_s - 1 = -0.04$ como indicado pelas observações, vamos aproximar

a equação acima levando em conta que $H \approx H_I$ quando os modos saem do horizonte, o que ocorre na inflação. Ao fazer isto obtemos

$$n_s - 1 = -4n. \quad (10.21)$$

Portanto, podemos estimar o parâmetro n como sendo $n = 0.01$.

Para verificar a precisão da aproximação usada, $H \approx H_I$, vamos analisar como a expressão (10.20) varia quando variamos a razão H/H_I com relação a 1. Ao substituirmos, como exemplo, na equação (10.20), $H/H_I = 1/2$, obtemos para o parâmetro n o valor 0.0075 (considerando que $n_s - 1 = -0.04$). Como o espectro é calculado no momento em que os modos saem do horizonte, o que ocorre ainda durante a inflação, espera-se que $H/H_I > 1/2$ neste momento. Isto mostra que o resultado $n = 0.01$ é uma boa aproximação.

Deste modo, a taxa de criação do nosso modelo será dada por $\Gamma/3H = (H/H_I)^{0.01}$. Neste caso, o parâmetro de Hubble varia de acordo com a expressão,

$$H = \frac{H_I}{(1 + Da^{0.02})^{100}}. \quad (10.22)$$

Substituindo $H(a)$ na expressão de $\Gamma/3H$ obtemos

$$\frac{\Gamma}{3H} = \frac{1}{(1 + Da^{0.02})}. \quad (10.23)$$

De acordo com a expressão acima, $\Gamma/3H$ inicia igual a 1 e a partir dai descresce à medida que o fator de escala cresce, como esperado.

- A Amplitude do Espectro

Tendo estimado um valor para o parâmetro n , vamos então usá-lo para calcular a amplitude do espectro de potência. Vimos que nosso espectro é dado por

$$P_\zeta = \frac{4\sqrt{3}\gamma^2\sqrt{g}}{64} \left(\frac{T}{M_p}\right)^3 \left[\frac{2 + (H/H_I)^{0.01}}{1 - (H/H_I)^{0.01}} \right]^2. \quad (10.24)$$

Vamos estimar primeiramente o termo entre chaves, que pode ser escrito como

$$\left[\frac{2 + (1 + Da^{0.02})^{-1}}{1 - (1 + Da^{0.02})^{-1}} \right]^2 = \left[\frac{3}{Da^{0.02}} + 2 \right]^2. \quad (10.25)$$

Como na inflação $a \rightarrow 0$, vemos que o primeiro termo é bem maior que o segundo, então podemos aproximar a expressão anterior por $9/(D^2 a^{0.04})$. Usando a condição de cruzamento do horizonte e considerando $H \approx H_I$, a mesma pode ser escrita como $(9H_I^{0.04}k^{-0.04})/D^2$.

Vamos agora estimar a constante D . Vimos que $D \approx a_*^{-2n} = a_*^{-0.02}$. Como o redshift z no início da era da radiação é aproximadamente 10^{31} , então o fator de escala a_* é da ordem de 10^{-31} nesta época. Sendo assim, podemos estimar $D \approx 4$. Substituindo estes valores na expressão obtida para o espectro encontramos

$$\begin{aligned} P_\zeta &= \frac{4\sqrt{3}\gamma^2\sqrt{g}}{64} \left(\frac{T}{M_p}\right)^3 \frac{9H_I^{0.04}}{16} k^{-0.04} \\ &\approx \frac{43\sqrt{g}}{16} \left(\frac{T_I}{M_p}\right)^3 k^{-0.04} \\ &\approx 2.6 \left(\frac{T_I}{M_p}\right)^3 k^{-0.04}, \end{aligned}$$

onde foi usada a aproximação $T \approx T_I$. Na última linha consideramos g como sendo da ordem de 1.

Para termos uma estimativa dos parâmetros acima, vamos comparar o espectro obtido após todas as aproximações com o caso simples da lei de potência em que $P_\zeta = A_s(k/k_*)^{n_s-1}$. A escala pivot considerada por Planck corresponde a $k_* = 0.05 Mpc^{-1}$ [151], que pode ser escrita em função da massa de Planck como $(0.05 \times 10^{-57} M_p)$. As observações indicaram uma amplitude A_s da ordem de $A_s \approx 10^{-9}$. É fácil verificar que nossa amplitude será desta ordem se $T_I/M_p \approx 10^{-3}$, o que implica em uma temperatura na inflação da ordem da escala da Grande Unificação.

- A Razão Tensorial Escalar

Usando então a razão $T_I/M_p \approx 10^{-3}$, podemos estimar o parâmetro $r_{t/s}$, que corresponde à razão tensorial escalar. Usando a equação (9.28), podemos calcular a amplitude do espectro tensorial como sendo

$$P_h \approx \frac{gT_I^4}{118M_p^4} \approx 10^{-2} \left(\frac{T_I}{M_p}\right)^4. \quad (10.26)$$

Considerando que $A_s \approx 10^{-9}$, obtemos então para a razão tensorial-escalar

$$r_{t/s} = 10^7 \left(\frac{T_I}{M_p} \right)^4. \quad (10.27)$$

Portanto, para $T_I/M_p \approx 10^{-3}$, obtemos que $r_{t/s} \approx 10^{-5}$. Este pode ser considerado um bom resultado visto que as observações recentes estabelecem para o cenário cosmológico padrão o limite $r_{t/s} < 0.11$.

Concluímos, portanto, que o modelo de criação adiabática de partículas pode ser capaz de gerar um cenário inflacionário em concordância com as observações para determinados valores dos seus parâmetros livres. Sugerimos que este modelo merece então uma investigação mais profunda abrangendo a evolução completa das perturbações cosmológicas partindo do espectro primordial aqui calculado.

No caso dos modelos de viscosidade volumar, as flutuações de densidade que deram origem às estruturas do universo também são de origem predominantemente térmica, como nos modelos de criação de partículas. No entanto, nos modelos de viscosidade volumar a lei de Steffan-Boltzmann é alterada e a relação $\rho \propto T^4$ não é uma boa aproximação.

Apesar do modelo de decaimento do vácuo ser capaz de reproduzir a mesma equação de estado efetiva que o modelo de criação de partículas aqui considerado, este modelo apresenta um comportamento diferente a nível perturbativo, visto que neste caso existem duas componentes importantes na inflação, o vácuo e a radiação. As perturbações primordiais e o espectro de potências no modelo de decaimento do vácuo foram analisadas na ref. [186].

Capítulo 11

Conclusão

Neste trabalho, foi feita uma revisão do Modelo Padrão atual da cosmologia e do cenário inflacionário, visando compreender os progressos e as dificuldades associadas aos mesmos. Neste contexto, analisamos a abordagem da teoria efetiva de campo para a inflação e mostramos que, ao se quebrar certas suposições usualmente assumidas nestes modelos, é possível se obter previsões interessantes para o espectro de potências que são distintas dos modelos inflacionários usuais.

Após analisarmos o cenário cosmológico padrão, propusemos três cenários alternativos para a aceleração cósmica. Os mesmos correspondem aos modelos de criação gravitacional de partículas, decaimento do vácuo e viscosidade volumar. Estes modelos dispensam a necessidade de componentes desconhecidas para acelerar o universo como a energia escura e o campo inflaton. Considera-se, alternativamente, o papel de processos que ocorrem fora de equilíbrio termodinâmico no espaço-tempo. Tais processos, sob certas condições, poderiam gerar a pressão efetiva negativa necessária para a aceleração cósmica. Mostramos que uma descrição unificada para a aceleração do universo é possível através destes modelos. Esta descrição baseia-se em um único mecanismo fundamental como sendo o propulsor tanto da aceleração primordial quanto da aceleração recente do universo.

Vimos que estes modelos trazem uma série de avanços conceituais com relação ao Modelo Padrão e aos modelos inflacionários mais conhecidos. Os problemas da constante cosmológica e da coincidência são evitados e, além disto, estes modelos fornecem uma descrição mais complexa para o fluido cósmico ao levar em conta suas características internas.

Analisamos a correspondência entre os três modelos do ponto de vista dinâmico e termodinâmico. Vimos que os três são dinamicamente equivalentes a nível de background. Do ponto de vista termodinâmico, os modelos de decaimento e criação gravitacional de partículas podem ser equivalentes

entre si, porém distintos do modelo de viscosidade. Vimos também que os três modelos são capazes de reproduzir a dinâmica de background do Modelo Padrão que possui grande concordância com os dados observacionais.

Obtivemos vínculos para os parâmetros dos três modelos a partir de uma comparação de suas previsões com os dados observacionais. Nos modelos de criação de partículas, vínculos também foram obtidos a partir da Segunda Lei Generalizada da Termodinâmica.

Investigamos o processo de formação das sementes das estruturas do universo nos modelos de criação gravitacional de partículas. Vimos que nestes modelos as estruturas cosmológicas se originam predominantemente a partir de flutuações térmicas estatísticas no universo primordial, ao contrário dos modelos tradicionais em que a formação de estruturas se dá a partir de flutuações quânticas. Já os modelos de decaimento do vácuo descrevem uma dinâmica diferente para as perturbações primordiais visto que neste cenário existem duas componentes predominantes no universo antigo.

Mostramos que os três modelos podem fornecer previsões em acordo com as observações atuais para o universo recente. Para o universo primordial, obtivemos indicativos de que o modelo de criação de partículas gera previsões consistentes, o que sugere a importância de uma investigação mais profunda referente à evolução posterior das perturbações. Acreditamos, portanto, que os próximos passos no desenvolvimento destes modelos devem incluir: i) Uma análise mais profunda do comportamento da perturbação da pressão efetiva δp_{eff} (ou da velocidade do som efetiva). ii) A evolução completa das perturbações, partindo do espectro de potências primordial calculado neste trabalho. iii) Uma investigação mais detalhada dos limites em que a suposição de perturbações adiabáticas (ζ se conservando fora do horizonte) é apropriada.

Sugerimos, por fim, que os três modelos analisados nesta tese podem representar alternativas viáveis ao Modelo Padrão da Cosmologia possuindo diversas vantagens conceituais em relação a este.

Apêndice A

Representação de Campo Escalar

Os três modelos aqui estudados podem ser representados, na linguagem de teoria de campos, em termos da dinâmica de um campo escalar ϕ .

Para toda lei de decaimento do vácuo, existe um potencial de campo escalar que produz uma dinâmica equivalente para o universo. O mesmo se aplica aos modelos de criação gravitacional de partículas e viscosidade.

Podemos destacar algumas das motivações para estabelecer esta correspondência:

- Os campos escalares são previstos por modelos de partículas elementares, bem como pelas teorias de Grande Unificação.
- Resolver as equações dinâmicas de um campo escalar pode ser bastante complicado em certos casos.
- A versão de campo escalar permite obter uma lagrangeana associada ao modelo em consideração, o que pode levar a uma formulação mais fundamental para o mesmo.

Para representar os modelos aqui estudados em termos de um campo escalar, vamos substituir os termos de pressão total e densidade total nas equações de Friedmann, (2.11) e (2.12), pelas expressões correspondentes do campo escalar

$$\rho_{tot} \rightarrow \rho_\phi = \frac{\dot{\phi}^2}{2} + V(\phi), \quad p_{tot} \rightarrow p_\phi = \frac{\dot{\phi}^2}{2} - V(\phi). \quad (\text{A.1})$$

As equações de Friedmann para estas expressões podem ser combinadas e escritas em função de H e \dot{H} da seguinte forma,

$$\dot{\phi}^2 = -2\dot{H}, \quad (\text{A.2})$$

$$V = 3H^2 \left(1 + \frac{\dot{H}}{3H^2} \right) = 3H^2 \left(1 + \frac{aH'}{3H} \right), \quad (\text{A.3})$$

onde $\dot{H} = aHH'$, sendo que a aspa denota derivada com relação ao fator de escala. Considerando que $dt = da/aH$, a eq. (A.2) pode ser integrada de modo que obtemos

$$\phi = \int (-2\dot{H})^{1/2} dt = \int \left(-\frac{2H'}{aH} \right)^{1/2} da. \quad (\text{A.4})$$

A.0.1 O potencial escalar para o Modelo 1

No caso do Modelo 1, apresentado no capítulo 5, a evolução do parâmetro de Hubble é dada pela eq.(5.4). Inserindo a eq. (5.4), bem como sua derivada H' , na Eq. (A.4) e integrando obtemos

$$\phi(a) = \frac{1}{\sqrt{3}} \ln \left[\frac{\sqrt{A_1 a^3 + 1} - 1}{\sqrt{A_1 a^3 + 1} + 1} \right], \quad (\text{A.5})$$

onde $A_1 = (1 - \tilde{\Omega}_{m1})/\tilde{\Omega}_{m1}$. Usando as eqs. (5.4) e (A.3), é possível mostrar que

$$V(a) = 3H_0^2 \left[1 - \tilde{\Omega}_{m1} + \frac{\tilde{\Omega}_{m1}}{2} a^{-3} \right]. \quad (\text{A.6})$$

Finalmente, combinando as eqs. (A.5) e (A.6), encontramos que o Modelo 1 pode ser descrito por um campo escalar cujo potencial é descrito por

$$V(\phi) = B[3 + \cosh(\sqrt{3}\phi)], \quad (\text{A.7})$$

onde $B = 3H_0^2(1 - \tilde{\Omega}_{m1})/4$.

A.0.2 O potencial escalar para o Modelo 2

Inserindo a equação (5.6) do parâmetro de Hubble para o Modelo 2, bem como sua derivada H' , na eq. (A.4) e integrando obtemos

$$\phi(a) = \frac{2}{\sqrt{3}} \ln \left[\frac{\sqrt{A_2 a^{3/2} + 1} - 1}{\sqrt{A_2 a^{3/2} + 1} + 1} \right], \quad (\text{A.8})$$

onde $A_2 = (1 - \tilde{\Omega}_{m2})/\tilde{\Omega}_{m2}$. A partir das eqs. (5.6) e (A.3) é possível mostrar que

$$V(a) = C + \frac{3C}{2A_2} a^{-3/2} + \frac{C}{2A_2^2} a^{-3}, \quad (\text{A.9})$$

onde $C = 3H_0^2(1 - \tilde{\Omega}_{m2})^2$. Finalmente, combinando as eqs. (A.8) e (A.9) encontramos

$$V(\phi) = \frac{C}{8} \{2 + 6 \cosh(\sqrt{3}\phi/2) + [\cosh(\sqrt{3}\phi/2) - 1]^2\}, \quad (\text{A.10})$$

que é o potencial do campo escalar associado ao Modelo 2.

A.0.3 O potencial escalar para o Modelo 3

Similarmente aos casos anteriores, podemos combinar as eqs. (5.8) e (A.4) para o Modelo 3 resultando em

$$\phi(a) = \frac{1}{\sqrt{3-\beta}} \ln \left[\frac{\sqrt{A_3 a^{3-\beta} + 1} - 1}{\sqrt{A_3 a^{3-\beta} + 1} + 1} \right], \quad (\text{A.11})$$

onde $A_3 = (1 - \tilde{\Omega}_{m3})/\tilde{\Omega}_{m3}$. Inserindo a eq. (5.8) e sua derivada na eq. (A.3), obtemos o potencial em termos do fator de escala

$$V(a) = 3H_0^2 \left[1 - \tilde{\Omega}_{m3} + \frac{\tilde{\Omega}_{m3}}{2} (1 + \beta/3) a^{\beta-3} \right]. \quad (\text{A.12})$$

Finalmente, comparando as equações acima encontramos

$$V(\phi) = D + E \cosh(\sqrt{3-\beta}\phi), \quad (\text{A.13})$$

onde $D = 3H_0^2(1 - \tilde{\Omega}_{m3})(3 - \beta/3)/4$ e $E = 3H_0^2(1 - \tilde{\Omega}_{m3})(3 + \beta/3)/4$. É possível verificar que se $\beta = 0$ a eq. acima se reduz à eq. (A.7).

Concluímos, portanto, que a dinâmica de background gerada pelos modelos abordados no capítulo 5 pode ser reproduzida por modelos de campo escalar cujos potenciais são descritos por funções hiperbólicas.

Apêndice B

String Gas Cosmology

O String Gas Cosmology (SGC) é um paradigma para o universo primordial inicialmente proposto em [187] para explicar porque apenas 3 das 9 dimensões espaciais da teoria de cordas podem ser macroscópicas. Este modelo, baseado na termodinâmica de cordas fechadas heteróticas, busca descrever uma evolução para o universo primordial baseada nos princípios fundamentais da teoria de cordas, entre eles a dualidade T, de acordo com a qual a física em um torus de raio R é equivalente à física em um torus de raio l_s^2/R (onde l_s é o comprimento da corda).

No modelo String Gas Cosmology, como o número de estados oscilatórios das cordas cresce exponencialmente com a energia, existe uma temperatura limite para o gás de cordas em equilíbrio térmico que é a temperatura de Hagedorn. A temperaturas próximas à temperatura de Hagedorn todos os modos das cordas são excitados. Como a temperatura de uma caixa de cordas fechadas é independente do raio da caixa para um largo intervalo de valores do raio (assumindo que a entropia do sistema é alta), é razoável assumir que a fase de Hagedorn é quase-estática.

A temperatura de um gás de cordas fechadas em um background toroidal em função do raio R do toróide está plotada na figura abaixo.

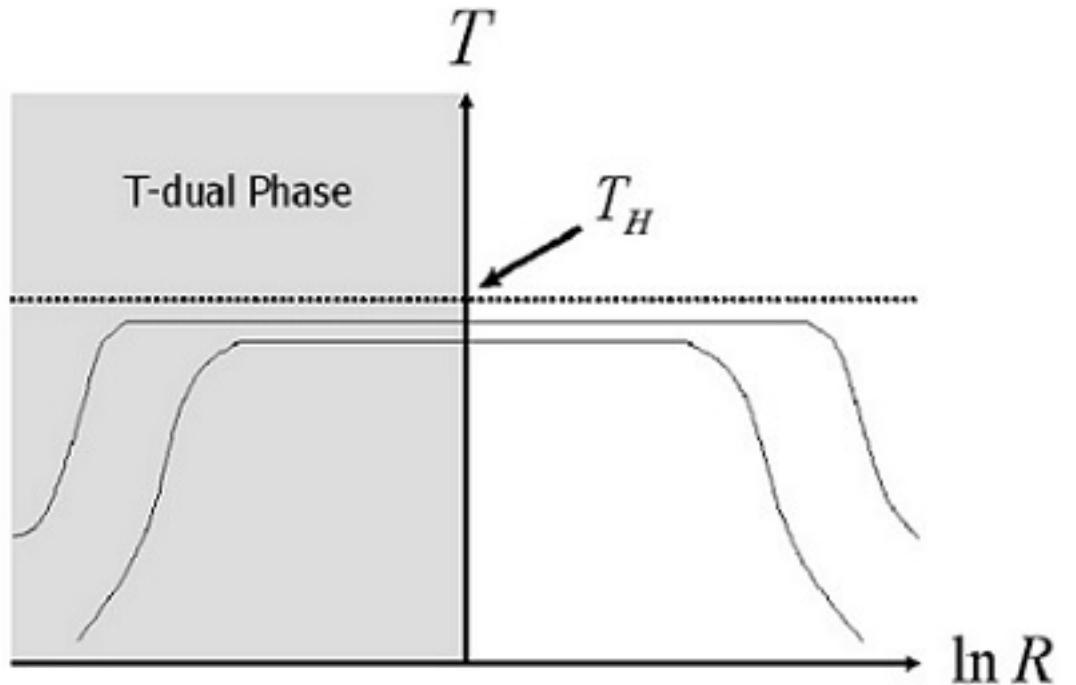


Figura B.1: A temperatura T de um gás de cordas fechadas em um background toroidal em função do raio R do toróide. [188]

O fato de que a temperatura sempre se mantém finita indica que a singularidade cosmológica também pode ser resolvida nestes cenários.

Eventualmente, o decaimento dos modos winding das cordas permite que três dimensões espaciais se tornem macroscópicas enquanto as outras continuam para sempre confinadas nestes modos. O decaimento dos modos winding em modos de loops levam a uma transição suave da fase Hagedorn quase-estática para a era da radiação. Supondo que a temperatura de Hagedorn seja similar à temperatura da fase pós inflacionária (comparável à escala da Grande Unificação) então a evolução dinâmica na fase pós-Hagedorn é idêntica à da fase pós-reaquecimento nos modelos de inflação.

Na figura a seguir, vemos um esquema da dinâmica do espaço-tempo nos modelos de String Gas.

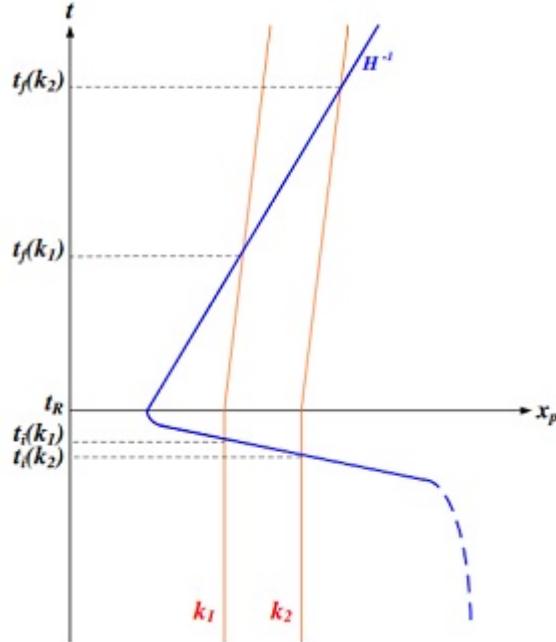


Figura B.2: Um esquema da dinâmica espaço-temporal no String Gas Cosmology. O eixo vertical representa o tempo e o horizontal a distância física. O tempo t_R corresponde à transição entre a fase de Hagedorn e a fase da radiação. A curva azul (H^{-1}) indica o raio de Hubble e as duas curvas vermelhas, que são verticais durante a fase de Hagedorn, correspondem ao comprimento de onda físico dos modos de flutuação denominadas k_1 e k_2 [188].

Podemos ver pela figura que para $t < t_R$ o universo encontra-se na fase estática de Hagedorn e o raio de Hubble é infinito. Em $t = t_R$, o fator de escala começa a crescer e a partir daí o raio de Hubble no referencial de Einstein se expande como no Modelo Padrão. Podemos concluir, a partir do esquema acima, que este modelo também é capaz de resolver os problemas que os outros modelos inflacionários se propõem a resolver, como o problema do horizonte, a explicação para a origem causal das estruturas cosmológicas, entre outros. Além disto, como neste cenário as escalas cosmológicas hoje observadas nunca tiveram um comprimento de onda próximo à escala de Planck, o problema trans-Planckiano para as perturbações cosmológicas é evitado [189] [190].

Em [191] [192], foi encontrado que flutuações térmicas das cordas na fase de Hagedorn induzem um espectro escalar para perturbações de curvatura quase invariante de escala, com um índice espectral levemente vermelho, e um espectro de ondas gravitacionais com um pequeno blue tilt [188]. Esta última previsão é uma das previsões mais importantes do modelo de String

Gas visto que permite distinguir o mesmo dos modelos de inflação. Além da previsão de um espectro tensorial azul, estes modelos prevêem também uma relação entre os índices espectrais dada por $n_T \approx -(n_s - 1)$ [188], que não é satisfeita nos modelos usuais de inflação. Esta relação também constitui uma importante característica deste modelo que permite que ele seja distinguido observationalmente da maioria dos modelos conhecidos para o universo primordial.

Bibliografia

- [1] S. Weinberg, Rev. Mod. Phys. **61**, 1 (1989);
- [2] H. P. Robertson, Astrophys. J. **82**, 284 (1935); ibid **83**, 187 (1936);
- [3] A. G. Walker, Proc. Lond. Math. Soc. (2) **42**, 90 (1936);
- [4] M. S. Turner, G. Steigman, L. M. Krauss, Phys. Rev. Lett. **52**, 2090 (1984);
- [5] A. G. Riess, et al., Astron. J. **116**, 1009 (1998);
- [6] S. Perlmutter, et al., Astrophys. J. **517**, 565 (1999);
- [7] A. G. Riess, et al., Astrophys. J. **607**, 665 (2004);
- [8] N. A. Bahcall, J. P. Ostriker, S. Perlmutter, P. J. Steinhardt, Science **284**, 1481 (1999);
- [9] J. Dunlop, J. Peacock, H. Spinrad, A. Dey, R. Jimenez, D. Stern, R. Windhorst, Nature **381**, 581 (1996);
- [10] Y. Yoshi, T. Tsujimoto, K. Kawara, ApJ **507**, L113 (1998);
- [11] J. S. Alcaniz, J. A. S. Lima, ApJ **521**, L87 (1999b);
- [12] S. M. Carroll, Living Rev. Relativity **4**, 1 (2001);
- [13] J. Copeland, M. Sami, S. Tsujikawa, Int. Journal of Modern Physics D **15**, 1753 (2006);
- [14] B. Wang, Y. G. Gong, E. Abdalla, Phys. Lett. B **624**, 141 (2005);
- [15] B. Wang, C. Y. Lin, E. Abdalla, Phys. Lett. B **637**, 357 (2006);
- [16] N. Dalal, K. Abazajian, E. Jenkins, A. V. Manohar, Phys. Rev. Lett. **86**, 1939 (2001);

- [17] W. Zimdahl, D. Pavón, Gen. Rel. Grav. **35**, 413 (2003);
- [18] J. Frieman et al., Phys. Rev. Lett. **75**, 2077 (1995);
- [19] F. Lucchin, S. Matarrese, Phys. Rev. D **32**, 1316 (1985);
- [20] P. Brax, J. Martin, Phys. Rev. D **61**, 103502 (2000);
- [21] T. Barreiro, E. J. Copeland, N. J. Nunes, Phys. Rev. D **61**, 127301 (2000);
- [22] E. Abdalla, L. L. Graef, B. Wang, Physics Letters B **726**, 786 (2013);
- [23] J. A. S. Lima, S. Basilakos, J. Sola, arXiv:1412.5196 [gr-qc] (2014);
- [24] R.F. vom Marttens, W.S. Hipólito-Ricaldi, W. Zimdahl, JCAP **08**, 004 (2014);
- [25] S. Fay, Phys. Rev. D **89**, 063514 (2014);
- [26] M. Ozer, M. O. Taha, Phys. Lett. B **171**, 363 (1986);
- [27] K. Freese et al., Nucl. Phys. B **287**, 797 (1987);
- [28] W. Chen, Y-S. Wu, Phys. Rev. D **41**, 695 (1990);
- [29] D. Pavón, Phys. Rev. D **43**, 375 (1991);
- [30] O. Bertolami, P. J. Martins, Phys. Rev. D **61**, 064007 (2000);
- [31] I. L. Shapiro, J. Solá, Phys. Lett. B **475**, 236 (2000);
- [32] M. K. Mak, J. A. Belinchon, T. Harko, Int. J. Mod. Phys. D **14**, 1265 (2002);
- [33] J. S. Alcaniz, J. M. F. Maia, Phys. Rev. D **67**, 043502 (2003);
- [34] J. V. Cunha, R. C. Santos, IJMPD **13**, 1321 (2004);
- [35] S. Carneiro, J. A. S. Lima, Int. J. Mod. Phys. A **20**, 2465 (2005);
- [36] I. L. Shapiro, J. Solá, H. Stefancic, JCAP **0501**, 012 (2005);
- [37] J. Grande, J. Solá, H. Stefancic, JCAP **0608**, 011(2006);
- [38] H. A. Borges, S. Carneiro, J. C. Fabris, Phys. Rev. D **78**, 123522 (2008);
- [39] J. C. Carvalho, J. A. S. Lima, I. Waga, Phys. Rev. D **46**, 2404 (1992);

- [40] J. A. S. Lima, J. M. F. Maia, Phys. Rev. D **49**, 5597(1994);
- [41] J. A. S. Lima, M. Trodden, Phys. Rev. D **53**, 4280 (1996);
- [42] I. Waga, Astrophys. J. **414**, 436 (1993);
- [43] P. Wang, X. Meng, Class. Quant. Grav. **22**, 283 (2005);
- [44] J. S. Alcaniz, J. A. S. Lima, Phys. Rev. D **72**, 063516 (2005);
- [45] F. E. M. Costa, J. S. Alcaniz, J. M. F. Maia, Phys. Rev. D **77**, 083516 (2008);
- [46] F. E. M. Costa, J. S. Alcaniz, Phys. Rev. D **81**, 043506 (2010);
- [47] F. E. M. Costa et al., Phys. Rev. D **85**, 107302 (2012);
- [48] J. Solá, J. Phys. Conf. Ser. **453**, 012015, (2013);
- [49] S. Carneiro, R. Tavakol, Gen. Rel. Grav. **41**, 2287 (2009);
- [50] A. Yu. Kamenshchik, U. Moschella, V. Pasquier, Phys. Lett. B **511**, 265 (2001);
- [51] M. C. Bento, O. Bertolami, A. A. Sen, Phys. Rev. D **66**, 043507 (2002);
- [52] W. Zimdahl, J.C. Fabris, Classical and Quantum Gravity **22**, 4311(2005);
- [53] Nan Liang, Lixin Xu, Zong-Hong Zhu, Astronomy and Astrophysics **527**, A11 (2011);
- [54] M. Jamil, Y. Myrzakulov, O. Razina, R. Myrzakulov, Astrophys Space Sci **336**, 315 (2011);
- [55] G. Lemaitre, Gen. Rel. Grav. **29**, 641 (1997);
- [56] P. Szekers, Phys. Rev. **D12**, 2941 (1975);
- [57] M. Ishak, J. Richardson, D. Whittington, D. Garred, Phys. Rev. **D78**, 123531 (2008);
- [58] H. Stephani, Communications in Math. Phys. **5**, 337 (1967a);
- [59] H. Stephani, Communications in Math. Phys. **4**, 137 (1967b);
- [60] V. C. Busti, R. F. L. Holanda, C. Clarkson, Journal of Cosm. and Astroparticle Phys. **2013**, 20 (2013);

- [61] L. Amendola, R. Gannouji, D. Polarski, S. Tsujikawa, Phys. Rev. D **75**, 083504 (2007);
- [62] B. Li, J. D. Barrow, Phys. Rev. D **75**, 084010 (2007);
- [63] E. V. Linder, Phys. Rev. D **80**, 123528 (2009);
- [64] P. Zhang, Phys. Rev. D **73**, 123504 (2006);
- [65] S. Tsujikawa, T. Tatekawa, Phys. Lett. B **665**, 325 (2008);
- [66] G. R. Dvali, G. Gabadadze, Phys. Rev. D **63**, 065007 (2001);
- [67] G. R. Dvali, G. Gabadadze, M. Poratti, Phys. Lett. B **485**, 208 (2000);
- [68] S. N. Gupta, Rev. of Mod. Phys. **29**, 334 (1957);
- [69] R. Loll, Liv. Rev. in Rel. **1**, 13 (1998);
- [70] S. Hossenfelder, arXiv: 1010.3420 [gr-qc], (2010);
- [71] L. E. Parker, D. J. Toms, *Quantum Field Theory in Curved Spacetimes: Quantized Fields and Gravity*, Cambridge University Press (2009);
- [72] S. H. Pereira, C. H. G. Bessa, J. A. S. Lima, Phys. Lett. B **690**, 103 (2010);
- [73] L. Parker, Phys. Rev. Lett. **21**, 562 (1968);
- [74] I. Prigogine et al., Gen. Rel. Grav. **21**, 767 (1989);
- [75] M. O. Calvão, J. A. S. Lima, I. Waga, Phys. Lett. A **162**, 223 (1992);
- [76] J. A. S. Lima, A. S. M. Germano, Phys. Lett. A **170**, 373 (1992);
- [77] J. A. S. Lima, A. S. M. Germano, L. R. W. Abramo, Phys. Rev. D **53**, 4287 (1996);
- [78] J. A. S. Lima, J. S. Alcaniz, Astron. Astrophys. **348**, 1 (1999);
- [79] J. A. S. Lima, F. E. Silva, R. C. Santos, Class. Quant. Grav. **25**, 01, (2008);
- [80] G. Steigman, R. C. Santos, J. A. S. Lima, JCAP **06**, 033 (2009);
- [81] J. Chen, P. Wu, H. Yu, Z. Li, Eur. J. Phys. C **72**, 1861 (2012);
- [82] J. A. S. Lima, J. F. Jesus, F. Oliveira, JCAP **11**, 027 (2010);

- [83] S. Basilakos, J. A. S. Lima, Phys. Rev. D **82**, 023504 (2010);
- [84] J. F. Jesus, F. A. Oliveira, S. Basilakos, J. A. S. Lima, Phys. Rev. D **84**, 063511(2011);
- [85] J. P. Mimoso, D. Pavón, Phys. Rev. D **87**, 047302 (2013);
- [86] J. A. S. Lima, S. Basilakos, F. E. M. Costa, Phys. Rev. D **86**, 103534 (2012);
- [87] J. C. Fabris, J. A. F. Pacheco, O. F. Piattella, JCAP **1406**, 038 (2014);
- [88] R. O. Ramos, M. V. d. Santos, I. Waga, Phys. Rev. D **89**, 083524 (2014);
- [89] M. V. d. Santos, I. Waga, R. O. Ramos, Phys. Rev. D **90**, 127301 (2014);
- [90] J. A. S. Lima, I. P. Baranov, Phys. Rev. D **90**, 043515 (2014);
- [91] H. Velten et al., Phys. Rev. D **90**, 123526 (2014);
- [92] A. Avelino, U. Nucamendi, JCAP **1008**, 009 (2010);
- [93] W. Zimdahl, D. J. Schwarz, A. B. Balakin, D. Pavon, Phys. Rev. D **64**, 063501 (2001);
- [94] W. Hipolito-Ricaldi, H. Velten, W. Zimdahl, JCAP **0906**, 016 (2009);
- [95] W. Hipolito-Ricaldi, H. Velten, W. Zimdahl, Phys.Rev. D **82**, 063507(2010);
- [96] C. Eckart, Phys. Rev. **58**, 919 (1940);
- [97] J.C. Fabris, S.V.B. Goncalves, R. de Sa Ribeiro, Gen. Relativ. Gravit. **38**, 495 (2006);
- [98] A. Avelino, U. Nucamendi, JCAP **0904**, 006 (2009);
- [99] R. Colistete Jr., J.C. Fabris, J. Tossa, W. Zimdahl, Phys. Rev. D **76**, 103516 (2007);
- [100] X. H. Meng, X. Dou, Commun.Theor.Phys. **52**, 377 (2009);
- [101] J. A. S. Lima, R. Portugal, I. Waga, Phys. Rev. D, **37**, 2755 (1988);
- [102] J. A. S. Lima, R. Portugal, I. Waga, Brazilian Journal of Physics, **20**, 00 (1990);

- [103] P. Astier, R. Pain, "Comptes Rendus de l'Académie des Sciences", special volume; arXiv:1204.5493 [astro-ph.CO], (2012);
- [104] Z. Slepian, J. R. Gott, J. Zinn, arXiv:1301.4611 [astro-ph.CO], (2014);
- [105] L. L. Graef, F. E. M. Costa, J. A. S. Lima, Phys. Lett. B **728**, 400 (2014);
- [106] J. A. S. Lima, L. L. Graef, D. Pavón, S. Basilakos, JCAP **2014**, 042 (2014);
- [107] L. L. Graef, R. Brandenberger, arXiv:1505.02374 [hep-th], (2015);
- [108] J. A. S. Lima, F. E. M. Costa, L. L. Graef, em preparação (2015);
- [109] L. L. Graef, J. A. S. Lima, em preparação (2015);
- [110] L. D. Landau, *Teoria Clássica de Campos*, Editorial Reverte, S. A. (1973);
- [111] A. Friedmann, Z. Phys. **16**, 377 (1922);
- [112] A. Friedmann, Z. Phys. **21**, 326 (1924);
- [113] R. Amanullah, C. Lidman, D. Rubin, et al., ApJ **716**, 712 (2010);
- [114] M. E. Peskin, D. V. Schroeder, *An Introduction to Quantum Field Theory*, Addison-Wesley Publishing Company (1995);
- [115] A. Linde, arXiv:1402.0526 [astro-ph.CO], (2014);
- [116] URL: <http://ned.ipac.caltech.edu/level5/March04/Carroll/Carroll2-3.html>;
- [117] N. D. Birrell, P. C. W. Davies, *Quantum Fields in Curved Space*, Cambridge University Press (1982);
- [118] S. A. Fulling, *Aspects of Quantum Field Theory in Curved Spacetime*, Cambridge University Press (1989);
- [119] A. A. Grib, S. G. Mamayev, V. M. Mostepanenko, *Vacuum Quantum effects in Strong Fields*, Friedmann Laboratory Publishing (1994);
- [120] V. F. Mukhanov, S. Winitzki, *Introduction to Quantum Effects in Gravity*, Cambridge University Press (2007);

- [121] R. Brout, F. Englert, E. Gunzig, Ann. Phys. **115**, 78 (1978); M. Bordag, J. Lindig, V. M. Mostepanenko, Class. Quantum Grav. **15**, 581 (1998); M. Mijic, Phys. Rev. D **57**, 2138 (1998); S. Biswas, I. Chowdhury, Int. J. Mod. Phys. D **15**, 937 (2006);
- [122] S. G. Mamayev, V. M. Mostepanenko, A. A. Starobinskii, Sov. Phys. JETP **43**, 823 (1976);
- [123] A. A. Grib, S. G. Mamayev, Yad. Fiz. **10**, 1276 (1969); A. A. Grib, S. G. Mamayev, V. M. Mostepanenko, Gen. Rel. Grav. **7**, 535 (1975);
- [124] B. S. deWitt, Phys. Rept. **19**, 295 (1975).
- [125] E. L. D. Perico, J. A. S. Lima, S. Basilakos, J. Sola, Phys. Rev. D **88**, 063531 (2013).
- [126] H. A. Borges, S. Carneiro, Gen. Relativ. Gravit. **37**, 1385 (2005);
- [127] N. Suzuki et al. (The Supernova Cosmology Project), Astrophys. J. **746**, (2012);
- [128] H. Akaike, IEEE Transactions on Automatic Control **19**, n 6, 717 (1974);
- [129] A. R. Liddle, MNRAS **351**, L49 (2004);
- [130] R. H. Dicke, P. J. E. Peebles, *An Einstein Centenary Survey*, Cambridge University Press (1979);
- [131] J. P. Preskill, Phys. Rev. Lett. **43**, 1365 (1979);
- [132] A. H. Guth, Phys. Rev. D **23**, 347 (1981);
- [133] K. Sato, Mon. Not. R. Astron. Soc. **195**, 467 (1981); Phys. Lett. **99B**, 66 (1981);
- [134] A. Linde, Phys. Lett. **108B**, 389 (1982);
- [135] A. Albrecht, P. Steinhardt, Phys. Rev. Lett. **48**, 1220 (1982);
- [136] A. Linde, Phys. Lett. **129B**, 177 (1983);
- [137] A. Linde, *Particle Physics and Inflationary Cosmology*, Harwood, Chur (1990);
- [138] A. R. Liddle, D. H. Lyth, *Cosmological inflation and large-scale structure*, Cambridge University Press (2000);

- [139] D. Lyth, A. Riotto, Phys. Rept. **314**, 1 (1999);
- [140] Planck Collaboration, Astron. Astrophys. **571**, A15 (2014);
- [141] S. Dodelson, *Modern Cosmology*, Academic Press (2003);
- [142] V. F. Mukhanov, H. A. Feldman, R. H. Brandenberger, Phys. Reports **215**, 203 (1992);
- [143] V. F. Mukhanov, *Physical Foundations of Cosmology*, Cambridge University Press (2005);
- [144] C. Cheung, P. Creminelli, A. L. Fitzpatrick, J. Kaplan, L. Senatore, JHEP **0803**, 014 (2008);
- [145] D. Cannone, G. Tasinato, D. Wands, JCAP **01**, 029 (2015);
- [146] D. Blas, D. Comelli, F. Nesti, L. Pilo, Phys.Rev. D **80**, 044025 (2009);
- [147] BICEP2/Keck/Planck Collaboration, Phys. Rev. Lett. **114**, 101301 (2015);
- [148] URL: <http://www.lefigaro.fr/sciences/2013/03/21/01008-20130321ARTFIG00444-l-enfance-de-l-univers-vue-par-le-satellite-planck.php> ;
- [149] Planck Collaboration, Astron. Astrophys. **571**, A16 (2014);
- [150] Planck Collaboration, arXiv:1502.01589 [astro-ph.CO], (2015);
- [151] Planck Collaboration, Astron. Astrophys. **571**, A22 (2014);
- [152] A. Ijjas, P. J. Steinhardt, A. Loeb, Phys.Lett.B **723**, 261 (2013);
- [153] A. H. Guth, D. I. Kaiser, Y. Nomura, Phys. Lett. B **733**, 112 (2014);
- [154] A. Ijjas, P. J. Steinhardt, A. Loeb, Phys. Lett. B **736**, 142 (2014);
- [155] P. J. Seteinhardt, *The Very Early Universe*, (pp. 251-266), Cambridge University Press (1983);
- [156] A. Vilenkin, Phys.Rev. D **27**, 2848 (1983);
- [157] J. A. S. Lima, Phys. Rev. D **54**, 2571 (1996);
- [158] J. A. S. Lima, S. Basilakos, J. Solà, MNRAS **431**, 923 (2013);

- [159] I. Shapiro, J. Solà, Phys. Lett B **682**, 105 (2009);
- [160] S. Basilakos, M. Plionis, J. Solà, Phys. Rev. D **80**, 3511 (2009);
- [161] S. Basilakos, D. Polarski, J. Solà, Phys. Rev. D **86**, 043010 (2012);
- [162] T. Pacher, J. A. Stein-Schabes, M. S. Turner, Phys. Rev. D **36**, 6 (1987);
- [163] N. Radicella, D. Pavon, Gen. Relativ. Gravit. **44**, 685 (2012);
- [164] J. D. Bekenstein, Phys. Rev. D **7**, 2333 (1973);
- [165] G. Gibbons, S. W. Hawking, Phys. Rev. D **15**, 2738 (1977);
- [166] R. G. Cai, L. M. Cao, Y. P. Hu, Class. Quantum Grav. **26**, 155018 (2009);
- [167] W. Collins, Phys. Rev. D **45**, 495 (1992);
- [168] S.A. Hayward, S. Mukohyama, M.C. Ashworth, Phys. Lett. A **256**, 347 (1999);
- [169] S.A Hayward, Class. Quantum Grav. **15**, 3147 (1998);
- [170] D. Bak, S. J. Rey, Class. Quantum Grav. **17**, L83 (2000);
- [171] R. Bousso, Phys. Rev. D **71**, 064024 (2005);
- [172] A.B. Nielsen, D.-H. Yeom, Int. J. Mod. Phys. A **24**, 5261 (2009);
- [173] V. Faraoni, Phys.Rev.D **84**, 024003 (2011);
- [174] R. Di Criscienzo, S.A. Hayward, M. Nadalini, L. Vanzo, S. Zerbini, Class. Quantum Grav. **27**, 015006 (2010);
- [175] P C W Davies, Class. Quantum Grav. **4**, L225 (1987);
- [176] K. A. Meissner, Class. Quantum Grav. **21**, 5245 (2004);
- [177] A. Berera, Contemporary Physics **47**, 33 (2006);
- [178] T. Biswas, R. Brandenberger, T. Koivisto, A. Mazumdar, Phys. Rev. D **88**, 023517 (2013);
- [179] W. Li, Y. Ling, J. Wu, X. Kuang, Phys. Lett. B **687**, 1 (2010);
- [180] R. Adler, P. Chen, D. Santiago, Gen. Rel. Grav. **33**, 2101 (2001);

- [181] Y. Ling, B. Hu, X. Li, Phys. Rev. D **73**, 087702 (2006);
- [182] X. Han, H. Li, Y. Ling, Phys. Lett. B **666**, 121 (2008);
- [183] J.A.S. Lima, Gen. Rel. Grav. **29**, 805 (1997);
- [184] Planck Collaboration (2013), Astron. Astrophys. **571**, A24 (2014);
- [185] Planck Collaboration (2015), arXiv:1502.01592 [astro-ph.CO];
- [186] E. L. D. Perico, *Efeitos de um Vácuo Dinâmico na Evolução Cósmica e no Colapso Gravitacional*, Universidade de São Paulo, Tese de Doutorado (2015);
- [187] R. Brandenberger, C. Vafa, Nucl. Phys. B **316**, 391 (1989);
- [188] R. Brandenberger, A. Nayeri, S. P. Patil, Phys. Rev. D **90**, 067301 (2014);
- [189] J. Martin, R. Brandenberger, Phys. Rev. D **63** 123501 (2001);
- [190] E. G. M. Ferreira, R. Brandenberger, Phys. Rev. D **86**, 043514 (2012);
- [191] A. Nayeri, R. Brandenberger, C. Vafa, Phys. Rev. Lett. **97**, 021302 (2006);
- [192] R. Brandenberger, A. Nayeri, S. P. Patil, C. Vafa, Int. J. Mod. Phys. A **22**, 3621 (2007).