КИНЕТИКА ФОРМИРОВАНИЯ ИОННОГО ОСТОВА В НАКОПИТЕЛЯХ ЭЛЕКТРОНОВ

Е.В.Буляк, В.И.Курилко

Харьковский физико-технический институт АН УССР

Харьков, 310108

Аннотация

В работе изложены метод и результаты проведенного авторами теоретического моделирования кинетики процесса накопления ионов остаточного газа в коллективном поле объемного заряда периодической последовательности сгустков, циркулирующих на равновесной орбите накопителя электронов. Квазистационарное состояние ионного остова описано нелинейными интегродифференциальными кинетическими уравнениями, учитывающими ионизацию остаточного газа электронными ударами, нагрев образующихся ионов стохастическими кулоновскими толчками циркулирующих электронов, а также парные ион-ионные столкновения. Явные аналитические решения указанного уравнения найдены для камеры, заполненной водородом, в двух областях значений его плотности, а именно: в области сверхвысокого вакуума, где погонная плотность захваченных ионов мала по сравнению с погонной плотностью циркулирующего пучка, и в области малых, но конечных значений давления остаточного газа, где погонная плотность захваченных ионов сравнима с погонной плотностью пучка.

Введение

Данные экспериментов, проведенных на многих действующих накопителях электронов, свидетельствуют о существенном влиянии у ерж ваемых тенсивными пучками ионов остаточного газа на динамику поперечного движения этих пучков [I,2]. Однако количеств нные зак н м рн [illegible], определяющие эффективность накопления ионов в этих условиях, до сих пор не были изучены (ср, например,[3,4]) хотя эффект захвата был предсказан более десяти лет назад [5]. Первая аналитическая оценка количества захваченных ионов была предпринята в работе [3] на основе анализа устойчивости пробного иона в присутствии заданного ионного остова. Полученные в этом приближении результаты ниже обоснованы и обобщены с учетом кинетики процессов образования и потерь ионов, а также влияния квазистационарного ионного остова на эффективную глубину потенциальной ямы кулоновского поля пучка.

Постановка задачи; исходные уравнения

Будем предполагать, что

циркулирующий пучок представляет собой периодическую последовательность идентичных цилиндрических сгустков с однородным распределением плотности электронов в каждом сгустке;

ион с амплитудой отклонения от оси, превышающей поперечные размеры пучка, мгновенно покидает пучок;

ионы образуются из атомов остаточного газа электронным ударом и "нагреваются" стохастическими кулоновскими столкновениями с циркулирующими электронами;

основную часть остаточного газа в камере составляет водород;

частота колебаний иона в некомпенсированной потенциальной яме пучка много меньше частоты следования сгустков.

Как показано в [3,6], предельная энергия иона $W_м$ в этих условиях зависит от погонной плотности ионного остова $N_и$:

$$W_м = N_в r_o m_o c^2 (1-\eta); \quad \eta = N_и / N_в,$$

$$N_в = \pi a^2 \bar{n}_в, \tag{I}$$

где a - радиус пучка, r_o - классический радиус электрона, $N_в$ - средняя по периоду следования сгустков погонная плотность пучка, c - скорость света.

Эта формула дает одно соотношение между двумя неизвестными величинами – $W_м$ и $N_и$. Из нее, в частности, следует, что максимальная погонная плотность остова равна плотности пучка ($N_и \leq N_в$; при $N_и = N_в$ частота колебаний ионов равна нулю). Кроме того, из (I) следует простая количественная оценка порогового тока компенсации I_0 [6] :

$I_0 = W_0 c / |e|$, где W_0 – начальная энергия иона.

Вторую связь между параметрами $W_м$ и $N_и$ получим из анализа кинетики процессов образования и потерь ионов.

Движение ионов в энергетическом пространстве в диффузионном приближении описывает кинетическое уравнение Фоккера-Планка-Ландау:

$$\frac{1}{p_\perp}\frac{\partial}{\partial p_\perp}\left[p_\perp D_\perp \frac{\partial f_и}{\partial p_\perp}\right] = \nu_и f_0 - \hat{St}\left[f_и(\vec{p}), f_и(\vec{p}\,')\right]. \quad (2)$$

Здесь $\nu_и = \bar{n}_в \sigma_и c$ – скорость ионизации ($\sigma_и$ – сечение ионизации); $D_\perp \equiv 4\pi m_0^2 c^3 \bar{n}_в r_0^2 \Lambda$ – коэффициент диффузии иона в пространстве поперечных импульсов.

Левая часть этого уравнения учитывает нагрев ионов короткодействующими кулоновскими силами циркулирующих электронов; первое слагаемое правой части – рождение новых ионов, второе – перераспределение энергии ионов за счет парных ион-ионных столкновений, которые мы описываем интегралом Ландау.

Функция распределения вновь образуемых ионов f_0 определяется кинетикой процессов ионизации атомов остаточного газа электронными ударами и их поперечного движения в камере. Для накопителей плотность остаточного газа можно считать постоянной по сечению камеры ("выгорание" нейтралов несущественно, так как скорость ионизации мала по [illegible] ролета нейтральным атомом сесения пучка). В этих условиях f_0 имеет вид

$$f_0 = n_0\left[1 + O\left(\nu_и a/\sqrt{2W_0/M}\right)\right],$$

где n_0 – плотность остаточного газа, M – масса протона.

Аналитические решения

В общем случае уравнение (2) является нелинейным интегродифференциальным. Методы аналитического решения таких уравнений без использования серьезных упрощающих предположений относительно искомой функции f_0 до сих пор не разработаны. Поэтому ниже мы приведем аналитические решения (2), соответствующие предельным случаям малых и больших давлений остаточного газа, когда вклад ион-ионных столкновений либо мал (сверхвысокий вакуум), либо является определяющим (малые, но конечные плотности остаточного газа).

Сверхвысокий вакуум ($n_0 \to 0$)

При малых плотностях остаточного газа число ионов, образующихся в единицу времени, мало; они относительно быстро "нагреваются" электронными ударами и выходят из потенциальной ямы объемного заряда пучка. Их относительная плотность при этом оказывается малой, так что вкладом ион-ионных столкновений можно пренебречь. Соответствующая асимптотика искомой функции распределения ионов $f_и$ по поперечным энергиям имеет следующий вид:

$$f_и(W_\perp) = \frac{\nu_и n_0 M}{2 D_\perp}\left\{W_\perp - W_0\left[1 - \ln(W_\perp/W_0)\right]\right\}, \quad (3)$$

Интеграл от правой части (3) по сечению пучка дает искомую связь между погонной плотностью ионов $N_и$ и их максимальной энергией $W_м$:

$$N_и(W_м) = 2\pi\int_0^a f_и(W_\perp)\, r\, dr = \frac{\nu_и N_0 M}{4 D_\perp (W_м - W_0)} \cdot \left[W_м^2 - W_0^2 - 2W_0(W_м - W_0)\ln(W_м/W_0)\right]. \quad (4)$$

Здесь N_0 – погонная плотность атомов водорода в сечении пучка ($N_0 = \pi a^2 n_0$).

Формулы (I) и (4) образуют систему из трех нелинейных уравнений с двумя неизвестными величинами ($W_м$ и $N_и$). Из этой системы следует простая асимптотика относительной плотности ионного остова η:

$$\eta = \eta_0\left[1 + \sigma_н/(N_0 r_0 \sigma_и)\right]^{-1}; \quad \sigma_н \equiv 16\pi r_0^2 \frac{m_0}{M}\Lambda . \quad (5а)$$

Здесь η – коэффициент компенсации; η_o – коэффициент компенсации, при котором максимальная энергия ионов [illegible] тепловой ($W_o = 0.03$ эВ при $T = 300$ К)[6]:

$$\eta_o = 0, \ (I \le I_o); \qquad \eta_o = 1 - I_o/I, \ I \geqslant I_o.$$

Как следует из (5а), степень компенсации объемного заряда пучка захваченными ионами нелинейно зависит от погонной плотности остаточного газа N_o. При этом абсолютная величина коэффициента компенсации η определяется отношением сечений рождения и нагрева ионов. А именно: он стремится к нулю при уменьшении плотности остаточного газа пропорционально последней ($\sigma_н \gg N_o r_o \sigma_и$) и слабо зависит от этой плотности при ее конечных значениях ($\sigma_н \ll N_o r_o \sigma_и$). В последнем [illegible] случае коэффициент η близок к единице.

<u>Большие частоты ион-ионных столкновений</u>

Строго говоря, формула (5) применима в предельном случае $\sigma_н \gg N_o r_o \sigma_и$. Тем не менее, можно показать, что определяемая ею функциональная зависимость $\eta(N_o)$ оказывается правильной с точностью до численного коэффициента порядка единицы и при $\sigma_н \ll N_o r_o \sigma_и$. Действительно, в этом предельном случае потенциальная яма объемного заряда пучка относительно быстро заполняется ионами до тех пор, пока ее эффективная глубина не уменьшится настолько, что обеспечит равную со скоростью образования скорость потерь ионов.

Эти качественные соображения подтверждает количественный анализ решения уравнения (2) в данном предельном случае. В самом деле, кулоновские столкновения только перераспределяют энергию в пределах ансамбля захваченных ионов, не меняя ни числа этих ионов, ни их суммарной энергии. Поэтому частота ион-ионных столкновений $\nu_{ии}$ не может входить в результирующие скорости баланса потоков частиц и энергии в ионном остове. В приближении, когда эта частота существенно больше скорости ионизации $\nu_и$ (но меньше частоты колебаний ионов в потенциальной яме пучка), функцию распределения ионов по энергиям находим из условия равенства нулю интеграла Ландау:

$$f_и = N_в \eta / (w_м - w_o), \qquad w_o \le w \le w_м. \tag{6}$$

Неизвестную разность $w_м - w_o$ найдем из условия баланса потоков частиц и энергии в системе. На единицу длины пучка в единицу времени образуется (и теряется) количество ионов, равное

$$\dot N_и = 2\pi \int_0^a \nu_и n_o r\, dr = \nu_и N_o. \tag{6а}$$

Уходящие ионы в единицу времени уносят энергию $\langle \dot f_и w_- \rangle = 3 \dot N_и w_м$.
Вновь рождающиеся ионы привносят энергию, равную глубине потенциальной ямы в точке рождения; поэтому их поток энергии равен

$$\langle \dot f_и w_+ \rangle = \dot N_и \langle w \rangle = \frac{1}{2} \dot N_и (w_м - w_o). \tag{6б}$$

Разность потоков приходящей и уходящей энергии компенсирует нагрев, интенсивность которого не зависит от энергии

$$2(2M\langle D_\perp \rangle) = \langle \dot f_и w_- \rangle - \langle \dot f_и w_+ \rangle. \tag{7}$$

Искомая зависимость коэффициента компенсации от внешних параметров системы для рассматриваемого предельного случая определяется системой уравнений (I) и (7) и имеет вид, аналогичный (5а):

$$\eta = \eta_o \left[1 + \sigma_н / (10 N_o r_o \sigma_и)\right]^{-1}. \tag{5б}$$

Таким образом, мы показали, что учет ион-ионных столкновений лишь уменьшает эффективную скорость нагрева ионов, но не изменяет качественно характер зависимости коэффициента компенсации от давления остаточного газа. Указанная зависимость является существенно нелинейной; с ростом плотности остаточного газа коэффициент компенсации нарастает линейно только в области сверхвысокого вакуума, после чего выходит на насыщение, асимптотически приближаясь к единице.

Выводы

На основе анализа и обобщения установленных выше закономерностей накопления ионов водорода можно качественно оценить коэффициент компенсации η и для тяжелых ионов. Пусть глубина потенциальной ямы пропорциональна кратности иона, а сечения ионизации слабо зависят от кратности. Тогда в случае большой плотности остаточного газа плотность ионов примерно равна плотности пучка. Распределение ионов по зарядности будет определяться отношением плотности нейтралов к плотности ионного остова. А именно: если это отношение больше единицы, то скорость образования однозарядных ионов будет превосходить скорость образования двух- и более зарядных. Остов при этом будет состоять из однозарядных ионов. При увеличении отношения плотности пучка к плотности нейтралов будет возрастать вклад ионов высокой зарядности.

В альтернативном случае сверхвысокого вакуума коэффициент компенсации мал: имеется глубокая потенциальная яма, в которой ион живет относительно большое время. В этом случае плотность пучка (и ионов) превосходит плотность остаточного газа. За время своего пребывания в пучке ион успевает многократно ионизироваться, увеличивая тем самым глубину удерживающей его ямы. Следовательно, компенсация будет осуществляться, в основном, полностью ионизованными атомами (ядрами).

Справедливость приведенных соображений подтверждают результаты экспериментов на ADONE (см. [7]) и Н-100 ХФТИ АН УССР [2,8], внешние условия которых обеспечивают выполнение неравенств $\sigma_н >> N_0 r_0 \sigma_и$ и, соответственно, $\sigma_н << N_0 r_0 \sigma_и$.

Литература

1. CERN Courier, 1986, № 2, p. II.
2. AIS Design Group. Conceptional Design of the Argonne 6 GeV Synh. Light Source. Bull Am. Phys.Soc, 1985, v.30, N 5, p.910 Rep E-28.
3. Буляк Е.В., Курилко В.И. Компенсация объемного заряда пучка в сильноточных накопителях электронов. ЖТФ, 1982, т.52, вып.2, с. 300-308.
4. Le Duff. Current and Current Limitations in Existing Storage Rings. NIM, 1985, A239, p.83-101.
5. Kohaupt H. Mechanismus der Ionenabsaugung in Elektron-Positron Speicherring DORIS. Int.bericht DESY, HI-71/2, 1971.
6. Буляк Е.В. Захват и удержание ионов сгустком, циркулирующим в накопителе электронов. ЖТФ, 1986, т.56, с.72-76.
7. Brianti G. The Stability of Ions in Bunched-beam Machines.-In: Proc. of CERN Accelerator School Antiprotons for Colliding Beam Facilities (Geneva, oct.1983). CERN 84-15, 1984, p.369-383.
8. Буляк Е.В., Курилко В.И. Коллективные эффекты в накопителях электронов. Труды конференции по ядерно-физическим исследованиям (Харьков, 1982). - М: ЦНИИАТОМИНФОРМ, 1983, т.I, с. 259-271.

23 Заказ № 785