

文章编号: 1007-4627(2014) 04-0444-09

间接测量天体物理 S 因子的特洛伊木马方法

傅元勇¹, 李成波², 文群刚³, 周书华¹

(1. 中国原子能科学研究院, 北京 102413;

2. 北京市辐射中心, 北京 100875;

3. 安徽大学, 合肥 230039)

摘要: 天体环境下的核反应速率是各种关于天体核合成理论模型所需的输入量, 对于了解天体核合成过程, 以及宇宙的演化很重要。但是在天体温度下, 核反应是在很低的能量上发生的。由于库仑位垒的作用, 反应截面非常低, 直接测量很难进行。通过测量合适的三体反应截面, 特洛伊木马方法提供了一种提取感兴趣的低能两体反应截面的方法; 而且, 采用一系列近似可得到便于计算的理论公式。本文介绍特洛伊木马方法的原理及其在天体核反应中的应用。

关键词: 核反应; 天体物理; 特洛伊木马方法

中图分类号: 0571.42+3 **文献标志码:** A **DOI:** 10.11804/NuclPhysRev.31.04.444

1 引言

天体环境中的核反应是自然界各种核素合成的重要途径, 对于了解宇宙的起源和演化起着重要作用^[1]。按照大爆炸理论, 宇宙的演化分为4个阶段: (1) 大爆炸到原初的核合成; (2) 星系凝聚; (3) 恒星核合成; (4) 星系结构的形成与演化。其中第1、第3阶段是宇宙中通过核反应形成各种核素的阶段。天体环境中的核反应主要发生在 Gamow 峰区, 其能量是由在一定温度下粒子速度的麦克斯韦-玻尔兹曼分布与相互作用粒子之间的库仑位垒穿透概率的卷积决定的, 通常处于很低的能量区间。比如在太阳中的核反应 Gamow 峰的能量在 5~25 keV 范围。

许多天体物理模型(例如: 关于原初核合成、恒星演化、新星、超新星等的模型)都需要低能区核反应速率的数据^[2-4]。能够在实验室中直接测量有关的反应速率是最理想的。但是, 由于库仑斥力, 带电粒子之间的反应截面随能量的减小而急剧变小。当 Gamow 能区存在较强的共振时, 直接测量有可能得到所需的统计。除此之外, 直接测量实际上是不可能的^[5-7]。为了得到低能区的截面, 一种惯用的方

法是借助于天体物理 S 因子将在较高能量上直接测量的反应截面 $\sigma(E)$ 外推到低能区:

$$S(E) = \sigma(E)E \exp(2\pi\eta), \quad (1)$$

其中: E 是质心系能量; η 是 Sommerfeld 参数, 与两碰撞核的电荷数 Z_1, Z_2 及反应入射道的相对速度 v 有关。由于反应截面中的库仑位垒穿透因子的主要影响被 $S(E)$ 表达式中的指数因子所抵消, S 因子随能量的变化比截面随能量的变化 $\sigma(E)$ 缓慢得多。尽管如此, 外推过程仍会引入较大的偏差, 而且在库仑位垒以下对截面有很大贡献的共振可能被忽略。此外, 实验室中的直接测量还受到电子屏蔽效应的影响。这种效应使相互作用核之间的库仑位垒降低, 因而使实验室测量的截面值增大^[8-10]。必须进行修正才可能得到裸核之间的相互作用截面。因此, 直接测量结果应用于天体物理时, 还需考虑天体环境下的电子屏蔽效应。

近年来发展出几种通过其他类型的反应来间接地获得天体物理感兴趣的反应截面的方法。其中主要有特洛伊木马方法(Trojan Horse Method, TH方法)、电磁解离方法和渐进归一化系数方法。间接方法的实

收稿日期: 2013-12-15; 修改日期: 2014-05-15

基金项目: 国家自然科学基金(11075218, 10575132); 北京市自然科学基金(1122017)

作者简介: 傅元勇(1976-), 男, 山东微山人, 副研究员, 博士, 从事实验核物理研究; E-mail: fuyy401@sohu.com。

<http://www.npr.ac.cn>

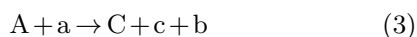
用性要通过对已知反应的研究进行检验^[11]。电磁解离方法是将靶核的库仑场当作 γ 源, 通过逆反应来研究辐射俘获过程; 渐进归一化系数方法则通过转移反应提取原子核基态的渐进归一化系数来计算辐射俘获反应的矩阵元; 特洛伊木马方法主要用于在入射道与出射道都不涉及 γ 量子的非弹性反应过程。通过适当的三体准自由反应截面的测量, 可以获得用直接反应难以达到的天体能区的反应截面。此外, 该方法还可能用于研究不稳定核诱发的反应截面。在特洛伊木马方法的理论方面, 已有的截面公式是经过多种近似得到的, 有待于进一步的理论研究和改进。在实验方面, 该方法所得到的只是相对的截面与能量的关系, 还需直接测量结果进行归一, 才能得到绝对截面值, 能量标度上的误差也较大。此外, 在分析实验数据时如何选取准自由事件方面还有需要探讨的地方。尽管特洛伊木马方法还有许多需要改进的地方, 目前却是唯一能获得在天体能区反应截面的实验方法。在天体核物理中得到重要应用。本文旨在对TH方法的原理及如何应用于天体物理核反应研究做一介绍。

2 TH方法的基本原理

Fuchs等^[12]最早指出两体反应截面与有关的三体反应截面在一定运动学条件下的相似性。Buar^[13-15]进一步提出了TH方法。TH方法的目的是对于感兴趣的天体物理反应



通过选择合适的末态为三体的反应



的测量来提取天体物理两体反应(2)的截面。

式(3)中a是木马核, 主要由x和b两个核组成。换言之, 对于x-b的集团结构a的波函数有大的振幅。选择合适的运动学条件, 使反应中转移给b的动量非常小, 这样可以把b看作A与x反应的旁观者(见图1)。这就是所谓的准自由散射。在三体反应中, 除了准自由散射外还会有级联破裂等其他过程。在三体产物相空间中可以选择出准自由散射占优势的反应道。准自由散射曾被用来利用平面波冲量近似(PWIA)抽取核a中核子的动量分布, 即动量空间中的基态波函数^[16]。TH方法将式(3)表示的反应截

面分解成运动学因子、核的基态动量分布和反应(2)的离壳(off shell)截面。如果核a的动量分布是精确已知的, 并且能够建立两体反应的离壳(off shell)和在壳(on shell)反应截面之间的关系, 那么两体反应(2)的截面可以由反应(3)的三体反应截面提取出来。选择不同的木马核及旁观者可以进一步对TH方法所基于的假设进行检验。

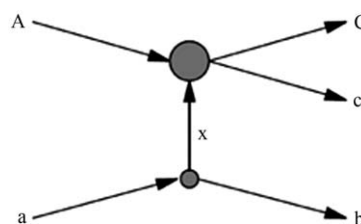


图1 在THM反应(3)中核x转移到A核中, 生成的反应产物为C和c, 核b作为旁观者

TH方法的三体反应中, 由于入射道能量的一部分要用于克服a分离成x+b时的结合能, 而且x在a中有一定的动量分布, 当反应(2)中A+x系统的质心系能量趋于0时, 反应(3)入射道的能量可以在库仑位垒附近或库仑位垒以上, 因此, 其截面不会明显降低。此外, 由于A+x系统的反应发生在核相互作用区, 这时电子屏蔽效应可以忽略。所以可以测量非常低能量处的反应(2)的裸核的截面。

在过去的数年中, 有几个不同反应的实验对TH方法的可行性进行了检验^[17-25]。文献[26]给出了TH方法理论的基本考虑, 但是所导出的反应(2)与(3)截面之间的关系不能直接用于实验。文献[27]采用一定的近似, 建立了TH方法的理论, 给出三体反应T矩阵元和两体反应S矩阵元之间的关系。

3 TH方法的理论概述

在TH三体反应中, 木马核a中的核x转移到核A中, 除了可以发生x与A的弹性散射外, 还可有一个反应道是达到末态核的连续区, 生成核C和c, 即式(3)所示的过程。

3.1 TH反应运动学

为理论描述方便, 采用如下的坐标。对于入射道:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{xb} &= \mathbf{r}_x - \mathbf{r}_b, \\ \mathbf{r}_{Aa} &= \mathbf{r}_A - \mathbf{r}_a = \mathbf{r}_A - \frac{m_x \mathbf{r}_x + m_b \mathbf{r}_b}{m_x + m_b}. \end{aligned} \quad (4)$$

对于反应末态:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{Cc} &= \mathbf{r}_C - \mathbf{r}_c, \\ \mathbf{r}_{Bb} &= \mathbf{r}_B - \mathbf{r}_b = \frac{m_C \mathbf{r}_C + m_c \mathbf{r}_c}{m_C + m_c} - \mathbf{r}_b, \end{aligned} \quad (5)$$

其中 B 代表系统 $A+x=C+c$ 。坐标矢量示于图 2。对应的相对动量和波矢为

$$\mathbf{p}_{ij} = \hbar \mathbf{k}_{ij} = \frac{m_j \mathbf{p}_i - m_i \mathbf{p}_j}{m_i + m_j}. \quad (6)$$

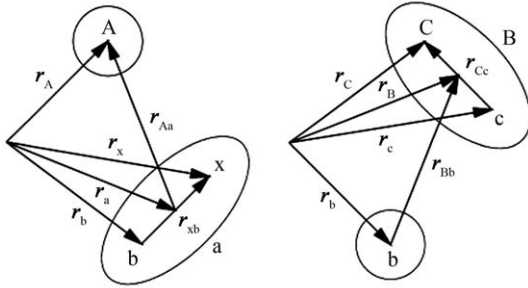


图 2 TH 反应 (3) 的初态与末态矢量图

对于质量分别为 m_i , m_j 及动量分别为 P_i 与 P_j 的核 i 与 j 的相对动能

$$E_{ij} = \frac{P_{ij}^2}{2\mu_{ij}}, \quad (7)$$

其中

$$\mu_{ij} = \frac{m_i m_j}{m_i + m_j} \quad (8)$$

是约化质量。两体反应 (2) 的能量守恒可表示为

$$E_{Ax} = E_{Cc} - Q_2. \quad (9)$$

其中

$$Q_2 = (m_A + m_x - m_C - m_c - m_b)c^2, \quad (10)$$

类似地对于三体反应 (3) 有

$$E_{Aa} = E_{Cc} - Q_3 = E_{Ax} + E_{Bb} + Q_2 - Q_3, \quad (11)$$

其中

$$Q_3 = (m_A + m_a - m_C - m_c - m_b)c^2. \quad (12)$$

对于末态有 3 个粒子的反应 (3), 在质心系中, 对于给定的入射粒子能量, 能量 E_{Cc} 和雅可比动量 P_{Bb} 和 P_{Cc} 的方向就完全规定了运动学条件。这时微分截面的形式为^[28-29]

$$\frac{d^3\sigma}{dE_{Cc} d\Omega_{Cc} d\Omega_{Bb}} = K_{c.m.} |T_{ji}(\mathbf{K}_{Cc}, \mathbf{k}_{Bb}; \mathbf{k}_{Aa})|^2, \quad (13)$$

其中质心系运动学因子

$$K_{c.m.} = \frac{\mu_{Aa} \mu_{Bb} \mu_{Cc}}{(2\pi)^5 \hbar^7} \frac{P_{Bb} P_{Cc}}{P_{Aa}}. \quad (14)$$

T_{fi} 是矩阵元。在实际的实验中, 粒子 C 和 c 是在实验室中测量的。为方便, 将式 (13) 转换为实验室系的微分截面:

$$\frac{d^3\sigma}{dE_{Cc} d\Omega_{Cc} d\Omega_c} = K_{lab} |T_{fi}(\mathbf{K}_{Cc}, \mathbf{K}_{Bb}, \mathbf{K}_{Aa})|^2, \quad (15)$$

其中实验室系运动学因子

$$K_{lab} = \frac{\mu_{Aa} m_C}{(2\pi)^5 \hbar^7} \frac{P_C P_c^2}{P_{Aa}} \left[\left(\frac{\mathbf{P}_{Bb}}{\mu_{Bb}} - \frac{\mathbf{P}_{Cc}}{m_c} \right) \cdot \frac{\mathbf{P}_c}{p_c} \right]^{-1}. \quad (16)$$

实验室系微分截面依赖于 C 与 c 的散射角以及能量 E_C 。同样, 这些量与束流能量一起完全规定了运动学条件。A 和 a 可以是靶与入射粒子, 或相反。在粒子自旋不为零的情况, 必须考虑对初态进行适当的平均及对末态求和。

3.2 T 矩阵元的表达式

式 (13) 与 (15) 中的 T 矩阵元 T_{fi} 中包含有散射过程的全部重要信息。求得 T 矩阵元与天体物理反应 (2) 的截面之间的联系。便可得到三体反应 (3) 与两体反应 (2) 截面之间的关系。

在 TH 方法的理论推导中, 采取了一系列的近似^[27]。首先对精确的 T 矩阵元进行扭曲波玻恩近似 (DWBA) 和表面近似。DWBA 对于描述直接反应是很成熟的理论^[30]。使用表面近似可以将三体反应截面与两体反应的 S 矩阵元联系起来。从而可以提取出两体反应截面。但是, 在这种近似中的 T 矩阵元的表达式很复杂, 计算量很大。为了得到便于计算的更简单的公式和更能了解 TH 方法的机制, 而不丢掉重要的因素, 引入了局域动量近似^[31-32]。 T 矩阵元素可写成两个因子的卷积, 其一是与木马核的基态波函数相联系的动量振幅, 另一个是与两体散射波函数相重叠的矩阵元。在进一步的平面波近似中, 三体 T 矩阵元分解为动量振幅和修正的两体散射振幅。如果将 C+c 系统看作复合系统 B 的激发态, TH 反应 (3) 具有一般两体反应的形式

$$A + a \rightarrow B + b. \quad (17)$$

对于这一反应的 T 矩阵元经 Gell-Mann Goldberger 变换^[33]得到如下形式:

$$T_{fi} = \langle \chi_{Bb}^{(-)}(\mathbf{k}_{Bb}, \mathbf{r}_{Bb}) \phi_B \phi_b \times [V_{Bb} - U_{Bb}] \psi_{Aa}^{(+)}(\mathbf{k}_{Aa}, \mathbf{r}_{Aa}) \rangle, \quad (18)$$

此式仍是精确的关系式, 推导见文献[26]。式中 $\chi_{Bb}^{(-)}(\mathbf{k}_{Bb}, \mathbf{r}_{Bb})$ 是 B-b 相对运动的扭曲波函数, 这种相对运动是由适当选择的仅与 $\mathbf{r}_{Bb}$ 有关而与内部坐标无关的光学势 U_{Bb} 产生的, 不同于 V_{Bb} 。在 TH 方法中, 因为 $B = C + c$ 是连续态, 所以波函数 ϕ_B 不描述束缚态, 而描述完全的散射态。

$$\phi_B = \psi_{Cc}^{(-)}(\mathbf{k}_{Cc}, \mathbf{r}_{Cc})。 \quad (19)$$

3.3 T 矩阵元的近似求解

首先在后形式的 DWBA 中, T 矩阵元(18)中的 A-a 相对运动的精确波函数 $\psi_{Aa}^{(+)}$ 由扭曲波 $\chi_{Aa}^{(+)}$ 代替, 势 $V_{Bb} - U_{Bb}$ 由 a 核中 x 与 b 之间的相互作用 V_{xb} 代替^[26,30]。得到以下表达式:

$$T_{fi}^{DWBA}(\mathbf{k}_{Cc}, \mathbf{k}_{Bb}, \mathbf{k}_{Aa}) = \langle \chi_{Bb}^{(-)}(\mathbf{k}_{Bb}, \mathbf{r}_{Bb}) \psi_{Cc}^{(-)}(\mathbf{k}_{Cc}, \mathbf{r}_{Cc}) \phi_b \times [V_{xb}] \chi_{Aa}^{(+)}(\mathbf{k}_{Aa}, \mathbf{r}_{Aa}) \phi_A \phi_a \rangle。 \quad (20)$$

此外, 对于相互碰撞的核之间的距离较小的情况, 光学势通常是强吸收的, 仅核表面的反应对矩阵元有重要贡献。因此, 对于半径大于截断半径 R (R 比核势的范围要大) 的总的散射波函数可以用其渐进形式代替, 并在小于截断半径处设为零。即对 T 矩阵元进行表面近似。其实用性在文献[34]中进行了检验。对于 $r_\alpha > R$ 时散射波函数的渐进形式, 由下式给出。其中 $\alpha = Ax, Cc, \dots$ 是 B 系统的一个可能的分配。

$$\psi_{Cc, asym}^{(\pm)}(\mathbf{k}_{Cc}, \mathbf{r}_{Cc}) = \frac{4\pi}{k_{Cc}} \times \sum_{\alpha} \sum_{lm} \frac{\xi_l^{(\pm)}(\alpha)}{r_{\alpha}} i^l Y_{lm}(\hat{r}_{\alpha}) Y_{lm}^*(\hat{k}_{Cc}) \phi_{\alpha}, \quad (21)$$

其中 $\xi_l^{(\pm)}$ 为径向波函数。引入反应产物的动量振幅 $W(\mathbf{q})$:

$$V_{xb} \phi_a(\mathbf{r}_{xb}) = \int \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} W(\mathbf{q}) \exp(i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}_{xb}) \phi_x \phi_b, \quad (22)$$

则 T 矩阵元成为

$$T_{fi}^{TH}(\mathbf{k}_{Cc}, \mathbf{k}_{Bb}, \mathbf{k}_{Aa}) = \int \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} W(\mathbf{q}) \times \langle \chi_{Bb}^{(-)}(\mathbf{k}_{Bb}, \mathbf{r}_{Bb}) \psi_{Cc, asym}^{(-)}(\mathbf{k}_{Cc}, \mathbf{r}_{Cc}) \times [\exp(i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}_{xb}) \chi_{Aa}^{(+)}(\mathbf{k}_{Aa}, \mathbf{r}_{Aa}) \phi_A \phi_x] \rangle。 \quad (23)$$

矩阵元式(23)中, 对内部坐标的积分选择渐进波函数(21)的 $\alpha = Ax$ 的分配, T 矩阵元可以写为

$$T_{fi}^{TH}(\mathbf{k}_{Cc}, \mathbf{k}_{Bb}, \mathbf{k}_{Aa}) = \frac{1}{2ik_{Cc}} \sqrt{\frac{v_{Cc}}{v_{ax}}} \sum_l (2l+1) \left[S_{Ax Cc}^l U_l^{(+)}(\mathbf{k}_{Bb}, \mathbf{k}_{Cc}, \mathbf{k}_{Aa}) - \delta_{Ax Cc} U_l^{(-)}(\mathbf{k}_{Bb}, \mathbf{k}_{Cc}, \mathbf{k}_{Aa}) \right], \quad (24)$$

其中,

$$U_l^{(\pm)}(\mathbf{k}_{Bb}, \mathbf{k}_{Cc}, \mathbf{k}_{Aa}) = \frac{4\pi(-i)^l}{(2l+1)} \sum_m Y_{lm}(\mathbf{k}_{Cc}) \times \int \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} W(\mathbf{q}) \langle \chi_{Bb}^{(-)}(\mathbf{k}_{Bb}, \mathbf{r}_{Bb}) \times \frac{\theta(r_{Aa} - R)}{r_{Ax}} u_l^{(\mp)}(\eta_{Ax}; k_{Ax} r_{Ax}) \times Y_{lm}(\hat{r}_{Ax}) [\exp(i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}_{xb}) \chi_{Aa}^{(+)}(\mathbf{k}_{Aa}, \mathbf{r}_{Aa})] \rangle。 \quad (25)$$

描述由于反应(3)中存在旁观者 b 而产生的角分布及动量相关性。单位阶跃函数 θ 的出现是因为表面近似中消除了小半径处的贡献。关系式(24)直接建立起三体反应(3)的截面(15)与两体反应 S 矩阵元之间的关系, 原则上利用式(24)可以从实验测定的三体反应截面抽取 S 矩阵元的能量关系。

但是由于式(25)中矩阵元的计算量很大, 需要通过平面波近似来解决。为此, 对入射道的扭曲波 $\chi_{Aa}^{(+)}$ 进行泰勒展开, 并用平面波代替展开式中的扭曲波 $\chi_{Aa}^{(+)}$ 和 $\chi_{Bb}^{(-)}$ 得到三体反应截面与两体截面之间的关系为

$$\frac{d^3 \sigma}{dE_{Cc} d\Omega_{Cc} d\Omega_{Bb}} = KF |W(\mathbf{Q}_{Bb})|^2 \frac{d\sigma^{TH}}{d\Omega}, \quad (26)$$

其中, 运动学因子

$$KF = \frac{\mu_{Aa} \mu_{Bb} \mu_{Cc}}{(2\pi)^5 h^6} \frac{k_{Bb} k_{Cc}}{k_{Aa}} \frac{16\pi^2}{k_{Cc}^2 Q_{Aa}^2} \frac{v_{Cc}}{v_{Ax}}, \quad (27)$$

而 b 在 a 中的动量分布

$$W(\mathbf{Q}_{Bb}) = - \left(\varepsilon_a + \frac{\hbar^2 Q_{Bb}^2}{2\mu_{xb}} \right) \times \langle \exp(i\mathbf{Q}_{Bb} \cdot \mathbf{r}_{Bb}) \phi_x \phi_b | \phi_a \rangle, \quad (28)$$

其中

$$\mathbf{Q}_{Bb} = \mathbf{k}_{Bb} - \frac{m_b}{m_b + m_x} \mathbf{k}_{Aa}, \quad (29)$$

两体反应木马截面

$$\frac{d\sigma^{\text{TH}}}{d\Omega} = \frac{1}{4k_{Cc}^2} \left| \sum_l (2l+1) P_l(\hat{k}_{Cc} \cdot \hat{Q}_{Aa}) \times \left[S_{AxCc}^l J_l^{(+)} - \delta_{AxCc} J_l^{(-)} \right] \right|^2, \quad (30)$$

其中 S_{AxCc}^l 是反应 $C + c \rightarrow A + x$ 包括了核相互作用与库仑相互作用的 S 矩阵元。 δ_{Cc} 是 kronecker 符号。而木马积分

$$J_l^{(\pm)}(R, \eta_{Ax}, k_{Ax}, Q_{Aa}) = k_{Ax} Q_{Aa} \times \int_R^\infty r u_l^\pm(\eta_{Ax}; k_{Ax} r) j_l(Q_{Aa} r) dr, \quad (31)$$

其中 j_l 是球贝塞尔函数,

$$\mathbf{Q}_{Aa} = \mathbf{k}_{Aa} - \frac{m_A}{m_A + m_x} \mathbf{k}_{Bb}, \quad (32)$$

而库仑波函数^[35]

$$u_l^{(\pm)}(\eta; k_{Ax} r) = e^{\mp i\sigma_l(\eta)} \times [G_l(\eta_{Ax}; k_{Ax} r) \pm iF_l(\eta_{Ax}; k_{Ax} r)], \quad (33)$$

积分的下限 R 是表面近似中引入的截断半径, 通常选为 A 与 x 的半径之和。

为计算方便, 取 $k \rightarrow 0$ 对木马积分做进一步简化^[27]

$$J_l^{(\pm)}(R, \eta_{Ax}, k_{Ax}, Q_{Aa}) \approx k_{Aa} R U_l^{(\pm)}(\eta_{Ax}; k_{Ax} R) z_l(Q_{Aa} R), \quad (34)$$

其中 $Z_l(x) = x J_l(x)$ 是 iccati-Bessel 函数。最终得到便于计算的两体反应截面与相应的三体反应截面之间的关系:

$$\frac{d^3\sigma}{dE_C d\Omega_C d\Omega_c} = K_{\text{lab}} |W(\mathbf{Q}_{Bb})|^2 \frac{16\pi^2}{k_{Cc}^2 Q_{Aa}^2} \times \frac{v_{Cc}}{v_{Aa}} \frac{d\sigma_l}{d\Omega}(Ax \rightarrow Cc) P_l(R, \eta_{Ax}, k_{Ax}, Q_{Aa}), \quad (35)$$

其中 $P_l(R, \eta_{Ax}, k_{Ax}, Q_{Aa})$ 是穿透因子。式 (35) 在满足下述关系时成立:

$$\mathbf{Q}_{Bb} + \mathbf{k}_{Bb} - \frac{m_b}{m_b + m_x} \mathbf{k}_{Aa} = 0. \quad (36)$$

4 TH方法的应用

典型的用特洛伊木马方法研究的反应主要用 ^2H 和 ^6Li 作为木马核^[17-25,36]。利用这些核可以研究质子、中子、氘核及 α 粒子的转移。可以覆盖大多数天体物理感兴趣的两体反应。

4.1 准自由反应的运动学条件

在用 TH 方法进行的实验测量中, 从入射道能量的选取到探测器的布局以及实验数据的分析, 都要考虑准自由反应的运动学条件, 排除伴随的非准自由反应事件, 如各种级联反应、转移给旁观者核 b 的动量过大, 明显破坏了准自由条件的事件等。

所选用的木马核的基态波函数及结合能要精确已知。其动量分布在 0 附近有最大值。因而, 方程式

$$\mathbf{Q}_{Bb} = 0 \quad (37)$$

定义了所谓的准自由条件。在这个三体相空间区域, 准自由反应截面达到极大值。按照这一条件, 相应的两体反应 (2) 初始道的准自由质心系能量在平面波近似下由能量守恒 (11) 导出为

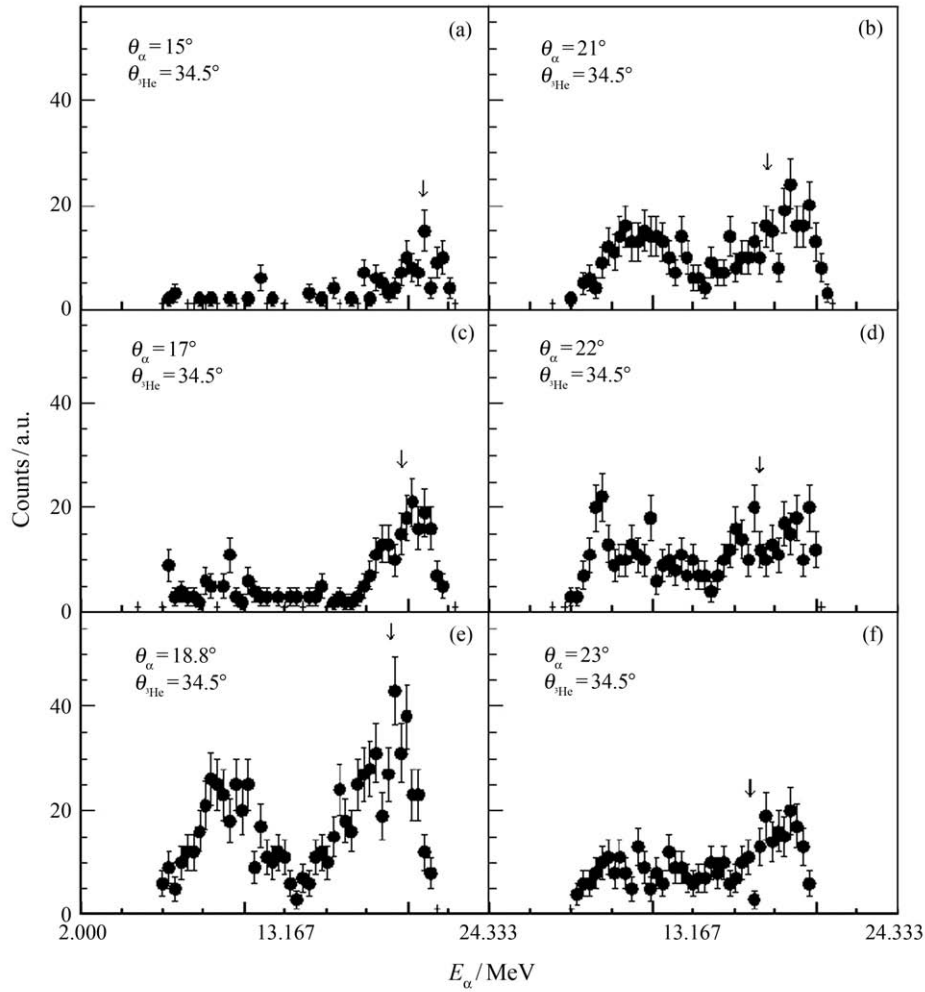
$$E_{Ax}^{\text{qf}} = E_{Aa} \left(1 - \frac{\mu_{Aa}}{\mu_{Bb}} \frac{\mu_{bx}^2}{m_x^2} \right) - \varepsilon_a. \quad (38)$$

很明显, 即使三体反应 (3) 的入射道中的质心系能量 E_{Aa} 很大, 只要选择适当的木马核 a , 能量 E_{Ax} 可以很小。如三体木马反应 $^6\text{Li}(^6\text{Li}^4, \text{He}^4\text{He})^4\text{He}$ 的入射粒子能量 $E_{\text{pro}} = 6.0 \text{ MeV}$ 时, 相应的两体反应 $^2\text{H}(^6\text{Li}^4, \text{He})^4\text{He}$ 的准自由能量 $E_{Ax}^{\text{qf}} = 0.029 \text{ MeV}$ ^[17-19]。

E_{Ax}^{qf} 与 E_{Aa} 之间的关系是纯运动学关系。与木马核 a 中的粒子 x 的费米运动无关, 否则将与费米动量振幅的宽度有关。

在实验中, 要根据测量到的 C 与 c 的动量和入射道的质心系能量求出转移给旁观者 b 的动量分布, 在动量转移中选择一个截断, 来选择准自由过程在截面中占优势的区域。这一步骤限制了对于实验中选定的入射粒子能量 E_{pro} 所能达到的能量 E_{Ax} 的范围。

实验安排上, 要根据三体反应运动学的计算, 确定两个出射粒子 C 和 c 的准自由角度对, 并由此确定实验中 C 和 c 粒子探测器的摆放位置。探测器需是位置灵敏的, 以便选出满足准自由条件的事件 (见图 3)。

图 3 ${}^2\text{H}({}^6\text{Li}, \alpha {}^3\text{He})n$ 反应中 α 与 ${}^3\text{He}$ 准自由角度对的关联效应

在 $\theta_{3\text{He}} = 34.5^\circ$ 和 $\theta_\alpha = 20^\circ$ 左右时有明显的关联效应^[36]。

4.2 天体物理 S 因子的提取

在实际的木马实验中, 待测三体反应截面与实验布局的几何条件、所选择的木马核以及入射粒子的能量有关。微分三体截面 (26) 可以写成一个与 $A+x$ 的质心系能量 E 有关的简单的截面

$$\frac{d\sigma}{dE} = \int dE_c d\Omega_C d\Omega_c \frac{d^3\sigma}{dE_C d\Omega_C d\Omega_c} \times \delta(E_{Ax} - E) F(E_C, \Omega_C, \Omega_c), \quad (39)$$

其中效率函数 F 包括粒子能量的截断、动量 (即 Q_{Bb}) 和探测器几何。实验谱 (39) 可以与对实验进行模拟的理论截面相比较, 假定一种在壳两体反应 S 矩阵元的能量关系, 例如由 R 矩阵参数化得到的。通过改变参数, 求得与实验最佳的符合, 从而可以计算在壳的两体截面。如果只有一种分波的贡献, 计算步骤将变得简单。测量的截面 (39) 与相应的模拟截面的比值直接

给出关于所假定的两体反应的理论 S 因子的能量关系。由于在描述反应机制方面的不确定性, 用 TH 方法只能得到截面随能量变化的关系, 为提取出绝对的反应截面值需要用在较高能量处的直接测量结果进行归一。对于近期 TH 方法用于实验研究的情况可参考文献^[17,37-38]。

4.3 TH 方法应用实例

为得到天体物理能区 ${}^9\text{Be}(p, \alpha){}^6\text{Li}$ 反应的裸核截面, 选用 22.35 MeV 的 ${}^9\text{Be}$ 束流轰击氘化聚乙烯靶引起的 ${}^2\text{H}({}^9\text{Be}, \alpha{}^6\text{Li})n$ 的三体反应 (参见文献^[36])。实验中使用两块位置灵敏硅探测器分别测量准自由反应产物 α 和 ${}^6\text{Li}$ 。两块探测器放置在根据蒙特卡罗模拟得到的准自由角度对的位置上。为方便, 用角标 1, 2 和 3 分别代表与 α , ${}^6\text{Li}$ 和 n 有关的物理量。在二维图 $E_{1-23} - E_{2-3}$ 中, (E_{2-3} 代

表 ${}^6\text{Li}$ 相对于 n 的能量。 n 的能量由运动学关系求得。) ${}^2\text{H}({}^9\text{Be}, \alpha {}^6\text{Li})n$ 准自由事件分布在一条斜率为大约 45° 的直线附近 (见图 4 中虚线所围绕的区域)。

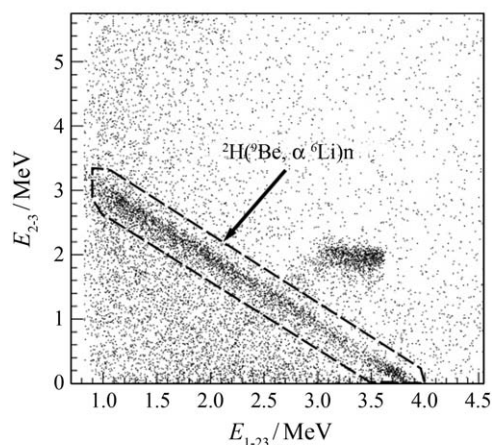


图 4 实验测得的 $E_{2,3}$ 相对 $E_{1,23}$ 的二维图
 ${}^2\text{H}({}^9\text{Be}, \alpha {}^6\text{Li})n$ 准自由事件分布在一条斜率为大约 45° 的直线附近^[37]。

与这些准自由事件相应的 Q 值谱示于图 5。在 -0.1 MeV 附近的峰区对应于三体反应 ${}^2\text{H}({}^9\text{Be}, \alpha {}^6\text{Li})n$ 。

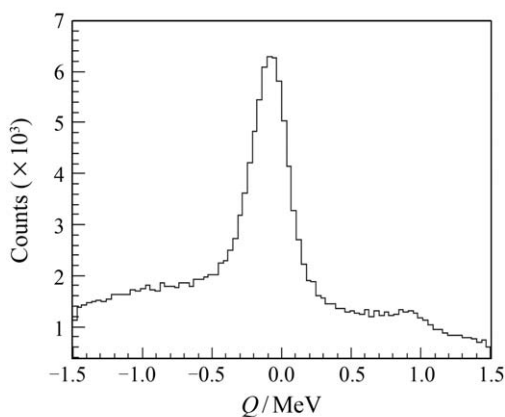


图 5 与图 4 标出的准自由事件相对应的 Q 值谱
 -0.1 MeV 附近的峰区对应于三体反应 ${}^2\text{H}({}^9\text{Be}, \alpha {}^6\text{Li})n$ ^[37]。

为验证在实验测量的三体反应中存在准自由反应, 将从实验数据推导出的旁观者粒子 n 的动量谱与理论计算的 n 在 ${}^2\text{H}$ 中的动量谱进行比较, 结果如图 6 所示。两者符合得很好, 表明这些测量到的事件是准自由反应事件, 中子是旁观者。

用 TH 方法实验测得的 ${}^9\text{Be}(p, \alpha){}^6\text{Li}$ 反应的天体物理 S 因子与直接测量结果的比较示于图 7。

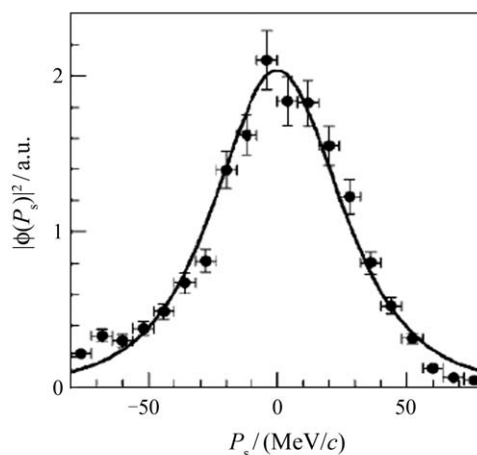


图 6 从实验数据推导出的旁观者粒子 n 的动量谱 (圆点) 与理论计算的 n 在 ${}^2\text{H}$ 中的动量谱 (实线) 的比较^[37]

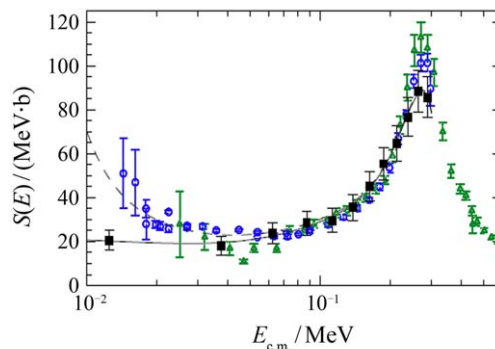


图 7 (在线彩图) 用 TH 方法实验测得的 ${}^9\text{Be}(p, \alpha){}^6\text{Li}$ 反应的天体物理 S 因子与直接测量结果的比较
其中黑色方块为 TH 方法的结果, 实线是对 TH 结果的多项式拟合曲线, 其余为直接测量的结果。两者在 $75 \sim 300$ keV 区间做了归一^[37]。

由图可见, 在低于 0.02 MeV 处, 两者发生偏离, 这是由于电子屏蔽效应使得直接测量值偏大造成的。根据这种偏离可以推算出电子屏蔽势能为 $U_e = (676 \pm 86)$ eV。

5 结语

本文介绍了 TH 方法的原理和在核反应研究中的应用。由于在 TH 理论的推导中采用了一系列的近似, 其适用性可以通过对已仔细研究过的反应由 TH 方法提取的截面与直接测量的结果相比较而得到检验。TH 方法的系统不确定性原则上可以通过研究各种入射粒子能量、木马中的旁观者和散射角的组合而得到。

木马核 a 的动量分布使得 TH 方法可以在一定的

三体反应实验设置下得到在一定能量范围上的天体两体反应截面值。但是在实际的实验中, 出射的旁观者 b 是有一定动量分布的。要在动量转移中选择一个截断, 来选择准自由过程在截面中占优势的区域。这一步骤不仅限制了对于实验中选定的入射粒子能量所能达到的能量的范围, 而且由于截断的确定没有确切的标准, 这就使能量标度具有较大的不确定性。为此, 文群刚等试探了一种选择准自由过程的方法。详细内容见参考文献[37]。除了得到天体物理感兴趣的低能反应截面外, 由于没有电子屏蔽和极低截面的问题。由直接和间接实验得到的 S 因子结果之间的比较可以获得关于电子屏蔽效应的信息。

TH 方法还可用于研究低能弹性散射^[24-25]。在这种间接测量中, 库仑散射贡献极小, 主要是核力引起的散射。研究结果有益于低能核反应的理论的改进。值得特别指出的是, 利用 TH 方法不仅可以研究稳定核的两体截面, 还可以研究不稳定核的截面, 例如利用 ${}^9\text{Be}$ 作为木马核, 通过三体反应 ${}^9\text{Be} + {}^2\text{H} \rightarrow {}^6\text{Li} + \alpha + n$ 对不稳定核 ${}^8\text{Be}$ 引起的反应 ${}^8\text{Be} + {}^2\text{H} \rightarrow {}^6\text{Li} + \alpha$ 截面进行测量。此外 TH 方法还可用于对某些低能区的中子截面进行测量。

参考文献:

- [1] LU XITING. Nuclear Physics[M]. Beijing: Atomic Energy Press, 2001, 399. (in Chinese)
(卢希庭. 原子核物理[M]. 北京: 原子能出版社, 2001, 399.)
- [2] ROLFS, RODNEF W S. Chicago: University of Chicago Press, 1988.
- [3] THIELEMAN F K. Prog Part Nucl Phys, 2001, **46**: 1.
- [4] ROLFS C E. Prog Part Nucl Phys, 2001, **46**: 23.
- [5] LUNA Collaboration. Nucl Phys A, 2002, **706**: 203.
- [6] BONETTI. Phys Rev Lett, 1999, **82**: 5205.
- [7] JUNKER M. Phys Rev C, 1998, **57**: 2700.
- [8] ASSENBUAM H J, LANGANKE K, ROLFS C, Z Phys A, 1987, **327**: 461.
- [9] SHOPPA T D, KOONIN S E, LANGANKE K, *et al.* Phys Rev C, 1993, **48**: 837.
- [10] LIOIOS T E. Phys Rev C, 2001, **63**: 045801.
- [11] AUSTIN S M. World Scientific, 2002.
- [12] FUCHSH H, HOMEYER H, LORENZ T H, *et al.* Phys Lett B, 1971, **37**: 285.
- [13] BAUR G. Phys Lett B, 1986, **178**: 135.
- [14] BAUR G, ROSEL F, TRUATMANN D, *et al.* Phys Rep, 1984, **111**: 333.
- [15] BAUR G, TRAUTMANN D. Phys Rep C, 1976, **25**: 293.
- [16] JAIN M, ROOS P G, PUGH H G, *et al.* Nucl Phys A, 1970, **153**: 49.
- [17] MUSUMARRA A, PIZZONE R G, BLAGUS S, *et al.* Phys Rev C, 2001, **64**: 068801.
- [18] SPITALERI C, TYPEL S, PIZZONE R G, *et al.* Phys Rev C, 2001, **63**: 055801.
- [19] CHERUBINI S, KONDRATYEV V N, LATTUADA M, *et al.* Ap J, 1996, **457**: 885.
- [20] LATTUADA M, PIZZONE R G, TYPEL S, *et al.* Ap J, 2001, **562**: 1076.
- [21] ALIOTTA M, SPITALERI C, LATTUADA M, *et al.* Eur Phys J A, 2000, **9**: 435.
- [22] CAPITALERI C, ALIOTTA A, CHERUBINI S, *et al.* Phys Rev C, 1999, **60**: 055802.
- [23] CALVI G, CHERUBINI S, LATTUADA M, *et al.* Nucl Phys A, 1997, **621**: 139c.
- [24] SPITALERI C, ALIOTTA M, FIGUERA P, *et al.* Eur Phys J A, 2000, **7**: 181.
- [25] PELLEGRITI M G, The α - ${}^{12}\text{C}$ Elastic Scattering Studied via the Trojan Horse Method [D]. Catania: University of Catania, 2000.
- [26] TYPEL S, WOLTER H H. Few-Body System, 2000, **29**: 75.
- [27] TYPEL S, BAUR G. Ann Phys, 2003, **305**: 228.
- [28] NEWTON R G. Scattering Theory of Waves and Particle[M]. New York: McGraw-Hill, 1996.
- [29] FUCHS H. Nucl Instr Meth, 1982, **200**: 361.
- [30] AUSTER N. Direct Nuclear Reaction Theories[M]. New York: Springer, 1970: 487.
- [31] BRAUN-MUNZINGER P, HEARNEY H L. Nucl Phys A, 1974, **233**: 381.
- [32] SHYAM R, NAGARAJAN M A. Ann Phy S, 1985, 163.
- [33] GELL-MANN M, GOLDBERGER M L. Phys Rev, 1953, **91**: 398.
- [34] KASANO A, ICHIMURA M. PHYS LETT B, 1982, **115**: 81.
- [35] ABRAMOWITZ M, STEGUN I A. Handbook of Mathematical Functions[M]. New York: Dover, 1970.
- [36] TUMINO A, SPITALERI C, DI PIETRO A, *et al.* Phys Rev C, 2003, **65**: 065803.
- [37] WEN Qungang, LI Chengbo, ZHOU Shuhua, *et al.* Phys Rev C, 2008, **78**: 035805.
- [38] WEN Qungang, LI Chengbo, ZHOU Shuhua, *et al.* Nucl Part Phys, 2011, **38**: 085103.

Trojin Horse Method for Indirect Measurement of Astrophysic S Factor

FU Yuanyong^{1, 1)}, LI Chengbo², WEN Qungang³, ZHOU Shuhua¹

(1. *China Institute of Atom Energy, Beijing, 102413, China;*

2. *Beijing Radiation Center, Beijing 100875, China;*

3. *Anhui University, Hefei 230601, China*)

Abstract: The nuclear reaction rates in the astrophysical environment are indispensable input parameters in different astrophysics theories, and play important roles in understanding the astrophysical nuclear synthesis and the evolution of the universe. However, at the astrophysical temperature, the nuclear reactions proceed at very low energies. Due to the Coulumb barrier the reaction cross sections are very small, so that the direct measurement is almost impossible. The Trojin horse theory provides a useful method to measure indirectly the low energy two body cross sections by measuring the suitable three body reactions. Some approximations are applied in the theory to get convenient formula. This paper introduces the Trojin horse theory and its application in astrophysics nuclear reactions.

Key words: nuclear reaction; astrophysics; Trojin horse method

Received date: 15 Dec. 2013; **Revised date:** 15 May 2014

Foundation item: National Nature Science Foudation of China(11075218, 10575132); Nature Science Foudatioin of Beijing (1122017)

1) E-mail: fuyy401@sohu.com.

<http://www.npr.ac.cn>