

Title	Out-of-time-ordered correlator and entanglement scrambling in RCFTs( Abstract_要旨 )
Author(s)	Numasawa, Tokiro
Citation	Kyoto University (京都大学)
Issue Date	2017-03-23
URL	<a href="https://doi.org/10.14989/doctor.k20175">https://doi.org/10.14989/doctor.k20175</a>
Right	学位規則第9条第2項により要約公開
Type	Thesis or Dissertation
Textversion	none

( 続紙 1 )

京都大学	博 士 ( 理 学 )	氏名	沼澤 宙朗
論文題目	Out-of-time-ordered correlator and entanglement scrambling in RCFTs		
(論文内容の要旨)			
<p>本博士論文は、共形場理論(Conformal Field Theory 略して CFT)の励起状態の時間に依存するダイナミクスを特に 2 次元有理型共形場理論(略して RCFT)の場合に解析したものである。場の量子論の中で特に素粒子の質量がゼロな場合に相当する理論が共形場理論と呼ばれ、長さのスケールに依存しない理論であり、共形対称性を有する。有理型共形場理論とは、有限個のセクター（共形ブロック）からなり、厳密に解ける共形場理論であり、例えば 2 次元イジング模型はその代表例である。</p> <p>最近、AdS/CFT 対応の進展によって、強く相互作用した共形場理論の非平衡過程の振る舞いが一般相対論を用いて解析できるようになってきた。AdS/CFT 対応は、強く相互作用し自由度が大きい（ラージ N 極限と呼ばれる）共形場理論は、反ドジッター時空(AdS 時空)における一般相対性理論と等価であるという対応関係である。その結果、そのような共形場理論（ホログラフィックな共形場理論と呼ぶ）はカオス的な性質が非常に顕著であり、さらには最大のカオスの振る舞いをすることが Maldacena-Stanford-Shenker によって見出された。具体的にはカオス性の指標である、リャプノフ指数が、AdS/CFT 対応で予言される値が最大となるという証明が与えられた。このような理論は相互作用が強いために場の理論的な手法では厳密に解くことができず、AdS/CFT 対応による古典重力理論による記述が有効である。</p> <p>本博士論文では、逆に厳密に解くことができる共形場理論に着目して、具体的にカオス性を表す量 2 種類を具体的に厳密に計算した。その 2 種類の量とは、(i) OT0 相関関数と(ii)励起状態のレンニ・エントロピーである。</p> <p>まず、(i)OT0 相関関数とは、通常的时间順序積とは異なる配列に演算子を並べた 4 点関数を意味し、演算子の非可換性がどのように時間発展するのか調べる量である。初期状態で、1 となっており、時間が経過し局所的な励起が空間的に広がり、非可換性が大きくなるにつれ（スクランブルする、と呼ばれる）、値が 0 に近づく。この初期の非可換性の増大からリャプノフ指数が定義できる。逆に自由場理論のように、相互作用が全くない場合は、OT0 相関関数は時間によらず 1 のままである。</p> <p>本博士論文では、2 次元有理型共形場理論に対して、OT0 相関関数を計算し、十分時間が経過した場合の値を厳密に計算された。具体的には、4 点関数は本質的に Cross Ratio と呼ばれる座標の共形不変な比のみに依存することを利用し、その Cross Ratio が時間発展で正則座標のみにモノドロミーを受けることに着目すると一般的に計算を行うことができる。その結果、モジュラー S 行列の比のみで結果を普遍的な形で表すことに成功した。これによって、一般の 2 次元有理型共形場理論は OT0 相関関数は、0 や 1 とは異なる一定値に近づくことが明らかとなった。この振る舞いは古典重力の AdS/CFT 対応で予言されるものと大きくことなり、また自由場理論とも一般には異なることから両者の中間的な振る舞いを示すことが明らかになった。さらに局所化を正規化しているパラメーターをゼロにとることができ、リャプノフ指数がゼロであるとみなすことができる。従ってカオス性は存在しないと結論付けられる。元の理論が厳密に解ける（可解）であることから自然な結果と言える。また計算された OT0 相関関数が 3 次元チャーン・サイモンズ理論との対応を用いると、結びの普遍量に比例する美しい関係式として表されるという興味深い結果も得ている。</p>			

一方、(ii) 励起状態のレンニ・エントロピーとは局所的な励起状態を考えた場合に、空間の半分を観測できないと仮定（トレースアウト）した場合のエンタングルメント・エントロピーやその拡張に相当するレンニ・エントロピーの計算である。局所的な励起によって EPR 対のようなエンタングルした対が生成して、それぞれ逆方向に光速で伝播し、両者のエンタングルメントをエントロピーとして検知する。自由場理論で計算すると、光速の伝播時間に相当する時刻から有限値だけエントロピーが増加する。具体的にはレプリカ法を用いて、元の理論の  $n$  個分のコピー（レプリカ）を考え、それをトレースアウトする空間領域に沿って張り合わせる。局所励起が  $m$  個ある場合は、 $2mn$  点関数を計算することで  $(n$  次) レンニ・エントロピーが計算できる。特に  $n=1$  と置くとエンタングルメント・エントロピーが得られる。まず、本博士論文ではプライマリー場による局所励起を 1 つ ( $m=1$ ) 入れて、レンニ・エントロピーの計算を行った。その結果、プライマリー場の量子次元と呼ばれる量の対数だけレンニ・エントロピーが増加することが見出された。この結果は任意のレプリカ数  $n$  に対して成立する。一方、AdS/CFT 対応を用いて計算すると、エンタングルメント・エントロピーは、時間の対数に比例する形で単調増加し、一定値には近づかない。このように、厳密に解くことができる有理型共形場理論と、ホログラフィックな共形場理論では振る舞いが大きく異なり、前者ではカオス性が見えないという結論を得ることができる。

さらに本博士論文では最後にプライマリー場による局所励起が 2 つ ( $m=2$ ) の場合を考え、それらの散乱がレンニ・エントロピーに及ぶ影響を調べた。その結果として、レンニ・エントロピーはそれぞれのプライマリー場の量子次元の対数の和だけ増加することが分かり、シンプルな和則が成り立ち、散乱の効果は見えないことが示された。このように OT0 相関関数とレンニ・エントロピーは、どちらもカオス性の有無を判定できるが、2 つの励起間の散乱の効果は前者のみで検知できることが明らかとなった。

(続紙 2 )

(論文審査の結果の要旨)

本博士論文は、沼澤氏の3本の主論文に基づいている。そのうち一編は沼澤氏の単著論文である。また、この3本の論文の他に沼澤氏は10本の論文をこれまでに雑誌に出版している。博士論文では、2次元有理型共形場理論の励起状態のダイナミクスを、OT0相関関数とレンニ・エントロピーの2種類の量を用いて解析して複数の重要な結果を得ている。このように2次元有理型共形場理論に対して、時間に依存するダイナミクスを解析した論文はこれまでになく、最近のAdS/CFT対応の発展で培われたアイデアを、それとはまったく違った性質を持つ共形場理論に適用するというオリジナリティーを十分に有する研究業績である。有理型共形場理論は相関関数などを厳密に計算することができるが、その利点をうまく生かして、一般的な形で解析的結果を得ることに成功している。またAdS/CFT対応の解析結果とは逆に、可積分性の存在を大きく示唆する結果を得ており、両者の対比という意味でも大変興味深い結果といえる。

特にOT0相関関数がモジュラーS行列の比として表されるという大変美しい一般的な公式を得ており、結び目の位相不変量とも深く関わり、数理物理学的にも興味深い結果といえる。また局所的な励起によってレンニ・エントロピーが量子次元の対数だけ増加するという公式も得られており、量子次元のエントロピー的解釈を与えたことになり、物理的に大いに意義のある成果と言える。

よって、本論文は博士(理学)の学位論文として価値あるものと認める。また、平成29年1月17日、論文内容とそれに関連した事項について試問を行った結果、合格と認めた。

要旨公表可能日：平成29年 1月 20日以降