





Instituto de Física Teórica
Universidade Estadual Paulista

84

TESE DE DOUTORAMENTO

IFT-T.003/95

**Fermions Exóticos, Novas Dinâmicas de Sabor e o
Problema das Famílias**

Felice Pisano

Orientador

Prof. Dr. Vicente Pleitez

Maio 1995



Universidade Estadual Paulista

Instituto de Física Teórica

Fermions Exóticos, Novas Dinâmicas de Sabor e o Problema das Famílias

Felice Pisano

Orientador: Prof. Vicente Pleitez

Tese de Doutorado

São Paulo, maio 1995

Resumo

Uma classe de extensões de gauge quirais do Modelo Standard com simetrias $SU(3)_C \times SU(m)_L \times U(1)_N$, $m = 3, 4$ é investigada. Embora estes modelos coincidam com o Modelo Standard a baixas energias, prevêm novas dinâmicas de sabor através de novos bosons de gauge da interação fraca e novos fermions. Dentro da mesma simetria de gauge os modelos diferem entre si pelo conteúdo de representação. Estudamos a dinâmica eletrofraca de cada modelo incluindo o mecanismo de Glashow-Iliopoulos-Maiani no setor de gauge e as correntes neutras que mudam sabor (FCNC) acopladas aos novos bosons de gauge. Física nova é prevista na escala de até 3 TeV. Demonstra-se como nesta classe de modelos emerge uma solução para o problema das famílias de fermions.

Palavras chave: Extensões de gauge, Dinâmicas de sabor, Simetrias de sabor, Famílias de fermions

Áreas de Conhecimento: 1.05.03.00-5, 1.05.03.01-3, 1.05.03.02-1

Índice

1. Introdução 3

2. Modelos 331

Abstract

We consider a class of chiral gauge extensions of the standard model with $SU(3)_C \times SU(m)_L \times U(1)_N$, $m = 3, 4$ gauge symmetries. Although at low energies these models coincide with the standard model they provide new flavor dynamics through new gauge bosons as well as new fermions. These models differ one from the other by the representation content, although they have the same gauge symmetry. We investigate the electroweak dynamics of each particular model including the Glashow-Iliopoulos-Maiani (GIM) mechanism and the flavor changing neutral currents (FCNC) coupled with the new neutral gauge bosons. New physics is predicted at an energy scale around or below 3 TeV. We also show that there is an interesting way for solving the flavor question within the framework of these models.

Key words: Gauge extensions, Flavor dynamics, Flavor symmetries, Fermion families

PACS numbers:

11.30.Hv - Flavor symmetries

12.10.Dm - Unified theories and models of strong and electroweak interactions

12.60.Cn - Extensions of electroweak gauge sector

12.60.Fr - Extensions of electroweak Higgs sector

Índice

1. Introdução	5
2. Modelos 331	14
2.1. Modelo I	14
2.1.a Fermions	15
2.1.b Setor Escalar e Acoplamentos de Yukawa	16
2.1.c Bosons de Gauge	20
2.1.d QFD do Modelo I	24
2.2 Modelo II	29
2.2.a Fermions	29
2.2.b Setor Escalar e Acoplamentos de Yukawa	30
2.2.c Bosons de Gauge	32
2.2.d QFD do Modelo II	34
2.3 Outras Possibilidades 331	37
3. O Modelo 341	52
3.1 Fermions	53
3.2 Setor Escalar e Acoplamentos de Yukawa	54

1. Introdução

3.3 Bosons de Gauge	55
3.4 QFD do Modelo 341	58
4. O Problema das Famílias	63
4.1 Anomalias de Gauge	64
4.2 Anomalias e as Famílias no Modelo Standard	67
4.3 O Problema das Famílias em 331 e 341	71
5. Conclusões	83
- Referências	88

1. Introdução

Is the weak interaction God's mistake? [1]

O progresso espetacular ocorrido durante as duas últimas décadas na compreensão da estrutura fundamental da matéria é o reflexo do tremendo sucesso do Modelo Standard das partículas elementares. A consolidação de uma teoria de campos renormalizável que descreve todas as interações não gravitacionais é devida não apenas a impossibilidade de encontrar (até agora) qualquer deficiência experimental da teoria mas também a sua capacidade de descrever e prever corretamente toda a fenomenologia operando em escalas de até 10^{-16} cm (1/1000 do raio típico do núcleo atômico). Todas as medidas de precisão do setor eletrofraco confirmam as previsões do Modelo Standard a níveis de 0.5% [2][3] e não existem evidências estabelecidas e confiáveis que efetivamente sugiram em que direção e como pode aparecer algum indício de Física nova.

O Modelo Standard é uma teoria de campos (na verdade, um conjunto de teorias) com a simetria de gauge

$$G_{321} \equiv SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y \quad (1)$$

que oferece consistentemente as dinâmicas da carga elétrica (QED), das cargas de cor (QCD) e do sabor (QFD). As interações de gauge correspondentes a estes setores podem ser resumidas do seguinte modo:

- QED (interação eletromagnética):

com simetria abeliana não quebrada $U(1)_Q$ de carga elétrica. A QED é uma teoria não quirial; as componentes quirais de mão esquerda (LH) e de mão direita (RH) dos fermions (eletricamente carregados) sentem a mesma interação eletromagnética,

$$\mathcal{L}[U(1)_Q] = e j_\mu^Q(x) A^\mu(x)$$

caracterizada por uma constante (de estrutura fina) de acoplamento de gauge

$$\alpha_e = \frac{e^2}{4\pi},$$

uma corrente j_μ^Q para cada fermion de carga Q e um campo de gauge A_μ (foton neutro não massivo).

- QCD (interação forte):

com a simetria de cor não abeliana não quebrada $SU(3)_C$ e não quirial. Todos os fermions dotados de cor (quarks), qualquer que seja seu estado de quiralidade, sentem os efeitos da interação forte,

$$\mathcal{L}[SU(3)_C] \sim g_S j_\mu^a(x) G_a^\mu(x), \quad a = 1, \dots, 8$$

caracterizada pela constante de acoplamento

$$\alpha_S = \frac{g_S^2}{4\pi},$$

oito correntes vetoriais, j_μ^a , formadas por quarks e $3^2 - 1 = 8$ campos de gauge G_a^μ não massivos (gluons).

- QFD (interação fraca):

afeta todos os fermions mas, ao contrário da QED e da QCD, distingue fermions de diferentes quiralidades. Opera em dois setores do grupo de simetria,

1. QFD[$U(1)_Y$]:

com a simetria abeliana quebrada $U(1)_Y$ de hipercarga fraca Y definida a partir do operador de carga elétrica (relação tipo Gell-Mann-Nishijima)

$$Q = T_3 + \frac{Y}{2}, \quad T_3 = \frac{1}{2} \text{diag}(+1, -1).$$

As interações

$$\mathcal{L}[U(1)_Y] \sim g_Y j_\mu^Y(x) B^\mu(x)$$

são caracterizadas pela constante de gauge de hipercarga fraca,

$$\alpha_Y = \frac{g_Y^2}{4\pi},$$

uma corrente (de hipercarga fraca) neutra quirial, j_μ^Y , e um campo de gauge B_μ .

2. QFD[$SU(2)_L$]:

com a simetria não abeliana $SU(2)_L$ quebrada. Contém as interações

$$\mathcal{L}[SU(2)_L] \sim g_W j_{\mu L}^i(x) W_i^\mu(x), \quad i = 1, 2, 3$$

com três correntes LH fracas ($V-A$) e $2^2 - 1 = 3$ campos de gauge W_μ^i que se acoplam com intensidade

$$\alpha_W = \frac{g_W^2}{4\pi}.$$

A estrutura $V-A$ das interações fracas com todas as suas consequências (violação da paridade) reside nestes dois setores.

O foton, A_μ , e o boson massivo neutro Z_μ^0 são uma combinação linear ortogonal dos bosons B_μ de $U(1)_Y$ e W_μ^3 de $SU(2)_L$,

$$A_\mu = \cos \theta_W B_\mu + \sin \theta_W W_\mu^3,$$

$$Z_\mu = -\sin \theta_W B_\mu + \cos \theta_W W_\mu^3,$$

onde θ_W é o ângulo de *mixing* eletrofraco

$$\tan \theta_W = \frac{g_Y}{g_W}$$

definido em termos das constantes de acoplamento de gauge $g_W (\equiv g)$ de $SU(2)_L$ e $g_Y (\equiv g')$ de $U(1)_Y$. Experimentalmente [4],

$$\sin^2 \theta_W = 0.2319(5)$$

com uma incerteza de 2200 ppm dentro de 1 desvio padrão no último dígito. O setor eletrofraco do Modelo Standard [5]-[7]

$$G_{21} \equiv SU(2)_L \times U(1)_Y \quad (2)$$

também prevê dois bosons de gauge

$$W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 \mp iW_\mu^2)$$

que induzem as interações fracas de corrente carregada.

Os campos de matéria (leptons e quarks) são especificados pelo conteúdo de representação do modelo com as seguintes propriedades de transformação sob G_{321} ,

$$L_l \equiv \begin{pmatrix} \nu_l \\ l \end{pmatrix}_L \sim (1, 2, -1), \quad l_R \sim (1, 1, -2) \quad (3)$$

para as três famílias de leptons, $l = \{e, \mu, \tau\}$, e

$$\begin{aligned} Q_{aL} &\equiv \begin{pmatrix} U_a^\alpha \\ D_a^\alpha \end{pmatrix}_L \sim (3, 2, +1/3); \\ U_{aR}^\alpha &\sim (3, 1, +4/3), \quad D_{aR}^\alpha \sim (3, 1, -2/3) \end{aligned} \quad (4)$$

para as três famílias de quarks, onde $a = 1, 2, 3$ é o índice de sabor, $\alpha = 1, 2, 3$ é o índice de cor e $U = \{u, c, t\}$, $D = \{d, s, b\}$ denotam os setores de carga $+2/3$ e $-1/3$, respectivamente. As três famílias de quarks e leptons do Modelo Standard não guardam nenhuma relação de parentesco (gerações), realizando-se apenas uma estrutura repetitiva desconexa.

Todos os fermions e bosons, com exceção do foton e três neutrinos, adquirem massa via mecanismo de Higgs. A escala Λ_F (de Fermi) de quebra espontânea da simetria de gauge

$$G_{321} \xrightarrow{\Lambda_F} SU(3)_C \times U(1)_Q$$

é determinada pela relação

$$\Lambda_F \equiv \frac{1}{2^{\frac{1}{4}}} \frac{1}{\sqrt{G_F}} = 246 \text{ GeV} \quad (5)$$

($G_F \approx 1.166 \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$ é a constante de Fermi) na qual três bosons de Goldstone são transformados nas componentes longitudinais dos bosons de gauge da interação fraca que adquirem massas vinculadas segundo

$$M_{Z^0} = \frac{1}{\sqrt{\rho_0} \cos \theta_W} M_{W^\pm}, \quad (6)$$

onde, experimentalmente [4],

$$\rho_0 = 1.0004 \pm 0.0022,$$

que está em excelente acordo com $\rho_0 = 1$ esperado no Modelo Standard. O foton não adquire massa pois se deseja preservar a simetria final $U(1)_Q$ mas os neutrinos

ficam sem massa porque o par de Dirac ($\bar{\nu}_L, \nu_R$) é (intencionalmente) eliminado dos multipletos de campos de matéria e o número leptônico é conservado de modo que os neutrinos do Modelo Standard são fermions de Weyl.

Além da escala de Fermi, Λ_F , existe outra escala relevante no Modelo Standard, $\Lambda_{\text{QCD}} \approx 120 - 350 \text{ MeV}$, característica de uma teoria $SU(3)_C$ confinante que, grosso modo, corresponde à escala de energia onde quarks e gluons formam hadrons como estados ligados.

Não existe nenhuma evidência experimental que oferece qualquer indicação de alguma deficiência do Modelo Standard e, portanto, é natural que a procura de Física nova e sua conexão com o Modelo Standard siga diferentes direções. Uma lista das possibilidades tratadas até agora inclui

1. Extensões de gauge do grupo de simetria G_{321}
2. Modificação do conteúdo de representação, tanto no setor da matéria quanto no setor de Higgs, preservando a simetria de gauge G_{321} [8]
3. Teorias de grande Unificação (GUTs) [9]
4. *Technicolor* [10]
5. Modelos compostos [11]
6. Teorias supersimétricas (SUSY) [12][13]
7. Teorias de Kaluza-Klein [14]
8. *Strings e Superstrings* [15]

As referências indicadas são aquelas nas quais pode ser encontrado um exame crítico de cada possibilidade. Como não se tem a menor idéia de como seria a Física nova há, é claro, a possibilidade de que não haja Física nova alguma, pelo menos alguma acessível até a escala de Planck ($\sim 10^{19} \text{ GeV} \approx 10^{32} \text{ K} \approx 10^{-43} \text{ seg}$). Enfatizemos também que nenhuma destas possibilidades é favorecida sobre as demais do ponto de vista experimental e algumas apresentam problemas teóricos. Em particular, as opções GUT e SUSY tem recebido uma tratamento pronunciadamente diferenciado com uma intensa atividade tanto na formulação de modelos bem como no teste do espaço de parâmetros destas teorias [16]. Esta atitude foi (novamente) criticada recentemente [12] com base nos seguintes argumentos: GUTs podem até

ser bem motivadas experimentalmente, pois simplificam as atribuições de gauge de quarks e leptons, mas são desinteressantes já que envolvem Física nova em escalas de energia impossíveis de serem testadas ($\Lambda_{\text{GUT}} \sim 10^{15}$ GeV, por exemplo)[9]. Por sua vez, SUSY é testável mas não é bem motivada experimentalmente, não explica a existência de quaisquer partículas ou simetrias conhecidas.

Caso aceitemos que não existe nenhum deserto entre a escala de Fermi e a escala de Planck (ou alguma escala GUT), que a Física nova não deve ser radicalmente diferente do Modelo Standard e pode aparecer em escalas de energia não muito afastadas da escala de Fermi, então, restam as possibilidades 1 e 2. Especificamente, a possibilidade 1 (extensões de gauge) permite realizar modelos que explicam alguns elos perdidos do Modelo Standard com a vantagem de prever Física nova em escalas de poucos TeVs.

O estudo de modelos com as simetrias de gauge estendidas

$$G_0 \equiv SU(N_C)_C \times G_W \times U(1)_N \supset G_{321}; \quad G_W \equiv SU(m)_L \quad (7)$$

e suas consequências é essencialmente o tema desta tese, onde consideramos os casos $N_C = m = 3$ (modelos 331) [17]-[21],

$$G_{331} \equiv SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1)_N \quad (8)$$

com diferentes conteúdos de representação e $N_C = 3$ e $m = 4$ (modelos 341) [22][23],

$$G_{341} \equiv SU(3)_C \times SU(4)_L \times U(1)_N. \quad (9)$$

Há uma classe de modelos com as simetrias de gauge G_0 cuja distinção reside no *embedding* do operador de carga elétrica nos geradores neutros de G_W ,

$$Q = \frac{1}{2}(\lambda_L^3 + \xi \lambda_L^8 + \zeta \lambda_L^{15}) + N, \quad (10)$$

onde os parâmetros ξ , ζ definem os diferentes conteúdos de representação, N denota cargas de $U(1)_N$ e $\frac{1}{2}\lambda_L^i$, $i = 3, 8, 15$ são os geradores neutros de $SU(m)_L$, $m \leq 4$. Para $\zeta = 0$ e $N_C = 3$ recai-se na classe de modelos com a simetria de gauge G_{331} e quando $N_C = 3$, $\xi = \zeta = 0$ e $N = Y/2$ recupera-se automaticamente o Modelo Standard. Considerando os leptons leves como as partículas que determinam as novas simetrias aproximadas e se cada família de quarks e leptons é tratada separadamente, o caso $m = 4$ (para $N_C = 3$) constitui o grupo de simetria

mais alto a ser considerado no setor eletrofraco. Este aspecto limitante elimina possibilidades como $SU(3)_C \times SU(m)_L \times U(1)_N$ com $m > 4$.

Algumas questões que motivam a investigação desta classe de modelos são

- Problema de Kayser [24] no qual processos com estados de dupla carga elétrica como $e^-e^- \rightarrow W^-V^-$, mesmo induzidos por correntes RH acopladas ao campo vetorial V^- , implicam violação de unitariedade a altas energias. Usualmente, argumenta-se que, caso correntes RH façam parte de uma teoria de gauge, então alguns neutrinos devem ser necessariamente massivos a fim de restaurar unitariedade [25]. Todavia, uma alternativa para resolver o problema consiste em introduzir bosons de gauge com dupla carga elétrica, como ocorre em alguns modelos com a simetria de gauge G_0 que, como no caso do processo standard $\nu\bar{\nu} \rightarrow W^+W^-$, jogam um papel análogo ao do polo Z^0 [26], restaurando assim o bom comportamento da amplitude a altas energias.
- A consistência de uma teoria de gauge (unitariedade e renormalizabilidade) requer o cancelamento das anomalias [Cf. Cap. 4]. Apenas esta exigência é praticamente capaz de fixar as cargas elétricas e outros números quânticos. Este fato abre a possibilidade de resolver o problema da quantização da carga elétrica sem recorrer a GUTs [27].
- Possibilidade de explicar porque o número de famílias N_f de fermions é tal que $N_f > 1$.
- Um fato intrigante do espectro de massa do modelo Standard é que o quark top tem massa $m_t \approx 174$ GeV [28]. Uma massa tão alta sugere um tratamento diferenciado para a terceira família de fermions. De um modo geral (ver em particular a Possibilidade 3 do Cap.2) nos modelos G_0 as famílias não são tratadas todas do mesmo modo. A terceira família pode ser a porta de entrada para Física nova.
- A extensão do grupo eletrofraco de $SU(2)_L \times U(1)_Y$ para $G_W \times U(1)_N$ inclui bosons de gauge adicionais. Por exemplo, num dos modelos 331 (Modelo I do Cap.2) identificam-se dois dubletos de bosons de gauge (U^{--}, V^-) e (U^{++}, V^+) com atribuições de número leptônico $L = +2$ e $L = -2$, respectivamente (dileptons). Estes bosons de gauge surgem também em GUTs

com a simetria de gauge $SU(15)$ [29] mas como neste caso os fermions não são quirais é necessário invocar *mirror fermions* para cancelar as anomalias de gauge. É precisamente esta necessidade que é evitada nos modelos G_0 .

Uma lista das consequências mais salientes dos modelos G_0 é a seguinte:

- Cada família de fermions é anômala e todas as anomalias de gauge são canceladas quando é satisfeita uma relação bem definida entre o número de famílias e o número de cores [30]. Em particular, $N_f/N_C = 3$, emergindo uma solução para o problema das famílias [Cf. Cap.4]
- O ângulo de *mixing* eletrofraco, θ_W , passa a ter um limite superior determinado pelo polo de Landau de cada modelo particular [31]
- Obtenção de uma relação *see-saw* cúbica

$$m(\nu_l) \propto \frac{m^3(l)}{M_W^2}, \quad l = e, \mu, \tau$$

entre as massas dos neutrinos ν_l e dos correspondentes leptons carregados l com implicações no problema dos neutrinos solares e matéria escura quente [32]

- A preservação da simetria não quebrada $U(1)_Q$ de carga elétrica tem uma implicação na massa dos neutrinos. Lembremos que no Modelo Standard os neutrinos são desprovidos de massa as custas da eliminação do par $(\bar{\nu}_L, \nu_R)$ e da simetria global de número leptônico enquanto o foton é não massivo pela exigência da invariância de gauge $U(1)_Q$. Estes dois fatos são completamente desconexos. Nos modelos G_0 estabelece-se um laço entre as massas do foton e dos neutrinos. Especificamente, caso se imponha a invariância residual $U(1)_Q$ e portanto ftons não massivos, então, os neutrinos não podem adquirir massa de Majorana a nível de árvore [33]
- Os acoplamentos de Yukawa dos Modelos I e II (Cap.2) admitem uma simetria de Peccei-Quinn [34] que pode ser estendida para a lagrangeana inteira resultando um axion que pode ser tornado invisível resolvendo de uma maneira muito elegante o problema da violação de CP forte [35]
- Violação espontânea de CP no setor eletrofraco [36]

- Possibilidade de gerar a hierarquia de massa dos quarks [37]
- O duplo decaimento beta sem emissão de neutrinos é proibido num dos modelos 331 graças a simetria $\mathcal{F} = B + L$ (onde L é o número leptônico e B é o número bariônico, veja o Cap.2). Todavia, caso a conservação de \mathcal{F} seja violada explicitamente no potencial de Higgs, existem contribuições que dependem menos da massa do neutrino que em muitas extensões do Modelo Standard [38]
- Possibilidade da quantização da carga elétrica [27]
- Possibilidade de gerar as massas dos leptons via correções radiativas [39]

Incidentalmente, os modelos G_0 oferecem indícios sobre outros fatos do Modelo Standard sob uma nova perspectiva como, por exemplo, FCNCs (*Flavor Changing Neutral Currents*), mecanismo de Glashow-Iliopoulos-Maiani (GIM) [6] e massas dos neutrinos.

O plano da tese é o seguinte: no Cap.2 apresentamos os modelos com a simetria de gauge G_{331} com diversos conteúdos de representação e discutimos as correspondentes dinâmicas eletrofracas. No Cap.3 construímos o modelo com simetria G_{341} e no Cap.4 analisamos como nesta classe de modelos se processa o cancelamento das anomalias de gauge e oferecemos uma explicação para o problema das famílias. Nossas conclusões e algumas considerações fenomenológicas estão no último capítulo.

2. Modelos 331

Neste capítulo discutiremos uma classe de modelos com a simetria de gauge G_{331} (aos quais as vezes nos referimos como modelos 331). Apresentamos detalhadamente dois modelos (Modelos I e II) e discutiremos também quatro possibilidades alternativas. As extensões de gauge 331 originam novos bosons de gauge e novas dinâmicas de sabor (QFD). Os modelos diferem entre si pelos conteúdos de representação fermiônicos, o setor de Higgs e, portanto, as consequentes QFDs que discutiremos com cuidado.

2.1 Modelo I

O Modelo I é caracterizado por um setor leptônico idêntico aquele do Modelo Standard. Atribuímos os campos ν_{l_a} e l_a , de cada família $a = e, \mu, \tau$ a multipletos com as mesmas propriedades de transformação sob G_{331} . Como consequência da imposição do cancelamento das anomalias de gauge o setor de quarks é fixado resultando nos quarks standard com cargas elétricas de $+2/3$ e $-1/3$ e três quarks exóticos, um com carga $+5/3$ e dois com carga $-4/3$.

Definimos o operador de carga elétrica com $\xi = -\sqrt{3}$, $\zeta = 0$,

$$Q = \frac{1}{2}(\lambda_3 - \sqrt{3}\lambda_8) + N \quad (11)$$

com as matrizes de Gell-Mann

$$\lambda_3 = \text{diag}(+1, -1, 0), \quad \lambda_8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{diag}(+1, +1, -2) \quad (12)$$

na representação fundamental $\mathbf{3}$ e

$$\bar{\lambda}_3 = \text{diag}(0, +1, -1), \quad \bar{\lambda}_8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{diag}(+2, -1, -1) \quad (13)$$

na representação conjugada $\mathbf{3}^*$. A dimensão do grupo $SU(3)$ é $3^2 - 1 = 8$ correspondente ao número de geradores $\frac{1}{2}\lambda_a$, $a = 1, \dots, 8$ e o *rank* é $3 - 1 = 2$ que corresponde ao número de geradores (neutros) diagonais. Além disso, as matrizes de Gell-Mann são normalizadas,

$$\text{Tr}(\lambda_a \lambda_b) = 2\delta_{ab}$$

e possuem traço nulo,

$$\text{Tr } \lambda_a = 0.$$

Apenas para referência lembremos que qualquer grupo especial unitário $SU(r+1)$ tem r raízes simples no diagrama de Dynkin, que é igual ao número de representações fundamentais do grupo. Assim, as representações $\mathbf{3}$ e $\mathbf{3}^*$ são as únicas representações fundamentais de $SU(3)$. As subálgebras maximais de $SU(3)$ são [40]

$$\begin{aligned} SU(3) &\supset SU(2) \times U(1) \\ &\supset SU(2). \end{aligned}$$

No operador de carga da Eq. (11) identificamos

$$\frac{Y}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{2}\lambda_8 + N$$

correspondente a hipercarga fraca do operador de carga do Modelo Standard. As cargas N de $U(1)_N$ são sempre proporcionais a matriz identidade.

2.1.a Fermions

Os multipletos de leptons consistem dos campos $l_a = \{e, \mu, \tau\}$, seus conjugados de carga l_a^c e os neutrinos correspondentes ν_{l_a} com as seguintes propriedades de transformação sob o grupo 331

$$\Psi_{aL} = \begin{pmatrix} \nu_{l_a} \\ l_a \\ l_a^c \end{pmatrix}_L \sim (1, 3, 0). \quad (14)$$

Os campos dos multipletos Ψ_{aL} são os únicos graus de liberdade leptônicos independentes; elétrons, positrons, etc. com polarizações *right-handed* (RH) são obtidos a partir dos campos *left-handed* (LH) dos multipletos Ψ_{aL} via operação de conjugação da carga. Os campos conjugados de carga l_a^c são definidos, como é usual, segundo

$$l_a^c = C\bar{l}_a^T = C\gamma^0 l_a^*, \quad (15)$$

onde C é a matriz de conjugação de carga em alguma representação das matrizes de Dirac. Notemos que o campo

$$l_{aL}^c \equiv (l_{aL})^c = \left[\frac{1}{2}(1 - \gamma_5)l_a\right]^c = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)l_a^c = (l_a^c)_R, \quad (16)$$

tem quiralidade RH . Como não introduzimos os singletos RH neutros $\nu_{iR} \sim (1, 1, 0)$, os neutrinos permanecem sem massa, de modo que os neutrinos do Modelo I são os mesmos neutrinos de Weyl do Modelo Standard. Todavia, caso sejam introduzidos os singletos ν_{iR} os neutrinos adquirem massa de Dirac.

Uma família de quarks, tem as atribuições

$$Q_{1L} = \begin{pmatrix} u_1 \\ d_1 \\ J \end{pmatrix}_L \sim (\mathbf{3}, \mathbf{3}, +2/3), \quad (17)$$

para os campos com quiralidade LH e

$$u_{1R} \sim (\mathbf{3}, \mathbf{1}, +2/3); \quad d_{1R} \sim (\mathbf{3}, \mathbf{1}, -1/3); \quad J_R \sim (\mathbf{3}, \mathbf{1}, +5/3), \quad (18)$$

para os campos RH correspondentes, onde J é um quark exótico com carga elétrica $5/3$. A segunda e terceira famílias de quarks LH são atribuídas coletivamente a representação $\mathbf{3}^*$ de $SU(3)_L$,

$$Q_{2L} = \begin{pmatrix} j_1 \\ u_2 \\ d_2 \end{pmatrix}_L \sim (\mathbf{3}, \mathbf{3}^*, -1/3); \quad Q_{3L} = \begin{pmatrix} j_2 \\ u_3 \\ d_3 \end{pmatrix}_L \sim (\mathbf{3}, \mathbf{3}^*, -1/3), \quad (19)$$

com os respectivos campos RH ,

$$j_{1,2R} \sim (\mathbf{3}, \mathbf{1}, -4/3), \quad u_{2,3R} \sim (\mathbf{3}, \mathbf{1}, +2/3), \quad d_{2,3R} \sim (\mathbf{3}, \mathbf{1}, -1/3). \quad (20)$$

Os estados que aparecem nos multipletos de quarks devem ser entendidos como autoestados da simetria de gauge. Os autoestados da massa podem ser obtidos via rotações tipo Cabibbo.

2.1.b Setor Escalar e Acoplamentos de Yukawa

A fim de formar acoplamentos de Yukawa e gerar as massas dos fermions introduzimos um conjunto mínimo de campos escalares que consiste dos multipletos de campos complexos

$$\eta = \begin{pmatrix} \eta^0 \\ \eta_1^- \\ \eta_2^+ \end{pmatrix}; \quad \rho = \begin{pmatrix} \rho^+ \\ \rho^0 \\ \rho^{++} \end{pmatrix}; \quad \chi = \begin{pmatrix} \chi^- \\ \chi^{--} \\ \chi^0 \end{pmatrix} \quad (21)$$

com as propriedades de transformação

$$\eta \sim (1, 3, 0), \quad \rho \sim (1, 3, 1), \quad \chi \sim (1, 3, -1) \quad (22)$$

e

$$(S^{ij}) = \begin{pmatrix} \sigma_1^0 & h_2^+ & h_1^- \\ h_2^+ & H_1^{++} & \sigma_2^0 \\ h_1^- & \sigma_2^0 & H_2^{--} \end{pmatrix} \sim (1, 6_S^*, 0). \quad (23)$$

Estes multipletos geram a seguinte hierarquia de quebra espontânea da simetria G_{331}

$$\begin{array}{c} G_{331} \\ \downarrow \\ SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y \\ \downarrow \\ SU(3)_C \times U(1)_Q \end{array} \quad (24)$$

através dos VEVs $\langle \chi \rangle$, para a primeira etapa, e $\langle \eta \rangle$, $\langle \rho \rangle$, $\langle S \rangle$ para a segunda etapa, respectivamente. A possibilidade de se ter essas duas escalas de massa bem diferenciadas deve ser confrontada com a fenomenologia.

Os campos escalares acomodados nos multipletos das Eqs. (21) e (23) podem ser identificados com os campos do setor escalar de alguns modelos propostos na literatura [8]. Em particular, o campo η_2^+ do triplo η é o singlete de Zee [41], o campo da entrada 33 do sexteto é o singlete de Babu [42], o canto esquerdo 2×2 constitui o triplo de Gelmini-Roncadelli [43] e, finalmente, nas entradas 31 e 32 do sexteto vamos encontrar o dubleto de Higgs do Modelo Standard.

As componentes neutras dos multipletos de Higgs desenvolvem os seguintes VEVs

$$\langle \eta^0 \rangle = \begin{pmatrix} v \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \langle \rho^0 \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ u \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \langle \chi^0 \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ w \end{pmatrix}, \quad (25)$$

para os tripletos de $SU(3)_L$ e

$$\langle S \rangle = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{v'}{\sqrt{2}} \\ 0 & \frac{v'}{\sqrt{2}} & 0 \end{pmatrix} \quad (26)$$

para o sexteto.

O termo de massa dos leptons se transforma segundo

$$\overline{(\Psi_{aL})^c} \otimes \Psi_{aL} \sim (1, 3, 0) \otimes (1, 3, 0) = (1, 3^* \oplus 6, 0), \quad (27)$$

de modo que tanto os acoplamentos com o tripleto η quanto com o sexteto S são permitidos pela invariância de gauge. Todavia, os acoplamentos

$$-\mathcal{L}_Y^\eta = \frac{1}{2} \sum_a \sum_b G_{ab} \varepsilon_{ijk} \overline{(\Psi_{aL}^i)^c} \Psi_{bL}^j \eta^k + \text{H.c.}, \quad (28)$$

onde $a, b = 1, 2, 3$ e $i, j, k = 1, 2, 3$ são índices de família e de $SU(3)_L$, respectivamente, não geram massas corretas pois, pelo princípio de Pauli, a matriz G_{ab} deve ser antisimétrica e matrizes 3×3 antisimétricas tem sempre um autovalor nulo e dois autovalores iguais, assim, a nível de árvore, um dos leptons carregados permanece sem massa e os outros dois tem massas degeneradas. Este problema pode ser evitado através de correções radiativas [39] mas, a nível de árvore, é interessante a possibilidade de considerar os acoplamentos com o sexteto simétrico S ,

$$\overline{(\Psi_{aL})^c} \otimes \Psi_{aL} \otimes S \sim (1, 3, 0) \otimes (1, 3, 0) \otimes (1, 6^*, 0) = (1, 1, 0) \oplus \dots \quad (29)$$

que são

$$-\mathcal{L}_Y^S = \frac{1}{2} \sum_a \sum_b G_{ab} \overline{(\psi_{i\alpha L})^c} \psi_{j\beta L} S^{ij} \quad (30)$$

ou, mais explicitamente,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_Y^S = & -\frac{1}{2} \sum_{a,b} G_{ab} [\overline{\nu_{aR}^c} \nu_{bL} \sigma_1^0 + (\overline{l_{aR}^c} l_{bL}^c + \overline{l_{aR} l_{bL}}) \sigma_2^0 + (\overline{\nu_{aR}^c} l_{bL} + \overline{l_{aR}^c} \nu_{bL}) h_2^+ \\ & + (\overline{\nu_{aR}^c} l_{bL}^c + \overline{l_{aR} \nu_{bL}}) h_1^- + \overline{l_{aR}^c} l_{bL} H_1^{++} + \overline{l_{aR} l_{bL}^c} H_2^{--} + \text{H.c.}]. \end{aligned} \quad (31)$$

Caso $\langle \sigma_1^0 \rangle = 0$ todos os neutrinos do modelo permanecem sem massa a nível de árvore mas se $\langle \sigma_1^0 \rangle \neq 0$ adquirem massa de Majorana. Os leptons carregados l_a adquirem massa

$$m_{l_a} = G_a \langle \sigma_2^0 \rangle = G_a \frac{v'}{\sqrt{2}} \quad (32)$$

após a diagonalização da matriz de massa leptônica.

As interações de Yukawa correspondentes aos quarks do setor standard são

$$\begin{aligned}
-\mathcal{L}_Y &= \bar{Q}_{1L} \sum_{\alpha} \left(G_{1\alpha} U'_{\alpha R} \eta + \tilde{G}_{1\alpha} D'_{\alpha R} \rho \right) \\
&+ \sum_i \bar{Q}_{iL} \sum_{\alpha} \left(F_{i\alpha} U'_{\alpha R} \rho^* + \tilde{F}_{i\alpha} D'_{\alpha R} \eta^* \right) + \text{H.c.}, \quad (33)
\end{aligned}$$

onde $i = 2, 3$, $\alpha = 1, 2, 3$ e

$$U'_{\alpha} = \{u_1 = u, u_2 = c, u_3 = t\}, \quad D'_{\alpha} = \{d_1 = d, d_2 = s, d_3 = b\}$$

denotam autoestados da simetria para os quarks do setor standard. Os multipletos na representação conjugada η^* , ρ^* são

$$\eta^* = \begin{pmatrix} \eta_2^- \\ \eta_1^+ \\ \eta^{0*} \end{pmatrix}, \quad \rho^* = \begin{pmatrix} \rho^{--} \\ \rho^{0*} \\ \rho^- \end{pmatrix}, \quad \chi^* = \begin{pmatrix} \chi^{0*} \\ \chi^{++} \\ \chi^+ \end{pmatrix}, \quad (34)$$

e se transformam segundo

$$\eta^* \sim (1, \mathbf{3}^*, 0), \quad \rho^* \sim (1, \mathbf{3}^*, -1), \quad \chi^* \sim (1, \mathbf{3}^*, +1) \quad (35)$$

onde χ^* acopla apenas quarks exóticos a quarks exóticos ou quarks exóticos aos quarks de sabores usuais. Em termos dos autoestados da massa

$$U_{L,R} = (u_{L,R}, c_{L,R}, t_{L,R}) \quad D_{L,R} = (d_{L,R}, s_{L,R}, b_{L,R})$$

a lagrangeana da Eq. (33) é

$$\begin{aligned}
-\mathcal{L}_Y &= \frac{\rho^{0*}}{u} \bar{U}_L \hat{M}^U U_R + \frac{1}{v} \left(\eta^0 - \frac{v}{u} \rho^{0*} \right) \bar{U}_L V_L^U \Delta V_L^{U\dagger} \hat{M}^U U_R \\
&+ \frac{\eta^0}{v} \bar{D}_L \hat{M}^D D_R + \frac{1}{u} \left(\rho^0 - \frac{u}{v} \eta^0 \right) \bar{D}_L V_L^D \Delta V_L^{D\dagger} \hat{M}^D D_R \\
&+ \frac{\eta_1^+}{u} \bar{U}_L V_{CKM}^\dagger \hat{M}^D D_R + \frac{\rho^-}{u} \bar{D}_L V_{CKM} \hat{M}^U U_R \\
&+ \left(\frac{\rho^+}{u} - \frac{\eta_1^+}{v} \right) \bar{U}_L V_L^U \Delta V_L^{D\dagger} \hat{M}^D D_R \\
&+ \left(\frac{\eta_1^-}{v} - \frac{\rho^-}{u} \right) \bar{D}_L V_L^D \Delta V_L^{U\dagger} \hat{M}^U U_R + \text{H.c.}, \quad (36)
\end{aligned}$$

onde

$$\begin{aligned}\hat{M}^U &= \text{diag}(m_u, m_c, m_t), \\ \hat{M}^D &= \text{diag}(m_d, m_s, m_b), \\ \Delta &= \text{diag}(1, 0, 0)\end{aligned}\quad (37)$$

e $V_L^{U,D}$ são matrizes arbitrárias que satisfazem a relação

$$V_L^{U\dagger} V_L^D = V_{\text{CKM}}, \quad (38)$$

na qual V_{CKM} é a matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa [7].

2.1.c Bosons de Gauge

Os bosons de gauge dos modelos 331 consistem de um octeto de gluons de $SU(3)_C$ e, no setor eletrofraco, de um octeto de campos de Yang-Mills, W_μ^a , $a = 1, 2, \dots, 8$ associados aos $3^2 - 1 = 8$ geradores de $SU(3)$ de sabor e um singlete B_μ associado ao grupo abeliano $U(1)$. Em particular, identificaremos o foton de massa nula, realizando-se o padrão de quebra de simetria da Eq. (24) que resulta na simetria residual $U(1)_Q$ exata. Dos outros oito bosons do setor eletrofraco recuperaremos os três bosons massivos W_μ^\pm e Z_μ^0 na mesma escala de massa. Os cinco bosons vetoriais restantes estão numa escala de massa superior e consistem de um par carregado, V_μ^\pm , um par duplamente carregado, $U_\mu^{\pm\pm}$, e um boson neutro, Z_μ^0 .

Partindo com o octeto W_μ^a e as matrizes de Gell-Mann, λ^a , formamos o produto

$$W_\mu^a \frac{\lambda^a}{2} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} W_\mu^3 + \frac{1}{\sqrt{3}} W_\mu^8 & W_\mu^1 - iW_\mu^2 & W_\mu^4 - iW_\mu^5 \\ W_\mu^1 + iW_\mu^2 & -W_\mu^3 + \frac{1}{\sqrt{3}} W_\mu^8 & W_\mu^6 - iW_\mu^7 \\ W_\mu^4 + iW_\mu^5 & W_\mu^6 + iW_\mu^7 & -\frac{2}{\sqrt{3}} W_\mu^8 \end{pmatrix} \quad (39)$$

e identificamos os estados físicos dos bosons de gauge carregados

$$\begin{aligned}W_\mu^\pm &= -\frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 \mp iW_\mu^2) \\ V_\mu^\pm &= -\frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^4 \pm iW_\mu^5) \\ U_\mu^{\pm\pm} &= -\frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^6 \pm iW_\mu^7).\end{aligned}\quad (40)$$

De passagem, observemos que a matriz formada na Eq. (39) possui as propriedades de ter traço nulo e de ser autoadjunta.

Denominando coletivamente por $\varphi = \eta, \rho, \chi$ os tripletos de campos de Higgs, as derivadas covariantes de gauge são

$$\mathcal{D}_\mu \varphi_i = \partial_\mu \varphi_i - ig(\vec{W}_\mu \cdot \frac{\vec{\lambda}}{2})_i^j \varphi_j - ig' N_\varphi \varphi_i B_\mu, \quad (41)$$

onde $N_\varphi = -1, 0, +1$ são cargas de $U(1)_N$ correspondentes ao φ -ésimo tripleto de campos escalares e g, g' são constantes de acoplamento de gauge referentes aos grupos $SU(3)$ e $U(1)$, respectivamente. A fim de obter as matrizes de massa dos bosons de gauge bastará tomar a parte da lagrangeana que envolve as derivadas covariantes dos tripletos φ e do sexteto S ,

$$\mathcal{L}_{\varphi, S} = \sum_\varphi (\mathcal{D}_\mu \varphi)^\dagger (\mathcal{D}^\mu \varphi) + (\mathcal{D}_\mu S_{ij})^\dagger (\mathcal{D}^\mu S^{ij}), \quad (42)$$

onde

$$\mathcal{D}_\mu S_{ij} = \partial_\mu S_{ij} - ig \left[(\vec{W}_\mu \cdot \frac{\vec{\lambda}}{2})_i^k S_{kj} + (\vec{W}_\mu \cdot \frac{\vec{\lambda}}{2})_j^k S_{ki} \right] \quad (43)$$

é a derivada covariante do sexteto [44]. Com a quebra espontânea da simetria de gauge G_{331} resulta a matriz de massa automaticamente diagonal

$$\begin{aligned} M_W^2 &= \frac{1}{2} g^2 (v^2 + u^2 + v'^2) \\ M_V^2 &= \frac{1}{2} g^2 (v^2 + v'^2 + w^2) \\ M_U^2 &= \frac{1}{2} g^2 (u^2 + v'^2 + w^2). \end{aligned} \quad (44)$$

para os bosons de gauge carregados. Para manter consistência com a fenomenologia de baixa energia estabelecemos

$$v'^2 + v^2 + u^2 \approx (v^{\text{MS}})^2 \ll w^2, \quad (45)$$

onde v^{MS} é o VEV que caracteriza a escala de Fermi no Modelo Standard.

Na base $\{W_\mu^3, W_\mu^8, B_\mu\}$ a matriz de massa para os bosons de gauge neutros é

$$M^2 = \frac{g^2}{2} \begin{pmatrix} v^2 + u^2 + v'^2 & \frac{1}{\sqrt{3}}(v^2 - u^2 + v'^2) & -2tu^2 \\ \frac{1}{\sqrt{3}}(v^2 - u^2 + v'^2) & \frac{1}{3}(v^2 + u^2 + 4w^2 + v'^2) & \frac{2}{\sqrt{3}}t(u^2 + 2w^2) \\ -2tu^2 & \frac{2}{\sqrt{3}}t(u^2 + 2w^2) & 4t^2(u^2 + w^2) \end{pmatrix} \quad (46)$$

onde parametrizamos

$$t \equiv \tan \theta = \frac{g'}{g}. \quad (47)$$

Vamos estudar a matriz de massa nas condições

$$v = u = v' \equiv v_1 \neq w \equiv v_2, \quad v_1 \sim v^{\text{MS}} \quad (48)$$

que, em termos do parâmetro

$$A \equiv \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^2$$

fica

$$M^2 = \frac{1}{2} g^2 v_2^2 \begin{pmatrix} 3A & \frac{1}{\sqrt{3}}A & -2tA \\ \frac{1}{\sqrt{3}}A & \frac{1}{3}(3A+4) & \frac{2}{\sqrt{3}}t(A+2) \\ -2tA & \frac{2}{\sqrt{3}}(A+2) & 4t^2(A+1) \end{pmatrix}. \quad (49)$$

Esta é uma matriz singular e seus autovalores, no limite $A \rightarrow 0$, são

$$\begin{aligned} M_\gamma &= 0, \\ M_Z^2 &\approx \frac{3}{2} g^2 \frac{1+4t^2}{1+3t^2} v_1^2, \\ M_{Z'}^2 &\approx \frac{2}{3} g^2 (1+3t^2) v_2^2 \end{aligned} \quad (50)$$

de modo que o modelo prevê

$$\frac{M_Z^2}{M_{Z'}^2} = \frac{1+4t^2}{1+3t^2}. \quad (51)$$

Por outro lado, no Modelo Standard

$$\frac{M_Z^2}{M_W^2} = \frac{1}{1 - \sin^2 \theta_W} \quad (52)$$

e assim, comparando as Eqs. (51) e (52) obtemos

$$t^2 = \frac{\sin^2 \theta_W}{(1 - 4 \sin^2 \theta_W)}, \quad (53)$$

que implica

$$\sin^2 \theta_W < \frac{1}{4} \quad (54)$$

de modo que a teoria tem um polo de Landau em $\sin^2 \theta_W = 1/4$. Este vínculo no ângulo de Weinberg é uma forte previsão do modelo. Em termos de θ_W as massas dadas nas Eqs. (50) são

$$M_Z^2 \approx \frac{3}{2} g^2 \frac{1}{\cos^2 \theta_W} v_1^2, \quad M_{Z'}^2 \approx \frac{2}{3} g^2 \frac{\cos^2 \theta_W}{1 - 4 \sin^2 \theta_W} v_2^2. \quad (55)$$

Usando a relação

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{g^2}{8 M_W^2},$$

onde G_F é a constante de Fermi, a massa do boson Z' fica

$$M_{Z'}^2 \approx \frac{16}{3\sqrt{2}} M_W^2 G_F (1 + 3t^2) v_2^2. \quad (56)$$

Os estados físicos que diagonalizam a matriz de massa da Eq. (49) consistem do foton,

$$A_\mu = \sin \theta_W (W_\mu^3 - \sqrt{3} W_\mu^8) + (1 - 4 \sin^2 \theta_W)^{\frac{1}{2}} B_\mu, \quad (57)$$

e dos bosons massivos

$$\begin{aligned} Z_\mu &\approx \cos \theta_W W_\mu^3 + \sqrt{3} \tan \theta_W \sin \theta_W W_\mu^8 - \tan \theta_W (1 - 4 \sin^2 \theta_W)^{\frac{1}{2}} B_\mu \\ Z'_\mu &\approx \frac{1}{\cos \theta_W} \left[(1 - 4 \sin^2 \theta_W)^{\frac{1}{2}} W_\mu^8 + \sqrt{3} \sin \theta_W B_\mu \right]. \end{aligned} \quad (58)$$

obtidos no limite $A \rightarrow 0$. Pode ser verificado facilmente que estes estados estão devidamente ortonormalizados,

$$\begin{aligned} \langle A_\mu | A_\mu \rangle &= \langle Z_\mu | Z_\mu \rangle = \langle Z'_\mu | Z'_\mu \rangle = 1, \\ \langle A_\mu | Z_\mu \rangle &= \langle A_\mu | Z'_\mu \rangle = \langle Z_\mu | Z'_\mu \rangle = 0. \end{aligned}$$

Analogamente ao que ocorre no Modelo Standard onde a simetria $U(1)_Q$ é gerada pela combinação linear da terceira componente de isospin fraco, $T_3 = \frac{1}{2} \text{diag}(1, -1)$, e da hipercarga fraca, Y , aqui a simetria de carga é gerada pela combinação linear dos geradores diagonais λ^a , $a = 3, 8$ e N da simetria original $SU(3) \times U(1)_N$ do setor eletrofraco; o único boson de gauge que permanece sem massa é o foton e os demais são campos de Proca das interações fracas.

No setor de gauge,

$$W^+ W^- \mathcal{N}, \quad V^+ V^- \mathcal{N}, \quad U^{++} U^{--} \mathcal{N}, \quad W^+ V^+ U^{--},$$

onde \mathcal{N} representa qualquer boson de gauge neutro da teoria (A_μ , Z_μ^0 ou Z'_μ), são as únicas interações trilineares permitidas.

2.1.d QFD do Modelo I

Denominando por L (R) qualquer tripleto (singlete) de campos quirais de matéria, as interações entre fermions e bosons de gauge são dadas pela lagrangeana

$$\mathcal{L}_F = \bar{R}i\gamma^\mu(\partial_\mu + ig'B_\mu N_R)R + \bar{L}i\gamma^\mu(\partial_\mu + ig'B_\mu N_L + \frac{ig}{2}\vec{\lambda} \cdot \vec{W}_\mu)L. \quad (59)$$

Consideremos primeiro o setor dos leptons.

- Leptons:

Para os leptons, $N_L = 0$ e, neste caso, a lagrangeana da Eq. (59) se reduz a

$$\mathcal{L}_l = \bar{L}i\gamma^\mu(\partial_\mu + \frac{ig}{2}\vec{\lambda} \cdot \vec{W}_\mu)L \quad (60)$$

que contém os termos cinéticos

$$\mathcal{L}_{l,\nu}^{\text{cin}} = \sum_l (\bar{l}_L i\gamma^\mu \partial_\mu l_L + \bar{l}_L^c i\gamma^\mu \partial_\mu l_L^c + \bar{\nu}_{lL} i\gamma^\mu \partial_\mu \nu_{lL}), \quad (61)$$

e os termos de interação via corrente carregada que decorrem dos elementos não diagonais da matriz $\vec{W}_\mu \cdot \vec{\lambda}$,

$$\mathcal{L}_l^{CC} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \sum_l (\bar{\nu}_{lL} \gamma^\mu l_L W_\mu^+ + \bar{l}_L^c \gamma^\mu \nu_{lL} V_\mu^+ + \bar{l}_L^c \gamma^\mu l_L U_\mu^{++} + \text{H.c.}), \quad (62)$$

Sendo $\bar{l}_L^c \gamma^\mu \nu_{lL} = -\bar{\nu}_{lR}^c \gamma^\mu l_R$ a corrente acoplada ao boson V^+ é vista pelos leptons negativos como uma corrente RH . Este é um fenômeno novo deste modelo quiral LH que tem correntes RH .

Os elementos diagonais da matriz $\vec{W}_\mu \cdot \vec{\lambda}$ fornecem as interações eletromagnéticas

$$\mathcal{L}_l^{em} = -e\bar{l}\gamma^\mu l A_\mu \quad (63)$$

e de corrente neutra fraca, onde identificamos a carga elétrica elementar segundo

$$e = g \sin \theta_W = g' (1 - 4 \sin^2 \theta_W)^{\frac{1}{2}} \quad (64)$$

Para qualquer fermion ψ vamos parametrizar as interações de corrente neutra com um dado boson massivo $\mathcal{N}_\mu = Z_\mu, Z'_\mu$ segundo

$$\mathcal{L}_\psi^{NC} = -\frac{g}{2 \cos \theta_W} [\bar{\psi}_L \gamma^\mu L_\psi \psi_L + \bar{\psi}_R \gamma^\mu R_\psi \psi_R] \mathcal{N}_\mu, \quad (65)$$

ou

$$\mathcal{L}_\psi^{NC} = -\frac{g}{2 \cos \theta_W} \bar{\psi} \gamma^\mu (V_\psi - A_\psi \gamma_5) \psi \mathcal{N}_\mu \quad (66)$$

com

$$V_\psi = \frac{1}{2}(L_\psi + R_\psi) \quad (67)$$

e

$$A_\psi = \frac{1}{2}(L_\psi - R_\psi). \quad (68)$$

Nos acoplamentos com o boson vetorial Z^0 obtemos

$$L_{\nu_l} = 1, \quad R_{\nu_l} = 0; \quad V_{\nu_l} = A_{\nu_l} = \frac{1}{2}, \quad (69)$$

para os neutrinos e

$$\begin{aligned} L_l &= -1 + 2 \sin^2 \theta_W, & R_l &= 2 \sin^2 \theta_W; \\ V_l &= -\frac{1}{2} + 2 \sin^2 \theta_W, & A_l &= -\frac{1}{2} \end{aligned} \quad (70)$$

para os leptons carregados que coincidem com os coeficientes do Modelo Standard,

$$V_\psi^{\text{MS}} = T_{3L_\psi} - 2Q_\psi \sin^2 \theta_W, \quad A_\psi^{\text{MS}} = T_{3L_\psi}, \quad (71)$$

onde T_{3L_ψ} representa a atribuição de isospin fraco e Q_ψ a carga elétrica do campo ψ .

Os acoplamentos com o boson Z' são

$$\begin{aligned} L'_{\nu_l} &= -\frac{1}{\sqrt{3}}(1 - 4 \sin^2 \theta_W)^{\frac{1}{2}}, & R'_{\nu_l} &= 0, \\ V'_{\nu_l} &= A'_{\nu_l} = \frac{1}{2} L'_{\nu_l} \end{aligned} \quad (72)$$

para os neutrinos e

$$\begin{aligned} L'_l &= -\frac{1}{2\sqrt{3}}(1 - 4 \sin^2 \theta_W)^{\frac{1}{2}}, & R'_l &= -\frac{2}{\sqrt{3}}(1 - 4 \sin^2 \theta_W)^{\frac{1}{2}}; \\ V'_l &= -\frac{\sqrt{3}}{2}(1 - 4 \sin^2 \theta_W)^{\frac{1}{2}}, & A'_l &= \frac{1}{2\sqrt{3}}(1 - 4 \sin^2 \theta_W)^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (73)$$

para os leptons carregados.

• Quarks:

Os coeficientes de corrente neutra dos acoplamentos com o boson standard Z^0 , ainda no limite $A \rightarrow 0$, para os quarks do setor $U = \{u, c, t\}$ de carga $2/3$ são

$$\begin{aligned} L(U) &= 1 - \frac{4}{3} \sin^2 \theta_W, & R(U) &= -\frac{4}{3} \sin^2 \theta_W; \\ V(U) &= \frac{1}{2} - \frac{4}{3} \sin^2 \theta_W, & A(U) &= \frac{1}{2} \end{aligned} \quad (74)$$

e para os sabores do setor $D = \{d, s, b\}$ de carga $-1/3$

$$\begin{aligned} L(D) &= -1 + \frac{2}{3} \sin^2 \theta_W, & R(D) &= \frac{2}{3} \sin^2 \theta_W; \\ V(D) &= -\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \sin^2 \theta_W, & A(D) &= -\frac{1}{2} \end{aligned} \quad (75)$$

que coincidem com os acoplamentos eletrofracos do Modelo Standard. Para estes quarks opera o mecanismo de Glashow-Iliopoulos-Maiani (GIM) [6] de modo que cada classe de sabores U e D possui os mesmos coeficientes de corrente neutras e, assim, não há manifestação de FCNCs (*Flavor Changing Neutral Currents*). Todavia, os acoplamentos dos quarks usuais com o boson exótico Z' apresentam FCNCs pois cada quark tem o seu proprio coeficiente. Para os sabores U o modelo prevê os seguintes coeficientes

$$\begin{aligned} L'_{u_1} &= -\frac{1}{\sqrt{3}} \frac{1}{(1 - 4 \sin^2 \theta_W)^{\frac{1}{2}}}, \\ L'_{u_i} &= \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{1 - 2 \sin^2 \theta_W}{(1 - 4 \sin^2 \theta_W)^{\frac{1}{2}}}, \\ R'_{u_1} &= R'_{u_i} = -\frac{4}{\sqrt{3}} \frac{\sin^2 \theta_W}{(1 - 4 \sin^2 \theta_W)^{\frac{1}{2}}}; \\ V'_{u_1} &= -\frac{1}{2\sqrt{3}} \frac{1 + 4 \sin^2 \theta_W}{(1 - 4 \sin^2 \theta_W)^{\frac{1}{2}}}, \\ V'_{u_i} &= \frac{1}{2\sqrt{3}} \frac{1 - 6 \sin^2 \theta_W}{(1 - 4 \sin^2 \theta_W)^{\frac{1}{2}}}; \\ A'_{u_1} &= -\frac{1}{2\sqrt{3}} (1 - 4 \sin^2 \theta_W)^{\frac{1}{2}}, \\ A'_{u_i} &= \frac{1}{2\sqrt{3}} \frac{1 - 10 \sin^2 \theta_W}{(1 - 4 \sin^2 \theta_W)^{\frac{1}{2}}}. \end{aligned} \quad (76)$$

e

$$\begin{aligned}
L'_{d_1} &= -\frac{1}{\sqrt{3}}(1 - 4\sin^2\theta_W)^{\frac{1}{2}}, \\
L'_{d_i} &= \frac{1}{\sqrt{3}}\frac{1 - 2\sin^2\theta_W}{(1 - 4\sin^2\theta_W)^{\frac{1}{2}}}, \\
R'_{d_1} &= R'_{d_i} = \frac{2}{\sqrt{3}}\frac{\sin^2\theta_W}{(1 - 4\sin^2\theta_W)^{\frac{1}{2}}}, \\
V'_{d_1} &= -\frac{1}{2\sqrt{3}}\frac{1 - 2\sin^2\theta_W}{(1 - 4\sin^2\theta_W)^{\frac{1}{2}}}, \\
V'_{d_i} &= \frac{1}{2\sqrt{3}}\frac{1 - 2\sin^2\theta_W}{(1 - 4\sin^2\theta_W)^{\frac{1}{2}}}, \\
A'_{d_1} &= -\frac{1}{2\sqrt{3}}\frac{1 + 2\sin^2\theta_W}{(1 - 4\sin^2\theta_W)^{\frac{1}{2}}}, \\
A'_{d_i} &= \frac{1}{2\sqrt{3}}(1 - 4\sin^2\theta_W)^{\frac{1}{2}}, \quad (i = 2, 3) \quad (77)
\end{aligned}$$

para os sabores D . O mecanismo GIM opera nos acoplamentos de corrente neutra dos quarks exóticos J e j_i com cargas $5/3$ e $-4/3$ tanto com o boson Z^0 quanto com o boson exótico Z' . Os respectivos coeficientes são

$$\begin{aligned}
L_J &= -\frac{10}{3}\sin^2\theta_W, & R_J &= -\frac{10}{3}\sin^2\theta_W; \\
V_J &= -\frac{10}{3}\sin^2\theta_W, & A_J &= 0; \\
L_{j_i} &= \frac{8}{3}\sin^2\theta_W, & R_{j_i} &= \frac{8}{3}\frac{\sin^2\theta_W}{\cos^4\theta_W}(1 - 4\sin^2\theta_W); \\
V_{j_i} &= \frac{8}{3}\sin^2\theta_W, & A_{j_i} &= 0 \quad (78)
\end{aligned}$$

para os acoplamentos com Z^0 e

$$\begin{aligned}
L'_J &= \frac{2}{\sqrt{3}}\frac{1 - 6\sin^2\theta_W}{(1 - 4\sin^2\theta_W)^{\frac{1}{2}}}, & R'_J &= -\frac{10}{\sqrt{3}}\frac{\sin^2\theta_W}{(1 - 4\sin^2\theta_W)^{\frac{1}{2}}}; \\
V'_J &= \frac{1}{\sqrt{3}}\frac{1 - 11\sin^2\theta_W}{(1 - 4\sin^2\theta_W)^{\frac{1}{2}}}, & A'_J &= \frac{1}{\sqrt{3}}\frac{\cos^2\theta_W}{(1 - 4\sin^2\theta_W)^{\frac{1}{2}}};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
L'_{j_i} &= \frac{8}{\sqrt{3}} \frac{\sin^2 \theta_W}{(1 - 4 \sin^2 \theta_W)^{\frac{1}{2}}}, & R'_{j_i} &= \frac{8}{\sqrt{3}} \frac{\sin^2 \theta_W}{(1 - 4 \sin^2 \theta_W)^{\frac{1}{2}}}; \\
V'_{j_i} &= -\frac{1}{\sqrt{3}} \frac{1 - 9 \sin^2 \theta_W}{(1 - 4 \sin^2 \theta_W)^{\frac{1}{2}}}, & A'_{j_i} &= -A'_J
\end{aligned} \tag{79}$$

para os acoplamentos com Z' . Esta diversificação de coeficientes dentro do mesmo setor de carga elétrica impede o mecanismo GIM de operar entre quarks usuais acoplados a Z' . Em todo caso, estabelece-se a seguinte relação entre os acoplamentos com Z'

$$\begin{aligned}
L'_{j_1} &= L'_{j_2}, \\
L'_c &= L'_t = L'_s = L'_b = \frac{1}{2} L'_J, \\
R'_c &= R'_t = -2R'_s = -2R'_b \\
&= -\frac{1}{2} R'_{j_1} = -\frac{1}{2} R'_{j_2} = \frac{2}{5} R'_J = R'_u = -2R'_d.
\end{aligned} \tag{80}$$

Notemos também que os quarks J e j_i tem acoplamentos com o boson Z^0 puramente vetoriais.

Ainda uma vez, vamos retomar a lagrangeana geral da Eq. (59) para obter as interações de corrente carregada dos quarks. Como no caso dos leptons, estas interações decorrem dos elementos não diagonais da matriz $\vec{W}_\mu \cdot \vec{\lambda}$ construída na Eq. (39). Com as correntes escritas em termos dos autoestados da simetria de gauge, além das interações mediadas pelos bosons carregados usuais W^\pm ,

$$\mathcal{L}_{q,W}^{CC} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \sum_i \bar{u}_{iL} \gamma^\mu d_{iL} W_\mu^+ + \text{H.c.} \tag{81}$$

decorrem as interações mediadas por V^\pm ,

$$\mathcal{L}_{q,V}^{CC} = -\frac{g}{\sqrt{2}} (\bar{J}_L \gamma^\mu u_L - \sum_i \sum_\alpha \bar{d}_{iL} \gamma^\mu j_{\alpha L}) V_\mu^+ + \text{H.c.} \tag{82}$$

e também pelos bosons duplamente carregados $U^{\pm\pm}$,

$$\mathcal{L}_{q,U}^{CC} = -\frac{g}{\sqrt{2}} (\bar{J}_L \gamma^\mu d_{1L} + \sum_i \sum_\alpha \bar{u}_{iL} \gamma^\mu j_{\alpha L}) U_\mu^{++} + \text{H.c.}, \tag{83}$$

onde $i = 2, 3$ e $\alpha = 1, 2$. Os bosons de gauge V e U acoplam-se a correntes sempre formadas por um quark usual e um quark exótico; não há interações mediadas por estes bosons entre os sabores dos setores de carga $2/3$ e $-1/3$.

2.2 Modelo II

O Modelo II tem um setor de gauge diferente daquele do Modelo I pois agora não existem bosons vetoriais com dupla carga elétrica. Os graus de liberdade leptônicos independentes agora são ν_l^c , ν_l e l para cada família $l = e, \mu, \tau$. Não há quarks com cargas exóticas. Dos nove sabores, quatro tem carga elétrica $+2/3$ e cinco com carga $-1/3$.

Definimos o operador de carga com $\xi = 1/\sqrt{3}$, $\zeta = 0$,

$$Q = \frac{1}{2}(\lambda_3 + \frac{1}{\sqrt{3}}\lambda_8) + N \quad (84)$$

onde identificamos a hipercarga fraca

$$\frac{Y}{2} = \frac{1}{2\sqrt{3}}\lambda_3 + N.$$

O conteúdo de representação completo deste modelo tem a propriedade (análoga ao Modelo I) de que uma família de quarks tem propriedades de transformação diferentes sob G_{331} com relação as demais famílias.

2.2.a Fermions

Três famílias de leptons LH possuem as seguintes atribuições

$$\psi_{iL} = \begin{pmatrix} \nu_i^c \\ \nu_i \\ l^- \end{pmatrix}_L \sim (1, \mathbf{3}^*, -1/3), \quad (85)$$

onde $\nu_i^c = C\bar{\nu}_i^T$. Os leptons carregados RH transformam-se sob G_{331} segundo

$$l_R \sim (1, \mathbf{1}, -1) \quad (86)$$

e todos os graus de liberdade dos neutrinos estão contidos no multiplete da Eq. (85).

Duas famílias de quarks LH tem as mesmas propriedades de transformação,

$$Q_{iL} = \begin{pmatrix} u_i \\ d_i \\ d_i' \end{pmatrix}_L \sim (\mathbf{3}, \mathbf{3}, 0); \quad i = 1, 2 \quad (87)$$

mas diferentes da terceira família,

$$Q_{3L} = \begin{pmatrix} u_4 \\ u_3 \\ d_3 \end{pmatrix}_L \sim (\mathbf{3}, \mathbf{3}^*, +1/3). \quad (88)$$

e os respectivos campos *RH* são todos singletos de $SU(3)_L$,

$$\begin{aligned} u_{iR} &\sim (\mathbf{3}, \mathbf{1}, +2/3), & d_{iR} &\sim (\mathbf{3}, \mathbf{1}, -1/3), & d'_{iR} &\sim (\mathbf{3}, \mathbf{1}, -1/3); \\ u_{4R} &\sim (\mathbf{3}, \mathbf{1}, +2/3), & u_{3R} &\sim (\mathbf{3}, \mathbf{1}, +2/3), & d_{3R} &\sim (\mathbf{3}, \mathbf{1}, -1/3) \end{aligned} \quad (89)$$

Embora a terceira família se transforme como $\mathbf{3}^*$ de $SU(3)_L$ esta escolha no momento é arbitrária pois as três famílias passam a ser bem definidas somente após o processo de quebra da simetria de gauge. Notemos também a inexistência de fermions com cargas exóticas neste modelo.

2.2.b Setor Escalar e Acoplamentos de Yukawa

O setor escalar do modelo é formado pelos seguintes multipletos de Higgs

$$\begin{aligned} \eta &= \begin{pmatrix} \eta^0 \\ \eta_1^- \\ \eta_2^- \end{pmatrix} \sim (\mathbf{1}, \mathbf{3}, -2/3); \\ \rho &= \begin{pmatrix} \rho^+ \\ \rho_1^0 \\ \rho_2^0 \end{pmatrix}, \quad \sigma = \begin{pmatrix} \sigma^+ \\ \sigma_1^0 \\ \sigma_2^0 \end{pmatrix} \sim (\mathbf{1}, \mathbf{3}, +1/3). \end{aligned} \quad (90)$$

com a estrutura de vácuo

$$\langle \eta \rangle = \begin{pmatrix} v \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \langle \rho \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ u \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \langle \sigma \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ w \end{pmatrix} \quad (91)$$

escolhida apropriadamente de modo a evitar efeitos de FCNC. O VEV $\langle \sigma \rangle$ gera massa para os quarks exóticos de carga $2/3$ e $-1/3$ e quebra a simetria G_{331} em G_{321} . O VEV $\langle \rho \rangle$ gera a massa dos três leptons carregados, dois neutrinos de Dirac degenerados e um neutrino necessariamente permanecerá sem massa. Dois quarks tipo *u* e um quark tipo *d* também adquirem massa a partir de $\langle \sigma \rangle$ enquanto $\langle \eta \rangle$

gera a massa dos demais quarks. Os VEVs $\langle \eta \rangle$, $\langle \rho \rangle$ e $\langle \sigma \rangle$ também geram as massas dos bosons de gauge e realizam o padrão de quebra de simetria

$$\begin{aligned} & SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1)_N \\ & \quad \downarrow \langle \sigma \rangle \\ & SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y \\ & \quad \downarrow \langle x \rangle \\ & SU(3)_C \times U(1)_Q. \end{aligned} \quad (92)$$

onde $\langle x \rangle = \langle \eta \rangle, \langle \rho \rangle$. A lagrangeana de Yukawa, em termos dos autoestados da simetria de gauge e omitindo índices de $SU(3)_L$, é (convenção da soma subentendida)

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_Y &= G_{lm} \bar{\psi}_{lL} R_m \eta^* + \bar{Q}_{iL} G_{i\alpha}^u U_{\alpha R} \eta + \bar{Q}_{3L} (G_{3\alpha}^t \rho^* + G_{3\alpha}^{t'} \sigma^*) U_{\alpha R} \\ &+ \bar{Q}_{iL} (G_{i\beta}^d \rho + G_{i\beta}^{d'} \sigma) D_{\beta R} + \bar{Q}_{3L} G_{3\beta}^b D_{\beta R} \eta^* + \text{H.c.}, \end{aligned} \quad (93)$$

onde $i = 1, 2$; $\alpha = 1, 2, 3, 4$; $\beta = 1, 2, 3, 4, 5$; e, coletivamente,

$$U_{1,2,3,4R} = \{u_{1R}, u_{2R}, u_{3R}, u_{4R}\}; \quad D_{1,2,3,4,5R} = \{d_{1R}, d_{2R}, d_{3R}, d_{4R}, d_{5R}\}$$

para os quarks e

$$R_m = \{e_R, \mu_R, \tau_R\}$$

para os leptons carregados. Explicitamente, as interações de Yukawa da Eq. (93) para o setor leptônico são

$$-\mathcal{L}_l^Y = G_l (\bar{\nu}_{lL}^c l_{lR} \eta_1^+ + \bar{\nu}_{lL} l_{lR} \eta_2^+ + \bar{l}_L l_{lR} \eta^{0*} + \text{H.c.}) \quad (94)$$

de modo que os leptons carregados $l = e, \mu, \tau$ adquirem massa quando $\langle \eta^0 \rangle \neq 0$. Os correspondentes termos de massa para os quarks podem ser escritos genericamente como

$$\mathcal{L}_{U,D}^m = -\bar{U}_{\alpha L} M_{\alpha\alpha'}^U U_{\alpha'R} - \bar{D}_{\beta L} M_{\beta\beta'}^D D_{\beta'R} + \text{H.c.}, \quad (95)$$

onde os índices (α, α') e (β, β') correm sobre todos os sabores de cargas $2/3$ e $-1/3$, respectivamente. As matrizes de massa M^U e M^D são, na ordem, matrizes 4×4 e 5×5 que, após a diagonalização, fornecem os autoestados da massa $\{u, c, t, t'\}$ para o setor de carga $2/3$ e $\{d, s, b, d', s'\}$ para o setor de carga $-1/3$. Os sabores com apóstrofe são quarks exóticos.

O potencial de Higgs mais geral com todos os termos consistentes com a invariância de gauge e renormalizabilidade é bastante complicado. Todavia, impondo a simetria discreta

$$\langle \sigma \rangle \rightarrow -\langle \sigma \rangle$$

o potencial mais geral pode ser escrito do seguinte modo

$$\begin{aligned} V(\sigma, \rho, \eta) = & \lambda_1(\sigma^\dagger\sigma - w^2)^2 + \lambda_2(\rho^\dagger\rho - u^2)^2 + \lambda_3(\eta^\dagger\eta - v^2)^2 \\ & + \lambda_4[(\sigma^\dagger\sigma - w^2) + (\rho^\dagger\rho - u^2)]^2 + \lambda_5[(\sigma^\dagger\sigma - w^2) + (\eta^\dagger\eta - v^2)]^2 \\ & + \lambda_6[(\rho^\dagger\rho - u^2) + (\eta^\dagger\eta - v^2)]^2 + \lambda_7(\sigma^\dagger\eta + \eta^\dagger\sigma)^2 \\ & + \lambda_8(\sigma^\dagger\rho)(\rho^\dagger\sigma) + \lambda_9(\sigma^\dagger\eta)(\eta^\dagger\sigma) + \lambda_{10}(\eta^\dagger\rho)(\rho^\dagger\eta), \end{aligned} \quad (96)$$

onde $\lambda_1, \dots, \lambda_{10} \geq 0$. O mínimo deste potencial ocorre quando a estrutura de vácuo da Eq. (91) é realizada.

2.2.c Bosons de Gauge

As matrizes de massa dos bosons de gauge são formadas a partir da lagrangeana que contém os termos cinéticos dos bosons de Higgs [Cf. Eq. (42)] com as derivadas covariantes de gauge dadas pela Eq. (41). Neste caso, ao contrário do Modelo I, não é necessário introduzir o sexteto simétrico de campos escalares. Os gluons associados a $SU(3)_C$ desacoplam das matrizes de massa dos bosons de gauge eletrofracos que consistem de um octeto associado a $SU(3)_L$ e de um singlete de $U(1)_N$. Os bosons de gauge não hermitianos

$$\begin{aligned} W_\mu^\pm &= \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 \mp iW_\mu^2), \\ V_\mu^\pm &= \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^6 \pm iW_\mu^7), \\ X_\mu^0 &= \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^4 - iW_\mu^5) \end{aligned} \quad (97)$$

adquirem as massas

$$\begin{aligned} M_W^2 &= \frac{1}{4}g^2(v^2 + u^2), \\ M_V^2 &= \frac{1}{4}g^2(v^2 + w^2), \\ M_X^2 &= \frac{1}{4}g^2(u^2 + w^2). \end{aligned} \quad (98)$$

enquanto a matriz de massa $2M^2/g^2$ dos bosons de gauge neutros (hermitianos), na base $\{W^3, W^8, B\}$, é

$$\begin{pmatrix} v^2 + u^2 & \frac{1}{\sqrt{3}}(v^2 - u^2) & -\frac{2}{3}t(2v^2 + u^2) \\ \frac{1}{\sqrt{3}}(v^2 - u^2) & \frac{1}{3}(v^2 + u^2 + 4w^2) & -\frac{2}{3\sqrt{3}}t(2v^2 - u^2 + 2w^2) \\ -\frac{2}{3}t(2v^2 + u^2) & -\frac{2}{3\sqrt{3}}t(2v^2 - u^2 + 2w^2) & \frac{4}{9}t^2(4v^2 + u^2 + w^2) \end{pmatrix} \quad (99)$$

onde $t \equiv \tan \theta = g'/g$. Esta matriz é singular com apenas um autovalor nulo que corresponde a massa do foton. Na aproximação

$$v = u \equiv v_1 \ll w \equiv v_2 \quad (100)$$

e definindo o parâmetro adimensional

$$A \equiv \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2 \quad (101)$$

a matriz de massa torna-se

$$M^2 = \frac{1}{2}g^2v_2^2 \begin{pmatrix} 2A & 0 & -2tA \\ 0 & \frac{1}{3}(2A + 4) & -\frac{2}{3\sqrt{3}}t(A + 2) \\ -2tA & -\frac{2}{3\sqrt{3}}t(A + 2) & \frac{4}{9}t^2(5A + 1) \end{pmatrix} \quad (102)$$

que, no limite $A \rightarrow 0$, fornece as massas

$$\begin{aligned} M_\gamma &= 0, \\ M_Z^2 &\approx \frac{1}{4}g^2 \frac{3 + 4t^2}{3 + t^2} (v^2 + u^2), \\ M_{Z'}^2 &\approx \frac{1}{3}g^2 \left(1 + \frac{1}{3}t^2\right) w^2. \end{aligned} \quad (103)$$

O modelo prevê a seguinte razão de massas

$$\frac{M_Z^2}{M_{W'}^2} = \frac{3 + 4t^2}{3 + t^2} \quad (104)$$

e identificando os bosons Z e W com aqueles do Modelo Standard que satisfazem $M_Z^2 \cos^2 \theta_W = M_{W'}^2$ obtemos a relação

$$t^2 = \frac{\sin^2 \theta_W}{1 - \frac{4}{3} \sin^2 \theta_W}, \quad (105)$$

entre o parâmetro t do modelo e $\sin^2 \theta_W$ do Modelo Standard, da qual extraímos o limite superior

$$\sin^2 \theta_W < \frac{3}{4}. \quad (106)$$

Notemos o polo de Landau em $\sin^2 \theta_W = 3/4$. Em termos de θ_W reescrevemos as massas dadas na Eq. (103) como

$$\begin{aligned} M_Z^2 &\approx g^2 \frac{1}{4 \cos^2 \theta_W} (v^2 + u^2), \\ M_{Z'}^2 &\approx g^2 \frac{\cos^2 \theta_W}{(3 - 4 \sin^2 \theta_W)^{\frac{1}{2}}} w^2. \end{aligned} \quad (107)$$

Os estados físicos que diagonalizam a matriz de massa dos bosons de gauge neutros são o foton,

$$A_\mu = \sin \theta_W (W_\mu^3 + \frac{1}{\sqrt{3}} W_\mu^8) + \frac{1}{\sqrt{3}} (3 - 4 \sin^2 \theta_W)^{\frac{1}{2}} B_\mu \quad (108)$$

e os bosons massivos

$$\begin{aligned} Z_\mu &\approx \cos \theta_W W_\mu^3 - \frac{1}{\sqrt{3}} \tan \theta_W [\sin \theta_W W_\mu^8 + (3 - 4 \sin^2 \theta_W)^{\frac{1}{2}} B_\mu], \\ Z'_\mu &\approx \frac{1}{\sqrt{3} \cos \theta_W} [-(3 - 4 \sin^2 \theta_W)^{\frac{1}{2}} W_\mu^8 + \sin \theta_W B_\mu], \end{aligned} \quad (109)$$

obtidos no limite $A \rightarrow 0$ que, como pode ser verificado, formam um conjunto ortonormal.

2.2.d QFD do Modelo II

Para qualquer fermion f é possível obter interações eletromagnéticas

$$Q_f e \bar{f} \gamma^\mu f A_\mu$$

para todo setor de carga elétrica não nula do modelo, $Q_f = -1, 2/3, -1/3$, em unidades $e = g \sin \theta_W$. As interações de corrente carregada e de corrente neutra são obtidas a partir da lagrangeana dada na Eq. (59).

• Leptons:

Os bosons W e V mediam as interações via corrente carregada

$$\mathcal{L}_l^{CC} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \sum_l (\bar{\nu}_{lL} \gamma^\mu l_L W_\mu^+ + \bar{\nu}_{lL}^c \gamma^\mu l_L V_\mu^+ + \text{H.c.}) \quad (110)$$

($l = e, \mu, \tau$) e o boson neutro não hermitiano X^0 permite a ocorrência das interações

$$\mathcal{L}_l^{X^0} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \sum_l (\bar{\nu}_{lL} \gamma^\mu \nu_{lL}^c X_\mu^0 + \text{H.c.}). \quad (111)$$

Caso não seja atribuída carga leptônica aos bosons de gauge as interações com V e X violam a conservação do número leptônico em duas unidades.

Parametrizando as interações de corrente neutra segundo as Eqs. (65) e (66), no limite $A \rightarrow 0$, obtemos os coeficientes

$$\begin{aligned} L_{\nu_l} &= 1, & R_{\nu_l} &= 0; \\ V_{\nu_l} &= A_{\nu_l} = \frac{1}{2} \end{aligned} \quad (112)$$

para os neutrinos e

$$\begin{aligned} L_l &= -1 + 2 \sin^2 \theta_W, & R_l &= 2 \sin^2 \theta_W; \\ V_l &= -\frac{1}{2} + 2 \sin^2 \theta_W, & A_l &= -\frac{1}{2} \end{aligned} \quad (113)$$

para os leptons carregados e os correspondentes acoplamentos leptônicos com o boson Z' são

$$\begin{aligned} L'_{\nu_l} &= \frac{1 - 2 \sin^2 \theta_W}{(3 - 4 \sin^2 \theta_W)^{\frac{1}{2}}}, & R'_{\nu_l} &= \frac{2 \cos^2 \theta_W}{(3 - 4 \sin^2 \theta_W)^{\frac{1}{2}}}; \\ V'_{\nu_l} &= \frac{1}{2} (3 - 4 \sin^2 \theta_W)^{\frac{1}{2}}, & A'_{\nu_l} &= -\frac{1}{2} \frac{1}{(3 - 4 \sin^2 \theta_W)^{\frac{1}{2}}}; \\ L'_l &= \frac{1 - 2 \sin^2 \theta_W}{(3 - 4 \sin^2 \theta_W)^{\frac{1}{2}}}, & R'_l &= -\frac{2}{3} \frac{\sin^2 \theta_W}{(3 - 4 \sin^2 \theta_W)^{\frac{1}{2}}}; \\ V'_l &= \frac{1}{2} \frac{1 - 4 \sin^2 \theta_W}{(3 - 4 \sin^2 \theta_W)^{\frac{1}{2}}}, & A'_l &= \frac{1}{2} \frac{1}{(3 - 4 \sin^2 \theta_W)^{\frac{1}{2}}}. \end{aligned} \quad (114)$$

Os acoplamentos dados nas Eqs. (112) e (113) coincidem com aqueles usuais do Modelo Standard [Cf. Eq. (71)]. Embora neste modelo os neutrinos sejam massivos não há FCNCs a nível de árvore no setor leptônico pois as representações dos leptons tem as mesmas propriedades de transformação sob G_{331} .

• Quarks:

No limite $A \rightarrow 0$ o modelo realiza que

$$\begin{aligned} V_{u_i} &= V_{u_3} = \frac{1}{2} - \frac{4}{3} \sin^2 \theta_W, & A_{u_i} &= A_{u_3} = \frac{1}{2}; \\ V_{d_i} &= V_{d_3} = -\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \sin^2 \theta_W, & A_{d_i} &= A_{d_3} = -\frac{1}{2} \end{aligned} \quad (115)$$

para os acoplamentos com Z^0 de modo que é possível identificar os quarks (autoestados da interação) u_i, u_3, d_i e $d_3, i = 1, 2$ com os estados de carga $2/3$ e $-1/3$ correspondentes ao setor standard.

Todos os quarks exóticos tem acoplamentos puramente vetoriais com o boson Z^0

$$\begin{aligned} L_{d'_i} &= R_{d'_i} = \frac{2}{3} \sin^2 \theta_W; \\ V_{d'_i} &= \frac{2}{3} \sin^2 \theta_W, & A_{d'_i} &= 0; \\ L_{u_4} &= R_{u_4} = -\frac{4}{3} \sin^2 \theta_W; \\ V_{u_4} &= -\frac{4}{3} \sin^2 \theta_W, & A_{u_4} &= 0 \end{aligned} \quad (116)$$

no limite $A \rightarrow 0$. As interações mediadas pelo boson Z' são caracterizadas pelos coeficientes

$$\begin{aligned} L'_{u_i} &= -\frac{1}{3}(3 - 4 \sin^2 \theta_W), & R'_{u_i} &= \frac{4}{3} \frac{\sin^2 \theta_W}{(3 - 4 \sin^2 \theta_W)^{\frac{1}{2}}}; \\ V'_{u_i} &= \frac{1}{6} \frac{3 - 8 \sin^2 \theta_W}{(3 - 4 \sin^2 \theta_W)^{\frac{1}{2}}}, & A'_{u_i} &= -\frac{1}{2} \frac{1}{(3 - 4 \sin^2 \theta_W)^{\frac{1}{2}}}; \\ L'_{d_i} &= -\frac{1}{3}(3 - 4 \sin^2 \theta_W)^{\frac{1}{2}}, & R'_{d_i} &= -\frac{2}{3} \frac{\sin^2 \theta_W}{(3 - 4 \sin^2 \theta_W)^{\frac{1}{2}}}; \\ V'_{d_i} &= -\frac{1}{6} \frac{3 - 2 \sin^2 \theta_W}{(3 - 4 \sin^2 \theta_W)^{\frac{1}{2}}}, & A'_{d_i} &= -\frac{1}{2} \frac{1 - 2 \sin^2 \theta_W}{(3 - 4 \sin^2 \theta_W)^{\frac{1}{2}}}; \\ L'_{u_3} &= \frac{1}{3} \frac{3 - 2 \sin^2 \theta_W}{(3 - 4 \sin^2 \theta_W)^{\frac{1}{2}}}, & R'_{u_3} &= \frac{4}{3} \frac{\sin^2 \theta_W}{(3 - 4 \sin^2 \theta_W)^{\frac{1}{2}}}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V'_{u_3} &= \frac{1}{6} \frac{3 + 2 \sin^2 \theta_W}{(3 - 4 \sin^2 \theta_W)^{\frac{1}{2}}}, & A'_{u_3} &= \frac{1}{2} \frac{1 - 2 \sin^2 \theta_W}{(3 - 4 \sin^2 \theta_W)^{\frac{1}{2}}}; \\
L'_{d_3} &= \frac{1}{3} \frac{3 - 2 \sin^2 \theta_W}{(3 - 4 \sin^2 \theta_W)^{\frac{1}{2}}}, & R'_{d_3} &= -\frac{2}{3} \frac{\sin^2 \theta_W}{(3 - 4 \sin^2 \theta_W)^{\frac{1}{2}}}; \\
V'_{d_3} &= \frac{1}{6} (3 - 4 \sin^2 \theta_W)^{\frac{1}{2}}, & A'_{d_3} &= \frac{1}{2} \frac{\sin^2 \theta_W}{(3 - 4 \sin^2 \theta_W)^{\frac{1}{2}}} \quad (117)
\end{aligned}$$

para os sabores standard e

$$\begin{aligned}
L'_{u_4} &= -\frac{2}{3} \frac{3 - 2 \sin^2 \theta_W}{(3 - 4 \sin^2 \theta_W)^{\frac{1}{2}}}, & R'_{u_4} &= \frac{4}{3} \frac{\sin^2 \theta_W}{(3 - 4 \sin^2 \theta_W)^{\frac{1}{2}}}; \\
V'_{u_4} &= -\frac{1}{3} \frac{3 - 7 \sin^2 \theta_W}{(3 - 4 \sin^2 \theta_W)^{\frac{1}{2}}}, & A'_{u_4} &= -\frac{1}{(3 - 4 \sin^2 \theta_W)^{\frac{1}{2}}}; \\
L'_{d'_i} &= -\frac{1}{3} (3 - 4 \sin^2 \theta_W)^{\frac{1}{2}}, & R'_{d'_i} &= -\frac{2}{3} \frac{\sin^2 \theta_W}{(3 - 4 \sin^2 \theta_W)^{\frac{1}{2}}}; \\
V'_{d'_i} &= \frac{1}{3} \frac{3 - 5 \sin^2 \theta_W}{(3 - 4 \sin^2 \theta_W)^{\frac{1}{2}}}, & A'_{d'_i} &= \frac{1}{(3 - 4 \sin^2 \theta_W)^{\frac{1}{2}}} \quad (118)
\end{aligned}$$

para os sabores exóticos. Como os quarks adquirem massa de diferentes fontes ocorrem FCNCs a nível de árvore. Os acoplamentos nas Eqs. (116), (117) e (118) não satisfazem as condições de supressão natural de FCNCs de modo que o mecanismo GIM não pode operar.

2.3 Outras Possibilidades 331

Vamos agora discutir quatro possibilidades 331 como alternativas dos modelos I e II. A primeira consiste na introdução de leptons carregados exóticos substituindo os campos l_a^c dos tripletos de leptons da Eq. (14). O setor de escalar deste modelo é mais economico pois não é necessária a introdução do sexteto de campos escalares para que se obtenha o espectro de massas leptônicas correto. Esta é uma alternativa interessante caso as buscas de leptons pesados em *colliders* e^+e^- sejam eventualmente bem sucedidas. Duas novas possibilidades 331 foram sugeridas recentemente [45] no contexto de generalizações

$$SU(N_C)_C \times SU(m)_L \times U(1)_N,$$

com $N_C = 3, 4, 5$, $m = 3, 4$. Ambos os modelos tem o mesmo setor de gauge, diferem ligeiramente no setor escalar e são completamente diferentes no setor da matéria (fermions). Um dos modelos possui cinco quarks com carga elétrica $2/3$ e quatro com carga $-1/3$ enquanto o outro modelo tem quatro quarks com carga $2/3$ e cinco quarks com carga $-1/3$ mas com a terceira família atribuída a uma representação vetorial de $SU(3)_L$. Por fim, a quarta possibilidade consiste em eliminar o sexteto de campos escalares do Modelo I, introduzir neutrinos RH e obter todas as massas do setor leptônico via correções radiativas.

• Possibilidade 1

Uma modificação do Modelo I é obtida fazendo [21]

$$l_a^c \rightarrow E_a^+, \quad a = 1, 2, 3$$

na terceira componente dos tripletos leptônicos da Eq. (14), sendo

$$E_a^+ = \{E^+, M^+, T^+\}$$

leptons exóticos carregados pesados de modo que três famílias de leptons tem as atribuições

$$\psi_{aL} = \begin{pmatrix} \nu'_a \\ e'^{-}_a \\ E'^{+}_a \end{pmatrix}_L \sim (1, 3, 0), \quad (119)$$

onde $a = 1, 2, 3$ é o índice de família e os apóstrofes denotam autoestados da simetria de gauge. Ao contrário do Modelo I, onde todos os graus de liberdade leptônicos pertencem ao mesmo tripleto de $SU(3)_L$, aqui o tripleto contém somente campos LH e por esta razão é necessário introduzir as correspondentes componentes RH ,

$$e'^{-}_{aR} \sim (1, 1, -1), \quad E'^{+}_{aR} \sim (1, 1, +1) \quad (120)$$

e a introdução de neutrinos RH é opcional. Assim, não é necessária a introdução do sexteto de campos escalares e as massas dos leptons são geradas pelos multipletos $\rho \sim (1, 1, +1)$ e $\chi \sim (1, 1, -1)$ da Eq. (21). O setor de quarks é idêntico ao do Modelo I. Os acoplamentos de Yukawa são

$$\mathcal{L}_l^Y = -G_{ab} \bar{\psi}_{aL} e'^{-}_{bR} \rho - G'_{ab} \bar{\psi}_{aL} E'^{+}_{bR} \chi + \text{H.c.} \quad (121)$$

e, com a quebra espontânea da simetria de gauge G_{331} , resultam os termos de massa

$$\mathcal{L}_m = -uG_{ab}\bar{e}'_{aL}e'_{bR} - wG'_{ab}\bar{E}'_{aL}E'_{bR} + \text{H.c.}, \quad (122)$$

onde u e w são os VEV de ρ^0 e χ^0 . As matrizes de massa da Eq. (122) podem ser diagonalizadas através das transformações biunitárias

$$\begin{aligned} e'_{aL} &= U_{ab}^L e_{bL}, & e'_{aR} &= U_{ab}^R e_{bR}, \\ E'_{aL} &= V_{ab}^L E_{bL}, & E'_{aR} &= V_{ab}^R E_{bR} \end{aligned} \quad (123)$$

onde os campos sem apóstrofe denotam autoestados da massa. As massas dos leptons exóticos podem ser grandes já que são proporcionais a w que controla a simetria $SU(3)_L$. É uma característica deste modelo a ausência de *mixing* entre leptons carregados exóticos e os leptons ordinários.

Em termos dos autoestados da massa o modelo fornece as seguintes interações de corrente carregada

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{CC} &= -\frac{g}{\sqrt{2}} \sum_a (\bar{e}_{aL} \gamma^\mu \nu_{aL} W_\mu^- + \bar{E}_{aL} \gamma^\mu K_{ab} \nu_{bL} V_\mu^+ \\ &+ \bar{e}_{aL} \gamma^\mu K_{ab}^\dagger E_{bL} U_\mu^{--} + \text{H.c.}), \end{aligned} \quad (124)$$

onde

$$\nu_{aL} = U_{ab}^{L\dagger} \nu'_{bL}$$

e definimos a matriz de *mixing*

$$K_{ab} = V^{L\dagger} U^L$$

com as matrizes unitárias V e U especificadas na Eq. (123).

O setor de gauge coincide com aquele do Modelo I e os acoplamentos leptônicos de corrente neutra, na parametrização da Eq. (65), são

$$\begin{aligned} L_{\nu'_a} &= 1, & R_{\nu'_a} &= 0; \\ L_{e'_a} &= -1 + 2 \sin^2 \theta_W, & R_{e'_a} &= 2 \sin^2 \theta_W; \\ L_{E'_a} &= R_{E'_a} = -2 \sin^2 \theta_W \end{aligned} \quad (125)$$

com o boson Z e

$$L'_{\nu'_a} = \frac{1}{\sqrt{3}} (1 - 4 \sin^2 \theta_W)^{\frac{1}{2}},$$

$$\begin{aligned}
R'_{\nu_a} &= 0; \\
L'_{e'_a} &= \frac{1}{\sqrt{3}}(1 - 4 \sin^2 \theta_W)^{\frac{1}{2}}, \\
R'_{e'_a} &= -2 \sin^2 \theta_W \left(\frac{3}{1 - 4 \sin^2 \theta_W} \right)^{\frac{1}{2}}; \\
L'_{E'_a} &= -\frac{2}{\sqrt{3}}(1 - 4 \sin^2 \theta_W)^{\frac{1}{2}}, \\
R'_{E'_a} &= 2 \sin^2 \theta_W \left(\frac{1}{1 - 4 \sin^2 \theta_W} \right)^{\frac{1}{2}}
\end{aligned} \tag{126}$$

com o boson adicional Z' . Observemos que todos os leptons pesados E'_a tem interações puramente vetoriais com o boson Z^0 . Notemos ainda que o mecanismo GIM é implementado.

Os principais modos de decaimento dos leptons exóticos são aqueles em cujos produtos resultam também leptons exóticos como, por exemplo,

$$M^+ \rightarrow E^+ \nu_e \bar{\nu}_\mu,$$

admitindo $M_M > M_E$. A procura destas partículas poderia ser realizada em colisões de feixes e^+e^- ,

$$e^+e^- \rightarrow L^+L^-,$$

na fotoprodução de pares,

$$\gamma + Z \rightarrow L^+L^-Z^*$$

ou ainda em experimentos com neutrinos,

$$\nu + Z \rightarrow L^- + Z^*,$$

onde L^\pm denota genericamente qualquer lepton exótico do modelo.

• Possibilidade 2

Definimos o operador de carga elétrica segundo

$$Q/e = \frac{1}{2}(\lambda_3 + \frac{1}{\sqrt{3}}\lambda_8) + N. \tag{127}$$

Todas as famílias de leptons se transformam como tripletos de $SU(3)_L$,

$$\Psi_{aL} = \begin{pmatrix} \nu_a \\ l_a^- \\ E_a^- \end{pmatrix}_L \sim (1, 3, -2/3), \quad a = e, \mu, \tau \tag{128}$$

e os quarks tem as atribuições

$$Q_{iL} = \begin{pmatrix} d_i \\ u_i \\ u'_i \end{pmatrix}_L \sim (\mathbf{3}, \mathbf{3}^*, 1/3); \quad i = 1, 2 \quad (129)$$

para as duas primeiras famílias e

$$Q_{3L} = \begin{pmatrix} u_3 \\ d_3 \\ d_4 \end{pmatrix}_L \sim (\mathbf{3}, \mathbf{3}, 0). \quad (130)$$

para a terceira família. Todos os campos RH são singletos de $SU(3)_L$ e, caso não sejam introduzidas componentes RH , os neutrinos permanecem sem massa. Os estados fenomenológicos que compõem os multipletos de quarks são combinações lineares dos autoestados da massa (u, c, t, t', t'') para o setor de carga elétrica $2/3$ e (d, s, b, b') para o setor $-1/3$. Os quarks LH $u_{1,2,3}$ e $d_{1,2,3}$ são parte de dupletos de $SU(2)$ mas os campos $u'_{1,2}$ e d_4 são singletos [de $SU(2)$].

O setor de Higgs mínimo consiste dos tripletos de $SU(3)_L$

$$\eta = \begin{pmatrix} \eta^0 \\ \eta_1^+ \\ \eta_2^+ \end{pmatrix} \sim (\mathbf{1}, \mathbf{3}^*, 2/3), \quad \sigma = \begin{pmatrix} \sigma^- \\ \sigma_1^0 \\ \sigma_2^0 \end{pmatrix} \sim (\mathbf{1}, \mathbf{3}^*, -1/3), \quad (131)$$

com um terceiro multipletto σ' que se transforma identicamente ao multipletto σ . Assim, omitindo índices de $SU(3)_L$, os acoplamentos de Yukawa mais gerais são

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_Y &= \sum_i \sum_\alpha A_{i\alpha} \bar{Q}_{iL} \mathcal{D}_{\alpha R} \eta + \sum_i \sum_\beta [B_{i\beta} \bar{Q}_{iL} \sigma + B'_{i\beta} \bar{Q}_{iL} \sigma'] \mathcal{U}_{\beta R} \\ &+ \sum_\alpha [E_{3\alpha} \bar{Q}_{3L} \sigma^* + E'_{3\alpha} \bar{Q}_{3L} \sigma'^*] \mathcal{D}_{\alpha R} \\ &+ \sum_\beta F_{3\beta} \bar{Q}_{3L} \mathcal{U}_{\beta R} \eta^* + \text{H.c.}, \end{aligned} \quad (132)$$

onde $i = 1, 2$, $\alpha = 1, 2, 3, 4$, $\beta = 1, 2, 3, 4, 5$ e

$$\mathcal{D}_{\alpha R} = \{d_{1R}, d_{2R}, d_{3R}, d_{4R}\}, \quad \mathcal{U}_{\beta R} = \{u_{1R}, u_{2R}, u_{3R}, u'_{1R}, u'_{2R}\}.$$

Com a estrutura de vácuo

$$\langle \sigma_1^0 \rangle \neq 0, \quad \langle \sigma_2^0 \rangle = 0, \quad \langle \sigma_1'^0 \rangle = 0, \quad \langle \sigma_2'^0 \rangle \neq 0; \quad (133)$$

e admitindo que a escala de massa característica da simetria $SU(3)_L$ é tal que

$$\langle \sigma_2^0 \rangle \gg \langle \sigma_1^0 \rangle, \langle \eta^0 \rangle \quad (134)$$

obtemos os estados físicos dos bosons de gauge neutros

$$A_\mu = \sin \theta_W \left(W_\mu^3 + \frac{1}{\sqrt{3}} W_\mu^8 \right) + \frac{1}{\sqrt{3}} \left(3 - 4 \sin^2 \theta_W \right)^{\frac{1}{2}} B_\mu, \quad (135)$$

para o foton e

$$Z_\mu = \cos \theta_W W_\mu^3 - \frac{1}{\sqrt{3}} \tan \theta_W \left[\sin \theta_W W_\mu^8 + \left(3 - 4 \sin^2 \theta_W \right)^{\frac{1}{2}} B_\mu \right], \quad (136)$$

para o boson Z^0 . O terceiro boson neutro massivo é

$$Z'_\mu = \frac{1}{\sqrt{3} \cos \theta_W} \left[-\left(3 - 4 \sin^2 \theta_W \right)^{\frac{1}{2}} W_\mu^8 + \sin \theta_W B_\mu \right]. \quad (137)$$

Aqui continua válida a relação da Eq. (105) do Modelo II

$$t^2 = \left(\frac{g'}{g} \right)^2 = \frac{\sin^2 \theta_W}{1 - \frac{4}{3} \sin^2 \theta_W}$$

de modo que o vínculo

$$\sin^2 \theta_W < \frac{3}{4}$$

é previsto também neste modelo.

As interações de correntes carregadas são

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_q^{CC} = & -\frac{g}{\sqrt{2}} \left(-\bar{u}'_{iL} \gamma^\mu u_{iL} X_\mu^0 - \bar{u}'_{iL} \gamma^\mu d_{iL} V_\mu^+ - \bar{u}_{iL} \gamma^\mu d_{iL} W_\mu^+ \right. \\ & \left. + \bar{u}_{3L} \gamma^\mu d_{3L} W_\mu^+ + \bar{u}_{3L} \gamma^\mu d_{4L} V_\mu^+ \right) + \text{H.c.} \end{aligned} \quad (138)$$

para os quarks e

$$\mathcal{L}_l^{CC} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \sum_a \left[\bar{\nu}_{aL} \gamma^\mu l_{aL}^- W_\mu^+ + \bar{\nu}_{aL} \gamma^\mu E_{aL}^- V_\mu^+ \right] + \text{H.c.}, \quad (139)$$

para os leptons. A QFD de correntes neutras neste modelo tem as seguintes características:

1. Existem os acoplamentos

$$\bar{d}_{3L}\gamma^\mu d_{4L}X_\mu^0, \quad \bar{l}_{aL}\gamma^\mu E_{aL}^- X_\mu^0$$

com o boson de gauge neutro não hermitiano $X_\mu^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^4 - iW_\mu^5)$

2. Os quarks d_1 , d_2 e d_3 tem os mesmos acoplamentos com Z^0 que os sabores d , s e b do setor eletrofraco do Modelo Standard. Os quarks u_1 , u_2 e u_3 tem também os acoplamentos usuais dos sabores u , c e t . Assim, evitando um *mixing* geral, o mecanismo GIM opera naturalmente no setor standard
3. O quark d_4 tem acoplamento puramente vetorial com Z^0
4. Os sabores u'_1 e u'_2 também tem acoplamentos puramente vetoriais com Z^0
5. Os leptons e^- , μ^- e τ^- tem os acoplamentos standard com Z^0
6. Os leptons pesados E_a tem acoplamentos vetoriais
7. Os acoplamentos com o lepton Z' conservam sabor em cada setor ν_a , l_a^- e E_a^- pois as gerações de leptons são tratadas democraticamente.

Com a imposição de algumas simetrias discretas [45] as interações de Yukawa para os leptons são dadas por

$$- \mathcal{L}_l^Y = \sum_a \sum_b \bar{\Psi}_{aL} [h_{ab} l_{bR} \sigma^* + h'_{ab} E_{bR} \sigma'^*] + \text{H.c.}, \quad (140)$$

onde h_{ab} e h'_{ab} são matrizes 3×3 arbitrárias de modo que os leptons carregados adquirem massa através da interação com os escalares σ e σ' e não há *mixing* entre os leptons l_a^- e E_a^- caso as simetrias discretas da Ref. [45] sejam impostas e, assim, não há acoplamentos entre fermions e escalares que violam sabor. Notemos que neste modelo os neutrinos permanecem sem massa.

• Possibilidade 3

Esta possibilidade é uma extensão do modelo de Georgi e Pais [46] proposto algum tempo atrás mas, em vista das evidências da existência do quark top [28], a terceira família de quarks deve ser incluída. Embora esta possibilidade tenha o mesmo setor leptônico do modelo de Georgi e Pais, a fenomenologia dos quarks é diferente.

A estrutura de multipletos de fermions consiste de quatro antitripletos de leptons LH ,

$$\Psi_{eL} : \begin{pmatrix} e^- \\ \nu_e \\ \nu_e^c \end{pmatrix}_L, \quad \Psi_{\mu L} : \begin{pmatrix} \mu^- \\ \nu_\mu \\ \nu_\mu^c \end{pmatrix}_L, \quad \Psi_{\tau L} : \begin{pmatrix} \tau^- \\ \nu_\tau \\ \nu_\tau^c \end{pmatrix}_L, \quad \Psi_{TL} : \begin{pmatrix} T^- \\ \nu_T \\ \nu_T^c \end{pmatrix}_L \quad (141)$$

que, sob G_{331} , se transformam segundo $(1, \mathbf{3}^*, -1/3)$ e mais dois antitripletos

$$\Psi'_{eL} : \begin{pmatrix} N_1^0 \\ \tau^+ \\ e^+ \end{pmatrix}_L, \quad \Psi'_{\mu L} : \begin{pmatrix} N_2^0 \\ T^+ \\ \mu^+ \end{pmatrix}_L, \quad (142)$$

que se transformam como $(1, \mathbf{3}^*, +2/3)$. Além destes campos LH introduzimos os singletos neutros $(N_{1L}^0)^c = (N_{1R}^{0c})$ e $(N_{2L}^0)^c = (N_{2R}^{0c})$.

Os quarks das duas primeiras famílias tem as atribuições

$$Q_{iL} = \begin{pmatrix} u_i \\ d_i \\ d_i' \end{pmatrix}_L \sim (\mathbf{3}, \mathbf{3}, 0); \quad i = 1, 2 \quad (143)$$

com os correspondentes singletos RH

$$u_{iR} \sim (\mathbf{3}, \mathbf{1}, 2/3), \quad d_{iR}, d_{iR}' \sim (\mathbf{3}, \mathbf{1}, -1/3). \quad (144)$$

A terceira família de quarks se transforma segundo uma representação vetorial. Uma opção seria $(\mathbf{3}_L, 0)_{L+R}$ no setor eletrofraco; neste caso o modelo acomodaria três quarks com carga $2/3$ e seis com carga $-1/3$. Outra possibilidade é

$$Q_{3L} = \begin{pmatrix} d_3 \\ u_3 \\ u_4 \end{pmatrix}_L \sim (\mathbf{3}, \mathbf{3}^*, 1/3), \quad Q_{3R} = \begin{pmatrix} d_3 \\ u_3 \\ u_4 \end{pmatrix}_R \sim (\mathbf{3}, \mathbf{3}^*, 1/3) \quad (145)$$

com quatro quarks de carga $2/3$ e cinco com carga $-1/3$.

O setor de Higgs deste modelo contém os três (anti)tripletos da Eq. (131), um tripleto $\sigma'' \sim (1, \mathbf{3}^*, -1/3)$ com as mesmas propriedades de transformação de σ e σ' e um singlete neutro ϕ com $\langle \phi \rangle \neq 0$. Não há contribuição para as massas dos bosons W^\pm por parte de σ' e σ'' bem como de ϕ de modo que não é possível extrair nenhum vínculo a partir destas massas. Se estabelecermos a hierarquia

$$\langle \sigma''^0 \rangle \gg \langle \sigma_2^0 \rangle > 246 \text{ GeV} > \langle \eta^0 \rangle, \langle \sigma_1^0 \rangle, \quad \langle \eta^0 \rangle^2 + \langle \sigma_1^0 \rangle^2 \approx (246 \text{ GeV})^2. \quad (146)$$

reobtemos os estados Z_μ e Z'_μ das Eqs. (136) e (137). Assim, os coeficientes de corrente neutra para os acoplamentos com o boson standard Z^0 são

$$\begin{aligned}
 V_{d_1} &= V_{d_2} = -\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \sin^2 \theta_W, \\
 V_{d_3} &= -1 + \frac{2}{3} \sin^2 \theta_W, \\
 V_{d'_1} &= V_{d'_2} = \frac{2}{3} \sin^2 \theta_W, \\
 A_{d_1} &= A_{d_2} = -\frac{1}{2}, \\
 A_{d_3} &= A_{d'_1} = A_{d'_2} = 0,
 \end{aligned} \tag{147}$$

para os quarks do setor de carga $-1/3$ e

$$\begin{aligned}
 V_{u_1} &= V_{u_2} = \frac{1}{2} - \frac{4}{3} \sin^2 \theta_W, \\
 V_{u_3} &= 1 - \frac{4}{3} \sin^2 \theta_W, \\
 V_{u_4} &= -\frac{4}{3} \sin^2 \theta_W, \\
 A_{u_1} &= A_{u_2} = \frac{1}{2}, \\
 A_{u_3} &= A_{u_4} = 0,
 \end{aligned} \tag{148}$$

para o setor de carga $2/3$. Os leptons tem acoplamentos de corrente neutra com Z^0 caracterizados pelos coeficientes

$$\begin{aligned}
 V_{\nu_e} &= \frac{1}{2}, \\
 V_e &= V_\mu = -\frac{1}{2} + 2 \sin^2 \theta_W, \\
 V_\tau &= V_T = -1 + 2 \sin^2 \theta_W, \\
 V_{N_1} &= V_{N_2} = -\frac{1}{2}; \\
 A_{\nu_e} &= \frac{1}{2}, \\
 A_e &= A_\mu = -\frac{1}{2},
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_\tau &= A_T = 0, \\
A_{N_1} &= A_{N_2} = -\frac{1}{2}
\end{aligned} \tag{149}$$

onde usamos a notação $\nu_\alpha = \nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau, \nu_T$ e $l_\alpha = e, \mu, \tau, T$. Os coeficientes de corrente neutra sugerem as simetrias discretas

$$\begin{aligned}
\eta, \sigma &\rightarrow \eta, \sigma; & \sigma', \phi &\rightarrow -\sigma', -\phi; \\
d_{1,2R} &\rightarrow d_{1,2R}, & d'_{1,2R} &\rightarrow -d'_{1,2R}, & u_{1,2R} &\rightarrow u_{1,2R}; \\
Q_{1,2,3L} &\rightarrow Q_{1,2,3L}, & Q_{3R} &\rightarrow -Q_{3R}
\end{aligned} \tag{150}$$

e também

$$\sigma'' \rightarrow i\sigma'' \tag{151}$$

para assegurar que σ'' não se acople aos fermions. Assim, os acoplamentos de Yukawa mais gerais compatíveis com estas simetrias discretas passam a ser

$$\begin{aligned}
-\mathcal{L}_q^Y &= \sum_{i,j} \bar{Q}_{iL} [A_{ij} u_{jR} \eta^* + B_{ij} d_{jR} \sigma^*] + \sum_{i,\alpha} \bar{Q}_{iL} B'_{i\alpha} d'_{\alpha R} \sigma'^* + \lambda \bar{Q}_{3L} Q_{3R} \phi \\
&+ \sum_i [\epsilon \bar{Q}_{iL} \lambda_i Q_{3R} \sigma' + \bar{Q}_{3L} h_{3i} u_{iR} \sigma + \bar{Q}_{3L} k_{3i} d_{iR} \eta] + \text{H.c.}
\end{aligned} \tag{152}$$

onde $i, j, \alpha = 1, 2$ e ϵ é o tensor completamente antisimétrico de $SU(3)$. A partir destas interações de Yukawa e com a estrutura de vácuo da Eq. (133) obtemos as seguintes matrizes de massa: uma matriz 4×4 para o setor de carga $2/3$

$$M^U = \begin{pmatrix} A_{11}\langle\eta\rangle & A_{12}\langle\eta\rangle & \lambda_1\langle\sigma'_2\rangle & 0 \\ A_{21}\langle\eta\rangle & A_{22}\langle\eta\rangle & \lambda_2\langle\sigma'_2\rangle & 0 \\ h_{31}\langle\sigma_1\rangle & h_{32}\langle\sigma_1\rangle & \lambda\langle\phi\rangle & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda\langle\phi\rangle \end{pmatrix}, \tag{153}$$

na base $\{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ e outra 5×5 , na base $\{d_1, d_2, d_3, d'_1, d'_2\}$,

$$M^D = \begin{pmatrix} B_{11}\langle\eta\rangle & B_{12}\langle\eta\rangle & -\lambda_1\langle\sigma'_2\rangle & 0 & 0 \\ B_{21}\langle\eta\rangle & B_{22}\langle\eta\rangle & -\lambda_2\langle\sigma'_2\rangle & 0 & 0 \\ k_{31}\langle\sigma_1\rangle & k_{32}\langle\sigma_1\rangle & \lambda\langle\phi\rangle & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & B'_{11}\langle\sigma'_2\rangle & B'_{12}\langle\sigma'_2\rangle \\ 0 & 0 & 0 & B'_{21}\langle\sigma'_2\rangle & B'_{22}\langle\sigma'_2\rangle \end{pmatrix}, \tag{154}$$

para o setor de carga $-1/3$. Ambas as matrizes tem a forma de uma soma direta e não há *mixing* entre os campos d_1, d_2, d_3 com d'_1, d'_2 bem como entre u_4 e u_1, u_2, u_3 .

A diagonalização das matrizes de massa é executada através das matrizes unitárias na forma de soma direta

$$V_L^U = \begin{pmatrix} V_{1L}^U & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad V_R^U = \begin{pmatrix} V_{1R}^D & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad (155)$$

e

$$V_L^D = \begin{pmatrix} V_{1L}^D & 0 \\ 0 & V_{2L}^D \end{pmatrix}, \quad V_R^D = \begin{pmatrix} V_{1R}^D & 0 \\ 0 & V_{2R}^D \end{pmatrix}, \quad (156)$$

onde $V_{2L,2R}^D$ e $V_{1L,1R}^D, V_{1L,1R}^U$ são matrizes unitárias 2×2 e 3×3 , respectivamente. O espectro de massas correto poderá ser obtido com uma escolha apropriada dos parâmetros.

Neste modelo há vários decaimentos novos para o quark top induzidos por escalares neutros ou carregados de modo que, se os resultados experimentais são interpretados no âmbito do modelo, o quark top não é necessariamente tão pesado. Usualmente, o valor

$$m_t \simeq 174 \text{ GeV}$$

é obtido supondo o decaimento do Modelo Standard

$$t \rightarrow W^+ b$$

mas, se este não for o caso, o limite inferior da massa do quark top é 62 GeV [28]. Neste modelo, os quarks t e t' tem interações diferentes das interações do Modelo Standard como, por exemplo, correntes vetoriais [Cf. Eq. (148)]. De fato, recentemente foi sugerido [47] que

$$M_Z/2 < m_t < M_W + m_b, \quad (157)$$

mas mesmo este intervalo pode ser relaxado caso exista uma quark com carga $2/3$ como t' . Particularmente, modelos onde são permitidos decaimentos como

$$t \rightarrow c h^0$$

e

$$t \rightarrow b H^+$$

permitem que m_t esteja no intervalo da Eq. (157). A análise teórica desta situação [47] foi realizada considerando a extensão não supersimétrica do Modelo Standard com dois dubletos de Higgs e as buscas experimentais para o processo

$$t \rightarrow H^+ b$$

interpretadas em várias extensões com dois dubletos de Higgs.

Vamos agora considerar os acoplamentos leptons-escalares. Aqui supomos, como ocorre na Ref. [46], que uma simetria global do modelo proíbe transições de μ ou T em e ou τ mas permite transições $\tau \leftrightarrow e$, $T \leftrightarrow \mu$. Todavia, com a estrutura de vácuo dada na Eq. (133) as simetrias discretas da Eq. (150) são violadas no setor leptônico e as interações de Yukawa são restritas a

$$\begin{aligned}
-\mathcal{L}_l^Y &= \sum_{a,x} \epsilon \Gamma_{ae}^x (\overline{\Psi_{aL}})^c \Psi'_{eL} \sigma^x + \sum_{b,x} \epsilon \Gamma_{a\mu}^x (\overline{\Psi_{aL}})^c \Psi'_{\mu L} \sigma^x \\
&+ \sum_{d,i} H_{di} \overline{\Psi'_{dL}} N_{iR}^0 \eta + \text{H.c.}
\end{aligned} \tag{158}$$

onde $a = e, \tau$; $b = \mu, T$; $d = e, \mu$ e o índice x denota σ ou σ' e indexa seus respectivos acoplamentos. Estes *mixings* devem ser confrontados com os dados [48].

As interações de corrente carregada e de correntes neutras não hermitianas são

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_q &= -\frac{g}{\sqrt{2}} \left[\sum_i (\bar{u}_{iL} \gamma^\mu d_{iL} W_\mu^+ + \bar{u}_{iL} \gamma^\mu d'_{iL} V_\mu^+ + \bar{d}_{iL} \gamma^\mu d'_{iL} X_\mu^0) \right. \\
&- \bar{u}_{4L} \gamma^\mu u_{3L} X_\mu^0 - \bar{u}_{4L} \gamma^\mu d_{3L} V_\mu^+ - \bar{u}_{3L} \gamma^\mu d_{3L} W_\mu^+ \\
&- \left. \bar{u}_{4R} \gamma^\mu u_{3R} X_\mu^0 - \bar{u}_{4R} \gamma^\mu d_{3R} V_\mu^+ - \bar{u}_{3R} \gamma^\mu d_{3R} W_\mu^+ \right] + \text{H.c.},
\end{aligned} \tag{159}$$

para os quarks e

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_l &= -\frac{g}{\sqrt{2}} \left[\sum_a (\bar{\nu}_{aL}^c \gamma^\mu \nu_{aL} X_\mu^0 + \bar{\nu}_{aL}^c \gamma^\mu l_{aL}^- V_\mu^+ + \bar{\nu}_{aL} \gamma^\mu l_{aL}^- W_\mu^+) \right. \\
&+ \bar{e}_L^+ \gamma^\mu \tau_L^+ X_\mu^0 + \bar{e}_L^+ \gamma^\mu N_{1L}^0 V_\mu^+ + \bar{\tau}_L^+ \gamma^\mu N_{1L}^0 W_\mu^+ \\
&+ \left. \bar{\mu}_L^+ \gamma^\mu T_L^+ X_\mu^0 + \bar{\mu}_L^+ \gamma^\mu N_{2L}^0 V_\mu^+ + \bar{T}_L^+ \gamma^\mu N_{2L}^0 W_\mu^+ \right] + \text{H.c.},
\end{aligned} \tag{160}$$

para os leptons. Caso os neutrinos permaneçam sem massa não há *mixing* nas correntes carregadas acopladas a W^\pm embora haja *mixing* nas correntes acopladas a V^\pm e X^0 . As correntes *RH* acopladas a W^\pm envolvem os leptons τ e T bem como os fermions neutros pesados $N_{1,2}$. Se os neutrinos adquirem massa via correções radiativas as interações com W^\pm apresentam *mixing*. O campo escalar η_2^+ é um singlete de $SU(2)$ e como existem três dubletos de $SU(2)$ nos multipletos de campos escalares da Eq. (131) é possível gerar as massas dos neutrinos neste modelo via mecanismo de Zee [41].

As correntes carregadas dos quarks acopladas a W^\pm podem ser escritas como

$$\mathcal{L}_{qW}^{CC} = -\frac{g}{\sqrt{2}}(\bar{u}_1 \bar{u}_2 \bar{u}_3)_L \gamma^\mu \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{pmatrix}_L W_\mu^+ - \frac{g}{\sqrt{2}}\bar{u}_{3R} \gamma^\mu d_{3R} W_\mu^+ + \text{H.c.} \quad (161)$$

com as correntes LH parametrizadas em termos dos autoestados da massa e da matriz de *mixing* de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa, $V_{CKM} = V_L^{U\dagger} V_L^D$. As correntes RH , em termos dos autoestados da massa, são

$$\mathcal{L}_{qWR}^{CC} = -\frac{g}{\sqrt{2}}(\bar{u} \bar{c} \bar{t})_R \gamma^\mu V_{1R}^{U\dagger} \tilde{\Delta} V_{1R}^D \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}_R W_\mu^+ + \text{H.c.} \quad (162)$$

onde $\tilde{\Delta} = \text{diag}(0, 0, 1)$. As matrizes V_L^U e V_L^D também sobrevivem nas interações que envolvem os bosons V^\pm e X^0 .

Quanto as interações de corrente neutra acopladas com o boson standard Z^0 temos os acoplamentos adicionais RH ,

$$[\bar{u}_{3R} \gamma^\mu u_{3R} - \bar{d}_{3R} \gamma^\mu d_{3R}] Z_\mu^0$$

ou, em termos dos autoestados da massa,

$$\mathcal{L}^{\mu NC} = \mathcal{L}^{NC} + \mathcal{L}'^{NC}, \quad (163)$$

onde \mathcal{L}^{NC} é parametrizada segundo a Eq. (66) com os coeficientes V_ψ e A_ψ definidos como no Modelo Standard e

$$\mathcal{L}'_U^{NC} = -\frac{g}{2 \cos \theta_W}(\bar{u} \bar{c} \bar{t})_R \gamma^\mu V_{1R}^{U\dagger} \tilde{\Delta} V_{1R}^U \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix}_R Z_\mu^0, \quad (164)$$

para o setor de carga 2/3 e

$$\mathcal{L}'_D^{NC} = +\frac{g}{2 \cos \theta_W}(\bar{d} \bar{s} \bar{b})_R \gamma^\mu V_{1R}^{D\dagger} \tilde{\Delta} V_{1R}^D \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}_R Z_\mu^0, \quad (165)$$

para o setor $-1/3$. Correntes RH semelhantes são acopladas aos bosons não hermitianos V^\pm , X^0 e ao boson Z^0 . As correntes nas Eqs. (164) e (165) são FCNC e

todos os sabores tem a mesma dependência em θ_w . Todavia, este não é o caso das correntes neutras acopladas a Z' onde cada sabor tem uma dependência diferente.

No setor leptônico o mecanismo GIM opera a nível de árvore nas correntes LH acopladas a Z^0 e Z' mas existem FCNC RH . Nas correntes acopladas ao boson neutro não hermitiano X^0 há *mixing* entre $e \leftrightarrow \mu$ e $\tau \leftrightarrow T$ e aquelas acopladas a V^\pm induzem transições $l_a \leftrightarrow N$; sensíveis aos *mixings* tipo Cabibbo nos leptons carregados.

Uma variante deste modelo pode ser construída com duas famílias de quarks que se transformam segundo $(\mathbf{3}, \mathbf{3}_L^*, 1/3)$, uma terceira com as atribuições $(\mathbf{3}, \mathbf{3}_{L+R}, 0)$, dois antitripletos de leptons $(\mathbf{1}, \mathbf{3}^*, 1/3)$ e quatro $(\mathbf{1}, \mathbf{3}, -2/3)$. Todavia, neste caso, é necessário introduzir singletos RH de leptons carregados.

• Possibilidade 4

Na versão mínima do Modelo I os neutrinos permanecem sem massa. De fato, existe uma simetria global no modelo que implica na conservação do número quântico

$$\mathcal{F} = L + B, \quad (166)$$

onde L é o número leptônico total, $L = L_e + L_\mu + L_\tau$, e B é o número bariônico, que proíbe os neutrinos adquirir massa [38]. Nos setores leptônico e de Higgs as atribuições de \mathcal{F} são

$$\begin{aligned} \mathcal{F}(l) &= \mathcal{F}(\nu_l) = +1, \\ \mathcal{F}(\chi^+) &= \mathcal{F}(\eta_2^+) = \mathcal{F}(\rho^{++}) = \mathcal{F}(\chi^{++}) = +2 \end{aligned}$$

e $\mathcal{F} = 0$ para qualquer outro campo escalar. Efetuando as seguintes modificações no Modelo I

- possibilidade da quebra explícita da simetria \mathcal{F} , via o termo λ_{10} no potencial de Higgs com apenas três tripletos,

$$\begin{aligned} V(\eta, \rho, \chi) &= \mu_1^2 \eta^\dagger \eta + \mu_2^2 \rho^\dagger \rho + \mu_3^2 \chi^\dagger \chi + \lambda_1 (\eta^\dagger \eta)^2 \\ &+ \lambda_2 (\rho^\dagger \rho)^2 + \lambda_3 (\chi^\dagger \chi)^2 + (\eta^\dagger \eta) \left[\lambda_4 (\rho^\dagger \rho) \right. \\ &+ \left. \lambda_5 (\chi^\dagger \chi) \right] + \lambda_6 (\rho^\dagger \rho) (\chi^\dagger \chi) + \lambda_7 (\rho^\dagger \eta) (\eta^\dagger \rho) \\ &+ \lambda_8 (\chi^\dagger \eta) (\eta^\dagger \chi) + \lambda_9 (\rho^\dagger \chi) (\chi^\dagger \rho) \\ &+ [\lambda_{10} (\eta^\dagger \chi) (\eta^\dagger \rho) + \lambda \epsilon^{ijk} \eta_i \rho_j \chi_k + \text{H.c.}]. \end{aligned} \quad (167)$$

- eliminação do sexteto simétrico do setor de Higgs,

- introdução de um neutrino RH em singlete do grupo G_{331} ,

foi possível mostrar [39] que a massa do elétron, a diferença de massa $m_\tau - m_\mu = (1777 - 105) \text{ MeV}$ e a massa de dois neutrinos podem ser geradas via correções radiativas. É interessante notar que numa versão supersimétrica do Modelo I os leptons carregados adquirem massa mesmo sem introduzir o sexteto de campos escalares [49].

3. O Modelo 341

O Modelo II é uma possibilidade interessante caso admitamos a existência de neutrinos *RH*. Agora vamos tratar da extensão de gauge G_{341} na qual acomodamos os multipletos de leptons dos Modelos I e II num mesmo multipletto de $SU(4)$ de modo que os graus de liberdade leptônicos independentes são ν_l, ν_l^c, l e l^c para cada família $l = e, \mu, \tau$. Este arranjo sugere a simetria de gauge completa

$$SU(3)_C \times SU(4)_L \times U(1)_N$$

que, caso cada geração seja tratada separadamente, tem a simetria eletrofraca mais alta.

O operador de carga elétrica é definido segundo ($\xi = -\frac{1}{\sqrt{3}}, \zeta = -\frac{2\sqrt{6}}{3}$)

$$Q = \frac{1}{2} \left(\lambda_3 - \frac{1}{\sqrt{3}} \lambda_8 - \frac{2\sqrt{6}}{3} \lambda_{15} \right) + N, \quad (168)$$

onde

$$\begin{aligned} \lambda_3 &= \text{diag}(+1, -1, 0, 0), \\ \lambda_8 &= \frac{1}{\sqrt{3}} \text{diag}(+1, +1, -2, 0), \\ \lambda_{15} &= \frac{1}{\sqrt{6}} \text{diag}(+1, +1, +1, -3) \end{aligned}$$

são as matrizes tipo Gell-Mann para a representação fundamental 4 de $SU(4)$ e

$$\begin{aligned} \bar{\lambda}_3 &= \text{diag}(0, 0, +1, -1), \\ \bar{\lambda}_8 &= \frac{1}{\sqrt{3}} \text{diag}(0, +2, -1, -1), \\ \bar{\lambda}_{15} &= \frac{1}{\sqrt{6}} \text{diag}(+3, -1, -1, -1) \end{aligned}$$

para a representação 4*. Identificamos

$$Y = -\frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \lambda_8 + \frac{2\sqrt{6}}{3} \lambda_{15} \right) + N$$

como a hipercarga fraca. As subálgebras maximais de $SU(4)$ são

$$\begin{aligned} SU(4) &\supset SU(3) \times U(1); \quad SU(2) \times SU(2) \times U(1) \\ &\supset Sp(2); \quad SU(2) \times SU(2). \end{aligned}$$

e o grupo $SU(4)$ é isomorfo a $SO(6)$.

3.1 Fermions

Três gerações de leptons quirais

$$f_{iL} = \begin{pmatrix} \nu_i \\ l_i \\ \nu_i^c \\ l_i^c \end{pmatrix}_L, \quad i = e, \mu, \tau \quad (169)$$

transformam-se coletivamente segundo $(1, 4, 0)$ sob o grupo 341. Uma família de quarks (autoestados da simetria de gauge) possui as atribuições

$$Q_{1L} = \begin{pmatrix} u_1 \\ d_1 \\ u' \\ J \end{pmatrix}_L \sim (3, 4, +2/3) \quad (170)$$

com os correspondentes campos RH

$$\begin{aligned} u_{1R} &\sim (3, 1, +2/3), \\ d_{1R} &\sim (3, 1, -1/3), \\ u'_{R} &\sim (3, 1, +2/3), \\ J_{R} &\sim (3, 1, +5/3), \end{aligned} \quad (171)$$

enquanto as outras duas famílias transformam-se coletivamente segundo

$$Q_{\alpha L} = \begin{pmatrix} j_{\alpha} \\ d'_{\alpha} \\ u_{\alpha} \\ d_{\alpha} \end{pmatrix}_L \sim (3, 4^*, -1/3), \quad \alpha = 2, 3 \quad (172)$$

para os campos quirais LH e

$$\begin{aligned} j_{\alpha R} &\sim (\mathbf{3}, \mathbf{1}, -4/3), \\ d'_{\alpha R} &\sim (\mathbf{3}, \mathbf{1}, -1/3) \\ u_{\alpha R} &\sim (\mathbf{3}, \mathbf{1}, +2/3), \\ d_{\alpha R} &\sim (\mathbf{3}, \mathbf{1}, -1/3), \end{aligned} \quad (173)$$

para os correspondentes campos RH .

3.2 Setor Escalar e Acoplamentos de Yukawa

As massas dos quarks são geradas introduzindo os seguintes multipletos de campos escalares $\eta \sim (\mathbf{1}, \mathbf{4}, 0)$, $\rho \sim (\mathbf{1}, \mathbf{4}, +1)$ e $\chi \sim (\mathbf{1}, \mathbf{4}, -1)$:

$$\eta = \begin{pmatrix} \eta_1^0 \\ \eta_1^- \\ \eta_2^0 \\ \eta_2^+ \end{pmatrix}, \quad \rho = \begin{pmatrix} \rho_1^+ \\ \rho^0 \\ \rho_2^+ \\ \rho^{++} \end{pmatrix}, \quad \chi = \begin{pmatrix} \chi_1^- \\ \chi^{--} \\ \chi_2^- \\ \chi^0 \end{pmatrix}, \quad (174)$$

e, para evitar um mixing geral entre quarks com e sem apóstrofe, introduzimos também o multiplete com as mesmas propriedades de transformação de η ,

$$\eta' \sim (\mathbf{1}, \mathbf{4}, 0)$$

mas com diferente VEV.

Leptons carregados massivos são obtidos introduzindo o multiplete simétrico

$$H = \begin{pmatrix} H_1^0 & H_1^+ & H_2^0 & H_2^- \\ H_1^+ & H_1^{++} & H_3^+ & H_3^0 \\ H_2^0 & H_3^+ & H_4^0 & H_4^- \\ H_2^- & H_3^0 & H_4^- & H_2^{--} \end{pmatrix} \sim (\mathbf{1}, \mathbf{10}_S^*, 0). \quad (175)$$

Em princípio pareceria ser suficiente introduzir apenas um multiplete antisimétrico de campos escalares $\mathbf{6}_A$ uma vez que o termo de massa dos leptons se transforma segundo

$$\overline{(f_L)^c} f_L \sim (\mathbf{1}, \mathbf{4} \otimes \mathbf{4}, 0) = (\mathbf{1}, \mathbf{6}_A \oplus \mathbf{10}_S, 0).$$

Todavia, o $\mathbf{6}_A$ deixa um lepton sem massa e outros dois degenerados quando se consideram as tres famílias. Se

$$\langle H_3^0 \rangle \neq 0, \quad \langle H_{1,2,4}^0 \rangle = 0$$

os leptons carregados adquirem massa embora, pelo menos a nível de árvore, os neutrinos ficam sem massa.

Os correspondentes VEVs são

$$\begin{aligned}\langle \eta \rangle &= (v/\sqrt{2}, 0, 0, 0), & \langle \rho \rangle &= (0, u/\sqrt{2}, 0, 0), \\ \langle \eta' \rangle &= (0, 0, v'/\sqrt{2}, 0), & \langle \chi \rangle &= (0, 0, 0, w/\sqrt{2}), & \langle H \rangle_{24} = \langle H_3^0 \rangle &= v''/\sqrt{2}\end{aligned}$$

tornando possível realizar o padrão de quebra de simetria

$$\begin{aligned}SU(3)_C \times SU(4)_L \times U(1)_N \\ \downarrow \langle \chi \rangle \\ SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1)_{N'} \\ \downarrow \langle \eta' \rangle \\ SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_{N''} \\ \downarrow \langle x \rangle \\ SU(3)_C \times U(1)_Q,\end{aligned} \tag{176}$$

onde a primeira etapa é induzida por $\langle \chi \rangle$ enquanto a última se processa via $\langle x \rangle$ onde $x = \eta, \rho, H$.

Em termos dos autoestados da interação fraca, os acoplamentos de Yukawa são

$$\begin{aligned}-\mathcal{L}_Y &= \frac{1}{2} G_{ij} \overline{(f_{iL})^c} f_{jL} H + F_{1k} \bar{Q}_{1L} u_{kR} \eta + F_{\alpha k} \bar{Q}_{\alpha L} u_{kR} \rho^* + F'_{1k} \bar{Q}_{1L} d_{kR} \rho \\ &+ F'_{\alpha k} \bar{Q}_{\alpha L} d_{kR} \eta^* + h_1 \bar{Q}_{1L} u'_R \eta' + \tilde{h}_{\alpha\beta} \bar{Q}_{\alpha L} d'_{\beta R} \eta'^* \\ &+ \Gamma_1 \bar{Q}_{1L} J_R \chi + \Gamma_{\alpha\beta} \bar{Q}_{\alpha L} j_{\beta R} \chi^* + \text{H.c.},\end{aligned} \tag{177}$$

onde $i, j = e, \mu, \tau$; $k = 1, 2, 3$; e $\alpha, \beta = 2, 3$. A nível de árvore os neutrinos permanecem sem massa mas podem adquirir uma massa calculável via correções radiativas.

3.3 Bosons de Gauge

Os bosons de gauge do setor eletrofraco consistem de um 15, W_μ^i , $i = 1, \dots, 15$ associados a $SU(4)_L$ e um singlete, B_μ , de $U(1)_N$. Considerando a simetria de gauge completa 341 existe também o octeto usual de gluons de $SU(3)_C$ de cor. Os bosons de gauge carregados (índices de Lorentz suprimidos)

$$W^\pm = -\frac{1}{\sqrt{2}}(W^1 \mp iW^2),$$

$$\begin{aligned}
V_1^\pm &= -\frac{1}{\sqrt{2}}(W^6 \pm iW^7), \\
V_2^\pm &= -\frac{1}{\sqrt{2}}(W^9 \pm iW^{10}), \\
V_3^\pm &= -\frac{1}{\sqrt{2}}(W^{13} \pm iW^{14}), \\
U^{\pm\pm} &= -\frac{1}{\sqrt{2}}(W^{11} \pm iW^{12}),
\end{aligned} \tag{178}$$

tem massas

$$\begin{aligned}
M_W^2 &= \frac{g^2}{4}(v^2 + u^2 + 2v'^2), \\
M_{V_1}^2 &= \frac{g^2}{4}(v'^2 + u^2 + 2v''^2), \\
M_{V_2}^2 &= \frac{g^2}{4}(v^2 + w^2 + 2v''^2), \\
M_{V_3}^2 &= \frac{g^2}{4}(v'^2 + w^2 + 2v''^2), \\
M_U^2 &= \frac{g^2}{4}(u^2 + w^2 + 8v''^2)
\end{aligned} \tag{179}$$

e o boson de gauge neutro não hermitiano

$$X^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(W^4 + iW^5)$$

adquire massa

$$M_X^2 = \frac{g^2}{4}(v^2 + v'^2). \tag{180}$$

Os demais bosons de gauge são eletricamente neutros. Na base $\{W^3, W^8, W^{15}, B\}$ a matriz simétrica de massa, exceto por um fator $g^2/4$, é

$$\begin{pmatrix}
v^2 + u^2 + 2v'^2 & & & & & \\
\frac{1}{\sqrt{3}}(v^2 - u^2 - 2v'^2) & \frac{1}{3}(v^2 + 4v'^2 + u^2 + 2v''^2) & & & & \\
\frac{1}{\sqrt{6}}(v^2 - u^2 + 4v'^2) & \frac{1}{3\sqrt{2}}(v^2 - 2v'^2 + u^2 - 4v''^2) & \frac{1}{6}(v^2 + v'^2 + u^2 + 9w^2 + 8v''^2) & & & \\
-2tu^2 & \frac{2}{\sqrt{3}}tu^2 & \frac{2}{\sqrt{6}}t(u^2 + 3w^2) & & & \\
& & & & & 4t^2(u^2 + w^2)
\end{pmatrix}$$

onde $t \equiv g'/g$. Esta matriz tem determinante igual a zero, devido ao autovalor nulo correspondente a massa do foton. O campo do foton é determinado pelo

autovetor

$$A_\mu = \frac{1}{(1+4t^2)^{\frac{1}{2}}} \left(tW_\mu^3 - \frac{t}{\sqrt{3}}W_\mu^8 - \frac{2\sqrt{6}}{3}tW_\mu^{15} + B_\mu \right), \quad (181)$$

com a carga elétrica definida segundo

$$|e| = \frac{gt}{(1+4t^2)^{\frac{1}{2}}} = \frac{g'}{(1+4t^2)^{\frac{1}{2}}}. \quad (182)$$

Na aproximação $v = u = v'' \equiv v_1 \ll v' = w \equiv v_2$ as massas não nulas são

$$M_n^2 \approx \frac{g^2}{4} \lambda_n v_2^2, \quad n = 0, 1, 2; \quad (183)$$

onde

$$\lambda_n = \frac{1}{3} \left[A + 2(A^2 + 3B)^{\frac{1}{2}} \cos \left(\frac{2n\pi + \Theta}{3} \right) \right], \quad (184)$$

com

$$\begin{aligned} A &= 3 + 4t^2 + (7 + 4t^2)a^2, \\ B &= -2[1 + 3t^2 + 2(4 + 9t^2)a^2], \\ C &= 8(1 + 4t^2)a^2, \\ \Theta &= \arccos \left[\frac{2A^3 + 9AB + 27C}{2(A^2 + 3B)^{\frac{3}{2}}} \right] \end{aligned} \quad (185)$$

e $a \equiv v_1/v_2$. Os respectivos autovetores são

$$Z_{n\mu} \approx x_n W_\mu^3 + y_n W_\mu^8 + z_n W_\mu^{15} + w_n B, \quad (186)$$

com os coeficientes

$$\begin{aligned} x_n &= -\frac{2a^2(1-3t^2) + (1-t^2)a^2 - (1-2t^2)\lambda_n}{t D_n(t, a)} w_n, \\ y_n &= \frac{1}{\sqrt{3}t} \frac{2(2+t^2)a^2 - 10a^4t^2 - [1 + (1-4t^2)a^2]\lambda_n}{D_n(t, a)} w_n, \\ z_n &= \frac{1}{\sqrt{6}t} \frac{8(2+t^2)a^2 + 4(3+2t^2)a^4 - 4[1 + 2(2+t^2)a^2]\lambda_n + 3\lambda_n^2}{D_n(t, a)} w_n, \end{aligned} \quad (187)$$

onde

$$D_n(t, a) = 2(7 + 5a^2) - (3 + 13a^2)\lambda_n + 2\lambda_n^2 \quad (188)$$

e w_n é uma função de t e a determinada pela condição de normalização $x_n^2 + y_n^2 + z_n^2 + w_n^2 = 1$. A hierarquia de massas é

$$M_0 > M_2 > M_1$$

de modo que identificamos o autovetor $n = 1$ da Eq. (186) como o estado do boson vetorial neutro massivo do Modelo Standard. De fato, é possível verificar numericamente que

$$\frac{M_{Z_1}^2}{M_W^2} = 1.303$$

quando $t = 1.82$ para qualquer valor de $a < 0.01$ que é precisamente o valor do Modelo Standard

$$\frac{M_Z^2}{M_W^2} = \frac{1}{\cos^2 \theta_W}$$

com $\sin^2 \theta_W = 0.2325$.

3.4 QFD do Modelo 341

As correntes neutras para um dado fermion ψ acopladas ao boson de gauge Z_n , $n = 0, 1, 2$, tem a estrutura especificada pela lagrangeana

$$\mathcal{L}^{NC} = -\frac{g}{2 \cos \theta_W} \sum_n [\bar{\psi}_L \gamma^\mu \psi_L L_n^\psi + \bar{\psi}_R \gamma^\mu \psi_R R_n^\psi] Z_{n\mu} \quad (189)$$

onde $Z_{n\mu}$ representa qualquer boson de gauge neutro da teoria. Da Eq. (182) supondo $e = g \sin \theta_W$ mas com

$$e = g'(1 - 4 \sin^2 \theta_W)^{\frac{1}{2}}$$

obtemos

$$\cos^2 \theta_W = \frac{1 + 3t^2}{1 + 4t^2}. \quad (190)$$

Os coeficientes de corrente neutra L_n^ψ e R_n^ψ associados as componentes quirais ψ_L e ψ_R do fermion ψ são

$$\begin{aligned} L_n^{u_1} &= -\cos \theta_W \left(x_n + \frac{1}{\sqrt{3}} y_n + \frac{1}{\sqrt{6}} z_n + \frac{4}{3} w_n t \right), \\ L_n^{u_\alpha} &= -\cos \theta_W \left(x_n - \frac{1}{\sqrt{3}} y_n - \frac{1}{\sqrt{6}} z_n - \frac{2}{3} w_n t \right), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
L_n^{u'} &= -\cos\theta_W \left(-\frac{2}{\sqrt{3}}y_n + \frac{1}{\sqrt{6}}z_n + \frac{4}{3}w_n t \right), \\
R_n^{u_1} &= R_n^{u_\alpha} = R_n^{u'} = -\frac{4}{3} \cos\theta_W w_n t
\end{aligned} \tag{191}$$

para os quarks do setor de carga 2/3 e

$$\begin{aligned}
L_n^{d_1} &= -\cos\theta_W \left(-x_n + \frac{1}{\sqrt{3}}y_n + \frac{1}{\sqrt{6}}z_n + \frac{4}{3}w_n t \right), \\
L_n^{d_\alpha} &= -\cos\theta_W \left(-x_n - \frac{1}{\sqrt{3}}y_n - \frac{1}{\sqrt{6}}z_n - \frac{2}{3}w_n t \right), \\
L_n^{d'_\alpha} &= -\cos\theta_W \left(\frac{2}{\sqrt{3}}y_n - \frac{1}{\sqrt{6}}z_n - \frac{2}{3}w_n t \right), \\
R_n^{d_1} &= R_n^{d_\alpha} = R_n^{d'_\alpha} = \frac{2}{3} \cos\theta_W w_n t,
\end{aligned} \tag{192}$$

para os quarks do setor de carga $-1/3$. Estes coeficientes resumem todos os acoplamentos de corrente neutra do modelo através do índice $n = 0, 1, 2$. O mecanismo GIM é implementado, a nível de árvore, somente para $n = 1$ nos acoplamentos com $Z_1 (\equiv Z^0)$ para os quais

$$L_1^{u_1} \approx L_1^{u_2} \approx L_1^{u_3} \neq L_1^{u'}, \tag{193}$$

e

$$L_1^{d_1} \approx L_1^{d_2} \approx L_1^{d_3} \neq L_1^{d'_2} = L_1^{d'_3}. \tag{194}$$

Em termos dos coeficientes

$$V = \frac{1}{2}(L + R), \quad A = \frac{1}{2}(L - R),$$

para $t = 1.82$ (obtido da Eq. (190) com $\sin^2\theta_W = 0.2325$) e $a < 0.01$ obtemos numericamente

$$V_U \approx 0.19, \quad A_U \approx 0.5$$

e

$$V_D \approx -0.345, \quad A_D \approx -0.5$$

para os sabores usuais $U = \{u_k\}$ e $D = \{d_k\}$, $k = 1, 2, 3$ que coincidem com os coeficientes correspondentes do Modelo Standard

$$V_\psi^{\text{MS}} = T_{3L_\psi} - 2Q_\psi \sin^2\theta_W, \quad A_\psi^{\text{MS}} = T_{3L_\psi}$$

para cada componente $\psi = U, D$ de isospin fraco T_{3L_ψ} quando $\sin^2 \theta_W = 0.2325$.
 Todavia, o mecanismo GIM não opera para os sabores exóticos u' e d'_α , $\alpha = 2, 3$
 acoplados a Z_1 , para os quais os acoplamentos são puramente vetoriais,

$$V_{u'} \approx -0.310, \quad A_{u'} \approx 0; \quad V_{d'_\alpha} \approx 0.15, \quad A_{d'_\alpha} \approx 0.$$

Por outro lado, o modelo prevê FCNCs para todos os quarks acoplados aos bosons
 de gauge com $n = 0, 2$ que não são suprimidas. Isto pode ser visto reescrevendo
 as interações de corrente neutra da Eq. (189) para, por exemplo, o setor de carga
 $-1/3$ como

$$\mathcal{L}^{NC} = -\frac{g}{\cos \theta_W} \sum_n \left(\bar{D}'_L \gamma^\mu Y_{nL}^D D'_L + \bar{D}'_R \gamma^\mu Y_{nR}^D D'_R \right) Z_{n\mu}, \quad (195)$$

onde $D' = (d_1, d_2, d_3)^T$ são autoestados da simetria de gauge e

$$\begin{aligned} Y_{nL}^D &= \text{diag} (L_n^{d_1}, L_n^{d_2}, L_n^{d_3}) \\ Y_{nR}^D &= \text{diag} (R_n^{d_1}, R_n^{d_2}, R_n^{d_3}) \end{aligned} \quad (196)$$

com $L_n^{d_i}$ e $R_n^{d_i}$ dados nas Eqs. (191) e (192). Apenas para $n = 1$ a matriz Y_{1L}^D é
 proporcional a matriz identidade mas para os casos $n = 0, 2$, quaisquer que sejam
 os valores de t e a , todos os coeficientes L_n^ψ e R_n^ψ são diferentes entre si. Os valores
 para o setor de carga $-1/3$ são (para $t = 1.82$ e $a = 0.01$)

$$L_0^{d_1} \approx -2.12, \quad L_0^{d_2} = L_0^{d_3} \approx 1.12, \quad R_0^{d_1} = R_0^{d_2} = R_0^{d_3} \approx 1.01, \quad (197)$$

para $n = 0$ e

$$L_2^{d_1} \approx -0.61, \quad L_2^{d_2} = L_2^{d_3} \approx 0.49, \quad R_2^{d_1} = R_2^{d_2} = R_2^{d_3} \approx 0.12. \quad (198)$$

para $n = 2$. Os quarks autoestados da simetria podem ser girados em autoestados
 da massa através das transformações biunitárias $D'_L = V_L^D D_L$ e $D'_R = V_R^D D_R$ de
 modo que

$$Y_{nL}^D \rightarrow V_L^{D\dagger} Y_{nL}^D V_L^D, \quad Y_{nR}^D \rightarrow V_R^{D\dagger} Y_{nR}^D V_R^D. \quad (199)$$

Para $n = 0, 2$ as matrizes Y_{0L}^D e Y_{2L}^D não são proporcionais a matriz identidade,
 razão pela qual ocorrem FCNCs. Entretanto, estes acoplamentos envolvem ângulos
 que em geral não coincidem com os parâmetros de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa
 definidos como

$$V_{CKM} = V_L^{U\dagger} V_L^D$$

nas interações de corrente carregada do Modelo Standard. Assim, não é possível extrair nenhum limite sobre as massas dos bosons Z_0 e Z_2 a partir de processos que envolvem FCNCs a menos que se conheçam estes ângulos. Todavia a condição $\sin^2 \theta_W < 1/4$ implica massas para Z_0 e Z_2 da ordem de alguns TeVs [31].

Os coeficientes de corrente neutra dos leptons são

$$\begin{aligned} L_n^\nu &= L_n^{u1} + \frac{4}{3} \cos \theta_W w_n t, \\ R_n^\nu &= -L_n^{u'} - \frac{4}{3} \cos \theta_W w_n t, \\ L_n^l &= L_n^{d1} + \frac{4}{3} \cos \theta_W w_n t, \\ R_n^l &= -\frac{3}{\sqrt{6}} z_n. \end{aligned} \quad (200)$$

Para $n = 1$ com $t = 1.82$ e $a \leq 0.01$ obtemos

$$V_{\nu_l} \approx 0.5, \quad A_{\nu_l} \approx 0.5, \quad V_l \approx -0.035, \quad A_l \approx -0.5,$$

que coincidem com os valores do Modelo Standard.

No setor dos leptons temos as seguintes interações de corrente carregada

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_l^{CC} &= -\frac{g}{\sqrt{2}} [\bar{\nu}_{lL} \gamma^\mu l_L W_\mu^+ + \bar{\nu}_{lL}^c \gamma^\mu l_L V_{1\mu}^+ + \bar{l}_L^c \gamma^\mu \nu_{lL} V_{2\mu}^+ \\ &\quad + \bar{l}_L^c \gamma^\mu \nu_{lL}^c V_{3\mu}^+ + \bar{l}_L^c \gamma^\mu l_L U_\mu^{++}] + \text{H.c.}, \end{aligned} \quad (201)$$

bem como as interações

$$-\frac{g}{\sqrt{2}} \bar{\nu}_{lL}^c \gamma^\mu \nu_{lL} X_\mu^0$$

que envolvem o boson não hermitiano X^0 . Em termos dos autoestados da simetria, as interações de corrente carregada dos quarks são

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_q^{CC} &= -\frac{g}{\sqrt{2}} [\bar{u}_{kL} \gamma^\mu d_{kL} W_\mu^+ + (\bar{u}'_L \gamma^\mu d_{1L} + \bar{u}_{\alpha L} \gamma^\mu d'_{\alpha L}) V_{1\mu}^+ \\ &\quad + (\bar{J}_L \gamma^\mu u_{1L} + \bar{d}_{\alpha L} \gamma^\mu j_{\alpha L}) V_{2\mu}^+ + (\bar{J}_L \gamma^\mu u'_L \\ &\quad + \bar{d}'_{\alpha L} \gamma^\mu j_{\alpha L}) V_{3\mu}^+ + (\bar{J}_L \gamma^\mu d_{1L} - \bar{u}_{\alpha L} \gamma^\mu j_{\alpha L}) U_\mu^{++}] + \text{H.c.}, \end{aligned} \quad (202)$$

onde $k = 1, 2, 3$ e $\alpha = 2, 3$. Existem também interações como

$$\bar{u}'_L \gamma^\mu u_L$$

entre estados com e sem apóstrofe de quarks de mesma carga elétrica mediadas por X^0 .

O mecanismo GIM é implementado no modelo 341 e não é necessário ter um *fine tuning* forte nos coeficientes V e A para que o setor de correntes neutras esteja de acordo com a fenomenologia. Estes coeficientes são funções complicadas de $\sin^2 \theta_W$ e da razão $a \equiv v_1/v_2$ mas, uma vez fixado $\sin^2 \theta_W$, existe um grande intervalo de valores de a permitidos. Assim, o modelo deve ser consistente também com a fenomenologia das correntes carregadas. Neste tipo de modelo é possível implementar o mecanismo de Voloshin [50], no limite de simetria exata, o neutrino tem um momento magnético mesmo que um termo de massa seja proibido.

Este trabalho foi financiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) através do projeto de pesquisa 301300/2017-0. O autor agradece ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo apoio financeiro. Este trabalho foi financiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) através do projeto de pesquisa 301300/2017-0. O autor agradece ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo apoio financeiro.

- * Não existe abstrato em português disponível para este artigo.
- * Não existe abstrato em português disponível para este artigo.
- * Não existe abstrato em português disponível para este artigo.

Disponibilizado de acordo com o artigo 51 da Lei nº 13.127, de 2016, que institui o acesso aberto às informações científicas produzidas por instituições de pesquisa brasileiras (LDB, 1996) e a implementação do Modelo Standard) que fornece uma simulação de família com representação de neutrinos de Dirac e Majorana, onde cada um dos neutrinos possui um número quântico de spin inteiro de família com uma única geração. Assim, o modelo leva em consideração a existência de um número conservado de número quântico de família, que é igual ao número de famílias de neutrinos de Dirac e Majorana representados no modelo. Para mais detalhes, consulte o artigo em inglês disponível em <https://arxiv.org/abs/1708.02532>.

4. O Problema das Famílias

Vamos formular três questões fundamentais da Física das interações fracas:

- Por que leptons e quarks são agrupados segundo um padrão repetitivo (famílias) ?
- Quantas famílias de fermions existem ?
- Poderiam as famílias ser englobadas em alguma estrutura maior ?

Este conjunto de questões forma o chamado *Problema das Famílias*. Em essência, trata-se de responder a questão de Rabi (“*Who ordered that ?*”) originalmente formulada com relação as primeiras evidências experimentais da existência do muon. Uma explicação do Problema das Famílias pode requerer formas drásticas de Física nova que, eventualmente, os experimentos podem vir a sugerir. Pode ser que leptons e quarks não sejam realmente *elementares* [11] ou, então, que os objetos subjacentes da estrutura fundamental da matéria sejam *strings* [15] e que toda a fenomenologia seja determinada por Física na escala de Planck. Todavia, com relação a estas duas possibilidades apresentam-se os seguintes fatos:

- Não existe absolutamente nenhuma evidência experimental que sugere que as partículas elementares do Modelo Standard sejam compostas
- Nenhuma teoria de *strings* jamais permitiu fazer previsões que possam ser testadas experimentalmente. A principal barreira com que se deparam as teorias de *strings* é com a redução de uma teoria 26- ou 10-dimensional para uma teoria realística em $3 + 1$ dimensões. Ainda que esta redução possa ser executada a teoria perde qualquer contato com quantidades mensuráveis

Possibilidades de notável interesse [51] residem em modelos com *simetria horizontal* (assim chamados para distingui-los de extensões GUT, SUSY ou Technicolor do Modelo Standard) que contém uma *simetria de família* com representação irredutível de dimensão três de modo que cada um dos quatro sabores $\{u, d, e, \nu\}$ seria provido de um índice de família com três valores possíveis. Assim, a *simetria de família* usualmente consiste de uma simetria horizontal, global ou de gauge (*familons*), sob a qual as três famílias de fermions se transformam segundo alguma representação não trivial. Para evitar degenerescências de massa a simetria de família é quebrada. Todavia, nesse contexto, não surge nenhuma explicação da

existência de três famílias; ao contrário, nestes modelos usa-se este fato como um *input* e o problema passa a ser explicar a hierarquia de massas

$$m_t \gg \gg m_c \gg m_u,$$

$$m_b \gg m_s \gg m_d,$$

$$m_\tau \gg m_\mu \gg m_e$$

e o *splitting* de massas nos dubletos de $SU(2)_L$

$$m_t \gg m_b, \quad m_c \gg m_s$$

mas

$$m_u < m_d$$

com a hierarquia de *mixing*

$$|V_{us}| \gg |V_{cb}| \gg |V_{ub}|.$$

Neste capítulo vamos mostrar como os modelos 331 e 341 podem oferecer uma resposta ao problema das famílias tendo em vista ainda que este pode ser também um primeiro passo para a compreensão do problema da hierarquia de massas [37].

4.1 Anomalias de Gauge

Uma teoria de gauge deve oferecer a descrição da dinâmica das partículas elementares. Neste sentido, deverá ser possível extrair tudo que uma teoria quântica de campos pode oferecer no que se refere a estados ligados, espalhamentos e processos de criação e aniquilação de partículas. Entretanto, ao levar a cabo o processo de quantização de uma teoria de campos a partir de sua versão clássica, eventualmente se constatará que as duas versões não compartilham das mesmas propriedades de simetria. Para cada simetria presente na teoria clássica derivamos, via teorema de Noether, uma lei de conservação local expressa por um tipo de equação de continuidade que consiste, genericamente, em afirmar que se anule a 4-divergência de uma função das variáveis dinâmicas de campo. Esta função é a 4-corrente conservada, j^μ , associada a simetria em questão mas o processo de quantização pode fazer com que determinadas propriedades de simetria originais sejam perdidas. Verificar a conservação de uma determinada corrente na prática equivale a verificar se as funções de Green que formam as amplitudes satisfazem

as relações de Ward-Takahashi (ou de Slavnov-Taylor para teorias não abelianas). A anomalia estará presente se estas identidades forem violadas e se manifestará como um termo adicional, resultando na identidade anômala

$$\partial_\mu j^\mu = j + \text{anomalia},$$

onde j é a forma conônica que, no caso de uma simetria, será $j = 0$. A presença de anomalias destrói a renormalizabilidade de uma teoria de campos [52][53] pois há uma classe de identidades de Ward para as quais não é possível implementar nenhum procedimento de regularização.

Para obter uma amplitude renormalizada é necessário um procedimento de regularização que respeite a invariância de gauge. Todavia, verifica-se que para teorias de campos que contém a matriz

$$\gamma_5 = \frac{i}{4!} \epsilon_{\mu\nu\lambda\rho} \gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\lambda \gamma^\rho$$

falha-se ao implementar a regularização dimensional devido as dificuldades com a continuação fora de quatro dimensões de quantidades como $\epsilon_{\mu\nu\lambda\rho}$. Outros procedimentos de regularização apresentam dificuldades correspondentes de modo que a renormalização de uma teoria anômala não é um obstáculo meramente técnico: não há nenhum procedimento de regularização que permite eliminar a anomalia.

Esta constatação seria particularmente alarmante pois em qualquer teoria de campos quirais, como aquelas que pretendem uma descrição da interação fraca, os fermions se acoplam aos bosons de gauge através de correntes axiais. Neste caso, além das identidades de Ward vetoriais teremos também identidades de Ward axiais que envolvem a(s) corrente(s) axial j_5^μ . Podemos assegurar as identidades de Ward vetoriais salvando, por exemplo, a conservação da carga elétrica e preservando a invariância de gauge mas, por outro lado, a invariância quiral é perdida pois a identidade de Ward axial

$$\partial_\mu j_5^\mu = 2m j_5$$

(onde o pseudoescalar $j_5 = i\bar{\psi}\gamma_5\psi$ é a densidade quiral) torna-se anômala:

$$\partial_\mu j_5^\mu = j + \mathcal{A}. \quad (203)$$

Aqui \mathcal{A} representa a anomalia axial que não depende da massa do fermion ψ de modo que, mesmo no limite quiral, $m \rightarrow 0$, teremos

$$\partial_\mu j_5^\mu = \mathcal{A} \neq 0.$$

O diagrama de Feynman mais simples que origina esta consequência é o *loop* triangular de fermions com um número ímpar de vértices axiais que gera a anomalia de Adler-Bell-Jackiw (ABJ) [54][55] e impossibilita manter simultaneamente a invariância de gauge e a simetria quiral ainda que estejamos no limite quiral. De um modo geral, uma teoria de campos em $d = 2\alpha$ dimensões com acoplamentos vetoriais e axiais apresentará diagramas poligonais anômalos com $\alpha + 1$ lados quando houver um número ímpar de vértices axiais.

Sem a possibilidade de eliminar a anomalia ABJ por algum procedimento de regularização e, tendo em conta que sua existência depende essencialmente do número de dimensões do espaço-tempo e do conteúdo de campos da teoria, é possível o cancelamento graças as restrições na escolha do tipo, estrutura de multipletos e propriedades dos campos de matéria.

Numa teoria não abeliana, para a representação fermiônica \mathcal{R} , a anomalia no divergente de correntes, Eq. (203), é dada por

$$\mathcal{A}^{abc} \propto \sum_{\mathcal{R}} \text{Tr} \left[\{T_L^a(\mathcal{R}), T_L^b(\mathcal{R})\} T_L^c(\mathcal{R}) - \{T_R^a(\mathcal{R}), T_R^b(\mathcal{R})\} T_R^c(\mathcal{R}) \right], \quad (204)$$

onde $T^a(\mathcal{R})$ são representações matriciais dos geradores do grupo de simetria e $\{, \}$ indica o anticomutador destas matrizes. Os índices L e R relacionam-se com as propriedades quirais dos campos.

Especificamente para os grupos especiais unitários (não abelianos), as representações de $SU(N)$ apresentarão anomalias no seguinte sentido: sejam $T^a(\mathcal{R})$ os geradores da representação \mathcal{R} . Definimos

$$\text{Tr} \left[\{T^a(\mathcal{R}'), T^b(\mathcal{R}')\} T^c(\mathcal{R}') \right] \equiv d^{abc} \quad (205)$$

para a representação definidora \mathcal{R}' , onde d^{abc} são completamente simétricos pela troca de índices. Então, para qualquer representação \mathcal{R} ,

$$\text{Tr} \left[\{T^a(\mathcal{R}), T^b(\mathcal{R})\} T^c(\mathcal{R}) \right] = \mathcal{A}(\mathcal{R}) d^{abc}, \quad (206)$$

onde o número inteiro $\mathcal{A}(\mathcal{R})$ é a anomalia da representação \mathcal{R} que goza das seguintes propriedades [56]

$$\begin{aligned} \mathcal{A}(\mathcal{R}^*) &= -\mathcal{A}(\mathcal{R}), \\ \mathcal{A}(\mathcal{R}_1 \oplus \mathcal{R}_2) &= \mathcal{A}(\mathcal{R}_1) + \mathcal{A}(\mathcal{R}_2), \\ \mathcal{A}(\mathcal{R}_1 \otimes \mathcal{R}_2) &= \mathcal{A}(\mathcal{R}_1) \dim(\mathcal{R}_2) + \mathcal{A}(\mathcal{R}_2) \dim(\mathcal{R}_1) \end{aligned} \quad (207)$$

nas quais \mathcal{R}^* é a representação conjugada de \mathcal{R} e $\dim(\mathcal{R}_{1,2})$ é a dimensão da representação $\mathcal{R}_{1,2}$.

Vamos revisitar o procedimento de cancelamento das anomalias no Modelo Standard para, posteriormente, podermos compará-lo com aquele dos modelos 331 e 341 e demonstrar que se processam de modo diferente.

4.2 Anomalias e as Famílias no Modelo Standard

No Modelo Standard definimos o operador de carga elétrica, Q , em termos da terceira componente de isospin fraco, T_3 , e da hipercarga fraca, Y ,

$$Q = T_3 + \frac{Y}{2} \quad (208)$$

com o conteúdo de representação dos campos de matéria

$$L_l \equiv \begin{pmatrix} \nu_l \\ l \end{pmatrix}_L \sim (1, 2, -1); \quad l_R \sim (1, 1, -2) \quad (209)$$

para as três famílias de leptons $l = \{e, \mu, \tau\}$ e

$$Q_L \equiv \begin{pmatrix} U \\ D \end{pmatrix}_L \sim (3, 2, +1/3); \quad U_R \sim (3, 1, +4/3), \quad D_R \sim (3, 1, -2/3), \quad (210)$$

para as três famílias de quarks, onde $U = \{u, c, t\}$ e $D = \{d, s, b\}$ denotam coletivamente os setores de carga $+2/3$ e $-1/3$, respectivamente (índices de cor e sabor suprimidos). Neste caso, as matrizes $T^a(\mathcal{R})$ tanto podem ser as matrizes de Pauli $T^a = \frac{1}{2}\sigma^a$, $a = 1, 2, 3$ que são os três geradores de $SU(2)$, bem como a matriz de hipercarga $T^0 = Y/2$, o (único) gerador de $U(1)$. Ocorre que o grupo de Lie simples $SU(2)$ tem a propriedade bastante singular de possuir representação fundamental real, de modo que, se U é uma matriz unitária,

$$-T^{a*} = UT^aU^\dagger; \quad a = 1, 2, 3$$

então, T^a e $-T^{a*}$ são equivalentes, como pode ser verificado imediatamente com $U = i\sigma_2$,

$$(i\sigma_2)\left(-\frac{1}{2}\sigma_a^T\right)(i\sigma_2)^\dagger = \frac{1}{2}\sigma_a.$$

Esta propriedade é realmente singular já que foi possível mostrar, graças a um trabalho de classificação [57] das representações irredutíveis de todos os grupos

de Lie que não contém subgrupos normais próprios que, em particular, entre os grupos especiais unitários, $SU(N)$, o único a possuir representação fundamental real é aquele para o qual $N = 2$. O grupo $SU(2)$ é um grupo *safe*, livre de anomalias,

$$\mathcal{A}^{abc} \propto \text{Tr} [\{\sigma^a, \sigma^b\} \sigma^c] = 2\delta^{ab} \text{Tr}(\sigma^c) = 0; \quad a = 1, 2, 3 \quad (211)$$

Vamos mostrar como cada anomalia é cancelada no Modelo Standard considerando a simetria de gauge G_{321} completa.

- $[SU(3)_C]^3$:

esta anomalia é automaticamente ausente pois a QCD é vetorial: para cada triplete de cor existe o correspondente antitripleto. O cancelamento desta anomalia ocorre em cada família separadamente já que existem três tripletos de cor e três antitripletos correspondentes.

- $[SU(2)_L][U(1)_Y]^2$:

o cancelamento desta anomalia é trivial,

$$\mathcal{A}^{a00} \propto \text{Tr}(\sigma^a Y Y) \propto \text{Tr}(\sigma^a) = 0; \quad a = 1, 2, 3$$

No setor eletrofraco restam apenas duas anomalias cujo cancelamento é não trivial. A primeira delas é

- $[SU(2)_L]^2 [U(1)_Y]$:

neste caso,

$$\mathcal{A}^{ab0} \propto \text{Tr}(\{\sigma^a, \sigma^b\} Y) = 2\delta^{ab} \text{Tr} Y. \quad (212)$$

Explícitamente,

$$\text{Tr} Y = \sum Y = \sum_{\text{leptons}} Y + \sum_{\text{quarks}} Y \quad (213)$$

com as somas subentendidas sobre os multipletos. Para cada família de fermions quirais, com a estrutura de multipletos dada nas Eqs. (209) e (210), vamos obter

$$\begin{aligned} \sum_{\text{leptons}} (Y_L + Y_R) &= Y(\nu_{lL}) + Y_{lL} + Y_{lR} = (-1) + (-1) + (-2) \\ &= -4 \end{aligned} \quad (214)$$

para os leptons e

$$\begin{aligned}
 \sum_{\text{quarks}} (Y_L + Y_R) &= 3[Y(U_L) + Y(D_L) + Y(U_R) + Y(D_R)] \\
 &= 3\left[\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{4}{3} + \left(-\frac{2}{3}\right)\right] \\
 &= +4
 \end{aligned} \tag{215}$$

para os quarks, onde o fator 3 global aparece para que seja efetuada a contagem correta pois há três quarks distintos com números quânticos do grupo de cor, $SU(3)_C$, diferentes para cada sabor. A anomalia $[SU(2)_L]^2[U(1)_Y]$ é cancelada tomando as contribuições dos multipletos de quarks e leptons em conjunto,

$$\mathcal{A}^{ab0} \propto \text{Tr} Y = (-4) + 4 = 0. \tag{216}$$

Observemos que o cancelamento desta anomalia ocorre dentro de uma mesma famílias de quark e leptons quirais e, portanto, não é sensível ao número de famílias. Este fato se repete no cancelamento não trivial da anomalia pura

- $[U(1)_Y]^3$:

neste caso todos os geradores $T(\mathcal{R})$ são a matriz de hipercarga Y . Usando a Eq. (208) esta anomalia pode ser escrita em termos da carga elétrica Q e da matriz T_3 de isospin fraco,

$$\mathcal{A}^{000} \propto \text{Tr}(Y^3) = 8 \text{Tr}(Q^3 - 3Q^2T_3 + 3QT_3^2 - T_3^3). \tag{217}$$

Notemos, todavia, que

$$\text{Tr}(T_3)^3 = \text{Tr}\left(\frac{\sigma_3}{2}\right)^3 = 0$$

e como podemos ignorar o termo Q^3 , pois *loops* tipo VVV não apresentam anomalias, a Eq. (217) se resume a

$$\mathcal{A}^{000} \propto \text{Tr}(Q^2T_3 - QT_3^2). \tag{218}$$

que contém as contribuições dos leptons e dos quarks

$$\text{Tr}(Q^2T_3 - QT_3^2) = \sum_{\text{leptons}} (Q^2T_3 - QT_3^2) + \sum_{\text{quarks}} (Q^2T_3 - QT_3^2). \tag{219}$$

Explícitamente, para cada família, o setor leptônico contribui com

$$\begin{aligned}
 \sum_{\text{leptons}} (\mathcal{Q}^2 T_3 - \mathcal{Q} T_3^2) &= \left[(0)^2 \left(\frac{1}{2}\right) - (0) \left(\frac{1}{2}\right)^2 \right] \\
 &+ \left[(-1)^2 \left(-\frac{1}{2}\right) - (-1) \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \right] \\
 &= -\frac{1}{4}
 \end{aligned} \tag{220}$$

e, novamente, considerando três cores para cada sabor, a contribuição de cada família de quarks é

$$\begin{aligned}
 \sum_{\text{quarks}} (\mathcal{Q}^2 T_3 - \mathcal{Q} T_3^2) &= 3 \left[\left(\frac{2}{3}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right) - \left(\frac{2}{3}\right) \left(\frac{1}{2}\right)^2 \right] \\
 &+ 3 \left[\left(-\frac{1}{3}\right)^2 \left(-\frac{1}{2}\right) - \left(-\frac{1}{3}\right) \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \right] \\
 &= +\frac{1}{4}
 \end{aligned} \tag{221}$$

que é precisamente oposta a contribuição correspondente dos leptons, ocorrendo o cancelamento

$$\mathcal{A}^{000} \propto \text{Tr } Y^3 = 0. \tag{222}$$

Naturalmente, neste caso, ao contrário da Eq. (212), não houve contribuição dos campos quirais RH pois não fazem parte dos dubletos de isospin fraco. Isto completa o cancelamento das anomalias do Modelo Standard.

Vamos mostrar que as contribuições não triviais das Eqs. (212) e (218) são proporcionais aos traços da matriz que representa o operador de carga elétrica. Partindo com a Eq. (208), para o caso da anomalia $[SU(2)_L]^2[U(1)_Y]$, o resultado segue imediatamente,

$$\text{Tr } Y = \text{Tr} [2(\mathcal{Q} - T_3)] = 2 \text{Tr } \mathcal{Q} \propto \text{Tr } \mathcal{Q} \tag{223}$$

e, com um pouco de álgebra, é possível mostrar o mesmo para a anomalia $[U(1)_Y]^3$,

$$\begin{aligned}
 \text{Tr} (\mathcal{Q}^2 T_3 - \mathcal{Q} T_3^2) &= \text{Tr} [\mathcal{Q}(\mathcal{Q} - T_3)T_3] = \frac{1}{2} \text{Tr} (T_3^2 Y) + \frac{1}{4} (Y^2 T_3) \\
 &\propto \text{Tr } \mathcal{Q},
 \end{aligned} \tag{224}$$

onde, na última passagem, utilizamos a relação de anticomutação dos geradores de $SU(2)$. Assim, a anomalia completa se resume à soma sobre a carga elétrica de todos os fermions da teoria,

$$\text{Tr } Q = \sum_{\text{fermions}} Q \quad (225)$$

e, tendo em conta a multiplicidade de cor para cada sabor dos quarks, verifica-se imediatamente que

$$\text{Tr } Q = 0. \quad (226)$$

O cancelamento dentro de uma mesma família de leptons e quarks do Modelo Standard possui ainda a característica de se efetuar separadamente dentro de cada setor de quiralidade LH ou RH . Isto pode ser verificado imediatamente retomando as Eqs. (214), (215), (220) e (221). Para cada família, no setor LH ,

$$\begin{aligned} \sum_{\text{leptons}} Y_L + \sum_{\text{quarks}} Y_L + \sum_{\text{leptons}} (Q^2 T_3 - Q T_3^2) + \sum_{\text{quarks}} (Q^2 T_3 - Q T_3^2) \\ = (-2) + 2 + \left(-\frac{1}{4}\right) + \frac{1}{4} = 0 \end{aligned} \quad (227)$$

e no setor de quiralidade RH

$$\sum_{\text{leptons}} Y_R + \sum_{\text{quarks}} Y_R = -2 + 2 = 0. \quad (228)$$

Isto reflete um resultado geral [58] que afirma: se um grupo é *safe*, então, as anomalias dos setores quirais LH e RH se anulam separadamente,

$$\mathcal{A}_L^{abc} = \mathcal{A}_R^{abc} = 0.$$

Uma vez canceladas todas as anomalias ficam garantidas a renormalizabilidade e unitariedade da teoria. Enfatizemos que o cancelamento foi possível graças a contagem dos graus de liberdade de cor de $SU(3)_C$ mas ocorre dentro de cada família separadamente; nenhum vínculo sobre o número de famílias surge a partir do cancelamento não trivial das anomalias no Modelo Standard.

4.3 O Problema das Famílias em 331 e 341

Como vimos, o Modelo Standard não oferece nenhum indício a respeito da questão do sabor. No sentido de encontrar uma solução para o problema das

famílias cumpre registrar a tentativa de usar GUTs $SU(N)$ para encontrar representações simples que levam a três famílias sob o subgrupo $SU(5)$ [59]. Este programa, embora bem sucedido em alguns aspectos, não resolve a questão de maneira convincente.

Aqui pretendemos mostrar que, no âmbito dos modelos com simetria de gauge G_0 , emerge uma solução do problema das famílias utilizando apenas as condições de renormalizabilidade e unitariedade que caracterizam uma teoria de gauge.

Começemos observando que os grupos especiais unitários $SU(N)$ com $N > 2$ não são *safe* no sentido da Eq. (211). No caso particular de $SU(3)$ as representações matriciais dos geradores do grupo são proporcionais as matrizes de Gell-Mann, λ_a , $a = 1, \dots, 8$ que satisfazem a álgebra

$$[\lambda_a, \lambda_b] = 2if_{abc}\lambda_c, \quad (229)$$

$$\{\lambda_a, \lambda_b\} = \frac{4}{3}\delta_{ab} + 2d_{abc}\lambda_c, \quad (230)$$

onde f_{abc} são as constantes de estrutura (completamente antisimétricas) e d_{abc} são simétricos com relação a todos os índices. De um modo geral,

$$f_{abc} = \frac{1}{4i} \text{Tr}([\lambda_a, \lambda_b]\lambda_c), \quad (231)$$

$$d_{abc} = \frac{1}{4} \text{Tr}(\{\lambda_a, \lambda_b\}\lambda_c) \quad (232)$$

e, portanto,

$$\mathcal{A}_{abc} \propto \text{Tr}(\{\lambda_a, \lambda_b\}\lambda_c) = 4d_{abc} \quad (233)$$

que não é nulo para todos os valores de abc para os quais $d_{abc} \neq 0$. Isto é válido para qualquer $SU(N)$ com $N > 2$ já que a generalização da Eq. (230) para qualquer N é

$$\{\lambda_a, \lambda_b\} = \frac{4}{N}\delta_{ab} + 2d_{abc}\lambda_c \quad (234)$$

e sómente para $N = 2$ as constantes d_{abc} são tais que $d_{abc} = 0$.

Vamos considerar em detalhes como se processa o cancelamentos das anomalias tomando como caso de estudo o Modelo I com as atribuições dadas nas Eqs. (14), (17), (18), (19) e (20),

$$\Psi_{aL} \sim (1, 3, 0), \quad Q_{1L} \sim (3, 3, +2/3), \quad Q_{iL} \sim (3, 3^*, -1/3),$$

para todos os graus de liberdade LH e

$$u_{1R} \sim (\mathbf{3}, \mathbf{1}, +2/3), \quad d_{1R} \sim (\mathbf{3}, \mathbf{1}, -1/3), \quad J_R \sim (\mathbf{3}, \mathbf{1}, +5/3),$$

$$j_{1,2R} \sim (\mathbf{3}, \mathbf{1}, -4/3), \quad u_{2,3R} \sim (\mathbf{3}, \mathbf{1}, +2/3), \quad d_{2,3R} \sim (\mathbf{3}, \mathbf{1}, -1/3),$$

para os correspondentes campos RH . Cada gerador de $SU(3)$ tem traço nulo [tenhamos em conta que os modelos 331 envolvem dois fatores $SU(3)$], assim, há precisamente seis anomalias. Caracterizando cada anomalia pelos três geradores nos vértices do diagrama triângulo estas são

1. $[SU(3)_C]^3$

2. $[SU(3)_L]^3$

3. $[U(1)_N]^3$

4. $[SU(3)_C]^2 [U(1)_N]$

5. $[SU(3)_L]^2 [U(1)_N]$

6. $(T_{\alpha\beta})^2 [U(1)_N]$,

onde a última é a anomalia mista gravitacional e de gauge que envolve dois gravitons $T_{\alpha\beta}$. Vamos estudar o cancelamento de cada uma destas contribuições separadamente.

- $[SU(3)_C]^3$:

a anomalia pura de cor é cancelada, como no Modelo Standard, considerando que a QCD é vetorial.

Notemos que o cancelamento ocorre em cada família separadamente pois em cada uma delas há três tripletos de cor acompanhados de três antitripletos correspondentes. Assim, embora o fator 3 de cor tenha jogado um papel importante no cancelamento das anomalias do Modelo Standard, se depender da QCD e da QFD do Modelo Standard o problema das famílias permanece sem solução.

• $[SU(3)_L]^3$:

o cancelamento da anomalia pura $[SU(3)_L]^3$ envolve a seguinte contagem

- primeira família:

a primeira família de fermions do Modelo I consiste de três tripletos de $SU(3)_L$ de quarks (contando os graus de liberdade de cor) e um triplete de leptons. Os singletos não contribuem para a anomalia $[SU(3)_L]^3$ e, assim, a primeira família de quarks e leptons contribui com

$$\begin{aligned} \sum_{\text{leptons}} Q + \sum_{\text{quarks}} Q &= [0 + 1 + (-1)] + 3 \left[\frac{2}{3} + \left(-\frac{1}{3}\right) + \frac{5}{3} \right] \\ &= +6. \end{aligned} \quad (235)$$

A anomalia $[SU(3)_L]^3$ dos leptons é nula dentro da primeira família. Este fato se repete para a segunda e terceira família. Aqui já é possível apreciar a primeira diferença no esquema de cancelamento de anomalias com relação ao cancelamento do Modelo Standard pois agora uma mesma família de quarks e leptons é anômala.

- segunda família:

a segunda família contém três (contagem de cor efetuada) antitripletos de $SU(3)_L$ de quarks e um triplete de leptons. Como os singletos não afetam a anomalia $[SU(3)_L]^3$ a contribuição da segunda família é

$$\begin{aligned} \sum_{\text{leptons}} Q + \sum_{\text{quarks}} Q &= [0 + 1 + (-1)] + 3 \left[\left(-\frac{4}{3}\right) + \frac{2}{3} + \left(-\frac{1}{3}\right) \right] \\ &= -3. \end{aligned} \quad (236)$$

A segunda família também é anômala.

- terceira família:

como as propriedades de transformação da terceira família são as mesmas da segunda a contribuição a anomalia é a mesma,

$$\sum_{\text{leptons}} Q + \sum_{\text{quarks}} Q = [0 + 1 + (-1)] + 3 \left[\left(-\frac{4}{3}\right) + \frac{2}{3} + \left(-\frac{1}{3}\right) \right]$$

$$= -3. \quad (237)$$

A anomalia $[SU(3)_L]^3$ é cancelada somente se são consideradas em conjunto as contribuições das três famílias.

• $[U(1)_N]^3$:

os tripletos de leptons são tais que $N = 0$ para todas as famílias de modo que apenas os quarks contribuem para a anomalia $[U(1)_N]^3$. Agora devem ser considerados ambos os setores de quiralidade.

- primeira família:

Para o setor de quiralidade LH as contribuições de leptons e quarks são

$$\sum_{\text{leptons}} (N_L)^3 + \sum_{\text{quarks}} (N_L)^3 = (0)^3 + 3 \times 3 \times \left(\frac{2}{3}\right)^3 = +\frac{8}{3} \quad (238)$$

e

$$\sum_{\text{quarks}} (N_R)^3 = 3 \left[\left(\frac{2}{3}\right)^3 + \left(-\frac{1}{3}\right)^3 + \left(\frac{5}{3}\right)^3 \right] = +\frac{44}{3}, \quad (239)$$

para o setor RH . Na Eq. (238) o primeiro fator 3 é o fator de cor e o segundo conta três sabores de quarks dentro do tripleto de $SU(3)_L$.

- segunda família:

aqui temos as seguintes contribuições,

$$\sum_{\text{leptons}} (N_L)^3 + \sum_{\text{quarks}} (N_L)^3 = 3 \times 3 \times \left(-\frac{1}{3}\right)^3 = -\frac{1}{3} \quad (240)$$

para o setor quiral LH e

$$\sum_{\text{quarks}} (N_R)^3 = 3 \left[\left(-\frac{4}{3}\right)^3 + \left(\frac{2}{3}\right)^3 + \left(-\frac{1}{3}\right)^3 \right] = -\frac{19}{3} \quad (241)$$

para o setor RH .

- terceira família:

as contribuições da terceira família são as mesmas da segunda família.

O cancelamento da anomalia $[U(1)_N]^3$ agora pode ser visto somando as contribuições das três famílias de acordo com a Eq. (204)

$$\begin{aligned} \sum (N_L)^3 - \sum (N_R)^3 &= \left[\frac{8}{3} + \left(-\frac{1}{3}\right) + \left(-\frac{1}{3}\right) \right]_{LH} \\ &\quad - \left[\frac{44}{3} + \left(-\frac{19}{3}\right) + \left(-\frac{19}{3}\right) \right]_{RH} \\ &= (+2)_{LH} - (+2)_{RH} = 0, \end{aligned} \quad (242)$$

onde os símbolos de soma devem ser entendidos sobre os multipletos de leptons e quarks quirais. Notemos o cancelamento entre famílias também para esta anomalia.

• $[SU(3)_C]^2 [U(1)_N]$:

esta anomalia é cancelada dentro de cada família de quarks pois a carga elétrica média $\langle Q \rangle$ por multiplete coincide com o número quântico N de $U(1)_N$. De fato, para os tripletos de leptons,

$$\langle Q \rangle = \frac{1}{3} [0 + 1 + (-1)] = 0,$$

e, para a primeira família de quarks LH ,

$$\langle Q \rangle = \frac{1}{3} \left[\frac{2}{3} + \left(-\frac{1}{3}\right) + \frac{5}{3} \right] = +\frac{2}{3},$$

enquanto para a segunda e terceira famílias de quarks LH ,

$$\langle Q \rangle = \frac{1}{3} \left[\left(-\frac{4}{3}\right) + \frac{2}{3} + \left(-\frac{1}{3}\right) \right] = -\frac{1}{3}.$$

O cancelamento se processa da seguinte maneira,

- primeira família:

para os leptons $N_L = 0$ e contando três sabores dentro do mesmo tripleto de quarks LH obtemos

$$\sum_{\text{leptons}} N_L + \sum_{\text{quarks}} N_L = 0 + 3 \times \left(\frac{2}{3}\right) = +2 \quad (243)$$

e, como não há leptons em singletos RH ,

$$\sum_{\text{quarks}} N_R = \frac{2}{3} + \left(-\frac{1}{3}\right) + \frac{5}{3} = +2 \quad (244)$$

Os setores quirais LH e RH contribuem para a anomalia $[SU(3)_C]^2 [U(1)_N]$ com a mesma quantidade dentro da primeira família.

- segunda família:

o setor quiral LH contribui com

$$\sum_{\text{leptons}} N_L + \sum_{\text{quarks}} N_L = 0 + 3 \times \left(-\frac{1}{3}\right) = -1 \quad (245)$$

e o setor RH

$$\sum_{\text{quarks}} N_R = \left[\left(-\frac{4}{3}\right) + \frac{2}{3} + \left(-\frac{1}{3}\right) \right] = -1 \quad (246)$$

pois não existem leptons com $N_R \neq 0$. De novo as contribuições dos setor LH e RH são as mesmas embora sejam diferentes das contribuições por setor quiral da primeira família.

- terceira família:

as contribuições da terceira família são precisamente as mesmas da segunda família.

O cancelamento completo da anomalia $[SU(3)_C]^2 [U(1)_N]$ é obtido tendo em vista a Eq. (204),

$$\left[\sum_{\text{quarks}} N_L - \sum_{\text{quarks}} N_R \right]_{\text{primeira família}}$$

$$\begin{aligned}
& + \left[\sum_{\text{quarks}} N_L - \sum_{\text{quarks}} N_R \right]_{\text{segunda família}} \\
& + \left[\sum_{\text{quarks}} N_L - \sum_{\text{quarks}} N_R \right]_{\text{terceira família}} \\
& = [2 - 2] + [(-1) - (-1)] + [(-1) - (-1)] = 0 \quad (247)
\end{aligned}$$

onde fica claro o cancelamento dentro de uma mesma família e por setor quiral.

• $[SU(3)_L]^2 [U(1)_N]$:

esta anomalia envolve um cancelamento não trivial como no caso das anomalias $[SU(3)_L]^3$ e $[U(1)_N]^3$. Como para os leptons $N_L = 0$ as contribuições são as seguintes

- primeira família:

$$\sum_{\text{quarks}} N_L = 3 \times \left(\frac{2}{3} \right) = +2, \quad (248)$$

onde 3 representa o fator de cor de $SU(3)_C$.

- segunda família:

$$\sum_{\text{quarks}} N_L = 3 \times \left(-\frac{1}{3} \right) = -1 \quad (249)$$

- terceira família:

$$\sum_{\text{quarks}} N_L = 3 \times \left(-\frac{1}{3} \right) = -1 \quad (250)$$

que é idêntica a contribuição da segunda família.

Novamente as anomalias são proporcionais a +2, -1, -1 dentro de cada família verificando-se o cancelamento.

Todos os campos de uma teoria de gauge das partículas elementares sentem os efeitos da interação gravitacional. Embora uma conexão entre as interações gravitacional e não gravitacionais esteja ainda perdida é interessante estudar o cancelamento da anomalia mista gravitacional e de gauge envolvendo dois gravitons $T_{\alpha\beta}$ e um bosons de gauge de $U(1)_N$ nos vértices do triângulo de Adler-Bell- Jackiw. Vamos, portanto, estudar o cancelamento da anomalia

- $(T_{\alpha\beta})^2 [U(1)_N]$:

esta anomalia é essencialmente proporcional ao traço sobre o gerador N de $U(1)_N$ e se anula separadamente para cada família de modo que em nada contribui para a compreensão do problema das famílias. Para a representação fermiônica \mathcal{R} a anomalia $(T_{\alpha\beta})^2 [U(1)_N]$ é

$$\sum_{\mathcal{R}} N = \text{Tr } N, \quad (251)$$

onde a soma sobre a representação \mathcal{R} deve ser entendida segundo a Eq. (204). O cancelamento se processa do seguinte modo,

- primeira família:

a anomalia $(T_{\alpha\beta})^2 [U(1)_N]$ é sentida por todos os fermions (leptons e quarks) de qualquer sabor ou cor e com ambas as quiralidades. Portanto, a contribuição da primeira família à Eq. (251) é

$$\begin{aligned} \text{Tr } N &= \sum_{\text{leptons}} N_L + \sum_{\text{quarks}} N_L - \sum_{\text{quarks}} N_R \\ &= 0 + (3 \text{ cores}) \times (3 \text{ sabores}) \times \left(\frac{2}{3}\right) \\ &\quad - (3 \text{ cores}) \left[\frac{2}{3} + \left(-\frac{1}{3}\right) + \frac{5}{3}\right] \\ &= 6 - 6 = 0 \end{aligned} \quad (252)$$

- segunda e terceira famílias:

as contribuições da segunda e terceira famílias são idênticas entre si

$$\begin{aligned} \text{Tr } N &= 0 + 3 \times 3 \times \left(-\frac{1}{3}\right) - 3 \left[\left(-\frac{4}{3}\right) + \frac{2}{3} + \left(-\frac{1}{3}\right) \right] \\ &= (-3) - (-3) = 0 \end{aligned} \quad (253)$$

e com isto concluímos o cancelamento de todas as anomalias do Modelo I.

Este esquema de cancelamento de anomalias opera no Modelo II, nas possibilidades consideradas no capítulo 2 e no Modelo 341. Assim, a solução para o problema das famílias emerge quando são exigidos os bons atributos de uma teoria de gauge (renormalizabilidade e unitariedade) garantidos pelo cancelamento das anomalias quirais que por sua vez implicam uma teoria consistente apenas quando o número de famílias de fermions é um múltiplo inteiro do número de cores dos quarks. Denotando por N_l e N_q o número de famílias de leptons e quarks, respectivamente, então,

$$\frac{N_l}{N_C} = \frac{N_q}{N_C} = \frac{N_f}{N_C} = k, \quad k = 1, 2, \dots \quad (254)$$

onde N_f representa genericamente o número de famílias e N_C o número de cores.

O conteúdo de representação dos campos de matéria do Modelo I [Cf. Eqs. (14), (17)-(20)] pode ser reafirmado fazendo com que a terceira família de quarks tenha propriedades de transformação diferentes sob G_{331} daquelas da primeira e segunda famílias [20]. Para isto basta continuar tratando os leptons democraticamente,

$$\Psi_{aL} \sim (1, 3^*, 0), \quad a = 1, 2, 3 \quad (255)$$

de modo que

$$Q_{iL} \sim (3, 3, -1/3) \quad (256)$$

e

$$Q_{3L} \sim (3, 3^*, +2/3), \quad (257)$$

onde agora $i = 1, 2$. A possibilidade de discriminar estes conteúdos de representação depende de algum *ansatz* (tipo Fritzsche [60], por exemplo) sobre as matrizes de massa dos quarks [61]. Todavia, esta classe de modelos de um modo geral e, particularmente, a Possibilidade 3 são opções interessantes caso os experimentos venham a evidenciar que a terceira família seja de algum modo diferente das

demais. Esta perspectiva é ilustrada na Fig.1. O Modelo Standard nada diz a respeito da possibilidade de uma quarta família e, pior, a replicação de famílias é, em princípio, um processo que pode se dar indefinidamente. Esta falta de limitação na replicação das famílias se pareceria um pouco com a proliferação de hadrons dos anos 60, mas agora vista dentro da teoria. Enfatizemos que a largura invisível do Z^0 é consistente com a existência de três neutrinos [4].

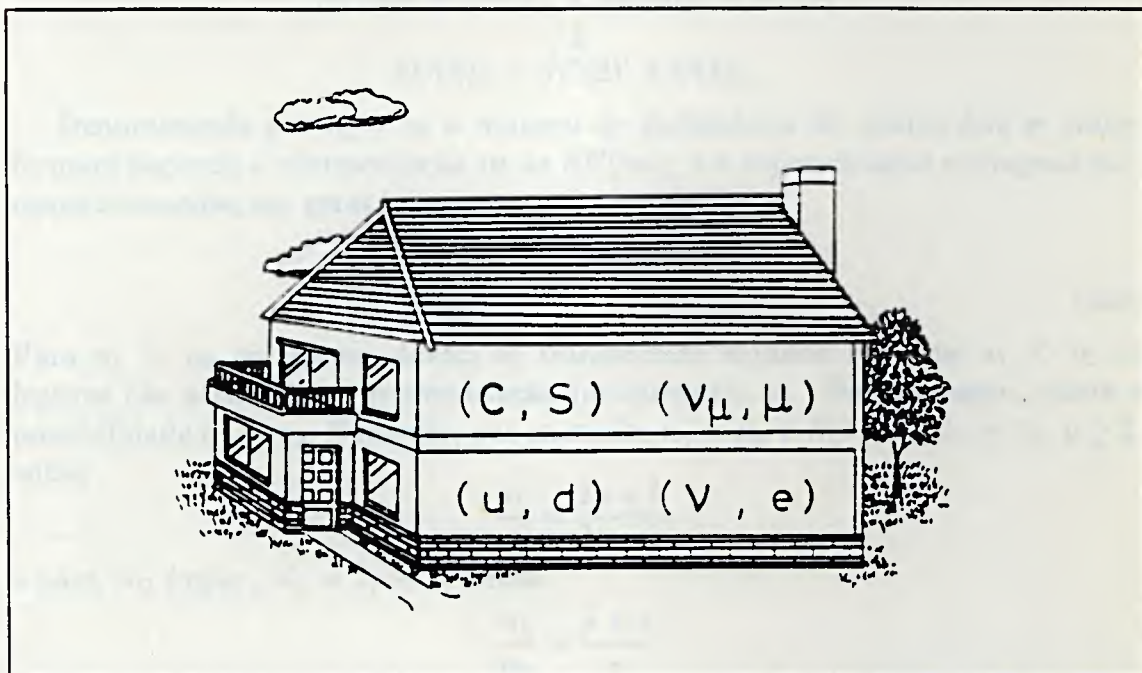


Fig.1: A primeira e segunda famílias de quarks e leptons do Modelo Standard. É possível que a terceira família não more aqui [1]

O cancelamento das anomalias em modelos com a simetria de gauge

$$G_0 \equiv SU(N_C)_C \times G_W \times U(1)_N; \quad G_W \equiv SU(m)_L$$

foi estudado recentemente [45] sob um ponto de vista mais geral com o intuito de realizar extensões tanto do grupo de cor quanto do setor eletrofraco. Nestes casos a coincidência $N_l = N_q = N_f$ é evadida. A simetria de gauge $SU(3)$ de cor é o melhor candidato para uma teoria das interações fortes. Todavia, não existe nenhuma razão fundamental pela qual o grupo de simetria da QCD deva ser $SU(3)_C$. Abre-

se, então, a possibilidade de considerar grupos de simetria $SU(N_C)_C$ com $N_C > 3$ [62] como, por exemplo, $SU(4)_C$ ou $SU(5)_C$, já considerados na literatura [63], nos quais é possível implementar consistentemente uma quebra espontânea de simetria segundo o padrão

$$\begin{aligned} & SU(5)_C \times SU(m)_L \times U(1)_N \\ & \quad \downarrow \\ & SU(3)_C \times SU(2)' \times SU(m)_L \times U(1)_N \\ & \quad \downarrow \\ & SU(3)_C \times SU(2)' \times U(1)_Q. \end{aligned}$$

Denominando por n_1 e n_2 o número de multipletos de quarks que se transformam segundo a representação m de $SU(m)_L$ e a representação conjugada m^* , respectivamente, em geral temos as seguintes relações

$$\begin{aligned} N_l &= |N_C(n_1 - n_2)|, \\ N_q &= n_1 + n_2. \end{aligned} \tag{258}$$

Para $n_1 > n_2$ os leptons devem se transformar segundo m^* e se $n_1 < n_2$ os leptons são atribuídos a representação fundamental m . Naturalmente, existe a possibilidade $n_1 = n_2$. Supondo, por exemplo, $n_1 > n_2$ e N_C par, $N_C = 2p$, $p \geq 2$, então

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{2p + 1}{2p - 1}$$

e para N_C ímpar, $N_C = 2p + 1$, temos

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{p + 1}{p}.$$

Para $N_C = 4$ a condição $N_q = N_l$ é satisfeita se, e somente se, $n_1/n_2 = 5/3$ e para $N_C = 5$ somente se $n_1/n_2 = 3/2$, de modo que, caso o número de famílias de quarks seja igual ao número de famílias de leptons, então, o número mínimo de famílias é oito para $N_C = 4$ e cinco para o caso $N_C = 5$.

Todas estas possibilidades exploram o cancelamento das anomalias, que dita o conteúdo de fermions, de modo não trivial. Em particular, é possível explicar a existência de três famílias. A solução do problema das famílias prevê novas interações fracas (e eventualmente fortes) e novos quarks (e eventualmente leptons). Os modelos 331 e 341 também oferecem novas perspectivas com relação ao problema da quantização da carga elétrica via cancelamento de anomalias [27]. Este problema está sendo investigado.

5. Conclusões

As simetrias G_0 são interessantes extensões da simetria G_{321} dentro das quais é possível solucionar algumas questões que ficam sem resposta no Modelo Standard mínimo que agora passa a ser uma teoria efetiva dos modelos G_0 a baixas energias. Nossa intenção foi encaminhar os problemas do Modelo Standard na direção de Física nova recuperando a fenomenologia bem estabelecida a baixas energias. Acreditamos que estas extensões levam a Física correta além do Modelo Standard preservando a universalidade da interação fraca na escala de energia atual. Admitindo, democraticamente, que $G_W \equiv SU(m)$, $m = 3, 4$ sejam boas simetrias a altas energias para os leptons leves e supondo que sejam simetrias locais as consequências dos modelos são automaticamente determinadas incluindo os quarks exóticos e as novas dinâmicas de sabor. De um modo geral, algumas das consequências comuns a toda esta classe de modelos são

- a) leptons ou quarks exóticos
- b) existência de apenas três famílias de fermions
- c) tratamento assimétrico da terceira família de quarks
- d) novos conjuntos de bosons escalares
- e) possibilidade de neutrinos massivos
- f) processos FCNC nas escalas de energia de Física nova
- g) limites superiores sobre $\sin^2 \theta_W$
- h) consistência com a fenomenologia a baixas energias

Particularmente, a fenomenologia do Modelo I tem sido extensivamente estudada na literatura [64]-[76]. A partir do *matching* das constantes de acoplamento na escala de quebra da simetria eletrofraca $SU(3) \times U(1)$ encontra-se que $\sin^2 \theta_W(M_{Z'}) = 1/4$. Com $\sin^2 \theta_W(M_Z) = 0.2333$ (valor utilizado na Ref.[31]) obtém-se o limite superior $M_{Z'} \leq 3.1$ TeV.

Decaimentos como a desintegração do muon

$$\mu^- \xrightarrow{V^-} e^- \nu_e \bar{\nu}_\mu$$

devidos a emissão de um boson V^- são processos típicos envolvendo leptons que, no Modelo I, são induzidos pelas correntes carregadas que violam número leptônico em contrapartida ao processo standard

$$\mu^- \xrightarrow{W^-} e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu$$

induzido pela emissão do boson usual W^- e que conserva número leptônico. A razão entre as taxas de decaimento,

$$\mathcal{R} = \frac{\Gamma(\mu^- \rightarrow e^- \nu_e \bar{\nu}_\mu)}{\Gamma(\mu^- \rightarrow \text{todos os modos})},$$

testa a natureza (aditiva vs. multiplicativa) da conservação do número leptônico. As taxas de decaimento para os processos induzidos por V^- e W^- são

$$\Gamma(\mu^- \rightarrow e^- \nu_e \bar{\nu}_\mu) \propto \frac{m_\mu^5}{M_V^4}$$

e

$$\Gamma(\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu) \propto \frac{m_\mu^5}{M_W^4}$$

respectivamente, onde m_μ é a massa do muon. Assim,

$$\mathcal{R} \approx \left(\frac{M_W}{M_V} \right)^4$$

e o limite experimental $\mathcal{R} < 5 \times 10^{-2}$ [4] com a ocorrência do decaimento induzido por V^- implicam o limite inferior

$$M_V > 2 M_W.$$

A Ref. [31] reporta os seguintes limites

$$270 \text{ GeV} \leq M_V \leq 550 \text{ GeV}$$

e

$$1.3 \text{ TeV} \leq M_{Z'} \leq 3.1 \text{ TeV}$$

para o boson de gauge neutro e os decaimentos

$$Z' \rightarrow U^{++} U^{--}$$

com

$$U^{\pm\pm} \rightarrow 2l^\pm$$

constituiriam um sinal bastante singular que poderia realizar ou descartar o modelo brevemente. A escala de quebra da simetria de gauge eletrofraca $SU(3) \times U(1)$ seria

$$\langle \chi^0 \rangle = \omega < 3 \text{ TeV},$$

estimada pelo *running* de $\sin^2 \theta_W$.

Os limites sobre as massas dos bosons de gauge dileptons obtidos a partir da análise de diferentes processos, já tratados na literatura, são os seguintes,

- $\mu^- \rightarrow e^- \nu_e \bar{\nu}_\mu$:

fornece o limite inferior $M_{U^{\pm\pm}} > 260$ GeV [77]

- Experimentos de correntes neutras:

fornece o limite inferior $M_{V^\pm} > 600$ GeV [77]

- Espalhamento Bhabha:

fornece o limite inferior $M_{U^{\pm\pm}} > 340$ GeV com 95% de CL

- Momento magnético anômalo do muon:

fornece o limite inferior $M_{U^{\pm\pm}} > 120$ GeV com 90% de CL [78]

- Correções oblíquas eletrofracas:

fornece os limites superiores [79]

$$M_{V^\pm} < 590 \text{ GeV}, \quad M_{U^{\pm\pm}} < 540 \text{ GeV}$$

com 90% de CL.

Um processo interessante para testar a Física do setor escalar do Modelo I é o decaimento

$$b \rightarrow s \gamma$$

pois tanto o Modelo Standard quanto o Modelo I fornecem contribuições da mesma ordem, a nível de um *loop* [80]. O limite inferior obtido é

$$M_{H^\pm} > 120 \text{ GeV}$$

para os bosons escalares com uma unidade de carga elétrica.

Na Ref. [81] propõe-se a procura dos dileptons duplamente carregados, $U^{\pm\pm}$, através dos processos

$$e^- p \rightarrow e^+ \mu^- \mu^- + \dots, \quad e^+ e^- \rightarrow 2e^+ 2\mu^-, \quad 2e^- 2\mu^+$$

que violam a conservação do número leptônico mas as taxas de produção são muito pequenas e conclui-se que a descoberta dos dileptons 331 no HERA *collider* através destes processos seria bem sucedida caso $M_{U\pm\pm} < 150$ GeV. Assim, a detecção de dileptons está dependendo de futuros *colliders* como o LEP-II-LHC ou NLC (*Next Linear Collider*). Os autores da Ref. [64] estimam a taxa de produção do processo

$$e^- p \rightarrow e^- \mu^- \mu^- + \dots$$

em não mais que 1 evento/ano no HERA *collider* com luminosidade de $1.6 \times 10^{31} \text{ cm}^{-2} \text{ seg}^{-1}$ e $\sqrt{s} = 314$ GeV de energia no centro de massa caso $M_{U\pm\pm} > 120$ GeV. No LEP II-LHC, com luminosidade prevista de $2 \times 10^{32} \text{ cm}^{-2} \text{ seg}^{-1}$ e energia no centro de massa de $\sqrt{s} = 1790$ GeV, os resultados da Ref.[64] são compatíveis com 2 eventos/ano. Admitindo que as massas de todas as partículas exóticas estejam abaixo de 1 TeV os autores da Ref. [64] mostram que para $M_{U\pm\pm} > 210$ GeV seriam possíveis 3 eventos/ano no HERA para o processo

$$e^- p \rightarrow e^+ + \dots$$

enquanto que no LEP II-LHC a taxa anual poderia ser de até 280 eventos se $M_{U\pm\pm}, M_J < 1$ TeV.

Os quarks exóticos J tem número leptônico $L = 2$. Assim, os bosons dileptons mediam interações com os quarks ordinários e aparecem nos seus decaimentos,

$$J \rightarrow u + U^{--} \rightarrow \mu + l^- + l^-$$

ou

$$j_{1,2} \rightarrow d + V^- \rightarrow d + l^- + \nu_l; \quad l = e, \mu, \tau.$$

Os quarks tipo J podem também ser produzidos num futuro próximo num *collider* tipo pp como o LHC em processos como

$$g + g \rightarrow J\bar{J}.$$

O sinal da produção de um quark J seria caracterizado por um jato mais dois leptons. Os quarks pesados Q podem também ser produzidos em processos como $q\bar{q} \rightarrow Q\bar{Q}$. Todavia, os modelos 331 permitem um novo mecanismo para a produção de quarks pesados: a troca de um boson dilepton no canal t e a troca de um boson neutro Z' no canal s . Este último é mais importante pois dominaria a produção de $J\bar{J}$ para escalas de M_J grandes ou intermediárias com a seção de choque ganhando

em uma ordem de grandeza com relação à seção de choque do processo $g+g \rightarrow Q\bar{Q}$ para $M_J \approx M_{Z'}/2$ [81].

Como nos modelos G_0 uma família de quarks tem propriedades de transformação diferentes das demais sob o grupo de simetria de gauge, o mecanismo GIM é imperfeito e, assim, existem diversas possibilidades de testar efeitos de FCNC como, por exemplo, no processo $b \rightarrow s \gamma$ já mencionado. Também merecem atenção possíveis implicações cosmológicas [82][83].

Acreditamos que esta classe de modelos são uma interessante possibilidade teórica a ser testada nas próximas tentativas de procura por Física além do Modelo Standard.

Agradecimentos

Agradeço ao Prof. Vicente Pleitez pela orientação e oportunidade e aos Profs. R. Aldrovandi, G.E.A. Matsas, J.C. Montero, H.V. Fagundes e A.A. Natale. Agradeço também aos Drs. M.D. Tonasse, Jonas A.S. Sobrinho, Maria C. Tijero e O.L.G. Peres pela ajuda em inúmeros detalhes bem como ao Sr. E. Shimabuko e ao Eng. J.L. Braga. Meu programa de doutorado foi financiado pela CAPES.

Referências

1. Y. Nambu, *Quarks, Frontiers in Elementary Particle Physics*, World Scientific (1985)
2. J.L. Rosner, *Status of the Standard Model*, Preprint EFI-94-38 (1994), não publicado
3. R. Zukanovich Funchal, *International Europhysics Conference on HEP 93: Resultados Principais*, Proc. XIV ENFPC-SBF (1994)
4. L. Montanet *et al.*, Review of Particle Properties, Phys. Rev., D50 (1994) 1173
5. S.L. Glashow, Nucl. Phys. 22 (1961) 579; S. Weinberg, Phys. Rev. Lett., 19 (1967) 1264; A. Salam, em *Elementary Particle Theory*, N. Svartholm, Ed., Almqvist and Wiksell (1968) 367. A evolução dos fundamentos conceituais da Física de partículas ao longo de meio século é apresentada em R.E. Marshak, *Conceptual Foundations of Modern Particle Physics*, World Scientific (1993). Este livro de Marshak é uma obra notável.
6. S.L. Glashow, J. Iliopoulos e L. Maiani, Phys. Rev., D2 (1970) 1285
7. M. Kobayashi e K. Maskawa, Progr. Theor. Phys., 49 (1973) 652
8. G. Kane, Ed., *Perspectives on Higgs Physics*, World Scientific (1993)
9. R. Foot e H. Lew, N. Cim., 104A (1991) 167
10. K. Lane, *Technicolor*, International Conference on the History of Original Ideas and Basic Discoveries in Particle Physics, Erice (1994), BUHEP-94-26; S.F. King, *Recent Developments in Technicolor-Top Quark Condensates*, CERN-Th-6617-92 (1992)
11. H. Harari, SLAC Summer Institute, Rep. n. 312 (1986); S. Gates e R.N. Mohapatra, Eds., *Superstrings, Cosmology and Composite Structures*, World Scientific (1987); H. Fritzsch, em *Quarks, Leptons and their Constituents*, A. Zichichi, Ed., Plenum Press (1988)
12. R. Foot e H. Lew, preprint IP-ASTP-14 (1994), HEP-ph/9411390

13. R.N. Mohapatra, *Unification and Supersymmetry*, Springer-Verlag (1992)
14. T. Appelquist, A. Chodos e P. Freund, *Modern Kaluza-Klein Theories*, Addison-Wesley (1987)
15. M. Kaku, *Introduction to Superstrings*, Springer-Verlag (1988)
16. T. Kamon, preprint CTP-TAMU-11-94 (1994), HEP-ph 9402349
17. A referência original é F. Pisano e V. Pleitez, *Neutrinoless Double Beta Decay and Double Charged Gauge Bosons*, IFT-P.017/91 (1991); F. Pisano e V. Pleitez, *Phys. Rev.*, D46 (1992) 410. Uma revisão dos modelos 331 incluindo as consequências fenomenológicas pode ser encontrada no *report* F. Pisano, V. Pleitez e M.D. Tonasse, *Chiral Extensions for the Electroweak Standard Model*, versão preliminar (1995)
18. R. Foot, O.F. Hernandez, F. Pisano e V. Pleitez, *Phys. Rev.*, D47 (1993) 4158
19. J.C. Montero, F. Pisano e V. Pleitez, *Phys. Rev.*, D47 (1993) 2918
20. P.H. Frampton, *Phys. Rev. Lett.*, 69 (1992) 2889
21. V. Pleitez e M.D. Tonasse, *Phys. Rev.*, D48 (1993) 2353
22. R. Foot, H.N. Long e T.A. Tran, *Phys. Rev.*, D50 (1994) R34
23. F. Pisano e V. Pleitez, *Phys. Rev.*, D51 (1995) 3865
24. B. Kayser, *Neutrino Mass and Related Problems*, Proc. of the Annual Meeting of the Division of Particles and Fields of the American Physical Society, World Scientific (1986) 397; B. Kayser, F. Gibrat-Debu e F. Perrier, *The Physics of Massive Neutrinos*, World Scientific (1989)
25. F. Pisano, Tese de Mestrado, IFT-D.003/92 (1992)
26. C. Quigg, *Gauge Theories of the Strong, Weak and Electromagnetic Interactions*, Benjamin/Cummings (1983)
27. F. Pisano, *Electric Charge Quantization and Gauge Extensions of the Standard Model*, a ser publicado

28. F. Abe *et al.*, (CDF Collaboration), Phys. Rev. Lett., 73 (1994) 225; Phys. Rev., D50 (1994) 2956
29. P.H. Frampton e B-H. Lee, Phys. Rev. Lett., 64 (1990) 619; P.B. Pal, Phys. Rev., D43 (1991) 236
30. F. Pisano e T.A. Tuan, *Anomaly Cancellation in a Class of Chiral Flavor Gauge Models*, Proc. XIV ENFPC-SBF (1993)
31. D. Ng, Phys. Rev., D49 (1994) 4805
32. P.H. Frampton, P.I. Krastev e J.T. Liu, Mod. Phys. Lett., A9 (1994) 761
33. M. Ozer, Phys. Lett., B337 (1994) 324
34. R.D. Peccei e H. Quinn, Phys. Rev., D16 (1977) 1791
35. P.B. Pal, *The Strong-CP Question in $SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1)_N$ Models*, preprint IIA-NAPP-94-13 (1994), HEP-ph 9411406
36. L. Epele, H. Fanchiotti, C. Garcia Canal e D.G. Dumm, Phys. Lett., B343 (1995) 291
37. D.Dumm, J.C. Montero e V. Pleitez, *Quark Masses in a 331 Model*, em andamento
38. V. Pleitez e M.D. Tonasse, Phys. Rev., D48 (1993) 5274
39. F. Pisano, V. Pleitez e M.D. Tonasse, *Radiatively Induced Lepton Masses*, submetido para publicação
40. R. Slansky, Phys. Rep., 79 (1981) 1
41. A. Zee, Phys. Lett., 93B (1980) 389
42. K.S. Babu, Phys. Lett., 203B (1988) 132
43. G. Gelmini e M. Roncadelli, Phys. Lett., 99B (1981) 411
44. L.-F. Li, Phys. Rev., D9 (1974) 1723
45. V. Pleitez, *New Fermions and a Vector-like Third Generation in $SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1)_N$ Models*, submetido para publicação

46. H. Georgi e A. Pais, Phys. Rev., D19 (1979) 2746
47. W. Hou, Phys. Rev. Lett., 72 (1994) 3945
48. M. Acciarri *et al.*, (L3 Collaboration), Phys. Lett., B341 (1994) 245
49. T.V. Duong e E. Ma Phys. Lett., B316 (1993) 307
50. M.B. Voloshin, Sov. J. Nucl. Phys., 48 (1988) 512
51. G. Senjanovic, *The Problem of Families*, em Particles and the Universe, Eds.: G. Lazarides e Q. Shafi, Elsevier (1986)
52. D. Gross e R. Jackiw, Phys. Rev., D6 (1972) 477
53. C. Bouchiat, J. Iliopoulos e Ph. Mayer, Phys. Lett., 38B (1972) 519
54. S.L. Adler, Phys. Rev., 177 (1969) 2426
55. J.S. Bell e R. Jackiw, N. Cim., 60A (1969) 47
56. H. Georgi, *Lie Algebras in Particle Physics*, Benjamin (1982)
57. M.L. Metha, J. Math. Phys., 7 (1966) 1824; M.L. Metha e P.K. Srivastava, J. Math. Phys., 7 (1966) 1833
58. H. Georgi e S.L. Glashow, Phys. Rev., D6 (1972) 429
59. H. Georgi, Nucl. Phys., B156 (1979) 126
60. H. Fritzsch, Phys. Lett., B73 (1978) 317; Nucl. Phys., B155 (1979) 189
61. D.G. Dumm, F. Pisano e V. Pleitez, Mod. Phys. Lett., A9 (1994) 1609
62. S. Okubo, Phys. Rev., D16 (1977) 3535
63. R. Foot, Phys. Rev., D40 (1989) 3136; R. Foot e H. Hernandez, Phys. Rev., D41 (1990) 2283; *ibid* D42 (1990) 948
64. K. Sasaki, K. Tokushuku, S. Yamada e Y. Yamazaki, Phys. Lett., B345 (1995) 495

65. C.-S. Huang e T.-J. Li, *Electric Dipole Moment and Chromoelectric Electric Dipole Moment of the Top Quark in $SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1)_X$ Model*, Beijing preprint AS-ITP-94-53 (1994)
66. T.-J. Li, *Neutron Electric Dipole Moment in $SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1)_X$ Model*, Beijing preprint AS-ITP-94-22 (1994)
67. J.T. Liu e D. Ng, *Phys. Lett.*, B342 (1995) 262
68. V. Barger, J.F. Beacom, *Phys. Rev.*, D50 (1994) 6704
69. N. Lepore, B. Thorndyke, H. Nadeau e D. London, *Single Dilepton Production at e^+e^- , $e\gamma$ and $\gamma\gamma$ Colliders*, Montreal preprint UDEM-LPN-TH-94-190 (1994), HEP-ph/9403237
70. J.T. Liu e D. Ng, *Phys. Rev.*, D50 (1994) 548 J.T. Liu, *Phys. Rev.*, D50 (1994) 542
71. C.-S. Huang e T.-J. Li, *W Boson Electric Dipole Moment in $SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1)_X$ Model*, Beijing preprint AS-ITP-93-69 (1993)
72. H. Fujii, Y. Mimura, K. Sasaki e T. Sasaki, *Phys. Rev.*, D49 (1994) 559
73. JoAnne L. Hewett, *Extended Gauge Sectors at Linear Colliders*, Proc. 2nd International Workshop on Physics and Experiments with Linear e^+e^- Colliders, Vol. I, pp.246-269 (1993), HEP-ph/9308321
74. P.H. Frampton, J.T. Liu e B.C. Rasco e D. Ng *SSC Phenomenology of the 331 Model of Flavor*, UNC preprint IFP-466 (1993), HEP-ph/9304294
75. S.A. Bludman, N. Hata, D.C. Kennedy e P.G. Langacker, *Phys. Rev.*, D47 (1993) 2220
76. P.H. Frampton e D. Ng, *Phys. Rev.*, D45 (1992) 4240
77. P.H. Frampton, D. Ng, T.W. Kephart e T.C. Yuan, *Phys. Lett.*, 317 (1993) 369
78. K. Sasaki, *Phys. Lett.*, B383 (1993) 297
79. J. Agrawal, P. Frampton e J.T. Liu, *The Decay $b \rightarrow s\gamma$ in the 331 Model*, preprint CTP-TAMU-3/95 (1995), HEP-ph/9502353

80. J. Agrawal, P.H. Frampton e D. Ng, Nucl. Phys., B386 (1992) 267
81. P.H. Frampton, J.T. Liu, B.C. Rasco e D. Ng, Mod. Phys. Lett., A9 (1992) 1975
82. C.B. Peres e F. Pisano, *Black Hole Nucleation in the 331 Model*, Proc. XV ENFPC-SBF (1994)
83. F. Pisano, *Alguns Aspectos da Cosmologia de Partículas*, IFT-NI.002/94 (1994)

