

文章编号: 1007-4627(2017) 03-0509-05

中子星内部强子-夸克相变的有限尺度效应研究

武旭浩, 申 虹

(南开大学物理科学学院, 天津 300071)

摘要: 在致密星体内部极高密度条件下, 强子物质可能发生退禁闭相变成为夸克物质, 即强子-夸克相变。这种相变过程对于中子星的性质有着重要影响。考虑库仑能和表面能的影响, 即有限尺度效应, 相变过程中的混杂相包含了被称为 pasta 相的几何结构。强子-夸克共存相的平衡条件是通过求总能量的最小值得到的。采用相对论平均场 (RMF) 模型来描述强子物质相, 采用 Nambu-Jona-Lasinio (NJL) 模型来描述夸克物质相。有限尺度效应一定程度上增加了中子星的最大质量, 增加幅度取决于强子-夸克表面张力的大小。有限尺度效应能够降低混杂相的范围, 其结果介于 Gibbs 结构和 Maxwell 结构的结果之间。研究表明, 中子星中可能包含一个混杂相的核心部分, 其大小受到表面张力等参数的影响。

关键词: 中子星; 强子-夸克相变; 有限尺度效应

中图分类号: O571.5 **文献标志码:** A **DOI:** 10.11804/NuclPhysRev.34.03.509

1 引言

中子星提供了研究低温高密物质的独特环境。关于中子星性质的研究, 目前存在很多基于各种理论模型的讨论, 一般认为强子-夸克相变过程会发生在中子星的内核部分^[1-3]。在过去几十年里, 许多作者研究了中子星内部的退禁闭相变过程和该过程对中子星性质的影响^[4-14]。早期, Heiselberg 等^[15]研究了强子-夸克混杂相中库仑能和表面能的影响^[15], 由于强子物质和夸克物质的分布变化, 可能出现几何结构分布^[16-20], 随着密度增加, 可能有液滴形 (droplet), 圆柱形 (rod), 片形 (slab), 圆筒形 (tube), 气泡形 (bubble)。混杂相的几何结构和大小可以通过表面能和库仑能的竞争决定。文献^[15, 19, 21]中的一些研究表明, 共存的强子相和夸克相应满足吉布斯平衡关系。表面张力可能引起的压强增加在文献^[16]中有所讨论。事实上, 平衡条件中应当包含表面能和库仑能的贡献^[22, 23], 这可以通过对总能量取极小得到。

强子相与夸克相之间的表面张力对于决定混杂相的结构非常重要。很多文献从不同的理论模型出发, 对此作了相关研究。采用 MIT 口袋模型和多重反射拓展方法 (multiple reflection expansion method) 得到的表面张力为 $\sigma \sim 10 \text{ MeV/fm}^2$ ^[24], 采用包含色超导的 Nambu-Jona-Lasinio (NJL) 模型给出了 $\sigma \sim (145 \sim$

$165) \text{ MeV/fm}^2$ 的结果^[25], 在文献^[26]中采用了几何方法得到的表面张力为 $\sigma \sim (7 \sim 30) \text{ MeV/fm}^2$ 。我们在本文的计算中参考文献^[15, 16]中的方法, 把表面张力的值作为一个自由参数来处理。

2010 年观测到 PSR J1614-2230 的质量为 $1.928 \pm 0.017 M_\odot$ ^[27], 2013 年观测到 PSR J0348+0432 的质量为 $2.01 \pm 0.04 M_\odot$ ^[28]。这些观测结果提供了关于中子星物质状态方程的严格约束。

2 理论框架

我们采用相对论平均场 (RMF) 模型描述强子相, 这里给出拉氏量

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{RMF}} = & \sum_{i=n,p} \bar{\psi}_i [i\gamma_\mu \partial^\mu - m_N - g_\sigma \sigma - g_\omega \gamma_\mu \omega^\mu - \\ & g_\rho \gamma_\mu \tau_\alpha \rho^{\alpha\mu}] \psi_i + \frac{1}{2} \partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2 - \frac{1}{3} g_2 \sigma^3 - \\ & \frac{1}{4} g_3 \sigma^4 - \frac{1}{4} W_{\mu\nu} W^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu + \\ & \frac{1}{4} c_3 (\omega_\mu \omega^\mu)^2 - \frac{1}{4} R_{\mu\nu}^\alpha R^{\alpha\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\rho^2 \rho_\mu^\alpha \rho^{\alpha\mu} + \\ & \sum_{l=e,\mu} \bar{\psi}_l [i\gamma_\mu \partial^\mu - m_l] \psi_l, \end{aligned} \quad (1)$$

该拉氏量表示重子间通过交换不同介子相互作用, 重子只包含核子 (n, p), 交换的介子包括: 同位旋标量-标量

收稿日期: 2016-11-20; 修改日期: 2017-04-15

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (11375089, 11675083)

作者简介: 武旭浩 (1992-), 男, 河北宁晋人, 博士研究生, 从事理论物理研究; E-mail: yuechengflyingbird@mail.nankai.edu.cn

通信作者: 申虹, E-mail: shennankai@gmail.com

介子 σ ，同位旋标量-矢量介子 ω ，同位旋矢量-矢量介子 ρ 。 $W^{\mu\nu}$ 和 $R^{\alpha\mu\nu}$ 分别为矢量介子 ω 和 ρ 的场张量。 ψ_l 表示轻子的狄拉克旋量， m_l 表示轻子的质量，轻子在这里包括 e^- 和 μ^- 。

从该拉氏量出发，我们可以得到一组欧拉-拉格朗日方程。应用平均场近似方法，介子场算符可以被他们的期待值代替，可以得到介子场的运动方程

$$m_\sigma^2 \sigma + g_2 \sigma^2 + g_3 \sigma^3 = - \sum_{i=n,p} g_\sigma \langle \bar{\psi}_i \psi_i \rangle, \quad (2)$$

$$m_\omega^2 \omega + c_3 \omega^3 = \sum_{i=n,p} g_\omega \langle \bar{\psi}_i \gamma^0 \psi_i \rangle, \quad (3)$$

表 1 TM1 参数组，质量单位为 MeV

M	m_σ	m_ω	m_ρ	g_σ	g_ω	g_ρ	g_2/fm^{-1}	g_3	c_3
938.0	511.198	783.0	770.0	10.0289	12.6139	4.6322	-7.2325	0.6183	71.3075

我们采用三味 NJL 模型描述退禁闭的夸克物质相，拉氏密度由下式给出

$$\mathcal{L}_{\text{NJL}} = \bar{q} (i \gamma_\mu \partial^\mu - m^0) q + \mathcal{L}_{\text{sym}} + \mathcal{L}_{\text{det}}, \quad (7)$$

式中， q 表示三味 ($N_f=3$) 的夸克场。我们采用 $m^0 = \text{diag}(m_u^0, m_d^0, m_s^0)$ 表示流夸克质量矩阵，我们假设 u, d 夸克满足同位旋对称性 $m_u^0 = m_d^0 \equiv m_q^0$ 。 \mathcal{L}_{sym} 和 \mathcal{L}_{det} 分别表示四费米子相互作用项和六费米子相互作用项，表达式如下：

$$\mathcal{L}_{\text{sym}} = G \sum_{a=0}^8 \left[(\bar{q} \lambda_a q)^2 + (\bar{q} i \gamma_5 \lambda_a q)^2 \right], \quad (8)$$

$$\mathcal{L}_{\text{det}} = -K \{ \det [\bar{q} (1 + \gamma_5) q] + \det [\bar{q} (1 - \gamma_5) q] \}. \quad (9)$$

式中， G 和 K 是耦合常数。NJL 模型有 5 个独立参数，包括流夸克质量 m_q^0 和 m_s^0 ，耦合常数 G, K ，以及为了解决积分发散问题引入的三维动量截断 Λ 。本文中我们采用的参数取自文献[29]： $m_q^0 = 5.5$ MeV， $m_s^0 = 140.7$ MeV， $\Lambda = 502.3$ MeV， $G\Lambda^2 = 1.835$ ， $K\Lambda^2 = 12.36$ 。在中子星内部，夸克相满足化学平衡和电中性条件

$$\mu_s = \mu_d = \mu_u + \mu_e, \quad (10)$$

$$\frac{2}{3} n_u - \frac{1}{3} (n_d + n_s) - n_e - n_\mu = 0. \quad (11)$$

夸克的有效质量满足如下能隙方程：

$$m_i^* = m_i^0 - 4G \langle \bar{q}_i q_i \rangle + 2K \langle \bar{q}_j q_j \rangle \langle \bar{q}_k q_k \rangle, \quad (12)$$

其中 (i, j, k) 表示 (u, d, s) 的任意排列方式。

$$m_\rho^2 \rho = \sum_{i=n,p} g_\rho \langle \bar{\psi}_i \gamma^0 \tau_3 \psi_i \rangle. \quad (4)$$

强子物质满足化学平衡和电中性条件

$$\mu_n = \mu_p + \mu_e, \quad \mu_\mu = \mu_e, \quad (5)$$

$$n_p = n_e + n_\mu. \quad (6)$$

通过自洽求解这些方程 (2-6)，可以得到计算强子物质状态方程 (EOS) 所需要的物理量。在本章中我们选取 TM1 参数用于 RMF 模型的计算，具体参数如表 1 所列。

为了描述包含有限尺度效应的强子-夸克混杂相，我们采用 Wigner-Seitz 近似。假设在元胞中共存的强子相和夸克相有明显的分界面，并且轻子在元胞中是均匀分布的。随着密度增加，元胞的几何结构会发生变化，从低密到高密分别为液滴形，柱形，片形，圆筒形和气泡形^[1, 16]。为了简化计算，我们只考虑液滴形和气泡形。当在强子-夸克共存相中考虑有限尺度效应时，平衡条件中需要包含库仑能和表面能的影响。平衡条件可以通过总能量最小化得到，这与吉布斯平衡条件有些不同。强子-夸克混杂相的总能量包含以下各项：

$$\varepsilon_{\text{MP}} = u \varepsilon_{\text{QP}} + (1-u) \varepsilon_{\text{HP}} + \varepsilon_{\text{surf}} + \varepsilon_{\text{Coul}}, \quad (13)$$

其中 $u = V_{\text{QP}}/(V_{\text{QP}} + V_{\text{HP}})$ 表示夸克相在元胞中所占的体积比， ε_{HP} 和 ε_{QP} 表示强子相和夸克相的能量密度。对于液滴形和气泡形元胞，表面能密度和库仑能密度可以表示为：

$$\varepsilon_{\text{surf}} = \frac{3\sigma u_{\text{in}}}{r}, \quad (14)$$

$$\varepsilon_{\text{Coul}} = \frac{e^2}{5} (\delta n_c)^2 r^2 u_{\text{in}} D(u_{\text{in}}), \quad (15)$$

式中

$$D(u_{\text{in}}) = 1 - \frac{3}{2} u_{\text{in}}^{1/3} + \frac{1}{2} u_{\text{in}}. \quad (16)$$

这里， u_{in} 表示元胞内部所占的体积比， σ 表示强子-夸克分界面的表面张力， $\delta n_c = n_c^{\text{HP}} - n_c^{\text{QP}}$ 表示强子相和夸克相的电荷密度之差。

我们通过对混杂相的能量密度 ε_{MP} 取极小值得到相应的平衡条件。求极值时需要满足整体电中性和平均重子数密度 n_i 不变，

$$0 = \frac{u}{3}(2n_u - n_d - n_s) + (1-u)n_p - n_e - n_\mu, \quad (17)$$

$$n_i = \frac{u}{3}(n_u + n_d + n_s) + (1-u)(n_p + n_n). \quad (18)$$

通过对这两个约束引入拉格朗日乘子 μ_e 和 μ_n 构造以下函数

$$w = \varepsilon_{MP} - \mu_n \left[\frac{u}{3}(n_u + n_d + n_s) + (1-u)(n_p + n_n) \right] - \mu_e \left[n_e + n_\mu - \frac{u}{3}(2n_u - n_d - n_s) - (1-u)n_p \right]. \quad (19)$$

求 w 关于各个粒子数密度的极小值, 得到如下化学平衡关系:

$$\mu_u - \frac{4\varepsilon_{Coul}}{3u\delta n_c} = \frac{1}{3}\mu_n - \frac{2}{3}\mu_e, \quad (20)$$

$$\mu_d + \frac{2\varepsilon_{Coul}}{3u\delta n_c} = \frac{1}{3}\mu_n + \frac{1}{3}\mu_e, \quad (21)$$

$$\mu_s + \frac{2\varepsilon_{Coul}}{3u\delta n_c} = \frac{1}{3}\mu_n + \frac{1}{3}\mu_e, \quad (22)$$

$$\mu_p + \frac{2\varepsilon_{Coul}}{(1-u)\delta n_c} = \mu_n - \mu_e, \quad (23)$$

$$\mu_\mu = \mu_e. \quad (24)$$

对 w 关于夸克相体积比 u 取极小值得到了混杂相压强间的平衡关系

$$P_{HP} = P_{QP} - \frac{2\varepsilon_{Coul}}{\delta n_c} \left[\frac{1}{3u}(2n_u - n_d - n_s) + \frac{1}{1-u}n_p \right] \mp \frac{\varepsilon_{Coul}}{u_{in}} \left(3 + u_{in} \frac{D'}{D} \right), \quad (25)$$

其中对于液滴形元胞, 最后一项的符号为“-”, 对于气泡形元胞, 最后一项的符号为“+”。式(20)–(25)即是包含有限尺度效应的平衡方程, 在不考虑有限尺度效应影响时, $\varepsilon_{Coul} = 0$, 上述表达式简化为吉布斯平衡条件。

通过求解方程组(20)–(25), 我们可以得到计算强子-夸克共存相的性质所需的物理量, 这与采用吉布斯平衡条件有所不同。当考虑了库仑能和表面能的贡献时, 我们可以通过类似于核物质在低密度的液气相变的处理方法^[22, 23, 30]来计算混杂相的压强 $P_{MP} = n_i^2 \frac{\partial(\varepsilon_{MP}/n_i)}{\partial n_i}$ 。

3 结果与讨论

我们在图1中给出了中子星物质的状态方程, 压强 P 随重子数密度 n_b 的变化。在该图中, 物质由低密度区域的强子物质相, 经过强子物质与夸克物质共存的混杂相, 最终在高密度区域转变为纯夸克物质相。

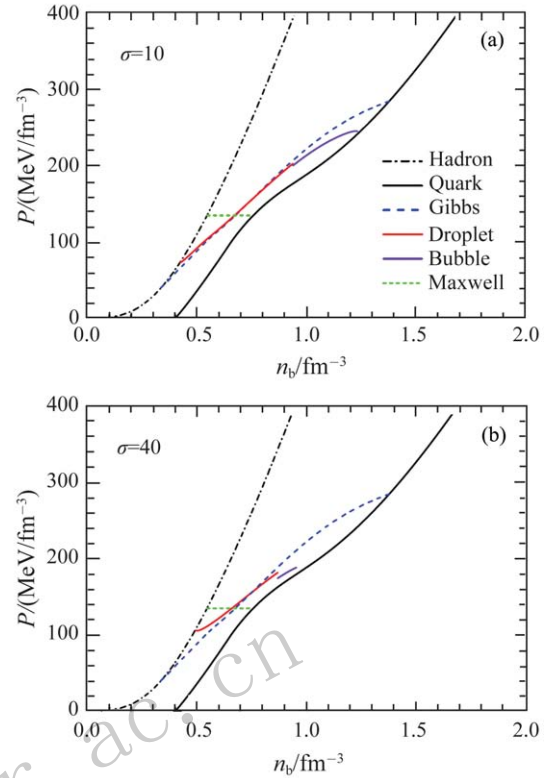


图1 (在线彩图) 相变过程中的压强 P 作为重子数密度 n_b 的函数, 表面张力 $\sigma = 10$ MeV/fm² 和 $\sigma = 40$ MeV/fm² 的结果与麦克斯韦和吉布斯结构的结果比较

图1(a)和图(b)的表面张力取值分别为 $\sigma = 10$ 和 40 MeV/fm²。吉布斯结构和麦克斯韦结构的压强在图中用蓝色虚线和绿色点线表示。有限尺度效应的结果介于吉布斯结构和麦克斯韦结构的结果之间。由图可见, $\sigma = 10$ MeV/fm² 的结果与吉布斯结构的结果非常接近, 与 $\sigma = 40$ MeV/fm² 的结果相比具有更宽的混杂相范围, 两种几何结构(液滴形和气泡形)的范围均比 $\sigma = 40$ MeV/fm² 的结果宽。 $\sigma = 40$ MeV/fm² 的结果与 $\sigma = 10$ MeV/fm² 的结果相比更接近麦克斯韦结构, 混杂相的范围相对较小, 在文献[16, 21]中也发现并讨论了类似的行为。

为了检测有限尺度效应对中子星性质的影响, 我们求解了Tolman-Oppenheimer-Volkoff (TOV) 方程, 所得到的中子星质量-半径关系在图2中给出。图中细实线表示纯强子物质的状态方程, 其最大质量为 $2.18 M_\odot$, M_\odot 表示太阳质量。包含夸克自由度会显著地软化状态方程并降低中子星的最大质量。在吉布斯结构下, 中子星最大质量降低到 $1.91 M_\odot$ 。当考虑有限尺度效应时, 中子星最大质量会比吉布斯结构的结果有所提高, 其提高程度取决于表面张力 σ 参数的选取, 较大的 σ 值能够更多提升中子星质量。在表2中, 我们给出了最大质量

中子星性质的详细结果。

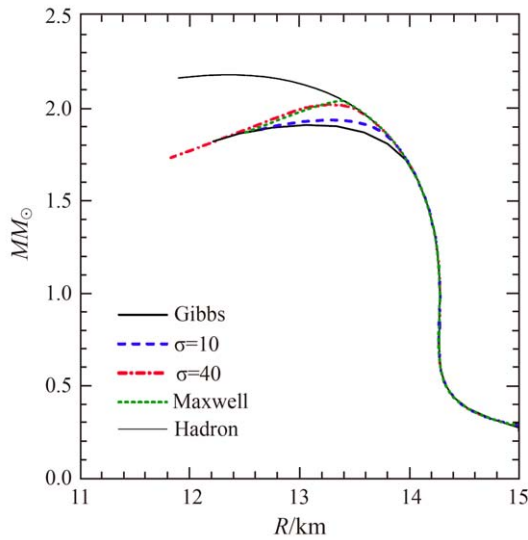


图 2 (在线彩图) 对于不同的 EOS 的中子星的质量-半径关系

表 2 最大质量中子星性质, M_{\max} 表示中子星质量, n_c 表示中子星中心重子数密度。 R_{QP} , R_{MP} 和 R 分别表示夸克相, 混杂相和中子星整体的半径。

Method	M_{\max} / M_{\odot}	n_c / fm^{-3}	R_{QP} /km	R_{MP} /km	R /km
Gibbs	1.91	0.76	-	7.80	13.09
$\sigma = 10$ MeV/fm^2	1.94	0.70	-	5.60	13.30
$\sigma = 40$ MeV/fm^2	2.00	0.69	-	3.64	13.37
Maxwell	2.04	0.77	0.82	-	13.40

采用不同的表面张力取值, $\sigma = 0$ (Gibbs), 10, 和 40 MeV/fm^2 , 中子星内部可能存在强子-夸克混杂相, 但其中心密度不足以支持纯夸克相的出现。采用吉布斯结构可以得到混杂相的半径约为 7.80 km, 在表面张力 $\sigma = 40 \text{ MeV}/\text{fm}^2$ 时混杂相的半径降低到 3.64 km。关于麦克斯韦结构的状态方程, 如图1所示, 在强子相和纯夸克相之间存在一定密度范围的压强为常数的混杂相。但是, 这种混杂相是不会出现在中子星内部的。因为中子星由内向外压强和引力场都应该是单调降低的, 从而保证它的力学平衡。因此, 在中子星内部不可能存在常数压强的相, 但是可能出现半径较小的纯夸克相的核心部分。

4 结论

我们研究了有限尺度效应对强子-夸克相变的影响, 该过程有可能影响中子星的内部结构和性质。我们采

用 RMF 模型描述强子物质相, 采用 NJL 模型描述夸克物质相, 通过 Wigner-Seitz 近似处理强子-夸克混杂相, 假设混杂相中的强子物质和夸克物质具有明确的分界面。我们把表面张力作为自由参数处理, 计算和研究了中子星的结构性质。中子星最大质量计算结果在吉布斯结构中为 $1.91 M_{\odot}$, 在麦克斯韦结构中为 $2.04 M_{\odot}$, 考虑有限尺度效应的结果介于 Gibbs 结构和 Maxwell 结构之间。这些结果接近目前关于中子星质量的观测数据。在表面张力较小时, 中子星内部可能出现强子-夸克混杂相, 而不足以支持纯夸克相的出现。我们的研究结果表明, 中子星内部可能包含一个强子-夸克混杂相的核心部分, 其大小受到表面张力等参数的影响。

参考文献:

- [1] GLENDENNING N K. Phys Rep, 2001, **342**: 393.
- [2] HEISELBERG H, HJORTH-JENSEN M. Phys Rep, 2000, **328**: 237.
- [3] WEBER F. Prog Part Nucl Phys, 2005, **54**: 193.
- [4] GLENDENNING N K. Phys Rev D, 1992, **46**: 1274.
- [5] SCHERTLER K, LEUPOLD S, SCHAFFNER-BIELICH J. Phys Rev C, 1999, **60**: 025801.
- [6] SCHERTLER K, GREINER C, SCHAFFNER-BIELICH J, et al. Nucl Phys A, 2000, **677**: 463.
- [7] STEINER A W, PRAKASH M, LATTIMER J M. Phys Lett B, 2000, **486**: 239.
- [8] BURGIO G F, BALDO M, SAHU P K, et al. Phys Rev C, 2002, **66**: 025802.
- [9] MENEZES D P, PROVIDÊNCIA C. Phys Rev C, 2003, **68**: 035804.
- [10] SHARMA B K, PANDA P K, PATRA S K. Phys Rev C, 2007, **75**: 035808.
- [11] YANG F, SHEN H. Phys Rev C, 2008, **77**: 025801.
- [12] XU J, CHEN L W, KO C M, et al. Phys Rev C, 2010, **81**: 055803.
- [13] CHEN H, BURGIO G F, SCHULZE H -J, et al. Astron Astrophys, 2013, **551**: A13.
- [14] ORSARIA M, RODRIGUES H, WEBER F, et al. Phys Rev C, 2014, **89**: 015806.
- [15] HEISELBERG H, PETHICK C J, STAUBO E F. Phys Rev Lett, 1993, **70**: 1355.
- [16] ENDO T, MARUYAMA T, CHIBA S, et al. Prog Theor Phys, 2006, **115**: 337.
- [17] MARUYAMA T, CHIBA S, SCHULZE H -J, et al. Phys Rev D, 2007, **76**: 123015.
- [18] YASUTAKE N, Łastowiecki R, BENIĆ S, et al. Phys Rev C, 2014, **89**: 065803.
- [19] GLENDENNING N K, PEI S. Phys Rev C, 1995, **52**: 2250.
- [20] CHRISTIANSEN M B, GLENDENNING N K. Phys Rev C, 1997, **56**: 2858.
- [21] VOSKRESENSKY D N, YASUHIRA M, TATSUMI T. Nucl Phys A, 2003, **723**: 291.

- [22] LATTIMER J M, SWESTY F D. Nucl Phys A, 1991, **535**: 331.
- [23] BAO S S, HU J N, ZHANG Z W, *et al.* Phys Rev C, 2014, **90**: 045802.
- [24] BERGER M S, JAFFE R L. Phys Rev C, 1987, **35**: 213; Phys Rev C, 1991, **44**: 566.
- [25] LUGONES G, GRUNFELD A G, AJMI M A. Phys Rev C, 2013, **88**: 045803.
- [26] PINTO M B, KOCH V, RANDRUP J. Phys Rev C, 2012, **86**: 025203.
- [27] DEMOREST P B, PENNUCCI T, RANSON S M, *et al.* Nature, 2010, **467**: 1081; FONSECA E, PENNUCCI T T, ELLIS J A, *et al.* Astrophys J, 2016, **832**: 167.
- [28] ANTONIADIS J, FREIRE P C C, WEX N, *et al.* Science, 2013, **340**: 1233232.
- [29] REHBERG P, KLEVANSKY S P, HÜFNER J. Phys Rev C, 1996, **53**: 410.
- [30] BAYM G, BETH H A E, PETHICK C J. Nucl Phys A, 1971, **175**: 225.

Hadron-quark Phase Transition with Finite-size Effect in Neutron Stars

WU Xuhao, SHEN Hong

(School of Physics, Nankai University, Tianjin 300071, ChinaChina)

Abstract: It is generally considered that hadron matter may undergo a deconfinement phase transition becoming quark matter at very high density in massive neutron stars. This hadron-quark phase transition has important impact on neutron stars, which has received much attention. We consider finite-size effect in this phase transition process, which contains the impact of Coulomb energy and surface energy. By including this effect, the mixed phase forms the pasta structures. The equilibrium conditions for coexisting hadronic and quark phases are derived by minimizing the total energy including the surface and Coulomb contributions. We employ the relativistic mean-field(RMF) model to describe the hadronic phase, while the Nambu-Jona-Lasinio(NJL) model is used for the quark phase. We conclude that the finite-size effect will raise the stiffness of EOS, and then increase the maximum mass of neutron stars, which depend on the value of surface tension. Our results show that finite-size effects can significantly reduce the region of the mixed phase, and the results lie between those from the Gibbs and Maxwell constructions. We show that a massive star may contain a mixed phase core and its size depends on the surface tension of the hadron-quark interface.

Key words: neutron star; deconfinement phase transition; finite-size effect

Received date: 20 Nov. 2016; **Revised date:** 15 Apr. 2017

Foundation item: National Natural Science Foundation of China(11375089, 11675083)

Corresponding author: SHEN Hong, E-mail: shennankai@gmail.com.